ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ SCRATCH.

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΗΣ ΕΛΙΣΣΑΒΕΤ ΠΟΥΑΡΙΔΟΥ

ΦΛΩΡΙΝΑ

Μάιος 2021

Φύλλο Εξέτασης

1. Επόπτης: ____

   Βαθμός: ______________________________

   Υπογραφή: Ημερομηνία:

2. Δεύτερος Βαθμολογητής: ____

   Βαθμός: ______________________________

   Υπογραφή: Ημερομηνία:

Γενικός Βαθμός: _______________________________________

Η συγγραφέας Ελισσάβετ Πουαρίδου βεβαιώνει ότι το περιεχόμενο του παρόντος έργου είναι αποτέλεσμα προσωπικής εργασίας και ότι έχει γίνει η κατάλληλη αναφορά σε εργασίες τρίτων, όπου κάτι τέτοιο ήταν απαραίτητο, σύμφωνα με τους κανόνες της ακαδημαϊκής δεοντολογίας.

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

Περιεχόμενα

<u>Κατάλογος Πινάκων, Σχημάτων, Εικόνων</u>

Περίληψη

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται μία έρευνα σχετικά με τη διδασκαλία τριών διαφορετικών τρόπων εκτέλεσης της πράξης του πολλαπλασιασμού, αξιοποιώντας το προγραμματιστικό περιβάλλον του Scratch. Οι τρόποι αυτοί, αποτελούν ιστορικές μεθόδους του πολλαπλασιασμού που εμφανίστηκαν σε διάφορους πολιτισμούς. Στόχος της έρευνας είναι να αναδειχθεί η συμβολή που μπορεί να έχει η εφαρμογή των παιχνιδιών, κατασκευασμένων στο περιβάλλον αυτό, στην κατανόησή τους, έναντι του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας τους με χαρτί και μολύβι. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφική ανασκόπηση που έχει γίνει για τη συγγραφή της παρούσας εργασίας, δεν παρατηρήθηκε κάποια παρόμοια προσπάθεια για το συγκεκριμένο θέμα του πολλαπλασιασμού, που να αξιοποιεί αυτό το προγραμματιστικό περιβάλλον. Ωστόσο, αποτελεί ένα εργαλείο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από όλους/όλες τους/τις εκπαιδευτικούς και να εφαρμοστεί μέσα στη σχολική τάξη στα πλαίσια του μαθήματος. Ακόμη, με την αναφορά σε διαφορετικούς τρόπους πολλαπλασιασμού γίνεται παράλληλα και η ανάδειξη άλλων μεθόδων από διάφορους πολιτισμούς που έχουν αναπτυχθεί στη διάρκεια όλων αυτών των χρόνων. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για τη διεξαγωγή της έρευνας ήταν τα παιχνίδια που δημιουργήθηκαν στο Scratch και έπειτα, η συμπλήρωση του ηλεκτρονικού ερωτηματολογίου, σχετικά με την κατανόησή τους. Λόγω των ιδιαίτερων συνθηκών που ζούμε σήμερα, η έρευνα έγινε σε φοιτητές και φοιτήτριες του τμήματός μας και όχι σε παιδιά Δημοτικού. Τα βασικά συμπεράσματα που απορρέουν από αυτή είναι ότι τα παιχνίδια μπορούν να αξιοποιηθούν τελικά ως μέσο εκμάθησης αλγορίθμων πολλαπλασιασμού και ότι οι αναπαραστάσεις μπορούν να γίνουν αντιληπτές από τον μεγαλύτερο αριθμό των συμμετεχόντων/συμμετεχουσών. Τέλος, φάνηκε ότι φοιτητές και φοιτήτριες του παιδαγωγικού τμήματος μπόρεσαν να αντιληφθούν τους συγκεκριμένους τρόπους πολλαπλασιασμού αποκλειστικά με τη χρήση του Scratch.

Λέξεις κλειδιά: εναλλακτικές μέθοδοι πολλαπλασιασμού, scratch, μαθηματικά, προγραμματισμός, διδασκαλία

Abstract

This paper presents a research on teaching three different ways of performing the multiplication operation, utilizing the Scratch programming environment. These are historical methods of multiplication that have appeared in various cultures. The aim of the research is to highlight the contribution that the application of games made in Scratch may have in their understanding, compared to the traditional way of teaching. According to the literature review that has been done for writing this paper, no similar effort was observed for the specific issue of multiplication, which utilizes this programming environment. However, it is a tool that can be used by all teachers and be applied in the classroom as part of the lesson. Also, by referring to different ways of multiplication, other methods from different cultures that have been developed during all these years, are also highlighted. The method used to conduct the research was the games created in Scratch and then, the completion of the electronic questionnaire, regarding their understanding. Due to the special conditions we live in today, the research was done on students of our department and not on primary school children. The main conclusion that emerge from this is that games can ultimately be used as a mean of learning multiplication algorithms and that representations can be perceived by a large number of participants. Finally, it seemed that students of the pedagogical department were able to understand the specific ways of multiplication exclusively by using Scratch.

Keywords: alternative multiplication methods, scratch, mathematics, programming, teaching

Πρόλογος

Το θέμα της παρούσας εργασίας προέκυψε από το ενδιαφέρον που μου δημιουργήθηκε για το προγραμματιστικό περιβάλλον του Scratch κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου στο Πανεπιστήμιο, σε συνδυασμό με το ενδιαφέρον μου για το μάθημα των Μαθηματικών. Αποφάσισα να ασχοληθώ με εναλλακτικούς τρόπους διδασκαλίας των Μαθηματικών, εστιάζοντας στην πράξη του πολλαπλασιασμού. Η ανάγκη αυτή προέκυψε από τα ερεθίσματα που είχα για τον τρόπο με τον οποίο πολλοί/πολλές μαθητές/μαθήτριες αντιμετωπίζουν το συγκεκριμένο μάθημα, το ενδιαφέρον που δείχνουν για την τεχνολογία και φυσικά, το παιχνίδι. Προσπάθησα, λοιπόν, να συνδυάσω όλα τα παραπάνω και να φέρω τα παιδιά πιο κοντά στα μαθηματικά, χρησιμοποιώντας τα μέσα που τους αρέσουν. Συνεπώς, στην εργασία μου προτείνονται τρία παιχνίδια που θα ενισχύσουν την παρατηρητικότητά τους και θα παρουσιάσουν τα μαθηματικά με έναν πιο ελκυστικό τρόπο, μέσα από αναπαραστάσεις.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Κωνσταντίνο Νικολαντωνάκη, επιβλέπων καθηγητή της πτυχιακής μου εργασίας, για την εξαιρετική συνεργασία, τη βοήθεια στην επιλογή του θέματος και την εμπιστοσύνη του να αναλάβει μία πτυχιακή που δεν περιοριζόταν μόνο στο μάθημα των μαθηματικών. Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την υποστήριξή τους όλο αυτό το διάστημα. Τέλος, τις συμφοιτήτριες και τους συμφοιτητές μου, που με βοήθησαν να φέρω σε πέρας την έρευνα, δοκιμάζοντας τα παιχνίδια και απαντώντας στο ερωτηματολόγιο.

Εισαγωγή

Ξεκινώντας από την αρχαιότητα και φτάνοντας μέχρι το σήμερα, ποικίλες μέθοδοι πολλαπλασιασμού έχουν αναπτυχθεί σε αρκετούς πολιτισμούς, όπως είναι για παράδειγμα ο Ελληνικός, ο Αραβικός, ο Κινέζικος, ο Αιγυπτιακός και ο Ρωσικός πολιτισμός. Οι αλγόριθμοι αυτών των πολλαπλασιασμών παρουσιάζουν αρκετό ενδιαφέρον, αποτελούν μέρος της παρούσας εργασίας και η περιγραφή τους, σε συνδυασμό με παραδείγματα, υπάρχουν αναλυτικά στο πρώτο κεφάλαιο.

Ωστόσο, το μάθημα των Μαθηματικών από πολλούς/πολλές μαθητές/μαθήτριες, όλων των ηλικιών, από το Δημοτικό μέχρι και το Λύκειο, θεωρείται δύσκολο και ανιαρό (Τζανάκης, 2015). Εξάλλου, δεν είναι λίγες οι φορές που επιλέγουν να μην εμπλακούν στο μάθημα και κατά συνέπεια, στη διαδικασία ανακάλυψης της νέας γνώσης. Γενικότερα, η αποχή από τη δημιουργική διαδικασία «κάνω μαθηματικά», όπως την αναφέρει χαρακτηριστικά ο Τζανάκης (2015), περιορίζει σε μεγάλο βαθμό το ενδιαφέρον που επιδεικνύουν για αυτά. Έτσι, οι εκπαιδευτικοί παραθέτουν απλώς τις νέες γνώσεις και καλούν τα παιδιά να εφαρμόσουν τους εκάστοτε κανόνες, αλγορίθμους και θεωρίες, μετατρέποντάς τα σε κάτι που προκύπτει «μαγικά» (Καφούση, 2002) και δεν έχει καμία σχέση με την καθημερινότητα. Αποτέλεσμα των παραπάνω γεγονότων είναι η εμφάνιση κάποιων εμποδίων στην κατανόησή τους κατά τη διάρκεια διδασκαλίας τους από τους/τις εκπαιδευτικούς (Καφούση, 2002).

Τα εμπόδια, επομένως, μπορεί να οφείλονται στο θεωρητικό υπόβαθρο, τη μη κατανόηση, δηλαδή, της εμφάνισης ορισμένων κανόνων, θεωριών, συμβολισμών και τύπων κατά τη διάρκεια των σπουδών τους. Σε αρκετές περιπτώσεις το συγκεκριμένο μάθημα αντιμετωπίζεται με απορία από μαθητές και μαθήτριες, ακριβώς γιατί οι εκπαιδευτικοί παρουσιάζουν διάφορους τύπους και συμβολισμούς χωρίς νόημα για τα παιδιά (Καφούση, 2002), χωρίς να εξηγούν τι κρύβεται πίσω από όλα αυτά, ποιες διαδικασίες και ανάγκες της καθημερινότητας οδήγησαν στην εύρεσή τους και πώς κατέληξαν εκεί.

Προκειμένου, λοιπόν, να γίνει λιγότερο μονότονο και πιο συναρπαστικό αυτό το μάθημα και να προσφέρει περισσότερες εξηγήσεις, οι οποίες θα μπορούσαν να βοηθήσουν στην καλύτερη αντιμετώπισή του από τα παιδιά, έχουν γίνει έρευνες για την αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα, στις μελέτες που έχουν προηγηθεί όλα αυτά τα χρόνια, παρουσιάζονται αρκετά επιχειρήματα υπέρ της αξιοποίησής της, προκειμένου οι μαθητές και οι μαθήτριες να συνειδητοποιήσουν την αξία των Μαθηματικών σε πολλές πτυχές της ανθρώπινης δραστηριότητας. Δεν εκλείπει, βέβαια, και η υποστήριξη της αντίθετης άποψης, ενάντια στη χρήση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία τους, λόγω επιπλέον σύγχυσης που θα προσφέρει (Τζανάκης, 2015). Όλα αυτά αναφέρεται στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας.

Εμπόδια, βέβαια, που δυσχεραίνουν την επαφή μαθητών και μαθητριών με τα Μαθηματικά, εμφανίζονται και κατά τη διάρκεια εκμάθησης και επίλυσης των βασικών πράξεων, όπως η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός. Με βάση μελέτες που έχουν γίνει, αρκετά παιδιά δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις ιδιότητες που έχουν ορισμένοι αριθμοί σε κάθε πράξη, όπως είναι για παράδειγμα ο αριθμός μηδέν (Sadi, 2007), ο οποίος έχει άλλη ιδιότητα όταν προστίθεται σε κάποιον αριθμό και άλλη όταν πολλαπλασιάζεται. Διαμορφώνουν, έτσι, αρνητική στάση μέσα από τη σύγχυση που προκαλείται (Sadi, 2007). Αυτό είναι ένα από τα συνήθη λάθη που γίνονται από τη μεριά των εκπαιδευομένων, ενώ υπάρχουν και άλλα σχετικά με την εκτέλεση των αλγορίθμων των πράξεων (Σύκα κ.ά., 2011). Τα λάθη για τα οποία γίνεται λόγος είναι αυτά που εμφανίζονται πιο συχνά, είναι κοινά αναγνωρισμένα από το μεγαλύτερο ποσοστό των μαθητών/μαθητριών και τους οδηγούν σε μικρές απογοητεύσεις για το μάθημα. Οι παρανοήσεις αυτές δίνονται πιο αναλυτικά στο τρίτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας.

Σε αντίθεση με την αρνητική στάση που επιδεικνύουν πολλά παιδιά απέναντι στα Μαθηματικά, με το πέρασμα των χρόνων το μεγαλύτερο ποσοστό τους εξοικειώνεται όλο και περισσότερο με τους υπολογιστές, τα κινητά τηλέφωνα και γενικότερα, την τεχνολογία. Η τελευταία, όμως, κρύβει μέσα της μαθηματικά, ακόμη κι αν δεν το αναγνωρίζουν τα παιδιά. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα εργασία επιχειρείται η ανάδειξη της συμβολής που μπορεί να έχει η εφαρμογή παιχνιδιών σχεδιασμένων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή στην κατανόηση εναλλακτικών μεθόδων πολλαπλασιασμού. Συγκεκριμένα, έχουν κατασκευαστεί με τη χρήση του προγραμματιστικού περιβάλλοντος Scratch, για το οποίο έγιναν επίσης έρευνες, τόσο στην Ελλάδα όσο και στο εξωτερικό, όπως παρατηρείται στο τέταρτο κεφάλαιο. Αποτελεί ένα από τα πιο διαδεδομένα και περισσότερο μελετημένα προγραμματιστικά περιβάλλοντα, με θετικές αξιολογήσεις από μαθητές και μαθήτριες (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011).

Ποικίλες έρευνες και εφαρμογές του Scratch υπάρχουν στη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία, με πλούσια παραδείγματα εφαρμογής του σε σχολεία Ελλάδας και εξωτερικού (Φωκίδης & Μπούκλα, 2016). Οι εφαρμογές του δεν περιορίζονται στην εκμάθηση του προγραμματισμού, αλλά διευρύνονται σε όλα τα μαθήματα του σχολικού προγράμματος και με ποικίλες χρήσεις, από παιχνίδια μέχρι ψηφιακές αφηγήσεις. Οι δυνατότητες που προσφέρει είναι πάρα πολλές, καλύπτει μεγάλο αριθμό ενδιαφερόντων των ανθρώπων (Olabe et al., 2011) και τα αποτελέσματα ερευνών που έχουν γίνει σχετικά με την αξιοποίηση του συγκεκριμένου περιβάλλοντος είναι θετικά.

Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι προσφέρει τη δυνατότητα για ένα πιο ενδιαφέρον μάθημα, κοντά στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των παιδιών, που μπορεί να συμβάλλει και σε μία πιο θετική αντίληψη ακόμη και για το μάθημα των Μαθηματικών. Συνεπώς, εδώ θα συνδυαστεί το μάθημα των Μαθηματικών με το παιχνίδι και τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, για να παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν. Η ερευνητική υπόθεση στην οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση είναι αν τα παιχνίδια επιτρέπουν στους παίκτες και τις παίκτριες να κατανοήσουν τα επιμέρους στάδια των αλγορίθμων, αντί για τη χρήση της παραδοσιακής μεθόδου με χαρτί και μολύβι. Τα ερευνητικά ερωτήματα που θα απαντηθούν από αυτή την έρευνα είναι:

- Μπορούν τα παιχνίδια που δημιουργήθηκαν στο Scratch να οδηγήσουν τους/τις παίκτες/παίκτριες στην κατανόηση των αλγορίθμων των πολλαπλασιασμών;
- Μπορούν τα παιχνίδια στο Scratch να ενεργοποιήσουν ακόμη και τα άτομα που δεν τους αρέσουν τα μαθηματικά να συμμετέχουν σε αυτά;

- Γίνονται αντιληπτές οι αναπαραστάσεις των παιχνιδιών από όσους/όσες παίζουν;

Στο πέμπτο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας και η συζήτησή τους, ιδέες για περεταίρω έρευνα, ενώ παρατίθεται και η σχετική βιβλιογραφία με το παράρτημα.

Κεφάλαιο 1^{ο} : Ιστορικές Μέθοδοι Πολλαπλασιασμού

1.1.Ελληνικός πολλαπλασιασμός

«Ο Ελληνικός πολλαπλασιασμός είναι ένας πολύ παλιός αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού που προέρχεται μέσα από την παράδοση των ελληνικών μαθηματικών» (Λεμονίδης & Νικολαντωνάκης, 2007, σ. 11). Πρώτη φορά εμφανίζεται τον 5^{ο} μ.Χ. αιώνα, στα κείμενα του Ευτόκιου (Λεμονίδης & Νικολαντωνάκης, 2007, σ. 11). Αποτελεί έναν εύκολο και αρκετά λογικό τρόπο υπολογισμού, αν σκεφτούμε ότι έρευνες που έχουν γίνει έδειξαν να χρησιμοποιείται ήδη από μαθητές και μαθήτριες πριν ακόμη το διδαχθούν (Λεμονίδης & Νικολαντωνάκης, 2007, σ. 11).

Με βάση τον Ελληνικό πολλαπλασιασμό, οι αριθμοί που πολλαπλασιάζονται αναλύονται σε άθροισμα δυνάμεων του δέκα. Οι δύο παράγοντες του γινομένου, δηλαδή, αναλύονται σε μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες. Παράλληλα, χρησιμοποιείται ένας πίνακας 2 x 2 (Πίνακας 1), όπου αναλύονται στις στήλες ο πολλαπλασιαστής και στις γραμμές ο πολλαπλασιαστέος, για να υπάρχει αντιστοιχία με τον κλασικό αλγόριθμο. Ωστόσο, στον πίνακα τα γινόμενα που προκύπτουν μπορούν να πραγματοποιηθούν με οποιαδήποτε σειρά (Λεμονίδης & Νικολαντωνάκης, 2007, σ. 9).

Ο πίνακας αυτός βοηθάει, καθώς έτσι παίρνονται ποσότητες που οι αξίες τους είναι γνωστές και όχι απλά ψηφία, όπως συμβαίνει με τον κλασικό αλγόριθμο. Ταυτόχρονα, αποκαλύπτει τις ιδιότητες του τελευταίου, που για κάποιους/κάποιες πολλές φορές δεν είναι αρκετά προφανείς. Με τον Ελληνικό πολλαπλασιασμό, επομένως, γίνεται αντιληπτό πώς προκύπτουν τα επιμέρους γινόμενα και η θεσιακή αξία των ψηφίων των παραγόντων του πολλαπλασιασμού (Λεμονίδης & Νικολαντωνάκης, 2007, σ. 11).

Δίνεται ένα παράδειγμα εφαρμογής του Ελληνικού πολλαπλασιασμού. Έστω ότι τίθεται προς επίλυση ο πολλαπλασιασμός 46 x 32. Με βάση τον αλγόριθμο αυτό, τα βήματα είναι τα εξής:

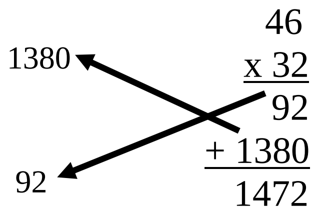
Βήμα 1^{ο} : Δημιουργούμε έναν πίνακα 2 x 2.

Πίνακας 1: *Πίνακας 2 x 2*

Βήμα 2^{ο} : Τοποθετούμε τον πολλαπλασιαστέο (46) στις στήλες και τον πολλαπλασιαστή (32) στις γραμμές, σαν άθροισμα δυνάμεων του δέκα. Εκτελούμε την κάθε πράξη στο αντίστοιχο κουτάκι (Πίνακας 2).

Πίνακας 2: *Ανάλυση αριθμών στον πίνακα σαν άθροισμα δυνάμεων του 10*

	40	6
30	30 x 40 = 1200	30 x 6 = 180
2	2 x 40 = 80	2 x 6 = 12



Βήμα 3ο : Προσθέτουμε αρχικά 1200 + 180 = 1380 και 80 + 12 = 92. Έπειτα, προσθέτουμε τους δύο αυτούς αριθμούς 1380 + 92 = 1472. Αυτό είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 46 x 32.

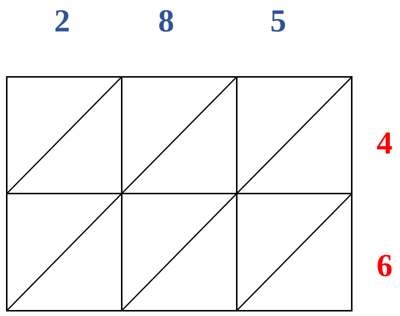
1.2.Μέθοδος per gelosia / Μέθοδος με κόσκινο

Η μέθοδος με κόσκινο αποτελεί έναν από τους πιο παλιούς αλγόριθμους πολλαπλασιασμού που χρησιμοποιήθηκε σε πολλούς πολιτισμούς, χωρίς να είναι ακριβώς γνωστό πού αναπτύχθηκε. Αναφορές για αυτήν υπάρχουν τόσο σε ινδικά, όσο και σε αραβικά κείμενα. Αρκετά χρόνια μετά χρησιμοποιήθηκε στην Οθωμανική Αυτοκρατορία, ενώ στην Ευρώπη, και συγκεκριμένα στην Ιταλία, προήλθε από τον αραβικό κόσμο. Είναι γνωστή, συνεπώς, με διάφορα ονόματα, μερικά από τα οποία είναι lattice multiplication, gelosia multiplication, shabakh και Hindu lattice. Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται ένα πλέγμα, όπου τοποθετούνται βοηθητικοί αριθμοί (Αλγόριθμοι Πολλαπλασιασμού (μέρος Ι), χ.χ.). Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα, προκειμένου να γίνει κατανοητή η διαδικασία.

Δίνεται ο πολλαπλασιασμός 285 x 46.

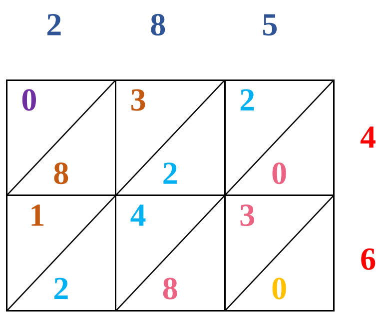
Βήμα 1ο : Δημιουργούμε ένα μικρό πίνακα (πλέγμα – κόσκινο) με τρεις στήλες και δύο γραμμές. Πάνω από κάθε στήλη γράφουμε τα ψηφία του αριθμού 285 και δίπλα από κάθε γραμμή τοποθετούνται τα ψηφία του αριθμού 46. Χωρίζουμε το κάθε τετράγωνο σε δύο μέρη φέρνοντας τη διαγώνιο (Πίνακας 3).

Πίνακας 3: *Το πλέγμα-κόσκινο*



Βήμα 2ο : Εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς όλων των δυνατών συνδυασμών ψηφίων του πρώτου (μπλε) και του δεύτερου (κόκκινου) αριθμού. Το αποτέλεσμα το τοποθετούμε στο αντίστοιχο τετραγωνάκι, προσέχοντας οι μονάδες να τοποθετηθούν στο κάτω δεξιά και οι δεκάδες στο πάνω αριστερά μέρος του. Για παράδειγμα, 5 x 4 = 20, το οποίο θα γραφεί στο πάνω δεξιά τετράγωνο, όπως φαίνεται παρακάτω (Πίνακας 4).

Πίνακας 4: *Εκτέλεση των πολλαπλασιασμών*



Βήμα 3ο : Αθροίζουμε τα ψηφία κατά μήκος όλων των «διαγώνιων» ζωνών που φαίνονται στο σχήμα, ξεκινώντας από κάτω δεξιά. Συνεχίζουμε προς τα πάνω και αριστερά. Στην περίπτωση που το αποτέλεσμα είναι διψήφιος αριθμός, γράφουμε τις μονάδες και κρατάμε τις δεκάδες ως κρατούμενο για την επόμενη πρόσθεση (Πίνακας 5).

Οι διαγώνιες ζώνες που δημιουργήθηκαν είναι πέντε. Από κάτω δεξιά και προς τα πάνω έχουμε:

Πρώτη διαγώνια ζώνη: 0

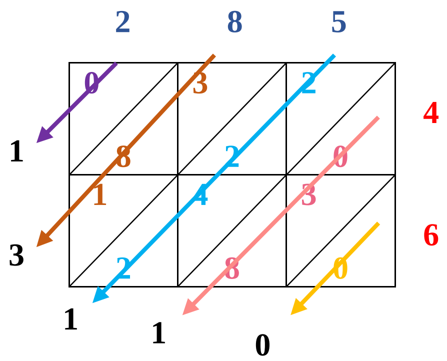
Δεύτερη διαγώνια ζώνη: 8 + 3 + 0 = 11, γράφουμε το 1 (μονάδα) και κρατάμε το 1 (δεκάδα) για κρατούμενο.

Τρίτη διαγώνια ζώνη: 2 + 4 + 2 + 2 = 10 + 1 (το κρατούμενο από πριν) = 11. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με το κρατούμενο, όπως πριν.

Τέταρτη διαγώνια ζώνη: 1 + 8 + 3 = 12 + 1 = 13 (μαζί με το κρατούμενο της τρίτης διαγώνιας ζώνης)

Πέμπτη διαγώνια ζώνη: 0

Πίνακας 5: *Άθροισμα ψηφίων*



Για να γράψουμε το αποτέλεσμα ξεκινάμε από πάνω αριστερά και συνεχίζουμε αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Έτσι το αποτέλεσμα είναι ο αριθμός 13110.

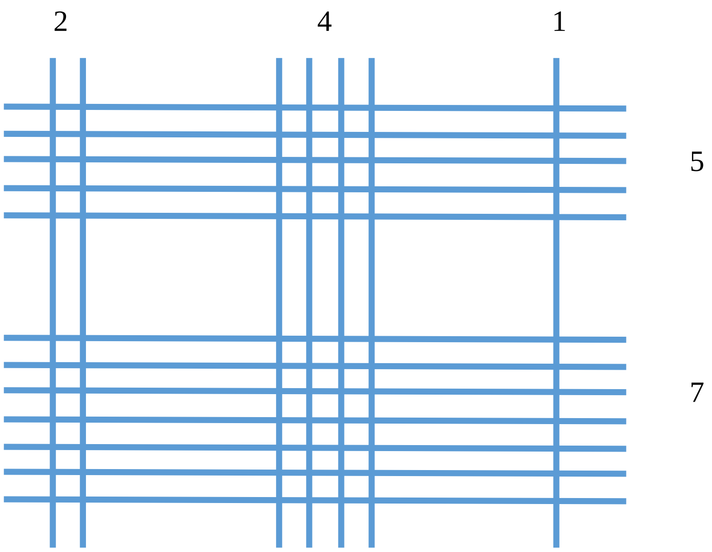
1.3.Κινέζικος πολλαπλασιασμός

Η μέθοδος αυτή του κινέζικου πολλαπλασιασμού ή αλλιώς μέθοδος πολλαπλασιασμού με γραμμές (ξυλάκια) αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου με κόσκινο. Το γεγονός ότι δε χρειάζεται κανέναν πίνακα πολλαπλασιασμού, δηλαδή γνώση της προπαίδειας, για να εκτελεστεί είναι το πλεονέκτημά της, σε αντίθεση με το χώρο και το χρόνο που απαιτείται μέχρι να βρεθεί το αποτέλεσμα, όταν οι αριθμοί είναι μεγάλοι. Το μόνο που χρειάζεται να γνωρίζει κάποιος/κάποια για να την εφαρμόσει είναι η πρόσθεση και η ικανότητα απαρίθμησης (Αλγόριθμοι Πολλαπλασιασμού (μέρος ΙΙ), χ.χ.). Ακολουθεί παράδειγμα με την εφαρμογή του κινέζικου πολλαπλασιασμού.

Δίνεται ο πολλαπλασιασμός 241 x 57.

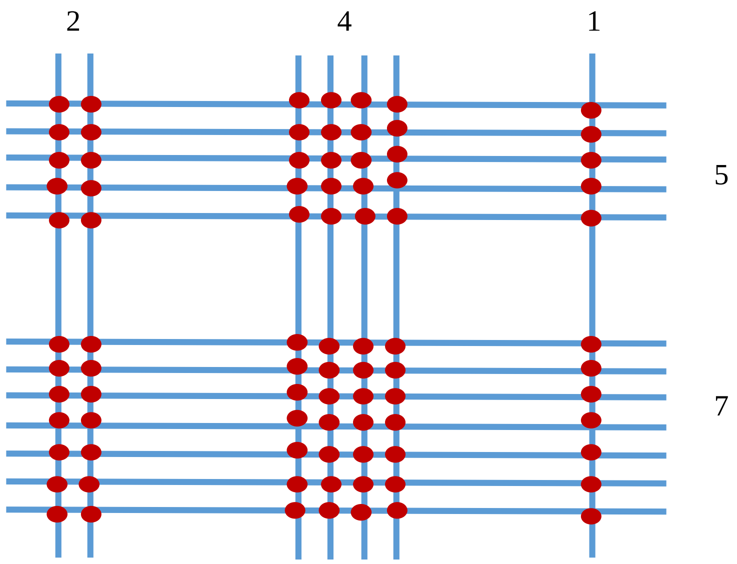
Βήμα 1^{ο} : Τοποθετούμε τον έναν από τους δύο αριθμούς οριζόντια και τον άλλον κάθετα, με μορφή όπως αυτή της μεθόδου με κόσκινο. Για κάθε ψηφίο σχηματίζονται οι ανάλογες γραμμές ή τοποθετούνται τα αντίστοιχα ξυλάκια, ανάλογα με τη μορφή που επιλέγουμε να το εκτελέσουμε, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.

Σχήμα 1: *Σχηματισμός αντίστοιχων γραμμών σε κάθε ψηφίο*



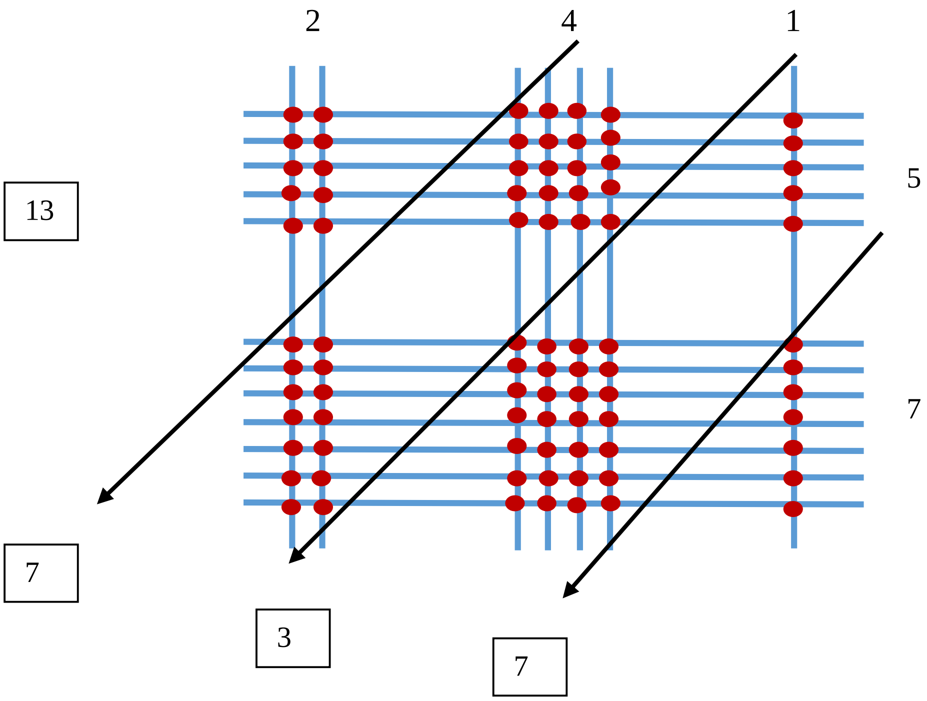
Βήμα 2^{ο} : Σημειώνουμε τα σημεία τομής των ευθειών με κουκίδες (Σχήμα 2).

Σχήμα 2: *Σημείωση σημείων τομής ευθειών*



Βήμα 3° : Φέρνουμε διαγώνιες -όπως στη μέθοδο με κόσκινο- και απαριθμούμε τα σημεία τους, ξεκινώντας από τα κάτω δεξιά. Γράφουμε μόνο τις μονάδες του αποτελέσματος και μεταφέρουμε τις δεκάδες ως κρατούμενο στην επόμενη διαγώνιο. Στην τελευταία ομάδα σημείων γράφουμε και τις μονάδες και τις δεκάδες (Σχήμα 3).

Σχήμα 3: *Διαγώνιες γραμμές και καταμέτρηση κουκίδων*

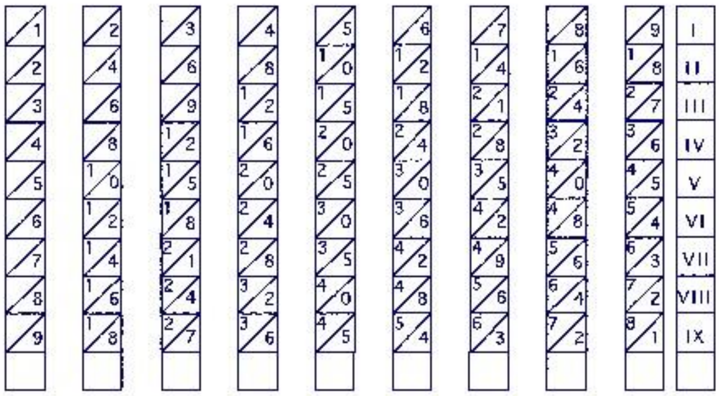


Όπως προκύπτει, το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 241 x 57 = 13.737 .

1.4. Ράβδοι του Napier

Οι ράβδοι του Napier αποτελούσαν ένα είδος πίνακα πολλαπλασιασμού (Δρούγας, 2013) . Ήταν δέκα ξύλινες, τετράπλευρες ράβδοι και αριθμούνταν από το μηδέν μέχρι το εννέα. Η κάθε μία από αυτές χωριζόταν σε εννέα διαστήματα, όπου υπήρχαν σημειωμένα τα εννέα πολλαπλάσια του αριθμού, με τη μορφή δύο ψηφίων χωρισμένων από μία κεκλιμένη γραμμή (Δρούγας, 2013), όπως δείχνει η Εικόνα 1. Παρακάτω δίνονται κάποια παραδείγματα για να γίνει κατανοητό πώς λειτουργούσαν οι ράβδοι του Napier.

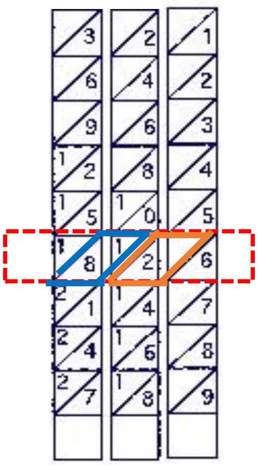
Εικόνα 1: *Οι ράβδοι του Napier*



Παράδειγμα 1: Έστω ότι κάποιος/κάποια ήθελε να εκτελέσει τον πολλαπλασιασμό 321 x 6. Διάλεγε τις ράβδους 3, 2 και 1. Τις τοποθετούσε έτσι ώστε να σχηματίζεται ο αριθμός 321, δηλαδή στη σωστή σειρά, και έπειτα πήγαινε στο έκτο κουτάκι της κάθε ράβδου (3, 2, 1), αφού ο αριθμός με τον οποίο πολλαπλασιαζόταν ο παράγοντας 321 ήταν το 6.

Επειδή το κάθε κουτάκι της ράβδου ήταν χωρισμένο με μία διαγώνιο γραμμή, έπρεπε να προστεθούν οι αριθμοί που βρίσκονταν μεταξύ των διαγωνίων. Συγκεκριμένα, ο αριθμός που προκύπτει είναι το 1 9 2 6. Ο αριθμός 9 προέρχεται από το 8 + 1 = 9, ενώ το 2 από το 2 + 0 = 2 (Εικόνα 2).

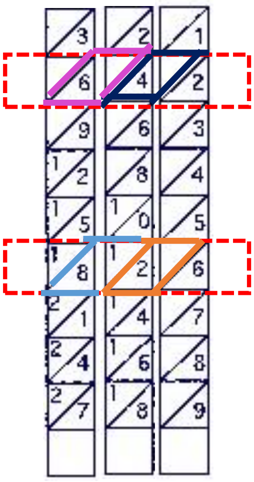
Εικόνα 2: *Σωστή τοποθέτηση ράβδων και πρόσθεση των αριθμών*



Παράδειγμα 2: Στην περίπτωση που χρειαζόταν να εκτελεστεί πολλαπλασιασμός τριψήφιου με διψήφιο, για παράδειγμα 321 x 62, η διαδικασία ήταν η εξής:

Τοποθετούνται και πάλι οι ράβδοι στη σωστή σειρά, προκειμένου να σχηματιστεί ο αριθμός 321. Έπειτα, το 62 χωρίζεται σε 60 + 2, δεκάδες και μονάδες αντίστοιχα. Συνεπώς, προκύπτουν δύο πράξεις πολλαπλασιασμού, 321 x 60 και 321 x 2, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με παραπάνω, μόνο που στο τέλος του αριθμού που θα προκύψει από την πρόσθεση, τοποθετείται ένα μηδενικό (1 9 2 6 0). Σειρά έχει ο πολλαπλασιασμός 321 x 2, όπου και πάλι η διαδικασία είναι ανάλογη. Για να ολοκληρωθεί η διαδικασία, προστίθενται οι δύο αριθμοί που προέκυψαν, 642 + 19260 = 19902.

Εικόνα 3: *Πολλαπλασιασμός τριψήφιου με διψήφιο με τις ράβδους του Napier*



1.5.Αιγυπτιακός πολλαπλασιασμός

Πριν από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης υπήρχαν απλοί τρόποι εκτέλεσης του πολλαπλασιασμού ακεραίων αριθμών. Στην Αίγυπτο για παράδειγμα, εκτελούσαν την πράξη αυτή με έναν απλό, αλλά εντυπωσιακό τρόπο (Λιβαθινός, 2006). Η αιγυπτιακή μέθοδος πολλαπλασιασμού εμφανίζεται στον πάπυρο Rhind (Λιβαθινός, 2006· Λεμονίδης, 2013). Για την αιγυπτιακή μέθοδο, οι απαραίτητες γνώσεις είναι η πρόσθεση και ο διπλασιασμός, δηλαδή ο πολλαπλασιασμός με το 2 (Λιβαθινός, 2006). Στο παράδειγμα θα παρουσιαστεί αναλυτικά η διαδικασία, για να γίνει κατανοητός ο τρόπος αυτός.

Παράδειγμα: Έστω ότι δίνεται ο πολλαπλασιασμός 37 x 12 να εκτελεστεί με την αιγυπτιακή μέθοδο.

Βήμα $1^{ο}$: Αντικαθιστούμε έναν από τους δύο αριθμούς με το 1. Εδώ, θα αντικαταστήσουμε το 37. Έπειτα, σε δύο στήλες, γράφουμε το 1 και δίπλα το 12 (Πίνακας 6).

Πίνακας 6: *Δημιουργία δύο στηλών*

1	12

Βήμα 2ο : Κάτω από κάθε αριθμό γράφουμε το διπλάσιό του. Διπλασιάζουμε ομοίως και τους νέους αριθμούς, τοποθετώντας τους πάλι τον έναν κάτω από τον άλλο, όπως φαίνεται στον Πίνακα 7. Ουσιαστικά, στην αριστερή στήλη αναλύεται ο αριθμός 37 σε άθροισμα δυνάμεων του 2.

Πίνακας 7: *Συμπλήρωση στηλών*

1	12
2	24
4	48
8	96
16	192
32	384

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να προκύψει στα αριστερά αριθμός που αν τον διπλασιάσουμε, θα δώσει αποτέλεσμα πάνω από 37 (τον αριθμό που αντικαταστήσαμε με τη μονάδα στην αρχή). Συνεπώς, εδώ σταματάμε στον αριθμό 32, καθώς 32 x 2 = 64 > 37.

Βήμα 3ο : Από την αριστερή στήλη διαλέγουμε τους αριθμούς οι οποίοι δίνουν άθροισμα τον αριθμό 37 (Πίνακας 8). Οι αριθμοί αυτοί είναι : 1 + 4 + 32 = 37.

Πίνακας 8: *Διαλογή αριθμών με άθροισμα 37*

1	12
2	24
4	48
8	96
16	192
32	384

Βήμα 4ο : Στη δεξιά στήλη, επιλέγουμε τους αριθμούς που είναι στην ίδια σειρά με τους σημειωμένους αριθμούς της αριστερής στήλης (Πίνακας 9).

Πίνακας 9: *Αντίστοιχοι αριθμοί της στήλης στα δεξιά*

1	**12**
2	24
4	**48**
8	96
16	192
32	**384**

Έπειτα, τους προσθέτουμε: 12 + 48 + 384 = 444. Αυτό είναι και το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού, δηλαδή 37 x 12 = 444.

1.6. Ρωσικός πολλαπλασιασμός

Ο Ρωσικός πολλαπλασιασμός έχει ως προαπαιτούμενες γνώσεις αυτές του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης με τον αριθμό 2, καθώς και τις έννοιες «άρτιος» και «περιττός» αριθμός (Λιβαθινός, 2006). Αποτελεί παραλλαγή του Αιγυπτιακού πολλαπλασιασμού (Λεμονίδης, 2013). Στη συγκεκριμένη μέθοδο δημιουργούμε και πάλι δύο στήλες, όπου ο ένας παράγοντας υποδιπλασιάζεται, ενώ ο άλλος διπλασιάζεται (Λιβαθινός, 2006· Νικολαντωνάκης, 2018). Αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας γίνεται μαζί με το παράδειγμα εφαρμογής.

Παράδειγμα: Δίνεται ο πολλαπλασιασμός 27 x 73.

Βήμα 1ο : Δημιουργούμε δύο στήλες, όπως κάναμε και για τον αιγυπτιακό πολλαπλασιασμό προηγουμένως, όπου στη μία γράφουμε τον αριθμό 27 και στην άλλη τον αριθμό 73 (Πίνακας 10).

Πίνακας 10: *Δημιουργία δύο στηλών για τους αριθμούς 27 και 73*

27	73

Βήμα 2ο : Επειδή ο αριθμός 27 είναι περιττός, αφαιρούμε μία μονάδα, έτσι ώστε να γίνει άρτιος: 27 – 1 = 26. Στη συνέχεια υποδιπλασιάζουμε το 26, 26 : 2 = 13 και το τοποθετούμε κάτω από τον αριθμό 27, στην αριστερή στήλη. Στη στήλη δεξιά διπλασιάζουμε το 73, 73 x 2 = 146. Τοποθετούμε αντίστοιχα το 146 κάτω από το 73. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία μέχρι στην αριστερή στήλη να καταλήξουμε στη μονάδα (1). Κάθε φορά που εμφανίζεται περιττός αριθμός στα αριστερά, αφαιρούμε μία μονάδα για να γίνει άρτιος και διαιρούμε τον άρτιο με το 2. Το αποτέλεσμα γράφεται στον πίνακα, κάτω από τον προηγούμενο αριθμό. Στη δεξιά στήλη διπλασιάζουμε τον αριθμό που προκύπτει κάθε φορά. Όταν στην αριστερή στήλη εμφανιστεί η μονάδα, η διαδικασία σταματάει (Πίνακας 11).

Πίνακας 11: *Εκτέλεση δύο πράξεων ταυτόχρονα*

: 2

x 2

27	73
13	146
6	292
3	584
1	1168

Υποδιπλασιάζουμε

Διπλασιάζουμε

Βήμα 3^{o} : Διαγράφουμε τις γραμμές που στα αριστερά έχουν άρτιο αριθμό. Εδώ, σβήνουμε την τρίτη σειρά που έχει τους αριθμούς 6 και 292 (Πίνακας 12).

Πίνακας 12: *Διαγραφή σειράς με άρτιο αριθμό στα αριστερά*

27	73
13	146
~~6~~	~~292~~
3	584
1	1168

Βήμα 4^{o} : Από τη δεξιά στήλη προσθέτουμε τους αριθμούς που έχουν μείνει, αυτούς δηλαδή που αριστερά τους έχουν περιττό αριθμό: 73 + 146 + 584 + 1168 = 1971 (Πίνακας 13).

Πίνακας 13: *Πρόσθεση αριθμών που έμειναν στη στήλη δεξιά*

27	**73**
13	**146**
~~6~~	~~292~~
3	**584**
1	**1168**

Ο αριθμός που προέκυψε από την πρόσθεση αποτελεί παράλληλα το αποτέλεσμα του αρχικού πολλαπλασιασμού, δηλαδή 27 x 73 = 1971.

Κεφάλαιο 2ο : Η χρήση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία

Σχετικά με τη χρήση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία, υπάρχουν επιχειρήματα τόσο υπέρ, όσο και κατά της ενσωμάτωσής της. Ένα από τα κυριότερα επιχειρήματα υπέρ της ενσωμάτωσης της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία είναι ότι οι μαθητές και οι μαθήτριες αναπτύσσουν θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά (Τζανάκης, 2015· Παναγιώτου, 2002, σ. 128), καθώς προκαλεί το ενδιαφέρον τους (Παναγιώτου, 2002, σ. 128), με αποτέλεσμα να τα εκτιμήσουν περισσότερο (Παναγιώτου, 2002, σ. 125). Παράλληλα, καλύπτονται τα κενά που υπάρχουν, προκειμένου να κατανοήσουν το μάθημα αυτό μέσα από το γενικότερο πλαίσιο που δίνεται (Παναγιώτου, 2002, σ. 118).

Φαίνεται, ακόμη, να συνεισφέρει στην αντιμετώπιση, επίλυση και κατανόηση ορισμένων αποριών που δημιουργούνται στους μαθητές και στις μαθήτριες όταν τους δίνονται τύποι Μαθηματικών χωρίς παραπάνω εξηγήσεις, όπως για παράδειγμα, από πού προέκυψαν αυτοί (Παναγιώτου, 2002, σ. 118). Έχουν, έτσι, την ευκαιρία τα παιδιά να κατανοήσουν καλύτερα τις μαθηματικές έννοιες με τις οποίες ασχολούνται (Καφούση, 2002, σ. 175). Το «πρόβλημα» αντιμετώπισης φυσικών αριθμών και τεχνικών των πράξεων ως σύνολο συμβολισμών χωρίς νόημα (Καφούση, 2002, σ. 177), λοιπόν, επιλύεται, αφού μέσα από τη βελτίωση των συμβολισμών αντιλαμβάνονται καλύτερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των νέων τεχνικών, όπως και τη συνεχή εξέλιξη των Μαθηματικών (Παναγιώτου, 2002, σ. 120).

Έπειτα, συμβάλλει στη συνειδητοποίηση από τη μεριά των μαθητών και μαθητριών ότι τα σχολικά Μαθηματικά δεν είναι αποκομμένα από την πραγματικότητα, αλλά αντίθετα έχουν άμεση σχέση με αυτή (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, 2002, σ. 204). Αποτελούν προϊόν της ανθρώπινης δραστηριότητας που αναπτύχθηκε ανάλογα με τις ανάγκες κάθε εποχής και όχι «μαγικούς» κανόνες, με ρόλο καθοριστικό για την εξέλιξη της εκάστοτε κοινωνίας (Καφούση, 2002, σ. 175). Επιπλέον, προσφέρει τη δυνατότητα να αντιληφθούν ότι προκειμένου να κατασκευαστεί η νέα γνώση, τα προβλήματα και οι δυσκολίες αποτελούν αναπόσπαστο στοιχείο της διαδικασίας αυτής (Καφούση, 2002, σ. 176). Παράλληλα, τους/τις εντάσσει σε καταστάσεις έρευνας και προβληματισμού γύρω από μαθηματικά θέματα (Καφούση, 2002, σ. 176), καθώς η προκατασκευασμένη και ακατέργαστη γνώση δεν παρακινεί τα άτομα για την καταβολή μεγαλύτερης μαθηματικής προσπάθειας (Ευθύμογλου, 2002, σ. 263).

Στη συνέχεια, σύμφωνα με τους Arcavi & Bruckheimer (2000), Ellington (1998), Fauvel (1991), Sleeter (1997), όπως αναφέρει η Καφούση (2002), κάνει πιο εύκολη την ανταλλαγή απόψεων μεταξύ των παιδιών για τη μαθηματική δραστηριότητα, όπως και την ανάπτυξη διαθεματικών δραστηριοτήτων, συνεπώς τη σύνδεση των Μαθηματικών με άλλα γνωστικά αντικείμενα. Μπορούν, δηλαδή, να τα συνδέσουν με άλλα πνευματικά επιτεύγματα σε επιστήμη και φιλοσοφία, αλλά και με διάφορους πολιτισμούς (Παναγιώτου, 2002, σ. 125). Δίνει τη δυνατότητα, επομένως, ακόμη και για την ανάπτυξη μιας πολύ-πολιτισμικής προσέγγισης της διδασκαλίας των Μαθηματικών (Καφούση, 2002, σ. 176). Έτσι, φαίνεται ότι έχουν άμεση σχέση και με τον πολιτισμό (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, 2002, σ. 204), με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πιθανότητα εκτίμησης του ρόλου τους στην ανάπτυξή του (Παναγιώτου, 2002, σ. 128).

Από την άλλη, το γεγονός ότι τα παιδιά αντιλαμβάνονται την Ιστορία των Μαθηματικών με τον ίδιο τρόπο που αντιμετωπίζουν το μάθημα της Ιστορίας, φαίνεται να λειτουργεί σαν αντεπιχείρημα, αφού μαθητές και μαθήτριες καταλήγουν να το αντιπαθούν και να το θεωρούν το ίδιο ανιαρό με αυτή (Τζανάκης, 2015). Εδώ συμβάλλει η αποσπασματική αίσθηση του ιστορικού χρόνου των παιδιών (Τζανάκης, 2015), όπως επίσης πρόβλημα αποτελεί και η επιλογή μέρους από μια ολόκληρη ενότητα για χρήση, δηλαδή ο αποσπασματικός τρόπος επιλογής (Δούναβης, 2002, σ. 75).

Κατά συνέπεια, άλλο ένα μειονέκτημα που σχετίζεται με τον αποσπασματικό τρόπο επιλογής μέρους της Ιστορίας των Μαθηματικών που θα διδαχτεί, αφορά το υπόβαθρο αυτών που διδάσκουν και διδάσκονται. Οι δάσκαλοι/δασκάλες δεν είναι ιστορικοί για να γνωρίζουν πώς να παρουσιάσουν σωστά το θέμα, ενώ δεν υπάρχει και το κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό (Τζανάκης, 2015). Επομένως, αφού η Ιστορία των Μαθηματικών δεν αποτελεί Μαθηματικά, θεωρείται ότι δεν υπάρχει λόγος να διδαχτεί (Τζανάκης, 2015).

Όσον αφορά την επίλυση αποριών μαθητών και μαθητριών, ως αντεπιχείρημα δίνονται τα πιθανά περίπλοκα γεγονότα του παρελθόντος, που δημιούργησαν τη συγκεκριμένη ιστορία, καθώς αντί να βοηθήσουν τα παιδιά, προκαλούν μεγαλύτερη σύγχυση (Τζανάκης, 2015). Εξάλλου, τα Μαθηματικά φημίζονται για τη δύσκολη φύση τους (Τζανάκης, 2015). Κίνδυνος θεωρείται και η σύγκριση με τα μοντέρνα Μαθηματικά, που ενδέχεται να επηρεάσουν οι ιστορικές πηγές και ο τρόπος χρήσης τους (Δούναβης, 2002, σ. 75).

Τέλος, η παρανόηση των ιστορικών πηγών, οι διαφορετικές εκτιμήσεις στην προσπάθεια ερμηνείας τους από ιστορικούς των Μαθηματικών, η μετάφραση πρωτογενών πηγών, όπως και η ορολογία που χρησιμοποιούνταν τότε δεν παύουν να αποτελούν επιπλέον προβλήματα (Δούναβης, 2002, σ. 75).

Κεφάλαιο 3ο : Δυσκολίες μαθητών/μαθητριών στα Μαθηματικά

Η δυσκολία που παρουσιάζουν τα Μαθηματικά πολλές φορές οδηγεί τα παιδιά να κάνουν λάθη και αυτό με τη σειρά του προκαλεί την αντιπάθεια προς το συγκεκριμένο μάθημα (Χατζηγεωργίου, 1990, σ. 8). Γενικά τα λάθη στα Μαθηματικά είναι εφικτό να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τα τυχαία και τα συστηματικά (Χατζηγεωργίου, 1990, σ. 9). Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι στα τυχαία λάθη, περιλαμβάνονται όσα γίνονται κυρίως από απροσεξία και βιασύνη, ενώ στα συστηματικά όσα επαναλαμβάνονται σε μεγάλο βαθμό και από αρκετά παιδιά πολλές φορές, λόγω κοινών μηχανισμών τους (Χατζηγεωργίου, 1990, σ. 9). Παρόλα αυτά, όσο εύκολο είναι να εντοπιστούν τα συστηματικά λάθη, τόσο δύσκολο είναι να προβλέψουμε τις αιτίες και τον τρόπο που οδήγησαν σε αυτό (Χατζηγεωργίου, 1990, σ. 9).

3.1. Συνήθη λάθη μαθητών/μαθητριών σε πολλαπλασιασμό και πρόσθεση

Εστιάζοντας στον πολλαπλασιασμό, θέμα της παρούσας εργασίας, σύμφωνα με έρευνα των Cruiskhank και Sheffieid (όπως αναφέρουν οι Σύκα κ.ά., 2011), συνηθισμένα λάθη αποτελούν αυτά που σχετίζονται με την προπαίδεια, τις επιμέρους διαδικασίες της πράξης και τα κρατούμενα.

3.1.1. Η προπαίδεια

Ξεκινώντας από την προπαίδεια, αποτελεί βασικό στοιχείο προκειμένου να είναι ικανοί/ικανές να συνεχίσουν παρακάτω στον πολλαπλασιασμό (Περικλειδάκης, χ.χ.). Ως άμεσο θετικό αποτέλεσμα ακολουθεί η εκτέλεση δυσκολότερων πράξεων πολλαπλασιασμού πιο εύκολα και με περισσότερη άνεση, όπου και όταν χρειαστεί (Περικλειδάκης, χ.χ.· Emathon Blog, χ.χ.). Απόρροια της προαναφερθείσας ανάγκης για πολύ καλή γνώση της προπαίδειας, είναι ότι πολλά άτομα κατά τη διάρκεια όλων των ετών την έμαθαν με έναν τρόπο μηχανιστικό (Λεμονίδης, 2013, σ. 239). Αρκετές φορές συμβαίνει μαθητές και μαθήτριες να μαθαίνουν μηχανικά τα Μαθηματικά, χωρίς να αντιλαμβάνονται την ανάγκη κατοχής τους (Καφούση, 1994, σ. 46).

Φαίνεται να δίνεται μεγάλη έμφαση στην κατοχή της γνώσης των αποτελεσμάτων των πράξεων αυτών (Περικλειδάκης, χ.χ.) και όχι τόσο στην κατανόηση της διαδικασίας του πολλαπλασιασμού και της προπαίδειας (Λεμονίδης, 2013, σ. 239). Ωστόσο, ο τρόπος που χρησιμοποιείται για την εκμάθησή της είναι η απλή απομνημόνευση συγκεκριμένων πινάκων (Λεμονίδης, 2013, σ. 239), χωρίς τα παιδιά να καταλαβαίνουν τι ακριβώς αντιπροσωπεύει (Λεμονίδης, 2003, σ. 7), με πιθανό «κίνδυνο» την ανάκληση λανθασμένων αποτελεσμάτων.

3.1.2. Ο παράγοντας μηδέν

Δυσκολία παρουσιάζουν τα παιδιά να κατανοήσουν και τα αποτελέσματα των πράξεων διαφόρων αριθμών με το μηδέν (Τρούλης, 1991, σ. 62) και φαίνεται να είναι η πηγή των περισσότερων λαθών που πράττουν μαθητές και μαθήτριες διαφόρων ηλικιών (Sadi, 2007, p. 2). Μιλώντας για πολλαπλασιασμό, όταν δίνονται αριθμοί να πολλαπλασιαστούν με το μηδέν, υπάρχουν παιδιά που αντιλαμβάνονται το μηδέν ως «τίποτα». Για αυτά, το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης πράξης θα είναι ο αριθμός που πολλαπλασιάστηκε με το μηδέν να παραμείνει αμετάβλητος (Sadi, 2007, p. 2). Αδυνατούν, λοιπόν, να αντιληφθούν ότι ο πολλαπλασιασμός οποιουδήποτε αριθμού με το μηδέν δίνει ως γινόμενο πάντα μηδέν (Τρούλης, 1991, σ. 62), δυσχεραίνοντας την επίλυσή τους, όπως έχει φανεί και σε παλιότερη έρευνα της Πόταρη, 1989 (Πόταρη, 1989, σ. 11). Πιθανές αιτίες που οδήγησαν στα λάθη που παρουσιάζονται στη συγκεκριμένη έρευνα είναι η θεώρηση του παράγοντα μηδέν ως μονάδα, λάθη στον αλγόριθμο της πράξης, μη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου, αλλά και σε εκτέλεση πρόσθεσης ή αφαίρεσης, αντί του πολλαπλασιασμού που δινόταν (Πόταρη, 1989, σ. 14).

Ακόμη, πολλοί/πολλές μαθητές/μαθήτριες μπερδεύονται σχετικά με το πότε μπορούν να παραλείψουν ή όχι το μηδέν, είτε απλώς στη γραφή ενός αριθμού, είτε κατά τη διάρκεια εκτέλεσης πράξεων (Sadi, 2007, p. 2). Για παράδειγμα, το μηδέν στο τέλος ενός δεκαδικού αριθμού δεν έχει κάποια αξία, οπότε μπορεί να παραληφθεί. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια εκτέλεσης των πράξεων, όταν αυτό εμφανίζεται, οφείλει να καταγράφεται, αφού διαφορετικά αλλάζει ολόκληρο το αποτέλεσμα (Sadi, 2007, p. 2).

3.1.3. Οι επιμέρους διαδικασίες της πράξης

Ο αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού είναι κάτι ακόμα που μπερδεύει τους μαθητές και τις μαθήτριες (Περικλειδάκης, χ.χ.). Πιο συγκεκριμένα, στον κάθετο πολλαπλασιασμό, το γεγονός ότι πρέπει να ξεκινήσει η διαδικασία από κάτω προς τα πάνω και από τα δεξιά προς τα αριστερά, πολλές φορές τους φαίνεται περίεργο. Συνδυαστικά, με βάση τους Αγαλιώτης (2000) και Φιλίππου & Χρίστου (1995) (Περικλειδάκης, χ.χ.), η πράξη της πρόσθεσης που ακολουθεί αμέσως μετά περιπλέκει περισσότερο τα πράγματα στο μυαλό ορισμένων παιδιών.

Θα ήταν παράλειψη, επομένως, να μην παρουσιαστούν και λάθη που οφείλονται στην πράξη της πρόσθεσης. Έτσι, θα λέγαμε ότι σε μεγάλο βαθμό λάθη προκύπτουν από την ύπαρξη κρατουμένων στην πράξη, γεγονός που δείχνει να δυσκολεύει πολλά παιδιά. Παράλληλα, παρανοήσεις που προέρχονται από τη μη κατανόηση της θέσης ψηφίων, τα αθροίσματα μονοψήφιων αριθμών ή αλλιώς βασικών αθροισμάτων, την εκτέλεση άλλης πράξης, για παράδειγμα αφαίρεσης, αποτελούν επιπλέον κατηγορίες λαθών στην πρόσθεση (Χατζηγεωργίου, 1990, σ. 12).

Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τους Baroody & Hume (Yusof, 2003, p. 60), τα σφάλματα των μαθητών/μαθητριών στη χρήση αλγορίθμων συνήθως προέρχονται από τη μάθηση ή την κατασκευή λανθασμένων μαθηματικών ιδεών και δεν οφείλονται στην αποτυχία των παιδιών να μάθουν μία συγκεκριμένη ιδέα.

3.1.4. Τα κρατούμενα

Τη δυσκολία όλης της διαδικασίας έρχεται να συμπληρώσει το κρατούμενο (Περικλειδάκης, χ.χ.), όσο οι αριθμοί που πολλαπλασιάζονται αρχίζουν να μεγαλώνουν. Αποτελεί συχνά θέμα για αρκετά παιδιά, τόσο στην πρόσθεση όσο και στον πολλαπλασιασμό, αφού φαίνεται να μην αντιλαμβάνονται πλήρως τη σημασία του, τη θέση που πρέπει να έχει κάθε φορά, αλλά και τον λόγο που βρίσκεται εκεί.

Ο Χατζηγεωργίου, 1990 αναφέρει ότι εντοπίζονται παραλλαγές που αφορούν τα κρατούμενα. Για παράδειγμα, η παράλειψη ενός τουλάχιστον από αυτά, η πρόσθεσή του σε άλλη στήλη ή η πρόσθεσή του χωρίς να υπάρχει, επειδή έτσι έχουν συνηθίσει να κάνουν τα παιδιά μηχανικά και η εναλλαγή των ψηφίων (γράφονται οι δεκάδες στο αποτέλεσμα και κρατούνται οι μονάδες ως κρατούμενα). Όλα αυτά αφορούν την πράξη της πρόσθεσης, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι δεν παρουσιάζονται και στον πολλαπλασιασμό.

Κεφάλαιο 4ο : Χρήση Scratch για εκπαιδευτικούς σκοπούς

Είναι γνωστό ότι στις μέρες μας η τεχνολογία χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο από τους ανθρώπους, σε διάφορους τομείς της καθημερινότητας, όπως είναι για παράδειγμα η επικοινωνία, η διασκέδαση, η εργασία, αλλά και η εκπαίδευση. Ειδικά σήμερα, με την εμφάνιση του κορονοϊού στις ζωές μας, η τεχνολογία φαίνεται να έχει έρθει για να μείνει αρκετό καιρό - αν όχι για πάντα - σε όλους αυτούς τους τομείς. Συνεπώς, στην περίπτωσή μας, είναι σημαντικό οι εκπαιδευτικοί να εντοπίζουν νέους τρόπους που θα φέρουν τα δύσκολα μαθήματα πιο κοντά στους μαθητές και τις μαθήτριες. Ένας από τους τρόπους αυτούς είναι το πρόγραμμα Scratch, που διατίθεται ελεύθερα, μπορεί να υποστηρίξει την ανάπτυξη ποικίλων προγραμματιστικών δραστηριοτήτων (Τσιάμη και συν., 2014) και είναι αυτό με το οποίο θα ασχοληθούμε στη συγκεκριμένη εργασία.

4.1. Γενικά για τον προγραμματισμό

Πριν γίνει λόγος για το παραπάνω προγραμματιστικό περιβάλλον, καλό θα ήταν να διευκρινίσουμε κάποια πράγματα σχετικά με τον προγραμματισμό. Έτσι, ακολουθεί μία σύντομη αναφορά στο τι ακριβώς είναι ο αλγόριθμος, το πρόγραμμα, ο προγραμματισμός, ποια είναι μερικά από τα οφέλη του τελευταίου και ορισμένες πληροφορίες για αυτόν.

Μία σειρά από οδηγίες – βήματα που περιγράφονται με σαφήνεια και ακρίβεια με σκοπό την επίλυση ενός προβλήματος, ονομάζεται αλγόριθμος (Αράπογλου και συν., 2006). Προκειμένου να υλοποιηθεί ο αλγόριθμος και να λυθεί το εκάστοτε πρόβλημα, χρειάζεται να δοθούν στον υπολογιστή ένα σύνολο από εντολές, δηλαδή το πρόγραμμα (Δουκάκης και συν., 2014). Η μορφή που έχουν αυτές οι εντολές αποτελούν τις γλώσσες προγραμματισμού. Υπάρχουν πολλές και διαφορετικές γλώσσες προγραμματισμού, ωστόσο τα κοινά στοιχεία που έχουν μεταξύ τους είναι πολλά (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-2). Συνεπώς, «η εργασία σύνταξης των προγραμμάτων σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού ονομάζεται προγραμματισμός» (Δουκάκης και συν., 2014).

Αρχάριοι και αρχάριες όλων των βαθμίδων δε θεωρούν εύκολη τη σωστή γραφή των εντολών, διότι δημιουργούνται θέματα μέχρι να ολοκληρωθεί και να λειτουργήσει σωστά το πρόγραμμα. Παρόλο που, όπως έχει ειπωθεί παραπάνω, κατά βάση οι γλώσσες προγραμματισμού έχουν αρκετά κοινά στοιχεία μεταξύ τους, οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν διαφέρουν ανάλογα με το επιλεγόμενο περιβάλλον προγραμματισμού, σύμφωνα με τους Παπαδάκης, Καλογιαννάκης & Ζαράνης (όπως αναφέρεται στο Παπαδάκης & Ορφανάκης, 2013). Για να γίνει, λοιπόν, πιο ελκυστικός ο προγραμματισμός στα παιδιά, δημιουργήθηκαν ποικίλα περιβάλλοντα προγραμματισμού παιχνιδιών.

Παρέχεται, δηλαδή, η ευκαιρία στα παιδιά να κατασκευάσουν το δικό τους παιχνίδι, μαθαίνοντας παράλληλα να προγραμματίζουν ή απλώς να διασκεδάζουν και παράλληλα να μαθαίνουν μέσα από τα παιχνίδια. Είναι σημαντικό να κατανοήσουν ότι το εκάστοτε παιχνίδι που καλούνται να δημιουργήσουν αποτελεί ένα μεγάλο «πρόβλημα», το οποίο όμως είναι εφικτό να σπάσει σε πολλά, μικρότερα προβλήματα, πιο εύκολα στην επίλυσή τους. Έτσι, αποφεύγεται η αρνητική τους στάση όταν αντιμετωπίζουν δυσκολίες, αφήνοντας το κλίμα θετικό και λιγότερο αγχωτικό (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-2).

Καταλήγουν, επομένως, να γράφουν μικρά και εύκολα σύνολα εντολών-οδηγιών που αποτελούν το παιχνίδι. Την ίδια στιγμή μαθαίνουν να σκέφτονται έξυπνα, μεθοδικά, συστηματικά και πιο γρήγορα, εξαιτίας της δοκιμής και λύσης πολλών προβλημάτων (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-3). Τέλος, σε ένα πιο διευρυμένο πλαίσιο, είναι σε θέση να κατασκευάσουν από την αρχή οτιδήποτε έχουν στο μυαλό τους, είτε για τις δραστηριότητες του σχολείου, είτε για διασκέδαση στο σπίτι (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-3).

4.2. Λίγα λόγια γενικά για το Scratch

Το Scratch αποτελεί διαδεδομένο περιβάλλον οπτικού προγραμματισμού που αναπτύχθηκε από το ερευνητικό εργαστήριο του MIT με σκοπό να ενθαρρύνει τους αρχάριους προγραμματιστές να δημιουργήσουν εύκολα πολυμεσικές εφαρμογές (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 2· Τσιάμη και συν., 2014, σ. 2). Είναι σχετικά καινούργιο, καθώς πρωτοεμφανίστηκε το καλοκαίρι του 2007, διανέμεται δωρεάν, άρα το σχολείο μπορεί να εκμεταλλευτεί τις παροχές του χωρίς να ξοδεύει πόρους και εγκαθίσταται πολύ εύκολα (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-4).

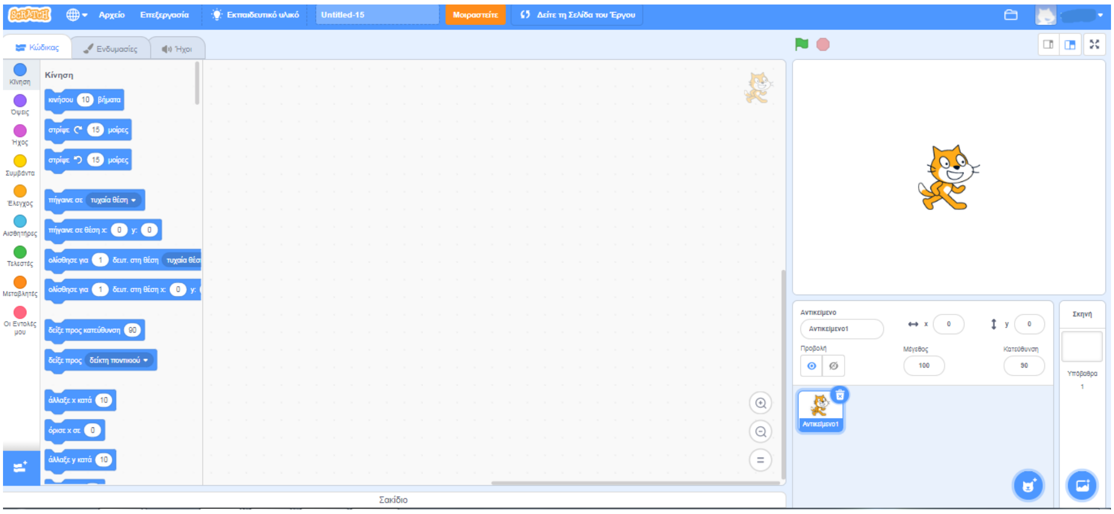
Παρέχει δυνατότητες για ένα διαφορετικό μάθημα, πιο κοντά στο παιχνίδι, κάτι το οποίο όλα τα παιδιά αγαπούν. Με το Scratch μπορούν να κατασκευαστούν ποικίλα παιχνίδια και διαδραστικές ιστορίες προσανατολισμένες στα ενδιαφέροντά τους, είτε από τα ίδια τα παιδιά, είτε από τον/την εκπαιδευτικό (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-6). Είναι πολύ εύκολο στη χρήση, ενώ υπάρχουν και αρκετά βιβλία και βίντεο στο διαδίκτυο που βοηθούν στην εκμάθησή του. Έχει διαδοθεί σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα και χρησιμοποιείται τόσο για τη διδασκαλία του προγραμματισμού, όσο και για τα υπόλοιπα μαθήματα (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-7).

Αξίζει να αναφερθεί ότι το συγκεκριμένο πρόγραμμα έχει πάρει το όνομά του από την τεχνική των disc jockeys (scratching). Βασικό χαρακτηριστικό της είναι η επαναχρησιμοποίηση μουσικών κομματιών. Έτσι και στο Scratch, όλα όσα περιέχει μπορούν να συνδυαστούν με πολλούς τρόπους και να βγει ένα μοναδικό αποτέλεσμα, προκαλώντας την περιέργεια και την επιθυμία για μία νέα ανακάλυψη κάθε φορά (Αλεξοπούλου και συν., 2010, σ. 1-7).

4.3. Περιγραφή του περιβάλλοντος Scratch

Το προγραμματιστικό αυτό περιβάλλον μπορεί να χρησιμοποιηθεί με εγγραφή στην ιστοσελίδα του ή με εγκατάσταση στον υπολογιστή. Τόσο στη μία περίπτωση όσο και στην άλλη, το περιβάλλον που θα αντικρύσει κάποιος/κάποια είναι το ίδιο (Εικόνα 4). Παρέχει και στις δύο περιπτώσεις τις ίδιες δυνατότητες. Αναλυτικά, τα κυριότερα στοιχεία του είναι τα «Αντικείμενα», όπου γράφονται οι εντολές και η «Σκηνή», η οποία ουσιαστικά είναι το φόντο που φαίνεται σε κάθε παιχνίδι.

Εικόνα 4: *Το περιβάλλον του Scratch*



Όσον αφορά στα «Αντικείμενα», είναι αυτά που αντιδρούν στις εντολές που τους δίνονται μέσα από το πρόγραμμα. Καθένα από αυτά μπορεί να αλλάξει «ενδυμασία» και να πάρει άλλη μορφή (Olabe et al., 2011, p. 358). Δίνεται η δυνατότητα να δημιουργήσει κάποιος/κάποια δικά του/της ή να χρησιμοποιήσει τα ήδη υπάρχοντα. Μέσα στα «Αντικείμενα» τοποθετούνται οι εντολές που χρειάζονται για να «τρέξει» το πρόγραμμα, δηλαδή να «αντιδράσει» το «Αντικείμενο», εκτελώντας όσα ζητούνται κάθε φορά.

Οι εντολές βρίσκονται στα αριστερά της σελίδας, μοιάζουν με «τουβλάκια» και χωρίζονται σε εννέα κατηγορίες. Κάθε κατηγορία έχει δικό της χρώμα για να ξεχωρίζει (Olabe et al., 2011, p. 358), βοηθώντας έτσι το άτομο που προγραμματίζει. Ενδεικτικά, τα ονόματα των κατηγοριών είναι τα εξής: «Κίνηση», «Όψεις», «Ήχος», «Συμβάντα», «Έλεγχος», «Αισθητήρες», «Τελεστές», «Μεταβλητές», «Οι εντολές μου». Ακόμη, υπάρχει και το κουμπί της «επέκτασης», όπου βρίσκονται επιπλέον εντολές. Οι ονομασίες τους είναι: «Μουσική», «Πένα», «Προβολή από Κάμερα», «Κείμενο σε Ομιλία», «Μετάφραση», «Makey Makey», «micro:bit», «LEGO MINDSTORMS EV3», «LEGO BOOST», «LEGO Education WeDo 2.0», «Go Direct Force & Acceleration». Όπως γίνεται αντιληπτό, κάθε ομάδα εντολών εκτός από το χαρακτηριστικό χρώμα, έχει και το κατάλληλο όνομα, που κάνει φανερή τη χρήση για το πρόγραμμα. Έτσι, είναι πιο εύκολο να την ψάξει κάποιος/κάποια και να καταλάβει για ποιο λόγο χρησιμοποιείται.

Υπόβαθρα αλλάζει και η «Σκηνή». Παρέχεται η επιλογή να αλλάζει κάθε φορά που χρειάζεται η «Σκηνή», έτσι ώστε να δημιουργεί το κατάλληλο κλίμα για τις δραστηριότητες που ακολουθούν. Οι εντολές για το πότε θα αλλάξει η «Σκηνή» από το Υπόβαθρο1 στο Υπόβαθρο2 για παράδειγμα, τοποθετούνται σε κάποιο από τα «Αντικείμενα» που έχουν επιλεγεί για το πρόγραμμα.

Είναι επίσης εφικτό να σχεδιαστούν μεταβλητές που θα ονομαστούν από το άτομο που προγραμματίζει εκείνη τη στιγμή και θα αλλάζουν με τον τρόπο και ρυθμό που επιθυμεί κάθε φορά. Τέλος, υπάρχει και η δυνατότητα δημιουργίας επιπλέον εντολών που ενδεχομένως να είναι απαραίτητες για το πρόγραμμα και να μην υπάρχουν ή για να συντομεύσουν διαδικασίες που επαναλαμβάνονται συχνά (ομαδοποίηση κάποιων εντολών).

4.4. Σχολείο και Scratch

Παρά τον λόγο για τον οποίο δημιουργήθηκε στην αρχή, είναι αρκετά βοηθητικό και για μαθητές/μαθήτριες, αφού με τη χρήση προγραμματιστικών περιβαλλόντων μπορούν πιο εύκολα να οικοδομήσουν έννοιες όπως η μεταβλητή για παράδειγμα, σε σχέση με τα παραδοσιακά διδακτικά αντικείμενα και μέσα (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 44). Ως εκπαιδευτικό προγραμματιστικό περιβάλλον, λοιπόν, μπορεί να προσφέρει μία ολοκληρωμένη προγραμματιστική εμπειρία, μέσω αξιοποίησης κατάλληλων μαθητοκεντρικών μεθόδων διδασκαλίας, ακόμα και σε αρχάριους/αρχάριες σε θέματα προγραμματισμού μαθητές/μαθήτριες Δημοτικού (Τσιάμη και συν., 2014, σ. 1).

Αυτό συμβαίνει διότι αξιοποιεί τις προϋπάρχουσες γνώσεις που έχουν τα παιδιά και μπορούν να δημιουργηθούν δραστηριότητες ανταποκρινόμενες σε κάθε επίπεδο αντίληψης και κάθε ρυθμό μάθησης οποιουδήποτε/οποιασδήποτε μαθητή/μαθήτριας. Επιπλέον, χρησιμοποιεί πολλούς διαφορετικούς δομικούς λίθους (blocks), σχεδιασμένους να «δένουν» μεταξύ τους μόνο αν υπάρχει συντακτικό νόημα στο πρόγραμμα (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 45· Kordaki, 2012, p. 1164) και οι συνδυασμοί τους συμβάλλουν στην ανακάλυψη της γνώσης (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 45). Υποστηρίζει, δηλαδή, την εποικοδομητική μάθηση, η οποία όπως είναι γνωστό δίνει στα παιδιά το νόημα που χρειάζονται σε όσα διδάσκονται (National Research Council, 1990, όπως αναφέρουν οι Τσιάμη και συν., 2014) και εξασφαλίζει μία αποτελεσματική εκπαιδευτική διαδικασία (Τσιάμη και συν., 2014, σ. 9). Εξάλλου, σύμφωνα με τον Papert, όταν οι μαθητές και οι μαθήτριες ασχολούνται με την κατασκευή από κάτι που έχει νόημα για αυτούς/αυτές, μαθαίνουν πιο αποτελεσματικά (Λεμονίδης, 2020).

Έπειτα, κάθε πρόγραμμα μπορεί να αναρτηθεί στην κοινότητα του Scratch επιτρέποντας τη δημιουργική και εκπαιδευτική επικοινωνία και ανταλλαγή (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 45), που σύμφωνα με τους Han & Bhattacharya (Λεμονίδης, 2020), επίσης συμβάλλουν στην αποτελεσματική τους μάθηση. Μπορούν, δηλαδή, τόσο οι μαθητές/μαθήτριες, όσο και οι εκπαιδευτικοί να κοινοποιούν τις κατασκευές - δημιουργίες τους σε όλο τον υπόλοιπο κόσμο του Scratch. Το προγραμματιστικό αυτό περιβάλλον χρησιμοποιείται παγκοσμίως (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 46· Kordaki, 2012) σε διάφορα σχολεία και εκπαιδευτικούς οργανισμούς, ενώ η έμφαση στο διαμοιρασμό καλών εκπαιδευτικών πρακτικών και δημιουργιών είναι σημαντικό μέρος της παιδαγωγικής για το Scratch (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 46). Επίσης, έχει αξιοποιηθεί σε διάφορες μελέτες στην ελληνική και διεθνή εκπαίδευση (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 46).

Όπως προκύπτει, σύμφωνα με τους Τσιάμη και συν. (2014), με τη χρήση του Scratch στα σχολικά μαθήματα, λόγω των ποικίλων δυνατοτήτων του, μπορεί να προσφερθεί μία πιο αποτελεσματική εκπαιδευτική διαδικασία, όπου θα επιτευχθούν σκοποί και στόχοι (σ. 9-10). Κάποια παραδείγματα θα μπορούσαν να είναι ο πειραματισμός με έτοιμα προγράμματα και η επίλυση συγκεκριμένου προβλήματος (Kordaki, 2012, p. 1164 - 1165). Πέρα από την εκτέλεση έτοιμων προγραμμάτων, δραστηριότητες όπως η τροποποίηση αυτών, η διόρθωση επιλεγμένων λαθών στον κώδικα και η τοποθέτηση εντολών στη σωστή σειρά από ανακατεμένο κώδικα είναι αρκετά βοηθητικές (Kordaki, 2012, p. 1165).

Μέσα σε όλα αυτά, η όσο το δυνατόν λιγότερη καθοδήγηση από τον/την εκπαιδευτικό καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας, με εξαίρεση την αρχή αυτής, είναι σημαντική. Καλό είναι, δηλαδή, να υπάρχει καθοδήγηση μόνο στην αρχή, η οποία στην πορεία θα φθίνει, έτσι ώστε μαθητές και μαθήτριες να γίνουν πιο ενεργοί και ενεργές, ενώ ο/η εκπαιδευτικός να λάβει ρόλο υποστηρικτικό (Τσιάμη και συν., 2014, σ. 9).

Με βάση αποτελέσματα πιλοτικής μελέτης περίπτωσης που έχει γίνει σε παιδιά Δημοτικού (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011), αλλά και άλλων ερευνών σε Ελλάδα και εξωτερικό, για παράδειγμα των Su, Huang, Yang, Ding & Hsieh (2015) και Feng & Chen (2014), όπως αναφέρουν οι Φωκίδης & Μπούκλα (2016), προέκυψε ότι η χρήση του είχε θετικά αποτελέσματα στους/στις μαθητές/μαθήτριες και ότι το περιβάλλον του τούς έμοιαζε φιλικό (Καψιμάλη & Σάμψων, 2011, σ. 50). Ακόμη, φάνηκε ότι το παιγνιώδες περιβάλλον του βελτίωσε τις επιδόσεις τους στον προγραμματισμό (Φωκίδης & Μπούκλα, 2016, σ. 92). Τέλος, συνέβαλε στην πρόοδο επίλυσης προβλημάτων και στην ανάπτυξη εποικοδομητικών ιδεών (Φωκίδης & Μπούκλα, 2016, σ. 92).

4.5. Εφαρμογές του Scratch σε σχολεία της Ελλάδας και του εξωτερικού

Μερικά παραδείγματα εφαρμογής του σε σχολεία της χώρας μας έχουν παρουσιαστεί σε συνέδρια σχετικά με την Πληροφορική και είναι καταγεγραμμένα από τον Κατσούλα Κωνσταντίνο, εκπαιδευτικό ΠΕ19 – Πληροφορικής, σε δική του σελίδα στο διαδίκτυο. Ενδεικτικά, ορισμένες από τις εφαρμογές αναφέρονται παρακάτω.

Ξεκινώντας με την πρωτοβάθμια εκπαίδευση, αξίζει να σημειωθεί ότι εφαρμογές του προγράμματος Scratch έχουν ήδη γίνει και στο νηπιαγωγείο. Παράδειγμα αποτελεί η διδακτική προσέγγιση των Μπράτιτσης & Μαργαρίτη (2012), σύμφωνα με την οποία παιδιά προσχολικής ηλικίας, στην περιοχή της Φλώρινας, διδάχτηκαν ένα φυσικό φαινόμενο μέσα από διαδραστικό παραμύθι. Το παραμύθι δημιουργήθηκε με τη χρήση του προγράμματος Scratch, προκαλώντας στα παιδιά ενθουσιασμό. Βέβαια, εκτός από την ενεργό συμμετοχή τους στη διαδικασία του παραμυθιού, η προστιθέμενη αξία της δραστηριότητας αυτής ήταν η δυνατότητα επανάληψης που προσέφερε, οποιαδήποτε στιγμή και όσες φορές επιθυμούσαν (Μπράτιτσης & Μαργαρίτη, 2012).

Περνώντας στις τάξεις του Δημοτικού, έχουν γίνει κι εδώ αρκετές εφαρμογές του προγράμματος στο μάθημα της Πληροφορικής σε συνδυασμό με άλλα μαθήματα. Αναφορικά παρατίθεται η πειραματική εφαρμογή των Χασανίδης, Ντίνας, Μπράτιτσης, Στάμου & Γκόγκου (2013), σε παιδιά της Στ' Δημοτικού στη Θεσσαλονίκη, κατά την οποία αξιοποιήθηκε η διδακτική της Γλώσσας, προκειμένου να φανεί αν συμβάλλει ή όχι στην κατανόηση του προγραμματισμού. Τα αποτελέσματά τους έδειξαν ότι οι γλωσσικές ασκήσεις συνέβαλαν στην καλύτερη κατανόηση του προγραμματισμού (Χασανίδης και συν., 2013, σ. 156), ενώ την ίδια στιγμή δεν έλειπε από τη διδασκαλία ο ενθουσιασμός των παιδιών για το προγραμματιστικό περιβάλλον του Scratch (Χασανίδης και συν., 2013, σ. 149). Μεγάλο ποσοστό μαθητών και μαθητριών σε ερωτηματολόγιο που τους δόθηκε στο τέλος της έρευνας, απάντησαν ότι τους άρεσε το Scratch και ότι θα έπαιζαν ξανά με αυτό (Χασανίδης και συν., 2013, σ. 157). Υπήρχαν, βέβαια, δυσκολίες κατά τη διάρκεια όλης της διαδικασίας που προκάλεσαν αρνητικά συναισθήματα στα παιδιά (Χασανίδης και συν., 2013, σ. 149). Ωστόσο κάθε φορά που έβλεπαν στην οθόνη να εκτελούνται όσα έφτιαχναν, η χαρά ήταν μεγαλύτερη (Χασανίδης και συν., 2013, σ. 149).

Ένα ακόμη παράδειγμα εφαρμογής του Scratch στο σχολείο παρουσιάζεται σε εκπαιδευτική παρέμβαση των Τάτση & Παπαδάκη (2012) σε παιδιά Δ' Δημοτικού, όπου κύριο θέμα τους ήταν η Ανακύκλωση (Τάτση & Παπαδάκη, 2012, σ. 181). Ακόμη κι εδώ, οι αντιδράσεις των μαθητών και των μαθητριών ήταν ίδιες με τις προηγούμενες. *«Η μάθηση με χρήση ψηφιακών μέσων ενθουσίασε τους μαθητές και έκανε την όλη διαδικασία της μάθησης πιο ευχάριστη.»*, όπως αναφέρεται (Τάτση & Παπαδάκη, 2012, σ. 185-186).

Το συγκεκριμένο περιβάλλον προγραμματισμού έχει αξιοποιηθεί και ως μέσο για τη διδασκαλία της αγγλικής γλώσσας, σε ένα σύνολο δέκα παιδιών Δ' Δημοτικού, δημόσιου σχολείου, αγροτικής περιοχής. Σε έρευνα των Κοροσίδου & Μπράτιτσης (2011), δόθηκε έμφαση στο τελικό αποτέλεσμα που δημιουργήθηκε με τη βοήθειά του και όχι στη διαδικασία προγραμματισμού του. Στόχος ήταν η εκμάθηση συγκεκριμένου λεξιλογίου με τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα παιδιά ενθουσιάστηκαν με τις δραστηριότητες και οι επιδόσεις τους στα γραπτά τεστ ήταν ιδιαίτερα υψηλές. Αξίζει να σημειωθεί ότι είχε θετικές επιδράσεις ακόμη και στα παιδιά που αργούσαν να γράψουν, αφού ο ενθουσιασμός τους τα οδηγούσε να βρίσκουν γρήγορα τα γράμματα στο πληκτρολόγιο για να προχωρήσει το παιχνίδι.

Φτάνοντας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, παραδείγματα χρήσης του υπάρχουν και σε αυτή τη βαθμίδα. Το 2010, στο 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής της Πληροφορικής, οι Χασανίδης και Μπράτιτσης παρουσίασαν μια πρόταση για τη διδασκαλία της δομής επιλογής στο μάθημα Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον, της Τεχνολογικής κατεύθυνσης της Γ' Λυκείου, με χρήση του περιβάλλοντος Scratch. Σύμφωνα με αυτή, οι μισοί/μισές από τους μαθητές και τις μαθήτριες ξεκίνησαν να πειραματίζονται αμέσως μόλις αντίκρυσαν το Scratch, δείχνοντας μεγάλο ενδιαφέρον και θέτοντας πολλές ερωτήσεις στο διδάσκοντα (Χασανίδης & Μπράτιτσης, 2010, σ. 29).

Κλείνοντας με την τριτοβάθμια εκπαίδευση, σε έρευνα που αφορούσε φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Κρήτης, έγινε φανερή η αίσθηση της αυτοπεποίθησης κατά τη δημιουργία διαφόρων έργων στο Scratch, όπως και το διασκεδαστικό – ενδιαφέρον μέρος της διαδικασίας (Παπαδάκης, 2018, σ. 118).

Συνοψίζοντας, θα λέγαμε ότι το συγκεκριμένο προγραμματιστικό περιβάλλον χρησιμοποιήθηκε αρκετά στη χώρα μας κατά τη διάρκεια των χρόνων, σε όλες τις βαθμίδες και για ποικίλα θέματα. Έχει περάσει από την προσχολική ηλικία μέχρι και την τριτοβάθμια εκπαίδευση, προσφέροντας στους/στις εκάστοτε μαθητές/μαθήτριες ευχάριστα συναισθήματα, ενθουσιασμό και διασκέδαση. Συνεπώς, τα αποτελέσματά του στην Ελλάδα είναι κατά βάση θετικά.

Σχετικά με τις εφαρμογές του στο εξωτερικό, παρουσιάζεται παρακάτω ενδεικτικά μία έρευνα που διεξήχθη στη Γερμανία. Σύμφωνα με τους Funke, Geldreich & Hubwieser (2017), τα τελευταία χρόνια στο εξωτερικό έχουν γίνει πολλά μαθήματα προκειμένου να στρέψουν τα παιδιά στις έννοιες της Πληροφορικής, όπως είναι και ο προγραμματισμός. Μαθήματα που έχουν γίνει τόσο εντός σχολείου, σε μαθητές Δημοτικού κατά τη διάρκεια μίας σχολικής χρονιάς, όσο και έξω από αυτό, κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού (Funke et al., 2017). Με βάση τα στοιχεία που έχουν παρουσιάσει οι παραπάνω, τα είδη των προγραμμάτων που κυριάρχησαν ήταν το παιχνίδι, τα κινούμενα σχέδια και η ιστορία. Μάλιστα, αναφέρεται ότι στα μαθήματα που έγιναν κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς, αυτό που κυριάρχησε ήταν η ιστορία, σε αντίθεση με τα καλοκαιρινά μαθήματα, όπου την πρώτη θέση κατείχε η κατηγορία του παιχνιδιού.

Δουλεύοντας με το προγραμματιστικό περιβάλλον του Scratch, λοιπόν, παιδιά ηλικίας 5-12 ετών, κατασκεύασαν συνολικά 127 μεμονωμένα έργα. Αυτό συνέβη διότι μερικοί/μερικές δημιούργησαν περισσότερα από ένα έργα (Funke et al., 2017). Αξίζει να σημειωθεί ότι τα περισσότερα παιδιά διασκέδασαν με το Scratch και επιθυμούσαν να συνεχίσουν να προγραμματίζουν (Funke et al., 2017), όπως ακριβώς συνέβη και στις περισσότερες περιπτώσεις που αναφέρθηκαν για τη χώρα μας.

Κεφάλαιο 5ο : Ερευνητικό μέρος

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλυθεί η προσπάθεια προσαρμογής μερικών ιστορικών μεθόδων πολλαπλασιασμού σε παιχνίδια, με τη βοήθεια του προγράμματος Scratch. Επιλέχτηκαν ο ελληνικός πολλαπλασιασμός, ο αιγυπτιακός και ο ρωσικός. Για κάθε μία από τις μεθόδους κατασκευάστηκε ένα παιχνίδι, με δύο πίστες.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το Scratch δε χρησιμοποιήθηκε ως τρόπος εκμάθησης προγραμματισμού, όπως έχει γίνει σε άλλες έρευνες που μελετήθηκαν για τη συγγραφή της εργασίας, αλλά ως ένα μέσο εκμάθησης εναλλακτικών μεθόδων πολλαπλασιασμού μέσα από το παιχνίδι.

5.1. Περιγραφή των παιχνιδιών

Τα παιχνίδια που αξιοποιήθηκαν βρίσκονται στην παρακάτω διεύθυνση: https://scratch.mit.edu/projects/496596940/ .

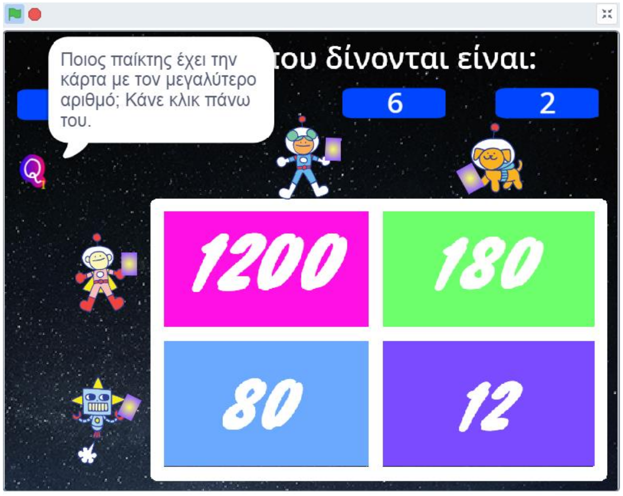
5.1.1. Ελληνικός πολλαπλασιασμός – «Παιχνίδι με κάρτες»

Το πρώτο παιχνίδι που κατασκευάστηκε, αφορούσε τον ελληνικό πολλαπλασιασμό και είχε τίτλο: «Παιχνίδι με κάρτες», όπως φαίνεται στην Εικόνα 5. Παρουσιάζονταν τέσσερις παίκτες, η Kiran, ο Ripley, ο Dot και ο Robot, χωρισμένοι σε δύο ομάδες. Κάθε ομάδα αποτελούσε έναν αριθμό. Οι δύο παίκτες της εκάστοτε ομάδας με τις κάρτες τους, αναπαριστούσαν την ανάλυση αυτού του αριθμού σε δυνάμεις του δέκα. Στο παιχνίδι, επίσης, υπήρχαν τέσσερα πολύχρωμα ορθογώνια, όπου επάνω τους ήταν γραμμένοι κάποιοι αριθμοί. Δεν αναφερόταν, ωστόσο, ο τρόπος με τον οποίο προέκυψαν, ούτε η πιθανή σχέση που είχαν μεταξύ τους. Δίνονταν, όμως, σε μικρά μπλε πλαίσια ακόμη τέσσερις αριθμοί και ήταν αυτοί που αντιστοιχούσαν στις κάρτες που είχε κάθε παίκτης. Φοιτητές και φοιτήτριες χρειαζόταν να αντιληφθούν τη σχέση που είχαν οι αριθμοί των πολύχρωμων ορθογωνίων με τους αριθμούς που βρίσκονταν στα μπλε πλαίσια, δηλαδή τους αριθμούς των καρτών των παικτών.

Εικόνα 5: *Πρώτο παιχνίδι – Παιχνίδι με κάρτες (ελληνικός πολλαπλασιασμός)*

Καθώς εξελισσόταν το παιχνίδι, το σύμβολο “Q” στα αριστερά της εικόνας έκανε συγκεκριμένες ερωτήσεις (Εικόνα 6). Ξεκίνησε ρωτώντας ποιος/ποια είχε τον μεγαλύτερο αριθμό στην κάρτα του/της. Αφού έγινε «κλικ» από τους/τις φοιτητές/φοιτήτριες στο κατάλληλο αντικείμενο, δέχτηκαν αμέσως ανατροφοδότηση για την ορθότητα ή μη της απάντησής τους. Αυτό γινόταν καθ’ όλη τη διάρκεια του συγκεκριμένου παιχνιδιού. Η επόμενη ερώτηση που έγινε ήταν ποιος/ποια είχε τον μικρότερο αριθμό. Οι συμμετέχοντες/συμμετέχουσες ακολούθησαν και πάλι την ίδια διαδικασία. Τελευταία ερώτηση που έγινε ήταν: «Ποιον αριθμό κρύβει η κάρτα του Dot;», όπου κλήθηκαν να πληκτρολογήσουν έναν από τους δύο αριθμούς που είχαν περισσέψει στα μπλε πλαίσια (Εικόνα 7). Το παιχνίδι είχε σχεδιαστεί έτσι ώστε να μοιάζει με σπαζοκεφαλιά, για να υπάρχει μία παραπάνω δυσκολία για τους/τις φοιτητές/φοιτήτριες, αλλά ενδεχομένως και ένα μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

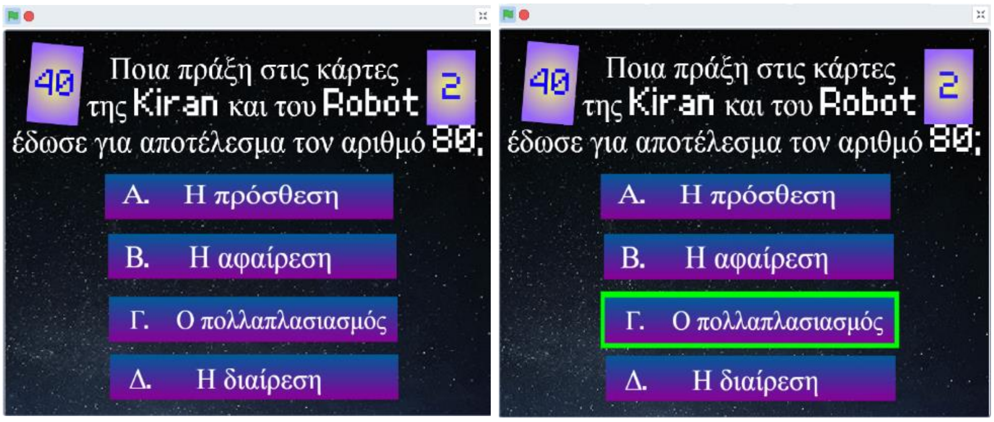
Εικόνα 6: *Ερωτήσεις από το «Q»*



Εικόνα 7: *Φοιτητές/Φοιτήτριες πληκτρολογούν τον αριθμό στο πλαίσιο που εμφανίζεται στο κάτω μέρος*

Με την ολοκλήρωση της πρώτης πίστας, εμφανίστηκε η εξής ερώτηση: «Ποια πράξη στις κάρτες της Kiran και του Robot έδωσε για αποτέλεσμα τον αριθμό 80;», ενώ οι επιλογές που παρατέθηκαν παρακάτω ήταν: «Α. Η πρόσθεση», «Β. Η αφαίρεση», «Γ. Ο πολλαπλασιασμός», «Δ. Η διαίρεση», όπως δείχνει η Εικόνα 8. Είχε τοποθετηθεί ενδιάμεσα στις δύο πίστες αυτή η «σκηνή» προκειμένου να «επαληθεύσει» ή να «διαψεύσει» τις υποθέσεις που έκαναν για να βρουν τους αριθμούς των καρτών και να συνεχίσουν, έτσι, στη δεύτερη πίστα. Οι ερωτήσεις παρέμειναν ίδιες και τη δεύτερη φορά, ωστόσο οι αριθμοί που δόθηκαν ήταν διαφορετικοί.

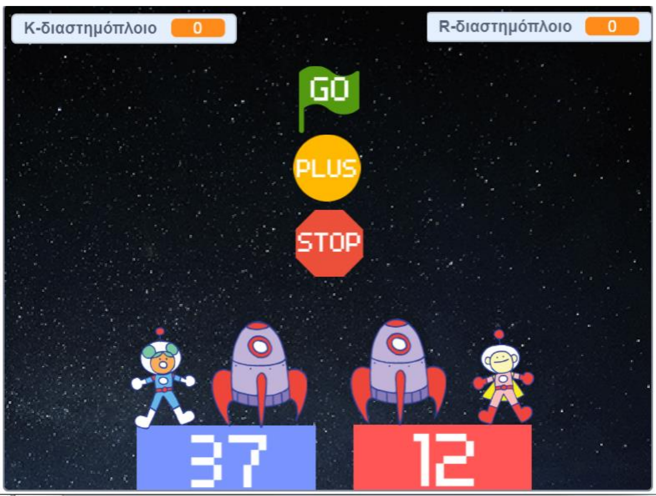
Εικόνα 8: *Εξέλιξη πρώτου παιχνιδιού*



5.1.2. Αιγυπτιακός πολλαπλασιασμός – «Γέμισε το διαστημόπλοιο»

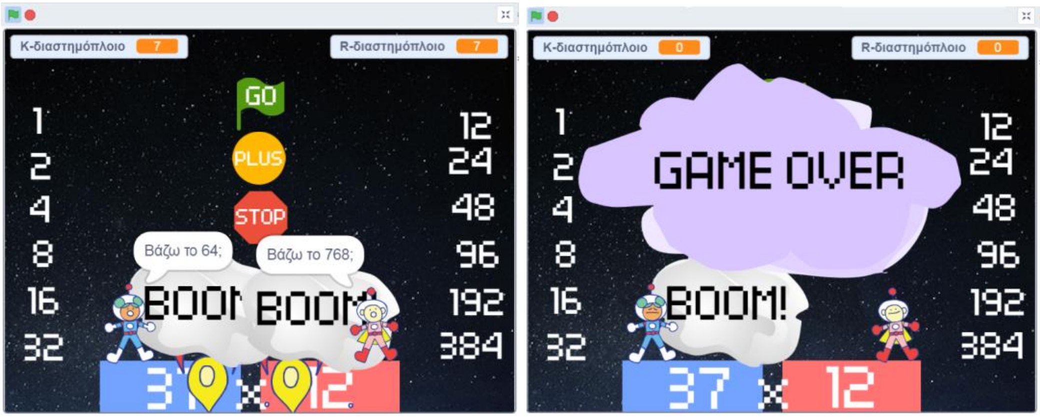
Το δεύτερο παιχνίδι είχε ως βάση τον αιγυπτιακό πολλαπλασιασμό και ο τίτλος που του δόθηκε ήταν: «Γέμισε το διαστημόπλοιο» (Εικόνα 9).

Εικόνα 9: *Δεύτερο παιχνίδι – Γέμισε το διαστημόπλοιο (Αιγυπτιακός πολλαπλασιασμός)*



Οι δύο παίκτες, Kiran και Ripley, προσπαθούσαν να γεμίσουν τα διαστημόπλοιά τους με καύσιμα, προκειμένου να μπορέσουν να ξεκινήσουν ένα σύντομο ταξίδι. Τα καύσιμα ήταν οι αριθμοί που δίνονταν κάθε φορά και είχαν τη μορφή μιας μπάλας. Στο διαστημόπλοιο τοποθετούνταν πατώντας απλώς το κουμπί «PLUS». Ο τρόπος για να εξετάσουν φοιτητές και φοιτήτριες αν είχαν σκεφτεί σωστά και αν θα έφευγε τελικά το διαστημόπλοιο, ήταν να πατήσουν το κουμπί «GO», τη στιγμή που θεωρούσαν ότι δε χρειάζονταν άλλα καύσιμα. Όταν το πατούσαν πολύ νωρίς, το σημαιάκι δεν άναβε για να φύγουν τα διαστημόπλοια. Ωστόσο, κατά την εισαγωγή, ο Ripley προειδοποίησε τους παίκτες και τις παίκτριες να προσέξουν να μην υπερβάλλουν με τα καύσιμα. Ουσιαστικά εδώ, φοιτητές και φοιτήτριες κλήθηκαν να παρατηρήσουν και να αντιληφθούν, πιθανόν, ότι έπρεπε να σταματήσουν στον αριθμό τον οποίο αν διπλασίαζαν, θα υπερέβαινε τον αριθμό της βάσης του διαστημόπλοιου. Στις περιπτώσεις που δε σταματούσαν έγκυρα οι φοιτητές/φοιτήτριες, αυτό που συνέβαινε στα διαστημόπλοια ήταν μία έκρηξη, όπως δείχνει η Εικόνα 10. Στα πλαίσια όπου αναγραφόταν «Κ-διαστημόπλοιο» και «R-διαστημόπλοιο» φαινόταν πόσες φορές πατήθηκε το κουμπί «PLUS». Αυτό, αντιστοιχεί στις σειρές που θα σχηματίζονταν αν εφαρμόζαμε τη συγκεκριμένη εναλλακτική μέθοδο πολλαπλασιασμού στο χαρτί. Επιπλέον, οι αριθμοί που παρουσιάζονταν κάθε φορά αριστερά και δεξιά τοποθετούνταν στην ίδια σειρά, όπως θα γινόταν και στην εφαρμογή στο χαρτί.

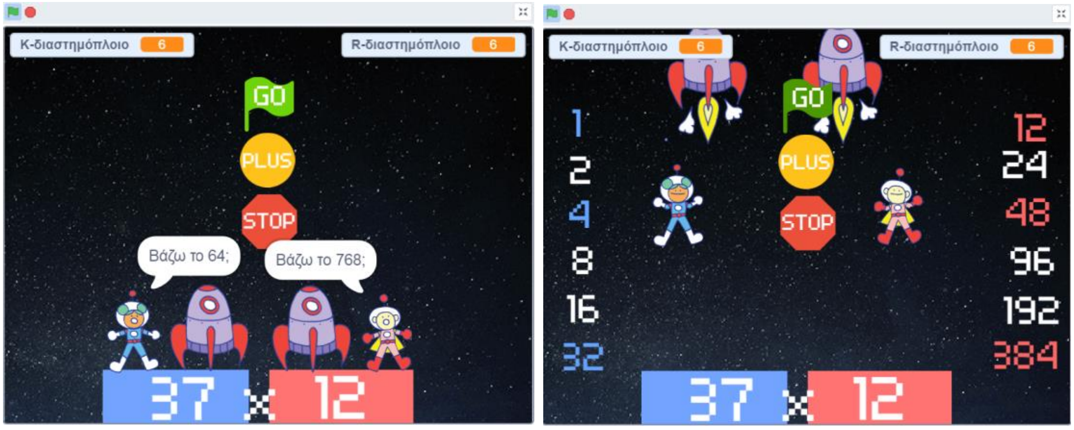
Εικόνα 10: *Η έκρηξη – Τέλος παιχνιδιού*



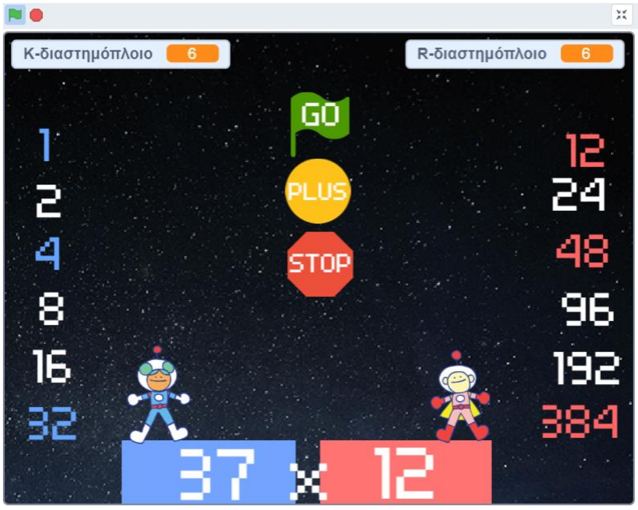
Κάθε φορά που οι φοιτητές/φοιτήτριες έκαναν κλικ στο κουμπί «PLUS», παρουσιάζονταν αριστερά και δεξιά κάποιοι αριθμοί με άσπρο χρώμα. Στα αριστερά ήταν οι αριθμοί που αφορούσαν τη μπλε βάση, δηλαδή τον αριθμό 37. Αντίστοιχα, στα δεξιά βρίσκονταν οι αριθμοί που αφορούσαν την κόκκινη βάση, δηλαδή το 12. Τόσο στη μία στήλη, όσο και στην άλλη, οι αριθμοί διπλασιάζονταν κάθε φορά, γεγονός που έπρεπε να εντοπίσουν φοιτητές και φοιτήτριες.

Στη συνέχεια, εφόσον είχαν σκεφτεί σωστά ώστε να ανάψει το πράσινο σημαιάκι και να ξεκινήσουν τα διαστημόπλοια, μόλις αυτά έφυγαν, παρουσιάστηκαν ξανά οι ίδιοι αριθμοί, όμως κάποιοι είχαν διαφορετικό χρώμα (Εικόνα 11). Στα αριστερά, λοιπόν, με μπλε χρώμα εμφανίστηκαν αυτοί που χρειάζονταν για να συνεχίσουν τη διαδικασία του αιγυπτιακού πολλαπλασιασμού (Εικόνα 12). Χρησιμοποιήθηκε διαφορετικό χρώμα για να οδηγήσει τα άτομα που έπαιζαν να αντιληφθούν μόνα τους ποιος ήταν ο τρόπος που συνδέονταν με τον αριθμό της αντίστοιχης βάσης. Στα δεξιά, με κόκκινο χρώμα αντικαταστάθηκαν οι αντίστοιχοι αριθμοί που θα έπρεπε να προστεθούν για να καταλήξουν στο αποτέλεσμα.

Εικόνα 11: *Σωστή απάντηση – Το σημαιάκι φωτίζει – Τα διαστημόπλοια φεύγουν*

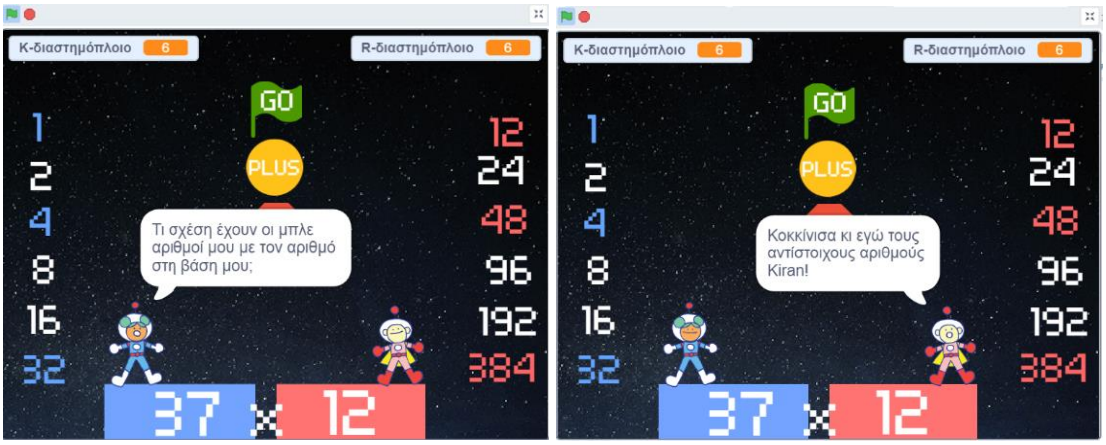


Εικόνα 12: *Εξέλιξη του δεύτερου παιχνιδιού*



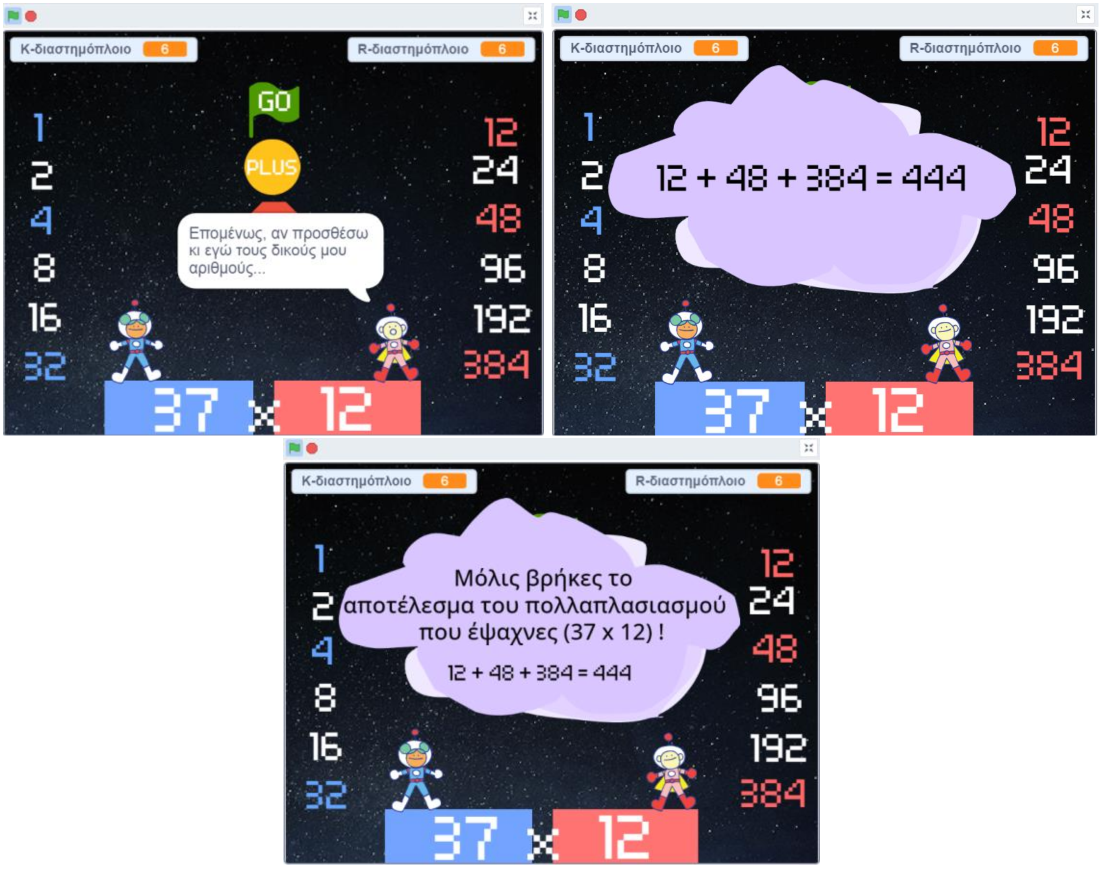
Μόλις επέστρεψε στη θέση της η Kiran, αναρωτήθηκε τι σχέση έχουν οι μπλε αριθμοί με τον αριθμό που βρίσκεται στη βάση της, θέτοντας τον πρώτο προβληματισμό στους/στις παίκτες/παίκτριες. Από την άλλη ο Ripley ανέφερε ότι κοκκίνισε τους αντίστοιχους αριθμούς, δίνοντας έτσι το στοιχείο ότι χρησιμοποίησε όσους βρίσκονταν στην ίδια σειρά (Εικόνα 13).

Εικόνα 13: *Μηνύματα*



Η πρώτη πίστα τελείωσε με τον Ripley, ο οποίος έδωσε με μήνυμα το τελευταίο βήμα για την ολοκλήρωση της διαδικασίας, την πρόσθεση των αριθμών. Κατέληξε, λοιπόν, στο αποτέλεσμα, αναφέροντας ότι αυτό είναι και το γινόμενο του πολλαπλασιασμού (Εικόνα 14). Έπειτα, κάτω δεξιά εμφανίστηκε το κουμπί «next», που οδήγησε τους παίκτες και τις παίκτριες στην επόμενη πίστα του παιχνιδιού. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε ήταν η ίδια και λειτούργησε ως επανάληψη της πρώτης πίστας, για να βοηθηθούν και να καταλήξουν σε ορισμένα συμπεράσματα.

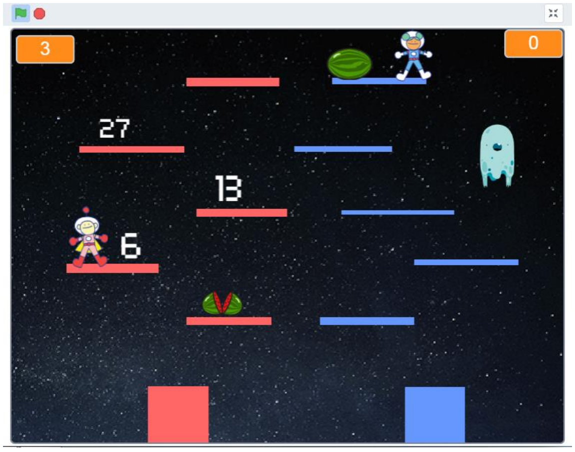
Εικόνα 14: *Τελευταίο βήμα του αιγυπτιακού πολλαπλασιασμού*



5.1.3. Ρωσικός πολλαπλασιασμός – «Γνώρισε τον Βλαδίμηρο»

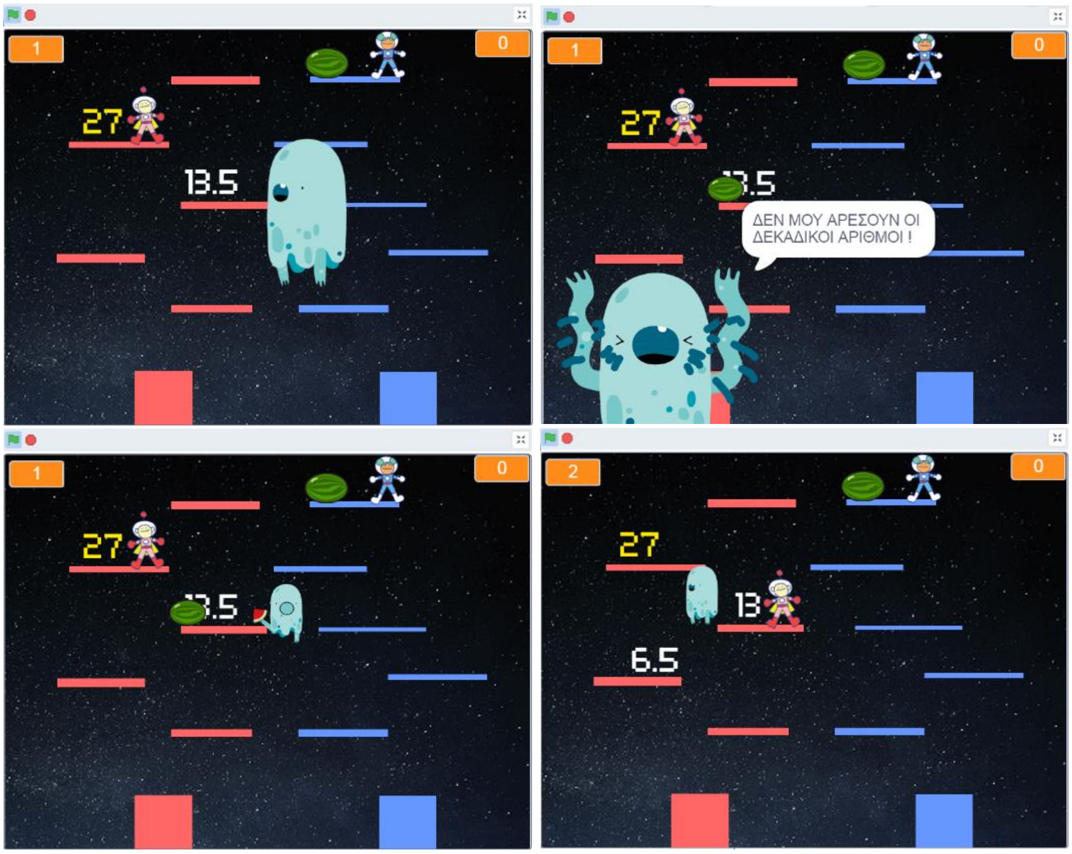
Το τρίτο παιχνίδι στηρίχτηκε στον ρωσικό πολλαπλασιασμό και είχε τίτλο: «Γνώρισε τον Βλαδίμηρο». Οι δύο παίκτες, Kiran και Ripley, συνάντησαν ένα φάντασμα με σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη του παιχνιδιού, τον Βλαδίμηρο. Σκοπός του παιχνιδιού ήταν να μεταφέρουν ο Ripley και η Kiran το καρπούζι που είχαν κάτω, στο τετράγωνο-κουτί που υπήρχε στο τέλος της διαδρομής τους. Το καρπούζι αναπαριστούσε τους αριθμούς που πολλαπλασιάζονταν και τις αλλαγές που δέχονταν κάθε φορά (Εικόνα 15).

Εικόνα 15: *Τρίτο παιχνίδι-Γνώρισε τον Βλαδίμηρο*



Συγκεκριμένα, το καρπούζι που είχε ο Ripley ήταν ο πρώτος παράγοντας του πολλαπλασιασμού και καθώς έπεφτε, έσπαγε στα δύο, με αποτέλεσμα να μικραίνει. Ήταν η αναπαράσταση του τι ακριβώς συμβαίνει στον πρώτο αριθμό όσο εξελίσσεται η διαδικασία του ρωσικού πολλαπλασιασμού. Όπως αποκαλύφθηκε κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, στον Βλαδίμηρο δεν άρεσαν οι δεκαδικοί αριθμοί που εμφανίζονταν πολλές φορές από αυτή τη διαίρεση. Αντίθετα, ήθελε να έχει μόνο ακέραιους αριθμούς, οπότε «έτρωγε» το δεκαδικό μέρος που υπήρχε κάθε φορά (Εικόνα 16).

Εικόνα 16: *Το φάντασμα και οι δεκαδικοί αριθμοί*



Αφού τελείωσε η διαδρομή του Ripley, ξεκίνησε η Kiran. Εδώ το καρπούζι κάθε φορά που έπεφτε προς τα κάτω μεγάλωνε και συγκεκριμένα διπλασιαζόταν, αφού έτσι συνεχίζεται ο ρωσικός πολλαπλασιασμός. Ο δεύτερος παράγοντας, δηλαδή, διπλασιάζεται κάθε φορά. Μόλις ολοκλήρωσε τη διαδρομή της, σχηματίστηκε ένας πίνακας και τοποθετήθηκαν όλοι οι αριθμοί ο ένας κάτω από τον άλλον. Χρησιμοποιήθηκαν ξανά διαφορετικά χρώματα για τους αριθμούς που χρειαζόταν να παρατηρήσουν, για τους αριθμούς που απορρίπτονταν εφόσον δε χρειάζονταν και για τους αριθμούς που τελικά προστέθηκαν για να δώσουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού.

Τέλος, με την ολοκλήρωση και της δεύτερης πίστας, δόθηκε η δυνατότητα στους φοιτητές και στις φοιτήτριες να παρατηρήσουν ξανά τους δύο πίνακες που είχαν δημιουργηθεί, προκειμένου να τους συγκρίνουν και να καταλήξουν σε συμπεράσματα (Εικόνα 17).

Εικόνα 17: *Οι πίνακες που προέκυψαν από τις δύο πίστες του παιχνιδιού*

Όπως γίνεται αντιληπτό, σκοπός ήταν να οπτικοποιηθούν όσα συμβαίνουν στους αριθμούς κατά τη διάρκεια αυτής της εναλλακτικής μεθόδου πολλαπλασιασμού, έτσι ώστε να απομνημονευτεί πιο εύκολα από όσους/όσες παίξουν το παιχνίδι και να γίνει η σύνδεση με τον τρόπο σκέψης που υπάρχει πίσω από όλο αυτό.

Μέθοδος

Στα πλαίσια ολοκλήρωσης της παρούσας πτυχιακής εργασίας πραγματοποιήθηκε μία ποσοτική έρευνα με θέμα τις εναλλακτικές μεθόδους διδασκαλίας του πολλαπλασιασμού με τη χρήση του προγραμματιστικού περιβάλλοντος Scratch. Στόχος της έρευνας ήταν να αναδειχθεί η συμβολή που μπορεί να έχει η εφαρμογή παιχνιδιών στην κατανόησή τους. Τα ερευνητικά ερωτήματα είναι τα εξής:

- Μπορούν τα παιχνίδια που δημιουργήθηκαν στο Scratch να οδηγήσουν τους/τις παίκτες/παίκτριες στην κατανόηση των αλγορίθμων των πολλαπλασιασμών;
- Μπορούν τα παιχνίδια στο Scratch να ενεργοποιήσουν ακόμη και τα άτομα που δεν τους αρέσουν τα μαθηματικά να συμμετέχουν σε αυτά;
- Γίνονται αντιληπτές οι αναπαραστάσεις των παιχνιδιών από όσους/όσες παίζουν;

Εργαλεία

Αρχικά, δημιουργήθηκαν τρία διαφορετικά παιχνίδια στο Scratch, που βασίστηκαν σε τρεις εναλλακτικούς τρόπους πολλαπλασιασμού και η δημιουργία του φύλλου οδηγιών. Εκεί υπήρχαν αναλυτικές οδηγίες για κάθε παιχνίδι ξεχωριστά, με εικόνες και σχετικές παρατηρήσεις, προκειμένου να καθοδηγήσει τους φοιτητές και τις φοιτήτριες σε όλα όσα καλούνταν να παρατηρήσουν για να καταλήξουν σε ορισμένα συμπεράσματα. Έπειτα, τελευταίο αλλά απαραίτητο εργαλείο διεκπεραίωσης της έρευνας, ήταν το ηλεκτρονικό ερωτηματολόγιο με ερωτήσεις τόσο ανοιχτού όσο και κλειστού τύπου. Δημιουργήθηκε με Google Forms. Κυρίαρχη προϋπόθεση για τη συμπλήρωσή του αποτελούσαν οι ειλικρινείς απαντήσεις όσων συμμετείχαν σε αυτό. Τα ερωτηματολόγια ήταν ανώνυμα και είχε διευκρινιστεί από την αρχή ότι αφορούσαν την κατανόηση των παιχνιδιών. Επίσης, αναφέρθηκε σε σχετική συνοδευτική επιστολή ότι τα παιχνίδια αποτελούν μέρος της πτυχιακής εργασίας και ότι είναι σύντομης διάρκειας. Τα μοναδικά προσωπικά στοιχεία που ζητήθηκαν από όσους και όσες έλαβαν μέρος ήταν το φύλο τους και η σχέση τους με τα μαθηματικά.

Δείγμα

Για τη διανομή του εφαρμόστηκε δειγματοληψία ευκολίας. Μοιράστηκε, δηλαδή, σε φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης, του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας, μέσω του διαδικτύου. Από το πλήθος των ατόμων που στάλθηκε το ερωτηματολόγιο, συμμετείχαν τελικά είκοσι τρία άτομα. Το 65,2% ήταν κορίτσια και το 34,8% αγόρια. Η διανομή και συμπλήρωσή τους ξεκίνησε 7 Απριλίου 2021 και ολοκληρώθηκε 12 Μαΐου 2021. Ακολούθησε συλλογή και επεξεργασία των δεδομένων.

Περιορισμοί της έρευνας

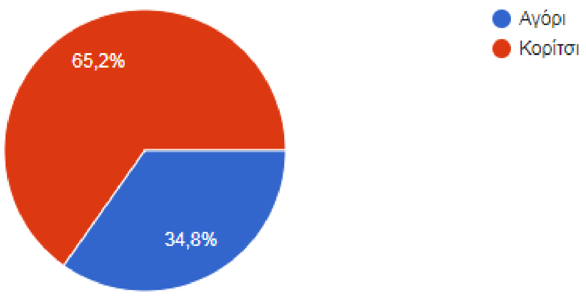
Τον τελευταίο χρόνο η καθημερινότητα ολόκληρης της ανθρωπότητας έχει ανατραπεί από την εμφάνιση της νόσου Covid-19, λοίμωξης του αναπνευστικού συστήματος. Από τον Μάρτιο του 2020 τα Πανεπιστήμια σταμάτησαν τις δια ζώσης διδασκαλίες, αρχικά για δύο εβδομάδες, όμως όπως φαίνεται, αυτό διαρκεί μέχρι και σήμερα. Από τότε που ανακοινώθηκε ότι πρόκειται για πανδημία, η εξ αποστάσεως εκπαίδευση έγινε η νέα μας καθημερινότητα. Πολλές αλλαγές υπήρχαν σε όλες τις δουλειές, αρκετές από τις οποίες σταμάτησαν για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα, καθώς στις συγκεκριμένες δεν μπορούσε να εφαρμοστεί η τακτική «εργασία από το σπίτι». Οι μετακινήσεις είχαν περιοριστεί σε πολύ μεγάλο βαθμό και όλοι οι άνθρωποι κλήθηκαν να μείνουν μέσα στο σπίτι για να προστατευτούν από τον νέο ιό.

Λόγω των ιδιαίτερων συνθηκών που ζούμε, λοιπόν, όλο αυτό το διάστημα και των δυσκολιών που έχουν επιφέρει σε αρκετούς τομείς, τα παιχνίδια δημιουργήθηκαν με σκοπό να εφαρμοστούν σε φοιτητές και φοιτήτριες του τμήματός μας και όχι σε παιδιά του Δημοτικού. Ήταν μία ευκαιρία, επομένως, να παρατηρήσουμε το πιθανό ενδιαφέρον που θα έδειχναν μεγαλύτερες ηλικίες για αυτά, καθώς και τις επιδράσεις που θα είχαν τα παιχνίδια στις συγκεκριμένες ηλικίες. Ο αριθμός του δείγματος θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερος αν η έρευνα διεξαγόταν στο Πανεπιστήμιο, όπως συνέβαινε τα προηγούμενα χρόνια. Τέλος, για να παίξουν όλα τα παιχνίδια χρειαζόταν οι συμμετέχοντες να διαθέτουν ηλεκτρονικό υπολογιστή, καθώς το τρίτο παιχνίδι απαιτούσε τη χρήση πληκτρολογίου. Το γεγονός αυτό, θα μπορούσε να θεωρηθεί ως ένας επιπλέον περιορισμός.

Αποτελέσματα

Το δείγμα της έρευνας αποτελούνταν από δεκαπέντε κορίτσια και οκτώ αγόρια (Σχήμα 4). Στην ερώτηση αν τους αρέσουν τα μαθηματικά, το 43,5% του συνόλου δήλωσε ξεκάθαρα ότι του αρέσουν, ενώ το 26,1% ότι δεν του αρέσουν καθόλου. Υπήρχε, βέβαια, και το 30,4% του συνόλου που απάντησε ότι η προτίμησή του στα μαθηματικά δεν είναι ούτε αρνητική ούτε θετική.

Σχήμα 4: *Το δείγμα*



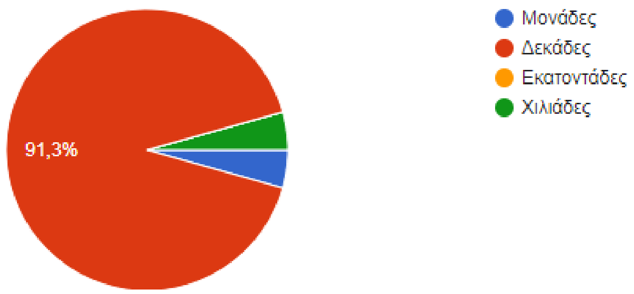
Σχετικά με το πρώτο παιχνίδι, στις ερωτήσεις που αφορούσαν τον τρόπο σκέψης για την εύρεση της κάρτας του Dot (σκυλάκι) και κατά συνέπεια, για τις προηγούμενες κάρτες σχετικά με τον μεγαλύτερο και μικρότερο αριθμό, το μεγαλύτερο ποσοστό, 65,2% , απάντησε ότι έκανε πράξεις. Υπήρχε, όμως, και ένα 34,8% των φοιτητών/φοιτητριών που ανέφεραν ότι διάλεξαν στην τύχη. Ενδιαφέρον, ωστόσο, παρουσιάζουν οι απαντήσεις που έδωσαν τα άτομα που έκαναν πράξεις και επέλεξαν να αναλύσουν τον τρόπο σκέψης τους λίγο παραπάνω από το να αρκεστούν στο σχόλιο ότι έκαναν πολλαπλασιασμό. Ενδεικτικά, παρουσιάζονται αυτούσιες ορισμένες απαντήσεις:

- «Κάθε χαρακτήρας έχει κι από έναν αριθμό αρα και ο Dot θα έχει τον δικό του. Ο αριθμός 180 βγαίνει απο τον πολλαπλάσιο 30×6. Συνεπώς, ένας από τους δύο θα είναι ο αριθμός του Dot. Ωστόσο, ο αριθμός 12 προκύπτει απο τον πολλαπλάσιο 2×6. Άρα, επειδή ο αριθμός 6 είναι κοινός και στους δύο πολλαπλασιασμους, ο αριθμός του Dot είναι το 6.»
- «Μου είχαν μείνει οι αριθμοί 30 και 6. Εφόσον η Κιραν είχε το 40, για να βγει το 1200 από κάτω της θα έπρεπε να πολλαπλασιαστεί με το 30, επομένως ο Ρίπλει κρατάει το 30 και μας μένει το 6 για τον Ντοτ.»
- «για να βγει το 1200 έπρεπε να κάνουμε 40*30, άρα το 30 το έχει το κοκκινο ανθρωπακι και για να βγει το 180 έπρεπε να κάνουμε 30*6 άρα το σκυλί έχει τον αριθμό 6»
- «Σκέφτηκα πως έστω ο Dot είναι το "χ", άρα αν κάνω 12 /2 =6, σαν επαλήθευση 180/6=30.»
- «Αφου βρηκα οτι το 12 εγινα με 2 επι 6 αρα το σκυλακι εχει 6 και ο Ροβοτ 2 γιατι μετα το 80 θα βγει με 2 επι 40 που έχει ο κιραν»
- «Έχει το 6 ο Dot διότι αν είχε το 30 δεν θα μπορούσε να υπάρξει το 12 ως αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού με το 2 του robot.»
- «Αρχικά έκανα πολλαπλασιασμούς με τις κάρτες που βρίσκονται στα μπλε κουτιά και υπέθεσα σε ποιες κάρτες των χαρητήρων αντιστοιχούν,έπειτα το

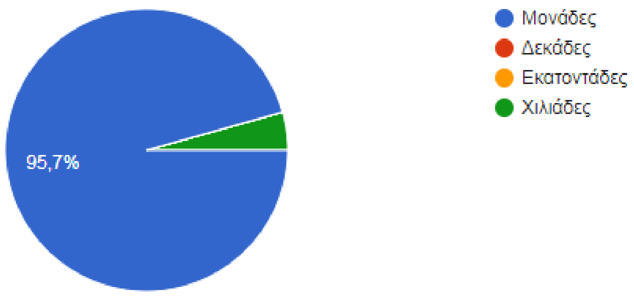
επιβαιβαίωσα με διαίρεση των αριθμών απο τα κουτιά και των τιμών στα χρωματιστά κουτιά. Έτσι βρήκα και τις τέσσερις κάρτες»

Στις ερωτήσεις: «Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί των καρτών της Kiran και του Ripley (τα δύο ανθρωπάκια) κάθε φορά;» και «Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί των καρτών του Dot και του Robot κάθε φορά;», είκοσι ένα άτομα απάντησαν «δεκάδες» (Σχήμα 5) και αντίστοιχα, είκοσι δύο δήλωσαν «μονάδες» (Σχήμα 6).

Σχήμα 5: *Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί των καρτών της Kiran και του Ripley*



Σχήμα 6: *Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί των καρτών του Dot και του Robot*



Ακολούθησαν τέσσερις ερωτήσεις για να ολοκληρωθεί η διαδικασία του ελληνικού πολλαπλασιασμού που ξεκίνησαν με το παιχνίδι. Αρχικά, κλήθηκαν να προσθέσουν τους απαραίτητους αριθμούς, προκειμένου να δημιουργηθούν οι παράγοντες που θα πολλαπλασιαστούν, να βρουν το γινόμενο του πολλαπλασιασμού τους και τέλος, να βρουν το αποτέλεσμα της πρόσθεσης των αριθμών που υπήρχαν στα ορθογώνια. Μέσα από αυτές, συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των πράξεων καταλήγουν σε συμπεράσματα μερικά από τα οποία παρατίθενται παρακάτω:

- «Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού αλλά και το άθροισμα των πολύχρωμων ορθογωνιων έχουν τον ίδιο αριθμό.»
- «Προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα»
- «οτι αν προσθεσω τα πολυχρωμα ορθογωνια βγαινει το αποτελεσμα του πολλαπλασιασμού»
- «Ο αριθμός που προκύπτει από τις δύο παραπάνω ερωτήσεις είναι ο ίδιος. (1.472)»
- «Ναι, τόσο το άθροισμα όσο και το γινόμενο είναι ο ίδιος αριθμός»

Το δεύτερο μέρος του ερωτηματολογίου αξιολογούσε την κατανόηση του δεύτερου παιχνιδιού. Στις ερωτήσεις: «Ποια είναι η σχέση των αριθμών στη στήλη αριστερά;» και «Ποια είναι η σχέση των αριθμών στη στήλη δεξιά;», οι απαντήσεις που δόθηκαν από όλους/όλες ήταν ότι και στις δύο περιπτώσεις οι αριθμοί διπλασιάζονται. Σχετικά με την ερώτηση: «Τι παρατηρείτε ανάμεσα στους μπλε αριθμούς της στήλης αριστερά και στον αριθμό της μπλε βάσης κάθε φορά;» οι απαντήσεις διέφεραν, με δεκαέξι από τα είκοσι τρία άτομα που συμμετείχαν να απαντούν πως το άθροισμά τους είναι ο αριθμός της βάσης. Υπήρχαν, βέβαια, κάποιες ακόμη απαντήσεις ενδεικτικά:

- «Είναι μικρότεροι του αριθμού της βάσης.»
- «είναι πολλαπλάσια του 12»
- «Είναι υποδιαιρέσεις»
- «δεν είναι ποτέ μονοί»

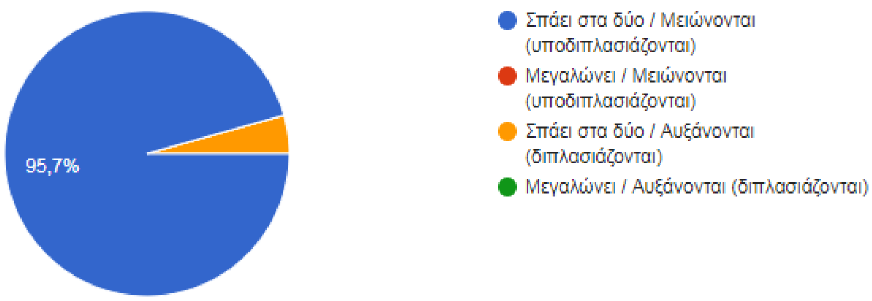
Στη συνέχεια, ζητούνταν από τους φοιτητές και τις φοιτήτριες να συγκρίνουν τον τελευταίο αριθμό της στήλης αριστερά με τον αριθμό της μπλε βάσης. Δεκαέξι από αυτούς/αυτές απάντησαν ότι ο τελευταίος αριθμός της στήλης αριστερά είναι μικρότερος από αυτόν της βάσης, ενώ δόθηκαν και απαντήσεις όπως:

- «είναι ζυγός, ενώ ο αριθμός 37, είναι μονός»
- «είναι πολλαπλάσια του 12»

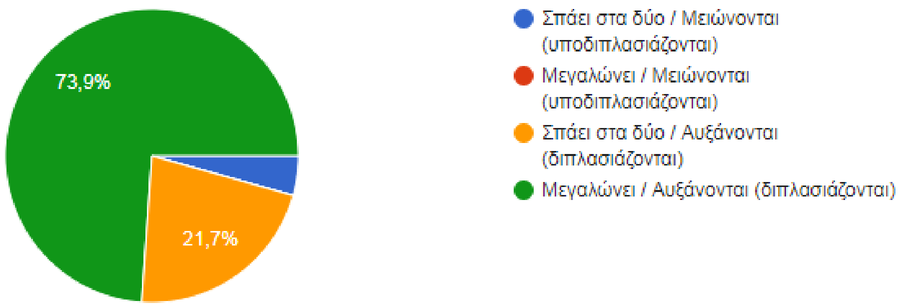
Τελευταία ερώτηση για την κατανόηση του δεύτερου παιχνιδιού ήταν: «Τι σχέση έχουν οι κόκκινοι αριθμοί με τους μπλε;». Δεκαεπτά από τα είκοσι τρία άτομα απάντησαν ότι βρίσκονταν στην ίδια σειρά, τρεις απάντησαν ότι ήταν διπλάσιοι και τρεις ότι ήταν τετραπλάσιοι.

Όσον αφορά την επεξεργασία του τρίτου παιχνιδιού, στην ερώτηση για τον ρόλο του φαντάσματος στο παιχνίδι, είκοσι δύο άτομα απάντησαν ότι μετατρέπει τους δεκαδικούς αριθμούς σε ακέραιους, σβήνοντας το «0,5» κάθε φορά. Έπειτα, στην ερώτηση «Τι παθαίνει το καρπούζι στην αριστερή στήλη και αντίστοιχα οι αριθμοί που "κρύβει"; » είκοσι δύο άτομα απάντησαν ότι το καρπούζι σπάει στα δύο και υποδιπλασιάζεται (Σχήμα 7). Στην αντίστοιχη ερώτηση για τη δεξιά πλευρά, δεκαεπτά συμμετέχοντες και συμμετέχουσες παρατήρησαν ότι το καρπούζι μεγαλώνει και οι αριθμοί του διπλασιάζονται και ένα άτομο ότι ισχύει το ίδιο με την προηγούμενη ερώτηση, δηλαδή σπάει και υποδιπλασιάζεται (Σχήμα 8).

Σχήμα 7: *Τι παθαίνει το καρπούζι στην αριστερή στήλη και αντίστοιχα οι αριθμοί που "κρύβει"*

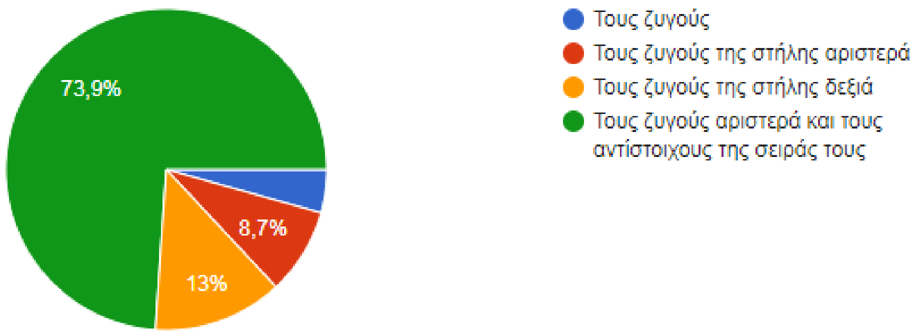


Σχήμα 8: *Τι παθαίνει το καρπούζι στη δεξιά στήλη και αντίστοιχα οι αριθμοί που "κρύβει"*



Στη συνέχεια, υπήρχε η ερώτηση «Ποιους αριθμούς απορρίπτουμε για να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού;», όπου δεκαεπτά άτομα απάντησαν ότι απορρίπτονται οι ζυγοί της στήλης αριστερά και οι αντίστοιχοι της σειράς τους, ενώ τρία άτομα έδωσαν ως απάντηση ότι απορρίπτονται οι ζυγοί της στήλης δεξιά (Σχήμα 9).

Σχήμα 9: *Ποιοι αριθμοί απορρίπτονται για να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού*



Τέλος, για την ερώτηση: «Ποιους αριθμούς προσθέτουν η Kiran και ο Ripley για να βρουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού;» δεκατρία άτομα παρατήρησαν ότι προστίθενται οι αριθμοί που βρίσκονται στην ίδια σειρά με τους περιττούς της αριστερής στήλης. Ακόμη, επτά από τα υπόλοιπα άτομα δήλωσαν ότι για την πρόσθεση χρησιμοποιήθηκαν τόσο οι περιττοί αριθμοί της στήλης αριστερά, όσο και οι απέναντι από αυτούς στη στήλη δεξιά.

Συζήτηση

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στην παραπάνω ενότητα φαίνεται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό ανταποκρίνεται θετικά στα ερωτήματα που δόθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, στο δείγμα που συγκεντρώθηκε υπάρχουν απαντήσεις τόσο από κορίτσια, όσο και από αγόρια, γεγονός που φανερώνει ότι δείχνουν ενδιαφέρον και τα δύο φύλα για τα παιχνίδια. Η σχέση που έχουν οι συμμετέχοντες και συμμετέχουσες με τα μαθηματικά με βάση το ερωτηματολόγιο φαίνεται να ποικίλλει, με μόνο εννέα από τα είκοσι τρία άτομα να δηλώνουν ξεκάθαρα ότι τους αρέσουν.

Για τις ερωτήσεις του πρώτου παιχνιδιού, είναι αρκετά θετικό το γεγονός ότι δεκαπέντε άτομα δηλώνουν πως έκαναν πράξεις για να βρουν τους αριθμούς που έκρυβαν οι κάρτες, ανεξάρτητα από το αν αγαπούν ή όχι τα μαθηματικά. Ωστόσο, για τα υπόλοιπα άτομα που αναφέρουν ότι διάλεξαν στην τύχη την απάντηση, μάλλον το συγκεκριμένο παιχνίδι θεωρήθηκε δύσκολο ή μπερδεμένο, αφού δεν αντιλήφθηκαν την πράξη που έπρεπε να εφαρμόσουν για να βρουν τα ζητούμενα αποτελέσματα. Αξίζει, βέβαια, να σημειωθούν οι απαντήσεις που δίνουν δύο συμφοιτήτριες στις οποίες δεν αρέσουν τα μαθηματικά. Η πρώτη απάντηση παρουσιάζει ενδιαφέρον, καθώς αναφέρει ότι παρόλο που στην αρχή απάντησε στην τύχη, τη δεύτερη φορά κατάλαβε πώς έπρεπε να σκεφτεί για να βρει τις σωστές απαντήσεις. Αυτό δείχνει ότι θα μπορούσε να έχει θετικά αποτελέσματα ακόμη και σε άτομα που δε συμπαθούν το μάθημα και να οδηγήσουν στη συμμετοχή τους για την ανακάλυψη της νέας γνώσης.

Η δεύτερη κοπέλα, κάνει κανονικά πράξεις για να βρει τις απαντήσεις και ο τρόπος σκέψης της είναι ο εξής: *«Από τον τρόπο κατανομής των 'ηρώων' και κάνοντας τις απαραίτητες πράξεις αντιλαμβάνομαι ότι ο Robot και ο Dot αντιπροσωπεύουν την κάτω σειρά αριθμών που βρίσκονται στα κουτάκια ενώ ο Ripley και ο Kiran την πάνω. Εφόσον η Kiran έχει τον αριθμό 40 και ο Robot το 2 σημαίνει ότι 40 επί 2 = 80. Επομένως ο Dot θα πρέπει να έχει έναν αριθμό που εάν το πολλαπλασιάσει με την κάρτα του Robot θα έχει γινόμενο 12. Με το 30 δεν μπορεί διότι το αποτέλεσμα θα είναι 60 άρα η κάρτα του Dot κρύβει τον αριθμό 6 διότι 2 επί 6 = 12. Έτσι προκύπτει και το γινόμενο 1200 εφόσον η Kiran και ο Ripley πολλαπλασιάσουν τις κάρτες του αλλά και το γινόμενο 180 εφόσον ο Ripley και ο Dot πολλαπλασιάσουν τις δικές τους κάρτες αντίστοιχα.»*. Ακόμη, στην τελευταία ερώτηση του πρώτου παιχνιδιού, για τη σχέση μεταξύ αθροίσματος και γινομένου, κοπέλα που της αρέσουν τα μαθηματικά προσδιορίζει ότι: *«αν προσθέσω τα πολύχρωμα ορθογώνια βγαίνει το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού»*, εντοπίζοντας ακριβώς το ζητούμενο. Ενδεχομένως αυτό να μη γίνεται πλήρως αντιληπτό από όλους/όλες, παρόλο που εντοπίζουν ότι είναι το ίδιο αποτέλεσμα, γεγονός που δείχνει ότι θα έπρεπε να διατυπωθεί διαφορετικά η ερώτηση.

Για το δεύτερο μέρος του ερωτηματολογίου, οι απαντήσεις είναι στο μεγαλύτερο ποσοστό σωστές από όλα τα άτομα που συμμετείχαν. Έτσι, θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως το πιο κατανοητό και ίσως εύκολο, παιχνίδι από τα τρία που έχουν δημιουργηθεί. Παρά την οποιαδήποτε άποψη που έχουν οι συμμετέχοντες/συμμετέχουσες για τα μαθηματικά, παρατηρούν τις ζητούμενες σχέσεις των αριθμών που εμφανίζονται κάθε φορά. Ακόμη, παρόλο που μερικοί/μερικές δηλώνουν ότι δεν τους αρέσουν καθόλου, μέσα από αυτό το παιχνίδι και την παρατήρηση που κάνουν, δείχνουν να μπορούν να μάθουν τον αιγυπτιακό πολλαπλασιασμό παίζοντας, καθώς εντοπίζουν όλες τις απαραίτητες σχέσεις μεταξύ των αριθμών.

Σχετικά με το τρίτο μέρος του ερωτηματολογίου, ένα σύνολο δεκαεπτά ατόμων εντοπίζει τις αναπαραστάσεις σχετικά με τους αριθμούς και τα καρπούζια και στις δύο περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, αναγνωρίζουν ότι στην πρώτη περίπτωση το καρπούζι σπάει σε δύο μέρη και μικραίνει, ενώ στη δεύτερη, καθώς πέφτει, μεγαλώνει σε μέγεθος. Φαίνεται, λοιπόν, ότι μπορούν να αντιληφθούν τις αναπαραστάσεις που υπάρχουν στο παιχνίδι και πιθανόν, να απομνημονεύσουν καλύτερα τις κινήσεις για την επίλυση σε ενδεχόμενη άσκηση στο χαρτί. Στη δεύτερη περίπτωση, πέντε άτομα δείχνουν να επηρεάζονται από την προηγούμενη ερώτηση και ενώ αναγνωρίζουν ότι αυξάνονται οι αριθμοί, δεν παρατηρούν ότι το καρπούζι δε σπάει στα δύο. Δυσκολίες παρουσιάζονται και στον εντοπισμό των αριθμών που απορρίπτονται προκειμένου να φτάσουν στο επόμενο βήμα του πολλαπλασιασμού, αφού τρεις επιλέγουν ως απάντηση τους ζυγούς της στήλης δεξιά και δύο διαλέγουν τους ζυγούς της στήλης αριστερά. Τέλος, για να καταλήξουν στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού, οκτώ στα είκοσι τρία άτομα δηλώνουν ότι προσθέτουν τους μονούς αριθμούς της αριστερής στήλης και τους απέναντι από αυτούς. Επομένως, υπάρχει και εδώ μία σύγχυση σε ένα μέρος των συμμετεχόντων/συμμετεχουσών, ως προς τους αριθμούς που πρέπει να χρησιμοποιήσουν. Όλα αυτά κάνουν το συγκεκριμένο παιχνίδι πιο δύσκολο ή περίπλοκο από τα άλλα. Εντούτοις, οι απαντήσεις που δίνονται από το μεγαλύτερο ποσοστό τους είναι σωστές.

Προτάσεις για περεταίρω έρευνα

Ως συνέχεια της παραπάνω έρευνας, θα μπορούσαν τα συγκεκριμένα παιχνίδια να εφαρμοστούν σε ένα μεγαλύτερο δείγμα φοιτητών και φοιτητριών, ενδεχομένως με διαφορετικό ερωτηματολόγιο, το οποίο θα περιέχει ερωτήσεις κυρίως αναλυτικής περιγραφής κάθε βήματος του αλγορίθμου από τη μεριά τους. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να ζητηθεί μετά την εφαρμογή τους οι συμμετέχοντες/συμμετέχουσες να γράψουν ένα κείμενο όπου θα εξηγούν τα βήματα που έγιναν σε κάθε παιχνίδι και πώς θα τα εφάρμοζαν σε μία ενδεχόμενη παρόμοια άσκηση με χαρτί και μολύβι. Ακόμη, θα μπορούσαν να τα δοκιμάσουν και παιδιά Δημοτικού, προκειμένου να παρατηρηθεί αν θα υπήρχε θετική ανταπόκριση από τη δική τους μεριά, αν θα μπορούσαν να αντιληφθούν και να παρατηρήσουν τις αναπαραστάσεις και τι θα συγκρατούσαν τελικά από τη διαδικασία. Η δημιουργία διαφορετικών παιχνιδιών, βασισμένων σε κάποιες από τις υπόλοιπες ιστορικές μεθόδους πολλαπλασιασμού, αποτελούν την τελευταία πρόταση για περεταίρω έρευνα.

Βιβλιογραφία

Ελληνική

Αλγόριθμοι Πολλαπλασιασμού (μέρος Ι). (χ.χ.). Ανακτήθηκε από: https://www.mathstudies.eu/single-post/multiplication01

Αλγόριθμοι Πολλαπλασιασμού (μέρος ΙΙ). (χ.χ.). Ανακτήθηκε από: https://www.mathstudies.eu/single-post/multiplication02

Αλεξοπούλου, Γ., Ανδρονικίδης, Α., Αποστολίδης, Λ., Ασβεστόπουλος, Β.-Α., Βαζάκας, Α., Βουμβουράκης, Ε., Γαληνός, Δ., Γεωργίου, Δ., Γιάκας, Α., Γούσης, Μ., Γρηγορόπουλος, Α., Δημακόπουλος, Θ., Ευθυμιάδης, Δ., Ιακώβου, Α., Καζάνης, Κ., Καϊσίδης, Β., Καλλίκης, Μ., Καλογήρου, Χ., Καματσέλου, Β., Καραβασίλης, Α., Καραμήτρου, Ε. Καραμπέρης, Σ., Καρνιαβούρας, Γ., Κατσαρού, Φ., Κατσιγιαννάκης, Ε., Κεχαγιάς, Σ., Κοσμανός, Δ., Κότσιρα, Μ., Κούλελη, Μ., Κουμής, Μ., Κουρφαλη, Α., Κρόκου, Γ., Κωνσταντινίδου, Θ., Λαρίσης, Ν., Λέκκας, Κ., Μανιάτη, Ο., Μεϊκόπουλος, Ο.-Ι., Μήττας, Α., Μιτσιγιώργης, Π., Μπαλάση, Π., Μπέσσας, Κ., Νάκος, Β., Νασιάκου, Α., Νασόπουλος, Γ., Νόνα Μ., Παλιαρούτης, Γ.-Ι., Πάλλας, Γ., Παπαδάκης, Ι., Παπαδόπουλος, Δ., Παπακωνσταντίνου, Α., Πλωμαρίτου, Κ., Πουλαράκης, Κ., Προδρόμου, Μ., Ροδίτη, Α., Ρουμελιώτου, Κ., Σκορδίλης, Ε., Σπανάκης, Ι., Σπέντζας, Θ., Τζεβελεκίδης, Κ., Τζήκας, Ι., Τολίκας, Γ., Τοπαλούδης, Α., Τσακμαλής, Κ., Τσιρογιάννη-κουλουμπρίδου, Ι., Τζουμάνης, Π., Χαλκιάς, Π., Χασακός, Σ., Χατζηνώτας, Γ. & Ψάλτης, Α. (2010). *Δημιουργώ παιχνίδια στο Scratch*. Θεσσαλία: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας – Τμήμα Μηχανικών Η/Υ, Δικτύων και Τηλεπικοινωνιών.

Αράπογλου, Α., Μαβόγλου, Χ., Οικονομάκος, Η. & Φύτρος, Κ. (2006). *Πληροφορική*. Αθήνα: Διόφαντος.

Δημητριάδου, Ι. (2016, Ιούλιος 24). Ένας διαφορετικός τρόπος εκμάθησης των πινάκων του Πολλαπλασιασμού. *Upability*. Ανακτήθηκε από: https://upbility.gr/blogs/blog/polaplasiasmos. (Προσπελάστηκε 20/2/2021).

Δουκάκης, Σ., Δουληγέρης, Χ., Καρβουνίδης, Θ., Κοίλιας, Χ. & Πέρδος, Α. (2014). *Εισαγωγή στις Αρχές της Επιστήμης των Η/Υ*. Αθήνα: Διόφαντος.

Δούναβης, Α. (2002). Ιστορικές πηγές και ο τρόπος χρήσης τους στη μαθηματική εκπαίδευση. Στο Ε.Μ.Ε., *19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού* (σελ. 73- 88). Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.

Δρούγας, Α. (2013, Ιανουάριος 26). *Τα κόκκαλα του Napier*. http://mathhmagic.blogspot.com/2013/01/napier.html

Emathon Blog. (χ.χ.). *4 διασκεδαστικοί τρόποι εκμάθησης των πινάκων πολλαπλασιασμού για παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες.*

https://blog.ematheon.io/4-%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%83%CE%BA%CE%B5%CE%B4%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CE%AF-

%CF%84%CF%81%CF%8C%CF%80%CE%BF%CE%B9-%CE%B5%CE%BA%CE%BC%CE%AC%CE%B8%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82-%CF%84%CF%89%CE%BD/

Ευθύμογλου, Ε. (2002). Μαθηματικά-Ιστορική Εξέλιξη: Ο ρόλος της ιστορίας των μαθηματικών στην εκπαίδευση. Στο Ε.Μ.Ε., *19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού* (σσ. 255-268). Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.

Καφούση, Σ. (1994). Το λάθος στη μάθηση και τη διδασκαλία των αριθμητικών πράξεων. *Ευκλείδης Γ*, 11(39), 41-58. Ανακτήθηκε από: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Καφούση, Σ. (2002). Συζητώντας για την ιστορία των μαθηματικών στη σχολική τάξη. Στο Ε.Μ.Ε., *19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού* (σσ. 175-184). Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.

Καψιμάλη, Β. & Σάμψων, Δ. (2011). Πιλοτική Μελέτη Περίπτωσης Αξιοποίησης του Εργαλείου Scratch στην Σχολική Εκπαίδευση. Στο Ν. Καλύβας, Ι. Μπέλλου, Α. Νάτσης, Α. Νικολού, Β. Τζίμας, Χ. Χαρίσης (Επμ.), *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Καθηγητών Πληροφορικής* (σσ. 44-51). Ιωάννινα: Πανελλήνια Ένωση Καθηγητών Πληροφορικής Δ.Ε., Εργαστήριο Εφαρμογών Εικονικής Πραγματικότητας στην Εκπαίδευση του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Κοροσίδου, Ε. & Μπράτιτσης, Θ. (2011). Εφαρμογή του λογισμικού Scratch για την εκμάθηση λεξιλογίου της Αγγλικής γλώσσας στη Δ' Δημοτικού. Στο ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ, *8ο Συνέδριο ΕΕΕΠ – ΔΤΠΕ: Το Ψηφιακό Σχολείο* (σσ. 156-163). Πειραιάς: ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ.

Λεμονίδης, Χ. (2003). Η εισαγωγή των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης στο Δημοτικό: μια πειραματική εφαρμογή. *Μέντορας*, τεύχος 7, σελ. 34-48.

Λεμονίδης, Χ. & Νικολαντωνάκης, Κ. (2007). Ελληνικός πολλαπλασιασμός: Ένας άγνωστος ιστορικός αλγόριθμος κατάλληλος για τη διδασκαλία. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, τεύχος 151, σελ. 169-178.

Λεμονίδης, Χ. (2013). *Μαθηματικά της φύσης και της ζωής-νοεροί υπολογισμοί. Λογαρέζω με το τζιμίδι μ'.* Θεσσαλονίκη: Ζυγός.

Λεμονίδης, Χ. (2020). *Διδασκαλία Προγραμματισμού και Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο ΙΙ.* [πανεπιστημιακές σημειώσεις]. Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Χειμερινό εξάμηνο 2020-21. Φλώρινα.

Λιβαθινός, Α. (2006). Ο Πολλαπλασιασμός των Ακεραίων Αριθμών κατά την Αρχαιότητα. http://users.sch.gr/alivathinos/altmultipl.htm (Προσπελάστηκε 20/2/2021).

Μπράτιτσης, Θ. & Μαργαρίτη, Α. (2012). Διαδραστικές εφαρμογές στο Scratch για τη διδασκαλία φυσικών φαινομένων στο Νηπιαγωγείο. Στο Π. Καριώτογλου, & Π. Παπαδοπούλου (Επμ.), *7ο Πανελλήνιο συνέδριο: Οι Φυσικές Επιστήμες στο Νηπιαγωγείο* (σσ. 343-350). Φλώρινα: Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Νικολαντωνάκης, Κ. (2018). *Η Πολυ-πολιτισμική Διάσταση του Πολλαπλασιασμού.* [πανεπιστημιακές σημειώσεις]. Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Χειμερινό εξάμηνο 2018-19. Φλώρινα.

Παναγιώτου, Ε. (2002). Ο ρόλος της ιστορίας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στο Ε.Μ.Ε., *19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού* (σσ. 117-130). Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.

Παπαδάκης, Σ. & Ορφανάκης, Β. (2013). Μια πρόταση διδασκαλίας στο μάθημα ‘Εφαρμογές Λογισμικού’ με τη χρήση του App Inventor. *Conference on Informatics in Education 2013,* 1-10. Ανακτήθηκε από: Research Gate.

Παπαδάκης, Σ. (2018). Ανάπτυξη της υπολογιστικής σκέψης μελλοντικών νηπιαγωγών μέσω του Scratch: μια μελέτη περίπτωσης. Στο Π. Παντίδος (Επμ.), *10ο Πανελλήνιο Συνέδριο: Οι Φυσικές Επιστήμες στην Προσχολική Εκπαίδευση: Φυσικές Επιστήμες, Εκπαίδευση, Πολιτισμός* (σσ. 116-120). Θεσσαλονίκη: Τμήμα Επιστημών Προσχολικής Αγωγής και Εκπαίδευσης, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.

Περικλειδάκης, Γ. (χ.χ.). *Εμπόδια και λάθη κατά την εκτέλεση των αλγορίθμων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης από τους μαθητές του δημοτικού σχολείου.* [σημειώσεις Powerpoint]. Ανακτήθηκε από: https://www.slideshare.net/xristoasxar/a-o-74980585

Πόταρη, Δ. (1989). Δυσκολίες μάθησης των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο. *Ευκλείδης Γ,* 6(21), 3-22. Ανακτήθηκε από: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Σύκα, Α., Φαρμάκη, Ε. & Ψαρράς Σ. (2011). *Ο ρόλος του λάθους στην παιδαγωγική πράξη* (Αδημοσίευτη Πτυχιακή εργασία). Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, Αλεξανδρούπολη.

Τάτση, Χ. & Παπαδάκη, Α. (2012). Μαθητές Δημοτικού Δημιουργούν Ψηφιακά Παιχνίδια στο Scratch για την Ανακύκλωση. Στο Δ. Χασανίδης, *6ο Πανελλήνιο Συνέδριο: Διδακτική της Πληροφορικής* (σσ. 181-186). Φλώρινα: Παιδαγωγική Σχολή, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Τζανάκης, Κ. (2015). *Η ιστορία στην μαθηματική εκπαίδευση. Δυνατότητες και παραδείγματα* [σημειώσεις Powerpoint]. Ανακτήθηκε από: http://didamath.gr/files/4-2-2015-tzanakis.pdf

Τρούλης, Γ. (1991). Το μηδέν ως αιτία πλάνης στα Μαθηματικά. *Ευκλείδης Γ,* 8(30-31), 61-83. Ανακτήθηκε από: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Τσιάμη, Φ., Έξαρχος, Δ., Κράββαρης, Δ. & Νικολού, Α. (2014). Αξιοποίηση του Scratch υπό το πρίσμα εποικοδομιστικής προσέγγισης. Στο Γ. Τσοπόκης, *8ο Πανελλήνιο Συνέδριο Καθηγητών Πληροφορικής: Η Πληροφορική στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση* (σσ. 1-10). Βόλος: Π.Ε.ΚΑ.Π., Παράρτημα Π.Ε.ΚΑ.Π. Θεσσαλίας.

Φωκίδης, Ε. & Μπούκλα, Κ. (2016). Ανάπτυξη προγραμματιστικών δεξιοτήτων σε παιδιά με τη χρήση του προγραμματιστικού περιβάλλοντος Kodu. Αποτελέσματα από πιλοτικό πρόγραμμα σε μαθητές της Στ΄ τάξης. *Έρευνα στην εκπαίδευση: Hellenic*

Journal of Research in Education, 8 (1), 90-103. doi: https://doi.org/10.12681/hjre.10208

Χασανίδης, Δ. & Μπράτιτσης, Θ. (2010). Μαθήματα αλγοριθμικής σκέψης στη Γ' Λυκείου, με χρήση του Scratch: Μια πρόταση για τη διδασκαλία της δομής επιλογής. Στο Μ. Γρηγοριάδου (Επμ.), *5o Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτική της Πληροφορικής* (σελ. 25-30). Αθήνα: Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Ελληνική Επιστημονική Ένωση Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση.

Χασανίδης, Δ., Ντίνας, Κ., Μπράτιτσης, Θ., Στάμου, Α., Γκόγκου, Χ. (2013). Επικοινωνιακή γλωσσική διδασκαλία και διδακτική της Πληροφορικής στο Δημοτικό σχολείο: Μια διαθεματική προσέγγιση σε παιδιά ΣΤ' Δημοτικού με χρήση του εργαλείου Scratch. *Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση,* 6(3), 137-160.

Χατζηγεωργίου, Α. (1990). Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους ακέραιους. Δυσκολίες και λάθη των μαθητών. *Ευκλείδης Γ*, 3(27), 8-24. Ανακτήθηκε από: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Χιονίδου-Μοσκοφούγλου, Μ. (2002). Μένων (Πλάτων) Μαθηματικά: Μια βιωματική διαθεματική δραστηριότητα στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στο Ε.Μ.Ε., *19o Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά Διαχρονικός Παράγοντας Πολιτισμού* (σσ. 204-213). Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.

Ξενόγλωσση

Funke, A., Geldreich, K. & Hubwieser, P. (2017). Analysis of scratch projects of an introductory programming course for primary school students. In: IEEE, *IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)* (p. 1229-1236). Athens: University of Piraeus, the Hellenic Open University, the Hellenic Air Force Academy, the Technological Educational Institute of Athens, and the Piraeus University of Applied Sciences, Greece.

Kordaki, M. (2012). Diverse categories of programming learning activities could be performed within Scratch. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 46 (2012), 1162-1166. Ανακτήθηκε από: ScienceDirect.

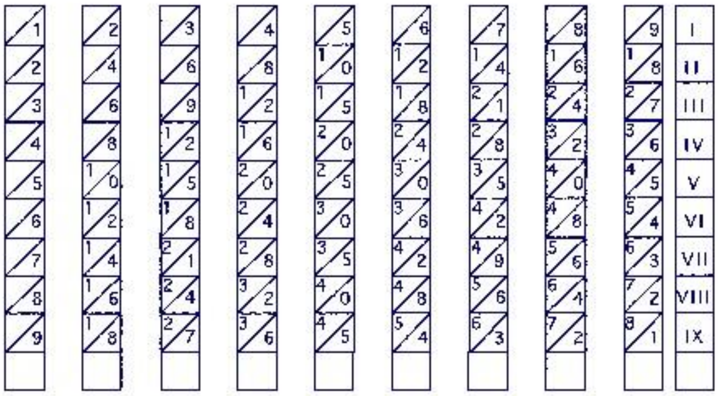
Mazzocco, M., Devlin, K., & McKenney, S. (2008). Is it a Fact? Timed Arithmetic Performance of Children With Mathematical Learning Disabilities (MLD) Varies as a Function of How MLD is Defined. *Developmental Neuropsychology*, 33(3): 318-344. https://doi.org/10.1080/87565640801982403

Olabe, J.C., Olabe, M. A., Basogain, X., Maiz, I. & Castaño, C. (2011). Programming and Robotics with Scratch in Primary Education. *Education in a technological world: communicating current and emerging research and technological efforts*, 356 – 363. Ανακτήθηκε από: Research Gate.

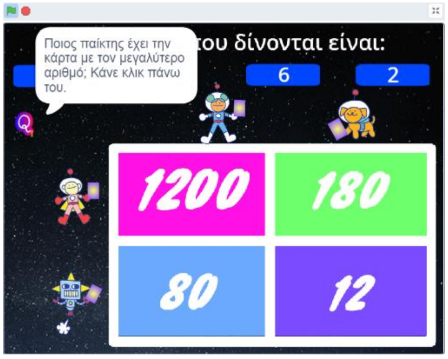
Sadi, A. (2007). Misconceptions in Numbers. *UGRU Journal*, 5. Ανακτήθηκε από: Silo.Tips.

Παράρτημα

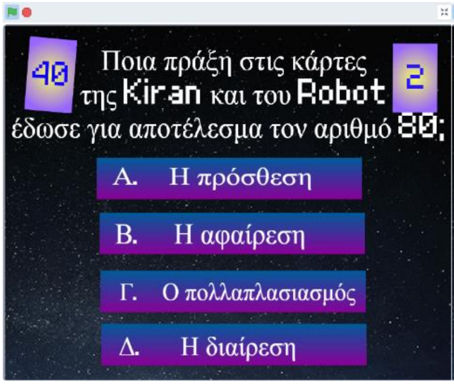
<u>Ράβδοι του Napier:</u> *http://mathomada17.blogspot.com/2013/01/napier.html*

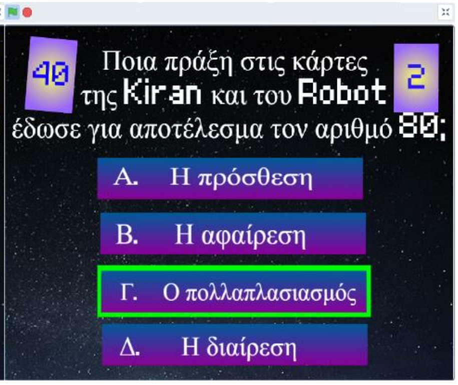


<u>1ο παιχνίδι:</u>



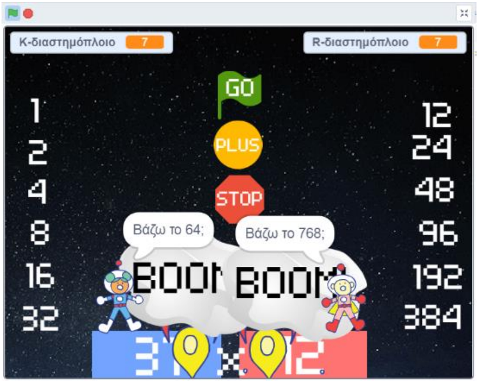

Οι αριθμοί που δίνονται είναι:
Ποιον αριθμό κρύβει η κάρτα του Dot; 30 ή 6;
6
2
40
1200
180
80
12
2


40
Ποια πράξη στις κάρτες της Kiran και του Robot έδωσε για αποτέλεσμα τον αριθμό 80;
2
Α. Η πρόσθεση
Β. Η αφαίρεση
Γ. Ο πολλαπλασιασμός
Δ. Η διαίρεση

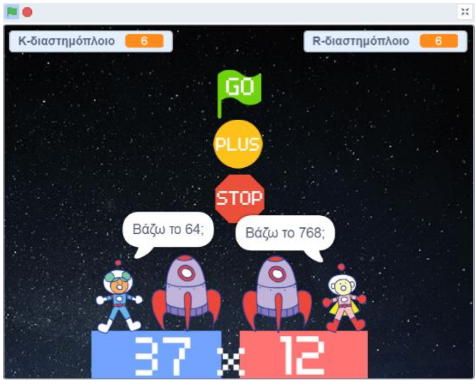

40
Ποια πράξη στις κάρτες της Kiran και του Robot έδωσε για αποτέλεσμα τον αριθμό 80;
2
Α. Η πρόσθεση
Β. Η αφαίρεση
Γ. Ο πολλαπλασιασμός
Δ. Η διαίρεση

2ο παιχνίδι:

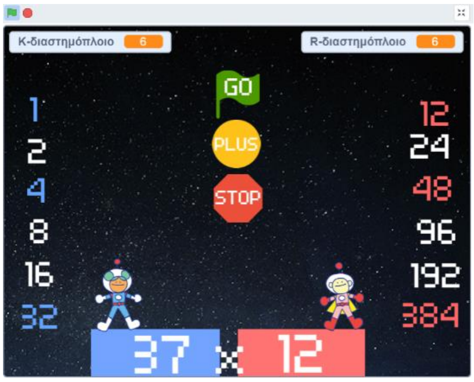

K-διαστημόπλοιο 0
R-διαστημόπλοιο 0
GO
PLUS
STOP
37
12


K-διαστημόπλοιο 7
R-διαστημόπλοιο 7
GO
PLUS
STOP
1
2
4
8
16
32
12
24
48
96
192
384
Βάζω το 64;
Βάζω το 768;

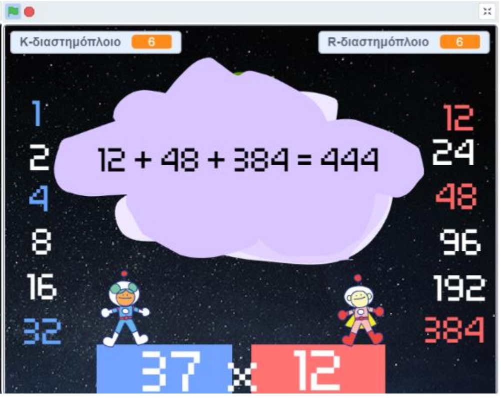

K-διαστημόπλοιο 0
R-διαστημόπλοιο 0
GAME OVER
BOOM!
1
2
4
8
16
32
12
24
48
96
192
384
37
12

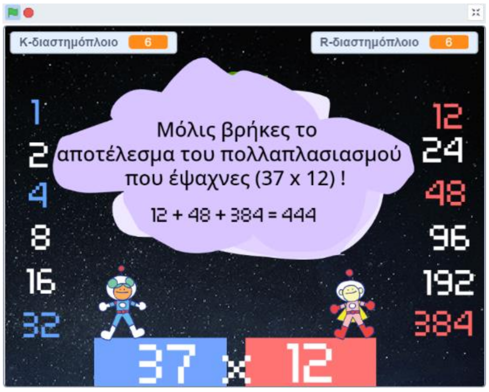

K-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
GO
PLUS
STOP
Βάζω το 64;
Βάζω το 768;
37
12


K-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
GO
PLUS
STOP
1
2
4
8
16
32
12
24
48
96
192
384
37
12

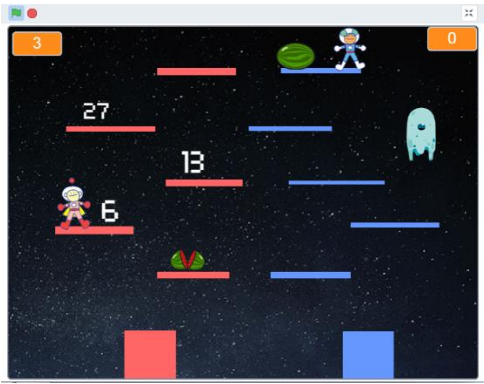

K-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
GO
PLUS
STOP
1
2
4
8
16
32
12
24
48
96
192
384
37
12

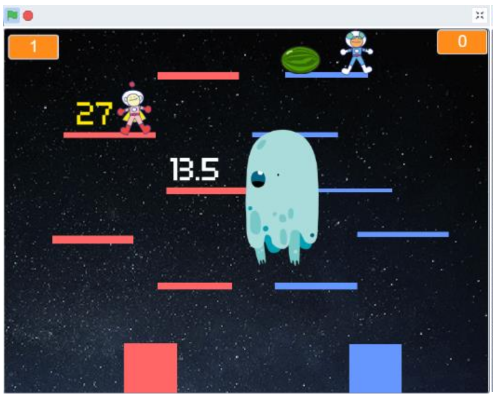

Κ-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
GO
PLUS
Τι σχέση έχουν οι μπλε αριθμοί μου με τον αριθμό στη βάση μου;
1 2 4 8 16 32
12 24 48 96 192 384
37 x 12

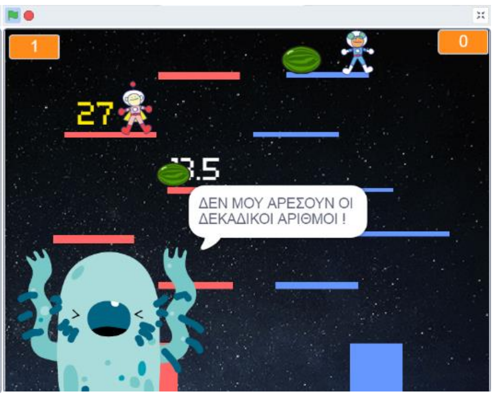

Κ-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
12 + 48 + 384 = 444
1 2 4 8 16 32
12 24 48 96 192 384
37 x 12

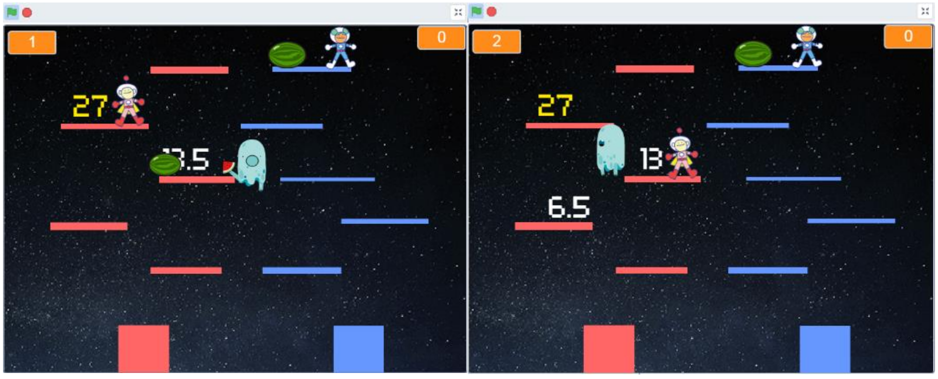

Κ-διαστημόπλοιο 6
R-διαστημόπλοιο 6
Μόλις βρήκες το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού που έψαχνες (37 x 12) !
12 + 48 + 384 = 444
1 2 4 8 16 32
12 24 48 96 192 384
37 x 12

3ο παιχνίδι:

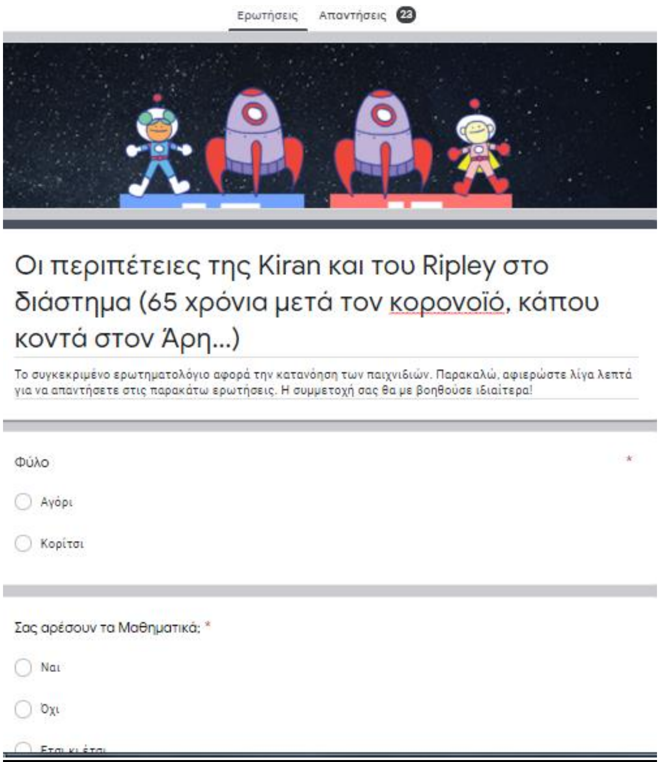

3
0
27
13
6


1
0
27
13.5


1
0
27
ΔΕΝ ΜΟΥ ΑΡΕΣΟΥΝ ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ !



Ερωτηματολόγιο:



Ερωτήσεις Απαντήσεις 23

Οι περιπέτειες της Kiran και του Ripley στο διάστημα (65 χρόνια μετά τον κορονοϊό, κάπου κοντά στον Άρη...)

Το συγκεκριμένο ερωτηματολόγιο αφορά την κατανόηση των παιχνιδιών. Παρακαλώ, αφιερώστε λίγα λεπτά για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις. Η συμμετοχή σας θα με βοηθούσε ιδιαίτερα!

Φύλο *

- Αγόρι
- Κορίτσι

Σας αρέσουν τα Μαθηματικά; *

- Ναι
- Όχι
- Έτσι κι έτσι

Ερωτήσεις 1ου παιχνιδιού

Αυτό που πρέπει να παρατηρήσετε εδώ, είναι ΠΩΣ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ στα ΠΟΛΥΧΡΩΜΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ που δίνονται κάθε φορά.

"Παίξε με τις κάρτες"

Για να βρείτε τον αριθμό της κάρτας του Dot (σκυλάκι) : *

- [ ] Σκεφτήκατε στην τύχη
- [ ] Κάνατε πράξεις

Να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας για την εύρεση του αριθμού της κάρτας του Dot (σκυλάκι). *

Κείμενο μακροσκελούς απάντησης

Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί ΤΩΝ ΚΑΡΤΩΝ της Kiran και του Ripley (τα δύο ανθρωπάκια) κάθε φορά; *

- [ ] Μονάδες
- [ ] Δεκάδες
- [ ] Εκατοντάδες
- [ ] Χιλιάδες

Τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί ΤΩΝ ΚΑΡΤΩΝ του Dot και του Robot κάθε φορά; *

- [ ] Μονάδες
- [ ] Δεκάδες
- [ ] Εκατοντάδες
- [ ] Χιλιάδες

Να προσθέσετε τις κάρτες της Kiran (μπλε ανθρωπάκι) και του Dot (σκυλάκι) που φαίνονται στην εικόνα. Κάνετε το ίδιο και για την ομάδα Ripley-Robot. Αποκαλύπτονται, έτσι, οι αριθμοί που θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε! Να γράψετε παρακάτω ποιοι είναι αυτοί οι αριθμοί. *

Κείμενο σύντομης απάντησης

Να βρείτε τώρα και το ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ των παραπάνω αριθμών (γράψτε παρακάτω ολόκληρη την πράξη π.χ. 11 x 24 =264). *

Κείμενο σύντομης απάντησης

Ποιο είναι το αποτέλεσμα αν ΠΡΟΣΘΕΣΕΤΕ τους αριθμούς που υπάρχουν στα ΠΟΛΥΧΡΩΜΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ της παραπάνω φωτογραφίας; *

- 1200
- 78
- 1472
- 1592

Παρατηρείτε κάτι στα αποτελέσματα των δύο τελευταίων ερωτήσεων που έγιναν παραπάνω (αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού και πολύχρωμα ορθογώνια); *

Κείμενο μακροσκελούς απάντησης

Ερωτήσεις 2ου παιχνιδιού

Εδώ, θα ήθελα ΝΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΤΕ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΠΟΥ ΕΜΦΑΝΙΖΟΝΤΑΙ κάθε φορά που θα πατάτε το κουμπί "PLUS", τόσο στα αριστερά, όσο και στα δεξιά σας.

"Γέμισε το διαστημόπλοιο"

Ποια είναι η σχέση των αριθμών στη στήλη αριστερά; *

Κείμενο σύντομης απάντησης

Ποια είναι η σχέση των αριθμών στη στήλη δεξιά; *

Κείμενο σύντομης απάντησης

Τι παρατηρείτε ανάμεσα στους ΜΠΛΕ ΑΡΙΘΜΟΥΣ της στήλης ΑΡΙΣΤΕΡΑ και στον αριθμό της ΜΠΛΕ ΒΑΣΗΣ κάθε φορά; *

Κείμενο σύντομης απάντησης

Να συγκρίνετε τον ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ αριθμό της στήλης αριστερά με τον αριθμό της ΜΠΛΕ βάσης στα δύο παραδείγματα. *

Κείμενο μακροσκελούς απάντησης

Τι σχέση έχουν οι κόκκινοι αριθμοί με τους μπλε; *

- Είναι διπλάσιοι
- Είναι τετραπλάσιοι
- Βρίσκονται στην ίδια σειρά
- Βρίσκονται στην ίδια στήλη

Ερωτήσεις 3ου παιχνιδιού

Στο ΠΡΩΤΟ ΣΚΑΛΟΠΑΤΙ κάθε παίκτη/-τριας (μπλε & κόκκινο), ΦΑΝΕΡΩΝΟΝΤΑΙ ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ τους οποίους έχουμε ΝΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΟΥΜΕ (π.χ. 27 και 73). Να παρατηρήσετε τι συμβαίνει στους αριθμούς αυτούς όσο ρίχνουν το καρπούζι η Kiran και ο Ripley αντίστοιχα.

"Γνώρισε τον Βλαδίμηρο"

Ποιος είναι ο ρόλος του Βλαδίμηρου (φαντασματάκι) στο παιχνίδι; *

- Κυνηγάει τον Ripley και την Kiran (Προσπαθεί να εμποδίσει τους παίκτες να ρίξουν τα καρπούζια)
- Σπάει τα καρπούζια στα δύο (Θέλει κάθε φορά το μισό του προηγούμενου)
- Δε θέλει να έχει δεκαδικούς αριθμούς, οπότε τρώει το δεκαδικό μέρος (Μετατρέπει τους δεκαδικούς ...

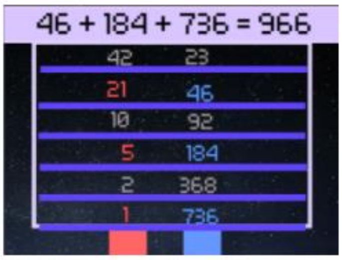
Τι παθαίνει το καρπούζι στην ΑΡΙΣΤΕΡΗ στήλη και αντίστοιχα οι αριθμοί που "κρύβει" ; *

- Σπάει στα δύο / Μειώνονται (υποδιπλασιάζονται)
- Μεγαλώνει / Μειώνονται (υποδιπλασιάζονται)
- Σπάει στα δύο / Αυξάνονται (διπλασιάζονται)
- Μεγαλώνει / Αυξάνονται (διπλασιάζονται)

Τι παθαίνει το καρπούζι στη ΔΕΞΙΑ στήλη και αντίστοιχα οι αριθμοί που "κρύβει" ; *

- Σπάει στα δύο / Μειώνονται (υποδιπλασιάζονται)
- Μεγαλώνει / Μειώνονται (υποδιπλασιάζονται)
- Σπάει στα δύο / Αυξάνονται (διπλασιάζονται)
- Μεγαλώνει / Αυξάνονται (διπλασιάζονται)

Ποιους αριθμούς ΑΠΟΡΡΙΠΤΟΥΜΕ για να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού; *



- Τους ζυγούς
- Τους ζυγούς της στήλης αριστερά
- Τους ζυγούς της στήλης δεξιά
- Τους ζυγούς αριστερά και τους αντίστοιχους της σειράς τους

Ποιους αριθμούς προσθέτουν η Kiran και ο Ripley για να βρουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού; *

Κείμενο μακροσκελούς απάντησης

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΠΟΛΥ ΓΙΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΣΑΣ!