



**Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**  
**Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών**  
Πολυτεχνική Σχολή

*ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ*

ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ  
ΖΥΓΟΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

ΓΑΖΙΩΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ - ΧΡΗΣΤΟΣ  
ΑΕΜ 1588

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:  
ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΚΟΖΑΝΗ 2018

## Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη .....	4
Abstract .....	6
Ευχαριστίες .....	8
1 Εισαγωγή .....	9
2 Δυναμική περιστρεφόμενων συστημάτων .....	11
2.1 Εισαγωγή στη θεωρία .....	11
2.2 Αζυγοσταθμία .....	14
2.3 Διαδικασία ζυγοστάθμισης .....	16
2.4 Μαθηματικές εκφράσεις.....	21
2.4.1 Ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου με τη μέθοδο συντελεστή επιρροής.....	23
2.4.2 Ζυγοστάθμιση δύο επιπέδων με τη μέθοδο συντελεστών επιρροής.....	25
3 Μαθηματικό μοντέλο.....	30
3.1 Σχεδίαση πειραματικής διάταξης.....	30
4 Κατασκευή τελικής πειραματικής διάταξης .....	47
5 Κώδικας Labview .....	51
5.1 Αναλυτική περιγραφή της πειραματικής διάταξης.....	51
5.2 Εφαρμογή ζυγοστάθμισης στο Labview.....	56
6 Συμπεράσματα .....	62
Βιβλιογραφία .....	63



## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με τη μελέτη αζυγοσταθμίας περιστρεφόμενων συστημάτων και την ανάπτυξη μιας πειραματικής διάταξης ζυγοστάθμισης. Η μελέτη αυτή πραγματοποιείται με τη χρήση αριθμητικών και πειραματικών μεθόδων και έχει ως στόχο την εφαρμογή ζυγοστάθμισης σε περιστρεφόμενους δίσκους. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη αποτελείται από μια δοκό που φέρει δύο δίσκους και στηρίζεται σε δύο έδρανα. Το πείραμα πραγματοποιήθηκε στο εργαστήριο Ταλαντώσεων και Δυναμικής Μηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας παρουσιάζεται η θεωρία στην οποία βασίζεται η μέθοδος της ζυγοστάθμισης περιστρεφόμενων δίσκων. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται εισαγωγή στη θεωρία της δυναμικής των στροφών και του φαινομένου της αζυγοσταθμίας. Τέλος, γίνεται αναφορά στις δύο πιο σύνηθες μεθόδους ζυγοστάθμισης ενώ παρουσιάζονται και οι μαθηματικές σχέσεις που διέπουν τόσο το φαινόμενο της αζυγοσταθμίας αλλά και τις διαδικασίες ζυγοστάθμισης ενός και δύο επιπέδων.

Η μοντελοποίηση της διάταξης έγινε με τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου γενικού τύπου Matlab και πιο συγκεκριμένα του Rotor Soft. Στη συνέχεια, γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων ενώ περιγράφεται και η επιρροή των επιμέρους τμημάτων του περιστρεφόμενου συστήματος στη λειτουργία του. Έπειτα, βάσει των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων, δόθηκε έμφαση στο σχεδιασμό της πειραματικής διάταξης που αναπτύχθηκε για την εργασία. Τέλος, παρουσιάζεται η τελική κατασκευή της πειραματικής διάταξης.

Για τη λήψη των πειραματικών δεδομένων αναπτύχθηκε κώδικας σε λογισμικό σχεδιασμού συστήματος και περιβάλλον ανάπτυξης. Πιο συγκεκριμένα, το λογισμικό το οποίο χρησιμοποιήθηκε ήταν το LabVIEW της εταιρίας National Instruments. Έπειτα, γίνεται επεξήγηση όλων των επιμέρους υποσυστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν για την ομαλή και ολοκληρωμένη λειτουργία της εφαρμογής. Επίσης, παρουσιάζεται και περιγράφεται αναλυτικά το περιβάλλον της εφαρμογής στο Labview, το οποίο πραγματοποιεί μέσω μιας συγκεκριμένης διαδικασίας ζυγοστάθμιση σε δύο επίπεδα. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του προγράμματος παρουσιάζονται αναλυτικά.



## Abstract

The objective of this thesis is the theoretical and experimental study of unbalanced rotors and disks and the process of balancing them. The study aims at the optimal design of an experimental set-up through analysis of four different numerical models. The experimental set-up consists of a long beam that is seated on two bearing supports at its two ends and also two disks. The experiment took place at the Laboratory of Vibration and Machine Dynamics at the Mechanical Engineer Department of UOWM.

On the first part of the study, theory regarding unbalanced rotors and disks is being presented. More specifically, there is an introduction behind the theory of dynamics of rotating machines. Also, the two most common methods of balancing rotors are mentioned and the mathematical expressions that governs unbalanced rotors, single – plane and two – plane balancing are being presented.

The set-up was modeled using numerical computing software. Specifically, the software which was used for the model creation was Matlab and in particular Rotor Soft. Next, based on the results of the four different numerical models the experimental set-up was designed. The final design of the experimental set-up is being presented while there is a description of how the different parts of the rotating machine affect its behavior.

Subsequently, regarding the data acquisition, a National Instruments code was designed using a system-design platform and development environment for visual programming. Specifically, the software which was used for this purpose was Labview. Next, all the necessary components, for a smooth execution of the code, are being extensively described. Also, the interface of the software that was developed is being described, which performs a complete balance of a rotor in two – planes. The results obtained from the software are being analytically presented.



## Ευχαριστίες

Με το πέρας της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γιαγκόπουλο Δημήτριο, Επ. Καθηγητή του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Π.Δ.Μ για την καθοδήγηση, την άμεση και πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε κατά τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας, αλλά και για όλα όσα μου δίδαξε κατά τα χρόνια φοίτησής μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένεια μου για τη στήριξη καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου και τους φίλους μου για την αμέριστη συμπάρασταση όλα αυτά τα χρόνια.



# 1 Εισαγωγή

Η άνιση κατανομή μάζας ενός στοιχείου έχει σαν αποτέλεσμα την πρόκληση ενός μεγάλου ποσοστού των δονήσεων που εμφανίζονται σε ένα σύστημα. Αν ένα σημείο ενός περιστρεφόμενου δίσκου έχει επιπλέον βάρος, τότε είναι πιθανή η πρόκληση κραδασμών όταν αυτό το ανισόρροπο βάρος περιστρέφεται γύρω από τον άξονα του μηχανήματος, με συνέπεια τη δημιουργία φυγόκεντρων δυνάμεων. Με την αύξηση της ταχύτητας περιστροφής παρατηρείται και αύξηση έντασης του φαινομένου. Συνεπώς, η μέτρηση της αζυγοσταθμίας αποτελεί ένα εξαιρετικά σημαντικό ζήτημα προς μελέτη. Η εργασία αυτή θα ασχοληθεί με τη μελέτη προβλημάτων αζυγοσταθμίας. (9)

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται εισαγωγή στη θεωρία της δυναμικής των στροφών και του φαινομένου της αζυγοσταθμίας. Επίσης, παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία ζυγοστάθμισης καθώς επίσης και οι μαθηματικές σχέσεις που την εκφράζουν, για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου αλλά και όλων των παραγόντων που το διέπουν.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται ο σχεδιασμός των μαθηματικών μοντέλων στο Matlab με τη χρήση του Rotor Soft. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για το σχεδιασμό των μοντέλων είχε ως στόχο τη βελτιστοποίηση της διάταξης καθώς επίσης και την επίτευξη πρώτων ιδιοσυχνοτήτων ορατών στο ανθρώπινο μάτι για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της αζυγοσταθμίας, των στροβιλισμών αλλά και την παρατήρηση της μείωσης του εύρους ταλάντωσης μετά τη ζυγοστάθμιση.

Έπειτα, παρουσιάζεται ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιήθηκε, βάσει των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων. Η διάταξη αποτελείται από έναν χαλύβδινο άξονα, ο οποίος στηρίζεται σε δύο έδρανα στήριξης. Επιπλέον, πάνω στη δοκό εφαρμόζουν σε διαφορετικές θέσεις δύο δίσκοι. Οι δίσκοι φέρουν οπές σε συγκεκριμένες γωνίες, ενώ η μέτρηση αυτών των γωνιών ξεκινά από ένα συγκεκριμένο σημείο (όρισμα – μηδέν) του εκάστοτε δίσκου.

Στο πέμπτο κεφάλαιο έγινε ανάπτυξη κώδικα σε λογισμικό της National Instruments, το Labview, για ζυγοστάθμιση σε δύο επίπεδα. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται αναλυτικά τα επιμέρους στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν για την επίτευξη της λήψης και επεξεργασίας δεδομένων και την πραγματοποίηση του πειράματος της ζυγοστάθμισης. Επίσης, αναλύεται το γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής που αναπτύχθηκε και οι διάφορες λειτουργίες του. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ζυγοστάθμισης μέσω της επιτυχημένης εκτέλεσης του κώδικα.



## 2 Δυναμική περιστρεφόμενων συστημάτων

### 2.1 Εισαγωγή στη θεωρία

Η δυναμική των περιστρεφόμενων συστημάτων πέραν του ερευνητικού ενδιαφέροντος αποτελεί και ένα σημαντικότατο κομμάτι στην παραγωγή, με δύο βασικούς πυλώνες στην εφαρμογή της. Πρώτον, κατά το σχεδιασμό των περιστρεφόμενων συστημάτων είναι σημαντική η μελέτη των δυναμικών τους χαρακτηριστικών κι αυτό γιατί κατά τη λειτουργία τους στις κρίσιμες ταχύτητες, είναι επιτακτική ανάγκη η διασφάλιση ταλαντώσεων που δε ξεπερνούν τα επιτρεπτά όρια λειτουργίας και ασφαλείας του συστήματος. Δεύτερον, η σωστή λειτουργία περιστρεφόμενων συστημάτων είναι μια πολυπαραγοντική διαδικασία που τα καθιστά άξια συνεχούς έρευνας και μελέτης. Συνεπώς, είναι επιτακτική η ανάγκη κατανόησης της συμπεριφοράς τέτοιων συστημάτων, η οποία πολλές φορές μπορεί να υποδηλώνει της ύπαρξη σφάλματος σε κάποιο τμήμα των υποσυστημάτων, γεγονός που επηρεάζει αρνητικά την ομαλή λειτουργία τους. Κατά συνέπεια κρίνεται απαραίτητη η πλήρης κατανόηση του συστήματος για την έγκαιρη και καίρια αντιμετώπιση τέτοιων σφαλμάτων.

Στη συνέχεια, η μελέτη της δυναμικής περιστρεφόμενων συστημάτων αποτελεί μια ιδιαίτερη περίπτωση ως πακτωμένο σύστημα με περιστρεφόμενα μέρη. Τα πακτωμένα συστήματα δεν εμφανίζουν εσωτερικές δυνάμεις σε αντίθεση με τα περιστρεφόμενα. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων δυνάμεων είναι οι πλευρικές δυνάμεις και ροπές που μπορεί να εμφανιστούν κατά την περιστροφή των δίσκων. Οι δυνάμεις και οι ροπές αυτές προκαλούν ταλαντώσεις στο επίπεδο της ταχύτητας περιστροφής του συστήματος. Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει σημαντικά τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος είναι και οι γυροσκοπικές ροπές που εμφανίζονται κατά την περιστροφή.

Ένας άλλος παράγοντας που καθιστά τα περιστρεφόμενα συστήματα άξια μελέτης και συνεχούς βελτίωσης είναι η επιρροή των εδράνων στήριξης στη συμπεριφορά τους. Αυτή η επιρροή εκφράζεται με μεταβολή στις ιδιοσυχνότητες του συστήματος λόγω των μη σταθερών ιδιοτήτων στιβαρότητας και απόσβεσης των εδράνων. Αυτό συμβαίνει διότι οι ιδιότητες αυτές επηρεάζονται άμεσα από την ταχύτητα περιστροφής του συστήματος. Τέλος, όλοι οι δίσκοι δεν είναι απόλυτα συμμετρικοί, ακόμη και αν έχουν κατασκευαστεί με πολύ μεγάλη προσοχή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, ακόμη και μικρές ασυμμετρίες να επηρεάζουν σημαντικά το σύστημα προκαλώντας αποσταθεροποίησή του.

Οι αρχές που διέπουν τη μελέτη της δυναμικής των περιστρεφόμενων συστημάτων εφαρμόζονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο σε όλα τα συστήματα είτε αυτά είναι μικρά, όπως για παράδειγμα ένας άξονας μερικών μέτρων που στηρίζεται σε δύο έδρανα και φέρει έναν ή δύο

δίσκους μικρής διαμέτρου, αλλά και σε πολύ μεγαλύτερα, όπως γεννήτριες πολλών MW με άξονες δεκάδων μέτρων που φέρουν μεγάλες μάζες. Με βάση την παραπάνω αρχή μπορούν να οριστούν και τα υποσυστήματα των περιστρεφόμενων συστημάτων, τα οποία χαρακτηρίζουν επαρκώς οποιαδήποτε τέτοια διάταξη. Τα χαρακτηριστικά υποσυστήματα λοιπόν των περιστρεφόμενων συστημάτων είναι ο ρότορας ανεξαρτήτου μεγέθους, τα έδρανα στήριξης και η δομή υποστήριξης του συστήματος.

Το πιο σημαντικό κομμάτι ενός περιστρεφόμενου συστήματος είναι ο ρότορας τους. Συνεπώς, η μελέτη ενός περιστρεφόμενου συστήματος πρέπει αρχικά να επικεντρώνεται στον προσδιορισμό των δυναμικών ιδιοτήτων των περιστρεφόμενων στοιχείων του. Στη γενική περίπτωση η δομή του ρότορα είναι σχετικά απλή αν θεωρηθεί ότι αποτελείται από έναν άξονα και τους δίσκους που βρίσκονται σε αυτόν. Δεν αποκλείονται όμως και πιο σύνθετες γεωμετρικές άξονα ή δίσκων ανάλογα με τις εκάστοτε ανάγκες και τη λειτουργία που πρέπει να επιτελέσει το σύστημα. Όπως αναφέρθηκε, παρόλη την σχετική απλότητα της γεωμετρίας του ρότορα, είναι επιτακτική η ανάγκη του ελέγχου της συμπεριφοράς του. Στα περισσότερα περιστρεφόμενα συστήματα ο ρότορας αντιμετωπίζεται ως στιβαρός, κάτι που βέβαια επηρεάζεται άμεσα και από το μέγεθος του συστήματος. Όσο αυξάνεται το μέγεθος των συστημάτων τόσο και οι ρότορες τείνουν να αντιμετωπίζονται ως πιο ελαστικά μέρη, κάτι που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τη μελέτη τέτοιων συστημάτων. Τέλος, η στιβαρότητα του ρότορα θεωρείται σταθερή σε όλα τα επίπεδα στις περισσότερες περιπτώσεις, χωρίς όμως αυτό να είναι καθολικό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο ρότορας ενός ελικοπτέρου ο οποίος αποτελείται από έναν σχετικά μικρό άξονα σε σύγκριση με τα περιστρεφόμενα μέρη του, τα οποία είναι τρία ελαστικά πτερύγια μεγάλου μήκους.

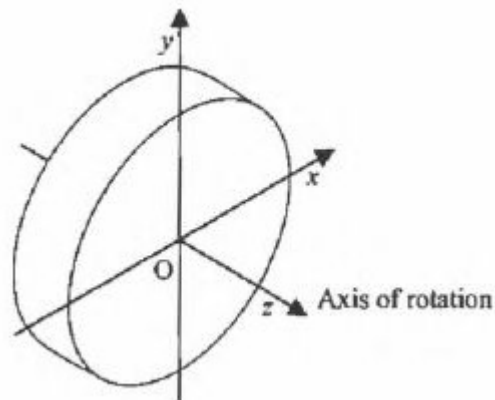
Ο ρότορας συνδέεται με τη δομή υποστήριξης μέσω εδράνων στήριξης. Τα έδρανα στήριξης διαδραματίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στη συμπεριφορά ενός περιστρεφόμενου συστήματος ανάλογα με το είδος τους. Για μικρά σε μέγεθος συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν απλές δομές στήριξης του ρότορα. Καθώς αυξάνεται όμως το μέγεθος της κατασκευής είναι επιτακτική η ανάγκη χρήσης σύνθετων εδράνων στήριξης λόγω των φορτίων που ασκούνται σε αυτά. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων εδράνων είναι τα έδρανα τριβής με σφαίρες και τα έδρανα περιστρεφόμενων στοιχείων. Με τη χρήση τέτοιων εδράνων επιτυγχάνεται μεγαλύτερο εύρος αντοχής σε φορτία λόγω των εσωτερικών κινούμενων μερών τους και προσφέρουν με αυτόν τον τρόπο θετική επιρροή στη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος. Παρόλο που δίνεται πολύ μεγάλη σημασία στην πλευρική στήριξη του ρότορα με τη χρήση τέτοιων εδράνων στήριξης, σε πολλές εφαρμογές είναι απαραίτητη και η μελέτη της αξονικής στήριξης των κατασκευών. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι επιτακτική ανάγκη η χρήση ωστικών εδράνων για τη στήριξη της κατασκευής και τη διατήρηση της θέσης της σε σχέση με τη δομή στήριξης μέσω της εφαρμογής μιας δύναμης αντίδρασης στην αξονική ώση που ασκείται στο σύστημα. Συνεπώς, είναι απαραίτητη η μελέτη της δυναμικής του συστήματος σε αξονική διεύθυνση ανάλογα πάντα με την εκάστοτε περίσταση και ανάγκη.

Τα έδρανα αποτελούν το μέσο διασύνδεσης του ρότορα με τη δομή υποστήριξης. Παρόλο που πολλές φορές η μελέτη και επιλογή των κατάλληλων εδράνων στήριξης, ανάλογα με τις ανάγκες του εκάστοτε περιστρεφόμενου συστήματος, μοιάζει να είναι η πιο σημαντική διαδικασία, εν τούτοις πολλές φορές προκύπτει ένα σημαντικότερο πρόβλημα. Αυτό το πρόβλημα δεν είναι άλλο από την επιλογή της κατάλληλης στήριξης του συστήματος. Σε μικρά σε μέγεθος συστήματα η επιλογή της γεωμετρίας στήριξης μπορεί να μην είναι εξέχουσας σημασίας και να είναι σχετικά απλή, όπως για παράδειγμα μια κατασκευή μεγάλης στιβαρότητας σε σχέση με το μέγεθος του περιστρεφόμενου συστήματος. Αντίθετα, σε μεγάλα και πιο σύνθετα περιστρεφόμενα συστήματα είναι αναγκαία η επιλογή γεωμετριών στήριξης μεγαλύτερης ελαστικότητας. Σε αυτές τις περιπτώσεις η επιρροή των ιδιοτήτων της δομής στήριξης στη δυναμική του συστήματος είναι μεγάλη και αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα ο προσδιορισμός αυτής για τη σωστή μελέτη του συστήματος.

Όλοι οι παράγοντες που αναφέρθηκαν παραπάνω επηρεάζουν σημαντικά κάθε στιγμή ανάλογα και με την ταχύτητα περιστροφής τη δυναμική των περιστρεφόμενων συστημάτων. Όλα τα παραπάνω συνεπώς καθιστούν επιτακτική την ανάγκη της αποσαφήνισης του όρου «δυναμική συμπεριφορά» ενός περιστρεφόμενου συστήματος. Ένας ρότορας μπορεί να ταλαντώνεται με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Αυτοί οι τρόποι είναι οι εξής: αξονική, στρεπτική ή πλευρική ταλάντωση. Η αξονική ταλάντωση εμφανίζεται κατά μήκος του άξονα περιστροφής του ρότορα, η στρεπτική προκαλεί συστροφή του ρότορα γύρω από τον άξονα περιστροφής του ενώ η πλευρική ταλάντωση προκαλεί μετατόπιση του άξονα τόσο στην οριζόντια όσο και στην κατακόρυφη διεύθυνση. Ο συνδυασμός των τριών αυτών κινήσεων δημιουργεί μια τροχιακή κίνηση του ρότορα σε ένα επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής του. Σε ορισμένα συστήματα τα τρία είδη των ταλαντώσεων μπορεί να εμφανίζονται μεμονωμένα και συνεπώς να είναι σχετικά απλή η διαδικασία μελέτης τους, ενώ σε άλλα συστήματα να υπάρχει σύνθεση των παραπάνω κινήσεων, γεγονός που μπορεί να δυσχεράνει τη μελέτη του συστήματος. Η επιλογή των επιμέρους υποσυστημάτων που συνθέτουν ένα περιστρεφόμενο σύστημα σε συνδυασμό με τα ταλαντωτικά φαινόμενα που εμφανίζονται σε αυτό, συνθέτουν και την απαραίτητη μελέτη που πρέπει να διεξαχθεί για το εκάστοτε μοντέλο.

Για την ανάπτυξη των εξισώσεων της κίνησης ενός περιστρεφόμενου συστήματος είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός συστήματος συντεταγμένων. Δύο είναι οι περιπτώσεις των συστημάτων συντεταγμένων που μπορεί να επιλεγούν για τη μελέτη ενός περιστρεφόμενου συστήματος. Η πρώτη αφορά ένα περιστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων ενώ η δεύτερη ένα σταθερό σύστημα. Στις περισσότερες περιπτώσεις μελέτης περιστρεφόμενων συστημάτων επιλέγεται ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Το σύστημα συντεταγμένων αυτό ορίζεται από τρεις άξονες  $x, y, z$  κάθετους ανά δύο μεταξύ τους. Όσον αφορά τη θέση του ρότορα, θεωρείται ότι η αρχή των αξόνων του συστήματος βρίσκεται στο κέντρο μάζας του ρότορα. Αυτό φυσικά μπορεί να εφαρμοστεί για οποιοδήποτε σημείο ενδιαφέροντος στο περιστρεφόμενο σύστημα. Γενικά, θεωρείται ότι ο άξονας του ρότορα συμπίπτει πάντοτε με τον άξονα  $z$  του

συστήματος συντεταγμένων. Στην επόμενη εικόνα παρουσιάζεται ένα τέτοιο σύστημα συντεταγμένων σε σχέση με το ρότορα του περιστρεφόμενου συστήματος.



**Σχήμα 2.1.1:** Σύστημα συντεταγμένων περιστρεφόμενου συστήματος (1)

Τέλος, το κέντρο μάζας του ρότορα επιτρέπεται να μετακινείται κατά μήκος και των τριών αξόνων όπως επίσης και να περιστρέφεται γύρω από τους άξονες  $x$  και  $y$ . (1)

## 2.2 Αζυγοσταθμία

Σε όλα τα περιστρεφόμενα συστήματα υπάρχει πάντα κάποια αζυγοσταθμία έως ένα βαθμό, η οποία μπορεί να προκληθεί ακόμη και από πολύ μικρές αποκλίσεις της μάζας σε σχέση με τον άξονα περιστροφής. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την άσκηση μεγάλων φορτίων στα έδρανα στήριξης. Μια τέτοια ασυμμετρία στη μάζα μπορεί επίσης να προκαλέσει υψηλές αποκρίσεις του ρότορα, που με τη σειρά τους οδηγούν σε υψηλές τριβές ή τάσεις μεταξύ του ρότορα και του στάτορα. Στην παρούσα διπλωματική γίνεται μελέτη μιας ικανοποιητικής μεθόδου για την επίτευξη ζυγοστάθμισης με την προσθήκη ή αφαίρεση διορθωτικών μαζών σε συγκεκριμένες θέσεις. Η διαδικασία αυτή είναι επαναληπτική λόγω των μη γραμμικών φαινομένων που μπορεί να εμφανίζονται στα έδρανα στήριξης. (6)

Αιτία για ένα μεγάλο μέρος των μηχανικών βλαβών που μπορεί να εμφανιστούν σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα είναι η αζυγοσταθμία. Αζυγοσταθμία υφίσταται όταν ο κεντροβαρικός άξονας ενός άξονα δε συμπίπτει με το γεωμετρικό άξονα συμμετρίας του. Είναι ο κύριος λόγος ύπαρξης δονήσεων και κραδασμών σε διατάξεις περιστρεφόμενων μερών. Αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα στη σύγχρονη μηχανική σχεδίαση ειδικά σε συστήματα όπου οι υψηλές ταχύτητες και η αξιοπιστία είναι σημαντικοί παράγοντες. Με τη ζυγοστάθμιση αξόνων και δίσκων επιτυγχάνεται η αποφυγή αστοχιών λόγω κόπωσης μέσω της αποφυγής

υπερβολικής φόρτισης των εδράνων στήριξης. Η παραπάνω διαδικασία συμβάλει σημαντικά στη βελτίωση του χρόνου ζωής των μηχανών και των επιμέρους εξαρτημάτων τους. Η εργασία αυτή ασχολείται με την περιγραφή του φαινομένου της αζυγοσταθμίας καθώς επίσης και με τη διαδικασία της ζυγοστάθμισης περιστρεφόμενων δίσκων.

Ιδεατά, κατά τη λειτουργία όλων των περιστρεφόμενων μηχανών, ο κεντροβαρικός άξονας ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής. Στην πραγματικότητα όμως αυτό δε συμβαίνει με αποτέλεσμα να παράγονται φυγόκεντρες δυνάμεις και ροπές. Αυτές με τη σειρά τους μεταφέρουν μεγάλες δυνάμεις στα έδρανα και στις βάσεις στήριξης. Η αζυγοσταθμία σε μια μηχανή μπορεί να προκύψει από την αρχική διαδικασία παραγωγής ή ως αποτέλεσμα διαφόρων παραγόντων κατά τη λειτουργία της όπως μηχανική διάβρωση, θερμικές καταπονήσεις και συσσώρευση σκουριάς ή βρωμιάς στην επιφάνεια των δίσκων.

Η παραδοχή ότι η ζυγοστάθμιση πραγματοποιείται σε άκαμπτα σώματα είναι η αρχή για τη ζυγοστάθμιση όλων των περιστρεφόμενων συστημάτων. Στην πραγματικότητα κανένας ρότορας δεν είναι πραγματικά άκαμπτος αλλά αντιμετωπίζεται ως άκαμπτος όταν η ταχύτητα περιστροφής του συστήματος είναι μικρότερη από εκείνη την ταχύτητα περιστροφής, που ξεκινά να μετατρέπει το ρότορα σε ελαστικό σώμα. Ένας άκαμπτος ρότορας μπορεί να ζυγοσταθμιστεί με επιτυχία σε δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης.

Ένα άκαμπτο σώμα περιγράφεται επαρκώς από τη μάζα του, το σημείο στο οποίο βρίσκεται το κέντρο βάρους του και από τις ιδιότητες αδράνειάς του. Στην περίπτωση ρότορα που μπορεί να γίνει παραδοχή ότι αποτελεί σημείο, τότε η ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου με τη χρήση διορθωτικής μάζας είναι ικανοποιητική. Θεωρητικά, οι συνθήκες για τη ζυγοστάθμιση ενός άκαμπτου ρότορα είναι ανεξάρτητες από την ταχύτητα περιστροφής του με την προϋπόθεση ότι αυτή είναι πολύ χαμηλότερη από την ταχύτητα περιστροφής που τον καθιστά ελαστικό σώμα.

Η ζυγοστάθμιση δίσκων είναι ένας πολύ σημαντικός παράγοντας ο οποίος λαμβάνεται υπόψη κατά την διαδικασία κατασκευής των περισσότερων δίσκων μέσω διαφόρων διαδικασιών που την εξασφαλίζουν. Η ζυγοστάθμιση ενός περιστρεφόμενου συστήματος περιλαμβάνει τη ζυγοστάθμιση των επιμέρους τμημάτων καθώς επίσης και τη συνολική ζυγοστάθμιση όλου του συστήματος για μεγαλύτερη ακρίβεια. Συνήθως όμως η παραγωγή ήδη ζυγοσταθμισμένων μερών είναι ακριβή. Επίσης, κατά τη διαδικασία παραγωγής γίνονται αναπόφευκτα λάθη κατεργασίας, ανοχών συναρμολόγησης, παραμορφώσεων λόγω θερμικής κατεργασίας και μεταβολές της πυκνότητας του υλικού κατά τη χύτευση λόγω της μη ομοιογένειας του υλικού (φυσαλίδες εντός της μάζας).

Δύο είναι τα κύρια είδη ζυγοστάθμισης, η στατική και η δυναμική ζυγοστάθμιση. Στη στατική ζυγοστάθμιση το σώμα ζυγοσταθμίζεται με απλούς κανόνες στατικής ισορροπίας αφού η κατανομή μαζών είναι εμφανής χωρίς την περιστροφή του σώματος. Η διόρθωση σε τέτοιες περιπτώσεις είναι προσεγγιστική και συμβαίνει μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση. Αντίθετα,

στη δυναμική ζυγοστάθμιση, ο προσδιορισμός της αζυγοσταθμίας προκύπτει από μετρήσεις χαρακτηριστικών μεγεθών της ταλάντωσης κατά την περιστροφή του σώματος. Ο έλεγχος αυτών των παραμέτρων συμβαίνει τόσο στην οριζόντια όσο και στην κατακόρυφη διεύθυνση. Η δυναμική ζυγοστάθμιση μπορεί να γίνει στην περιοχή συντονισμού (κρίσιμη περιοχή συχνοτήτων), στην υποκρίσιμη ή στην υπερκρίσιμη περιοχή συχνοτήτων.

Ανάλογα με τη στιβαρότητα στον αριθμό στροφών λειτουργίας τους, τα σώματα προς ζυγοστάθμιση χαρακτηρίζονται ως πλήρως στιβαρά ή ελαστικά σώματα. Ως πλήρως στιβαρά χαρακτηρίζονται εκείνα τα σώματα τα οποία μέχρι τον αριθμό στροφών λειτουργίας τους δεν παρουσιάζουν αλλαγή στην κατανομή των μαζών τους λόγω καμπτικών ταλαντώσεων. Στα πλήρως στιβαρά σώματα είναι αρκετή η ζυγοστάθμιση δύο επιπέδων. Αντίθετα, η ζυγοστάθμιση ελαστικών σωμάτων επηρεάζεται εξαιρετικά από την ταχύτητα περιστροφής του σώματος. Αυτό συμβαίνει διότι κατά την περιστροφή ελαστικού σώματος η γεωμετρία μεταβάλλεται καθώς επίσης και η κατανομή των μαζών του λόγω εσωτερικών καμπτικών ροπών και ταλαντωτικών ιδιομορφών που αντιστοιχούν καμπτικές ιδιοσυχνότητες του. (4)

### **2.3 Διαδικασία ζυγοστάθμισης**

Πριν γίνει οποιαδήποτε προσπάθεια ζυγοστάθμισης είναι απαραίτητη η εξακρίβωση ότι το ταλαντωτικό πρόβλημα που εμφανίζεται σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα προκύπτει λόγω αζυγοσταθμίας και όχι από κακή ευθυγράμμιση ή λυγισμένο άξονα. Η ύπαρξη αζυγοσταθμίας μπορεί να εντοπιστεί με την πραγματοποίηση ανάλυσης συχνοτήτων του συστήματος. Σε περίπτωση ύπαρξης αζυγοσταθμίας παρουσιάζεται κορυφή στη συχνότητα περιστροφής του η οποία είναι ευδιάκριτη σε σχέση με το υπόλοιπο πεδίο συχνοτήτων. Με την πραγματοποίηση ανάλυσης συχνοτήτων πριν και μετά τη ζυγοστάθμιση του περιστρεφόμενου συστήματος είναι πολύ εύκολο να διαπιστωθεί η μείωση της ταλάντωσης λόγω της ζυγοστάθμισης.

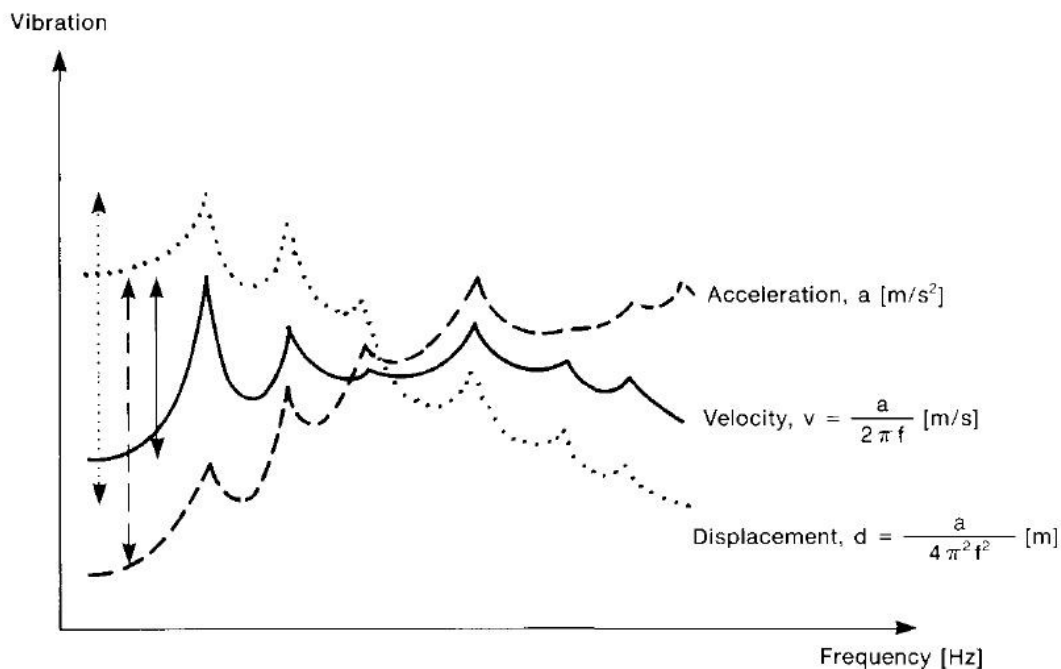
Ας υποθεθεί ότι μια συγκεντρωμένη περιστρεφόμενη μάζα στηρίζεται σε δύο έδρανα και ότι ο άξονας περιστροφής της είναι οριζόντιος. Για τη σωστή ζυγοστάθμιση ενός τέτοιου ρότορα είναι αναγκαία και επαρκής η τοποθέτηση δύο διορθωτικών μαζών κατάλληλου μεγέθους και σε κατάλληλη θέση σε δύο επίπεδα. Ο σκοπός της ζυγοστάθμισης στην ταχύτητα λειτουργίας του περιστρεφόμενου συστήματος είναι η μείωση επικίνδυνων, για τη λειτουργία του, ευρών ταλάντωσης, τα οποία προκύπτουν από το συντονισμό του συστήματος.

Τέσσερις είναι οι μεταβλητές που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τη ζυγοστάθμιση ενός ρότορα. Αυτές είναι το μέγεθος και η θέση των δύο διορθωτικών μαζών που είναι απαραίτητες για τη ζυγοστάθμιση των δίσκων. Κάθε μια διορθωτική μάζα τοποθετείται σε κατάλληλη γωνία σε κάθε ένα επίπεδο αναφοράς του ρότορα όπως αυτά έχουν επιλεχθεί εξ αρχής. Τις περισσότερες φορές τα επίπεδα αυτά βρίσκονται στις επιφάνειες των προς ζυγοστάθμιση



δίσκων. Τα δεδομένα, που είναι απαραίτητα για τον προσδιορισμό τόσο του μεγέθους όσο και της θέσης των διορθωτικών μαζών, λαμβάνονται μέσα από διαδοχικές μετρήσεις των αποκρίσεων του συστήματος. (3)

Ένας άλλος πολύ σημαντικός παράγοντας για τη ζυγοστάθμιση είναι η σωστή επιλογή της παραμέτρου μέτρησης της ταλάντωσης. Η σωστή επιλογή αυτής της παραμέτρου επιτυγχάνεται επίσης μέσα από την ανάλυση συχνοτήτων πριν τη ζυγοστάθμιση. Η μέτρηση της ταλάντωσης μπορεί να γίνει είτε με τη μορφή επιτάχυνσης, ταχύτητας ή μετατόπισης. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η σχέση των τριών παραμέτρων συναρτήσει της συχνότητας.

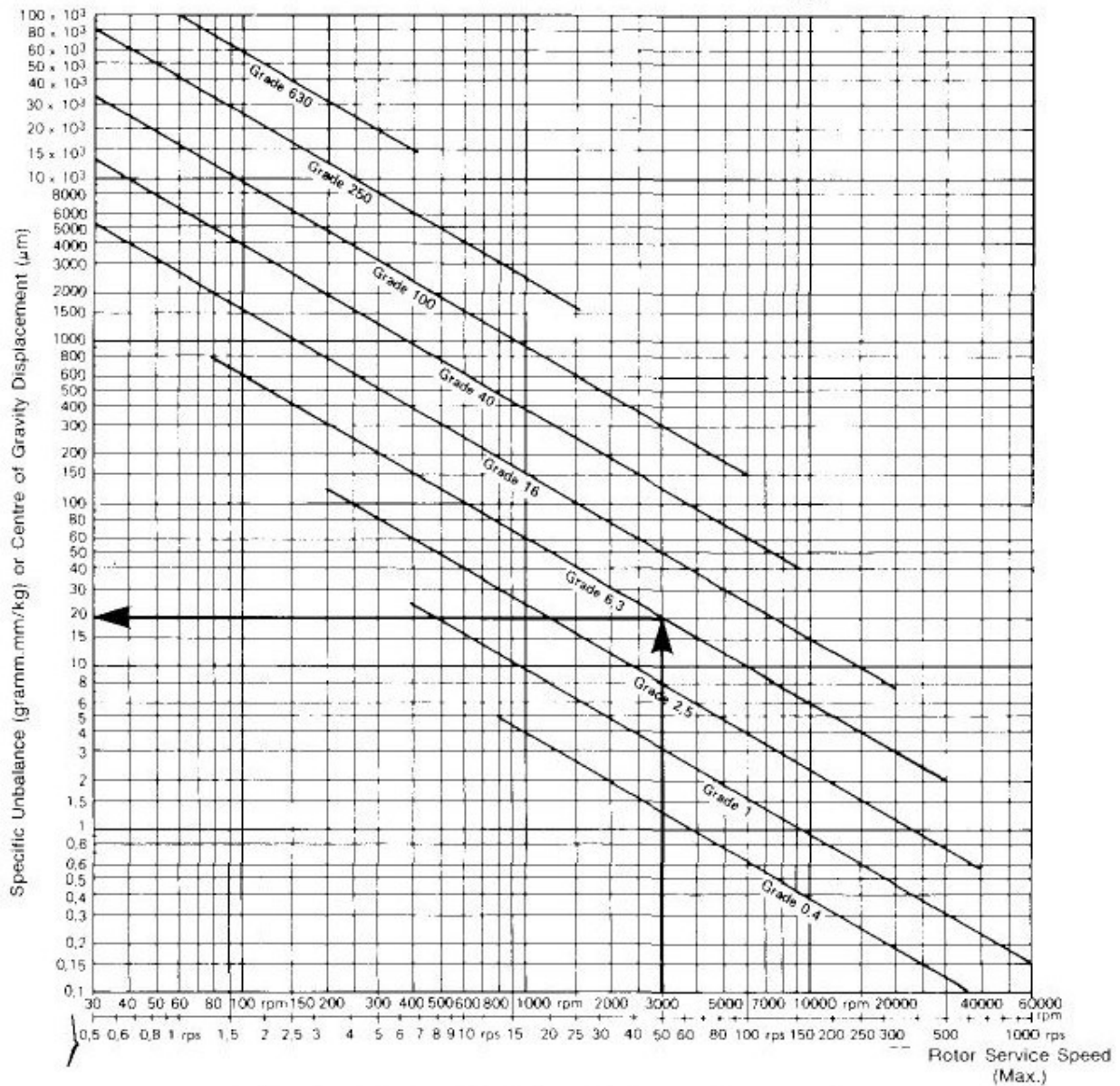


**Σχήμα 2.3.1:** Επιτάχυνση, ταχύτητα και μετατόπιση συναρτήσει συχνότητας (2)

Οι καμπύλες που φαίνονται παραπάνω έχουν διαφορετικές κλίσεις όμως οι κορυφές στο φάσμα εμφανίζονται στις ίδιες συχνότητες σε κάθε περίπτωση. Και οι τρεις καμπύλες παρέχουν πληροφορίες για την ίδια ταλάντωση με εντελώς διαφορετικό τρόπο η καθεμία.

Η παράμετρος με την πιο «επίπεδη» κλίση, δηλαδή η πιο οριζόντια στο φάσμα, επιλέγεται συνήθως ως η πιο κατάλληλη για χρήση. Αυτό συμβαίνει γιατί η συγκεκριμένη παράμετρος απαιτεί το μικρότερο εύρος στο μετρητικό σύστημα που χρησιμοποιείται, ούτως ώστε ο λόγος signal-to-noise να είναι υψηλός. Συνήθως, η παράμετρος με την πιο «επίπεδη» κλίση είναι η ταχύτητα γι' αυτό και επιλέγεται τις περισσότερες φορές. Η επιλογή της επιτάχυνσης ως παράμετρος επιλέγεται κυρίως σε περιπτώσεις όπου ο θόρυβος χαμηλής συχνότητας είναι πρόβλημα ενώ η μετατόπιση τείνει να δίνει έμφαση σε χαμηλές συχνότητες οπότε και επιλέγεται σε περιπτώσεις που είναι απαραίτητη η αποφυγή θορύβου υψηλής συχνότητας.

Τέλος, ένας άλλος σημαντικός παράγοντας είναι η κατηγοριοποίηση της ζυγοστάθμισης ανάλογα με τα επιτρεπόμενα εύρη ταλάντωσης που δέχεται το εκάστοτε περιστρεφόμενο σύστημα. Ιδεατά, ένα πλήρως ζυγοσταθμισμένο σύστημα δε θα είχε καμία απολύτως αζυγοσταθμία. Αυτό όμως είναι πρακτικά αδύνατο για διάφορους λόγους. Για διαφορετικά μεγέθη και είδη συστημάτων τα επίπεδα της ταλάντωσης ποικίλουν σημαντικά. Γι' αυτό το λόγο λοιπόν είναι σημαντική η κατηγοριοποίηση των συστημάτων ανάλογα με το εύρος ταλάντωσης που είναι αποδεκτό στην εκάστοτε περίπτωση. Στο επόμενο γράφημα παρουσιάζεται ένα διάγραμμα σχέσεων πολλών μεταβλητών βασισμένο στο ISO Standard 1940. (2)



### Typical Quality Grade Requirements

Grade	Rotor Examples	Grade	Rotor Examples
630	Large, slowly operating four-stroke engine crankshaft assemblies	6,3	Blower & Fan rotors. Flywheels. General machine parts. Electric motor and generator armatures
250	Fast four cylinder diesel engine crankshaft assemblies	2,5	Turbine rotors, machine-tool drive components. Small electric motor armatures.
100	Fast, 6-or-more-cylinder diesel engine crankshaft assemblies	1	Gramophone and tape-deck drives. Grinding machine drive parts.
40	Vehicle wheels. Vehicle engine crankshaft assemblies	0,4	High precision grinder rotors. Gyroscopes
16	General non-critical drive shafts and rotors		

Σχήμα 2.3.2: Bruel & Kjaer Unbalance Nomogram (2)

Το παραπάνω διάγραμμα περιλαμβάνει προδιαγεγραμμένες ποιότητες ζυγοστάθμισης  $G$  και μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα για την εκάστοτε περίπτωση. Αφού γίνει η σωστή επιλογή ποιότητας, η ολική υπολειπόμενη αζυγοσταθμία μπορεί να προσδιοριστεί όταν είναι γνωστή η ταχύτητα περιστροφής του συστήματος. Ο υπολογισμός αυτής της αζυγοσταθμίας με βάση το παραπάνω διάγραμμα προϋποθέτει ότι η μάζα του συστήματος είναι ομοιόμορφα κατανομημένη γύρω από το κέντρο βάρους του. Η υπολειπόμενη αζυγοσταθμία είναι και αυτή που καθορίζει την ποιότητα ζυγοστάθμισης ενός συστήματος. Γενικά, μπορεί να ορισθεί ως το γινόμενο της μετατόπισης του κέντρου βάρους του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του, επί τον αριθμό στροφών του συστήματος.

Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση της ζυγοστάθμισης για ένα περιστρεφόμενο σύστημα είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός οποιασδήποτε εναπομείνουσα αζυγοσταθμίας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την διαδικασία ζυγοστάθμισης όπως αυτή περιγράφηκε προηγουμένως. Σε περιπτώσεις όμως που δεν είναι δυνατή η επανάληψη της παραπάνω διαδικασίας, παραδείγματος χάρη λόγω έλλειψης του κατάλληλου εξοπλισμού, μπορεί να εφαρμοστεί μια διαφορετική προσέγγιση. Αρχικά σημειώνονται ίσα διαστήματα ανά σταθερά εύρη, φερειπείν ανά  $45^\circ$ . Έπειτα, γίνεται τοποθέτηση μιας δοκιμαστικής μάζας στο μηδέν της κλίμακας που έχει εξ αρχής δημιουργηθεί. Στη συνέχεια, μετράται το εύρος της ταλάντωσης μέσω της περιστροφής του στην ταχύτητα λειτουργίας του. Η απόκριση που μετράται σημειώνεται σε έναν πίνακα. Έπειτα, η μάζα τοποθετείται σε μια γωνία  $45^\circ$  και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία. Η νέα απόκριση σημειώνεται πάλι στον ίδιο πίνακα. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τα διαστήματα στα οποία έχει γίνει διαχωρισμός και το εύρος της ταλάντωσης σημειώνεται στον πίνακα για την εκάστοτε θέση της διορθωτικής μάζας. Έτσι, μετά την ολοκλήρωση της παραπάνω διαδικασίας για όλες τις δυνατές θέσεις είναι εφικτός ο σχεδιασμός του εύρους της ταλάντωσης συναρτήσει της θέσης της δοκιμαστικής μάζας κάθε φορά. Σε περίπτωση που η καμπύλη που θα προκύψει από τα σημεία του πίνακα είναι ημιτονοειδούς μορφής τότε είναι δυνατή η εξαγωγή αποτελέσματος για την εναπομείνουσα αζυγοσταθμία. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, τρία είναι τα τινά, είτε η εναπομείνουσα αζυγοσταθμία δε μπορεί να μετρηθεί, είτε το μέγεθος της δοκιμαστικής μάζας είναι μικρό ή ευαίσθησία του οργάνου μέτρησης της ταλάντωσης δεν επαρκεί.

Στην περίπτωση που, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η καμπύλη που θα προκύψει από τα σημεία του πίνακα είναι ημιτονοειδούς μορφής τότε μπορεί να εξαχθεί κάποιο αποτέλεσμα για την εναπομείνουσα αζυγοσταθμία. Η συνέχεια της διαδικασίας έχει ως εξής: μεταξύ του υψηλότερου και χαμηλότερου σημείου της καμπύλης της ταλάντωσης σχεδιάζεται μια ευθεία γραμμή. Η απόσταση του υψηλότερου σημείου από αυτή την ευθεία υποδηλώνει και το μέγεθος της αζυγοσταθμίας, ενώ η απόσταση του από τον οριζόντιο άξονα παρουσιάζει το μέγεθος της δοκιμαστικής μάζας. Έτσι, η εναπομείνουσα αζυγοσταθμία προκύπτει ως το γινόμενο του λόγου του μεγέθους της αζυγοσταθμίας και του μεγέθους της δοκιμαστικής μάζας επί τη διορθωτική μάζα. Τέλος, η γωνία τοποθέτησης της διορθωτικής μάζας υπολογίζεται φέρνοντας μια κάθετη, στον οριζόντιο άξονα, ευθεία από το υψηλότερο σημείο της καμπύλης

και σημειώνοντας απλά το σημείο στο οποίο τέμνει τον οριζόντιο άξονα. Έτσι, μπορεί να πραγματοποιηθεί διόρθωση της εναπομείνουσας αζυγοσταθμίας με γραφικό τρόπο αλλά μόνο σε περιπτώσεις που υπάρχουν τα κατάλληλα όργανα μέτρησης της ταλάντωσης. Το αρνητικό της παραπάνω διαδικασίας είναι ότι απαιτεί την ύπαρξη ακριβούς εξοπλισμού καθώς επίσης και ότι είναι αρκετά χρονοβόρα σε αντίθεση με την απευθείας μέτρηση της ταλάντωσης και της φάσης.

(2)

## 2.4 Μαθηματικές εκφράσεις

Έστω ένα σύστημα μάζα – ελατήριο – αποσβεστήρας με μάζα  $m$ , σταθερά ελατηρίου  $k$  και σταθερά απόσβεσης  $c$ , το οποίο ταλαντώνεται υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμης  $f(t)$ . Η εξίσωση κίνησης του σώματος στη διεύθυνση  $x$  είναι,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = f(t) \quad (2.4.1)$$

Αν,

$$f(t) = f_c \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.4.2)$$

Τότε η λύση που προκύπτει θα είναι,

$$x(t) = \frac{f_e}{(-\omega^2 \cdot m + k)^2 + (\omega \cdot c)^2} \cos(\omega \cdot t - \varphi) \quad (2.4.3)$$

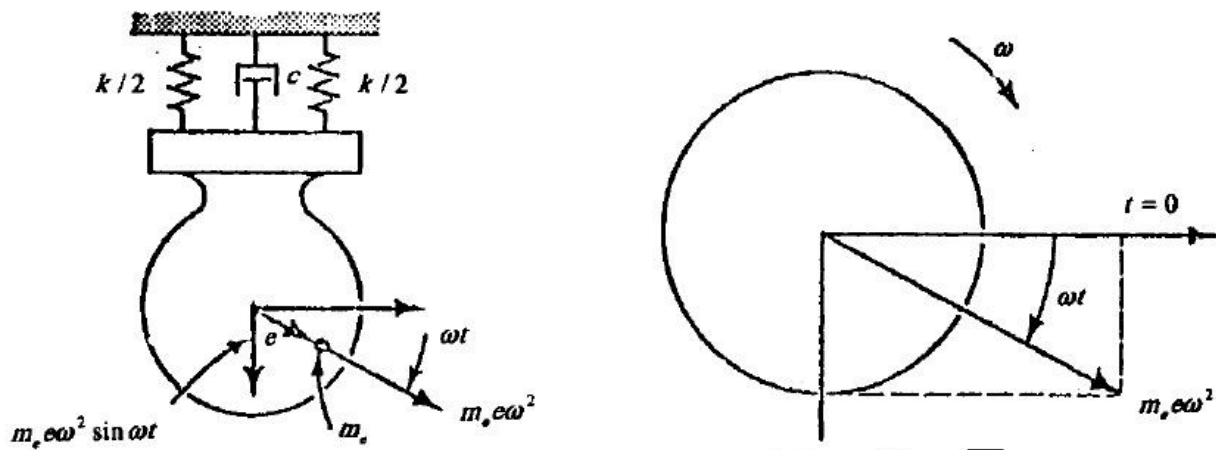
Όπου,

$$\tan \varphi = \frac{\omega \cdot c}{-\omega^2 \cdot m + k} \quad (2.4.4)$$

Από τις σχέσεις 2.4.2 και 2.4.3 παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή που η δύναμη  $f(t)$  είναι μέγιστη, δεν είναι μέγιστη και η απόκλιση  $x(t)$ . Η  $x(t)$  γίνεται μέγιστη μετά από χρόνο  $t = \frac{\varphi}{\omega}$  όπου η τιμή της  $\varphi$  δίνεται από τη σχέση 2.4.4.

Σε περιστρεφόμενες μηχανές, η αζυγοσταθμία είναι η πιο συνηθισμένη μορφή εξωτερικής δύναμης  $f(t)$ .

Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται ένας ζυγοσταθμισμένος περιστρεφόμενος δίσκος με ένα γεωμετρικό άξονα που περνάει από το κέντρο της μάζας του και με μια μάζα αζυγοσταθμίας  $m_c$  στερεωμένη σε μια απόσταση  $e$  από το κέντρο της περιστροφής. Το γινόμενο  $U = m_c \cdot e$  ονομάζεται αζυγοσταθμία.



Σχήμα 2.4.1: Φυγόκεντρες δυνάμεις σε περιστρεφόμενο άξονα

Μια φυγόκεντρη δύναμη  $F_c = m_c \cdot \omega^2 \cdot e$  εξαρτώμενη από την ταχύτητα περιστροφής  $\omega$ , θα εφαρμοστεί τότε πάνω στον περιστρεφόμενο δίσκο. Στην οριζόντια διεύθυνση θα είναι:

$$f(t) = F_c \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.4.5)$$

εάν οι μετρήσεις ξεκινήσουν από τη χρονική στιγμή όπου η αζυγοσταθμία είναι στην οριζόντια θέση.

Παρατηρείται μια απόκλιση  $Z$  που προκύπτει από τη φυγόκεντρη δύναμη όταν ο περιστρεφόμενος άξονας στηρίζεται σε ένα έδρανο με ένα βαθμό ελευθερίας στο οριζόντιο

επίπεδο και διεύθυνση κίνησης κάθετη προς τον άξονα περιστροφής του. Το μέτρο αυτής της απόκλισης  $Z$  εξαρτάται από το μέγεθος της αζυγοσταθμίας που την προκαλεί.

$$Z = H(\omega) \cdot U = \alpha(\omega) \cdot U \quad (2.4.6)$$

Ο συντελεστής αναλογίας ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος  $H(\omega)$  ή συντελεστής επιρροής  $\alpha(\omega)$ . Τα μεγέθη  $Z$ ,  $H(\omega)$  και  $U$  είναι διανυσματικά, δηλαδή έχουν μέτρο και γωνία φάσης. Συνεπώς, σκοπός της ζυγοστάθμισης είναι ο προσδιορισμός της συνισταμένης αζυγοσταθμίας στο εκάστοτε επίπεδο και ο μηδενισμός ή μείωση σε επιτρεπτά όρια του μέτρου του  $Z$  με κατάλληλη τοποθέτηση ή αφαίρεση μαζών.

#### 2.4.1 Ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου με τη μέθοδο συντελεστή επιρροής

Η ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου σταθερής ταχύτητας με τη μέθοδο συντελεστή επιρροής είναι η πιο απλή μορφή ζυγοστάθμισης. Αρχικά γίνεται μέτρηση της απόκρισης του συστήματος. Στη συνέχεια μια δοκιμαστική μάζα τοποθετείται στο περιστρεφόμενο σύστημα. Η νέα απόκριση του συστήματος μετράται ξανά με την τοποθέτηση της δοκιμαστικής μάζας. Η μεταβολή στην ταλάντωση διαιρούμενη με τη δοκιμαστική μάζα υποδηλώνει την ύπαρξη ενός συντελεστή επιρροής. Ο συντελεστής επιρροής καθορίζει την απόκριση του συστήματος λόγω της τοποθέτησης της δοκιμαστικής μάζας σε μια συγκεκριμένη ταχύτητα. Ο συντελεστής επιρροής είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο και γωνία, όπου η γωνία αναπαριστά τη σχέση μεταξύ της συνάρτησης της δύναμης και των μετρούμενων ταλαντώσεων.

Στη ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου με τη μέθοδο του συντελεστή επιρροής το περιστρεφόμενο σύστημα θεωρείται γραμμικό και είναι απαραίτητη η τοποθέτηση μιας διορθωτικής μάζας στον άξονα. Η θέση στην οποία τοποθετείται η διορθωτική μάζα εξαρτάται απόλυτα από τον υπολογισμό του συντελεστή επιρροής. Αυτού του είδους η ζυγοστάθμιση παρόλο που μπορεί να μηδενίσει το εύρος ταλάντωσης σε ένα συγκεκριμένο σημείο και για μια συγκεκριμένη ταχύτητα, έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα. Αυτό το μειονέκτημα είναι ότι άλλα σημεία μπορεί να εξακολουθούν να εμφανίζουν μεγάλα εύρη ταλάντωσης ακόμη και μετά τη ζυγοστάθμιση. Επίσης, ακόμη και το σημείο το οποίο ζυγοσταθμίστηκε μπορεί να συνεχίσει να εμφανίζει κρίσιμα εύρη ταλάντωσης σε διαφορετικές ταχύτητες.

Το πλεονέκτημα της ζυγοστάθμισης ενός επιπέδου σε μια συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής με τη μέθοδο του συντελεστή επιρροής είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί ταχύτατα ενώ ο υπολογισμός του συντελεστή επιρροής μπορεί να υπολογιστεί γραφικά. Από τη στιγμή που έχει υπολογιστεί ο συντελεστής επιρροής για ένα συγκεκριμένο ρότορα, το περιστρεφόμενο σύστημα μπορεί να ζυγοσταθμιστεί ξανά χωρίς να είναι απαραίτητη η τοποθέτηση καινούριας δοκιμαστικής μάζας. (5)

Η περιστρεφόμενη αζυγοσταθμία ενός σώματος έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ταλαντώσεων στα έδρανα στήριξης είτε με τη μορφή μετατόπισης, ταχύτητας ή επιτάχυνσης. Τα μεγέθη αυτών των ταλαντώσεων εξαρτώνται από το μέγεθος της αζυγοσταθμίας  $U$ . Γι' αυτό το λόγο γίνεται χρήση δύο επιταχυνσιόμετρων στο κάθε έδρανο στήριξης. Μέσω των μετρήσεων των ταλαντώσεων της βάσης των δύο εδράνων με τη χρήση των επιταχυνσιομέτρων είναι εφικτή η ζυγοστάθμιση του ρότορα με χρήση της μεθόδου των συντελεστών επιρροής.

Απαραίτητη προϋπόθεση για την επίτευξη της ζυγοστάθμισης πέραν της μέτρησης του εύρους ταλάντωσης είναι και η ταυτόχρονη μέτρηση της σχετικής γωνίας της φάσης της ταλάντωσης. Η ταχύτητα που μετράται στη βάση του εδράνου δίνεται από τη σχέση:

$$Z_0 = \alpha \cdot U_0 \quad (2.4.7)$$

Δηλαδή το γινόμενο του συντελεστή επιρροής του συστήματος  $\alpha$  και της άγνωστης αζυγοσταθμίας  $U_0$  του ρότορα αποτελεί το μετρούμενο εύρος ταλάντωσης της ταχύτητας. Έπειτα, τοποθετείται μια δοκιμαστική μάζα σε γνωστή ακτίνα και γωνία του δίσκου.

$$U_1 = m_1 \cdot r \quad (2.4.8)$$

Μετά την προσθήκη της δοκιμαστικής μάζας επαναλαμβάνεται μέτρηση της απόκρισης του συστήματος.

$$Z_1 = \alpha \cdot (U_0 + U_1) \quad (2.4.9)$$

Με την αφαίρεση των διανυσμάτων της δοκιμαστικής απόκρισης από την αρχική προσδιορίζεται ο συντελεστής επιρροής ως εξής:

$$\alpha = \frac{Z_1 - Z_0}{U_1} = \frac{Z_v}{U_1} \quad (2.4.10)$$

Η απόκριση που προκαλείται σε ένα σώμα από αυτή την αζυγοσταθμία παρουσιάζεται μέσω του συντελεστή επιρροής  $\alpha$ , ο οποίος είναι διανυσματικό μέγεθος, δηλαδή έχει εύρος και φάση. Η αζυγοσταθμία τώρα μπορεί να εκφραστεί με τον εξής τρόπο:



$$U_0 = \alpha^{-1} \cdot Z_0 = \frac{U_1}{Z_v} \cdot Z_0 = U_1 \cdot \frac{Z_0}{Z_v} \quad (2.4.11)$$

Αν οι αζυγοσταθμίες αντικατασταθούν από τις μάζες, οι οποίες θεωρούνται διανυσματικά μεγέθη με σταθερή απόσταση από το κέντρο, τότε:

$$m_0 = m_1 \frac{Z_0}{Z_v} \quad (2.4.12)$$

Και σε πολικές συντεταγμένες θα είναι:

$$m_0 e^{i\varphi_{m_0}} = m_1 e^{i\varphi_{m_1}} \frac{z_0 e^{i\varphi_{z_0}}}{z_v e^{i\varphi_{z_v}}} = \left(m_1 \frac{z_0}{z_v}\right) e^{i(\varphi_{m_1} + \varphi_{z_0} - \varphi_{z_v})} \quad (2.4.13)$$

Όπου  $\varphi_i$  τα αντίστοιχα ορίσματα. Από την εξίσωση 3.4.13 προκύπτει ότι:

$$m_0 = m_1 \frac{z_0}{z_v} \quad (2.4.14)$$

$$\varphi_{m_0} = \varphi_{m_1} + \varphi_{z_0} - \varphi_{z_v} \quad (2.4.15)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι η διορθωτική μάζα θα πρέπει να  $\frac{z_0}{z_v}$  μεγαλύτερη από τη δοκιμαστική, τοποθετημένη σε γωνία  $\varphi_{z_0} - \varphi_{z_v}$  από τη γωνία τοποθέτησης της δοκιμαστικής μάζας.

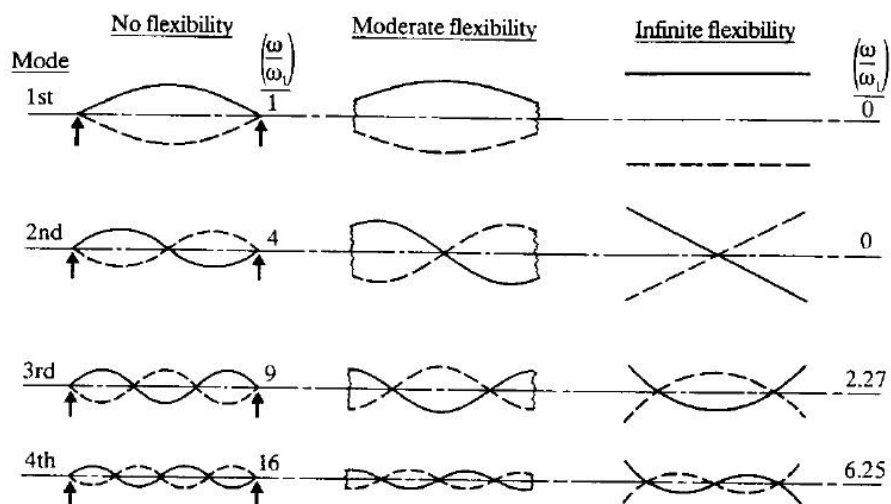
## 2.4.2 Ζυγοστάθμιση δύο επιπέδων με τη μέθοδο συντελεστών επιρροής

Η μέθοδος της ζυγοστάθμισης δύο επιπέδων με τη μέθοδο των συντελεστών επιρροής αναπτύχθηκε το 1934 από τον Thearle και εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα στην παραγωγή. Αποτελεί μια ημιγραφική μέθοδο για τον υπολογισμό των συντελεστών επιρροής και για τη διόρθωση σε δύο επίπεδα.

Σε πολλές περιπτώσεις είναι απαραίτητη η ζυγοστάθμιση σε περισσότερα από ένα επίπεδα διότι η ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου δεν είναι αρκετή για να διορθώσει το πρόβλημα. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η ζυγοστάθμιση ενός επιπέδου μπορεί να διορθώσει κρίσιμα εύρη ταλάντωσης σε ένα επίπεδο, αλλά ταυτόχρονα να υπάρχουν υπέρμετρα εύρη ταλάντωσης σε κάποιο άλλο επίπεδο. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι απαραίτητη η ζυγοστάθμιση σε δύο επίπεδα ταυτόχρονα, με τη μέθοδο των συντελεστών επιρροής. Ο αριθμός των επιπέδων στα οποία απαιτείται ζυγοστάθμιση εξαρτάται από τον αριθμό των κρίσιμων ταχυτήτων που επηρεάζουν σημαντικά την απόκριση του συστήματος στο εύρος λειτουργίας του.

Στη ζυγοστάθμιση δύο επιπέδων με τη μέθοδο των συντελεστών επιρροής, μια δοκιμαστική μάζα τοποθετείται στο πρώτο ορισμένο επίπεδο. Στη συνέχεια γίνεται καταγραφή της απόκρισης του συστήματος σε όλα τα επίπεδα που έχουν οριστεί. Από αυτές τις μετρήσεις προκύπτουν δύο συντελεστές επιρροής. Έπειτα, η δοκιμαστική μάζα αφαιρείται από το σημείο το πρώτου επιπέδου που είχε αρχικά τοποθετηθεί και επανατοποθετείται σε ένα σημείο του δεύτερου ορισμένου επιπέδου και πραγματοποιείται εκ νέου μέτρηση της απόκρισης του συστήματος. Έτσι, προκύπτουν πάλι δύο νέοι συντελεστές επιρροής. Με αυτό το τρόπο, προκύπτει ένας μιγαδικός πίνακας 2x2, ο οποίος πρέπει να αναστραφεί και να λυθεί για την πραγματοποίηση της ζυγοστάθμισης. Ο μιγαδικός πίνακας 2x2 αντιστοιχεί σε έναν πίνακα πραγματικών αριθμών 4x4. Συνεπώς, η ζυγοστάθμιση δύο επιπέδων είναι ισοδύναμη με την αναστροφή ενός πίνακα 4x4 με σκοπό να προσδιοριστούν τέσσερις ποσότητες που αντιπροσωπεύουν τα εύρη και τις γωνίες ταλάντωσης τεσσάρων σημείων του ρότορα. (5)

Η ταλάντωση ενός σώματος που στηρίζεται σε δύο έδρανα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 2.4.2: Μορφές ταλάντωσης ομοιόμορφου ρότορα

Η ταλάντωση του σώματος είναι παρόμοια με την πρώτη μορφή όταν η ταχύτητα περιστροφής του πλησιάζει την πρώτη κρίσιμη ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, τη

δεύτερη μορφή όταν η ταχύτητα περιστροφής πλησιάζει τη δεύτερη κρίσιμη ταχύτητα περιστροφής κ.ο.κ. Από την παραπάνω εικόνα είναι εύκολα αντιληπτό ότι με μια επιτυχή ζυγοστάθμιση σε δύο επίπεδα οι δύο πρώτες μορφές της ταλάντωσης είναι εύκολο να εξαλειφθούν (ευθείες γραμμές).

Οι αρχικές τιμές της ταλάντωσης στα δύο επίπεδα για μια συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής  $\omega$  είναι:

$$Z_1(\omega) = Z_1 \angle \varphi_1 \qquad Z_2(\omega) = Z_2 \angle \varphi_2 \qquad (2.4.17)$$

Παράλληλα, γίνεται η υπόθεση ότι τα εύρη  $Z_1$  και  $Z_2$  αποτελούν γραμμικούς συνδυασμούς των αζυγοσταθμιών  $U_1$  και  $U_2$  αντίστοιχα, οπότε προκύπτει:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \alpha_{11}(\omega) \cdot U_1 + \alpha_{12}(\omega) \cdot U_2 \\ Z_2 &= \alpha_{21}(\omega) \cdot U_1 + \alpha_{22}(\omega) \cdot U_2 \end{aligned} \qquad (2.4.18)$$

Για τον υπολογισμό των άγνωστων συντελεστών επιρροής είναι απαραίτητη η χρήση δοκιμαστικής μάζας  $U_{\delta 1}$  τοποθετημένη στο πρώτο επίπεδο ζυγοστάθμισης. Έπειτα, γίνεται πάλι μέτρηση των ευρών της ταλάντωσης. Οι νέες μετρήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \alpha_{11}(U_1 + U_{\delta 1}) + \alpha_{12} \cdot U_2 \\ Z_{21} &= \alpha_{21}(U_1 + U_{\delta 1}) + \alpha_{22} \cdot U_2 \end{aligned} \qquad (2.4.19)$$

Όπου  $Z_{11}$  και  $Z_{21}$  είναι τα νέα εύρη ταλάντωσης μετά τη νέα μέτρηση στα επίπεδα 1 και 2 αντίστοιχα μετά την τοποθέτηση της δοκιμαστικής μάζας. Συνεπώς, είναι δυνατός ο υπολογισμός των συντελεστών επιρροής  $\alpha_{11}$  και  $\alpha_{21}$  αντίστοιχα ως εξής:

$$\alpha_{11} = \frac{Z_{11} - Z_1}{U_{\delta 1}} \qquad \alpha_{21} = \frac{Z_{21} - Z_2}{U_{\delta 1}} \qquad (2.4.20)$$

Έπειτα, η πρώτη δοκιμαστική μάζα αφαιρείται και προστίθεται μια δεύτερη δοκιμαστική μάζα  $U_{\delta 2}$  στο δεύτερο επίπεδο ζυγοστάθμισης. Δεν είναι απαραίτητο οι δύο δοκιμαστικές μάζες

να είναι ίσες μεταξύ τους. Τα εύρη της ταλάντωσης που προκύπτουν από τη νέα μέτρηση θα είναι τα εξής:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \alpha_{11} U_1 + \alpha_{12} \cdot (U_1 + U_{\delta 2}) \\ Z_{22} &= \alpha_{21} U_1 + \alpha_{22} \cdot (U_2 + U_{\delta 2}) \end{aligned} \quad (2.4.21)$$

Ενώ οι νέοι συντελεστές επιρροής που προκύπτουν θα είναι:

$$\alpha_{12} = \frac{Z_{12} - Z_1}{U_{\delta 2}} \quad \alpha_{22} = \frac{Z_{22} - Z_2}{U_{\delta 2}} \quad (2.4.22)$$

Σε μητρωική μορφή θα είναι:

$$\begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (2.4.23)$$

Οι μάζες ζυγοστάθμισης θα είναι:

$$\begin{Bmatrix} U_{\zeta 1} \\ U_{\zeta 2} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = - \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{Bmatrix} \quad (2.4.24)$$

Συνοπώς οι διορθώσεις  $U_{\zeta 1}$  και  $U_{\zeta 2}$  για το πρώτο και δεύτερο επίπεδο αντίστοιχα δίνονται από τις σχέσεις:

$$U_{\zeta 1} = - \frac{\begin{pmatrix} Z_1 & \alpha_{12} \\ Z_2 & \alpha_{22} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}} = - \frac{Z_1 \alpha_{22} - Z_2 \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}} \quad U_{\zeta 2} = - \frac{\begin{pmatrix} \alpha_{11} & Z_1 \\ \alpha_{21} & Z_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}} = - \frac{Z_2 \alpha_{11} - Z_1 \alpha_{21}}{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}} \quad (2.4.25)$$



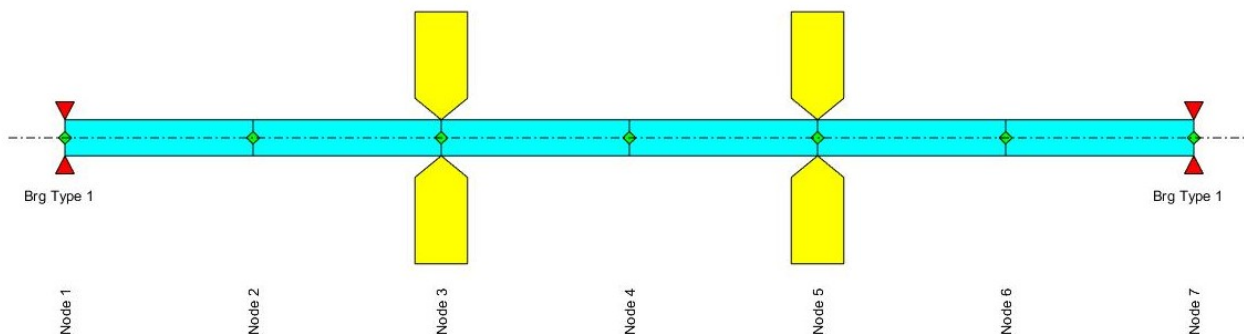
## 3 Μαθηματικό μοντέλο

### 3.1 Σχεδίαση πειραματικής διάταξης

Σε όλα τα περιστρεφόμενα συστήματα υπάρχει αζυγοσταθμία μάζας. Μικρές αποκλίσεις στον άξονα συμμετρίας σε σχέση με τον άξονα περιστροφής μπορούν να οδηγήσουν σε εφαρμογή υψηλών δυνάμεων αζυγοσταθμίας στα έδρανα στήριξης. Συνεπώς, είναι απαραίτητη η ελαχιστοποίηση των δυνάμεων αυτών για την αποφυγή υψηλού επιπέδου ταλαντώσεων που με τη σειρά τους μπορούν να προκαλέσουν ζημιά στα επιμέρους τμήματα του συστήματος. Τυπικά, ο σχεδιασμός των περιστρεφόμενων συστημάτων γίνεται με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε εξ αρχής οι δυνάμεις αζυγοσταθμίας να είναι μηδενικές ή σχεδόν μηδενικές. Στην πραγματικότητα όμως, ακόμη και αν η σχεδίαση έγινε βάσει της παραπάνω αρχής είναι σχεδόν αναπόφευκτη η ύπαρξη τέτοιων δυνάμεων λόγω της ακρίβειας των διαστάσεων και ανοχών των επιμέρους τμημάτων του συστήματος. (3)

Στην παρούσα διπλωματική έγινε σταδιακός σχεδιασμός διαφορετικών μοντέλων περιστρεφόμενων συστημάτων δύο δίσκων στο Matlab με τη χρήση του Rotor Soft με σκοπό την επίτευξη κατάλληλης γεωμετρίας ούτως ώστε οι πρώτες ιδιομορφές του συστήματος να είναι ορατές με γυμνό μάτι για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της αζυγοσταθμίας. Τα μοντέλα αυτά παρουσιάζονται στη συνέχεια με τη σειρά που σχεδιάστηκαν ενώ αναφέρονται οι αλλαγές που πραγματοποιήθηκαν στο εκάστοτε μοντέλο για την επίτευξη του σκοπού της εργασίας. Παράλληλα παρουσιάζονται και επεξηγούνται όλα τα αποτελέσματα του φαινομένου της αζυγοσταθμίας στην εκάστοτε περίπτωση.

Το πρώτο μοντέλο που σχεδιάστηκε αποτελείται από έναν άξονα τύπου Timoshenko, μήκους 1.5 m ο οποίος χωρίστηκε σε 7 ίσα επιμήκη στοιχεία μήκους 0.25 m το καθένα. Η εξωτερική διάμετρος του άξονα είναι 50 mm. Ο άξονας και οι δίσκοι κατασκευάστηκαν από χάλυβα με  $E = 211 \text{ GPa}$  και πυκνότητα  $7.8 \text{ Kg/m}^3$ . Τα έδρανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν μοντέλο είναι ιστροπικά σταθερής στιβαρότητας  $1 \text{ NM/m}$  χωρίς απόσβεση τα οποία τοποθετήθηκαν στους κόμβους 1 και 7 αντίστοιχα. Δύο δίσκοι εξωτερικής διαμέτρου 350 mm και πάχους 70 mm τοποθετήθηκαν στους κόμβους 3 και 5 αντίστοιχα. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο όπως αυτό σχεδιάστηκε με τη χρήση του Rotor Soft στο Matlab.



**Σχήμα 3.1:** Σχεδίαση πρώτου μαθηματικού μοντέλου συστήματος

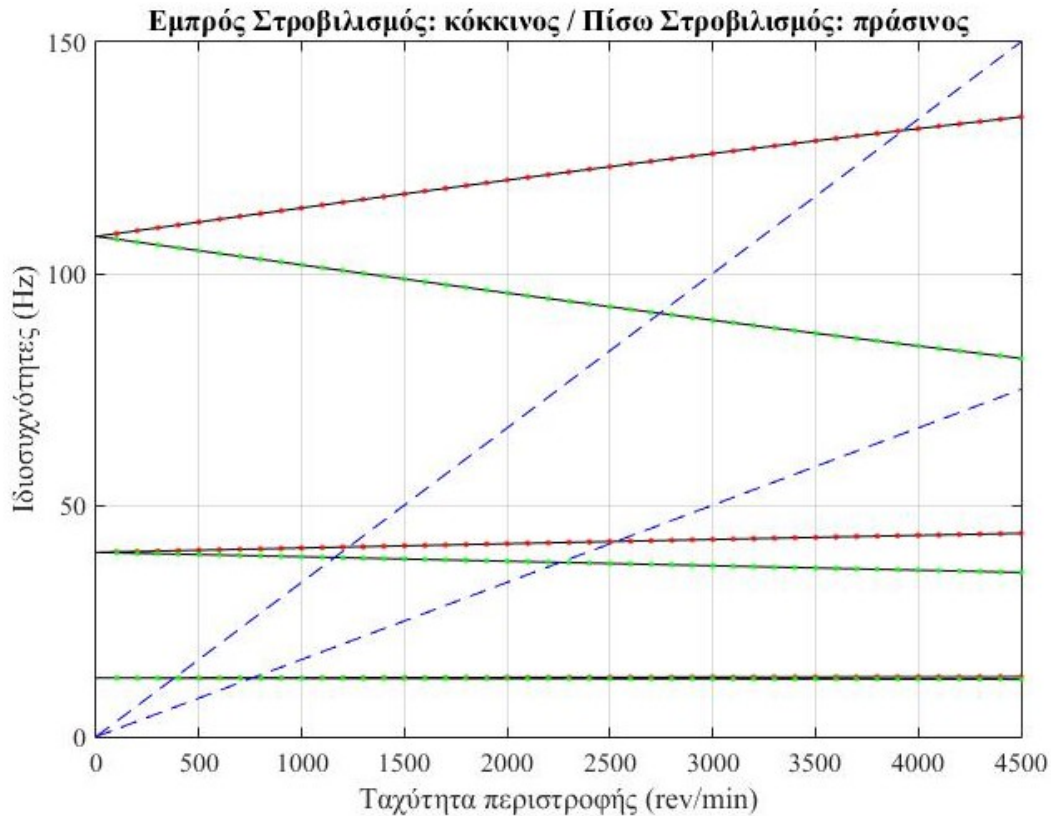
Μετά την επίλυση του πρώτου μαθηματικού μοντέλου προέκυψαν οι εξής ιδιοσυχνότητες:

**Πίνακας 3.2:** Ιδιοσυχνότητες πρώτου μαθηματικού μοντέλου

Ιδιοσυχνότητες	Hz
1 <sup>η</sup>	12.4181
2 <sup>η</sup>	12.9049
3 <sup>η</sup>	35.9483
4 <sup>η</sup>	43.4762

Είναι εμφανές ότι στο παρόν μοντέλο, πέραν των δύο πρώτων ιδιοσυχνοτήτων, οι υπόλοιπες δε βρίσκονται στο ορατό φάσμα. Συνεπώς, είναι απαραίτητη περαιτέρω αλλαγή του συστήματος για την επίτευξη του παραπάνω στόχου για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της ζυγοστάθμισης.

Στο διάγραμμα Campbell παρουσιάζεται ο στροβιλισμός των δίσκων σε σχέση με τον άξονα περιστροφής τους ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι καθώς η ταχύτητα περιστροφής αυξάνεται κάθε ζεύγος φυσικών συχνοτήτων αποκλίνει, με το ένα συνεχώς να αυξάνεται και το άλλο να μειώνεται αντίστοιχα. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και στις δύο πρώτες συχνότητες με τη διαφορά όμως ότι οι αποκλίσεις των ζευγών εδώ είναι πολύ μικρότερες και δυσκολότερα παρατηρήσιμες στο διάγραμμα.



**Σχήμα 3.3:** Διάγραμμα Campbell

Αν ένα σύστημα έχει ζευγάρια όμοιων ιδιοσυχνοτήτων τότε ο γραμμικός συνδυασμός των ιδιομορφών αυτών των συχνοτήτων αποτελεί επίσης ιδιομορφή. Στις 4500 στροφές/λεπτό δεν υπάρχουν συχνότητες που να επαναλαμβάνονται. Έτσι, οι ιδιομορφές έχουν μοναδικό σχήμα παρόλο που το πλάτος τους είναι τυχαίο.

Στο διάγραμμα 3.4 του σχεδιασμού των ιδιομορφών παρατηρείται ότι οι ιδιομορφές σχηματίζουν κύκλους σε διάφορα σημεία κατά μήκος τους άξονα. Επίσης, παρατηρείται ότι το εύρος σε κάθε ιδιομορφή ποικίλει ανάλογα του σημείου του άξονα στο οποίο βρίσκεται. Τα είδη των ιδιομορφών που μπορεί να προκύψουν είναι δύο. Οι πρώτες είναι αυτές όπου η μετατόπιση στα έδρανα στήριξης είναι πολύ μικρή και η απόσβεση είναι μικρή. Το δεύτερο είδος περιλαμβάνει εκείνες που περιλαμβάνουν κίνηση στα έδρανα και έχουν υψηλή απόσβεση. Για το σχεδιασμό των τροχιών των δίσκων θεωρήθηκαν δύο επίπεδα αντίστοιχα στους δύο δίσκους. Στο διάγραμμα 3.5 παρουσιάζονται οι τροχιές των δίσκων. Με συνεχή μαύρη γραμμή παρουσιάζεται η τροχιά του πρώτου (αριστερά) δίσκου ενώ με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή η τροχιά του δεύτερου (δεξιά) δίσκου. Το σήμα σε σχήμα σταυρού υποδηλώνει την έναρξη της τροχιάς του κάθε δίσκου ενώ το σήμα σε σχήμα ρόμβου παρουσιάζει το τέλος της τροχιάς.



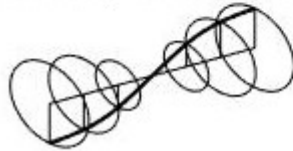
Nat Freq = 12.4181Hz



Nat Freq = 12.9049Hz



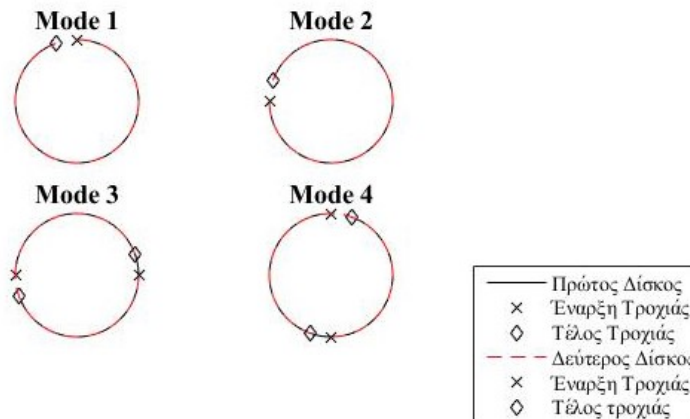
Nat Freq = 35.9483Hz



Nat Freq = 43.4762Hz

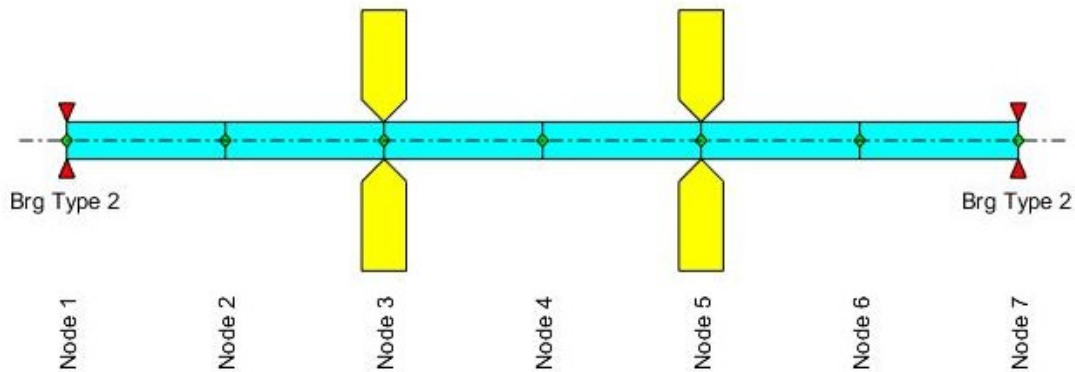


Σχήμα 3.4: Σχεδίαση ιδιομορφών πρώτου μαθηματικού μοντέλου



Σχήμα 3.5: Τροχιές δίσκων πρώτου μαθηματικού μοντέλου

Το δεύτερο μοντέλο που σχεδιάστηκε αποτελείται από έναν άξονα τύπου Timoshenko μήκους 1.5 m ο οποίος χωρίστηκε σε 7 ίσα επιμήκη στοιχεία μήκους 0.25 m το καθένα. Η εξωτερική διάμετρος του άξονα είναι 50 mm. Τα έδρανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν μοντέλο είναι ισοτροπικά σταθερής στιβαρότητας χωρίς απόσβεση τα οποία τοποθετήθηκαν στους κόμβους 1 και 7 αντίστοιχα. Δύο δίσκοι εξωτερικής διαμέτρου 350 mm και πάχους 70 mm τοποθετήθηκαν στους κόμβους 3 και 5 αντίστοιχα. Και στο δεύτερο μοντέλο ο άξονας και οι δίσκοι προσομοιώθηκαν από χαλύβια με τις ίδιες ιδιότητες όπως στο πρώτο μοντέλο. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο όπως αυτό σχεδιάστηκε με τη χρήση του Rotor Soft στο Matlab.



**Σχήμα 3.6:** Σχεδίαση δεύτερου μαθηματικού μοντέλου συστήματος

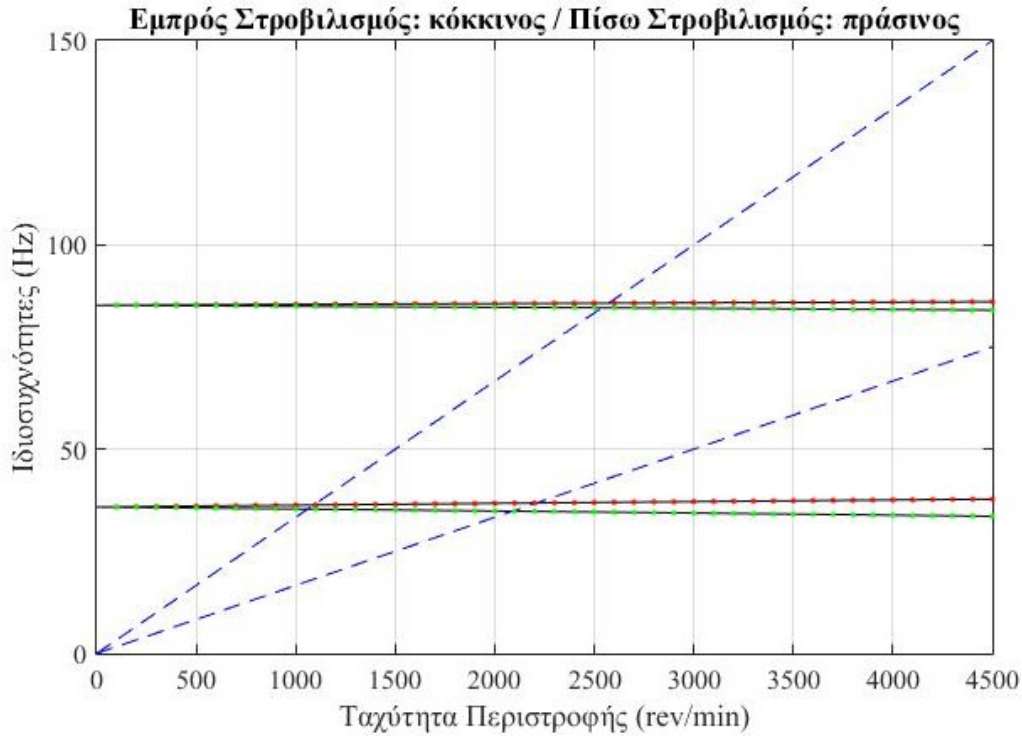
Μετά την επίλυση του μοντέλου με τη χρήση του Rotor Soft προέκυψαν οι εξής ιδιοσυχνότητες:

**Πίνακας 3.7:** Ιδιοσυχνότητες δεύτερου μαθηματικού μοντέλου

Ιδιοσυχνότητες	Hz
1 <sup>η</sup>	33.8486
2 <sup>η</sup>	37.5743
3 <sup>η</sup>	84.1845
4 <sup>η</sup>	85.9915

Από τον παραπάνω πίνακα γίνεται αντιληπτό ότι μετά την αλλαγή των εδράνων από το πρώτο στο δεύτερο μοντέλο παρατηρείται μεγάλη αύξηση στις ιδιοσυχνότητες του συστήματος.

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται ο στροβιλισμός των δίσκων σε σχέση με τον άξονα περιστροφής τους ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής. Όπως προκύπτει και από το διάγραμμα του πρώτου μοντέλου έτσι και σε αυτό το διάγραμμα φαίνεται ότι καθώς η ταχύτητα περιστροφής αυξάνεται κάθε ζεύγος φυσικών συχνοτήτων αποκλίνει, με το ένα συνεχώς να αυξάνεται και το άλλο να μειώνεται αντίστοιχα. Όπως αναφέρθηκε στην περιγραφή του δεύτερου μοντέλου, προσομοιώθηκαν έδρανα στήριξης σταθερής στιβαρότητας. Έτσι, σε μηδενική ταχύτητα περιστροφής οι εξισώσεις της κίνησης που χαρακτηρίζουν τις ιδιοσυχνότητες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Όταν ξεκινάει η περιστροφή του ρότορα εισάγονται γυροσκοπικά φαινόμενα στο σύστημα και οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν τις ιδιοσυχνότητες παύουν να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και γι' αυτό το λόγο διαχωρίζονται όπως φαίνεται και στο διάγραμμα.



Στο διάγραμμα 3.9 του σχεδιασμού των ιδιομορφών παρατηρείται ότι αυτές σχηματίζουν κύκλους σε διάφορα σημεία κατά μήκος τους άξονα. Οι κύκλοι αυτοί αντιπροσωπεύουν τις τροχιές των σημείων του ρότορα. Επίσης, παρατηρείται ότι το εύρος αυτών των κύκλων σε κάθε ιδιομορφή ποικίλει ανάλογα του σημείου του άξονα στο οποίο βρίσκεται. Για το σχεδιασμό των τροχιών των δίσκων θεωρήθηκε ξανά ότι τα επίπεδα για το σχεδιασμό των τροχιών βρίσκονται στους δίσκους. Έτσι, στο διάγραμμα 3.10 παρουσιάζονται οι τροχιές των δύο δίσκων. Με συνεχή μαύρη γραμμή παρουσιάζεται η τροχιά του πρώτου (αριστερού) δίσκου ενώ με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται η τροχιά του δεύτερου (δεξιού δίσκου).

Nat Freq = 33.8486Hz



Nat Freq = 37.5743Hz



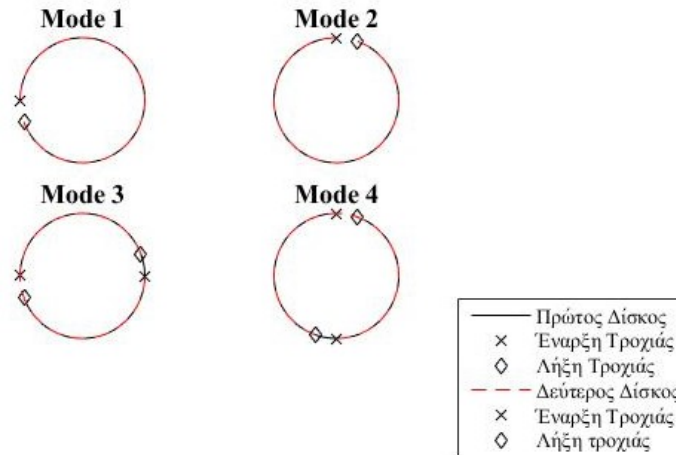
Nat Freq = 84.1845Hz



Nat Freq = 85.9915Hz

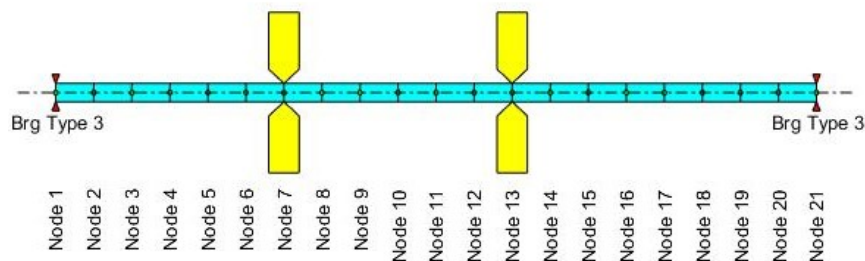


**Σχήμα 3.9:** Σχεδίαση ιδιομορφών δεύτερου μαθηματικού μοντέλου



**Σχήμα 3.10:** Τροχιές δίσκων δεύτερου μαθηματικού μοντέλου

Το τρίτο μοντέλο που σχεδιάστηκε αποτελείται από έναν άξονα τύπου Timoshenko μήκους 2 m. Σε αυτό το μοντέλο έγινε μεγαλύτερη διακριτοποίηση του άξονα για πιο λεπτομερή σχεδίαση της διάταξης. Πιο συγκεκριμένα, ο άξονας χωρίστηκε σε 21 ίσα επιμήκη στοιχεία μήκους 0.1 m το καθένα. Η εξωτερική διάμετρος του άξονα είναι 40 mm. Ο άξονας κατασκευάστηκε από χάλυβα με  $E = 211 \text{ GPa}$  και πυκνότητα  $7.81 \text{ Kg/m}^3$ . Τα έδρανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν μοντέλο είναι ιστροπικά σταθερής στιβαρότητας  $1 \text{ NM/m}$  στη διεύθυνση  $x$  και  $0.2 \text{ NM/m}$  στη διεύθυνση  $y$  χωρίς απόσβεση τα οποία τοποθετήθηκαν στους κόμβους 1 και 21 αντίστοιχα. Δύο δίσκοι εξωτερικής διαμέτρου 350 mm και πάχους 80 mm τοποθετήθηκαν στους κόμβους 7 και 13 αντίστοιχα. Οι δίσκοι προσομοιώθηκαν με το ίδιο υλικό όπως και ο άξονας. Το μοντέλο που προέκυψε φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 3.11:** Σχεδίαση τρίτου μαθηματικού μοντέλου συστήματος

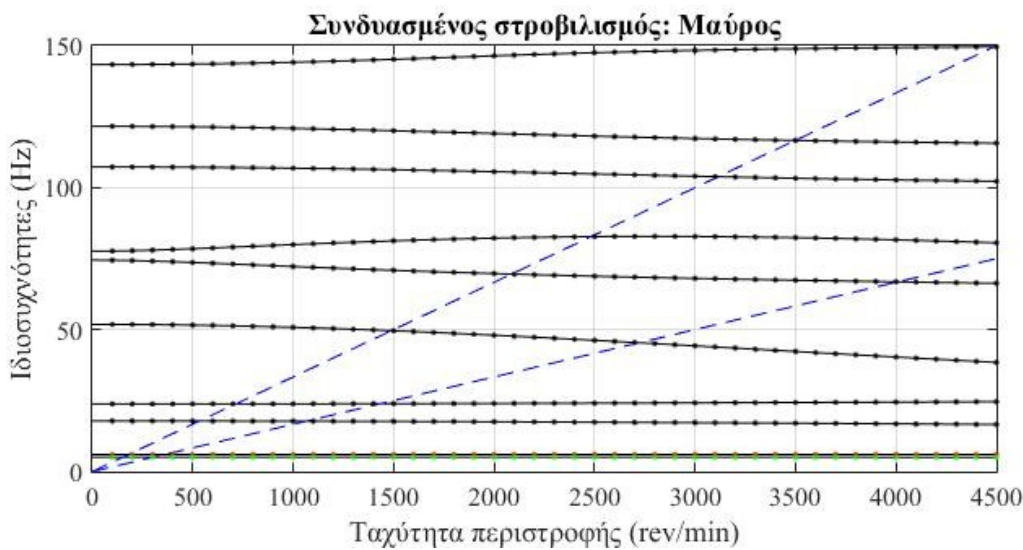
Μετά την επίλυση του παραπάνω μοντέλου στο Rotor Soft προέκυψαν οι εξής ιδιοσυχνότητες του συστήματος:

**Πίνακας 3.12:** Ιδιοσυχνότητες τρίτου μαθηματικού μοντέλου

Ιδιοσυχνότητες	Hz
1 <sup>η</sup>	5.0426
2 <sup>η</sup>	6.0014
3 <sup>η</sup>	16.8128
4 <sup>η</sup>	24.4671

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα, υπήρξε βελτίωση στο πεδίο των συχνοτήτων όσον αφορά την προσπάθεια οι πρώτες συχνότητες να βρίσκονται στο ορατό φάσμα. Στο δεύτερο μοντέλο τρεις από τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές των αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων είναι ορατές. Συνεπώς, υπάρχει ανάγκη για περαιτέρω βελτίωση με σκοπό την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της ζυγοστάθμισης.

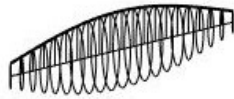
Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται ο στροβιλισμός των δίσκων σε σχέση με τον άξονα περιστροφής τους ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής. Από το διάγραμμα φαίνεται η απόκλιση των φυσικών συχνοτήτων λόγω γυροσκοπικών φαινομένων όπως επίσης και ότι σε μηδενικές στροφές του άξονα οι συχνότητες δε βρίσκονται σε ζεύγη.



**Σχήμα 3.13:** Διάγραμμα Campbell

Στο διάγραμμα 3.14 του σχεδιασμού των ιδιομορφών παρατηρείται ότι οι ιδιομορφές σχηματίζουν κύκλους σε διάφορα σημεία κατά μήκος τους άξονα. Οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν τις τροχιές ενώ παρατηρείται ότι το εύρος των κύκλων σε κάθε ιδιομορφή ποικίλει ανάλογα του σημείου το άξονα στο οποίο βρίσκεται. Και στο τρίτο μαθηματικό μοντέλο που σχεδιάστηκε, για την απεικόνιση των τροχιών των δίσκων, λήφθηκαν δύο επίπεδα τα οποία βρίσκονται στους δίσκους. Έτσι, στο διάγραμμα 3.15 παρουσιάζονται οι τροχιές των δίσκων. Με συνεχή μαύρη γραμμή παρουσιάζεται η τροχιά του πρώτου (αριστερά) δίσκου ενώ με κόκκινη διακεκομμένη η τροχιά του δεύτερου (δεξιά) δίσκου. Το σήμα σε σχήμα σταυρού υποδεικνύει την έναρξη της τροχιάς ενώ το σχήμα του διαμαντιού το τέλος αυτής.

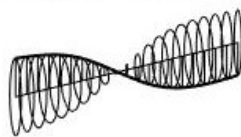
Nat Freq = 5.0426Hz



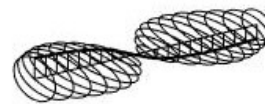
Nat Freq = 6.0014Hz



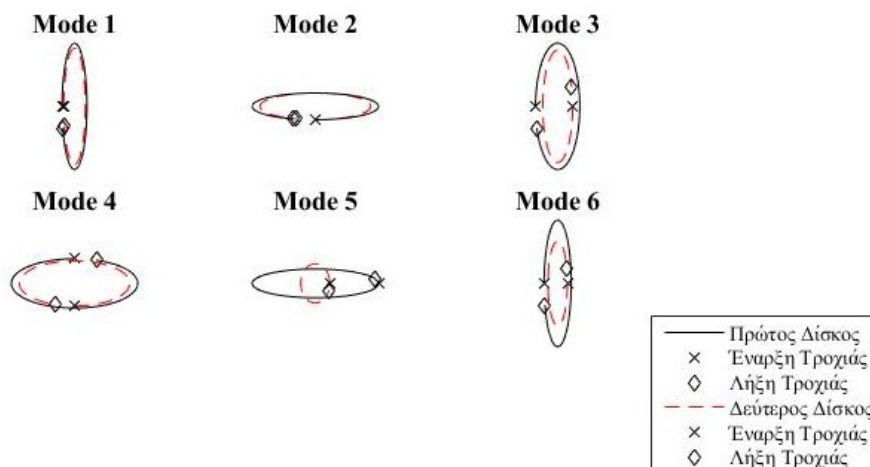
Nat Freq = 16.8128Hz



Nat Freq = 24.4671Hz



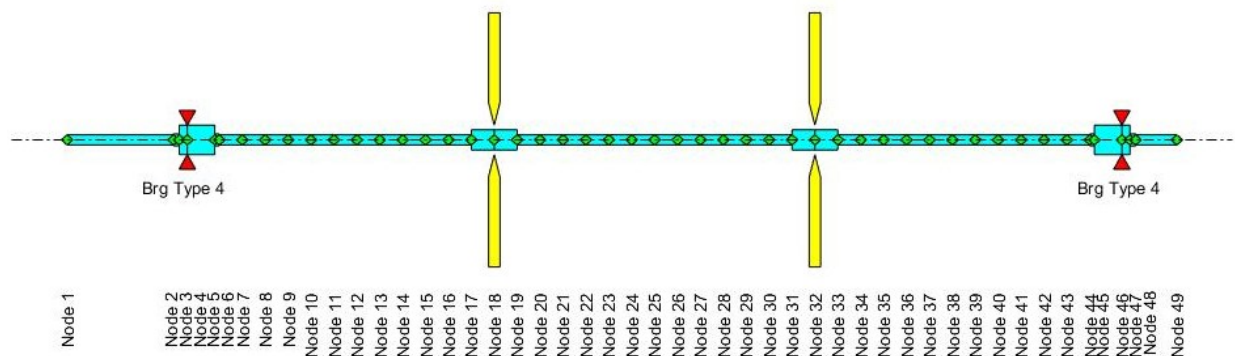
**Σχήμα 3.14:** Σχεδίαση ιδιομορφών τρίτου μαθηματικού μοντέλου



**Σχήμα 3.15:** Τροχιές δίσκων τρίτου μαθηματικού μοντέλου

Το τελικό μοντέλο σχεδιάστηκε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια σε σχέση με τα προηγούμενα και προσομοιώνει ακριβώς την πειραματική διάταξη που υπάρχει στα εργαστήρια του τμήματος. Το μοντέλο που σχεδιάστηκε αποτελείται από έναν άξονα τύπου Timoshenko μήκους 1 m. Ο άξονας χωρίστηκε σε 49 επιμήκη στοιχεία. Τα επιμήκη στοιχεία που απαρτίζουν τον άξονα είναι ίσα μεταξύ τους ενώ υπάρχει διαφοροποίηση στο μέγεθος στα στοιχεία αυτά που βρίσκονται στα έδρανα. Η εξωτερική διάμετρος του άξονα είναι διαφορετική ανάλογα με τη θέση. Πιο συγκεκριμένα, από τους κόμβους 6 έως και 43 το πάχος του άξονα είναι 10 mm ενώ στους κόμβους όπου τοποθετούνται οι δίσκοι, δηλαδή στους κόμβους 17 και 18 για τον πρώτο δίσκο και 31 και 32 για το δεύτερο δίσκο, το πάχος του άξονα είναι 20 mm. Τα έδρανα

μοντελοποιούνται με τέσσερις κόμβους το καθένα. Ο πρώτος και ο τελευταίος κόμβος αντίστοιχα, προσομοιώνει άξονα πάχους 12 mm ενώ οι ενδιάμεσοι κόμβοι προσομοιώνουν άξονα πάχους 29 mm. Τα έδρανα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν μοντέλο είναι σταθερές στιβαρότητας 1.45NM/m και στις δύο διευθύνσεις χωρίς απόσβεση τα οποία τοποθετήθηκαν στους κόμβους 4 και 46 αντίστοιχα. Δύο δίσκοι εξωτερικής διαμέτρου 250 mm και πάχους 10 mm τοποθετήθηκαν στους κόμβους 18 και 32 αντίστοιχα. Ο άξονας και οι δίσκοι κατασκευάστηκαν από χάλυβα με  $E = 211 \text{ GPa}$  και  $\rho = 7,85 \text{ kg/m}^3$ . Το μοντέλο που προέκυψε φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



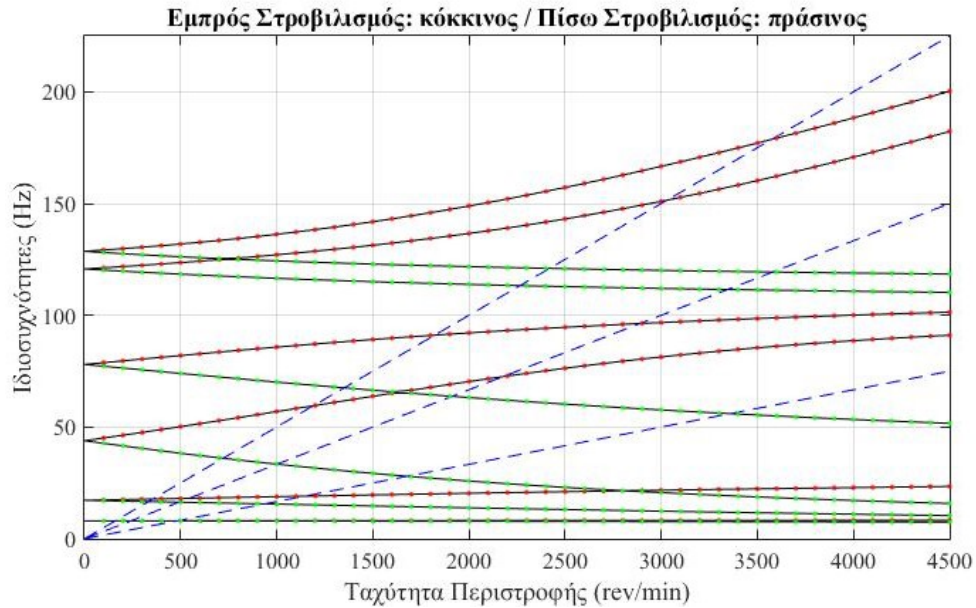
**Σχήμα 3.16:** Σχεδίαση λεπτομερούς μαθηματικού μοντέλου συστήματος

Μετά την επίλυση του μοντέλου στο Rotor Soft προέκυψαν οι εξής ιδιοσυχνότητες:

**Πίνακας 3.17:** Ιδιοσυχνότητες λεπτομερούς μαθηματικού μοντέλου

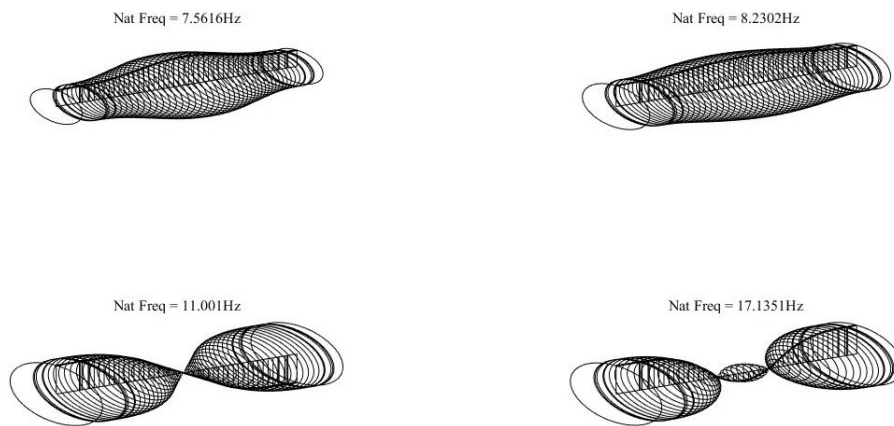
Ιδιοσυχνότητες	Hz
1 <sup>η</sup>	7.5616
2 <sup>η</sup>	8.2302
3 <sup>η</sup>	11.001
4 <sup>η</sup>	17.1351

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται ο στροβιλισμός των δίσκων σε σχέση με τον άξονα περιστροφής τους ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής. Στο διάγραμμα Campbell αποτυπώνονται οι συχνότητες ταλάντωσης και οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος ως συνάρτηση της ταχύτητας περιστροφής.



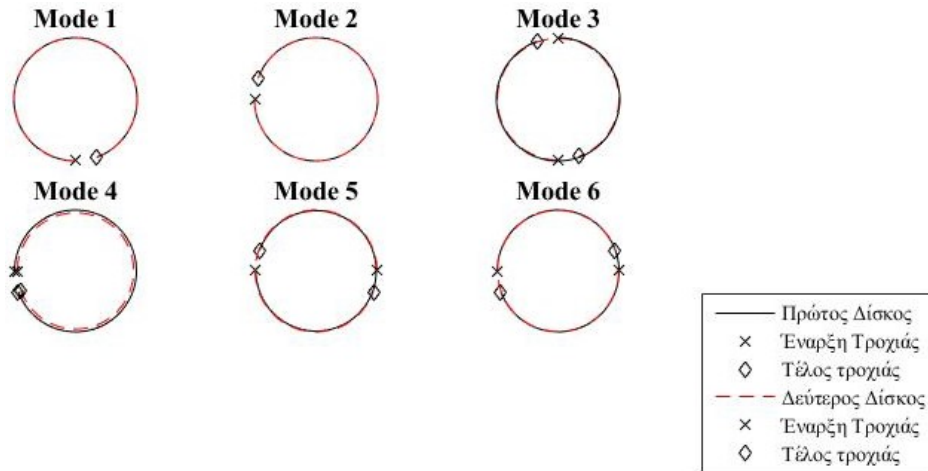
**Σχήμα 3.18:** Διάγραμμα Campbell

Στο διάγραμμα 3.19 του σχεδιασμού των ιδιομορφών παρουσιάζονται οι ιδιομορφές αλλά και οι τροχιές των σημείων του ρότορα, οι οποίες απεικονίζονται με κύκλους. Στο διάγραμμα 3.20 παρουσιάζονται οι τροχιές των δύο δίσκων του συστήματος. Με μαύρη συνεχή γραμμή παρουσιάζεται η τροχιά του πρώτου (αριστερά) δίσκου ενώ με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή η τροχιά του δεύτερου (δεξιά) δίσκου. Το σήμα σε σχήμα σταυρού υποδεικνύει την έναρξη της τροχιάς ενώ το σχήμα του διαμαντιού το τέλος αυτής.



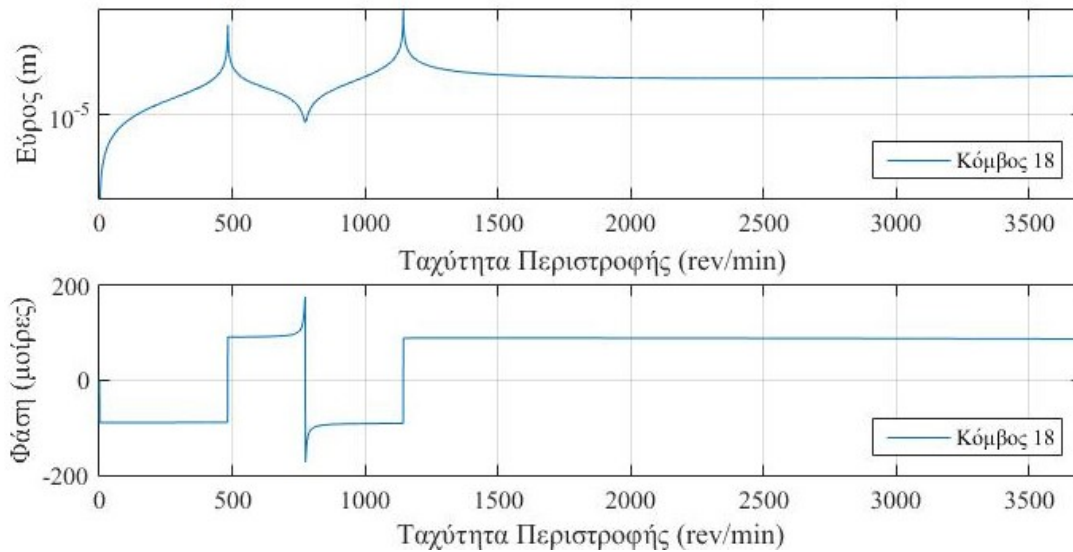
**Σχήμα 3.19:** Σχεδίαση ιδιομορφών



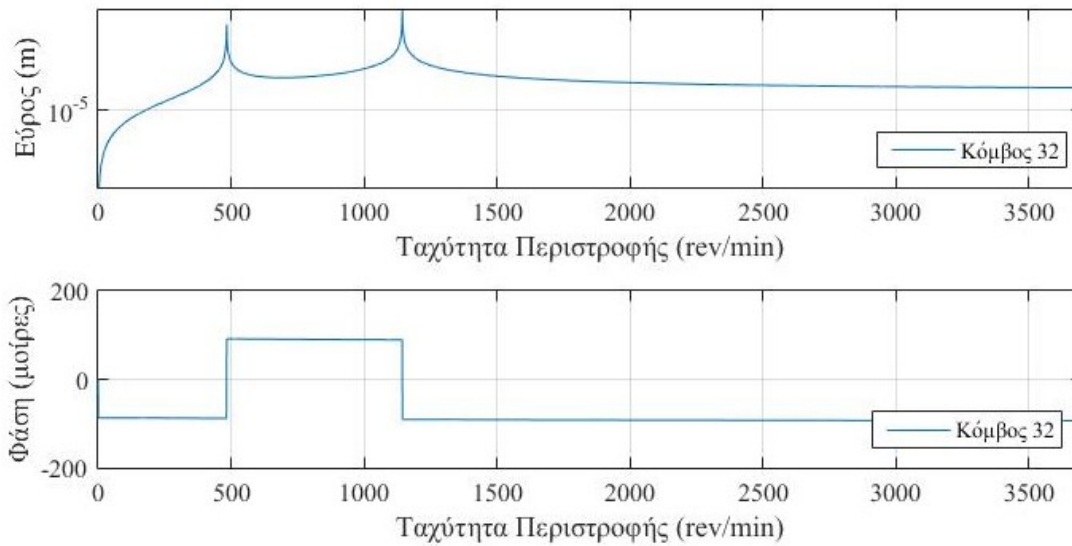


**Σχήμα 3.20:** Σχεδιασμός τροχιών λεπτομερούς μοντέλου

Στο διάγραμμα 3.21 και 3.22 παρουσιάζεται η αρχική απόκριση του συστήματος χωρίς κάποια αλλαγή μετά την αρχική κατασκευή του. Πιο συγκεκριμένα, τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχούν στους κόμβους 18 και 32 αντίστοιχα, στους κόμβους δηλαδή όπου έχουν τοποθετηθεί οι δύο δίσκοι του συστήματος. Οι μετρήσεις συνεπώς γίνονται στους δίσκους, οι οποίοι θα αποτελέσουν και τα επίπεδα ζυγοστάθμισης στη συνέχεια.

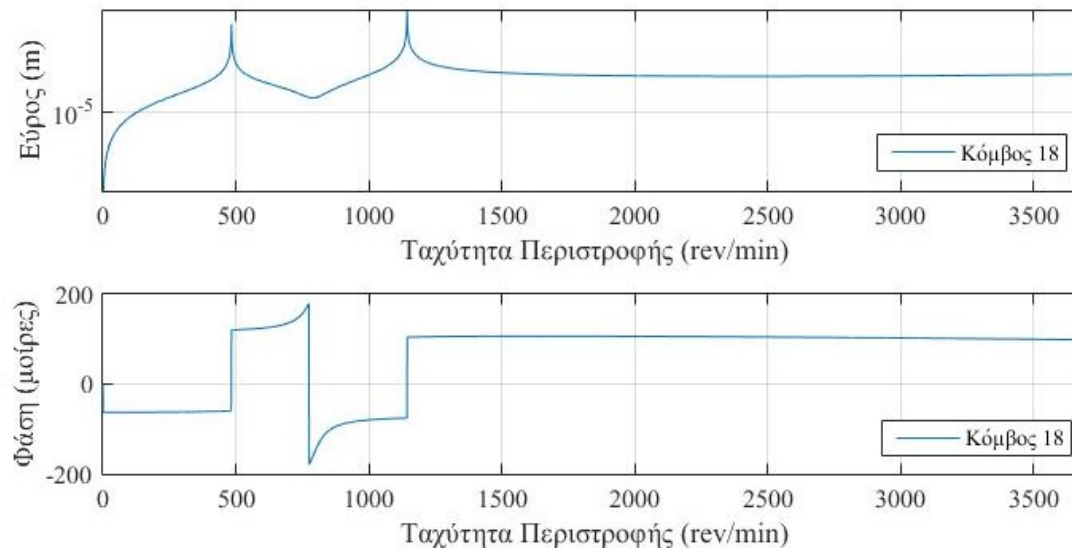


**Σχήμα 3.21:** Αρχική απόκριση συστήματος στον πρώτο δίσκο (αριστερά)

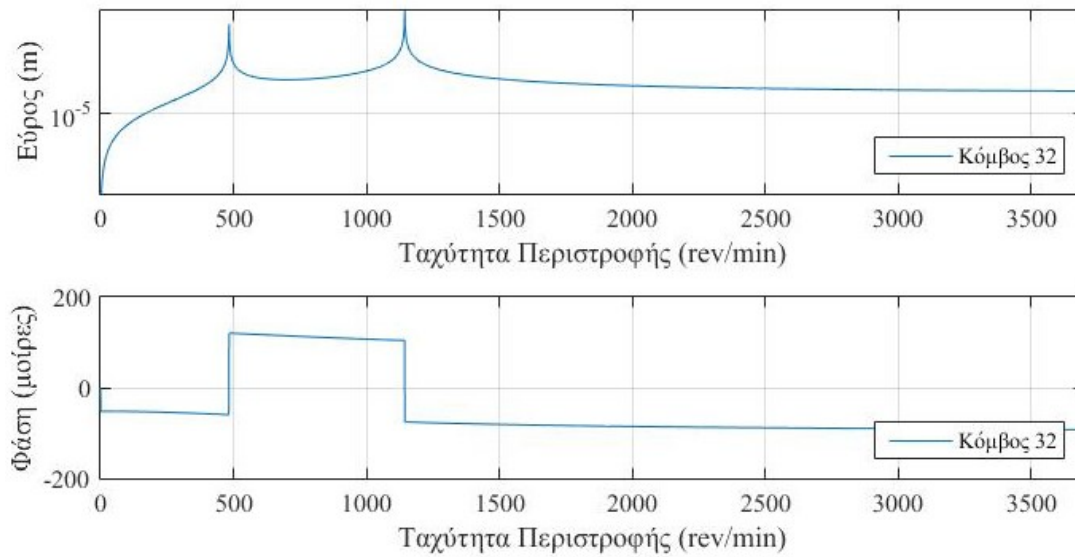


**Σχήμα 3.22:** Αρχική απόκριση συστήματος στο δεύτερο δίσκο (δεξιά)

Τα παραπάνω διαγράμματα παρουσιάζουν τις αποκρίσεις των δύο δίσκων που βρίσκονται τοποθετημένοι στον άξονα. Είναι εμφανές ότι οι κρίσιμες ταχύτητες είναι στις 490 στροφές/λεπτό και στις 1180 στροφές/λεπτό, στροφές στις οποίες παρουσιάζεται συντονισμός του συστήματος. Έπειτα, για τη ζυγοστάθμιση του περιστρεφόμενου συστήματος τοποθετήθηκαν διαδοχικά δύο διορθωτικές μάζες 0.4 g στα δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης. Στη συνέχεια, γίνεται εκ νέου μέτρηση της απόκρισης του συστήματος η οποία παρουσιάζεται στο διάγραμμα 3.23 και 3.24 για τους δύο δίσκους αντίστοιχα.

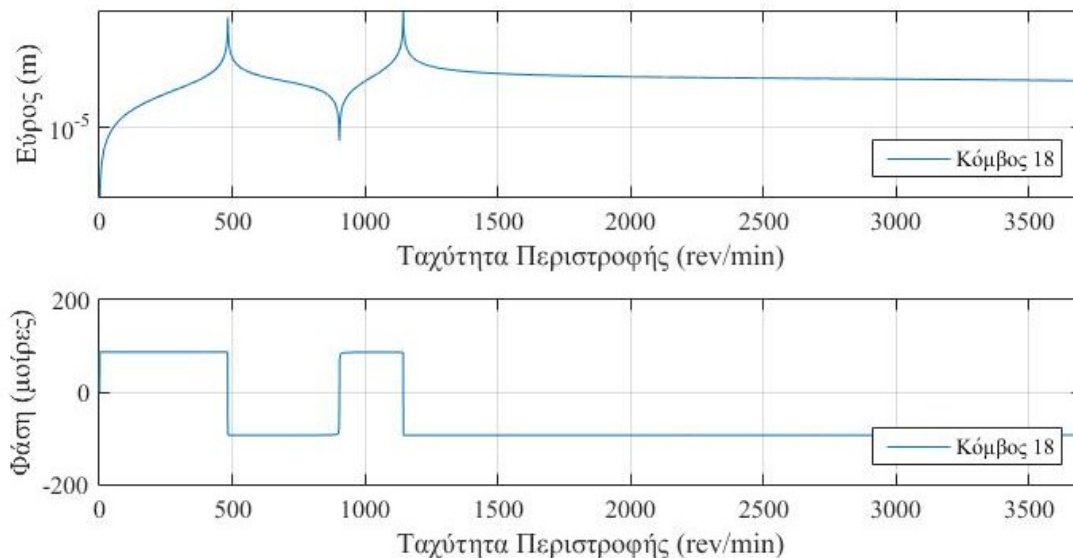


**Σχήμα 3.23:** Νέα απόκριση συστήματος στον πρώτο δίσκο (αριστερά)

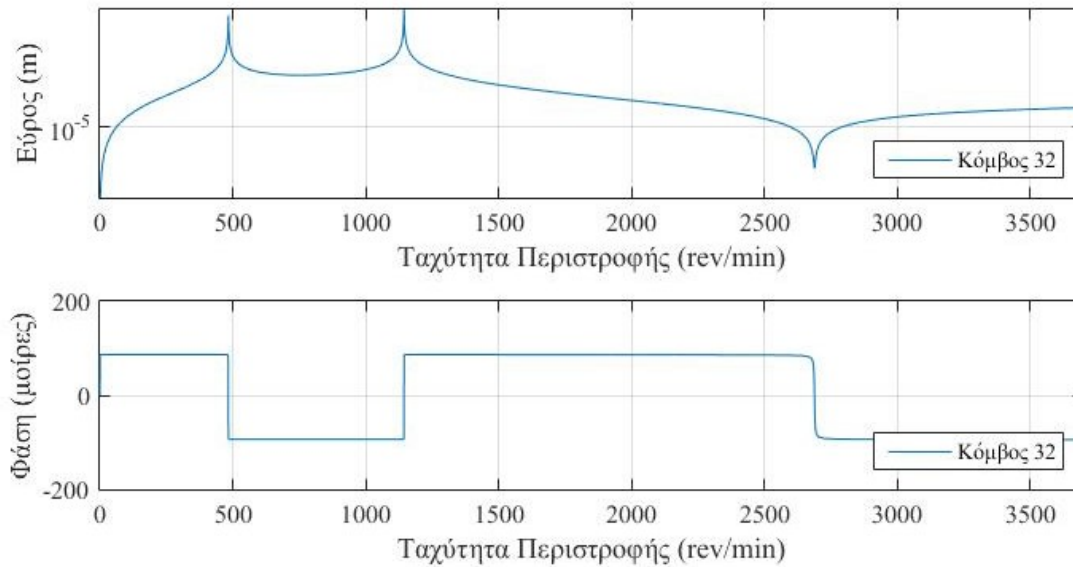


**Σχήμα 3.24:** Νέα απόκριση συστήματος στο δεύτερο δίσκο (δεξιά)

Από την επίλυση του προβλήματος ζυγοστάθμισης στο Rotor Soft προκύπτει ότι στο πρώτο επίπεδο ζυγοστάθμισης (αριστερά δίσκος) η απαιτούμενη για τη ζυγοστάθμιση μάζα πρέπει να είναι 6.3052 g και σε γωνία τοποθέτησης  $-87.01^\circ$ . Μετά την τοποθέτηση της παραπάνω απαιτούμενης μάζας και στην συνιστώμενη γωνία το διάγραμμα απόκρισης του συστήματος που προκύπτει για τον πρώτο δίσκο παρουσιάζεται στο διάγραμμα 3.25 ενώ στο διάγραμμα 3.26 για το δεύτερο δίσκο αντίστοιχα είναι:

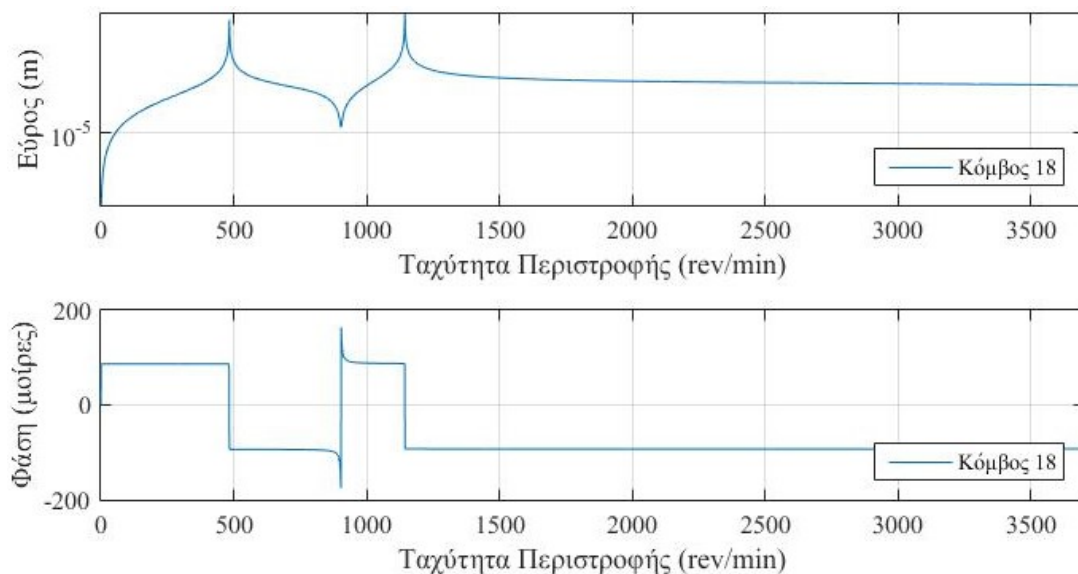


**Σχήμα 3.25:** Νέα απόκριση μετά την πρώτη διορθωτική μάζα για τον πρώτο δίσκο

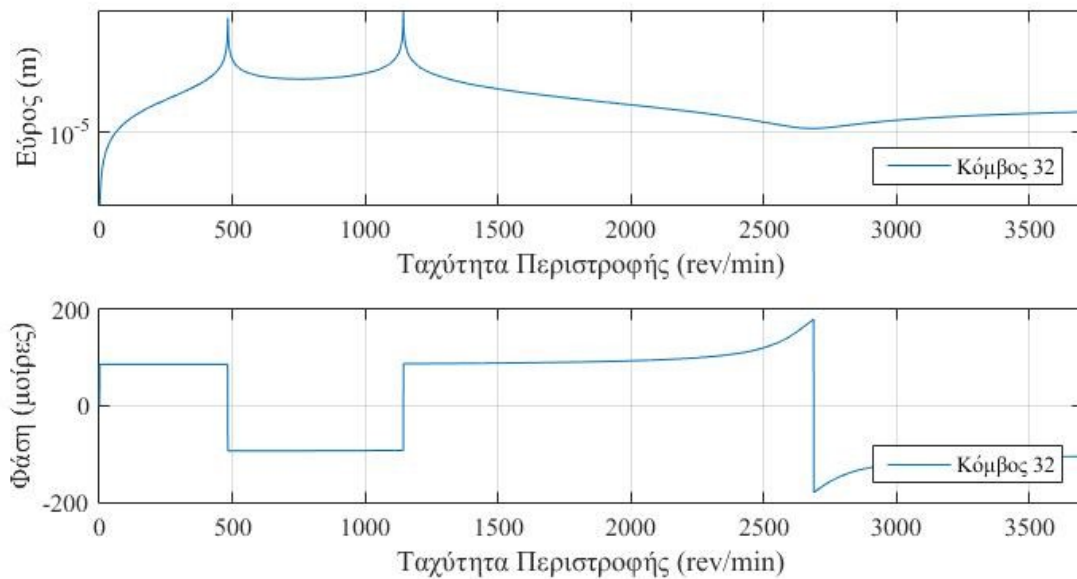


**Σχήμα 3.26:** Νέα απόκριση μετά την πρώτη διορθωτική μάζα για το δεύτερο δίσκο

Μετά και το σχεδιασμό της νέας απόκρισης του συστήματος και με την επίλυση του προβλήματος προέκυψε ότι η νέα συνιστώμενη μάζα ζυγοστάθμισης θα πρέπει να είναι 7.0153g για τα δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης ενώ θα πρέπει να τοποθετηθεί σε γωνίες  $94.97^\circ$  και  $-85.70^\circ$  στο πρώτο και δεύτερο επίπεδο ζυγοστάθμισης αντίστοιχα (αριστερά και δεξιά δίσκος αντίστοιχα). Μετά την τοποθέτηση των απαραίτητων μαζών στις αντίστοιχες θέσεις για τα δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης, έγινε εκ νέου μέτρηση της απόκρισης. Η νέα απόκριση παρουσιάζεται στα διαγράμματα 3.27 και 3.28 αντίστοιχα:

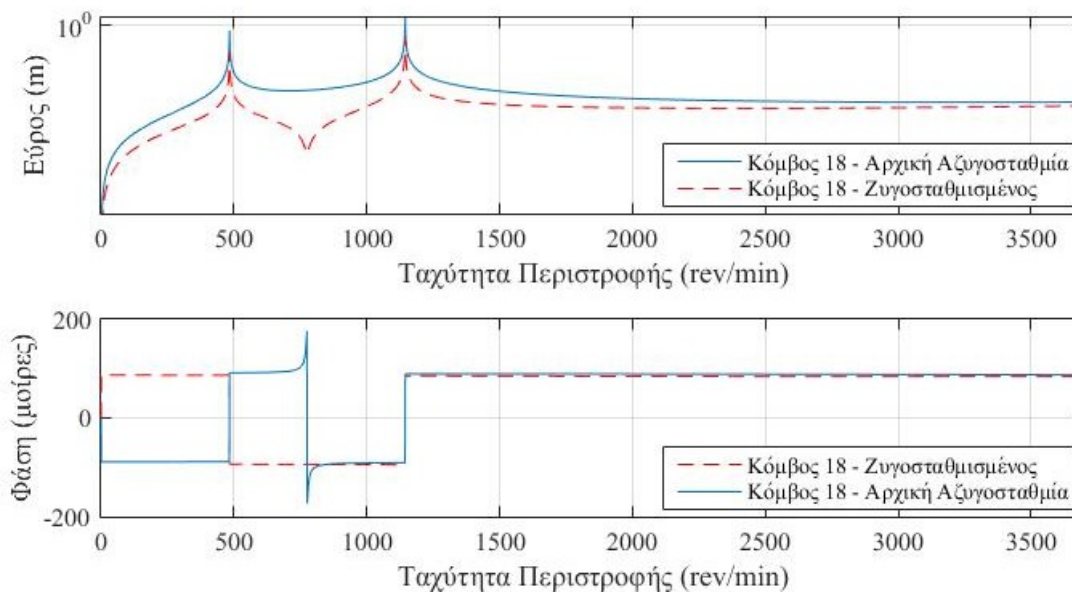


**Σχήμα 3.27:** Νέα απόκριση μετά την δεύτερη διορθωτική μάζα στον πρώτο δίσκο

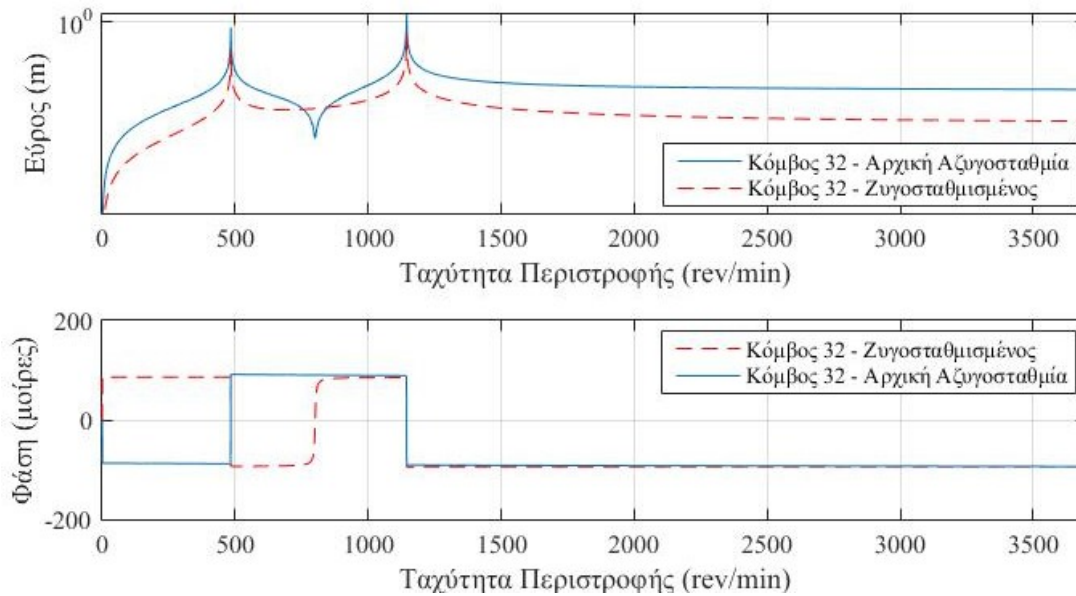


**Σχήμα 3.28:** Νέα απόκριση μετά την δεύτερη διορθωτική μάζα στο δεύτερο δίσκο

Οι τελικές συνιστώμενες μάζες μετά και τη δεύτερη επίλυση του συστήματος με το Rotor Soft προέκυψαν να είναι 0.72613 g για το πρώτο επίπεδο ζυγοστάθμισης και σε γωνία τοποθέτησης  $100.73^\circ$ , ενώ για το δεύτερο επίπεδο ζυγοστάθμισης, μάζα 7.0153 g και σε γωνία τοποθέτησης  $274.29^\circ$ . Μετά την τοποθέτηση αυτών των μαζών στα δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης και στις αντίστοιχες γωνίες τοποθέτησης παρουσιάζεται η τελική απόκριση του συστήματος σε σύγκριση με την αρχική υπάρχουσα αζυγοσταθμία για τους δύο δίσκους.



**Σχήμα 3.29:** Σύγκριση τελικής και αρχικής απόκρισης για τον πρώτο δίσκο

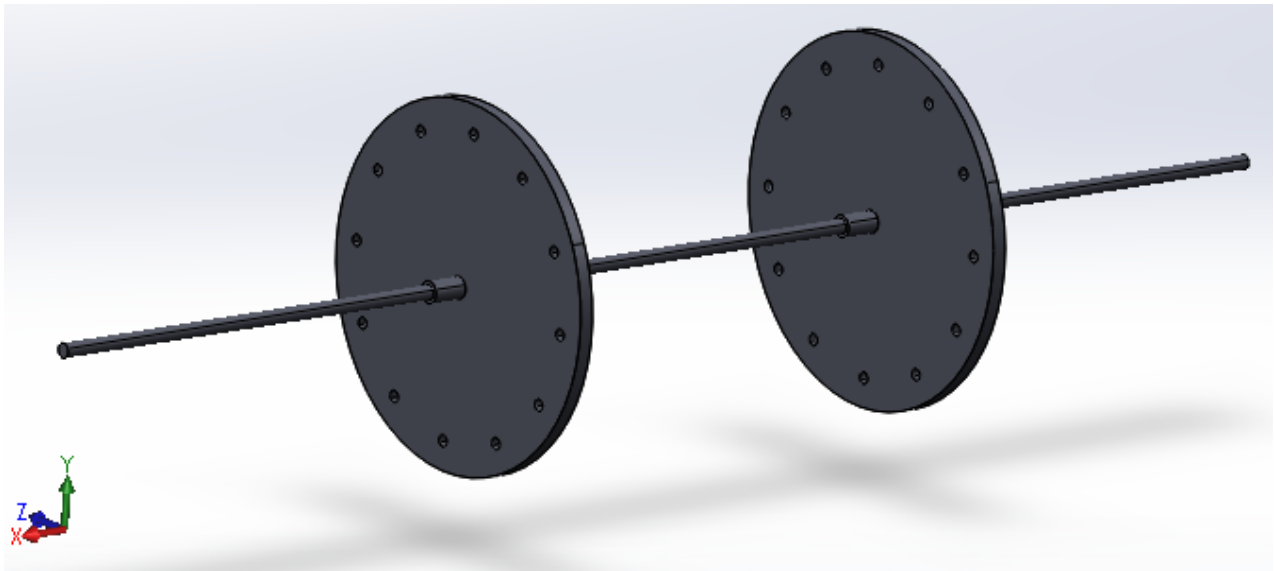


**Σχήμα 3.29:** Σύγκριση τελικής και αρχικής απόκρισης για το δεύτερο δίσκο

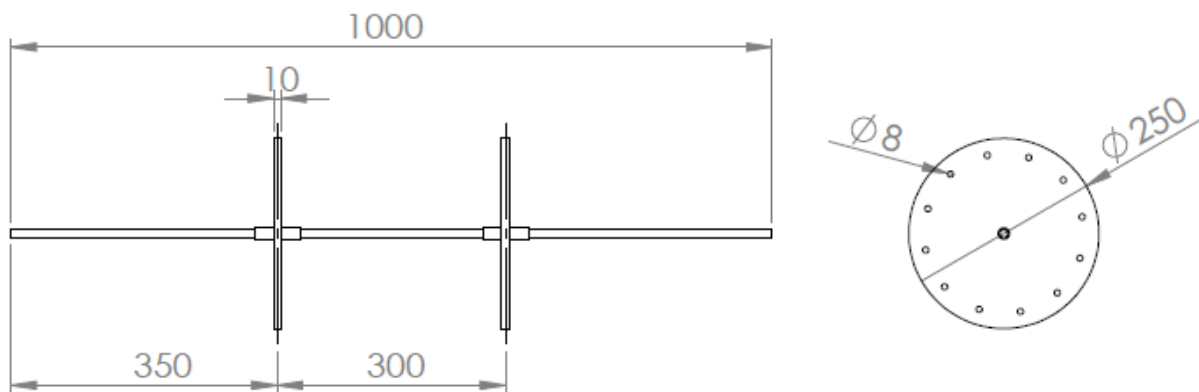
Η μπλε καμπύλη υποδηλώνει την ύπαρξη της αρχικής αζυγοσταθμίας ενώ η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη την τελική της διόρθωση. Όπως είναι εμφανές μετά τις διαδοχικές δοκιμαστικές μάζες που τοποθετήθηκαν στα επίπεδα και τις δοκιμές προκύπτει διόρθωση στο τελικό εύρος ταλάντωσης των δύο δίσκων και στις δύο κρίσιμες στροφές, συνεπώς πραγματοποιήθηκε μια επιτυχημένη ζυγοστάθμιση.

## 4 Κατασκευή τελικής πειραματικής διάταξης

Μετά το σχεδιασμό και την ανάλυση τεσσάρων διαφορετικών μαθηματικών μοντέλων στο Matlab με τη χρήση του Rotor Soft και την ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, έγινε σχεδιασμός της πειραματικής διάταξης με τη χρήση του σχεδιαστικού λογισμικού Solidworks. Η σχεδίαση έγινε με στόχο τη γνώση των βασικών διαστάσεων του ρότορα και των δίσκων για την τελική κατασκευή της διάταξης. Στις επόμενες εικόνες παρουσιάζεται ένα ισομετρικό σχέδιο του ρότορα καθώς επίσης και ένα σκαρίφημα με τις βασικές διαστάσεις των επιμέρους τμημάτων.



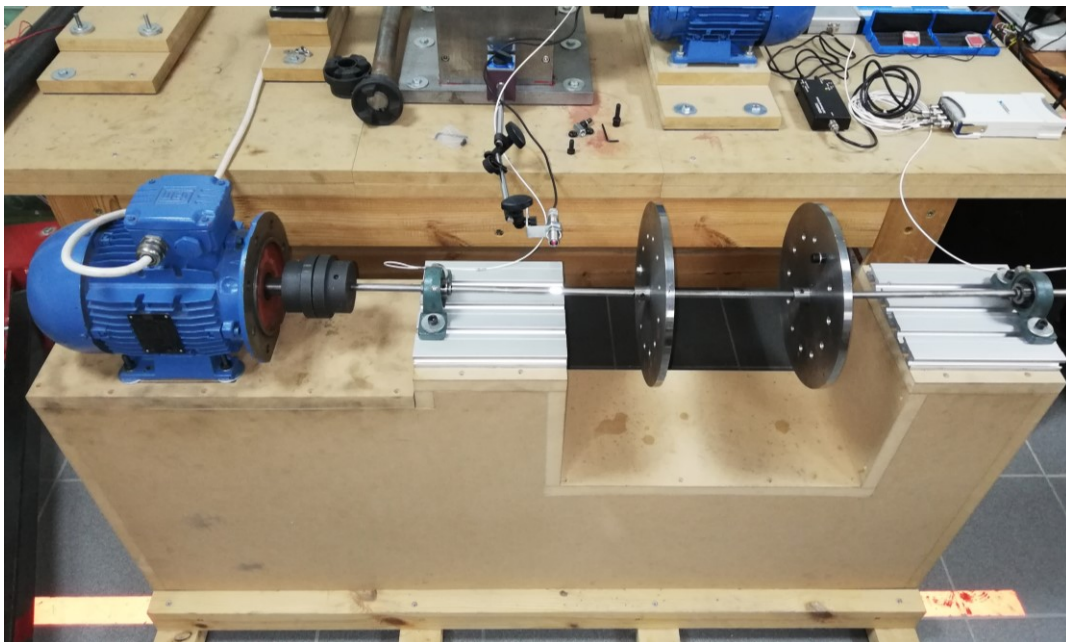
**Σχήμα 4.1:** Ισομετρική όψη ρότορα και δίσκων της τελικής κατασκευής



**Σχήμα 4.2:** Βασικές διαστάσεις επιμέρους τμημάτων της πειραματικής διάταξης

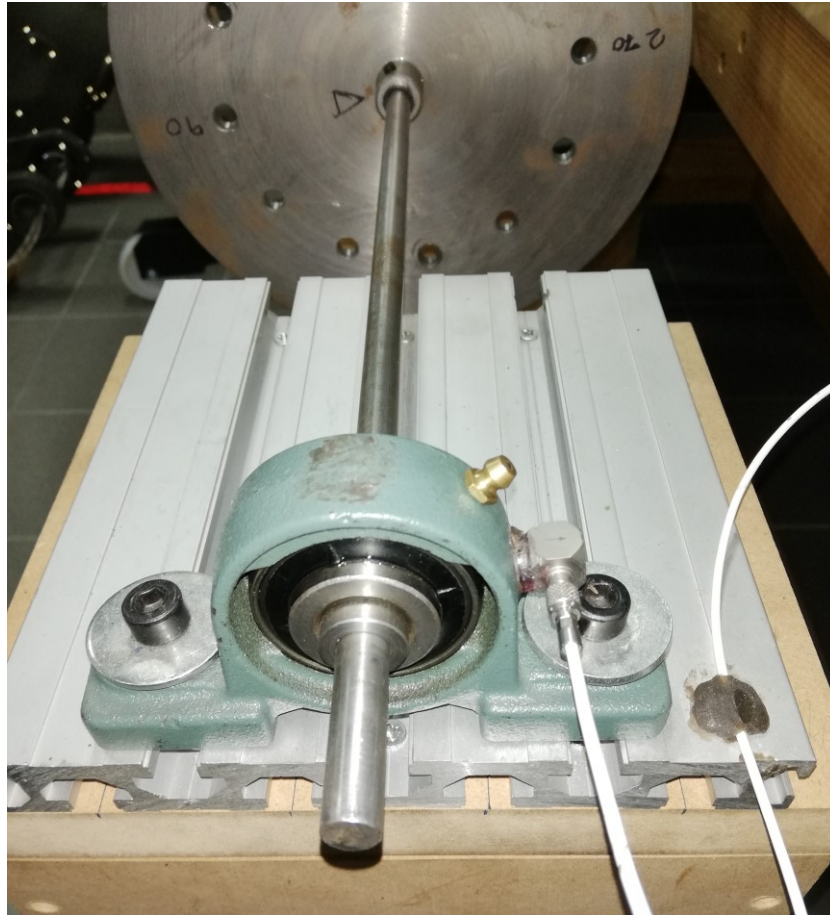
Για την ακριβή μέτρηση της αζυγοσταθμίας αναπτύχθηκε κατάλληλη πειραματική διάταξη. Η διάταξη αυτή αποτελείται από έναν χαλύβδινο άξονα ο οποίος στηρίζεται σε δύο έδρανα

στήριξης (ρουλεμάν) και στα δύο άκρα της. Το μήκος του άξονα είναι 1 m ενώ η διάμετρος του 2 cm. Στον άξονα τοποθετήθηκαν επίσης δύο δίσκοι ακτίνας 25 cm έκαστος ενώ το πάχος τους ήταν 1 cm. Οι δίσκοι φέρουν οπές στην περιφέρεια τους σε κατάλληλες γωνίες για την τοποθέτηση των κατάλληλων μαζών με σκοπό την επίτευξη ζυγοστάθμισης. Για τη μέτρηση της αζυγοσταθμίας είναι απαραίτητη η περιστροφή της διάταξης του άξονα και των δίσκων. Αυτό επιτεύχθηκε με τη χρήση ασύγχρονου ηλεκτρικού κινητήρα. Έπειτα, δύο επιταχυνσιόμετρα τοποθετήθηκαν στο εκάστοτε έδρανο για τη λήψη των απαραίτητων επιταχύνσεων για την επίτευξη της ζυγοστάθμισης. Η ταχύτητα περιστροφής του άξονα μετρούνταν με οπτικό αισθητήρα μέτρησης της ταχύτητας περιστροφής. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε εξοπλισμός της National Instruments για την λήψη δεδομένων σε πραγματικό χρόνο. Η πειραματική διάταξη εδράζεται σε ξύλινη βάση γεμισμένη με άμμο. Σκοπός της βάσης είναι η σωστή στήριξη της πειραματικής διάταξης για την αποφυγή κραδασμών και δονήσεων από το εξωτερικό περιβάλλον, τα οποία πιθανότατα θα επηρέαζαν τα τελικά αποτελέσματα και συνεπώς τη σωστή ζυγοστάθμιση της διάταξης. Στα σχήματα 4.1, 4.2, 4.3 και 4.4 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη και τα επιμέρους τμήματά της.



**Σχήμα 4.3:** Πειραματική διάταξη





**Σχήμα 4.4:** Θέση επιταχυνσιομέτρων επί των ρουλεμάν



**Σχήμα 4.5:** Οπές δίσκων



**Σχήμα 4.6:** Σύστημα λήψης δεδομένων σε πραγματικό χρόνο

## 5 Κώδικας Labview

### 5.1 Αναλυτική περιγραφή της πειραματικής διάταξης

Το σύστημα για τη λήψη, επεξεργασία και ανάλυση των δεδομένων που προκύπτουν, στην προσπάθεια ζυγοστάθμισης ενός περιστρεφόμενου συστήματος, αποτελείται από πολλά διαφορετικά υποσυστήματα το οποία θα περιγραφούν στο παρόν κεφάλαιο. Είναι επιτακτική η ανάγκη της κατανόησης όλων εκείνων των δεδομένων που εισάγονται στην εφαρμογή της ζυγοστάθμισης αλλά και όλων των αποτελεσμάτων που προκύπτουν μετά την επίλυση, για τη σωστή σχεδίαση ενός ολοκληρωμένου και λειτουργικού κώδικα.

Στη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη χρησιμοποιήθηκαν δύο μονοαξονικά επιταχυνσιόμετρα τα οποία τοποθετήθηκαν στα έδρανα στήριξης για τη μέτρηση των επιταχύνσεων. Το επιταχυνσιόμετρο αποτελεί όργανο μέτρησης δυνάμεων επιτάχυνσης, όπως για παράδειγμα η δύναμη της βαρύτητας. Γενικά, αποτελεί όργανο μέτρησης της επιτάχυνσης. Στην καθημερινότητα τα επιταχυνσιόμετρα χρησιμοποιούνται σε μεγάλο βαθμό σε κινητά ή φορητούς υπολογιστές ελέγχοντας της θέση της συσκευής. Το επιταχυνσιόμετρο αποτελείται από μια μάζα που είναι συνδεδεμένη με δύο ελατήρια. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μετατοπίζουν τη μάζα αυτή είτε προς τη θετική ή προς την αρνητική κατεύθυνση. Παράλληλα με αυτή την μετατόπιση τα ελατήρια που συγκρατούν τη μάζα είτε επιμηκύνονται είτε συσπειρώνονται. Η μεταβολή αυτή στο μήκος των ελατηρίων ακολουθεί το νόμο του Hook και είναι ανάλογη της δύναμης που τις προκαλεί. Έτσι, από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα είναι ικανός ο προσδιορισμός της επιτάχυνσης του σώματος. Βέβαια, υπάρχουν κι άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την τελική επιτάχυνση του σώματος, όπως είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Συνεπώς, αν είναι γνωστή η επιτάχυνση της βαρύτητας τότε είναι και δυνατός ο ακριβής προσδιορισμός της επιτάχυνσης του σώματος. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται ενδεικτικά το εσωτερικό ενός επιταχυνσιόμετρου.

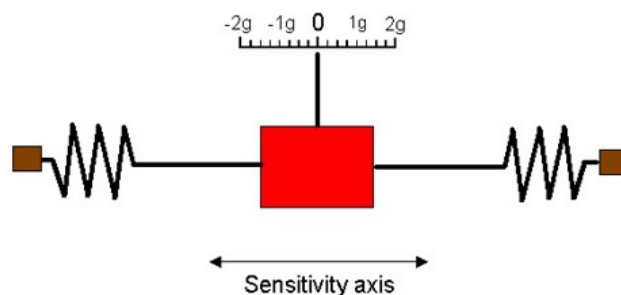


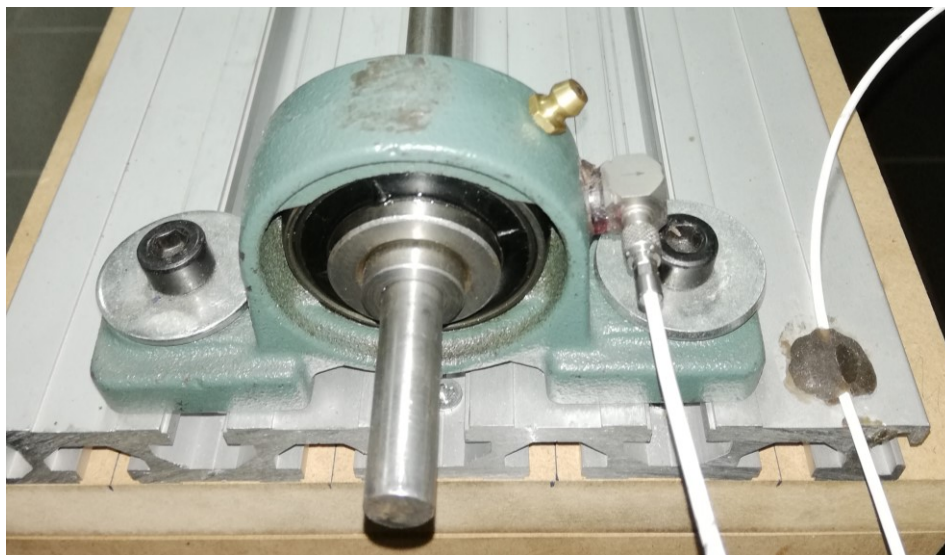
Fig. 1. Schematic structure of an accelerometer

**Σχήμα 5.1:** Σχηματική απεικόνιση εσωτερικού επιταχυνσιόμετρου (πηγή: <https://www.rotoview.com/accelerometer.htm>)

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως τα δύο μονοαξονικά επιταχυνσιόμετρα τοποθετήθηκαν στα δύο έδρανα στήριξης. Οι θέσεις τους παρουσιάζονται στις επόμενες φωτογραφίες.



**Σχήμα 5.2:** Θέση επιταχυνσιόμετρου στο πρώτο έδρανο (αριστερά)



**Σχήμα 5.3:** Θέση επιταχυνσιόμετρου στο δεύτερο έδρανο (δεξιά)

Ένας άλλος πολύ σημαντικός παράγοντας για την επίτευξη ζυγιστάθμισης είναι και η σωστή μέτρηση και καταγραφή της ταχύτητας περιστροφής του συστήματος. Στην παρούσα πειραματική διάταξη αυτό επιτεύχθηκε με τη χρήση του συστήματος καταγραφής ταχύτητας

Monarch SPSR-115/230. Το σύστημα καταγραφής αποτελείται από την κεντρική μονάδα διασύνδεσης και από έναν οπτικό αισθητήρα. Η κεντρική μονάδα διασύνδεσης παρέχει ρεύμα στον οπτικό αισθητήρα, ο οποίος με τη σειρά του επιστρέφει ένα παλμικό σήμα. Το σήμα αυτό μεταφράζεται σε δυναμικό, είτε θετικό από 0 έως 5 V ή αρνητικό από 5 έως 0 V. Για την επιτυχή χρήση του παραπάνω συστήματος είναι απαραίτητη η χρήση ειδικής ταινίας ανάκλασης ενώ ο αισθητήρας φέρει ένα ισχυρό LED κόκκινου χρώματος και είναι σε θέση να ανιχνεύει τις ανακλάσεις αυτές μέσω ενός εσωτερικού αισθητήρα φωτός. Έτσι, καθίσταται ικανός ο προσδιορισμός της ακριβούς ταχύτητας περιστροφής του συστήματος. Στις επόμενες φωτογραφίες παρουσιάζεται το σύστημα καταγραφής, ο αισθητήρας καθώς επίσης και πως έγινε η τοποθέτησή τους στην πειραματική διάταξη για την παρούσα διπλωματική.



**Σχήμα 5.2:** Σύστημα καταγραφής ταχύτητας περιστροφής Monarch (πηγή: <https://monarchinstrument.com/products/self-powered-sensors>)



**Σχήμα 5.3:** Οπτικός αισθητήρας λήψης παλμών (πηγή: <https://www.rotoview.com/accelerometer.htm>)



**Σχήμα 5.4:** Θέση οπτικού αισθητήρα στην πειραματική διάταξη



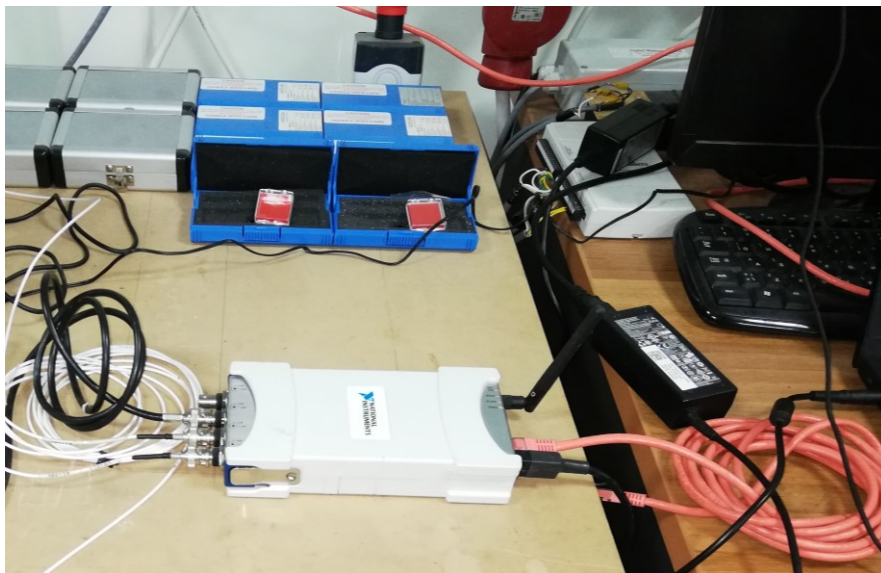
**Σχήμα 5.5:** Κεντρική μονάδα διασύνδεσης για καταγραφή ταχύτητας περιστροφής, Monarch

Αφού έχει γίνει μέτρηση των δεδομένων, στη συνέχεια είναι απαραίτητη η συνεχής λήψη και καταγραφή τους. Έπειτα, τα δεδομένα αυτά θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του προβλήματος της ζυγοστάθμισης. Με τον όρο λήψη δεδομένων εννοείται συλλογή δεδομένων, η οποία πραγματοποιείται μέσω δειγματοληψίας φυσικών μεγεθών, όπως η επιτάχυνση. Η λήψη και η καταγραφή των δεδομένων πραγματοποιείται με τη χρήση οργάνων καταγραφής δεδομένων της National Instruments. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το σύστημα CompactDAQ για τη λήψη δεδομένων σε πραγματικό χρόνο και η μονάδα NI 9234. Η NI 9234 αποτελεί μια μονάδα εισαγωγής δεδομένων της National Instruments και αποτελείται από

τέσσερα κανάλια. Το εύρος λειτουργίας της είναι από -5V έως +5V ενώ η λήψη δεδομένων μπορεί να πραγματοποιηθεί με ρυθμό 51.2 kS/s/channel. Η διαχείριση του συστήματος CompactDAQ επιτυγχάνεται με τη χρήση μονάδας ελέγχου, η οποία ελέγχει τη μεταφορά των δεδομένων μεταξύ των μονάδων I/O (Input/Output) και του υπολογιστή. Ο συγχρονισμός για τη λήψη των δεδομένων από όλα τα κανάλια επιτυγχάνεται μέσω της μονάδας ελέγχου. Η μονάδα της National Instruments που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα.



**Σχήμα 5.6:** Μονάδα εισαγωγής δεδομένων NI 9234 (πηγή: <http://www.ni.com/en-us/support/model.ni-9234.html>)



**Σχήμα 5.7:** CompactDAQ για λήψη δεδομένων σε πραγματικό χρόνο

Τα δεδομένα από τους αισθητήρες συλλέγονται και αναλύονται σε ειδικό πρόγραμμα στον υπολογιστή. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου προγράμματος είναι το Labview (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench). Το Labview αποτελεί μια πλατφόρμα

γραφικού προγραμματισμού και στηρίζεται στη λογική του προγραμματισμού ροής δεδομένων. Η σειρά εκτέλεσης του κώδικα εξαρτάται από τη μορφή της δομής που έχει δημιουργηθεί στο πρόγραμμα, ενώ οι διάφορες συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται συνδέονται μεταξύ τους με τη μορφή καλωδίων.

## 5.2 Εφαρμογή ζυγοστάθμισης στο Labview

Για την πραγματοποίηση της ζυγοστάθμισης της πειραματικής διάταξης έγινε σχεδίαση κώδικα στο Labview της National Instruments για ζυγοστάθμιση. Στις επόμενες εικόνες παρουσιάζεται και επεξηγείται αναλυτικά η εφαρμογή για την πραγματοποίηση της ζυγοστάθμισης με τη λήψη δεδομένων σε πραγματικό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, στη φωτογραφία 5.6, φαίνονται όλες οι απαραίτητες ρυθμίσεις που έπρεπε να γίνουν πριν την έναρξη της εκτέλεσης του προγράμματος. Αυτές οι ρυθμίσεις περιλαμβάνουν το κανάλι της μονάδας εισαγωγής δεδομένων για τη λήψη αυτών, το οποίο μπορεί να επιλεγεί από το χρήστη. Επίσης, είναι εμφανής και ο τύπος των προς λήψη, σε πραγματικό χρόνο, δεδομένων. Τέλος, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να ορίσει το ρυθμό δειγματοληψίας ανάλογα με τις εκάστοτε ανάγκες.

The screenshot shows the 'DAQ Set-Up' configuration window. It includes a table for channel configuration, timing settings, and a tachometer reference. The 'Results' section shows two empty plot areas for 'First Plane' and 'Second Plane'. A 'Configuration Error' message is displayed at the bottom of the 'DAQ Set-Up' section.

NI-DAQmx Channel	Channel Type (EU)	Range	mV/EU	IEPE	Coupling	Location	Orientation
1st Channel	Acceleration (g)	50	100	<input checked="" type="checkbox"/>	AC	Plane 1	
2nd Channel	Acceleration (g)	50	100	<input checked="" type="checkbox"/>	AC	Plane 2	
3rd Channel	Voltage (V)	5	1000	<input type="checkbox"/>	DC	Accelerom	
	Voltage (V)	5	1000	<input type="checkbox"/>	DC		

Timing Mode: Time  
 Min Sample Rate (Hz): 25600  
 Block Size: 25600  
 Block Duration (s): 1.000

Reference Type: Analog Tachometer  
 Tachometer Channel: USB/ai2  
 Pulses/Rev: 1  
 Slope: Rising  
 Threshold: Inf  
 Direction: CCW

Configuration Error

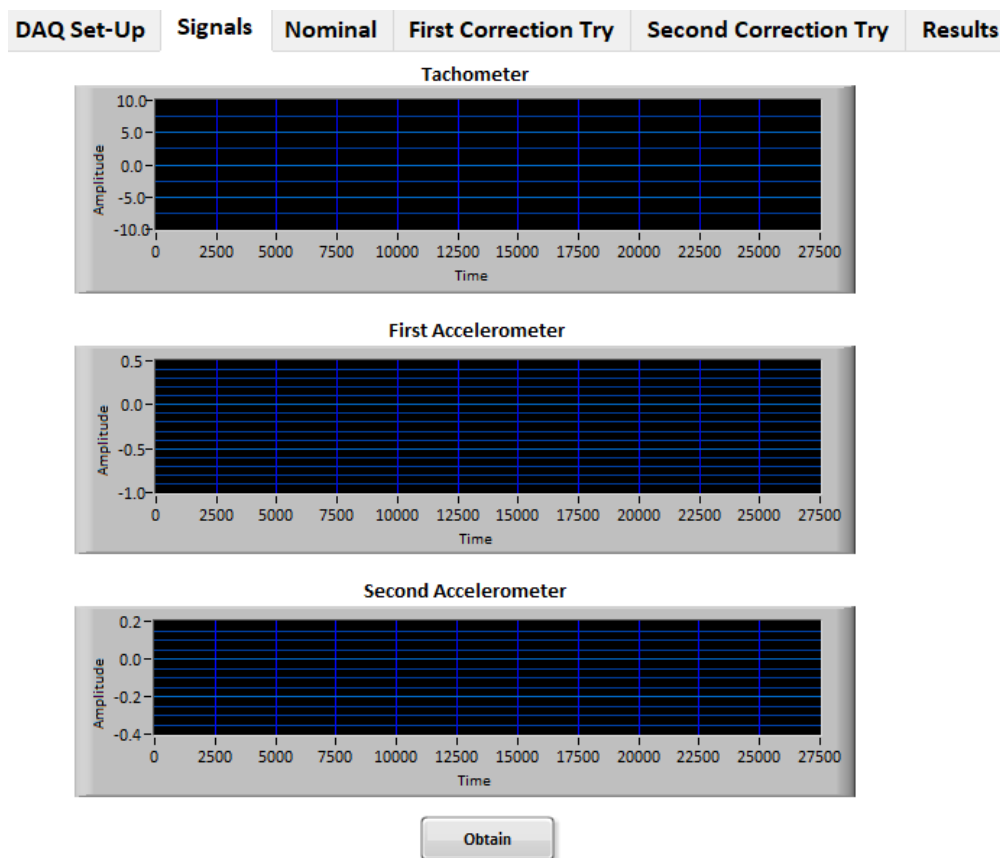
Σχήμα 5.8: Καρτέλα ρύθμισης του CompactDAQ για λήψη δεδομένων σε πραγματικό χρόνο



Όπως φαίνεται από την παραπάνω εικόνα το πρώτο Tab Control περιέχει έξι διαφορετικές καρτέλες. Κάθε μια από αυτές περιέχει διαφορετικές πληροφορίες, οι οποίες θα αναλυθούν στη συνέχεια, για την επιτυχή ολοκλήρωση της ζυγοστάθμισης. Στο κάτω μέρος του Tab Control υπάρχουν τέσσερα κουμπιά με τις ονομασίες Restart, Previous Step, Next Step και Abort. Όπως υποδηλώνουν και τα ονόματά τους με το Restart πραγματοποιείται επανεκκίνηση της συνολικής διαδικασίας, με το Previous Step γίνεται επιστροφή σε κάποιο προηγούμενο βήμα είτε για έλεγχο συγκεκριμένων τιμών ή για διόρθωση τους ενώ με το Next Step ο κώδικας συνεχίζει να εκτελείται προχωρώντας στην επόμενη διαδικασία. Τέλος, με το ABORT γίνεται ματαίωση της συνολικής διαδικασίας της δειγματοληψίας και ζυγοστάθμισης.

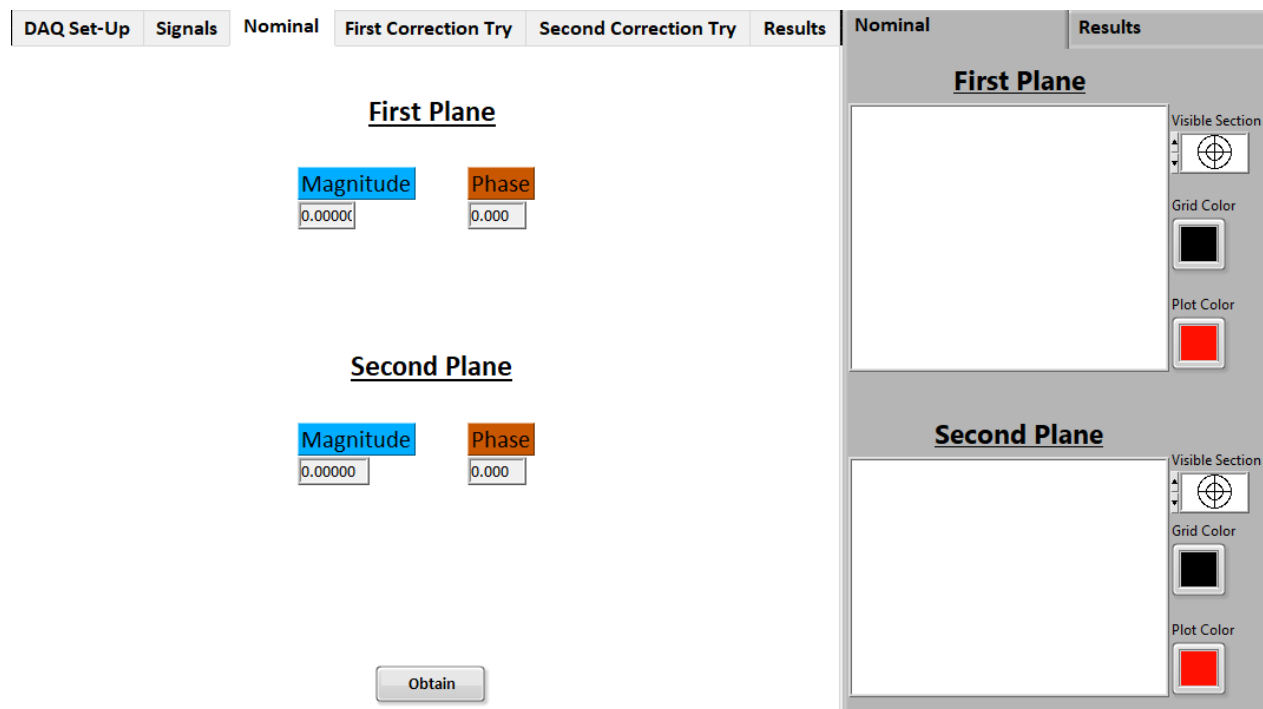
Το δεύτερο Tab Control στο δεξιό μέρος της φωτογραφίας φέρει δύο διαφορετικές καρτέλες με ονόματα Nominal και Results. Αποτελείται από τέσσερα πολικά διαγράμματα, δύο σε κάθε καρτέλα, για την σχεδίαση της θέσης της αζυγοσταθμίας επί των δίσκων.

Το επόμενο βήμα περιλαμβάνει τη λήψη και σχεδίαση των σημάτων από το σύστημα. Αυτό πραγματοποιείται στην επόμενη καρτέλα με όνομα Signals. Αφού ελεγχθεί ότι το σύστημα έχει στηθεί και λειτουργεί σωστά με το πάτημα του κουμπιού Obtain γίνεται λήψη των σημάτων επιτάχυνσης από τα δύο επιταχυνσιόμετρα που είναι τοποθετημένα στα έδρανα στήριξης. Επίσης, γίνεται και λήψη πληροφοριών σχετικά με την ταχύτητα περιστροφής του ρότορα. Η καρτέλα φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



**Σχήμα 5.9:** Γραφική απεικόνιση των σημάτων επιτάχυνσης και ταχύτητας

Μετά την επιτυχή λήψη και σχεδίαση των σημάτων επιτάχυνσης, γίνεται επίλυση όλων των απαραίτητων εξισώσεων για τον προσδιορισμό της αρχικής αζυγοσταθμίας. Σε περίπτωση που έστω και ένα διάγραμμα δε σχεδιαστεί καθόλου, ή σχεδιαστεί λανθασμένα είναι επιτακτική η ανάγκη ματαίωσης της διαδικασίας ενώ άμεσα πρέπει να γίνει προσπάθεια εντοπισμού του προβλήματος και επιδιόρθωση του. Το πρόβλημα σε τέτοιες περιπτώσεις θα αφορά λανθασμένο τρόπο σύνδεσης των καλωδίων των αισθητήρων με την κεντρική μονάδα ελέγχου για τη λήψη των δεδομένων. Η επιδιόρθωση όμως του προβλήματος είναι απαραίτητη για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων και για την μετέπειτα ορθή πραγματοποίηση της διαδικασίας της ζυγοστάθμισης. Όπως έχει αναφερθεί, τα επίπεδα στα οποία πραγματοποιείται η ζυγοστάθμιση είναι δύο και έχουν οριστεί να βρίσκονται πάνω στους δίσκους. Συνεπώς, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα είναι αναγκαίος ο προσδιορισμός του εύρους και της γωνίας της αζυγοσταθμίας στα δύο αυτά επίπεδα. Επίσης, έγινε και η προσθήκη δύο πολικών διαγραμμάτων για το κάθε επίπεδο για τη σχεδίαση της αζυγοσταθμίας επί των δίσκων.



**Σχήμα 5.10:** Προσδιορισμός αρχικής αζυγοσταθμίας στα δύο επίπεδα

Αφού έχει πραγματοποιηθεί και η λήψη όλων των δεδομένων που περιγράφουν το επίπεδο της αρχικής ταλάντωσης του συστήματος, στη συνέχεια καθίσταται δυνατή η έναρξη της διαδικασίας της ζυγοστάθμισης. Πιο συγκεκριμένα, η διαδικασία ξεκινά μεταβαίνοντας στην καρτέλα με όνομα First Correction Try, όπως αυτή παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Η διαδικασία έχει ως εξής: αρχικά γίνεται παύση της λειτουργίας του κινητήρα που περιστρέφει το ρότορα. Έπειτα, γίνεται τοποθέτηση της δοκιμαστικής μάζας στο πρώτο επίπεδο, δηλαδή στον πρώτο (αριστερά) δίσκο, σε γνωστή γωνία τοποθέτησης όπως αυτές έχουν οριστεί κατά τη

σχεδίαση της διάταξης. Είναι αναγκαία η εισαγωγή του μεγέθους της δοκιμαστικής μάζας όπως και της γωνίας τοποθέτησης στο πρόγραμμα και πιο συγκεκριμένα στα κελιά Mass και Phase που βρίσκονται στην κατηγορία First Trial Mass. Έπειτα, γίνεται πάλι έναρξη του κινητήρα και πραγματοποιείται εκ νέου καταγραφή των επιπέδων της ταλάντωσης στα δύο επίπεδα με το πάτημα του κουμπιού Obtain. Τα αποτελέσματα αυτά καταγράφονται στις κατηγορίες First και Second Plane, για το πρώτο και δεύτερο επίπεδο ζυγοστάθμισης αντίστοιχα. Τα κελιά Magnitude αντιστοιχούν στο εύρος της ταλάντωσης στα δύο επίπεδα ενώ αυτά με όνομα Phase στις αντίστοιχες γωνίες. Τέλος, είναι δυνατή η αποθήκευση δεδομένων όπως το μέγεθος της δοκιμαστικής μάζας, η γωνία τοποθέτησης, τα εύρη ταλάντωσης και οι γωνίες τους για περαιτέρω μελέτη ή επαναχρησιμοποίηση. Η αποθήκευση των δεδομένων πραγματοποιείται με την εντολή Save όπως αυτή φαίνεται στην επόμενη εικόνα. Η επαναχρησιμοποίηση ήδη αποθηκευμένων δεδομένων πραγματοποιείται με την εντολή Load.

DAQ Set-Up	Signals	Nominal	First Correction Try	Second Correction Try	Results
------------	---------	---------	----------------------	-----------------------	---------

**First Trial Mass**

Mass	Phase
0.00	0.000

**First Plane**

Magnitude	Phase
0.00000	0.000

**Second Plane**

Magnitude	Phase
0.00000	0.000

Save	Load	Obtain
------	------	--------

**Σχήμα 5.11:** Καρτέλα πρώτης προσπάθειας ζυγοστάθμισης

Η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω σχετικά με την πρώτη δοκιμαστική μάζα και τη γωνία τοποθέτησης της, επαναλαμβάνεται αυτούσια και για τη δεύτερη δοκιμαστική μάζα. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.10 η καρτέλα με όνομα Second Correction Try είναι πανομοιότυπη με την καρτέλα στο σχήμα 5.9. Γίνεται εκ νέου εισαγωγή του μεγέθους της νέας

δοκιμαστικής μάζας καθώς επίσης και της γωνίας τοποθέτησης στα αντίστοιχα κελιά με όνομα Mass και Phase. Μετά τη λήψη των δεδομένων της νέας ταλάντωσης καταγράφονται στα κελιά Magnitude και Phase τα εύρη και οι γωνίες της ταλάντωσης για τα δύο επίπεδα αντίστοιχα. Και σε αυτήν την περίπτωση είναι δυνατή η αποθήκευση των δεδομένων που είτε εισήχθησαν στο πρόγραμμα είτε προέκυψαν από την ανάλυση για περαιτέρω μελέτη καθώς επίσης και η επαναχρησιμοποίησή τους με τις αντίστοιχες εντολές όπως αυτές περιγράφηκαν προηγουμένως.

DAQ Set-Up	Signals	Nominal	First Correction Try	Second Correction Try	Results
------------	---------	---------	----------------------	-----------------------	---------

**Second Trial Mass**

Mass	Phase
0.00	0.000

**First Plane**

Magnitude	Phase
0.00000	0.000

**Second Plane**

Magnitude	Phase
0.00000	0.000

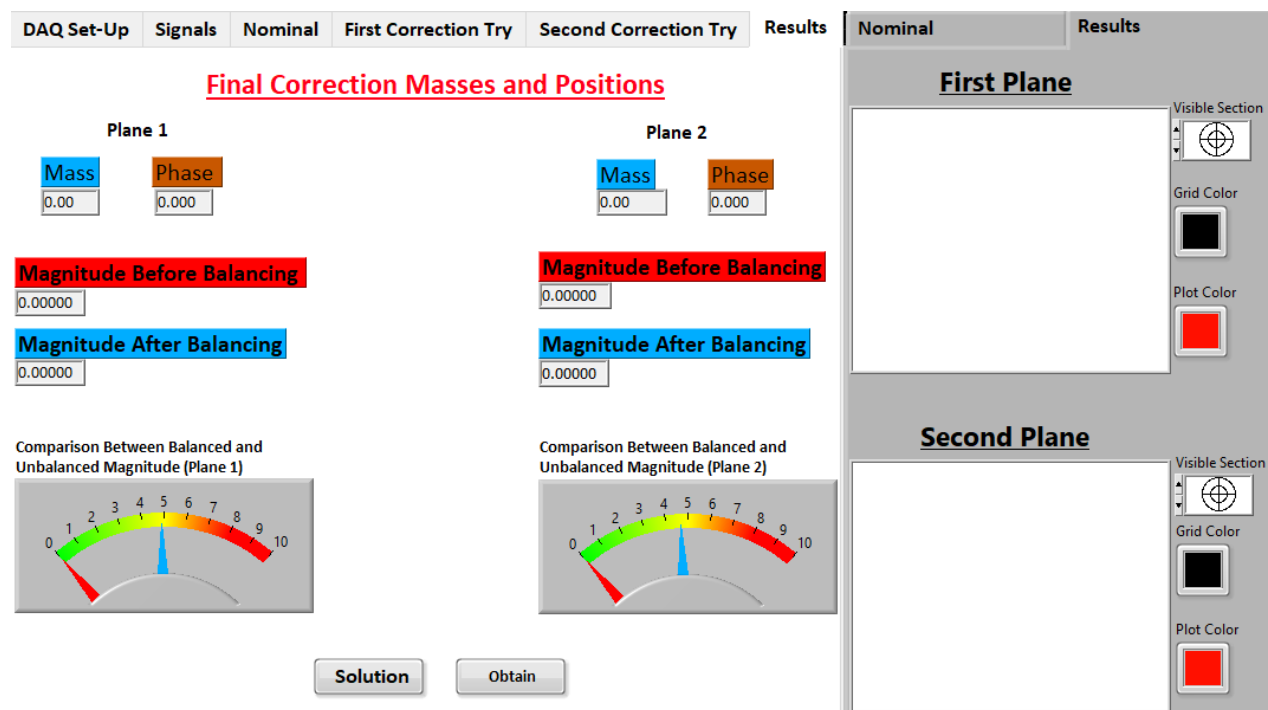
  

Save	Load	Obtain
------	------	--------

**Σχήμα 5.12:** Καρτέλα δεύτερης προσπάθειας ζυγοστάθμισης

Μετά την πραγματοποίηση και της δεύτερης λήψης των δεδομένων της ταλάντωσης γίνεται εκ νέου παύση της λειτουργίας του κινητήρα. Για την ολοκλήρωση της εκτέλεσης του προγράμματος γίνεται μετάβαση στην τελική καρτέλα με όνομα Results. Ενώσω ο κινητήρας είναι σταματημένος, στην τελική καρτέλα παρουσιάζονται τα προτεινόμενα μεγέθη μάζας καθώς επίσης και οι αντίστοιχες γωνίες τοποθέτησης στα δύο επίπεδα. Τα δεδομένα αυτά παρουσιάζονται στα κελιά με όνομα Mass και Phase στις κατηγορίες Plane 1 και Plane 2 για τα

δύο επίπεδα ζυγοστάθμισης αντίστοιχα και γίνονται ορατά μετά το πάτημα του κουμπιού με όνομα Solution. Όντας πλέον γνωστά τα απαραίτητα στοιχεία για την ολοκλήρωση της διαδικασίας της ζυγοστάθμισης, γίνεται η τοποθέτηση των απαραίτητων μαζών στις κατάλληλες γωνίες στους δίσκους της πειραματικής διάταξης και στα δύο επίπεδα αντίστοιχα. Στη συνέχεια, γίνεται επανέναρξη της λειτουργίας του κινητήρα και με το πάτημα του κουμπιού Obtain γίνεται η λήψη των δεδομένων της ταλάντωσης μετά την ζυγοστάθμιση. Η καρτέλα Results φέρει δύο κελιά για κάθε επίπεδο που παρουσιάζουν τα εύρη της ταλάντωσης πριν και μετά τη ζυγοστάθμιση, ενώ η σύγκριση αυτή πραγματοποιείται και με γραφικό τρόπο με τη χρήση δύο ακίδων. Η κόκκινη ακίδα αντιστοιχεί σε εύρος ταλάντωσης πριν τη ζυγοστάθμιση ενώ η μπλε ακίδα στο εύρος της ταλάντωσης όπως προέκυψε μετά την προσθήκη των απαραίτητων μαζών και στις κατάλληλες γωνίες για τη ζυγοστάθμιση. Η καρτέλα Results επίσης περιέχει και πολικά διαγράμματα για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων.



**Σχήμα 5.13:** Καρτέλα τελικών αποτελεσμάτων και σύγκρισης αυτών μετά το πέρας της ζυγοστάθμισης

## 6 Συμπεράσματα

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη και ανάπτυξη μιας πειραματικής διάταξης ζυγοστάθμισης με την ανάπτυξη διαφορετικών αριθμητικών μοντέλων και η εξακρίβωση της λειτουργίας της μέσω πειραματικών μεθόδων. Η πειραματική διάταξη που αναπτύχθηκε για τη διεξαγωγή του πειράματος αποτελείται από μια δοκό, η οποία στηρίζεται σε δύο έδρανα και φέρει δύο δίσκους.

Αρχικά, αφού έγινε ένα πρώιμο σκαρίφημα της κατασκευής, έγινε σταδιακή ανάπτυξη τεσσάρων διαφορετικών μοντέλων στο Matlab με τη χρήση του Rotor Soft με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης διάταξης. Βέλτιστη διάταξη στην παρούσα μελέτη θεωρείται μια κατασκευή στην οποία οι πρώτες ιδιοσυχνότητες είναι ορατές στο ανθρώπινο μάτι, έτσι ώστε να υπάρχει καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της αζυγοσταθμίας. Μετά την επίλυση των τεσσάρων αυτών διαφορετικών μοντέλων στο Matlab και βάσει των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, έγινε σχεδίαση της τελικής κατασκευής, όπως αυτή προέκυψε από το μαθηματικό μοντέλο.

Έπειτα, ήταν αναγκαία η πειραματική προσέγγιση του φαινομένου της αζυγοσταθμίας. Για το λόγο αυτό έγινε σχεδίαση ενός κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον Labview με σκοπό την επίτευξη ζυγοστάθμισης στην πειραματική διάταξη. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκτέλεση του κώδικα ταυτίζονται με τα αποτελέσματα του λεπτομερούς μοντέλου όπως αυτά προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος στο Matlab. Τέλος, από τα αποτελέσματα που προέκυψαν διαπιστώθηκε ότι η ζυγοστάθμιση της πειραματικής διάταξης ήταν επιτυχής καθώς επιτεύχθηκε μείωση του εύρους ταλάντωσης.

Συνεπώς, η χρήση αριθμητικών μοντέλων για την πρόβλεψη και προσομοίωση της ζυγοστάθμισης ενός πραγματικού περιστρεφόμενου συστήματος είναι ικανοποιητική, γεγονός που αποδεικνύεται και από την ταύτιση των αποτελεσμάτων του αριθμητικού και πειραματικού μοντέλου.

## Βιβλιογραφία

1. **Michael I. Friswell, John E. T. Penny, Seamus D. Garvey, Arthur W. Lees.** *Dynamics of Rotating Machines*. s.l. : Cambridge University Press, 2010.
2. **MacCamhaoil, Macdara.** *Static And Dynamic Balancing of Rigid Rotors*. 2000.
3. **K., Nisbett.** *Dynamic Balancing of Rotating Machinery Experiment*.
4. **Ματάκος Κ., Μοσχίδης Δ.** *Κατασκευή Δοκιμαστηρίου Δυναμικής Ζυγοστάθμισης*. 2009.
5. **Dr. Edgar J. Gunter, Charles Jackson P.E.** *Balancing of Rigid And Flexible Rotors*. 1988.
6. **I., Τριάντης Α.** *Μέθοδος πρόγνωσης βλαβών μέσω ανάλυσης συχνότητας κραδασμών*. Πειραιάς : s.n., 2012.
7. <https://en.wikipedia.org/wiki/CompactDAQ>. *Wikipedia*. [Ηλεκτρονικό]
8. <https://en.wikipedia.org/wiki/LabVIEW>. *Wikipedia*. [Ηλεκτρονικό]
9. **Σ., Ζύγας.** *Ζυγοστάθμιση δυνάμεων και ροπών μαζών μηχανής εσωτερικής καύσης*. Πάτρα : s.n., 2018.