ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«Διδακτική μεθοδολογία & αναλυτικά προγράμματα»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΚΤΙΚΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΜΑΘΗΤΕΣ ΣΤ' ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΔΟΥΛΓΕΡΗ ΜΑΡΙΑ
Α.Ε.Μ.: 283

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΝΤΙΝΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΦΛΩΡΙΝΑ, 2016

Η παρούσα διπλωματική εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του πτυχίου που απονέμει το
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Διδακτική μεθοδολογία & αναλυτικά προγράμματα»

Εγκρίθηκε την………………….. από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
Ντίνα Κωνσταντίνο Επιβλέπων	Καθηγητή Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας	……………………………
Τάτση Κωνσταντίνο Β’ μέλος	Επίκουρο Καθηγητή Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων	……………………………
Χρήστου Κωνσταντίνο Γ’ μέλος	Επίκουρο Καθηγητή Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας	…………………………….

Φλώρινα, 2016

Consider research your personal journey.
It will be challenging, but also exciting.
Pack along for your journey a toolkit.
In your pack, place a solid understanding of "research."
Also include a map — the six steps in the process of conducting research.
Realize that on this journey you need to respect people and the places you visit.
Enjoy the process using your natural skills such as the ability to solve puzzles,
use library resources, and write.
After learning the process of research, decide on which of two major paths
— quantitative or qualitative research —
you will follow.
Each is viable, and, in the end, you may choose to incorporate both, but as you begin
a study consider one of the paths for your research journey.
Let us begin.

Creswell, 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κ. Τάτση Κωνσταντίνο, ο οποίος αν και στο Πανεπιστήμιο των Ιωαννίνων πλέον, δέχτηκε να με επιβλέψει στην εργασία αυτή. Επιπλέον, τον ευχαριστώ όχι μόνο για την καθοδήγηση και την ουσιαστική βοήθεια που μου παρείχε, αλλά και για την υπομονή και επιμονή που επέδειξε κατά το χρονικό διάστημα εκπόνησης της διπλωματικής αυτής εργασίας κατά τις «ολιγόμηνες» απουσίες μου.

Ευχαριστώ θερμά και τα άλλα δυο μέλη – τον κ. Ντίνα Κωνσταντίνο επιβλέποντα της εργασίας μου και τον κ. Χρήστου Κωνσταντίνο – οι οποίοι δέχτηκαν να συμμετάσχουν στην Τριμελή μου Επιτροπή.

Παράλληλα, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ από καρδιάς στην κυρία Παρασκευή, την Εκπαιδευτικό της τάξης, δίχως την έμπρακτη βοήθεια και τη συμπαράσταση της οποίας η εργασία αυτή δε θα είχε ολοκληρωθεί, καθώς και τη φίλη μου την Ελισάβετ, για τα εύστοχα σχόλια και τις παρατηρήσεις της καθ' όλη τη διάρκεια της συγγραφής της εργασίας.

Τέλος, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τους γονείς μου και το Στέφανο για την υπομονή που έδειξαν, την ενθάρρυνση και υποστήριξη που μου παρείχαν όταν ο κόσμος «μαύριζε», η κρίση «θόλωνε» και το κουράγιο με εγκατέλειπε.

Σας ευχαριστώ ΟΛΟΥΣ θερμά!

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία εξετάζει τη λεκτική αλληλεπίδραση που αναπτύσσεται μεταξύ μαθητών όταν αυτοί εργάζονται σε ζευγάρια. Με αφόρμηση την παρατήρηση, γνώμονα τις συνεντεύξεις μαθητών και εκπαιδευτικού και εργαλείο τις συνομιλίες μεταξύ 8 μαθητών ΣΤ' τάξης διερευνήθηκε η επίδραση που ασκεί ο εκπαιδευτικός στις αλληλεπιδράσεις των μαθητών αναφορικά με την υιοθέτηση των κοινωνικών και κοινωνικο – μαθηματικών νορμών και την ερμηνεία των ρόλων. Τα αποτελέσματα έδειξαν μια θετική συσχέτιση μεταξύ των νορμών που υιοθετούνται και των νορμών που έχουν εγκατασταθεί στην τάξη και μερική συσχέτιση μεταξύ των ρόλων που ερμηνεύονται και αυτών που προωθούνται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

Λέξεις – κλειδιά: αλληλεπίδραση, νόρμες, κοινωνικές νόρμες, κοινωνικό – μαθηματικές νόρμες, ρόλοι, επίδραση εκπαιδευτικού

ABSTRACT

This study examines the verbal interactions that emerges when students work in pairs. Motivated by observation, interviews with students and teacher as a criterion and the dialogues between 8 students of 6^{th} Grade as a tool we investigated the influence exerted by the teacher on students regarding the adoption of social and socio – mathematical norms and the interpretation of roles. The results revealed a positive correlation between the adopted norms and the established norms in classroom and partial correlation between the roles interpreted and the roles promoted during teaching.

Key words: interaction, norms, social norms, socio – mathematical, roles, influence of teacher

<u>**ΕΙΣΑΓΩΓΗ**</u>

Τα τελευταία χρόνια, η ερευνητική κοινότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης έστρεψε την προσοχή της στη μελέτη του τρόπου με τον οποίο διδάσκοντες και μαθητές λειτουργούν και αλληλεπιδρούν μέσα στη σχολική τάξη. Η τάξη αντιμετωπίζεται ως ένα σύστημα κοινωνικής αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται γύρω από τις συλλογικές ενέργειες του εκπαιδευτικού και των μαθητών (Αναγνωστοπούλου, 1996).

Αρκετοί ερευνητές επιχείρησαν να μελετήσουν τη δραστηριότητα στη σχολική τάξη χρησιμοποιώντας τη *θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης* και τα εργαλεία που διαθέτει η προσέγγιση αυτή για τη μελέτη της επικοινωνίας μεταξύ των μελών της τάξης κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ένα βασικό εργαλείο ανάλυσης της μαθηματικής δραστηριότητας αποτελεί και η έννοια της *νόρμας* η οποία φαίνεται να συνδέεται με τις προσδοκίες και υποχρεώσεις που συνδιαμορφώνονται από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές του (Yackel, 2001).

Παρ' όλα αυτά, για την καλύτερη μελέτη και κατανόηση των δρωμένων σε μια σχολική τάξη είναι αναγκαίος ο διαχωρισμός ανάμεσα στις νόρμες που εμφανίζονται σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα (κοινωνικές) και τις νόρμες που εμφανίζονται αποκλειστικά στην τάξη των μαθηματικών (κοινωνικο – μαθηματικές) (Yackel & Cobb, 1996). Οι νόρμες αυτές επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές αλληλεπιδρούν τόσο μεταξύ τους όσο και με τον εκπαιδευτικό, κάτι που επηρεάζει όχι μόνο τα μαθηματικά που μαθαίνουν, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο τα μαθαίνουν (Yackel *et. al.*, 1990).

Ένα εξίσου βασικό εργαλείο ανάλυσης αποτελεί και η έννοια του *ρόλου*, ο οποίος συνδέεται με το σύνολο των προσδοκιών αναφορικά με την αναμενόμενη συμπεριφορά ενός ατόμου, το οποίο κατέχει μια θέση μέσα σε μια ομάδα (Biddle, 1979).

Επειδή κάθε συμμετέχοντας σε μια αλληλεπίδραση ρυθμίζει τη δράση του σύμφωνα με αυτό που ο ίδιος υποθέτει ότι είναι οι προσδοκίες και οι γνώσεις των άλλων συμμετεχόντων (Voigt, 1995), σημαντική φαίνεται να είναι η επίδραση που ασκούν οι εκπαιδευτικοί στην ερμηνεία ρόλων, καθώς μπορεί να προωθούν και αντίστοιχα να προσδοκούν συγκεκριμένους ρόλους (Webb, Nemer & Ing, 2006).

Η παρούσα εργασία επιχειρεί να μελετήσει την επίδραση που ασκεί ο εκπαιδευτικός στους μαθητές όσον αφορά τις νόρμες που υιοθετούν και τους ρόλους που ερμηνεύουν κατά τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση σε μικρές ομάδες.

Αποτελείται από δυο μέρη: το θεωρητικό και το ερευνητικό. Στο θεωρητικό μέρος γίνεται αναφορά στο ρόλο της γλώσσας στα μαθηματικά, στη θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης, καθώς και στη θεωρία ρόλου, ενώ στο ερευνητικό περιγράφεται η μεθοδολογία, ο σχεδιασμός και η υλοποίηση τόσο της πιλοτικής όσο και της τελικής έρευνας. Τέλος, αναλύονται τα αποτελέσματα της έρευνας και ερμηνεύονται στα πλαίσια της συζήτησης.

1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1 ΘΕΩΡΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Στις σύγχρονες θεωρήσεις που έχουν επηρεάσει τη μαθηματική εκπαίδευση, η κοινωνική διάσταση της κατασκευής της μαθηματικής γνώσης κυριαρχεί (Lave & Wenger, 1991· Lerman, 2000). Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη θέση, περισσότερα του ενός άτομα εμπλέκονται στην εν λόγω κατασκευή, σε μια κατάσταση αλληλεπίδρασης, το αποτέλεσμα της οποίας – γνώση – θεωρείται παρ' όλα αυτά ικανότητα του ατόμου (Muller Mirza & Perret – Clermont, 2009).

Ως αποτέλεσμα της αναγνώρισης της κοινωνικής διάστασης της κατασκευής της μαθηματικής γνώσης, βασικός προσανατολισμός της έρευνας αποτελεί η μελέτη της κοινωνικής αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται στη σχολική τάξη των Μαθηματικών και της σχέσης της αλληλεπίδρασης αυτής με τη μάθηση των Μαθηματικών (Bower, 2000). Σε αυτή την κατεύθυνση, ολόκληρο το περιβάλλον της μαθηματικής τάξης συνιστά μια μικρο-κοινότητα μέσα στην οποία λαμβάνει χώρα η μάθηση (Yackel & Cobb, 1996· Cobb *et. al.*, 1997· Cobb & Bauersfeld, 1995).

Στην καθημερινή σχολική πρακτική ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές κατασκευάζουν από κοινού τα χαρακτηριστικά της μικρο-κοινότητας τους μέσω των αλληλεπιδραστικών διαδικασιών που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Έτσι, εκπαιδευτικός και μαθητές διαμορφώνουν και υιοθετούν συμπεριφορές και στάσεις απέναντι στη μαθηματική γνώση, η οποία γίνεται αντιληπτή ως αντικείμενο διαπραγμάτευσης (Voigt, 1994, 1995).

Συγκρίνοντας διαφορετικές σχολικές τάξεις μπορούμε να αναγνωρίσουμε διαφορετικές μικρο-κοινότητες ανάλογα με τη δραστηριότητα των συμμετεχόντων. Από τη σκοπιά του ερευνητή, οι διαφορετικές μικρο-κοινότητες γίνονται παρατηρήσιμες μέσω τύπων αλληλεπίδρασης *(patterns of interaction)* που αναπτύσσονται στη σχολική πρακτική (Voigt, 1995). Οι τύποι κοινωνικής αλληλεπίδρασης αφορούν κανονικότητες, οι οποίες οικοδομούνται σταδιακά κατά την αλληλεπίδραση των μελών μιας τάξης και δεν είναι απαραίτητα σκόπιμες ή αναγνωρίσιμες από τους συμμετέχοντες στην αλληλεπίδραση. Το κάθε μέλος της τάξης εμπλέκεται «σιωπηρά» στη δημιουργία ενός τύπου αλληλεπίδρασης μέσα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της προσωπικότητάς του (ενδιαφέροντα, προσδοκίες, επιθυμίες, συνήθειες) (Bauersfeld, 1995).

Μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών έχουν καταγραφεί τρεις τύποι αλληλεπίδρασης οι οποίοι εμφανίζονται στη σχολική τάξη των μαθηματικών:

1] Ο τύπος της απαγγελίας *(recitation pattern),* ο οποίος περιλαμβάνει τρία στοιχεία: ερώτηση, απάντηση, αξιολόγηση *(IRE – style).* Ο εκπαιδευτικός θέτει μια ερώτηση, ο μαθητής απαντά, ενώ ο εκπαιδευτικός αξιολογεί την ορθότητα της απάντησης. Ο συγκεκριμένος τύπος αλληλεπίδρασης συνδέεται με την παραδοσιακή προσέγγιση στην οποία ο εκπαιδευτικός δε δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να εξηγήσει το σκεπτικό του (Καφούση & Χαβιάρης, 2013, σ. 75).

2] Ο εκμαιευτικός τύπος *(elicitation pattern)* κατά τον οποίο ο εκπαιδευτικός καθοδηγεί το παιδί μέσω μιας σειράς ερωτήσεων, μέχρι να του εκμαιεύσει τη σωστή απάντηση. Ωστόσο, στο συγκεκριμένο τύπο αλληλεπίδρασης η σκέψη των παιδιών παραμένει άγνωστη, καθώς δεν τους δίνεται η δυνατότητα να εξηγήσουν τον τρόπο με τον οποίο έφτασαν στις διάφορες απαντήσεις τους. Οι μαθητές περιορίζονται στο να δίνουν μονολεκτικές απαντήσεις και υποχρεώνονται να ακολουθούν τον τρόπο σκέψης του εκπαιδευτικού (Voigt, 1995).

3] Ο διαλογικός τύπος *(discussion pattern)*, ο οποίος παρατηρείται στις τάξεις που ακολουθούν τη διερευνητική προσέγγιση. Στον τύπο αυτό οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στην προσπάθεια να επικοινωνήσουν τις μαθηματικές τους λύσεις, δέχονται διευκρινιστικές ερωτήσεις και δίνουν εξηγήσεις. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται αντιληπτό σε όλα τα μέλη της μαθηματικής κοινότητας ότι κάνω Μαθηματικά σημαίνει διαπραγματεύομαι τις ιδέες μου στην κοινότητα της τάξης (Voigt, 1995).

Γίνεται αντιληπτό ότι η εκπαιδευτική διαδικασία που συντελείται στα πλαίσια της Μαθηματικής τάξης συνιστά μια επικοινωνιακή διαδικασία μέσα από την οποία προσεγγίζεται η γνώση, συνεπώς, προϋποθέτει κάποιου είδους επικοινωνία και μεταξύ των μαθητών. Πορίσματα ερευνών συνηγορούν ότι η αλληλεπίδραση που αναπτύσσεται μεταξύ των μαθητών έχει πολλαπλά οφέλη, καθώς τους οδηγεί σε υψηλότερα επίπεδα εμπλοκής, βελτιωμένες συμπεριφορές, αυξημένη μαθηματική επικοινωνία ενώ παράλληλα, παρέχει ενθάρρυνση και προκαλεί τη σκέψη τους (Leikin & Zaslavsky, 1997· Schoenfeld, 1989).

Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες με σκοπό την ολοκλήρωση ενός έργου εμπλέκονται σε δυο μορφές επίλυσης προβλήματος. Αρχικά, διαλέγονται με τους συμμαθητές τους προκειμένου να συντονίσουν τις ιδέες και τις προσπάθειες τους για την επίλυση του προβλήματος. Ταυτόχρονα, όμως, αναδύονται πρακτικά προβλήματα, όπως η πολυφωνία και ο πλουραλισμός των προτάσεων και απόψεων οι οποίες δε μπορούν να γίνουν όλες ταυτόχρονα αποδεκτές. Έτσι, για να είναι παραγωγική η μεταξύ τους εργασία απαιτείται η από κοινού επιλογή της λύσης ή του συνδυασμού των λύσεων που τελικά θα επικρατήσουν (Baker, 2009· Yackel, *et. al.*, 1990, p. 19).

Οι συζητήσεις που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης των μαθητών σε ομάδες συντελούν στην καλύτερη κατανόηση των μαθηματικών από τους μαθητές, καθώς τους επιτρέπουν να ελέγξουν τις ιδέες τους, να ακούσουν και να οικειοποιηθούν τις ιδέες των συμμαθητών τους, να διατυπώσουν με επιχειρήματα τη σκέψη τους, να διαχειριστούν προκλητικές καταστάσεις υπεράνω των δυνατοτήτων τους εξατομικευμένα και έτσι, να κατανοήσουν σε βάθος τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που διαπραγματεύονται (Cobb, 1995· Davidson, 1990· Dekker & Elshout - Mohr, 1998· Yackel & Cobb, 1996).

Η μάθηση σε μικρές ομάδες μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καλλιέργεια αποτελεσματικής μαθηματικής επικοινωνίας, επίλυσης προβλήματος, λογικής σκέψης και κατασκευής μαθηματικών συνδέσεων. Επιπλέον, μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις ηλικίες μαθητών, σε όλα τα επίπεδα αναλυτικού προγράμματος – από το δημοτικό ως το πανεπιστήμιο – και σε όλα τα θεματικά πεδία των μαθηματικών. Παράλληλα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πολλούς διαφορετικούς εκπαιδευτικούς σκοπούς: ενδεικτικά αναφέρονται η συζήτηση θεμάτων, η διερεύνηση και ανακάλυψη, η επίλυση ή σύνθεση προβλήματος, η απόδειξη θεωρήματος και η μαθηματική μοντελοποίηση (Davidson, 1990, p. 52).

Είναι λοιπόν εμφανές ότι η μαθηματική δραστηριότητα αναπτύσσεται μέσα από κοινωνικές διαδικασίες. Σύμφωνα με τη θεώρηση αυτή, η κοινωνική αλληλεπίδραση αποτελεί το θεμέλιο λίθο για την κατασκευή της μαθηματικής γνώσης - άποψη η οποία οδηγεί την έρευνα σε μια λεπτομερή ανάλυση των κοινωνικών μαθηματικών πρακτικών που αναπτύσσονται στη σχολική τάξη.

1.2 Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΓΛΩΣΣΑΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τα μαθηματικά ανέκαθεν είχαν μια ιδιαίτερη σχέση με τη γλώσσα. Για κάποιους τα μαθηματικά είναι γλώσσα, για άλλους είναι κάτι περισσότερο από γλώσσα, είναι ένας τρόπος σκέψης που ξεφεύγει από τις ασάφειες των ανθρώπων ή των γλωσσών που χρησιμοποιούν (Barwell, 2008).

Η μαθηματική εκπαίδευση είναι μια διαδικασία η οποία, ίσως περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο μάθημα, εξαρτάται από τη γλώσσα και αυτό γιατί, ξεκινάει και συνεχίζει με τη γλώσσα, προχωράει και σκοντάφτει εξαιτίας της γλώσσας και τα αποτελέσματα της συχνά αξιολογούνται μέσω της γλώσσας (Durkin, 1987). Η γλώσσα παρέχει τη δυνατότητα σε αφηρημένες μαθηματικές ιδέες να αποκτήσουν υπόσταση (Barwell, 2008), προσφέρει ευκαιρίες για αιτιολόγηση των απόψεων και των πληροφοριών που δίνονται (Mercer, 2000), επιτρέπει την περιγραφή και μοντελοποίηση καταστάσεων, τη λογική σκέψη, την τεκμηρίωση και στήριξη επιχειρημάτων και την επικοινωνία ιδεών με ακρίβεια (Κολέζα, 2009).

Για πολλές δεκαετίες το ενδιαφέρον των ερευνητών εστιαζόταν στη μελέτη της χρήσης της γλώσσας στη μαθηματική εκπαίδευση, ωστόσο, πρόσφατα έχει υπάρξει μια μετατόπιση στην εστίαση από τη γλώσσα στο μαθηματικό λόγο (Lerman, 2000). Ο λόγος (discourse) συνιστά μια ικανότητα η οποία πηγάζει από την κοινωνική ζωή και αποκτάται μέσω της μάθησης (Αθανασίου, 1993). Χρησιμοποιείται ως δηλωτικός κάθε επικοινωνιακής ενέργειας είτε λεκτικής είτε μη λεκτικής, είτε με άλλους είτε με τον εαυτό μας, σύγχρονα ή ασύγχρονα (Sfard & Kieran, 2001, p. 47). Ο όρος με την ευρύτερη σημασία του υποδηλώνει οτιδήποτε γραπτό, προφορικό ή μη λεκτικό διαμείβεται στη σχολική τάξη ή σε μια κοινότητα (Καφούση & Χαβιάρης, 2013).

Σχετίζεται με την ανταλλαγή νοημάτων και τους τρόπους ερμηνείας του πώς να συμπεριφέρεται κανείς σε κάθε στιγμή. Παράλληλα, έχει να κάνει και με τις κοινωνικές σχέσεις, όπως ποιος θα ζητήσει συμβουλή, ποιος θα ζητήσει ή θα κάνει προτάσεις, ποιος πρέπει να είναι στη διάθεση ποιου, ποιος χρειάζεται να ζητήσει άδεια, ποιος τη δίνει και ποιος την αρνείται, ποιος λέει τι είναι ή δεν είναι υποχρεωμένος να κάνει κάποιος, ποιος καθορίζει πότε είναι αναγκαία μια αιτιολόγηση ή ποιος εκφράζει τι είναι ή δεν είναι ικανός να κάνει κάποιος (Gorgorio & Planas, 2004).

Αποτελεί ένα εργαλείο μέσω του οποίου εξάγεται νόημα, διαμορφώνεται η συμμετοχή και γίνονται αντιληπτοί οι κανόνες και οι πρακτικές της κοινότητας μιας τάξης. Όσον αφορά τους κανόνες που τον ρυθμίζουν αυτοί ποικίλουν ανάλογα με το περιβάλλον, το περικείμενο ή το νόημα – ποιος μιλάει, τι συζητιέται και με ποιο σκοπό. Συνεπώς, ο λόγος αποτελεί κεντρικό χαρακτηριστικό της διδασκαλίας και της μάθησης, καθώς εκπαιδευτικός και μαθητές με τη χρήση του διαπραγματεύονται στην τάξη των μαθηματικών (Imm & Stylianou, 2012).

Από την οπτική των μαθητών, σκοπός του λόγου στην τάξη είναι να εξηγήσουν το σκεπτικό τους στους άλλους και επιπλέον, να τους προκαλέσουν και να διερωτηθούν για το σκεπτικό τους. Από την οπτική των εκπαιδευτικών, ο λόγος παρέχει μια επιπρόσθετη λειτουργία, αυτή του να δίνει πληροφορίες για την πρόοδο των μαθητών. Αυτές οι πληροφορίες είναι χρήσιμες τόσο για την αξιολόγηση των μαθητών εξατομικευμένα όσο και για τη λήψη διδακτικών αποφάσεων (Yackel, 1995).

Επειδή, όμως, η μάθηση είναι κοινωνική, υπάρχουν φορές στην τάξη που ο λόγος των μαθητών στρέφεται γύρω από αντικείμενα διαφορετικά των μαθηματικών και ειδικότερα, γύρω από ανθρώπους (τους εαυτούς τους ή άλλους). Ο λόγος γύρω από τους ανθρώπους (υποκειμενοποιητικός λόγος) μπορεί κάποιες φορές να εστιάζει σε αυτά που κάνουν ή πρέπει να κάνουν οι άνθρωποι. Για παράδειγμα, ένας μαθητής μπορεί να πει σε έναν άλλο να ησυχάσει ή μπορεί να ζητήσει βοήθεια. Ένας άλλος μαθητής μπορεί να περιγράψει την πρόοδο του στην επίλυση ενός προβλήματος σε μια προσπάθεια να το ελέγξει και να αποφασίσει για τα μετέπειτα βήματα του (Wood & Kalinec, 2011).

Τέλος, ο λόγος των μαθητών φαίνεται να επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από το λόγο που χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός. Οι Webb *et. al*., (2006) και Webb *et. al*., (2004) εφάρμοσαν ένα πρόγραμμα συνεργατικής μάθησης σε παραδοσιακές δασκαλο-κεντρικές τάξεις. Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν ήταν ότι η συμπεριφορά των μαθητών αντικατοπτρίζει σε μεγάλο βαθμό το λόγο που διαμορφώνεται και τις προσδοκίες που κοινοποιούνται από τον εκπαιδευτικό.

1.3 ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΜΒΟΛΙΚΗΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

Μια αντιπροσωπευτική προσέγγιση των σύγχρονων τάσεων στην έρευνα της Διδακτικής των Μαθηματικών είναι η θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης. Έχει τις ρίζες της μεταξύ άλλων στο έργο των George Herbert Mead και John Dewey, ενώ αναπτύχθηκε εκτενώς από τον Herbert Blumer. Θεωρείται η πιο γόνιμη προσέγγιση για τη μελέτη της συμπεριφοράς και η πιο κατάλληλη για την περιγραφή, ανάλυση και ερμηνεία των φαινομένων της παιδαγωγικής διαδικασίας της οποίας επίκεντρο είναι η πρόσωπο με πρόσωπο αλληλεπίδραση (Γκότοβος, 2002).

Η ανθρώπινη αλληλεπίδραση είναι βασικά συμβολική, δηλαδή συντελείται με τη χρήση συμβόλων. Είναι η χρήση συμβόλων που δίνει στον άνθρωπο τη δυνατότητα να αποκτά συνείδηση του εαυτού του και του περιβάλλοντος του. Το πιο σπουδαίο σύστημα συμβόλων είναι η γλώσσα. Κεντρικός άξονας της θεωρίας, όπως καταδεικνύει το όνομα της, είναι η κοινωνική αλληλεπίδραση η οποία πραγματοποιείται με τη βοήθεια συμβόλων (Γκότοβος, 2002) και αναπτύσσεται πάνω σε τρεις αλληλοεξαρτώμενους άξονες: το νόημα (*meaning*), τη γλώσσα (*language*) και τη σκέψη (*thought*).

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, οι άνθρωποι συμπεριφέρονται απέναντι στα πράγματα (με τον όρο αυτό εννοούνται φυσικά αντικείμενα, άλλοι άνθρωποι, κατηγορίες ανθρώπων, δραστηριότητες κ.λπ.) με βάση τη σημασία που έχουν αυτά για αυτούς. Η θεώρηση αυτή υπογραμμίζει τη σημαντική θέση που κατέχει το νόημα - το οποίο εντοπίζεται εκεί στο ίδιο το αντικείμενο - στη διαμόρφωση της συμπεριφοράς (Blumer, 1986). Η εξαγωγή νοήματος δεν αποτελεί μια αυτόνομη πράξη. Οι άνθρωποι είναι κοινωνικά όντα και το νόημα αναπτύσσεται μέσω της αλληλεπίδρασης με τους άλλους. Οι άνθρωποι που βρίσκονται σε επαφή με άλλους, που μοιράζονται μια κατάσταση επηρεάζονται ο ένας από τον άλλο στο πως ορίζουν μια κατάσταση. Μπορεί να βλέπουν τα πράγματα με παρόμοιο τρόπο (Voigt, 1995).

Έτσι, μια δεύτερη σημαντική θέση της θεωρίας είναι ότι το νόημα προκύπτει κατά τη διαδικασία της αλληλεπίδρασης μεταξύ των ανθρώπων και διαπραγματεύεται μέσω της χρήσης της γλώσσας (Blumer, 1986). Η αλληλεπίδραση είναι κάτι παραπάνω από μια ακολουθία δράσεων και αντιδράσεων. Κάθε συμμετέχοντας στην αλληλεπίδραση ρυθμίζει τη δράση του σε συνάρτηση με αυτό που ο ίδιος υποθέτει ότι είναι οι προσδοκίες και οι γνώσεις των άλλων συμμετεχόντων. Παράλληλα, ο αποδέκτης της δράσης την ερμηνεύει ανάλογα με αυτό που πιστεύει ότι είναι οι γνώσεις και οι προσδοκίες του υποκειμένου που ενεργεί (Voigt, 1994, 1995). Οι πράξεις, επομένως, κάθε ατόμου μορφοποιούνται εν μέρει όταν αλλάζει, εγκαταλείπει, διατηρεί ή αναθεωρεί τα σχέδια του βασιζόμενος στις δράσεις των άλλων. Σε αυτή την κατεύθυνση, η κοινωνική αλληλεπίδραση είναι μια διεργασία η οποία διαμορφώνει την ανθρώπινη συμπεριφορά, παρά απλά το περιβάλλον μέσα στο οποίο η τελευταία λαμβάνει χώρα (Yackel, 2001).

Η τρίτη και τελευταία θέση της θεωρίας αντιμετωπίζει τα νοήματα ως μορφοποιούμενα μέσω μιας ερμηνευτικής διαδικασίας η οποία χρησιμοποιείται από το εκάστοτε άτομο στην αντιμετώπιση των αντικειμένων που συναντά (Blumer, 1986). Εφαρμόζοντας τη θέση αυτή στην τάξη, τα αντικείμενα μιας μαθηματικής συζήτησης αντιμετωπίζονται ως ασαφή, διότι επιδέχονται ποικιλία ερμηνειών. Προκειμένου το υποκείμενο να δώσει νόημα σε ένα μαθηματικό αντικείμενο χρησιμοποιεί την προϋπάρχουσα γνώση του και δημιουργεί ένα πλαίσιο για την ερμηνεία του. Αυτή η ποικιλία των ερμηνειών για το ίδιο μαθηματικό αντικείμενο δημιουργεί ευκαιρίες μάθησης κατά την κοινωνική αλληλεπίδραση (Voigt, 1995).

Κατά τη διαδικασία της αλληλεπίδρασης οι συμμετέχοντες διαπραγματεύονται τα μαθηματικά τους νοήματα και προσπαθούν να φτάσουν σε μια συμφωνία σχετικά με το ποια αποτελέσματα και ποια επιχειρήματα θα θεωρηθούν ως μαθηματικές λύσεις και κατάλληλες μαθηματικές εξηγήσεις αντίστοιχα (Voigt, 1994, 1995).

Ο δάσκαλος και οι μαθητές δε «μοιράζονται» γνώση, αλλά τα μαθηματικά νοήματα που παράγονται μέσω της διαπραγμάτευσης θεωρούνται σαν να είναι κοινά *(taken as shared)*. Οι συμμετέχοντες αλληλεπιδρούν σα να ερμηνεύουν το μαθηματικό θέμα της συζήτησής τους με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αν και δε μπορούν πραγματικά να είναι σίγουροι ότι οι υποκειμενικές τους κατανοήσεις συμφωνούν με αυτές των άλλων συμμετεχόντων. Κανείς δε μπορεί να είναι σίγουρος ότι δύο άτομα σκέφτονται παρόμοια αν συνεργάζονται χωρίς συγκρούσεις και αν συμφωνούν σε τυπικές διαδικασίες ή προτάσεις (Voigt, 1994, 1995). Για τους υποστηρικτές αυτής της προσέγγισης η διαπραγμάτευση του νοήματος είναι ο διαμεσολαβητής ανάμεσα στη γνώση και την κουλτούρα.

Φυσικά, η θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης δεν είναι αρκετή για να κατανοήσουμε ως ολότητα τις διαδικασίες που διενεργούνται στην τάξη. Παρόλα αυτά, αποσαφηνίζει τη δυναμική και τις κανονικότητες της μικρο – κοινότητας της μαθηματικής τάξης εστιάζοντας την προσοχή της στη διαπραγμάτευση των μαθηματικών νοημάτων στα τοπικά γεγονότα της σχολικής ζωής (Voigt, 1995).

Λαμβάνοντας υπόψη τη θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης, ο Cobb και οι συνεργάτες του προκειμένου να αναλύσουν τις κανονικότητες της μαθηματικής τάξης εισήγαγαν τις έννοιες των κοινωνικών και κοινωνικο-μαθηματικών νορμών.

Σύμφωνα με τη Yackel (2001, 2004) η νόρμα είναι ένα κοινωνιολογικό κατασκεύασμα και αναφέρεται σε αντιλήψεις και ερμηνείες οι οποίες αποκτούν κανονιστικό χαρακτήρα ή θεωρούνται ότι είναι κοινές από μια ομάδα (ως αποτέλεσμα διαπραγμάτευσης). Έτσι, η νόρμα δεν συνιστά μια ατομική, αλλά μια συλλογική έννοια. Παρόλο που οι νόρμες μπορεί να αναπτυχθούν σε διάφορα περιβάλλοντα (συλλογικά, μικρή ομάδα, ανταλλαγές ενός προς έναν) η διαπραγμάτευση του νοήματος των σχολικών νορμών είναι ιδιαίτερα εμφανής κατά τη διάρκεια συζητήσεων με όλη την τάξη οι οποίες καθοδηγούνται από το δάσκαλο και στις οποίες συμμετέχουν ενεργά οι μαθητές (Yackel & Cobb, 1996). Σύμφωνα με το Blumer (1986) οι νόρμες υπόκεινται σε διαρκή αλλαγή και εξέλιξη με την πάροδο του χρόνου.

Ερευνητές από πολλαπλές προοπτικές συνέβαλαν στη μελέτη της έννοιας της νόρμας. Έτσι, οι νόρμες έχουν προσεγγιστεί από:

Α] κοινωνιολογική οπτική *(interactionism)* (Bauersfeld, 1995· Voigt, 1995) και την αναδυόμενη θεωρία *(emergent theory)* (Cobb & Yackel, 1996)

Β] επιστημολογική οπτική *(situated perspective)* (Brousseau, 1997) – διδακτικό συμβόλαιο

Γ] κοινωνικο-πολιτισμική οπτική *(socio-cultural perspective)* (Sfard, 2001· Gorgorio & Planas, 2005) – μετα-διαλογικοί κανόνες.

Σε μια σχολική τάξη, οι νόρμες αποτελούν συνηθισμένους τύπους συμπεριφοράς που επηρεάζουν τη φύση της μάθησης που λαμβάνει χώρα σε αυτές. Σε ορισμένες περιπτώσεις οι εκπαιδευτικοί μπορεί να προωθούν σκόπιμα συγκεκριμένους τύπους συμπεριφοράς, παρόλα αυτά οι νόρμες υπάρχουν ανεξάρτητα από το αν ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές είναι ενήμεροι για αυτές (Bauersfeld *et. al.*, 1988· Voigt 1998, όπ. αναφ. στο Van Zoest, Stockero & Taylor, 2012).

Δυο έννοιες οι οποίες διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην εγκατάσταση μιας νόρμας είναι οι προσδοκίες και οι υποχρεώσεις. Για κάποιους ερευνητές η προσδοκία ερμηνεύεται ως η ενέργεια του αναμένω κάτι από τους άλλους *(anticipation)*, ενώ για άλλους σημαίνει την αξία *(value)* ή το συναίσθημα *(feeling)* ή ακόμη και τις σκέψεις *(thoughts)* αναφορικά με τα συναισθήματα των άλλων. Είναι αναμενόμενο ότι διαφορετικά είδη προσδοκιών θα έχουν διαφορετικές επιπτώσεις σε μια συμπεριφορά (Biddle, 1979).

Για παράδειγμα ορισμένοι εκπαιδευτικοί έχει βρεθεί ότι απέναντι στις ίδιες ακριβώς περιστάσεις διαφοροποιούν τη συμπεριφορά τους ανάλογα με τις προσδοκίες που έχουν αναπτύξει για κάθε μαθητή ως προς (Good & Brophy, 1984· Brophy & Good, 1985, όπ. αναφ. στο Μπίκος, 2011, σ. 50):

Α] *την επιβράβευση ή την αποδοκιμασία*

Σαφής είναι η τάση τους να επιβραβεύουν με μεγαλύτερη συχνότητα τους καλούς μαθητές, όταν απαντούν σωστά, ενώ στην περίπτωση που η απάντηση είναι λανθασμένη η αποδοκιμασία δίνεται ευκολότερα στους αδύνατους μαθητές.

Β] *το χρόνο αναμονής και την παροχή βοήθειας*

Κατά τον ίδιο τρόπο φαίνεται να δείχνουν για τους καλύτερους μαθητές μεγαλύτερη υπομονή στο να τους επεξηγούν την ερώτηση. Εφόσον προκύπτουν δυσκολίες στην κατανόηση τους υποβοηθούν, ώστε να βρουν οι ίδιοι τη σωστή απάντηση, πολύ συχνότερα από ότι τους αδύνατους μαθητές.

Γ] *τη συχνότητα επικοινωνίας*

Έχει παρατηρηθεί ότι οι εκπαιδευτικοί τείνουν να επικοινωνούν συχνότερα με τους καλούς, παρά με τους αδύνατους μαθητές.

Απεναντίας, ο όρος υποχρέωση, σύμφωνα με το Voigt (1994), συνδέει τις διάφορες ρουτίνες της τάξης και ρυθμίζει τις ενέργειες του εκπαιδευτικού και των μαθητών. Ένας εκπαιδευτικός προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές να αντιληφθούν τόσο το δικό του ρόλο όσο και το δικό τους, πρέπει να εντείνει την αυθεντία του κατά τη διάρκεια μιας μαθηματικής διδασκαλίας. Αν αναμένει οι μαθητές να εκφράζουν με ειλικρίνεια τις υπάρχουσες αντιλήψεις τους για τα μαθηματικά, τότε είναι υποχρεωμένος να δέχεται τις εξηγήσεις τους, αντί να τις αξιολογεί σύμφωνα με τις επίσημα επικυρωμένες μεθόδους επίλυσης. Έτσι, ο εκπαιδευτικός έχει υποχρεώσεις προς τους μαθητές του, όπως ακριβώς και οι μαθητές του προς αυτόν. Αυτό το εξελισσόμενο, διαπλεκόμενο δίκτυο υποχρεώσεων και προσδοκιών είναι υπεράνω της συνειδητής επίγνωσης τόσο των μαθητών όσο και του εκπαιδευτικού, παρ’ όλα αυτά η σύνθεση του είναι αμοιβαία (Cobb, Wood & Yackel, 1991, σ. 164).

Οι νόρμες εδράζουν στις προσδοκίες και υποχρεώσεις που συντίθενται, καθώς οι συμμετέχοντες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους παρά σε κάποιους διατυπωμένους εκ των προτέρων *(a priori)* κανόνες που πρέπει να ακολουθήσουν οι μαθητές. Κάθε φορά, λοιπόν, που κάποιος ενεργεί σύμφωνα με μια προσδοκία, συνεισφέρει στην καθιέρωση της προσδοκίας αυτής ως κανονιστικής (Yackel, Rasmussen & King, 2000).

Με την έναρξη της σχολικής χρονιάς πραγματοποιείται και η αρχική διαπραγμάτευση των υποχρεώσεων και των προσδοκιών από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές κάτι που καθιστά δυνατή την ομαλή λειτουργία της σχολικής τάξης για το υπόλοιπο της σχολικής χρονιάς. Δυο επιμέρους κατηγορίες νορμών που συνδέονται με το δίκτυο των υποχρεώσεων και των προσδοκιών που αναπτύσσουν τα μέλη μιας τάξης κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών είναι και οι κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες.

1.3.1 ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΝΟΡΜΕΣ

Οι κοινωνικές νόρμες συνιστούν ένα σύνολο γενικών προσδοκιών και υποχρεώσεων που αφορούν τη λειτουργία μιας τάξης. Χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά των μελών σε διάφορους τομείς και όχι σε κάποιο συγκεκριμένο αντικείμενο. Επιπλέον, αποτελούν ένα σύνολο αρχών και κανόνων συνύπαρξης που έχουν συμφωνηθεί από κοινού μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών και επομένως, συνθέτουν τη δομή συμμετοχής σε μια τάξη. Παράλληλα, καθοδηγούν την κοινωνική συμπεριφορά των συμμετεχόντων μελών και κατευθύνουν τους τύπους αλληλεπίδρασης που αναπτύσσονται μεταξύ τους (Cobb & Bauersfeld, 1995· Yackel & Cobb, 1996).

Βασικό τους γνώρισμα είναι ότι εγκαθιδρύονται μέσω της κοινωνικής αλληλεπίδρασης, η οποία πραγματοποιείται στο πλαίσιο της διαπραγμάτευσης και επαναδιαπραγμάτευσης των ιδεών. Παρ’ όλα αυτά, αναφέρονται σε εκείνα τα χαρακτηριστικά των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων της τάξης τα οποία γίνονται κανονιστικά. Κάθε τάξη - από την πιο παραδοσιακή μέχρι την πιο διερευνητική - έχει κοινωνικές νόρμες οι οποίες είναι λειτουργικές για τη συγκεκριμένη τάξη. Δεν είναι η παρουσία ή η απουσία των κοινωνικών νορμών που διαφοροποιεί τη μια τάξη από την άλλη, αλλά η φύση τους (Yackel & Cobb, 1996· Yackel, Rasmussen & King, 2000).

Μια συνηθισμένη κοινωνική νόρμα μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών είναι το να σηκώνει ένας μαθητής το χέρι του όταν έχει μια ερώτηση προκειμένου να τραβήξει την προσοχή του εκπαιδευτικού. Άλλα παραδείγματα κοινωνικών νορμών που έχουν παρατηρηθεί ότι κάνουν την εμφάνιση τους στη δραστηριότητα μικρών ομάδων αποτελούν η επιμονή στην επίλυση ενός απαιτητικού προβλήματος, η εξήγηση της λύσης σε κάποιο συμμαθητή ή στο διπλανό, η ακρόαση και η προσπάθεια κατανόησης της εξήγησης ενός συμμαθητή ή του διπλανού, η προσπάθεια επίτευξης συμφωνίας σε μια απάντηση ή σε μια διαδικασία επίλυσης σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η σύγκρουση μεταξύ των ερμηνειών ή των λύσεων είναι έκδηλη (Cobb & Bauersfeld, 1995, σ. 22).

Στον αντίποδα, κοινωνικές νόρμες που εμφανίζονται στις συζητήσεις με όλη την τάξη, αποτελούν η εξήγηση και αιτιολόγηση των λύσεων, η προσπάθεια κατανόησης των εξηγήσεων που δίνονται από τους άλλους, η ένδειξη συμφωνίας ή διαφωνίας και η αμφισβήτηση εναλλακτικών λύσεων σε περιπτώσεις στις οποίες η σύγκρουση μεταξύ ερμηνειών και λύσεων είναι εμφανής (Cobb & Bauersfeld, 1995, σ. 22).

Κάποιες κοινωνικές νόρμες όπως: η υποχρέωση των μαθητών να εξηγούν και να δικαιολογούν τις απόψεις τους ανεξάρτητα από την ορθότητά τους ή να εργάζονται από κοινού και να μοιράζονται την ευθύνη των ενεργειών τους έχουν συνδεθεί με τη δημιουργία θετικών συναισθημάτων στα Μαθηματικά.

Αντίθετα, νόρμες όπως: η υποχρέωση των μαθητών να εφαρμόζουν τους κανόνες που έχει παρουσιάσει ο δάσκαλος ή η υποχρέωση του δασκάλου να αξιολογεί την ορθότητα μιας λύσης, θεωρούνται πηγές δημιουργίας αρνητικών στάσεων, απόψεων και αντιδράσεων για τα Μαθηματικά (Cobb, Wood & Yackel, 1991).

1.3.2 ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΝΟΡΜΕΣ

Η κατανόηση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών επιβάλλει το διαχωρισμό ανάμεσα στις νόρμες της τάξης που συναντάμε σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα και στις νόρμες που είναι ειδικές της τάξης των μαθηματικών: τις κοινωνικο – μαθηματικές. Οι νόρμες αυτές συνιστούν κανονιστικές πτυχές των μαθηματικών συζητήσεων και διακρίνονται από τις κοινωνικές νόρμες μιας τάξης ως προς το ότι είναι συγκεκριμένες με τη μαθηματική δραστηριότητα των μαθητών (Voigt, 1995· Yackel & Cobb, 1996).

Θεωρούνται περισσότερο αξίες που διευκολύνουν τις προσπάθειες των μαθητών να κατευθύνουν τις δραστηριότητες τους σε ένα περιβάλλον που παρέχει σχετική ελευθερία στην ερμηνεία και επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και όχι υποχρεώσεις που πρέπει να εκπληρώσουν οι μαθητές (Voigt, 1995). Συνεπώς, υπαγορεύουν ποιες πρακτικές συμμετοχής και ερμηνείας θεωρούνται κατάλληλες ή σωστές στο μάθημα των μαθηματικών και ακόμη πιο σημαντικά, ποιες πρακτικές θεωρούνται ακατάλληλες ή λανθασμένες και από ποιον. Η θεώρηση αυτή έχει οδηγήσει τους ερευνητές να αναγνωρίσουν ότι σε όλα τα περιβάλλοντα διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών υφίστανται αποδεκτοί και μη αποδεκτοί τρόποι δράσης, συλλογισμού, συμπεριφοράς, επικοινωνίας.

Ένα βασικό τους γνώρισμα είναι ότι αποτελούν εγγενή χαρακτηριστικά της μικρο – κοινότητας της μαθηματικής σχολικής τάξης και όχι προκαθορισμένα κριτήρια τα οποία εισάγονται στην τάξη από εξωτερικούς παράγοντες. Συνεπώς, υφίστανται μια διαρκή διαμόρφωση και τροποποίηση από τους μαθητές και τον εκπαιδευτικό μέσω των καθημερινών αλληλεπιδράσεων τους. Έτσι, μπορεί να διαφέρουν σημαντικά από τάξη σε τάξη (Yackel & Cobb, 1996).

Στην κατηγορία αυτή σύμφωνα με τους Yackel & Cobb (1996) ανήκουν θέματα που αφορούν: τι συνιστά μια μαθηματική λύση ως διαφορετική (different), εκλεπτυσμένη (sophisticated), αποτελεσματική (efficient), πότε μια μαθηματική λύση αξιολογείται ως κατάλληλη (elegant). Η διαφορετικότητα, η ελκυστικότητα και η αποτελεσματικότητα μιας λύσης χαρακτηρίζει την ***ίδια*** τη λύση, ενώ η αξιολόγηση μιας λύσης ως κατάλληλης αφορά τη ***διαδικασία*** με την οποία κατασκευάστηκε και αιτιολογήθηκε.

Αν μια νόρμα της κοινωνικής αλληλεπίδρασης διαπραγματεύεται και ερμηνεύεται στα πλαίσια του μαθηματικού νοήματος θα πρέπει να ενταχθεί στα πλαίσια των κοινωνικο-μαθηματικών νορμών. Αυτό οδήγησε τους Mottier Lopez & Allal (2007, σ. 254) στη χρήση του όρου κοινωνικο – μαθηματική νόρμα αρχικά σε ένα πιο ευρύ πλαίσιο από αυτό του Cobb και των συνεργατών του και στη συνέχεια στην κατάταξη των κοινωνικο – μαθηματικών νορμών σε δυο γενικότερες κατηγορίες νορμών που σκιαγραφούνται συνοπτικά στις εξής:

1] *κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες αναφορικά με την επίλυση προβλήματος*: αυτές οι νόρμες αφορούν προσδοκίες σχετικά με τον τρόπο επίλυσης των προβλημάτων σε οποιοδήποτε περιβάλλον (ατομικό έργο, σε μικρή ομάδα, συζήτηση με όλη την τάξη). Για παράδειγμα, να δοκιμάσουν οι μαθητές διάφορες διαδικασίες, να διαχωρίσουν τα δεδομένα από τα ζητούμενα, να επαληθεύσουν τα αποτελέσματα.

2] *κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες αναφορικά με κοινές δραστηριότητες επίλυσης προβλήματος:* αυτές οι νόρμες αφορούν τις αναμενόμενες μορφές κοινωνικής αλληλεπίδρασης που είναι πιθανό να προωθήσουν την παραγωγική δραστηριότητα επίλυσης προβλήματος.

- Σε μικρές ομάδες εργασίας: να εξηγήσεις στο διπλανό σου τι καταλαβαίνεις και τι όχι σχετικά με το πρόβλημα, να θέσεις στο διπλανό σου ερωτήσεις σχετικά με τη δική του διαδικασία επίλυσης του προβλήματος.
- Σε συζητήσεις με όλη την τάξη: να εξηγήσεις τη διαδικασία επίλυσης βήμα – βήμα, να εκφράσεις μια γνώμη για τη σχετικότητα της διαδικασίας ενός άλλου μαθητή (όταν είναι πιθανό να οδηγήσει σε μια λύση).

Όλες αυτές οι κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες συνδέονται στενά με τη διαπραγμάτευση του νοήματος σχετικά με το τι θεωρείται διαδικασία επίλυσης προβλήματος, ποια συνιστά αποδεκτή διαδικασία, σχετική διαδικασία, αποτελεσματική διαδικασία κ.λπ.

Οι κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες διακρίνονται από τις κοινωνικές ως προς τις λειτουργίες που επιτελούν. Η αντίληψη, λοιπόν, ότι οι μαθητές αναμένεται να εξηγήσουν τις λύσεις τους και τον τρόπο σκέψης τους είναι μια κοινωνική νόρμα, ενώ απεναντίας, η αντίληψη του τι θεωρείται αποδεκτή μαθηματική εξήγηση είναι μια κοινωνικο – μαθηματική νόρμα. Όμοια, η αντίληψη ότι όταν οι μαθητές συζητάνε για ένα πρόβλημα θα πρέπει να παραθέσουν διαφορετικές λύσεις από αυτές που ήδη έχουν προταθεί είναι μια κοινωνική νόρμα, απεναντίας, η αντίληψη του τι συνιστά το μαθηματικά διαφορετικό αποτελεί μια κοινωνικο – μαθηματική νόρμα (Yackel & Cobb, 1996).

Κάποιες κοινωνικές νόρμες διαθέτουν μια αντίστοιχη κοινωνικο – μαθηματική νόρμα. Έτσι, για παράδειγμα, αντίστοιχη της κοινωνικής νόρμας που υπαγορεύει ότι οι μαθητές θα πρέπει να εξηγούν τη μέθοδο επίλυσης που ακολούθησαν είναι η κοινωνικο – μαθηματική νόρμα του τι συνιστά μαθηματικά αποδεκτή εξήγηση, ενώ αντίστοιχη αυτής της προσφοράς διαφορετικών λύσεων από τους μαθητές αποτελεί η κοινωνικο – μαθηματική νόρμα του τι συνιστά μια μαθηματικά διαφορετική λύση.

Το τι καθίσταται ως μαθηματικά κανονιστικό σε μια τάξη υπαγορεύεται από τις υπάρχουσες αντιλήψεις, πεποιθήσεις, παραδοχές και τους υπάρχοντες στόχους των συμμετεχόντων σε μια τάξη. Ταυτόχρονα, αυτοί οι στόχοι και κυρίως οι αντιλήψεις επηρεάζονται από ότι νομιμοποιείται ως αποδεκτή μαθηματική δραστηριότητα (Yackel & Cobb, 1996).

Με την έννοια αυτή, θεωρούμε ότι οι κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες δεν σχετίζονται απλά αναστοχαστικά με τους στόχους και τις πεποιθήσεις που αφορούν τη μαθηματική δραστηριότητα και μάθηση, αλλά συντίθενται και υπαγορεύονται από κοινού. Κυριολεκτικά η μια έννοια δεν υφίσταται δίχως την άλλη (Yackel, Rasmussen & King, 2000). Για παράδειγμα, η νόρμα της εξήγησης της λύσης ή των διαδικασιών δε μπορεί να διαχωριστεί από την αντίληψη (που έχει διαπραγματευτεί από κοινού) του τι συνιστά μια λύση ή διαδικασία, όπως επίσης και η νόρμα της πρότασης μιας διαφορετικής λύσης δε μπορεί να λειτουργήσει χωρίς την αντίληψη (που έχει διαπραγματευτεί από κοινού του) του τι συνιστά το μαθηματικά διαφορετικό.

Στις περισσότερες μαθηματικές τάξεις δεν υφίστανται προκαθορισμένα κριτήρια για το τι σημαίνει παραδείγματος χάρη διαφορετική λύση σε ένα μαθηματικό πρόβλημα. Η σημασία του μαθηματικά διαφορετικού διαπραγματεύεται από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές/τριες του μέσω της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Παραδείγματος χάρη, ένας εκπαιδευτικός που δεν έχει προηγούμενη εμπειρία στο να ζητάει από τους μαθητές του να παράγουν τις δικές τους μεθόδους επίλυσης (ή να εξηγήσουν το σκεπτικό τους) και ως εκ τούτου δεν υφίστανται προκαθορισμένα κριτήρια όσον αφορά την επίλυση (και την εξήγηση) οδηγεί τους μαθητές στο να προσφέρουν μεθόδους επίλυσης και να εξηγήσουν χωρίς να γνωρίζουν εκ των προτέρων πώς οι πράξεις τους αυτές μπορεί να αντιμετωπιστούν. Κατά συνέπεια, ανταποκρινόμενοι στο αίτημα του εκπαιδευτικού για παρουσίαση μιας διαφορετικής λύσης (ή για αιτιολόγηση) οι μαθητές ουσιαστικά μαθαίνουν τι σημαίνει το μαθηματικά διαφορετικό και συγχρόνως βοηθούν στη σύσταση του μαθηματικά διαφορετικού στην τάξη τους (Yackel & Cobb, 1996, p. 462). Έτσι, ενώ τυπικά ο εκπαιδευτικός είναι αυτός ο οποίος ξεκινά τη σύνθεση των νορμών, όλοι οι συμμετέχοντες στην αλληλεπίδραση συνεισφέρουν στην εν εξελίξει διαπραγμάτευση.

Η αντίδραση του εκπαιδευτικού στις λύσεις των μαθητών μπορεί να ερμηνευθεί ως ένας σιωπηρός δείκτης για το πώς αποτιμάται η λύση τους από μαθηματικής πλευράς (Yackel & Cobb, 1996). Οι μαθητές μπορεί να αναπτύξουν μια αίσθηση των προσδοκιών του εκπαιδευτικού για τη μάθηση τους χωρίς να αισθάνονται υποχρεωμένοι να μιμηθούν λύσεις οι οποίες μπορεί να είναι υπεράνω των εννοιολογικών τους δυνατοτήτων (Voigt, 1995).

Οι κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες μπορεί να εισαχθούν τόσο από εκπαιδευτικούς (Yackel & Cobb, 1996· Yackel, Rasmussen & King, 2000) όσο και από μαθητές δίχως την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού (Hershkowitz & Schwarz, 1999). Μόλις, όμως, εισαχθούν, τίθενται υπό διαπραγμάτευση και επαναδιαπραγμάτευση από τους διάφορους συμμετέχοντες της τάξης. Η διαδικασία της διαπραγμάτευσης συχνά επιτρέπει στην προσδοκία, η οποία είναι ενσωματωμένη μέσα στην κοινωνικο – μαθηματική νόρμα, να καταστεί σαφής και κατανοητή, όπως αυτή ερμηνεύεται τόσο από τον εκπαιδευτικό όσο και από τους μαθητές, έτσι ώστε να υπάρχει γνήσια συμφωνία. Η διαπραγμάτευση των κοινωνικο-μαθηματικών νορμών δημιουργεί ευκαιρίες μάθησης τόσο για τους εκπαιδευτικούς όσο και για τους μαθητές.

Σε γενικές γραμμές, έχει διαπιστωθεί ότι η σκόπιμη προώθηση παραγωγικών νορμών, ιδιαίτερα κοινωνικο-μαθηματικών νορμών, μπορεί να βελτιώσει τη μάθηση των μαθηματικών σε οποιοδήποτε επίπεδο – από το δημοτικό (Mottier Lopez & Allal, 2007) μέχρι το πανεπιστήμιο (Stylianou & Blanton, 2002). Για παράδειγμα, οι Tatsis & Koleza σε έρευνα τους το 2008 βρήκαν νόρμες που σχετίζονται με συγκεκριμένες πτυχές των προβλημάτων που τέθηκαν. Μάλιστα, οι περισσότερες από αυτές τις νόρμες, μόλις εγκατασταθούν, φάνηκε να ενισχύουν τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος.

Η έννοια των νορμών είναι σημαντική και για την αποσαφήνιση του ρόλου του εκπαιδευτικού ως εκπροσώπου της μαθηματικής κοινότητας. Η ανάλυση τους καταδεικνύει τον κεντρικό ρόλο που κατέχει ο εκπαιδευτικός στην εγκαθίδρυση της μαθηματικής ποιότητας του περιβάλλοντος της σχολικής τάξης και στη διαμόρφωση της κανονιστικής συμπεριφοράς (Hershkowitz & Schwarz, 1999· Yackel & Cobb, 1996). Όταν οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά στο σχολείο το κάνουν σε μια τάξη στην οποία έχουν εγκατασταθεί είτε άμεσα είτε έμμεσα ορισμένες νόρμες. Οι εν λόγω νόρμες επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές αλληλεπιδρούν τόσο με τον εκπαιδευτικό όσο και μεταξύ τους, ενέργεια η οποία με τη σειρά της επηρεάζει όχι μόνο τα μαθηματικά που μαθαίνουν, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο τα μαθαίνουν (Yackel *et. al.*, 1990).

1.3.3 ΕΞΗΓΗΣΗ

Μια έννοια η οποία συνδέεται στενά με τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες είναι αυτή της εξήγησης. Αποτελεί μια διαδικασία επικοινωνίας με την οποία ένα άτομο προσπαθεί να παράγει κατανόηση σε κάποιο άλλο απαντώντας μια ερώτηση η οποία μπορεί να είναι είτε έκδηλη είτε άδηλη (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2006). Περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα δηλώσεων οι οποίες εξηγούν το *γιατί* (π.χ. το συλλογισμό και την απόδειξη), το *πώς* (π.χ. περιγράφουν μια διαδικασία) και επιπλέον, το *σκεπτικό* κάποιου (Esmonde, 2009).

Ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές παρέχουν μαθηματικές εξηγήσεις προκειμένου να διευκρινίσουν πτυχές του μαθηματικού τους συλλογισμού που θεωρούν ότι μπορεί να μην είναι τόσο έκδηλες στους άλλους. Κατά συνέπεια, αυτό που προσφέρεται ως εξήγηση είναι σχετικό με τις αντιληπτές προσδοκίες των άλλων (Yackel & Cobb, 1996· Yackel, 2001, 2004).

Στη βιβλιογραφία συναντάμε διάφορους τρόπους κατηγοριοποίησης των εξηγήσεων που χρησιμοποιούνται στη σχολική τάξη. Κάποιοι ερευνητές τις κατατάσσουν σε τυπικές *(formal)* – ακριβέστατα επιχειρήματα που βασίζονται σε μαθηματικούς ορισμούς και θεωρήματα και άτυπες *(informal)* – μη ακριβή επιχειρήματα, εικασίες και διαισθήσεις (Raman, 2002, σ. 135). Συνοπτικά, στην πρώτη κατηγορία κατατάσσονται οι εξηγήσεις που αποτελούνται από περισσότερο συμβολικές αναπαραστάσεις, ενώ στη δεύτερη οι εξηγήσεις που βασίζονται στην άτυπη γνώση που κατέχουν οι μαθητές από αυθεντικές τους εμπειρίες (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2006).

Κάποιοι άλλοι ερευνητές τις κατατάσσουν σε υπολογιστικές *(calculational)* – περιγράφουν την πορεία, τη διαδικασία ή τα βήματα που ακολουθούνται για την επίλυση ενός προβλήματος και σε εννοιολογικές *(conceptual)* – περιγράφουν τη λογική των βημάτων, τα οποία συνδέουν τη διαδικασία με την εννοιολογική γνώση του μαθητή (Bowers & Doerr, 2001).

Διαφορετικά είδη εξηγήσεων μπορεί να δίνονται και να γίνονται αποδεκτά ανάλογα με το ποιος δίνει την εξήγηση, σε ποιον απευθύνεται και κάτω από ποιες συνθήκες οι εξηγήσεις είναι δικαιολογημένες. Παράλληλα, διαφορετικά είδη εξηγήσεων θεωρούνται κατάλληλα και για μαθητές διαφορετικών ηλικιών. Σύμφωνα με ψυχολογικές και αναπτυξιακές προσεγγίσεις, οι πρακτικές εξηγήσεις *(practically – based explanations)* είναι αυτές οι οποίες πρέπει να υπερισχύουν στο Δημοτικό σχολείο (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2006).

Οι σχολικές νόρμες οι οποίες συνδέονται με τη μαθηματική εξήγηση μπορεί να είναι τόσο κοινωνικές όσο και κοινωνικο – μαθηματικές στη φύση τους (Yackel & Cobb, 1996· Yackel, 2001, 2004). Οι κοινωνικές νόρμες θεωρούνται καθοδηγητικές της ανάγκης για εξήγηση σε αντίθεση με τις κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες οι οποίες θεωρούνται υπαγορευτικές του τι συνιστά αποδεκτή εξήγηση και με τον όρο αποδεκτή εξήγηση εννοείται η εξήγηση η οποία αναμένεται και προτιμάται από τους συμμετέχοντες μιας σχολικής κοινότητας (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2006).

Κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες, όπως τι συνιστά μια αποδεκτή μαθηματική εξήγηση και αιτιολόγηση εγκαθίστανται σε όλες τις τάξεις ανεξάρτητα από τη διδακτική παράδοση. Ωστόσο, έρευνα των Partanen & Kaasila (2014) σε μια τάξη που ακολούθησε τη διερευνητική προσέγγιση βρήκε ότι νέες κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες έπρεπε να παραχθούν και ήδη υπάρχουσες να επαναδιαπραγματευτούν.

Ορισμένοι μαθητές τείνουν να διατηρούν τις προσωπικές τους προτιμήσεις για διαφορετικά είδη εξηγήσεων παρά τις διαφορετικές κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που προωθούνται από τον εκπαιδευτικό και παρατηρούνται στην τάξη τους. Έχει βρεθεί ότι οι νόρμες που εγκρίνει ο εκπαιδευτικός *(endorsed norms)*, οι νόρμες που είναι σε ισχύ *(enacted norms)* και οι νόρμες που αντιλαμβάνεται ο μαθητής *(perceived norms)* μπορεί να είναι διαφορετικές ακόμη και στα πλαίσια της ίδιας τάξης (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2006· Levenson, Tirosh & Tsamir, 2009).

Οι εκπαιδευτικοί πολύ συχνά υποθέτουν ότι μόλις εγκατασταθούν οι κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες, οι μαθητές είναι όλοι σύμφωνοι. Κάτι τέτοιο, βέβαια, μπορεί να μην ισχύει πάντοτε. Για το λόγο αυτό, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τις προτιμήσεις των μαθητών, όταν εισάγουν τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες.

1.4 ΘΕΩΡΙΑ ΡΟΛΟΥ

Σε κάθε αλληλεπίδραση οι μετέχοντες εμπλέκονται σε μια διαδικασία συνεχούς ερμηνείας των ενεργειών των συνομιλητών τους και συγκροτούν τις μορφές δράσης τους ή αλλιώς, ερμηνεύουν κάποιους ρόλους (Μπίκος, 2011· Tatsis & Koleza, 2006). Ο ρόλος αποτελεί τη συμπεριφορά που εκδηλώνει κάποιο άτομο ως κάτοχος μιας συγκεκριμένης κοινωνικής θέσης ανταποκρινόμενος στις κοινωνικές προσδοκίες σχετικά με τη συμπεριφορά που αρμόζει σε αυτό το ρόλο και τη θέση (Fend, 1989, όπ. αναφ. στο Μπίκος, 2004). Η ανάλυση των ρόλων αποτελεί αντικείμενο της θεωρίας ρόλου *(role theory)* η οποία κατέχει κεντρική θέση στη θεωρία της συμβολικής αλληλεπίδρασης.

Μια βασική έννοια για τη θεωρία ρόλου είναι η κοινωνική θέση ή αλλιώς το στάτους. Η κοινωνική θέση είναι μια ταυτότητα η οποία προσδιορίζει ένα κοινώς αναγνωρισμένο σύνολο ατόμων. Ο επαγγελματίας αθλητής, ο γιατρός, ο εκπαιδευτικός, ο επιστάτης, η γιαγιά, ο κρατούμενος κ.λπ. αποτελούν παραδείγματα τέτοιων κοινώς αναγνωρισμένων συνόλων. Καθένας τους κατέχει κάποια κοινωνική θέση και παράλληλα, συμπεριφέρεται με χαρακτηριστικό τρόπο. Ο γιατρός συνταγογραφεί, ο επιστάτης καθαρίζει, ο εκπαιδευτικός κάνει μάθημα. Έτσι, ο καθένας επιδεικνύει ένα χαρακτηριστικό ρόλο (Biddle, 1979).

Ουσιαστική παραδοχή της θεωρίας ρόλου είναι ότι οι άνθρωποι κατέχουν κάποιες κοινωνικές θέσεις και τρέφουν κάποιες προσδοκίες τόσο για τη δική τους συμπεριφορά όσο και για των άλλων. Με άλλα λόγια, ο ρόλος επηρεάζεται από το διαμοιρασμό των προσδοκιών αναφορικά με τη συμπεριφορά που αναμένεται από αυτόν, δηλαδή, μερικοί από αυτούς που ερμηνεύουν κάποιο ρόλο παρακινούνται να το κάνουν, επειδή μαθαίνουν τι συμπεριφορές αναμένονται από αυτούς, ενώ μερικοί άλλοι παρακινούνται μέσω των δικών τους προσδοκιών (Biddle, 1979).

Μια εξίσου σημαντική με τις προηγούμενες έννοια αποτελεί και η έννοια του προσώπου *(face)*. Με τον όρο αυτό υποδηλώνεται μια εικόνα του εαυτού η οποία οριοθετείται με όρους αποδεκτών κοινωνικών χαρακτηριστικών. Αποτελεί τη θετική κοινωνική αξία που κάποιος ισχυρίζεται σε αποτελεσματικό βαθμό για τον εαυτό του από τη γραμμή που οι άλλοι θεωρούν ότι ακολουθεί κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης (Goffman, 1972). Κάθε ενέργεια συνεπώς, μπορεί να ταξινομηθεί σε σχέση με την επίπτωση που έχει στο πρόσωπο του ενεργούντος ή αυτού που δέχεται την ενέργεια. Με την ερμηνεία του ρόλου του, το άτομο προσβλέπει, κυρίως, στη διατήρηση του προσώπου του (Τάτσης, 2005).

Σημαντική φαίνεται να είναι η επίδραση που ασκούν οι εκπαιδευτικοί στην ερμηνεία ρόλων. Ευρήματα έρευνας των Webb, Nemer & Ing (2006) υποδεικνύουν ότι οι εκπαιδευτικοί μέσω του λόγου που χρησιμοποιούν σε όλη την τάξη είναι δυνατόν να προσδοκούν και να προωθούν συγκεκριμένους ρόλους τους οποίους οι μαθητές φαίνεται να ασπάζονται και να ερμηνεύουν και οι ίδιοι στις μεταξύ τους ενέργειες σε μικρές ομάδες. Πιο συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί φάνηκε να προωθούν ένα μοτίβο αλληλεπίδρασης το οποίο περιλαμβάνει δυο κυρίαρχους ρόλους: αυτόν του εκπαιδευτικού – βοηθού και αυτόν του μαθητή – αναζητητή βοήθειας.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού – βοηθού *(help – giver)* συνοπτικά περιλάμβανε τα εξής:

- ανάληψη της κύριας ευθύνης για την επίλυση ενός προβλήματος
- έλεγχος ακρίβειας απαντήσεων μεμονωμένων μαθητών ή ομάδων είτε το ζητούν είτε όχι
- παροχή βοήθειας σε μια ομάδα η οποία δε μπορεί να συμφωνήσει στη σωστή απάντηση ή σε έναν ή περισσότερους μαθητές οι οποίοι εμφανώς δυσκολεύονται

Οι εκπαιδευτικοί σχεδόν ποτέ σε όλη την τάξη και σπάνια στις επισκέψεις στις μικρές ομάδες ζητούν από τους μαθητές να εξηγήσουν ή να περιγράψουν με ποιο τρόπο έφτασαν στις απαντήσεις τους. Η φύση και η διάρκεια των αλληλεπιδράσεων στις μικρές ομάδες ποικίλει σημαντικά και κυμαίνεται από απλές δηλώσεις (π.χ. υπενθύμιση στις ομάδες για αντιπαραβολή απαντήσεων) σε εκτεταμένα επεισόδια βοήθειας διάρκειας λίγων λεπτών ή και περισσότερο και μπορεί να αφορά θέματα περιεχομένου ή διαχειριστικά.

Απεναντίας, ο ρόλος του μαθητή - αναζητητή βοήθειας *(help - seeker)* περιλαμβάνει τα εξής:

- παθητικός αποδέκτης ερωτήσεων
- παροχή απαντήσεων από αποτελέσματα συγκεκριμένων μαθηματικών υπολογισμών
- αναζήτηση βοήθειας όταν υπάρχει δυσκολία

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο ρόλος δεν αποτελεί μια μεμονωμένη οντότητα. Θα πρέπει να εξετάζεται σε σχέση με κάποιον άλλο ρόλο και πάντοτε εντός ενός συγκεκριμένου πλαισίου. Για παράδειγμα, ο ρόλος ενός εκπαιδευτικού που καθοδηγεί τη συζήτηση σε μια τάξη δε μπορεί να μελετηθεί χωρίς να ληφθούν υπόψη οι ρόλοι των μαθητών που συμμετέχουν ή τα χαρακτηριστικά της τάξης και του γενικότερου κοινωνικού περικειμένου (Tatsis & Koleza, 2006).

Κάθε άτομο ερμηνεύοντας κάποιο ρόλο χρησιμοποιεί συγκεκριμένες στρατηγικές. Παραγωγικοί ρόλοι περιλαμβάνουν αυτούς του (Chiu, 2000, p. 28):

- συντονιστή *(facilitator)*, ο οποίος προσκαλεί τη συμμετοχή και των υπόλοιπων, ελέγχει την πρόοδο της ομάδας και προωθεί την αρμονία της ομάδας (μετριάζοντας τις συγκρούσεις, χτίζοντας συμβιβασμούς κ.λπ.).
- προτείνοντα *(proposer)*, ο οποίος προτείνει νέες ιδέες.
- αξιολογητή, ο οποίος αξιολογεί τις προτάσεις αναζητώντας πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και διακρίνεται σε:
    - υποστηρικτή *(supporter)*, αυτός προσπαθεί να δικαιολογήσει έναν ισχυρισμό και να τον επεκτείνει.
    - επικριτικό *(critic)*, που αμφισβητεί τον ισχυρισμό και αναγνωρίζει αδυναμίες.
- καταγράφοντα *(recorder)*, ο οποίος συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας.

Οι ρόλοι δεν έχουν μελετηθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία. Κατηγοριοποιώντας τα χαρακτηριστικά των ρόλων τους οποίους ερμήνευσαν φοιτητές εργαζόμενοι σε ζεύγη για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σκιαγραφήθηκαν τέσσερις ειδικότεροι ρόλοι (Τάτσης, 2005, σ. 161 - 163):

1] *Συνεργατικός Αξιολογητής*

Σπάνια εκφράζει με απόλυτο τρόπο τις προτάσεις του, ενδιαφέρεται για την τεκμηρίωση των προτάσεων που είναι προς συζήτηση, ζητά πάντα τη γνώμη του συνομιλητή του και γενικά, συμμορφώνεται σε όλες τις νόρμες που είναι σε ισχύ.

2] *Συνεργατικός Καθοδηγητής*

Εκφράζει με βεβαιότητα τις προτάσεις του, ζητά γενικά τη γνώμη του συνομιλητή του και συμμορφώνεται στις νόρμες συμπεριφοράς, αρκεί να μην είναι σε βάρος του προσώπου του.

3] *Εγωκεντρικός Καθοδηγητής*

Εκφράζει με απόλυτο τρόπο τις προτάσεις του, σπάνια ζητά τη γνώμη του συνομιλητή του και γενικά δίνει μεγάλη σημασία στη διατήρηση του προσώπου του.

4] *Παθητικός Συνεργάτης*

Σπάνια εκφράζει με βεβαιότητα τις προτάσεις του, οι οποίες είναι λίγες συγκριτικά με τους προηγούμενους ρόλους, συμμορφώνεται στις νόρμες συμπεριφοράς και δείχνει να μην τον ενδιαφέρει τόσο η διατήρηση του προσώπου του, όσο η ομαλή πορεία της επίλυσης.

1.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την παράθεση του θεωρητικού πλαισίου εξάγονται κάποια συμπεράσματα που αφορούν τις θεωρητικές παραδοχές στις οποίες θα στηριχτεί η παρούσα εργασία. Ειδικότερα:

1] Η μάθηση των μαθηματικών θεωρείται μια κοινωνική και ταυτόχρονα ατομική κατασκευή. Συνιστά μια διαδικασία «συμμετοχής» σε μια κοινότητα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και σε μαθηματικές πρακτικές λόγου.

2] Η λεκτική επικοινωνία τόσο μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών όσο και των μαθητών μεταξύ τους αποτελεί ύψιστης σημασίας για την απόκτηση γνώσης.

3] Η εργασία των μαθητών σε ομάδες προσφέρει πολλαπλά οφέλη στη συγκρότηση της γνώσης.

4] Οι μετέχοντες σε μια αλληλεπίδραση στη σχολική τάξη οφείλουν να λαμβάνουν υπόψη τις νόρμες που είναι σε ισχύ. Νόρμες είναι εγκατεστημένες σε όλες τις τάξεις, ενώ βασικός είναι ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην εγκαθίδρυση τους.

5] Σε κάθε αλληλεπίδραση οι μετέχοντες ερμηνεύουν τις ενέργειες των συνομιλητών και με βάση τα αποτελέσματα ερμηνεύουν και οι ίδιοι κάποιους ρόλους. Σημαντική φαίνεται να είναι η επίδραση που ασκεί ο εκπαιδευτικός και στην ερμηνεία των ρόλων αυτών.

Οι παραπάνω επισημάνσεις μας οδηγούν στους βασικούς κοινωνικούς παράγοντες που επιδρούν σε μια αλληλεπίδραση στη σχολική τάξη: τις νόρμες που είναι σε ισχύ και τους ρόλους που ερμηνεύονται, πάντα ενταγμένα στο επικοινωνιακό πλαίσιο της εκάστοτε περίστασης.

1.6 ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Τα συμπεράσματα από την περιγραφή του θεωρητικού πλαισίου οδήγησαν στον εντοπισμό τριών βασικών παραγόντων οι οποίοι επιδρούν κατά την αλληλεπίδραση των μαθητών μεταξύ τους: οι νόρμες, οι ρόλοι και η επίδραση του εκπαιδευτικού στα δυο προηγούμενα. Από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας προκύπτει ότι σε κάποιες τάξεις οι μαθητές υιοθετούν πρόθυμα τις πρακτικές λόγου που χρησιμοποιούν συνήθως οι εκπαιδευτικοί τους σε όλη την τάξη (Webb, Nemer & Ing, 2006). Οι έρευνες αυτές εστίασαν, κυρίως, στη συλλογή δεδομένων από τις συζητήσεις σε όλη την τάξη (Herbel – Eisenmann *et al.*, 2006), αφήνοντας αναπάντητο το ερώτημα του πως οι μαθητές αλληλεπιδρούν μεταξύ τους χωρίς να είναι παρών ο εκπαιδευτικός. Παραμένει λοιπόν, ανοιχτό το ερώτημα αν οι μαθητές στις συζητήσεις με τους ομηλίκους υιοθετούν τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που εγκαθίστανται στις συζητήσεις σε όλη την τάξη.

Όσον αφορά τους ρόλους, από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας διαπιστώνεται ότι οι ρόλοι που προωθούνται από τον εκπαιδευτικό σε όλη την τάξη επιδρούν στους ρόλους που υιοθετούν και ερμηνεύουν οι μαθητές στις μεταξύ τους ομάδες (Webb, Nemer, Kersting, Ing & Forrest, 2004· Webb, Nemer & Ing, 2006). Αυτό που δεν έχει μελετηθεί στη βιβλιογραφία είναι η συνέπεια ως προς την ερμηνεία των ρόλων από την πλευρά των μαθητών. Συνεπώς, η παρούσα εργασία επιδιώκει να συμφωνήσει με πορίσματα προγενέστερων ερευνών αναφορικά με τους ρόλους που υιοθετούνται και να διερευνήσει την συνέπεια που εκδηλώνουν οι μαθητές ως προς την υιοθέτηση αυτή.

1.7 ΣΚΟΠΟΣ & ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει αν αναπαράγεται το μοτίβο αλληλεπίδρασης μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μαθητών όταν αυτοί εργάζονται σε μικρές ομάδες. Ειδικότερα, αποσκοπεί στη μελέτη της επίδρασης που ασκεί ο εκπαιδευτικός στις αλληλεπιδράσεις των μαθητών σε ζευγάρια σε μια τάξη στην οποία δεν έγινε κάποια προσπάθεια αλλαγής των διδακτικών πρακτικών του εκπαιδευτικού (μέθοδος διδασκαλίας, παρουσίαση, υλικό κ.λπ.).

Υποθέτουμε ότι θα υπάρχει συσχέτιση των μαθηματικών συζητήσεων των μαθητών με συγκεκριμένους παράγοντες, όπως οι νόρμες που έχουν εγκατασταθεί στην τάξη και οι ρόλοι που ερμηνεύουν τόσο η εκπαιδευτικός όσο και οι μαθητές κατά τη διαπραγμάτευση των μαθηματικών νοημάτων σε όλη την τάξη και επιπλέον, οι ρόλοι που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζευγάρια.

Έτσι, πρώτος στόχος της έρευνας μας ήταν να εντοπιστούν και να περιγραφούν οι κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που κάνουν την εμφάνιση τους κατά τη συνεργασία των μαθητών και οι οποίες στην πλειοψηφία τους θα συνάδουν με αυτές της βιβλιογραφίας. Έτσι, το πρώτο ερώτημα διατυπώνεται ως εξής:

1. Ποιες κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες εντοπίζονται στις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ των μαθητών κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Έχοντας εντοπίσει τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που είναι σε ισχύ κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μαθητών, επόμενος στόχος μας είναι η σύνδεση των νορμών αυτών με τις νόρμες οι οποίες έκαναν την εμφάνιση τους και καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων διδασκαλίας. Έτσι, το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα διατυπώνεται ως εξής:

2. Υιοθετούν οι μαθητές τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που έχουν εγκατασταθεί στην τάξη στις μεταξύ τους συνομιλίες κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Περνώντας τώρα από τις νόρμες στις συμπεριφορές τις οποίες επιδεικνύουν οι συμμετέχοντες, δηλαδή την ερμηνεία των ρόλων τους, βασικό ζητούμενο αποτελεί η αναγνώριση των χαρακτηριστικών κάθε ρόλου, όπως αυτοί έχουν καταγραφεί στη βιβλιογραφία. Έτσι, το ερευνητικό ερώτημα είναι το εξής:

3. Ποιοι ρόλοι υιοθετούνται από τους μαθητές κατά τις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ τους κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Έχοντας εντοπίσει τους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη, επιδιώκεται ο εντοπισμός σχετικής συνέπειας όσον αφορά τους ρόλους αυτούς. Έτσι, το επόμενο ερευνητικό ερώτημα διατυπώνεται ως εξής:

4. Υπάρχει συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Τέλος, έχοντας εντοπίσει αν υπάρχει συνέπεια στους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές στις μεταξύ τους συνομιλίες, τελικός μας στόχος είναι η σύνδεση των ρόλων αυτών με τους ρόλους που βρέθηκε να αναλαμβάνουν οι μαθητές στις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις σε ομάδες των 6 μελών κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων διδασκαλίας. Έτσι, το τελευταίο ερώτημα διατυπώνεται ως εξής:

5. Υιοθετούν οι μαθητές τους ρόλους που αναλαμβάνουν κατά τις αλληλεπιδράσεις τους σε ομάδες σε όλη την τάξη στις μεταξύ τους συνομιλίες κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Η παρούσα εργασία δεν αποσκοπεί να καταλήξει σε συμπεράσματα με γενικευτική ισχύ, καθώς το δείγμα των συμμετεχόντων είναι μικρό και οι συνθήκες υλοποίησης της εργασίας στο πραγματικό περιβάλλον της σχολικής τάξης δεν επιτρέπουν κάτι τέτοιο. Παρ' όλα αυτά, με τα ερωτήματα 1 και 3 αποσκοπεί στη συμφωνία με πορίσματα προηγούμενων ερευνών στο χώρο, ενώ με τα ερωτήματα 2, 4 και 5 αποσκοπεί στη διερεύνηση πτυχών οι οποίες δεν έχουν διαλευκανθεί πλήρως στη βιβλιογραφία.

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

2.1 ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τα τελευταία χρόνια τόσο στη διεθνή όσο και στην ελληνική βιβλιογραφία παρά την κυριαρχία της ποσοτικής έρευνας στο πεδίο της εκπαίδευσης, παρουσιάζεται αυξημένο ενδιαφέρον για την ποιοτική έρευνα (Πουρκός & Δαφέρμος, 2010).

Η ποιοτική έρευνα μελετά σε βάθος συγκεκριμένες περιπτώσεις (cases) περιγράφοντας, κατανοώντας και ερμηνεύοντας την κοινωνική δραστηριότητα, αποφεύγοντας την απομόνωση ορισμένων μόνο παραγόντων (μεταβλητών), οι οποίες υποτίθεται ότι εξηγούν την κοινωνική πραγματικότητα (Ιωσηφίδης, 2008). Θεωρείται η καταλληλότερη μέθοδος εξέτασης ενός ερευνητικού προβλήματος για το οποίο δε είναι γνωστές οι μεταβλητές ούτε και χρειάζονται εξέταση. Η βιβλιογραφία μπορεί να παρέχει πληροφορίες για το υπό μελέτη φαινόμενο, παρ’ όλα αυτά, ο ερευνητής χρειάζεται να μάθει περισσότερα από τους συμμετέχοντες μέσω της διερεύνησης (Creswell, 2012).

Αναζητά απαντήσεις σε ερωτήσεις μελετώντας ποικίλα κοινωνικά περιβάλλοντα και τα άτομα που ζουν σε αυτά. Εστιάζει το ενδιαφέρον της στους τρόπους με τους οποίους οι άνθρωποι οργανώνουν τους εαυτούς τους και τα περιβάλλοντα στα οποία ζουν, καθώς και τους τρόπους με τους οποίους οι κάτοικοι αυτών των περιβαλλόντων νοηματοδοτούν τον περίγυρο τους μέσω συμβόλων, κοινωνικών κατασκευών, κοινωνικών ρόλων κ.λπ. Οι ποιοτικές μέθοδοι παρέχουν τα μέσα για πρόσβαση σε μη ποσοτικά γεγονότα πραγματικών ανθρώπων τους οποίους παρατηρεί ο ερευνητής και μιλάει για αυτούς ή ανθρώπων που αντιπροσωπεύονται από τα προσωπικά τους ίχνη (γράμματα, φωτογραφίες, ημερολόγια). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, οι ποιοτικές τεχνικές να επιτρέπουν στον ερευνητή τη διερεύνηση των τρόπων με τους οποίους οι άνθρωποι οικοδομούν και νοηματοδοτούν στην καθημερινότητα τους και μαθαίνουν από τον εαυτό τους και τους άλλους (Berg, 1995, σ. 7).

Διακρίνεται από συγκεκριμένες τεχνικές συλλογής δεδομένων - με πιο διαδεδομένη τη συλλογή των δεδομένων στο φυσικό τους περιβάλλον - και δεδομένα πολλαπλής μορφής (κείμενα, ήχοι, εικόνες και βίντεο). Ο ερευνητής που ακολουθεί το ποιοτικό παράδειγμα συλλέγει τα δεδομένα στο φυσικό τους περιβάλλον και επιχειρεί να τα αναλύσει κάνοντας περιγραφές και διατυπώνοντας ερμηνείες μέσω μιας διαρκούς και επαναληπτικής διαδικασίας (Κόμης & Εργαζάκη, 2010).

Πολλοί είναι οι λόγοι για τους οποίους ένας ερευνητής αποφασίζει να προσφύγει στην ποιοτική έρευνα. Ενδεικτικά αναφέρουμε ορισμένους από αυτούς (Πουρκός & Δαφέρμος, 2010, σ. 23 - 24):

1. Μπορεί είτε να επιδιώκει να διερευνήσει σε βάθος την ιδιαιτερότητα του φαινομένου που τον ενδιαφέρει είτε να αδυνατεί να αναγνωρίσει ή να διακρίνει συγκεκριμένες μεταβλητές για τη μελέτη του φαινομένου.
2. Επιδιώκει να διαμορφώσει μια γνήσια, αυθεντική, πλαισιοθετημένη και ολιστική προσέγγιση του φαινομένου που τον ενδιαφέρει και όχι να παραμείνει σε μία αποπλαισιωμένη μελέτη του μέσω κάποιων εργαστηριακών πειραμάτων.
3. Επιδιώκει να περιγράψει την εμπειρία των υποκειμένων για ένα φαινόμενο και όχι να παραμείνει στην απρόσωπη, αφαιρετική γλώσσα της στατιστικής και των μοντέλων.
4. Διαθέτει το χρόνο και τα μέσα για τη συλλογή ποικίλων ερευνητικών δεδομένων στο πεδίο της έρευνας, προκειμένου να προσεγγίσει καλύτερα την πολύπλοκη, δυναμική και ολιστική φύση του φαινομένου που τον ενδιαφέρει.

Η παρούσα έρευνα επιδιώκει την καταγραφή των νορμών που τίθενται σε ισχύ και των ρόλων που ερμηνεύουν οι συνεργαζόμενοι μαθητές και το συσχετισμό των δυο αυτών παραγόντων με τις προσδοκίες και τα πρότυπα που προωθεί η εκπαιδευτικός. Οι συμπεριφορές αυτές διακρίνονται από έναν συγκεκριμένο χωρο-χρονικό χαρακτήρα (το πλαίσιο έκφρασης των μαθητών είναι το πλαίσιο της συγκεκριμένης τάξης, τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή), δε μπορούν να ποσοτικοποιηθούν, επομένως, οδηγούμαστε στη χρήση μιας ποιοτικής μεθόδου προκειμένου να διερευνήσουμε και να ερμηνεύσουμε τα δεδομένα μας.

2.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΟΓΟΥ

Ένα από τα μεθοδολογικά εργαλεία στο πλαίσιο μιας ποιοτικής έρευνας με ολοένα αυξανόμενες μεθόδους και εργαλεία για το οποίο παρατηρείται τα τελευταία χρόνια αυξημένο ενδιαφέρον είναι η ανάλυση λόγου (Ιωσηφίδης, 2008). Τον τίτλο «ανάλυση λόγου» διεκδικεί ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών κλάδων από την κοινωνιολογία μέχρι την ανθρωπολογία και από την εκπαίδευση μέχρι την ψυχολογία. Κοινό όλων αυτών των θεωρήσεων αποτελεί η αντίληψη ότι ο λόγος είναι υψίστης σημασίας για την κατασκευή της κοινωνικής ζωής (Georgakopoulou & Goutsos, 2004· Gill, 1996).

Η ανάλυση λόγου ασχολείται με τη συστηματική μελέτη της χρήσης της γλώσσας, όπως αυτή πηγάζει με φυσικό τρόπο με σκοπό την αποτελεσματική επικοινωνία (σε επίπεδο νοήματος) (Bavelas, Kenwood & Philips, 2002· Georgakopoulou & Goutsos, 2004). Έχει ως θέμα της τον ίδιο το λόγο και με τον όρο «λόγο» υποδηλώνονται όλες οι μορφές ομιλίας και κειμένων οι οποίες αναδύονται φυσικά μέσω συζητήσεων, συνεντεύξεων ή γραπτών κειμένων (Gill, 1996). Ο λόγος των συμμετεχόντων ή τα κοινωνικά κείμενα προσεγγίζονται σα να έχουν αξία *αυτά καθαυτά* και όχι σαν μια δευτερεύουσα οδός προς πράγματα που υπάρχουν «πέρα» από το κείμενο (στάσεις, συμβάντα, γνωστικές διεργασίες). Ο λόγος αντιμετωπίζεται ως ενεργό μέσο, προσανατολισμένο προς τη δράση, όχι ως διαφανής δίαυλος πληροφοριών (Potter & Wetherell, 2009).

Ο λόγος αντιμετωπίζεται με όρους *κατασκευής* και *λειτουργίας*. Αυτό σημαίνει ότι προσεγγίζεται ως μέσο κατασκευής της πραγματικότητας, θεωρείται, δηλαδή, ότι παράγει αυτά τα οποία πραγματεύεται και δεν αντανακλά μια ήδη υπάρχουσα, συναινετική πραγματικότητα. Επιπλέον, εξετάζεται ως κοινωνική δράση: θεωρείται ότι οι άνθρωποι χρησιμοποιούν το λόγο για να πετύχουν συγκεκριμένους διαπροσωπικούς στόχους (π.χ. την απόδοση ευθύνης, την αιτιολόγηση μιας πράξης, την αποκήρυξη μιας κατηγορίας, την παρουσίαση του εαυτού τους κ.λπ.) σε συγκεκριμένα πλαίσια αλληλεπίδρασης. Έτσι, ως κοινωνικές οντότητες, προσανατολίζονται διαρκώς σε ένα ερμηνευτικό πλαίσιο στο οποίο βρίσκουν τους εαυτούς τους και δομούν το λόγο τους, ώστε να ταιριάζει σε αυτό το πλαίσιο (Edwards, 1997· Gill, 1996· Potter, 1996).

Συνεπώς, σε πρώτο φάση, η ανάλυση λόγου εστιάζει στην κατασκευή, δηλαδή, μελετά πώς αναπαρίσταται το αντικείμενο της συζήτησης και η κάθε δήλωση εξετάζεται με βάση το περικείμενο στο οποίο προκύπτει, δηλαδή, εξετάζεται τι προηγείται και τι έπεται της κάθε δήλωσης, ώστε να κατανοηθεί το νόημα της δήλωσης στο πλαίσιο μιας συγκεκριμένης συνομιλίας. Παράλληλα, εστιάζει στη *δράση*, εξετάζει δηλαδή, ποιος αλληλεπιδραστικός στόχος επιτυγχάνεται μέσα από τις συγκεκριμένες κατασκευές και στη *ρητορική*, εξετάζει δηλαδή, πώς δομείται μία δήλωση, ώστε να είναι πειστική και αληθοφανής, να αντικρούει, ρητά ή άρρητα, πιθανές εναλλακτικές εκδοχές και να αναπαρίσταται ο ομιλητής ως αξιόπιστος, αμερόληπτος και αντικειμενικός μάρτυρας της πραγματικότητας (Edwards, 1997· Gill, 1996· Potter, 1996).

Η μέθοδος αυτή παρέχει μια ισχυρή και γενικότερη κατανόηση της αλληλεπίδρασης, καθώς μελετά με ποιο τρόπο η χρήση του λόγου επηρεάζεται από τις σχέσεις μεταξύ των συμμετεχόντων, όπως επίσης και τα αποτελέσματα που έχει η χρήση του στις κοινωνικές ταυτότητες και σχέσεις (Paltridge, 2012).

Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη μέθοδος, καθώς δίνει τη δυνατότητα διερεύνησης της μακροσυνομιλίας μεταξύ των συμμετεχόντων στην εκπαιδευτική διαδικασία π.χ. του δασκάλου και του μαθητή ή δυο μαθητών και μας δίνει τη δυνατότητα να εστιάσουμε την προσοχή μας στις λεπτομέρειες μιας συνδιαλλαγής και κατόπιν να κάνουμε υποθέσεις για τα λειτουργικά της αποτελέσματα, καθώς αυτή γίνεται μέρος μιας συλλογικής κοινωνικής δράσης (Potter & Wetherell, 2009).

2.3 ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΝΤΕΣ

Δείγμα της έρευνας αποτέλεσε 1 τμήμα ΣΤ’ τάξης ενός Δημοτικού Σχολείου των Ιωαννίνων και η εκπαιδευτικός του. Ο συνολικός αριθμός των μαθητών ήταν 22 και από αυτούς τα 10 ήταν αγόρια και τα υπόλοιπα 12 κορίτσια. Από τους 22 μαθητές 1 μόνο μαθήτρια κατάγονταν από Αλβανία, ενώ οι υπόλοιποι 21 μαθητές κατάγονταν από την Ελλάδα. Παράλληλα, 2 μαθητές αντιμετώπιζαν μαθησιακές και γλωσσικές δυσκολίες. Έτσι, η συμμετοχή τους ελαχιστοποιούνταν κατά πολύ στο μάθημα.

Οι λόγοι επιλογής του συγκεκριμένου τμήματος ήταν κυρίως πρακτικοί (χορήγηση άδειας, παρακολούθηση διδασκαλιών 2 προηγούμενα έτη το 2014 στο ίδιο τμήμα, τοποθέτηση των θρανίων της τάξης σε ομάδες των 6 μαθητών).

Οι μαθητές είχαν μικρή εμπειρία από τη συμμετοχή σε συνεργατικές δραστηριότητες στην τάξη. Οι ομάδες που απάρτιζαν ήταν των 6 ατόμων (με βάση τη χωροταξική οργάνωση των θρανίων) με δυο κυρίαρχους ρόλους: αυτόν του αρχηγού και αυτόν του γραμματέα.

Η εκπαιδευτικός ήταν απόφοιτη της Παιδαγωγικής Ακαδημίας, η οποία έχει πραγματοποιήσει και Εξομοίωση. Η διδακτική της εμπειρία ανέρχεται στα 18 έτη, ενώ για δυο συνεχόμενα έτη δίδαξε στο συγκεκριμένο τμήμα.

2.4 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Η έρευνα σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε κατά τους μήνες Μάιο – Ιούνιο 2014 και Φεβρουάριο – Ιούνιο 2015. Για την καλύτερη διεξαγωγή της διαδικασίας της έρευνας χωρίστηκε σε 3 στάδια.

2.4.1 ΣΤΑΔΙΟ 1Ο: ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Στο στάδιο αυτό πραγματοποιήθηκε παρακολούθηση της διδασκαλίας του τμήματος της ΣΤ' τάξης. Για τις ανάγκες της έρευνας πραγματοποιήθηκαν 5 ωριαίες παρατηρήσεις του μαθήματος των Μαθηματικών το έτος 2014 και ακολούθησαν άλλες 7 ωριαίες παρατηρήσεις το Φεβρουάριο του 2015. Υποτέθηκε ότι το μήνα αυτό θα έχουν πλέον διαπραγματευτεί και εγκατασταθεί οι κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες στην τάξη.

Για την παρακολούθηση χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο ανάλυσης του Alan Schoenfeld (2013). Ειδικότερα, η παρατήρηση ακολούθησε τους άξονες με τις ερωτήσεις των *πινάκων 4* (σ. 612), *5* (σ. 612 – 613), *6* (σ. 614) & *7* (σ. 615 – 616) (όπως παρατίθενται στο παράρτημα σ. 155 - 158). Συγκεκριμένα, εστίασε στα εξής σημεία:

- <u>Έργα</u>
    - Τι έργα δίνονται στους μαθητές;
    - Τι ευκαιρίες μάθησης προσφέρουν;
    - Τι υποστήριξη παρέχει η εκπαιδευτικός κατά τη διαδικασία της επίλυσης;
- <u>Αιτιολόγηση</u>
    - Αναμένεται οι μαθητές να εξηγούν τις απαντήσεις τους;
    - Τι είδους εξηγήσεις απαιτούνται και σε ποιες περιπτώσεις;
    - Τι είδους εξηγήσεις προτιμώνται;
- <u>Ανατροφοδότηση</u>
    - Η εκπαιδευτικός παρέχει ανατροφοδότηση στους μαθητές; Αν ναι με ποιο τρόπο;
    - Ποια είναι η αντίδραση της στις σωστές απαντήσεις;
    - Ποια είναι η αντίδραση της στις λανθασμένες απαντήσεις;
    - Ποιο είναι το επίπεδο μαθηματικής εμπλοκής στις απαντήσεις που απαιτούνται;
    - Οι μαθητές ενθαρρύνονται να θέτουν ερωτήσεις;

- Χρόνος αναμονής
    - Παρέχεται επαρκής και ικανοποιητικός χρόνος ατομικής εργασίας;
- Συμμετοχή
    - Οι μαθητές συμμετέχουν στις μαθηματικές δραστηριότητες της τάξης;
    - Ποιες τεχνικές χρησιμοποιεί η εκπαιδευτικός για να κινητοποιήσει την τάξη;
- Αλληλεπίδραση μαθητών
    - Οι μαθητές έχουν λόγο στην επιλογή του υλικού;
    - Αναπτύσσονται συζητήσεις μεταξύ των μαθητών;
    - Οι συζητήσεις μεταξύ των μαθητών είναι προσανατολισμένες στα μαθηματικά;
- Συνεργατική μάθηση
    - Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες;
    - Σέβεται ο ένας τη γνώμη του άλλου;
    - Η σύνθεση των ομάδων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους;
    - Υπάρχουν κάποιοι διακριτοί ρόλοι στις ομάδες αυτές; Αν ναι: Με βάση ποια κριτήρια γίνεται η ανάθεση των ρόλων;

Η παρατήρηση, επιπλέον, εστίασε στις νόρμες εκείνες (κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές) που έχουν τη μορφή εγκατεστημένων συμπεριφορών και στις δηλώσεις εκείνες, οι οποίες υποδηλώνουν τις προθέσεις της εκπαιδευτικού και στοχεύουν στη ρύθμιση της επικοινωνίας στην τάξη όταν παρουσιάζεται και διαπραγματεύεται η γνώση. Παράλληλα, αναγνωρίζονται τα χαρακτηριστικά του ρόλου της εκπαιδευτικού, όπως και των μαθητών και σκιαγραφείται το προφίλ τους.

Στο στάδιο αυτό πραγματοποιήθηκαν και συνεντεύξεις με 9 μαθητές, καθώς και με την εκπαιδευτικό (όπως παρατίθενται στο παράρτημα σ. 160 - 162) προκειμένου να αποσαφηνιστούν πληρέστερα και από περισσότερες πηγές *(triangulation of data)* οι διδακτικές πρακτικές, οι νόρμες και οι ρόλοι που διαπραγματεύονται και ερμηνεύονται από τους μαθητές και την εκπαιδευτικό στην τάξη (Berg, 1995· Potter & Wetherell, 2009).

2.4.2 ΣΤΑΔΙΟ 2Ο: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η πιλοτική έρευνα πραγματοποιήθηκε το Φεβρουάριο του 2015. Συμμετέχοντες της έρευνας ήταν οι 22 μαθητές του τμήματος από τους οποίους ζητήθηκε να επιλύσουν τέσσερα προβλήματα (από δυο σε κάθε ωριαία συνάντηση). Οι συμμετέχοντες εργάστηκαν σε ζευγάρια με το/τη συμμαθητή/τρια τους με τον οποία κάθονταν στο θρανίο.

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στο χώρο του σχολείου υπό την παρουσία μόνο της ερευνήτριας και των μαθητών της τάξης. Τα προβλήματα που επιλέχθηκαν προέρχονταν από τους μαθηματικούς διαγωνισμούς "Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής" και "Καγκουρό". Κάποια παρατέθηκαν αυτούσια όπως ήταν γραμμένα, ενώ κάποια άλλα μεταφράστηκαν ή τροποποιήθηκαν για τις ανάγκες της έρευνας μας.

Το είδος των προβλημάτων που ήταν να τεθούν μας απασχόλησε αρκετά. Στόχος μας ήταν αρχικά να βρεθούν προβλήματα μέτριας δυσκολίας τα οποία θα «προκαλούσαν» συζήτηση μεταξύ των ζευγών. Έτσι, επιλέχθηκαν δυο προβλήματα από τον ένα διαγωνισμό και άλλα δυο από τον άλλο μέτριας δυσκολίας και στις τέσσερις περιπτώσεις.

Ένας δεύτερος στόχος τον οποίο είχαμε ήταν η παρατήρηση τυχόν διαφορών στις συζητήσεις και αιτιολογήσεις μεταξύ των παιδιών. Για το λόγο αυτό, υπήρξε μια μικρή διαφοροποίηση ως προς το είδος των υποδείξεων που δόθηκαν. Έτσι, στο πρώτο πρόβλημα ζητήσαμε από τους μαθητές να λύσουν αρχικά το πρόβλημα εξατομικευμένα και κατόπιν να συγκρίνουν και να εξηγήσουν όπου ήταν απαραίτητο τις λύσεις τους, ενώ στο δεύτερο πρόβλημα τους ζητήσαμε να λύσουν το πρόβλημα κατευθείαν σε συνεργαζόμενα ζεύγη.

Η επεξεργασία των διαλόγων που προέκυψαν από την πρώτη συνάντηση έδειξε ότι η πρώτη μέθοδος – λύνω ατομικά και συζητώ για τη λύση μου – δεν είχε το αναμενόμενο αποτέλεσμα, καθώς οι μαθητές στην πλειοψηφία τους έλυσαν την άσκηση είτε κοιτώντας ο ένας τις λύσεις του άλλου είτε αντιγράφοντας. Σε ελάχιστες περιπτώσεις η επίλυση ήταν ατομική, ωστόσο, στη συνέχεια δεν προέκυψε σημαντικός διάλογος, καθώς οι λύσεις σχεδόν συμφωνούσαν. Έτσι, στην επόμενη συνάντηση ζητήθηκε από του συμμετέχοντες να λύσουν και τα δυο προβλήματα συνεργατικά με το ζευγάρι τους.

Τελευταίος στόχος της πιλοτικής μας έρευνας ήταν να εντοπιστούν τα ζευγάρια εκείνα τα οποία και τελικά θα επιλέγονταν για την τελική έρευνα. Προσπαθήσαμε να ηχογραφήσουμε σχεδόν όλα τα ζεύγη των μαθητών (εκτός από ένα) για αυτό και στην πρώτη συνάντηση ηχογραφήθηκαν συνολικά 5 ζευγάρια και στη δεύτερη συνάντηση άλλα 5 ζευγάρια διαφορετικών μαθητών. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων μας έδωσε και τα τελικά ζευγάρια τα οποία και επιλέχθηκαν για το σκοπό της έρευνας μας με βάση τις γλωσσικές ικανότητες και την επίδοση τους.

Τα προβλήματα που τέθηκαν ήταν τα εξής:

1] *Η Άννα κέρδισε μια υποτροφία αξίας 1.000 ευρώ, για να παρακολουθήσει ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα διάρκειας 7 ημερών στο Παρίσι. Το ταξίδι με το αεροπλάνο κοστίζει 335 ευρώ, ενώ με το τρένο 125 ευρώ. Στα πλαίσια του εκπαιδευτικού προγράμματος μπορεί να επιλέξει είτε ένα εβδομαδιαίο ατομικό πρόγραμμα διδασκαλίας που κοστίζει 60 ευρώ την ημέρα, είτε ένα εβδομαδιαίο πρόγραμμα σε τμήμα που κοστίζει 40 ευρώ την ημέρα. Για τα προσωπικά της έξοδα η Άννα χρειάζεται 45 ευρώ την ημέρα. Αν δεν θέλει να ξοδέψει περισσότερα χρήματα από αυτά της υποτροφίας, ποιες είναι όλες οι επιλογές που μπορεί να κάνει στον τρόπο που θα ταξιδέψει και στον τρόπο που θα παρακολουθήσει τα μαθήματα*;

{Μαθηματικός Διαγωνισμός Μαθ/τικά της Φύσης και της Ζωής, ΣΤ' τάξη – 2014}

Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες

Πρόκειται για ένα μέτριας δυσκολίας μαθηματικό πρόβλημα άλγεβρας που απαιτεί σε πρώτη φάση την εξεύρεση των σταθερών εξόδων της Άννας (45Χ7=315€) και των επιλογών που έχει ως προς τη μετακίνηση και τα μαθήματα (αεροπλάνο # τρένο, ατομικό πρόγραμμα # ομαδικό πρόγραμμα) με τη βοήθεια των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων και σε δεύτερη φάση το «ταίριασμα» των παραπάνω παραμέτρων με σκοπό την εξεύρεση των κατάλληλων συνδυασμών εξόδων + μαθημάτων + μετακίνησης που να ικανοποιούν το budget της υποτροφίας.

2] *Η Χριστίνα και έξι ακόμη παιδιά είναι νέοι μαθητές στο ολοήμερο σχολείο. Για να γνωριστούν καλύτερα, η δασκάλα τους πρότεινε να τρώνε κάθε μέρα δυο-δυο. Πόσα γεύματα θα πρέπει να γίνουν για να φάνε και τα εφτά παιδιά ανά δύο;*

{Μαθηματικός Διαγωνισμός Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής, Ε' τάξη – 2006}

Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες

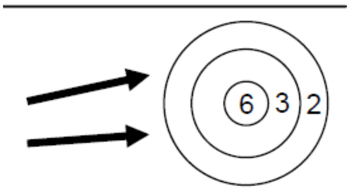
Οι μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στο πρόβλημα είναι ο συνδυασμός ενός **συνόλου** 7 στοιχείων (μαθητών) ανά 2. Προκύπτει και η έννοια του **υπολοίπου** μιας διαίρεσης (περισσεύει κάθε φορά ένας μαθητής), όπως και **οι διαιρέτες** ενός αριθμού (το 2 δεν είναι διαιρέτης του 7), χωρίς όμως να είναι αναγκαίες στην επίλυση, γι' αυτό και η λύση βασίζεται στη συνδυαστική επίλυση και όχι σε μια απλή πράξη διαίρεσης. Το πρόβλημα απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν ότι κάθε ένας από τους 7 μαθητές θα φάει από μια φορά με κάθε έναν από τους συμμαθητές του.

Έτσι, το αποτέλεσμα βρίσκεται αθροίζοντας το πλήθος τον ζευγών που προκύπτει όταν κάθε μαθητής τρώει κάθε φορά με διαφορετικό συμμαθητή του.

Δηλαδή: ο $1^{ος}$ θα φάει με τους υπόλοιπους 6 συμμαθητές του, ο $2^{ος}$ με 5 (αφαιρώ τον $1^{ο}$, γιατί τον υπολόγισα προηγουμένως), ο $3^{ος}$ με 4 και ούτω καθ’ εξής.

Άρα, 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 γεύματα θα γίνουν.

3] *Η Γιάννα ρίχνει δυο βελάκια στο στόχο και μαζεύει πόντους. Ο στόχος φαίνεται στο σχήμα. Αν ένα βελάκι αστοχήσει, δεν παίρνει κανένα πόντο. Πόσα διαφορετικά αποτελέσματα συνολικών πόντων είναι πιθανά;*



Σχήμα $1^{ο}$: $3^{ο}$ πρόβλημα πιλοτικής έρευνας

{Μαθηματικός Διαγωνισμός Καγκουρό – 2008}

Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες

Μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι της **πιθανότητας** και του **ενδεχομένου**. Οι μαθητές προκειμένου να το λύσουν πρέπει να βρουν όλες τις δυνατές δυάδες πόντων (ενδεχόμενα) από την ρίψη του βέλους και το συνολικό αποτέλεσμα κάθε φορά.

4] *Σε έναν διαγωνισμό σκακιού διαγωνίζονται 16 παίκτες. Για την καλύτερη διεξαγωγή του διαγωνισμού όλοι οι παίκτες χωρίστηκαν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων. Σε κάθε μια από αυτές τις ομάδες ο κάθε παίκτης θα παίξει από μια φορά με καθέναν από τους υπόλοιπους παίκτες. Οι δυο καλύτεροι παίκτες από κάθε ομάδα θα πάνε στους ημιτελικούς και οι δυο χειρότεροι θα βγουν εκτός διαγωνισμού. Στους ημιτελικούς από τους τέσσερις τελευταίους παίκτες που θα απομείνουν, οι δυο καλύτεροι παίκτες θα παίξουν έναν επιπρόσθετο τελικό αγώνα. Πόσοι αγώνες θα παιχτούν κατά τη διάρκεια όλου του διαγωνισμού;*

{Math Kangaroo USA – 2002}

Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες

Πρόκειται για ένα λίγο πιο δύσκολο και σύνθετο πρόβλημα από τα προηγούμενα στο οποίο εμπλέκονται οι έννοιες της **διαίρεσης** ενός συνόλου και του **συνδυασμού** συνόλων των 4 (ατόμων) ανά 2. Απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν αρχικά τις φάσεις στις οποίες διεξάγεται ο διαγωνισμός. Στη συνέχεια να κατανοήσουν ότι σε κάθε ομάδα των τεσσάρων παικτών θα παιχτούν συνολικά 3 + 2 + 1 = 6 αγώνες.

2.4.3 ΣΤΑΔΙΟ 3^{O}: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΕΛΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στο στάδιο αυτό επιλέχθηκαν 8 μαθητές (3 αγόρια και 5 κορίτσια) με βάση την επίδοση τους και τις γλωσσικές και επικοινωνιακές τους δεξιότητες από τους οποίους το ένα ζευγάρι κοριτσιών δεν ολοκλήρωσε το τρίτο πρόβλημα λόγω απόσυρσης από τη διαδικασία. Οι μαθητές επίλυσαν 3 μαθηματικά προβλήματα σε ζεύγη.

2.4.3.1 ΛΟΓΟΙ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΖΕΥΓΩΝ

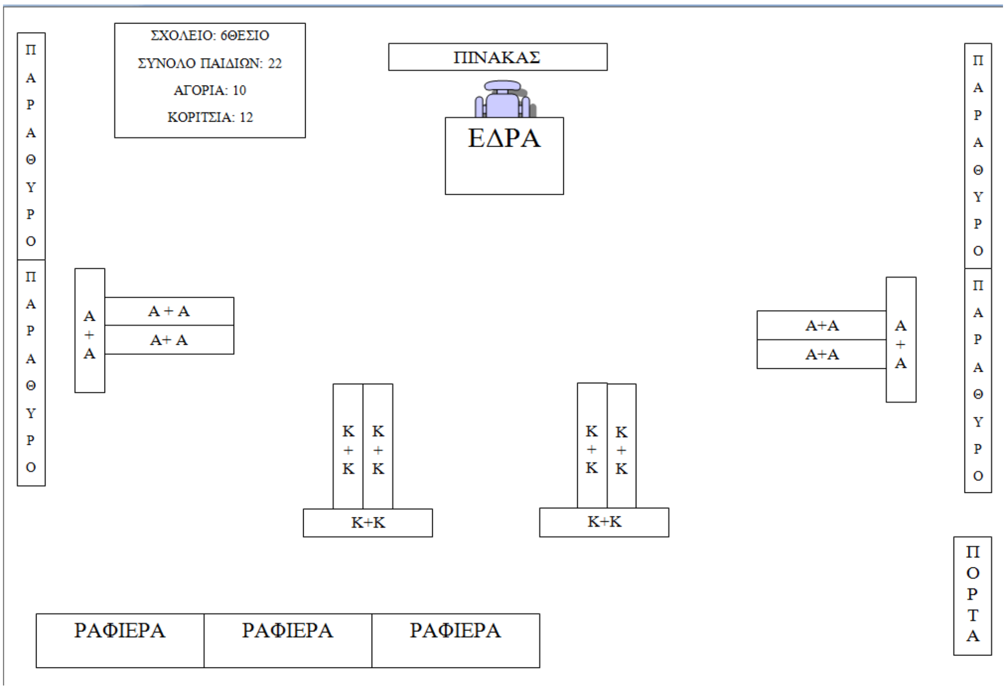
Οι δυάδες συνιστούν τη βασική λειτουργική κοινωνική μονάδα (O' Donell & Dansereau, 1992). Διάφοροι είναι οι λόγοι που συντρέχουν στη θεώρηση αυτή Αρχικά, η αλληλεπιδραστική ικανότητα είναι αυξημένη και προσφέρονται μεγαλύτερες ευκαιρίες συμμετοχής και συνεργασίας, ενώ ο ωφέλιμος χρόνος είναι ουσιαστικά περισσότερος (Baudrit, 2007). Παράλληλα, αποφεύγεται η δημιουργία συμμαχιών και η καλλιέργεια ανταγωνισμού (O' Donell & Dansereau, 1992). Όσο αυξάνεται το μέγεθος της ομάδας οι διαδικασίες γίνονται πιο χρονοβόρες, το σύστημα επικοινωνίας πολυπλοκότερο, η πίεση προς τα μέλη για συμμόρφωση μεγαλύτερη και η ενεργός συμμετοχή όλων των μελών μικρότερη (Ματσαγγούρας, 2000). Η πολυφωνία, η πληθώρα γνωμών, απόψεων, οπτικών προκαλεί κάποια γνωστική υπερφόρτωση ειδικά για τους μαθητές χαμηλότερων ικανοτήτων (O' Donell & Dansereau, 1992).

Σημαντικά κριτήρια για τον καθορισμό του μεγέθους της ομάδας αποτελούν η φύση του μαθησιακού έργου, ο διαθέσιμος χρόνος και το επίπεδο κατοχής από τους μαθητές των δεξιοτήτων που απαιτεί η συνεργατική μάθηση (Ματσαγγούρας, 2000).

Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε η εργασία σε ζεύγη για δυο κυρίως λόγους. Ο πρώτος λόγος ήταν ότι επιθυμούσαμε η συμμετοχή όλων των μελών της ομάδας να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη δεδομένου ότι οι ευκαιρίες για λεκτική επικοινωνία πολλαπλασιάζονται σε σχέση με ομάδες μεγαλύτερου μεγέθους (Ματσαγγούρας, 2003) και ο δεύτερος ήταν η μη ικανοποιητική και επαρκής εμπειρία των μαθητών σε συνεργατικές δραστηριότητες. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, επιλέξαμε αυτό τον τύπο συνεργατικής μεθόδου για την έρευνα μας.

2.4.3.2 ΧΩΡΟΣ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΝΑΝΤΗΣΕΩΝ

Ο χώρος διεξαγωγής των συναντήσεων ήταν για μεν την πιλοτική έρευνα η σχολική αίθουσα με όλους τους μαθητές παρόντες, για δε τις υπόλοιπες συναντήσεις το σπίτι ενός από τα μέλη του ζευγαριού που κάθε φορά συμμετείχε στην έρευνα. Τα έργα δόθηκαν και ολοκληρώθηκαν σε εξωσχολικό χώρο για να αποφευχθούν οι περισπασμοί στη συγκέντρωση των συμμετεχόντων και για την ελαχιστοποίηση του θορύβου, ώστε να επιτευχτεί η καλύτερη δυνατή ηχογράφηση.



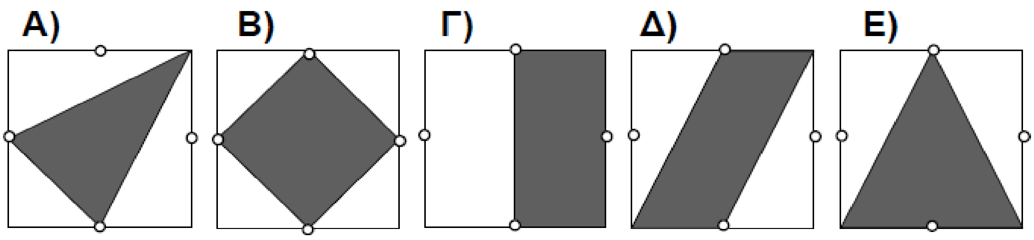
Σχήμα 2ο: σχηματική αναπαράσταση χωροταξικής οργάνωσης

2.4.3.3 ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Για την όσο το δυνατόν πληρέστερη συλλογή δεδομένων επιλέχθηκαν τρία προβλήματα με βάση τη δυσκολία που παρουσίαζαν και τη γνωστική σύγκρουση που υποθέταμε ότι θα προκαλούσαν κατά την επίλυση τους.

1] *Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται πέντε ίσα τετράγωνα με σημειωμένα τα μέσα των πλευρών τους. Ποιο από τα χρωματισμένα εμβαδά είναι το μικρότερο;*

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.



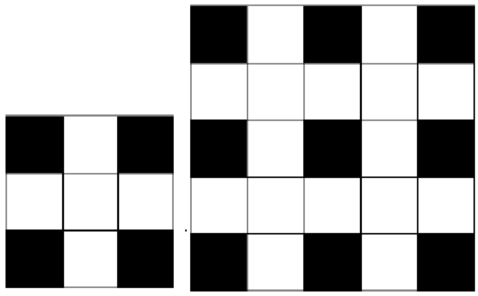
Σχήμα 3ο: 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

{Διαγωνισμός Καγκουρό – 2011}

<u>Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες</u>

Οι μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι η **ισότητα** τετραγώνων, το **εμβαδόν** τετραγώνου, το **μέσο** πλευράς και η **σύγκριση** ποσοτήτων. Την επίλυση του αποτελεί η προφορική αιτιολόγηση μέσω συζήτησης και κατάληξης ότι τα χρωματισμένα εμβαδά είναι ίσα με τα άσπρα εμβαδά που τα περιβάλλουν στις 4 από τις 5 περιπτώσεις, για αυτό και η χρήση χάρακα ούτε προτείνεται ούτε απαιτείται.

2] *Τετράγωνα πατώματα κατασκευάζονται με άσπρα και μαύρα πλακάκια. Τα πατώματα με 4 και 9 μαύρα πλακάκια φαίνονται στην εικόνα. Τοποθετείται ένα μαύρο πλακάκι στη γωνία και όλα τα πλακάκια γύρω του είναι άσπρα. Πόσα άσπρα πλακάκια χρειάζονται για ένα πάτωμα με 25 μαύρα πλακάκια;*



Σχήμα 4: 2^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας

{Διαγωνισμός Καγκουρό – 2011}

<u>Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες</u>

Μαθηματικές έννοιες του προβλήματος είναι η **δεύτερη δύναμη** φυσικού αριθμού μέσα από μια γεωμετρική προσέγγιση και ερμηνεία και το **εμβαδό** τετραγώνου. Ειδικότερα, παρατηρούμε ότι ανάμεσα σε δυο μαύρα πλακάκια υπάρχει πάντα ένα άσπρο. Έτσι, σε τετράγωνο 3Χ3 υπάρχουν 9 πλακάκια συνολικά, από τα οποία τα 4 είναι μαύρα και τα άσπρα θα είναι 9 - 4 = 5. Αντίστοιχα, στο τετράγωνο 5Χ5 υπάρχουν 25 πλακάκια από τα οποία τα μαύρα θα είναι τα 3Χ3 = 9, ενώ τα άσπρα 25 - 9 = 16. Με το ίδιο σκεπτικό, για να έχω 25 μαύρα πλακάκια, δηλαδή 5Χ5, θα έχω τετράγωνο με 9Χ9 = 81 πλακάκια συνολικά από τα οποία τα 81 – 25 = 56 θα είναι τα άσπρα.

3] *Θέλουμε να γράψουμε έναν τετραψήφιο αριθμό χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 2, 3, 4 από μία φορά το καθένα. Επίσης θέλουμε ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο πρώτα ψηφία του να είναι πολλαπλάσιο του 2, ενώ όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4. Πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να γράψουμε;*

{Διαγωνισμός Καγκουρό – 2011}

<u>Μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες</u>

Κύριες μαθηματικές έννοιες του προβλήματος είναι τα **πολλαπλάσια** των αριθμών 2 και 4 ή οι **διαιρέτες** των αριθμών 2 και 4 και ο **συνδυασμός** 4 ψηφίων ανά 2. Για την επίλυση του βρίσκω το σύνολο των διψήφιων αριθμών που σχηματίζουν τα παραπάνω ψηφία, χρησιμοποιώντας τα μόνο μια φορά σε κάθε διψήφιο και υπογραμμίζω τα πολλαπλάσια του 2.

<u>12</u>, 13, 14

21, 23, <u>24</u>

31, <u>32</u>, <u>34</u>

41, <u>42</u>, 43

Κατόπιν, από τους παραπάνω διψήφιους που επέλεξα συνδυάζω τα υπόλοιπα ψηφία που μου δίνει η εκφώνηση προκειμένου να φτιάξω τετραψήφιους αριθμούς. Προσέχω κάθε ψηφίο να εμφανίζεται μόνο μια φορά και οι τετραψήφιοι αριθμοί που διαλέγω να είναι πολλαπλάσια του 4.

2.5 ΟΔΗΓΙΕΣ

Οι μαθητές διαβεβαιώθηκαν σε πρώτη φάση ότι δε θα αξιολογηθούν από τα αποτελέσματα της εργασίας τους η οποία θα είναι και ανώνυμη και στη συνέχεια ότι για τις ανάγκες της έρευνας θα υπάρχει συσκευή ηχογράφησης σε κάποια θρανία.

Οι οδηγίες που δόθηκαν ως προς την επίλυση στους μαθητές σχετίζονταν με τα δεδομένα που επιθυμούσαμε να συγκεντρώσουμε. Έτσι, αρχικά τους ζητήθηκε να συζητάνε δυνατά και καθαρά, προκειμένου να συγκεντρωθεί ακουστικό υλικό από τη λεκτική τους επικοινωνία. Κατόπιν, τους ζητήθηκε να καταγράφουν κάθε βήμα τους και να σημειώνουν όλες τις απαντήσεις προκειμένου να υπάρχει και οπτικό υλικό. Τέλος, τους ζητήθηκε να συνεργάζονται και να προσπαθούν να μη διαφωνούν ή να μαλώνουν προκειμένου να επιτευχτεί το κομμάτι της εργασίας σε ζεύγη. Μόνο στο πρώτο πρόβλημα με το εμβαδό των σχημάτων δόθηκε μια επιπλέον οδηγία: να κατονομάζουν κάθε σχήμα προκειμένου να γνωρίζει η ερευνήτρια σε ποιο αναφέρονται.

Το χρονικό περιθώριο δεν καθορίστηκε σε καμία ομάδα, καθώς κάποιες ομάδες έλυσαν τα δυο προβλήματα σε μια ωριαία συνάντηση και το τρίτο σε άλλη συνάντηση, ενώ κάποιες άλλες έλυσαν και τα τρία προβλήματα σε μια συνάντηση περίπου μιάμισης ώρας. Παρ’ όλα αυτά, είχαν στη διάθεση τους περίπου 30’ για κάθε άσκηση και όταν ξεπερνούσαν αυτό το χρόνο τους γίνονταν κάποια μικρή υπενθύμιση της ώρας. Όποιες ομάδες ολοκλήρωναν κάποιο έργο σε λιγότερο από μισή ώρα τους δινόταν το επόμενο.

Η ερευνήτρια στέκονταν συνήθως μακριά από το οπτικο-αντιληπτικό πεδίο των μαθητών κατέχοντας ρόλο παρατηρητή σε όλη τη διαδικασία. Μιλούσε μόνο στην αρχή δίνοντας τις οδηγίες ή τονίζοντας το διαθέσιμο χρόνο και απαντούσε σε ερωτήσεις επεξήγησης αποφεύγοντας να δώσει συγκεκριμένες απαντήσεις ή υποδείξεις που θα βοηθούσαν στην επίλυση. Η μοναδική υπόδειξη που έκανε ήταν να προτείνει στους μαθητές να ξαναδιαβάζουν το πρόβλημα μια, δυο ή και τρεις φορές για να το καταλάβουν καλύτερα όταν δυσκολεύονταν πολύ.

2.6 ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΗ

Η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε με τη χρήση προγράμματος ηχογράφησης με 5 κινητά τηλέφωνα. Η ηχογράφηση ξεκινούσε τη στιγμή που δινόταν το πρόβλημα και ολοκληρωνόταν με τη λεκτική υπόδειξη των μαθητών ότι ολοκλήρωσαν το έργο.

Κατόπιν, τα αρχεία μεταφέρθηκαν σε Η/Υ προκειμένου να απομαγνητοφωνηθούν. Η απομαγνητοφώνηση επικεντρώνεται στην ομιλία των μαθητών που αφορά την επίλυση του έργου και ορισμένα παραγλωσσικά στοιχεία (Βρεττός, 1994) όπως το ύψος και η χροιά της φωνής, η ένταση, η ταχύτητα, αποκλείοντας τον υποκειμενοποιητικό λόγο (Wood & Calinec, 2011) και εξωγλωσσικά στοιχεία (μορφασμοί, χειρονομίες, κινήσεις του σώματος). Ο κώδικας απομαγνητοφώνησης που χρησιμοποιείται προσαρμόστηκε για τις ανάγκες της έρευνας. Η τελική του μορφή είναι η εξής (Georgakopoulou & Goutsos, 2004· Jacob, 1999):

[ ]   για επικαλύψεις μεταξύ συνομιλητών από το σημείο που αρχίζουν και σε όλο το μήκος τους

:   επέκταση ή παράταση ενός ήχου – μακρές συλλαβές

:::   για μακρύτερες συλλαβές

;   αύξηση επιτονισμού

!   ζωηρός τόνος & έκπληξη

_   έμφαση (υπογράμμιση)

> <   γρηγορότερη εκφορά ομιλίας σε σχέση με τα συμφραζόμενα

( )   σχόλια του αναλυτή – περιγραφή πράξεων ομιλητών

(.)   παύση μικρότερη του μισού δευτερολέπτου

(1)   χρονική διάρκεια της παύσης δίνεται σε παρένθεση σε δευτερόλεπτα

- σπάσιμο λέξης ή φράσης (παύλα)

{....} κομμάτι που διαγράφηκε ή παραλείφθηκε

(( )) ακατάληπτα τμήματα λόγου από τον αναλυτή κατά την απομαγνητοφώνηση

… έκφραση στη μέση

Με πλάγια γράμματα όταν γράφει κάποιος κάτι φωναχτά ή όταν γράφει και διαβάζει δυνατά αυτό που έχει γράψει

Ο λόγος της ερευνήτριας - αναλύτριας υποδηλώνεται με το Ερ, ενώ για κάθε ζεύγος συμμετεχόντων χρησιμοποιούνται ψευδώνυμα.

3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

3.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

3.1.1 ΈΡΓΑ

Όσον αφορά τα έργα που επιλέγονται και παρουσιάζονται συχνότερα είναι οι ερωτήσεις κατανόησης, ενώ αρκετά συχνά είναι και τα ανοιχτά προβλήματα. Δίνονται πολλά φύλλα εργασίας και πάντα υπάρχουν ασκήσεις κλιμακούμενης δυσκολίας (κατανόησης, συμπλήρωσης κενών, Σ/Λ, προβλήματα) για εξάσκηση στο σπίτι.

Η επίλυση των έργων που δίνονται απαιτεί μέτρια μαθηματική εμπλοκή και οι ευκαιρίες μάθησης που προσφέρουν είναι κυρίως η αναπαραγωγή των εκμαθημένων γνώσεων και η επανάληψη. Σπανιότερα, σε ανοιχτά προβλήματα ασκείται και η κριτική σκέψη των μαθητών.

Όταν παρουσιάζει το έργο η εκπαιδευτικός τις περισσότερες φορές είτε κάνει ερωτήσεις ή υποδείξεις είτε δίνει οδηγίες οι οποίες ουσιαστικά βοηθούν ή διευκολύνουν την επίλυση της άσκησης. Το παραπάνω σχήμα είναι εμφανές τόσο στις δραστηριότητες που συζητιούνται στο σύνολο της τάξης, όσο και σε αυτές που αναλαμβάνουν οι μαθητές να διεκπεραιώσουν ατομικά.

3.1.2 ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Μια αιτιολόγηση θεωρείται αποδεκτή και οι μαθητές ότι όντως αιτιολόγησαν όταν είναι σε θέση να δικαιολογήσουν με μαθηματικούς όρους τον τρόπο επίλυσης τους. Όσον αφορά το είδος της αιτιολόγησης που ζητείται τις περισσότερες φορές είναι *διαδικαστική* του τύπου **τι** έκανες ή **πώς** το βρήκες (περιγραφή μιας μεθόδου, μιας διαδικασίας ή των βημάτων ενός προβλήματος). Σπανιότερα είναι *αιτιολογική* του τύπου **γιατί** έκανες κάτι (κυρίως όταν το ζητάει το πρόβλημα).

- *«Θα μου πεις το σκεπτικό σου, δε θα μου πετάς νούμερα!», «Λέτε τι κάνετε!», «Πρώτα κάντε το και στο τέλος πείτε το γιατί.*

Η διαδικασία της αιτιολόγησης θεωρείται σημαντική και έτσι όταν κάποιος εξηγεί οι υπόλοιποι πρέπει να προσέχουν και όχι να μιλάνε ή να προχωράνε παρακάτω.

- *«Την ώρα που εξηγούμε εσύ έκανες την επόμενη*;»

Οι μαθητές μπορεί να εκφράσουν τους προβληματισμούς τους ή τις αντιρρήσεις τους, αλλά τελικά συμφωνούν με το αποδεκτό σχήμα αιτιολόγησης για την εκπαιδευτικό. Έτσι, οι απαντήσεις οι οποίες τελικά γίνονται αποδεκτές είναι αυτές που συμφωνούν με τα δικά της πρότυπα. Προκειμένου να κατευθύνει ή να οδηγήσει τους μαθητές στο προσδοκώμενο σχήμα αιτιολόγησης η εκπαιδευτικός τους θέτει περισσότερες ερωτήσεις.

- *«Άλλο θέλω να μου πείτε και δε μου το λέτε!», «Γιατί δεν προσέχετε ακριβώς αυτό που σας λέω;» «Δεν προσέχεις που μιλάω; Τότε απάντησε σε αυτό που σε ρωτάω!», «Σου είπα μέτρα σωστά και βάλε την υποδιαστολή σωστά!*».
- *«Έτσι όπως τα βλέπω τώρα εγώ, μπορώ να το κάνω…;»*
    - *«Θα…»*
    - *«Μπορώ; Ναι ή όχι;»*

3.1.3 ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ

Ανατροφοδότηση παρέχεται μόνο από τη δασκάλα προς τους μαθητές (*«Δυσκολεύτηκε κανένας κάπου;», «Σας φάνηκαν εύκολες*;») και έχει συνήθως τη μορφή εξέτασης και αξιολόγησης των εκμαθημένων γνώσεων.

Ειδικότερα, η ανταπόκριση της δασκάλας στις σωστές απαντήσεις είναι (Webb, Nemer & Ing, 2006):

Αρκετά συχνά χαμηλή (αμέσως θέτει άλλη ερώτηση). Συχνότερα μέτρια [επαναλαμβάνει την απάντηση που δόθηκε από κάποιον μαθητή, επικυρώνει/επιβραβεύει την απάντηση μονολεκτικά - θετικά (έτσι!, Μπράβο!, ααα! κ.λπ.)]. Σπανιότερα υψηλή (προσθέτει λεπτομέρειες στις απαντήσεις των μαθητών).

Όταν κάποιος μαθητής ή μαθήτρια κάνει λάθος σημαίνει πως κάτι δεν έχει καταλάβει και η εκπαιδευτικός δηλώνει ότι πρέπει να εκμεταλλευτεί το λάθος του και να τον βοηθήσει να βρει μόνος του το σωστό. Παρ’ όλα αυτά, στις λανθασμένες απαντήσεις, η ανταπόκριση της βρέθηκε να είναι συνήθως χαμηλή (καλεί κάποιον άλλο μαθητή να απαντήσει, επαναλαμβάνει την ερώτηση με διαφορετικό τρόπο/παραφράζοντας την).

- *«Πες το λίγο καλύτερα…;», «Αυτό καταλάβατε Βικτώρια;», «Αυτό καταλαβαίνεις εσύ έτσι που το ακούς;», «Αααα….! Λάθος είσαι!», «Αααα! Τι είπες τώρα;», «Μάλιστα…»* (μονολεκτική απάντηση)

Κάποιες φορές μάλιστα ζητήθηκε και η γνώμη της υπόλοιπης τάξης:

- *«Συμφωνείτε;»*

Οι γνωστικές διεργασίες που απαιτούνται για την απάντηση των ερωτήσεων είναι συνηθέστερα χαμηλές (ανάκληση κάποιας πληροφορίας, ανάγνωση απάντησης από το χαρτί) και σπανιότερα μέτριες (ανάκληση βήματος κάποιου προβλήματος όταν το πρόβλημα έχει ήδη επιλυθεί σε όλη την τάξη ή ατομικά) (Webb, Nemer & Ing, 2006). Όσον αφορά την ανταπόκριση των μαθητών στις ερωτήσεις που τίθενται είναι συνηθέστερα χαμηλή (κομμάτια πληροφοριών, αλλά όχι βήμα προβλήματος, μονολεκτική απάντηση, ναι/όχι, αριθμός) και σπανιότερα υψηλή (απλή αριθμητική ακολουθία, περιγραφή ενός βήματος από ένα πρόβλημα, εξήγηση του γιατί χρησιμοποιείται μια διαδικασία) (Webb, Nemer & Ing, 2006).

Οι μαθητές ναι μεν ενθαρρύνονται να εκφράσουν λεκτικά τη σκέψη τους ή να θέσουν ερωτήσεις, ωστόσο, όταν το κάνουν δεν υπάρχει σημαντικός αντίλογος ή σχολιασμός των απαντήσεων ή ερωτήσεων τους.

- *«Δε μπορούμε να πούμε…;»*
  - *«Ε, ναι και αυτό μπορείς να το πεις».*
- *«Εγώ αλλιώς το 'κανα!»*
  - *«Πώς το έκανες;»* (και πάει στο θρανίο της μαθήτριας να δει)
  - *«Έκανα…»*
  - *«Ωραία».*

3.1.4 ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

Ο χρόνος που παρέχεται για ατομική εργασία είναι μεν ικανοποιητικός και επαρκής, ωστόσο, στις απαντήσεις απαιτεί ταχύτητα.

- *«Τα κάνατε όλοι; Κώστα τα έκανες;», «Περίμενε Ντίνα να τα κάνουν και οι άλλοι»* (σε μια μαθήτρια που τελείωσε πρώτη και σήκωνε χέρι), *«Όχι, περιμένετε λίγο να κοιτάξουν όλοι», «Δείξε μου εδώ γρήγορα», «Το σκέφτεσαι ακόμη;», «Τι σκέφτεσαι τόση ώρα;», «Με το μυαλό σας θα το κάνετε πιο γρήγορα!», «Δε χρειάζεται πολύ σκέψη!».*

3.1.5 ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ

Από τους 22 μαθητές στο σύνολο 3 είναι αυτοί που συμμετέχουν συχνότερα. Από τους υπόλοιπους 19 μαθητές συμμετέχει ενεργά (σηκώνει χέρι, απαντάει, ρωτάει, εμπλέκεται γενικότερα στα δρώμενα της τάξης στο συγκεκριμένο μάθημα) περίπου το 1/5, ενώ άλλα 3/5 συμμετέχουν ή καλύτερα ενεργοποιούνται μετά από παρακίνηση της δασκάλας, η οποία χρησιμοποιεί διάφορες τεχνικές προκειμένου να κινητοποιήσει και την υπόλοιπη τάξη (περιμένει να σηκώσουν και άλλοι χέρι, τους προσφωνεί ονομαστικά όταν δε συμμετέχουν συχνά, ζητά να απαντήσουν και άλλοι). Τέλος, το υπόλοιπο 1/5 δε συμμετέχει καθόλου λόγω μαθησιακών δυσκολιών ή γλωσσικών δυσκολιών.

3.1.6 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΜΑΘΗΤΩΝ

Οι μαθητές δεν έχουν λόγο στην επιλογή του υλικού, αλλά έχουν τον έλεγχο των συζητήσεων που προκύπτουν. Αλληλεπιδρούν, καθώς λόγω θέσεων αυθόρμητα και αβίαστα αναδύονται συζητήσεις μεταξύ τους οι οποίες μπορεί να είναι σχετικές με το μάθημα ή μπορεί και όχι *(υποκειμενοποιητικός λόγος)* (Woood & Kalinec, 2011).

- *«Αυτό πώς το έκανες;», «Εδώ τι έκανες;», «Όχι ρε! Δεν είναι έτσι. Κοίτα!», «Τι θα πούμε;», «Πώς θα το γράψουμε;».*

3.1.7 ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Η εκπαιδευτικός δήλωσε ότι χρησιμοποιεί την ομαδοσυνεργατική μέθοδο σε όλες τις διδασκαλίες της και πως η σύνθεση των ομάδων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους. Όσον αφορά το αν υπάρχουν κάποιοι διακριτοί ρόλοι στις ομάδες φαίνεται να υπάρχουν και η ανάθεση τους γίνεται μετά από συζήτηση και απόφαση που θα πάρει η ομάδα μεταξύ της. Οι ρόλοι αυτοί μπορεί και να αλλάζουν μέσα στη χρονιά. Υπάρχει ο συντονιστής που συντονίζει τη συζήτηση και ο γραμματέας που καταγράφει και ανακοινώνει τις απόψεις.

Η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι η συνεργασία τους σε ομάδες τους ωφέλησε, γιατί κατάφεραν να συνεργαστούν αρμονικά, να αναπτύξουν φιλικές σχέσεις, έμαθαν να σέβονται τη γνώμη του άλλου, να κάνουν υπομονή να έρθει η σειρά τους, να εκφράζουν επιχειρήματα σε αυτό που λένε.

Από τις 7 παρατηρήσεις που πραγματοποιήθηκαν μέσα στο 2015 μια φορά παρατηρήθηκε η εργασία σε ομάδες των 6 ατόμων - όπως είναι η δομή των θρανίων –

με τους μαθητές να κατέχουν συγκεκριμένους ρόλους αυτούς του *αρχηγού* και του *γραμματέα*.

→ *«Ποιος είναι ο αρχηγός της ομάδας; Εκείνος κρατάει τα στοιχεία και οι άλλοι μετράτε. Ο γραμματέας της ομάδας μετά θα μου πει τα αποτελέσματα», «Για να ακούσω; Ο γραμματέας της ομάδας;»*

Βασικά χαρακτηριστικά του ρόλου του *αρχηγού – συντονιστή* (Ματσαγγούρας, 2000, σ. 107) είναι να:

- ✓ Διευθύνει τη συζήτηση
- ✓ Ανακεφαλαιώνει τα συμπεράσματα
- ✓ Φροντίζει ώστε όλα τα μέλη της ομάδας να συμμετέχουν

Όμοια, τα κυριότερα χαρακτηριστικά του ρόλου του *γραμματέα* (Ματσαγγούρας, 2000, σ. 107) είναι να:

- ✓ Διαβάζει τις κοινές οδηγίες και το υλικό
- ✓ Καθαρογράφει τη συλλογική απάντηση της ομάδας

3.1.8 ΝΟΡΜΕΣ

3.1.8.1 ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ

- ☑ Η διαπραγμάτευση των μαθηματικών νοημάτων γίνεται ουσιαστικά στον πίνακα. Εκεί επικυρώνονται όλες οι λύσεις που απαιτούν κάποιας μορφής αιτιολόγηση.
  - ✓ Οι δύσκολες ασκήσεις και τα προβλήματα παρουσιάζονται στον πίνακα από έναν κάθε φορά μαθητή τον οποίο επιβλέπει και καθοδηγεί η εκπαιδευτικός με ερωτήσεις.
  - ✓ Οι μαθητές σηκώνονται στον πίνακα για να λύσουν μια άσκηση χωρίς τη συμμετοχή της υπόλοιπης τάξης (η εκπαιδευτικός είναι στραμμένη προς τον πίνακα έχοντας πλάτη στους υπόλοιπους μαθητές).
- ☑ Οι μαθητές αναμένεται να εξηγήσουν το συλλογισμό τους - κυρίως τις διαδικασίες που ακολούθησαν - στις πιο σύνθετες ασκήσεις.
- ☑ Οι παρεμβάσεις άλλων μαθητών στις αιτιολογήσεις των συμμαθητών τους δεν είναι αποδεκτές.
- ☑ Οι μαθητές όταν δυσκολεύονται να βρουν τον τρόπο επίλυσης μιας άσκησης ή όταν θέλουν επιβεβαίωση για έναν τρόπο που ήδη σκέφτηκαν ζητούν τη βοήθεια της εκπαιδευτικού.

- ☑ Ένας μαθητής αναμένεται να απαντήσει σωστά όταν σηκώνει το χέρι του να μιλήσει και στην κατηγορία των σωστών απαντήσεων εντάσσονται οι απαντήσεις που συνάδουν με το σκεπτικό της εκπαιδευτικού.
- ☑ Η εκπαιδευτικός συνοψίζει – παρουσιάζει τα συμπεράσματα.
- ☑ Η εκπαιδευτικός κάνει ένα παράδειγμα στον πίνακα και οι μαθητές κατόπιν λύνουν ατομικά τις ασκήσεις, ενώ η δασκάλα περνάει και ελέγχει την πρόοδο τους.
- ☑ Οι μαθητές αναμένεται να εργάζονται ατομικά παρά τις ομαδικές θέσεις τις οποίες κατέχουν.
- ☑ Η επιμονή της οι μαθητές να διατυπώνουν πληρέστερα τα συμπεράσματα – απαντήσεις τους.
- ☑ Δηλώσεις του τύπου: «συμφωνείτε;», «εντάξει;», «οκ;», «το καταλάβατε;» «βρήκατε τόσο οι άλλοι;» με τις οποίες ζητείται η κατανόηση του συνόλου των μαθητών.

3.1.8.2 ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ

- ☑ Οι ενέργειες της εκπαιδευτικού να επικυρώνει τη διαδικασία επίλυσης και το αποτέλεσμα που είναι μαθηματικώς αποδεκτά.
    - *«Είναι λογικό αυτό που λες;».*
    - *«Τόσο βρήκατε εσείς; Δηλαδή διαβάζοντας το πρόβλημα αυτό καταλάβατε;»*
- ☑ Μια αιτιολόγηση θεωρείται αποδεκτή όταν περιγράφεται με μαθηματικούς όρους ο τρόπος επίλυσης.
- ☑ Όσον αφορά τη «σωστή λύση» πρέπει να συμφωνεί με το παρουσιαζόμενο από την εκπαιδευτικό πρότυπο το οποίο και αποτελεί το μαθηματικώς αποδεκτό.
- ☑ Οι διαφορετικές λύσεις ναι μεν είναι αποδεκτό ότι υπάρχουν, ωστόσο, δεν έρχονται προς διαπραγμάτευση.
- ☑ Η παρουσίαση των μαθηματικών εννοιών γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να δίνεται έμφαση στην εκτέλεση των πράξεων και στην περιγραφή των διαδικασιών που ακολουθούνται τις οποίες η εκπαιδευτικός φροντίζει να παρουσιάζει είτε στον πίνακα είτε προφορικά.
- ☑ Φύσης μαθηματικών προβλημάτων:

- Τα μαθηματικά προβλήματα έχουν κάποια ροή (αρχή, μέση, τέλος, ζητούμενα).
    - «*Προσέξτε τι σας ζητάει. Από πού να φτάσετε που»*.
- Τα μαθηματικό προβλήματα πρέπει να αντιμετωπίζονται με προσοχή.
    - *«Θα προσέχετε! Όχι βιαστικά…»*
    - *«Προσέξτε παρακαλώ παρακάτω!»*.
    - *«Στα μαθηματικά θα προσέχετε πάρα πολύ!»*.

☑ Η προσπάθεια της εκπαιδευτικού να επιλέγουν οι μαθητές μια διαδικασία επίλυσης με βάση τη βολικότητα της.

- *«Δεν είναι λάθος, αλλά λέμε κάτι που είναι πιο βολικό. Ό, τι σας βολεύει…»*

☑ Οριοθέτησης των μαθηματικών η οποία διαχωρίζει ρητά έναν «μαθηματικό» από έναν «πρακτικό» τρόπο επίλυσης.

3.1.9 ΡΟΛΟΙ

3.1.9.1 ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ

Είναι υπεύθυνη για όλες τις διδακτικές ενέργειες (επιλογή υλικού, ερωτήσεων κ.λπ.) και αυτή που λαμβάνει όλες τις αποφάσεις. Παράλληλα, ελέγχει την ποιότητα και τα αποτελέσματα όλων των δράσεων και του υλικού. Δίνει μικρή δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύξουν τη μαθηματική τους αυτονομία, καθώς τους παρέχει βοήθεια στις ασκήσεις με αποτέλεσμα να ζητούν σε κάθε δυσκολία τη βοήθεια της. Η διδασκαλία της περιλαμβάνει το σχήμα ερώτηση/εις προς τους μαθητές – απάντηση μαθητών – επόμενη ερώτηση/εις και επανάληψη του σχήματος. Επιπλέον, επιθυμεί οι απαντήσεις που λαμβάνει από τους μαθητές να είναι σύμφωνες με τις προσδοκώμενες. Η αλληλεπίδραση που προωθεί είναι της μορφής:

Εκπαιδευτικός $\rightleftarrows$ Μαθητής

Τα Μαθηματικά αποτελούν για εκείνη το δρόμο που οδηγεί σε σκέψη, γνώση, παιδεία, εμπειρία. Η αναγκαία αλήθεια. Σε ερώτηση για τον αν πιστεύει πως υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ της γλώσσας και των μαθηματικών απαντά πως είναι αλληλένδετες επιστήμες. Αν δεν χρησιμοποιηθεί σωστά η γλώσσα δεν θα μπορούν να περιγραφούν έννοιες μαθηματικές, αφού είναι εργαλείο σκέψης.

Όσον αφορά τη μέθοδο διδασκαλίας που χρησιμοποιεί συχνότερα δηλώνει ότι σίγουρα υπάρχει η δασκαλοκεντρική, γιατί υπάρχει πληθώρα ύλης και πολλές δραστηριότητες ανά διδακτική ενότητα, όμως η συχνότερη μέθοδος είναι η ανακαλυπτική – διερευνητική όπου οι μαθητές οδηγούνται στη νέα γνώση, έχουν ενεργή συμμετοχή και ακολουθούν το δικό τους ατομικό τρόπο ο οποίος πολλές φορές είναι «φάρος» και για τα άλλα παιδιά, αλλά και ομαδοσυγκεντρωτική για να υπάρχει συνεργασία και ανταλλαγή σκέψεων, απόψεων μεταξύ τους. Οι διδακτικές ενέργειες που ακολουθεί κατά τη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών είναι η ανάκληση στην προηγούμενη πάντα πριν πάνε στη νέα γνώση και βασιζόμενοι σε αυτή προχωράμε στο επόμενο βήμα. Κατακτούν τη νέα γνώση αξιοποιώντας την παλιά. Επειδή στα μαθηματικά υπάρχει μεγαλύτερος βαθμός αυτενέργειας από τους μαθητές σε σχέση με άλλα πιο θεωρητικά μαθήματα, οι διδακτικές ενέργειες διαφοροποιούνται από αυτές των υπόλοιπων μαθημάτων.

- ✓ Δυο κανόνες για ομαλή επικοινωνία θέλει να τηρούνται πιστά. Ο πρώτος είναι να δείχνουν ότι θέλουν να πάρουν το λόγο σηκώνοντας το χέρι τους
  - i. *«Χεράκι! Οι άλλοι χαζοί είναι που σηκώνουν χέρι;».*
  - ii. *«Καταρχήν, θα σηκώσεις χέρι και δεύτερον…».*
- ✓ και ο άλλος είναι να μη διακόπτουν αυτόν που μιλάει ανεξάρτητα από το είδος της απάντησης (σωστή ή λανθασμένη) που δίνει αυτός που έχει το λόγο.
- ✓ Οι προσδοκίες που έχει για τους μαθητές είναι αρκετά υψηλές. Θέλει και επιμένει οι μαθητές της να είναι ικανοί να κάνουν σωστή χρήση τόσο της μαθηματικής ορολογίας όσο και του μαθηματικού περιεχομένου, των συμβόλων, των όρων, των εννοιών, των διαδικασιών.
  - i. *Δε νομίζω ότι είναι κάτι δύσκολο, είναι πανεύκολα! Είναι πράγματα «που τα έχουμε ξαναπεί!».*
  - ii. *«Μην περιμένεις να σου τα πούνε! Μέτρα! Εδώ είσαι!».*
  - iii. *«Χρύσα, γιατί δε σηκώνεις χέρι; Δεν ξέρεις το βάρος της τσάντας σου;»* (σε μια μαθήτρια με καλή επίδοση, η οποία δεν είχε σηκώσει το χέρι της για να απαντήσει στην ερώτηση).

  και προσπαθεί να κινητοποιήσει με διάφορες μεθόδους και την υπόλοιπη τάξη:
  - i. *«Οι άλλοι γιατί δε σηκώνετε χέρι;»*
  - ii. *«Οι άλλοι δεν ξέρετε;»*
  - iii. *«Περιμένω και άλλους! Δε θέλω να απαντάνε όλο οι ίδιοι».*
  - iv. *«Να σκεφτούνε και οι άλλοι θέλω!».*

- ✓ Έχει το ρόλο της αυθεντίας στην τάξη και μάλιστα οι λεκτικές εκφράσεις της στην πλειοψηφία τους υποδηλώνουν το ρόλο της *προσωπικής* αυθεντίας που κατέχει και στην οποία βασίζονται οι μαθητές της.
    - i. *«Θέλω να κάνετε…».*
    - ii. *«Ακούστε με λίγο!».*
    - iii. *«Εξήγησε μου τι είναι το 0,7».*
    - iv. *«Μετρήστε τώρα το μήκος και το πλάτος του θρανίου σας».*
    - v. *«Σταμάτα να μιλάς και κάνε αυτό που λέω!».*
    - vi. *«Σβήσ' το! Γράψε εκ.».*
    - vii. *«Ή θα το κάνεις σωστά ή θα κάτσεις κάτω!»* (σε μαθητή που έχει σηκωθεί στον πίνακα).
- ✓ Κάνει αρκετές ερωτήσεις τη μια μετά την άλλη - ερωτήσεις οι οποίες γίνονται σε αρκετά ταχύ ρυθμό και απαιτούν άμεση ανταπόκριση.
    - i. *«Λοιπόν, μέχρι τώρα τι έχουμε κάνει;».*
    - ii. *«Το πρώτο πράγμα που έκανα ήταν ποιο;».*
    - iii. *«Το πρώτο;».*
    - iv. *«Για να ξεκινήσω την έρευνα μου;».*
    - v. *«Στην αρχή όταν ξεκίνησα την έρευνα τι έκανα;».*
    - vi. *«Πώς ξεκίνησα την έρευνα;».*
- ✓ Το στυλ των ερωτήσεων είναι το εξής: τίθεται η ερώτηση για έλεγχο της απομνημόνευσης, ένας μαθητής/τρια απαντάει, η εκπαιδευτικός αξιολογεί την απάντηση και κατόπιν περνάει στην επόμενη ερώτηση. Οι περισσότερες από αυτές τις «ανταλλαγές» συμβαίνουν σε γρήγορους ρυθμούς των 2 - 3 ερωτήσεων ανά λεπτό και εκτός και αν οι μαθητές αποτύχουν να δώσουν την αποδεκτή απάντηση δε γίνεται κάποιου είδους σχολιασμός στις απαντήσεις.
- ✓ Έχει μια αρκετά συγκεκριμένη απάντηση κατά νου – προφανώς σωστές και λανθασμένες απαντήσεις υπάρχουν – σκοπός αυτής της ανταλλαγής είναι η εξέταση της γνώσης που κατέχουν οι μαθητές.
- ✓ Κατέχει το ρόλο του εκκινητή των ερωτήσεων.
- ✓ Σύμφωνα με την ταξινομία του Bloom οι ερωτήσεις είναι κυρίως επιπέδου 1 και 2:
    - o Επιπέδου 1: ανάκλησης, επανάληψης, κατονομασίας, ανάκτησης, αναγνώρισης, περιγραφής, εύρεσης, απαρίθμησης (μπορείς να μου πεις γιατί…; τι είναι…; ποια γραφήματα είχαμε δείξει; Ονόματα; κ.λπ.)

- Επιπέδου 2: πρόβλεψης, παράφρασης, σύνοψης, εξήγησης, συζήτησης (έχεις χρησιμοποιήσει…; τι νομίζεις…; Πως νομίζετε ότι…; μέχρι τώρα τι έχουμε κάνει; γιατί…;).

✓ Η μόνη ίσως γλωσσική έκφραση η οποία δεν είναι αποδεκτή στην τάξη είναι «ο δικός μου τρόπος είναι σωστός».

3.1.9.2 ΜΑΘΗΤΕΣ

Οι μαθητές κατέχουν έναν ρόλο που είναι εξαρτημένος από αυτόν της εκπαιδευτικού, καθώς σπάνια παίρνουν ρίσκο, αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες ή θέτουν ερωτήσεις. Το μάθημα των Μαθηματικών σίγουρα το αντιμετωπίζουν διαφορετικά από άλλα μαθήματα, όπως τη γυμναστική ή τα εικαστικά. Παρόλα αυτά, για τους περισσότερους δεν αποτελεί μόνο ένα μάθημα, αλλά ολόκληρο κομμάτι της καθημερινότητας τους. Χαρακτηριστικότερο σημείο της καθημερινότητας στο οποίο οι περισσότεροι δήλωσαν πως απαιτείται η χρήση τους είναι τα ψώνια.

Όσον αφορά την αντίδραση της εκπαιδευτικού στις λανθασμένες απαντήσεις λίγοι απάντησαν ότι θα θύμωνε και θα φώναζε, ενώ οι περισσότεροι απάντησαν ότι θα βοηθούσε και θα προσπαθούσε να εξηγήσει στο μαθητή που απάντησε λάθος για να καταλάβει το σωστό. Όσον αφορά τις ουδέτερες απαντήσεις των μαθητών (δε γνωρίζω) οι περισσότεροι απάντησαν ότι θα μάλωνε ειδικά αν ήταν κάτι που το είχαν κάνει και έπρεπε να το γνωρίζουν, αλλά στη συνέχεια θα εξηγούσε το σωστό.

Η πλειοψηφία των ερωτηθέντων θεωρεί ότι το μάθημα των Μαθηματικών διαφέρει εν μέρει από τα υπόλοιπα μαθήματα και αυτό λόγω της φύσης του (ύπαρξη σχημάτων, αριθμοί, πράξεις, μετρήσεις, περισσότερη σκέψη). Δε θεωρούν ότι υπάρχουν κάποιοι κανόνες που να ισχύουν μόνο για το μάθημα των μαθηματικών, ενώ στις μη αποδεκτές συμπεριφορές και γλωσσικές εκφράσεις εντάσσονται οι βρισιές, η συνομιλία με τους διπλανούς, οι χαζομάρες, η μη συμμόρφωση με τους κανόνες της τάξης (να μιλάνε χωρίς να σηκώσουν χέρι, να μην προσέχουν, να μην γράφουν).

Σχετικά με τον εκκινητή των ερωτήσεων οι περισσότεροι απάντησαν ότι είναι η εκπαιδευτικός η οποία θέτει ερωτήσεις στους μαθητές για να διαπιστώσει αν και τι έχουν καταλάβει. Κάποιοι απάντησαν ότι οι μαθητές θέτουν περισσότερες ερωτήσεις κατονομάζοντας μάλιστα κάποιους από αυτούς. Όταν η εκπαιδευτικός θέτει ερωτήσεις οι περισσότεροι αναγνωρίζουν ότι ο ρόλος τους είναι να απαντήσουν σε αυτές. Κάποιοι πρόσθεσαν το υποθετικό αν γνωρίζουν την απάντηση, ενώ λίγοι το υποθετικό αν η απάντηση είναι σωστή. Οι λόγοι για τους οποίους μπορεί να μην απαντήσουν σε μια ερώτηση της εκπαιδευτικού είναι να μη γνωρίζουν, να μην έχουν καταλάβει ή να μην είναι σίγουροι για την απάντηση τους. Όσον αφορά το αν διαφορετικές απαντήσεις γίνονται αποδεκτές από την εκπαιδευτικό οι περισσότεροι θεωρούν ότι είναι αποδεκτές, αρκεί να είναι σωστές.

Οι εξηγήσεις που δίνονται στην εκπαιδευτικό σε σχέση με αυτές που δίνονται σε κάποιο συμμαθητή φαίνεται να διαφέρουν, καθώς οι περισσότεροι δήλωσαν ότι στην εκπαιδευτικό είτε θα περιγράψουν με διαφορετική ορολογία (πληθυντικός, πιο επίσημη ορολογία) σε σχέση με το συμμαθητή τους είτε η εξήγηση τους θα διαφέρει, καθώς στην εκπαιδευτικό θα πουν πως σκέφτηκαν, δηλαδή το σκεπτικό τους, ενώ στο συμμαθητή τους θα εξηγήσουν την άσκηση για να καταλάβει πώς να τη λύσει και αυτός.

Οι μαθητές ερμηνεύουν το ρόλο τους στο μάθημα των Μαθηματικών ως συμμετοχή σε μια κοινότητα με κανόνες τους οποίους ορίζει η εκπαιδευτικός (να σηκώνω χέρι, να απαντάω σωστά, να προσέχω, να κάνω ησυχία, να συμμετέχω, να διαβάζω). Όσον αφορά την ύπαρξη ομάδων εργασίας όλοι δηλώνουν ότι υπάρχουν, αλλά χρησιμοποιείται ως μέθοδος σπάνια (όταν έρχονται φοιτητές, 1 φορά το μήνα, 1 φορά το εξάμηνο). Ο ρόλος τους στην ομάδα σε κάποιους ερμηνεύεται ως βοηθός, υποστηρικτής, σε άλλους ως αρχηγός, επιμένων και σε άλλους ως γραμματέας, βοηθός, γράφων συμπεράσματα. Σημαντική είναι η διαπίστωση όσον αφορά τους ρόλους των μαθητών. Εδώ οι περισσότεροι μαθητές δηλώνουν ότι υπάρχουν συγκεκριμένοι ρόλοι, παρόλα αυτά, δεν είναι αποδεκτοί οι ρόλοι από όλους τους μαθητές:

- *«κάποιος είναι ο γραμματέας ο οποίος γράφει, αυτό. Αρχηγό δε θέλουμε να βάζουμε εμείς στη συγκεκριμένη μας ομάδα, οπότε ούτε γραμματέα μπορώ να πω ότι έχουμε. Γράφει ένα παιδί που θέλει να γράψει».*
- *«όλοι έχουν τον ίδιο ρόλο, απλά κάποιος γράφει ή κάποιος λέει αυτά που έγραψα εγώ με τη γνώμη όλων».*
- *«ε, πιστεύω πως όχι. Εκτός αν μας ορίσουν κάνα γραμματέα να τα πει, αλλά συγκεκριμένοι ρόλοι δε νομίζω».*

Εδώ κάνουμε μια υπενθύμιση των ρόλων που υιοθετούνται από τους μαθητές στις συνεργατικές δραστηριότητες και είναι αυτός του συντονιστή – αρχηγού που συντονίζει τη συζήτηση και αυτός του γραμματέα που καταγράφει και ανακοινώνει τις απόψεις.

3.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας ανά πρόβλημα ήταν τα εξής:

3.2.1 1^{O} ΠΡΟΒΛΗΜΑ

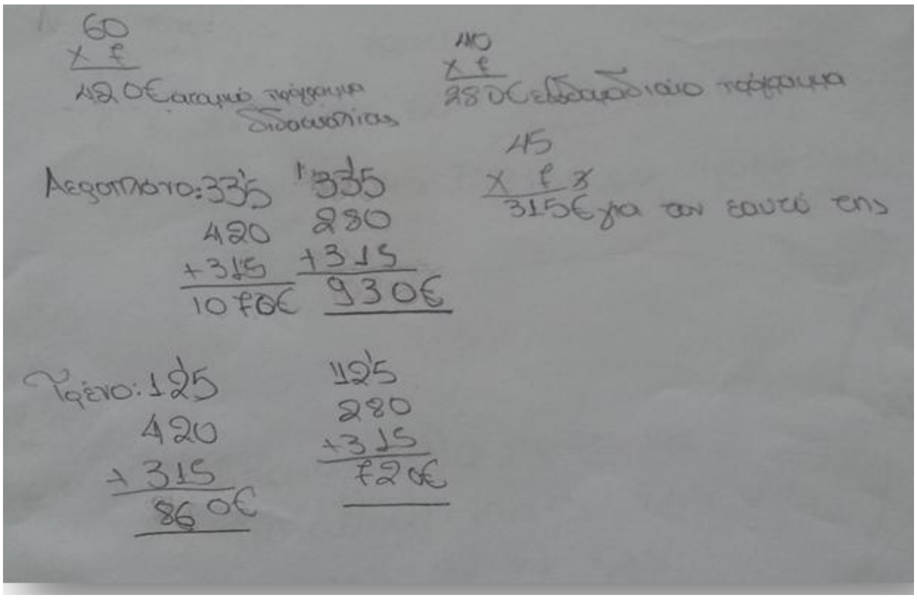
Σχόλια

Από τους 22 μαθητές της τάξης το έλυσε σωστά μόνο 1 μαθήτρια η οποία το εξήγησε και στη διπλανή της. Η συγκεκριμένη μαθήτρια με το παραπάνω δείγμα εργασίας έλαβε υπόψη της όλους τους πιθανούς συνδυασμούς προτού προβεί στην επιλογή των καταλληλότερων.

Η πλειοψηφία των μαθητών ναι μεν φάνηκε να έχει συλλάβει το σκεπτικό του προβλήματος, ωστόσο οι περισσότεροι απάντησαν ότι οι δυνατοί συνδυασμοί ήταν μόνο δύο: τα φθηνά και τα ακριβά (1] τρένο → ομαδικό πρόγραμμα διδασκαλίας → προσωπικά έξοδα, 2] αεροπλάνο → ατομικό πρόγραμμα διδασκαλίας → προσωπικά έξοδα) οπότε και επέλεξαν τα πρώτα.

Η βασικότερη δυσκολία που αντιμετώπισαν οι μαθητές κατά την επίλυση του ήταν ότι η εκφώνηση τους φάνηκε μεγάλη και μπερδεύτηκαν. Έτσι, οι περισσότεροι δεν έδωσαν καθόλου σημασία στο κομμάτι της εκφώνησης που ζητούσε να βρουν ποιες είναι "…..*όλες οι επιλογές που μπορεί να κάνει*….." και για αυτό δεν κατέγραψαν όλες τις δυνατές επιλογές που είχε η Άννα.

Ακολουθεί ένα δείγμα της ζητούμενης απάντησης μιας μαθήτριας.

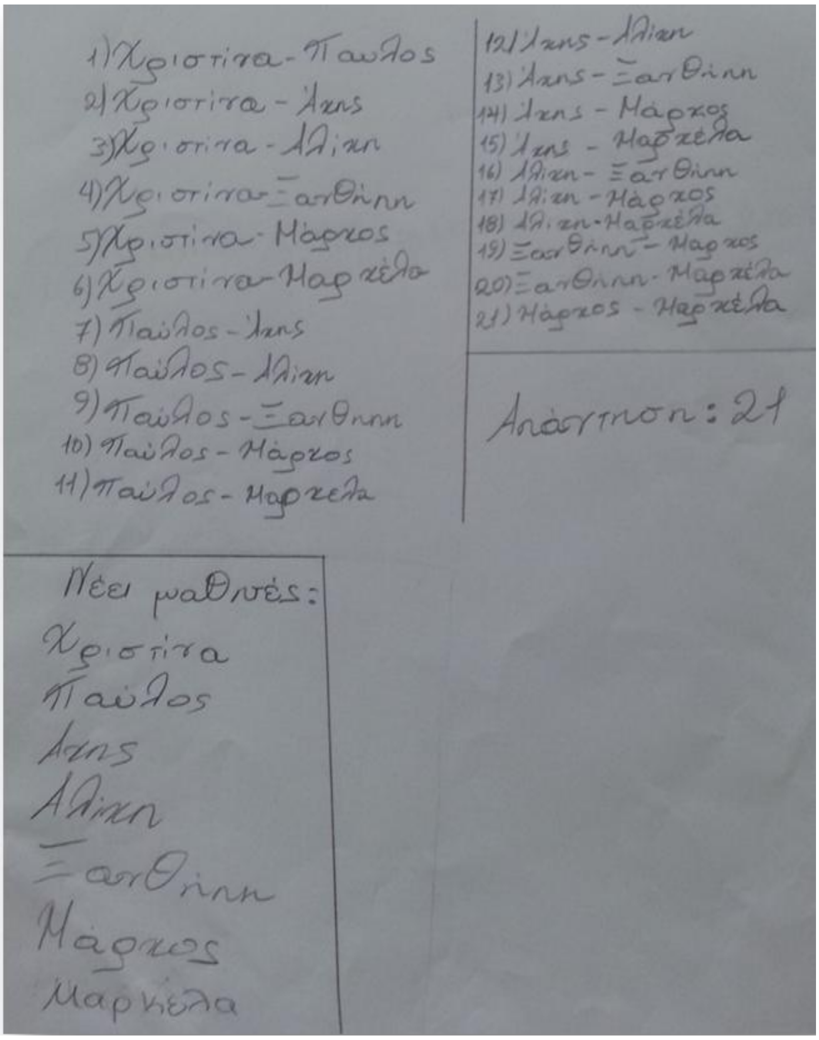


Σχήμα 5^{o}: ενδεικτική απάντηση 1^{o} πρόβλημα πιλοτικής έρευνας

3.2.2 2^{O} ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχόλια

Και αυτό το πρόβλημα μόνο ένα ζευγάρι μαθητών το έλυσε σωστά δίνοντας ονόματα στους μαθητές που αναφέρονταν αριθμητικά στο πρόβλημα. Τα υπόλοιπα ζευγάρια στην πλειοψηφία τους έκαναν διαίρεση το 7 με το 2 και την απάντηση που βρήκαν την στρογγυλοποίησαν προς τα επάνω. Βασική δυσκολία του συγκεκριμένου προβλήματος ήταν ότι οι μαθητές δεν κατάλαβαν καλά την έννοια "*….εφτά παιδιά ανά δυο;*". Είτε θεώρησαν ότι η έκφραση "*….να τρώνε κάθε μέρα δυο – δυο*" σήμαινε ότι τα γεύματα είναι 4, οπότε το 4 το πολλαπλασίασαν με τον αριθμό των μαθητών και το 28 που βρήκαν το διαίρεσαν με το 2 για να βρουν πόσα γεύματα θα φάνε τα παιδιά, είτε θεώρησαν ότι εφόσον τα παιδιά είναι 7 τα γεύματα που θα φάνε ανά δύο θα είναι 7 δια 2.

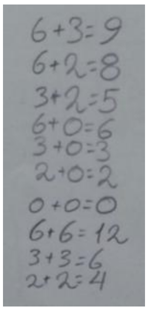


Σχήμα 6ο: ενδεικτική απάντηση 2υ πρόβλημα πιλοτικής έρευνας

3.2.3 3^{Ο} ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχόλια

Η πλειοψηφία των μαθητών βρήκε 9 διαφορετικά αποτελέσματα, καθώς κάποιες ομάδες δεν έλαβαν υπόψη ότι και τα δυο βελάκια μπορεί να αστοχήσουν ή κάποιες άλλες ξέχασαν να σημειώσουν την πιθανότητα να τύχουν και τα δυο βελάκια στο 6. Βασική δυσκολία που αντιμετώπισαν οι μαθητές ήταν στην εκφώνηση. Τους φάνηκε δύσκολη και μεγάλη και μπερδεύτηκαν στον υπολογισμό των αγώνων των παικτών στις φάσεις.

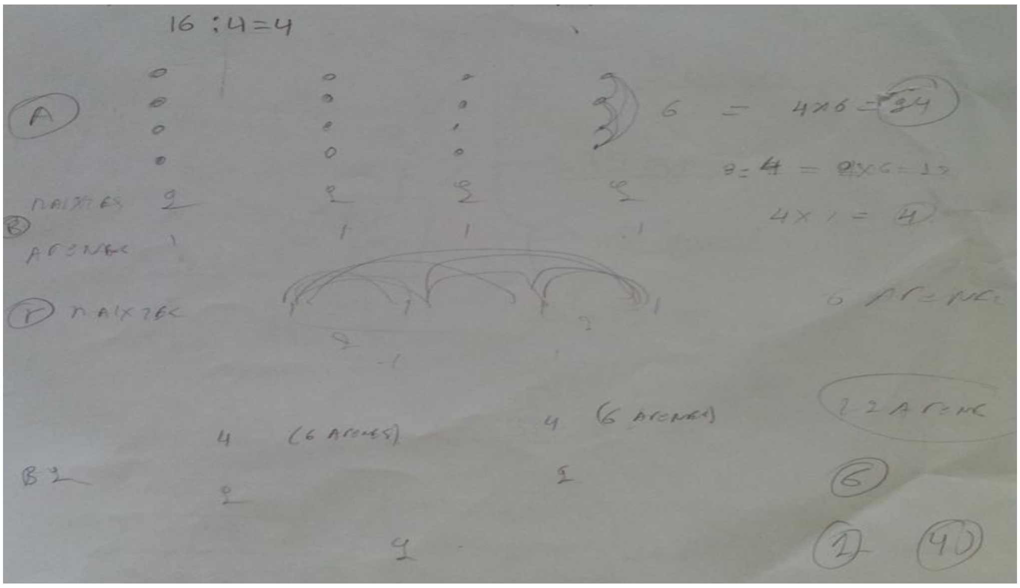


Σχήμα 7^{ο}: ενδεικτική απάντηση 3^{υ} πρόβλημα πιλοτικής έρευνας

3.2.4 4^{Ο} ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχόλια

Μόνο ένα ζευγάρι μαθητριών έλυσε σχεδόν σωστά την άσκηση, αν και οι περισσότερες ομάδες ξεκίνησαν να αντιλαμβάνονται το σκεπτικό της άσκησης. Κάποιες ομάδες, ωστόσο, είτε υπολόγισαν από δυο φορές κάθε αγώνα δυο παικτών στην πρώτη φάση είτε δεν υπολόγισαν όλους τους αγώνες κάθε παίκτη με τους συμπαίκτες του.



Σχήμα 8^{ο}: ενδεικτική απάντηση 4^{υ} πρόβλημα πιλοτικής έρευνας

Συζήτηση

Η ταυτόχρονη ηχογράφηση των ομάδων δεν είχε καλό ακουστικό αποτέλεσμα, έτσι τα ποιοτικά δεδομένα που βγάλαμε από τις απομαγνητοφωνήσεις δεν ήταν πάρα πολλά. Φάνηκε ότι η εκφώνηση των ασκήσεων μπέρδευε τους μαθητές και ζητούσαν συνεχώς διευκρινίσεις στις οποίες η ερευνήτρια απέφευγε να δίνει απαντήσεις ή οτιδήποτε θα έδινε κάποια κατεύθυνση στην επίλυση των προβλημάτων. Επιπρόσθετα, η συνεργασία σε ομάδες δεν απέδωσε σε όλα τα ζευγάρια, καθώς κάποια δε μιλούσαν, έτσι δυάδες έγιναν τετράδες και εξήγησαν η μια ομάδα στην άλλη τι σκέφτεται και τι προτείνει. Τέλος, από την ανάλυση των αποσπασμάτων μπορέσαμε να εξάγουμε κάποια συμπεράσματα που αφορούν τα ερευνητικά μας ερωτήματα τα οποία, ωστόσο, δεν είχαν γενική ισχύ για όλες τις ομάδες.

3.2.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Ερώτημα 1^{ο}: Ποιες κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες εντοπίζονται στις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ των μαθητών;

Οι νόρμες που εντοπίστηκαν στις μαθηματικές συνομιλίες μεταξύ των μαθητών δεν είχαν γενική ισχύ. Από αυτές που βρέθηκαν στην κατηγορία των κοινωνικών νορμών δυο νόρμες φαίνεται να έκαναν την εμφάνιση τους σχεδόν σε όλα τα ζευγάρια κυρίως λόγω της φύσης των έργων και των οδηγιών που δόθηκαν και αυτές ήταν της *συνεργασίας,* μια νόρμα που υπαγορεύει σε κάποιον να λαμβάνει υπόψη του το συνεργάτη του πριν από κάθε του ενέργεια και αυτή *της αμοιβαίας κατανόησης* που υπαγορεύει την κατανόηση όλων των μελών της ομάδας των εννοιών που είναι υπό διαπραγμάτευση.

Μια άλλη κοινωνική νόρμα που έκανε την εμφάνιση της ήταν η *νόρμα σαφούς διατύπωσης* σύμφωνα με την οποία οι μαθητές επεδίωκαν να είναι λεπτομερείς και σαφείς στις διατυπώσεις του.

Στην πλειοψηφία, επίσης, των ζευγαριών και σχεδόν σε όλα τα έργα εμφανίστηκε η *νόρμα υποστήριξης* που υπαγόρευε οι μαθητές να ζητούν τη βοήθεια της δασκάλας – ερευνήτριας όταν δυσκολεύονταν.

Από τις κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες που εντοπίστηκαν μία έκανε την εμφάνιση της στα 3 από τα 10 ζευγάρια της τάξης και ήταν η *νόρμα* η οποία αφορούσε *την επίλυσης προβλήματος* σύμφωνα με την οποία ως μαθηματικό πρόβλημα "ορίζεται" μια προβληματική κατάσταση η οποία για την επίλυση της απαιτεί τη χρήση μαθηματικών πράξεων. Η συγκεκριμένη νόρμα έκανε την εμφάνιση της στο πρώτο πρόβλημα αυτό της υποτροφίας στο οποίο το ζητούμενο ήταν να καταγραφούν όλες οι δυνατές επιλογές της Άννας και να προταθεί με βάση το κριτήριο του κόστους τι μπορεί να παρακολουθήσει.

Η παραπάνω νόρμα φαίνεται να σχετίζεται και με μια άλλη νόρμα που εντοπίσαμε και αφορούσε *τη φύση των μαθηματικών προβλημάτων* σύμφωνα με αυτήν τα μαθηματικά προβλήματα αναμένεται να έχουν κάποια δυσκολία.

Η *νόρμα σχετικότητας της λύσης* μια νόρμα σύμφωνα με την οποία η λύση ή το αποτέλεσμα είναι αποδεκτά στο κοινωνικο-μαθηματικό πλαίσιο που περιβάλλει το πρόβλημα εμφανίστηκε με δυο μορφές:

- Το αποτέλεσμα πρέπει να είναι λογικό
- Η διαδικασία που ακολουθείται πρέπει να είναι βολική

Τέλος, μια άλλη σημαντική νόρμα στην οποία εστιάσαμε ήταν *η νόρμα της δικαιολόγησης* σύμφωνα με την οποία μια λύση είναι αποδεκτή μέσα από κάποιες λογικές διαδικασίες που την δικαιολογούν μαθηματικά.

Ερώτημα 2^{ο}: Υιοθετούν οι μαθητές τις κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες που έχουν εγκατασταθεί μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης στις μεταξύ τους συνομιλίες;

Ορισμένες από τις νόρμες που έκαναν την εμφάνιση τους στην πιλοτική έρευνα είχαν παρατηρηθεί και στις συνομιλίες μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης. Ειδικότερα, οι μαθητές έχουν τη συνήθεια όταν δυσκολεύονται να ζητούν τη βοήθεια της δασκάλας κάτι που παρατηρήθηκε έντονα και στις συνομιλίες μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης. Επιπλέον, οι μαθητές φαίνεται να εξηγούν το συλλογισμό τους, κυρίως τις διαδικασίες που ακολούθησαν κατά την επίλυση των προβλημάτων. Παράλληλα, δείχνουν να εμμένουν στη σαφή και όσο το δυνατόν πληρέστερη διατύπωση των συμπερασμάτων και απαντήσεων τους κάτι που αναμένεται να κάνουν και στις συνομιλίες τους στην τάξη.

Αντίστοιχα, από τις κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες όσον αφορά το μαθηματικό περιεχόμενο, βρέθηκε ότι το αντιμετωπίζουν με προσοχή και εμμένουν στη βολικότητα μιας διαδικασίας κάτι που συνάδει με τα ευρήματα των παρατηρήσεων.

Ερώτημα 3^{ο}: Ποιοι ρόλοι υιοθετούνται από τους μαθητές κατά τις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ τους;

Οι διάλογοι που απομαγνητοφωνήθηκαν δεν είχαν μεγάλη συνέχεια, συνεπώς, μια πρώτη ανάλυση των ρόλων θα γίνει με βάση κάποια αποσπάσματα διαλόγων τριών ομάδων των οποίων οι συνομιλίες είχαν κάποια συνέχεια στη ροή τους. Στα αποσπάσματα αυτά διακρίνουμε κάποιους ρόλους τους οποίους δε θα κατονομάσουμε ακόμη, απλά θα κάνουμε μια σύντομη περιγραφή των κυριότερων χαρακτηριστικών τους. Το πρώτο ζευγάρι αγοριών ο Χάρης και ο Άλκης είχε την παρακάτω συνομιλία:

Χ: ρε, δε γίνεται να φάνε ανά δύο.

Α: πώς ρε δε γίνεται;

Χ: αφού είναι 7 παιδιά… όχι, 6 είναι. Α, ναι! Μαζί με τη Χριστίνα όμως 7. Εεε; Θα βάλουμε και ένα μισό γεύμα!

Α: για να δω. Είναι 7 παιδιά. Θα τρώνε ανά δύο.

Χ: το ένα μπορεί να φάει τριάδα! Πειράζει; (γελάνε)

Α: έλα ρε Χάρη!

Χ: μήπως εννοεί ότι δυο παιδιά θα τρώνε από ένα πιάτο; (ο άλλος γελάει) Εεε; Αυτό εννοεί; Αλήθεια; Δεν εννοεί αυτό ρε! Θα κάθονται δυο παιδιά σε ένα τραπέζι, αλλά θα έχουν από ένα πιάτο.

Α: ανά δύο. Θα τρώνε ανά δύο;

Χ: ναι! Εμείς είμαστε δυάδα, ένα πιάτο σε μένα, ένα πιάτο σε σένα. Κυρία, αυτό εδώ το πράμα τι εννοεί; Ότι θα τρώνε δυο παιδιά από ένα πιάτο ή θα τρώνε ανά δυάδα;

Ερ: λοιπόν, διαβάστε καλά την εκφώνηση!

Χ: πειράζει αν η Χριστίνα φάει μόνη της;

Α: κυρία, πώς θα τρώνε;; η δυάδα τρώει από το κάθε ένα παιδί;

Χ: πειράζει άμα η δυάδα θα είναι τριάδα;

{…}

Χ: ξαναδιάβασε το ρε (και διαβάζει το πρόβλημα ξανά). Μήπως θέλει να μας πει ότι την πρώτη φορά θα φάνε δυο παιδιά, την άλλη φορά θα φάνε άλλα δυο διαφορετικά παιδιά και η Χριστίνα που θα 'ναι μόνη της θα φάει και μ' αυτούς μετά και θα μείνει ένας άλλος μόνος; Δυο παιδιά από ένα πιάτο θα τρώνε!

Α: άλλο εννοεί ρε! Εννοεί ότι θα τρώνε δύο – δύο.

Χ: κυρία, εγώ αυτό δεν το λύνω.

Στη συνομιλία αυτή έγινε εμφανές ότι ο Χάρης έχει περισσότερο το ρόλο αυτού που ναι μεν εκφράζει την άποψη του, αλλά αυτό δε γίνεται χωρίς τη συμμετοχή και τη σύμφωνη γνώμη του συνομιλητή του Άλκη.

Το δεύτερο ζευγάρι κοριτσιών η Νέλη και η Αναστασία:

Α: Η Χριστίνα έξι και ακόμα παιδιά είναι νέοι μαθητές…

Ν: η Χριστίνα και έξι ακόμα παιδιά (γελάει). Διάβασε!

Α: είναι νέοι μαθητές στο ολοήμερο (και συνεχίζουν να διαβάζουν την εκφώνηση)

Ν: τι λες μα;

Α: εεε, έτσι! Σωστά το κάνω! 28!

Ν: γιατί 28;; (υψώνει τον τόνο της φωνής της)

Α: ρε συ 6 + 1 = 7, 7 Χ 4 δύο – δύο, δύο – δυο, δύο – δύο. Κυρία μου τα σβήνει!

Ερ: και οι δυο μαζί θα λύσετε την άσκηση.

Ν: κυρία!

Α: γράφε! 16 + 7!

Ν: κοίτα ρε πως …..

Α: η Χριστίνα και 6 ακόμα παιδιά άρα 7. 7 παιδιά (και διαβάζει μόνη της την εκφώνηση και πριν ολοκληρώσει την εκφώνηση) 7 δια 2 ρε!

Ν: ωχ, τεσσερά… 3,5 εεε;

{…}

Ν: τι 6 ρε; Έλα φέρε να το κάνω.

Α: ρε όχι! Έχει παγίδες! Σκάσε!

Ν: δύο – δύο! (υψώνει τον τόνο της φωνής της) 4 + 4 = 8!

Στο παραπάνω απόσπασμα η Αναστασία και η Νέλη φαίνεται να τηρούν μια εγωκεντρική στάση και η μια και η άλλη εκφράζοντας με απόλυτο τρόπο τις απόψεις τους και χωρίς να ζητά η μια την άποψη και γνώμη της άλλης.

Το τρίτο ζευγάρι κοριτσιών η Ντίνα φαίνεται να εκφράζεται με εγωκεντρικό και απόλυτο τρόπο και να μη ζητάει τη γνώμη της Ιορδάνας η οποία συμμορφώνεται με πιο παθητικό τρόπο στις προτάσεις της Ντίνας.

Ν: εσύ το λύνεις και εγώ λέω!

Ι: τι εννοεί;

Ν: θα ακούσουμε προσεκτικά το πρόβλημα. Διαβάζω. Ξαναλέω. Η Γιάννα ρίχνει 2 βελάκια. Δύο. (Και συνεχίζει την εκφώνηση). Τι θα κάνουμε; μας λέει εδώ πέρα ότι υπάρχουν 6 – 3 + 2 3Χ2 = 6. Τον βρήκαμε το στόχο! Άρα καταλαβαίνουμε…

Ι: κυρία, εδώ πέρα, δύο βελάκια πετάει;

Ν: Ιορδάνα πιο σιγά!

Ερ: ναι! Δύο βελάκια πετάει. Αν πετούσε δύο φορές τι μπορούσε να πετύχει;

Ν: δεν καταλαβαίνω τώρα εδώ πέρα. Πάμε ξανά. Κάτσε. Δεν το ‘χω καταλάβει. Λοιπόν έχουμε ένα κορίτσι την Ιωάννα. Ρίχνει δυο βελάκια (και συνεχίζει να διαβάζει την εκφώνηση). Είχαμε δύο βελάκια να τα κάνουμε με 1, 2, δύο μαρκαδοράκια, δύο βελάκια. Ρίχνουμε το ένα βελάκι, ακουμπάει στο στόχο, ωραία, το άλλο όμως, δεν ακουμπάει στο στόχο. Άρα, στο πορτοκαλί βελάκι δεν παίρνουμε πόντους. Τι γράφεις; Αυτά τι είναι τώρα; Ναι αυτά τι είναι τώρα;

Ι: κοίτα, αφού στο ένα βελάκι πετυχαίνει αυτό το 6 μπορεί να πετύχει πάλι το 6 με το δεύτερο βελάκι.

Ν: στο ένα μπορεί να πετύχει το 6 στο άλλο μπορεί να πετύχει το 3. Λοιπόν, να τα εξηγήσουμε. Το πρώτο βελάκι μπορεί να ρίξει και τα δυο βελάκια μπορούν να ρίξουν στους 6 πόντους. Ωραία; 6 και… γράφε. Το ένα βελάκι ξαναρίχνει στους 6 πόντους. Έλα. Το ένα βελάκι πάλι θα ρίξει 6 πόντους, αλλά το άλλο μπορεί να ρίξει 3, το άλλο 6 το άλλο 2, το άλλο 3, το άλλο 3, το άλλο 2, το άλλο 2, το άλλο 3, το άλλο 0, το άλλο 2, το άλλο 0, άρα, τι καταλαβαίνουμε;

Ι: ότι με τα βελάκια που μπορεί να πετάξει μπορεί να πετύχει 9 διαφορετικούς στόχους.

Ν: τέλεια! Το λύσαμε!

Ερώτημα 4^{ο}: Υπάρχει συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Από τις συνομιλίες των μαθητών βρέθηκε ότι μερικά ζευγάρια ερμήνευαν ρόλους οι οποίοι εναλλάσσονταν. Ειδικότερα, στα ζευγάρια αυτά, ενώ ο ένας από τα μέλη του ζευγαριού αναλάμβανε αρχικά το ρόλο αυτού που σκέφτεται και προτείνει τρόπους επίλυσης τους οποίους υπαγορεύει στον άλλο ο οποίος αναλαμβάνει να εκτελεί και τις πράξεις, στη συνέχεια, αναλάμβανε ο πρώτος να κάνει ο ίδιος τις πράξεις και να τις γράφει. Επειδή, όμως οι συνομιλίες των μαθητών δεν ήταν ιδιαίτερα εκτενείς, δε μπορούμε να γενικεύσουμε και να ισχυριστούμε ότι υπάρχει ή δεν υπάρχει συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη.

Ερώτημα 5^{ο}: Υιοθετούν οι μαθητές τους ρόλους που έχουν αναλάβει κατά τις αλληλεπιδράσεις τους σε ομάδες σε όλη την τάξη στις μεταξύ τους συνομιλίες κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Στις συνομιλίες των περισσότερων ζευγαριών οι ρόλοι που ανέλαβαν οι μαθητές φαίνεται να έχουν σχέση με τους ρόλους που αναλαμβάνουν στην τάξη. Αρχικά, οι ομάδες των κοριτσιών φαίνεται να είναι αυτές οι οποίες διατηρούν τους ρόλους αυτούς, καθώς στα περισσότερα ζευγάρια κοριτσιών η μια υπολόγιζε, μιλούσε, υπαγόρευε και η άλλη έγραφε αυτά που της έλεγε η συμμαθήτρια της. Οι ρόλοι των αγοριών από την άλλη δε διαφοροποιούνται κατά πολύ από τους ρόλους που αναλαμβάνουν στην τάξη, καθώς δε φαίνεται να διατηρούν και να προωθούν τους καθιερωμένους ρόλους ούτε στην τάξη στις ομαδικές δραστηριότητες ούτε στις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις.

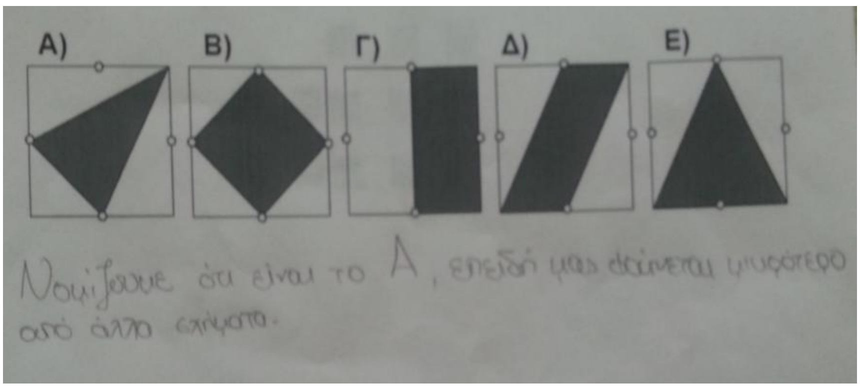
Σε γενικές γραμμές οι ρόλοι που υιοθέτησαν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη αντανακλούσαν τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες της τάξης τους.

3.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΕΛΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

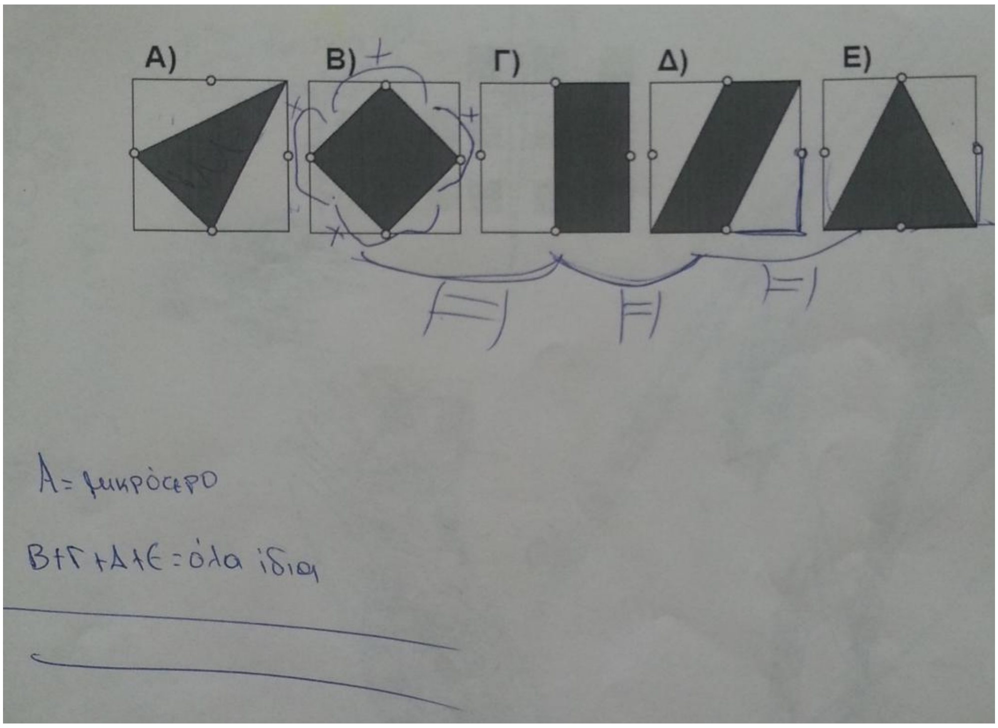
Η διαδικασία που ακολουθείται στο κομμάτι αυτό είναι σε πρώτο επίπεδο ο εντοπισμός των εκφράσεων που φανερώνουν κάποια νόρμα και εμφανίζονται στις συζητήσεις των μαθητών - των οποίων τα ονόματα δε χρησιμοποιούνται πουθενά, καθώς για τις ανάγκες της έρευνας χρησιμοποιήθηκαν ψευδώνυμα - και σε δεύτερο επίπεδο η ομαδοποίηση τους μέσω σύγκρισης τους σε όλα τα ζεύγη μαθητών σε όλα τα προβλήματα. Αρχικά, θα εντοπιστούν όλες οι κοινωνικές νόρμες που κάνουν την εμφάνιση τους στις συνομιλίες των ζευγαριών στα τρία προβλήματα και κατόπιν, θα αναλύονται όλες οι εκφράσεις που σχετίζονται με αυτή τη νόρμα και θα παρατίθενται αποσπάσματα συνομιλιών από τα τρία προβλήματα ως παραδείγματα. Η ίδια διαδικασία θα ακολουθηθεί και για τις κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες.

3.2.1 1^{O} ΠΡΟΒΛΗΜΑ – ΣΧΟΛΙΑ:

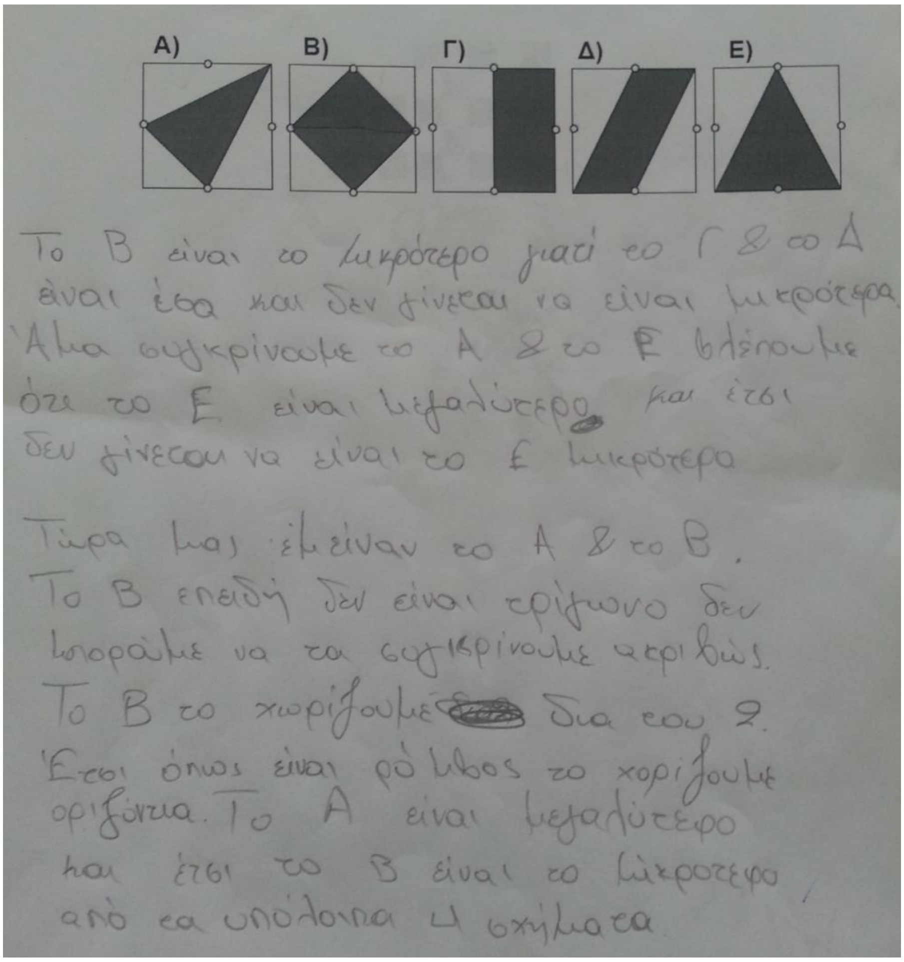
Σε γενικές γραμμές οι μαθητές δεν αντιμετώπισαν ιδιαίτερες δυσκολίες. Αρχικά, όλες οι ομάδες ζήτησαν χαράκι προκειμένου να λύσουν την άσκηση. Όμως, μόλις τους διευκρινίστηκε ότι αυτό δεν ήταν ούτε απαραίτητο ούτε και αναγκαίο για την επίλυση, συνέχισαν κανονικά τη διαδικασία μέσω λεκτικής αιτιολόγησης. Τα 4 από τα 5 ζευγάρια έλυσαν σωστά την άσκηση. Δείγματα της επίλυσης των ομάδων παρατίθενται παρακάτω:



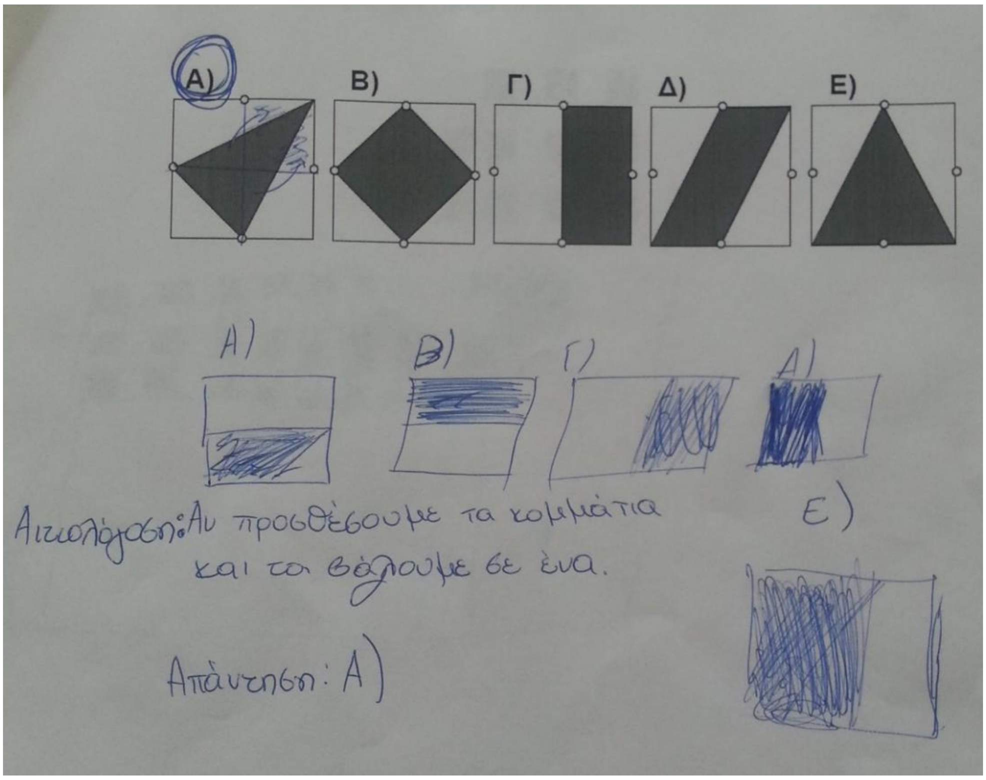
Σχήμα 9^{o}: απάντηση Χρύσας – Ιάσονα 1^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας



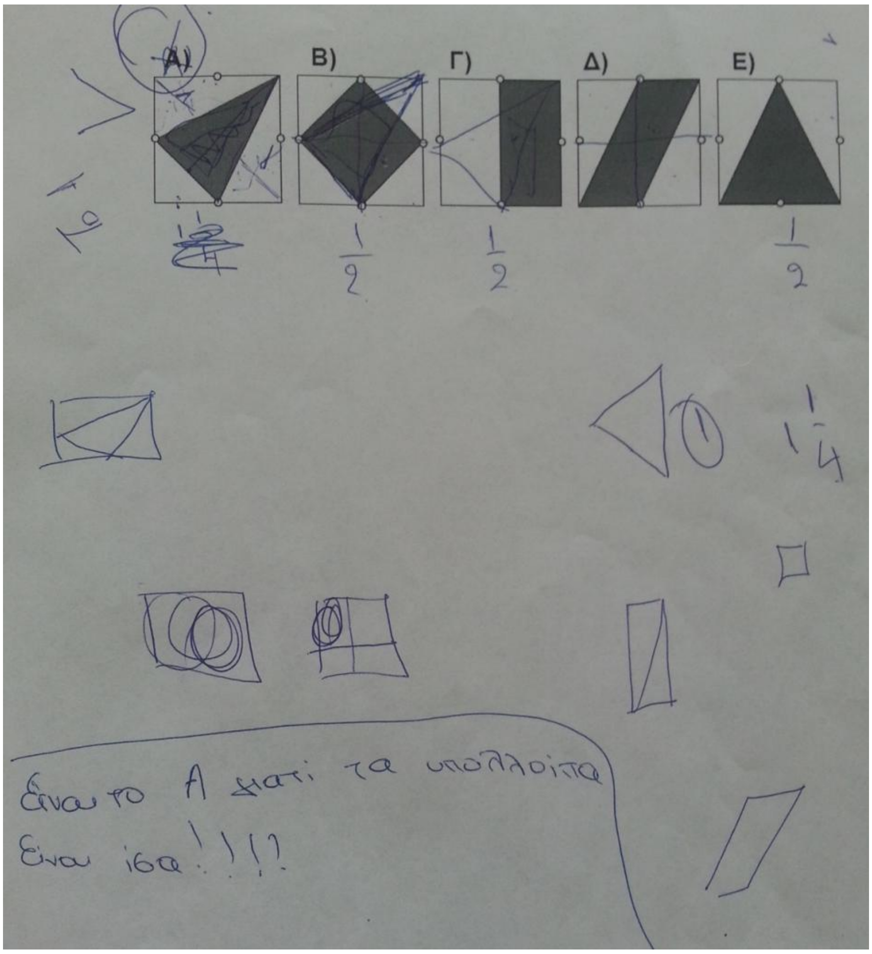
Σχήμα 10ο: απάντηση Χάρη – Άλκη 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας



Σχήμα 11ο: απάντηση Ντίνας – Ιορδάνας 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας



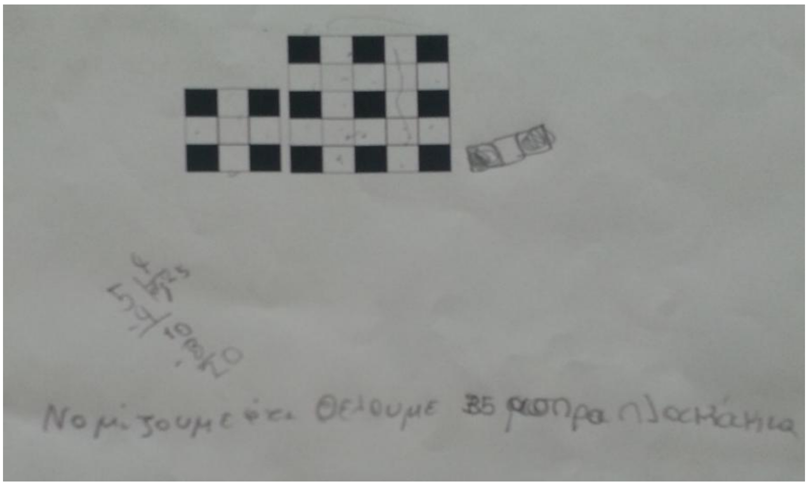
Σχήμα 12ο: απάντηση Μαίρης – Βικτώριας 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας



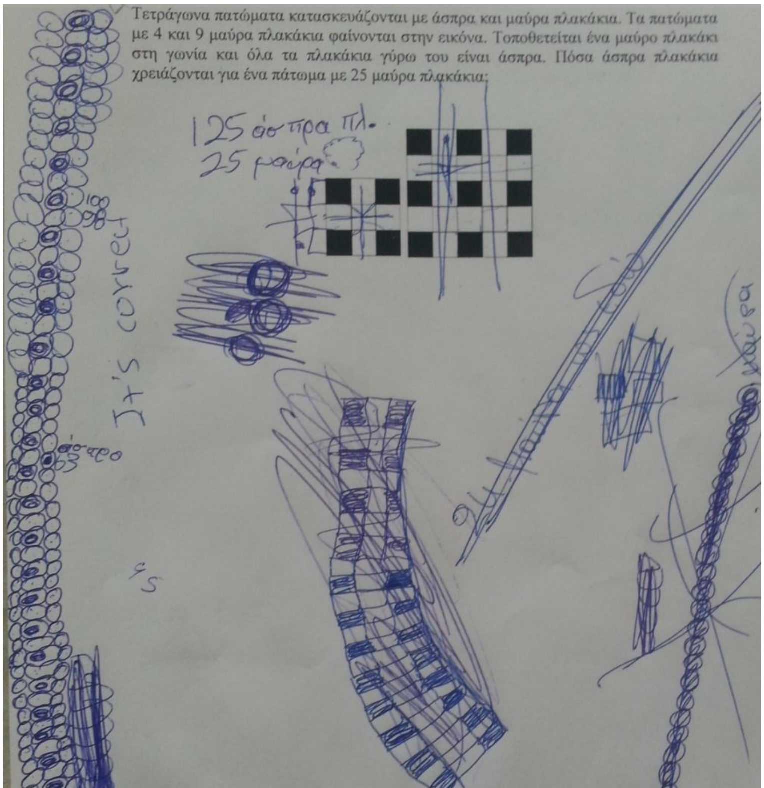
Σχήμα 13ο: απάντηση Αναστασίας – Νέλης 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

3.2.2 2^{O} ΠΡΟΒΛΗΜΑ – ΣΧΟΛΙΑ:

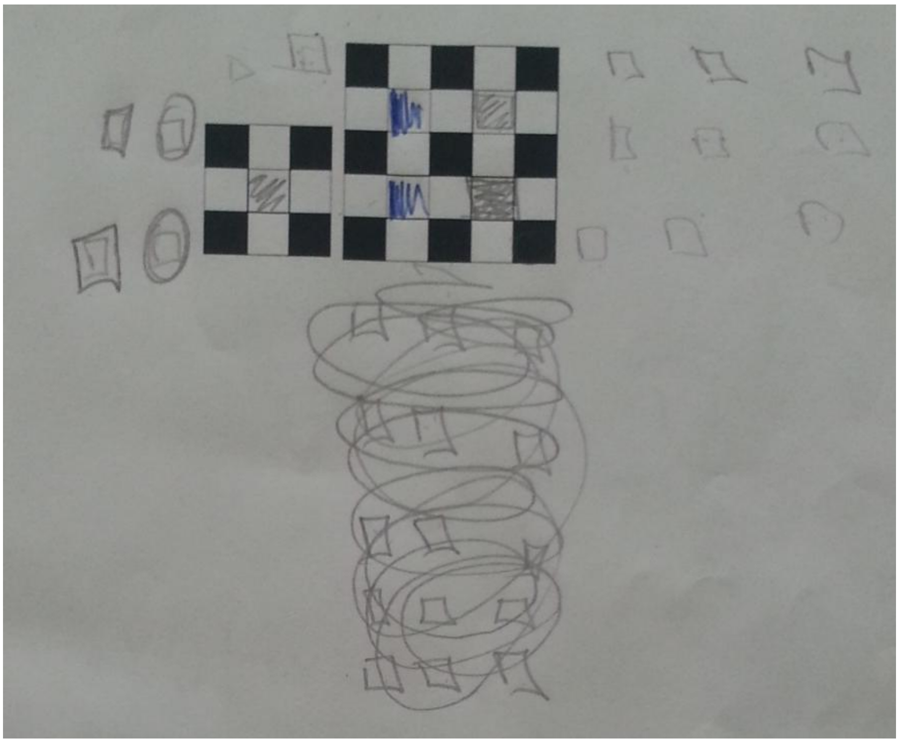
Στην άσκηση αυτή οι μαθητές δεν πρόσεξαν ότι στην εκφώνηση και στο σχήμα σημειώνονταν τετράγωνα, έτσι, κανένα από τα ζευγάρια δεν έλυσε σωστά την άσκηση. Σχεδόν όλα τα ζευγάρια αντιλήφθηκαν ότι για κάθε μαύρο υπάρχουν 5 άσπρα γύρω του και έτσι για κάθε μαύρο τετραγωνάκι που ζωγράφιζαν γύρω του ζωγράφιζαν πέντε άσπρα.



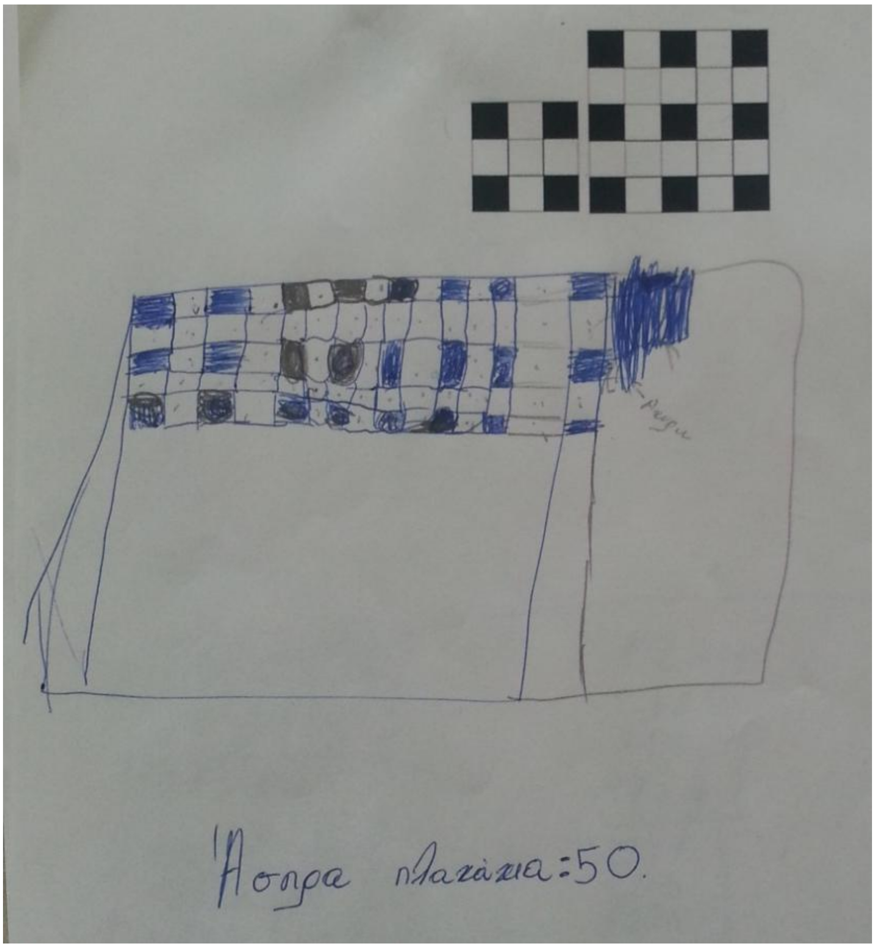
Σχήμα 14^{o}: απάντηση Χρύσας – Ιάσονα 2^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας



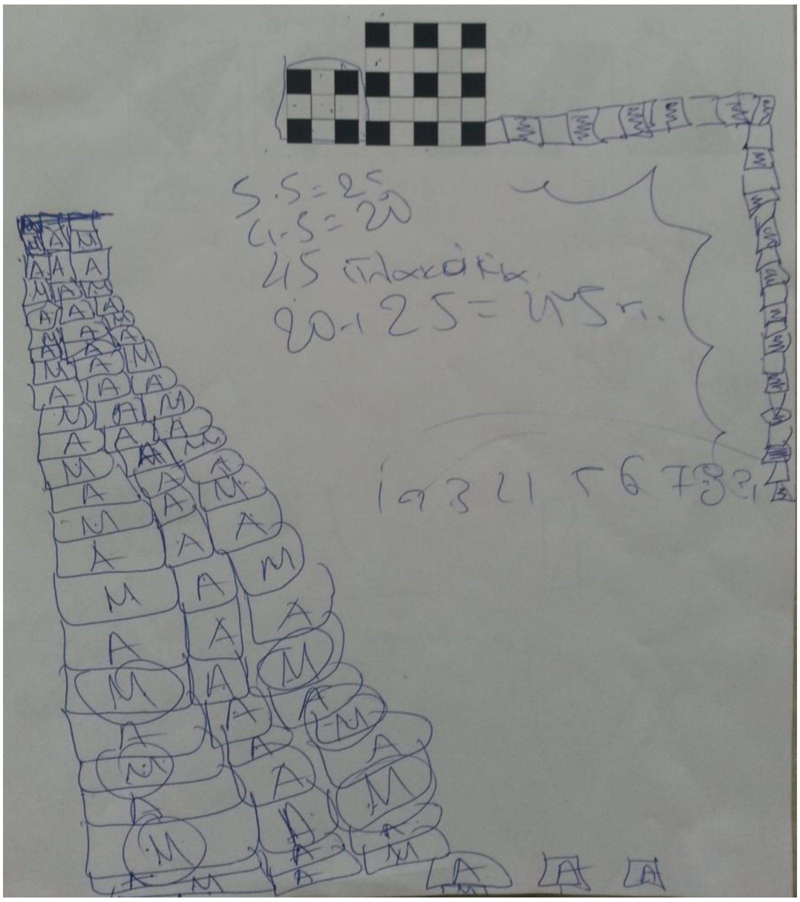
Σχήμα 15^{o}: απάντηση Χάρη – Άλκη 2^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας



Σχήμα 16ο: απάντηση Ντίνας – Ιορδάνας 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας



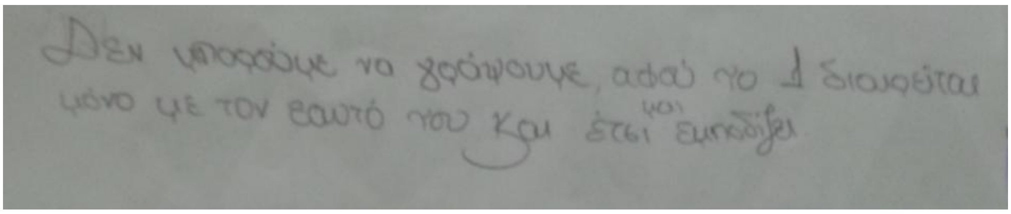
Σχήμα 17ο: απάντηση Μαίρης – Βικτώριας 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας



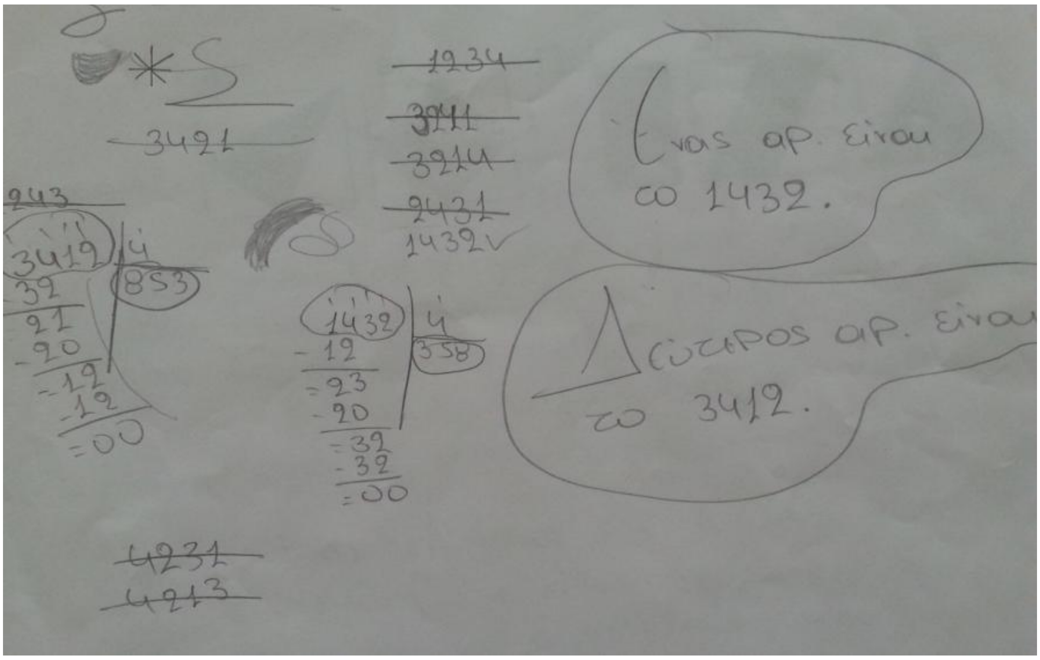
Σχήμα 18ο: απάντηση Αναστασίας – Νέλης 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας

<u>3.2.3 3Ο ΠΡΟΒΛΗΜΑ – ΣΧΟΛΙΑ:</u>

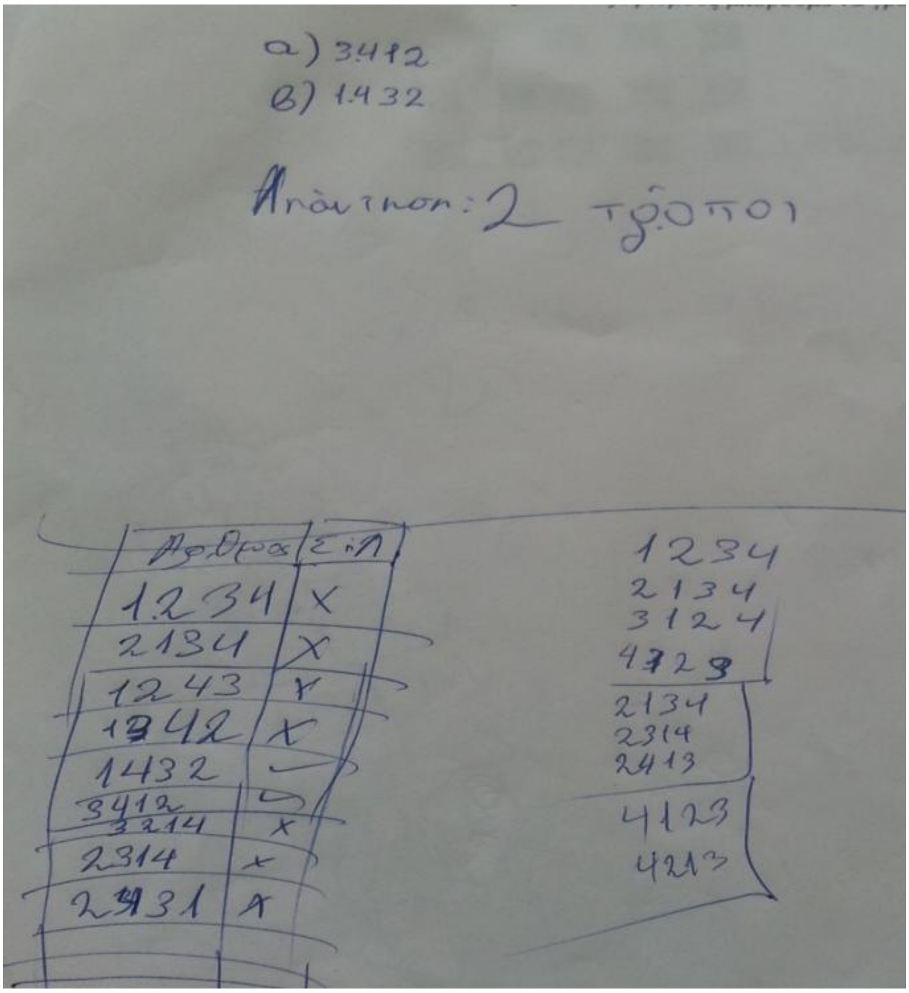
Από τα 5 ζευγάρια που συμμετείχαν στην έρευνα το ένα εξ' αυτών (Αναστασία – Νέλη) δεν ολοκλήρωσε το πρόβλημα αυτό λόγω απουσίας από τις συναντήσεις. Τα περισσότερα ζευγάρια εντόπιζαν τα πολλαπλάσια του 2 που έβγαιναν από το συνδυασμό των ψηφίων 1, 2, 3, 4 και κατόπιν, από τους αριθμούς που προέκυπταν έκαναν διαίρεση προκειμένου να εντοπίσουν διαιρέτες του 4. Μόνα τα 2 ζευγάρια έλυσαν σωστά την άσκηση.



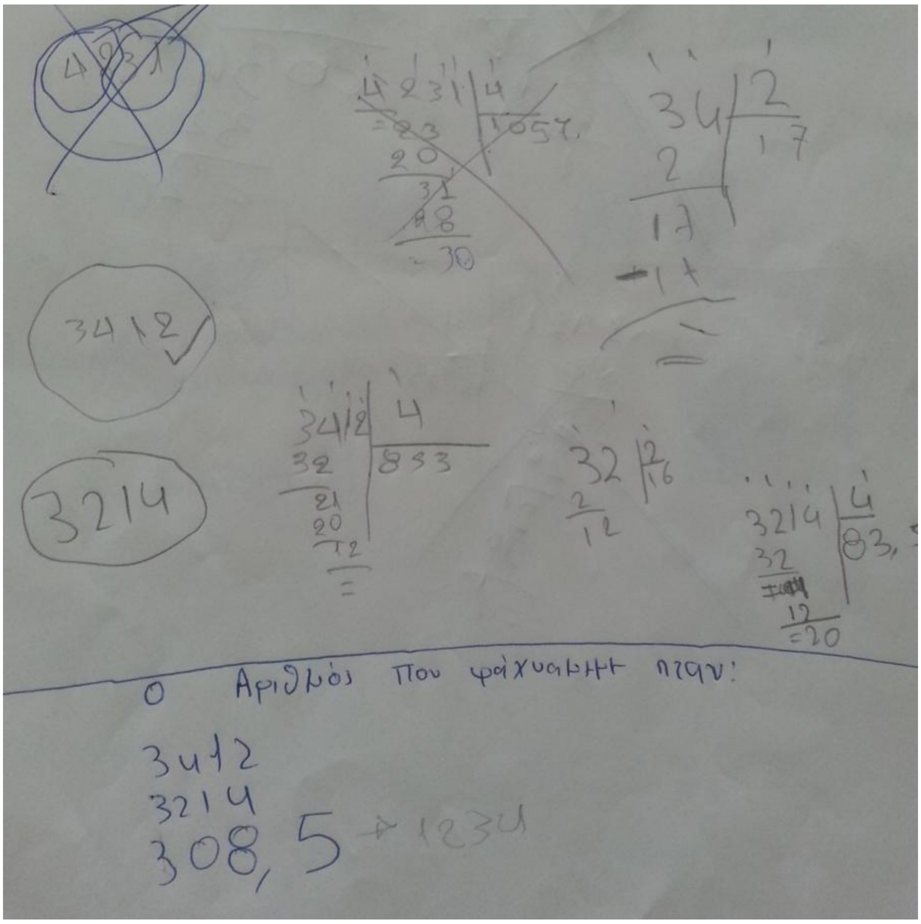
Σχήμα 19ο: απάντηση Χρύσας – Ιάσονα 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

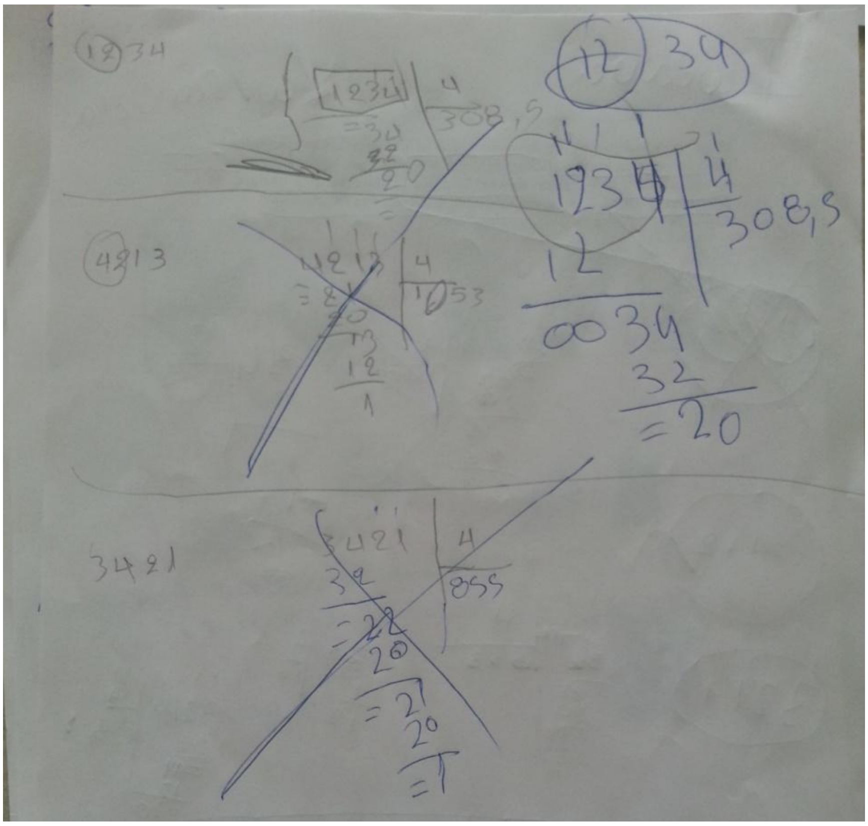


Σχήμα 20^{o}: απάντηση Χάρη – Άλκη 3^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας



Σχήμα 21^{o}: απάντηση Μαίρης – Βικτώριας 3^{o} πρόβλημα τελικής έρευνας





Σχήμα 22ο: απάντηση Ντίνας – Ιορδάνας 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

3.2.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποιες κοινωνικές και κοινωνικο-μαθηματικές νόρμες εντοπίζονται στις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ των μαθητών κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΝΟΡΜΕΣ

Τα αποτελέσματα από την ανάλυση του πρώτου ερευνητικού ερωτήματος έδειξαν ότι τέσσερις κοινωνικές νόρμες τέθηκαν σε ισχύ κατά την αλληλεπίδραση των μαθητών σε ζευγάρια. Οι κοινωνικές νόρμες που έκαναν την εμφάνιση τους σχετίζονταν με:

- ✓ τη ρύθμιση της συνεργασίας *(νόρμα συνεργασίας)*
- ✓ την κατανόηση *(νόρμα αμοιβαίας κατανόησης)*
- ✓ τη σαφήνεια στην έκφραση *(νόρμα σαφούς διατύπωσης)*
- ✓ την υποστήριξη από την εκπαιδευτικό σε περίπτωση δυσκολίας *(νόρμα υποστήριξης)*

Επειδή, όμως, οι συνομιλίες μεταξύ των μαθητών ήταν σχετικά μικρές και σύντομες, παρακάτω παρατίθενται κάποια αποσπάσματα από τις συνομιλίες κάθε ζευγαριού μαθητών στα οποία θα εντοπίζεται και η αντίστοιχη νόρμα.

1] *Νόρμα συνεργασίας*

Μια νόρμα που συναντάται μεν σε όλα τα ζευγάρια και σε όλα τα προβλήματα με διαφορετικές, όμως, μορφές είναι η νόρμα της συνεργασίας. Απορρέει από την οδηγία που δόθηκε στους μαθητές να επιλύσουν σε ζευγάρια τις ασκήσεις και συνεπώς, σχετίζεται με τη φύση που προσδίδει η επίλυση των προβλημάτων σε ζεύγη. Η νόρμα αυτή υπαγορεύει σε κάποιον να λαμβάνει υπόψη το συνεργάτη του πριν από κάθε του ενέργεια.

Ο συνηθέστερος τρόπος έκφρασης της είναι με τη χρήση α’ πληθυντικού προσώπου στα ρήματα:

1] Α - Ν

{….}

Α: όλα ίσα [είναι] (σε αρκετά χαμηλό τόνο).

Ν: δες! Δες όμως! Άμα αυτό το **βάλουμε** από εδώ (.) σχηματίζει ένα τρίγωνο. Άμα το **βάλουμε** και αυτό από την ανάποδη μεριά πάλι σχηματίζει ένα τρίγωνο. >Αυτό εντάξει<.

Α: όλα ίσα είναι! (χαμηλόφωνα, σχεδόν ψιθυριστά).

Ν: αυτ:ά τα τέσσερ:α είναι ίσα. Αυτό μου φαίνεται πιο…

Α: πιο μεγάλο! Καλά αν είναι **δεν κάνουμε** ένα (( )) βασικά… Κάτσε λίγο (και παίρνει το φύλλο με την άσκηση στα χέρια της). Καν- αυτό είναι το πιο μεγάλο. Οπότε αυτό ξέχνα το! (ψιθυριστά).

Ν: εντάξει. Το α) εδώ αν τα **ενώσουμε** αυτά τα δύο δεν φτιάχνεται το μισό από ότι αυτό (1) συν και αυτό.

Α: για αυτό σου λέω είναι 1 και ¼!

Ν: 1 και ¼; (με τόνο αποδοκιμασίας - έκπληξης) για να είναι 1 και ¼ πρέπει να **πάρουμε** αυτό (.) να το **καλύψουμε** ό::λο και από 1/2 που το **χωρίσαμε** σε 4 να **πάρουμε** το 1.

Α: εμείς **καλύβουμε** όμως αυτό.

Ν: λοιπόν, άρα το α) μήπως είναι μικρότερο, γιατί τα άλλα είναι ίσα.

Α: ε, βάλε το α)… τι να **κάνουμε** τώρα;

{…}

<u>1] Μ - Β</u>

{….}

Β: το δ) και το ε) είναι ίσα αν **κόψουμε** ένα κομμάτι…

Μ: τα **μεταφέρουμε**. Στο ε) τα **κόβουμε** στη μέση και τα **μεταφέρουμε** στην άλλη πλευρά οπότε είναι το ίδιο με το γ). Το ίδιο γίνεται και με το δ).

Β: το β) αν το **κόψουμε** στη μέση, όχι στη μέση ακριβώς και το **πάμε** εδώ…

Μ: τέλος πάντων αν **μετακινήσουμε** τα πάνω και τα κάτω είναι το ίσο…

Β: το ίδιο με το γ). Οπότε το α) τώρα **μας μένει**.

Μ: οπότε το β), το γ) και το ε) είναι ίδια.

Β: όχι μεταξύ τους. Αυτά τα δύο μεταξύ τους και αυτά τα δύο μεταξύ τους.

Μ: το ίδιο είναι αυτό.

Β: ναι.

{…}

Ένας άλλος τρόπος έκφρασης της νόρμας αυτής είναι ζητώντας τη γνώμη του συνομιλητή για μια διαδικασία που προτείνεται:

<u>1] Ν- Ι</u>

{….}

Ν: όχι! Άμα πάρουμε το δ) είναι ίσο με το γ). **Σωστά;**

Ι: σωστά.

Ν: ωραία! Οπότε δε μπορεί να είναι αυτό το δ) και το γ) μικρότερο. **Σωστά;** Δε γίνεται.

Ι: σωστά.

{…}

Ν: όχι, όχι! Μη βάζεις τελεία! Βάλε ένα κόμμα. Θα σου πω γιατί. Κάτσε περίμενε λίγο. Άμα το χωρίσουμε αυτό, δηλαδή, αυτό περίμενε! Άμα το βάλεις εδώ είναι το μισό. **Δεν είναι;**

Ι: περίπου. Και κάτι παραπάνω.

Ν: το ¼; Όχι, όχι, πολύ είναι. 1/3. **Τόσο δεν είναι;**

Ι: εεε… (με δισταγμό και τάση για συμφωνία).

{…}

Ένας τρίτος τρόπος είναι ζητώντας από το συνομιλητή κάποια πληροφορία για κάποια έννοια ή διαδικασία ή ζητώντας του να εφαρμόσει μια νέα έννοια ή διαδικασία:

<u>3] Χ- Α</u>

{…}

Α: το πίσω έτσι θα το αφήσεις. Το μπροστινό θα αλλάξεις.

Χ: το μπροστινό **πώς θες να το κάνω;**

Α: 21 (γελάει).

Χ: γιατί να το κάνω 21; Είναι πολλαπλάσιο του 2;

Α: καλά κάν' το 32 14.

Χ: *32*-

Α: 41. Το 32 είναι πολλαπλάσιο του 2;

Χ: ναι. 16.

Α: **πόσο θέλει τώρα;** Εννιακόσια επί τέσσερα πόσο βγαίνει;

Χ: εννιακόσια επί τέσσερα;

Α: 36. Δε βγαίνει. 8. 32. 8. 32. Δε βγαίνει πάλι ακριβώς. Δε βγαίνει. **Πώς θα το κάνουμε ρε συ;**

Χ: θα σου πω τώρα.

Α: 42 31;

Χ: σου κάνει; Δεν είναι πολλαπλάσιο του 4.

Α: το 2 δεν είναι πολ- α, όχι είναι.

Χ: το πολλαπλάσιο του 2 είναι. Του 4 είναι;

{….}

Α: το βρήκαμε ρε συ! Κύκλωσε το και γράψε εδώ ο αριθμός είναι…

Χ: ναι; Αλλά (2) εντάξει και βρήκε. Α, ναι ρε….

Α: **πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να γράψουμε;** 1. 432. 1. 234 έχουμε κάνει;

Χ: ναι.

Α: 1. 243;

Χ: όχι.

Α: κάνε.

Χ: εδώ; Το πολλαπλάσιο του 2 είναι. **Να κάνω πάλι διαίρεση;**

Α: του 4 είναι 3. Δε θέλει διαίρεση. 300.

{…}

Τέλος, σε μια περίπτωση, η νόρμα της συνεργασίας έγινε η ίδια αντικείμενο συζήτησης από το ένα από τα δυο μέλη, μόλις διαπιστώθηκε ότι η συμπεριφορά του ενός μέλους της δεν ήταν συμβατή με την συνεργατική φύση της αλληλεπίδρασης:

2] Α - Ν

{….}

Ν: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 2 (ζωγραφίζει τετραγωνάκια και γράφει γράμματα Α για το άσπρο και Μ για το μαύρο).

Α: Νέλη **το ξέρεις ότι το κάνεις μόνη σου;**

Ν: σκάσε! (και συνεχίζει να μετράει και να ζωγραφίζει μέχρι το 45).

Α: δε σου έλεγα εγώ ότι είναι 45; Δε με άκουγες!

Ν: εσύ 33 έλεγες! Άσε!

{…}

2] *Νόρμα αμοιβαίας κατανόησης*

Η νόρμα αυτή υπαγορεύει την κατανόηση από όλα τα μέλη της ομάδας των εννοιών που είναι υπό διαπραγμάτευση. Συνδέεται με τη νόρμα της συνεργασίας, ωστόσο, διαφέρει ως προς το ότι τίθεται συγκεκριμένη ερώτηση όσον αφορά την κατανόηση του άλλου, προτού εφαρμοστεί μια διαδικασία.

1] Ν- Ι

{…}

Ι: όλος ο αριθμός (.) να είναι πολλαπλάσιο του 4. Όλος ο αριθμός…

Ν: ωραία. Θέλουμε να το πω έτσι περιληπτικά, έναν να γράψουμε έναν τετραψήφιο (1) να χρησιμοποιήσουμε μόνο μια φορά το 1, το 2, το 3 και το 4 και τα δυο πρώτα ψηφία να είναι πολλαπλάσια του δυο, ενώ τα άλλα δυο δηλαδή να είναι πολλαπλάσια του 4. **Κατάλαβες;**

Ι: όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4…

Ν: ναι. Ωραία.

Ι: οπότε…

{…}

3] *Νόρμα σαφούς διατύπωσης*

Σύμφωνα με τη νόρμα αυτή, οι μαθητές επιδιώκουν να είναι λεπτομερείς και σαφείς στις διατυπώσεις τους και στον τρόπο που καταγράφουν τις απαντήσεις τους. Μια συνήθεια η οποία φάνηκε να προωθείται σε μεγάλο βαθμό και από την εκπαιδευτικό.

1] Α- Ν

{…}

Α: κοίτα! Άμα κάνουμε αυτό (2) είναι 1 και αυτό είναι 1 ¼.

Ν: ναι, αλλά βγαίνει (.) βγαίνει ένα μικρότερο.

Α: ναι! Αυτό είναι το 1/4.

Ν: ε, μικρότερο όμως! Εμείς θέλουμε το πιο ανοιχτό κουτάκι.

Α: ναι. Έχει 4 **κομμάτια** για να γίνει έτσι.

Ν: 4 **πλευρές**!

Α: να γράψω 1 ¼;

Ν: όχι! Δεν είναι 1 ¼! Μην επιμένεις! Λοιπόν κοίτα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε ίσα τετράγωνα με σημειωμένα τα μέσα των πλευρών τους. Ποιο από τα παρακάτω εμβαδά είναι το μικρότερο; Άρα εμβαδό ψάχνουμε το μέσα. Αυτό (3) είναι το 1/2. Εδώ…

Α: ποιο έχει το μικρότερο εμβαδό, ε;

Ν: συγγνώμη περίμενε λίγο! Περίμενε, περίμενε! (παίρνει την άσκηση στην πλευρά της χωρίς να αφήσει τη συμμαθήτρια της να σημειώσει στο χαρτί αυτό που ήθελε). Αυτό είναι πιο μεγάλο από αυτό, ε;

Α: αυτό είναι το πιο μικρό! Αυτό είναι 1 και… (σχεδόν ψιθυριστά).

Ν: (άρνηση λεκτική) **μη γράφεις!** (5) **περίμενε** (1) εδώ (2) άμα τα ενώσουμε, πόσο περισσεύει; Ε; δεν γίνεται το τε- όχι. Ένα τρίγωνο γίνεται. Γίνεται τέτοιο τρίγωνο. Όχι τέτοιο. Άρα (6) ποιο πιάνει λιγότερο χώρο; (παίζοντας με το καπάκι του στυλό).

Α: όλα ίσα [είναι] (σε αρκετά χαμηλό τόνο).

{…}

A: όλα ίσα είναι!

N: το κάναμε **τσάμπα το χαρτί! Το μουτζουρώσαμε!**

{…}

<u>1] M- B</u>

{…}

M: περίμενε, αφού όμως αυτό…ναι…

B: τα άλλα είναι ίσα δε μπορεί να είναι.

M: ναι. Οπότε… Έχουμε ένα τέτοιο, οπότε το α…

B: είναι το μικρότερο.

M: οπότε το α) κανονικά (3) **αν κάνουμε ένα υποτιθέμενο τετράγωνο λέμε τώρα ότι είναι αυτό θα είναι αυτό και**…

B: αυτό (.) [εδώ].

M: [εδώ] θα είναι αυτό εδώ πέρα το α).

B: λίγο το στυλό;

M: γράψε αν προσθέσουμε τα κομμάτια και τα κάνουμε….

B: σοβαρά;

M: ναι.

B: **από κάτω να το γράψω;**

M: ναι. Αν προσθέσουμε τα κομμάτια και τα ενώσουμε…

B: ξέρω! Θα βγει αυτό εδώ πέρα;

M: ναι!

{…}

M: **περίμενε λίγο να σημειώσουμε και το άλλο**.

B: αχα.

{…}

<u>1] N - I</u>

{…}

N: άμα τα χωρίσουμε στα δυο και πούμε ότι είναι δυο τρίγωνα…

I: ναι.

N: θα δούμε ότι το β) είναι πιο μικρό. Εγώ έτσι το παίρνω.

I: περίμενε λίγο.

N: κοίτα. Εδώ όπως είναι το σχήμα δεν το χωρίζω **έτσι**. Το χωρίζω **εδώ**, έτσι.

I: για να γίνουν δυο τρίγωνα.

Ν: γίνεται ένα. Πάλι δε βγαίνει ίσο. Κοίτα πως βγαίνει. Τέλος πάντων. Εδώ. Εγώ νομίζω είναι το β) (χαμηλώνοντας ελαφρώς τη φωνή της).

Ι: και εγώ.

Ν: ωραία. Να γράψουμε…

Ερ: ναι.

Ι: να γράψω;

Ν: ναι. Πάρε. Περίμενε. Θα αιτιολογήσω εγώ. Είναι το β) (.) γιατί; Είναι το β) γιατί (.) εεε, λοιπόν το…

Ι: ναι;

τρόπο. Άμα συγκρίνουμε (2) άμα συγκρίνουμε το τα 2 τρίγωνα το α) και το ε)…

Ν: το β) είναι μικρότερο γιατί το γ) και το δ) είναι ίσα, οπότε δε γίνεται να είναι μικρότερα.

Ι: ναι. *Είναι ίσα και…*

Ν: και δεν είναι… Ωχ, βάλ' τα εσύ όπως καταλαβαίνεις. Με πιο (1) κατανοητό (1) τρόπο. Άμα συγκρίνουμε (2) άμα συγκρίνουμε το τα 2 τρίγωνα το α) και το ε)…

{…}

Ν: όχι, όχι! **Μη βάζεις τελεία! Βάλε ένα κόμμα. Θα σου πω γιατί.** Κάτσε περίμενε λίγο. Άμα το χωρίσουμε αυτό, δηλαδή, αυτό περίμενε! Άμα το βάλεις εδώ είναι το μισό. Δεν είναι;

Ι: περίπου. Και κάτι παραπάνω.

Ν: το ¼; Όχι, όχι, πολύ είναι. 1/3. Τόσο δεν είναι;

Ι: εεε… (με δισταγμό και τάση για συμφωνία).

Ν: ότι το ε) είναι μεγαλύτερο **κόμμα σβήσ' το και βάλε** και έτσι δε γίνεται να είναι το ε) μικρότερο (της υπαγορεύει τι να γράψει).

{…}

Ι: για λέγε; Λοιπόν, το β) επειδή δεν είναι τρίγωνο, δε μπορούμε να το συγκρίνουμε σωστά, δε μπορούμε να το συγκρίνουμε ακριβώς.

Ν: **τελεία. Τελεία**.

Ι: έβαλα τελεία!

Ν: το β) το χωρίζουμε δια του 2. Όχι στη μέση. Όπως είναι και φαίνεται **σα ρόμβος, πώς να το πούμε τώρα αυτό;**

Ι: ε, αλλά όχι (.) μισό μισό. Έτσι όπως είναι ρόμβος.

Ν: όχι να φαίνονται δυο ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Να είναι όπως είναι άμα το πάρουμε…

Ι: όπως είναι ρόμβος.

Ν: ναι, το χωρίζουμε έτσι δια του 2. Γραψ' το.

Ι: *όπως είναι ρόμβος* οριζόντια. Πώς είναι το κάθετα; Έτσι είναι το κάθετα;

Ν: ναι. Οριζόντια. Το χωρίζουμε οριζόντια. Το α) (.) **τελεία**. Το α) είναι μεγαλύτερο (1) και έτσι (.) το β) είναι μικρότερο.

{…}

<u>2] Μ - Β</u>

{…}

Μ: όχι πρώτα είπαμε το 4 και μετά το 2, αλλά εντάξει.

Β: πρώτα είναι το 2.

Μ: ε ναι. Το 4 είναι πολλαπλάσιο του 2!

Β: **δεν έβαλες κόμμα (.) και φαίνεται σαν 3. 412**…

Μ: **αυτό** θέλουμε! Τετραψήφιο αριθμό!

Β: **μη βάζεις κόμμα**!

Μ: **τελεία. Τελεία εντάξει**!

Β: λοιπόν, του (.) 4….

{…}

<u>3] Ν - Ι</u>

{…}

Ν: αριθμοί που διαιρούνται με το τε-

Ι: όχι. Αριθμός που διαιρείται… ο αριθμός… οι δυο πρώτοι…. αααα!

Ν: **αριθμοί**!

Ι: **τι αριθμοί καλέ;**

Ν: **τα ψηφία αυτά**. **Όλος αυτός. Πώς θα το πούμε;**

Ι: **ε, θα πούμε** ο αριθμός που ψάχναμε…

Ν: ναι;

Ι: ήταν τριαντα-

Ν: όχι! Ήταν άνω - **κάτω τελεία.** 3, 4, 12. Τώρα πάμε για καινούριο ζευγάρι. Τώρα 32 (.) βάλε 32 14. Ένα δεκαέξι. Οπότε διαιρείται. Τώρα, 3, 2, 1, 4 (γράφει και κάνει τη διαίρεση).

<u>3] Χ - Α</u>

{…}

Α: 24. Δεν είναι πολλαπλάσιο του 4; 8 όχι. 4, 8, όχι. Μετά 14 όχι. 12; Ναι. Είναι πολλαπλάσιο του 4.

Χ: όλος ο αριθμός ρε. **Πώς θα το γράψεις;** Τα δυο πρώτα ψηφία είναι… **τι κάνεις ρε;** Το 14 είναι πολλαπλάσιο του 2 και το 12 είναι πολλαπλάσιο του 2. Το θέμα είναι τα πίσω πως θα βγουν. Άρα, ή 14 ή 12, ε;

Α: ναι. Γιατί 14;

Χ: το 14 είναι πολλαπλάσιο του 2, γιατί δες, άμα το κάνεις… πες ότι είναι χίλια διακόσια-

Α: α, επίσης θέλουμε ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δυο πρώτα ψηφία (.) δυο πρώτα.

Χ: ε, ναι. Γιατί εγώ τι λέω τώρα; Ή 12 θα είναι ή 14 θα είναι (4) τα δυο πρώτα ψηφία.

Α: ή 24.

Χ: εντάξει. ή 24 ή 42 τώρα τι να σου πω (γελάει).

{…}

Α: το βρήκαμε ρε συ! **Κύκλωσε το και γράψε εδώ** ο αριθμός είναι…

Χ: ναι; Αλλά (2) εντάξει και βγήκε. Α, ναι ρε….

Α: πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να γράψουμε; 1. 432. 1. 234 έχουμε κάνει;

Χ: ναι.

Α: 1. 243;

Χ: όχι.

Α: κάνε.

Χ: εδώ; Το πολλαπλάσιο του 2 είναι. **Να κάνω πάλι διαίρεση;**

Α: του 4 είναι 3. **Δε θέλει διαίρεση**. 300.

Χ: *300.*

Α: δε βγαίνει ακριβώς. **Σβησ' το.**

Χ: **το σβήνω.** Σκάσε.

Α: δέκα φορές το τέσσερα;

Χ: 40. Ναι.

Α: και μετά το 3 μένει. Ποιον αριθμό δεν κάναμε; 4. 312 κάναμε; Όχι, το 43 όμως δεν είναι πολλαπλάσιο του 2. 34 12;

Χ: πρέπει να 'χουμε κάνει, ε;

Α: όχι με το 12 βγαίνει; Ακριβώς.

Χ: **ε, να τη κάνω τη διαίρεση. Να φαίνεται όμως.**

Α: 34.

Χ: άσε να την κάνω ρε **να φαίνεται τώρα**. Τριάντα τέσσερα δια τέσσερα;

Α: χωράει ακριβώς;

Χ: όχι. 32 βγαίνει.

Α: 28 βγαίνει; Γράψε 8 εκεί.

Χ: πόσο είχα γράψει ρε;

Α: 7. Οχτώ φορές το τέσσερα τριάντα δύο.

{…}

Α: 41 34; Να το πούμε;

Χ: 41 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2.

Α: ναι. Σωστός!

Χ: **αλλά ας το γράψω**. Α, όχι. Μη πολλαπλάσια, **δεν το γράφω**.

Α: 15….

Χ: το 5 που το βρήκες;

Α: 7…

Χ: **να το δώσω;**

Α: περίμενε ρε.

Χ: μα τα είδα τόσες φορές. Βασικά μπορεί να βγαίνει, αλλά δυο αριθμοί είναι.

4] *Νόρμα υποστήριξης*

Σύμφωνα με την νόρμα αυτή οι μαθητές αναμένεται να ζητούν τη βοήθεια της εκπαιδευτικού όταν συναντήσουν κάποια δυσκολία στην επίλυση της άσκησης.

1] Α - Ν

{…}

Α: πρέπει να τα μετρήσουμε με το χαράκι.

Ν: όχι περίμενε! Θα δεις!

Α: χαράκι!

Ν: **κυρία; Είναι σί- δηλαδή στο παρακάτω φαίνονται πέντε ίσα;** Με σημειωμένα τα μέσα (.); δηλαδή το κάθε ένα (.) **για να βρούμε το εμβαδόν πόσο είναι; Δε λέει!**

Α: **να πάρω χαράκι;**

Ερ: δε σας χρειάζεται χαράκι.

Ν: ααα!

{…}

Α: [1/2]. Όχι εδ:ώ βγαίνει αυτ:ό. Για αυτό βγαίνει και αυτό. Και αυτό [είναι το 1/2].

Ν: [ναι, αλλά είναι λίγο στραβό…] ναι. **Και αυτό είναι το 1/2! (3) το μικρότερο;**

Ερ: ό, τι σας λέει η εκφώνηση!

{…}

Ν: το γυρίζουμε έτσι και έτσι (( )). (3) **να ρωτήσω (.) η κάθε πλευρά λέει πόσο είναι;**

Ερ: όχι.

Α: **και πως θα το βρούμε;**

Ερ: για να μην το λέει δε θα χρειάζεται.

{…}

Ν: λοιπόν, άρα το α) μήπως είναι μικρότερο, γιατί τα άλλα είναι ίσα.

Α: ε, βάλε το α)… τι να κάνουμε τώρα;

Ν: **κυρί:α σίγουρα είναι το μικρότερο και δεν είναι το μεγαλύτερο;**

Α: όλα ίσα είναι!

<u>1] Μ - Β</u>

{…}

Β: **χωρίς χαράκι θα το κάνουμε αυτό;**

Μ: το χαράκι το 'χω και στο μυαλό έτσι....

Ερ: δε χρειάζεται χαράκι. Προσπαθήστε χωρίς γεωμετρικά όργανα.

Μ: λοιπόν κοίτα λίγο να δεις ότι αυτά τα τρία είναι ίδια. Αυτό αν το χωρίσουμε για να δω (.) ένα. Αυτό το χωρίζουμε αυτό το πηγαίνουμε εδώ, οπότε είναι το ίδιο. Ξανά, οπότε αυτά τα δύο είναι ίδια. Αυτό το πηγαίνουμε εδώ, αυτό εδώ οπότε και αυτό είναι το ίδιο. Αυτό τώρα να δούμε πόσο είναι.

Β: αυτό είναι ίδιο με αυτό, οπότε αυτό...;

Μ: περίμενε!

{…}

<u>1] Ν - Ι</u>

Διαβάζουν την εκφώνηση η καθεμία μόνη της χαμηλόφωνα.

Ν: **λοιπόν, δεν καταλάβαμε**…

Ερ: διαβάστε καλά την εκφώνηση. Δε μπορώ να σας πω κάτι άλλο.

Ξανά διαβάζει αργά και καθαρά την εκφώνηση η Ντίνα.

{…}

<u>2] Α - Ν</u>

{…}

Ν: [κυρία, τι κάνει;]

Ν: **Κυρία**, αφού το 9 και το τέτοιο το 9 βασικά, όχι κάτσε (.) το 3 στο 25 δε χωράει! **Μπορεί να' ναι και- να μην είναι ακριβώς;**

Ερ: δεν ξέρω…

{…}

<u>3] Μ - Β</u>

{…}

Β: **κυρία, από αυτούς τους τέσσερις αριθμούς πάντα μιλάμε;**

Ερ: από αυτά τα 4 ψηφία.

Β: **πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε;** Μπορούμε το (.) 2 και το (.) 4.

{…}

Β: **κυρία είσαστε σίγουρη ότι λύνεται;**

Μ: αφού έχουμε βρει….

{…}

Β: *24 31* (5) **κυρία** μόνο δυο τρόπους έχει!

Μ: 24 31. Το 'γραψες αυτό;

Ερ: όσους βρείτε!

Μ: **και είναι μόνο αυτό;**

Β: **μα κυρία κοιτάξτε!**

Ερ: όσα βρήκατε.

Β: 2! Τέλος!

<u>3] Ν - Ι</u>

{…}

Ν: δηλαδή να πολλαπλασιάζεται με το 2;

Ι: ναι.

Ν: ή να διαιρείται με αυτό τον αριθμό;

Ι: **κυρία τι εννοεί; Να πολλαπλασιάζεται ή να διαιρείται;**

Ερ: λοιπόν πρέπει να συμφωνήσετε στο τι είναι η κάθε έννοια για να συνεχίσετε.

Ι: **τι είναι; εγώ πιστεύω ότι είναι αυτό που είπα**.

Ν: ε, πες το και κάν' το! Λοιπόν, ξεκινάμε.

Ι: άντε να δούμε.

Ν: ο πρώτος αριθμός θα έχει μπροστά το 4, το 2 και από πίσω έχει το 1 και το 3. Γράψ' το!

{…}

Ι: δε γίνεται. Πρέπει να έρθει ακριβώς.

Ν: **άμα έχει κόμμα πειράζει;**

Ερ: λέει κάτι για δεκαδικό αριθμό;

N: ναι όμως, δε λέει κάτι και για κόμμα. Οπότε…

I: καλά. Βάλε. Ξέρω εγώ;

{…}

<u>ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΝΟΡΜΕΣ</u>

Οι κοινωνικό-μαθηματικές νόρμες που τέθηκαν σε ισχύ ήταν και αυτές τέσσερις συνολικά και αφορούσαν:

- τη διαδικασία επίλυσης και το αποτέλεσμα ενός μαθηματικού προβλήματος *(νόρμα σχετικότητας της λύσης)*
- την εξήγηση και αιτιολόγηση που παρέχονται *(νόρμα αιτιολόγησης)*
- το μαθηματικό περιεχόμενο και τη σημασία του *(νόρμα που αφορά τη φύση των μαθηματικών προβλημάτων)*
- τους ρόλους που αναμένονται να ερμηνευθούν *(νόρμα ρόλων)*

1] *Νόρμα σχετικότητας της λύσης*

Σύμφωνα με τη νόρμα αυτή, η διαδικασία επίλυσης ή το αποτέλεσμα είναι αποδεκτά στο κοινωνικο-μαθηματικό πλαίσιο που περιβάλλει ένα πρόβλημα. Η πρώτη μορφή με την οποία εμφανίστηκε σχετίζεται με το κατά πόσο η διαδικασία επίλυσης που ακολουθείται είναι σχετική του προβλήματος:

<u>1] Μ - Β</u>

{…}

Β: αυτό το κομμάτι…

Μ: περίμενε! **Άστο αυτό για το τέλος.**

Β: το βρήκα! Το βρήκα! Αυτό εδώ… (δείχνει από το σχήμα δ το μισό κομμάτι)

Μ: αυτό εδώ… αυτό εδώ (σχήμα δ) μεταφέρουμε εδώ (.) οπότε είναι ένα ολόκληρο αυτό.

Β: να δω; και αυτά; (εννοεί τα α, β)

Μ: καίγονται! Ποιο είναι το μικρότερο;

Β: αυτό! (δείχνουν το α)

{…}

<u>2] Χ - Α</u>

{…}

Χ: α, εδώ εσύ ξέρεις τι έκανες; Το μαύρο μπαίνει άλλη μια θέση πιο πάνω, γιατί δες εσύ έκανες ένα σταυρουδάκι εδώ στη μέση και ένα ακόμα λίγο πιο πάνω.

Χ: 1, 2, 3 άσπρα.

Α: όχι, όχι.

Χ: **αφού έτσι είναι και αυτό.**

Α: δες 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5.

Χ: **εσύ γιατί θες να το κάνεις έτσι τώρα;**

Α: και εδώ ένα και εδώ ένα. Μαύ:ρο, μαύ:ρο.

Χ: εδώ το μεσαίο.

Α: ρε συ προσθέτεις σειρές.

Χ: **εμείς τόση ώρα γιατί τι προσπαθούμε να κάνουμε;** (γελάει).

Α: προσθέτουμε μια σειρά καθέτως και μια σειρά…

Χ: ναι, αλλά εδώ είναι δυο σαν αυτό. Εδώ έχει ένα. Εσύ τι από τα δυο θα επιλέξεις βασικά;

Α: αυτά τα 4. Είναι αυτά και προσθέτω ακόμα αυτά.

{…}

Χ: στην ευθεία! Πες ότι είναι στην ευθεία αυτό (ζωγραφίζουν τετράγωνα πλακάκια βάζοντας σε μια σειρά τρία – 2 μαύρα και ανάμεσα άσπρο και στην αποκάτω 3 άσπρα). Καν' τα τετράγωνα ρε! Ένα μαύρο πλακάκι, αυτό είναι (.) άσπρο, άλλο ένα άσπρο, που είμαι ρε; Τι έκανα;

Α: έλα! Κάνε εσύ!

Χ: αυτό βγαίνει πιο κάτω όμως, και άλλο ένα άσπρο. **Ε, δε μ' αρέσει έτσι.** Θα κάνουμε στρόγγυλα.

Α: φτιάξε άλλη μια σειρά εδώ.

Χ: όχι. Δε θέλω. Κάτω θέλω. Γιατί ρε; Τι διαφορά έχει αν τα κάνω κάτω;

Α: περίμενε. 18 είναι. Συνεχίζουμε.

Χ: και εδώ έχουμε άλλα δυο μαύρα. Πόσο μας κάνει; 20. Θέλουμε άλλα πέντε.

Α: δε βγαίνει ακριβώς.

Χ: σιγά μωρέ! **Θα τη βρούμε την άκρη.** Άλλα δυο. Πόσο βγαίνει;

Α: 24.

Χ: βασικά τώρα θα κάνουμε άλλη μία σειρά που είναι άσπρα…

Α: όχι.

Χ: και μετά θα βάψουμε μόνο ένα μαύρο. **Τι πειράζει;**

Α: εδώ θα κάνουμε μια σειρά….

Χ: έλα ρε. Προσπαθώ να φτιάξω.

Α: από μισά πλακάκια.

{…}

Α: ε, δες πόσα έχω κάνει εγώ δες πόσα έχεις κάνει εσύ. Εγώ έχω κάνει 8, εσύ έχεις κάνει (.) 12.

Χ: κάνε εσύ την τελευταία σειρά τότε (γελάει και του δίνει το χαρτί). Σκέψου, σκέψου, σκέψου.

{....}

Χ: **εγώ νομίζω πως τόση ώρα κάνουμε βλακείες.** Ναι, αλλά, **δε διευκρινίζει πουθενά άμα θέλει να είναι όπως ακριβώς εδώ.** Άρα, μπορούμε εμείς άμα γουστάρουμε να βάζουμε τα πλακάκια στη μέση αντί στις άκρες. Και να βγουν τα μαύρα 25 (γελάει).

{…}

Χ: ρε, το βλέπεις αυτό; Πες ότι αυτό εδώ είναι στη μέση που αφήνουμε κενό, εδώ όλα δεν είναι άσπρα προς τα πάνω; Και πες ότι και αυτό είναι στη μέση που αφήνουμε κενό, πάλι εδώ όλα δεν είναι άσπρα προς τα πάνω;

Α: α! ναι ρε συ!

{…}

Χ: μέτρα τώρα τα άσπρα!

Μετράνε και οι δυο μαζί.

Χ: **τι μου λέει;** Ότι πρέπει να αφήνουμε κενό. **Εδώ βλέπεις να αφήνει κενό;** Μέτρα!

Α: **μπορεί και να έχει δίκιο πάντως.**

Χ: τελείωσες;

Α: 125 άσπρα.

3] Μ - Β

{…}

Μ: το 21 όμως δεν είναι πολλαπλάσιο του (.) 2. Οπότε άκυρος.

Β: εικοσι- δε βγαίνει…

Μ: μη μου το λες… πεθαίνω.

Β: 12.034. Είναι!

Μ: *12. 034.*

Β: 1.234.

Μ: το 34 είναι πολλαπλάσιο του 4;

Β: ναι! Δεν είναι; 34 δια 4;

Μ: γράφε!

Β: *34 δια 4* (κάνουν τη διαίρεση και βρίσκουν ότι δε χωράει) το 4 δε βγαίνει. Αχ, στα 'λεγα εγώ, στα 'λεγα εγώ! Χι- ααα, εεε, όχι.

Μ: **τώρα πετάμε αριθμούς στην τύχη.**

Β: χίλια διακόσια…

Μ: λοιπόν, περίμενε **όπως το 'χαμε πάει και την προηγούμενη φορά**.

Β: το βρήκα! Το βρήκα!

Μ: τι;

Β: 42- όχι 32 χιλιάδες (.) εεε, τρία διακόσια εεε, 3.214.

Μ: 3. 214… 14 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4 ρε ούφο.

Β: του 2!

Μ: 4 είναι το δεύτερο!

Β: λοιπόν, το 1, το 2 (.) δε βγαίνει το 1. 234…

{…}

Η δεύτερη μορφή με την οποία έκανε την εμφάνιση της η νόρμα σε ένα συγκεκριμένο ζευγάρι αφορούσε το κατά πόσο ένα αποτέλεσμα είναι λογικό:

1] Ι - Χ

Η Χρύσα ξεκινάει να διαβάζει δυνατά την εκφώνηση.

Ι: **λογικά** πρέπει να είναι το α) >το ε) που λέω<

Χ: είναι τρίγωνο, [τετράγωνο]

Ι: [τετράγωνο] ή ρόμβος.

Χ: ορθογώνιο.

Ι: τραπέζιο.

Χ: τραπέζιο και τρίγωνο πάλι. Το εμβαδό τριγώνου είναι βάση επί ναι…

Ι: **εγώ λέω το α).**

Χ: το α);

Ι: το α) είναι μικρότερο.

Χ: ***επειδή μας φαί:νε:ται μικρότερο.***

2] *Νόρμα της αιτιολόγησης*

Σύμφωνα με αυτήν, μια λύση είναι αποδεκτή μέσα από κάποιες λογικές διαδικασίες που τη δικαιολογούν μαθηματικά και μέσα από την περιγραφή με μαθηματικούς όρους.

1] Ν - Α

Α: όλα ίδια δεν είναι; (τη ρωτάει ψιθυριστά)

Ν: περίμενε. Θα δεις! (της απαντάει και αυτή χαμηλόφωνα)

Ν: στο α) (1) είναι από εδώ μέχρι εδώ (.) άρα αυτό και αυτό (.) σχηματίζουν ένα τρίγωνο (.) και άλλο ένα μικρό. **Άρα αυτό το τρίγωνο είναι ίσο με αυτό** (εννοεί τα δύο άσπρα κομμάτια δεξιά και αριστερά του γραμμοσκιασμένου τριγώνου). **Άρα** αυτό (3) είναι (.) το α) είναι μι- **αυτό εδώ πέρα το χρωματισμένο είναι από αυτά τα δύο τα ακριανά (.) το ίδιο. >Και περισσεύει και άλλο ένα< ενώ εδώ άμα τα ενώσουμε (.) όλα μαζί (.) βγαίνει ένα (1) τέτοιο…** (χαμηλώνει τον τόνο της φωνής της τόσο που σχεδόν ψιθυρίζει) και στο άλλο [βγαίνει…]

Α: [βγαίνει 1/2]

Ν: αυτό είναι το 1/2. **Εδώ;**

Α: βγαίνει (.)

Ν: πάλι [το 1/2].

{…}

Α: αυτό είναι…

Ν: και αυτό είναι το 1/2, **γιατί να μην είναι; Είναι πλάγιο**.

Α: βγαίνει έτσι!

Ν: βγαίνει. **Γιατί να μη βγει;**

Α: βγαίνει τέτοιο! (χτυπάει με φόρα το χέρι της στο θρανίο)

Ν: **άρα, >το β) είναι 1/2, το γ) είναι 1/2 και το ε) είναι 1/2. Το α) και το δ) τώρα να δούμε<.**

Α: αυτό είναι. Αυτό (.) βγαίνει 1/2! Να' το! (ψιθυριστά) τσσς!

Ν: εδώ βγαίνει 1/2.

Α: δε βγαίνει. Δε βγαίνει. Δε βγαίνει έτσι. Δε βγαίνει πλά:για, βγαίνει…

Ν: **ναι, αλλά το ίδιο είναι. Άμα το γυρνούσαμε αυτό λίγο πιο εδώ;**

Α: άμα το γυρνούσαμε αυτό ευθεία; Αυτό θα πήγαινε πάνω από το κουτάκι (λέει ψιθυριστά).

Ν: το γυρίζουμε έτσι και έτσι (( )). (3) να ρωτήσω (.) η κάθε πλευρά λέει πόσο είναι;

Ερ: όχι.

Α: και πως θα το βρούμε;

Ερ: για να μην το λέει δε θα χρειάζεται.

Ν: **δηλαδή έτσι με το μάτι να δούμε;**

Α: **και πως θα το εξηγήσουμε;**

Ερ: όπως μπορείτε. Δε μπορώ να σας πω περισσότερα.

Α: αυτό είναι! (ψιθυριστά) ένα…

N: εδώ είναι το μισό.

A: **αυτό εδώ σχηματίζει ένα (1) και (2) σχηματίζει 1 ½.**

N: τι λες ρε;

A: ναι!

N: **πως σχηματίζει 1 και 1/2;**

A: **1 (.) είναι αυτά** (δείχνει το α) σχήμα)

N: **εεε, για να είναι 1 πρέπει να παίρνει όλο το κουτάκι.**

A: **και 1/4**.

N: αα (λεκτική άρνηση) λοιπόν αυτό είναι το 1/2; **Ας πούμε για να το βρούμε θα το χωρίσουμε έτσι** (χωρίζει στο α) σχήμα καθένα από τα άσπρα τετραγωνάκια σε δύο ίσα μέρη) **αυτό ταυτίζεται και αυτό ταυτίζεται >και αυτό και αυτό<, άρα είναι το 1/2 και αυτό εδώ. Εδώ τώρα (1) περίμενε θα σου πω**…

A: κάνει. **Αφού κάνει ένα ολόκληρο**…

N: **δεν κάνει ένα ολόκληρο!**

A: **άμα τα ενώσεις αυτά; Βγαίνει!**

N: **δεν είναι ένα ολόκληρο τετράγωνο. Σε σχέση με το τετράγωνο λέω!**

A: **εγώ πριν για τρίγωνο λέω.**

N: δε γίνεται. Αφού το τρίγωνο είναι το τέτοιο…

N: δες! Δες όμως! **Άμα αυτό το βάλουμε από εδώ (.) σχηματίζει ένα τρίγωνο. Άμα το βάλουμε και αυτό από την ανάποδη μεριά πάλι σχηματίζει ένα τρίγωνο. >Αυτό εντάξει<** (σχήματα δ και ε)

A: όλα ίσα είναι! (χαμηλόφωνα, σχεδόν ψιθυριστά).

N: αυτ:ά τα τέσσερ:α είναι ίσα. **Αυτό μου φαίνεται πιο**…

A: **πιο μεγάλο!** Καλά αν είναι δεν κάνουμε ένα (( )) βασικά… Κάτσε λίγο (και παίρνει το φύλλο με την άσκηση στα χέρια της). Καν- αυτό είναι το πιο μεγάλο. Οπότε αυτό ξέχνα το! (ψιθυριστά).

N: **εντάξει. το α) εδώ αν τα ενώσουμε αυτά τα δύο δεν φτιάχνεται το μισό από ότι αυτό (1) συν και αυτό.**

A: **για αυτό σου λέω είναι 1 ¼!**

N: 1 ¼; (με τόνο αποδοκιμασίας - έκπληξης) **για να είναι 1 ¼ πρέπει να πάρουμε αυτό (.) να το καλύψουμε ό::λο και από 1/2 που το χωρίσαμε σε 4 να πάρουμε το 1**.

A: εμείς καλύβουμε όμως αυτό.

{…}

Α: είναι το α) Νέλη! Το πιο μικρό εμβαδό έχει αυτό εδώ έτσι (χαμηλόφωνα).

Ν: **ξέρεις τι πρέπει να κάνουμε; Να σχεδιάσουμε το ένα πάνω στο άλλο! Αυτό πάει από δω από αυτό και καταλήγει εδώ. Μετά από αυτό που είναι εδώ πάει εδώ και καταλήγει εδώ και μετά τραβάει μια γραμμή αυτό**…

{…}

1] Ν - Ι

{…}

Ν: **άμα τα χωρίσουμε στα δυο και πούμε ότι είναι δυο τρίγωνα**…

Ι: ναι.

Ν: θα δούμε ότι το β) είναι πιο μικρό. Εγώ έτσι το παίρνω.

Ι: περίμενε λίγο.

Ν: κοίτα. Εδώ όπως είναι το σχήμα δεν το χωρίζω **έτσι**. Το χωρίζω **εδώ**, έτσι.

Ι: για να γίνουν δυο τρίγωνα.

Ν: γίνεται ένα. Πάλι δε βγαίνει ίσο. Κοίτα πως βγαίνει. Τέλος πάντων. Εδώ. Εγώ νομίζω είναι το β) (χαμηλώνοντας ελαφρώς τη φωνή της).

Ι: και εγώ.

Ν: ωραία. Να γράψουμε…

Ι: να γράψω;

Ν: ναι. Πάρε. Περίμενε. **Θα αιτιολογήσω εγώ. Είναι το β) (.) γιατί; Είναι το β) γιατί** (.) εεε, λοιπόν το…

Ι: ναι;

Ν: το β) είναι μικρότερο **γιατί το γ) και το δ) είναι ίσα, οπότε δε γίνεται να είναι μικρότερα.**

Ι: ναι. *Είναι ίσα και…*

Ν: και δεν είναι… Ωχ, βάλ' τα εσύ όπως καταλαβαίνεις. Με πιο (1) κατανοητό (1) τρόπο. **Άμα συγκρίνουμε (2) άμα συγκρίνουμε το τα 2 τρίγωνα το α) και το ε)**…

Ι: το ε) είναι μεγαλύτερο.

{…}

1] Μ - Β

{…}

Β: **το δ) και το ε) είναι ίσα αν κόψουμε ένα κομμάτι**…

Μ: **τα μεταφέρουμε. Στο ε) τα κόβουμε στη μέση και τα μεταφέρουμε στην άλλη πλευρά οπότε είναι το ίδιο με το γ). Το ίδιο γίνεται και με το δ).**

Β: **το β) αν το κόψουμε στη μέση, όχι στη μέση ακριβώς και το πάμε εδώ**…

Μ: **τέλος πάντων αν μετακινήσουμε τα πάνω και τα κάτω είναι το ίσο**…

Β: **το ίδιο με το γ). Οπότε το α) τώρα μας μένει**.

Μ: **οπότε το β), το γ) και το ε) είναι ίδια**.

Β: **όχι μεταξύ τους. Αυτά τα δύο μεταξύ τους και αυτά τα δύο μεταξύ τους**.

Μ: **το ίδιο είναι αυτό.**

Β: **α, ναι.**

Μ: ε, λοιπόν, αυτό…

Β: αυτό, αν το προσθέσουμε, κάτσε λίγο αν προσθέσουμε αυτά τα δύο…

Μ: (λεκτική άρνηση).

Β: αυτό και αυτό…

Μ: τς, τς, τς. Χμ… λοιπόν αυτό…

Β: το α).

Μ: περίμενε! Το βρήκα! Αυτό…

Β: περίμενε λίγο. Να βλέπω! (ψιθυριστά)

Μ: ναι, στο α) αν μεταφέρουμε…

{…}

1] Χ - Α

{…}

Α: ααα, από τα χρωματισμένα ρε! Πού να ξέρω ποιο είναι μικρότερο;

Χ: θα σου πω τώρα!

Α: **στο δ) άμα πεις ότι προσθέσεις τα δυο που δεν είναι χρωματισμένα θα σου βγει μισό τετράγωνο.**

Χ: **αν προσθέσεις τα δυο που δεν είναι χρωματισμένα και τα κάνεις στο πλάι, όχι δε βγαίνει τέτοιο.**

Α: **θα σου βγει ένα τετράγωνο ίδιο με αυτό.**

Χ: **[ορθογώνιο] είναι εκείνο.**

Α: **[ορθογώνιο].**

Χ: έτσι μπράβο!

Α: ίδιο με το γ).

Χ; το άσπρο του γ).

Α: **δηλαδή είναι ίσα.**

Χ: έτσι. Κάνε ένα σήμα ότι είναι ίσα. Πως γίνεται; (γελάει) έτσι;

Α: **άμα το γυρίσεις αυτό (β) γίνεται έτσι. Και το ε) είναι ίσο με αυτά τα τρία**.

Χ: άντε βρες αυτά τώρα. **Αυτά άμα τα ενώσεις;**

Α: **αυτά τα δυο ένα τετράγωνο και άλλο ένα από κάτω;** Πάλι. Το β);

Χ: ναι αλλά αυτό έχει μεγαλύτερη έκταση, **αλλά άμα το σηκώσεις;** Πάλι ίσο είναι.

Α: το β) είναι ίσο με το [γ), δ), ε)].

Χ: [γ), δ), ε)] βασικά το α); **άμα ενώσεις**…

Α: **το α);**

Χ: **αυτά είναι ίδια**. **Άρα, βγαίνει ένα τέτοιο.**

Α: **άμα ενώσεις τις δυο πλευρές;**

Χ: το μικρότερο είναι το α).

Α: το μεγαλύτερο είναι!

Χ: πως το μεγαλύτερο;

Α: α, όχι, το μικρότερο. Ναι.

Χ: γιατί έχει και αυτό.

Α: α) είναι το μικρότερο γράφω.

2] Μ - Β

{…}

Β: πω… τα έχεις κάνει…

Μ: **μέθοδος με μια λέξη λέγεται ζωγραφική, όπως κατάλαβες**. Λοιπόν, περίμενε καλέ να μετρήσουμε πόσα μαύρα πλακάκια έχουμε κάνει. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 13.

{…}

3] *Νόρμα* που αφορά τη *φύση των μαθηματικών προβλημάτων*

Σύμφωνα με αυτήν, τα μαθηματικά προβλήματα αναμένεται να έχουν κάποια δυσκολία. Συνεπώς, το μαθηματικό περιεχόμενο πρέπει να αντιμετωπίζεται με κάποια προσοχή.

3] Χ - Α

Διαβάζει ο Άλκης δυνατά.

Χ: από μια φορά είπε (εννοεί τα ψηφία 1, 2, 3, 4 θα χρησιμοποιηθούν από μια φορά). Να είναι πολλαπλάσιο του 2. **Καλά εύκολο είναι.**

Α: 1, 2. 12.

Χ: όλος ο αριθμός όμως; Χίλια διακόσια- ξεκινάει ε…

Α: πολλαπλάσιο του 2.

Χ: [και μετά πολλαπλάσιο του 4]

Α: [τα πρώτα ψηφία του είναι] να είναι πολλαπλάσιο του 2. 1, 12.

Χ: ναι, αλλά μπορεί να μη βγει όλος ο αριθμός μετά πολλαπλάσιο του 4, γιατί λέει μετά όλος ο αριθμός, ενώ όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4. Όλος ο αριθμός…

{…}

Α:από μια φορά το καθένα. Γράψε τον αριθμό 12 34. Γράψε.

Χ: θα γράψω όλες τις… (γελάει) 12 34;

Α: ναι. Επίσης θέλουμε ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δυο πρώτα ψηφία του να είναι πολλαπλάσιο του 2.

Χ: **εντάξει! την καταλάβαμε την άσκηση.**

Α: να είναι πολλαπλάσιο του 2, ενώ όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4. Είναι πολλαπλάσιο του 4 ρε συ;

Χ: να το κάνω δια 4 ρε συ;

Α: ναι ρε συ!

Χ: **περίμενε! Σκέψου!**

Α: 500…. Τριακόσια πενήντα επί τέσσερα, τρεις φορές το τέσσερα;

Χ: τρεις φορές το τέσσερα κάνει δώδεκα.

Α: 12. Πέντε φορές το τέσσερα;

Χ: δύο, είκοσι.

Α: α, ναι. Είκοσι. Άραγε μας μένουν (1) πόσο είπα εγώ; Τριακόσια-

{…}

3] Ν - Ι

Ν: 3, 2, 1, 4.

Ι: ναι όμως, αν ήταν και αυτό δε μπορούσαμε να το κάνουμε; Με δεκαδικά;

Ν: ναι όμως θα μας έβγαινε συνέχεια 30, 30, 30 (4. 231 : 4). Αυτή είναι ατελής. Το 30 στο 4 πόσες φορές χωράει ρε Ιορδάνα;

Ι: όχι ρε δε λέω αυτό. Άλλο λέω εγώ. Ότι αν…

Ν: κοίτα. Πες ότι είναι εδώ 30. Ωραία; Στο 4 πόσες φορές χωράει;

Ι: ναι. Δε λέω τίποτα. **Απλά λέω εγώ αν το κάναμε με κάθε διαίρεση έτσι δε θα ήταν πολύ απλό;**

Ν: τι εννοείς;

Ι: δηλαδή αν κάναμε και αυτή, βασικά αυτή δε γίνεται.

Ν: ναι βλέπεις όμως; Γιατί έχει το 1 και το 3.

Ι: καλά άστο.

Ν: τώρα, 32, περίμενε να βρούμε πρώτα αριθμό. 32 και 12.

Ι: πώς θα κάνουμε 32 και 12;

Ν: 12 και 34.

Γυρνάει η Ιορδάνα το φύλλο από πίσω και αφού γράψει τον αριθμό κάνει τη διαίρεση.

{…}

4] *Νόρμα ρόλων*

Σύμφωνα με τη νόρμα αυτή, ο ένας σκέφτεται τον τρόπο επίλυσης της άσκησης και ο άλλος αναλαμβάνει να κάνει τις πράξεις. Μια νόρμα η οποία φαίνεται να συνάδει με τους δυο κυρίαρχους ρόλους που αναλαμβάνουν στην τάξη: αυτόν του αρχηγού, ο οποίος υποδεικνύει τον τρόπο επίλυσης και αυτόν του γραμματέα, ο οποίος είναι υπεύθυνος για την εκτέλεση των πράξεων και την καταγραφή των όσων λέγονται.

3] Χ - Α

{…}

Χ: περίμενε! Σκέψου!

Α: 500…. Τριακόσια πενήντα επί τέσσερα, τρεις φορές το τέσσερα;

Χ: τρεις φορές το τέσσερα κάνει δώδεκα.

Α: 12. Πέντε φορές το τέσσερα;

Χ: δύο, είκοσι.

Α: α, ναι. Είκοσι. Άραγε μας μένουν (1) πόσο είπα εγώ; Τριακόσια-

Χ: άντε ρε. **Σου 'χω δώσει τον τρόπο λύσης. Σκέψου τις πράξεις.**

Α: 350 είπα, ε;

Χ: δε μου είπες τι είπες. Εσύ εμένα με ρωτούσες πολλαπλασιασμούς.

Α: 350 σου είπα. Επί το τέσσερα; 1. 220. Πόσο σου είπα; (γελάει).

Χ: 1. 220! (γελάει).

Α: 1. 350. Τριακόσια πενήντα, άλλα τέσσερα;

Χ: 354! (γελάει).

Α: θέλουμε άλλο 351, 352, 353. Δε βγαίνει ακριβώς. Σβήσ' τον!

Χ: να του κάνω έτσι;

Α: που θα βρεις εσύ το τέσσερα να είναι στο τέλος;

Χ: α, ναι. Δεν άλλαξα τα δυο μπροστινά. Εντάξει ρε. Μη φωνάζεις. Ξέχασα κάτι.

Α: το πίσω έτσι θα το αφήσεις. Το μπροστινό θα αλλάξεις.

Χ: το μπροστινό πως θες να το κάνω;

Α: 21 (γελάει).

{…}

2. Υιοθετούν οι μαθητές τις κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που έχουν εγκατασταθεί στην τάξη στις μεταξύ τους συνομιλίες κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε ότι οι μαθητές στις μεταξύ τους συνομιλίες σε γενικές γραμμές έχουν την τάση να εναρμονίζονται με τις νόρμες που έχουν εγκατασταθεί μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης. Ειδικότερα, η *νόρμα αμοιβαίας κατανόησης* συνάδει με τη νόρμα η οποία έχει εγκατασταθεί στην τάξη σύμφωνα με την οποία η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί κάποιες δηλώσεις του τύπου «εντάξει;», «οκ;», «το καταλάβατε;» προκειμένου να ζητήσει και να διαπιστώσει την κατανόηση του συνόλου των μαθητών. Παράλληλα, η *νόρμα σαφούς διατύπωσης* αντικατοπτρίζει την εμμονή της εκπαιδευτικού να διατυπώνουν οι μαθητές όσο το δυνατόν πληρέστερα τα συμπεράσματα και τις απαντήσεις τους. Τέλος, η *νόρμα της υποστήριξης* συνάδει και αυτή με τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων σύμφωνα με τα οποία οι μαθητές όταν δυσκολεύονται να βρουν τον τρόπο επίλυσης μιας άσκησης ή όταν θέλουν επιβεβαίωση για έναν τρόπο που ήδη σκέφτηκαν αναμένεται να ζητούν τη βοήθεια της εκπαιδευτικού.

Περνώντας στις κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες, η *νόρμα σχετικότητας της λύσης* αντικατοπτρίζει την τάση της εκπαιδευτικού αρχικά η διαδικασία επίλυσης να είναι ενταγμένη στο κοινωνικο – μαθηματικό πλαίσιο που περιβάλλει ένα πρόβλημα και έπειτα η διαδικασία επίλυσης και το αποτέλεσμα να έχουν κάποια λογική. Επίσης, η *νόρμα που αφορά τη φύση των μαθηματικών προβλημάτων* εκδηλώθηκε και στις συνομιλίες μεταξύ των μαθητών μέσα από κάποια σχόλια που έκαναν οι μαθητές αναφορικά με τα προβλήματα. Επιπρόσθετα, οι μαθητές στις μεταξύ τους συνομιλίες κινήθηκαν στα πλαίσια του τρόπου αιτιολόγησης που συνήθιζαν να παρέχουν στην εκπαιδευτικό κατά τις αλληλεπιδράσεις τους σε όλη την τάξη. Συνεπώς, και η *νόρμα της αιτιολόγησης* τέθηκε και αυτή σε ισχύ. Τέλος, η *νόρμα των ρόλων* φαίνεται να συνάδει με τους δυο κυρίαρχους ρόλους που αναλαμβάνουν στην τάξη: αυτόν του αρχηγού, ο οποίος υποδεικνύει τον τρόπο επίλυσης και αυτόν του γραμματέα, ο οποίος είναι υπεύθυνος για την εκτέλεση των πράξεων και την καταγραφή των όσων λέγονται. Η νόρμα αυτή έχει εγκατασταθεί μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης και φαίνεται να βρίσκει εφαρμογή και κατά την εργασία των μαθητών σε ομάδες.

3. Ποιοι ρόλοι υιοθετούνται από τους μαθητές κατά τις μαθηματικές συνομιλίες που αναπτύσσονται μεταξύ τους κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Ο ρόλος κάθε συμμετέχοντα σκιαγραφείται και περιγράφεται, κυρίως, μέσα από τις απαντήσεις που δόθηκαν στις εξής ερωτήσεις:

✓ Υποβάλλει προτάσεις;		Προτείνων	Proposer
✓ Πώς αντιδρά στις προτάσεις;	τις ενθαρρύνει;	Υποστηρικτής	Supporter
	τις αποθαρρύνει;	Επικριτής	Critic
✓ Ελέγχει την πρόοδο της ομάδας; ✓ Ζητά τη γνώμη του συνομιλητή του; ✓ Καταθέτει τη γνώμη του; ✓ Συμμορφώνεται στις νόρμες; ✓ Πώς διαχειρίζεται τις εντάσεις; ✓ Αναζητά προτάσεις;		Συντονιστής	Facilitator
✓ Συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας;		Καταγράφων	Recorder

Πίνακας 1: κατηγοριοποίηση ρόλων

<u>1] Χ – Α</u>

<u>Χάρης</u>: ο αξιολογητής

Ο Χάρης φαίνεται να ερμηνεύει πολλούς ρόλους με επικρατέστερο αυτόν του αξιολογητή. Ειδικότερα, κάνει προτάσεις τις οποίες ναι μεν εκφράζει με βεβαιότητα, αλλά, δεν είναι απόλυτος. Παράλληλα, τις προτάσεις του συνομιλητή του, τις αντιμετωπίζει άλλοτε θετικά οπότε και τις υποστηρίζει και άλλοτε αρνητικά οπότε και τις απορρίπτει προσπαθώντας να τις διορθώσει ή να τις συμπληρώσει. Λέει τη γνώμη του σε αρκετές περιπτώσεις και δίνει πληροφορίες όταν δεν έχει κατανοήσει κάτι καλά ο συμμαθητής του.

Σε γενικές γραμμές, ο ρόλος που επικρατεί σε αυτό το διάλογο είναι αυτός του αξιολογητή, δηλαδή, αυτού που θα αξιολογήσει μια πρόταση που έχει γίνει και είτε θα την υποστηρίξει και θα την επεκτείνει είτε θα την απορρίψει αιτιολογώντας της ως λανθασμένη.

Κάνει προτάσεις.	Proposer	→X13, X16
Άλλοτε επιβραβεύει τις προτάσεις του συνομιλητή του.	Supporter	→X10, X12
Άλλοτε συμπληρώνει ή διορθώνει τις προτάσεις του συνομιλητή του.	Critic	→X2, X3, X4, X9, X11
Λέει τη γνώμη του και δίνει πληροφορίες.	Facilitator	→X8, X14, X15, X17 →X19

Πίνακας 2: ενέργειες ρόλου Χάρη 1ο πρόβλημα τελική έρευνα

Άλκης: ο προτείνων

Ο Άλκης με τη σειρά του ερμηνεύει και αυτός διάφορους ρόλους στο παρακάτω απόσπασμα, από τους οποίους υπερτερεί αυτός του προτείνοντα. Συγκεκριμένα, είναι αυτός που κάνει τις περισσότερες προτάσεις, ωστόσο, ο τρόπος που τις κάνει είναι αρκετά απόλυτος. Όσον αφορά τις προτάσεις του συμμαθητή του τις αντιμετωπίζει με θετικό τρόπο και τις συμπληρώνει παρέχοντας του περισσότερες πληροφορίες και εξηγήσεις, όπου αυτό κρίνεται αναγκαίο. Παράλληλα, δε δείχνει να αναζητά προτάσεις από το συμμαθητή του. Τέλος, είναι αυτός που συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας και καταγράφει στο χαρτί το τελικό αποτέλεσμα.

Είναι αυτός που κάνει τις περισσότερες προτάσεις.	Proposer	→A1, A2, A3, A4, A7, A12,
Συμπληρώνει προτάσεις του συνομιλητή του.	Supporter	→ A8, A9, A10, A11
Συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας και καταγράφει το αποτέλεσμα.	Recorder	→ A14, A19
Δεν αναζητά προτάσεις από το συνομιλητή του.		

Πίνακας 3: ενέργειες ρόλου Άλκη 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 1]

Ο Άλκης διαβάζει την εκφώνηση και μόλις τελειώσει:

X1: θα σου πω τώρα.

A1: όχι ρε. Αυτό είναι ίσα. Το γ) φυσικά είναι ίσα.

X2: [και αυτό είναι ίσα].

A2: [και αυτό είναι ίσα].

Χ3: και αυτό είναι ίσα.

Α3: και το δ) είναι ίσα.

Χ4: και το ε) είναι ίσα. Αλλά είναι και από τις δύο. Δεν ενώνεται.

Α4: βασικά και το β) είναι ίσα και το α) >όχι το α) η μια πλευρά<

Χ5: ξανά διάβασε.

Α5: όχι εσύ διάβασε.

Χ6: όχι εσύ να διαβάσεις!

Ο Άλκης διαβάζει την εκφώνηση σιωπηλά.

Α6: ααα, από τα χρωματισμένα ρε! Που να ξέρω ποιο είναι μικρότερο;

Χ7: θα σου πω τώρα!

Α7: στο δ) άμα πεις ότι προσθέσεις τα δυο που δεν είναι χρωματισμένα θα σου βγει μισό τετράγωνο.

Χ8: αν προσθέσεις τα δυο που δεν είναι χρωματισμένα και τα κάνεις στο πλάι, όχι δε βγαίνει τέτοιο.

Α8: θα σου βγει ένα τετράγωνο ίδιο με αυτό.

Χ9: [ορθογώνιο] είναι εκείνο.

Α9: [ορθογώνιο].

Χ10: έτσι μπράβο!

Α10: ίδιο με το γ).

Χ11: το άσπρο του γ).

Α11: δηλαδή είναι ίσα.

Χ12: έτσι. Κάνε ένα σήμα ότι είναι ίσα. Πως γίνεται; (γελάει) έτσι;

Α12: άμα το γυρίσεις αυτό β) γίνεται έτσι. Και το ε) είναι ίσο με αυτά τα τρία.

Χ13: άντε βρες αυτά τώρα. Αυτά άμα τα ενώσεις;

Α13: αυτά τα δυο ένα τετράγωνο και άλλο ένα από κάτω; Πάλι. Το β);

Χ14: ναι αλλά αυτό έχει μεγαλύτερη έκταση, αλλά άμα το σηκώσεις; Πάλι ίσο είναι.

Α14: το β) είναι ίσο με το [γ), δ), ε)].

Χ15: [γ), δ), ε)] βασικά το α); άμα ενώσεις…

Α15: το α);

Χ16: αυτά είναι ίδια. Άρα, βγαίνει ένα τέτοιο.

Α16: άμα ενώσεις τις δυο πλευρές;

Χ17: το μικρότερο είναι το α).

Α17: το μεγαλύτερο είναι!

Χ18: πως το μεγαλύτερο;

Α18: α, όχι, το μικρότερο. Ναι.

Χ19: γιατί έχει και αυτό.

Α19: α) είναι το μικρότερο γράφω.

<u>2] Χ – Α</u>

<u>Χάρης</u>: ο συντονιστής

Ο Χάρης στο 2ο πρόβλημα ερμηνεύει κυρίως το ρόλο αυτού που συντονίζει το διάλογο. Συγκεκριμένα, αναζητά τη γνώμη του συμμαθητή του μέσω ευθέων ερωτήσεων, καταθέτει κάποιες φορές τη γνώμη του ακόμη και όταν δε χρειάζεται, ζητά έγκριση από το συμμαθητή του πριν από κάποιο του βήμα προς την επίλυση και τέλος, δίνει επιπρόσθετες πληροφορίες και εξηγήσεις όπου αυτό κρίνεται αναγκαίο. Παράλληλα, ελάχιστες προτάσεις του συνομιλητή του τις αντιμετωπίζει με επικριτικό τρόπο και είτε τις απορρίπτει είτε τις συμπληρώνει.

Παρεμβαίνει είτε συμπληρώνοντας είτε διακόπτοντας τις προτάσεις του συνομιλητή του.	Critic	→Χ5, Χ6, Χ7, Χ8
Αναζητά τη γνώμη του συνομιλητή του.	Facilitator	→Χ9, Χ12, Χ21
Καταθέτει τη γνώμη του.	Facilitator	→Χ20, Χ28
Ζητά την έγκριση του συνομιλητή του πριν κάνει κάποιο βήμα ή πρόταση προς την επίλυση.	Facilitator	→ Χ25, Χ30
Δίνει επιπρόσθετες πληροφορίες και εξηγήσεις όπου αυτό κρίνεται αναγκαίο.	Facilitator	→Χ18, Χ19, Χ32 Χ34

Πίνακας 4: ενέργειες ρόλου Χάρη 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας

<u>Άλκης</u>: ο αξιολογητής (επικριτικός)

Ο ρόλος που ερμηνεύει ο Άλκης είναι αυτός του επικριτικού αξιολογητή. Ειδικότερα, φαίνεται ότι αντιμετωπίζει προτάσεις του συνομιλητή του κυρίως με αποδοκιμασία και έτσι, άλλοτε τις συμπληρώνει και άλλοτε τις αποδοκιμάζει. Γενικότερα, δεν κάνει πολλές προτάσεις, αλλά ούτε και αναζητά από το συμμαθητή του.

Ο Άλκης άλλοτε συμπληρώνει τις προτάσεις του συμμαθητή του και άλλοτε τις αποδοκιμάζει.	Critic	→Α1, Α2 → Α5, Α7

Δεν κάνει πολλές προτάσεις.	Proposer	→ A4, A8, A9
Δεν αναζητά προτάσεις.		

Πίνακας 5: ενέργειες ρόλου Άλκη 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 2]

Χ1: εγώ διαβάζω τώρα! (και ξεκινάει να διαβάζει χαμηλόφωνα).

Α1: 4 και 9 μαύρα….

Χ2: για διαμόρφωσε ψήφο. 4 (.) ε, που είναι τα 9 μαύρα; 1, 2, 3, 4, 5 είναι τα άσπρα, 1, 2, 3, 4 είναι τα μαύρα. Τι λέει ρε γύρω - γύρω; Τοποθετείται ένα μαύρο πλακάκι στη γωνία και όλα τα πλακάκια γύρω του είναι άσπρα. 1, 2, 3 έχει γύρω του (.) άσπρα. Μετά άλλο ένα (.) είναι 1, 2, 3 είναι καλυμμένα αυτά από τα άλλα. Το μεσαίο βασικά…

Α2: κάνουν ένα σταυρουδάκι.

Χ3: ε, ναι. Σταυρό βάζουν συνήθως οι τέτοιοι (εννοεί αυτούς που «στρώνουν πλακάκια»). Τι μας ρωτάει εδώ; Πόσα άσπρα πλακάκια χρειάζονται για ένα πάτωμα με 25 μαύρα πλακάκια;

Α3: ωχ, καλά! Θα το βρούμε ρε συ.

Χ4: ε, τι. Βασικά, εδώ έχει 4 μαύρα πλακάκια. 5 άσπρα, 4 μαύρα. 4 επί πόσο κάνει 20; 4Χ5 κάνει 20, 24.

Α4: ξέρεις τι έκανα εγώ τώρα; Το ένα σταυρουδάκι εδώ, έκανα και άλλο ένα εδώ και έβαλα μαύρο…

Χ5: μαύρο και μαύρο!

Α5: όχι!

Χ6: α, εδώ εσύ ξέρεις τι έκανες; Το μαύρο μπαίνει άλλη μια θέση πιο πάνω, γιατί δες εσύ έκανες ένα σταυρουδάκι εδώ στη μέση και ένα ακόμα λίγο πιο πάνω.

Χ7: 1, 2, 3 άσπρα.

Α7: όχι, όχι.

Χ8: αφού έτσι είναι και αυτό.

Α8: δες 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5.

Χ9: εσύ γιατί θες να το κάνεις έτσι τώρα;

Α9: και εδώ ένα και εδώ ένα. Μαύ:ρο, μαύ:ρο.

Χ10: εδώ το μεσαίο.

Α10: ρε συ προσθέτεις σειρές.

X11: εμείς τόση ώρα γιατί τι προσπαθούμε να κάνουμε; (γελάει).

A11: προσθέτουμε μια σειρά καθέτως και μια σειρά…

X12: ναι, αλλά εδώ είναι δυο σαν αυτό. Εδώ έχει ένα. Εσύ τι από τα δυο θα επιλέξεις βασικά;

A12: αυτά τα 4. Είναι αυτά και προσθέτω ακόμα αυτά.

X13: εγώ τι είπα;

A13: αυτό που είπα και εγώ.

X14: ορθή γωνία είναι.

A14: εδώ είναι 1, 2, 3, 4 συν πόσο; Εννιά. Πέντε. Πρόσθεσε πέντε.

X15: 14 (γελάει).

A15: μου τη σπάνε αυτές οι ασκήσεις με τετράγωνα.

X16: και μένα.

Ο Άλκης ξανά διαβάζει αργά την εκφώνηση. Μόλις φτάνει στην τρίτη πρόταση:

X17: γύρω του μπαίνουν τρία (εννοεί πλακάκια). Να το μαύρο στη γωνία. Άλλο ένα μαύρο στη γωνία. Πάλι τρία. Άλλο μαύρο στη γωνία, πάλι τρία. Βασικά σταυρό κάνουν, όπως είπες.

A17: ναι.

X18: ε, και εγώ αυτό είπα. Εγώ το ‘κανα με ορθές γωνίες όμως. 1 άσπρο, 2 άσπρα, 3 άσπρα, δε με βολεύει έτσι, 1 άσπρο, 2 άσπρα, 3 άσπρα, όχι από πάνω του!

A18: δεν πειράζει!

X19: στην ευθεία! Πες ότι είναι στην ευθεία αυτό (ζωγραφίζουν τετράγωνα πλακάκια βάζοντας σε μια σειρά τρία – 2 μαύρα και ανάμεσα άσπρο και στην αποκάτω 3 άσπρα). Καν’ τα τετράγωνα ρε! Ένα μαύρο πλακάκι, αυτό είναι (.) άσπρο, άλλο ένα άσπρο, που είμαι ρε; Τι έκανα;

A19: έλα! Κάνε εσύ!

X20: αυτό βγαίνει πιο κάτω όμως, και άλλο ένα άσπρο. Ε, δε μ’ αρέσει έτσι. Θα κάνουμε στρόγγυλα.

A20: φτιάξε άλλη μια σειρά εδώ.

X21: όχι. Δε θέλω. Κάτω θέλω. Γιατί ρε; Τι διαφορά έχει αν τα κάνω κάτω;

A21: περίμενε. 18 είναι. Συνεχίζουμε.

X22: και εδώ έχουμε άλλα δυο μαύρα. Πόσο μας κάνει; 20. Θέλουμε άλλα πέντε.

A22: δε βγαίνει ακριβώς.

X23: σιγά μωρέ! Θα τη βρούμε την άκρη. Άλλα δυο. Πόσο βγαίνει;

A23: 24.

X24: βασικά τώρα θα κάνουμε άλλη μία σειρά που είναι άσπρα…

A24: όχι.

X:25 και μετά θα βάψουμε μόνο ένα μαύρο. Τι πειράζει;

A25: εδώ θα κάνουμε μια σειρά….

X26: έλα ρε. Προσπαθώ να φτιάξω.

A26: από μισά πλακάκια.

{…}

A27: ε, δες πόσα έχω κάνει εγώ δες πόσα έχεις κάνει εσύ. Εγώ έχω κάνει 8, εσύ έχεις κάνει (.) 12.

X27: κάνε εσύ την τελευταία σειρά τότε (γελάει και του δίνει το χαρτί). Σκέψου, σκέψου, σκέψου.

{....}

X28: εγώ νομίζω πως τόση ώρα κάνουμε βλακείες. Ναι, αλλά, δε διευκρινίζει πουθενά άμα θέλει να είναι όπως ακριβώς εδώ. Άρα, μπορούμε εμείς άμα γουστάρουμε να βάζουμε τα πλακάκια στη μέση αντί στις άκρες. Και να βγουν τα μαύρα 25 (γελάει).

{…}

X29: ε, για να βγει ίσο. Κάνε άσπρα γύρω – γύρω. Εμείς βάλαμε τα μαύρα στη μέση κάνε τα άσπρα γύρω – γύρω.

{…}

X30: να κάνω τα άσπρα;

A30: έτσι και κάνεις λάθος…

X31: δε μπορώ έτσι όπως κάθεσαι!

{…}

X32: ρε, το βλέπεις αυτό; Πες ότι αυτό εδώ είναι στη μέση που αφήνουμε κενό, εδώ όλα δεν είναι άσπρα προς τα πάνω; Και πες ότι και αυτό είναι στη μέση που αφήνουμε κενό, πάλι εδώ όλα δεν είναι άσπρα προς τα πάνω;

A32: α! ναι ρε συ!

{…}

X33: μέτρα τώρα τα άσπρα!

Μετράνε και οι δυο μαζί.

X34: τι μου λέει; Ότι πρέπει να αφήνουμε κενό. Εδώ βλέπεις να αφήνει κενό; Μέτρα!

A34: μπορεί και να έχει δίκιο πάντως.

X35: τελείωσες;

A35: 125 άσπρα.

<u>3] Χ – Α</u>

<u>Χάρης</u>: ο καταγράφων

Ο ρόλος που ερμηνεύει ο Χάρης, ως επί το πλείστον, στο παρόν απόσπασμα είναι αυτός του καταγραφέα. Ειδικότερα, είναι αυτός που σημειώνει, συνοψίζει και ελέγχει την πρόοδο της ομάδας. Παράλληλα, ελέγχει και επιλέγει τι θα καταγραφεί και τι όχι στο χαρτί σαν απάντηση. Ένας επιπρόσθετος ρόλος που ερμηνεύει είναι αυτός του συντονιστή. Σε συνάφεια με το ρόλο αυτό, αποφεύγει τις εντάσεις όπου μπορεί. Τις διαχειρίζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε, να συνεχιστεί ομαλά η επίλυση και συγχρόνως, να μη χάσει το πρόσωπο του. Συγχρόνως, αναζητά προτάσεις και υποδείξεις από το συνομιλητή του, όταν, όμως, δε συμφωνεί με αυτές, ζητά εξηγήσεις. Ένας τρίτος ρόλος που ερμηνεύει είναι αυτός του αξιολογητή των προτάσεων του συμμαθητή του είτε θετικά είτε αρνητικά, όπου αποδοκιμάζει τις προτάσεις του και σε κάποιες περιπτώσεις υψώνει τον τόνο της φωνής του για να του επιβληθεί.

Συμπληρώνει τις προτάσεις του συμμαθητή του.	Supporter	→X2, X3, X4
Όταν δεν είναι σωστές, προσπαθεί να του εξηγήσει το σωστό.	Critic	→X5, X6
Όταν ο συνομιλητής του δε συμμορφώνεται, υψώνει τον τόνο της φωνής του και του επιβάλλεται.	Critic	→X5, X66
Λέει την άποψη του ή δείχνει τη διαφωνία του σε κάποια πρόταση.	Critic	→X55, X56 →X70, X73
Όταν κάνει προτάσεις, δίνει στο συμμαθητή του τη δυνατότητα να επιλέξει.	Proposer	→X5
Εξηγεί τις προτάσεις του.	Proposer	→X6
Αποφεύγει τις εντάσεις.	Facilitator	→X23, X52
Αναζητά προτάσεις και υποδείξεις από το συνομιλητή του, όταν, όμως, δε συμφωνεί με αυτές, ζητά εξηγήσεις.	Facilitator	→X18, X24 →X25
Είναι αυτός που σημειώνει, συνοψίζει και ελέγχει την πρόοδο της ομάδας.	Recorder	→X54, X62, X63, X68, X69, X74,

		X78, X79, X80
Είναι αυτός που ελέγχει και επιλέγει τι θα καταγραφεί και τι όχι στο χαρτί σαν απάντηση.	Recorder	→X82, X84, X86, X92

Πίνακας 6: ενέργειες ρόλου Χάρη 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

Άλκης: ο συντονιστής

Ο Άλκης κάνει κάποιες προτάσεις, οι οποίες δε γίνονται όλες αποδεκτές από το Χάρη. Έτσι, και οι λανθασμένες προτάσεις του συνομιλητή του δε γίνονται αποδεκτές από τον ίδιο. Μάλιστα, του απαντά με επιτακτικό ύφος να κάνει κάποια απαιτούμενη ενέργεια (να γράψει, να σβήσει, να αλλάξει). Ζητά τη γνώμη του συμμαθητή του, κυρίως, για να απαντήσει σε προτάσεις που έχει ήδη κάνει ο ίδιος ή για να ζητήσει υπολογισμούς. Παράλληλα, ζητάει έμμεσα από το συνομιλητή του να συνοψίσει την πρόοδο τους και να ελέγξει τα ευρήματα. Συνεπώς, ο ρόλος που ερμηνεύει περισσότερο είναι αυτός του συντονιστή.

Ξεκινάει κάνοντας προτάσεις.	Proposer	→A1, A4, A29
Δε γίνονται αποδεκτές οι λανθασμένες προτάσεις του συνομιλητή του.	Critic	→A11, A21, A23
Ζητά τη γνώμη του συμμαθητή του.	Facilitator	→A13, A15, A16, A19, A20, A26, A27
Ζητάει έμμεσα από το συνομιλητή του να συνοψίσει την πρόοδο τους και να ελέγξει τα ευρήματα.	Facilitator	→A47, A48, A54, A74, A75, A85

Πίνακας 7: ενέργειες ρόλου Άλκη 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 3]

Διαβάζει ο Άλκης δυνατά.

Χ1: από μια φορά είπε (εννοεί τα ψηφία 1, 2, 3, 4 θα χρησιμοποιηθούν από μια φορά). Να είναι πολλαπλάσιο του 2. Καλά εύκολο είναι.

Α1: 1, 2. 12.

Χ2: όλος ο αριθμός όμως; Χίλια διακόσια- ξεκινάει ε…

Α2: πολλαπλάσιο του 2.

Χ3: [και μετά πολλαπλάσιο του 4]

Α3: [τα πρώτα ψηφία του είναι] να είναι πολλαπλάσιο του 2. 1, 12.

Χ4: ναι, αλλά μπορεί να μη βγει όλος ο αριθμός μετά πολλαπλάσιο του 4, γιατί λέει μετά όλος ο αριθμός, ενώ όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4. Όλος ο αριθμός…

Α4: 24. Δεν είναι πολλαπλάσιο του 4; 8 όχι. 4, 8, όχι. Μετά 14 όχι. 12; Ναι. Είναι πολλαπλάσιο του 4.

Χ5: όλος ο αριθμός ρε. Πώς θα το γράψεις; Τα δυο πρώτα ψηφία είναι… τι κάνεις ρε; Το 14 είναι πολλαπλάσιο του 2 και το 12 είναι πολλαπλάσιο του 2. Το θέμα είναι τα πίσω πως θα βγουν. Άρα, ή 14 ή 12, ε;

Α5: ναι. Γιατί 14;

Χ6: το 14 είναι πολλαπλάσιο του 2, γιατί δες, άμα το κάνεις… πες ότι είναι χίλια διακόσια-

Α6: α, επίσης θέλουμε ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δυο πρώτα ψηφία (.) δυο πρώτα.

Χ7: ε, ναι. Γιατί εγώ τι λέω τώρα; Ή 12 θα είναι ή 14 θα είναι (4) τα δυο πρώτα ψηφία.

Α7: ή 24.

Χ8: εντάξει. Ή 24 ή 42 τώρα τι να σου πω (γελάει).

Α8: (γελάει) ναι, όμως λέει από τα δυο πρώτα ψηφία. Από τα δυο πρώτα ψηφία του (.) ποιανού;

Χ9: του αριθμού.

Α9: ποιου αριθμού; Δε μας λέει!

Χ10: αυτουνού που θα φτιάξουμε.

{…}

Α10: θέλουμε έναν τετραψήφιο αριθμό. Να ποιος είναι ο αριθμός ρε! Ο τετραψήφιος (.) αριθμός (.) αυτός που θα φτιάξουμε!

Χ11: να σε μουντζώσω τώρα ή μετά;

Α11:από μια φορά το καθένα. Γράψε τον αριθμό 12 34. Γράψε.

Χ12: θα γράψω όλες τις… (γελάει) 12 34;

Α12: ναι. Επίσης θέλουμε ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δυο πρώτα ψηφία του να είναι πολλαπλάσιο του 2.

Χ13: εντάξει! την καταλάβαμε την άσκηση.

Α13: να είναι πολλαπλάσιο του 2, ενώ όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4. Είναι πολλαπλάσιο του 4 ρε συ;

Χ14: να το κάνω δια 4 ρε συ;

Α14: ναι ρε συ!

Χ15: περίμενε! Σκέψου!

Α15: 500…. Τριακόσια πενήντα επί τέσσερα, τρεις φορές το τέσσερα;

Χ16: τρεις φορές το τέσσερα κάνει δώδεκα.

Α16: 12. Πέντε φορές το τέσσερα;

Χ17: δύο, είκοσι.

Α17: α, ναι. Είκοσι. Άραγε μας μένουν (1) πόσο είπα εγώ; Τριακόσια-

Χ18: άντε ρε. Σου 'χω δώσει τον τρόπο λύσης. Σκέψου τις πράξεις.

Α18: 350 είπα, ε;

Χ19: δε μου είπες τι είπες. Εσύ εμένα με ρωτούσες πολλαπλασιασμούς.

Α19: 350 σου είπα. Επί το τέσσερα; 1. 220. Πόσο σου είπα; (γελάει).

Χ20: 1. 220! (γελάει).

Α20: 1. 350. Τριακόσια πενήντα, άλλα τέσσερα;

Χ21: 354! (γελάει).

Α21: θέλουμε άλλο 351, 352, 353. Δε βγαίνει ακριβώς. Σβήσ' τον!

Χ22: να του κάνω έτσι;

Α22: που θα βρεις εσύ το τέσσερα να είναι στο τέλος;

Χ23: α, ναι. Δεν άλλαξα τα δυο μπροστινά. Εντάξει ρε. Μη φωνάζεις. Ξέχασα κάτι.

Α23: το πίσω έτσι θα το αφήσεις. Το μπροστινό θα αλλάξεις.

Χ24: το μπροστινό πως θες να το κάνω;

Α24: 21 (γελάει).

Χ25: γιατί να το κάνω 21; Είναι πολλαπλάσιο του 2; 21 είναι πολλαπλάσιο του 2;

Α25: καλά κάν' το 32 14.

Χ26: *32*-

Α26: 41. Το 32 είναι πολλαπλάσιο του 2;

Χ27: ναι. 16.

Α27: πόσο θέλει τώρα; Εννιακόσια επί τέσσερα πόσο βγαίνει;

Χ28: εννιακόσια επί τέσσερα;

Α28: 36. Δε βγαίνει. 8. 32. 8. 32. Δε βγαίνει πάλι ακριβώς. Δε βγαίνει. Πώς θα το κάνουμε ρε συ;

Χ29: θα σου πω τώρα.

A29: 42 31;

X30: σου κάνει; Δεν είναι πολλαπλάσιο του 4.

A30: το 2 δεν είναι πολ- α, όχι είναι.

X31: το πολλαπλάσιο του 2 είναι. Του 4 είναι;

A31: 832, 800, 3.200, 4, 8, 12 δε βγαίνει.

X32: πολύ ωραία.

A32: πολύ ωραία που δε βγαίνει;

X33: θα το βρούμε ρε.

A33: περίμενε. 42.

X34: 24. Μας μένει το 3 και το 1. 13 ή 31;

A34: 31.

X35: θα το κάνω 31 πρώτα.

A35: το 4 στο 24;

X36: το 4 στο 24; 6.

A36: 6. Άραγε 600.

X37: Ναι. Γιατί 5…. Ναι. Εξακόσια επί τέσσερα πόσο μας κάνει;

A37: [2. 400]

X38: [2. 400]. Το 31 μας μένει.

A38: το ξέρω. 6. 600 ε;

X39: δυο χιλιάδες τε- έχουμε φτάσει. Το 31 μας μένει. Που είχαμε φτάσει;

A39: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 δε βγαίνει! Για ένα.

X40: φτου σου! Θα το κάνω αλλιώς! Θα το κάνω…

A40: 4, 2.

X41: το 2. 400 βγαίνει. 13 όμως δε μπορεί να βγει.

A41: 14 καν' το.

X42: να το κάνω 14;

A42: 14 23. Α, όχι δε βγαίνει 23. 32.

X43: *32.*

A43: 14 είναι πολλαπλάσιο του 2.

X44: 14 32 τώρα ε;

A44: το 14. Το 4 πόσο χωράει στο 14;

X45: το 4 στο 14; Δε χωράει. Ε, δε χωράει. Θα βρούμε πιο μεγάλο αριθμό τώρα. Τι να σου πω.

Α45: κάνε διαίρεση.

Χ46: α, κάθετη τη θες ή με το μυαλό;

Α46: κάθετη. Με το μυαλό θα μας πάρει….

{….}

Α47: το βρήκαμε ρε συ! Κύκλωσε το και γράψε εδώ ο αριθμός είναι…

Χ47: ναι; Αλλά (2) εντάξει και βρήκε. Α, ναι ρε….

Α48: πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να γράψουμε; 1. 432. 1. 234 έχουμε κάνει;

Χ48: ναι.

Α49: 1. 243;

Χ49: όχι.

Α50: κάνε.

Χ50: εδώ; Το πολλαπλάσιο του 2 είναι. Να κάνω πάλι διαίρεση;

Α51: του 4 είναι 3. Δε θέλει διαίρεση. 300.

Χ51: *300.*

Α52: δε βγαίνει ακριβώς. Σβησ' το.

Χ52: το σβήνω. Σκάσε.

Α53: δέκα φορές το τέσσερα;

Χ53: 40. Ναι.

Α54: και μετά το 3 μένει. Ποιον αριθμό δεν κάναμε; 4. 312 κάναμε; Όχι, το 43 όμως δεν είναι πολλαπλάσιο του 2. 34 12;

Χ54: πρέπει να το 'χουμε κάνει, ε;

Α55: όχι με το 12 βγαίνει; Ακριβώς.

Χ55: ε, να τη κάνω τη διαίρεση. Να φαίνεται όμως.

Α56: 34.

Χ56: άσε να την κάνω ρε να φαίνεται τώρα. Τριάντα τέσσερα δια τέσσερα;

Α57: χωράει ακριβώς;

Χ57: όχι. 32 βγαίνει.

Α58: 28 βγαίνει; Γράψε 8 εκεί.

Χ58: πόσο είχα γράψει ρε;

Α59: 7. Οχτώ φορές το τέσσερα τριάντα δύο.

Χ59: εφτά φορές το τέσσερα κάνει τριάντα δυο ρε βλάκα.

Α60: εφτά φορές το τέσσερα; Εφτά και εφτά δεκατέσσερα και δεκατέσσερα πόσο κάνει;

Χ60: α, ναι ρε. Εσύ 28 είπες. Δεν είπες 38. Αλήθεια 28. Α, 28 κάνει (γέλιο).

A61: 8 γράψε. 32.

Χ61: ε, αντί να γράψω 8 έγραψα 7. Τι σιγά.

{….}

Χ62: δυο αριθμούς έχουμε βρει. Τι δεν έχουμε κάνει; Τα έχουμε κάνει όλα;

Α63: 34 έχουμε κάνει. 34 12 κάναμε. 34 21 βγαίνει;

Χ63: το κάναμε αυτό.

Α64: 34 21 βγαίνει; Κάτσε 34 βγαίνει.

Χ64: όχι, δε βγαίνει 21.

Α65: γιατί δε βγαίνει;

Χ65: γιατί είναι… με το 4 βγαίνει το 20. Μένει το 1 όμως.

Α66: περίμενε. 2.

Χ66: μένει το 1 ρε! (υψώνει τον τόνο της φωνής του).

Α67: 2, 2, το 4 στο 22 χωράει;

Χ67: το 4 στο 22 δε χωράει. Ούτε στο 21 χωράει το 4. Το 4 στο 20 χωράει και μετά στο 24.

Α68: δε χωράει. Δεν κάνει.

Χ68: άραγε μόνο αυτοί είναι;

Α69: 40. Το 4 μπροστά έχουμε αρχίσει;

Χ69: όχι. Δεν έχουμε αρχίσει με το 4.

Α70: κάνε 41.

Χ70: όχι. 42 θα κάνω.

Α71: 42 περίμενε 13 ή 31;

Χ71: ό, τι και να κάνεις δε βγαίνει.

Α72: 13; Δε βγαίνει. 31;

Χ72: 31 πάλι δε βγαίνει.

Α73: δε βγαίνει. Μην το…

Χ73: όχι. Θα τα γράψω και θα τα σβήσω. *31*. Να τους έχουμε κάνει όλους τους συνδυασμούς. Μη μας πουν μετά ότι δεν τους κάνατε όλους. Τους κάναμε όλους και δε βγήκαν.

Α74: τι δεν έχουμε κάνει;

Χ74: με το 3 δεν έχουμε αρχίσει μπροστά, αλλά δεν είναι πολλαπλάσιο του 2, εκτός αν βάλουμε 32… όχι. Έχουμε αρχίσει με το 32 ρε. 34 δεν- όχι. Έχουμε κάνει 34. 34 21 κάναμε πάλι. 34 12 κάναμε. 32; Έχουμε κάνει. 32 41. 32 14. Δε νομίζω να μας ξεφεύγει τίποτα.

A75: 34… έχουμε 4 αριθμούς εδώ πάνω. Πόσους αριθμούς έχουμε κάνει; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

X75: 9.

A76: 8, 9.

X76: 10, 11.

A77: 9! Τους μέτρησα! (3. 421, 1. 234, 3. 241, 3. 214, 2. 431, 1. 432, 4. 231, 4. 213).

X77: τους μέτρησες αυτούς;

A78: ναι! 34 21 δεν-

X78: 34 12; Το ‘χουμε κάνει;

A79: όχι.

X79: 34 12 είναι αυτό που βγαίνει ρε. Το ‘χουμε κάνει.

X80: ε, τα κάναμε όλα. Δεν έχει άλλα.

A80: 41 34; Να το πούμε;

X81: 41 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2.

A81: ναι. Σωστός!

X82: αλλά ας το γράψω. Α, όχι. Μη πολλαπλάσια, δεν το γράφω.

A82: 15….

X83: το 5 που το βρήκες;

A83: 7…

X84: να το δώσω;

A84: περίμενε ρε.

X85: μα τα είδα τόσες φορές. Βασικά μπορεί να βγαίνει, αλλά δυο αριθμοί είναι.

A85: 14 32, 12 34, έχουμε 12 34; Έχουμε; 13 42 έχουμε;

X86: 13 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2. Ρε αφού είπαμε μη πολλαπλάσια του 2 μπροστά δεν έχουμε γράψει. Σκέψου τα πολλαπλάσια του 2.

A86: 14 32 έχουμε;

X87: έχουμε.

A87: αυτός είναι που μας βγήκε. Και μετά 21 34;

X88: το 21 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2!

A88: το ξέχασα! 23 14!

X89: το 23 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2!

A89: 23 31!

X90: πάλι δεν είναι! (γελάει).

A90: 24 31!

Χ91: το 31 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4 όμως. Μόνο από το πίσω το καταλαβαίνεις. Αι και βγάζεις, δε θα βγει.

Α91: καλά. 24 13. Δε βγαίνει (γελάει).

Χ92: το ‘χουμε γράψει αυτό.

1] Μ – Β

Μαίρη: η αξιολογήτρια

Η Μαίρη ξεκινά να κάνει προτάσεις χρησιμοποιώντας α’ πληθυντικό πρόσωπο επιδιώκοντας να ισχυροποιήσει τη θέση της. Δεν αναζητά προτάσεις. Μάλιστα, αποθαρρύνει τη συμμαθήτρια της από το να κάνει προτάσεις. Κατέχει ρόλο αξιολογητή στο μεγαλύτερο μέρος της συνομιλίας όπου οι προτάσεις της συμμαθήτριας της είτε δε γίνονται αποδεκτές είτε γίνονται και απλά συμπληρώνονται. Επιπλέον, αναλαμβάνει τους ρόλους τόσο αυτής που συνοψίζει και συμπεραίνει όσο και αυτής που υπαγορεύει στη συμμαθήτρια της τι να γράφει.

Η Μαίρη ξεκινά να κάνει προτάσεις.	Proposer	→M1, M14
Δεν αναζητά προτάσεις.		
Προτάσεις της συμμαθήτριας της είτε δεν τις αποδέχεται είτε τις αποδέχεται.	Critic Supporter	→M2, M3, M9, M10, M11, M13 →M4, M5
Συνοψίζει και συμπεραίνει.	Recorder	→M6
Είναι αυτή που υπαγορεύει στη συμμαθήτρια της τι να γράφει.	Facilitator	→M20, M22

Πίνακας 8: ενέργειες ρόλου Μαίρης 1^{ο} πρόβλημα τελικής έρευνας

Βικτώρια: η προτείνουσα

Η Βικτώρια προσπαθεί συνεχώς να κάνει προτάσεις στις οποίες, όμως, δε βρίσκει την ανταπόκριση που επιθυμεί. Παράλληλα, τις προτάσεις της συμμαθήτριας της της αντιμετωπίζει θετικά και τις διορθώνει, όπου αυτό κρίνεται αναγκαίο. Ζητά τη γνώμη της Μαίρης πριν καταγράψει κάτι. Τέλος, δε φαίνεται να αναζητά προτάσεις.

Κάνει συνεχώς προτάσεις.	Proposer	→B1, B2, B3, B4, B8, B9, B13
Συμπληρώνει ή διορθώνει		→B5, B6, B12, B16, B17, B18

προτάσεις της συμμαθήτριας της.	Supporter	
Είναι αυτή που καταγράφει τις απαντήσεις.	Recorder	→B19, B21
Ζητά τη γνώμη της πριν γράψει κάτι.	Facilitator	→B20, B21
Δεν αναζητά προτάσεις.		

Πίνακας 9: ενέργειες ρόλου Βικτώριας 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 4]

M1: λοιπόν κοίτα λίγο να δεις ότι αυτά τα τρία είναι ίδια. Αυτό αν το χωρίσουμε για να δω (.) ένα. Αυτό το χωρίζουμε αυτό το πηγαίνουμε εδώ, οπότε είναι το ίδιο. Ξανά, οπότε αυτά τα δύο είναι ίδια. Αυτό το πηγαίνουμε εδώ, αυτό εδώ οπότε και αυτό είναι το ίδιο. Αυτό τώρα να δούμε πόσο είναι.

B1: αυτό είναι ίδιο με αυτό, οπότε αυτό...;

M2: περίμενε!

B2: αν κόψουμε αυτό (1) και το βάλουμε εδώ;

M3: περίμενε (.) λίγο, γιατί….

Ερ: αν μπορείτε να αναφέρεστε στα σχήματα ονομάζοντας τα το δ) ή το α).

B3: το δ) και το ε) είναι ίσα αν κόψουμε ένα κομμάτι…

M4: τα μεταφέρουμε. Στο ε) τα κόβουμε στη μέση και τα μεταφέρουμε στην άλλη πλευρά οπότε είναι το ίδιο με το γ). Το ίδιο γίνεται και με το δ).

B4: το β) αν το κόψουμε στη μέση, όχι στη μέση ακριβώς και το πάμε εδώ…

M5: τέλος πάντων αν μετακινήσουμε τα πάνω και τα κάτω είναι το ίσο…

B5: το ίδιο με το γ). Οπότε το α) τώρα μας μένει.

M6: οπότε το β), το γ) και το ε) είναι ίδια.

B6: όχι μεταξύ τους. Αυτά τα δύο μεταξύ τους και αυτά τα δύο μεταξύ τους.

M7: το ίδιο είναι αυτό.

B7: ναι.

M8: ε, λοιπόν, αυτό…

B8: αυτό, αν το προσθέσουμε, κάτσε λίγο αν προσθέσουμε αυτά τα δύο…

M9: (λεκτική άρνηση).

B9: αυτό και αυτό…

M10: τς, τς, τς. Χμ… λοιπόν αυτό…

B10: το α).

M11: περίμενε! Το βρήκα! Αυτό…

B11: περίμενε λίγο. Να βλέπω! (ψιθυριστά)

M12: ναι, στο α) αν μεταφέρουμε…

B12: αυτό το κομμάτι…

M13: περίμενε! Άστο αυτό για το τέλος.

B13: το βρήκα! Το βρήκα! Αυτό εδώ…

M14: αυτό εδώ… αυτό εδώ μεταφέρουμε εδώ (.) οπότε είναι ένα ολόκληρο αυτό.

B14: να δω; και αυτά;

M15: καίγονται! Ποιο είναι το μικρότερο;

B15: αυτό!

M16: περίμενε, αφού όμως αυτό…ναι…

B16: τα άλλα είναι ίσα δε μπορεί να είναι.

M17: ναι. Οπότε… Έχουμε ένα τέτοιο, οπότε το α…

B17: είναι το μικρότερο.

M18: οπότε το α) κανονικά (3) αν κάνουμε ένα υποτιθέμενο τετράγωνο λέμε τώρα ότι είναι αυτό θα είναι αυτό και…

B18: αυτό (.) [εδώ].

M19: [εδώ] θα είναι αυτό εδώ πέρα το α).

B19: λίγο το στυλό;

M20: γράψε αν προσθέσουμε τα κομμάτια και τα κάνουμε….

B20: σοβαρά;

M21: ναι.

B21: από κάτω να το γράψω;

M22: ναι. Αν προσθέσουμε τα κομμάτια και τα ενώσουμε…

B22: ξέρω! Θα βγει αυτό εδώ πέρα;

M23: ναι!

{…}

<u>2] M – B</u>

<u>Μαίρη</u>: η προτείνουσα

Η Μαίρη είναι αυτή που κάνει σχεδόν όλες τις προτάσεις που οδηγούν στην επίλυση της άσκησης. Προτάσεις της συμμαθήτριας της αντιμετωπίζονται άλλοτε αποδοκιμαστικά και άλλοτε θετικά, κυρίως, όταν αντιληφθεί κάποιο λάθος τότε συμφωνεί με τη συμμαθήτρια της. Παράλληλα, δείχνει να είναι αρκετά απόλυτη και επιτακτική προς τη συμμαθήτρια της ως προς το πώς να ενεργήσει.

Προτάσεις της συνομιλήτριας της δε γίνονται αποδεκτές Ή αντιμετωπίζονται θετικά.	Critic Supporter	→M1, M7 → M8
Κάνει πολλές προτάσεις.	Proposer	→M2, M3, M4, M5, M6, M10, M11
Λέει στη συμμαθήτρια της τι να κάνει.	Critic	→M14

Πίνακας 10: ενέργειες ρόλου Μαίρης 2^{ο} πρόβλημα τελικής έρευνας

Βικτώρια: η αξιολογήτρια (υποστηρικτική)

Η Βικτώρια είναι αρκετά δεκτική σε προτάσεις τις συμμαθήτριας της. Έτσι, όταν συμφωνεί μαζί της άλλοτε θέτει διευκρινιστικές ερωτήσεις για να αντιληφθεί πλήρως το σκεπτικό της και άλλοτε απλά συμπληρώνει τις προτάσεις της. Επιχειρεί να κάνει και η ίδια κάποιες προτάσεις. Παράλληλα, αποφεύγει την ένταση που πάει να δημιουργηθεί μεταξύ τους όταν η συμμαθήτρια της δεν τις αποδέχεται. Τέλος, αναλαμβάνει να καταγράψει την απάντηση που δίνεται.

Προσπαθεί να κάνει προτάσεις.	Proposer	→B1, B8
Είναι δεκτική σε προτάσεις τις συμμαθήτριας της.	Supporter	→ B4, B5, B6, B7, B8, B13
Αποφεύγει την ένταση που πάει να δημιουργηθεί μεταξύ τους.	Facilitator	→B10, B11, B12, B13, B14
Αναλαμβάνει να καταγράψει την απάντηση.	Recorder	
Δεν αναζητά προτάσεις από τη συμμαθήτρια της.		

Πίνακας 11: ενέργειες ρόλου Βικτώριας 2^{ο} πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 5]

(διαβάζουν την εκφώνηση)

B1: εντάξει! λοιπόν! Πρέπει να βάλουμε ακόμα 1, 2, 3, 4 άσπρα και ένα (.) μαύρο.

M1: όχι, περίμενε!

{….}

B2: λοιπόν, συνεχίζουμε.

M2: 25 μαύρα πλακάκια… είπαμε ένα σε κάθε γωνία (1) και ότι ό::λα τα υπόλοιπα γύρω του (.) είναι άσπρα [ο:πό:τε…]

B3: [ο:πό:τε…]

M3: τρί:α (2) οπότε (2) μμμ, περίμενε! Να βρω.

{….}

B4: πω… τα έχεις κάνει…

M4: μέθοδος με μια λέξη λέγεται ζωγραφική, όπως κατάλαβες. Λοιπόν, περίμενε καλέ να μετρήσουμε πόσα μαύρα πλακάκια έχουμε κάνει. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 13.

{…}

M5: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17…

B5: μας φτάνουν;

M6: 18, 19, 20, 21, 22…

B6: 23.

M7: σκάσε! 24… το ξέρεις ότι δε θα μας χρειαστεί τόσο, ε; (ζωγραφίζουν και οι δυο μαζί).

B7: ενώ το αποκάτω που έκανες;

M8: σ:::ωστό…! Αυτό εδώ πέρα άκυρο… μμμ…ναι (( ))

B8: μέτρα τα! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26. Μπου!

M9: αυτά;

B9: ναι!

M10: δεν το πιστεύω! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 …. (και συνεχίζει να μετράει χαμηλόφωνα μέχρι το 32).

B10: τι κάνεις; (γελώντας). Τα μετράω!

M11: (συνεχίζει να μετράει χωρίς να της δώσει σημασία μέχρι το 55) 55 είναι!

B11: και πόσα πρέπει να βγουν;

M12: 55.

B12: χμ!

M13: 55 τα άσπρα σου ‘πα. Όχι τα μαύρα! Θεέ μου…

B13: ωραία, εντάξει είναι τότε. Αλλά τα μαύρα είναι 1, 2, 3 (και συνεχίζει να μετράει χαμηλόφωνα μέχρι το 26). 26!

Μ14: ε, τότε αυτά δεν τα χρειαζόμαστε (και συγχρόνως σβήνει από τα πλάι ένα μαύρο και τα άσπρα πλακάκια που περισσεύουν) αυτά δεν τα χρειαζόμαστε ξαναλέω. Μέτρα τα άσπρα. **Μόνο** τα άσπρα!

Β14: και αυτό;

Μ15: όχι!

Β15: (μετράει από μέσα της) 50!

Μ16: 50. Εντάξει! 50.

Η Βικτώρια γράφει την απάντηση.

<u>3] Μ – Β</u>

<u>Μαίρη</u>: η αξιολογήτρια

Η Μαίρη, ενώ, αρχικά έχει αναλάβει να καταγράφει τις απαντήσεις που δίνονται, στη συνέχεια ζητά από τη συμμαθήτρια της να γράφει και της υπαγορεύει. Δεν αναζητά προτάσεις από τη συμμαθήτρια της. Παράλληλα, όταν κάνει προτάσεις δεν τις εξηγεί στη συμμαθήτρια της. Προτάσεις της συμμαθήτριας της αντιμετωπίζονται εξίσου υποστηρικτικά και επικριτικά.

Ξεκινάει κάνοντας κάποια πρόταση.	Proposer	→Μ4, Μ7, Μ22
Άλλοτε επιδοκιμάζει τις προτάσεις της συμμαθήτριας Και άλλοτε τις αποδοκιμάζει.	Supporter Critic	→Μ10, Μ11, Μ14, Μ15 →Μ2, Μ3, Μ6, Μ24, Μ29
Καταγράφει τις απαντήσεις που δίνονται, ζητά από τη συμμαθήτρια της να γράφει και της υπαγορεύει.	Recorder Facilitator	→…Μ20 →Μ35, Μ36, Μ37, Μ39
Ούτε αναζητά προτάσεις ούτε εξηγεί τις προτάσεις της.		

Πίνακας 12: ενέργειες ρόλου Μαίρης 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

<u>Βικτώρια</u>: η προτείνουσα

Η Βικτώρια ξεκινάει κάνοντας επανειλημμένα προτάσεις. Συνήθως, συμφωνεί με τις προτάσεις τις συμμαθήτριας της. Ωστόσο, κάποιες φορές διορθώνει τις προτάσεις της όταν δεν είναι σύμφωνη μαζί τους. Ζητάει τη γνώμη της όποτε δυσκολευτεί. Στην αρχή κατέχει το ρόλο του να υπαγορεύει στη συμμαθήτρια της τι να γράφει. Κατόπιν, είναι αυτή που σημειώνει την πορεία επίλυσης της άσκησης.

Κάνει πολλές προτάσεις.	Proposer	→B2, B3, B14, B15, B17, B21, B22, B27, B30
Συνήθως συμφωνεί με τις προτάσεις τις συμμαθήτριας της.	Supporter	→ B5, B7, B8
Κάποιες φορές διορθώνει τις προτάσεις της όταν δεν είναι σύμφωνη μαζί τους.	Critic	→ B11, B12
Ζητάει τη γνώμη της.	Facilitator	→ B34, B35, B36
Δεν αναζητά προτάσεις.		
Στην αρχή είχε το ρόλο του να υπαγορεύει στη συμμαθήτρια της τι να γράφει. Κατόπιν, είναι αυτή που σημειώνει την πορεία επίλυσης της άσκησης.	Facilitator Recorder	→…. B20 → B34, B35, B37, B39

Πίνακας 13: ενέργειες ρόλου Βικτώριας 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 6]

B1: κυρία, από αυτούς τους τέσσερις αριθμούς πάντα μιλάμε.

Ερ: από αυτά τα 4 ψηφία.

B2: πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε; Μπορούμε το (.) 2 και το (.) 4.

M2: Βικτώρια θα σε δείρω!

B3: το 2 και το 4 μπορούμε. Από το 2…α, και το 1.

M3: και το 3 (4) αλλιώς δε βγαίνει τετραψήφιος ούφο!

B4: σωστά! Όλο (( )).

M4: λοιπόν (.) να δούμε. Του 2 πολλαπλά:σιο; 34…

B5: τριάντα- ναι!

M5: είναι πολλαπλάσιο του 2.

B6: 28.

M6: το 8 που το βρήκες μαρή; 1, 2, 3, 4 είναι τα ψηφία που μπορούμε να χρ-σχηματίσουμε.

B7: α, ναι! Σωστά! 34.

M7: και 12 είναι το (2) πολλαπλάσιο του (3) 4.

B8: ναι 12.

M8: νομίζω τα μπέρδεψα. Ανάποδα…

B9: περιμένετε τώρα κυρία. Με μπέρδεψε!

M9: όχι πρώτα είπαμε το 4 και μετά το 2, αλλά εντάξει.

B10: πρώτα είναι το 2.

M10: ε ναι. Το 4 είναι πολλαπλάσιο του 2!

B11: δεν έβαλες κόμμα (.) και φαίνεται σαν 3. 412…

M11: **αυτό** θέλουμε! Τετραψήφιο αριθμό!

B12: μη βάζεις κόμμα!

M12: τελεία. Τελεία εντάξει!

B13: λοιπόν, του (.) 4….

M13: λοιπόν, παίρνουμε (.) το 24 είναι πο-

B14: 1.234…

M14: *1.234*.

B15: 2.134…

M15: *2.134*.

{…}

M16: το 21 όμως δεν είναι πολλαπλάσιο του (.) 2. Οπότε άκυρος.

B16: εικοσι- δε βγαίνει…

M17: μη μου το λες… πεθαίνω.

B17: 12.034. Είναι!

M18: *12. 034*.

B18: 1.234.

M19: το 34 είναι πολλαπλάσιο του 4;

B19: ναι! Δεν είναι; 34 δια 4;

M20: γράφε!

B20: *34 δια 4* (κάνουν τη διαίρεση και βρίσκουν ότι δε χωράει) το 4 δε βγαίνει. Αχ, στα ‘λεγα εγώ, στα ‘λεγα εγώ! Χι- ααα, εεε, όχι.

M21: τώρα πετάμε αριθμούς στην τύχη έτσι;

B21: χίλια διακόσια…

M22: λοιπόν, περίμενε όπως το ‘χαμε πάει και την προηγούμενη φορά. 1, 2, 3, 4 και πάμε (2) αυτό (( )).

B22: το βρήκα! Το βρήκα!

M23: τι;

B23: 42- όχι 32 χιλιάδες (.) εεε, τρία διακόσια εεε, 3. 214.

M24: 3. 214… 14 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4 ρε ούφο.

B24: του 2!

M25: 4 είναι το δεύτερο!

B25: λοιπόν, το 1, το 2 (.) δε βγαίνει το 1. 234…

B26: κυρία είσαστε σίγουρη ότι λύνεται;

M26: αφού έχουμε βρει….

B27: 3. 412! (το φωνάζει δυνατά διακόπτοντας τη συμμαθήτρια της).

M27: λοιπόν, 21 (2) δε βγαίνει…

B28: ναι!

M28: 31 δε βγαίνει, 41 δε βγαίνει.

B29: τρεις χιλιάδες…

M29: Βικτώρια σκάσε!

{…}

M30: μμμ, 32… όχι το κάναμε.

B30: ας κάνουμε όλους τους τρόπους.

M31: **τι** νομίζεις ότι κάνω τόση ώρα; (στο σημείο αυτό ξεκινάνε να φτιάχνουν έναν πίνακα με δυο στήλες μια που γράφει τους αριθμούς που σχηματίζουν και μια που τσεκάρουν ποιος αριθμός τους κάνει και ποιος όχι).

Η Βικτώρια συνδυάζει τα ψηφία και η Μαίρη της λέει αν βγαίνει ή δε βγαίνει ο αριθμός εννοώντας αν καλύπτεται από τις προϋποθέσεις της άσκησης.

M32: δε βγαίνει…

Σε κάποιο σημείο →

M33: δε βγαίνει.

B33: ε, πως είσαι σίγουρη βγαίνει δε βγαίνει;

M34: το 13 είναι πολλαπλάσιο του 2;

B34: τι να κάνω τώρα;

M35: συνέχισε να γράφεις.

B35: Και άλλο τρόπο πρέπει;

M36: ναι! (4) Γράφε!

B36: κάτσε να σκεφτώ ρε. Τώρα; Πάλι με και το 2 θα κάνουμε;

M37: χμ; (2) γράφε τρόπους ότι σου ‘ρθει (4) γράψε με πρώτα το δυάρι.

B37: αυτό κάνω.

Μ38: ή άλλον αριθμό. 24 (.) δεν είναι, το 31 δεν είναι…

{…}

Β38: *24 31* (5) κυρία μόνο δυο τρόπους έχει.

Μ39: 24 31. Το ‘γραψες αυτό;

Ερ: όσους βρείτε!

Μ40: και είναι μόνο αυτό;

Β41: μα κυρία κοιτάξτε!

Ερ: όσα βρήκατε.

Β42: 2! Τέλος!

Στο σημείο αυτό επειδή έγραφαν τα αποτελέσματα η μια στα χέρια της άλλης η ερευνήτρια τις έβαλε να τα γράψουν και στο χαρτί.

Έγραψαν τους εξής 9 αριθμούς:

1. 234, 2. 134, 1. 243, 1. 342, 1. 432, 3. 412, 3. 214, 2. 314, 2. 431.

Β43: αυτά! Κάτσε τώρα να σκεφτώ και εγώ. Τρεις- χι- λάθος! Τριαντατε- Δε γίνεται με το 14! Κυρία, αυτά δε βγαίνουν…

Στο σημείο αυτό η Μαίρη ξεκινάει να γράφει αριθμούς αλλάζοντας το πρώτο ψηφίο. Στην κατηγορία αυτή προέκυψαν οι εξής αριθμοί: 1. 234, 2. 134, 3. 124, 4. 123. Στη συνέχεια γράφει αριθμούς που έχουν το 2 ως πρώτο ψηφίο (2. 134, 2. 314, 2. 413).

Β44: γράφεις όλους τους τρόπους; Α! με το 4 δεν κάναμε!

Μ44: χαίρω πολύ!

Β45: δε βγαίνει όμως με το 4…

Και αριθμούς με πρώτο ψηφία το 4 (4. 123, 4. 213).

Μ45: δε βγαίνει άλλο…

1] Ι – Ν

Ιορδάνα: η αξιολογήτρια (υποστηρικτική)

Η Ιορδάνα στην πλειοψηφία επιδεικνύει μια παθητική στάση και συμπεριφορά η οποία χαρακτηρίζεται από την τάση της να συμφωνεί και να υποστηρίζει τις προτάσεις και τα λεγόμενα της Ντίνας. Πέρα από το ρόλο της υποστηρικτικής, αναλαμβάνει να καταγράφει τα αποτελέσματα και να συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας.

Η Ιορδάνα ξεκινάει να κάνει κάποια πρόταση.	Proposer	→Ι2

Περιμένει να ακούσει τι έχει να αντιπροτείνει η συμμαθήτρια της.	Supporter	→I3, I4
Κατόπιν, επιχειρεί να συμπληρώσει πρόταση που μόλις ξεκίνησε να κάνει η συμμαθήτρια της.	Supporter	→I5, I6
Στις προτάσεις της Ντίνας απαντά καταφατικά.	Supporter	→I7, I8, I9, I10, I13
Ζητάει να γράφει και περιμένει να της υπαγορεύει η Ντίνα.	Recorder	→I14, I15, I29, I31
Συνοψίζει τα μέχρι στιγμής ευρήματα.	Recorder	→I27
Καταθέτει τη γνώμη της όταν της ζητηθεί.	Facilitator	→I34

Πίνακας 14: ενέργειες ρόλου Ιορδάνας 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

<u>Ντίνα</u>: η συντονίστρια

Η Ντίνα στο απόσπασμα αυτό ακολουθεί μια αυστηρά συντονιστική συμπεριφορά, η οποία σε κάποιες περιπτώσεις γίνεται απόλυτη. Ειδικότερα, δεν αναζητά καθόλου προτάσεις από τη συμμαθήτρια της, επιδιώκει να έχει τον πλήρη έλεγχο τόσο των λεγομένων όσο και αυτών που γράφονται. Παράλληλα, ζητά τη συμβολή της συμμαθήτριας της, μόλις συναντήσει κάποια δυσκολία ή δεν είναι απόλυτα σίγουρη για την επόμενη κίνηση τους. Σε γενικές γραμμές, είναι αυτή που κάνει σχεδόν όλες τις προτάσεις και αυτή που απορρίπτει προτάσεις της συμμαθήτριας της με τις οποίες δε συμφωνεί.

Δεν αφήνει τη συμμαθήτρια της να ολοκληρώσει την πρόταση της.	Critic	→ N3, N5, N6, N7
Κάνει προτάσεις για τις οποίες ζητά επιβεβαίωση.	Proposer	→ N7, N8
Μόλις πάρει την επιβεβαίωση που επιθυμεί, συνεχίζει να προτείνει.	Proposer	→ N9, N10, N11, N12, N13
Δεν αναζητά προτάσεις.		
Θέλει να έχει τον έλεγχο των δράσεων.	Facilitator	→ N15, N16
Ζητά τη συμβολή της συμμαθήτριας	Facilitator	→ N17, N23, N24, N33

της.		
Υπαγορεύει στη συμμαθήτρια της τι να γράφει και εμμένει στη σαφήνεια της διατύπωσης.	Facilitator	→ N23, N24, N27

Πίνακας 15: ενέργειες ρόλου Ντίνας 1^{ο} πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 7]

Διαβάζουν την εκφώνηση η καθεμία μόνη της χαμηλόφωνα.

Ν1: λοιπόν, δεν καταλάβαμε…

Ερ: διαβάστε καλά την εκφώνηση. Δε μπορώ να σας πω κάτι άλλο.

Ξανά διαβάζει αργά και καθαρά την εκφώνηση η Ντίνα.

Ι1: έλα ντε;

Ν2: χμ, εδ:ώ σε θέλω!

Ι2: λοιπόν, τώρα. Αυτά εδώ είναι ίσα, υποτίθεται, γιατί αν αυτό το πας εδώ…

Ν3: περίμενε! Φαίνονται πέντε ίσα τετράγωνα.

Ι3: ναι.

Ν4: κοίτα (1) φαίνονται (1) πέντε ίσα τετράγωνα.

Ι4: ναι;

Ν5: 1, 2, 3, 4, 5. Με σημειωμένα τα μέσα των πλευρών τους. Ποιο από τα χρωματισμένα εμβαδά είναι το μικρότερο; (3) Αφού αν αυτό το πάμε…

Ι5: αν αυτό το πάω…

Ν6: περίμενε λίγο!

Ι6: στο Δ…

Ν7: όχι! Άμα πάρουμε το δ) είναι ίσο με το γ). Σωστά;

Ι7: σωστά.

Ν8: ωραία! Οπότε δε μπορεί να είναι αυτό το δ) και το γ) μικρότερο. Σωστά; Δε γίνεται.

Ι8: σωστά.

Ν9: τώρα έχουμε το ε) και το α). Το ε) είναι (2) πιο μεγάλο από το α). Οπότε δε γίνεται ούτε το ε) να 'ναι. Άρα μας μένει το α) και το β).

Ι9: ναι.

Ν10: άμα τα χωρίσουμε στα δυο και πούμε ότι είναι δυο τρίγωνα…

Ι10: ναι.

Ν11: θα δούμε ότι το β) είναι πιο μικρό. Εγώ έτσι το παίρνω.

I11: περίμενε λίγο.

N12: κοίτα. Εδώ όπως είναι το σχήμα δεν το χωρίζω **έτσι**. Το χωρίζω **εδώ**, έτσι.

I12: για να γίνουν δυο τρίγωνα.

N13: γίνεται ένα. Πάλι δε βγαίνει ίσο. Κοίτα πως βγαίνει. Τέλος πάντων. Εδώ. Εγώ νομίζω είναι το β) (χαμηλώνοντας ελαφρώς τη φωνή της).

I13: και εγώ.

N14: ωραία. Να γράψουμε…

Ερ: ναι.

I14: να γράψω;

N15: ναι. Πάρε. Περίμενε. Θα αιτιολογήσω εγώ. Είναι το β) (.) γιατί; Είναι το β) γιατί (.) εεε, λοιπόν το…

I15: ναι;

N16: το β) είναι μικρότερο γιατί το γ) και το δ) είναι ίσα, οπότε δε γίνεται να είναι μικρότερα.

I16: ναι. *Είναι ίσα και…*

N17: και δεν είναι… Ωχ, βάλ' τα εσύ όπως καταλαβαίνεις. Με πιο (1) κατανοητό (1) τρόπο. Άμα συγκρίνουμε (2) άμα συγκρίνουμε το τα 2 τρίγωνα το α) και το ε)…

I17: το ε) είναι μεγαλύτερο.

N18: το ε) είναι μεγαλύτερο, άρα, το γ) το δ) και το ε) δεν είναι (1) μέσα στα πιο μικρά. Τώρα έχουμε δυο. Το α) και το β). Να σταματήσω τώρα; (γελάει).

I18: περίμενε λίγο ρε Ντίνα! Γραφομηχανή δεν είμαι! (γελάνε και οι δύο).

I19: *το α) και το β)*

N19: το ε);

I20: συγγνώμη! Άμα συγκρίνουμε το α) με το ε)…

N20: λοιπόν περίμενε! Άμα συγκρίνουμε (.) το α) με το ε) βλέπουμε (.) πιο γρήγορα Ιορδάνα! Ότι…

I21: ότι το ε)…

N21: είναι (.) με:γα:λύ:τερο.

I22: ώπα.

N22: περίμενε λίγο.

I23: *με(.)γα(.)λύ(.)τερο*.

N23: όχι, όχι! Μη βάζεις τελεία! Βάλε ένα κόμμα. Θα σου πω γιατί. Κάτσε περίμενε λίγο. Άμα το χωρίσουμε αυτό, δηλαδή, αυτό περίμενε! Άμα το βάλεις εδώ είναι το μισό. Δεν είναι;

I24: περίπου. Και κάτι παραπάνω.

N24: το ¼; Όχι, όχι, πολύ είναι. 1/3. Τόσο δεν είναι;

I25: εεε… (με δισταγμό και τάση για συμφωνία).

N25: ότι το ε) είναι μεγαλύτερο κόμμα σβήσ' το και βάλε και έτσι δε γίνεται να είναι το ε) μικρότερο (της υπαγορεύει τι να γράψει).

I26: τώρα!

N26: τώρα!

I27: έχουμε το α) και το β).

N27: άφησε λίγο κενό. Έχουμε α) και β). Λοιπόν, μας έμειναν…

I28: *το α) και το β).*

N28: άμα, το β) δεν είναι τρίγωνο για να μπορέσουμε να το συγκρίνουμε καλύτερα…

I29: ναι.

N29: οπότε το…

I30: χωρίζουμε στη μέση.

N30: β) το χωρίζουμε δια του 2. Γράφε!

I31: για λέγε; Λοιπόν, το β) επειδή δεν είναι τρίγωνο, δε μπορούμε να το συγκρίνουμε σωστά, δε μπορούμε να το συγκρίνουμε ακριβής.

I32: *να το συγκρίνουμε ακριβώς.*

N32: τελεία. Τελεία.

I33: έβαλα τελεία!

N33: το β) το χωρίζουμε δια του 2. Όχι στη μέση. Όπως είναι και φαίνεται σα ρόμβος, πώς να το πούμε τώρα αυτό;

I34: ε, αλλά όχι (.) μισό μισό. Έτσι όπως είναι ρόμβος.

N34: όχι να φαίνονται δυο ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Να είναι όπως είναι άμα το πάρουμε…

I35: όπως είναι ρόμβος.

N35: ναι, το χωρίζουμε έτσι δια του 2. Γραψ' το.

I36: *όπως είναι ρόμβος* οριζόντια. Πώς είναι το κάθετα; Έτσι είναι το κάθετα;

N36: ναι. Οριζόντια. Το χωρίζουμε οριζόντια. Το α) (.) τελεία. Το α) είναι μεγαλύτερο (1) και έτσι (.) το β) είναι μικρότερο.

<u>2] I – N</u>

Δε μπόρεσαν να λύσουν την άσκηση. Ο διάλογος τους δεν είχε διάρκεια ούτε 3'.

3] I – N

Ιορδάνα: η αξιολογήτρια (υποστηρικτική)

Η Ιορδάνα και σε αυτό το πρόβλημα επιδεικνύει την ίδια παθητική υποστηρικτική στάση, όπως και προηγουμένως, με τη μόνη διαφορά ότι εδώ κάνει περισσότερες απόπειρες προτάσεων.

Η Ιορδάνα δέχεται τις προτάσεις της συμμαθήτριας της τις οποίες συμπληρώνει.	Supporter	→I12, I13, I14, I15, I16, I29
Προσπαθεί να εξηγήσει τη γνώμη της ή να προτείνει, όμως, κάνει πίσω για να προστατέψει το πρόσωπο της.	Proposer	→I29, I30, I31, I32, I33, I34
Αποφεύγει τις εντάσεις.		
Δεν αναζητά προτάσεις.		

Πίνακας 16: ενέργειες ρόλου Ιορδάνας 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

Ντίνα: η συντονίστρια

Η Ντίνα επίσης επιδεικνύει παρόμοια συμπεριφορά και σε αυτή την άσκηση. Δείχνει και πάλι απόλυτη συμπεριφορά στην προσπάθεια της να συντονίσει τις ομαδικές τους δράσεις. Επιδιώκει να έχει των έλεγχο όχι μόνο των προτάσεων, αλλά και των υπολογισμών. Παράλληλα, ελέγχει την πρόοδο της ομάδας και καταγράφει την λύση της άσκησης.

Ξεκινάει να κάνει πρόταση.	Proposer	→N12, N14, N15
Υποδεικνύει στη συμμαθήτρια της να γράφει.	Facilitator	→N12
Θέλει να έχει τον έλεγχο των πράξεων και των δράσεων.	Facilitator	→N13, N20, N22, N27
Όταν δε γνωρίζει κάτι αναζητά προτάσεις.	Facilitator	→N25, N28
Ζητά βοήθεια στους υπολογισμούς.	Facilitator	→N31, N32
Όπου κρίνεται αναγκαίο δίνει εξηγήσεις για την άποψη της.	Facilitator	→N33
Ελέγχει την πρόοδο της ομάδας	Facilitator	→N36, N37, N39, N41

και συνεχίζει να κάνει προτάσεις.	Proposer	
Δεν αναζητά προτάσεις.		
Ακριβώς πριν το τέλος της άσκησης, παίρνει η ίδια τον έλεγχο και αναλαμβάνει να γράψει και να εκτελέσει τις πράξεις.	Facilitator/ recorder	→ N41

Πίνακας 17: ενέργειες ρόλου Ντίνας 3ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 8]

(ξεκινάει να διαβάζει την εκφώνηση δυνατά η Ντίνα)

N1: λοιπόν, κατάλαβες;

I1: κάτσε να το ξαναδιαβάσω.

N2: όχι δε θα το ξαναδιαβάσεις. Μια φορά το διαβάζουμε.

I2: εγώ θέλω να το διαβάσω **δύο**! (διαβάζει χαμηλόφωνα)

N3: α, ααχ…!

I3: αχά…

N4: λοιπόν, θέλουμε να γράψουμε ένα τετραψήφιο αριθμό 1, 2, 3, 4 (1) λοιπόν τετραψήφιο αριθμό 1, 2, 3, 4…

I4: από μια φορά το καθένα.

N5: μία φορά το καθένα.

I5: επίσης θέλουμε [από τα δυο πρώτα ψηφία (.) να είναι πολλαπλάσιο του 2]

N6: [από τα δύο πρώτα ψηφία (.) να είναι πολλαπλάσιο του 2]

I6: όλος ο αριθμός (.) να είναι πολλαπλάσιο του 4. Όλος ο αριθμός…

N7: ωραία. Θέλουμε να το πω έτσι περιληπτικά, έναν να γράψουμε έναν τετραψήφιο (1) να χρησιμοποιήσουμε μόνο μια φορά το 1, το 2, το 3 και το 4 και τα δυο πρώτα ψηφία να είναι πολλαπλάσια του δυο, ενώ τα άλλα δυο δηλαδή να είναι πολλαπλάσια του 4. Κατάλαβες; Κατάλαβα!

I7: όλος ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 4.

N8: ναι. Ωραία.

I8: οπότε…

N9: δηλαδή να πολλαπλασιάζεται με το 2;

I9: ναι.

N10: ή να διαιρείται με αυτό τον αριθμό;

(ζητάνε διευκρινίσεις από την ερευνήτρια η οποία όμως προσπαθεί να μην τους δώσει την απάντηση)

Ερ: λοιπόν πρέπει να συμφωνήσετε στο τι είναι η κάθε έννοια για να συνεχίσετε.

Ι10: τι είναι; εγώ πιστεύω ότι είναι αυτό που είπα.

Ν11: ε, πες το και κάν' το! Λοιπόν, ξεκινάμε.

Ι11: άντε να δούμε.

Ν12: ο πρώτος αριθμός θα έχει μπροστά το 4, το 2 και από πίσω έχει το 1 και το 3. Γράψ' το!

Ι12: 42, 1, 3. Ωραία. Τώρα θα δούμε αν διαιρείται με το 2. Όχι! Τα 2 πρώτα ψηφία.

Ν: ναι.

Ι13: Διαιρούνται. Βγαίνει 11. Όχι!

Ν13: περίμενε!

Ι14: εικοσί(.)ένα.

Ν14: ωραία. Οπότε αυτό εδώ με το 2 (στο σημείο αυτό κυκλώνει το πρώτο μέρος του αριθμού και το ενώνει με ένα βέλος με το 2 της εκφώνησης), ενώ αυτό εδώ πάει με…

Ι15: όλο αυτό. Είναι όλος ο αριθμός.

Ν15: ενώ όλος ο υπόλοιπος αριθμός πάει με το 4.

Ι16: κάτσε να δούμε αν πάει (ξεκινάει τη διαίρεση του αριθμού 4. 231 με το 4. Στην ουσία η Ιορδάνα γράφει και η Ντίνα λέει αν χωράει και πόσες φορές)

Ι16: οπότε δεν είναι αυτός ο αριθμός.

Ν17: οπότε (1) να βάλω ένα χ εδώ;

Ι17: βάλε.

Βάζει ένα χ στον αριθμό για να δείξει ότι δεν τους κάνει.

Ν18: πάμε τώρα στον αριθμό (1) 3. 412.

Ι18: Τα δυο πρώτα ψηφία διαιρούνται;

Ν19: ε, πως δε διαιρούνται; Δια του 2 βγαίνει… δωσ' το μου λίγο (παίρνει το στυλό).

Ι19: μία…

Ν20: σταμάτα λίγο! Στο 14 7, 17 βγαίνει.

Ι20: ωραία! (ξεφυσώντας).

Ν21: οπότε 17. Οπότε διαιρείται με το πρώτο. Τώρα όλος 3, 4, 12 διά του 4.

Γράφει τη διαίρεση η Ιορδάνα, ενώ η Ντίνα της υπαγορεύει τι να γράψει.

Ν22: ναι. Οπότε αυτός είναι ο αριθμός. Περίμενε να τον γράψουμε. Λοιπόν περίμενε να κάνουμε εδώ ένα έτσι (κυκλώνει τον αριθμό και βάζει ένα τικ).

Ν23: αριθμοί που διαιρούνται με το τε-

I23: όχι. Αριθμός που διαιρείται… ο αριθμός… οι δυο πρώτοι…. αααα!

N24: αριθμοί!

I24: τι αριθμοί καλέ;

N25: τα ψηφία αυτά. Όλος αυτός. Πώς θα το πούμε;

I25: ε, θα πούμε ο αριθμός που ψάχναμε…

N26: ναι;

I26: ήταν τριαντα-

N27: όχι! Ήταν άνω - κάτω τελεία. 3, 4, 12. Τώρα πάμε για καινούριο ζευγάρι. Τώρα 32 (.) βάλε 32 14. Ένα δεκαέξι. Οπότε διαιρείται. Τώρα, 3, 2, 1, 4 (γράφει και κάνει τη διαίρεση).

I27: δε γίνεται. Πρέπει να έρθει ακριβώς.

N28: άμα έχει κόμμα πειράζει;

Ερ: ε, δε λέει κάτι για δεκαδικό αριθμό.

N29: ναι όμως, δε λέει κάτι και για κόμμα. Οπότε…

I29: καλά. Βάλε. Ξέρω εγώ;

{….}

N30: 3, 2, 1, 4.

I30: ναι όμως, αν ήταν και αυτό δε μπορούσαμε να το κάνουμε; Με δεκαδικά;

N31: ναι όμως θα μας έβγαινε συνέχεια 30, 30, 30 (4. 231 : 4). Αυτή είναι ατελής. Το 30 στο 4 πόσες φορές χωράει ρε Ιορδάνα;

I31: όχι ρε δε λέω αυτό. Άλλο λέω εγώ. Ότι αν…

N32: κοίτα. Πες ότι είναι εδώ 30. Ωραία; Στο 4 πόσες φορές χωράει;

I32: ναι. Δε λέω τίποτα. Απλά λέω εγώ αν το κάναμε με κάθε διαίρεση έτσι δε θα ήταν πολύ απλό;

N33: τι εννοείς;

I33: δηλαδή αν κάναμε και αυτή, βασικά αυτή δε γίνεται.

N34: ναι βλέπεις όμως; Γιατί έχει το 1 και το 3.

I34: καλά άστο.

N35: τώρα, 32, περίμενε να βρούμε πρώτα αριθμό. 32 και 12.

I35: πως θα κάνουμε 32 και 12;

N36: 12 και 34.

Γυρνάει η Ιορδάνα το φύλλο από πίσω και αφού γράψει τον αριθμό κάνει τη διαίρεση.

I36: το 4 στο 34;

Ν37: περίμενε! Δε βλέπω! Που είσαι; Να βάλεις 8. 4 Χ 8 = 32. 4 Χ 9 όχι. Να βλέπω!
Ι37: 308,5.
Ν38: τώρα άμα βάλουμε σαράντα-
Ι38: που το είδες το μηδέν;
Ν39: δυο και δεκατρία το ‘χουμε βάλει. 42 και 13. Να δοκιμάσουμε; Εδώ έχουμε 31.
Γράφει η Ιορδάνα και κάνει και τη διαίρεση.
Ι39: αυτή δε γίνεται.
Ν40: για να δω. Περίμενε! Δε γίνεται. Πατάμε ένα χ. λοιπόν, περίμενε τώρα. 42 13 είχαμε βάλει; 42 31 πάλι δε γίνεται. 34 (1) και 12; Έχουμε βάλει. 34 και 21; 34 και 21; Δοκίμασε;
Ι40: ε, *34 και 21* (γράφει και κάνει τη διαίρεση. Μόλις δυσκολευτεί τη βοηθάει η Τίνα. Μόλις φτάσουν σε υπόλοιπο 1 σταματάνε).
Ι41: άρα, δε γίνεται.
Ν41: λοιπόν, 34 21 έχουμε βάλει, δεν γίνεται. Έχουμε άλλο; 12 άμα βάλουμε; 12 34;
Στο σημείο αυτό ξανά γράφει η Ντίνα τον αριθμό 1. 234 και κάνει η ίδια τη διαίρεση με το 4. Τώρα τη βοηθάει – επιβλέπει η Ιορδάνα.
Ι42: καλέ αυτό δεν το έχουμε κάνει;
Αφού κατάλαβαν ότι το έχουν ξαναγράψει αποφάσισαν ότι τελείωσαν την άσκηση.

1] Α – Ν

Αναστασία: η συντονίστρια

Η Αναστασία κάνει αρκετές προτάσεις τις οποίες φαίνεται να υποστηρίζει με σθένος. Σε προτάσεις τις συμμαθήτριας της δείχνει θετική στάση και αποδοχή. Παράλληλα, φαίνεται να επιδεικνύει σε μεγάλο βαθμό συντονιστική στάση, καθώς εξηγεί και παρέχει περαιτέρω πληροφορίες, όπου κρίνεται αναγκαίο, αναζητά προτάσεις από τη συμμαθήτρια της, λέει τη γνώμη της ακόμη και όταν δεν της ζητηθεί.

Κάνει προτάσεις.	Proposer	→Α10, Α11, Α13, Α16, Α17, Α19
Δεν απορρίπτει προτάσεις της συμμαθήτριας της. Συνήθως τις συμπληρώνει.	Supporter	→Α5, Α6, Α7, Α9, Α21, Α22
Όπου κρίνεται αναγκαίο είτε δίνει πληροφορίες για τις προτάσεις της είτε εξηγεί στη	Facilitator	→Α22, Α23, Α24, Α25, Α26

συμμαθήτρια της κάτι που της έχει προτείνει.		
Αναζητά προτάσεις, όταν δεν έχει κάτι να προτείνει.	Facilitator	→A4, A28
Τέλος, λέει αρκετά συχνά τη γνώμη της είτε της ζητείται είτε όχι.	Facilitator	→A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37

Πίνακας 18: ενέργειες ρόλου Αναστασίας 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

Νέλη: η αξιολογήτρια (επικριτική)

Η Νέλη δεν επιτρέπει στη συμμαθήτρια της να εκφράσει τις προτάσεις της και πολλές φορές της απαντά με απότομο τρόπο αποθαρρύνοντας την από το να συνεχίσει. Κάνει κάποιες προτάσεις τις οποίες εξηγεί λεπτομερώς. Παράλληλα, είτε αναζητά προτάσεις είτε ζητά επιβεβαίωση σε κάποιες προτάσεις που έχει είτε ζητά απλά τη γνώμη της συμμαθήτριας της όταν οι περιστάσεις το απαιτούν. Τέλος, είναι αυτή που συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας.

Προτάσεις της συμμαθήτριας της με τις οποίες δε συμφωνεί αντιμετωπίζονται με αποδοκιμασία.	Critic	→N4, N21, N22, N23, N24, N25, N27, N28, N29, N33, N39
Όταν κάνει προτάσεις τις εξηγεί με πολλές λεπτομέρειες.	Proposer	→N5, N20, N30, N38
Αναζητά προτάσεις.	Facilitator	→N6
Ζητά κάποια επιβεβαίωση σε πρόταση για την οποία δεν υπάρχει σιγουριά.	Facilitator	→N9, N10
Λέει τη γνώμη της.	Facilitator	→N13, N19, N31
Ζητάει τη γνώμη της συμμαθήτριας της.	Facilitator	→N28
Συνοψίζει την πρόοδο της ομάδας.	Recorder	→N11

Πίνακας 19: ενέργειες ρόλου Νέλης 1ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 9]

A1: πρέπει να τα μετρήσουμε με το (το λέει σχεδόν ψιθυριστά και εννοεί με χαράκι).

N1: όχι περίμενε! Θα δεις!

A2: χαράκι!

N2: κυρία; Είναι σί- δηλαδή στο παρακάτω φαίνονται πέντε ίσα; Με σημειωμένα τα μέσα (.); δηλαδή το κάθε ένα (.) για να βρούμε το εμβαδόν πόσο είναι; Δε λέει!

Α3: να πάρω χαράκι;

Ερ: δε χρειάζεται χαράκι. Χωρίς να έχετε χαράκι;

Ν3: ααα!

Ερ: πως θα την λύνατε την άσκηση;

Α4: όλα ίδια δεν είναι; (τη ρωτάει ψιθυριστά)

Ν4: περίμενε. Θα δεις! (της απαντάει και αυτή χαμηλόφωνα)

Ν5: στο α) (1) είναι από εδώ μέχρι εδώ (.) άρα αυτό και αυτό (.) σχηματίζουν ένα τρίγωνο (.) και άλλο ένα μικρό. Άρα αυτό το τρίγωνο είναι ίσο με αυτό (εννοεί τα δύο άσπρα κομμάτια δεξιά και αριστερά του γραμμοσκιασμένου τριγώνου). Άρα αυτό (3) είναι (.) το α) είναι μι- αυτό εδώ πέρα το χρωματισμένο είναι από αυτά τα δύο τα ακριανά (.) το ίδιο. >Και περισσεύει και άλλο ένα< ενώ εδώ άμα τα ενώσουμε (.) όλα μαζί (.) βγαίνει ένα (1) τέτοιο… (χαμηλώνει τον τόνο της φωνής της τόσο που σχεδόν ψιθυρίζει) και στο άλλο [βγαίνει…]

Α5: [βγαίνει 1/2]

Ν6: αυτό είναι το 1/2. Εδώ;

Α6: βγαίνει (.)

Ν7: πάλι [το 1/2].

Α7: [1/2]. Όχι εδ:ώ βγαίνει αυτ:ό. Για αυτό βγαίνει και αυτό. Και αυτό [είναι το 1/2].

Ν8: [ναι, αλλά είναι λίγο στραβό…] ναι. Και αυτό είναι το 1/2! (3) το μικρότερο;

Ερ: ό, τι σας λέει η εκφώνηση!

Α8: αυτό είναι…

Ν9: και αυτό είναι το 1/2, γιατί να μην είναι; Είναι πλάγιο.

Α9: βγαίνει έτσι!

Ν10: βγαίνει. Γιατί να μη βγει;

Α10: βγαίνει τέτοιο! (χτυπάει με φόρα το χέρι της στο θρανίο)

Ν11: άρα, >το β) είναι 1/2, το γ) είναι 1/2 και το ε) είναι 1/2. Το α) και το δ) τώρα να δούμε<.

Α11: αυτό είναι. Αυτό (.) βγαίνει 1/2! Να' το! (ψιθυριστά) τσσς!

Ν12: εδώ βγαίνει 1/2.

Α12: δε βγαίνει. Δε βγαίνει. Δε βγαίνει έτσι. Δε βγαίνει πλά:για, βγαίνει…

Ν13: ναι, αλλά το ίδιο είναι. Άμα το γυρνούσαμε αυτό λίγο πιο εδώ;

Α13: άμα το γυρνούσαμε αυτό ευθεία; Αυτό θα πήγαινε πάνω από το κουτάκι (λέει ψιθυριστά).

Ν14: το γυρίζουμε έτσι και έτσι (( )). (3) να ρωτήσω (.) η κάθε πλευρά λέει πόσο είναι;

Ερ: όχι.

Α14: και πως θα το βρούμε;

Ερ: για να μην το λέει φαντάζομαι δεν θα χρειάζεται.

Ν15: δηλαδή έτσι με το μάτι να δούμε;

Α15: και πως θα το εξηγήσουμε;

Ερ: όπως μπορείτε. Δε μπορώ να σας πω περισσότερα.

Α16: αυτό είναι! (ψιθυριστά) ένα…

Ν16: εδώ είναι το μισό.

Α17: αυτό εδώ σχηματίζει ένα (1) και (2) σχηματίζει 1 ½.

Ν17: τι λες ρε;

Α18: ναι!

Ν18: πως σχηματίζει 1 και 1/2;

Α19: 1 (.) είναι αυτά (δείχνει το α) σχήμα)

Ν19: εεε, για να είναι 1 πρέπει να παίρνει όλο το κουτάκι.

Α20: και 1/4.

Ν20: αα (λεκτική άρνηση) λοιπόν αυτό είναι το 1/2; Ας πούμε για να το βρούμε θα το χωρίσουμε έτσι (χωρίζει στο α) σχήμα καθένα από τα άσπρα τετραγωνάκια σε δύο ίσα μέρη) αυτό ταυτίζεται και αυτό ταυτίζεται >και αυτό και αυτό<, άρα είναι το 1/2 και αυτό εδώ. Εδώ τώρα (1) περίμενε θα σου πω…

Α21: κάνει. Αφού κάνει ένα ολόκληρο…

Ν21: δεν κάνει ένα ολόκληρο!

Α22: άμα τα ενώσεις αυτά; Βγαίνει!

Ν22: δεν είναι ένα ολόκληρο τετράγωνο. Σε σχέση με το τετράγωνο λέω!

Α23: εγώ πριν για τρίγωνο λέω.

Ν23: δε γίνεται. Αφού το τρίγωνο είναι το τέτοιο…

Α24: κοίτα! Άμα κάνουμε αυτό (2) είναι 1 και αυτό είναι 1 ¼.

Ν24: ναι, αλλά βγαίνει (.) βγαίνει ένα μικρότερο.

Α25: ναι! Αυτό είναι το 1/4.

Ν25: ε, μικρότερο όμως! Εμείς θέλουμε το πιο ανοιχτό κουτάκι.

Α26: ναι. Έχει 4 κομμάτια για να γίνει έτσι.

N26: 4 πλευρές!

A27: να γράψω 1 ¼;

N27: όχι! Δεν είναι 1 ¼! Μην επιμένεις! Λοιπόν κοίτα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε ίσα τετράγωνα με σημειωμένα τα μέσα των πλευρών τους. Ποιο από τα παρακάτω εμβαδά είναι το μικρότερο; Άρα εμβαδό ψάχνουμε το μέσα. Αυτό (3) είναι το 1/2. Εδώ…

A28: ποιο έχει το μικρότερο εμβαδό, ε;

N28: συγγνώμη περίμενε λίγο! Περίμενε, περίμενε! (παίρνει την άσκηση στην πλευρά της χωρίς να αφήσει τη συμμαθήτρια της να σημειώσει στο χαρτί αυτό που ήθελε). Αυτό είναι πιο μεγάλο από αυτό, ε;

A29: αυτό είναι το πιο μικρό! Αυτό είναι 1 και… (σχεδόν ψιθυριστά).

N29: (άρνηση λεκτική) μη γράφεις! (5) περίμενε (1) εδώ (2) άμα τα ενώσουμε, πόσο περισσεύει; Ε; δεν γίνεται το τε- όχι. Ένα τρίγωνο γίνεται. Γίνεται τέτοιο τρίγωνο. Όχι τέτοιο. Άρα (6) ποιο πιάνει λιγότερο χώρο; (παίζοντας με το καπάκι του στυλό).

A30: όλα ίσα [είναι] (σε αρκετά χαμηλό τόνο).

N30: δες! Δες όμως! Άμα αυτό το βάλουμε από εδώ (.) σχηματίζει ένα τρίγωνο. Άμα το βάλουμε και αυτό από την ανάποδη μεριά πάλι σχηματίζει ένα τρίγωνο. >Αυτό εντάξει<.

A31: όλα ίσα είναι! (χαμηλόφωνα, σχεδόν ψιθυριστά).

N31: αυτ:ά τα τέσσερ:α **είναι** ίσα. Αυτό μου φαίνεται πιο…

A32: πιο μεγάλο! Καλά αν είναι δεν κάνουμε ένα (( )) βασικά… Κάτσε λίγο (και παίρνει το φύλλο με την άσκηση στα χέρια της). Καν- αυτό είναι το πιο μεγάλο. Οπότε αυτό ξέχνα το! (ψιθυριστά).

N32: εντάξει. Το α) εδώ αν τα ενώσουμε αυτά τα δύο δεν φτιάχνεται το μισό από ότι αυτό (1) συν και αυτό.

A33: για αυτό σου λέω είναι 1 ¼!

N33: 1 ¼; (με τόνο αποδοκιμασίας - έκπληξης) για να είναι 1 ¼ πρέπει να πάρουμε αυτό (.) να το καλύψουμε ό::λο και από 1/2 που το χωρίσαμε σε 4 να πάρουμε το 1.

A34: εμείς καλύβουμε όμως αυτό.

N34: λοιπόν, άρα το α) μήπως είναι μικρότερο, γιατί τα άλλα είναι ίσα.

A35: ε, βάλε το α)… τι να κάνουμε τώρα;

N35: κυρί:α σίγουρα είναι το μικρότερο και δεν είναι το μεγαλύτερο;

A36: όλα ίσα είναι!

N36: το κάναμε τσάμπα το χαρτί! Το μουτζουρώσαμε!

Ερ: δεν πειράζει!

N37: να:::ι είναι το μικρότερο…

Α37: είναι το α) Νέλη! Το πιο μικρό εμβαδό έχει αυτό εδώ έτσι (χαμηλόφωνα).

Ν38: ξέρεις τι πρέπει να κάνουμε; Να σχεδιάσουμε το ένα πάνω στο άλλο! Αυτό πάει από δω από αυτό και καταλήγει εδώ. Μετά από αυτό που είναι εδώ πάει εδώ και καταλήγει εδώ και μετά τραβάει μια γραμμή αυτό…

Α38: (( )).

Ν39: σταμάτα! Είναι πιο μικρό από αυτό. Άρα, περίμενε, περίμενε, περίμενε, καταλήγει από εδώ και εδώ και εδώ. Πιο μεγάλο, ε;

Α39: εγώ θα το γράψω! Εγ:::ω!

Ν40: άστο! (επιτακτικά και της παίρνει το στυλό από το χέρι).

Α40: έ:::λα! Το α) είναι! *Το μικρότερο εμβαδό*.

Ν41: έτσι όπως το 'γραψες το υπόλοιπα…

Ν41: τελειώσαμε!

<u>2] Α – Ν</u>

<u>Νέλη</u>: η προτείνουσα

Η Νέλη ξεκινάει κάνοντας προτάσεις τις οποίες αναπτύσσει παρά τις αντιρρήσεις της συμμαθήτριας της. Προτάσεις της συμμαθήτριας της αντιμετωπίζονται με αποδοκιμασία.

Η Νέλη ξεκινάει να εφαρμόζει μια πρόταση. Κατόπιν, συνεχίζει μόνη της να προτείνει.	Proposer	→N3, N12, N14, N15, N16
Προτάσεις της συμμαθήτριας της με τις οποίες δε συμφωνεί τις απορρίπτει.	Critic	→N6, N7, N8, N10, N11
Δεν αναζητά προτάσεις.		

Πίνακας 20: ενέργειες ρόλου Αναστασίας 2^o πρόβλημα τελικής έρευνας

<u>Αναστασία</u>: η προτείνουσα

Και η Αναστασία με τη σειρά της ξεκινάει να κάνει προτάσεις τις οποίες εφαρμόζει παρά τις αντιρρήσεις και διαφωνίες της συμμαθήτριας της. ούτε αυτή δείχνει δεκτική απέναντι σε προτάσεις της συμμαθήτριας της, τις οποίες ορισμένες φορές επιμένει να διορθώσει.

Η Αναστασία ξεκινάει να κάνει κάποια πρόταση.	Proposer	→A4, A5, N6, A6, A7, A10
Δεν επιτρέπει στη συμμαθήτρια της να εκφράσει μια πρόταση που θέλει.	Critic	→A11
Στη συνέχεια, η συμμαθήτρια της κάνει κάποια πρόταση την οποία επιμένει να συμπληρώνει.	Critic	→A13, A14

Πίνακας 21: ενέργειες ρόλου Νέλης 2ο πρόβλημα τελικής έρευνας

[Απόσπασμα 10]

N1: Τετράγωνα πατώματα κατασκευάζονται…

A1: σσσς! Εγώ θα διαβάσω! Τα τετράγωνα πατώματα…

N2: τα, τα!

A2: τα! Τετράγωνα πατώματα κατασκευάζονται με άσπρα και μαύρα πλακάκια (και συνεχίζει να διαβάζει την εκφώνηση της άσκησης). I don't understand! (Γελάνε).

N3: σταμάτα! τα τετράγωνα πατώματα (και συνεχίζει να διαβάζει ξανά μόνη της την εκφώνηση δίνοντας έμφαση στις λέξεις που θεωρεί βαρύνουσας σημασίας). Σταμάτα! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9; (μετράει τα μαύρα πλακάκια του δεύτερου πατώματος).

A3: με 25;

N4: σταμάτα! Εννέα;

A4: το βρήκα Νέλη! Το βρήκα!

N5: λέγε! Τι κάνουμε; (χαμηλώνοντας τον τόνο της φωνής της).

A5: Συνεχίζουμε. Είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11… (αρχίζει να ζωγραφίζει τετραγωνάκια και να ξεχωρίζει τα άσπρα από τα μαύρα στο πλάι του δεύτερου τετραγώνου της εκφώνησης).

N6: περί:μενε! Ό:::χι…!

A6: δώ:δε:κα…

N7: όχι, [μη, μη, μη!]

A7: [κάτσε!] 13, 14, 15, 16, 17, 18, [19], [20, 21, 22, 23, 24....]

N8: [κυρία, τι κάνει;]

N9: Κυρία, αφού το 9 και το τέτοιο το 9 βασικά, όχι κάτσε (.) το 3 στο 25 δε χωράει! Μπορεί να' ναι και- να μην είναι ακριβώς;

Ερ: δεν ξέρω…

N10: ρε τι κάνεις;

Α10: τώρα κοίτα! Τα μετράμε! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 (σταματάει ξαφνικά, γελάνε και ξαναδιαβάζει τι ζητάει η άσκηση). Πόσα άσπρα πλακάκια, αααα, πόσα άσπρα μωρέ! Κάτσε!

Ν11: φέρε λίγο να σου πω…! (με γκρινιάρικο τόνο στη φωνή της).

Α11: κάτσε μωρέ! (γελάει).

{…}

Ν12: δες, δες! Θα αντιγράψουμε **αυτό**. Λοιπόν μαύρο, άσπρο, μαύρο. Πόσα άσπρα με 25; Άρα μετά από κάτω πάει άσπρο, άσπρο…

Α13: 32!

Ν13: άσπρο, μαύρο…

Α14: 32! 32! Δεν καταλαβαίνεις που σου λέω (( )).

Ν14: πόσα μαύρα έχουμε; 1, 2, 3, 4, 4. Πάμε από δίπλα τώρα. Άσπρο, άσπρο, άσπρο. Μαύρο, άσπρο, μαύρο. Α (για άσπρο), Α (για άσπρο), Α (για άσπρο). 1 2, 3 4, 5 6, 7 8, 9 10, 11 12, 13 14. 14.

{…}

Ν15: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. 20.

Ν16: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 2 (ζωγραφίζει τετραγωνάκια και γράφει γράμματα Α για το άσπρο και Μ για το μαύρο).

Α16: Νέλη το ξέρεις ότι το κάνεις μόνη σου;

Ν17: σκάσε! (και συνεχίζει να μετράει και να ζωγραφίζει μέχρι το 45).

Α17: δε σου έλεγα εγώ ότι είναι 45; Δε με άκουγες!

Ν18: εσύ 33 έλεγες! Άσε!

4. Υπάρχει συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμηνεύουν οι μαθητές κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Τα τέσσερα ζευγάρια μαθητών ερμήνευσαν μια πληθώρα ρόλων από τους οποίους κάποιοι φάνηκε να επικρατούν κατά το μεγαλύτερο μέρος του κάθε διαλόγου τους. Έτσι, το πρώτο ζευγάρι μαθητών ερμήνευσε τους εξής ρόλους:

1] Χ: αξιολογητής ≠ Α: προτείνων

2] Χ: συντονιστής ≠ Α: αξιολογητής

3] Χ: καταγράφων ≠ Α: συντονιστής

Το ζευγάρι αυτό δε φάνηκε να έχει κάποια συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμήνευσε.

Το δεύτερο ζευγάρι μαθητών ερμήνευσε τους εξής ρόλους:

1] Μ: αξιολογήτρια ≠ Β: προτείνουσα

2] Μ: προτείνουσα ≠ Β: αξιολογήτρια

3] Μ: αξιολογήτρια ≠ Β: προτείνουσα

Στο ζευγάρι αυτό φάνηκε να υπάρχει συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμήνευσαν και μάλιστα στο ένα πρόβλημα αντάλλαξαν ρόλους.

Το τρίτο ζευγάρι μαθητών:

1] Ν: συντονίστρια ≠ Ι: αξιολογήτρια

2] Ν: συντονίστρια ≠ Ι: αξιολογήτρια

Και αυτό το ζευγάρι μαθητριών φάνηκε να διατηρεί κάποια συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμήνευσαν. Αν και ολοκλήρωσαν τα δυο από τα τρία προβλήματα ερμήνευσαν τους ίδιους ακριβώς ρόλους και στα δυο.

Το τελευταίο ζευγάρι μαθητριών:

1] Α: συντονίστρια ≠ Ν: αξιολογήτρια

2] Α: προτείνουσα ≠ Ν: προτείνουσα

Αν και ολοκλήρωσαν και αυτές οι μαθήτριες μόνο δυο από τα τρία προβλήματα δε φάνηκε να διατηρούν κάποια συνέπεια ως προς τους ρόλους που ερμήνευσαν.

5. Υιοθετούν οι μαθητές τους ρόλους που αναλαμβάνουν κατά τις αλληλεπιδράσεις τους σε ομάδες σε όλη την τάξη στις μεταξύ τους συνομιλίες κατά την εργασία τους σε ζεύγη;

Οι μαθητές αναμενόταν να αναλαμβάνουν ο ένας το ρόλο του συντονιστή και ο άλλος το ρόλο του καταγράφοντος δυο κυρίαρχους ρόλους τους οποίους ερμήνευαν στην τάξη στις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις.

Τα αποτελέσματα από τη συνεργατική επίλυση προβλημάτων έδειξαν ότι υπήρξε κάποια υποτυπώδης συνέπεια ως προς τους ρόλους αυτούς, καθώς ο ένας μαθητής συνήθως υπερίσχυε ως προς τα χαρακτηριστικά του ρόλου του συντονιστή, ενώ ο δεύτερος ήταν αυτός που διατηρούσε τα στοιχεία του καταγράφοντος.

Παρ’ όλα αυτά, επειδή οι μαθητές ερμήνευσαν διάφορους ρόλους κατά τη διάρκεια της εργασίας τους και σχεδόν κάθε μαθητής ερμήνευσε σε μια τουλάχιστο στιχομυθία τόσο τον ένα ρόλο όσο και τον άλλο δε μπορούμε να υποστηρίξουμε επαρκώς ότι οι μαθητές όντως υιοθέτησαν τους ρόλους που αναλάμβαναν κατά τις αλληλεπιδράσεις τους σε ομάδες σε όλη την τάξη και στις μεταξύ τους συνεργατικές συνομιλίες.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

Η μαθηματική τάξη αποτελεί ένα διαπλεκόμενο σύστημα κοινωνικών αλληλεπιδράσεων που αναπτύσσεται γύρω από τις συλλογικές ενέργειες του εκπαιδευτικού και των μαθητών (Αναγνωστοπούλου, 2005). Αρκετοί είναι οι ερευνητές που επιχείρησαν να μελετήσουν τη δραστηριότητα που σε αυτή. Στην προσπάθεια τους βασικό εργαλείο ανάλυσης αποτέλεσε η έννοια της *νόρμας*, μια έννοια η οποία συνδέθηκε με τις αντιλήψεις, προσδοκίες και υποχρεώσεις που διαμορφώνονται στην τάξη τόσο από την πλευρά των διδασκόντων όσο και από αυτή των διδασκομένων (Yackel, 2001).

Αν και οι νόρμες μπορεί να αναπτυχθούν σε ποικίλα περιβάλλοντα (συλλογικά, μικρές ομάδες, ανταλλαγή ενός προς έναν), η διαπραγμάτευση των σχολικών νορμών είναι ιδιαίτερα εμφανής κατά τη διάρκεια συζητήσεων σε όλη την τάξη οι οποίες καθοδηγούνται από τον εκπαιδευτικό και στις οποίες συμμετέχουν ενεργά οι μαθητές (Mottier Lopez & Allal, 2007). Ο εκπαιδευτικός κατέχει καίρια θέση στην εγκαθίδρυση της ποιότητας του περιβάλλοντος της σχολικής τάξης των μαθηματικών και στη θέσπιση των κοινωνικών και κοινωνικο – μαθηματικών νορμών, καθώς συνιστά τον αντιπρόσωπο της μαθηματικής κοινότητας (Yackel & Cobb, 1996).

Σε κάθε αλληλεπίδραση στη σχολική τάξη οι μετέχοντες συμμετέχουν σε ένα σχήμα δράσης – αντίδρασης: σύμφωνα με τις ενέργειες των συνομιλητών τους μέσω κάποιας ερμηνείας που τους προσδίδουν προβαίνουν στην αντίστοιχη δράση ή αλλιώς ερμηνεύουν κάποιους ρόλους. Συνεπώς, ένας παράγοντας από τον οποίο εξαρτάται αν μια αντίληψη ή προσδοκία θα μετατραπεί σε νόρμα είναι οι *ρόλοι* που ερμηνεύουν οι συμμετέχοντες σε μια αλληλεπίδραση (Τάτσης & Κολέζα, 2006).

Οι εκπαιδευτικοί μέσω του λόγου που χρησιμοποιούν σε όλη την τάξη είναι δυνατόν να προσδοκούν και να προωθούν συγκεκριμένους ρόλους τους οποίους οι μαθητές φαίνεται να ασπάζονται και να ερμηνεύουν και οι ίδιοι στις μεταξύ τους ενέργειες σε μικρές ομάδες (Webb, Nemer & Ing, 2006).

Έχοντας ως αφετηρία τα παραπάνω, η παρούσα έρευνα επιχειρεί να διερευνήσει αν αναπαράγεται το μοτίβο αλληλεπίδρασης μεταξύ εκπαιδευτικού και όλης της τάξης στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μαθητών, όταν αυτοί εργάζονται σε ζευγάρια. Ειδικότερα, αποσκοπεί στη μελέτη της επίδρασης που ασκεί ο εκπαιδευτικός στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μαθητών όσον αφορά τις νόρμες που υιοθετούνται και τους ρόλους που ερμηνεύονται όταν ο εκπαιδευτικός δεν είναι παρών.

Τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας έρχονται να συμφωνήσουν και να συμπληρώσουν πορίσματα προγενέστερων ερευνών πάνω στον τομέα των κοινωνικών και κοινωνικό – μαθηματικών νορμών και των ρόλων. Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα από την ανάλυση του πρώτου ερευνητικού ερωτήματος έδειξαν ότι οχτώ συνολικά νόρμες – τέσσερις κοινωνικές και άλλες τόσες κοινωνικο – μαθηματικές – τέθηκαν σε ισχύ κατά την αλληλεπίδραση των μαθητών σε ζευγάρια. Στην πλειοψηφία τους οι νόρμες αυτές συνάδουν με τις νόρμες οι οποίες καταγράφηκαν από τις έρευνες των Τάτσης (2005) σε συνεργαζόμενους φοιτητές και Mottier Lopez & Allal (2007) σε μαθητές Γ' Δημοτικού. Δυο ήταν οι επιπρόσθετες νόρμες: αυτή της υποστήριξης και αυτή των ρόλων οι οποίες έκαναν την εμφάνιση τους και στην ουσία πήγαζαν από τις πρακτικές διδασκαλίας που εφαρμόζονταν στα πλαίσια της συγκεκριμένης τάξης.

Όσον αφορά το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα βρέθηκε ότι υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ των κοινωνικών και κοινωνικο – μαθηματικών νορμών που διαπραγματεύονται και εγκαθίστανται μεταξύ του εκπαιδευτικού και όλης της τάξης και των αντίστοιχων νορμών που τίθενται σε ισχύ από τους μαθητές κατά την αλληλεπίδραση τους σε μικρές ομάδες. Το συγκεκριμένο εύρημα έρχεται να συμπληρώσει ευρήματα ερευνών των Webb, Nemer, Kersting, Ing & Forrest (2004) και Webb, Nemer & Ing (2006), σύμφωνα με τις οποίες η λεκτική συμπεριφορά των μαθητών αντικατοπτρίζει σε μεγάλο βαθμό τις πρακτικές λόγου που αναμένονται και προωθούνται από τον εκπαιδευτικό.

Περνώντας στο τρίτο ερευνητικό ερώτημα πέντε ήταν οι ρόλοι που ερμήνευσαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια των συναντήσεων. Κάθε μαθητής ερμήνευσε από τρεις μέχρι πέντε ρόλους από τους οποίους ο ένας υπερίσχυε. Οι δυο ρόλοι που κυριάρχησαν σε όλα τα ζευγάρια ήταν αυτοί του συντονιστή και του αξιολογητή (είτε υποστηρικτή είτε επικριτικού). Η υιοθέτηση του πρώτου ρόλου ερμηνεύεται μέσα από τις πρακτικές του εκπαιδευτικού στις οποίες βρέθηκε ότι προωθείται ο ρόλος του συντονιστή στις ομαδικές δραστηριότητες. Παράλληλα, η εμφάνιση του ρόλου του αξιολογητή έρχεται να επιβεβαιώσει τα αποτελέσματα της έρευνας του Τάτση (2005), σύμφωνα με την οποία η συχνή εμφάνιση του ρόλου του αξιολογητή χαρακτηρίζεται από τη συμμόρφωση του ατόμου που τον ερμηνεύει στη νόρμα τόσο της συνεργασίας όσο και αυτή της αμοιβαίας κατανόησης - δυο νόρμες οι οποίες έκαναν την εμφάνιση τους σε όλα τα ζευγάρια και στην παρούσα έρευνα.

Ένα σημείο που χρήζει περαιτέρω διερεύνησης αποτελεί η συνέπεια που επιδεικνύουν οι μαθητές αναφορικά με την ερμηνεία των ρόλων, υπόθεση η οποία επιβεβαιώνεται μερικώς, καθώς δυο μόνο ζευγάρια μαθητριών φάνηκε να ερμηνεύουν τους ίδιους ρόλους κατά τη διάρκεια των συναντήσεων. Αξιοσημείωτο είναι ότι σε ένα ζευγάρι μαθητριών οι ρόλοι εναλλάσσονταν κάτι που μπορεί να υποδηλώνει ότι οι δυο μαθήτριες γνώριζαν καλά τόσο να κινούν μια διαδικασία προτείνοντας μια λύση όσο και να αξιολογούν η μία τις λύσεις – προτάσεις της άλλης. Παρ' όλα αυτά, το εύρημα αυτό έρχεται σε αντίθεση με την έρευνα του Τάτση (2005) στην οποία οι συμμετέχοντες ακολούθησαν πιστά τους ρόλους που ερμήνευαν σε κάθε περίπτωση.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας δε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι έχουν γενικευτική ισχύ, κυρίως, λόγω του μικρού μεγέθους του δείγματος. Μπορούμε, όμως, να διατυπώσουμε ορισμένα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε και τα οποία αφορούν τόσο τον εκπαιδευτικό όσο και τους εκπαιδευομένους. Συγκεκριμένα, οι κοινωνικές και κοινωνικο – μαθηματικές νόρμες που εγκαθίστανται σε μια τάξη φαίνεται ότι επηρεάζουν την ικανότητα των μαθητών να αλληλεπιδρούν, να συζητούν για τα μαθηματικά, να παρουσιάζουν τη σκέψη τους, να αιτιολογούν, να ερμηνεύουν ρόλους.

Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες των δυο ή και περισσότερων ατόμων συμμορφούμενοι με τις εκάστοτε νόρμες της σχολικής τους τάξης μαθαίνουν να μαθαίνουν μαθηματικά και να διαπραγματεύονται ταυτόχρονα τις μεταξύ τους νόρμες.

Παράλληλα, ο εκπαιδευτικός θέτει υπό διαπραγμάτευση νόρμες τέτοιες οι οποίες συντελούν τόσο στην ανάπτυξη της κοινωνικής αυτονομίας (κοινωνικές) όσο και της διανοητικής αυτονομίας (κοινωνικο – μαθηματικές) των μαθητών και να τους ωθεί στην υιοθέτηση ενεργητικών ρόλων στην τάξη.

Συνοψίζοντας, μέσω της διερεύνησης των κοινωνικών και κοινωνικο – μαθηματικών νορμών και των ρόλων που υπαγορεύονται και υιοθετούνται σύμφωνα με αυτές στα πλαίσια της έρευνας αυτής, καταλήξαμε στο ότι οι κοινωνικές κατασκευές των νορμών και των ρόλων είναι άμεσα συνυφασμένες με τις αντιλήψεις και προσδοκίες που διαμορφώνονται και προωθούνται από τον εκπαιδευτικό και αφορούν τα μαθηματικά, συμπέρασμα το οποίο έρχεται να προστεθεί σε αυτά προγενέστερων ερευνών.

Ελληνόγλωσση

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνόγλωσση

Αθανασίου, Λ. (1993). *Γλώσσα – γλωσσική επικοινωνία και διδασκαλία στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.* Ιωάννινα: Πανεπιστήμιο.

Αναγνωστοπούλου, Μ. (2005). Οι διαπροσωπικές σχέσεις εκπαιδευτικών και μαθητών στη σχολική τάξη: θεωρητική ανάλυση και εμπειρική προσέγγιση. Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη.

Baudrit, A. (2007). *Η ομαδοσυνεργατική μάθηση* (μτφρ. Κρομμύδα, Ε.). Αθήνα: Κέδρος.

Βρεττός, Ι. (1994). Μη λεκτική συμπεριφορά και επικοινωνία στη σχολική τάξη: άσκηση με μικροδιδασκαλία. Θεσσαλονίκη: Art of Text.

Γκότοβος, Α. (2002). *Παιδαγωγική αλληλεπίδραση: επικοινωνία και κοινωνική μάθηση στο σχολείο*. Αθήνα: Gutenberg.

Ιωσηφίδης, Θ. (2008). *Ποιοτικές μέθοδοι έρευνας στις κοινωνικές επιστήμες.* Αθήνα: Κριτική.

Καφούση, Σ. & Χαβιάρης, Π. (2013). *Σχολική τάξη, οικογένεια, κοινωνία και μαθηματική εκπαίδευση*. Αθήνα: Πατάκη.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.

Κόμης, Β. & Εργαζάκη, Μ. (2010). Ανάλυση ποιοτικών δε δομένων με χρήση λογισμικού. Στο Ζεμπύλας, Μ., Μιχαηλίδου - Ευριπίδου Α. & Κενδέου Π. (επιμ.) *Προχωρημένες μέθοδοι έρευνας*. Ανοιχτό Πανεπιστήμιο Κύπρου: Κύπρος.

Ματσαγγούρας, Η. (2000). *Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία και μάθηση* (Β’ εκδ.). Αθήνα: Γρηγόρη.

Ματσαγγούρας, Η. (2003). *Η σχολική τάξη* (Γ’ εκδ.). Αθήνα: Γρηγόρη.

Mercer, N. (2000). *Η συγκρότηση της γνώσης: γλωσσική αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικού και εκπαιδευομένων* (μτφρ. Παπαδοπούλου, Μ.). Αθήνα: Μεταίχμιο.

Μπίκος, Κ. (2004). Αλληλεπίδραση και κοινωνικές σχέσεις στη σχολική τάξη. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Μπίκος, Κ. (2011). Κοινωνικές σχέσεις και αλληλεπίδραση στη σχολική τάξη. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.

Potter, J. & Wetherell, M. (2009). *Λόγος και κοινωνική ψυχολογία : πέρα από τις στάσεις και τη συμπεριφορά* (μτφρ. Αυγήτα, Ε. & Τσονίδης, Α.). Αθήνα: Μεταίχμιο.

Πουρκός, Μ. & Δαφέρμος, Μ. (Επιμ.) (2010β). *Ποιοτική Έρευνα στην Ψυχολογία και την Εκπαίδευση: Επιστημολογικά, Μεθοδολογικά και Ηθικά Ζητήματα.* Αθήνα: Τόπος.

Τάτσης, Κ. (2005). *Σχέση μαθηματικών και γλωσσικών ικανοτήτων κατά την επίλυση προβλημάτων*. Διδακτορική διατριβή.

Ξενόγλωσση

Baker, M. (2009). Argumentative interactions and the social construction of knowledge. In Muller Mirza, N. & Perret – Clermont, A. N. (Eds.), *Argumentation and education: theoretical foundations and practices* (pp. 127 – 144). New York: Springer.

Barwell, R. (2008). Discourse, mathematics and mathematics education. In M. Martin – Jones, A. M. de Mejia & N. H. Hornberger (Eds.), *Encyclopedia of Language and Education*, 2nd Edition, vol. 3, 317–328.

Bauersfeld, H. (1995). The structuring of the structures: development and function of mathematizing as a social practice. In L. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in Education* (pp. 137 – 158). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bavelas, J. B., Kenwood, C., & Phillips, B. (2002). Discourse analysis. In M. Knapp & J. Daly (Eds.), *Handbook of Interpersonal Communication*, 3rd ed., pp. 102-129. Thousand Oaks, CA: Sage.

Berg, B. L. (1995). *Qualitative Research Methods for the Social Sciences* (2nd Ed.). London: Allyn & Bacon.

Biddle, B. (1979). *Role Theory: Expectations, Identities and Behaviors*, New York: Academic Press.

Blumer, H. (1986). *Symbolic Interactionism: Perspective and Method*. Berkeley: University of California Press.

Bowers, J. & Doerr, H. M. (2001). An analysis of prospective teacher's dual roles in understanding the mathematics of change: eliciting growth with technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 115–137.

Bower, J. (2000). Postscript: intergrating themes on discourse and design. In P. Cobb, E. Yackel & K. Mc Clain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Clasrooms. Perspectives on Discourse, Tools and Instructional Design* (pp. 385 – 399). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations* (Ed. and transl. by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Chiu, M. M. (2000). Group Problem-Solving Processes: Social Interactions and Individual Actions. *Journal for the Theory of Social Behaviour*, 30 (1), 27 – 49.

Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small – Group interaction: Four Case studies. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp.1 – 16). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P. & Bauersfeld, H. (1995). Introduction: The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp.1-16). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., Mc Clain, K., Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner, & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition, social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 151–233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1991). Learning through problem solving: A constructivist approach to second Grade Mathematics. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in Mathematics Education* (pp. 157 – 176). Dordrecht: Kluwer.

Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Boston, MA: Pearson.

Davidson, N. (1990). Small – Group cooperative learning in Mathematics. In T. J. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.). *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s: 1990 Yearbook* (pp. 52 – 61). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dekker, R. & Elshout - Mohr, M. (1998). A process model for interaction and mathematical level raising. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 303–314.

Durkin, K. (1987). Language in mathematical education: an introduction. In D. Pimm & P. Kegan (Eds.), *Speaking mathematically: communication in mathematical classroom* (pp. 3-16). London: Routledge.

Edwards, D. (1997). *Discourse and cognition*, London: SAGE Publications.

Esmonde, I. (2009). Explanations in Mathematics Classrooms: A Discourse Analysis, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 9 (2), 86-99.

Gill, R. (1996). Discourse analysis: Practical implementation. In J. T.E. Richardson (Ed.), *Handbook of Qualitative Research Methods for Psychology and the Social Sciences* (pp. 141 - 156). Leicester: PBS books.

Georgakopoulou, A. & Goutsos, D. (2004). *Discourse Analysis: An introduction* (2nd Ed.). Edinburgh: University Press.

Goffman, E. (1976). *Interaction Ritual: Essays on face – to – face behavior*. Harmondsworth, Middlesex: Penguin University Books.

Gorgorio, N. & Planas, N. (2005). Reconstructing norms. In H.L. Chink & J.L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME 29). Melbourne, Vol. 3, pp. 65–72.

Herbel – Eisenmann, B., Lubienski, S.T. & Id - Deen, L. (2006). Reconsidering the study of mathematics instructional practices: The importance of curricular context in understanding local and global teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*, 313–345.

Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments: some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 149–166.

Imm, K. & Stylianou, D. (2012). Talking mathematically: An analysis of discourse communities. *Journal of Mathematical Behaviour*, 31, 130– 148.

Jacob, E. (1999). *Cooperative learning in Context*. New York, Albany: State University of New York Press.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation.* New York: Cambridge University Press.

Leikin, R. & Zaslavsky, O. (1997). Facilitating Student Interactions in Mathematics in cooperative learning setting. Journal for Research in Mathematics Education, 28 (3), 331 – 354.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 19 – 44). London: Alex Publishing.

Levenson, E., Tirosh, D. & Tsamir, P. (2006). Mathematically and practically – based explanation: individual preferences and sociomathematicla norms. *International Journal of Science and Mathematical Education*, 4, 319 – 344.

Levenson, E., Tirosh, D. & Tsamir, P. (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *Journal of Mathematical Behavior,* 28, 171–187.

Mottier – Lopez, L. & Allal, L. (2007). Sociomathematical norms and the regulation of problem solving in classroom microcultures. *International Journal of Educational Research*, 46, 252 – 265.

Muller Mirza, N. & Perret – Clermont, A. N. (2009). *Argumentation and education: theoretical foundations and practices.* New York: Springer.

O' Donnell, A.M. & Dansereau, D.F. (1992). Scripted cooperation in student dyads: A method for analyzing and enhancing academic learning and performance. In N. Miller & R. Hertz – Lazarowitz (Eds.), *Interaction in cooperative groups: The theoretical anatomy of group learning* (pp. 121 – 140). New York: Cambridge University Press.

Paltridge, B. (2012). *Discourse Analysis: An Introduction* (2nd ed.). London: Bloomsbury Publishing.

Partanen, A – M. & Kaasila, R. (2014). Sociomathematical norms negotiated in the discussions of two small groups investigating calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 13 (4), 927 – 946.

Planas, N. & Gorgorio, A. (2004). Are Different Students Expected to Learn Norms Differently in the Mathematics Classroom? *Mathematics Education Research Journal,* 16 (1), 19 – 40.

Potter, J. (1996). Discourse analysis and constructionist approaches: theoretical background. In J. T.E. Richardson (Ed.), *Handbook of Qualitative Research Methods for Psychology and the Social Sciences* (pp. 125 – 140). Leicester: PBS books.

Raman, M. (2002). Coordinating informal and formal aspects of mathematics: student beahavior and textbook messages. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 135 – 150.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 338–355.

Schoenfeld, A. (2013). Classroom observations in theory and practice. *Mathematics Education,*45, 607–621.

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13–15.

Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture and Activity,* 8 (1), 42-76.

Stylianou, D. A. & Blanton, M. (2002). Sociocultural factors in undergraduate mathematics: the role of explanation and justification. In *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. Crete, Greece.

Tatsis, K. & Koleza, E. (2008). Social and socio – mathematical norms in collaborative problem – solving. *European Journal of Teacher Education*, 31 (1), 89 – 100.

Tatsis, K. & Koleza, E. (2006). The effect of students' roles on the establishment of shared knowledge during collaborative problem solving: a case study from the field of mathematics. *Social Psychology of Education*, 9, 443 – 460.

Van Zoest, L., Stockero, S. & Taylor, C. (2012). The durability of professional and sociomathematical norms intentionally fostered in an early pedagogy course, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 293 – 315.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26 (2), 275 – 298.

Voigt, J. (1995). Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp.163-201). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yackel, E. (1995). Children's talk in inquiry mathematics classrooms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp.131 – 162). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yackel, E. (2001): Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1 (pp. 9 – 24). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Yackel, E. (2004). Theoretical Perspectives for Analyzing Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. *Research in Mathematical Education*, 8 (1), 1 – 18.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 27 (4), 458 – 478.

Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Whitley, G. & Merkel, G. (1990). The importance of Social Interaction in children's construction of mathematical knowledge. In T. J. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.). *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s: 1990 Yearbook* (pp. 12 – 21). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yackel, E., Rasmussen, C. & King, K. (2000). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course, *Journal of Mathematical Behavior,* 19, 275 – 287.

Webb, N., Nemer. K. M. & Ing, M. (2006). Small – Group Reflections: Parallels Between Teacher Discourse and Student Behavior in Peer-Directed Groups. *Journal of the Learning Sciences*, 15 (1), 63-119.

Webb, N. M., Nemer, K. M., Kersting, N., Ing, M., & Forrest, J. (2004). *The Effects of Teacher Discourse on Student Behavior and Learning in Peer - Directed Groups*. National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing, Graduate School of Education & Information Studies, UCLA. CSE Technical Report No. 627.

Wood, M. B. & Kalinec, C. A. (2012). Student talk and opportunities for mathematical learning in small - group interactions. *International Journal of Educational Research*, 51–52, 109–127.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	Access	Accountability	Productive Dispositions
Strand	Dimensions (codes)	Dimensions (codes)	Dimensions (codes)
Mathematics	a) the teacher presents tasks in a way that demand rich mathematical engagement b) tasks provide opportunities to en e higher-l mathematical thinking	a) teacher presses for accuracy b) teacher carefully and accurately presents mathematical ideas c) multiple representations are required, used, and connected by teacher, students, and task d) teacher and students use academic language c) discussion among students is math-focused	a) students construct mathematics rather than wait to receive it b) students generate/explain ideas c) students question, challenge, evaluate ideas
Mathematics Learning	a) teacher is explicit about what to c n a given problem b) teacher is explicit about how to u ormal mat language c) teacher is explicit about how to re on mathematically d) students facilitate discussions e) students manage logistics f) students set the agenda/have cho in activitie	a) teacher expects students to be able to learn mathematics b) teacher expect students to persist in mathematics learning c) teacher asks probing questions/elicits reasoning and justification e) teacher checks for understanding and provides feedback during instruction	a) students are excited, curious, or interested to engage math b) students seek multiple solutions to a single problem c) students don't just seek solutions but to understand why they work
Classroom Community	a) teacher provides feedback b) teacher relates and connects student ideas to another c) teacher revoices/marks student contributions d) teacher positions students as equals e) students give and receive feedback from other students	a) authority is distributed between students and teacher b) authority is distributed between existing and new ideas c) students question and evaluate each other and teacher	a) students work collaboratively b) students respect one another's ideas c) students accept feedback from other students/teacher d) students acknowledge others' contributions
Individual Learner	a) teacher permits use of non-dominant language b) teacher provides students time to work independently c) teacher builds on students' prior knowledge, connects mathematical ideas d) students engage the mathematics on their own level e) tasks have multiple entry points f) problem contexts respect students' cultural backgrounds/prior knowledge	a) students have a role as mathematical authorities b) students participate in classroom activities	a) teacher positions students as competent b) teacher positions students as *capable* of doing the math - from Ball's MQI and Cohen's complex instruction c) students take risks a) students work hard b) students sustain efforts to reach learning goals (they don't give up after 2 minutes)

Fig. 4 Sub-dimensions of our second attempt

Mathematical Discussion (MD)		Level of Emphasis		
	Description	Low: 1	Average: 3	High: 5
Teacher Behavior				
1	**Richness of Mathematics**	If underlying mathematics concepts are engaged, the engagement is superficial.	Underlying mathematics concepts are engaged, but not in ways that make connections to other mathematical ideas.	Underlying concepts are central to the discussion. The emphasis is on understanding why and making connections between mathematical ideas.
2	**Teacher's Mathematical Integrity**	Teacher's mathematics contains significant errors.	Teacher's mathematics is generally correct but does not help students focus on key ideas.	Teacher's mathematics is generally correct and helps students focus on key ideas.
3	**Soliciting Student Reasoning**	Teacher does not solicit student ideas, or only asks for answers, not reasoning or justification.	Teacher asks students to provide some reasoning and explanation about mathematical ideas, but student participation is mostly limited to student-teacher interactions.	Teacher presses students for reasoning and justification of ideas/solutions, building the discussion using student ideas, and pressing students to question/analyze each other's reasoning.
4	**Assessing Understanding (Whole Class)**	Teacher does not assess student understanding or only does so superficially.	Teacher makes some attempt to check whether students are following key ideas of the discussion, but fails to productively use that information.	Teacher makes sure students are following the discussion and assesses their understanding of important mathematical ideas (by using student work and asking questions). The flow of the lesson/discussion is modified as appropriate based on these assessments.
5	**Pacing of Discussion**	Teacher provides an excessive amount of time or an insufficient amount of time for students to engage with questions/concepts (e.g. teacher answers own questions or always calls on first hand).	The pace of the discussion is engaging/accessible for most students, but the teacher spends too little time on some important topics or too much time on less important topics.	The pace of the discussion is engaging/accessible for most students.
6	**Opportunities for Deeper Mathematical Conversations**	Teacher misses opportunities for deeper mathematical conversations.	Teacher leverages opportunities for deeper, conceptual conversations, but often resolves the mathematics for students.	Teacher opens deeper, conceptual conversations, and persists in having students' resolve mathematical questions as much as possible.
7	**Addressing/Engaging Misconceptions**	Teacher leaves misconceptions unaddressed except when they are treated as "wrong answers" and corrected.	Teacher addresses some misconceptions but either (a) major misconceptions are left unaddressed or (b) the "fixes" are somewhat superficial.	Teacher engages misconceptions, probing for misunderstandings and building on partial understandings.
Student Behavior				
1	**Participation**	There is little student participation.	Participation is limited to a subgroup of students.	Many students participate.
2	**Risks**	Students don't share ideas.	Students share ideas when they are mostly certain they are correct	Students take risks in sharing their ideas
3	**Student Explanations**	Students don't explain their ideas or solution processes.	Students' explanations consist of what they did/think but not why.	Students explain why their solutions or ideas work, as appropriate.

Fig. 5 Mathematical discussions coding detail

#	Situation	Teacher - Student	Student - Content	Content - Teacher	Other
A	**Teacher Leads Whole Class Discussion**	***Deciding Who Gets Called On***	***Nature of Student's Response***	***Nature of Teacher's Solicitations***	
		1 Only the first student that raises his/her hand is the one that gets called on.	1 Most of the student responses during this chunk consisted of only single-word responses (e.g., IRE).	1 Most of the teacher's solicitations during this chunk consisted of IRE-style questioning.	1
		2 Beyond the first student, at least one oth student who raised his/her hand gets cal on to respond to a given question.	2 Most of the student responses during this chunk consisted of procedures (possibly including an answer) for how to solve a problem.	2 Most of the teacher's solicitations during this chunk were of a procedural nature (i.e., <u>how</u> students solved a problem).	2
		3 Teacher uses techniques to actively enga students who do not volunteer (e.g., wai time, popside sticks, cold calling).	3 Most of the student responses during this chunk consisted of extended explanations (multiple sentences with a reason).	3 Most of the teacher's solicitations during this chunk asked students to explain <u>why</u> their answer/procedure makes sense.	3
B	**Teacher Preps Students for a New Task**	***Setting Process Expectations**	***Students' Opportunity to Engage the Task***	*** Setting Product Expectations***	***Encouraging Multiple Solution Paths***
		1 Teacher tells students to get started with setting process expectations.	1 Teacher solves the task for students before they have a chance to engage it.	1 Teacher tells students to get started without setting product expectations.	1 The task/introduction strongly suggests a single solution path.
		2 Teacher sets process expectations (e.g., amount of time for task, how students should organize themselves).	2 Students are handed the task and are told to get started with no teacher intervention.	2 Teacher sets expectations about final product (e.g., by providing a scoring rubric, showing examples of high quality work).	2 The task/introduction affords multiple potential solution paths.
		3 Teacher engages students in mutually setting process expectations.	3 Teacher engages students in brainstorming possible approaches to the task without explicitly showing them how to do it.	3 Teacher engages students in mutually setting expectations for final product.	3 The task/introduction encourages/requires multiple solution paths and/or the contrast of different solutions.
C	**Student Asks a Mathematical Question**	*** Whether/How Teacher Takes up the Student's Question ***	*** Cognitive Demand of Student's Question ***	**N/A**	
		1 Teacher ignores or dismisses the question.	1 The student asks about whether an answer is correct or not (i.e., a "WHAT" question) or a non-specific question (e.g., "I don't know how to get started!")	1	1
		2 Teacher gives an explanation directly answering the student's question.	2 The student asks a specific question about HOW to do a procedure.	2	2
		3 Teacher engages the student/class in answering the question (e.g., acting as a guide).	3 The student asks WHY something works.	3	3
D	**Navigating a Task's Language or Context**	***Who Does the Navigating***	**N/A**	***Opportunity to Engage Task as Written***	
		1 Teacher does not check if students are comfortable with the language or problem context.	1	1 Teacher boils the language or context out of the task, leaving only the quantities needed to get an answer.	1
		2 Teacher checks if students are comfortabel with the language or problem context, but does the work for the kids (e.g., defines unfamiliar words for students, paraphrases the problem context).	2	2 N/A	2
		3 Students and teachers work collaboratively to build students' understanding of the language or context in the problem.	3	3 Teacher gives students an opportunity to work with the task as stated.	3

Fig. 6 Part of the didactic frame

Level	Mathematical Focus, Coherence and Accuracy	Cognitive Demand	Access	Agency: Authority and Accountability	Uses of Assessment
1	Classroom activities are purely rote, OR disconnec or unfocused, OR consequential mistakes ar left unaddressed.	Classroom activities are structured so that students mostly apply familiar procedures or memorized facts.	Classroom management is problematic to the point where the lesson is disrupted, OR a significant number of students appear disengaged and there are no overt mechanisms to support engagement.	The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less) and shaped or constrained by what the teacher says or does.	The teacher may note student answers or work, but student reasoning is not surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	The mathematics discusse relatively clear and correc BUT connections betweer procedures, concepts and contexts (where appropriate) are either cursory or lacking.	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges and mostly limit students to providing short responses to teacher prompts.	The class is engaged in mathematical activity, but there is uneven participation and the teacher does not provide structured support for many students to participate in meaningful ways.	Students have a chance to say or explain things, but "the student proposes, the teacher disposes": in class discussions, student ideas are not explored or built upon.	The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific student ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	The mathematics discussed is relatively clear and correct, AND connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) are addressed and explained.	The teacher's hints or scaffolds support students in "productive struggle" in building understandings and engaging in mathematical practices.	The teacher actively supports (and to some degree achieves) broad and meaningful participation, OR what appear to be established participation structures result in such participation.	Students put forth and defend their ideas. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, AND/OR students respond to and build on each others' ideas.	The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

Episode Type		Mathematical Focus, Coherence and Accuracy	Cognitive Demand	Access	Agency: Authority and Accountability	Uses of Assessment
W	Whole Class Activities	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric
G	Small Group work	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric
P	Student presentations	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric	scored on a 3-point rubric
I	Individual work	not scored	not scored	not scored	not scored	not scored

Fig. 7 Outline of the TRU Math scheme

<u>ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗ ΔΑΣΚΑΛΑΣ</u>

Α) Σπουδές;

Β) Διδακτική εμπειρία;

Γ) Πόσα χρόνια διδάσκετε στο συγκεκριμένο τμήμα;

1] Τι είναι για εσάς τα **μαθηματικά**;

2] Πιστεύετε ότι υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ της **γλώσσας** και των **μαθηματικών**;

Αν ναι, ποια είναι αυτή;

3] Όταν ένας μαθητής/τρια κάνει **λάθος** τι σημαίνει αυτό;

Πώς το αντιμετωπίζετε;

4] Ποια **μέθοδο διδασκαλίας** χρησιμοποιείτε συχνότερα και γιατί;

5] Ποιες **διδακτικές πρακτικές** (ενέργειες / συνήθειες) ακολουθείτε κατά τη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών;

6] Οι παραπάνω διδακτικές ενέργειες **διαφοροποιούνται** από αυτές των υπόλοιπων μαθημάτων;

Αν ναι, σε τι;

7] Ποια **είδη ασκήσεων** επιλέγετε και με ποια συχνότητα;

Ερωτήσεις κατανόησης, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, Σωστό/Λάθος, κλειστά προβλήματα ≠ ανοιχτά προβλήματα, συμπλήρωσης κενού, αντιστοίχησης

8] Πότε μια **αιτιολόγηση / εξήγηση** των μαθητών είναι αποδεκτή;

Πότε θεωρείτε ότι όντως αιτιολόγησαν;

9] Θεωρείτε ότι οι μαθητές είναι σύμφωνοι/συμμορφώνονται με το αποδεκτό για εσάς σχήμα αιτιολόγησης;

10] Ακολουθείτε κάποιες **ενέργειες** για να κατευθύνετε ή να οδηγήσετε τους μαθητές στο προσδοκώμενο σχήμα αιτιολόγησης;

11] Ποιες **γλωσσικές εκφράσεις** δεν είναι αποδεκτές στο μάθημα των μαθηματικών;

12] Πώς κρίνετε/ αξιολογείτε τις **κοινωνικές αλληλεπιδράσεις** που έχουν αναπτυχθεί μεταξύ των μαθητών σας;

13] Χρησιμοποιείτε την **ομαδοσυνεργατική μέθοδο** στη διδασκαλία σας;

Σε ποιες περιπτώσεις;

14] Η σύνθεση των ομάδων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους;

Αν όχι, με ποια κριτήρια γίνονται οι όποιες αλλαγές;

15] Υπάρχουν κάποιοι διακριτοί ρόλοι στις ομάδες αυτές;

Αν ναι:

Με βάση ποια κριτήρια γίνεται η ανάθεση των ρόλων;

Αν όχι:

Έχετε παρατηρήσει ομοιότητες ή διαφορές στους ρόλους που εμφανίζονται σε συγκεκριμένες ομάδες;

<u>ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΤΩΝ</u>

1. Τι είναι για σένα τα **μαθηματικά**;

2. Έχουμε δυο μαθητές. Ο ένας έχει καλύτερες **γλωσσικές ικανότητες** από τον άλλο. Ποιος πιστεύεις ότι θα είναι καλύτερος στα μαθηματικά; Γιατί;

3. Αν η δασκάλα ρωτήσει τον …………………. αν το 12 είναι πολλαπλάσιο του 2 και αυτός απαντήσει **λάθος** τι θα κάνει η δασκάλα;

4. Αν η δασκάλα ρωτήσει τον ………………. πόσους άξονες συμμετρίας έχει ένα τετράγωνο και αυτός πει ότι **δεν ξέρει** τι θα κάνει η δασκάλα;

5. Πιστεύεις ότι το μάθημα των μαθηματικών γίνεται με **διαφορετικό τρόπο** από τα άλλα μαθήματα;

6. Υπάρχουν κάποιοι **κανόνες** που ισχύουν μόνο για το μάθημα των μαθηματικών στην τάξη σας;

7. Ποιες **συμπεριφορές** δεν είναι δεκτές από τη δασκάλα στο μάθημα των μαθηματικών;

8. Ποιες **γλωσσικές εκφράσεις** δεν είναι δεκτές από τη δασκάλα στο μάθημα των μαθηματικών;

9. Ποιος ξεκινάει τις περισσότερες **ερωτήσεις** στην τάξη;

10. Ποιος ο ρόλος σου και των υπόλοιπων συμμαθητών σου στις ερωτήσεις;

11. Όταν η δασκάλα κάνει μια ερώτηση για ποιους λόγους μπορεί να μην απαντήσεις;

12. Η …………….. απάντησε σε μια ερώτηση της δασκάλας και η δασκάλα της είπε: «μπράβο!». Θα δεχόταν η δασκάλα μια διαφορετική απάντηση από αυτήν που της έδωσε η ………………….;

13. Ο διπλανός σου δεν κατάλαβε την άσκηση και σου ζητάει να του εξηγήσεις την άσκηση. Μόλις τελειώσεις, η δασκάλα σου δίνει το λόγο και σου ζητάει να εξηγήσεις το σκεπτικό σου, η εξήγηση που θα δώσεις θα είναι ίδια με την εξήγηση που έδωσες στο συμμαθητή σου;

14. Ποιος είναι ο ρόλος σου στο μάθημα των μαθηματικών;

15. Έχεις υπάρξει μέλος κάποιας ομάδας που προσπαθεί να λύσει μια άσκηση; Πόσο συχνά; Πόσα άτομα;

16. Ποιος είναι ο ρόλος σου στην ομάδα;

17. Ποιος είναι ο ρόλος κάθε μέλους της ομάδας;