

**ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ**

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

ΧΑΤΖΗΔΙΓΚΑ ΑΘΗΝΑ (Α.Μ:834)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΛΑΙΓΕΩΡΓΙΟΥ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2020

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη & Λέξεις Κλειδιά.....	3
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	5
1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ.....	5
1.2 ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΝΟΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ.....	7
2. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΒΑΣΕΙ ΕΡΕΥΝΩΝ	11
2.1 ΨΗΦΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ	11
2.2 ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ	19
2.3 ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΦΥΣΙΚΗ.....	23
2.4 ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΜΑΘΗΣΗ.....	26
3. ΤΟ ΣΩΜΑ	50
3.1. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΜΑΘΗΣΗ	55
3.2 Η ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑ.....	65
3.3 MIXED REALITY & ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΜΑΘΗΣΗ.....	73
3.3.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΙΚΤΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ	74
3.3.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	75
3.3.3 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	77
3.3.4 ΚΑΤΑΛΗΛΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ	77
3.3.5 ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΘΕΩΡΙΩΝ	78
3.3.6 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	79
3.3.7 STEM ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΜΑΘΗΣΗ	80
4. Η ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	86
4.1. ΨΗΦΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΣΩΜΑ.....	86
4.2 ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΣΩΜΑ	86
4.3 ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΣΩΜΑ	87
4.4 Η ΟΝΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ.....	87
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	88
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	92

Περίληψη & Λέξεις Κλειδιά

Περίληψη

Το θέμα που πραγματεύεται η συγκεκριμένη βιβλιογραφική έρευνα είναι η εκμάθηση των γωνιών μέσω την Ενσώματης Διδασκαλίας. Εκτείνεται σε δύο άξονες με τον πρώτο να παρουσιάζει αρχικά του ορισμούς για την γωνία, τα ζητήματα μάθησης, τις παρανοήσεις και τις δυσκολίες που εντοπίζονται από τους μαθητές και μετέπειτα να παραθέτει την βιβλιογραφική επισκόπηση σχετικά με τις διδακτικές προσεγγίσεις για την διδασκαλία των γωνιών. Ο δεύτερος άξονας εισάγει τον αναγνώστη στην ενσώματη μάθηση και αναλύει μέσω των ερευνών τον ρόλο που κατέχει στην διδασκαλία μαθηματικών όρων και κυρίως σε αυτόν της γωνίας. Έπειτα από την παράθεση έρευνας μέσω της βιβλιογραφίας καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η ενσώματη διδασκαλία είναι η βάση σε όλες τις προσεγγίσεις για την διδασκαλία των γωνιών. Κλείνοντας δίνεται η προτροπή η συγκεκριμένη βιβλιογραφική έρευνα να χρησιμοποιηθεί ως υπόβαθρο για μια μελλοντική διδακτική παρέμβαση.

Λέξεις Κλειδιά: Ενσώματη μάθηση, διδασκαλία, γωνίες, χειρονομίες

Abstract & Keywords

Abstract

The topic of this bibliographic research is the learning of angles through Embodiment Teaching. It extends into two axes with the first presenting its definitions for the angle, the learning issues, the misunderstandings and the difficulties identified by the students and then quoting the bibliographic overview of the didactic approaches to teaching the angles. The second axis introduces the reader to Embodiment Learning and analyzes through research the role it plays in teaching mathematical terms and especially in that of the angles. After quoting research through the literature, it concludes that Embodiment Teaching is the basis of all approaches to teaching angles. In closing, the specific bibliographic research is encouraged to be used as a background for a future didactic intervention.

Keywords: Embodiment Learning, learning, angles, gestures

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αφόρμηση για την ενασχόληση της συγκεκριμένης εργασίας με την Ενσώματη Διδασκαλία των γωνιών προκύπτει αρχικά από την δυσκολία κατανόησης που παρατηρείται για την έννοια της γωνίας. Αυτή η δυσκολία οδηγεί στην συνέχεια στην γνωριμία και στην εμβάθυνση της Ενσώματης Μάθησης που είναι μια πολύ καινούρια Διδακτική προσέγγιση στην εκπαιδευτική πράξη και η βιβλιογραφία είναι περιορισμένη. Οι στόχοι της εργασίας είναι η κατανόηση της σημαντικότητας της σύνδεσης του σώματος με την μάθηση για την μελλοντική αποφυγή των μαθησιακών δυσκολιών και παρανοήσεων με την συγκεκριμένη-και όχι μόνο- έννοια καθώς και η προτροπή για μια μελλοντική Διδακτική Παρέμβαση.

1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ

Οι γωνίες αποτελούν αντικείμενο έρευνας και μελέτης παγκόσμιας εμβέλειας καθώς τόσο η μάθηση όσο και η διδασκαλία των γωνιών αποτελεί ένα κεφάλαιο της Γεωμετρίας που δυσκολεύει ισόποσα τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς. Πολλοί είναι οι ερευνητές που έδωσαν ποικίλους ορισμούς για τον πολυδιάστατο χαρακτήρα των γωνιών. Συγκεκριμένα ο Keiser (2004) τόνισε ότι κατά τη διάρκεια των αιώνων η έννοια της γωνίας έχει οριστεί διαφορετικά και ακόμα και σήμερα μπορεί να αποκτήσει διαφορετικές έννοιες ανάλογα με τη μαθηματική κατάσταση. Γεγονός που συμβάλλει σύμφωνα με τους Smith, King & Hoyte (2014) και στις δυσκολίες μάθησης τους.

Επιπλέον οι Mitchelmore & White (1998) υποστήριξαν ότι η γωνία μπορεί να οριστεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους· είτε ως γωνία περιστροφής γύρω από έναν άξονα, είτε ως γωνία τομής, είτε ως ζευγάρι ημιευθειών που εκτείνονται από ένα κοινό σημείο δηλαδή ως άνοιγμα ή κλίση δύο ημιευθειών. Σε μεταγενέστερη έρευνα τους μάλιστα προτείνουν πως οι έννοιες της γωνίας αναπτύσσονται μέσω μιας διαδικασίας σταδιακής αφαίρεσης και γενίκευσης ξεκινώντας από τις εμπειρίες των παιδιών με συγκεκριμένα παραδείγματα γωνιών.

Τρεις τρόπους καθορισμού της γωνίας περιγράφουν και οι Henderson & Taimina (2005, όπως αναφέρεται στο Bütüner & Filiz, 2017) που την ορίζουν ως γεωμετρικό σχήμα, ως δυναμική μορφή και ως μέτρο. Μια γωνία που ορίζεται ως μια

γεωμετρική μορφή μπορεί να απεικονιστεί χρησιμοποιώντας μια στατική γωνιακή αναπαράσταση, ενώ ο καθορισμός μιας γωνίας ως στροφή ή περιστροφή απαιτεί μια δυναμική αναπαράσταση (Smith et al., 2014). Είναι κατανοητό, επομένως, πως τα διαφορετικά είδη αναπαραστάσεων έχουν διαφορετικά οφέλη και διαφορετικούς περιορισμούς για τους μαθητές.

Καθώς λοιπόν η έννοια αυτή παρουσιάζεται σε πολλές μορφές, ιδιαίτερα στις μαθηματικές σχέσεις, στις τάξεις του σχολείου είναι απαραίτητο η κατανόηση των γωνιών να περιλαμβάνει και τις τρεις διαστάσεις της έννοιας. Οι αντιλήψεις των γωνιών που αναπτύσσουν οι μαθητές δε διακρίνονται από συναφείς έννοιες, όπως ο προσανατολισμός, η γωνία, η περιστροφή και η καθετότητα, και συχνά περιλαμβάνουν και άλλες μη τυπικές έννοιες (Clements & Battista, 1989). Επομένως, καθίσταται σημαντικό να μελετηθεί η αντικειμενικότητα των μαθητών στις βασικές έννοιες της γωνίας, ειδικά στις πρώτες φάσεις της τυπικής μαθηματικής μάθησης, καθώς και να μπορούν οι τρεις όψεις της έννοιας να προσεγγιστούν στο δημοτικό σχολείο (Mitchelmore & White, 1998).

Επιπλέον ο Aydin (2018) στηριζόμενος στην θέση του Mitchelmore (1997) που υποστηρίζει ότι ο όρος “γνώση της γωνίας” αναφέρεται στη γνώση γωνίας ως μαθηματική οντότητα, η οποία είναι ενσωματωμένη σε μια τυπική γεωμετρική δομή και περιλαμβάνει γνώση ορισμών, γεγονότων και θεωρημάτων, καθώς και γνώση διαδικασιών, αλγορίθμων και μεθόδων επίλυσης σχετικών προβλημάτων γωνιών και καταλήγει στο ότι η γωνιακή γνώση μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο συμπληρωματικούς τύπους: εννοιολογική και διαδικαστική. Ο ίδιος αναλύει πως σύμφωνα με τον Star (2005) η εννοιολογική γνώση περιλαμβάνει τη γνώση των εννοιών σε έναν γνωστικό τομέα, συμπεριλαμβανομένων των ορισμών και των γεγονότων και των αλληλοεπιδράσεων τους και μπορούν να διαμορφωθούν με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα, κάποιος θα μπορούσε να αναγνωρίσει ότι μια γωνία μπορεί να αναπαρασταθεί με τρεις τρόπους - ως στροφή, ως άνοιγμα, και ως τομή των γραμμών. Γίνεται κατανοητό ότι και οι τρεις αναπαραστάσεις έχουν το κοινό χαρακτηριστικό πως χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν την έννοια της γωνίας ή για να ορίσουν το γωνιακό μέτρο. Μάλιστα θα μπορούσε κανείς να αναγνωρίσει περαιτέρω ότι σε ορισμένες περιπτώσεις μία αναπαράσταση είναι πιο κατάλληλη από την άλλη για τον προσδιορισμό του τύπου των γωνιών. Ο Aydin καταλήγει λοιπόν ότι η γνώση των εννοιών αναπτύσσεται ως γνωστικά δίκτυα που συνίστανται σε αλληλεξαρτήσεις μεταξύ διακριτών πληροφοριών σχετικά με τις

αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται. Όσον αφορά την διαδικαστική γνώση οι Hiebert και ο Lefevre (1986,όπως αναφέρεται στο Aydin) διακρίνουν δύο μέρη της διαδικαστικής γνώσης: 1) γνώση της επίσημης γλώσσας των μαθηματικών ή συμβολική εκπροσώπηση των μαθηματικών ιδεών και 2) γνώση κανόνων ή αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την ολοκλήρωση των μαθηματικών εργασιών. Ο Aydin για την πλήρη κατανόηση του παραπάνω παραθέτει το εξής παράδειγμα: “Ένας φοιτητής που αναγνωρίζει ότι είναι συμβατικό να χρησιμοποιεί το γεγονός ότι το άθροισμα των συμπληρωματικών γωνιών είναι 90° για να αντιπροσωπεύσει ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών επιδεικνύει τον πρώτο τύπο διαδικαστικής γνώσης. Ένας φοιτητής που μπορεί να εκτελέσει τον αλγόριθμο «add-and-subtract» για να υπολογίσει την άγνωστη συμπληρωματική γωνία καταδεικνύει το δεύτερο είδος διαδικαστικής γνώσης, το οποίο περιλαμβάνει τη γνώση υπολογιστικών κανόνων, τεχνικών και αλγορίθμων”. Και οι δυο τύποι γνώσης είναι άμεσα αλληλένδετοι μεταξύ τους.

Στην προσπάθεια να συμπεριληφθούν και οι τρεις διαστάσεις της γωνίας (γωνία περιστροφής, γωνία τομής και άνοιγμα/κλίση δύο ημιευθειών) στο σχεδιασμό της διδακτικής παρέμβασης, η παρούσα εργασία προσδιορίζει τη γωνία ως το χώρο που δημιουργείται από την τομή δύο ημιευθειών και έχει μέτρο. Οι ημιευθείες ονομάζονται πλευρές της γωνίας, η τομή ονομάζεται κορυφή της γωνίας και το μέτρο της εξαρτάται από το άνοιγμα των ημιευθειών. Επίσης, δεδομένου ότι το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του Δημοτικού περιορίζεται στις γωνίες που έχουν μέχρι 179° η διδακτική παρέμβαση αφορά μόνο τις κυρτές γωνίες. Ως μονάδα μέτρησης της γωνίας ορίζεται η μία μοίρα.

1.2 ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΝΟΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ

Σύμφωνα με τους Munier & Merle (2009), τα στάδια ανάπτυξης που προτείνει ο Piaget είναι 3 (από τις ηλικίες 2-11 ετών). Στο πρώτο στάδιο τα παιδιά αναγνωρίζουν οικεία αντικείμενα, όχι σχήματα, στο δεύτερο στάδιο αντιλαμβάνονται τοπολογικές σχέσεις αλλά όχι μετρικές ή ευκλείδειες και τέλος στο τρίτο αρχίζουν να εφαρμόζουν μετρικές και ευκλείδειες σχέσεις. Στη θεωρία αυτή ο ρόλος της γωνίας είναι ιδιαίτερα σημαντικός, καθώς η ανάλυση της γωνίας είναι αυτή που οδηγεί στη μεταφορά από τις τοπολογικές σχέσεις στις ευκλείδειες. Στο Πιαζετιανό πλαίσιο τα παιδιά ήδη από

την ηλικία των 4 ετών διακρίνουν τα καμπυλόγραμμα σχήματα από τα ευθύγραμμα. Ωστόσο, κατασκευάζουν την έννοια της γωνίας πολύ αργότερα λόγω της ανάγκης συντονισμού των δύο παραμέτρων του μήκους των πλευρών και του γραμμικού διαχωρισμού τους. Σε μία μελέτη των Piaget, Inhelder & Szeminska (1960, όπως αναφέρεται στο Munier & Merle, 2009), όπου τα παιδιά έπρεπε να αντιγράψουν ένα σχήμα που περιέχει γωνίες, δεν κατάφεραν να δουν την εικόνα αυτή ως σύστημα γωνιών μέχρι τα εννέα τους έτη.

Οι Mitchelmore & White (1998) υποστηρίζουν ότι η ανάπτυξη της γωνίας γίνεται βαθμιαία. Η θεωρία τους για την ανάπτυξη της έννοιας της γωνίας βασίζεται στη διαδοχική σχέση ανάμεσα στην αφαίρεση και τη γενίκευση (Mitchelmore & White, 2000 όπως αναφέρεται στο White & Mitchelmore, 2003). Ως αφαίρεση νοείται το τελικό προϊόν μιας δραστηριότητας κατά την οποία το άτομο αντιλαμβάνεται τις ομοιότητες που υπάρχουν στις εμπειρίες του. Η γενίκευση αφορά την επέκταση που κάνει το άτομο της σημασίας της έννοιας σε άλλες εμπειρίες του. Οι ερευνητές (1998) ενστερνίζονται ότι οι μαθητές κατηγοριοποιούν πρώτα την έννοια της γωνίας σε συγκεκριμένες καταστάσεις (familiarity), στη συνέχεια σε γενικά πλαίσια (similarity) και στο τέλος σε αφηρημένους τομείς (reification).

Σύμφωνα με τους Alkan & Altun (1998, όπως αναφέρεται στο Biber, Tuna & Korkmaz, 2013), σχεδόν κάθε θέμα γεωμετρίας απαιτεί μια καλή γνώση της γωνίας, η οποία είναι μία από τις βασικές έννοιες της γεωμετρίας. Οποιοσδήποτε μαθητής που δεν έχει κατανοήσει επαρκώς τις βασικές γεωμετρικές έννοιες δε θα καταλάβει ούτε θα επιτύχει στα επόμενα θέματα γεωμετρίας.

Η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας δείχνει ότι έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες που διερευνούν τις παρανοήσεις των μαθητών σχετικά με το θέμα «γωνίες στη γεωμετρία». Σύμφωνα με τον Kopelman (1996, όπως αναφέρεται στο Biberetal, 2013), ενώ μερικές μελέτες ασχολούνται με τις δυσκολίες που συναντώνται στην εφαρμογή του αντικειμένου γωνιών στη γεωμετρία, μερικές άλλες επικεντρώνονται στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι ορισμοί με βάση τα γωνιακά μέτρα (Matos, 1994 όπως αναφέρεται στο Biberetal, 2013).

Τα αποτελέσματα των ερευνών υποδεικνύουν ότι οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές σχετικά με τη γωνία αφορούν κυρίως τη μέτρησή της. Η πιο συχνή παρανόηση των μαθητών που αναδεικνύεται από τη βιβλιογραφία είναι ότι οι μαθητές πιστεύουν πως το μέγεθος μιας γωνίας εξαρτάται από το μήκος των πλευρών (Mitchelmore, 2009). Ειδικότερα, συγκρίνοντας δύο γωνίες με ίδιο μέτρο

θεωρούν ότι μεγαλύτερη γωνία είναι εκείνη που έχει μεγαλύτερες πλευρές, ενώ μικρότερη είναι αυτή με τις μικρότερες πλευρές (Bütüner & Filiz 2016). Με άλλα λόγια, οι μαθητές τείνουν να αποδίδουν το μέγεθος μιας γωνίας στο μήκος των ημιευθειών, δηλαδή των πλευρών που συνθέτουν τη γωνία. Αυτή η εσφαλμένη αντίληψη μπορεί να παραμείνει στους μαθητές για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Για παράδειγμα, οι Lehreretal (1998, όπως αναφέρεται στο Smithetal, 2014) διεξήγαγαν μια διαχρονική μελέτη που ερευνήσε τις αντιλήψεις των παιδιών σχετικά με τη γωνία και διαπίστωσαν ότι οι μαθητές έλαβαν αποφάσεις σχετικά με το μέγεθος μιας γωνίας με βάση το μήκος των διαχωριστικών γραμμών που σχηματίστηκαν και ότι η παρανόηση αυτή συνέχισε μέχρι το τέλος της έρευνας, δηλαδή τρία χρόνια μετά.

Μία ακόμη παρανόηση που σχετίζεται με το μέγεθος των γωνιών αφορά την κατεύθυνση της εκάστοτε γωνίας. Έχει εδραιωθεί στους μαθητές η αντίληψη ότι η μία πλευρά της γωνίας πρέπει να είναι οριζόντια και η κατεύθυνσή της πάντα αριστερόστροφη (Mitchelmore, 2009). Ο Mitchelmore (1998, όπως αναφέρεται στο Devichi & Munier, 2013) αναφέρει επιπλέον ότι πολλοί μαθητές πιστεύουν ότι το μέγεθος μιας γωνίας εξαρτάται από την ακτίνα του τόξου που επισημαίνει τη γωνία ή ότι η μια ημιευθεία πρέπει να είναι οριζόντια και η κατεύθυνση πάντα αριστερόστροφη. Στην ίδια κατεύθυνση βρίσκονται και τα ευρήματα των Smithetal (2014) που προτείνουν ότι οι μαθητές συχνά αδυνατούν να αναγνωρίσουν ότι δύο γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο εάν προσανατολίζονται σε μη τυποποιημένες κατευθύνσεις.

Επιπλέον τα αποτελέσματα της έρευνας των Bütüner & Filiz (2016) έδειξαν ότι όταν οι μαθητές κλήθηκαν να χρωματίσουν τις γωνίες μεταξύ διαφορετικών σχημάτων, συνολικά το 39% των μαθητών χρωμάτισαν λανθασμένα τη διασταύρωση των δύο τόξων ως γωνία. Οι μαθητές δεν μπορούσαν να αναγνωρίσουν ούτε τη γωνία 180° . Ο λόγος για αυτή την παρανόηση, υποστηρίζουν οι ερευνητές, πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές κατέχουν μόνο τον στατικό ορισμό της έννοιας της γωνίας που δίνεται στο σχολικό βιβλίο μαθηματικών βαθμού 6 που εφαρμόζεται στην Τουρκία. Όπου σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό, μια γωνία είναι ο χώρος μεταξύ δύο ακτινών με ένα κοινό τελικό σημείο.

Όσον αφορά τις ορθές γωνίες, ο Mitchelmore (2009) υποστηρίζει ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τις ορθές γωνίες σε διαφορετικούς προσανατολισμούς και να μάθουν να χρησιμοποιούν το μοιρογνωμόνιο

(Mitchelmore, 2009). Εύρημα που συμπίπτει και με το αποτέλεσμα των Bütüner & Filiz (2016) όπου πολλοί μαθητές δυσκολεύτηκαν να διακρίνουν ορθές γωνίες των οποίων οι βραχίονες δεν ήταν παράλληλοι με τα περιθώρια του χαρτιού και να κατασκευάσουν κάθετες γραμμές. Διαπιστώθηκε μάλιστα ότι σχεδόν ένας στους τρεις φοιτητές πίστευε ότι δεν μπορεί να τραβηχτεί μια κάθετη ευθεία σε ένα σημείο της γραμμής και ένας στους πέντε κατασκεύασε μια κάθετη ευθεία σε ένα σημείο της γραμμής σαν να ήταν η γραμμή παράλληλη με τη μικρή πλευρά του χαρτιού. Με άλλα λόγια, οι μαθητές αγνόησαν τον προσανατολισμό των ευθειών.

Τέλος, ο Mitchelmore (1998, όπως αναφέρεται στο Devichi & Munier, 2013) έδειξε ότι τα παιδιά έχουν μεγάλη δυσκολία στο συντονισμό των διαφόρων πτυχών της γωνίας που εμπλέκονται σε διάφορες φυσικές καταστάσεις (κλίση, τομή, στροφή, γωνία, καμπύλη δρόμου κλπ.). Γεγονός που βρίσκει σύμφωνους και τους Bütüner & Filiz (2016) όπου το δείγμα της έρευνας τους αντιμετώπισε δυσκολίες στην προσαρμογή της γωνιακής αντίληψης στην πραγματική ζωή.

Εν κατακλείδι από τα παραπάνω προκύπτει ότι πολλές παρανοήσεις σχετικά με τις γωνίες επιμένουν στους μαθητές και πρέπει να αντιμετωπιστούν με κατάλληλη διδασκαλία και δραστηριότητες (Smithetal, 2014). Ποια κατεύθυνση θα πρέπει να έχει, όμως, η διδακτική παρέμβαση σύμφωνα με τα ερευνητικά δεδομένα, ώστε να ελαχιστοποιηθούν ή και να αποφευχθούν οι παρανοήσεις;

2. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΓΩΝΙΩΝ ΒΑΣΕΙ ΕΡΕΥΝΩΝ

Η βιβλιογραφία που αφορά τις διδακτικές παρεμβάσεις στον τομέα των γωνιών είναι ιδιαίτερα πλούσια. Επικρατεί η χρήση του χειραπτικού υλικού και της τεχνολογίας (π.χ. χρήση λογισμικού) (π.χ. Clements & Battista, 1989, Bütüner & Filiz, 2017, Daher & Musallam, 2018), ενώ πολλοί ερευνητές κάνουν συνδυασμό πρακτικών και υλικού (π.χ. White & Mitchelmore, 2003).

2.1 ΨΗΦΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ

Ένας τρόπος διδασκαλίας που κάνουν αναφορά οι ερευνητές για την επιτυχή κατανόηση της έννοιας των γωνιών καθώς και των χαρακτηριστικών τους είναι αυτή που εφαρμόζεται μέσω των ψηφιακών υλικών. Η χρήση του λογισμικού Logo είναι η πιο διαδεδομένη και προτείνεται από πολλούς ερευνητές. Στην έρευνα μάλιστα των Clements & Battista (1989) τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ένα Logo διδακτικό περιβάλλον προκαλεί εξερευνήσεις και συζητήσεις για γωνίες και γεωμετρικά σχήματα και έτσι επηρεάζει θετικά τις γεωμετρικές γνώσεις των παιδιών. Αυτό έχει και κατ' επέκταση ως αποτέλεσμα η ανταπόκριση των παιδιών να είναι μαθηματικά πιο συνεκτική και αφηρημένη. Ωστόσο, ο Mitchelmore (1998) υπογραμμίζει ότι η χρήση Logo θα πρέπει να γίνεται εφόσον οι μαθητές κατανοούν την στροφή της χελώνας, τη γωνία δηλαδή, ως μια σχέση μεταξύ ευθειών.

Άλλες έρευνες που προτείνουν τη χρήση της τεχνολογίας για τη μάθηση των γωνιών είναι αυτές του Özerem (2012), των Bütüner & Filiz (2017), Daher & Musallam (2018) και Budi (2011) που υποδεικνύουν τη χρήση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας, όπως είναι το Geometer's Sketchpad και το Geogebra. Οι Bütüner & Filiz (2017) τονίζουν μάλιστα ότι μέσω του Geogebra οι μαθητές συνειδητοποιούν τον δυναμικό ορισμό της γωνίας και την αναγνώρισή της ασχέτως τον προσανατολισμό της. Οι ίδιοι προτρέπουν τους δασκάλους κατά την χρήση του λογισμικού GeoGebra, να ζητήσουν από τους μαθητές να περιστρέψουν μια ακτίνα γύρω από το τελικό σημείο καθώς να περιστρέψουν και τις ορθές γωνίες γύρω από ένα σημείο για να αυξηθεί η αναγνώριση ορθών γωνιών σε διαφορετικούς προσανατολισμούς. Οι Daher & Musallam (2018) τονίζουν πως τα εργαλεία της τεχνολογίας μεσολαβούν για την αντικειμενοποίηση της έννοιας των προσκείμενων

και αντίθετων γωνιών. Επιπλέον, ο Budi (2011) πρόσθεσε ότι μέσω αυτών των λογισμικών οι μαθητές μαθαίνουν και με μεγαλύτερο ενθουσιασμό.

Η Crompton το 2015 διερευνά με βάση το μοντέλο της γεωμετρικής σκέψης του van Hiele (van Hiele, 1957/1984) τον τρόπο με τον οποίο οι σπουδαστές έρχονται να κατανοήσουν την έννοια της γωνίας και το γωνιακό μέτρο. Για την έρευνα της χρησιμοποίησε ένα περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας DGEs. Η χρήση αυτού του προγράμματος επιτρέπει, μέσω των δυναμικών εικόνων που παρέχει, οι μαθητές να αναγνωρίσουν ότι η μέτρηση της γωνίας βασίζεται σε μια στροφή. Η δυνατότητα δημιουργίας και χειρισμού αντικειμένων βοηθά τους μαθητές να αντιλαμβάνονται τις γωνίες ως γεωμετρικές οντότητες και όχι απλώς οπτικά αντικείμενα (2007, Zbieketal, όπως αναφέρεται στο Crompton, 2015). Με άλλα λόγια, οι DGEs υποστηρίζουν τους μαθητές στην κατανόηση της αφηρημένης φύσης των γωνιών, ενώ κατανοούν τα σημαντικότερα κριτήρια για να χαρακτηρίσουν τις γωνίες. Οι DGE διευρύνουν την ποικιλία των διαθέσιμων παραστάσεων πέρα από τις συνηθισμένες γωνίες που συχνά εμφανίζονται στα εγχειρίδια (Clements and Battista, 1992, Zbieketal, 2007, όπως αναφέρεται στο Crompton, 2015).

Η Crompton στην ανάλυση της για το περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας υποστηρίζει πως η κινητή μάθηση (m-learning) παρέχει μια νέα φάση στην εξέλιξη της τεχνολογικής μάθησης. Το M-learning ορίζεται σύμφωνα με την ίδια ως "μάθηση σε πολλαπλά περιβάλλοντα, μέσω κοινωνικών αλληλεπιδράσεων και αλληλεπιδράσεων περιεχομένου, χρησιμοποιώντας ατομικές ηλεκτρονικές συσκευές". Επιπλέον ερευνητές όπως οι Lonsdale, Baber, Sharples & Arvanitis (2004, όπως αναφέρεται στο Crompton, 2015) έχουν αναπτύξει μια υπο-κατηγορία μάθησης που συνδέει την τεχνολογία με την πραγματική μάθηση, αυτή η υπο-κατηγορία αναφέρεται ως context-aware ubiquitous learning στο πλαίσιο u-learning. Η u-learning πιο συγκεκριμένα υποστηρίζει ότι το περιβάλλον είναι μια κατάσταση στην οποία ο σπουδαστής αλληλεπιδρά με ένα πραγματικό περιβάλλον ενώ χρησιμοποιεί κινητή τεχνολογία για να υποστηρίξει τη μάθησή του.

Η u-learning έχει χρησιμοποιηθεί και σε άλλες μελέτες στα μαθηματικά, για παράδειγμα, οι Elisson και Ramberg (2012, όπως αναφέρεται στο Crompton, 2015) χρησιμοποίησαν αυτή τη μορφή μάθησης για να μάθουν οι μαθητές για τον όγκο. Ωστόσο, από μια εμπειριστατωμένη ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, μέχρι σήμερα δεν έχουν πραγματοποιηθεί μελέτες που να χρησιμοποιούν το u-learning με γνώμονα το περιβάλλον, ώστε οι μαθητές να μελετήσουν τις έννοιες των γωνιών. Ωστόσο σε

αυτήν την μελέτη χρησιμοποιείται και περιλαμβάνει τον συνδυασμό της χρήσης ενός δυναμικού περιβάλλοντος γεωμετρίας και του πραγματικο-φυσικού περιβάλλοντος. Προκειμένου να επιτευχθεί η μεταφορά αυτή οι δραστηριότητες συνδυάζονται με τις δραστηριότητες περιβάλλοντος με σκοπό να διασφαλιστεί ότι οι μαθητές συνδέουν τις δραστηριότητες περιβάλλοντος εκτός της τάξης για να αποσαφηνίσουν τις δραστηριότητες εντός της τάξης. Πιο συγκεκριμένα γίνεται χρήση του Sketchpad Explorer (2012), το οποίο είναι ένα περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας που είναι τώρα διαθέσιμο σε κινητές συσκευές. Με την εφαρμογή αυτή, τα τεχνολογικά εργαλεία επιτρέπουν στους μαθητές να αλληλεπιδρούν με τον πραγματικό κόσμο τραβώντας φωτογραφίες φυσικών αντικειμένων στο περιβάλλον και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δυναμικά εργαλεία μέσα στο πρόγραμμα να μετρούν τις γωνίες.

Η μελέτη περιλαμβάνει δύο macro-cycles με ένα πείραμα διδασκαλίας σε κάθε macro-cycle. Τα πειράματα διδασκαλίας αποτελούνται από επτά ημέρες μίνι κύκλων σκέψης και πειραμάτων διδασκαλίας με σκοπό την κατάκτηση της θεωρίας διδασκαλίας. Ένας από τους δύο macrocycles για αυτή τη μελέτη απεικονίζεται στο Σχήμα 1. Σε κάθε macro-cycle υπάρχουν τρεις φάσεις: (α) ο σχεδιασμός εκπαιδευτικών υλικών, (β) τα πειράματα διδασκαλίας με βάση την τάξη και η ανάλυση του macro-cycle, και (γ) η ανασκοπική ανάλυση των πειραμάτων διδασκαλίας, τα οποία προετοιμάζουν τους μαθητές για τον επόμενο macro-cycle.

Μια ημέρα πριν από την έναρξη του πειράματος διδασκαλίας, η συνέντευξη χορηγείται στους τέσσερις μαθητές της πρώτης τάξης. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα εκπαιδευτικά υλικά, διεξάγεται το πρώτο διδακτικό πείραμα στις αρχές του φθινοπώρου για επτά συνεχόμενες σχολικές ημέρες. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων διδασκαλίας, ο συν-ερευνητής και ο δάσκαλος παρατηρούν και παίρνουν σημειώσεις σχετικά με τις οδηγίες στην τάξη και η διδασκαλία βιντεοσκοπείται. Οι εργασίες των σπουδαστών συγκεντρώνονται στο τέλος κάθε ημέρας. Επίσης, στο τέλος της διδασκαλίας της ημέρας, ο ερευνητής, συν-ερευνητής και δάσκαλος συναντιούνται για να συζητήσουν το μάθημα. Οι συνομιλίες ηχογραφούνται. Μετά από αυτή τη συνάντηση, ο ερευνητής ολοκληρώνει ένα ημερήσιο καταστατικό. Κατά τη διάρκεια κάθε καθημερινού μίνι κύκλου του πειράματος διδασκαλίας, ο ερευνητής χρησιμοποιεί τα δεδομένα που συλλέχθηκαν για να τροποποιήσει τις οδηγίες της επόμενης ημέρας όταν ήταν απαραίτητο. Το δεύτερο πείραμα διδασκαλίας πραγματοποιείται δύο εβδομάδες μετά την ολοκλήρωση του πρώτου πειράματος διδασκαλίας. Πραγματοποιούνται δύο ανασκοπικές αναλύσεις, μία στο τέλος κάθε

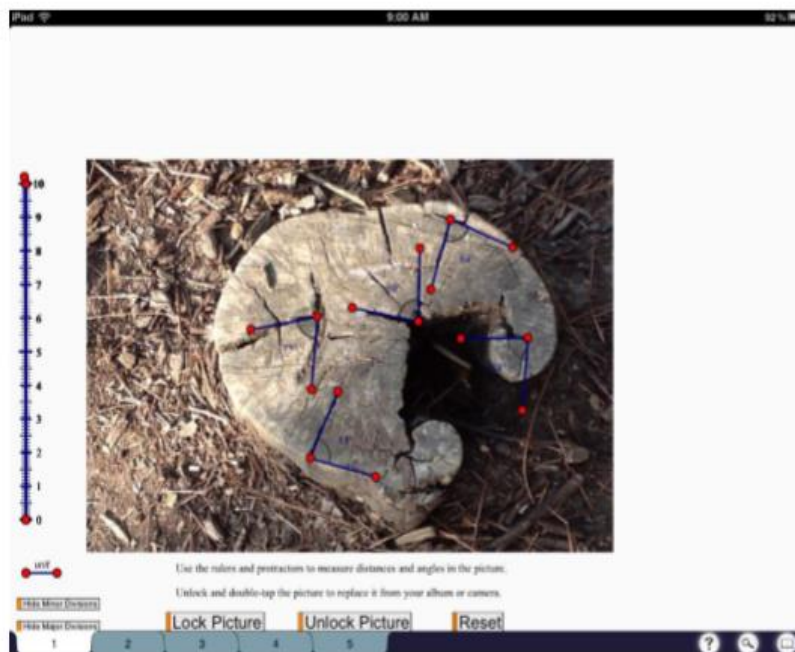
μακροκυκλικού κύκλου. Η local θεωρία διδασκαλίας προέρχεται από την τελική ανασκοπική ανάλυση.

Οι pre and post instruction clinica linter views πραγματοποιούνται χρησιμοποιώντας ένα εργαλείο που αναπτύχθηκε από την Scally (1990) με βάση τα πρώτα τρία επίπεδα του μοντέλου γεωμετρικής σκέψης του vanHiele (vanHiele, 1957/1984). Η συνέντευξη προ της διδασκαλίας δίνεται στους τέσσερις επιλεγμένους συμμετέχοντες μία ημέρα πριν ξεκινήσει το πείραμα διδασκαλίας και η συνέντευξη μετά τη διδασκαλία πραγματοποιείται μία ημέρα μετά την ολοκλήρωση του πειράματος διδασκαλίας. Οι συνεντεύξεις διαρκούν περίπου 30 λεπτά, αν και δεν υπάρχουν χρονικοί περιορισμοί σε αυτή τη διαδικασία.

Αναλυτικότερα στο πρώτο μάθημα, οι μαθητές εισάγονται σε ένα σύνολο γωνιών και είναι υποχρεωμένοι να προσδιορίσουν εάν οι γωνίες είναι ίδιες ή διαφορετικές. Στη συνέχεια οι μαθητές βγαίνουν έξω στην περιοχή γύρω από το σχολείο για να προσδιορίσουν τις γωνίες στο πραγματικό περιβάλλον. Οι τεχνολογίες δεν εισάγονται στο αρχικό μάθημα επειδή είναι σημαντικό καθώς οι μαθητές μαθαίνουν για μια νέα ιδέα των μαθηματικών να μην μαθαίνουν ταυτόχρονα και μια νέα τεχνολογία. Στο δεύτερο μάθημα, οι μαθητές ερευνούν τη χρήση ενός περιβάλλοντος δυναμικής γεωμετρίας (DGE) και στη συνέχεια χρησιμοποιούν αυτό το πρόγραμμα για να προσδιορίσουν γωνίες στον πραγματικό κόσμο χρησιμοποιώντας screenshots από το μάθημα ένα. Πιθανές γωνίες συζητούνται με τον δάσκαλο. Το μάθημα συνοψίζεται με τα screenshots των μαθητών που μοιράστηκαν στην τάξη και μια συζήτηση για το πώς οι μαθητές ταυτοποιούν τις γωνίες. Έπειτα οι μαθητές λαμβάνουν ένα φύλλο γωνιών, τους ζητείται να δουλέψουν σε ζευγάρια για να μελετήσουν τα αριθμητικά στοιχεία και κλίνονται να απαντήσουν σε δύο ερωτήσεις που αναφέρονται προφορικά: 1) Τι μπορείτε να μου πείτε για αυτά τα στοιχεία από αυτά που έχετε παρατηρήσει ; και 2) Τι έχουν όλα αυτά τα στοιχεία από κοινού; Τα δεδομένα τριγωνοποιούνται από τα σχόλια του βίντεο και του παρατηρητή από τη διδασκαλία του πειράματος ένα, και δείχνουν ότι περίπου τα δύο τρίτα των μαθητών της τάξης περιγράφουν τις σημαντικές ιδιότητες των γωνιών.

Στο Μάθημα δύο, οι μαθητές χρησιμοποιούν το Περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας (DGE) για τη μέτρηση μιας εικόνας (Steketee και Crompton, 2012), το πρόσθετο πρόγραμμα του Sketchpad Explorer (2012). Εφαρμόζουν αυτό το πρόγραμμα με κινητές συσκευές iPad για να φωτογραφίσουν τις γωνίες που αναγνωρίζουν στο περιβάλλον παιχνιδιού τους. Ενώ οι μαθητές βγαίνουν για να

βρουν γωνίες στην παιδική χαρά, τα βίντεο, τα σημειώματα παρατήρησης και η εργασία των μαθητών δείχνουν ότι πολλοί από τους μαθητές κυμαίνονταν προς τα φυσικά αντικείμενα για να βρουν γωνίες σε μέρη όπως δέντρα. Υπό το πρίσμα αυτού του ζητήματος και πριν από το δεύτερο πείραμα διδασκαλίας, τα εκπαιδευτικά υλικά τροποποιούνται για να συμπεριλάβουν μια σύντομη συζήτηση του δασκάλου και των μαθητών σχετικά με τα καλύτερα μέρη για να αναζητήσουν γωνίες βασισμένες σε χαρακτηριστικές γωνίες. Αυτή η συζήτηση επικεντρώνεται κυρίως στο σημείο ότι ευθείες γραμμές είναι πιο πιθανό να βρεθούν σε κατασκευασμένα αντικείμενα από αυτά που βρίσκονται στη φύση. Έτσι έχει ως αποτέλεσμα να ενθαρρύνει τους μαθητές να εργαστούν προς το επίπεδο ανάλυσης της γεωμετρικής σκέψης καθώς πρέπει να εξετάσουν τις ιδιότητες παρά την εμφάνιση.

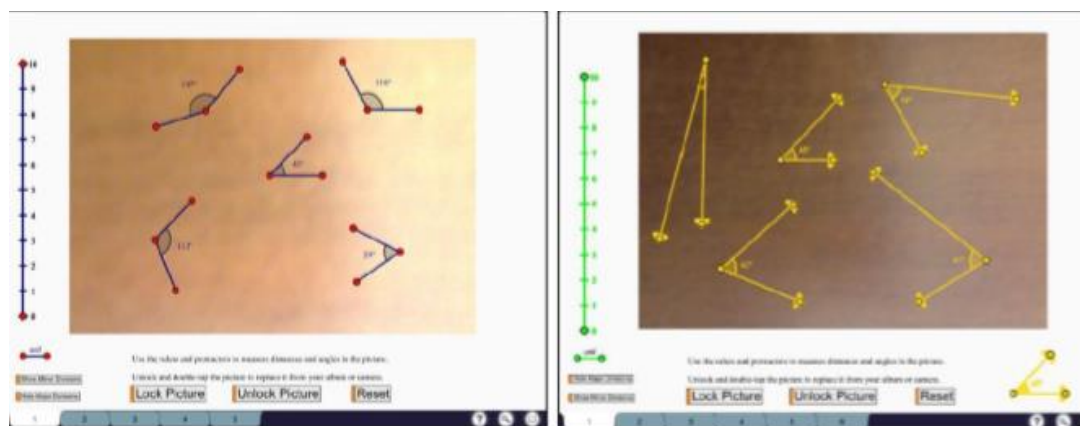


Εικόνα 2.1 Οι μαθητές βρίσκουν τις γωνίες στον κορμό του δέντρου (Crompton,2015)

Κατά τη διάρκεια λοιπόν αυτής της δραστηριότητας, οι σπουδαστές κλίνονται να τραβήξουν στιγμιότυπα των γωνιών που βρήκαν τόσο στο διδακτικό πείραμα ένα όσο και στο διδακτικό πείραμα δύο. Τα στιγμιότυπα οθόνης κωδικοποιούνται ως εικόνες που ήταν (στην πραγματικότητα) γωνίες ή ήταν (στην πραγματικότητα) μη-γωνίες. Οι σπουδαστές συχνά αναγνώρισαν περισσότερες από μία γωνίες στο στιγμιότυπο οθόνης, αν και δεν βρέθηκαν περισσότερες από πέντε πιθανές γωνίες σε ένα στιγμιότυπο οθόνης. Από τις παρατηρήσεις και τις αντανακλάσεις του μίνι

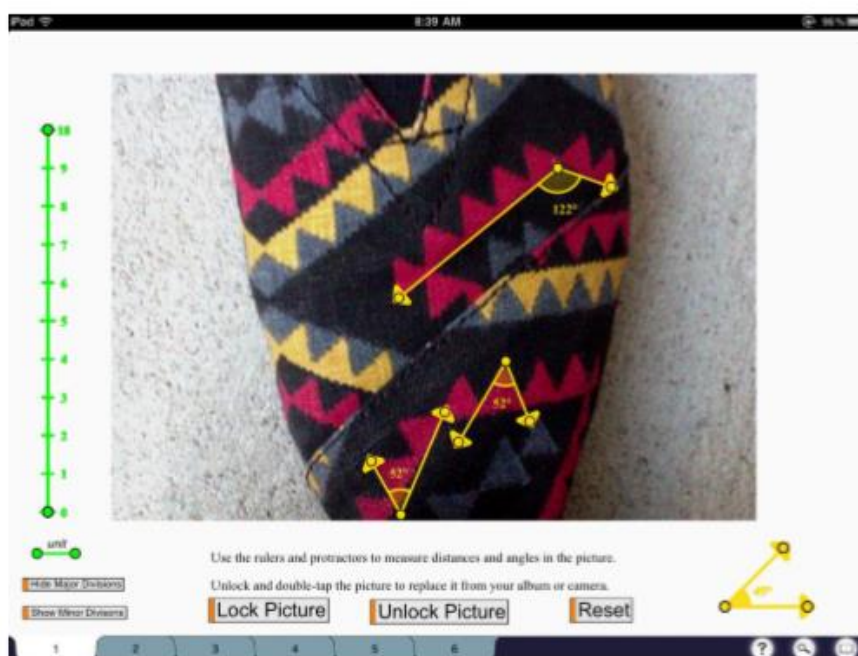
κύκλου είναι φανερό ότι η χρήση της εφαρμογής στα iPads παρέχει στους μαθητές έναν τρόπο να κατανοήσουν τον πραγματικό κόσμο. Αντί για τους σπουδαστές που αναζητούν μέσω ενός βιβλίου κειμένου να βρουν μεμονωμένες περιπτώσεις γωνιών σε παραδοσιακές μορφές, οι μαθητές της συγκεκριμένης έρευνας χρησιμοποιούν την τεχνολογία για να δουν ότι υπάρχουν γωνίες σε πολλαπλές μορφές ακόμα και σε μία φωτογραφία που τραβιέται με την εφαρμογή.

Ο στόχος του τρίτου μαθήματος είναι ο μαθητής να αναγνωρίσει και να συγκρίνει γωνίες με βάση το μέγεθος χρησιμοποιώντας μη τυποποιημένη και τυποποιημένη γλώσσα (οξεία, αμβλεία και ορθή γωνία). Οι μαθητές κάνουν τρίγωνα με wooden coffee stirrers σε διαφορετικά μήκη. Στη συνέχεια, δουλεύοντας σε ομάδες, οι μαθητές ταξινομούν αυτές τις γωνίες σε παρόμοιες ομάδες. Οι μαθητές πρέπει να καθορίσουν τις δικές τους ομάδες χρησιμοποιώντας όσα έχουν μάθει για χαρακτηριστικά και μη χαρακτηριστικά γωνίας στα προηγούμενα μαθήματα. Η τριγωνοποίηση δείχνει ότι τα τέσσερα πέμπτα των μαθητών κινούνταν στο δεύτερο επίπεδο VanHiele. Παρόλο που οι φοιτητές φαίνεται να έχουν τη δυνατότητα να βρουν γωνίες με διαφορετικά μήκη ακτίνων στον πραγματικό κόσμο με τα iPad, όταν οι μαθητές προσπαθούν να μεταφέρουν αυτή τη γνώση σε ξύλινα ραβδιά, πολλοί είναι αυτοί που οδηγούνται στο να σκεφτούν ότι το μήκος των ακτίνων καθορίζει το μέγεθος των γωνιών. Αυτό το εύρημα οδήγησε σε τροποποίηση του προγράμματος add-on Measure a Picture. Στο αρχικό πρόγραμμα, ο δυναμικός δείκτης δεν είχε ρυθμιζόμενα μήκη ακτίνων. Οι ακτίνες εμφανίστηκαν περισσότερο σαν τμήματα γραμμής με ένα άλλο τελικό σημείο. Έγιναν λοιπόν τροποποιήσεις ώστε η ακτίνα να έχει βέλος και το μήκος να είναι ρυθμιζόμενο, βλ. Εικόνα 2.2. Επιπλέον, το χρώμα των ακτίνων άλλαξε για να γίνει πιο ορατός στις φωτογραφίες.



Εικόνα 2.2 Μέτρηση γωνιών (Crompton,2015)

Οι στόχοι για το πέμπτο μάθημα απαιτούν από τους μαθητές να κατανοήσουν ότι οι γωνίες μπορούν να μετρηθούν με αναφορά σε έναν κύκλο και ότι οι γωνίες είναι κλάσματα ενός κύκλου. Το μάθημα χρησιμοποιεί μια προσαρμοσμένη έκδοση των δραστηριοτήτων Browning, Garza-Kling και HillSundling (2007) και Millsaps (2012). Οι μαθητές χρησιμοποιούν έναν διπλωμένο χάρτινο κύκλο για να δημιουργήσουν μια σφήνα για να μετρήσουν διάφορες γωνίες σε χαρτί και αντικείμενα πραγματικού κόσμου. Οι στόχοι για το μάθημα έξι απαιτούν από τους μαθητές να αναγνωρίσουν ότι το μέγεθος της γωνίας μπορεί να φαίνεται διαφορετικό με βάση διαφορετικές οπτικές γωνίες. Η δραστηριότητα για το σκοπό αυτό θέτει στους μαθητές την δραστηριότητα της φωτογράφισης γωνιών από διάφορες θέσεις. Οι φωτογραφίες τραβιούνται στο DGE και οι μαθητές χρησιμοποιούν τα εργαλεία για να μετρήσουν τις γωνίες και να συζητήσουν τα ευρήματά τους. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος αυτού, οι φοιτητές πρέπει να συμπληρώσουν ένα φύλλο εργασίας κατά το οποίο έρχονται αντιμέτωποι με την εκτίμηση του μεγέθους των εννέα γωνιών και την ταξινόμηση αυτών των γωνιών σε οξεία, αμβλεία, ορθή και ευθύγραμμη γωνία. Και οι 12 μαθητές από τη διδασκαλία του πειράματος 2 έλαβαν όλες τις εννέα απαντήσεις σωστές, πράγμα που είναι διπλάσιο από το ποσό στο διδακτικό πείραμα ένα.



Εικόνα 2.3 Οι ακτίνες ως χαρακτηριστικό μη εμφανούς γωνίας (Crompton,2015)

Πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι μία από τις αλλαγές που πραγματοποιήθηκε στη δραστηριότητα μέτρησης ήταν η παροχή της ονομασίας της γωνίας ως παραπληρωματικής στους μαθητές όταν το ζήτησαν. Συγκεκριμένα δύο μαθητές ρώτησαν ποιο ήταν το όνομα αυτής της κατηγορίας, καθώς άρχισαν να θεωρούν μια πλήρη στροφή 360°. Οι μαθητές που κατάλαβαν ότι από 1-89° ήταν μια οξεία γωνία, 90° μια ορθή γωνία, 91-179° μια αμβλεία γωνία και 180° μια ευθεία γωνία καθώς το δυναμικό μοιρογνώμονιο συνέχισε πέρα από 180°, ρώτησαν το όνομα αυτής της άλλης κατηγορίας. Αυτή η γνώση δεν βασίζεται σε επίτευγμα των μαθητών, αλλά στη βάση της θεωρίας εκμάθησης «just-in-time», ότι δηλαδή οι μαθητές είχαν εντοπίσει ότι μια κατηγορία λείπει από την κατανόησή τους και έτσι ήθελαν να μάθουν την απάντηση για να καλύψουν αυτό το κενό στην εκμάθησή τους.

Συμπερασματικά σημειώνεται για τον macro-cycle 1 ότι οι τέσσερις μαθητές που πήραν συνέντευξη στο πείραμα διδασκαλίας άρχισαν να εργάζονται μεταξύ του οπτικού και του αναλυτικού επιπέδου για το σχεδιασμό, την αναγνώριση και τη διαλογή γωνιών. Για τη μέτρηση γωνίας και τις σχέσεις οι μαθητές δουλεύουν στο οπτικό επίπεδο. Για τις συνεντεύξεις μετά τη διδασκαλία, οι τέσσερις μαθητές στο πείραμα διδασκαλίας βελτιώθηκαν και μετακινήθηκαν από το οπτικό επίπεδο στο επίπεδο ανάλυσης. Η πλειοψηφία των φοιτητών εργάζονταν πλήρως στο επίπεδο ανάλυσης (επίπεδο 2) στο τέλος αυτού του κύκλου. Για τον macro-cycle 2 οι μαθητές βρισκόντουσαν κυρίως στο οπτικό επίπεδο στην συνέντευξη πριν από την διδασκαλία, με μερικούς μαθητές να εργάζονται εν μέρει μεταξύ του οπτικού και του επιπέδου ανάλυσης. Ένας φοιτητής εργάστηκε στο επίπεδο ανάλυσης για τη διαλογή γωνιών κατά τη διάρκεια της συνέντευξης πριν από την διδασκαλία. Για τη συνέντευξη μετά την διδασκαλία, η πλειοψηφία των σπουδαστών μεταφέρθηκε στο επίπεδο ανάλυσης της γεωμετρικής σκέψης, ωστόσο, για τον σχεδιασμό των γωνιών και τις γωνιακές σχέσεις, τρεις από τους τέσσερις φοιτητές εργάζονταν μεταξύ του επιπέδου σκέψης ανάλυσης και του επιπέδου αφαίρεσης. Ωστόσο θα πρέπει να αναφερθεί το γεγονός ότι στη συνέντευξη μετά τη διδασκαλία, τα στοιχεία έδειξαν ότι οι μαθητές εξακολουθούσαν να μην έχουν συγκεκριμένες αντιλήψεις σχετικά με το ότι η γωνία αναπτύσσεται με στροφή και οι γωνίες μετριοούνται με τον βαθμό της στροφής.

Εν κατακλείδι διαπιστώνεται ότι η u-μάθηση που αφορά το περιβάλλον είναι ένα πολύτιμο μαθηματικό πλαίσιο για την εισαγωγή των μαθητών στη γωνία και τη μέτρηση της. Επίσης φαίνεται ότι μέσω αυτής μπορούν να αποφευχθούν κοινές

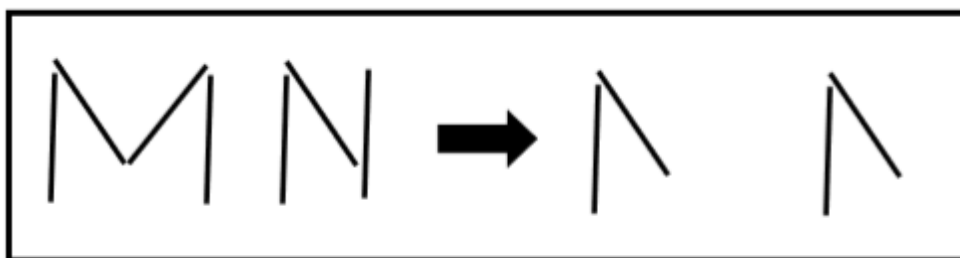
παρανοήσεις σχετικά με τη γωνία. Για παράδειγμα γίνεται φανερό πως καθώς οι μαθητές μελετούν γωνίες στον πραγματικό κόσμο και έρχονται αντιμέτωποι με γωνίες που έχουν ακτίνες διαφορετικού μήκους και σε διάφορους προσανατολισμούς, αποτρέπεται η εσφαλμένη αντίληψη ότι αυτά τα χαρακτηριστικά είναι σημαντικές ιδιότητες των γωνιών. Επιπλέον, το περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να μετρήσουν τις γωνίες που έχουν προηγουμένως φωτογραφίσει δίνοντας τους πρόσθετες πληροφορίες σχετικά με τη γωνία. Οι επεκτάσιμες ακτίνες αποφεύγουν επίσης την εσφαλμένη αντίληψη ότι το μήκος των ακτίνων συμβάλλει στη διαφορά στο μέγεθος της γωνίας και τέλος η κίνηση του δυναμικού μοιρογνωμονίου στηρίζει τους μαθητές στο να σκεφτούν την γωνία ως στροφή παρά σε στατικό σχήμα.

2.2 ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

Αρκετές είναι επιπρόσθετα και οι έρευνες που αποδεικνύουν τη χρήση χειραπτικού υλικού ως μέσο μάθησης των γωνιών (π.χ. Menon, 2009). Οι White & Mitchelmore (1998 όπως αναφέρεται Devichi & Munier, 2012) στηριζόμενοι και στα στάδια του VanHiele προτείνουν μια διδασκαλία βασισμένη σε δυναμικές καταστάσεις όπου αφορούν τόσο τις δυναμικές όσο και τις στατικές γωνίες. Επισημαίνουν ότι η διάκριση μεταξύ στατικής και δυναμικής γωνίας δεν είναι η ίδια με τη διάκριση που μπορεί να γίνει ανάμεσα σε κινητές και σταθερές φυσικές καταστάσεις. Μια κατάσταση δυναμικής γωνίας τονίζουν, μέσω του παραδείγματος ενός ψαλιδιού, μπορεί να διαμορφωθεί τόσο δυναμικά όσο και στατικά και σε μια σταθερή φυσική κατάσταση. Οι ίδιοι μάλιστα στην έρευνα τους (2003) βασισμένοι στις ιδέες του Sfard ανέπτυξαν μία μέθοδο διδασκαλίας γωνιών που ονομάζεται Teaching for Abstraction και στηρίζεται στις αρχές Familiarity, Similarity και Reification. Πιο αναλυτικά η διδασκαλία αυτή επισημαίνει πως πρώτα οι μαθητές πρέπει να εξοικειωθούν με μία ποικιλία καταστάσεων σχετικά με τις γωνίες, στη συνέχεια πως η διδασκαλία πρέπει να επικεντρωθεί στο να βοηθήσει τους μαθητές να αναγνωρίσουν τις ομοιότητες αυτών των καταστάσεων και τέλος ότι πρέπει να πραγματοποιηθούν δραστηριότητες στις οποίες οι ομοιότητες που έχουν αναγνωριστεί γίνονται αφηρημένες σχετικά με την έννοια της γωνίας που μπορεί να λειτουργήσει από μόνη της. Με την παραπάνω θέση συμφωνούν και οι Bütüner &

Filiz (2017). Οι ίδιοι τονίζουν ότι μια διδασκαλία θα πρέπει να περιέχει δραστηριότητες με εμπράγματο υλικό, που θα εμπλουτίζεται, όμως, και από δραστηριότητες που βασίζονται στο σώμα.

Ο Hery (2014) στην έρευνα του αναφέρεται στην σημαντικότητα των ρεαλιστικών μαθηματικών σε σχέση με την εκμάθηση των γωνιών. Χρησιμοποιεί τα mathsticks για την δημιουργία κεφαλαίων γραμμάτων ώστε να σταθούν αφορμή και διδακτικό μέσο για την μάθηση των γωνιών. Στην πρώτη εργασία λοιπόν οι μαθητές συμμετέχουν σε μια συζήτηση γύρω από το μέγεθος των γωνιών των ακόλουθων γραμμάτων A, V, W, N, και M καθώς και με την σύγκριση τους. Κατά την δεύτερη εργασία έρχονται αντιμέτωποι με την σύγκριση των γωνιών σε γράμματα που σχηματίζοντουσαν με παράλληλες ευθείες όπως E, F, H, U. Διαπιστώνεται ότι οι μαθητές καταφέρνουν να βρουν τις όμοιες γωνίες και στις δύο περιπτώσεις, τους είναι πιο εύκολη η αναγνώριση των ορθών γωνιών και χρησιμοποιούν επιτυχώς και την έννοια της συμπληρωματικής γωνίας.

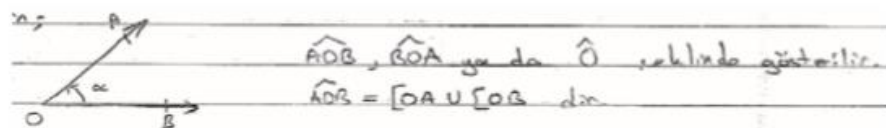


Εικόνα 2.4 Εύρεση όμοιων γωνιών (Hery,2004)

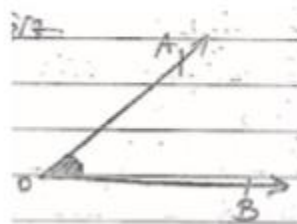
Οι Yazgana, Argüna & Emrea το 2009 στην έρευνα τους ανακαλύπτουν ότι και οι ίδιοι οι δάσκαλοι έχουν δυσκολίες κατανόησης των γωνιών. Η εξέταση που έρχονται αντιμέτωποι περιλαμβάνει 8 ερωτήσεις που ετοιμάστηκαν από δύο μέλη του Τμήματος Εκπαίδευσης Μαθηματικών. Τα ερωτήματα αυτά σχεδιάστηκαν με βάση τρεις άξονες: την γνώση υποκειμένων, την παιδαγωγική γνώση και την παιδαγωγική γνώση περιεχομένου. Μεταξύ άλλων οι ερωτήσεις που συμπεριλαμβάνονται στο ερωτηματολόγιο είναι: Ποια είναι η γωνία και ποιο χαρακτηριστικό της γωνίας μετράτε; Παρακαλούμε να γράψετε την ιδέα σας για το πώς να διδάξετε αυτή την έννοια.

Οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τον ορισμό της έννοιας γωνίας ταξινομούνται ως εξής: α) Ένωση δύο ακτινών με ένα κοινό τελικό σημείο β) Η

περιοχή που είναι μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων με διαφορετικές κατευθύνσεις
 γ) Η απόσταση μεταξύ ενός ευθύγραμμου τμήματος και ενός οριζόντιου επιπέδου. Οι περισσότεροι δάσκαλοι περιγράφουν την γωνία ως "ένωση δύο ακτινών με ένα κοινό τελικό σημείο" όπως αναφέρεται και στο Mitchelmore and White (2000). Υπάρχουν μόνο 2 δάσκαλοι που περιγράφουν τη γωνία ως "την περιοχή η οποία βρίσκεται μεταξύ δύο ευθύγραμμων διαφορετικά κατευθυνόμενων τμημάτων". Αλλά αν κοιτάξουμε το σχέδιο που δίνεται παρακάτω, μπορεί να φανεί ότι ο δάσκαλος δεν σκιάζει ολόκληρη την περιοχή μεταξύ των δύο ευθύγραμμων τμημάτων αλλά αντιθέτως σκιάζει ακριβώς αυτό γύρω από το τελικό σημείο. (Εικόνα 2.5). Ο ορισμός της γωνίας του άλλου δασκάλου που είναι αυτός της "απόστασης μεταξύ ενός ευθύγραμμου τμήματος και ενός οριζόντιου επιπέδου" περιγράφει τη γωνία ως μέγεθος και δίνει πραγματικές συνθήκες ζωής σχετικά με αυτόν τον ορισμό. Υποστηρίζει: "Όταν εξηγώ τη γωνία στους σπουδαστές μου, την συνδέω πρώτα με την πραγματική ζωή. Για παράδειγμα, δίνω παραδείγματα στις τοποθεσίες του Ήλιου σε όλο τον κόσμο. Δίνω στους μαθητές τη δυνατότητα να οπτικοποιήσουν τη γωνία, λέγοντάς τους ότι οι εποχές συμβαίνουν ως αποτέλεσμα της αλλαγής [γωνίας] μεταξύ της περιστροφής της Γης και της θέσης του Ήλιου". Από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών, διαπιστώνεται ότι οι εκπαιδευτικοί δεν συσχετίζουν τη γωνία με την εναλλαγή-στροφή. Έτσι οι ερευνητές καταλήγουν εξετάζοντας τους ορισμούς που έδωσαν οι δάσκαλοι στο συμπέρασμα ότι οι εικόνες και οι γνώσεις των δασκάλων σχετικά με την έννοια της γωνίας δεν επαρκούν.

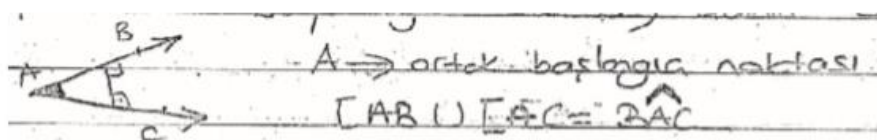


Εικόνα 2.5 Ορισμός γωνίας 1 (Yazgana, Argüna & Emrea,2009)



Εικόνα 2.6 Ορισμός γωνίας 2 (Yazgana, Argüna & Emrea,2009)

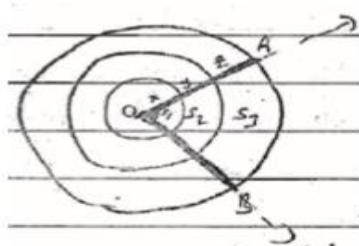
Το δεύτερο μέρος της ερώτησης αφορά τη γνώση του περιεχομένου των εκπαιδευτικών σχετικά με τη "μέτρηση της γωνίας". Κατά την ανάλυση των απαντήσεων που δόθηκαν στην ερώτηση για το τι μετράει κανείς για να βρει το μέγεθος της γωνίας, δημιουργήθηκαν οι ακόλουθες κατηγορίες: α) Την απόσταση μεταξύ δύο ακτινών β) Την συσχέτιση με τον κύκλο τόξου γ) Τον θετικό βαθμό κατεύθυνσης μεταξύ δύο ακτινών. Οι περισσότεροι δάσκαλοι περιγράφουν το γωνιακό μέτρο ως απόσταση μεταξύ δύο ακτινών. Ένας επιπλέον από τους ορισμούς των δασκάλων (Εικόνα 2.6) δίνεται παρακάτω: "Αν η απόσταση μεταξύ των ακτινών αυξάνεται, το ίδιο ισχύει και για τη μέτρηση της γωνίας. Αυτό θα πρέπει βεβαίως να θεωρηθεί ως θετική κατεύθυνση (προς τα αριστερά)". Όταν το εξηγούν αυτό στους μαθητές του δημοτικού σχολείου ισχυρίζονται ότι είναι δυνατόν να γίνει μέσω ενός παραδείγματος με μια σκάλα που έρχεται κοντά στον τοίχο. Πιο αναλυτικά η σκάλα και το έδαφος (δάπεδο) αποτελούν μια ορισμένη γωνία. Όταν κλείνουμε τη σκάλα στο έδαφος, η γωνία στενεύει μεταξύ του εδάφους και της σκάλας, όταν απομακρύνουμε την σκάλα η γωνία αυξάνεται και όταν πλησιάζουμε με συγκεκριμένο τρόπο την σκάλα στον τοίχο δημιουργείται γωνία 90° .



Εικόνα 2.7 Αύξηση απόστασης γωνίας (Yazgana, Argüna & Emrea, 2009)

Όταν κάποιος διαβάσει την εξήγηση αυτού του δασκάλου και ειδικά κοιτάζοντας το σχήμα 2.7, μπορεί να δει ότι ο δάσκαλος δημιουργεί ένα ευθύγραμμο τμήμα το οποίο είναι κάθετο προς τις ακτίνες AC και AB ταυτόχρονα. Αυτό το σχέδιο δεν είναι κατάλληλο στο πλαίσιο της ευκλείδειας γεωμετρίας αφού γνωρίζουμε ότι το άθροισμα ενός τριγώνου δεν μπορεί να είναι πάνω από 180 μοίρες. Επίσης, γνωρίζουμε ότι αν σχεδιάσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα που είναι κάθετο σε δύο γραμμές, η γραμμή πρέπει να είναι παράλληλη μεταξύ τους στο επίπεδο. Μεταξύ των συμμετεχόντων, μόνο 2 εκπαιδευτικοί προσπαθούν να περιγράψουν τη μέτρηση μιας γωνίας ως μέτρηση τόξου. Ένας από αυτούς τους συμμετέχοντες, που το σχέδιο του είναι το Σχήμα 4, λέει: "Όπως βλέπετε αν κόψουμε έναν τομέα όπως ο S1 < S2

<S3, συνειδητοποιούμε μια αύξηση της περιοχής και της ακτίνας . Αλλά υπάρχει κάτι που δεν αλλάζει. Και αυτή είναι η διαδρομή που ακολουθούμε ως AOB, η μέτρηση αυτής της διαδρομής μας δίνει τη μέτρηση γωνίας που περιγράψαμε ως τομέα. sector " Οι ερευνητές λοιπόν μελετώντας τις παραπάνω απαντήσεις καταλήγουν στο ότι αυτός ο συμμετέχων αναφέρεται στη μέτρηση γωνίας με τόξο κύκλου, αλλά δεν περιέχει την ίδια ιδέα με την αναλογία του τόξου του κύκλου και της ακτίνας αυτού του κύκλου (Akkoç, 2008). Οι άλλοι εκπαιδευτικοί χαρακτηρίζουν τη μέτρηση της γωνίας ως θετικό βαθμό κατεύθυνσης μεταξύ δύο ακτινών αλλά δεν διευκρίνισαν τι εννοούν με το να είναι "θετική κατεύθυνση". Μπορούμε μόνο να πούμε ότι από τα σχέδιά τους, μπορούν να προτίθενται αντίθετα προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού με "θετική κατεύθυνση".



Εικόνα 2.8 Μέτρηση γωνίας με τόξο κύκλου (Yazgana, Argüna & Emrea,2009)

Εν κατακλείδι οι Yazgana, Argüna & Emrea (2009) υποστηρίζουν πως ο λόγος για τον οποίο οι εκπαιδευτικοί έχουν αδύναμη και στενή γνώση περιεχομένου προέρχεται καταρχάς από την εκπαίδευσή τους στα σχολεία (πρωτοβάθμια, μεσαία και δευτεροβάθμια) και δεύτερον, από το γεγονός ότι δεν μπορούν να γεφυρώσουν το χάσμα ανάμεσα σε αυτά που μαθαίνουν στο προπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών και σε αυτά που διδάσκουν τους μαθητές στα σχολεία (Wu, 1999, όπως αναφέρεται στο Yazgana, Argüna & Emrea 2009).

2.3 ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Οι Munier & Merle (2009) στην έρευνά τους θέτουν ως ερευνητική υπόθεση ότι οι μαθητές κατανοούν καλύτερα τις γεωμετρικές έννοιες όταν η διδασκαλία γίνεται μέσω της Φυσικής. Προσπαθώντας να εφαρμόσουν τις αρχές της διαθεματικής

προσέγγισης για να εισάγουν τους μαθητές της Δ', Ε' και Στ' Δημοτικού στην έννοια της γωνίας σχεδιάζουν μία σειρά μαθημάτων που βασίζονται στη Φυσική. Οι ερευνητές δημιουργούν ένα μοντέλο που χρησιμοποιούν ως θεωρητική βάση για το σχεδιασμό και την εφαρμογή των δραστηριοτήτων κατά το οποίο αλληλεπιδρούν τρεις χώροι: α) ο αντιληπτός-πραγματικός χώρος (perceptual space), β) ο χώρος της φυσικής (physics space) και γ) ο γεωμετρικός χώρος (geometric space). Στόχος είναι οι μαθητές να ξεκινήσουν από καταστάσεις στον αντιληπτό-πραγματικό χώρο και στη συνέχεια να περάσουν στους άλλους δύο χώρους. Οι καταστάσεις πάντα ξεκινούν σε έναν μεγάλο χώρο (αυλή σχολείου) και δεν περιορίζονται μόνο στο γραπτό. Τα μαθήματα αφορούν τρεις καταστάσεις: 1. Ανάκλαση του φωτός στον καθρέφτη, 2. Χρήση της πυξίδας και 3. Έννοιες του οπτικού πεδίου. Οι Munier & Merle (2009) συμπεραίνουν ότι οι μαθητές κατανοούν την έννοια της γωνίας και μειώνονται οι παρανοήσεις τους.

Οι Kontraetal επιπλέον το 2012 επιχείρησαν να χρησιμοποιήσουν συγκεκριμένη εκπαίδευση μοτοσυκλετών για να διευκολύνουν τους μαθητές με την μάθηση της Φυσικής. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν τη μακροχρόνια πεποίθηση ότι η ανάληψη σχετικής δράσης οδηγεί σε βελτιωμένη μάθηση σχετικά με την παθητική προβολή αυτής της δράσης (Kontraetal., 2012). Επέλεξαν να επικεντρωθούν στη γωνιακή ορμή και τη ροπή, οι οποίες είναι κρίσιμες έννοιες στα εισαγωγικά μαθήματα Φυσικής σε κολλέγιο και είναι εύκολο να δοκιμαστούν κινητικά. Οι προπτυχιακοί φοιτητές έλαβαν ένα pre-test ροπής (TJT) για να αξιολογηθούν στην κατανόηση των παραγόντων που επηρεάζουν τις αλλαγές στη γωνιακή ορμή. Στη συνέχεια δόθηκαν 10 λεπτά εκπαίδευσης κατά τη διάρκεια των οποίων οι μαθητές μιας ομάδας (Action) χειρίστηκαν ένα ζευγάρι τροχών ποδηλάτου σε έναν άξονα υπό διάφορες συνθήκες. Στους μαθητές σε μια δεύτερη ομάδα (Παρατήρηση) δόθηκαν οι ίδιες λεκτικές περιγραφές με την διαφορά ότι αυτοί παρατηρούσαν έναν άλλο φοιτητή που χειριζόταν τους τροχούς. Οι συμμετέχοντες και στις δύο ομάδες έλαβαν οπτικές πληροφορίες σχετικά με τη ροπή από έναν δείκτη λέιζερ τοποθετημένο στον άξονα. Όλοι οι συμμετέχοντες ολοκλήρωσαν στη συνέχεια ένα post test TJT με την οδηγία να εφαρμόσουν αυτά που είχαν μάθει κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής συνεδρίασης.

Παρόλο που οι μαθητές των ομάδων δράσης και παρατήρησης είχαν τα ίδια αποτελέσματα στο pre-test, οι μαθητές στην ομάδα δράσης βελτιώθηκαν σημαντικά στο post test, ενώ οι μαθητές στην ομάδα παρατήρησης δεν το έκαναν. Μέσω της

εμπειρίας δράσης των συμμετεχόντων κάτι άλλαξε τον τρόπο που έμαθαν. Αξίζει να σημειωθεί πως η ίδια δοκιμασία έχει επίσης διαδραματιστεί και σε άλλο περιβάλλον τάξης και βρέθηκαν παρόμοια πρότυπα βελτιωμένης μάθησης μέσω εμπειρίας δράσης χρησιμοποιώντας περισσότερα πρωτότυπα μέτρα για την αξιολόγηση της κατανόησης του μαθητή (π.χ., κουίζ, Kontraetal. , 2012).

Το επόμενο βήμα ωστόσο τονίζουν οι ερευνητές είναι να μελετηθεί αν αυτή η ενισχυμένη κατανόηση των εννοιών της Φυσικής προέρχεται από την προσομοίωση της σχετικής κινητικής εμπειρίας, όπως έχει βρεθεί σε άλλες έρευνες (π.χ., Beilocketal., Μελέτη χόκεϋ του 2008 που αναφέρθηκε παραπάνω). Τα πειράματα παρακολούθησης διερευνούν επί του παρόντος τον μηχανισμό οδήγησης της μάθησης. Εάν η βελτίωση της απόδοσης της ομάδας δράσης είναι ένα άμεσο αποτέλεσμα της αισθητικοκινητικής εμπειρίας που έλαβαν οι συμμετέχοντες κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης και η κατανόηση της ροπής τους στη συνέχεια στηρίζεται στο σύστημα κινητήρα, θα πρέπει να εντοπιστούν νευρικές διαφορές μεταξύ των ομάδων δράσης και παρατήρησης *durinposttest* TJT. Όπως και στο έργο με τους παίκτες χόκεϋ από τους Beilocketal. (2008), η προσομοίωση κινητήρα που δημιουργήθηκε στο dPMc θα μπορούσε, για παράδειγμα, να υποστηρίξει την ιδέα ότι η κατανόηση μιας έννοιας (π.χ. ροπής) ενισχύεται από συγκεκριμένες φυσικές εμπειρίες.

Έτσι καταλήγουν ότι η εμπειρία δράσης είναι πανταχού παρούσα και η επίπτωσή της μπορεί να είναι εύκολο να παραβλεφθεί. Ωστόσο, όχι μόνο η κίνηση έχει ισχυρό αντίκτυπο στη μάθηση στην αρχή της ζωής, αλλά εξακολουθεί να επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο βιώνει ο άνθρωπος τον κόσμο σε όλη την ανάπτυξη και στην ενηλικίωση. Σε μια πρόσφατη ανασκόπηση, οι Smith και Sheya (2010) συζητούν τη σημαντική θεωρητική στροφή προς την εξέταση της γνώσης ως προκύπτουσας από αισθητικές και κινητικές εμπειρίες (δηλ. Ως «ενσωματωμένη»), και όχι σαν μια αφηρημένη οντότητα που διαχωρίζεται πλήρως από την αισθητικοκινητική εμπειρία. Άλλοι ερευνητές επικεντρώθηκαν στην ενσωμάτωση ως τρόπο αντιμετώπισης ενός νέου τύπου ερωτήματος σχετικά με την ανάπτυξη και τη μάθηση - τότε και πώς οι μαθητές κάποιες φορές απομακρύνονται από τις ενέργειες που δημιουργούν μια συγκεκριμένη ιδέα για να δημιουργήσουν μια αφηρημένη αναπαράσταση αυτής της έννοιας (Novack & Congdon, 2012, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012) . Αυτή η αναγνώριση του ρόλου του σώματος στη γνώση έχει εμπνεύσει μια εξέλιξη της ψυχολογικής λογοτεχνίας και είναι ένα ουσιαστικό

κομμάτι του παζλ στην κατανόηση της εκμάθησης και της ανάπτυξης. Οι αναπτυξιακοί ψυχολόγοι έχουν εδώ και καιρό αναγνωρίσει την εξαιρετική επίδραση της δράσης στην εκμάθηση (Held & Hein, 1963, Piaget, 1952, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012). Οι θεωρίες της ενσωματωμένης γνώσης έχουν τη δυνατότητα να εμβαθύνουν την κατανόησή για τους μηχανισμούς στους οποίους βασίζονται οι πρώιμες αναπτυξιακές αλλαγές που καθοδηγούνται από την εμπειρία δράσης, καθώς και την κατανόησή για τη μάθηση σε μια ευρεία και δια βίου έννοια.

2.4 ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΜΑΘΗΣΗ

Σύμφωνα με την Douek (1998, όπως αναφέρεται στο Smith et al. 2014), οι ενσώματες δραστηριότητες (body-based activities) κατέχουν πολύ σημαντικό ρόλο στην κατανόηση της έννοιας των γωνιών εκ μέρους των μαθητών. Η χρήση του σώματος τους επιτρέπει να δημιουργήσουν συνδέσεις ανάμεσα στις κινήσεις του σώματος και των μαθηματικών εννοιών.

Βασισμένοι στα ερευνητικά δεδομένα που τεκμηριώνουν τη σημασία της ενσώματης διδασκαλίας, οι Smith et al. (2014) με στόχο την κατανόηση της μέτρησης των γωνιών και την αναγνώριση των στατικών και δυναμικών αναπαραστάσεων των γωνιών σχεδιάζουν ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα με Kinect για Windows. Στο πρόγραμμα, ένας μαθητής στέκεται μπροστά από την κονσόλα. Το Kinect μεταφέρει τις κινήσεις των χεριών του στο πρόγραμμα και με βάση τις γωνίες που δημιουργούνται από τα χέρια δίνεται οπτική ανατροφοδότηση στους μαθητές. Επίσης, ανάλογα με τη γωνία που δημιουργείται αλλάζει και το χρώμα της οθόνης (οξείες γωνίες με ροζ οθόνη, ορθές γωνίες με κίτρινη οθόνη, αμβλείες γωνίες με γαλάζια οθόνη, ευθείες γωνίες με μπλε οθόνη). Οι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα πως οι μαθητές της Γ και της Δ τάξης που συμμετείχαν στη δραστηριότητα που βασίζεται στο σώμα τους, αποκόμισαν πολλά μαθησιακά οφέλη. Αυτό το αποτέλεσμα είναι ελπιδοφόρο, καθώς η ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης γωνιών σε νεαρή ηλικία είναι απαραίτητη για την προετοιμασία των μαθητών για μεταγενέστερα μαθηματικά μαθήματα, ιδιαίτερα στη γεωμετρία και την τριγωνομετρία.

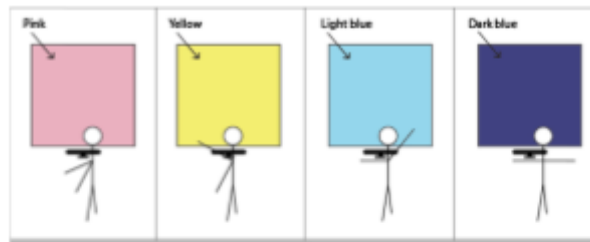
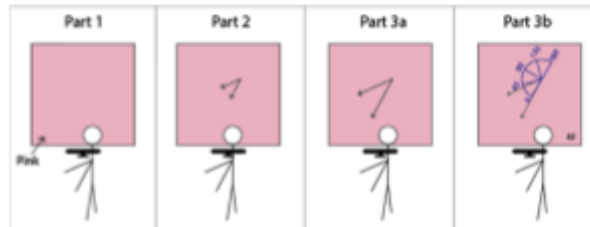


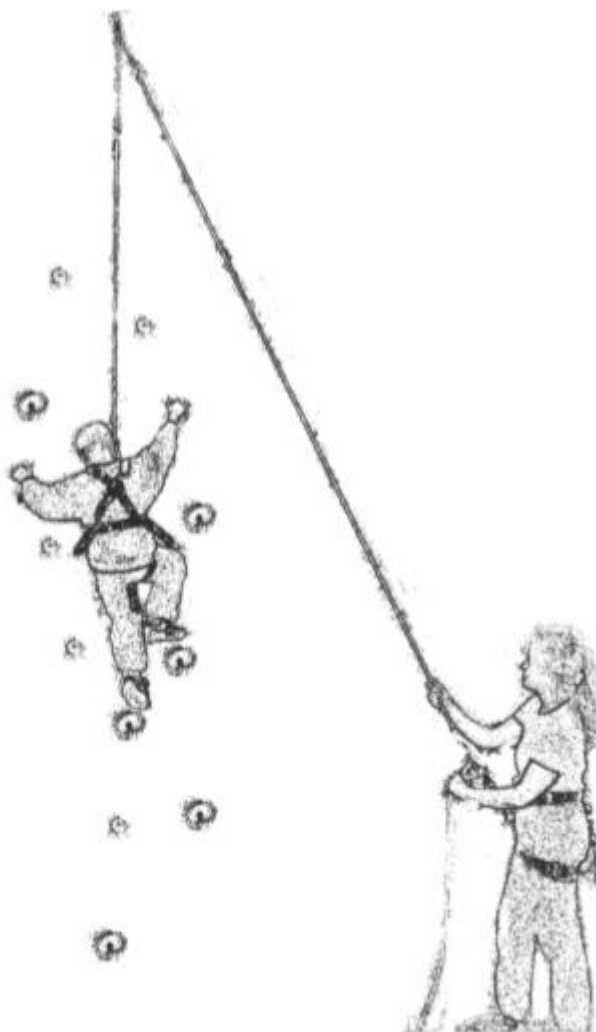
Fig. 1. Examples of acute, right, obtuse, and straight angles changing the color of the screens.



Εικόνα 2.9 Εκπαιδευτικό Πρόγραμμα Kinect (Smith et al., 2014)

Μία άλλη διδακτική πρόταση για την κατάκτηση της έννοιας των γωνιών είναι αυτή της Fyhn (2008, 2010). Η ερευνήτρια προτείνει πως η αναρρίχηση υποστηρίζει τους μαθητές Δημοτικού στο να εξερευνήσουν τις γωνίες με το σώμα τους και το σκοινί. Συγκεκριμένα, η διδακτική παρέμβαση εφαρμόζεται σε δύο μέρες. Την πρώτη ημέρα οι μαθητές κάνουν αναρρίχηση σε κλειστό χώρο δημιουργώντας διάφορες γωνίες με το σώμα τους και τη δεύτερη μέρα οι δραστηριότητες πραγματοποιούνται στη σχολική τάξη. Οι μαθητές στη συνέχεια κλίνονται ανάμεσα σε άλλα (όπως η αναγνώριση γωνιών) να δημιουργήσουν μια δική τους εργασία με αναρρίχηση και γωνίες.

Fig. 2 Top roping and belaying. The climber wears a harness which is attached to the end of a rope. The rope goes from this climber and through two carabiners that are fastened in the roof and further down to one other person who is standing on the floor. The person on the floor is belaying the climber; she or he is continuously letting the rope pass through a belay device to keep it tight. That is to avoid the climber to reach the floor in case of falling



Εικόνα 2.10 (Fyh,2010)



Εικόνα 2.11 Σχέδια μαθητών με την έννοια της γωνίας έπειτα από την παρακολούθηση αναρρίχησης (Fyh,2010)

Τα αποτελέσματα δείχνουν την θετική συνεισφορά που έχει το μάθημα της αναρρίχησης στην καλύτερη κατανόηση των γωνιών και μάλιστα όταν ύστερα από μερικούς μήνες οι μαθητές κάνουν μια ακόμη αναρριχητική μέρα, ένα από τα

κορίτσια γράφει: «Την τελευταία φορά που αναρριχηθήκαμε έμαθα πολλά, μεταξύ άλλων, ότι όταν σκαρφαλώνεις κουράζεσαι πιο πολύ αν κρατηθούν τα μπράτσα σου από μια γωνία 90° από ό, τι αν είναι τεντωμένα ». Αφορμή για αυτήν την διεξοδική έρευνα της στάθηκε μια μελέτη περίπτωσης που είχε πραγματοποιήσει το 2016. Πιο συγκεκριμένα η Fyhn είχε μελετήσει την εμπειρία της αναρρίχησης ενός κοριτσιού και αν και κατά πόσο αυτή βοήθησε στην κατανόηση των γωνιών. Παρόλο που το κορίτσι πίστευε αρχικά ότι η δραστηριότητα της αναρρίχησης δεν είχε κάποια σύνδεση με τις γωνίες και τόνισε ότι πουθενά δεν “χρησιμοποίησε” γωνίες κατά την περιγραφή της στην ερευνήτρια χρησιμοποίησε οκτώ φορές την λέξη γωνία και προσέδωσε στο περίπου την τιμή των γωνιών σε μοίρες. Οι κύριες εμπειρίες της με τις γωνίες φαινόταν να είναι η μέτρησή τους. Χρησιμοποίησε επιπλέον όρους όπως “γωνία μεταξύ βράχου και σώματος”, “κλίση” και τόνισε ότι θα σκαρφαλώσει κανείς πιο εύκολα αν μεταξύ του γόνατου και του μηρού και του ποδιού και της πατούσας δημιουργείται μεγαλύτερη γωνία. Ωστόσο οι γεωμετρικές τις περιγραφές περιορίστηκαν μόνο στην χρήση των ποδιών και καθόλου των χεριών.

Η Fyhn υποστηρίζει ότι εάν η αναρρίχηση εισήχθη στα μαθήματα των μαθηματικών, τότε ίσως η θετική στάση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων στην αναρρίχηση θα μπορούσε να επηρεάσει τη στάση τους απέναντι στην επίλυση προβλημάτων στα μαθηματικά. Ίσως η χρήση της αναρρίχησης ως στοιχείο στη διδασκαλία σχετικά με τις γωνίες μπορεί να στηρίξει τους μαθητές στις προσπάθειές τους να κατανοήσουν τις γωνίες. Τέλος προτείνει πριν από την αναρρίχηση, οι μαθητές να εργαστούν σε ζευγάρια και να δημιουργήσουν λυγισμένες σωματικές αρθρώσεις καθώς και να παρακολουθήσουν το DVD «Γωνίες στην αναρρίχηση» (Ηλεκτρονικό συμπληρωματικό υλικό [ESM]) όπου παρουσιάζει μια εισαγωγή σε μια βελτιωμένη έκδοση των επιπέδων του CCP. Το DVD θα πρέπει να εισαχθεί στους εκπαιδευτικούς από κάποιον που είναι εξοικειωμένος με το περιεχόμενο αυτής της εργασίας. Στη βελτιωμένη έκδοση των επιπέδων του CCP, οι γωνίες σχετίζονται με το πλαίσιο αναρρίχησης σε τρία επίπεδα: Επίπεδο 1: η λέξη «γωνία» σχετίζεται με την αναγνώριση των γωνιών Επίπεδο 2: Τα σχήματα των γωνιών περιγράφονται με τις λέξεις «οξεία», «ορθή» και «αμβλεία». Επίπεδο 3: τα μεγέθη των γωνιών εξηγούνται από τις λέξεις «οξεία», «ορθή» και «αμβλεία». Δίνονται επιπλέον επισημάνσεις σχετικά με το πώς ένα μέγεθος γωνίας μπορεί να αποφασίσει πόσο δύσκολο είναι να αναρριχηθεί κάποιος.

Οι King & Smith (2018) διερευνούν σε ένα περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας κατά πόσο κάποιος που συμμετέχει ενεργά στην ενσώματη μάθηση μαθαίνει το ίδιο με κάποιον που παρακολουθεί αυτήν την διαδικασία. Τονίζουν ότι εξαρτάται από την κατανόηση του στόχου που σχετίζεται με μια ενέργεια αν η παρατήρηση των ενεργειών κάποιου άλλου θα μπορούσε να οδηγήσει σε εννοιολογική κατανόηση με τρόπο παρόμοιο με την εκτέλεση της δράσης για τον εαυτό του. Αυτό το έργο που ωθεί την λειτουργία των νευρώνων κατοπτρισμού οδηγεί σε ένα παρόμοιο συμπέρασμα όπως αυτό που προβλήθηκε στη Θεωρία Κοινωνικής Μάθησης της Bandura (1977), όπου επιδοκιμάζει τη δύναμη της παρατήρησης για την προώθηση της μάθησης. Ο Bandura είναι επίσης σαφής στην πεποίθησή του ότι η παρατήρηση είναι πιο πιθανό να οδηγήσει στη μάθηση όταν η διαμορφωμένη συμπεριφορά συνδέεται με ένα επιθυμητό αποτέλεσμα. Οι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η έρευνα σχετικά με τη Θεωρία Κοινωνικής Μάθησης και τους κατοπτρικούς νευρώνες παρέχει κίνητρο να εξεταστεί κατά πόσο η εκμάθηση ποικίλλει μεταξύ φοιτητών που παρατηρούν κάποιον άλλον που ασχολείται με το ενσωματωμένο περιβάλλον και για εκείνους τους μαθητές που ασχολούνται φυσικά με το περιβάλλον τους.

Συγκρίνοντας τα μαθησιακά κέρδη μεταξύ των μαθητών που ασχολούνταν φυσικά με την ενσωματωμένη μαθησιακή εργασία σε σχέση με τις γωνίες και εκείνων που παρατήρησαν κάποιον άλλον να συμμετάσχει στο έργο διαπίστωσαν ότι οι μαθητές και στις δύο ρυθμίσεις έμαθαν με παρόμοια ποσοστά. Γεγονός που κατά επέκταση δείχνει ότι ένα ενσωματωμένο μαθησιακό περιβάλλον που έχει αναπτυχθεί για έναν μόνο χρήστη όχι μόνο έχει τη δυνατότητα να βοηθήσει τα άτομα που ασχολούνται φυσικά με το μαθησιακό περιβάλλον αλλά και των υπόλοιπων μαθητών που τους παρατηρούν.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναλυθεί ο όρος του περιβάλλοντος μικτής πραγματικότητας. Οι Lindgren & Johnson-Glenberg (2013, όπως αναφέρεται στο King & Smith,) ορίζουν ένα περιβάλλον ως μεικτής πραγματικότητας όταν αυτό περιλαμβάνει δύο κύρια χαρακτηριστικά. Το πρώτο είναι, ότι μαθητής πρέπει να βρίσκεται μέσα στο σύστημα εκμάθησης και το δεύτερο ότι, το περιβάλλον πρέπει να περιλαμβάνει μια διεπαφή που να αντιπροσωπεύει επιλεγμένα χαρακτηριστικά των κινήσεων του μαθητή. Ωστόσο τονίζεται ότι η παρακολούθηση πολλαπλών φοιτητών κάθε φορά χρησιμοποιώντας τη σημερινή τεχνολογία είναι ιδιαίτερα δύσκολη (King & Smith) καθώς τα περισσότερα περιβάλλοντα μικτής πραγματικότητας, με εξαίρεση

το περιβάλλον SMALLab του Johnson-Glenberg, του Birchfield, του Tolentino και του Koziura (2014) που επιτρέπει σε τέσσερις μαθητές να παρακολουθούνται ταυτόχρονα, έχουν την δυνατότητα παρακολούθησης και οπτικοποίησης των κινήσεων ενός μαθητή. Για αυτό το εύρημα τους χαρακτηρίζεται και ως ιδιαίτερος σημαντικό.

Επιπρόσθετα οι Price & Duffy (2018) στην έρευνα που διεξάγουν για την κατανόηση της γωνίας μέσω της χρήσης του σώματος παρέχουν στους μαθητές τρεις δραστηριότητες. Η πρώτη δραστηριότητα αφορά την χρήση του σώματος για την δημιουργία γωνιών. Πιο συγκεκριμένα ένας μαθητής από την κάθε ομάδα 3-4 ατόμων επιλέγει τυχαία το χαρτάκι από τον φάκελο που γράφει την γωνία που πρέπει να σχηματίσει (οι επιλογές είναι 30° , 45° , 60° , 90° , 135° και 180°) χωρίς οι άλλοι να δουν τι είναι και προσπαθεί μέσω του σώματος του να την δημιουργήσει εφόσον είχε ελεγχθεί από τον δάσκαλο ότι έχει κατανοήσει την φύση της γωνίας. Οι υπόλοιποι προσπαθούν να βρουν ποια γωνία συμβολίζει. Έπειτα κάποιος άλλος από την ομάδα τραβάει άλλο χαρτάκι και προσπαθούν με το σώμα τους να προσθέσουν την γωνία που τους έτυχε στην αρχική.

Κατά την δεύτερη δραστηριότητα οι ομάδες δουλεύουν πιο συλλογικά για την δημιουργία σχημάτων. Η διαδικασία με τον χαρτάκι και με τον φάκελο είναι η ίδια. Κατά την ολοκλήρωση του σχήματος ο δάσκαλος με μια έγχρωμη ταινία σημειώνει το σχήμα στο πάτωμα. Ύστερα η ομάδα επιλέγει ένα δεύτερο σχήμα με ίδιο αριθμό πλευρών με το αρχικό και με βάση την κορυφή του πρώτου σχηματίζουν το δεύτερο, παρέχοντας έτσι ευκαιρία για σύγκριση διαφόρων ειδών τριγώνων. Ο δάσκαλος καλείται να σχεδιάσει το νέο τους σχήμα στο πάτωμα, πάνω από το παλιό, χρησιμοποιώντας διαφορετική έγχρωμη ταινία.

Τέλος κατά την τρίτη δραστηριότητα όλα τα παιδιά εργάζονται μαζί ως μία ομάδα. Ένα παιδί προσφέρεται να επιλέξει τυχαία ένα σχήμα από ένα φάκελο. Πρέπει όλοι μαζί να αποφασίσουν πόσα παιδιά χρειάζονται για να φτιάξουν το σχήμα, να οργανώσουν το σχήμα τους και ύστερα να καλέσουν τον δάσκαλο να το αντικατοπτρίσει στο πάτωμα με ταινία. Τα παιδιά που δεν συμμετέχουν στην δημιουργία του σχήματος κλίνονται να το περιγράψουν (π.χ., Είναι οι γωνίες το ίδιο; Ή είναι μερικές μεγαλύτερες από τις άλλες; Τι γωνίες σχηματίζουν οι άκρες; Ποιες γωνίες είναι οξείες; Υπάρχουν αμβλείες γωνίες; Υπάρχουν πλευρές ίσου μήκους;) Ο δάσκαλος στην συνέχεια προσθέτει μια γραμμή «αντανάκλασης» με ταινία έξω από

το σχήμα και ζητάει από τα υπόλοιπα παιδιά να φτιάξουν το συμμετρικό του με άξονα συμμετρίας την γραμμή..

Τα αποτελέσματα σύμφωνα με τους Price & Duffy δείχνουν ότι οι μαθητές όλων των ηλικιακών ομάδων για να καθορίσουν συγκεκριμένες γωνίες παίρνουν μια ποικιλία στάσεων σώματος. Χρησιμοποιούν τα χέρια τους σαν ρολόι που αρχίζει με το ένα χέρι κάτω και το άλλο επίπεδο με το σώμα ή με το ένα χέρι και το άλλο με το σώμα, ή το μπροστινό μέρος του σώματος σαν ψαλίδι (π.χ., για να δείξει γωνία 45 μοιρών). Άλλοι μαθητές ξαπλώνουν στο πάτωμα με τα πόδια στον αέρα έτσι ώστε η στροφή ανάμεσα στον κορμό και το σώμα να είναι το σημείο της γωνίας, ή έχουν τα πόδια τους στο πάτωμα δημιουργώντας μια γωνία στον κορμό των ποδιών τους, ή χρησιμοποιούν τα πόδια τους (όπως στις θέσεις μπαλέτου) λυγίζοντας τη μέση για να φτιάξουν οξείες γωνίες. Άλλοι μαθητές έκτης Δημοτικού χρησιμοποιούν επίσης τα χέρια τους ενώνοντας στη βάση των παλαμών τους για να γίνουν γωνίες (Εικόνα 1). Ωστόσο, καθώς οι γωνίες έγιναν μεγαλύτερες, τα παιδιά δυσκολεύονται να τις αναπαραστήσουν με το σώμα: τα πόδια ή τα χέρια τους καθώς δεν γίνεται να εκτείνονται πέρα από ένα συγκεκριμένο σημείο, με αποτέλεσμα μεγαλύτερες γωνίες να γίνονται πιο δύσκολο να τεθούν, και η υπέρβαση των 180 μοιρών να είναι φυσικά αδύνατη.



Εικόνα 2.12 Οι μαθητές δημιουργούν γωνίες με το σώμα τους (Price & Duffy,2018)

Ωστόσο διαπιστώνεται πως αυτοί οι σωματικοί περιορισμοί προκαλούν επίσης πιο σαφή εμπλοκή με την έννοια της γωνίας, προτρέποντας τα παιδιά να δουλέψουν ενεργά με το πώς θα μπορούσαν να θεσπίσουν μεγαλύτερες γωνίες. Οι ερευνητές αναλύουν την παραπάνω θέση με το εξής παράδειγμα μαθητών τρίτης τάξης που τους ζητήθηκε να προσθέσουν μια γωνία 135 μοιρών στην αρχική τους γωνία 60 μοιρών. Προσπάθησαν πρώτα λοιπόν να χρησιμοποιήσουν τα πόδια τους, αλλά διαπίστωσαν ότι δεν μπορούσαν να τεντώσουν αρκετά. Αυτό οδήγησε και τα δύο παιδιά να χρησιμοποιούν τα χέρια τους απλωμένα για να κάνουν μια οριζόντια γωνία 180 μοιρών, στη συνέχεια να κινούν το ένα χέρι προς τα κάτω - προσθέτοντας "λίγο περισσότερο". Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά μερικές φορές ξεκίνησαν με μια αναφορά (0 βαθμός ή 90 μοίρες σε αυτή την περίπτωση) και έπειτα έκαναν κάτι μικρότερο (π.χ. στην περίπτωση των 60 μοιρών, αρχίζοντας από την αναφορά των 90 μοιρών) ή κάτι μεγαλύτερο π.χ. στην περίπτωση των 30 μοιρών, ξεκινώντας από μια αναφορά 0 μοιρών). Αυτά τα παραδείγματα δείχνουν επίσης πώς τα παιδιά εντοπίζουν και χρησιμοποιούν ένα σημείο αναφοράς για να ξεκινήσουν να σκέφτονται τη γωνία που τους ανατέθηκε να δημιουργήσουν και να εφαρμόσουν την έννοια της στροφής.



Εικόνα 2.13 Τρεις μαθητές σχηματίζουν με το σώμα τους τρίγωνα (Price & Duffy,2018)

Ένα άλλο εύρημα αυτής της έρευνας είναι το γεγονός ότι η αισθητή εμπειρία των παιδιών και η εσωτερική αντίληψη για το σχήμα ή τη γωνία που κάνουν μπορούν να διαφέρουν από το πραγματικό σχήμα που σχηματίζουν τα σώματά τους. Παράδειγμα αποτελεί η προσπάθεια μιας ομάδας να δημιουργήσει ένα πεντάγωνο.

Πιο αναλυτικά αποφασίζουν ότι χρειάζονται πέντε άτομα για να κάνουν το σχήμα, αφήνοντας δύο παιδιά να δρουν ως παρατηρητές, οι οποίοι έχουν την εντολή να τοποθετήσουν τα πέντε παιδιά σε σχήμα πενταγώνου. Σε αυτό το σημείο παρατηρούνται υποκειμενικές και αντικειμενικές απόψεις για το σχήμα. Και από τις δύο όψεις, υπάρχει διαφωνία σχετικά με το ποιο μέρος του σώματος θα πρέπει να ενεργεί ως πλευρά και ποιο τμήμα ως κορυφές του σχήματος. Με την υποστήριξη του δασκάλου, τα παιδιά δημιουργούν το πεντάγωνο τους. Οι άλλοι δύο μαθητές βάζουν ταινία κατά μήκος των πλευρών όπου στέκονται τα παιδιά. Με αυτόν τον τρόπο, αποκαλύπτουν αποκλίσεις μεταξύ του σχήματος που η ομάδα πιστεύει ότι έχει κάνει και του σχήματος που έχει κάνει πραγματικά. Αυτή η φυσική αναπαράσταση της διαφοράς επιτρέπει στους παρατηρητές και στην ομάδα που δημιούργησε το πεντάγωνο να αναγνωρίσουν τα σημαντικά χαρακτηριστικά που απαιτούνται για την πλήρη απεικόνιση του σχήματος. Παραδείγματος χάριν, συνειδητοποιούν ότι είχαν πάρα πολλές κορυφές, συγκεκριμένα 6 αντί για 5 , όταν η ταινία τοποθετήθηκε στο πάτωμα και ότι οι πλευρές που δημιουργήθηκαν με την ταινία στο πάτωμα δεν είχαν το ίδιο μήκος γεγονός που αποδεικνύουν ότι γνώριζαν τους λόγους τους οποίους η παράστασή τους αποκλίνει από τα χαρακτηριστικά του σχήματος.



Εικόνα 2.14 Οι μαθητές χρησιμοποιούν το σώμα τους σαν κορυφές (Price & Duffy,2018)

Τα παιδιά επιπρόσθετα φαίνεται ότι χρησιμοποιούν διαφορετικά μέρη του σώματος και των άκρων τους για να διαμορφώσουν γωνίες και σχήματα, προκαλώντας προκλήσεις τόσο στην εφαρμογή όσο και στην αντίληψη της χαρτογράφησης. Για παράδειγμα, ομάδες μαθητών που έχουν παρόμοιο μέγεθος, τα όπλα τους τείνουν να έχουν περίπου το ίδιο μήκος, προκαλώντας προκλήσεις όταν δημιουργούν τρίγωνα με πλευρές διαφόρων διαστάσεων, όπως ισοσκελές. Παρόλα αυτά, έτσι δίνονται ευκαιρίες στα παιδιά να σκεφτούν ρητά τα κρίσιμα χαρακτηριστικά του σχήματος και των γωνιών. Μια επανειλημμένη παρατήρηση είναι ότι τα παιδιά συχνά ενώνουν τα χέρια τους με λυγισμένους αγκώνες παρά με ευθείους βραχίονες, οπότε η έννοια της ίσιας άκρης είναι λιγότερο κατανοητή. Παρά το γεγονός ότι ο δάσκαλος προτείνει να ισιώσουν τα χέρια τους έτσι ώστε τα ενωμένα χέρια και τα χέρια τους να γίνουν μια ευθεία γραμμή, τα παιδιά δεν υιοθετούν διαισθητικά αυτή την αναπαράσταση πλευρών τριγώνου.

Όταν ζητείται από τους μαθητές να κάνουν μια αντανάκλαση αυτού του σχήματος χρησιμοποιώντας τα σώματα τους ξανά, τα παιδιά υιοθετούν διαφορετικά το σχήμα με το σώμα τους. Πιο συγκεκριμένα θεωρούν τον κορμό τους ως τις κορυφές και τα ενωμένα χέρια τους ως πλευρές του σχήματος, σχηματισμός που είναι ευκολότερος στη χαρτογράφηση σε σχέση με όταν τα χέρια γίνονται κορυφές και τα πόδια πλευρές. Αυτό δείχνει ότι τα μέρη του σώματος μεταφέρουν διαφορετικές πληροφορίες όσον αφορά τη χαρτογράφηση και την ερμηνεία. Συμπερασματικά με βάση τις προσπάθειες των μαθητών οι Price & Duffy υποστηρίζουν ότι τα ενωμένα χέρια και τα ανοιχτά πόδια στο επίπεδο του εδάφους είναι οι πιο διαδεδομένοι τρόποι για την δημιουργία γωνιών.

Μια άλλη έρευνα που μελετά τα μαθησιακά οφέλη στο γνωστικό αντικείμενο των γωνιών όταν οι μαθητές εμπλέκονται με ενσώματες δραστηριότητες είναι και αυτή των Piu, Fregola & Santoro (2016) που δημιούργησαν ένα παιχνίδι προσομοίωσης. Οι μαθητές καλούνται να διακοσμήσουν χώρους του κάστρο ενός χωριού που μένουν για ένα φεστιβάλ χορού. Καλούνται λοιπόν να το διακοσμήσουν με διαφορετικά είδη γωνιών ή όμοιων που υπάρχουν στα pinwheels καθώς και με pinwheels που είναι φτιαγμένα από καμπύλες γραμμές σύμφωνα με τις οδηγίες που τους άφησε ένα ζωτικό (εικόνα 2.15). Τα pinwheels με γωνίες αποτελούνται από διαδοχικές γωνίες που έχουν όλες μια κοινή κορυφή για να καλύψουν το μέγεθος μιας στροφής. Οι γωνίες έχουν πλευρές με ίσο ή / και διαφορετικό μήκος (το μήκος των πλευρών μπορεί να είναι διαφορετικό και στον ίδιο περιστρεφόμενο τροχό). Είναι

κατασκευασμένο με διαφορετικό έγχρωμο ύφασμα ή χαρτόνι και η μορφή του εξωτερικού τμήματος είναι ακανόνιστη (εικόνα 2.16). Οι γωνίες συγκρίνονται χρησιμοποιώντας ένα ειδικά κατασκευασμένο και μη συμβατικό "εργαλείο μέτρησης" (σχήμα 2.17) που αποτελείται από δύο τεμάχια ξύλου ενωμένα μεταξύ τους κατά τρόπο που να μπορούν να παραμείνουν σταθεροί σε μια θέση ή να περιστρέφονται. Το εργαλείο μέτρησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την κατασκευή των νέων pinwheels.



Εικόνα 2.15 Pinwheels στην αυλή (Piu, Fregola & Santoro,2016)



Figure 2. Pinwheels consisting of congruent angles



Εικόνα 2.16 Ίσες και άνισες γωνίες από Pinwheels (Piu, Fregola & Santoro, 2016)

Στο αρχικό στάδιο, τα παιδιά και των τριών ομάδων διατυπώνουν τη διαφορά μεταξύ των pinwheels που βρίσκονται στον κήπο και εκείνων στα δύο δωμάτια του κάστρου, δηλαδή μεταξύ αυτών που αποτελούνται από καμπύλες γραμμές και αυτών που αποτελούνται από απεικονίσεις γωνιών. Οι μαθητές και των τριών ομάδων κάνουν υποθέσεις για τις διαφορές των pinwheels εμμένοντας αρχικά στην διαφορά στο χρώμα, στην διαφορά διαστάσεων και σχήματος. Στο δεύτερο στάδιο της δραστηριότητας εισάγεται και το εργαλείο μέτρησης όπου οι μαθητές επιβεβαιώνουν ή διαψεύδουν τις αρχικές τους υποθέσεις. Αφού κατανοούν τι είδους pinwheels αντιστοιχεί στο κάθε δωμάτιο ξεκινούν να το κατασκευάζουν. Χρησιμοποιούν χαρτόνια με διαφορετικά χρώματα και το εργαλείο μέτρησης. Στο τέλος του παιχνιδιού, τα παιδιά συμμετέχουν στην τελική συζήτηση με επικεφαλής τον ερευνητή. Αναφέρονται στην εμπειρία κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, με ιδιαίτερη έμφαση στις ομοιότητες που εντοπίζουν μέσα και ανάμεσα στους άξονες. Με βάση αυτές τις αναφορές, η ομάδα οργανώνει μαζί τα χαρακτηριστικά της γωνίας που προκύπτουν κατά το παιχνίδι και συζητούν τις έννοιες αυτές. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης σύμφωνα με τους ερευνητές δείχνουν ότι τα παιδιά είναι σε θέση να

ερευνούν, να επινοούν και να παρέχουν κάποιες αναπαραστάσεις μιας γωνίας, να συσχετίζουν την γλώσσα, τις έννοιες της και τους ορισμούς της σε πολλαπλά επίπεδα ανάλυσης, εφαρμογών και προκλήσεων. Επιπλέον ξεπερνούν τις παρανοήσεις σχετικά με τις γωνίες και κυρίως την σύνδεση του μήκους των βραχιόνων και το μέγεθος της γωνίας.



Εικόνα 2.17 Εργαλείο μέτρησης γωνιών (Piu, Fregola & Santoro,2016)



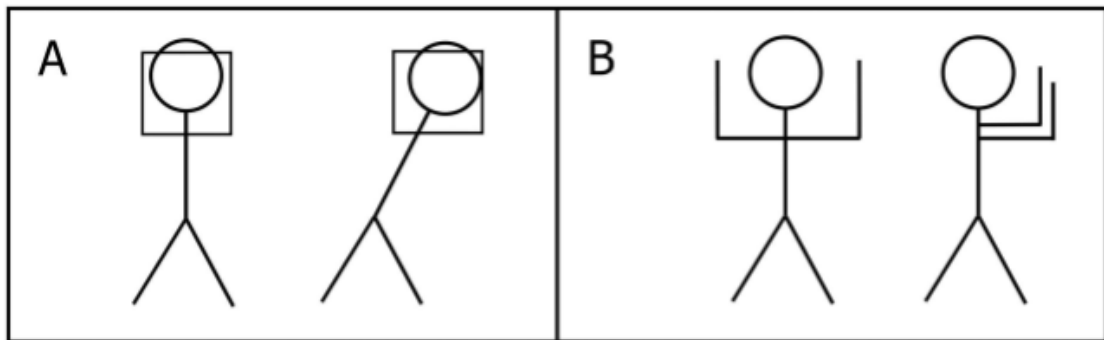
Εικόνα 2.18 Οι μαθητές χρησιμοποιούν το ειδικό εργαλείο μέτρησης γωνιών (Piu, Fregola & Santoro,2016)

Μια άλλη έρευνα είναι και αυτή των Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaska, Padulo & Granić (2018) οι οποίοι πραγματοποιούν μια ενσώματη παρέμβαση και ελέγχουν τα αποτελέσματα μάθησης σε σύγκριση με μια ομάδα ελέγχου. Πιο αναλυτικά δίνουν στους μαθητές ένα pretest και ένα post test για να δουν τις επιδόσεις που αφορούν τα ορθογώνια, τα τετράγωνα και τις περιμέτρους. Τα

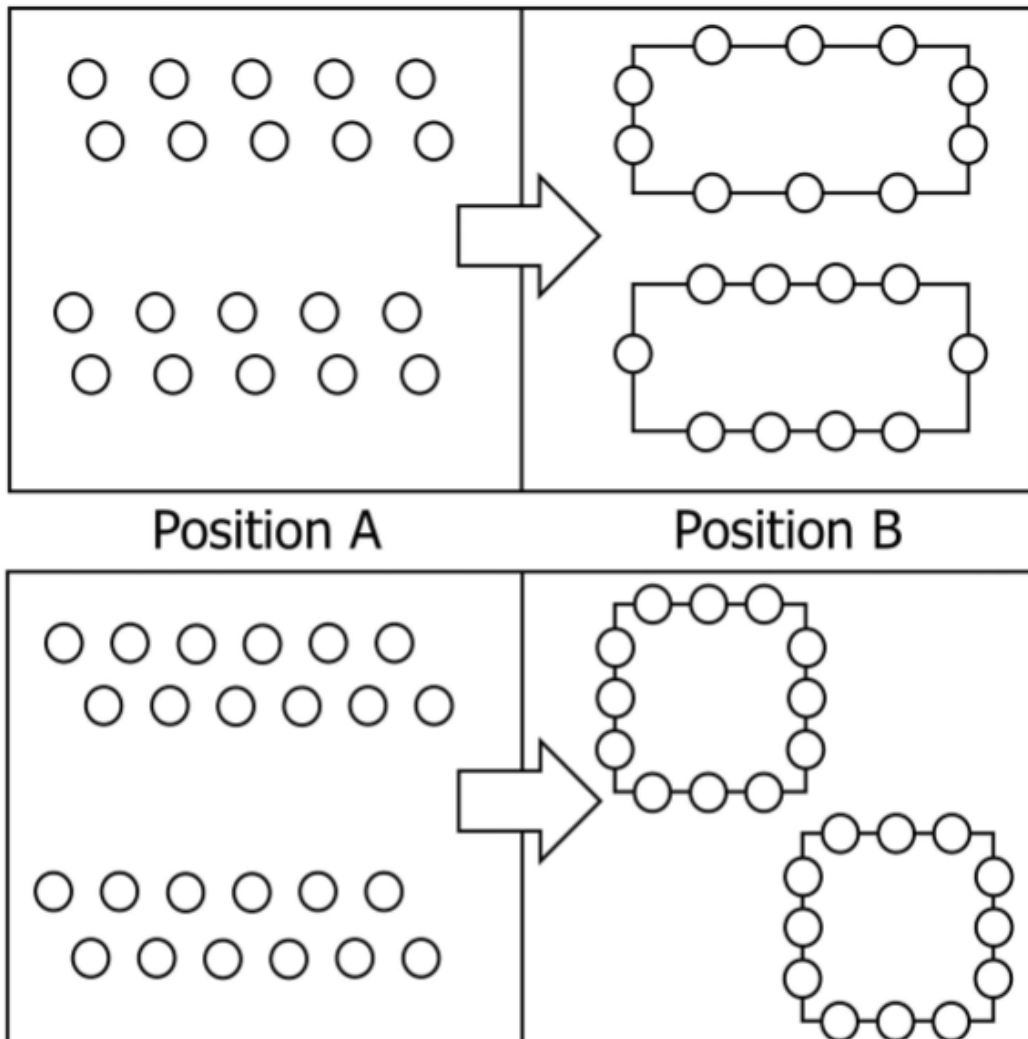
αποτελέσματα δείχνουν σημαντικά στατιστική διαφορά στις επιδόσεις των δύο ομάδων. Το πείραμα περιλαμβάνει τέσσερα ολοκληρωμένα μαθήματα μαθηματικών / γεωμετρία και ΡΑ. Κάθε μάθημα διαρκεί 45 λεπτά και τα μαθήματα γίνονται σε τέσσερις εβδομάδες. Σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών για την τέταρτη τάξη του δημοτικού σχολείου, η διδασκαλία των θεμάτων των ορθογωνίων, των τετραγώνων και των περιμέτρων τους αναμένεται να ολοκληρωθεί σε τέσσερις εκπαιδευτικές συνεδρίες διάρκειας 45 λεπτών το καθένα. Κάθε μάθημα περιέχει εισαγωγικό, προπαρασκευαστικό, κύριο και τελικό μέρος. Πριν από κάθε άσκηση, ο δάσκαλος τοποθετεί όλους τους συμμετέχοντες σε ευθεία γραμμή και κάθε άσκηση εξηγείται αναλυτικά.

Τα εισαγωγικά τμήματα των μαθημάτων (διάρκειας τεσσάρων λεπτών το καθένα) διεξάγονται με τρέξιμο, περπάτημα και άλλες αναθέσεις παιχνιδιών. Σκοπός είναι οι μαθητές να κινηθούν κατά μήκος των άκρων ορθογωνίων και τετραγώνων ενός γηπέδου με διαστάσεις 9×9 μέτρων. Τα προπαρασκευαστικά τμήματα των μαθημάτων (διάρκειας επτά λεπτών το καθένα) πραγματοποιούνται με έξι ασκήσεις στις οποίες οι μαθητές χρησιμοποιούν τα χέρια ή / και τα πόδια τους για να σχηματίσουν μια ορθή γωνία, ένα ορθογώνιο ή / και ένα τετράγωνο (Εικ. 4). Κατά τη διάρκεια του κύριου μέρους των μαθημάτων (διάρκειας 30 λεπτών το καθένα), οι μαθητές αποκτούν γεωμετρικές γνώσεις ορθών γωνιών, ορθογωνίων και τετραγώνων μέσα από διάφορα παιχνίδια (Εικ.2.19). Για παράδειγμα, οι μαθητές ακολουθούν τις λεκτικές οδηγίες του δασκάλου για να ολοκληρώσουν τα καθήκοντα: "Ποια ομάδα μπορεί να σχηματίσει μια σωστή γωνία με την κορυφή στο σημείο Α, χρησιμοποιώντας τα σώματά σας, το συντομότερο δυνατόν;" ή "Ποια ομάδα μπορεί να σχηματίσει ένα ορθογώνιο πιο γρήγορα". Ο νικητής είναι η ομάδα που σχηματίζει πρώτη ένα κανονικό ορθογώνιο. Ομοίως, στο δεύτερο παιχνίδι οι μαθητές έχουν το καθήκον να σχηματίσουν ένα τετράγωνο. Το δεύτερο παιχνίδι αφορά μόνο τετράγωνα. Στόχος είναι οι μαθητές να σχηματίσουν ένα τετράγωνο και να διαπιστώσουν ότι η πλατεία ορίζεται ως μια γεωμετρική μορφή στην οποία οι τέσσερις πλευρές είναι ίσες σε μήκος. Ο νικητής είναι η ομάδα που σχηματίζει πρώτη ένα κατάλληλο τετράγωνο στην περιοχή Β. Τα τελικά τμήματα του μαθήματος (διάρκειας τεσσάρων λεπτών το καθένα) δαπανούνται παίζοντας ένα παιχνίδι όπου οι μαθητές λαμβάνουν το καθήκον να χρησιμοποιούν το σώμα τους για να σχηματίσουν τον μέγιστο αριθμό ορθογωνίων και / ή τετραγώνων από την ομάδα των 12 μαθητών.

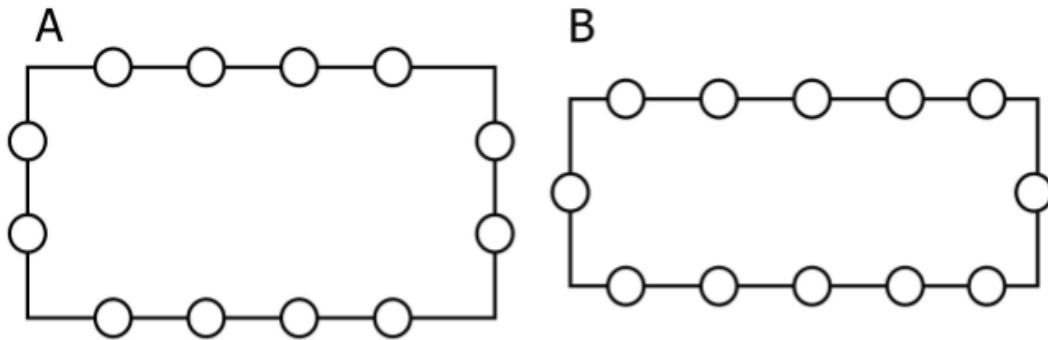
Για παράδειγμα, οι μαθητές ακολουθούν τη λεκτική διδασκαλία του δασκάλου: "Πόσα διαφορετικά ορθογώνια μπορούν να σχηματιστούν από 12 μαθητές;" (Εικ. 7)



Εικόνα 2.19 Χρησιμοποιώντας τα χέρια για την δημιουργία γωνιών (Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaska, Padulo & Granić,2018)



Εικόνα 2.20 Οι απεικονίσεις μέσα από το παιχνίδι (Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaska, Padulo & Granić,2018)



Εικόνα 2.21 Η λύση του παιχνιδιού (Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaska, Padulo & Granić, 2018)

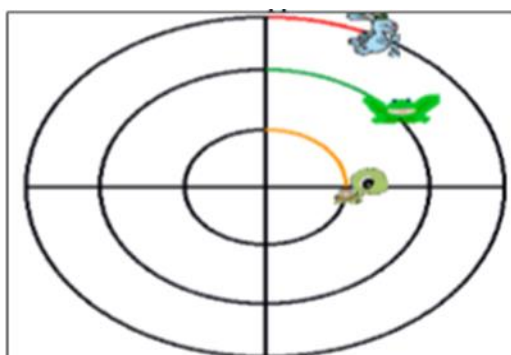
Τα ευρήματα αυτής της έρευνας υποδηλώνουν τις σχέσεις μεταξύ κινητικών και γνωστικών διεργασιών και μαθηματικών δεξιοτήτων, αποδεικνύοντας ότι η κινητική ανάπτυξη και η γνωστική ανάπτυξη είναι ήδη έντονα και δυναμικά αλληλένδετα στην πρόιμη παιδική ηλικία πόρισμα που επιβεβαιώνεται και από τον Kim (όπως αναφέρεται στο Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaskaetal.). Οι Hraste, De Giorgio, Mandić Jelaskaetal τονίζουν ότι η ολοκληρωμένη διδασκαλία είναι μια σύγχρονη μέθοδος διδασκαλίας και πρέπει να διεξάγεται πιο συχνά. Θεωρώντας ότι η μάθηση είναι μια ολοκληρωμένη διαδικασία και δεν αφορά μόνο την απομνημόνευση και τη σκέψη, υποστηρίζουν ότι η μάθηση πρέπει να είναι μια συντονισμένη, συναισθηματική και εμπλουτισμένη εμπειρία, συμπεριλαμβανομένης της σωματικής δραστηριότητας και των κοινωνικών σχέσεων. Με την εφαρμογή των ολοκληρωμένων μεθόδων διδασκαλίας που προτείνουν, θεωρούν πως οι μαθησιακές δυσκολίες που αντιμετωπίζουν πολλοί μαθητές σε αυτά τα θέματα μπορούν να μειωθούν σημαντικά.

Επιπρόσθετα στην έρευνα τους οι Bratitsis, Tatsis & Amanatidou (2012) υπογράμμισαν την ότι η μαθηματική γνώση αρχίζει από τα πρώτα χρόνια και συνεχίζεται να αναπτύσσεται κατά τα πρώτα πέντε χρόνια της ζωής τονίζοντας μάλιστα την δυσκολία κατανόησης που υπάρχει στην έννοιας της γωνίας. Στην εργασία τους λοιπόν προτείνεται μια καινοτόμος προσέγγιση που συνδυάζει υπολογιστές, μουσική και βιωματική κίνηση. Πιο συγκεκριμένα μια εφαρμογή ηλεκτρονικού υπολογιστή που βασίζεται σε Scratch χρησιμοποιείται για τη συμμετοχή των παιδιών σε μια μουσικοκινητική μαθησιακή δραστηριότητα, με στόχο

την εισαγωγή τους στην έννοια της γωνίας. Σκοπός της έρευνας τους είναι να εξεταστεί εάν αυτός ο συνδυασμός διευκολύνει τη διδασκαλία της έννοιας της γωνίας και ποια θέματα είναι δυσκολότερα για τα παιδιά ηλικίας 4-5 ετών να κατανοήσουν.

Οι ερευνητές σημειώνουν το γεγονός ότι τα παιδιά ηλικίας 4-5 ετών χρησιμοποιούν γωνίες διαισθητικά. Οι αντιλήψεις τους για μια γωνία ποικίλλουν και σχετίζονται με: το σχήμα, την κατεύθυνση, την πλευρά ενός σχήματος, το σημείο καμπής κλπ. Στο πλαίσιο πειραματικών προσεγγίσεων, τα παιδιά μπορούν επίσης να διακρίνουν τις γωνίες, επαληθεύοντας την ισότητα τους. Επιπλέον, σε αυτές τις ηλικίες οι διδακτικές προσεγγίσεις είναι συνήθως επικεντρωμένες στο σπουδαστή και βιωματικές. Αξιοποιώντας το γεγονός ότι οι ΤΠΕ αποτελούν πλέον σημαντικό μέρος του σχολικού προγράμματος σπουδών, η προσέγγιση που παρουσιάζεται στην έρευνα προσπαθεί να συνδυάσει υπολογιστές, μουσική και χωροταξικά κίνητρα προκειμένου να εισαγάγουν τα παιδιά 4-5 ετών στην έννοια της γωνίας (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012).

Το τεχνολογικό μέσον που χρησιμοποιείται είναι το Scratch¹, μια πλατφόρμα ενός δωρεάν εργαλείου που αρχικά σχεδιάστηκε για τη διδασκαλία του προγραμματισμού στον υπολογιστή σε μαθητές ηλικίας 7-12 ετών. Το Scratch είναι επίσης, όπως σχολιάζουν οι ερευνητές, μια πολύ εύχρηστη πλατφόρμα για τη δημιουργία διαδραστικών κινούμενων εικόνων, χωρίς πραγματικά να αποκτήσετε δύσκολες τεχνικές προγραμματισμού και γνώσης. Οι εντολές εμφανίζονται ως μπλοκ που μπορούν να διασυνδεθούν σε μια μορφή παζλ. Ένας συνδυασμός μπλοκ αντιστοιχεί σε ένα σενάριο που εκτελείται από έναν χαρακτήρα που εμφανίζεται στο "στάδιο". Έτσι, χρησιμοποιείται θεατρική προσέγγιση για τη δημιουργία διαλογικών εφαρμογών πολυμέσων.



¹ <http://scratch.mit.edu/>

Εικόνα 2.22 Τα τόξα που κινούνται τα πιόνια (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012)

Οι ερευνητές εξηγούν ότι για τον σχεδιασμό του μαθησιακού περιβάλλοντος τραβιούνται τρεις ομόκεντροι κύκλοι και δύο διάμετροι, οι οποίοι διαιρούν τους κύκλους σε 4 τεταρτημόρια (Εικ.2.22). Κάθε κύκλος αντιστοιχεί σε έναν χαρακτήρα. ένα κουνέλι, ένα βάτραχο και μια χελώνα (προς τον εξωτερικό, τον μεσαίο και τον εσωτερικό κύκλο ανάλογα). Η επιλογή του χαρακτήρα βασίζεται στην ταχύτητα κίνησης τους και οι κύκλοι διαφοροποιούνται ανάλογα στις μουσικές αξίες. Κατά συνέπεια, το ταχύτερο κινούμενο κουνέλι τρέχει κατά μήκος του εξωτερικού κύκλου, καλύπτοντας μεγαλύτερη απόσταση (μεγαλύτερο τόξο) από τη χελώνα, στον εσωτερικό κύκλο. Για όσο καιρό η χελώνα καλύπτει ένα τεταρτημόριο, με ένα μεγάλο βήμα (που αντιστοιχεί σε μια πλήρη μουσική νότα), ο βάτραχος καλύπτει το τεταρτημόριό του στον μεσαίο κύκλο με 2 μικρότερα αλλά και ταχύτερα βήματα (που αντιστοιχούν στο $1/2$ του σημείου) το κουνέλι με 4 βήματα (αντιστοιχεί στο $1 / 4$ του σημείου). Ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για κάθε χαρακτήρα για να καλύψει ένα τεταρτημόριο είναι ο ίδιος, σε κάθε περίπτωση, ορίζοντας έτσι τις μουσικές αξίες. Η γωνία που αντιστοιχεί σε αυτές τις κινήσεις είναι επίσης η ίδια (90 μοίρες), ακολουθώντας την ομοιότητα του ήχου. Τέλος, ένα διαφορετικό όργανο συνοδεύει την κίνηση κάθε χαρακτήρα, ώστε οι ήχοι αναγνωρίζονται εύκολα.



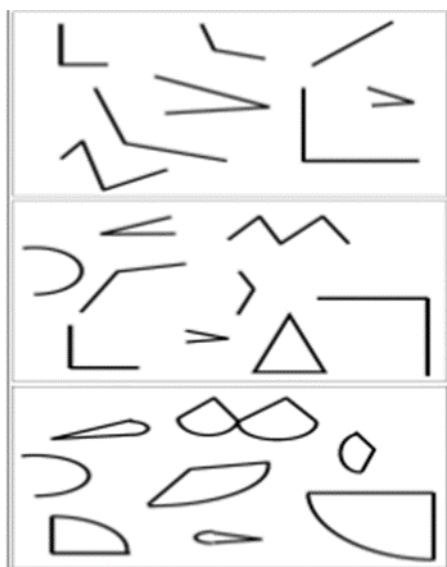
Εικόνα 2.23 Τα πιόνια καθοδόν (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012)

Πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο του υπολογιστή, οι χαρακτήρες κινούνται, καλύπτοντας τη γωνία 90 μοιρών, μεμονωμένα ή ως ομάδα. Ειδικά στην ομαδική κίνηση εμφανίζονται ευθυγραμμισμένες (κινούμενες μαζί με πλήρεις σημειώσεις,

αντίστοιχα $1/2$ και $1/4$) με την κάθε μετακίνηση να είναι σύμφωνη με μια διαφορετική μουσική αξία. Όταν η μουσική σταματά, κάθε χαρακτήρας έχει μετακινηθεί έτσι ώστε να καλύπτει μια γωνία 90 μοιρών, ορίζοντας έτσι ότι η γωνία αντιστοιχεί στη συνολική διάρκεια του ήχου και όχι στον αριθμό των βημάτων ή στο μήκος του τόξου. Ένα άλλο σύνολο πλήκτρων παρουσιάζει τις ίδιες κινήσεις, αλλά όλες οι περιοχές που καθορίζουν τη γωνία είναι έγχρωμες.

Η έρευνα τους διεξήχθη τον Απρίλιο του 2011 σε δημόσιο Νηπιαγωγείο στην πόλη Φλώρινας, στην Ελλάδα, με τη συμμετοχή 14 παιδιών (8 κορίτσια και 6 αγόρια). Όσον αφορά την ηλικία τους, 9 από αυτούς ήταν 5 ετών και 5 ήταν 4 ετών. Τα στοιχεία της έρευνας συλλέχθηκαν μέσω παρατήρησης, εγγραφής βίντεο και φύλλων εργασίας. Η ερευνητική προσέγγιση χωρίζεται σε 4 φάσεις. Στη φάση 1, οι τρεις ομόκεντροι κύκλοι σχεδιάζονται σε ένα μεγάλο κομμάτι χαρτιού ($2,5 \times 2,5$ μέτρα). Η ερευνήτρια, χρησιμοποιεί κάρτες με τις μουσικές αξίες που έβαλε στα κατάλληλα σημεία και εισάγει τα παιδιά σε αυτή την έννοια. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιεί την προσέγγιση χειροκροτήματα για να εξηγήσει τη διάρκεια του ήχου, την καταμέτρηση και τις αξίες. Στη φάση 2, η εφαρμογή Scratch χρησιμοποιείται για να βοηθήσει τα παιδιά να απεικονίσουν τη χρονική διάρκεια κάθε μουσικής αξίας και να τα συνδέσουν με την κίνηση κάθε χαρακτήρα στον αντίστοιχο κύκλο. Στη φάση 3, τα παιδιά αναλαμβάνουν τον ρόλο των χαρακτήρων στην οθόνη, προσπαθούν να κινηθούν παρακολουθώντας τους κύκλους στην κατασκευή χαρτιού που βρισκόταν στο πάτωμα. Κατά τη διάρκεια αυτής της βιωματικής φάσης, μετακινούνται μεμονωμένα ή σε ομάδες, μιμούμενοι το παράδειγμα που είδαν κατά τη διάρκεια της φάσης 2 στον υπολογιστή. Κατά τη διάρκεια της ομαδικής κίνησης κρατάνε έγχρωμες κορδέλες, σύμφωνα με τα χρώματα που χρησιμοποιούνται στην εφαρμογή του υπολογιστή. Κρατάνε το ένα άκρο της κορδέλας τους και ο ερευνητής στέκεται στο κέντρο των κύκλων, κρατώντας το άλλο άκρο και των τριών κορδελών, ενώ τα παιδιά κινούνται κατά μήκος των περιφερειών. Με τη μετακίνηση σύμφωνα με διαφορετικές μουσικές αξίες και κάνοντας έτσι περισσότερα ή λιγότερα βήματα, και τα τρία παιδιά ξεκινούν και ολοκληρώνουν την κίνησή τους ταυτόχρονα. Σε αυτήν την περίπτωση, οι κορδέλες χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση των 2 γραμμών που απεικονίζουν τη γωνία. Στη Φάση 4, κάθε παιδί συμπληρώνει 3 φύλλα εργασίας (Εικ. 2.24) στα οποία πρέπει να διακρίνει όλες τις ίσες γωνίες. Στο φύλλο εργασίας 1, οι ίσες γωνίες αντιμετωπίζουν την ίδια κατεύθυνση, ενώ στο φύλλο εργασίας 2 αντιμετωπίζουν

διαφορετική κατεύθυνση. Στο φύλλο εργασίας 3, οι γωνίες απεικονίζονται με κλειστό σχήμα.



Εικόνα 2.24 Τα τρία φύλλα εργασίας (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012)

Τα ερευνητικά ερωτήματα που διαπιστώνονται είναι τα εξής:

- A) Αν η οπτικοποίηση του υπολογιστή διευκολύνει την κατανόηση του τρόπου μέτρησης μιας γωνίας;
- B) Αν η εισαγωγή του ήχου διευκολύνει την κατανόηση του τρόπου μέτρησης μιας γωνίας.
- Γ) Ποιες είναι οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά όταν προσπαθούν να κατανοήσουν την έννοια μιας γωνίας;
- Δ) Αν μπορεί η έννοια της γωνίας να διδάσκεται στο νηπιαγωγείο.

Οι ερευνητές στο επόμενο στάδιο της έρευνας τους παραθέτουν τα αποτελέσματα, σχολιάζοντας τα παρακάτω. Στην πρώτη φάση, όλα τα παιδιά συμμετέχουν σε μια συζήτηση σχετικά με τις μουσικές αξίες. Μαθαίνουν να μετράνε τα σημεία και τη διάρκεια τους, χτυπώντας τα χέρια τους, κατανοώντας έτσι τα τμήματα (πλήρης, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$). Μετά από περίπου 10 λεπτά, προχωρούν στη Φάση 2 στην οποία παρακολουθούν τους "Ολυμπιακούς Αγώνες των Ζώων", καθώς εισάγεται η εφαρμογή Scratch. Έτσι μπορούν να παρακολουθήσουν την κίνηση των χαρακτήρων, διαχωρίζοντας αν η κίνηση αντιστοιχεί σε πλήρεις σημεία, $\frac{1}{2}$ ή $\frac{1}{4}$. Στη συνέχεια ξεκινάει μια συζήτηση από τον ερευνητή, προσπαθώντας να εισάγει την αντίληψη της

γωνίας στα παιδιά. Μέσω μιας σειράς ερωτήσεων και απαντήσεων, ο ερευνητής προσπαθεί να διευκολύνει την κατανόηση της μέτρησης της γωνίας, προσπαθώντας να βοηθάει τα παιδιά να αποφασίσουν ποιες από τις εμφανιζόμενες γωνίες είναι ίσες ή όχι. Η διάρκεια της Φάσης 2 είναι περίπου 15 λεπτά. Στη φάση 3, τα παιδιά αναλαμβάνουν τον ρόλο των χαρακτήρων των εφαρμογών πληροφορικής, κινούνται στους κύκλους που σχεδιάζονται με τη δομή του χαρτιού. Κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας, παρακολουθούν επίσης την εφαρμογή ηλεκτρονικού υπολογιστή, προσπαθώντας να κατανοήσουν τις κινήσεις και να ενεργήσουν αναλόγως. Στο τελευταίο μέρος αυτής της δραστηριότητας, 3 παιδιά περπατούν στους 3 κύκλους, κρατώντας μια χρωματιστή κορδέλα το καθένα. Αυτή η δραστηριότητα οδηγεί σε μια συζήτηση σχετικά με το αν οι γωνίες που σχηματίζονται από τις κορδέλες είναι ίσες ή όχι. Τέλος, τα φύλλα εργασίας ολοκληρώνονται.

Όσον αφορά τα τέσσερα ερευνητικά ερωτήματα τα συμπεράσματα είναι τα εξής. Η οπτικοποίηση μέσω της εφαρμογής ηλεκτρονικών υπολογιστών διευκολύνει τη συμμετοχή με την ενίσχυση του κινήτρου των παιδιών, καθώς το αντιλαμβάνονται ως παιχνίδι. Επιπλέον, τους βοηθάει να κατανοήσουν πλήρως τις μουσικές αξίες. Είναι μάλλον εύκολο για τα παιδιά να μετρήσουν τα βήματα των χαρακτήρων και να μιμηθούν τις πράξεις τους κατά τη διάρκεια της Φάσης 3. Από την άλλη πλευρά, όσον αφορά τη διευκόλυνση της πλήρους κατανόησης της έννοιας της Γωνίας, η απεικόνιση δεν βοηθάει. Αντίθετα, σε ορισμένες περιπτώσεις φαίνεται να ενισχύει ορισμένες παρανοήσεις των παιδιών σχετικά με τις γωνίες.

Για το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα τα στοιχεία της έρευνας δείχνουν ότι τα παιδιά βοηθούνται σημαντικά στην κατανόηση των μουσικών αξιών, μέσω της εφαρμογής του υπολογιστή και της βιωματικής δραστηριότητας. Οι ήχοι πρέπει να επιλέγονται κατά τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να μπορούν εύκολα να διακρίνονται, ακόμα και αν παίζονται ταυτόχρονα. Επιπλέον, τα παιδιά δεν φαίνεται να επικεντρώνονται τόσο στην ηχητική ανάδραση όσο στην οπτική και στις κινήσεις των χαρακτήρων στο συνολικό πλαίσιο (Ολυμπιακοί Αγώνες των Ζώων). Έτσι εστιάζουν περισσότερο στην καταμέτρηση των βημάτων που γίνονται. Θεωρείται λοιπόν ότι το οπτικό μέρος της δραστηριότητας κυριάρχησε έναντι του ηχητικού.

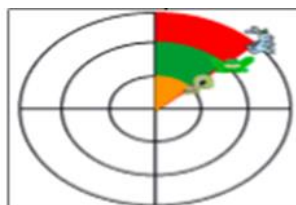
Για το τρίτο ερευνητικό ερώτημα όπου εξετάζονται ποια από τα εξής ζητήματα δυσκολεύουν περισσότερο την κατανόηση της έννοιας της γωνίας: Η περιστροφή των γωνιών, οι περιοχές που περικλείονται από τις δύο γραμμές που αποτελούν μια γωνία ή το γεγονός ότι κάποιες γωνίες "κλείνονται" από το αντίστοιχο

τόξο ; Εξετάζοντας τα φύλλα εργασίας, ένα συγκεκριμένο συμπέρασμα είναι ότι το τόξο κλεισίματος εμποδίζει τα παιδιά ενώ η περιστροφή των γωνιών (φύλλο εργασίας 2) δεν εμποδίζει καθόλου τα παιδιά. Οι επιδόσεις τους στα φύλλα εργασίας 1 και 2 είναι παρόμοιες. Σχεδόν οι μισοί από αυτούς βρήκαν όλα τα ίσα ζεύγη και μόνο ένα δεν βρήκε κανένα ζευγάρι. Το 3ο φύλλο εργασίας ήταν "πιο δύσκολο", όπως είπε αυθόρμητα ένα παιδί. Το γεγονός ότι υπάρχει ένα τόξο, που απεικονίζει το άνοιγμα της γωνίας, μπερδεύει τα παιδιά που θεωρούν ότι είναι τρίγωνα. Μόνο 4 στους 14 κατάφεραν να βρουν τα σωστά ζευγάρια. Επίσης, φαίνεται ευκολότερο για αυτούς να βρουν ίσα ζεύγη οξείων γωνιών και όχι ορθών ή αμβλειών γωνιών. Είναι προφανές ότι σε αυτή την περίπτωση συγκρίνουν το μέγεθος των τριγωνικών και όχι των πραγματικών γωνιών, δημιουργώντας έτσι λανθασμένα συμπεράσματα. Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα παρουσιάζεται στο σχήμα 2.25.



Εικόνα 2.25 Οι παρανοήσεις των μαθητών για το μέγεθος των γωνιών (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012)

Ένα άλλο ενδεικτικό παράδειγμα του τρόπου με το οποίο το τόξο κλεισίματος συγχέει τα παιδιά απεικονίζεται στο σχήμα 2.26. Το στιγμιότυπο οθόνης δείχνει 3 επικαλυπτόμενες, χρωματισμένες περιοχές που αντιστοιχούν στην ίδια γωνία. Αυτή η απεικόνιση συγχέει τα παιδιά, οδηγώντας τους στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν 3 διαφορετικές γωνίες.



Εικόνα 2.26 Η σύγχυση μεταξύ του τόξου κλεισίματος και το μέγεθος της γωνίας (Bratitsis, Tatsis & Amanatidou, 2012)

Για το τέταρτο ερώτημα τέλος, όπου αφορά την καταλληλότητα της ενσωμάτωσης της έννοιας της γωνίας στο νηπιαγωγείο, μέσω μουσικών δραστηριοτήτων που βασίζονται στον υπολογιστή οι Bratitsis, Tatsis & Amanatidou (2012) υπογραμμίζουν το γεγονός ότι η γωνία είναι μια δύσκολη ιδέα για να διδάξει ο δάσκαλος και να καταλάβουν τα παιδιά. Το κύριο πρόβλημα που εντοπίζεται είναι η σύγχυση με τα τρίγωνα, όταν εμφανίστηκε ένα τόξο κλεισίματος. Ο συνδυασμός της μουσικής και της κίνησης, κατά τη διάρκεια της βιωματικής φάσης, με την υποστήριξη της εφαρμογής υπολογιστών, βοηθάει τα παιδιά να καταλάβουν πώς να χωρίζουν τους κύκλους σε τομείς. Αυτό είναι ένα σημαντικό βήμα προς την κατανόηση του τρόπου μέτρησης μιας γωνίας. Η γνωστική σύγκρουση για τα παιδιά είναι εμφανής. Επίσης, η χρήση χρωματισμένων χώρων φαίνεται να μπερδεύει τα παιδιά περισσότερο, αντί να βοηθά στη συνέχεια να κατανοήσουν την έννοια της γωνίας. Έτσι, η τελική παρατήρηση είναι ότι η χρήση τόξων, βιωματικών και μαθησιακών προσεγγίσεων, με τη χρήση των ΤΠΕ ως υποστηρικτικού υλικού, έχει τη δυνατότητα να ενεργοποιήσει τις κατάλληλες γνωσιακές διαδικασίες, έτσι ώστε τα παιδιά αυτής της ηλικίας να καταλάβουν πώς μια γωνία μετράτε και τότε δύο γωνίες θεωρούνται ίσες. Οι χρονικοί περιορισμοί τονίζουν συνεχίζοντας ότι δεν επιτρέπουν τη διεξαγωγή περισσότερων μελετών, όπου εργάζονται σε περισσότερα από ένα τεταρτημόρια των κύκλων, αλλά αυτό αφήνει μερικές ενδιαφέρουσες ανοικτές ερωτήσεις για μελλοντική έρευνα.

Κλείνοντας την έρευνα τους οι μελετητές επισημαίνουν τον στόχο της μελέτης τους. Στόχος τους λοιπόν ήταν η οπτικοποίηση που παρέχεται από την εφαρμογή Scratch και η σύνδεση με τους διαφορετικούς ήχους και το χρόνο μουσικής για να διευκολυνθεί η κατανόηση της έννοιας της γωνίας. Οι κινούμενοι χαρακτήρες (που προέρχονται από το γνωστό παραμύθι με το κουνέλι και τη χελώνα) περνάνε άνισες διαδρομές, σε θέματα μήκους, αλλά αρχίζουν και τελειώνουν ταυτόχρονα, ανεξάρτητα από τον αριθμό των βημάτων που κάνουν. Με τον τρόπο αυτό, η εστίαση των παιδιών επιχειρεί να μετατοπιστεί από το μήκος των πλευρών των γωνιών στο πραγματικό άνοιγμά τους. Φαίνεται να καταλαβαίνουν ότι οι εμφανιζόμενες γωνίες είναι ίσες όταν χρησιμοποιούνται τα τόξα (Εικόνα 1) εστιάζοντας στους ήχους, τον χρόνο και, συνεπώς, τον αριθμό των βημάτων. Όταν χρησιμοποιούνται οι επισημασμένες περιοχές (Εικόνα 5), γίνεται φανερό ότι τα παιδιά προβάλλουν τις παρανοήσεις τους για μεγαλύτερα και μικρότερα τρίγωνα και έτσι δεν είναι σε θέση

να αναγνωρίσουν αν οι γωνίες είναι ίσες ή όχι. Το ίδιο συμπέρασμα μπορεί να συναχθεί από την απόδοσή τους κατά την ολοκλήρωση των φύλλων εργασίας. Είναι σε θέση να αναγνωρίσουν ίσες γωνίες με διαφορετικές πλευρές, αλλά όχι όταν οι γωνίες κλείνονται με τόξο. Συμπερασματικά, η χρήση των τόξων κλεισίματος φαίνεται να ενισχύει την αντίληψη των παιδιών για το μέγεθος του τριγώνου, ενώ η χρήση της μουσικής φαίνεται να καλύπτει εν μέρει την εσφαλμένη αντίληψη του μεγέθους των πλευρών των γωνιών. Μια επερχόμενη μελέτη στην οποία θα επισημανθούν τα τόξα και ίσως δεν θα εμφανιστούν όλοι οι κύκλοι μπορεί να αποσαφηνίσει ή / και να γενικεύσει αυτό το εύρημα, παρέχοντας έτσι μια μέθοδο αρχικής προσέγγισης της έννοιας της γωνίας σε παιδιά αυτής της ηλικίας.

3.ΤΟ ΣΩΜΑ

Από τον Αριστοτέλη μέχρι σήμερα, οι ερευνητές έχουν αναγνωρίσει την υπεροχή της επαφής στην ανθρώπινη εμπειρία: «Κανένα έμβιο άτομο στον κόσμο δεν μπορεί να επιβιώσει για μια στιγμή χωρίς να αγγίζει, δηλαδή χωρίς να αγγίζεται» (Derrida, 2005, σελ. 140, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Ενώ είναι δυνατόν να ζούμε χωρίς να βλέπουμε, να ακούμε, να δοκιμάζουμε και να μυρίζουμε, "δεν μπορούμε να επιβιώσουμε μια στιγμή χωρίς να είμαστε σε επαφή και με επαφή" (σελ. 140, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Οι αισθήσεις από τα μάτια και άλλα εξωτερικά όργανα έρχονται να συντονιστούν με τις αισθήσεις της αφής, ειδικά με την αφή που προέρχεται από τα χέρια. Αλλά αυτός ο συντονισμός δεν είναι το αποτέλεσμα ενός εποικοδομητικού νου, ο οποίος δεν θα ήξερε ότι η εισροή από τα χέρια και τα μάτια αναφέρεται στο ίδιο πράγμα στον κόσμο. Πρόκειται για ένα πιο πρωτότυπο "εγώ" στο οποίο ο συντονισμός έρχεται: "Η σκέψη του πόλου της συνείδησης γεννιέται με την εκδήλωση που καθιστά ορατή χωρίς να το γνωρίζει ή να το θέλει και ίσως χωρίς να μπορεί να το πράξει" (Marion, 2002, σελ. 265, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010).

Η Freitas&Sinclair 2013 όρισαν την σκέψη ως «σωματική δραστηριότητα» και πρότειναν την μελέτη του εγκεφάλου ως νομοθέτη μιας τέτοιας σωματικής δραστηριότητας. Οι θεωρίες της ενσώματης συχνά οδηγούν σε νευροεπιστημονικούς λόγους ως αίτια της μάθησης, δεδομένου ότι ο εγκέφαλος χαρακτηρίζεται εμφανώς στην ανθρώπινη και σωματική δραστηριότητα. Η πρόσφατη έρευνα σχετικά με την «ενσώματη θεωρία προσομοίωσης» (Gallese&Lakoff, 2005, όπως αναφέρεται στο Freitas&Sinclair, 2013) στοχεύει να δείξει πώς το κινησοαισθητηριακό σύστημα είναι συνδεδεμένο με την εννοιολογική γνώση, όπου η κατάκτηση της οφείλεται σε δραστηριότητες του εγκεφάλου. Αναλυτικότερα αναφέρεται ότι η ενεργοποίηση διαφόρων νευρικών φλοιικών δικτύων μπορεί να επιτρέψει στο άτομο την ικανότητα να διακρίνει, , και τελικά να νομιμοποιήσει τα αντικείμενα, τα γεγονότα και την κατάσταση των πραγμάτων στον κόσμο. Ωστόσο αυτή η θέση ενώ προσπαθεί να επηρεάσει το κέντρο (προ-συνειδητή αντίληψη) και ένα είδος γνώσης μέσα στο σώμα, καθιστά δυνατή μια αναγωγική και ντετερμινιστική αξίωση για τη νευροβιολογία της μάθησης και την εγκεφαλική δραστηριότητα. Μια τέτοια προσέγγιση όμως μπορεί να υποβαθμίσει τους κοινωνικοπολιτιστικούς παράγοντες που εμπλέκονται στην εκμάθηση. Για αυτό θα πρέπει να υπάρξουν έρευνες που να

γεφυρώνουν το χάσμα μεταξύ της νευροεπιστήμης και της κοινωνικο-πολιτισμικής συνιστώσας.

Το ανθρώπινο σώμα είναι, τελικά, μια κοινωνική εμπλοκή και κάθε θεωρητική προσέγγιση που προσπαθεί να καταλάβει το ρόλο της στην τάξη θα πρέπει να αντιμετωπίσει αυτό το κοινωνικοπολιτικό ζήτημα. Οι κοινωνικοπολιτιστικοί θεωρητικοί όλων των ειδών έχουν υποστηρίξει ότι η έρευνα για την εκπαίδευση των μαθηματικών πρέπει να μελετήσει τις ενσωματωμένες εμπειρίες των μαθητών, των οποίων τα σώματα είναι πάντα ήδη συμπεριλαμβανόμενα στο κοινωνικό σώμα (Walkerdine, 1988, Mendick, 2006, όπως αναφέρεται στο Freitas&Sinclair, 2013). Οι ιδέες και οι συνεισφορές αυτού του έργου είναι αναμφισβήτητες, αποκαλύπτοντας τους πολύπλοκους τρόπους με τους οποίους η επικοινωνία των μαθητών με τα μαθηματικά διαμεσολαβείται και συντίθεται μέσω του λόγου (Freitas&Sinclair, 2013). Ωστόσο προσθέτουν οι ερευνητές ότι πολλές κοινωνικοπολιτιστικές θεωρητικές προσεγγίσεις στην εκπαίδευση των μαθηματικών, παρά τις ιδέες τους, έχουν συχνά επηρεαστεί από τις αντιλήψεις του λόγου που περιορίζουν όλες τις οντολογικές αξιώσεις για το σώμα. Συγκεκριμένα ο Sfard (2008, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2013) επαναπροσδιορίζει τη σκέψη ως ενσώματη δραστηριότητα και μετατοπίζει αποτελεσματικά την εστίαση από την ατομική αναγνώριση στην κοινωνική αλληλεπίδραση, αλλά τονίζει ότι η διερεύνηση της μαθηματικής δραστηριότητας είναι σχεδόν εξ ολοκλήρου γλωσσολογική. Ο Hwang και ο Roth (2011, όπως αναφέρεται στο Freitas&Sinclair, 2013) αναγνωρίζουν αυτό το ζήτημα στις κοινωνικο-πολιτιστικές σπουδές, υποστηρίζοντας ότι οι λογοκεντρικές ερμηνείες της προσέγγισης του Vygotsky συχνά συγχέουν ή μειώνουν τη σκέψη στη γλώσσα και επομένως εκμηδενίζουν το σώμα και το ρόλο του στη μάθηση.

Ο Roth (2010) κάνει αναφορά στην έρευνα του, για την διαδρομή που ακολουθεί κάποιος για να κατανοήσει την έννοια του κύβου, στον κονστρουκτιβισμό και στον Καντδιερωτώντας πώς το μυαλό μπορεί να ξέρει ότι αυτό που έχει κατασκευάσει σχετίζεται με οτιδήποτε στον κόσμο; Επειδή οι κοινωνικοί κονστρουκτιβιστές (π.χ., Cobb, 1999) δεν μπορούν να απαντήσουν σε αυτή την ερώτηση, γίνεται αποδεκτή η απάντηση ότι μόνο η ύλη και η χρησιμότητα έχουν σημασία παρά οι πραγματικές σχέσεις. Αλλά αν αυτό ισχύει τότε το ερώτημα είναι πώς μπορεί το μυαλό να αλληλεπιδράσει με τον φυσικό κόσμο, πώς μπορεί το αφηρημένο μυαλό να χειριστεί το σώμα και τις αισθήσεις και να δοκιμάσει τη γνώση του στον κόσμο; (Roth, 2010) Στην κονστρουκτιβιστική προσέγγιση του Καντ, το

γνωστό αντικείμενο και το άγνωστο αντικείμενο είναι μόνο δύο αφαιμάξεις και μια πραγματική, θετική σχέση μεταξύ των δύο δεν υπάρχει (Maine de Biran, 1859a, b, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Ο διαχωρισμός μεταξύ του εσωτερικού και του εξωτερικού, του νου και του σώματος, είναι εγγενής στην πνευματολογική προσέγγιση. Ο Roth συμπληρώνει ότι μια υλιστική φαινομενολογική προσέγγιση θεωρεί την γνώση ξεκινώντας με πολύ πρωτόγονες μορφές εμπειριών που προηγούνται του νου και της πρόθεσης.

Από πολλές δεκαετίες πριν μάλιστα θεωρείται ότι η σάρκα αυτο-επιηρεάζει τον εαυτό της στη μετακίνηση πριν από οποιαδήποτε πρόθεση να κινηθεί (σκεφτείτε το νεογέννητο παιδί μετακινώντας τα χέρια του με φαινομενικά τυχαίο τρόπο). Από αυτή την αυτο-αγάπη της σάρκας προκύπτει πρόθεση, μια αίσθηση του "μπορώ": Ένα χέρι ή ένα πόδι κινείται επειδή μπορεί, το μάτι ψάχνει και βλέπει επειδή μπορεί να ψάξει. Αυτό είναι που ο Merleau-Ponty (1964, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010) έχει συνειδητοποιήσει κοντά στο τέλος της ζωής του και πριν να μπορέσει να πάρει την ιδέα περαιτέρω. Στις σημειώσεις που συνοδεύουν το χειρόγραφο του *Le visible et l'invisible*, παρατηρεί ότι πρέπει να επανέλθει και να αναθεωρήσει την ανάλυση του κύβου. Αυτή η ανάλυση θα έδειχνε ότι η ενσάρκωση, η σάρκα, είναι η απαραίτητη προϋπόθεση για έναν κόσμο: "Το όραμα και το σώμα εξέρχονται από το ίδιο όν, το οποίο είναι, μεταξύ άλλων, κύβος" (σελ. 252, αρχική έμφαση). Δεν αντιλαμβάνομαι μόνο έναν κύβο, εκεί έξω, αλλά, κατά την αντίληψη, αντιλαμβάνομαι τον εαυτό μου, την αντίληψή μου. Είναι το αντικείμενο που αργότερα έχω φτάσει να ονομάσω έναν κύβο που έχει διδάξει τα μάτια και τα χέρια μου για να ακολουθήσει τα περιγράμματα του, έτσι ώστε να το αναγνωρίσουν όταν το βλέπουν ή το νιώθουν και πάλι. "Είναι για τη σάρκα μου, το όραμά μου, ότι μπορεί να υπάρχει ο ίδιος ο κύβος" (σελ. 253). Η σάρκα, η έδρα των αισθήσεων, είναι επίσης η πηγή της κίνησης που υποκρύπτει τις αισθητικές εντυπώσεις, έτσι ώστε η κίνηση να εμφανίζεται στην ενεργοποίηση των αισθήσεων, ειδικά εκείνη της επαφής, το προνόμιο της οποίας μοιράζεται με όλες τις άλλες αισθήσεις (Henry, 1965, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Μάθαμε να βλέπουμε τρεις διαστάσεις - τις οποίες βλέπουμε ακόμη και όταν παρουσιάζονται με επίπεδες φωτογραφίες, σχέδια, εικόνες και πίνακες ζωγραφικής - ακριβώς λόγω της οργάνωσης του οράματος με την εμπειρία της κίνησης και της αφής. Στην υλική φαινομενολογική προσέγγιση, το άγγιγμα είναι το κύριο όργανο λήψης νοήματος (Maine de Biran, 1841, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Όλες οι κινήσεις που εκτελούνται από το χέρι, όλες οι

θέσεις που έχει πάρει τρέχοντας κατά μήκος του στερεού, μπορούν να επαναληφθούν κατά βούληση απουσία του στερεού" (Maine de Biran, 1859b, σελ. 147. όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Στην πραγματικότητα, "οι μνήμες μιας πράξης περικλείουν μέσα της την αίσθηση της δύναμης που απαιτείται για να την επαναλάβει" (σελ. 474). Την επόμενη φορά που εκτελείται η κίνηση, η ανανεωμένη προσπάθεια θα είναι μικρότερη και ο κινητήρας που έχει εκδώσει το κίνημα δεν μπορεί παρά να αναγνωρίσει τη διαφορά ως δική του βούληση, πρόθεση (Roth, 2010).

Αυτή η μορφή μνήμης πρέπει να διακρίνεται από ένα δεύτερο είδος μνήμης, αυτό που οι άνθρωποι είναι πιο εξοικειωμένοι, μια μνήμη που διαμεσολαβείται από κάποιο σημάδι, μια μορφή εκπροσώπησης, είτε πρόκειται για μια εσωτερική (λέξη, εικόνα) είτε για μια εξωτερική (ένας κόμπος στο μαντίλι, σημείωμα σε χαρτί). Αυτή η δεύτερη μορφή μνήμης εξαρτάται και ενεργοποιείται από την πρώτη, η οποία είναι το ίχνος του τρόπου με τον οποίο διαμορφώθηκε η μνήμη αρχικά. Η γνώση ενσωματώνεται ακριβώς εξαιτίας αυτής της εξάρτησης, η οποία γεφυρώνει την ρητή αναπαράσταση και την πρόθεση με τις ικανότητες της σάρκας. (Henry, 2010, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010)

Επιπρόσθετα ο Malafouris (2008, όπως αναφέρεται στο Freitas&Sinclair, 2018) με βάση τόσο τα αρχαιολογικά ευρήματα όσο και τη νευροεπιστήμη, προσφέρει μια νέα εννοιολογική γέφυρα μεταξύ των βιολογικών και κοινωνικών παραγόντων, ανανεώνοντας την έννοια του σώματος από την άποψη της δέσμευσης υλικού. Στην έννοια του «εκτεταμένου εαυτού», ο Malafouris οραματίζεται το όριο του λαμβανόμενου-παραχωρούμενου ως «μεταβλητό και επεκτάσιμο στον εξωτερικό κόσμο αντί να σταθεροποιείται στην επιφάνεια του δέρματος» (σελ. 1994). Αυτή η νέα έννοια του εαυτού (και του σώματος) αποφεύγει την έννοια ενός απομονωμένου ανθρώπινου παράγοντα που ενεργεί στον αδρανή και άψυχο κόσμο. Με την επέκταση αυτή του εαυτού, ο Malafouris προσπαθεί να εξετάσει τους τρόπους με τους οποίους ο εαυτός που βρίσκεται είτε μέσα είτε εκτός του εγκεφάλου / σώματος, είναι διαρκώς εγκλωβισμένος μέσα στο μυαλό, στα όργανα και στα ερεθίσματα και επομένως μη αναστρέψιμος σε οποιοδήποτε από αυτά τα τρία στοιχεία που λαμβάνονται μεμονωμένα. Υποστηρίζει δηλαδή πως η γνώση δεν καταφέρνει να διαλύσει τα οντολογικά όρια και παραμένει έτσι παγιδευμένη μέσα στα βιολογικά όρια του ατόμου. Ο Malafouris επιχειρεί να εξετάσει πώς ο εαυτός είναι σωστά ενεργοποιημένος μέσω της ενσώματης δραστηριότητας.

Ο Malafouris προσφέρει τόσο αρχαιολογικές όσο και νευροεπιστημονικές αποδείξεις για τα αποτελέσματα της ενσωμάτωσης άψυχων αντικειμένων στα αντικείμενα σχήματος του σώματος όπως δαχτυλίδια, σπαθιά και εργαλεία. Υπογραμμίζει ότι όχι μόνο η χρήση των άψυχων αντικειμένων προκαλεί ανασχηματισμό στον εγκέφαλο, αλλά η προσωπική κατοχή αυτών των άψυχων αντικειμένων μπορεί να γίνει «συνύπαρξη με το σώμα» (σελ. 1998, όπως αναφέρεται στο Freitas&Sinclair, 2013). Οι ερευνητές επιπλέον παραθέτουν ότι όταν κάποιος σκέφτεται τους μαθητές να υπολογίζουν σε ένα άβακα ή να σχεδιάζουν έναν κύκλο με πυξίδα, οι συνέπειες αυτής της γραμμής σκέψης στην έρευνα για την εκπαίδευση των μαθηματικών είναι πως αυτά τα εργαλεία γίνονται μέρη του μαθητή, αλλάζοντας για πάντα την σύσταση του σώματός τους. Προχωρώντας λίγο περισσότερο, για παράδειγμα, η κοινή πρακτική απαγόρευσης της αριθμομηχανής στη δοκιμασία δεν είναι τόσο διαφορετική από την κάλυψη των ματιών ή τη σύνδεση του βραχίονα. Τα ανθρώπινα σώματα αντιμετωπίζουν συνεχώς, εμπλέκονται και μάλιστα συγχωνεύονται με άλλα αντικείμενα που οδηγούν κατά επέκταση τα όρια του σώματός να επεκτείνονται μέσω αυτών των συνδέσεων (de Freitas & Sinclair, 2012).

Οι Freitas & Sinclair (2013) καταλήγουν να συμφωνούν με την άποψη του Ellsworth (2005, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2013) που υποστηρίζει ότι το πρόγραμμα σπουδών πρέπει να αντιμετωπίσει το χάσμα μεταξύ της εννοιολογικής γνώσης και των ενσώματων εμπειριών της μάθησης. Αυτό το χάσμα είναι μοναδικά αισθητό στην εκπαίδευση των μαθηματικών όπου θεωρείται η εννοιολογική γνώση εξαρτημένη από τα προγράμματα σπουδών και οι έννοιες τυπικά άυλες και αδρανείς αφαιρέσεις που αποκτήθηκαν μετά από μια σειρά «συγκεκριμένων» δραστηριοτήτων. Κάτι που οδηγεί σε μια κατάσταση υποβίβασης του σώματος και αφαίρεσης ζωτικών λειτουργιών. Οι ερευνητές λοιπόν έρχονται σε αντίθεση με αυτήν την εικόνα των εννοιών ως αφαιρέσεων, υποστηρίζοντας ότι η πράξη αφαίρεσης βασίζεται σε μια υπερβολικά απλή αντίληψη. Γεγονός που γίνεται αντιληπτό αν σκεφτεί κανείς και την ρητορική της αφαίρεσης κατά την Αριστοτελική όπου υποβαθμίζει το ανθρώπινο σώμα και θεωρεί ότι η έννοια βρίσκεται μακριά από αυτό. Ο Ellsworth έτσι διακρίνει δύο κατηγορίες γνώσεων που πρέπει ωστόσο να συνδυαστούν για να παραχθεί η κατάκτηση της γνώσης. Αυτή των πράξεων αναγνώρισης (εννοιολογική γνώση) και αυτή των πράξεων συνάντησης (ενσώματη γνώση).

3.1.Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΙ Η ΜΑΘΗΣΗ ΓΩΝΙΩΝ

Πολλές είναι οι έρευνες όπως φαίνεται παραπάνω που επέλεξαν την ενσώματη διδασκαλία για την κατάκτηση της γνώσης των γωνιών. «Η σκέψη δεν είναι μια διαδικασία που λαμβάνει χώρα «πίσω» ή «κάτω» από την σωματική δραστηριότητα, αλλά είναι η ίδια η σωματική δραστηριότητα» (Nemirovsky & Ferrara 2009, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2011).

Η ανθρώπινη γνώση είναι βαθιά ριζωμένη στις αλληλεπιδράσεις του σώματος με το φυσικό περιβάλλον του (Gallagher, 2005, Wilson, 2002, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Πολλοί ερευνητικοί τομείς υποστηρίζουν τώρα το δόγμα ότι η ενσώματη διαδικασία είναι μια ισχυρή υποστήριξη της γνώσης. Οι διάφοροι τομείς περιλαμβάνουν όπως αναφέρουν οι Lindgren & Glenberg (2013) νευροεπιστήμες (Decety & Grèzes, 2006), γνωστική ψυχολογία (Barsalou, 2008, Glenberg, 2010), κοινωνική ψυχολογία (Niedenthal, Barsalou, Winkielman, Krauth-Gruber, 2005), γλωσσολογία (Lakoff & Johnson, 1980), μαθηματικά (Lakoff & Nunez, 2000), χειρονομία (Goldin-Meadow, 2009, Hostetter & Alibali, 2008) , 2006, Winters, 2008). Τονίζουν ότι όταν τα κατάλληλα αισθητικοκινητικά συστήματα εμπλέκονται, οι συγκλίνουσες είσοδοι μπορούν να δημιουργήσουν ισχυρότερα και πιο σταθερά ίχνη μνήμης και αναπαραστάσεις γνώσης (βλέπε Abrahamson, Gutiérrez, Charoenying, Negrete & Bumbacher, 2012, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Η ενσώματη μάθηση επιπλέον βασίζεται σε μεθόδους πολυτροπικής κωδικοποίησης και πρόσφατες μελέτες δείχνουν ότι οι μαθησιακές δραστηριότητες που περιλαμβάνουν υψηλά επίπεδα ενσωμάτωσης οδηγούν σε μεγαλύτερη πιθανότητα ανάκτησης και διατήρησης της γνώσης (Lindgren & Glenberg, 2013).

Η υλοποίηση - η υιοθέτηση των γνώσεων και των εννοιών μέσω της δραστηριότητας του σώματός μας - είναι μια ισχυρή δύναμη για μάθηση (Abrahamson & Lindgren, στον Τύπο Alibali & Nathan, 2012, Glenberg, Gutierrez, Levin, Japuntich, & Kaschak, Meadow, 2009, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Τα τελευταία χρόνια δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στις μεθόδους διδασκαλίας που ενσωματώνουν τον οργανισμό μέσω προσπαθειών για την οικοδόμηση ουσιαστικών συνδέσεων μεταξύ της σωματικής δραστηριότητας και των σημαντικών αρχών και σχέσεων σε τομείς όπως η μαθηματική και η επιστήμη (π.χ. Goldin - Meadow, Cook & Mitchell, 2009, Liben, Kastens & Christensen, 2011, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Αυτή η τάση στην ενσωματωμένη

μάθηση ενισχύεται από την εμφάνιση νέων τεχνολογιών και διεπαφών που δέχονται φυσική κίνηση (δηλαδή χειρονομίες, επαφή, τοποθέτηση του σώματος) ως εισροή σε διαδραστικά ψηφιακά περιβάλλοντα. Μια τέτοια κατηγορία νέων τεχνολογιών, που ονομάζεται μικτή πραγματικότητα (MR), περιλαμβάνει τη "συγχώνευση πραγματικών και εικονικών κόσμων" (Milgram & Kishino, 1994, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Αυτές οι τεχνολογίες συνήθως περιλαμβάνουν αντικείμενα πραγματικού κόσμου, όπως το σώμα μας ή τα χειροκίνητα ραβδοσκόπια, που ασχολούνται με αλληλεπιδράσεις σε διάφορους βαθμούς με κάποιο τύπο ψηφιακής απεικόνισης. Για παράδειγμα, μια εμπειρία MR μπορεί να διευκολυνθεί επιτρέποντας στους σπουδαστές να χειριστούν ένα εικονικό μέσο χρησιμοποιώντας ένα trackable ραβδί (Johnson-Glenberg, Birchfield, Tolentino & Kozirua, 2013, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013). Πολλοί ερευνητές έχουν αναφέρει τις ισχυρές δυνατότητες αυτών των τεχνολογιών να εμπλέξουν μαθητές όλων των τύπων σε εμπειρίες που εμβαθύνουν την εκπαίδευσή τους (Chang, Lee, Wang & Chen, 2010, Hughes, Stapleton, Hughes & Smith, 2005, Johnson-Glenberg, Birchfield, & Uysal, 2009, Pan, Cheok, Yang, Zhu, & Shi, 2006, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013).

Όλες οι γνωστικές γνώσεις βασίζονται στην σωματική εμπειρία. (Abrahamson & Lindgren, 2014). Συγκεκριμένα, υποστηρίζουν ότι οι μαθηματικές και επιστημονικές εννοιολογικές αντιλήψεις βασίζονται στην σωματική εμπειρία. Τονίζουν μάλιστα ότι τα περιβάλλοντα μάθησης για τα μαθηματικά και την επιστήμη μπορούν να γίνουν πιο αποτελεσματικά εάν έχουν σχεδιαστεί για να αξιοποιήσουν την τεχνογνωσία του σώματος που προέρχεται τόσο από την υπάρχουσα εμπειρία ζωής όσο και από τις νέες μαθησιακές εμπειρίες. Κατά συνέπεια, ο ενσωματωμένος σχεδιασμός δεσμεύεται στην υπόθεση ότι οι μαθηματικές και επιστημονικές έννοιες δεν είναι αφηρημένες, εννοιολογικές ψυχικές οντότητες, που αφαιρούνται από τον φυσικό κόσμο. Αντίθετα, είναι βαθιά σωματικά, κιναισθητικά και απεικονιστικά. Οι αλληλεπιδραστικές εργασίες που είναι χαρακτηριστικές του ενσωματωμένου σχεδιασμού οδηγούν έτσι τους εκπαιδευόμενους να ανακαλύψουν, να βελτιώσουν και να εφαρμόσουν συστήματα φυσικής δράσης με στοχευόμενο περιεχόμενο (Trninic & Abrahamson, 2012, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014). Επιπλέον, ο ουσιαστικός ρόλος των εκπαιδευτικών στην καθοδήγηση της σωματικής δέσμευσης των μαθητών με ενσωματωμένο σχεδιασμό υποδηλώνει ότι η συνάφεια των πεδίων της γνωστικής και της κοινωνικής ανθρωπολογίας, όπως οι σπουδές της

επαγγελματικής μαθητείας ή της κατανεμημένης γνώσης στο χώρο εργασίας, φέρει θεωρητικά και αναλυτικά μέσα για τους ερευνητές να κατανοήσουν πώς οι εκπαιδευόμενοι έρχονται να σκέφτονται και με το σώμα τους με τρόπους που αρχίζουν να προσεγγίζουν την επαγγελματική πρακτική (π.χ., Becvar, Weddle & Hollan, 2010, Ingold, 2011, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014). Αυτός ο εμπειρικός γάμος της κινητικής-αναπτυξιακής ψυχολογίας και της κοινωνικογνωστικής ανθρωπολογίας είναι καλός για τις μαθησιακές επιστήμες, καθώς προσφέρει ισχυρά μέσα για την πραγματοποίηση της διαλεκτικής έρευνας στη διασταύρωση της γνωστικής και της κοινωνικοπολιτιστικής θεωρίας (di Sessa, 2008, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014).

Ένα παιδί που εξισορροπείται σε ένα τραπέζι, αποδεικνύεται ότι αναπτύσσεται περισσότερο από το φυσικό συντονισμό - δημιουργεί μια ενσωματωμένη αίσθηση ισοτιμίας, που μια μέρα θα ενημερώσει την ηθική αιτιολογία της σχετικά με την κοινωνική δικαιοσύνη (Antle, Corness & Bevans, 2012). Ακόμη και όταν οι σπουδαστές αναπτύσσουν νέα συστήματα φυσικής δράσης ως γνωστική και κοινωνική είσοδο στις δομές δραστηριότητας των κλάδων, έτσι και οι μελετητές αναπτύσσουν νέες εννοιολογικές γνώσεις εκπαίδευσης για να εξηγήσουν πώς η ενσωματωμένη γνώση μετατρέπεται σε ένα σώμα γνώσης. Από πολλές απόψεις, η μάθηση κινείται με νέους τρόπους.

Ο Roth το 2010 στην έρευνα του χρησιμοποιώντας έναν κύβο προσπάθησε να δείξει την σημασία του σώματος στην μάθηση των μαθηματικών. Πιο αναλυτικά παροτρύνει τους μαθητές να πάρουν ένα κύβο και τους λέει: Κοιτάξτε το αντικείμενο. Βλέπετε ένα κύβο; Φυσικά όχι: Βλέπετε πτυχές (μέρη) ενός κύβου ανάλογα με την τρέχουσα προοπτική σας και τον προσανατολισμό του αντικειμένου. Αλλά πώς ξέρετε ότι πρόκειται για πτυχές ενός κύβου; Για να το ξέρετε αυτό, πρέπει ήδη να ξέρετε ότι ένας κύβος εκφράζεται στις πτυχές που βλέπετε δίνοντας προοπτική και προσανατολισμό. Κλείστε τα μάτια σας και αισθανθείτε το αντικείμενο. Αισθάνεσαι κύβος; Φυσικά και όχι. Ακόμα κι αν το αντικείμενο είναι μικρό, ώστε να μπορείτε να το κλείσετε εντελώς με τα χέρια σας, δεν αισθάνεστε τη δωδεκάδα των άκρων, την εξάπλωση των πλευρών, τις γωνίες την επιφάνεια. Δεν αισθάνεστε όλες αυτές τις πτυχές ενός κύβου ταυτόχρονα. Τώρα, σκεφτείτε αυτό: ακολουθώντας τις οδηγίες μου, σκοπεύατε να εξερευνήσετε τον κύβο με την όραση και την αφή. Αλλά από πού προέκυψε αυτή η πρόθεση; Πώς έχει φτάσει η κατανόησή μας για τον κύβο ως κύβο, παρόλο που το μυαλό μας δεν είχε την έννοια του κύβου για να το δούμε και να το

αναγνωρίσουμε; Πώς, χωρίς ένα "σχέδιο" για το τι είναι ή φαίνεται ένας κύβος, ένα εποικοδομητικό μυαλό φτάνει σε έναν κύβο από τις διαφορετικές αισθησιακές (οπτικές, απτικές) εμπειρίες που μπορεί να έχει ένας μαθητής με το αντικείμενο που τώρα γνωρίζουμε ότι είναι κύβος; Πώς μπορεί το μυαλό να σκοπεύει να κατασκευάσει έναν κύβο όταν δεν ξέρει τι είναι ένας κύβος και επομένως δεν μπορεί σκόπιμα να το στοχεύσει και να το κατασκευάσει; Αυτό είναι το δίλημμα που ο Kant, ο δάσκαλος του νου, δεν έχει λύσει ποτέ. Αλλά πώς καταλήξαμε να καταλάβουμε ότι κοιτάζοντας ή αγγίζοντας κάποια συμπαγή τετράγωνα βλέπουμε / αγγίζουμε έναν κύβο; (Roth,2010)

Αξίζει να αναφερθεί αναλυτικότερα η διαδικασία έρευνας του Roth. Ο δάσκαλος της τάξης των μαθηματικών, ο οποίος έχει ξεκινήσει μια εξερεύνηση της τρισδιάστατης γεωμετρίας, συνοψίζει πρώτα τι έχει ακούσει ο Chris και στη συνέχεια ρωτάει τι θα έπρεπε να έχει το κιβώτιο πίτσας για να το κάνει κύβο. Εκείνη τη στιγμή, ο Chris βρίσκεται στο μπροστινό μέρος της τάξης, όπου το κιβώτιο πίτσα βρίσκεται δίπλα στον πίνακα και είναι ελαφρώς λυγισμένο πάνω από το κουτί (Σχήμα 1α). Για μεγάλο μέρος του χρόνου του μαθήματος, ο Chris είναι προσανατολισμένος προς το κιβώτιο πίτσας και ως εκ τούτου έχει την πλάτη του στραμμένη προς τους συμμαθητές του. Μόνο όταν δείχνει για τον κύβο χρησιμοποιώντας το χέρι του, πλησιάζει τον δάσκαλο και βλέπει στο πρόσωπό του (Εικόνα 1β), δημιουργώντας μια πιο κατανοητή φράση σχετικά με τη φύση ενός κύβου. Αρχικά, η λεκτική παραγωγή του μπορεί να περιγραφεί ως άναρθρη, αλλά γεμάτη με εκφραστικά στοιχεία του σώματος και παραγωγή επικοινωνιακών μέσων (π.χ., χειρονομίες, προσανατολισμούς το σώμα, η θέση του σώματος, προσωδίες, αλλαγές στην ταχύτητα, μεταβολές του όγκου της ομιλίας, παύσεις). Αυτές οι πτυχές της επικοινωνίας σχεδόν ποτέ δεν παίζουν κανένα ρόλο στις αναλύσεις ανάμεσα στους υποστηρικτές της εφαρμογής, παρόλο που αυτά είναι αναπόσπαστα συστατικά της έκφρασης στο σύνολό της και ο τρόπος με τον οποίο οι ομιλητές τοποθετούν τον εαυτό τους σε σχέση με το θέμα και τους άλλους.



Figure 1. (a) Chris is oriented to the box following what we can hear to be a teacher question, "What would that box have to have to be a cube?" (b) At the end of the presentation, Chris squarely gazes at his teacher, no longer "caught up" with the pizza box but into the familiar terrain of the red cube that he has manipulated so many times before.

Εικόνα 3.1 Η θέση του μαθητή σε σχέση με το κιβώτιο της pizza (Roth, 2010)

17 T: so <<f>that> makes it a rectangular prism as opposed to a cUBE, because if it was a cube what would it have to have

18 (0.58)

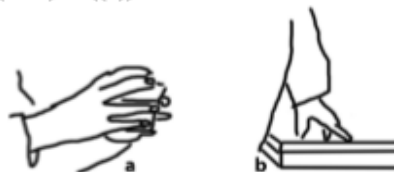
19 C: um [thiss]

20 T: <<all>[what] would> that box have to have to be a cube.

21 (0.77)

22a C: it would have to um ((gets a cube from chalk holder)) (0.44) that tu:rn: ((a)) or this (0.21) like the:(0.62)s:: ((b))

22b

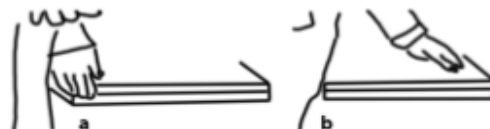


22c ((bends down to box, moves cube in direction of box, moves left hand along edge of pizza box))



22d sorta like ((gesture [a] to [b]))

22e



Εικόνα 3.2 Η χρήση χειρονομιών για την επεξήγηση του ορισμού του κύβου (Roth, 2010)

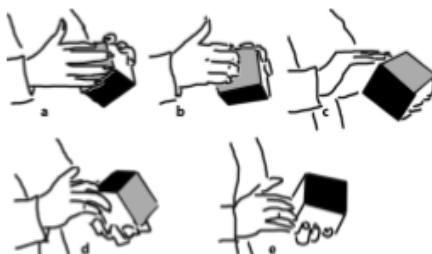
(3.04) ((hand moving along edge)) um (0.23)
s::quare



22f here



22g an like ((rectangle)) (0.68) <<pp>but to=n=this
squa> ((movement along edge of box)) it just has
((a)) square ((b)) (0.45) here= ((b))
=an=here= ((c)) =an here= ((d)) =and every-
where ((e))



23 (0.63)

24 M: 'how could you make a cube from pizza
boxes.

Εικόνα 3.3 Η κίνηση των χεριών για την επεξήγηση του κύβου (Roth,2010)

Ο Roth μένει στο γεγονός ότι η κίνηση του χεριού δεν συνάδει με την λεκτική του πράξη κάτι που διχάζει αν πρέπει να θεωρηθεί ως παραγωγή που ο μαθητής ελέγχει συνειδητά. Σίγουρα δεν γίνεται αποδεκτό το επιχείρημα ότι στη βάση αυτού του κινήματος υπάρχει κάτι παρόμοιο με μια ενήλικη σκέψη, μια αντίληψη, η οποία έχει ένα όριο χρόνου ώστε να εκφραστεί με λόγια. Δεν μπορεί καν να οριστεί σύμφωνα με τον ερευνητή ότι ο Chris έχει ακούσει την ερώτηση με τον τρόπο που το ακούει και το αναλύει ένας ενήλικας. Οι ενήλικες επίσης γνωρίζουν ότι το κιβώτιο πίτσας και αργότερα ο κύβος εμφανίζονται στην ίδια μορφή με του παρόντος, κάτι όμως που δεν μπορεί να τεκμηριωθεί για το αν ισχύει και για τον Chris. Δεν γίνεται αντιληπτό το εάν και πώς αυτά τα αντικείμενα εμφανίζονται στη συνείδησή του. Για το λόγο αυτό δημιουργούνται οι εξής ερωτήσεις: Πώς πρέπει να κατανοηθεί η κίνηση των χεριών; Πώς συμβαίνει ο μαθητής να κινείται με τον τρόπο που το κάνει,

σύροντας το χέρι του κατά μήκος των άκρων, δείχνοντας, και ταυτόχρονα να εκφράζει λέξεις που δεν συνιστούν συνεκτικό και "λογικό" επιχείρημα;

Στην προσπάθεια του λοιπόν ο ερευνητής να απαντήσει στα παραπάνω ερωτήματα υποστηρίζει την θέση ότι υπάρχει γνώση (και πώς) και μνήμη στο σώμα, που μπορεί να προέρχεται μόνο από ένα αρχικό "μπορώ", μια δύναμη να ενεργήσω με τον τρόπο αυτό. Τα χέρια του μαθητή είναι ικανά να κινηθούν και αυτός μπορεί να προχωρήσει με αυτόν τον τρόπο επειδή ο αισθητήριος μηχανισμός θυμάται ότι μπορεί να κινηθεί, ακόμη και πριν από οποιαδήποτε σύλληψη και πρόθεση (Maine de Biran, 1841, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010). Συνεπώς, η πρόθεση δεν είναι απλώς "ιδιοκτησία ανθρώπινων ψυχικών καταστάσεων" (Johnson, 1987, σελ. 181, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010), αλλά είναι το αναδυόμενο αποτέλεσμα μιας αυτόματα επηρεασμένης σάρκας. Το χέρι και τα δάχτυλα του μαθητή γλιστρούν κατά μήκος των άκρων, πέρα από το κιβώτιο, και κατά μήκος μιας άλλης άκρης. Και για να προχωρήσουμε με αυτόν τον τρόπο, το σώμα του πρέπει να γνωρίζει - πριν από κάθε πρόθεση, πριν από οποιαδήποτε νοητική κατάσταση - ότι τέτοιες κινήσεις βρίσκονται μέσα στα πλαίσια των δυνατοτήτων του. Είναι αδύνατο να σκοπεύετε να μετακινήσετε το χέρι εκτός αν το χέρι ήδη γνωρίζει πώς παράγει αυτή την κίνηση (Roth,2010).

Οι Kontra, Meadow & Beilock το 2012 υπογράμμισαν τον ρόλο της ενσώματης μάθησης από την πρώιμη ηλικία μέχρι και την ενηλικίωση. Σύμφωνα με τους αναπτυξιακούς ψυχολόγους εδώ και καιρό έχει αναγνωριστεί η εξαιρετική επίδραση της δράσης στην μάθηση (Held & Hein, 1963, Piaget, 1952, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012). Οι εμπειρίες δράσης αρχίζουν να διαμορφώνουν την αντίληψή για τον κόσμο κατά τη βρεφική ηλικία και τα αποτελέσματα αυτά παραμένουν στην ενηλικίωση (Kontra, Lyons, Fischer & Beilock, 2012). Οι θεωρίες της ενσώματης μάθησης υποστηρίζουν πως παρέχουν μια δομή μέσα στην οποία μπορούν να διερευνηθούν οι μηχανισμοί που αποτελούν τη βάση της επίδρασης της δράσης στη σκέψη και στη συλλογιστική.). Αν και ο όρος χρησιμοποιείται για να περιγράψει αρκετούς διαφορετικούς ισχυρισμούς (βλ. Wilson, 2002, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012), η ενσώματη μάθηση βασίζεται στην ιδέα ότι οι αναπαραστάσεις μιας έννοιας, αντικειμένου ή συμβάντος συχνά περιλαμβάνουν αντιληπτικές, σωματοαισθητικές και κινητικές επαναλήψεις της σχετικής εκδήλωσης αντιδράσεων του εαυτού (Niedenthal, 2007, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012). Η υλοποίηση αυτή συνδέεται συχνά με υψηλά επίπεδα γνώσεων και δεξιοτήτων (Beilock, Lyons,

Mattarella, Micke, Nusbaum & Small, 2008) και επηρεάζεται βαθιά από την εμπειρία της σωματικής δράσης.

Με την ιδέα ότι υπάρχει μια πολύπλοκη αλληλεπίδραση μεταξύ μάθησης και ανάπτυξης (Vygotsky, 1978), οι Kontraetal υποστηρίζουν ότι η εμπειρία δράσης αρχίζει να διαμορφώνει την αντίληψή των ατόμων για τον κόσμο γύρω τους κατά τη διάρκεια της νηπιακής ηλικίας και ότι η επίδρασή της δεν τελειώνει εκεί. Οι θεωρίες της ενσώματης μάθησης παρέχουν μια δομή μέσα στην οποία μπορούν να διερευνηθούν οι μηχανισμοί στους οποίους βασίζεται η επίδραση της δράσης στις γνωστικές αλλαγές που συμβαίνουν καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής. Αυτές οι θεωρίες ρίχνουν φως στο ρόλο της εμπειρίας δράσης στα πλαίσια της πρώιμης μάθησης και στα αναπτυξιακά ορόσημα, ενώ παράλληλα υπόσχονται να κατευθύνουν τη χρήση της δράσης για τη διάρθρωση της μάθησης σε πιο επίσημες εκπαιδευτικές ρυθμίσεις αργότερα στην ανάπτυξη. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες δηλαδή που χρησιμοποιεί κάποιος για να δράσει μπορεί στη συνέχεια να υποστηρίξουν τις διαδικασίες που χρησιμοποιεί για να κατανοήσει.

Επιπλέον ο Manno το 2006 στήριξε την έρευνα του στον συνδυασμό της ενσώματης θεωρίας και της νευροεπιστήμης με την θεωρία της κατάστασης του Brousseau, όπου κατάσταση ορίζεται το περιβάλλον, ο ίδιος ο μαθητής και η διαδικασία δημιουργίας της γνώσης του. Ο Manno επέλεξε αυτόν τον συνδυασμό με βάση το γεγονός ότι η θεωρία της κατάστασης που διαμορφώνει την α-διδασκτική κατάσταση έχει έναν μεθοδολογικό έλεγχο και η θεωρία της ενσώματης όπως και η θεωρία των νευροεπιστημών υποστηρίζει την εκμάθηση μέσω του σώματος, οδηγώντας έτσι στη διαδικασία δημιουργίας μεταφορών και μάθησης σε συναισθηματικό πλαίσιο. Κατά επέκταση αυτό οδηγεί σε μια σχέση μεταξύ των δύο θεωρητικών πλαισίων καθώς ο μαθητής είναι ο μόνος πρωταγωνιστής της διαδικασίας γνώσης του από την πράξη "αποκέντρωσης" σύμφωνα με τη θεωρία της κατάστασης και από τις δικές του αισθήσεις, το σώμα, τον εγκέφαλο και το μυαλό σύμφωνα με τη θεωρία της ενσώματης. Έτσι δημιουργεί μια διδασκτική κατάσταση όπου η σχέση μάθησης-διδασκαλίας στο τρίγωνο γνώσης-μαθητή-δασκάλου ελέγχεται και αναλύεται σε σχέση με το εξωτερικό περιβάλλον και τη συναισθηματική σφαίρα του μαθητή.

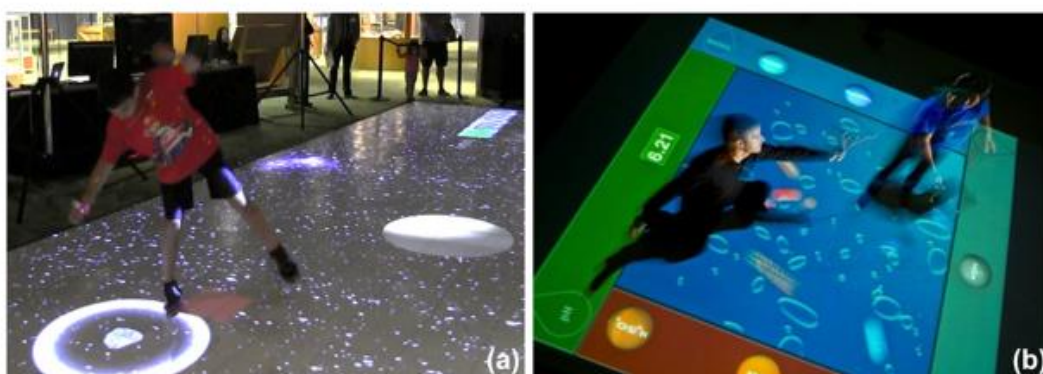
Στην έρευνα του πιο συγκεκριμένα όπου το δείγμα του ήταν παιδιά ηλικίας από 3 έως 11 χρονών ζητούνταν κάποιες απαντήσεις στο μαθηματικό αντικείμενο των καθέτων. Στο πρώτο στάδιο της έρευνας δόθηκε στους φοιτητές μια ανοιχτή

δοκιμασία τεσσάρων ερωτήσεων. Για να είναι σίγουρη η ανεξαρτησία των απαντήσεών τους από διδακτικά ή ερευνητικά ερεθίσματα, ξεκαθαρίστηκε στους μαθητές ότι οι απαντήσεις που θα έδιναν θα βοηθούσαν τους καθηγητές και πως καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας τους θα ήταν χωρίς αξιολόγηση. Αυτή ήταν μια επιτυχής στρατηγική που απάλλαξε τους μαθητές από κάθε συναισθηματικό αντίκτυπο. Όλοι οι φοιτητές συμμετείχαν στην έρευνα, ένα πολύ θετικό αποτέλεσμα, δεδομένου ότι τα σχολεία που συμμετείχαν ήταν όλα κάτω υπό δύσκολες συνθήκες (για παράδειγμα, τα σχολεία αντιμετώπιζαν ένα δύσκολο κοινωνικό και οικονομικό πλαίσιο). Επιπλέον χρησιμοποιήθηκαν κάμερες για την παρακολούθηση των φοιτητών κατά τη διάρκεια της έρευνας, εφόσον πρωτίστως ο ερευνητής είχε πάρει άδεια από τους αρμόδιους. Στο δεύτερο στάδιο δημιουργήθηκε μια κατάσταση διδακτικού παιχνιδιού, που ονομάζεται play-path όπου οι μαθητές έπρεπε να παίξουν χαρακτήρες Tom και Jerry. Ο δάσκαλος χρησιμοποίησε το γυμναστήριο για να χτίσει μονοπάτια και τρόπους όπως παρουσιάστηκαν στη δοκιμή και ζήτησε από τους μαθητές να βρουν πού πρέπει να είναι ο Tom και ο Τζέρι για να μπορέσει ο Tom να πιάσει τον Τζέρι. Οι μαθητές είχαν έτσι τη δυνατότητα να πειραματιστούν και να κατανοήσουν ότι η έννοια της κάθετης δεν συνδέεται με το μοντέλο γραμμής, αλλά με την έννοια της ελάχιστης απόστασης. Παρακολουθήθηκαν όλα τα στάδια που υπογραμμίστηκαν σε μια α-διδακτική κατάσταση: 1 κατάσταση δράσης 2 κατάσταση διατύπωσης 3 κατάσταση επικύρωσης 4 κατάσταση θεσμοθεσίας.

Με όλα τα παραπάνω ο Manno συμπεραίνει πως όταν χρησιμοποιείται τη θεωρία της ενσώματης, λαμβάνεται επίσης μια θετική ανατροφοδότηση στην αποτελεσματικότητα της θεωρίας της κατάστασης, αλλά καταλήγει στο ότι αυτές οι δύο θεωρίες είναι πλήρως έγκυρες και μόνες τους, δεν χρειάζονται η μία την θετική ανατροφοδότηση της άλλης για να αποδείξουν ότι και οι δύο είναι έγκυρες. Τονίζει επιπρόσθετα ότι μέσω της ενσώματης μάθησης οι μαθητές καταφέρνουν να ξεπεράσουν την λανθασμένη νοητική εικόνα που έχουν για την κάθετη ευθεία που δημιουργήθηκε εμπειρικά και ταίριαζε σε ορισμένες περιπτώσεις και να οδηγηθούν στην νοητική εικόνα που είναι επιτυχείς σε όλες τις καταστάσεις και συνδέεται με την έννοια της ελάχιστης απόστασης.

Τέλος μια πρόσφατη μελέτη σχετικά με την κεντρομόλο δύναμη συνέκρινε τα μαθησιακά κέρδη για τους σπουδαστές σε μια αλληλεπίδραση ενσώματης κατάστασης ανώτερου επιπέδου (π.χ. φυσική αιώρηση ενός εντοπίσιμου αντικειμένου πάνω από το κεφάλι τους) σε σύγκριση με μια εμπειρία χαμηλής ενσώματης των

ίδιων φαινομένων (κάνοντας κλικ στο ποντίκι για να ξεκινήσει μια περιστροφική προσομοίωση). Αμέσως μετά την εξέταση, όλοι οι συμμετέχοντες επέδειξαν εξίσου σημαντικά κέρδη μάθησης. Ωστόσο, τα αποτελέσματα μιας παρακολούθησης διάρκειας μιας εβδομάδας αποκάλυψαν ότι μόνο οι μαθητές της υψηλής ενσώματης κατάστασης μάθησης συνέχισαν να παρουσιάζουν γνωστικά οφέλη (Johnson-Glenberg, Birchfield, Megowan, Romanowicz, & Savio-Ramos, 2013, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013), έναντι αυτών της ομάδας χαμηλής ενσώματης κατάστασης μάθησης.



Εικόνα 3.4 α) Περιβάλλον Meteor β) Περιβάλλον Smallab (Lindgren & Glenberg, 2013)

Πρέπει ωστόσο να αναφερθεί ότι παρόλο που παρατηρήθηκε μια αργή αύξηση του αριθμού των μελετών που υποστηρίζουν μια προσέγγιση ενσωμάτωσης στη μαθηματική γνώση και μάθηση ορισμένοι εκπαιδευτικοί, αντιστέκονται σε αυτήν την μέθοδο διδασκαλίας, διατηρώντας την ιδέα της γνώσης από την άποψη των διανοητικών αναπαραστάσεων (Roth, 2010). . Εν μέρει σύμφωνα με τον Roth αυτή η αντίσταση είναι κατανοητή, καθώς η τρέχουσα βιβλιογραφία σχετικά με τη μαθηματική γνώση και μάθηση μπορεί να υποχωρήσει σε τρεις θέσεις. Πρώτον, δεν μπορεί να δώσει επαρκή εικόνα για το πώς η σωματική γνώση είναι η απαραίτητη προϋπόθεση της μαθηματικής κατανόησης και όχι απλώς μια κατάσταση που μπορεί να παραληφθεί όταν μια μαθηματική γνώση έχει επιτευχθεί μέσω άλλων τρόπων (π.χ. Lakoff & Núñez, 2000, Varela, Thompson & Rosch, 1991). Δεύτερον, η υπαρκτή βιβλιογραφία μπορεί να μην εξηγεί επαρκώς πώς μπορεί να προκύψει η μαθηματική γνώση μέσω του σώματος δεδομένου ότι η διαδικασία της κατανόησης απαιτεί κυρίως γλωσσική μαθηματική γνώση που πρέπει να εξηγηθεί με τον λόγο. Τρίτον, οι

τρέχουσες έρευνες μπορεί να μην αρκούν επαρκώς για την απόδειξη του τρόπου με το οποίο το συλλογικό σώμα της γνώσης, το σώμα των αντικειμένων των μαθηματικών, είναι μια προϋπόθεση για ατομική γνώση γειωμένη στο σώμα.

3.2 ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑ ΚΑΙ ΓΩΝΙΕΣ

Συχνά παρατηρείται οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί των μαθηματικών να κάνουν λόγο για τους σπουδαστές που ξέρουν αλλά δεν μπορούν να εκφράσουν τη γνώση τους και διερωτούνται πώς θα μπορούσαν να μάθουν και να αξιολογηθούν χωρίς να υπάρξει κάποια έκφραση με λόγια ή γραπτώς αυτής της γνώσης (Roth, 2010). Στην έρευνα σχετικά με τις χειρονομίες υπάρχουν ενδείξεις ότι οι φοιτητές μπορεί να έχουν μια (McNeill, 2002, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010) ή δύο υποκείμενες αντιλήψεις (Alibali & Goldin - Meadow, 1993, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010) που εκφράζονται στις χειρονομίες τους και που μπορεί (ή όχι) οι λέξεις που χρησιμοποιούν να εκφράζουν το ίδιο ή λιγότερο προηγμένο εννοιολογικό περιεχόμενο. Η χειρονομία παράγεται ασυνείδητα (McNeill, 1992, όπως αναφέρεται στο Roth, 2010), κάτι που ωστόσο δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι υποδεέστερο από τη συνείδηση και τη γνώση. Η ενσώματη γνώση συμπληρώνει ο Roth δεν σημαίνει ότι το σώμα, υπόκειται στην λειτουργία του πνεύματος του νου. Μια φαινομενολογική επαρκής περιγραφή συνεχίζει πρέπει να λαμβάνει υπόψη το τι υπάρχει στην πραγματικότητα, όχι αυτό που προσδίδεται στο άτομο από τις θεωρητικές προϋποθέσεις που στηρίζουν μια πνευματική άποψη του νου.

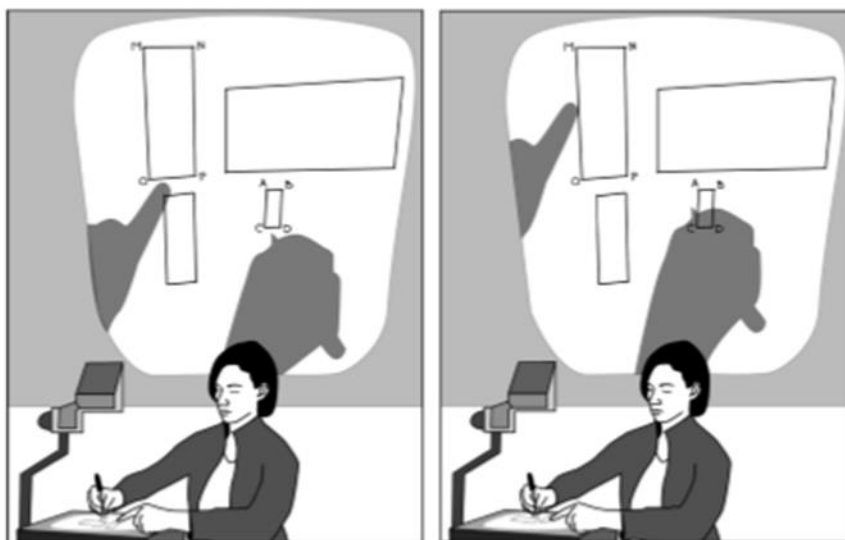
Οι χειρονομίες συχνά λαμβάνονται ως απόδειξη ότι ο οργανισμός συμμετέχει στη σκέψη και την ομιλία για τις ιδέες που εκφράζονται σε αυτές τις χειρονομίες (Alibali & Nathan, 2011). Στο άρθρο τους αναλυτικότερα οι Alibali & Nathan (2011) παρουσιάζουν στοιχεία που αντλούνται από τις χειρονομίες των δασκάλων και των εκπαιδευομένων για να κάνουν την υπόθεση ότι μέσω αυτών σωματοποιείται η μαθηματική γνώση. Υποστηρίζουμε ότι η μαθηματική γνώση σωματοποιείται σε 2 βασικές αισθήσεις: Βασίζεται στην αντίληψη και στη δράση και στηρίζεται στο φυσικό περιβάλλον. Παρουσιάζουν στοιχεία για κάθε μία από αυτές τις αξιώσεις που αντλούνται από τις χειρονομίες που παράγουν οι εκπαιδευτικοί και οι εκπαιδευόμενοι όταν εξηγούν μαθηματικές έννοιες και ιδέες. Υποστηρίζουν ότι (α) οι χειρονομίες υποδηλώνουν τη γείωση της γνώσης στο φυσικό περιβάλλον, (β) οι αναπαραστατικές χειρονομίες εκδηλώνουν διανοητικές προσομοιώσεις δράσης και αντίληψης και (γ)

μερικές μεταφορικές χειρονομίες αντικατοπτρίζουν τις θεωρητικές μεταφορές (Alibali & Nathan, 2011).

Οι ίδιοι αναλύουν το γεγονός ότι οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνται συχνά μαζί με την ομιλία, εκδηλώνουν την ομιλία των χρηστών σχετικά με τα αντικείμενα, τις τοποθεσίες ή τις ενδείξεις στο φυσικό περιβάλλον. Με τον όρο "φυσικό περιβάλλον" εννοούμε τη ρύθμιση για την αλληλεπίδραση (π.χ. μια τάξη, ένα μέρος καθοδήγησης ή μια πειραματική συνεδρία), συμπεριλαμβανομένων των συνομιλητών (π.χ. μαθητές, δάσκαλοι, πειραματιστές). τα κεντρικά καθήκοντα και τις αναπαραστάσεις, τα συστήματα συμβολισμού, τα εργαλεία και τους τεχνολογικούς πόρους που χρησιμοποιούνται. Το περιβάλλον έχει επίσης κοινωνικές διαστάσεις που μπορεί να είναι σχετικές με την αλληλεπίδραση, όπως οι κανόνες για την ομιλία και την αλληλεπίδραση στην κοινότητα ως σύνολο (π.χ., Ενθαρρύνονται οι ερωτήσεις; Οι μαθητές έρχονται συνήθως στο μέτωπο της τάξης για να παρουσιάσουν τις ιδέες τους;) (Alibali & Nathan, 2011).

Παρακάτω παρατίθενται τα παραδείγματα καθηγητών μαθηματικών και μαθητευόμενων όπου χρησιμοποίησαν τις χειρονομίες για να υποδείξουν και να μιλήσουν για μαθηματικές ιδέες στο φυσικό κόσμο όπου μελετήθηκαν στην έρευνα των Alibali & Nathan (2011). Οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν τακτικά χειρονομίες στα μαθήματα μαθηματικών. Πράγματι, στα μαθήματα στοιχειωδών μαθηματικών, οι χειρονομίες που δείχνουν είναι ο πιο συχνά χρησιμοποιούμενος τύπος χειρονομίας (Alibali, Nathan & Fujimori, 2011). Οι παραπομπές των χειρονομιών των δασκάλων των μαθηματικών περιλαμβάνουν κοινά αντικείμενα στην τάξη, μακέτες μαθηματικών που σχεδιάστηκαν για εκπαιδευτικούς σκοπούς (όπως κλίμακες ισορροπίας ή πλακάκια άλγεβρας) και επιγραφές που συμβολίζουν μαθηματικές έννοιες ή σχέσεις (όπως εξισώσεις, γραφήματα και διαγράμματα). Οι ερευνητές σχολιάζουν ότι όταν οι δάσκαλοι παραπέμπουν σε αντικείμενα ή επιγραφές που μιλάνε, εκείνοι που δείχνουν χειρονομίες συνδέουν τη φραστική ροή τους με τις αναφορές τους. Το ίδιο ισχύει και για τις χειρονομίες των σπουδαστών. Η Εικόνα 2 απεικονίζει τόσο τη χρήση των χειρονομιών από τον δάσκαλο για να αναδείξει τη φράση ενός μαθητή, όσο και την εκφώνηση και τη χρήση από του δασκάλου μιας σειράς υποδείξεων χειρονομίας σε σχέση με τις εκδηλώσεις. Αυτή η εξάσκηση είναι μέρος ενός επεισοδίου στο οποίο ο δάσκαλος επισημαίνει τις σχέσεις ανάμεσα σε δύο παρόμοια ορθογώνια. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, ο δάσκαλος προβάλλει διάφορα στοιχεία ορθογώνιων μέσω ενός προβολέα. Ζητεί από έναν μαθητή να δικαιολογήσει

γιατί δύο από αυτά τα στοιχεία είναι παρόμοια. (Οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής: Δεξιά σημειώνουν με στυλό στη μικρή πλευρά του μικρού ορθογωνίου, αριστερά δείχνουν με τον δείκτη στη μικρή πλευρά του μεγάλου ορθογωνίου, δεξιά σημειώνουν με το στυλό στη μεγάλη πλευρά του μικρού ορθογωνίου, αριστερά δείχνουν με τον δείκτη τη μεγάλη πλευρά του μεγάλου ορθογωνίου.)



Εικόνα 3.5 Ερώτηση περί ομοιότητας σχημάτων (Alibali & Nathan, 2011)

Σε αυτό το παράδειγμα λοιπόν, η ομιλία και οι κινήσεις του καθηγητή επισημαίνει στον μαθητή την παρόμοια σχέση μεταξύ των ορθογωνίων και το χωρίζει σε δύο συνιστώσες: την ομοιότητα των μικρών πλευρών και την ομοιότητα των μεγάλων πλευρών. Έτσι, η αποτίμησή της ξετυλίγει τη σχέση "τρεις φορές" που αναφέρει ο σπουδαστής και χρησιμοποιεί επίσης μαθηματικά ακριβέστερη γλώσσα ("αυτή η πλευρά είναι τρεις φορές μεγαλύτερη"). Σημειώστε επίσης ότι για κάθε ζευγάρι των αντίστοιχων πλευρών ο δάσκαλος χρησιμοποιεί χειρονομίες που είναι διαδοχικές στις καμπύλες τους, αλλά σε κάθε περίπτωση κατέχει το πρώτο σημείο στην πλευρά του μικρότερου ορθογωνίου ενώ δείχνει προς την αντίστοιχη πλευρά στο μεγαλύτερο ορθογώνιο. Επομένως, ευρετηριάζει ταυτόχρονα και τα δύο σχετικά στοιχεία. Υπάρχουν ενδείξεις ότι τα σημεία διδασκαλίας όπως αυτά του παραδείγματος αυτού επηρεάζουν την αφομοίωση του περιεχομένου του μαθήματος από τους μαθητές.

Με βάση αυτό το παράδειγμα επισημαίνεται ότι όταν οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν χειρονομίες για την πραγματοποίηση αυτής της εργασίας, οι εκπαιδευόμενοι ενδέχεται επίσης να απαιτούν λιγότερους πόρους για να μετατοπίσουν την προσοχή μεταξύ δύο σχετικών πηγών πληροφοριών. Αυτό θα πρέπει να μειώσει τις απαιτήσεις της μνήμης εργασίας, να ελευθερώσει τους πόρους για την κωδικοποίηση και την επεξεργασία των πληροφοριών, καθώς και την πρόσβαση σε προηγούμενες γνώσεις. Ταυτόχρονη υπογράμμιση (όπως αυτή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.5) μπορεί να είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική για τη μείωση της διάσπασης της προσοχής επειδή η πληροφορία είναι ενσωματωμένη τόσο στο χώρο όσο και κατά τη διάρκεια του χρόνου · δοκιμάζουμε αυτήν την υπόθεση στις συνεχιζόμενες εργασίες. Φανερόνεται ότι οι μαθητές και οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν τις χειρονομίες υποδείξεων για να αναδείξουν τις παραπομπές της ομιλίας τους στο λόγο για μαθηματικές ιδέες. Έτσι, αυτά τα παραδείγματα απεικονίζουν τη γλωσσική γειτνίαση των μαθηματικών ιδεών στο φυσικό περιβάλλον, που περιλαμβάνει μαθηματικές επιγραφές που διακρίνονται τόσο για τους ομιλητές όσο και για τους ακροατές.

Στο επόμενο παράδειγμα, που παρουσιάζεται στην εικόνα 3.6, ο δάσκαλος (ο ίδιος που παρουσιάζεται στην εικόνα 3.5, σε ένα διαφορετικό μάθημα από την ίδια μονάδα σε παρόμοια πολύγωνα) επιδιώκει να επισημάνει την αντιστοιχία μεταξύ των «bottomsides» των δύο διαστάσεων. εικόνα της κατώτερης πλευράς ενός τριγώνου καθώς και των δύο τριγώνων καθώς τοποθετούνται σε μια σελίδα στα εγχειρίδια των σπουδαστών. (Οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής: Και τα δύο χέρια ξεκινούν από το κέντρο ενός τριγώνου και απομακρύνονται, τα χέρια που κρατούνται ελαφρώς ακουμπούν για να απεικονίσουν δύο τρίγωνα, τα χέρια κινούνται εναλλάξ προς τα επάνω και προς τα κάτω)



Εικόνα 3.6 Η χρήση χειρονομιών για την επεξήγηση των δύο διαστάσεων του τριγώνου (Alibali & Nathan, 2011)

Σε αυτή την περίπτωση, οι χειρονομίες του δασκάλου προσομοιώνουν μια επιγραφή που προέρχεται από τα εγχειρίδια των σπουδαστών. Ο δάσκαλος χρησιμοποιεί χειρονομία για να τονίσει μια συγκεκριμένη πτυχή αυτής της επιγραφής, δηλαδή τις (αντίστοιχες) κάτω πλευρές των δύο τριγώνων που είναι σημαντικό κριτήριο για την ομοιότητα τριγώνων. Σε άλλες περιπτώσεις, οι παραστατικές χειρονομίες των εκπαιδευτικών προσομοιώνουν αντικείμενα πραγματικού κόσμου που μνημονεύουν ή δίνουν νόημα στις μαθηματικές ιδέες. Στο ακόλουθο παράδειγμα, που παρουσιάζεται στην εικόνα 3.7, ο ίδιος δάσκαλος βασίζει την έννοια μιας ορθής γωνίας με ένα οικείο αντικείμενο, τη γωνία ενός τεμαχίου χαρτιού: (οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής: Παλάμες του χεριού που

πιέζονται μαζί για να αντιπροσωπεύσουν τη γωνία ορθής γωνίας του χαρτιού, που κρατιέται για το υπόλοιπο της έκφρασης, μετακινεί ελαφρώς τα χέρια πάνω και κάτω, μετακινεί ελαφρά τα χέρια πάνω και κάτω)



Εικόνα 3.7 Η χρήση χειρονομιών για την δημιουργία ορθής γωνίας (Alibali & Nathan, 2011)

Σε αυτό το παράδειγμα, είναι ενδιαφέρον να σημειώσουμε ότι η ίδια χειρονομία χρησιμοποιείται τόσο για "ορθή γωνία" όσο και για "γωνία χαρτιού" - η χειρονομία παράγεται αρχικά με τη φράση "δεξιά γωνία" και στη συνέχεια επανεννοείται (McNeill, 1992, όπως αναφέρεται στο Alibali & Nathan, 2011) για την έκφραση "γωνία του χαρτιού σας". Έτσι, η σχέση μεταξύ του μαθηματικού αντικειμένου και του αντικειμένου πραγματικού κόσμου δεν είναι απλώς απλή που απεικονίζεται στη χειρονομία, αλλά στην πραγματικότητα τίθεται στη χειρονομία. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι ομιλητές χρησιμοποιούν επίσης παραστατικές χειρονομίες για την προσομοίωση των πραγματικών αντικειμένων και καταστάσεων που αφορούν τα μαθηματικά προβλήματα.

Οι ερευνητές με βάση τα παραπάνω παραδείγματα κατέληξαν στα συμπεράσματα ότι: α) οι χειρονομίες δείχνουν εμφανή γείωση στο φυσικό ή φανταστικό περιβάλλον, β) οι αναπαραστατικές χειρονομίες εκδηλώνουν διανοητικές προσομοιώσεις δράσης και αντίληψης και γ) οι μεταφορικές χειρονομίες αποκαλύπτουν εννοιολογικές μεταφορές που στηρίζονται στο σώμα και την ανθρώπινη εμπειρία. Όλοι αυτοί οι τύποι χειρονομιών εμφανίζονται συνήθως στη

συζήτηση για μαθηματικές ιδέες, για παράδειγμα σε οδηγίες και εξηγήσεις. Οι χειρονομίες των μορφών της μαθηματικής αποκρυπτογράφησης παρέχουν τεκμήρια ότι η μαθηματική σκέψη ενσωματώνεται σε αρκετές σημαντικές αισθήσεις. Από τα στοιχεία που δείχνουν οι χειρονομίες που παρήγαγαν οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές υποδηλώνουν ότι η μαθηματική σκέψη είναι βασισμένη στο φυσικό περιβάλλον. Η παρουσίαση από τις μεταφραστικές χειρονομίες δείχνει ότι η μαθηματική σκέψη περιλαμβάνει προσομοιώσεις ενεργειών σε μαθηματικά αντικείμενα, προσομοιώσεις οπτικών εικόνων μαθηματικών ιδεών ή επιγραφών, προσομοιώσεις των πραγματικών καταστάσεων που αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά προβλήματα. Τέλος, τα στοιχεία από μεταφορικές χειρονομίες υποστηρίζουν την «ψυχολογική πραγματικότητα» των εννοιολογικών μεταφορών που υπογραμμίζουν τις μαθηματικές έννοιες, καθώς και τις εννοιολογικές μεταφορές σε άλλους τομείς (π.χ. χρόνος). Συνολικά, αυτές οι τρεις σειρές αποδεικτικών στοιχείων υποστηρίζουν τον ισχυρισμό ότι η ενσωματωμένη γνώση είναι αναπόσπαστο συστατικό της μαθηματικής σκέψης και της μάθησης. Οι χειρονομίες παρέχουν έτσι μια μοναδική και ενημερωτική πηγή στοιχείων σχετικά με τη φύση της μαθηματικής σκέψης.

Υποστηρίζανε επιπρόσθετα ότι οι χειρονομίες ενσωματώνουν τη σκέψη των μαθητών σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες και διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επικοινωνία των ενσωματωμένων γνώσεων στους μαθητές. Έτσι, μελετώντας τις χειρονομίες που παράγονται στην εκπαίδευση των μαθηματικών και την αλληλεπίδραση δασκάλου-μαθητή μπορεί να ρίξει φως όχι μόνο στη φύση της μαθηματικής σκέψης αλλά και στους μηχανισμούς που εμπλέκονται στη μάθηση από την διδασκαλία. Οι μαθητές μπορούν να οδηγηθούν στην κατανόηση μέσω της δημιουργίας προσομοίωσης, οι οποίες είναι διαμορφωμένες με προσομοιωμένες ενέργειες που οι δάσκαλοί τις εκφράζουν σε χειρονομίες (βλ. Alibali & Hostetter, 2010, όπως αναφέρεται στο Alibali & Nathan, 2012). Οι χειρονομίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μαθηματικές αντιλήψεις για την εξωστρέφεια των μαθηματικών γνώσεων των ομιλητών. Με αυτόν τον τρόπο, η χειρονομία μπορεί να βοηθήσει τους εκπαιδευόμενους να διαχειριστούν τις απαιτήσεις μνήμης εργασίας της μαθηματικής σκέψης και εξήγησης (π.χ., Alibali & DiRusso, 1999, Goldin-Meadow & Wagner, 2005, Wagner, Nusbaum & Goldin-Meadow, 2004, όπως αναφέρεται στο Alibali & Nathan, 2012). Οι χειρονομίες που εξωτερικεύουν τις πληροφορίες μπορούν να χρησιμεύσουν στις εκφράσεις των ομιλητών στο φυσικό περιβάλλον. Με τον τρόπο αυτό, τέτοιες χειρονομίες μπορούν επίσης να φανερώσουν πτυχές της γνωστικής

επεξεργασίας στο περιβάλλον (Kirsh & Maglio, 1994), ελαφρύνοντας έτσι το φορτίο επεξεργασίας των ομιλητών.

Επιπλέον αξίζει να προστεθεί ότι η χειρονομία είναι μια μορφή κίνησης που οι περισσότεροι ενήλικες εκτελούν εκτεταμένα σε τακτική βάση. Συχνά θεωρείται ότι λειτουργεί κυρίως για επικοινωνιακούς σκοπούς (και έτσι επηρεάζει πρωτίστως τον ακροατή), αλλά ένα μεγάλο σώμα ερευνών διερευνά τον τρόπο με τον οποίο η χειρονομία ενός ομιλητή επηρεάζει τη δική του γνώση (Broaders, Cook, Mitchell & Goldin-Meadow, 2007, Cook, Mitchell & Goldin-Meadow, 2008, Goldin-Meadow & Beilock, 2010, όπως αναφέρεται στο Kontraetal, 2012). Η αντιπροσωπευτική φύση της χειρονομίας έχει ενδιαφέρουσες επιπτώσεις για την ενσώματη έρευνα και μπορεί να είναι ένα ιδιαίτερα σημαντικό εργαλείο για ένα ευρύ φάσμα αντικειμένων στο περιβάλλον της τάξης. Η τροχιά, το σχήμα του χεριού, το χέρι ή το μέγεθος μιας χειρονομίας μπορούν να ενεργήσουν για να αντιπροσωπεύσουν τις φυσικές ιδιότητες και έτσι να εδραιώσουν μια ιδέα στις αισθητικοκινητικές περιοχές του εγκεφάλου (Hostetter & Alibali, 2008, όπως αναφέρεται στο Kontraetal, 2012). Για παράδειγμα, η χρήση χειρονομίας για ένα βαρύ αντικείμενο μπορεί στη συνέχεια να συνδέσει την αναπαράσταση αυτού του αντικειμένου με αισθητικοκινητικές πληροφορίες του σωματικού βάρους. Οι Beilock και Goldin-Meadow (2010, όπως αναφέρεται στο Kontraetal 2012) έχουν πραγματοποιήσει διάφορα πειράματα που υποστηρίζουν αυτή την υπόθεση.

Οι Freitas&Sinclair (2011) τόνισαν την σημασία της χειρονομίας στην μάθηση αναφέροντας δυο διαμετρικές προσεγγίσεις που αφορούν την σχέση μεταξύ μυαλού και σώματος: την Kantian και την Humean. Η πρώτη στηρίζει ότι οι γνωστικές ικανότητες συνθέτουν την αίσθηση της αντίληψης, ενώ η δεύτερη ότι οι εννοιολογικές γνώσεις αποτελούνται από τις συνήθειες και τις αλληλεπιδράσεις που δημιουργούνται μέσω της εμπειρίας. Ο Roth (2010, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2011) για παράδειγμα, στηριζόμενος στη φαινομενολογία του Merleau-Ponty και του Marion, υποστηρίζει ότι η χειρονομία και η αφή είναι προγενέστερες της πρόθεσης και των υποκειμενικών «διανοητικών αναπαραστάσεων» ενώ στην κονστρουκτιβιστική προσέγγιση του Καντ, το γνωστό αντικείμενο και το άγνωστο αντικείμενο είναι μόνο δύο αφαιρέσεις και δεν υπάρχει πραγματική θετική σχέση μεταξύ των δύο (Maine de Biran, 1859, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2011). Ο διαχωρισμός μεταξύ του εσωτερικού και του εξωτερικού, του νου και του σώματος, είναι εγγενής (Roth, 2010, όπως αναφέρεται στο Freitas & Sinclair, 2011).

3.3 MIXED REALITY ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Η μικτή πραγματικότητα MR είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται από τους Milgram και Kishino (1994, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013) για να περιγράψει το χώρο ανάμεσα σε εντελώς εικονικά περιβάλλοντα και περιβάλλοντα εντελώς πραγματικού κόσμου. Στο σημερινό τεχνολογικό τοπίο, αυτός είναι ένας πολύ ευρύς ορισμός που περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από ψηφιακές επικαλύψεις σε προβολές κάμερας έως τη χρήση φυσικών αντικειμένων για αλληλεπίδραση με ψηφιακές οθόνες για την ενίσχυση αλληλεπιδράσεων εικονικής πραγματικότητας με απτική ανατροφοδότηση (Lindgren & Glenberg, 2013). Πολλά σχέδια τεχνολογίας σε αυτό το εύρος εφαρμόζονται σε εκπαιδευτικά πλαίσια. Για παράδειγμα, όπως αναφέρουν στο άρθρο τους οι Lindgren & Glenberg (2013) πολλά έργα βρίσκονται σε εξέλιξη και επιδιώκουν να μετασχηματίζουν τις πρακτικές της τάξης χρησιμοποιώντας γεωγραφικά τοποθετημένες κινητές συσκευές για να δημιουργήσουν ένα εικονικό στρώμα πάνω από τον πραγματικό κόσμο που διευρύνει το χώρο για έρευνα (π.χ. Dunleavy, Dede & Mitchell, 2009, Klopfer & Squire, 2008), για να ενισχύσουν τις παραδοσιακές σχολικές πρακτικές, όπως διαλέξεις και εργαστηριακές εργασίες (Andújar, Mejías, & Márquez, 2011), ή να ενισχύσουν ήδη πρακτικές μαθησιακές εμπειρίες, όπως ρομποτική, με συνθετικά περιβάλλοντα, (Changetal, 2010). Η λογική για τη χρήση τεχνολογιών MR σε όλο το φάσμα των εφαρμογών είναι ότι ανοίγουν το περιβάλλον φυσικής μάθησης, επιτρέποντας έτσι στους μαθητές να συνδέουν τη σχολική μάθηση με προηγούμενη γνώση και εμπειρία (Squire & Klopfer, 2007, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013) και διευκολύνοντας καλύτερα τη μεταφορά της μάθησης (Liu, Tan, & Chu, 2009, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013).

Οι Lindgren & Glenberg (2013) παραθέτουν την θέση ότι οι τεχνολογίες MR έχουν τη δυνατότητα να μεταφέρουν και να επιτύχουν τη μάθηση με τη βοήθεια υπολογιστή κατά τις επόμενες δεκαετίες. Οι τεχνολογίες αισθητήρων υποστηρίζουν και οι δυνατότητες γραφικών υπολογιστών που είναι απαραίτητες για τη δημιουργία ενός διαδραστικού, ομαλού συνδυασμού εικονικών και φυσικών στοιχείων θα γίνουν πιο εξελιγμένες και πιο προσιτές. Το πεδίο αυτό θα είναι ευπρόσδεκτο σε νέα εργαλεία που δημιουργούν εξατομικευμένες εκπαιδευτικές εμπειρίες βασισμένες στη μάθηση που προσφέρεται από την ανθρώπινη αντίληψη και σωματική δράση.

Ωστόσο, είναι απαραίτητο να θεσπιστεί ένα αυστηρό πρόγραμμα έρευνας για MR και ενσώματη μάθηση που συνδέεται με τα θεμέλια της ψυχολογίας και της θεωρίας της μάθησης και που αποδεικνύει την αποτελεσματικότητα των σχεδίων MR σε αυθεντικά εκπαιδευτικά πλαίσια. Παρόλο που έχουν ήδη πραγματοποιηθεί κάποιες συναρπαστικές μελέτες στον τομέα αυτό, η υπάρχουσα έρευνα για τις τεχνολογίες MR στην εκπαίδευση είναι κάπως ανεπαρκής, με πολλές μελέτες επικεντρωμένες πρωτίστως στις τεχνικές προδιαγραφές για την υποστήριξη αποτελεσματικής αλληλεπίδρασης υπολογιστών βασισμένης σε χειρονομίες και άλλων που επικεντρώνονται σε πολύ συγκεκριμένα εκπαιδευτικά πλαίσια, καθιστώντας δύσκολη τη γενίκευση του συνολικού σχεδιασμού εκπαιδευτικών συστημάτων MR. Οι ερευνητές λοιπόν επιδίωξαν να κωδικοποιήσουν την ορολογία και να διερευνήσουν τις βέλτιστες πρακτικές της ενσώματης μάθησης και της έρευνας MR. Για το σκοπό αυτό, προτείνουν ένα σύνολο έξι εντολών που μπορούν να κατευθύνουν την έρευνα σχετικά με την ενσώματη μάθηση με την τεχνολογία τα επόμενα χρόνια που τα περισύλλεξαν από στοιχεία εργασιών που αφορούν MR, την εκπαίδευση καθώς και από τις δικές τους εμπειρίες στον τομέα αυτό.

3.3.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΙΚΤΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Ένα από τα αρνητικά αποτελέσματα της βιβλιογραφίας σχετικά με τις μορφές μάθησης είναι η αντίληψη ότι η εφαρμογή της ενσώματης διδασκαλίας έχει θετικές γνωστικές επιδράσεις μόνο για ένα υποσύνολο του πληθυσμού (Lindgren & Glenberg 2013). Η ιδέα ότι κάποιοι φοιτητές είναι «κινησθητικοί μαθητές» (Fleming, 2006, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013) παραμένει δημοφιλής μεταξύ πολλών εκπαιδευτικών. Πολλές φορές μάλιστα η ιδέα αυτή συγκαλύπτει τη θεμελιώδη σχέση που έχει η σωματική δραστηριότητα με τις γνωστικές διαδικασίες και την αντίληψη ότι η προκαθορισμένη φυσική εμπλοκή με το μαθησιακό περιεχόμενο μπορεί να έχει οφέλη εννοιολογικής ανάπτυξης που ισχύουν για όλους τους μαθητές. Απαντώντας στο παραπάνω ωστόσο πολλοί ερευνητές έχουν υποστηρίξει ότι ναι μεν το περιεχόμενο και το πλαίσιο αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και ότι κάποιο γνωστικό αντικείμενο μπορεί να κατακτηθεί καλύτερα μέσω συγκεκριμένων αλληλεπιδράσεων αλλά γενικά, τα υποσύνολα των ανθρώπων δεν κωδικοποιούν την γνώση μέσω ενός μοναδικού τρόπου μάθησης (Pashler, McDaniel,

Rohrer & Bjork, 2008, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg 2013). Επομένως, είναι σημαντικό να γίνει αποδεκτή η παραδοχή ότι οι καλά σχεδιασμένες εκπαιδευτικές παρεμβάσεις MR έχουν τη δυνατότητα να επηρεάσουν το πλήρες φάσμα των εκπαιδευομένων.

Επιπρόσθετα οι ερευνητές προσθέτουν ότι οι δραστηριότητες αυτές πρέπει να σχεδιαστούν έτσι ώστε να επιτύχουν τις επιθυμητές καταστάσεις κατανόησης. Για να γίνει πιο κατανοητό αυτό δίνουν το παράδειγμα ενός μαθήματος Φυσικής. Ο δάσκαλος λοιπόν για να διδάξει το μηχανισμό των ταχυτήτων τρένων χρησιμοποίησε το σύστημα παρακολούθησης Kinect αλλά δεν καθοδήγησε τους εκπαιδευόμενους να σπρώξουν το χέρι προς τα εμπρός για να ενεργοποιήσουν το σύστημα, έδωσε οδηγίες στους μαθητές να ισιώσουν τον βραχίονα του χεριού τους και να περιστρέψουν την άρθρωση του καρπού γύρω από την άρθρωση των ώμων ως σημείο περιστροφής. Με τον τρόπο αυτό, το κοινό σύστημα παρακολούθησης 3-D μπορεί να αντιστοιχίσει τη διάμετρο του εικονικού μηχανισμού εισαγωγής (σημαντικό για τη διδασκαλία σχετικά με το μηχανικό πλεονέκτημα) και την κατεύθυνση της περιστροφής του γραναζιού εισόδου.

Κλείνοντας με την πρώτη κατηγορία τονίζουν ότι οι ενσώματες δραστηριότητες θα πρέπει να είναι ευάλωτες στην διαφοροποίηση τους σχετικά με κοινωνικές, φυλετικές και ευρύτερα ευαίσθητες ομάδες ανθρώπων. Μάλιστα θα πρέπει να εξεταστούν οι εξειδικευμένες κινήσεις ατόμων με σωματικές διαφορές και αναπηρίες όσον αφορά τις δυνατότητές τους για την κατάκτηση γνώσης καθώς και δυνατότητες για εναλλακτικές λύσεις όταν η κίνηση είναι περιορισμένη (π.χ. προσαρμογή των συστημάτων παρακολούθησης της κίνησης για την υποδοχή αναπηρικών αμαξιδίων).

3.3.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των περιβαλλόντων MR είναι ένα ζωντανό και συναρπαστικό οπτικοακουστικό περιβάλλον για την πρόκληση σωματικής δραστηριότητας. Με άλλα λόγια, το MR δημιουργεί ένα πλαίσιο δράσης. Προκειμένου όμως αυτά τα πλαίσια να επιτύχουν στην επίτευξη των εκπαιδευτικών στόχων τους, τα περιβάλλοντα μάθησης MR πρέπει να βασίζονται σε τεκμηριωμένους δεσμούς μεταξύ των φυσικών ενεργειών που εκτελούν οι μαθητές και της κατασκευής νέων εννοιών.

Όπως συμβαίνει με οποιαδήποτε ερευνητική υπόθεση, οι σχεδιαστές MR πρέπει να είναι προετοιμασμένοι για να αποδυναμωθεί ή και να αντικρουστεί ένας σύνδεσμος δράσης-ιδέας. Αυτά τα ευρήματα θα πρέπει επίσης να αναφέρονται στην ερευνητική κοινότητα ως μέθοδο ταυτοποίησης χαρακτηριστικών του MR που δεν παράγουν ισχυρά μαθησιακά αποτελέσματα. Στις μελέτες του MEteor, για παράδειγμα, οι συμμετέχοντες κλήθηκαν να προσομοιώσουν την κίνηση ενός αστεροειδούς σε κενό χώρο μετακινώντας το εικονικό περιβάλλον προβολής στο πάτωμα σε μια ευθεία γραμμή με μια σταθερή ταχύτητα, με την ιδέα ότι αυτή η εμπειρία θα οδηγήσει στην καλύτερη κατανόηση του πρώτου νόμου του Νεύτωνα. Παρά τις οπτικοποιήσεις δεδομένων που υποστηρίζουν αυτήν την εμπειρία με σταθερή ταχύτητα, πολλοί από τους συμμετέχοντες φοιτητές ανέφεραν ότι αισθάνονταν επιβράδυνση ή επιτάχυνση. Ένα συμπέρασμα που μπορεί να συναχθεί είναι ότι οι μαθητές που περπατούν σε ευθεία γραμμή, στη Γη δηλαδή, απλά δεν ήταν επαρκώς ανάλογοι με την κίνηση σε περιβάλλον μηδενικής βαρύτητας. Η προσέγγιση της διασύνδεσης αποδείχθηκε πολύ πιο αποτελεσματική όταν τα παιδιά προσομοίασαν την κίνηση ενός αντικειμένου σε τροχιά γύρω από έναν πλανήτη ως τρόπο κατανόησης του δεύτερου νόμου του Kepler - σχεδόν κάθε συμμετέχων βγήκε από την εμπειρία αναφέροντας ότι είχαν μετακινηθεί ταχύτερα όταν ήταν πιο κοντά στον πλανήτη πιο αργά όταν ήταν πιο μακριά.

Για την διευκόλυνση αυτής της σύνδεσης υπάρχει ένα εργαλείο. Αναλυτικότερα είναι η Ταξινόμηση της Εφαρμογής στις Εκπαιδευτικές Τεχνολογίες (Johnson - Glenbergetal, 2013), η οποία κατηγοριοποιεί τεχνολογίες που κυμαίνονται από προσομοιώσεις επιτραπέζιων αλληλεπιδράσεων σε περιβάλλοντα εμβάθυνσης MR με βάση το βαθμό στον οποίο εμπλέκουν το σώμα στην εκπαιδευτική παρέμβαση. Σε αυτήν την ταξινόμηση υπάρχουν τέσσερις βαθμοί ενσωμάτωσης που βασίζονται στο μέγεθος τριών βασικών συνιστωσών: (α) ενεργοποίηση αισθητήρα-κινητήρα, (β) συσχέτιση μεταξύ χειρονομίας και περιεχομένου που πρέπει να μάθει και (γ) η κατανόηση. Ένα παράδειγμα ενός κατώτερου, πρώτου βαθμού ενσώματης είναι μια προσομοίωση σε επιτραπέζιο υπολογιστή που περιλαμβάνει ένα ανθρωπογενές avatar όπως και η παρατήρηση μπορεί ακόμα να παράγει ενσώματη μάθηση, αλλά μπορεί να μην είναι τόσο ανθεκτική όσο οι εξαιρετικά μπερδεμένες εμπειρίες που συνδυάζουν το σώμα, την ισχυρή νευρομυϊκή ενεργοποίηση και τις τεχνολογίες αισθητήρα. Παραδείγματα τέταρτου ή υψηλότερου βαθμού περιλαμβάνουν τα περιβάλλοντα «MEteor» και «SMALLab».

3.3.3 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Πολλές εφαρμογές MR και AR δουλεύουν πολύ σκληρά για να αναπαράγουν αλληλεπιδράσεις πραγματικού κόσμου με εντυπωσιακές ψηφιακές εικόνες και εξαιρετικά βυθιζόμενα περιβάλλοντα, αλλά πολλοί έχουν αμφιβολίες για το αν η προσπάθεια και το κόστος ανάπτυξης αξίζει τον κόπο, εάν το τελικό αποτέλεσμα είναι ουσιαστικά μια αναπαραγωγή της πραγματικότητας (Lindgren & Glenberg, 2013). Ωστόσο θεωρείται ως ένα σημαντικό και μάλλον αναντικατάστατο πλεονέκτημα του MR η δυνατότητα επικάλυψης αναπαραστατικών υποστηρίξεων σε εμπειρίες πραγματικού κόσμου με οπτικοποιήσεις και ακουστική ανάδραση σε πραγματικό χρόνο. Στην προσομοίωση SMALLab ενός κεκλιμένου επιπέδου, για παράδειγμα, οι φορείς δύναμης εμφανίζονται πάνω από τα ψηφιακά αντικείμενα που επιτρέπουν στους μαθητές να μεταφράσουν τις φυσικές τους ενέργειες - μετακινώντας το ραβδί για να ωθήσει το αντικείμενο πάνω στο αεροπλάνο - σε μια πιο επίσημη κατανόηση των μηχανικών (Johnson-Glenberg, Koziura, Birchfield & Li, 2011, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013).

Ένα δεύτερο επιχείρημα σχετικά με το ίδιο παράδειγμα είναι ότι οι MR χώροι, όπως το SMALLab, είναι περισσότερο προσιτοί στη συνεργασία, στη συμμετοχή πολλών παιδιών ικανά να συνεργαστούν για να μετακινήσουν το αντικείμενο πάνω στο αεροπλάνο, να σταματήσουν, να αξιολογήσουν και να συζητήσουν τις αντίστοιχες συνεισφορές τους χρησιμοποιώντας τις αντιπροσωπευτικές υποστηρίξεις του συστήματος. Τα σχέδια MR πρέπει να δημιουργούνται ώστε να επεκτείνουν και να ενισχύουν την πραγματική εμπειρία στον κόσμο, να επιτρέπουν τη συνεργασία και να προωθούν τη νευρομυϊκή εμπλοκή με την γνώση.

3.3.4 ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ

Τα περιβάλλοντα MR είναι κατάλληλα ιδιαίτερα για ομαδικές, συνεργατικές δραστηριότητες, επειδή οι κοινωνικές αλληλεπιδράσεις περιλαμβάνουν συνήθως φυσική αλληλεπίδραση μεταξύ των συμμετεχόντων και οι δομές του MR μπορούν να διευκολύνουν και να ενισχύσουν αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Έτσι οι Lindgren & Glenberg ενθαρρύνουν τους ερευνητές να εκμεταλλευτούν τις δυνατότητες μεγάλων επιφανειών εγκατάστασης (π.χ. διαδραστικοί πίνακες) και, όπου είναι δυνατόν, να επικεντρωθούν στην ομάδα ως μονάδα ανάλυσης για ενσώματη μάθηση. Αυτό δεν

σημαίνει ότι οι αποτελεσματικές τεχνολογίες μάθησης MR πρέπει να είναι συνεργατικές - το περιβάλλον MEteor, για παράδειγμα, είναι σήμερα μια εμπειρία ενός χρήστη, αλλά δίνει ευκαιρίες για πολλαπλούς χρήστες να αλληλεπιδρούν ταυτόχρονα και σε συντονισμό ανοίγει το χώρο των εκπαιδευτικών πλαισίων που μπορούν να εφαρμοστούν αυτές οι τεχνολογίες.

Πιο συγκεκριμένα οι ερευνητές δίνουν τα εξής παραδείγματα. Πρώτα- πρώτα η χρήση της MR της SMALLab έδειξε ότι οι φοιτητές που χρησιμοποίησαν αυτές τις προσομοιώσεις συμμετείχαν σε μια συζήτηση σχετικά με επιστημονικά θέματα έναντι με τις συνήθεις δραστηριότητες που θα έκαναν στην σχολική αίθουσα (Birchfield & Megowan-Romanowicz, 2009, όπως αναφέρεται Lindgren & Glenberg, 2013). Έπειτα με τις ενδοσυνδεδεμένες αίθουσες διδασκαλίας και τις ταμπλέτες, παρέχεται η δυνατότητα τόσο της εμπειρίας σε επίπεδο ενός-προς-ένα όσο και σε όλη συλλογικό. Ενδιαφέρουσες εργασίες επιπλέον γίνονται στο EnoRoom και σε άλλα περιβάλλοντα μεγάλης οθόνης όπου οι εκπαιδευτές μπορούν να έχουν πρόσβαση και να επιβλέπουν την απόδοση των tablet των μαθητών σε πραγματικό χρόνο (Lui, Cober & Slotta, 2013, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013).

3.3.5 ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΘΕΩΡΙΩΝ

Οι Lindgren & Glenberg (2013) υποστήριξαν τον συνδυασμό δύο θεωριών. Της μιας που θεωρεί ότι η έρευνα στον τομέα της εκπαίδευσης πρέπει να αποτελείται από επαναλαμβανόμενες μελέτες νέων σχεδίων που βασίζονται στη θεωρία και πραγματοποιούνται στα αυθεντικά περιβάλλοντα για τα οποία προορίζεται το σχέδιο (Design Based Research Collective, 2003) και της άλλης που υπογραμμίζει ότι η έρευνα θα πρέπει να περιλαμβάνει μελέτες που θα απομονώνουν τις μεταβλητές και τους μηχανισμούς υπό έλεγχο, ώστε να παράγουν ακριβή αποτελέσματα (Shavelson, Phillips, Towne & Feuer, 2003) . Με την ανάλυση των παραπάνω καταλήγουν ότι οι μελέτες MR και η ενσώματη μάθηση θα πρέπει να αποτελούνται από μια προσέγγιση που ξεκινά με μια ελεγχόμενη μελέτη που εξετάζει συγκεκριμένες δυνατότητες της τεχνολογίας MR για την οικοδόμηση εννοιολογικής γνώσης (ιδανικά σε σύγκριση με μια παραδοσιακή διδακτική προσέγγιση δεν διαθέτει τα ίδια πλεονεκτήματα) και μόλις οι μηχανισμοί της ενσώματης μάθησης γίνουν κατανοητοί για το συγκεκριμένο περιεχόμενο, είναι σημαντικό να δοκιμαστεί το σχέδιο σε αυθεντικά περιβάλλοντα και να επιτραπεί η εξέλιξη του σχεδιασμού, όπου αυτό είναι απαραίτητο, για την

αντιμετώπιση της συγκεκριμένης κατάστασης στην οποία έχει υλοποιηθεί. Αυτό πιθανόν να συνεπάγεται την εισαγωγή επιπρόσθετων ποιοτικών μεθόδων, όπως η ανάλυση λόγου, προκειμένου να καταγραφεί ο διαφορετικός χαρακτήρας της αλληλεπίδρασης μεταξύ του σχεδιασμού της μάθησης και του πλαισίου.

3.3.6 ΚΡΙΤΗΤΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Τα ενσώματα περιβάλλοντα μάθησης, όπως το MR έχουν αποδεδειγμένες επιδράσεις στους αισθητήρες και στην κατανόηση των μαθητών, στην αντιληπτική τους οξύτητα και στην προθυμία τους να διερευνήσουν τον τομέα των μαθηματικών. Χαρακτηριστικά ωστόσο που δεν μπορούν να μελετηθούν με τις παραδοσιακές αξιολογήσεις χαρτιού και μολυβιού. Έτσι θα πρέπει σύμφωνα με τους ερευνητές τα μαθησιακά περιβάλλοντα να χρησιμοποιούν και τα κατάλληλα μέσα για την εκτίμηση των παραπάνω.

Ο σχεδιασμός εκτιμήσεων για αυτά τα περιβάλλοντα θα πρέπει να περιλαμβάνει τόσο τη δημιουργικότητα και την καινοτομία όσο και το σχεδιασμό των ίδιων των τεχνολογιών. Σε ορισμένες περιπτώσεις, αυτό θα μπορούσε να περιλαμβάνει ενσωματωμένες αξιολογήσεις που χρησιμοποιούν τα δεδομένα που συλλέγονται από τα περιβάλλοντα MR για την καταγραφή των αποφάσεων και των κινήσεων των συμμετεχόντων και να καθορίσουν κατά πόσον γίνονται όλο και περισσότερο επιδέξιοι και πιο προσαρμοστικοί με την πάροδο του χρόνου (Lindgren & Glenberg, 2013).

Ο αναδυόμενος τομέας της ανάλυσης των τρόπων μάθησης (π.χ. Siemens & Long, 2011, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013) θα είναι εξαιρετικά χρήσιμος σε αυτήν την προσπάθεια, καθώς προωθεί ποικίλες μεθόδους συλλογής και επεξεργασίας δεδομένων σχετικά με τη συμπεριφορά των μαθητών που είναι χρήσιμα για τις αξιολογήσεις και τον επαναληπτικό σχεδιασμό. Τόσο οι μελέτες MEteor όσο και SMALLab έχουν δημιουργήσει διαγράμματα και σκίτσα που αντανακλούν κάποιες πτυχές της εμπειρίας MR τους. Αυτές οι μελέτες βλέπουν ενδιαφέρουσες διαφορές σε αυτά τα γενετικά σκίτσα όταν συγκρίνουν τους σπουδαστές που χρησιμοποιούν τεχνολογίες πλήρους σώματος MR σε εκείνους που χρησιμοποιούν πιο παραδοσιακά εκπαιδευτικά εργαλεία (π.χ. επιτραπέζιοι υπολογιστές), όπως και διαφορετικά επίπεδα προσοχής στο δυναμικό περιεχόμενο των προσομοιώσεων (Lindgren & Moshell, 2011, όπως αναφέρεται στο Lindgren & Glenberg, 2013).

Επίσης, προτείνετε τη χρήση αξιολογήσεων μετά από το πέρασμα μεγάλου χρονικού διαστήματος, δεδομένου ότι οι παρεμβάσεις MR δείχνουν διαφορές στη μακροχρόνια διατήρηση του περιεχομένου της μάθησης από τους μαθητές (Lindgren & Glenberg, 2013). Ωστόσο τονίζουν ότι δεν υποστηρίζουν την εξάλειψη των αξιολογήσεων γνώσεων pre-test και post-test από τα πρωτόκολλα έρευνας του MR, τα εφαρμόζουν μάλιστα και τα δύο, αλλά είναι σαφές ότι η απόδειξη της διατήρησης των μαθησιακών επιπτώσεων από τη χρήση τεχνολογιών MR θα απαιτήσει πληθώρα μέτρων και μεθοδολογιών, παλαιών και νέων.

Παρόλο που όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι ερευνητές αναγνωρίζουν την ποικιλομορφία των MR στηρίχτηκαν σε δύο βασικά χαρακτηριστικά αυτών των περιβαλλόντων. Το πρώτο είναι αυτό της τεχνολογικής εμπειρίας που τοποθετεί τον μαθητή στο εσωτερικό του συστήματος, το οποίο, σε ορισμένες περιπτώσεις, καθιστά ακόμη και τον ίδιο τον μαθητή συστατικό της προσομοίωσης. Σε αυτό το σημείο οι ερευνητές επισημαίνουν ότι αυτό το είδος εμπειρίας είναι σύμφωνο με αυτό που ο Colella (2000) ονομάζει "συμμετοχικές προσομοιώσεις" και αυτό που ο Moher (2006) αναφέρει ως "ενσώματα φαινόμενα". Το δεύτερο είναι το χαρακτηριστικό που τα περιβάλλοντα περιλαμβάνουν μια διεπαφή που ανταποκρίνεται με κάποιο τρόπο στις φυσικές κινήσεις των μαθητών, όπως η λήψη χειρονομίας ως εισροή ή η παρακολούθηση της θέσης τους σε διαφορετικά περιβάλλοντα. Οι ερευνητές τονίζουν ότι τα κριτήρια αυτά περιλαμβάνουν ένα μεγάλο και ποικίλο σύνολο εφαρμογών που χρησιμοποιούν κινητές συσκευές, μεγάλες και ενσωματωμένες ψηφιακές οθόνες, τεχνολογία προβολής και μια σειρά συσκευών δέσμευσης κίνησης. Οι ενσώματες μαθησιακές εμπειρίες δεν απαιτούν τεχνολογίες MR, αλλά οι τεχνολογίες MR του τύπου που μόλις περιγράψαμε είναι κατάλληλες για τη διευκόλυνση της ενσώματης μάθησης επειδή συνδυάζουν τη σωματική δραστηριότητα με φυσικές αναπαραστάσεις.

3.3.7 STEM ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Ο Abrahamson & Lindgren (2014) εξηγούν πώς η προσέγγιση της ενσώματης συμβάλλει στην κατανόηση της μάθησης και κατά επέκταση στον σχεδιασμό των μαθησιακών περιβαλλόντων STEM. Δίνουν ένα παράδειγμα ενός βρέφους που διασχίζει το κέντρο μιας τραμπάλας. Ύψιζει ελαφρώς το βάρος της από τη μία πλευρά στην άλλη, αισθάνεται καθώς κάθε πλευρά σκοντάφτει προς τα κάτω και

μετά ξανακάνει. Αυτό το παιδί δεν μπορεί να διατυπώσει τις παρατηρήσεις του με απλά λόγια, πόσο μάλλον με την επιστημονική ορολογία.' Αυτή η μη λεκτική σωματική εμπειρία ωστόσο, προσθέτουν, ότι έχει κάποια σχέση με το είδος της μάθησης που λαμβάνει χώρα στα σχολεία - μαθαίνοντας λεκτικές και αφηρημένες έννοιες; Στην έρευνα τους υποστηρίζουν ότι το σώμα έχει πάντα να κάνει με τη μάθηση, ακόμη και την εκμάθηση αφηρημένων εννοιών. Η μαθηματική πρακτική άλλωστε θεωρείται ότι είναι η παραγωγή και ο χειρισμός αυθαίρετων συμβολικών επιγραφών που φέρουν αφηρημένες, καθολικές πιστώσεις που δεν έχουν σχέση με την ανθρώπινη σωματικότητα. Τα μαθηματικά θεωρείται ότι αποτελούν την επιτομή του συλλογικού ιστορικού επιτεύγματος του είδους μας, το οποίο ξεπερνάει και, ίσως, ξεφεύγει από την καθημερινή υλική κατάσταση του να έχει ένα σώμα κυβερνούμενο από τυχαία χερσαία περίσταση. Απορρίπτουν λοιπόν αυτήν την κοινή άποψη και υποστηρίζουν ότι τα σχολικά μαθήματα κι όχι μόνο ενσωματώνονται. Μια ενσωματωμένη προοπτική απορρίπτει την πλατωνική έννοια των μαθηματικών αντικειμένων ως ιδεωδών οντοτήτων των οποίων οι απλοί θνητοί ελπίζουν να κατανοήσουν. Επιπλέον, αυτή η προοπτική προάγει μια επιστημολογική θεωρία των μαθηματικών και, στην πραγματικότητα, όλα τα περιεχόμενα του STEM, που δεν βασίζονται στα σηματοδοτικά του συστήματα και τις επιγραφικές μορφές (οι οποίες είναι σαφώς καθοριστικές για την πρακτική του), αλλά στην τοποθετημένη χωροανθεκτική και σωματική φαινομενολογία όπου το άτομο ασκεί δραστηριότητα που χαρακτηρίζεται από την κοινωνία ως «μαθηματική». Υποστηρίζουν ακόμη ότι η βασική γνώση STEM διαμορφώνεται από την ενσωματωμένη φύση του ανθρώπινου νου.

Σε πολλούς τομείς, ιδιαίτερα στην επιστήμη, την τεχνολογία, τη μηχανική και τα μαθηματικά (STEM), αυτές οι επαγγελματικές συνήθειες μπορεί να είναι δύσκολο να αποκτηθούν, επειδή εισάγουν αναλυτικές προοπτικές που απομακρύνονται από τους νατουραλιστικούς τρόπους ύπαρξης στον κόσμο (Bamberger & diSessa, 2003, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014). Επιπλέον, στους κλάδους STEM, για να συμμετάσχουν στην επαγγελματική πρακτική πρέπει να έχει αναπτυχθεί ευχέρεια με εξειδικευμένα σημειωτικά συστήματα που χρησιμοποιούν άγνωστες συμβολικές σημειώσεις (Harnad, 1990, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014). Θεωρείται ότι η προσέγγιση της ενσωμάτωσης μπορεί να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν περιβάλλοντα μάθησης που οδηγούν τους μαθητές σε αυτές τις προοπτικές. Βασιζόμενοι σε ένα ευρύ φάσμα

μέσων μάθησης, παρακάτω περιγράφονται τρεις αρχές που θεωρήθηκαν χρήσιμες στο να κατανοήσουν και να ανταποκριθούν στις δυσκολίες των μαθητών με περιεχόμενο STEM. Οι Abrahamson & Lindgren, (2014) χωρίζουν την έρευνα τους σε 3 θέσεις-ενότητες. Στην πρώτη εξετάζουν δύο επιστημολογικά συστήματα, το πρωτόγονο και το τυπικό και υποστηρίζουν ότι η βαθιά κατανόηση της επίσημης ανάλυσης στηρίζεται σε σημασίες από τις άμεσες αλληλεπιδράσεις με τον φυσικό κόσμο. Στη δεύτερη αποδεικνύουν ότι ακόμα και πέρα από τις φάσεις αρχικής μάθησης στους κλάδους, συνεχίζονται να ενσωματώνονται όλες οι συνεχιζόμενες διαδικασίες νοήματος, επίλυσης προβλημάτων ή ακόμη και χειραγώγησης συμβολικής συμβολής - ενεργοποιούν όλα τα φυσιοκρατικά συστήματα αντίληψης που προέρχονται από τους σωματικούς παράγοντες που λειτουργούν σε χωροταξική-δυναμική πραγματικότητα. Στην τρίτη υποστηρίζουν τον διαδεδομένο ρόλο του βιολογικού-εξοπλισμού, υλικού, επιστημολογικής υποστήριξης και διαμόρφωσης της γνωστικής δραστηριότητας. Τέλος καταλήγουν σε μια πρόκληση για το σχεδιασμό των μαθησιακών περιβαλλόντων STEM

Οι ερευνητές για τον σχεδιασμό του περιβάλλοντος STEM ακολούθησαν μια κλιμακωτή γραμμή δραστηριοτήτων με 3 στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά δραστηριότητες μάθησης που βασίζονται στην προϋπάρχουσα ικανότητα των φοιτητών να προσανατολίζονται και να κινητοποιούνται σε πραγματικό ή εικονικό τρισδιάστατο χώρο. Οι δραστηριότητες θα πρέπει να απαιτούν από τους μαθητές να χρησιμοποιούν τις αντιληπτικές τους αισθήσεις και τον συντονισμό των κινήσεων για να κρίνουν τις ιδιότητες των ερεθισμάτων και να εκτελούν νέες ενέργειες. Οι αρχικές εργασίες θα πρέπει να περιλαμβάνουν ελάχιστα έως καθόλου συμβολικά ερεθίσματα, με προτίμηση αντί για εικονιστικές, εικονικές, διαγραμματικές και γραφικές παραστάσεις. Οι δραστηριότητες θα πρέπει να αρχίσουν με τη συμμετοχή των μαθητών σε φαινομενικά απλές εργασίες (κάνοντας μια πράσινη οθόνη, χτυπώντας έναν στόχο κ.λπ.). Οι τρόποι εκτέλεσης θα πρέπει αρχικά να είναι απλοί, αλλά ο γενικός στόχος ενδέχεται αρχικά να είναι αδιαφανής, με πιο σύνθετους στόχους να εμφανίζονται με την πάροδο του χρόνου

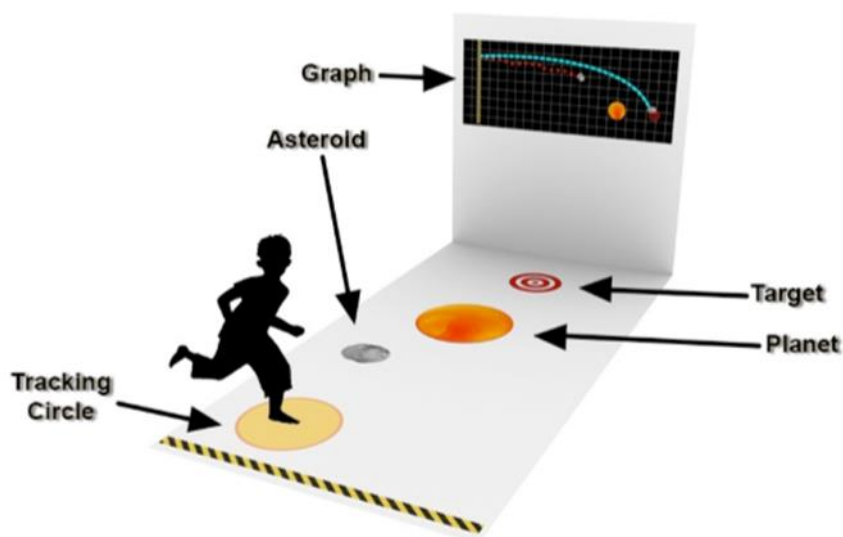
Το δεύτερο στάδιο αφορά δραστηριότητες που βρίσκονται σε ένα ενορχηστρωμένο περιβάλλον το οποίο περιλαμβάνει μέσα ενημέρωσης και παράγοντες διευκόλυνσης. Οι μαθητές πρέπει να έχουν ευκαιρίες να βρίσκουν σκοπό και νόημα σε αυτά τα περιβάλλοντα. Το μαθησιακό περιβάλλον πρέπει να σχεδιαστεί έτσι ώστε οι σωματικές ενέργειες - που κυμαίνονται από την κίνηση ενός μόνο

δακτύλου έως το άλμα ολόκληρου του σώματος του - να συσχετιστούν με το περιβάλλον δράσης-αντίδρασης. Στην περίπτωση υπολογιστών που βασίζονται σε υπολογιστές, όπως η εικονική πραγματικότητα και οι προσομοιώσεις, οι μαθητές θα πρέπει να βιώσουν τη αντιμετώπιση των εικονικών αντικειμένων σε μια οθόνη, στο πάτωμα κλπ. Οι κατανομές των ζευγών δράσης-περιβάλλοντος πρέπει να εισαχθούν σταδιακά με την παρουσίαση στόχων που δεν μπορούν να ικανοποιηθούν χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες διαμορφώσεις εξοπλισμού. Οι εργασίες ενδέχεται να απαιτούν ξαφνικά να χρησιμοποιούνται τα εργαλεία με νέους τρόπους ή να χρησιμοποιούνται νέα εργαλεία ή πλαίσια αναφοράς. ή τα ίδια τα υλικά θα μπορούσαν να μετατοπιστούν στις απαιτούμενες νέες διαμορφώσεις. Οι μαθητές θα πρέπει να αναπτύξουν σταδιακά νέες αντιληπτικές ικανότητες που τους επιτρέπουν να ελέγχουν αποτελεσματικά τα αντικείμενα στην υπηρεσία του πιο εξελιγμένου αντικειμενικού στόχου.

Το τρίτο στάδιο αποτελείται από τα μοτίβα διευκόλυνσης της κίνησης και της δέσμευσης του σώματος που διευκολύνουν βέλτιστα την εννοιολογική ανάπτυξη και που δεν εμφανίζονται πάντα φυσικά. Οι σπουδαστές θα χρειάζονται συχνά καθοδήγηση για να αναλάβουν δράση και να μετακινήσουν το σώμα τους με τρόπους που προσομοιώνουν τους κεντρικούς μηχανισμούς και τις χωρικές σχέσεις - να θεσπίσουν λειτουργικές μεταφορές για τον τομέα της γνώσης-στόχου. Θα πρέπει να εφαρμοστούν φυσικές προσεγγίσεις και ανατροφοδότηση σε πραγματικό χρόνο για να ενισχυθούν αυτές οι μεταφορές και να προκληθούν τα είδη κίνησης που οδηγούν στις επιθυμητές εννοιολογικές αντιλήψεις. Οι εκπαιδευτές και άλλοι παράγοντες στο περιβάλλον θα πρέπει να εργαστούν για να εναρμονίσουν τα]κιναισθητικά σχήματα των μαθητών με αυτά των ειδικών. Αυτό συνήθως περιλαμβάνει την εμφάνιση μιας κατάστασης με νέους τρόπους, καθιστώντας εναρμονισμένη τις "κρυφές" πτυχές του περιβάλλοντος. Οι παιδαγωγικές πρακτικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν περιλαμβάνουν τη σωματική επίδειξη, τη συμπαραγωγή, την πρακτική εξάσκηση, καθώς και τη χρήση τεχνολογιών μέσων ενημέρωσης για την παρουσίαση οπτικοακουστικών και ακόμη και απτικών εμπειριών που μεταφέρουν εμπειρικές προοπτικές. Τα ενσωματωμένα σχέδια θα οδηγήσουν πιο αποτελεσματικά στην εννοιολογική ανάπτυξη εάν οι μαθητές καλούνται να διατυπώσουν τις στρατηγικές τους για αλληλεπίδραση με υλικά στο περιβάλλον. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να περιγράψουν τις τακτικές ανατροφοδότησης με βάση τις ενέργειές τους, να επεξεργαστούν αυτές τις κανονικότητες σε σχέση με τις γνώσεις

περιεχομένου που προκαλούνται από τη δραστηριότητα, να αναπτύξουν στρατηγικές αξιοποίησης αυτών των γνώσεων ώστε να επιτελέσουν το έργο πιο αποτελεσματικά ζητάει συγκεκριμένες ρυθμίσεις των μεταβλητών συνθηκών καθώς και πρόσθετα εργαλεία.

Επιπρόσθετα οι Abrahamson & Lindgren (2014) χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα MEteor όπου έχει σχεδιαστεί για να υποστηρίζει την επιδιόρθωση των κινήσεων και να συνδυάζει τις σωστά εκτελούμενες ενέργειες με ένα επίσημο πλαίσιο για την ερμηνεία αυτών των ενεργειών. Το MEteor είναι ένα παιχνίδι προσομοίωσης μικτής πραγματικότητας (30 'x 10'), το οποίο προσπαθεί να ενισχύσει και να διαρθρώσει διαίσθηση σχετικά με τους νόμους του Newton και τους νόμους του Kepler, έχοντας αναλάβει την κίνηση ενός αστεροειδούς που ταξιδεύει στο διάστημα. Οι μαθητές χρησιμοποιούν όλο το σώμα τους για να κάνουν προβλέψεις για το πού ο αστεροειδής θα κινηθεί καθώς συναντά τους πλανήτες και άλλα αντικείμενα με βαρυτικές δυνάμεις. τα ηχητικά και οπτικά μηνύματα καθοδηγούν τις κινήσεις τους, επιτρέποντάς τους να προσαρμόσουν τις προβλέψεις τους σε πραγματικό χρόνο. Το MEteor είναι μια σχετικά βραχυπρόθεσμη παρέμβαση που αποσκοπεί στη διακοπή των προϋπαρχουσών παρερμηνειών και στη δημιουργία νέων προοπτικών που μπορούν να αξιοποιηθούν με επίσημη διδασκαλία.



Εικόνα 3.8 Απεικόνιση Περιβάλλον Meteor (Abrahamson & Lindgren, 2014)

Οι ερευνητές εξηγούν ότι στο MEteor, ένας μαθητευόμενος βοηθά στην υιοθέτηση λειτουργικών μεταφορών μέσω σημαντικών μηχανισμών συζήτησης. Εάν, για παράδειγμα, ένας μαθητής αρχίζει να αποκλίνει από τη σωστή τροχιά ενός

αντικειμένου που κινείται διαμέσου του χώρου, όλα τα διαθέσιμα δυναμικά οπτικά στοιχεία της προσομοίωσης (το χρώμα του κύκλου παρακολούθησης, η πραγματική θέση του αστεροειδή κλπ.) θα αλλάξουν ώστε να κατευθύνει τον μαθητή πίσω στην σωστή πορεία. Πρόβλεψαν ότι η εμπειρία του MEteor θα οδηγούσε σε πιο οργανωμένα συστήματα γνώσης και τα δεδομένα που συλλέχθηκαν απέδειξαν ότι οι μαθητές που ασχολούνται με τη προσομοίωση πλήρους σώματος είναι λιγότερο πιθανό να επικεντρωθούν στα "χαρακτηριστικά της επιφάνειας" της εμπειρίας προσομοίωσης (π.χ. αστέρια του φόντου ή υφές των πλανητών) σε σύγκριση με τους συμμετέχοντες που χρησιμοποίησαν μια έκδοση για την ίδια επιφάνεια προσομοίωσης (Lindgren & Moshell, 2011, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014). Οι συμμετέχοντες στους οποίους δίδεται η ευκαιρία να υιοθετήσουν τις έννοιες της φυσικής με τα σώματά τους φαίνονται πιο συντονισμένοι με τις σημαντικές δυναμικές σχέσεις που μεταδίδονται από την προσομοίωση, όπως αποδεικνύεται από τη χρήση βέλη και άλλων αναπαραστάσεων κίνησης στα μετα-προσομοιωτικά διαγράμματα. Επιπλέον, οι συμμετέχοντες που χρησιμοποιούν τη προσομοίωση πλήρους σώματος φαίνεται να έχουν πιο ισχυρή κατανόηση του χώρου προσομοίωσης, όπως αποδεικνύεται από την ανώτερη ικανότητα τους να εντοπίζουν τις συνθήκες που θα οδηγήσουν σε επιτυχημένη και ανεπιτυχή εκτόξευση (Lindgren & Bolling, 2013, όπως αναφέρεται στο Abrahamson & Lindgren, 2014).

4. Η ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Εν τέλει η κατάληξη από την μελέτη των παραπάνω ερευνών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι σε όλες τις διδακτικές προτάσεις που συστήνονται για την διδασκαλία των γωνιών μπορεί να υπάρξει είτε έμμεσα είτε άμεσα η εμπλοκή του σώματος. Δεν θα μπορούσε να γίνει άλλωστε και διαφορετικά καθώς το σώμα είναι βαθιά συνδεδεμένο με το μυαλό, γεγονός που υποστηρίζεται από την αρχαιότητα αν σκεφτεί κανείς το απόφθεγμα του σατιρικού ποιητή Ιούνιου Ιουβενάλη «*orandum est ut sit mens sana in corpore sano*» που μεταφράζεται στα ελληνικά “νους υγιής εν σώματι υγιεί”. Ωστόσο για να γίνει καλύτερα κατανοητή η πεποίθησή μας ακολουθεί μια κατηγοριοποίηση.

4.1. ΨΗΦΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Η διδακτική πρόταση της βιβλιογραφίας για την χρήση τεχνολογίας μπορεί να προσεγγιστεί και με την προσθήκη του σώματος, σαν θετικό έναυσμα για τους μαθητές, με την εισαγωγή της κονσόλας του Logo (Clements, & Battista, 1989, Mithcelmore, 1998), Kinect (King & Smith, 2018), Scratch (Bratitsis, Tatsis, & Amanatidou, 2012), Meteor (Abrahamson & Lindgren 2014), Geogebra (Budi, 2014,) Geometer’s Sketchpad (Budi, 2014. Bütüner & Filiz, 2017), Sketchpad (Özerem, 2012), Explorer (2012), (Crompton, 2015), από ψηφιακές επικαλύψεις σε προβολές κάμερας έως τη χρήση φυσικών αντικειμένων για αλληλεπίδραση με ψηφιακές οθόνες για την ενίσχυση αλληλεπιδράσεων εικονικής πραγματικότητας με απτική ανατροφοδότηση (Lindgren & Glenberg, 2013). Έτσι ο μαθητής θα έχει όλα τα οφέλη που του προσφέρει η μάθηση μέσω της τεχνολογίας αλλά και αυτά της ενσώματης μάθησης. Θα του είναι επιπρόσθετα πιο εύκολο να αποφύγει τις παρανοήσεις της γωνίας και να του γίνεται αντιληπτή και στον πραγματικό κόσμο.

4.2 ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Η χρήση του χειραπτικού υλικού είναι από τις πρώτες προσεγγίσεις των γωνιών (Menon, 2019, Bütüner & Filiz, 2017). Η ίδια η χρήση τους όμως είναι άμεσα συνυφασμένη με το σώμα. Αυτό δικαιολογείται αν σκεφτεί κανένας ότι ο μαθητής θα πειραματιστεί με τα χέρια του για να βάλει σωστά το μοιρογνωμόνιο και να

σχηματίζει στο χαρτί μια γωνία (Prescott, Mitchelmore & White 2002, Mitcelmore & White 2003, Yazgan, Argün & Emre, 2009), θα σχηματίσει ενδεχομένως γωνίες με το άνοιγμα των δαχτύλων του, θα ανοίξει το ψαλίδι (Devichi, & Munier, 2013) και μαζί με αυτό και τα δάχτυλα του, θα χρησιμοποιήσει την αλφάβητο μέσω χειραπτικών υλικών όπως τα ξυλάκια για την αναγνώριση των γωνιών (Hery, 2014). Τα χέρια του είναι τόσο ενεργά που σχεδόν λειτουργούν κι αυτά σαν επέκταση των χειραπτικών μέσων δημιουργίας γωνιών. Ακόμα και οι ζωγραφιές ενός αναρριχώμενου μοτίβου προκαλεί επικερδή οφέλη στην εκμάθηση αυτού του γνωστικού μοντέλου (Fyhn, 2008, 2010), ο καθρέφτης (Munier & Merle, 2009), η πυξίδα (Munier & Merle, 2009).

4.3 ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΕΝΣΩΜΑΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΩΝΙΩΝ

Η φυσική βασίζεται από μόνη της στα σώματα. Υλικά και άυλα. Η επιστήμη της ουσιαστικά μελετά τις αλληλεπιδράσεις και δυνάμεις των σωμάτων. Επομένως η φυσική στην διδασκαλία των γωνιών θα έχει μια προσέγγιση σώματος, είτε στον πραγματικό κόσμο είτε στον ψηφιακό. Σε αυτό το πλαίσιο ενσωματώνονται και οι χειρονομίες που κάνουν τόσο οι εκπαιδευτικοί όσο και οι μαθητές για να πλαισιώσουν την γνώση τους ή τις απορίες τους για τις γωνίες (Freitas & Sinclair, 2011, Alibali & Nathan, 2012), τα παιχνίδια προσομοίωσης (Piu, Fregola & Santoro, 2016) ή επιδαπέδια (Hraste, De Giorgio, Jelaska, Padulo & Granić 2018, Price & Duffy 2018), η ορειβασία (Fyhn, 2006, 2008, 2010).

4.4 Η ΟΝΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ

Από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι η ενσώματη μάθηση βρίσκεται αναμειγμένη σε όλες τις διδακτικές προτάσεις για την διδασκαλία των γωνιών. Ο συνδυασμός των διαφορετικών αυτών μέσων μόνο θετικό πρόσημο θα μπορεί να έχει στην πλήρη κατανόηση του αντικειμένου. Ας μην ξεχνάμε το γεγονός ότι οι μαθητές είναι πολύπλευρες προσωπικότητες, και όσο περισσότερα ερεθίσματα έχουν τόσο πιο πιθανό είναι να κεντριστεί το ενδιαφέρον τους για την μάθηση. Κλείνοντας ας τονιστεί ότι ο μαθητής εκτός από την ψυχή και τον νου είναι και το σώμα του και ο εκπαιδευτικός οφείλει να βρίσκει τρόπους για να χρησιμοποιεί μεθόδους διδασκαλίας που προσεγγίζει ολόκληρο τον εαυτό του μαθητή του. Εν κατακλείδι η παρούσα

έρευνα καταλήγει στην βασική αρχή του Αριστοτέλη και, στη συνέχεια, του Κομένιου ότι «η διδασκαλία ξεκινά πρώτα από τα πράγματα, τις εμπειρίες, και μετά προχωρεί στις λέξεις».

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Συνοψίζοντας η έρευνα ξεκινάει με την έννοια και τον ορισμό της γωνίας για να συνεχίσει με τα θέματα και τα ζητήματα παρανοήσεων που προκύπτουν κατά την διδασκαλία της. Παραθέτει τις έρευνες που στοχεύουν στα μέσα που χρησιμοποιούνται για την διδασκαλία των γωνιών που μέσω αυτών ουσιαστικά το αντικείμενο γνώσης γίνεται πιο κατανοητό. Με αυτόν τον τρόπο οι ερευνητές δίνουν τα παραδείγματα τους στους τέσσερις άξονες, στην χρήση ψηφιακού και χειραπτικού υλικού, στην σύνδεση με τη φυσική και στην ενσώματη μάθηση. Με τα παραπάνω παραδείγματα των ερευνών δημιουργείται η ανάγκη παραπάνω μελέτης του σώματος στην μάθηση και ειδικότερα στο μαθηματικό αντικείμενο της γωνίας.

Στην συνέχεια λοιπόν, διαπιστώνοντας αυτήν την ανάγκη, σημειώνονται οι έρευνες που τα ευρήματά τους τονίζουν την σημαντικότητα της εμπλοκής του σώματος και ξεχωριστά της χειρονομίας στην διδασκαλία των γωνιών. Σε αυτό το σημείο γίνεται αναφορά για το διαδεδομένο μικτό περιβάλλον μάθησης, τα χαρακτηριστικά του, τον τρόπο αξιολόγησης ενός τέτοιου περιβάλλοντος και το τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιείται για να εντάξει το σώμα στην μάθηση και ειδικότερα στην διδασκαλία γωνιών.

Με την παράθεση και την επεξήγηση όλων των παραπάνω η έρευνα καταλήγει ότι η ενσώματη διδασκαλία υπάρχει σε όλες τις διδακτικές προσεγγίσεις που προτείνουν οι ερευνητές. Συγκεκριμένα τα συμπεράσματα που προκύπτουν λοιπόν είναι ότι μέσω αυτής οι μαθητές αποβάλλουν την αντίληψη ότι το μήκος των γωνιών εξαρτάται από το μήκος των βραχιόνων και κατανοούν ότι αυτό που έχει σημασία είναι το άνοιγμα μεταξύ των βραχιόνων. Επιπλέον μέσω της εμπλοκής τους με το σώμα τους είναι πιο αισθητό το γεγονός ότι οι γωνίες δεν έχουν προκαθορισμένη κατεύθυνση, ότι εξαρτάται ποιο ορίζουμε εμείς σημείο εκκίνησης και βρίσκονται παντού γύρω μας.

Πέρα λοιπόν από το ότι γίνεται κατανοητή η σημαντικότητα της εισαγωγής της Ενσώματης Μάθησης σαν διδακτική προσέγγιση στο μάθημα των μαθηματικών τόσο για την διαδικασία επεξήγησης εννοιών όσο και για την αποφυγή των παρανοήσεων

είναι σημαντική και η κέντριση του ενδιαφέροντος των μαθητών που παρατηρείται αφού βλέπουν την ενσώματη διδασκαλία διασκεδαστική, παιχνιδιάρικη και πρωτότυπη. Ωστόσο είναι σαφές ότι υπάρχει η ανάγκη για περισσότερη μελέτη και έρευνα για αυτό το διδακτικό μέσον, το σώμα. Η συγκεκριμένη έρευνα εξάλλου ενδείκνυται για μελλοντική Διδακτική Παρέμβαση-πρακτική έρευνα.

Σε αυτό το σημείο βέβαια δεν πρέπει να παραληφθεί το γεγονός ότι δημιουργούνται και κάποια ερωτήματα. Ένα εύλογο ερώτημα λοιπόν που προκύπτει από την μελέτη αυτή είναι αν μπορεί κάποιος να υποστηρίξει ότι υπάρχουν οδηγίες για το πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους εκπαιδευτικούς η ενσώματη διδασκαλία. Στο ερώτημα αυτό, η απάντηση είναι ότι όχι δεν υπάρχουν οδηγίες αλλά ωστόσο υπάρχουν παραδείγματα που μπορούν να χρησιμοποιήσουν στην πράξη και οι ίδιοι ή να εμπνευστούν και να δημιουργήσουν τα δικά τους.

Αυτά τα παραδείγματα μπορούν να πλαισιωθούν με την κατηγοριοποίηση ή τον συνδυασμό στους εν λόγω άξονες, δηλαδή της χρήσης χειραπτικού υλικού, τεχνολογίας ή του σώματος αυτού καθαυτού. Για παράδειγμα μπορεί να πραγματοποιηθεί μια διδασκαλία με την χρήση χειραπτικών υλικών όπως είναι ένα απλό ψαλίδι που λειτουργεί ως επέκταση των χεριών καθώς δημιουργείται και γωνία μεταξύ των δαχτύλων κατά το άνοιγμα και το κλείσιμο του αντικειμένου. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ένα περιβάλλον μικτής πραγματικότητας που οι μαθητές βρίσκοντας γωνίες σε αντικείμενα της φύσης ή του εμπράγματου υλικού κόσμου τα μεταφέρουν στο περιβάλλον Meteor και διερευνούν έτσι τον ορισμό, τις ιδιότητες, τις ομοιότητες και τις διαφορές των γωνιών. Τέλος φυσικά μπορεί κάποιος να εμπνευστεί από τις έρευνες που προέτρεπαν τους μαθητές να σχηματίσουν μέσω του σώματος συγκεκριμένες γωνίες ή σχήματα σαν μέσο διευκόλυνσης και εμπλοκής για την διερεύνηση της γωνίας.

Ένα άλλο ερώτημα που προκύπτει είναι αν η ενσώματη μάθηση είναι κάτι καινούριο. Σε αυτό το ερώτημα λοιπόν υποστηρίζεται ότι ουσιαστικά αυτό που είναι καινούριο είναι η αξία που της προσδίδεται. Αυτό δικαιολογείται αν σκεφτεί κανείς ότι διεξάγονται πλέον έρευνες που εξετάζουν της σύνδεσης που προκύπτει μεταξύ της χρήσης του σώματος στην διαδικασία της διδασκαλίας και των μαθησιακών οφελών. Γεγονός που δεν αναιρεί ότι μπορεί να συνέβαινε ήδη ασυνείδητα αλλά προστίθεται στην θέση ότι αν γίνεται πιο συνειδητά και συχνά, τα οφέλη θα είναι περισσότερα και πιο αισθητά.

Τέλος το τελευταίο ερώτημα που προκύπτει είναι με ποιον τρόπο μπορεί να συνδεθεί η τεχνολογία με την ενσώματη διαδικασία μάθησης. Αυτό φυσικά μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση των διεπαφών που στηρίζονται στους αισθητήρες και εντάσσουν το σώμα στην εικόνα. Έτσι είναι εύκολο μέσω ακόμα και μιας εφαρμογής όπως είναι για παράδειγμα το Kinect οι μαθητές να χρησιμοποιούν το σώμα τους για τις εργασίες μάθησης και να υπάρχει ο αντικατοπτρισμός τους στην οθόνη. Αυτό τους βοηθάει να έχουν καλύτερη αντίληψη των σχημάτων που οι ίδιοι δημιουργούν με το σώμα τους και να παρατηρούν τις αποκλίσεις που δημιουργούν εν αγνοία τους. Αυτό φυσικά όπως γίνεται κατανοητό μπορεί να θεωρηθεί χρήσιμο εργαλείο για εμφάνιση εννοιών όπως είναι αυτή της γωνίας καθώς παρατηρήθηκε ότι πολλοί είναι οι μαθητές που είχαν διαφορετική αντίληψη και αίσθηση για το σχήμα που δημιούργησαν με το σώμα τους από ότι αυτό φαινόταν στην πραγματικότητα.

Σε συνδυασμό όλων των παραπάνω και υποστηρίζοντας την θέση ότι η συγκεκριμένη βιβλιογραφική έρευνα ενδείκνυται για μελλοντική πρακτική έρευνα, σημειώνονται κάποιες προτάσεις για μελλοντική αξιοποίηση της. Αρχικά λοιπόν, μπορεί να υλοποιηθεί καταμέτρηση των δραστηριοτήτων που εμπεριέχεται ήδη ασυνείδητα η ενσώματη μάθηση μέσα από ένα φύλλο εργασιών και στην συνέχεια να συγκριθούν τα οφέλη με μάθησης σε σχέση με την πιο στοχευμένη εμπλοκή του σώματος στην διαδικασία της μάθησης.

Έπειτα θα είναι ενδιαφέρον η εκτέλεση μιας οριζόντιας μελέτης που θα πραγματεύεται αν οι γωνίες έχουν μεγαλύτερο ενσώματο ερευνητικό ενδιαφέρον σε σχέση με άλλες μαθηματικές έννοιες και γιατί. Ακόμα αν μπορεί να πραγματοποιηθεί και σε άλλους τομείς όπως θεωρήματα που βασίζονται στις γωνίες ή και συναρτήσεις. Πολύ σημαντικό επιπρόσθετα εύρημα θα ήταν η διαπίστωση για το αν οι ενσώματες δράσεις ευνοούνται ή όχι με την χρήση τεχνολογίας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με ομάδες σύγκρισης που θα γίνεται χρήση τεχνολογίας και δεν θα γίνεται αντίστοιχα και με ομάδα ελέγχου.

Τέλος ερευνητικό ενδιαφέρον θα έχει και η μελέτη για το αν ο συνδυασμός μιας διδακτικής παρέμβασης που θα εμπεριέχει δηλαδή την χρήση χειραπτικού υλικού, της τεχνολογίας και της χειρονομίας θα έχει τα βέλτιστα μαθησιακά οφέλη από ότι αν χρησιμοποιούνται μεμονωμένα. Ακόμα, σε κάθε περίπτωση ποιος συνδυασμός βοηθάει περισσότερο τους μαθητές και σε τι διαφοροποιούνται, με βάση τα αποτελέσματα, τα μαθησιακά οφέλη.

Πιο αναλυτικά όσον αφορά την τελευταία πρόταση θα μπορούσε ο πιθανός ερευνητής να έχει τέσσερις ομάδες ενσώματης παρέμβασης. Μια που θα λαμβάνει χώρα με την χρήση χειραπτικού μέσου , με την τεχνολογία, με τις χειρονομίες και με τον συνδυασμό όλων των παραπάνω αντίστοιχα και μια ομάδα ελέγχου που δεν θα υπάρχει κάποια παρέμβαση. Εξετάζοντας τις ομάδες με το ίδιο όργανο αξιολόγησης και στην συνέχεια συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, πιθανολογείται ότι τα ευρήματα θα είναι πολύ χρήσιμα για το ερευνητικό κοινό.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abrahamson, D., & Lindgren, R. (2014). *Embodiment and embodied design*. The Cambridge handbook of the learning sciences, 2, 358-376.
- Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2012). *Embodiment in mathematics teaching and learning: Evidence from learners' and teachers' gestures*. Journal of the learning sciences, 21(2), 247-286.
- Aydın, U. (2018). *Conceptual and procedural angle knowledge: do gender and grade level make a difference?*.
- Biber, Ç., Tuna, A., & Korkmaz, S. (2013). *The Mistakes and the Misconceptions of the Eighth Grade Students on the Subject of Angles*. European Journal of science and mathematics education, 1(2), 50-59.
- Bratitsis, T., Tatsis, K., & Amanatidou, A. (2012, July). Counting sounds: An ICT musical approach for teaching the concept of the angle in kindergarten. In 2012 IEEE 12th International Conference on Advanced Learning Technologies (pp. 186-190). IEEE.
- Budi, M. (2011). *Traditional teaching about angles compared to an active learning approach that focuses on students skills in seeing, measuring and reasoning, including the use of dynamic geometry software: Differences in achievement*. In PROCEEDINGS International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education. Department of Mathematics Education, Yogyakarta State University.
- Bütüner, S. Ö., & Filiz, M. (2017). *Exploring high-achieving sixth grade students' erroneous answers and misconceptions on the angle concept*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48(4), 533-554.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1989). *Learning of geometric concepts in a Logo environment*. Journal for Research in Mathematics Education, 450-467.
- Crompton, H. (2015). *Understanding angle and angle measure: a design-based research study using context aware ubiquitous learning*. International Journal for Technology in Mathematics Education, 22(1).

- Daher, W., & Musallam, N. (2018). *Objectifying the adjacent and opposite angles: a cultural historical analysis*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 49(2), 253-267.
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). *About the concept of angle in elementary school: Misconceptions and teaching sequences*. The Journal of Mathematical Behavior, 32(1), 1-19.
- Fyhn, A. B. (2006). *A climbing girl's reflections about angles*. The Journal of Mathematical Behavior, 25(2), 91-102.
- Fyhn, A. B. (2008). *A climbing class' reinvention of angles*. Educational Studies in Mathematics, 67(1), 19-35.
- Fyhn, A. B. (2010). *Climbing and Angles: A Study of how two Teachers Internalize and Implement the Intentions of a Teaching Experiment*. The Mathematics Enthusiast, 7(2), 275-294.
- Hery, B. (2014). *Fostering Students' Understanding About Angle Magnitude Through Reasoning Activities*.
- Hraste, M., De Giorgio, A., Jelaska, P. M., Padulo, J., & Granić, I. (2018). *When mathematics meets physical activity in the school-aged child: The effect of an integrated motor and cognitive approach to learning geometry*. PloS one, 13(8).
- Keiser, J. M. (2004). *Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of the angle concept*. Mathematical Thinking and Learning, 6(3), 285-306.
- King, B., & Smith, C. P. (2018). *Mixed-reality Learning Environments: What Happens When You Move from a Laboratory to a Classroom?*. International Journal of Research in Education and Science, 4(2), 577-594.
- Menon, U. (2009). *The introduction of angles. hypothesis*, 206, 209.
- Mithcelmore, M. C. (1998). *Young students' concepts of turning and angle*. Cognition and Instruction, 16(3), 265-284.

Munier, V., & Merle, H. (2009). *Interdisciplinary mathematics–physics approaches to teaching the concept of angle in elementary school*. *International Journal of Science Education*, 31(14), 1857-1895.

Özerem, A. (2012). *Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55, 720-729.

Piu, A., Fregola, C., & Santoro, A. (2016). *Using a Simulation Game to Make Learning about Angles Meaningful. An Exploratory Study in Primary School*. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 490-500.

Prescott, A., Mitchelmore, M., & White, P. (2002). *Student Difficulties in Abstracting Angle Concepts from Physical Activities with Concrete Materials*.

Price, S., & Duffy, S. (2018). *Opportunities and Challenges of Bodily Interaction for Geometry Learning to Inform Technology Design*. *Multimodal Technologies and Interaction*, 2(3), 41.

Smith, C. P., King, B., & Hoyte, J. (2014). *Learning angles through movement: Critical actions for developing understanding in an embodied activity*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 95-108.

White, P., & Mitchelmore, M. (2003). *Teaching Angles by Abstraction from Physical Activities with Concrete Materials*. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 403-410.

Yazgan, G., Argün, Z., & Emre, E. (2009). *Teacher sceneries related to “angle concept”: Turkey case*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 285-290.