



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

**«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»**

**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: Α΄ ηλικιακός κύκλος**

Διπλωματική Εργασία

**Ανασκόπηση των ερευνών σχετικά με την αριθμογραμμή και τη χρήση της  
τεχνολογίας**

της

**Νίτσας Αντιγόνης, Α.Μ.: 929**

Επιβλέπων Καθηγητής: Λεμονίδης Χαράλαμπος (Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε./Π.Δ.Μ.)

Εξεταστές: Παπαδόπουλος Ιωάννης (Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε./Α.Π.Θ)

Παλαιγεωργίου Γεώργιος (Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε./Π.Δ.Μ.)

Θεσσαλονίκη, 2021

## Περιεχόμενα

<b>Εισαγωγή</b> .....	1
<b>1. Θεωρητική ανάλυση</b> .....	1
1.1 Η σημασία χρήσης της αριθμογραμμής ως διδακτικού εργαλείου στη διδασκαλία των Μαθηματικών .....	1
1.2 Ενσωμάτωση της Αριθμογραμμής στη Διδασκαλία των Μαθηματικών .....	6
<b>2. Θεωρητικό Υπόβαθρο για το σύστημα κατηγοριοποίησης της χρήσης της τεχνολογίας στην εκπαίδευση</b> .....	8
2.1 Κατηγοριοποίηση της Τεχνολογίας με βάση το χειριστή .....	8
2.2 Κατευθυντήριες γραμμές για σωστή χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών .....	9
2.3 Κατηγοριοποίηση των επιπέδων ενσωμάτωσης των τεχνολογικών παρεμβάσεων στη διδασκαλία των μαθηματικών .....	12
<b>3. Κατηγοριοποίηση Εργαλείων Συλλογής Δεδομένων</b> .....	13
<b>4. Σκοπός και ερωτήματα της έρευνας</b> .....	15
<b>5. Μεθοδολογία</b> .....	15
5.1 Η πορεία της ανασκόπησης .....	15
5.2 Σύστημα Κατηγοριοποίησης των επιλεγμένων άρθρων της ανασκόπησης .....	25
<b>6. Αποτελέσματα</b> .....	53
<b>7. Συμπεράσματα</b> .....	91
<b>8. Συζήτηση</b> .....	96
<b>Βιβλιογραφία</b> .....	99

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη παρούσα εργασία αξιοποιήθηκαν οι αρχές της συστηματικής ανασκόπησης με σκοπό να αποτυπωθούν οι ισχύουσες απόψεις σχετικά με τη συμβολή της χρήσης της αριθμογραμμής και της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Αρχικά γίνεται θεωρητική ανάλυση των δύο βασικών όρων της εργασίας, της αριθμογραμμής και της εκπαιδευτικής τεχνολογίας, ενώ παράλληλα παρουσιάζονται και οι τρόποι ενσωμάτωσης τους στη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως αυτοί προτείνονται από τη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια ακολουθεί η ανάλυση και κατηγοριοποίηση των αποτελεσμάτων 27 ερευνών σχετικών με το θέμα. Η κατηγοριοποίηση τους βασίστηκε σε τέσσερις κεντρικούς άξονες, τα περιγραφικά στοιχεία των ερευνών, το είδος της τεχνολογίας, το μαθηματικό αντικείμενο και τη μέθοδο συλλογής δεδομένων. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων τονίζεται η σημασία για την κατάλληλη επιλογή αριθμογραμμής και ψηφιακής εφαρμογής για το κάθε μαθηματικό αντικείμενο, έτσι ώστε να μπορέσουν να υπάρξουν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Επίσης σημαντικός κρίνεται και ο τρόπος ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στη διδασκαλία καθώς η απλή ένταξη της στην εκπαιδευτική διαδικασία δεν επαρκεί για την επίτευξη των μαθησιακών στόχων.

Λέξεις κλειδιά: αριθμογραμμή, τεχνολογική παρέμβαση, μαθηματικές ψηφιακές εφαρμογές

## ABSTRACT

In the present dissertation the principles of systematic review are employed in order to present the current view regarding the benefits of number line and technology usage as per mathematics teaching. At first, theoretical analysis of the two main terms of the dissertation, number line and educational technology takes place, while the means to involve the latter into mathematics teaching are presented, as proposed in the literature. Next, the results of 27 relevant research cases are analyzed and classified. Their classification was based on four main categories, the description of the research, the genre of technology, the mathematical concept and the data collection method. The results show that the choice of the proper number line and digital application for any mathematical concept, plays a significant role on the achievement of learning goals. Last but not least, it is important to define ways to embody technology into the didactic process as the plain insertion of technology does not guarantee the achievement of learning goals.

Keywords: number line, technological intervention, digital math application

## Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εστιάζει στη χρήση της αριθμογραμμής σε συνδυασμό με την αξιοποίηση της τεχνολογίας στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος των μαθηματικών. Θα ακολουθήσει η ανάλυση 27 ερευνητικών άρθρων σχετικών με το θέμα, ακολουθώντας τις αρχές της συστηματικής ανασκόπησης. Τα άρθρα αυτά θα κατηγοριοποιηθούν με βάση τέσσερις βασικούς άξονες οι οποίοι είναι τα περιγραφικά στοιχεία των ερευνών, η τεχνολογία, το μαθηματικό περιεχόμενο και η μέθοδος συλλογής δεδομένων. Αναλυτικότερα στον πρώτο άξονα θα μελετηθεί η βαθμίδα εκπαίδευσης των συμμετεχόντων, ο χώρος διεξαγωγής της έρευνας, το είδος του δείγματος (τυπικοί ή με δυσκολίες μαθητές) και ο χειριστής της τεχνολογίας. Στη συνέχεια όσον αφορά τον άξονα της τεχνολογίας θα μελετηθεί το είδος της τεχνολογίας και ο σκοπός χρήσης της (επίπεδα ενσωμάτωσης SAMR). Στον άξονα του μαθηματικού περιεχομένου θα εξετασθεί το μαθηματικό αντικείμενο και το είδος της αριθμογραμμής και τέλος στη μέθοδο συλλογής δεδομένων το εργαλείο που επέλεξε η κάθε έρευνα.

Η παρούσα διπλωματική αποτελείται από επτά κεφάλαια. Στα δύο πρώτα, γίνεται θεωρητική ανάλυση σχετική με τις δύο βασικές έννοιες της εργασίας, την τεχνολογία και την αριθμογραμμή. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο σκοπός και τα ερωτήματα της έρευνας τα οποία διατυπώθηκαν με βάση τους 4 άξονες ανάλυσης των άρθρων. Ακολουθεί το κομμάτι της Μεθοδολογίας, στην οποία περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της ανασκόπησης αλλά και ο τρόπος κατηγοριοποίησης των ερευνών. Έπειτα ακολουθεί το κεφάλαιο των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων και τέλος η συζήτηση όπου αναλύονται και σχολιάζονται τα ευρήματα της έρευνας.

## 1. Θεωρητική ανάλυση

### 1.1 Η σημασία χρήσης της αριθμογραμμής ως διδακτικού εργαλείου στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Η δημιουργία ισχυρών βάσεων στις πρώιμες μαθηματικές έννοιες κρίνεται σημαντική για τη μετέπειτα πορεία των παιδιών στα μαθηματικά. Για να τα κατανοήσουν τα παιδιά, θα πρέπει να σχεδιαστούν από τους εκπαιδευτικούς αποτελεσματικές παρεμβάσεις, μέσα από τις οποίες θα τους παρέχονται οι κατάλληλες ευκαιρίες αλλά και τα κατάλληλα εργαλεία, για να αποκτούν κίνητρο αλλά και να κεντρίζεται το ενδιαφέρον τους. Τα εργαλεία αυτά μπορούν να ποικίλουν. Ωστόσο όπως έχει προαναφερθεί, πολλές είναι οι έρευνες που εστιάζουν σε εργαλεία που κάνουν χρήση οπτικών αναπαραστάσεων με σκοπό τη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών αλλά και τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών

εννοιών (Gersten, et. al., 2009; Bryant et al., 2008; Woods, Geller, & Basaraba, 2017). Χρησιμοποιώντας τέτοια εργαλεία από τα πρώτα κιόλας βήματα στη διδασκαλία των μαθηματικών, μπορεί να ενισχυθεί η εννοιολογική κατανόηση των παιδιών για πιο “σύνθετες” έννοιες σε σχέση με την ηλικία τους (Engel, Claessens, & Finch, 2013). Ένα από αυτά τα εργαλεία είναι και η αριθμογραμμή. Κάποια από τα πλεονεκτήματα χρήσης αυτού του εργαλείου, είναι ότι μέσα από αυτήν αντικατοπτρίζονται τα χαρακτηριστικά του συστήματος αρίθμησης. Για παράδειγμα τα παιδιά κατανοούν πως το 80 είναι διπλάσιο από το 40 ή η εκτιμώμενη θέση του 80 είναι σε διπλάσια απόσταση από το 0 από ότι είναι το 40 (Ramani, & Siegler, 2008). Η αριθμογραμμή λοιπόν βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν την αίσθηση του αριθμού καθώς δημιουργούν νοερές αναπαραστάσεις του μεγέθους και της αξίας των αριθμών (Woods, Geller, & Basaraba, 2018; Schneider, Grabner & Paetsch, 2009). Αναλυτικότερα, δουλεύοντας τα παιδιά με την αριθμογραμμή θα δημιουργήσουν νοητές αναπαραστάσεις των αριθμών έτσι ώστε να μπορέσουν να κάνουν συγκρίσεις, να αντιληφθούν την αξία θέσης αλλά και τη διαδικασία που ακολουθείται για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων (Diezmann & Lowrie, 2006). Οι Lemonidis and Gkolfos (2020), πραγματοποίησαν μια ιστορική και επιστημολογική ανάλυση της έννοιας της αριθμογραμμής και προσπάθησαν να ερμηνεύσουν τις δυσκολίες των μαθητών με τις αριθμογραμμές μέσα από αυτήν την οπτική γωνία.

Όσο πιο γρήγορα ενσωματωθεί η χρήση της αριθμογραμμής στην εκπαιδευτική διαδικασία και προσαρμοστεί ξεχωριστά στις ανάγκες του κάθε μαθητή, είτε έχει παρουσιάσει δυσκολίες είτε όχι, τόσο γρηγορότερα βελτιώνεται η εννοιολογική κατανόηση των αριθμών και τα παιδιά αποκτούν ευχέρεια με τις πρώιμες μαθηματικές έννοιες (Woods, et al., 2018). Εάν τα παιδιά εξοικειωθούν με τη χρήση των αριθμογραμμών και αποκτήσουν την ικανότητα της ακριβούς τοποθέτησης αριθμών πάνω σε αυτή, αυτό μπορεί να αποτελέσει ένα θετικό έναυσμα για την μετέπειτα πορεία του παιδιού, στα μαθηματικά (Siegler & Booth, 2004). Η ικανότητα αυτή αποτελεί μια ακόμη ένδειξη μαθηματικής ανάπτυξης αλλά και ένα βασικό παράγοντα επιτυχίας στα μαθηματικά αλλά και στους μαθηματικούς υπολογισμούς καθώς τα παιδιά μαθαίνουν να λειτουργούν με τη λογική και να αιτιολογούν τις απαντήσεις τους και όχι απλά να ακολουθούν μια σειρά από διαδικαστικά βήματα (Siegler et al., 2004; Namkung & Fuchs, 2016). Παράλληλα επηρεάζει θετικά την ακρίβεια αλλά και προάγει την κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των μεγεθών ή των αριθμών, το οποίο θεωρείται και βασικό βήμα για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων. Σύμφωνα με την έρευνα των Siegler & Booth (2004), ο διαφορετικός τρόπος με τον οποίο χειρίζεται το κάθε άτομο την αριθμογραμμή αλλά και οι εκτιμήσεις που κάνει, αντικατοπτρίζουν τη γενικότερη απόδοση του στο μάθημα των μαθηματικών. Επίσης η χρήση της αριθμογραμμής επιφέρει βελτιώσεις στην ακρίβεια και την γραμμικότητα των εκτιμήσεων αλλά και στην αξιοποίηση σχετικών εμπειριών για περαιτέρω ανάπτυξη και βελτίωση τους. Άλλο ένα από τα πολλά οφέλη της χρήσης της αριθμογραμμής είναι το ακόλουθο: τα άτομα που έχουν εξοικειωθεί με τη χρήση της αριθμογραμμής, μπορούν πολύ πιο εύκολα να

κατανοήσουν και άλλες αναπαραστάσεις όπως τα διαγράμματα, σε αντίθεση με αυτούς που έχουν συνηθίσει στην παρουσίαση των αριθμών λεκτικά ή ως ψηφία (Schneider, Grabner & Paetsch, 2009).

Η απόκτηση εξοικείωσης με γραμμικές αριθμητικές αναπαραστάσεις φαίνεται ότι παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της αριθμητικής κατανόησης. Η εξοικείωση αυτή μπορεί να επιτευχθεί μέσα από δραστηριότητες εκτίμησης σε αριθμογραμμές. Οι Ramani & Siegler (2008) υποστηρίζουν πως η απασχόληση των παιδιών με επιτραπέζια παιχνίδια τα οποία περιλαμβάνουν τη χρήση της αριθμογραμμής θα βοηθήσουν στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης και των αριθμητικών αναπαραστάσεων. Μέσα από τέτοιου είδους παιχνίδια τους δίνεται η δυνατότητα να αλληλοεπιδρούν μετακινώντας τα πόνια πάνω στην αριθμογραμμή, ενώ παράλληλα αναπτύσσουν την έννοια της νοερής αριθμογραμμής αιτιολογώντας με αποδείξεις την απάντησή τους. Τέλος τα παιδιά βελτιώνουν τις γνώσεις τους πάνω στους αριθμούς αναπτύσσοντας τέσσερις βασικές ιδιότητες: την σύγκριση μεγέθους αριθμών, τη μέτρηση, την αριθμητική αναγνώριση και την εκτίμηση.

Όπως έχει προαναφερθεί να παιδιά που παρουσιάζουν δυσκολίες στα μαθηματικά ήδη από πολλή μικρή ηλικία, μπορεί να ξεκινήσουν το Δημοτικό, χωρίς να έχουν αναπτύξει βασικές μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες. Και σε αυτή την περίπτωση μπορούν να λειτουργήσουν θετικά οι οπτικές αναπαραστάσεις. Με την αξιοποίηση της αριθμογραμμής θα βοηθηθούν τα παιδιά στο να μετατρέψουν την άτυπη μαθηματική τους γνώση σε “επίσημες” συμβολικές αναπαραστάσεις. Σύμφωνα και με τους Gersten et al. (2009) όταν οι οδηγίες δίνονται με προσοχή και περιγράφονται τα βήματα με σειρά, μπορούν να επιφέρουν ακόμη πιο θετικά αποτελέσματα στη μετατροπή πραγματικών-απλών αναπαραστάσεων σε οπτικές θεωρητικές. Επιπλέον οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά, είναι λιγότερο ακριβείς στις εκτιμήσεις τους πάνω στην αριθμογραμμή, σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές, συνεπώς ίσως επωφεληθούν από τις σαφείς και συστηματικές οδηγίες των εκπαιδευτικών για το πως να ερμηνεύουν και να χρησιμοποιούν την αριθμογραμμή (Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008).

Η χρήση της αριθμογραμμής μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία ποικίλων μαθηματικών εννοιών (Booth & Siegler, 2008) και να λειτουργήσει ως ένα αποτελεσματικό εργαλείο, υπό την προϋπόθεση πάντα ότι έχουν δοθεί οι κατάλληλες οδηγίες από τον εκπαιδευτικό. Οι Woods et al. (2018, σελ 3) προτείνουν κάποια βήματα με τα οποία η αριθμογραμμή μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί στη διδασκαλία των μαθηματικών των πρώτων τάξεων. Το μοντέλο αυτό που θα παρουσιασθεί παρακάτω αναφέρει τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσει ο εκπαιδευτικός προκειμένου να επιτύχει την ορθή ενσωμάτωση της αριθμογραμμής στη διδασκαλία. Τα βήματα λοιπόν έχουν ως εξής:

## 1<sup>ο</sup> Βήμα

Αρχικά λοιπόν ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ορίσει το μαθηματικό αντικείμενο στο οποίο θα εστιάσει η διδασκαλία του και αν μπορεί να λειτουργήσει ως βοηθητικό εργαλείο η αριθμογραμμή. Πολλά είναι τα αντικείμενα στα οποία μπορεί να φανεί χρήσιμη η αριθμογραμμή, όπως για παράδειγμα η αριθμητική ακολουθία, η σύγκριση ποσοτήτων, οι αριθμητικές πράξεις, κ.α. Όπως και άλλα διδακτικά μοντέλα, έτσι και η αριθμογραμμή είναι ένα εργαλείο το οποίο βοηθάει στη διδασκαλία του μαθηματικού περιεχομένου και δεν αποτελεί από μόνη της το μαθηματικό περιεχόμενο. Επομένως στο πρώτο βήμα θα πρέπει να είναι σίγουρος ο εκπαιδευτικός ότι το εργαλείο αυτό συνάδει με το μαθηματικό αντικείμενο που θα διδάξει και θα βοηθήσει στην βελτίωση της εννοιολογικής κατανόησης των μαθητών. Πρέπει να λάβει ακόμη υπόψιν του ότι πολλά παιδιά μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες στο πως να ερμηνεύουν και να χειρίζονται την αριθμογραμμή. Οι μαθητές αυτοί ίσως δυσκολεύονται να σταματήσουν να κάνουν καταμέτρηση των αντικειμένων που βρίσκονται σε ένα σύνολο και να μετατοπίσουν τη σκέψη τους στη μέτρηση μονάδων μήκους (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012, οπ. αναφ. Woods et al., 2018). Επειδή στην αριθμογραμμή ξεκινούμε να μετράμε αποστάσεις από το 0 όπως και στο χάρακα, αν οι εκπαιδευτικοί θέσουν στο επίκεντρο τη μονάδα μήκους ίσως βοηθήσει τα παιδιά με δυσκολίες να επικεντρωθούν στα διαστήματα-αποστάσεις και όχι στους αριθμούς. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία άλλο ένα εργαλείο που θα μπορούσε να βοηθήσει τα παιδιά να κατανοήσουν την έννοια της μονάδας μήκους και να συνδέσουν αυτή την γνώση με τη κατανόηση της αριθμογραμμής είναι τα “number paths”. Όπως έχει αναφερθεί και πριν σε προηγούμενη τους έρευνα οι Siegler & Ramani (2009) υποστηρίζουν πως τα επιτραπέζια παιχνίδια τα οποία περιλαμβάνουν “number paths” βοηθούν να αναπτύξουν τα παιδιά καλύτερη κατανόηση της έννοιας του αριθμητικού μεγέθους, το οποίο κατά συνέπεια τους βοηθά επίσης στο να υπολογίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια στην αριθμογραμμή. Τέλος σύμφωνα με τον Van de Walle et al., (2012) αυτού του είδους οι αναπαραστάσεις μπορούν ακόμη να βοηθήσουν τους μαθητές να “ξεφύγουν” από τη συνηθισμένη διαδικασία υπολογισμού μονάδων μήκους και να εστιάσουν στην οπτική αναπαράσταση της αριθμογραμμής (Woods et al. 2018).

## 2<sup>ο</sup> Βήμα

Σε αυτή τη φάση ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να επιλέξει και να προετοιμάσει το μοντέλο αριθμογραμμής που θα χρησιμοποιήσει. Επειδή ο χωρισμός σε ισομερή διαστήματα είναι από τα βασικότερα χαρακτηριστικά μιας αριθμογραμμής, καθίσταται δύσκολο για τον εκπαιδευτικό αλλά και τον μαθητή να σχεδιάσουν στο

χέρι μια ακριβή αριθμογραμμή. Γι' αυτό θεωρείται προτιμότερο οι εκπαιδευτικοί να έχουν έτοιμες αριθμογραμμές αναρτημένες στην τάξη και να δουλεύουν πάνω σε αυτές με τους μαθητές. Ακόμη κρίνεται απαραίτητο να υπάρχουν βέλη στο τέλος και στην αρχή της αριθμογραμμής έτσι ώστε να μη δημιουργηθεί παρανόηση από μέρους των μαθητών και να αντιληφθούν πως η αριθμογραμμή είναι άπειρη.

### 3<sup>ο</sup> Βήμα

Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να παρέχει σαφείς οδηγίες αλλά και να εξασφαλίσει στους μαθητές του επαρκή εξάσκηση πάνω στην αριθμογραμμή. Χρησιμοποιώντας σαφείς και ξεκάθαρες οδηγίες, ο εκπαιδευτικός εξηγεί στους μαθητές το σκεπτικό και τη λογική της όλης διαδικασίας και τους περιγράφει τα βήματα που θα ακολουθήσουν. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψιν του τις ανάγκες όλων των μαθητών, καθώς πολλοί θα είναι αυτοί που δεν θα έχουν εξοικείωση με τη χρήση της αριθμογραμμής. Επομένως θα πρέπει να προσαρμόσει τις δραστηριότητες με βάση το επίπεδο του κάθε μαθητή (Dougherty, Flores, Louis, & Sophian, 2010, οπ. αναφ. Wood, et al. 2018). Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά μπορούν να επωφεληθούν από τη μέθοδο του scaffolding, συνδυάζοντας και λεκτικές διατυπώσεις αλλά και συνεχή επανατροφοδότηση από τον εκπαιδευτικό (Gersten et al., 2009 οπ. αναφ. Wood et al., 2018).

### 4<sup>ο</sup> Βήμα

Στο τελευταίο βήμα ο εκπαιδευτικός θέτει σύνθετες ερωτήσεις οι οποίες βάζουν τους μαθητές στη διαδικασία να σκεφτούν και να κάνουν συζήτηση σχετική με το περιεχόμενο (Thornton, Langrall, & Jones, 1997, οπ. αναφ. Wood, et al., 2018). Οι Kazemi & Hintz (2014) υποστηρίζουν πως η μαθηματική σκέψη των παιδιών μπορεί να αυξηθεί με τη διατύπωση ερωτήσεων από τον εκπαιδευτικό, η οποίες απαιτούν βαθύτερη σκέψη γύρω από το μαθηματικά, ερωτήσεις όπως “Γιατί το πιστεύεις αυτό; και “Πως το ξέρεις;”. Μέσα από τέτοιου είδους ερωτήσεις δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να εξηγήσουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκαν και να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους. Σύμφωνα με τους Doabler, Nelson, Kosty, Fien, Baker, Smolkowski & Clarke, (2014), θεωρείται πολύ σημαντικό για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, το να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να υποστηρίζουν λεκτικά αυτό που σκέφτονται. Η μέθοδος αυτή μπορεί να επιφέρει πολύ πιο θετικά αποτελέσματα από ότι άλλες μορφές επικοινωνίας (π.χ. γραπτός λόγος) (Wood, 2018).



## 1.2 Ενσωμάτωση της Αριθμογραμμής στη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Μιας και η διδασκαλία των πράξεων αποτελεί ένα από τα βασικότερα μαθηματικά αντικείμενα στα οποία γίνεται χρήση της αριθμογραμμής, οι Wood et al. (2018) παρουσιάζουν ένα παράδειγμα στο οποίο εφαρμόζονται τα παραπάνω βήματα και αφορά την διδασκαλία αυτού του μαθηματικού αντικειμένου και πιο συγκεκριμένα της πρόσθεσης. Η πράξη αυτή αφορά τη σύνδεση αριθμών, επομένως η αριθμογραμμή θα μπορούσε να αποτελέσει μια ισχυρή οπτική αναπαράσταση, απεικονίζοντας τη μορφή που θα έχει η ένωση δύο ή περισσότερων μηκών. Υπό την προϋπόθεση ότι οι μαθητές γνωρίζουν πως να χειριστούν την αριθμογραμμή, ο εκπαιδευτικός ξεκινά με την παρουσίαση της διαδικασίας της πρόσθεσης. Στην συνέχεια σχεδιάζει δύο αποστάσεις με διαφορετικά χρώματα πάνω στην αριθμογραμμή. Έπειτα σχολιάζει το μήκος του κάθε τμήματος, θέτοντας ερωτήσεις όπως “Ποιο είναι το μήκος της πρώτης γραμμής; Πως το γνωρίζεται;” Εφόσον οι μαθητές αντιληφθούν το μήκος και τον δύο τμημάτων, ο εκπαιδευτικός συνεχίζει με ερωτήσεις όπως “Ποιο είναι το συνολικό μήκος και των δύο τμημάτων; και “Γιατί το πιστεύετε αυτό;” Άλλη μια τεχνική που μπορεί να ακολουθήσει ο δάσκαλος είναι να δημιουργήσει συνδέσεις με την πράξη της αφαίρεσης, μέσα από ερωτήσεις πάλι όπως “Εάν αφαιρέσουμε το πρώτο τμήμα, πόσο θα μας απομείνει;”.

Φαίνεται λοιπόν και από το παραπάνω παράδειγμα πως σε αυτή την περίπτωση η αριθμογραμμή μπορεί να αποτελέσει μια στρατηγική καθοδήγησης, η οποία θα επεξηγεί τη διαδικασία που ακολουθούμε για να κάνουμε μια πράξη, καλύπτοντας με αυτόν τον τρόπο τις παρανοήσεις που έχουν οι μαθητές. Για παράδειγμα η αξιοποίηση της αριθμογραμμής για τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, θα βοηθήσει τα παιδιά να κατασκευάσουν αναπαραστάσεις και μέσα από τη χρήση της θα αναπτύξουν μια ποιοτική κατανόηση της αριθμητικής τιμής σε σχέση με τα μήκη πάνω στη γραμμή (Saxe, Diakow, & Gearhart, 2013). Την άποψη αυτή περί αποτελεσματικότητας των οπτικών αναπαραστάσεων, έρχεται να την επιβεβαιώσει και οι Booth & Siegler (2008) οι οποίοι παρουσιάζοντας σε τυχαία επιλεγμένα παιδιά οπτικές αναπαραστάσεις που περιλάμβαναν προσθετέους και αθροίσματα, παρατήρησαν πως υπήρξε στη συνέχεια βελτίωση στις απαντήσεις τους σε αριθμητικά προβλήματα. Αντιλαμβάνεται κανείς λοιπόν, πως με τη σωστή αξιοποίηση των οπτικών αναπαραστάσεων μπορούν να βελτιωθούν σε μεγάλο βαθμό οι αριθμητικές δεξιότητες των παιδιών (Booth & Siegler, 2008).

Σύμφωνα με τους Dietrich, Huber, Dackermann, Moeller & Fischer, (2016) η κατανόηση της θεσιακής αξίας αποτελεί θεμέλιο για τη μετέπειτα ανάπτυξη των αριθμητικών δεξιοτήτων. Η αριθμογραμμή λοιπόν πέρα από τις αριθμητικές πράξεις, μπορεί να διευκολύνει και την κατανόηση της θεσιακής αξίας από τους μαθητές, καθώς τους βοηθά να καταλάβουν σε βάθος την έννοια αυτή, παραποιώντας για παράδειγμα τους αριθμούς και παρατηρώντας τις αλλαγές που τις επιφέρει αυτή η

αλλαγή. Ακόμη οι Siegler & Ramani (2009) υποστηρίζουν ότι η αριθμογραμμή διευκολύνει και την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων, παρέχοντας “την ανεύρεση μιας δομής-διαδικασίας, η οποία βελτιώνει την κωδικοποίηση, την αποθήκευση και την ανάκτηση αριθμητικών πληροφοριών οργανώνοντάς τες με βάση τα αριθμητικά μεγέθη.

Ωστόσο πέρα από όλες αυτές τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, αδιαμφισβήτητα η αριθμογραμμή αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για τη βελτίωση της κατανόησης μιας από τις πιο δύσκολες μαθηματικές έννοιες για τα παιδιά, τα κλάσματα. Μιλώντας για κατανόηση κλασμάτων νοείται η αναγνώριση ότι αποτελούν αριθμούς οι οποίοι μπορούν να τοποθετηθούν πάνω στην αριθμογραμμή (Riconscente, 2013). Αν και αποτελεί δύσκολο εγχείρημα η σύνδεση των κλασμάτων με την αριθμογραμμή, τα τελευταία χρόνια έχει παρατηρηθεί ενδιαφέρον προς τις ενδεχόμενες προοπτικές χρήσης της στη διδασκαλία των κλασμάτων (Psycharis, Latsi, & Kynigos, 2007). Η αριθμογραμμή μπορεί να είναι μια αποτελεσματική αναπαράσταση για την εκμάθηση κλασμάτων επειδή οι ιδιότητες της συμπίπτουν με την επιθυμητή νοητική αναπαράσταση, ενώ παράλληλα μπορεί να βασιστεί και πάνω στις προϋπάρχουσες χωρο-αριθμητικές γνώσεις που έχουν αποκτήσει τα παιδιά (Hamdan & Gunderson, 2017). Σύμφωνα με τον Wu (2008) η αριθμογραμμή αποτελεί σημείο αναφοράς για τα κλάσματα, όπως αποτελούν σημείο αναφοράς και τα δάχτυλα για τους ακέραιους αριθμούς. Υποστήριζε ακόμη πως αυτή η σύγκριση της αριθμογραμμής με τη χρήση των δαχτύλων, αποτελεί ένα εύστοχο παράδειγμα όσον αφορά την αποτελεσματικότητα και την εννοιολογική απλότητα που χαρακτηρίζουν αυτές τις δύο διαδικασίες. Ακόμη η χρήση της αριθμογραμμής στη διδασκαλία των αριθμών παρέχει συνοχή ανάμεσα στα διάφορα είδη. Οι δεκαδικοί αριθμοί δικαίως λαμβάνονται ως ένα είδος κλασμάτων και τα θετικά ή αρνητικά κλάσματα γίνονται σημεία στην αριθμογραμμή. Πιο συγκεκριμένα οι ακέραιοι αριθμοί είναι και αυτοί πλέον σημεία στην αριθμογραμμή και οι κανόνες αριθμητικής που χαρακτηρίζουν τους ακέραιους συγχέονται πλέον και με αυτούς των κλασμάτων. Αυτή λοιπόν η σύνδεση ανάμεσα στα διάφορα είδη των αριθμών, η κατανόηση από μέρους των μαθητών, πως και τα κλάσματα αποτελούν μια κατηγορία αριθμών, μπορεί να επιτευχθεί με την αξιοποίηση της αριθμογραμμής, διαδικασία που δυστυχώς δεν εφαρμόζεται συχνά στη διδασκαλία των μαθηματικών. Σύμφωνα με τις Σταφυλίδου & Βοσνιάδου (2004) κάποιες από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές είναι ο υπολογισμός της αξίας των κλασμάτων και η τοποθέτηση τους στην αριθμογραμμή καθώς δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις ασυνέχειες που υπάρχουν μεταξύ φυσικών και κλασματικών αριθμών. Για παράδειγμα δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι οι φυσικοί αριθμοί συμβολίζουν μια συγκεκριμένη ποσότητα, ενώ δύο και παραπάνω κλάσματα μπορούν να έχουν ακριβώς την ίδια αξία, επίσης στο ότι ανάμεσα σε δύο κλάσματα υπάρχει ένας άπειρος αριθμός κλασμάτων (Psycharis, Latsi, & Kynigos, 2007). Ωστόσο τα τελευταία χρόνια τη διαδικασία αυτή έρχεται να τη διευκολύνει η χρήση της τεχνολογίας, μέσω της οποίας παρέχονται χρήσιμα εργαλεία για την επανεξέταση του

ρόλου της αριθμογραμμής στη διδασκαλία των κλασμάτων. Στόχος είναι να γίνουν τα κλάσματα πιο προσιτά και κατανοητά από τους μαθητές.

Μεταξύ των αριθμητικών αναπαραστάσεων και πέρα από την αριθμογραμμή, υπάρχει μια καίριας σημασίας αναπαράσταση μεγέθους, την οποία κρίνεται σημαντικό να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές και είναι αυτή της νοερής αριθμογραμμής (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001). Σύμφωνα με τους Geller et al. (2017) «Η νοερή αριθμογραμμή αποτελεί μια εικονική αναπαράσταση, η οποία απεικονίζει τη σειρά και το μέγεθος των αριθμών». Δραστηριότητες οι οποίες εστιάζουν στην νοερή αριθμογραμμή έχουν ως επακόλουθο την ανάπτυξη περισσότερων αναπαραστάσεων της αριθμογραμμής και υψηλότερη δραστηριοποίηση των νευρώνων σε περιοχές του εγκεφάλου που συσχετίζονται με την επεξεργασία αριθμών μετά από εξάσκηση (Kucian, Grond, Rotzer, Henzi, Schönmann, Plangger, Galli, Martin & von Aster, 2011). Έχει αποδειχθεί πως η ακρίβεια των παιδιών στους υπολογισμούς στην νοερή αριθμογραμμή εξαρτάται από παράγοντες όπως η ηλικία αλλά και οι εμπειρίες (Siegler et al., 2004). Ουσιαστικά, μια ακριβής χωρική αναπαράσταση αποτελεί μια σημαντική ένδειξη μελλοντικής βελτίωσης στις αριθμητικές ικανότητες (Link, Moeller, Huber, Fischer & Nuerk, 2013). Για παράδειγμα οι Booth & Siegler (2008), παρατήρησαν πως τα παιδιά τα οποία εμφάνιζαν καλύτερα αποτελέσματα στις εκτιμήσεις στην αριθμογραμμή, ήταν αυτά που όχι μόνο είχαν καλύτερες αριθμητικές ικανότητες αλλά και αντιμετώπιζαν λιγότερες δυσκολίες στο να μαθαίνουν καινούριες μαθηματικές έννοιες. Οδηγείται λοιπόν κανείς στο συμπέρασμα ότι η εξάσκηση με χωρικές αναπαραστάσεις των αριθμών δεν συμβάλλει απλά στην ικανότητα τοποθέτησης των αριθμών πάνω στην αριθμογραμμή αλλά γενικεύεται σε περισσότερες αριθμητικές ικανότητες (Link et al., 2013). Έτσι οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η νοερή αριθμογραμμή αποτελεί τη βάση πάνω στην οποία μπορεί να στηριχθεί η εκμάθηση των πιο προχωρημένων μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών (Schneider, et al., 2009).

Άλλη μια ενδιαφέρουσα τεχνική για τη βελτίωση της απόδοσης των παιδιών στα μαθηματικά είναι η εισαγωγή της ενσώματης μάθησης. Ο συνδυασμός των αναπαραστάσεων της αριθμογραμμής με την ενσώματη μάθηση, έχει ως αποτέλεσμα τη βελτίωση της αριθμητικής ικανότητας των παιδιών όταν αυτή ακολουθείται και από ενσώματη εξάσκηση. Τέτοιου είδους δραστηριότητες επικεντρώνονται στη αύξηση των βασικών αριθμητικών δεξιοτήτων, όπως η εκτίμηση σε αριθμογραμμή (Link, Moeller, Huber, Fischer & Nuerk, 2013).

## **2. Θεωρητικό Υπόβαθρο για το σύστημα κατηγοριοποίησης της χρήσης της τεχνολογίας στην εκπαίδευση**

### **2.1 Κατηγοριοποίηση της Τεχνολογίας με βάση το χειριστή**

Η τεχνολογία έχει εισχωρήσει στον τομέα της εκπαίδευσης με ποικίλους τρόπους. Σύμφωνα με τους Drier, Harper, Timmerman, Garofalo & Shockey, (2000) υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορείς να την κατηγοριοποιήσεις. Ένας από αυτούς είναι με βάση το χρήστη της τεχνολογίας. Αυτός μπορεί να είναι ο ειδικός στη χρήση της τεχνολογίας, που θα αναλάβει και την εκπαίδευση του δασκάλου, ο ίδιος ο δάσκαλος ή ο μαθητής. Ο εκπαιδευτής των δασκάλων αποτελεί τον πρωτεύοντα χειριστή της τεχνολογίας. Για παράδειγμα κάποιοι από αυτούς θα χρησιμοποιήσουν διάφορα πολυμέσα κατά την διάρκεια της διδασκαλίας προκειμένου να βοηθήσουν τον εκπαιδευτικό να υποστηρίξει τη διδασκαλία του και σε άλλες περιπτώσεις για να παρουσιάσουν πληροφορίες ή κάποια έρευνα. Σε πολλά εκπαιδευτικά προγράμματα όμως βασικός χειριστής προορίζεται να είναι ο εκπαιδευτικός. Για παράδειγμα ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει διάφορα τεχνολογικά μέσα για επεξεργασία κειμένου, για δημιουργία ιστοσελίδων, κ.α.. Ακόμη μπορεί να χρησιμοποιήσει και άλλα λογισμικά για να σχεδιάσει παρουσιάσεις, διαλέξεις, αξιολογήσεις, κ.α.. Στην τελευταία περίπτωση πρωταρχικός χρήστης της τεχνολογίας ορίζεται ο ίδιος ο μαθητής, μέσα από την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού. Ο μαθητής μέσα από τη τεχνολογία μπορεί να διερευνήσει καινούριες έννοιες και να βοηθηθεί στην επίλυση προβλημάτων. Στην περίπτωση των μαθηματικών δηλαδή οι εκπαιδευτικοί δείχνουν στους μαθητές τους πως να χρησιμοποιούν σωστά διάφορα τεχνολογικά μέσα όπως υπολογιστικά φύλλα, γραφήματα, προγράμματα δυναμικής γεωμετρίας αλλά και εκπαιδευτικά παιχνίδια έτσι ώστε να εξοικειωθούν π.χ. με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων μέσα σε συγκεκριμένο συγκείμενο. Και οι τρεις χρήσεις της τεχνολογίας συνδέονται με συγκεκριμένους διδακτικούς στόχους και όλες μπορούν να οδηγήσουν στην αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας του δασκάλου και στη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών. Όπως έχει δείξει όμως η εμπειρία ο πιο αποτελεσματικός τρόπος τελικά είναι η εισαγωγή δραστηριοτήτων οι οποίες εμπλέκουν τους μαθητές στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης.

## **2.2 Κατευθυντήριες γραμμές για σωστή χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών**

Οι Drier et. al., (2000, p.g. 67) πρότειναν κάποιες κατευθυντήριες γραμμές για τη σωστή χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Αυτές είναι οι ακόλουθες:

- 1) Εισαγωγή της τεχνολογίας μέσα σε ένα συγκεκριμένο συγκείμενο
- 2) Η αντιμετώπιση του μαθηματικού αντικείμενου με κατάλληλη παιδαγωγική
- 3) Η αξιοποίηση της τεχνολογίας

- 4) Η σύνδεση των μαθηματικών εννοιών
- 5) Η ενσωμάτωση πολλαπλών αναπαραστάσεων

Αναλυτικότερα:

1) Εισαγωγή της τεχνολογίας μέσα σε ένα συγκεκριμένο συγκείμενο

Η τεχνολογία, είτε αυτή σχετίζεται με τα μαθηματικά είτε με κάποιο άλλο αντικείμενο καλό είναι να χρησιμοποιείται και να εφαρμόζεται μέσα από δραστηριότητες οι οποίες τοποθετούνται σε ένα ακριβές συγκείμενο. Το να παρουσιάζεις στα παιδιά κάποιες δεξιότητες οι οποίες βασίζονται στη χρήση της τεχνολογίας και έπειτα να γίνεται προσπάθεια εύρεσης της μαθηματικής έννοιας στην οποία εστιάζει η δραστηριότητα αποτελεί μια διαδικασία η οποία είναι συγκρίσιμη με το να διδάσκεις στα παιδιά διαδικαστικές μαθηματικές δεξιότητες και στη συνέχεια να ζητάς από τους μαθητές απλά να τις εφαρμόσουν επιλύοντας προβλήματα. Μια τέτοιου είδους χρήση της τεχνολογίας δεν καθιστά σαφή τη σημασία αξιοποίησης της στη διδασκαλία. Η εφαρμογή της στα μαθηματικά δεν έχει ως σκοπό να εστιάσει στην τεχνολογία αλλά να βελτιώσει τη διδασκαλία τους με τη βοήθεια της. Επιπλέον, όπως έχει προαναφερθεί, κρίνεται πολύ πιο πιθανό να καταστεί αποτελεσματική η τεχνολογία, υπό την προϋπόθεση ότι και ο εκπαιδευτικός έχει μάθει να συνδυάζει το κατάλληλο είδος της, με το μαθηματικό αντικείμενο.

2) Αντιμετώπιση- Χειρισμός του μαθηματικού αντικειμένου με κατάλληλη παιδαγωγική

Επιλέγοντας τη σωστή τεχνολογία η οποία σχετίζεται με το μαθηματικό περιεχόμενο, επιτυγχάνεται η ανάδειξη των μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών και στρατηγικών, ενώ παράλληλα γίνεται πιο αντιληπτή από τα παιδιά η σημασία των μαθηματικών. Η χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει να διευκολύνει την εννοιολογική κατανόηση, τον μαθηματικό συλλογισμό και την επίλυση προβλήματος. Θα πρέπει πάντα να ακολουθείται η κατάλληλη διαδικασία μέσα από την οποία θα επιτυγχάνεται τόσο η μαθηματική όσο και η τεχνολογική κατανόηση. Επομένως γίνεται αντιληπτό πως το μαθηματικό περιεχόμενο και η παιδαγωγική δεν πρέπει να υποβιβάζονται, δίνοντας μεγαλύτερη βάση στην τεχνολογία. Ένας τρόπος για να αποφευχθεί αυτό είναι να παρέχεται συνέχεια στους μαθητές κίνητρο να συνδέουν τις καθημερινές τους εμπειρίες με τις “επίσημες” μαθηματικές έννοιες. Για παράδειγμα οι μαθητές που χρησιμοποιούν εφαρμογές για την ανακάλυψη των γεωμετρικών σχημάτων και τις μεταξύ τους σχέσεις, θα πρέπει πρώτα να μελετήσουν αποδεδειγμένα θεωρήματα, προκειμένου να επιβεβαιώσουν τα

εμπειρικά δεδομένα τους ή να τα αξιοποιήσουν για να διατυπώσουν μια καινούρια υπόθεση.

### 3) Αξιοποίηση της τεχνολογίας

Οι δραστηριότητες που θέτουν πλέον οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να σχεδιάζονται λαμβάνοντας υπόψιν τις δυνατότητες που προσφέρουν πλέον τα τεχνολογικά μέσα. Η τεχνολογία τους δίνει τη δυνατότητα να ερευνούν τις μαθηματικές έννοιες σε μεγαλύτερο βάθος αλλά και με περισσότερους διαδραστικούς τρόπους. Ακόμη γίνεται εφικτή η μελέτη μαθηματικών εννοιών, οι οποίες προηγουμένως δεν μπορούσαν να εξεταστούν. Χρησιμοποιώντας την τεχνολογία για τη διδασκαλία ενός μαθηματικού αντικειμένου το οποίο κατά βάση μπορεί να διδαχθεί με παρόμοιο τρόπο και χωρίς τη χρήση της, δεν ενισχύει την κατανόηση των μαθητών στα μαθηματικά αλλά υπάρχει ακόμη και η πιθανότητα να έχει λιγότερο θετικά αποτελέσματα από την τυπική διδασκαλία.

### 4) Σύνδεση μαθηματικών εννοιών

Η χρήση της τεχνολογίας μπορεί να διευκολύνει την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών με δύο τρόπους: α) με τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των μαθηματικών εννοιών και β) με τη σύνδεση των μαθηματικών με πραγματικά προβλήματα. Πολλά από τα αντικείμενα των σχολικών μαθηματικών μπορούν να διευκολύνουν την επίλυση προβλημάτων άλλων επιστημονικών κλάδων όπως τη φυσική, την κοινωνιολογία, την βιολογία, τις τέχνες, κ.α. Και σε αυτή την περίπτωση, η σωστή χρήση της τεχνολογίας μπορεί να διευκολύνει τέτοιες καταστάσεις, παρέχοντας άμεση πρόσβαση σε πραγματικές πληροφορίες και δεδομένα. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η ενσωμάτωση των μαθηματικών σε πιο πρακτικές εφαρμογές αλλά και διευκολύνει τόσο τους εκπαιδευτικούς όσο και τους μαθητές να χειρίζονται ταυτόχρονα διαφορετικές μαθηματικές αναπαραστάσεις.

### 5) Ενσωμάτωση πολλαπλών αναπαραστάσεων

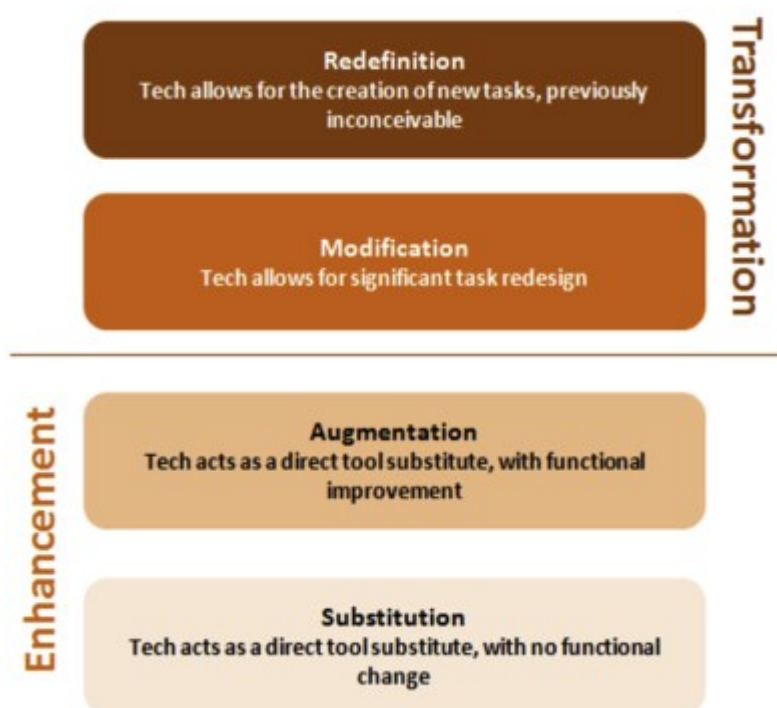
Η κάθε δραστηριότητα που επιλέγεται από τον εκπαιδευτικό θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει πολλαπλές αναπαραστάσεις μαθηματικών εννοιών, καθώς πολλές έρευνες έχουν δείξει πως οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στη σύνδεση των λεκτικών, γραφικών, αριθμητικών και αλγεβρικών αναπαραστάσεων των μαθηματικών συναρτήσεων (Goldenberg, 1988, οπ. αναφ. Garofalo, et al., 2000). Η κατάλληλη χρήση της τεχνολογίας μπορεί να λειτουργήσει ως βοήθημα για τη δημιουργία τέτοιων συνδέσεων από τους μαθητές.

## 2.3 Κατηγοριοποίηση των επιπέδων ενσωμάτωσης των τεχνολογικών παρεμβάσεων στη διδασκαλία των μαθηματικών

### Επίπεδα ενσωμάτωσης των τεχνολογικών παρεμβάσεων

Το μοντέλο SAMR είναι το καταλληλότερο εργαλείο για τις έρευνες οι οποίες πραγματεύονται την αξιοποίηση της τεχνολογίας στη διδασκαλία. Οι περισσότερες από τις βιβλιογραφικές ανασκοπήσεις το χρησιμοποιούν προκειμένου να οδηγηθούν στη κατηγοριοποίηση των τεχνολογικών παρεμβάσεων.

Το μοντέλο αυτό χωρίζει ιεραρχικά τα διάφορα στάδια, ξεκινώντας από δύο ευρύτερες ομάδες, την ομάδα του μετασχηματισμού (transformation) και της ενίσχυσης (enhancement) καθεμία από τις οποίες αποτελείται από υποκατηγορίες (Εικόνα 1). Αναλυτικότερα το επίπεδο του μετασχηματισμού διαχωρίζεται στο στάδιο του επαναπροσδιορισμού (redefinition) και της τροποποίησης (modification), ενώ το επίπεδο της ενίσχυσης, στην επαύξηση (augmentation) και στην αντικατάσταση (substitution).



Εικόνα 1: Επίπεδα ενσωμάτωσης SAMR

Ξεκινώντας από το επίπεδο της **Ενίσχυσης**, η τεχνολογία χρησιμοποιείται ως εναλλακτική λύση για ήδη υπάρχοντα εργαλεία ή για να παρέχει μια επιπλέον υποστήριξη στις παραδοσιακές μεθόδους. Αναλυτικότερα έχουμε τα στάδια της:

**Αντικατάσταση (Substitution):** όπου η τεχνολογία και γενικότερα τα τεχνολογικά μέσα (π.χ. η χρήση κάποιου ψηφιακού παιχνιδιού) χρησιμοποιούνται για να αντικαταστήσουν παραδοσιακές μεθόδους, χωρίς όμως να προσφέρουν κάποια βελτίωση στο διδακτικό έργο. Το μόνο που επιτυγχάνεται είναι η ένταξη της τεχνολογίας στη διδασκαλία, όπως για παράδειγμα η γραφή μιας έκθεσης από τους μαθητές στο πρόγραμμα του word αντί για χειρόγραφο. Δε βελτιώνει δηλαδή την ποιότητα της έκθεσης απλά ψηφιοποιεί την διαδικασία (Cherner & Curry 2017).

**Επαύξησης (Augmentation):** στο επίπεδο αυτό η τεχνολογία και τα τεχνολογικά μέσα αντικαθιστούν παραδοσιακές μεθόδους ενώ παράλληλα παρέχουν και κάποιες βελτιώσεις στη διδασκαλία. Ένα παράδειγμα επαύξησης είναι αν οι μαθητές χρησιμοποιήσουν κάποιο πρόγραμμα αυτόματης διόρθωσης συντακτικών και ορθογραφικών λαθών σε ένα κείμενο τους στο word. Η χρήση αυτού του εργαλείου μειώνει σε σημαντικό βαθμό το χρόνο που χρειάζεται η επεξεργασία ενός κειμένου σε αντίθεση με την παραδοσιακή μέθοδο (Cherner & Curry, 2017).

Στη συνέχεια έχουμε το επίπεδο του **Μετασχηματισμού** στο οποίο τα τεχνολογικά μέσα παρέχουν τη δυνατότητα να γίνουν δραστηριότητες οι οποίες δεν θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας. Όπως προαναφέρθηκε περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

**Τροποποίησης (Modification):** στο επίπεδο αυτό η τεχνολογία αξιοποιείται προκειμένου να τροποποιήσει ή να επανασχεδιάσει προηγούμενες μεθόδους. Συνεχίζοντας το ίδιο παράδειγμα με το κείμενο word, το επίπεδο του μετασχηματισμού παρέχει στα παιδιά τη δυνατότητα να εισάγουν εικόνες και υπερσυνδέσμους στο κείμενο τους, να αλλάζουν το χρώμα, το μέγεθος του κειμένου, να εισάγουν τίτλους κ.α. (Cherner & Curry, 2017).

**Επαναπροσδιορισμού (Redefinition):** Στο τελικό στάδιο, αυτό του επαναπροσδιορισμού, η τεχνολογία αλλάζει ριζικά κάποιες μεθόδους με ένα τρόπο που προηγουμένως δεν ήταν εφικτό. Στο παράδειγμα μας ο επαναπροσδιορισμός θα υπάρξει αν οι μαθητές πάρουν το κείμενο τους και το μετατρέψουν σε μια πολυμεσική αναπαράσταση (εικόνα, βίντεο, μουσική), σε μια ιστοσελίδα, κτλ. (Cherner & Curry, 2017).

### **3. Κατηγοριοποίηση Εργαλείων Συλλογής Δεδομένων**

Στις περισσότερες έρευνες, ειδικά σε αυτές που ανήκουν στη κατηγορία των άρθρων που μελετάμε στη παρούσα ανασκόπηση, όταν εφαρμόζεται μια διδακτική παρέμβαση υπάρχουν κάποια εργαλεία τα οποία διευκολύνουν στη συλλογή δεδομένων. Τα εργαλεία αυτά παρέχουν τη δυνατότητα να ελεγχθούν τα



αποτελέσματα των ερευνών και κατά πόσο υπήρξαν θετικές ή αρνητικές συνέπειες. Τα εργαλεία αυτά ποικίλουν και διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τα ποιοτικά και τα ποσοτικά.

Οι Kirkwood & Price (2014) μέσα από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση που έκαναν εντόπισαν κάποιες από τις συνήθειες μορφές εργαλείων συλλογής δεδομένων που συναντάμε σε τέτοιου είδους έρευνες. Αρχικά παρουσιάζονται οι ποσοτικές και έπειτα οι ποιοτικές.

#### - Ποσοτικά Εργαλεία Συλλογής Δεδομένων

Επομένως κάποιες μορφές ποσοτικών εργαλείων συλλογής δεδομένων είναι το σύστημα συλλογής δεδομένων (system usage data). Μέσα από αυτή τη μέθοδο, οι ερευνητές μπορούν να κρατούν αρχείο/δεδομένα, από την επίδοση των χρηστών, μια δυνατότητα που μπορούν να του την προσφέρουν πολλές εφαρμογές. Επίσης είναι τα ποσοστά ολοκλήρωσης δραστηριοτήτων (completion/retention rates), η ανάλυση διαδικτυακών αλληλεπιδράσεων (analysis of online interactions) η κλίμακα στάσης (attitude scale) που συνήθως μπορεί να έχει και την μορφή ερωτηματολογίου. Τα τεστ αυτά χρησιμοποιούνται με σκοπό να ελεγχθούν οι αντιλήψεις και οι αντιδράσεις των μαθητών προς την καινούργια τροποποίηση που προτείνεται για τη διδασκαλία. Επίσης η παροχή κάποιου είδους τεστ πριν ή μετά την παρέμβαση. Άλλο ένα είδος ποσοτικού εργαλείου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους ερευνητές είναι συμπλήρωση μιας αναφοράς από τους ίδιους τους μαθητές. Ωστόσο αυτό το εργαλείο μπορεί να απευθύνεται όχι μόνο στους μαθητές αλλά και στους ίδιους τους εκπαιδευτικούς.

#### - Ποιοτικά Εργαλεία Συλλογής Δεδομένων

Στα ποιοτικά εργαλεία συμπεριλαμβάνονται συνεντεύξεις τόσο των μαθητών όσο και των εκπαιδευτικών. Οι συνεντεύξεις αυτές μπορεί να είναι ομαδικές ή ατομικές. Επίσης η διατήρηση κάποιου ατομικού ημερολογίου, η παροχή σχολίων ανοιχτού τύπου στην αναφορά επίδοσης του κάθε μαθητή αλλά και η ύπαρξη κάποιου διαδικτυακού φόρουμ συζήτησης. Ποιοτικό εργαλείο μπορεί να θεωρηθεί ακόμη και η παρατήρηση της όλης διαδικασίας από τον ερευνητή αλλά και η μελέτη περίπτωσης.

Αυτά λοιπόν είναι κάποια από τα εργαλεία που προτείνονται από τους Kirkwood & Price (2014) και εντοπίστηκαν σε αρκετές από τις έρευνες την βιβλιογραφικής τους ανασκόπησης. Ωστόσο να επισημανθεί πως υπάρχει πολύ μεγάλη ποικιλία τέτοιου είδους εργαλείων και πως τα παραπάνω αποτελούν απλά κάποια ενδεικτικά παραδείγματα.

#### 4. Σκοπός και ερωτήματα της έρευνας

Σκοπός της έρευνας είναι να παρουσιάσει τις ισχύουσες τάσεις των ενισχυμένων από τεχνολογία, σε συνδυασμό με την αριθμογραμμική, διδακτικών παρεμβάσεων, στο μάθημα των Μαθηματικών έτσι ώστε να διατυπωθούν κάποια συμπεράσματα με βάση τους τέσσερις άξονες της ανάλυσης:

- Ποια είναι η βαθμίδα εκπαίδευσης των συμμετεχόντων, το είδος του δείγματος (τυπικοί ή με δυσκολίες μαθητές) ο χώρος διεξαγωγής της έρευνας, και ο χειριστής της τεχνολογίας (Πρώτος άξονας);
- Ποιο είναι το είδος της τεχνολογίας και ο σκοπός χρήσης της (επίπεδα ενσωμάτωσης SAMR) στις έρευνες με την αριθμογραμμική (Δεύτερος άξονας);
- Ποιο είναι τα μαθηματικό περιεχόμενο που εφαρμόζεται η αριθμογραμμική και ποιο το είδος της αριθμογραμμής στις έρευνες (Τρίτος άξονας);
- Ποια ήταν η μέθοδος συλλογής δεδομένων το εργαλείο που επέλεξε η κάθε έρευνα (Τέταρτος άξονας);

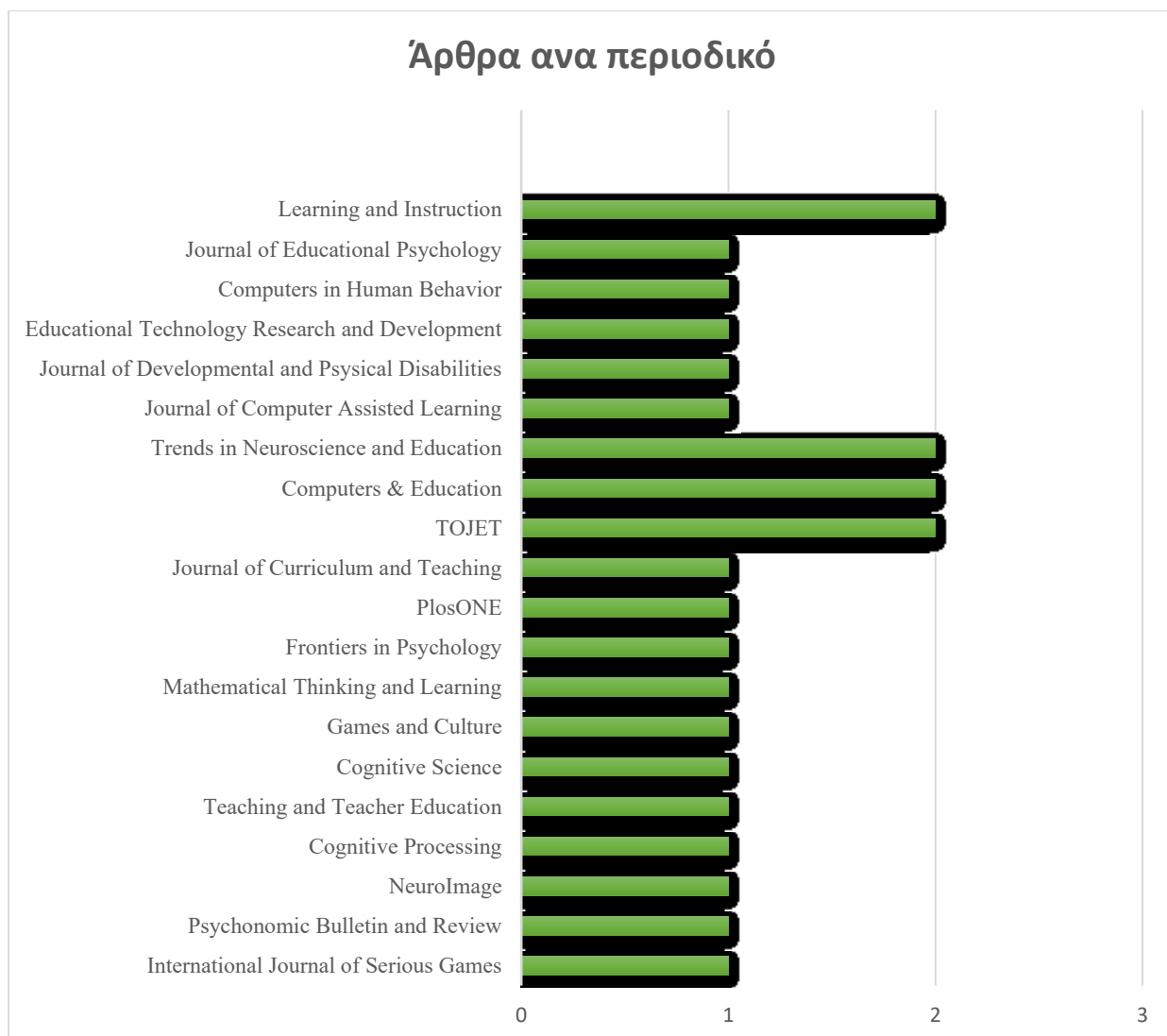
#### 5. Μεθοδολογία

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα για την εύρεση των κατάλληλων άρθρων για την παρούσα ανασκόπηση τα οποία πρέπει να συνάδουν πλήρως με το θέμα της, δηλαδή την αξιοποίηση των τεχνολογικών παρεμβάσεων σε συνδυασμό με την αριθμογραμμική στο μάθημα των μαθηματικών. Αρχικά παρουσιάζεται η πορεία της βιβλιογραφικής ανασκόπησης και έπειτα περιγράφεται αναλυτικά το σύστημα κατηγοριοποίησης που αναπτύχθηκε με βάση το περιεχόμενο των ερευνών.

Για τους σκοπούς της έρευνας χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία της συστηματικής ανασκόπησης για την ταξινόμηση κάθε παρέμβασης (Kitchenham & Charters, 2007). Η εκτενής και συστηματική ανασκόπηση των πρόσφατων επιστημονικών άρθρων, παρείχε όλα εκείνα τα απαραίτητα στοιχεία προκειμένου να οδηγηθούμε στην ταξινόμηση τους και μετέπειτα στη διατύπωση κάποιων αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων.

##### 5.1 Η πορεία της ανασκόπησης

Στο **Διάγραμμα 1** παρουσιάζονται όλα τα επιστημονικά περιοδικά που χρησιμοποιήθηκαν αλλά και ο ακριβής αριθμός των άρθρων που βρέθηκε σε καθένα από αυτά.



Διάγραμμα 1: Τελική επιλογή 20 επιστημονικών περιοδικών και αριθμός άρθρων ανα περιοδικό

Ο τελικός αριθμός των επιστημονικών περιοδικών που χρησιμοποιήθηκαν είναι 20. Από τα 20 αυτά περιοδικά προέκυψαν 24 άρθρα, συν 3 άρθρα τα οποία δεν εμπεριέχονταν σε επιστημονικό περιοδικό αλλά εντοπίστηκαν από την αναζήτηση στο Google Scholar. Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται ο ακριβής αριθμός των άρθρων που βρέθηκε σε κάθε επιστημονικό περιοδικό. Στα περισσότερα από αυτά εντοπίστηκε μόνο 1 άρθρο, εκτός από τα Computers and Education, Trends in Neuroscience and Education, Learning and Instruction και το Turkish Online Journal of Educational Psychology, στα οποία βρέθηκαν από δύο άρθρα.

Στον **Πίνακας 1** παρουσιάζονται αναλυτικά τα τελικά άρθρα της παρούσας ανασκόπησης:

	<b>Τίτλοι Άρθρων</b>	<b>Συγγραφείς- Έτος Δημοσίευσης</b>
1.	Full-body movement in numerical trainings: a pilot study with an interactive whiteboard	Fischer, U., Moeller, K., Huber, S., Cress, U., & Nuerk, H. C. (2015)
2.	Sensori-motor spatial training of number magnitude representation	Fischer, U., Moeller, K., Bientzle, M., Cress, U., & Nuerk, H. C. (2011)
3.	Walk the number line—An embodied training of numerical concepts	Link, T., Moeller, K., Huber, S., Fischer, U., & Nuerk, H. C. (2013)
4.	Mental number line training in children with developmental dyscalculia.	Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., ... & von ASTER, M. (2011)
5.	Training the equidistant principle of number line spacing	Dackermann, T., Fischer, U., Huber, S., Nuerk, H. C., & Moeller, K. (2016)
6.	Enhancing young children's arithmetic skills through non-intensive, computerised kindergarten interventions: A randomised controlled study	Praet, M., & Desoete, A. (2014)
7.	Do gestures matter? The implications of using touchscreen devices in mathematics instruction	Dubé, A. K., & McEwen, R. N. (2015)
8.	CETA: designing mixed-reality tangible interaction to enhance mathematical learning	.Marichal, S., Rosales, A., Perilli, F. G., Pires, A. C., Bakala, E., Sansone, G., & Blat, J. (2017)
9.	Assessing fraction knowledge by a digital game	Ninaus, M., Kiili, K., McMullen, J., & Moeller, K. (2017)
10.	Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math	.Riconscente, M. M. (2013)
11.	Improving children's fraction understanding through the use of number lines	Soni, M., & Okamoto, Y. (2020)
12.	Improving children's knowledge of fraction magnitudes	Fazio, L. K., Kennedy, C. A., & Siegler, R. S. (2016)
13.	M3-Situating Embodied Learning: Embedding Gestures in Narratives to learn Mathematical FrActions in a digital tablet environment.	Swart, M. I., Friedman, B., Kornkasem, S., Black, J. B., & Vitale, J. M. (2015)

14.	Math Snacks: Using Animations and Games to Fill the Gaps in Mathematics	Valdiz, A., Trujillo, K., & Wiburg, K. (2013)
15.	Meanings for fraction as number-measure by exploring the number line	Psycharis, G., Latsi, M., & Kynigos, C. (2007).
16.	Using the Number Line and Educreations in a Second Grade Classroom: A Collaborative Action Research Projec	.Koç, S. (2019)
17.	The Effects of Computer Assisted Instruction Materials on Approximate Number Skills of Students with Dyscalculia	Mutlu, Y., & Akgün, L. (2017).
18.	How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills	Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013)
19.	Training numerical skills with the adaptive videogame "The Number Race": A randomized controlled trial on preschoolers	Sella, F., Tressoldi, P., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2016)
20.	Evaluating the effectiveness of a game-based rational number training-In-game metrics as learning indicators	Kiili, K., Moeller, K., & Ninaus, M. (2018)
21.	The effects of two digital educational games on cognitive and non-cognitive math and reading outcomes	Vanbecelaere, S., Van den Berghe, K., Cornillie, F., Sasanguie, D., Reynvoet, B., & Depaepe, F. (2020)
22.	Supporting primary students' learning of fraction conceptual knowledge through digital games	Zhang, L., Shang, J., Pelton, T., & Pelton, L. F. (2020)
23.	Applying the Modification of Attributes, Affordances, Abilities, and Distance for Learning Framework to a Child's Multi-touch Interactions with an Idealized Number Line.	Tucker, S. I. (2018)
24.	Using a Virtual Number Line and Corrective Feedback to Teach Addition of Integers to Middle School Students with Developmental Disabilities	Bouck, E. C., Long, H., & Park, J. (2020)
25.	Design matters: explorations of content and design in fraction games	Gresalfi, M. S., Rittle-Johnson, B., Loehr, A., & Nichols, I. (2018)
26.	Applying grounded coordination challenges to concrete learning materials: A study of number line estimation	Vitale, J. M., Black, J. B., & Swart, M. I. (2014)
27.	Design and evaluation of the computer-based	Käser, T., Baschera, G.

	training program Calcularis for enhancing numerical cognition	M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., ... & von Aster, M. (2013)
--	---	--

Πίνακας 1: Παρουσίαση τίτλων, συγγραφέων και ημερομηνίας δημοσίευσης των τελικών άρθρων της ανασκόπησης

### Αναλυτική παρουσίαση του τρόπου εύρεσης των επιστημονικών περιοδικών

Έχοντας πάντα ως γνώμονα το σκοπό της εργασίας δηλαδή την αναζήτηση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων εμπειρικών ερευνών, στις οποίες χρησιμοποιείται η αριθμογραμμή μέσω της τεχνολογίας στο μάθημα των μαθηματικών, εστίασαμε στην εκπαιδευτική τεχνολογία και πιο συγκεκριμένα σε έρευνες που είναι δημοσιευμένες σε επιστημονικά περιοδικά. Ως αρχική σελίδα αναζήτησης επιλέχθηκε η σελίδα της Scimago -[www.scimagojr.com](http://www.scimagojr.com). Στη σελίδα αυτή υπάρχουν πάρα πολλά επιστημονικά περιοδικά, τα οποία ταξινομούνται με βάση την επιστημονική περιοχή στην οποία ανήκουν και το βαθμό εγκυρότητας. Τα περιοδικά αυτά αναφέρονται στη βάση scopus. Αρχικά λοιπόν έγινε η αναζήτηση των επιστημονικών περιοδικών, επιλέγοντας από την αρχική σελίδα της scimago, το φίλτρο Education από το πλαίσιο «Subject category» και το Social sciences από το πλαίσιο «Subject areas». Τέλος στο πλαίσιο «types» επιλέχθηκαν τα Journals, δηλαδή τα άρθρα που είναι δημοσιευμένα σε επιστημονικά περιοδικά. Μετά από την επιλογή αυτών των φίλτρων εμφανίζεται από κάτω μια μεγάλη λίστα επιστημονικών περιοδικών. Πατώντας αριστερό κλικ πάνω στο κάθε περιοδικό εμφανίζεται αναλυτικά η επιστημονική περιοχή που ανήκει. Προκειμένου να συνάδει με το θέμα της παρούσας εργασίας, επιλέχθηκαν εκείνα που ανήκαν στην επιστημονική περιοχή των «Mathematics», «Social Science», «Education, «Computer Science» και των «Computer Interaction». Τελικά επιλέχθηκαν 26 από τα 300 πρώτα επιστημονικά περιοδικά από τη λίστα που πρότεινε η scimago. Πολλά ήταν εκείνα που απορρίφθηκαν καθώς δεν αφορούσαν το αντικείμενο μελέτης της παρούσας έρευνας ή δεν υπήρχε η δυνατότητα πρόσβασης στο περιεχόμενό τους. Στη συνέχεια για λόγους αξιοπιστίας και εγκυρότητας της ανασκόπησης έγινε αναζήτηση και σε άλλες σελίδες όπως το Google scholar. Ακολουθώντας τα εξής βήματα: Google Scholar→ Μετρήσεις→ Κατηγορίες→ Social Sciences→ Υποκατηγορίες→ Educational Technology, με σκοπό να ελεγχθεί το αν η λίστα του Google Scholar σε αυτή την επιστημονική περιοχή, ταιριάζει με αυτή του Scimago αλλά και αν υπάρχουν κάποια άλλα προτεινόμενα επιστημονικά περιοδικά τα οποία θα μπορούσαν να βοηθήσουν στην έρευνα. Υπήρξαν τελικά ομοιότητες ανάμεσα στις δύο λίστες, καθώς 8 από τα 26 περιοδικά που επιλέχθηκαν από την Scimago, υπήρχαν και στη λίστα του Scholar. Επίσης από τη λίστα του Google Scholar θα αξιοποιηθούν άλλα 4 επιστημονικά περιοδικά τα οποία ανήκουν στην κατηγορία των «Mathematics», «Social Science», «Education, «Computer Science» και των «Computer Interaction». Παρακάτω λοιπόν στον Πίνακα 2 εμφανίζεται η τελική λίστα των επιστημονικών περιοδικών που

επιλέχθηκαν από τις δύο μηχανές αναζήτησης. Τα πρώτα 26 είναι από την Scimago και τα υπόλοιπα 4 από το Google Scholar.

<b>ΑΡΧΙΚΗ ΛΙΣΤΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΩΝ SCIMAGO &amp; GOOGLE SCHOLAR</b>
1. Review of Educational Research
2. Educational Researcher
3. Journal of Educational Psychology
4. Computers and Education
5. Journal of Research in Science teaching
6. Journal of Education Policy
7. Learning and Instruction
8. International Journal of Science and Mathematics Education
9. Teaching and Teacher Education
10. School Effectiveness and School Improvement
11. British Journal of Educational Technology
12. Review of Research in Education
13. Elementary School Journal
14. Journal of Educational Change
15. Learning and Individual Differences
16. Educational Studies in Mathematics
17. Mathematical Thinking and Learning
18. Educational Technology Research and Development
19. Technology Pedagogy and Information
20. Interactive Learning Environment
21. International Journal of Artificial Intelligence in Education
22. ZDM International Journal of Mathematical Education

23. Mind, Brain and Education
24. IEEE Transactions on Learning Technologies
25. Australasian Journal of Educational Technology
26. Trends in Neuroscience and Education
27. Journal of Educational Technology & Society
28. Education and Information Technologies
29. TechTrends
30. TOJET-Turkish Online Journal of Educational Technology

*Πίνακας 2: Αρχική λίστα επιστημονικών περιοδικών Scimago & Google Scholar*

### **Λέξεις-Κλειδιά**

Αφού επιλέχθηκαν τα παραπάνω επιστημονικά περιοδικά στη συνέχεια ακολουθεί η εύρεση των άρθρων. Για τον εντοπισμό τους χρησιμοποιήθηκαν κάποιες λέξεις κλειδιά. Με σκοπό να χρησιμοποιηθούν οι κατάλληλες λέξεις προηγήθηκε άλλη μια διαδικασία. Πηγαίνοντας και πάλι στο Google Scholar έγινε μια αναζήτηση σχετικών με το θέμα άρθρων. Από την αναζήτηση αυτή προέκυψαν 15 άρθρα. Τα άρθρα αυτά επιλέχθηκαν με βάση κάποια κριτήρια, προκειμένου να διασφαλιστεί η εγκυρότητα και η αξιοπιστία. Θα έπρεπε επομένως να έχουν σχετικό με το θέμα της παρούσας έρευνας, περιεχόμενο αλλά και να είναι δημοσιευμένα σε επιστημονικά περιοδικά. Από τα άρθρα αυτά μόνο τρία δεν ήταν άρθρα δημοσιευμένα σε επιστημονικό περιοδικό αλλά αποτελούσαν είτε κεφάλαιο κάποιων βιβλίων ή πρακτικά συνεδρίων. Τα άρθρα αυτά επιλέχθηκαν κατ' εξαίρεση καθώς ταυτιζόταν πλήρως το περιεχόμενο τους με αυτό της παρούσας εργασίας και έτσι συμπεριλήφθηκαν στην ανασκόπηση. Τα περιοδικά στα οποία έχουν δημοσιευθεί τα υπόλοιπα 12 άρθρα, ελέχθηκαν και ανήκουν στην επιστημονική περιοχή με την οποία ασχολείται η ανασκόπηση μας. Ωστόσο παρατηρήθηκε πως πολλά από τα περιοδικά στα οποία ήταν δημοσιευμένα αυτά τα 12 άρθρα ανήκαν εκτός από την επιστημονική περιοχή των «Mathematics», «Social Science», «Education», «Computer Science» και των «Computer Interaction» και στην επιστημονική περιοχή των «Psychology», «Developmental and Educational Psychology» και «Experimental and Cognitive Psychology». Για το λόγο αυτό εξετάστηκαν και περιοδικά τα οποία ανήκαν σε αυτή την κατηγορία καθώς ήταν πολύ πιθανό να βρεθούν σχετικά με την έρευνα μας άρθρα. Έτσι λοιπόν στην αρχική λίστα των επιστημονικών περιοδικών προστέθηκαν άλλα 12, τα οποία προέκυψαν από την αναζήτηση αυτών των 12 άρθρων από το Google Scholar. Τα περιοδικά αυτά παρουσιάζονται αναλυτικά στον **Πίνακας 3:**



ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΠΟΥ ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ
1. Computers in Human Behavior
2. International Journal of Serious Games
3. Psychonomic Bulletin and Review
4. NeuroImage
5. Cognitive Processing
6. Frontiers in Psychology
7. PlosOne
8. Journal of Curriculum and Teaching
9. Games and Culture
10. Journal of Development and Physical Disabilities
11. Cognitive Science
12. Journal of Computer Assisted Learning

*Πίνακας 3: Τα περιοδικά που προέκυψαν μετά την αναζήτηση άρθρων στο Google Scholar*

Στον παραπάνω πίνακα αναφέρθηκαν όλα τα επιστημονικά περιοδικά που προέκυψαν μετά την αναζήτηση άρθρων στο Google Scholar, δηλαδή και αυτά που ανήκαν στην επιστημονική περιοχή των «Mathematics», «Social Science», «Education», «Computer Science» και των «Computer Interaction» και σε αυτή των «Psychology», «Developmental and Educational Psychology» και «Experimental and Cognitive Psychology». Επομένως ο συνολικός αριθμός των επιστημονικών περιοδικών που συγκεντρώθηκαν ανέρχεται στα 42, όπου τα πρώτα 30 προέκυψαν από την λίστα της Scimago και του Google Scholar και τα υπόλοιπα 12 από την αναζήτηση άρθρων στο Google Scholar.

Στη συνέχεια διαβάζοντας τα 15 άρθρα που βρέθηκαν από το Google Scholar προέκυψαν οι λέξεις-κλειδιά, οι οποίες αποτελούνταν από δύο μέρη. Το πρώτο αφορούσε τη χρήση της τεχνολογίας και το δεύτερο τη διδασκαλία των μαθηματικών. Οι δύο λέξεις ενώνονταν με τη λέξη «and» και ελέγχθηκαν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί (**Πίνακας 4**).

<u>Λέξεις-κλειδιά που χρησιμοποιήθηκαν:</u>	
<u>Μαθηματικά</u>	<u>Τεχνολογία</u>
number line	educational technology
mental number line	interactive learning
number line estimation	embodied training
mathematics teaching and learning	interventions
mathematical skills	computers
fractions	app
	<b>AND</b>
mathematics education	interactive learning environment
spatial representation processing	technology-enhanced learning number digital games
spatial-numerical association numerical development	computer-supported learning computer game
numeracy	educational games
fraction understanding	computers in mathematics
number sense	technology
distance	mixed methods
math learning	multi-touch
fraction learning	game-based learning

Πίνακας 4: Λέξεις κλειδιά για την εύρεση των επιστημονικών άρθρων

Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιήθηκαν λέξεις-κλειδιά σχετικές με τα κλάσματα είναι γιατί παρατηρήθηκε μια προτίμηση στην αξιοποίηση της αριθμογραμμής στη διδασκαλία αυτής της μαθηματικής έννοιας.

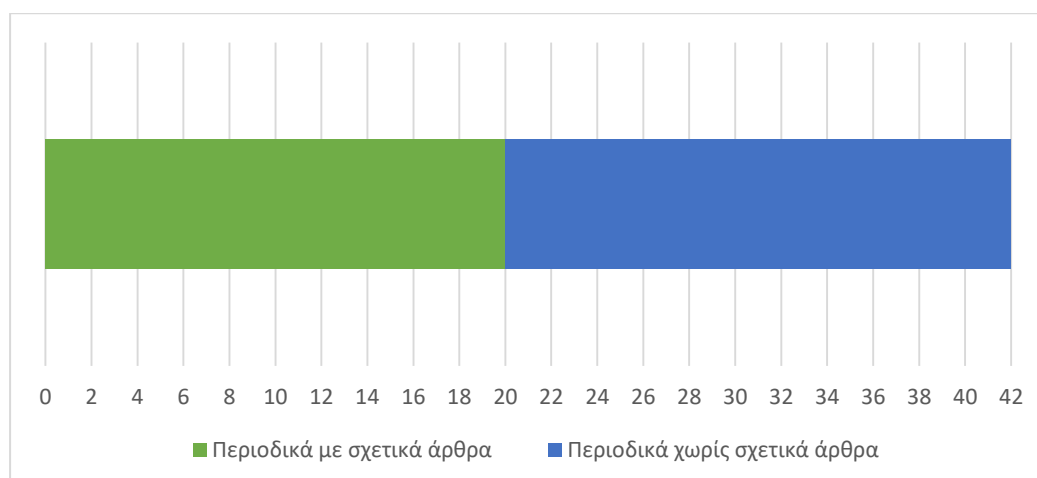
## Επιλογή άρθρων

Μετά την αναζήτηση για τα κατάλληλα επιστημονικά περιοδικά αλλά και για τις λέξεις-κλειδιά, ακολούθησε η τελική επιλογή των άρθρων. Αρχικά έγινε αναζήτηση στο περιεχόμενο των 42 επιστημονικών περιοδικών χρησιμοποιώντας και τις λέξεις-κλειδιά έτσι ώστε να βρεθούν τα κατάλληλα άρθρα. Επιλέχθηκαν όλες οι έρευνες οι οποίες είχαν να κάνουν με την αξιοποίηση της αριθμογραμμής. Ωστόσο πολλά ήταν τα άρθρα τα οποία απορρίφθηκαν αφού πολλά δεν συμπεριλάμβαναν τη χρήση της τεχνολογίας ή δεν αποτελούσαν έρευνες μέσα στα χρονικά πλαίσια που θέσαμε. Τα κριτήρια λοιπόν που τέθηκαν για την τελική επιλογή των άρθρων είναι τα ακόλουθα:

- 1) Να συμπεριλαμβάνουν την αξιοποίηση της τεχνολογίας
- 2) Να αποτελούν εμπειρικές έρευνες
- 3) Το περιεχόμενό τους να συνάδει πλήρως με το θέμα της εργασίας
- 4) Να περιγράφεται σε ικανοποιητικό βαθμό η διαδικασία της έρευνας και οι δραστηριότητες
- 5) Να έχουν δημοσιευθεί την τελευταία δεκαετία (2010-2020). Ωστόσο ένα από τα άρθρα που επιλέχθηκαν έχει δημοσιευθεί το 2007 και επιλέχθηκε λόγω της πλήρους συνάφειας του περιεχομένου του με το θέμα της παρούσας εργασίας.
- 6) Οι συμμετέχοντες της έρευνας να είναι μαθητές

Από τα 42 επιστημονικά περιοδικά μόνο τα 20 είχαν κάποιο σχετικό με την παρούσα έρευνα άρθρο.

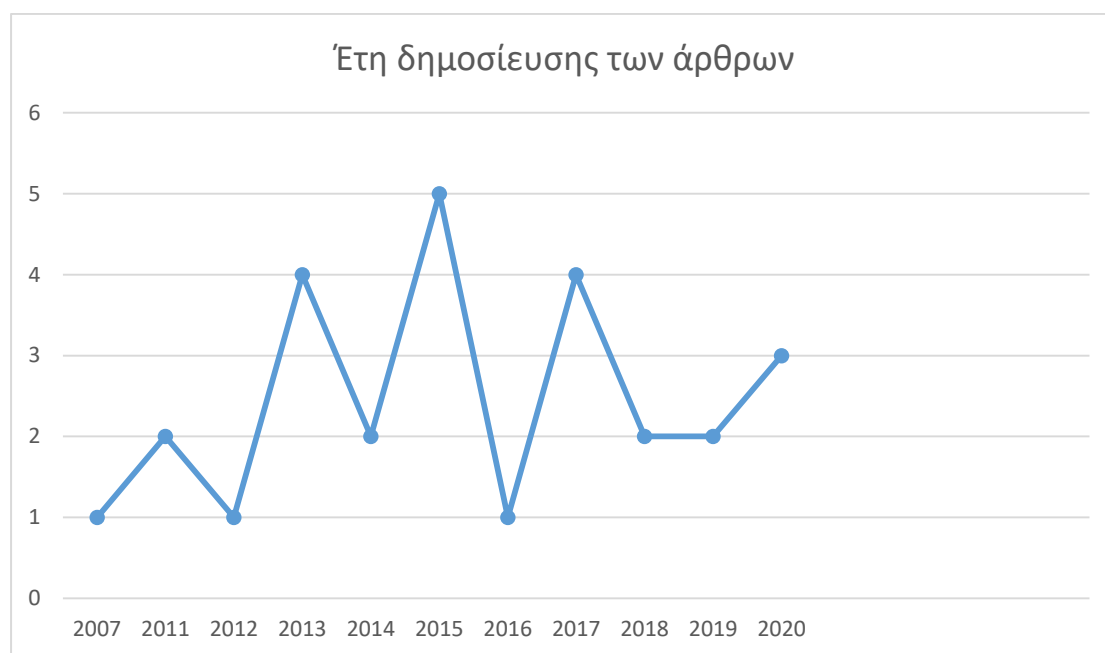
Στο **Διάγραμμα 2** παρουσιάζεται το ποσοστό των επιστημονικών περιοδικών που περιείχαν σχετικά άρθρα και των περιοδικών που δεν περιελάμβαναν κάποιο χρήσιμο για αυτή την έρευνα άρθρο.



Διάγραμμα 2: Αριθμός άρθρων σε περιοδικά

Γίνεται λοιπόν αντιληπτό από το παραπάνω διάγραμμα πως από τα 42 επιστημονικά περιοδικά που επιλέχθηκαν από τη λίστα της Scimago και του Google Scholar μόνο τα 20 (47,62%) είχαν έστω ένα άρθρο που πληροί τα παραπάνω κριτήρια που τέθηκαν, ενώ στα υπόλοιπα 22 (52,38%) δεν βρέθηκε κάτι σχετικό.

Στο **Διάγραμμα 3** που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ημερομηνίες δημοσίευσης των ερευνών που επιλέχθηκαν, ξεκινώντας από το 2011 μέχρι το 2020.



Διάγραμμα 3: Συνολική εικόνα της χρονολογίας δημοσίευσης των επιλεγμένων άρθρων

Στον οριζόντιο άξονα αναγράφονται οι ακριβείς ημερομηνίες δημοσίευσης των ερευνών που έχουν να κάνουν με την αξιοποίηση της τεχνολογίας και της αριθμογραμμής στο μάθημα των μαθηματικών. Οι περισσότερες έρευνες δημοσιεύθηκαν τα έτη 2015 (5), 2013 (4), το 2017(4), καταλαμβάνοντας συνολικά το 48,15% του συνολικού αριθμού των άρθρων. Στα υπόλοιπα έτη η κατανομή είναι ως εξής: το έτος 2020 δημοσιεύθηκαν 3 έρευνες καταλαμβάνοντας το 11,11% του συνολικού ποσού, τα έτη 2011, 2014, 2018 και το 2019 δημοσιεύθηκαν από δύο έρευνες τη κάθε χρονιά, αποτελώντας η κάθε χρονιά το 7,41% του συνόλου και τέλος το 2007, 2012 και το 2016 από μια έρευνα, δηλαδή η κάθε χρονιά καταλαμβάνει το 3,7% του συνόλου των 27 άρθρων.

## 5.2 Σύστημα Κατηγοριοποίησης των επιλεγμένων άρθρων της ανασκόπησης

Το περιεχόμενο των ερευνών που προέκυψαν μετά την βιβλιογραφική αναζήτηση, αναλύθηκε βασιζόμενο σε 4 κεντρικούς άξονες, τον άξονα των περιγραφικών στοιχείων, της τεχνολογίας, του μαθηματικού περιεχομένου και της

μεθόδου συλλογής δεδομένων. Ο καθένας από αυτούς τους άξονες χωρίζεται σε υποκατηγορίες, οι οποίες παρουσιάζονται αναλυτικά στον **Πίνακας 5**.

<b>Περιγραφικά Στοιχεία</b>	<b>Άξονας Τεχνολογίας</b>	<b>Άξονας Μαθηματικού Περιεχομένου</b>	<b>Μέθοδος Συλλογής Δεδομένων</b>
Βαθμίδα Εκπαίδευσης	Επίπεδα Ενσωμάτωσης SAMR	Είδος Αριθμογραμμής	Εργαλείο Συλλογής Δεδομένων
Κατηγορίες Μαθητών	Είδος της Τεχνολογίας	Μαθηματικό Αντικείμενο	
Χειριστής Τεχνολογίας			
Χώρος Διεξαγωγής της έρευνας			

Πίνακας 5: Παρουσίαση των αξόνων κατηγοριοποίησης

Όπως φαίνεται λοιπόν και από τον παραπάνω πίνακα ο κάθε άξονας περιλαμβάνει και κάποιες υποκατηγορίες, καθεμία από τις οποίες θα αναλυθεί διεξοδικότερα (**Πίνακας 6**).

### **Άξονας 1<sup>ος</sup>: Περιγραφικά Στοιχεία**

<b>Περιγραφικά Στοιχεία</b>			
<i>Βαθμίδα Εκπαίδευσης</i>	<i>Κατηγορίες Μαθητών</i>	<i>Χειριστής Τεχνολογίας</i>	<i>Χώρος Διεξαγωγής της Έρευνας</i>
Προσχολική	Τυπικοί Μαθητές	Μαθητές	Σπίτι Μαθητών
1 <sup>st</sup> - 3 <sup>rd</sup> Grade	Με Δυσκολίες	Ερευνητής \ Εκπαιδευτικός	Σχολική Τάξη
4 <sup>th</sup> - 7 <sup>th</sup> Grade		Ερευνητής- Μαθητές	
Ομάδες Τάξεων			
Ενήλικες			

Πίνακας 6: Παρουσίαση των υποκατηγοριών του άξονα των περιγραφικών στοιχείων

Ο 1<sup>ος</sup> Άξονας λοιπόν, αποτελείται από τα Περιγραφικά στοιχεία των ερευνών. Στον άξονα αυτό συμπεριλαμβάνονται η βαθμίδα εκπαίδευσης των συμμετεχόντων, οι κατηγορίες των μαθητών, ο χειριστής των τεχνολογικών μέσων και ο χώρος διεξαγωγής της έρευνας. Από την αρχική κατηγοριοποίηση που προτάθηκε, εξαιρέθηκε μια κατηγορία, αυτή της διάρκειας αλληλεπίδρασης του δείγματος με την τεχνολογία. Ο λόγος για τον οποίο εξαιρέθηκε είναι ότι οι περισσότερες από τις

έρευνες της ανασκόπησης δεν έδωσαν ιδιαίτερη έμφαση σε αυτή την παράμετρο, ενώ σε γενικές γραμμές το σύνολο αυτών των ερευνών έκανε χρήση της τεχνολογίας για το ίδιο περίπου χρονικό διάστημα, επισημαίνοντας πάντα στους περιορισμούς πως μια μεγαλύτερη χρονική περίοδο αλληλεπίδρασης θα παρουσίαζε και πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Ωστόσο να σημειωθεί πως προστέθηκε μια επιπλέον παράμετρος αυτή του χειριστή της τεχνολογίας και γενικότερα της παρέμβασης, καθώς εντοπίστηκε μια ποικιλία ανάμεσα στις έρευνες, η οποία ίσως μπορεί να οδηγήσει σε ένα σημαντικό συμπέρασμα.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα στοιχεία που προέκυψαν για κάθε κατηγορία μετά την ανάλυση του περιεχομένου των άρθρων:

### **Βαθμίδα Εκπαίδευσης**

Στη παρούσα κατηγορία εντοπίστηκε η βαθμίδα εκπαίδευσης του δείγματος της κάθε έρευνας. Παρατηρείται λοιπόν πως υπάρχουν μαθητές από το νηπιαγωγείο, από το Δημοτικό αλλά και συνδυασμός πολλών τάξεων, ενώ σε μια από τις 27 έρευνες που επιλέχθηκαν, χρησιμοποιήθηκε σαν δείγμα ενήλικες.

### **Κατηγορίες Μαθητών**

Πολλές είναι οι έρευνες οι οποίες ήθελαν να εξετάσουν την αποτελεσματικότητα τόσο της τεχνολογίας όσο και της αριθμογραμμής όχι μόνο στους τυπικούς μαθητές αλλά και σε αυτούς που αντιμετωπίζουν κάποια δυσκολία στα μαθηματικά.

### **Χειριστής Τεχνολογίας**

Η κατηγορία αυτή εστιάζει στο χειριστή της διδακτικής παρέμβασης καθώς σε πολλές περιπτώσεις εσκεμμένα οι ερευνητές άφηναν τα παιδιά να δουλέψουν μόνο τους, σε άλλη περίπτωση ο ερευνητής ή ο εκπαιδευτικός ήταν συνέχεια δίπλα στους μαθητές παρατηρώντας και κατευθύνοντας τους, ενώ τέλος υπήρχαν και οι έρευνες που παρεχόταν αρχικά μια καθοδήγηση από τον ερευνητή/εκπαιδευτικό και στη συνέχεια τα παιδιά δούλευαν ατομικά.

### **Χώρος Διεξαγωγής της Έρευνας**

Ο χώρος διεξαγωγής της έρευνας ήταν είτε το σχολείο είτε το σπίτι των παιδιών. Στη δεύτερη περίπτωση τα παιδιά αλληλεπιδρούσαν με την εκάστοτε εφαρμογή από το σπίτι, όμως πάντα φρόντιζαν οι ερευνητές να υπάρχει κάποιος έλεγχος, φροντίζοντας έτσι για την αποτελεσματικότητα της έρευνας τους.

## Άξονας 2<sup>ος</sup>: Τεχνολογία

Τεχνολογία	
Επίπεδα Ενσωμάτωσης SAMR	Είδος Τεχνολογίας
Επαύξηση	Εφαρμογές με ενσώματη
Τροποποίηση	Εφαρμογές χωρίς ενσώματη
Επαναπροσδιορισμός	Σχεδιασμένες από τους ίδιους τους ερευνητές
Επαύξηση vs Αντικατάσταση	
Τροποποίηση vs Επαύξηση	
Επαναπροσδιορισμός vs Επαύξηση	
Επαναπροσδιορισμός vs Τροποποίηση	

Πίνακας 7: Αναλυτική παρουσίαση του άξονα της τεχνολογίας

Ο άξονας της τεχνολογίας διαχωρίστηκε σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη είναι τα επίπεδα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας (Μοντέλο SAMR) όπως αυτά προέκυψαν από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση και το είδος της τεχνολογίας.

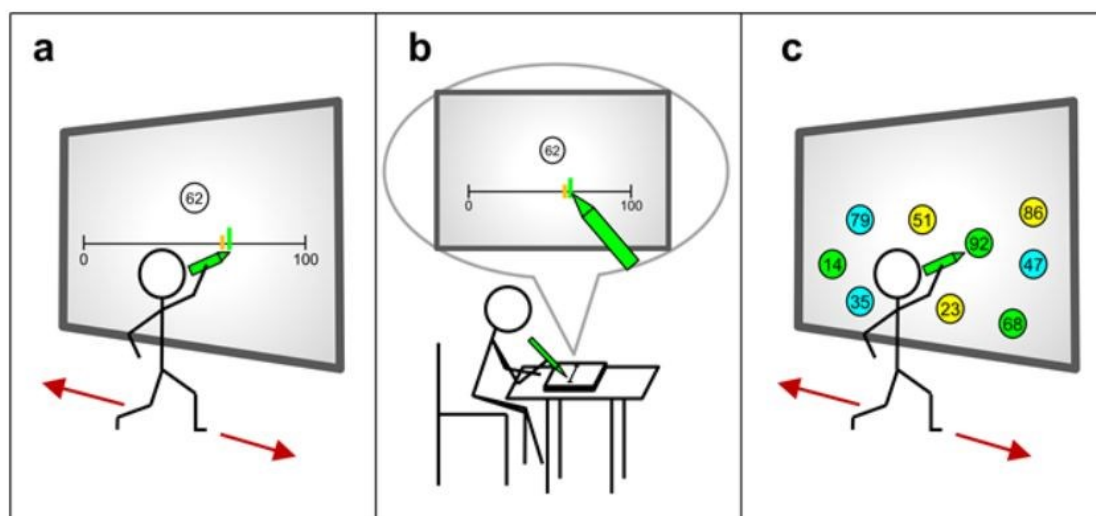
Αναλυτικότερα στη πρώτη κατηγορία εντοπίστηκαν τα ακόλουθα και οι τέσσερις υποκατηγορίες του μοντέλου SAMR (αντικατάσταση, επαύξηση, τροποποίηση και επαναπροσδιορισμός). Επίσης υπήρξε σε κάποια από τα άρθρα συνδυασμός των υποκατηγοριών όπως π.χ. η σύγκριση της επαύξησης με την αντικατάσταση, της τροποποίησης με την επαύξηση, του επαναπροσδιορισμού με την επαύξηση, κ.α.

Στη συνέχεια είναι το είδος της τεχνολογίας που αξιοποιήθηκε. Οι τρεις κατηγορίες στις οποίες διαχωρίστηκε, προέκυψαν από το περιεχόμενο των ερευνών. Σχεδόν όλες χρησιμοποίησαν διαφορετικές εφαρμογές ή την ίδια με κάποιες παραλλάγες και έτσι με αυτή την κατηγοριοποίηση που έγινε επιτεύχθηκε η ομαδοποίηση τους. Οι τρεις λοιπόν κατηγορίες στις οποίες διαχωρίστηκε το είδος της τεχνολογίας είναι οι εφαρμογές με ενσώματη, χωρίς ενσώματη και κάποιες εφαρμογές οι οποίες σχεδιάστηκαν από τους ερευνητές ή έκαναν δικές τους παραλλαγές σε ήδη υπάρχουσες έτσι ώστε να εξυπηρετούν τις ανάγκες της εργασίας. Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά οι εφαρμογές της κάθε κατηγορίας ξεχωριστά:

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΕ ΕΝΣΩΜΑΤΗ:

### Διαδραστικός Πίνακας

Σε ένα από τα άρθρα που επιλέχθηκαν (Fischer, et. al., 2015) έγινε χρήση του διαδραστικού πίνακα. Υπήρξαν 3 διαφορετικές δραστηριότητες οι οποίες αξιοποιούσαν είτε τη χρήση της τεχνολογίας σε συνδυασμό με τη χωρική αντίληψη και την ενσώματη μάθηση είτε τη τεχνολογία με τη χωρική αντίληψη είτε, τέλος την τεχνολογία με την ενσώματη μάθηση (**Εικόνα 2**), με σκοπό να οδηγηθούν σε ένα συμπέρασμα για το ποια περίπτωση έχει την πιο θετική επίδραση στη μάθηση. Στην πρώτη περίπτωση η αριθμογραμμή παρουσιαζόταν στον πίνακα και τα παιδιά έπρεπε να εκτιμήσουν τη θέση ενός ψηφίου που τους δινόταν, εστί επιτυγχάνονταν η ενίσχυση τόσο της ενσώματης μάθησης όσο και της χωρικής αντίληψης καθώς τα παιδιά κινούνταν κατα μήκος της αριθμογραμμής. Στη δεύτερη περίπτωση η δραστηριότητα παρέμενε η ίδια, με τη διαφορά ότι η αριθμογραμμή εμφανιζόταν σε οθόνη τάμπλετ και τα παιδιά έδιναν την απάντηση πάνω σε αυτή. Με τον τρόπο αυτό ελέγχθηκε η αποτελεσματικότητα μιας αριθμητικής δραστηριότητας η οποία αξιοποιεί τη χωρική αντίληψη. Τέλος υπήρξε μια δραστηριότητα διάκρισης χρωμάτων για την οποία απαιτούνταν οι κινήσεις του σώματος, χωρίς ωστόσο να συμπεριλαμβάνεται η ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης. Τα παιδιά έβλεπαν στο διαδραστικό πίνακα εννιά τυχαία κατανομημένους χρωματιστούς κύκλους και έτσι έπρεπε να κινούνται αριστερά/δεξιά του πίνακα προκειμένου να τους φθάσουν. Κάθε ένας από αυτούς τους κύκλους περιελάμβανε άσχετους μεταξύ τους αριθμούς (οι οποίοι κυμαίνονταν μεταξύ του 0-100, 0-1000) και σκοπός ήταν να επιλέγουν με ένα ηλεκτρονικό στυλό, με οποιαδήποτε σειρά τους πράσινους κύκλους. Ως ανατροφοδότηση, οι σωστά επιλεγμένοι πράσινοι κύκλοι εξαφανιζόταν, ενώ οι λανθασμένοι παρέμεναν στην οθόνη.



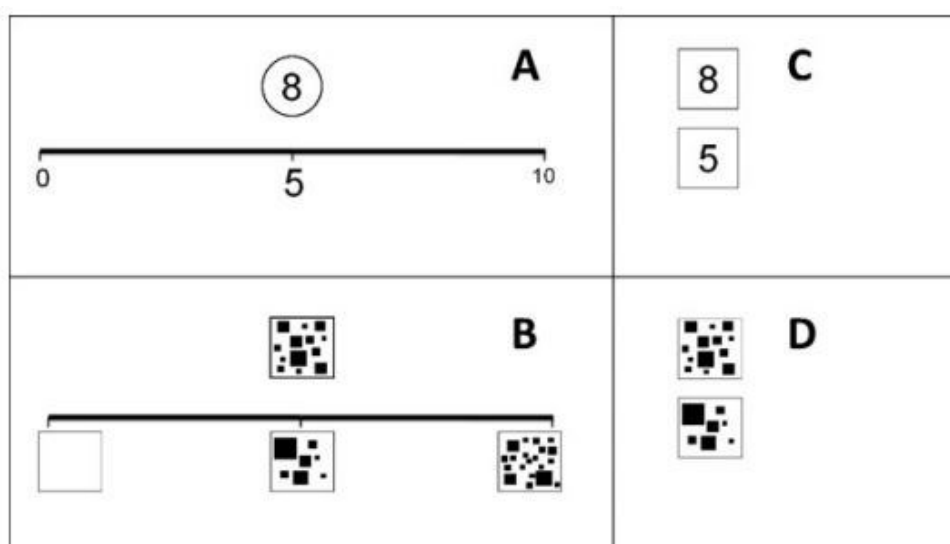
Εικόνα 2: Περιγραφή των τριών δραστηριοτήτων της έρευνας των Fisher et. al. (2015) σε συνδυασμό με την αξιοποίηση του διαδραστικού πίνακα.



## Dance Mat

Στην έρευνα των Fischer, et. al (2011), χρησιμοποιήθηκε ένα πρόγραμμα για μαθητές νηπιαγωγείου, το οποίο αποσκοπεί στη βελτίωση των χωρικών αριθμητικών αναπαραστάσεων. Πιο συγκεκριμένα το πρόγραμμα αυτό ονομάζεται Dance Mat και μέσα από τη χρήση του επιδιώκεται η βελτίωση των νοερών αναπαραστάσεων με τη βοήθεια της αριθμογραμμής. Τα παιδιά χωρίστηκαν σε δύο ομάδες, η πρώτη ήταν με τη χρήση του προγράμματος Dance Mat και η δεύτερη με τάμπλετ, στην οποία τα παιδιά απαντούσαν αγγίζοντας την οθόνη με ένα ηλεκτρονικό στυλό. Και στις δύο συνθήκες υπήρξαν ακριβώς τα ίδια στοιχεία και τα ίδια ζητούμενα χρησιμοποιώντας αριθμούς ή ομάδες τριγώνων τα οποία αντιπροσώπευαν μεγέθη αριθμών από το 0-10 ή το 0-20.

Στην περίπτωση του Dance Mat οι μαθητές στέκονται στη μέση του πεδίου της εφαρμογής και η δραστηριότητα με την αριθμογραμμή παρουσιάζεται στο πάτωμα, μέσω ενός προτζέκτορα. Τα παιδιά πρέπει να συγκρίνουν τα μεγέθη των αριθμών ή των τριγώνων που τους δίνονται με βάση τη θέση κάποιων σημείων που υπάρχουν ήδη πάνω στην αριθμογραμμή. Στόχος λοιπόν είναι να συγκρίνουν τα δύο αυτά μεγέθη, κάνοντας ένα βήμα αριστερά ή δεξιά ανάλογα με το αν είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος από το σημείο που τους δίνετε. Σε αντίθεση με την πειραματική συνθήκη, στην ομάδα των μαθητών που έκαναν χρήση των τάμπλετ, το μόνο που χρειάζόταν να κάνουν είναι να επιλέξουν τον μεγαλύτερο από δύο αριθμούς που τους δινόταν, χωρίς να υπάρχει κάποια συσχέτιση με την έννοια της χωρικής αντίληψης (**Εικόνα 3**).



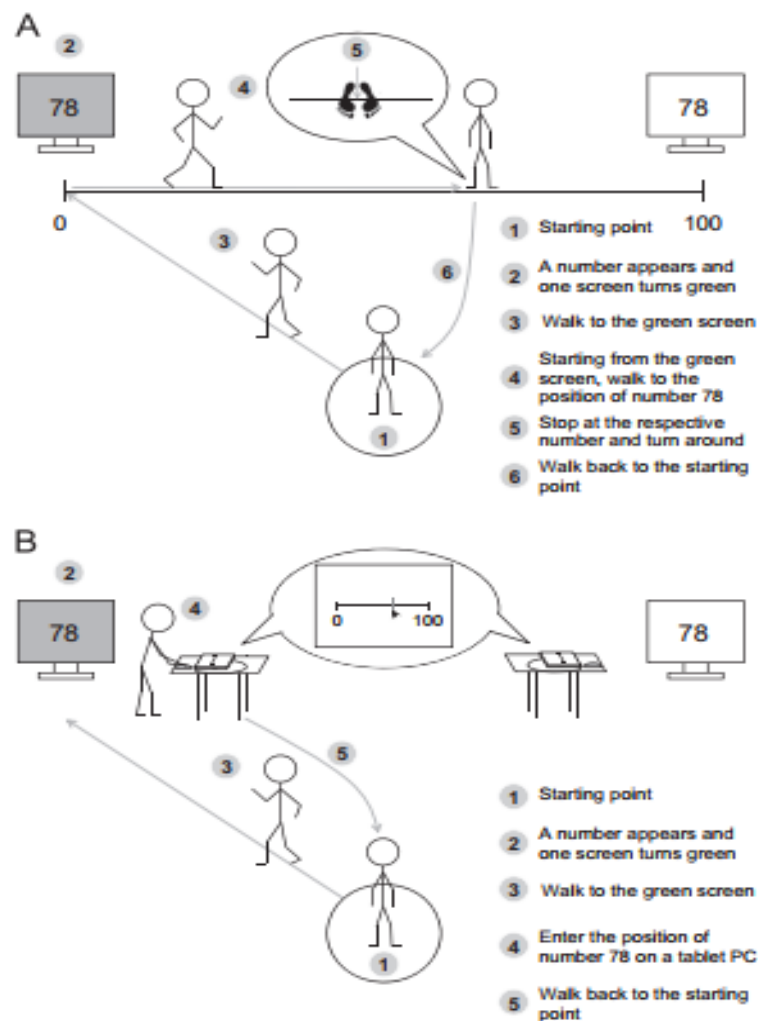
Εικόνα 3: Περιγραφή των δύο δραστηριοτήτων της έρευνας των Fischer, et. al (2011), αριστερά με τη χρήση του προγράμματος Dance Mat και δεξιά με τη χρήση του tablet.

### Walk the number line

Το «Walk the number line» αποτελεί ένα πρόγραμμα το οποίο αξιοποιεί την ενσώματη μάθηση και δημιουργήθηκε με σκοπό τη βελτίωση της χωρικής αναπαράστασης του μεγέθους των αριθμών (Link, et. al., 2013). Μαθητές της Α Δημοτικού εξασκήθηκαν στον εντοπισμό της θέσης των αριθμών που τους δινόταν, περπατώντας πάνω στην αριθμογραμμή που βρισκόταν στο πάτωμα. Για να ελέγξουν την αποτελεσματικότητα αυτής της δραστηριότητας, επέλεξαν άλλη μια, με ακριβώς τα ίδια ζητούμενα, με κάποιες όμως διαφοροποιήσεις. Τα παιδιά δηλαδή δίνουν την απάντησή τους σε αριθμογραμμή που παρουσιάζεται στην οθόνη ενός τάμπλετ χρησιμοποιώντας το ποντίκι και όχι στην αριθμογραμμή που υπάρχει σχεδιασμένη στο πάτωμα (**Εικόνα 4**).

Πιο συγκεκριμένα, στη δραστηριότητα «Walk the number line», τα παιδιά έπρεπε να εκτιμήσουν τη θέση ενός αριθμού πάνω στην αριθμογραμμή. Η αριθμογραμμή είχε αρχικό σημείο το 0 και τελικό το 100, χωρίς να υπάρχει κανένα άλλο ενδιάμεσο σημείο. Τα παιδιά περπατούν κατα μήκος της αριθμογραμμής μέχρι να φθάσουν στο σημείο στο οποίο εκτιμούν ότι βρίσκεται η θέση του αριθμού. Για να παρουσιάσουν την τελική τους απάντηση, οι μαθητές σταματούν στον αντίστοιχο αριθμό και στρέφονται κάθετα στην αριθμογραμμή. Οι κινήσεις των μαθητών κατα μήκος της αριθμογραμμής καταγραφόταν από τον αισθητήρα Xbox Kinect.

Και στις δύο περιπτώσεις τα παιδιά ξεκινούν από το ίδιο σημείο. Ο αριθμός, του οποίου τη θέση πρέπει να εκτιμήσουν πάνω στην αριθμογραμμή, εμφανίζεται σε δύο οθόνες οι οποίες βρίσκονται η μια απέναντι από την άλλη. Για να καταλάβουν τα παιδιά από ποια οθόνη πρέπει να ξεκινήσουν, μια από τις δύο αποκτά πράσινο φόντο. Έτσι τα παιδιά ολοκληρώνουν την αντίστοιχη δραστηριότητα πηγαίνοντας αρχικά προς την πράσινη οθόνη και περπατώντας πάνω στην αριθμογραμμή (ξεκινώντας είτε από το 0 είτε από το 100 στην περίπτωση με την ενσώματη) ή δείχνοντας τη θέση του αριθμού στο τάμπλετ (έχοντας την αρχική θέση του κέρσορα του ποντικιού σε τυχαίο σημείο πάνω στην αριθμογραμμή). Η χρήση των οθονών και του κέρσορα του ποντικιού ως σημεία εκκίνησης, έχουν ως σκοπό τη βελτίωση της προσαρμοστικότητας της νοερής αριθμογραμμής των μαθητών. Μετά την τελική απάντηση δίνεται και στις δύο περιπτώσεις ανατροφοδότηση. Στη δραστηριότητα με την ενσώματη, πέρα από το ότι εμφανίζεται στα παιδιά η σωστή θέση του αριθμού, ζητείται επίσης να περπατήσουν προς αυτή έτσι ώστε να βιώσουν σωματικά την απόσταση μεταξύ των αριθμών. Ενώ στη περίπτωση με το τάμπλετ, η ανατροφοδότηση παρέχεται αυτόματα από το πρόγραμμα, δείχνοντας και πάλι τη σωστή θέση του αριθμού.

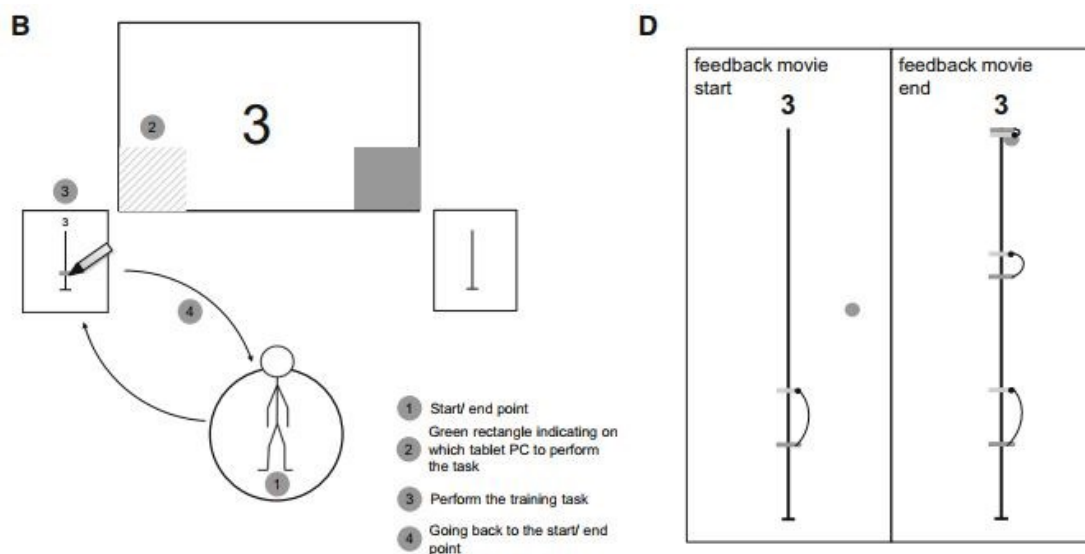


Εικόνα 4: Παρουσίαση των δύο συνθηκών της έρευνας των Link, et. al. (2013). A: η συνθήκη του Walk the number line B: Αξιοποίηση ενός φορητού tablet

Χρήση παρόμοιας τεχνολογίας έγινε και στην έρευνα των Dackermann, et al., (2016). Και σε αυτή την περίπτωση υπήρχαν δύο δραστηριότητες μια με ενσώματη μάθηση και μια με χρήση τάμπλετ. Σκοπός ήταν να χωρίσουν τη γραμμή που τους δινόταν κάνοντας ένα συγκεκριμένο αριθμό βημάτων που το προκαθόριζε το πρόγραμμα, στην περίπτωση της ενσώματης ή να τη χωρίζουν χρησιμοποιώντας ένα ηλεκτρονικό στυλό, στη περίπτωση με το τάμπλετ (Εικόνα 5). Για παράδειγμα εάν ο αριθμός των τμημάτων είναι το 3, τα παιδιά πρέπει να περπατήσουν μέχρι το τέλος της αριθμογραμμής κάνοντας τρία ίσα μεταξύ τους βήματα, στη πρώτη περίπτωση, ή να χωρίζουν σε τμήματα, την αριθμογραμμή που εμφανίζεται στην οθόνη του τάμπλετ σχεδιάζοντας με το ηλεκτρονικό στυλό, τρία ίσα μεταξύ τους τμήματα. Πρέπει πάντως το τελευταίο βήμα και το τελευταίο τμήμα να τοποθετείται στο τέλος της αριθμογραμμής.

Κάτω αριστερά και δεξιά στη γωνία υπάρχουν δύο τετράγωνα ένα κόκκινο και ένα πράσινο τα οποία υποδεικνύουν από ποια πλευρά θα είναι το σημείο εκκίνησης (αριστερά ή δεξιά). Και στις δύο περιπτώσεις η ανατροφοδότηση παρέχεται μέσα από ένα βίντεο, το οποίο δείχνει στους μαθητές μια μπάλα η οποία αναπηδά κατά μήκος της

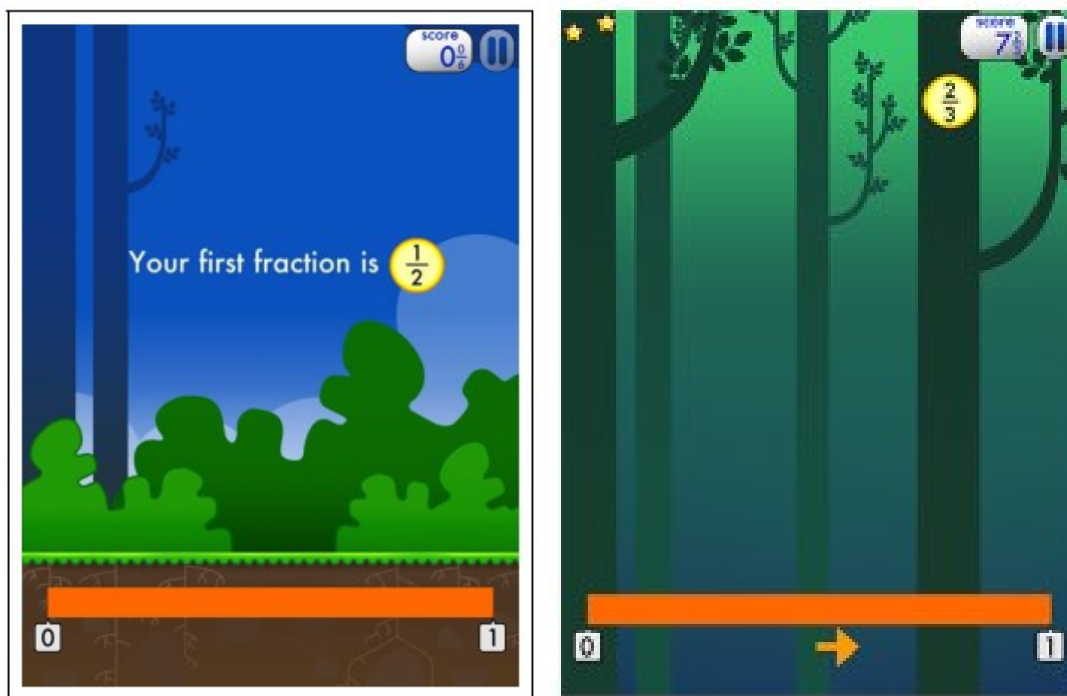
αριθμογραμμής, σηματοδοτώντας τα σημεία τα οποία επέλεξαν οι μαθητές. Ταυτόχρονα εμφανίζεται και ένα βέλος το οποίο δείχνει τα σωστά σημεία έτσι ώστε να καταλάβουν οι μαθητές την απόκλιση των δικών τους απαντήσεων από τη σωστή.



Εικόνα 5: Οι δύο συνθήκες της έρευνας των Dackermann, et. al. (2016) B: συνθήκη ενσώματης μάθησης D: συνθήκη με αξιοποίηση φορητής συσκευής

### Motion Math

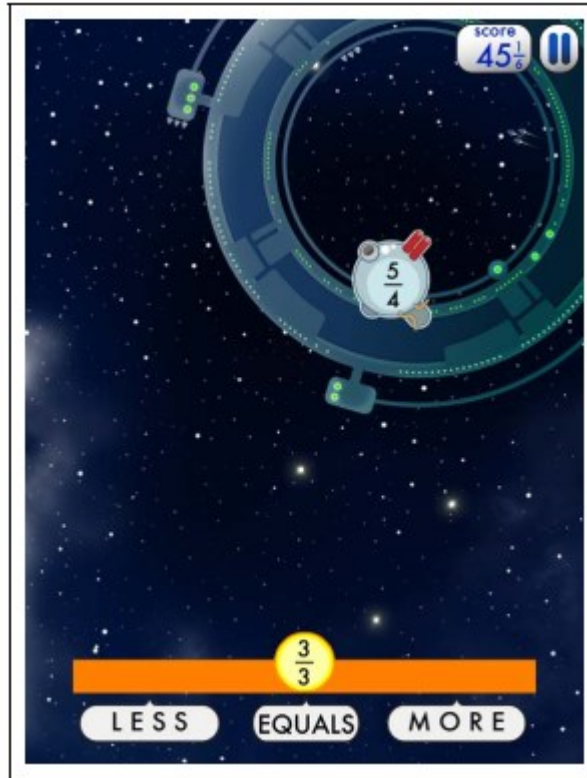
Μια εφαρμογή η οποία χρησιμοποιήθηκε σε πέντε από τις έρευνες της παρούσας ανασκόπησης (Riconscente, et. al., 2013· Tucker, et. al., 2018· Zhang, et. al., 2020· Gresalfi, Rittle-Johnson, Loehr & Nichols, 2018· Soni, M., & Okamoto, Y. 2020) είναι το Motion Math. Αρχικά οι Riconscente, et. al. (2013) & Gresalfi, et. al., (2018) επέλεξαν το πρόγραμμα αυτό με σκοπό να βελτιώσουν την ικανότητα των μαθητών να συσχετίζουν τις διάφορες αναπαραστάσεις των κλασμάτων πάνω στην αριθμογραμμή. Στο παιχνίδι αυτό ο παίκτης πρέπει να γέρνει τη συσκευή με σκοπό να κατευθύνει το αστέρι που πέφτει (μπορεί να έχει και άλλες μορφές) στο σωστό σημείο στην αριθμογραμμή, η οποία βρίσκεται στο κάτω μέρος της οθόνης (**Εικόνα 6**). Στο κάθε γύρο πέφτει από ένα αστέρι (το οποίο μπορεί να πάρει διάφορες μορφές), κάθε ένα από τα οποία αντιπροσωπεύει ένα κλάσμα, ένα ποσοστό, ένα δεκαδικό ή μια συμβολική απεικόνιση ενός κλάσματος.



Εικόνα 6: Η αξιοποίηση του Motion Math (αριστερά) από τους Riconcente, et. al. (2013) και (δεξιά) από τους Gresalfi, et. al. (2018). Ένα αστέρι πέφτει από το πάνω μέρος της οθόνης και ο παίκτης θα πρέπει να γύρει τη συσκευή αριστερά ή δεξιά για να πέσει στο σωστό σημείο στην αριθμογραμμή.

Σε κάθε σωστή απάντηση δίνεται ηχητική και εικονική επιβράβευση ενώ στις λάθος απαντήσεις ακολουθείται η μέθοδος του scaffolding. Παρέχονται δηλαδή σταδιακά στοιχεία, τα οποία οδηγούν τους μαθητές προς τη σωστή απάντηση. Για παράδειγμα μπορεί αρχικά να εμφανιστεί ένα βέλος το οποίο να δείχνει την κατεύθυνση προς την οποία πρέπει να τοποθετήσουν τον αριθμό πάνω στην αριθμογραμμή. Αν και πάλι δεν μπορεί να βρεθεί η σωστή θέση του αριθμού τότε η αριθμογραμμή χωρίζεται σε τμήματα και τελικά δίνεται στους μαθητές η ακριβής θέση του αριθμού. Το παιχνίδι αυτό διαθέτει ένα αλγόριθμο το οποίο αυξάνει σταδιακά τον παρονομαστή και αλλάζει το εύρος της αριθμογραμμής. Οι εικονικές και συμβολικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων ποικίλουν και καθώς αυξάνεται η δυσκολία του παιχνιδιού, διάφορες αναπαραστάσεις εμφανίζονται ταυτόχρονα σε κάθε επίπεδο.

Άλλη μια δοκιμασία του προγράμματος “Motion Math” είναι αυτή με τη διαχωρισμένη σε τρία τμήματα αριθμογραμμή (Εικόνα 7). Στη περίπτωση αυτή δίνεται μια αριθμογραμμή η οποία δεν είναι βαθμονομημένη. Στη μέση της αριθμογραμμής δίνεται ένα κλάσμα και ο παίκτης θα πρέπει να αποφασίσει αν το κλάσμα που “πέφτει από τον ουρανό” είναι ίσο, μικρότερο ή μεγαλύτερο από αυτό που δίνεται, έτσι θα πρέπει να γείρει τη συσκευή προς τη σωστή κατεύθυνση.

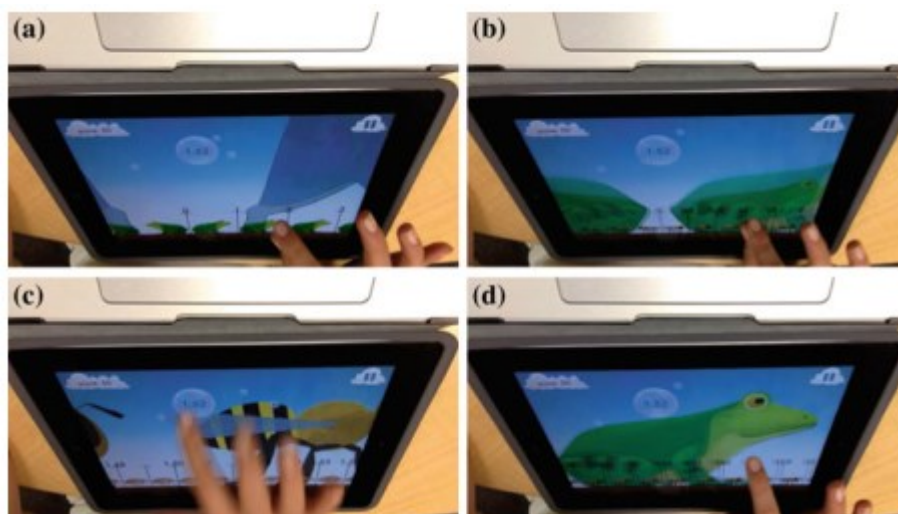


Εικόνα 7: Η δοκιμασία του Motion Math με τη διαχωρισμένη σε τρία τμήματα αριθμογραμμή. Οι παίκτες πρέπει να κατευθύνουν το κλάσμα που πέφτει, σε μία από τις τρεις ζώνες της αριθμογραμμής.

Το πρόγραμμα αυτό επιλέχθηκε και από τους Tucker, et. al. (2018) με σκοπό να βελτιωθούν τα παιδιά στην εκτίμηση μεγέθους, στη σύγκριση και στη πυκνότητα των αριθμών πάνω στην αριθμογραμμή, συμπεριλαμβάνοντας τόσο θετικούς όσο και αρνητικούς αριθμούς. Στη περίπτωση αυτή υπήρχαν 24 συνολικά επίπεδα. Στη κάθε άσκηση εμφανιζόταν μια φούσκα, μέσα στην οποία υπήρχε ένας αριθμός. Ο χειριστής του παιχνιδιού έπρεπε να εντοπίσει το σημείο της αριθμογραμμής στο οποίο ανήκει ο αριθμός και να σπάσει τη φούσκα. Ακόμη υπάρχει η δυνατότητα επιλογής χρόνου μέσα στον οποίο θα πρέπει ο παίκτης να ολοκληρώσει τη δοκιμασία. Επίσης η αριθμογραμμή επιδέχεται αλλαγές, για παράδειγμα μπορεί κανείς να αλλάξει τα διαστήματα. Για την αλληλεπίδραση με την εφαρμογή χρειάζονται χειρονομίες των δακτύλων, οι οποίες συνδέονται νοητά με κάποια κοινά αποδεκτά μαθηματικά νοήματα. Για παράδειγμα σέρνοντας το δάχτυλο αριστερά ή δεξιά, αυτόματα η αριθμογραμμή κινείται σε μικρότερα ή μεγαλύτερα μεγέθη (Εικόνα 8, d). Η αλλαγή των διαστημάτων της αριθμογραμμής μπορεί να γίνει εάν οι μαθητές συγκλίνουν τα δάχτυλα τους και αυτό γίνεται πιο ομαλά εάν κάνουν την κίνηση αυτή με οριζόντια φορά, ακολουθώντας την εικονική αριθμογραμμή της εφαρμογής, σε αντίθεση με το αν γίνει κάθετα ή διαγώνια (Εικόνα 8, b). Απομακρύνοντας ταυτόχρονα τα δάχτυλα το ένα από το άλλο, τα παιδιά μπορούν να κάνουν μεγέθυνση της αριθμογραμμής αλλάζοντας τα διαστήματα σε μικρότερη βάση του δέκα και ακριβώς την αντίστροφη κίνηση για μεγαλύτερα. Τέλος άλλη μια κίνηση είναι το χτύπημα με το δάχτυλο. Οι μαθητές χτυπούν με το δάχτυλο τη



φούσκα για να σπάσει, όταν αυτοί θεωρούν πως έχει φθάσει στο σωστό σημείο στην αριθμογραμμή (Εικόνα 8, c).



Εικόνα 8: Το ψηφιακό περιβάλλον της εφαρμογής του Motion Math από την έρευνα των Tucker, et. al. (2018): (a) παρουσίαση μιας από τις δραστηριότητες του Motion Math (b) αλλαγή των διαστημάτων της αριθμογραμμής συγκλίνοντας τα δάχτυλα (c) σπάσιμο της φούσκας για την τελική τοποθέτηση του αριθμού στην αριθμογραμμή (d) μετακίνηση της αριθμογραμμής για τη μετάβαση σε μεγαλύτερους αριθμούς

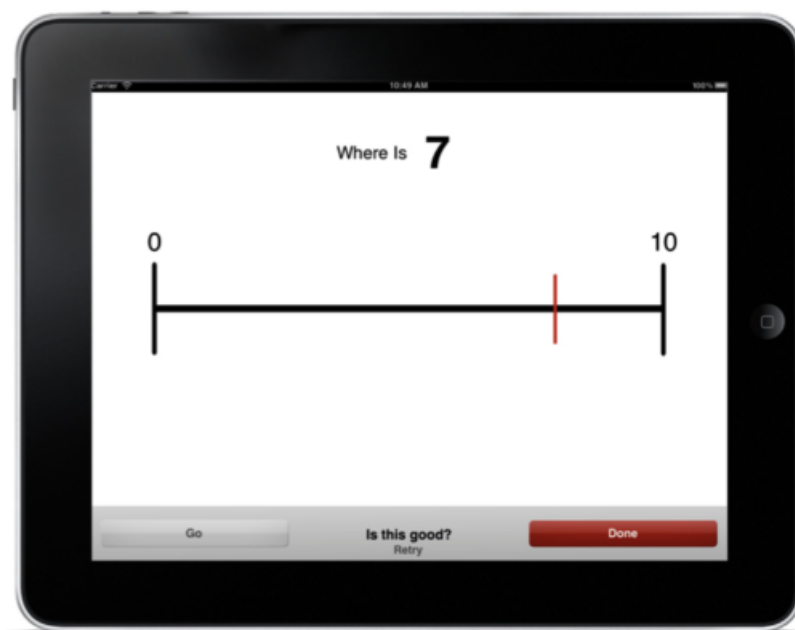
### EstimationLine

Οι Dubé & McEwen (2015) χρησιμοποίησαν την εφαρμογή «EstimationLine». Η εφαρμογή αυτή αποτελείται από δύο μέρη, αυτό της εξάσκησης και της εκτίμησης θέσης ακέραιων αριθμών στην αριθμογραμμή. Το κομμάτι της εξάσκησης περιλαμβάνει τρεις δοκιμασίες. Σε κάθε δοκιμασία, εμφανίζεται μια αριθμογραμμή κατά μήκος της οθόνης. Η γραμμή αυτή έχει δύο άκρα τα οποία συμβολίζονται με μαύρα σημάδια και ο παίκτης καλείται να τοποθετήσει ένα κόκκινο σημείο πάνω στην αριθμογραμμή, είτε με ένα χτύπημα του δαχτύλου είτε σύροντας το. Σκοπός της εξάσκησης είναι να εξοικειωθούν οι παίκτες με το χτύπημα και το σύρσιμο, δύο βασικές χειρονομίες τις οποίες μπορούν στην επόμενη φάση να τις χρησιμοποιήσουν για να τοποθετήσουν αριθμούς πάνω στην αριθμογραμμή.

Η επόμενη φάση, όπως προαναφέρθηκε, είναι αυτή της εκτίμησης. Υπάρχουν τέσσερις φάσεις δοκιμασιών. Στη κάθε φάση η αριθμογραμμή έχει και διαφορετική βαθμονόμηση (0-10, 0-25, 0-50 και 0-75). Στην αρχή κάθε δοκιμασίας εμφανίζεται στο πάνω μέρος της οθόνης ένας αριθμός. Ο μαθητής θα πρέπει αρχικά να εκτιμήσει τη θέση του αριθμού και στη συνέχεια να τον τοποθετήσει πάνω στην αριθμογραμμή (Εικόνα

9). Αυτό μπορεί να το κάνει με τη χρήση μιας από τις δύο χειρονομίες, το χτύπημα ή το σύρσιμο. Οι δοκιμασίες εμφανίζονται σε τυχαία σειρά και το πρόγραμμα περνάει αυτόματα από τη μία στην άλλη, χωρίς να δίνεται ανατροφοδότηση. Αυτό γίνεται διότι σκοπός της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές δύο διαφορετικά είδη χειρονομιών, μια διακριτή και μια συνεχόμενη, έτσι

ώστε να αποσαφηνιστεί ποιο είδος βοήθιά περισσότερο στη κατανόηση της αριθμογραμμής.



Εικόνα

9: Η δραστηριότητα της εκτίμησης θέσης ενός ψηφίου στο πρόγραμμα EstimationLine

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΧΩΡΙΣ ΕΝΣΩΜΑΤΗ:

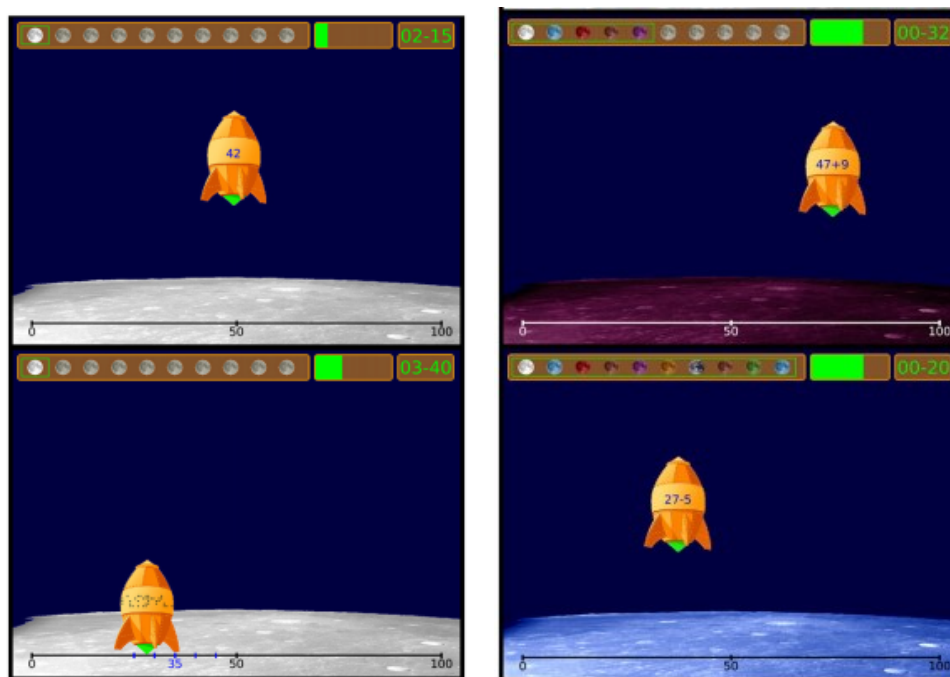
### Rescue Calcularis

Οι Kucian et. al. (2011) & Käser, et. al., (2013) επέλεξαν για τις έρευνες τους την εφαρμογή «Rescue Calcularis». Το «Rescue Calcularis» αποτελεί ένα πρόγραμμα το οποίο δίνει τη δυνατότητα εύκολης εγκατάστασης σε οποιονδήποτε υπολογιστή. Μέσα από το πρόγραμμα αυτό επιδιώκεται η βελτίωση της χωρικής αναπαράστασης των αριθμών αλλά και της νοερής αριθμογραμμής, ενισχύοντας ταυτόχρονα και τη συσχέτιση των διάφορων αναπαραστάσεων των αριθμών και των μεταξύ τους αποστάσεων.

Σκοπός του κάθε παίκτη είναι να κατευθύνει το διαστημόπλοιο στην ακριβή θέση που υποδεικνύει αυτόματα το πρόγραμμα, είτε με έναν αριθμό είτε με ένα σύνολο από κουκίδες είτε με το αποτέλεσμα μιας πρόσθεσης ή αφαίρεσης. Μετά από τη τοποθέτηση του διαστημόπλοιου στην αριθμογραμμή, παρέχεται ανατροφοδότηση, δείχνοντας την απόκλιση της εκτίμησης του μαθητή, από τη σωστή θέση του αριθμού (Εικόνα 10). Συνολικά υπάρχουν δέκα επίπεδα. Η ενέργεια του διαστημόπλοιου γεμίζει με κάθε σωστή «προσγείωση» και απεικονίζεται με μια πράσινη ράβδο κάτω δεξιά, δίπλα από την ένδειξη του χρόνου. Όταν ο μετρητής



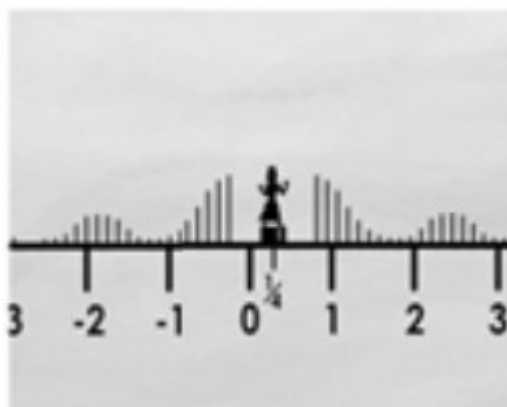
ενέργειας είναι πλήρης, τότε το διαστημόπλοιο μπορεί να πετάξει στον επόμενο πλανήτη.



Εικόνα 10: Τέσσερις διαφορετικοί τρόποι παρουσίασης της θέσης στην οποία πρέπει να τοποθετηθεί το διαστημόπλοιο στην εφαρμογή *Rescue Calculator*, (πάνω αριστερά) δίνοντας απλά τον αριθμό, (πάνω δεξιά), υπολογίζοντας το άθροισμα (πάνω δεξιά), μετρώντας τον αριθμό των κουκίδων (κάτω αριστερά), υπολογίζοντας την διαφορά (κάτω δεξιά)

### Math Snacks

Το «Math Snacks» αποτελεί ένα πρόγραμμα το οποίο αξιοποιεί μια ποικιλία διδακτικών μέσων, με σκοπό να βοηθήσει στην κατανόηση εννοιών όπως η αναλογία, τα ποσοστά αλλά και η αξιοποίηση της αριθμογραμμής. Τα μέσα αυτά μπορεί να είναι διάφορες απεικονίσεις, οι οποίες ενισχύουν την οπτικοποίηση των μαθηματικών εννοιών αλλά και έτοιμα σχεδιασμένα μαθήματα και δραστηριότητες τα οποία διευκολύνουν στη δημιουργία εμπειριών με σκοπό τη βαθύτερη κατανόηση του μαθηματικού αντικειμένου (Valdiz, et. al., 2013).



Εικόνα 11: Ψηφιακό περιβάλλον της εφαρμογής «Math Snacks»

## Catch a fish

Οι Vitale, Black, & Swart (2014) επέλεξαν για την έρευνα τους την εφαρμογή «Catch a fish». Το πρόγραμμα αυτό ξεκινά με την παρουσίαση μιας σύντομης αφήγησης μέσα από την οποία δίνονται και κάποιες οδηγίες για το παιχνίδι. Σύμφωνα με την ιστορία του παιχνιδιού, τα παιδιά βρίσκονται σε μία λίμνη όπου ψαρεύουν. Καθώς ακολουθούν τις οδηγίες του παιχνιδιού, εμφανίζεται κάποια στιγμή μια αριθμογραμμή κατά μήκος της επιφάνειας της λίμνης. Ο ζητούμενος αριθμός του οποίου τη θέση πρέπει να εντοπίσουν πάνω στην αριθμογραμμή, εμφανίζεται στο πάνω μέρος της οθόνης. Κατά τη διάρκεια της εκτίμησης, εμφανίζονται στους μαθητές κάποιες βοηθητικές ενδείξεις με σκοπό να καθοδηγηθούν και να παραμείνουν συγκεντρωμένοι στο παιχνίδι (**Εικόνα 12**).

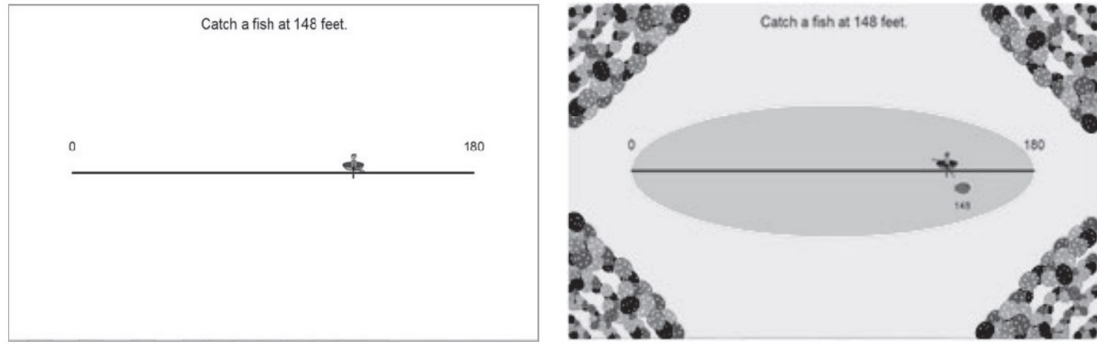
Πιο συγκεκριμένα το παιχνίδι ξεκινά με την παρακάτω εκφώνηση: Η βάρκα ξεκινά από το 0. Η λίμνη έχει απόσταση 180 πόδια. Το ψάρι βρίσκεται κάπου ανάμεσα στο 0 με το 180 αλλά εσύ πρέπει να μαντέψεις που. Οι λέξεις στο πάνω μέρος της οθόνης σου δίνουν κάποιες ενδείξεις. Πρέπει να σκεφτείς ποια είναι η θέση του αριθμού, ανάμεσα στο 0 και το 180. Μπορείς να βρεις το ψάρι;». Ακολουθώντας αυτή την επεξήγηση, τα παιδιά είναι ελεύθερα να εντοπίσουν τη θέση του αριθμού ακολουθώντας το δικό τους τρόπο σκέψης.

Ωστόσο πέρα από την κενή αριθμογραμμή υπάρχει η δυνατότητα και της ταυτόσημης, όπου είναι χωρισμένη ανά 45 (0- 45- 90- 135- 180). Στην περίπτωση αυτή η αριθμογραμμή έχει ακριβώς το ίδιο μήκος με μια αριθμογραμμή η οποία εμφανίζεται στην οθόνη. Η αριθμογραμμή είναι χωρισμένη ανά 45 και έχει ως τελικό σημείο το 180. Διευκρινίζεται στα παιδιά πως το 90 αποτελεί το μισό της αριθμογραμμής, το 45 το μισό του διαστήματος 0-90, και το 135 το μισό του 90-180. Στη συνέχεια ζητείται από τα παιδιά να βρουν τη θέση του 90, του 45 και του 135 στην αριθμογραμμή που βρίσκεται στην οθόνη. Στην περίπτωση που τα παιδιά αντιμετωπίσουν κάποια δυσκολία, ο ερευνητής τους παρέχει βοήθεια κρατώντας την αριθμογραμμή ή τοποθετώντας τη στη βάση της οθόνης έτσι ώστε να κάνουν σύγκριση με αυτή της οθόνης.

Επίσης υπάρχει άλλη μια περίπτωση, αυτή της μη ταυτόσημης αριθμογραμμής, με τη διαφορά όμως ότι σε αυτή την περίπτωση η αριθμογραμμή έχει διαφορετικό μήκος από αυτή της οθόνης (είναι δηλαδή κατά 33% μεγαλύτερη). Τα παιδιά και πάλι δέχονται την ίδια επεξήγηση και η αριθμογραμμή είναι με τον ίδιο τρόπο διαχωρισμένη. Προκειμένου να ενημερώσουν τα παιδιά για αυτή την απόκλιση, οι ερευνητές λένε πως κατά λάθος η μια αριθμογραμμή έγινε μεγαλύτερη και στη συνέχεια την τοποθετούν δίπλα σε αυτή της οθόνης έτσι ώστε να εντοπίσουν αυτή τη διαφορά και οι ίδιοι οι μαθητές. Στη συνέχεια τους ζητάνε να εντοπίσουν τη θέση του αριθμού 90, 45 και 135 στην αριθμογραμμή της οθόνης. Εάν τα παιδιά δυσκολεύονται, ο ερευνητής προσπαθεί να τα καθοδηγήσει προς τη σωστή απάντηση επαναλαμβάνοντας την αρχική επεξήγηση σχετικά με τη θέση του 90 όπου είναι το μισό της αριθμογραμμής, κλπ.

Και στις 3 περιπτώσεις ο μαθητής κατευθύνει το καράβι με οριζόντιες κινήσεις του ποντικιού και κάνει κλικ στο σημείο που θεωρεί πως ανήκει ο αριθμός. Εάν το σημείο που επέλεξε απέχει λιγότερο από 10% από τη σωστή θέση,

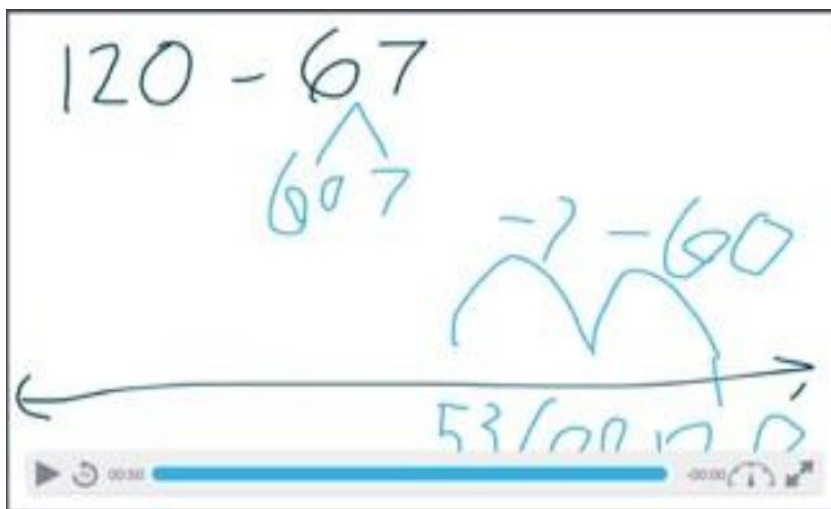
επιβραβεύεται με ένα βίντεο το οποίο δείχνει το χαρακτήρα του παιχνιδιού να πιάνει το ψάρι. Αν όμως η απόκλιση είναι μεγαλύτερη, τότε εμφανίζεται η σωστή θέση του αριθμού και το παιδί πρέπει να κάνει κλικ πάνω στο ψάρι για να συνεχίσει.



Εικόνα 12: (αριστερά) Στιγμιότυπο από την δραστηριότητα εκτίμησης στην εφαρμογή «Catch a Fish», (δεξιά) στιγμιότυπο από την εμφάνιση κάποιας βοηθητικής ένδειξης στον παίκτη.

### Educreation

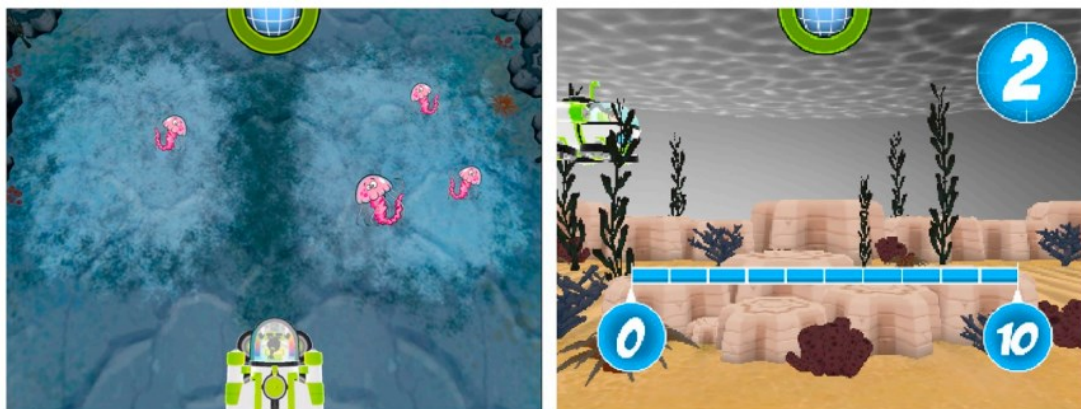
Ο Κοκ (2019) μελέτησε τις επιδράσεις της αξιοποίησης της αριθμογραμμής και του προγράμματος Educreation, στην εκτέλεση προσθέσεων και αφαιρέσεων με τριψήφιους φυσικούς αριθμούς. Το Educreation αποτελεί μια εφαρμογή η οποία παρέχει τη δυνατότητα χρήσης διαδραστικού πίνακα, ενώ παράλληλα δίνει τη δυνατότητα να προσθέσεις βίντεο, αφήγηση, εικόνες αλλά και σχόλια με τα οποία επεξηγείς τα βήματα που ακολουθείς. Η δυνατότητα αυτή δίνεται τόσο στον εκπαιδευτικό όσο και στους μαθητές. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σαν μέσο αξιολόγησης π.χ.ο μαθητής θα πρέπει να σχεδιάσει μια αριθμογραμμή στο διαδραστικό πίνακα ενώ παράλληλα επεξηγεί προφορικά τον τρόπο με τον οποίο έφθασε σε αυτή τη λύση (Εικόνα 13).



Εικόνα 13: Χρήση της αριθμογραμμής για την επεξήγηση ενός προβλήματος αφαίρεσης, στο πρόγραμμα Educreation

## Number Sense Game

Οι Vanbecelaere, Van den Berghe, Cornillie, Sasanguie, Reynvoet & Depaere (2020) μελέτησαν το κατά πόσο μπορεί ένα εκπαιδευτικού παιχνίδι σαν το Number Sense Game, να βελτιώσει την ικανότητα εκτίμησης σε αριθμογραμμή. Το πρόγραμμα αυτό αποτελείται από δύο τύπους δραστηριοτήτων, το NLE (number line estimation) και το παιχνίδι σύγκρισης (**Εικόνα 14**). Τα επίπεδα του κάθε παιχνιδιού είναι αυξανόμενης δυσκολίας, για παράδειγμα το παιχνίδι της σύγκρισης ξεκινά με αριθμούς από το 1 μέχρι το 4 και όσο προχωράει μεγαλώνει το εύρος των αριθμών (1-9, 5-18), επίσης μπορεί να μειωθεί και η διάρκεια μέσα στην οποία θα πρέπει οι μαθητές να ολοκληρώσουν την άσκηση, κ.α. Όσον αφορά το παιχνίδι της εκτίμησης στην αριθμογραμμή, πέρα από τη διάρκεια ολοκλήρωσης της δραστηριότητας, το επίπεδο δυσκολίας εξαρτάται και από τον αριθμό των σημείων που υπάρχουν πάνω σε αυτή. Για να μπορέσουν οι παίκτες να περάσουν στο επόμενο επίπεδο, υπάρχουν κάποιες προϋποθέσεις, τις οποίες αν δεν τις πληρούν, το επαναλαμβάνουν μέχρι να φθάσουν το επιθυμητό αποτέλεσμα. Στο παιχνίδι της σύγκρισης μια προϋπόθεση για να περάσεις στο επόμενο επίπεδο, είναι να επιλέξεις τη μεγαλύτερη από δύο ποσότητες, ενώ στο παιχνίδι της εκτίμησης, μια απάντηση θεωρείται σωστή όταν το σημείο στο οποίο τοποθετήθηκε ο ζητούμενος αριθμός, δεν απέχει πάνω από 12,5% από τη πραγματική του θέση. Προκειμένου τα παιδιά να μην αποθαρρύνονται όταν κάνουν λάθος, το πρόγραμμα παρέχει ηχητική ανατροφοδότηση με σκοπό να τους καθοδηγήσει και να τους ενθαρρύνει να συνεχίσουν. Επιπλέον υπάρχει και αφήγηση έτσι ώστε να γίνεται πιο ελκυστικό. Στην αρχή του παιχνιδιού υπάρχει ένα σύντομο βίντεο το οποίο παρουσιάζει τους δύο κεντρικούς ήρωες του παιχνιδιού, τον Dudeman και την Sidegirl. Σκοπός των δύο αυτών ηρώων είναι να σώσουν τον πλανήτη από τη μόλυνση, καθαρίζοντας το νερό, το έδαφος και τον αέρα με μια ηλεκτρική σκούπα. Τα παιδιά καλούνται να τους βοηθήσουν ολοκληρώνοντας τις δραστηριότητες. Κάθε φορά που λύνουν σωστά μια άσκηση, η ηλεκτρική σκούπα μπορεί να καθαρίσει την περιοχή. Στην αρχή κάθε επιπέδου δίνονται ηχητικές οδηγίες οι οποίες εξηγούν ποιο είναι το ζητούμενο του κάθε επιπέδου.



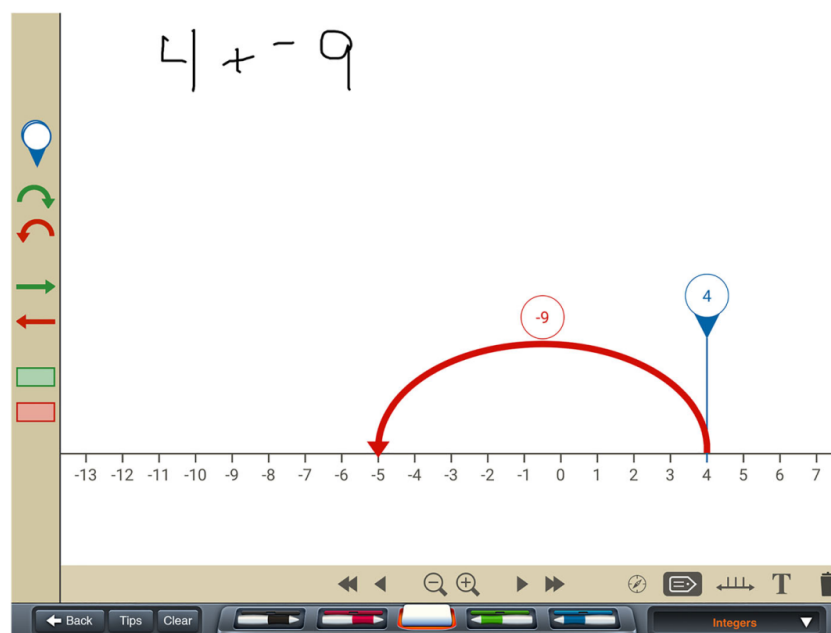
Εικόνα 14: Στιγμιότυπα από το παιχνίδι σύγκρισης (αριστερά) και το παιχνίδι εκτίμησης σε αριθμογραμμή (δεξιά) στην εφαρμογή Number Sense Game

## Number line app

Στην έρευνα των Bouck, Long & Park (2020) χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα μέσα: ένα iPad, την εφαρμογή Number Line app και ένα σύνολο δραστηριοτήτων. Κάθε δραστηριότητα αποτελείται από πέντε προβλήματα πρόσθεσης με ακέραιους αριθμούς. Όλα τα προβλήματα ήταν εκτυπωμένα σε χαρτί. Το κάθε πρόβλημα περιελάμβανε ένα τουλάχιστον αρνητικό αριθμό, οποιονδήποτε από τους δύο προσθετέους, ενώ δεν αποκλείεται η περίπτωση να είναι και οι δύο αρνητικοί. Δύο παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων είναι το  $-9 + 10$  ή  $4 + (-9)$ , κ.α. Οι ερευνητές οργάνωσαν τις δραστηριότητες δημιουργώντας λίστες με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς προβλημάτων πρόσθεσης, με ακέραιους αριθμούς από το  $-10$  έως το  $10$ .

Η εφαρμογή Number Line αποτελείται από μια οριζόντια αριθμογραμμή. Στην αρχή της δραστηριότητας εμφανίζεται μια αριθμογραμμή με άκρα το 0 και το 20, ωστόσο υπάρχουν βέλη αριστερά, δεξιά τα οποία επιτρέπουν στο χρήστη να την μετακινήσει. Πατώντας το αριστερό βέλος εμφανίζονται περισσότεροι αρνητικοί αριθμοί, ενώ με το δεξί μεγαλύτερης αξίας θετικοί αριθμοί. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής των αριθμών σε κλάσματα ή δεκαδικούς. Ωστόσο για τις ανάγκες της παρούσας έρευνας, χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι ακέραιοι.

Στο αριστερό μέρος της εφαρμογής υπάρχουν κάποια επιπλέον βοηθητικά εργαλεία για το χρήστη. Αυτά μπορεί να είναι ένας δείκτης σε σχήμα κύκλου, ο οποίος υποδεικνύει στον χρήστη ποιος είναι ο αριθμός που έχει τοποθετήσει στην αριθμογραμμή αλλά και ένα πράσινο ή κόκκινο βέλος. Το πράσινο βέλος μετακινεί την αριθμογραμμή προς τα δεξιά και το κόκκινο προς τα αριστερά (**Εικόνα 15**).



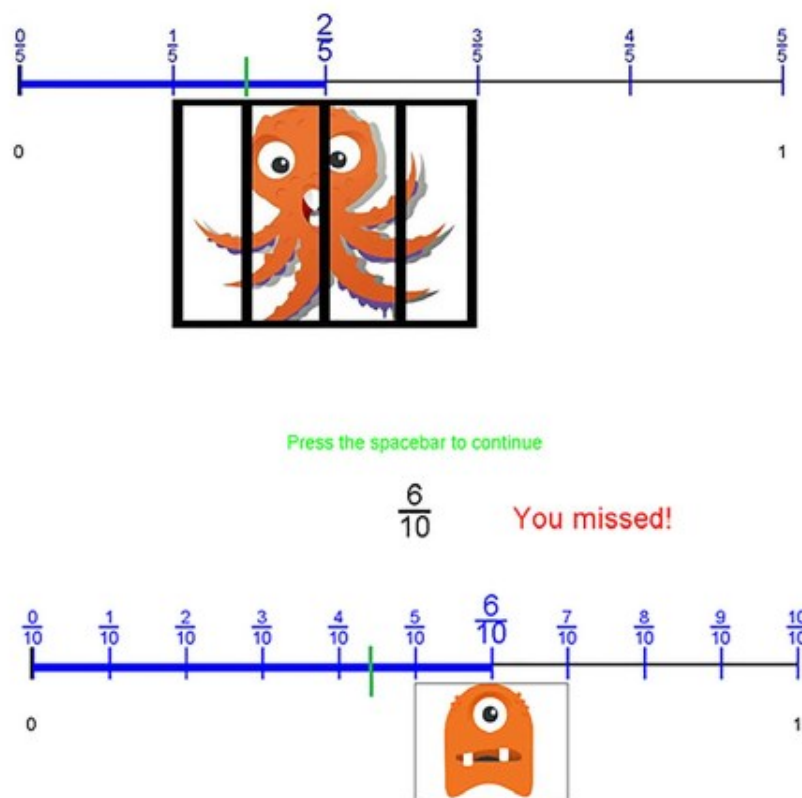
Εικόνα 15: Η μορφή της εφαρμογής Number Line

## ΣΧΕΔΙΑΣΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΙΔΙΟΥΣ ΤΟΥΣ ΕΡΕΥΝΗΤΕΣ:

### Catch the Monster

Στην εφαρμογή «Catch the Monster» παρουσιάζεται στα παιδιά μια αριθμογραμμή (0-1) και ένας δεκαδικός αριθμός ο οποίος υποδεικνύει τη θέση του τέρατος. Τα παιδιά παρατρύνονται να χρησιμοποιήσουν το δεκαδικό αριθμό, προκειμένου να εντοπίσουν τη σωστή θέση του τέρατος πάνω στην αριθμογραμμή, ενώ παράλληλα τους δίνεται ανατροφοδότηση σχετική με την ακρίβεια των εκτιμήσεων τους. Εάν η εκτίμηση τους είναι επαρκώς ακριβής, το τέρας πεθαίνει, εάν όχι, το τέρας γελάει.

Αυτή είναι η αρχική μορφή του παιχνιδιού, ωστόσο για τις ανάγκες της έρευνας των Fazio, Kennedy & Siegler (2016) έγιναν κάποιες τροποποιήσεις δημιουργώντας μια διαφορετική έκδοση του ίδιου παιχνιδιού. Το νέο αυτό παιχνίδι ονομάστηκε «Catch the Monster with Fractions» και περιελάμβανε πρόσθετα χαρακτηριστικά και ασχολούνταν με πιο σύνθετες μαθηματικές έννοιες σχετικές με το μέγεθος των κλασμάτων. Αρχικά δόθηκε έμφαση στα κλάσματα τα οποία έχουν σαν αριθμητή το 1 και σκοπός ήταν να καταλάβουν οι μαθητές πως ο παρονομαστής είναι αυτός που δείχνει σε πόσα τμήματα πρέπει να χωριστεί η αριθμογραμμή. Παράλληλα επισημαίνεται πως τα κλάσματα αυτά (με αριθμητή το 1) όταν έχουν μεγαλύτερο παρονομαστή είναι πιο κοντά στο μηδέν πάνω στην αριθμογραμμή, από ότι αυτά με μικρότερο. Στη συνέχεια αφού έχουν ολοκληρώσει τα παιδιά την εκτίμηση τους, τους παρέχεται ανατροφοδότηση (Εικόνα 16). Η εκτίμηση των παιδιών παραμένει ορατή και η αριθμογραμμή χωρίζεται σε τόσο ίσα τμήματα όσο δείχνει ο παρονομαστής του κλάσματος. Πάνω από κάθε τμήμα υπάρχει ένα κλάσμα το οποίο υποδηλώνει τον αριθμό των τμημάτων που υπάρχουν ανάμεσα σε αυτό και το αρχικό σημείο και το μέγεθος του τονίζεται με πιο έντονη γραμμή η οποία ξεκινάει από το μηδέν και φθάνει μέχρι αυτό. Αυτή η λεπτομερής ανατροφοδότηση επιτρέπει στα παιδιά να αντιληφθούν για ποιο λόγο η απάντησή τους είναι σωστή ή λανθασμένη.



Εικόνα 16: Ένα παράδειγμα σωστής (πάνω) και μιας λανθασμένης (κάτω) εκτίμησης από ένα παίκτη σε δύο από τις δραστηριότητες της εφαρμογής «Catch the Monster»

### Semideus

Οι Ninaus, Kiili, McMullen & Moeller (2017) και οι Kiili, Moeller & Ninaus (2018) σχεδίασαν μια εφαρμογή, προσαρμόζοντας την στις ανάγκες και τα ζητούμενα των ερευνών τους. Το παιχνίδι αυτό τοποθετείται χρονικά στην εποχή της Αρχαίας Ελλάδας. Κεντρικός ήρωας είναι ο Semideus ο οποίος προσπαθεί να βρει κάποια χρυσά νομίσματα τα οποία έκλεψε ο Κόβαλος από τον Δία. Ο Κόβαλος είχε κρύψει τα νομίσματα σε διάφορα σημεία στον Όλυμπο, τα οποία ο Semideus τα είχε ανακαλύψει. Οι τοποθεσίες αυτές ήταν κρυπτογραφημένες με μαθηματικά σύμβολα.

Στο παιχνίδι αυτό υπάρχουν 7 διαφορετικές δραστηριότητες σχετικές με τα κλάσματα οι οποίες μπορεί να συμπεριλαμβάνουν εκτίμηση στην αριθμογραμμή, σύγκριση μεγέθους, ταξινόμηση αριθμών με βάση το μέγεθος τους, κ.α.. Στη δραστηριότητα της εκτίμησης στην αριθμογραμμή, ο παίκτης προσπαθεί να τοποθετήσει το χρυσό νόμισμα στο σημείο που υποδεικνύει ο αριθμός που του δίνεται (ακέραιος ή κλάσμα), ενώ στη σύγκριση μεγέθους πρέπει να βάλει κατά αύξουσα σειρά τους βράχους, όπου πάνω στον καθένα αναγράφεται και κάποιος αριθμός (Εικόνα 17). Η δραστηριότητα της σύγκρισης μεγέθους μπορεί να ολοκληρωθεί σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στην αριθμογραμμή υπό την προϋπόθεση ότι η σειρά με την οποία έχουν τοποθετηθεί οι βράχοι είναι σωστή.





Εικόνα 17: Στιγμιότυπο από τις δραστηριότητες εκτίμησης σε αριθμογραμμή (αριστερά) και σύγκρισης μεγέθους της εφαρμογής «Semideus»

Μετά από κάθε δραστηριότητα υπάρχει άμεση ανατροφοδότηση, η οποία επιβεβαιώνει το αν οι εκτιμήσεις των παικτών ήταν ακριβείς ή όχι. Στην περίπτωση που έχουν κάνει λάθος εκτίμηση, ένας κεραυνός χτυπά το χαρακτήρα του παιχνιδιού και ο παίκτης χάνει 15 βαθμούς από την ενέργεια του, ενώ παράλληλα εμφανίζεται και η σωστή θέση του κέρματος πάνω στην αριθμογραμμή. Ενώ στην περίπτωση που έχουν απαντήσει σωστά, κερδίζουν από 100 έως 500 κέρματα ανάλογα με το πόσο ακριβής ήταν η απάντησή τους και η σωστή θέση του κέρματος υποδεικνύεται με ένα πράσινο σημάδι πάνω στην αριθμογραμμή (Εικόνα 18).



Εικόνα 18: Αρνητική (αριστερά) και θετική (δεξιά) ανατροφοδότηση μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας της εκτίμησης σε αριθμογραμμή. Η πράσινη γραμμή εμφανίζεται κατά τη διάρκεια της ανατροφοδότησης και υποδεικνύει τη σωστή θέση του αριθμού

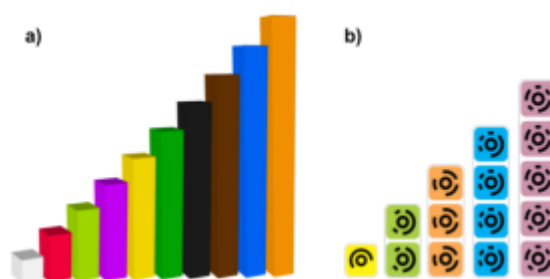
## CETA

Στην έρευνα των Marichal, Perilli, Pires, Bakala, Sansone & Blat (2017), δημιουργήθηκε ένα περιβάλλον μικτής πραγματικότητας, αξιοποιώντας τάμπλετ και μια επαυξημένη έκδοση των ράβδων Cuisenaire, οι οποίοι αποτελούν ένα εργαλείο ορόσημο για τη διδασκαλία των μαθηματικών.



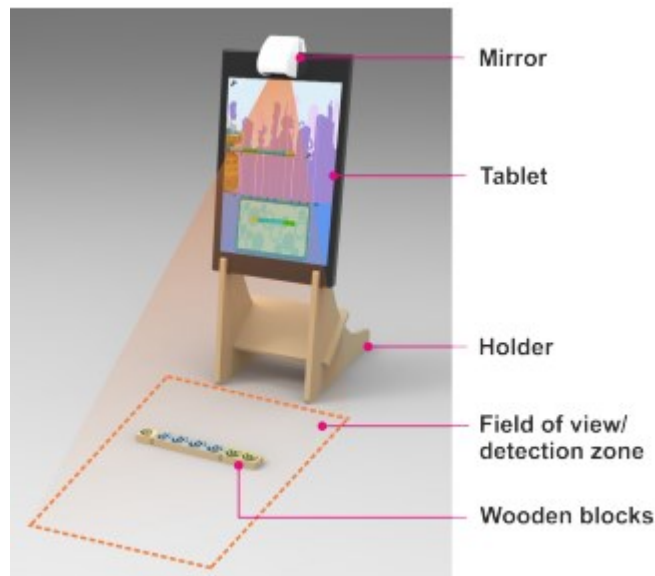
Σκοπός του παιχνιδιού είναι να αντιληφθούν τα παιδιά την έννοια της σύνθεσης των αριθμών, να κατανοήσουν δηλαδή πως υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορείς να τους συνθέσεις (π.χ.  $4=1+1+1+1$ ,  $4=2+2$ , κτλ.) αλλά και να μπορούν να τους τοποθετήσουν πάνω στην αριθμογραμμή. Ωστόσο γι' αυτό απαιτείται η κατανόηση του τρόπου διάταξης των αριθμών πάνω στην αριθμογραμμή είτε αυτή είναι οριζόντια είτε κάθετη.

Ο ήρωας του παιχνιδιού είναι ένα ρομπότ, ο Bruno και πρέπει να συλλέξει κάποιες βίδες οι οποίες βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη απόσταση από αυτόν. Τα παιδιά χρησιμοποιώντας κάποια τουβλάκια, πρέπει να συνθέσουν τον αριθμό που ταιριάζει σε αυτή την απόσταση. Όπως προαναφέρθηκε, έμπνευση για τον σχεδιασμό τους αποτέλεσαν οι ράβδοι του Cuisenaire (Εικόνα 19).



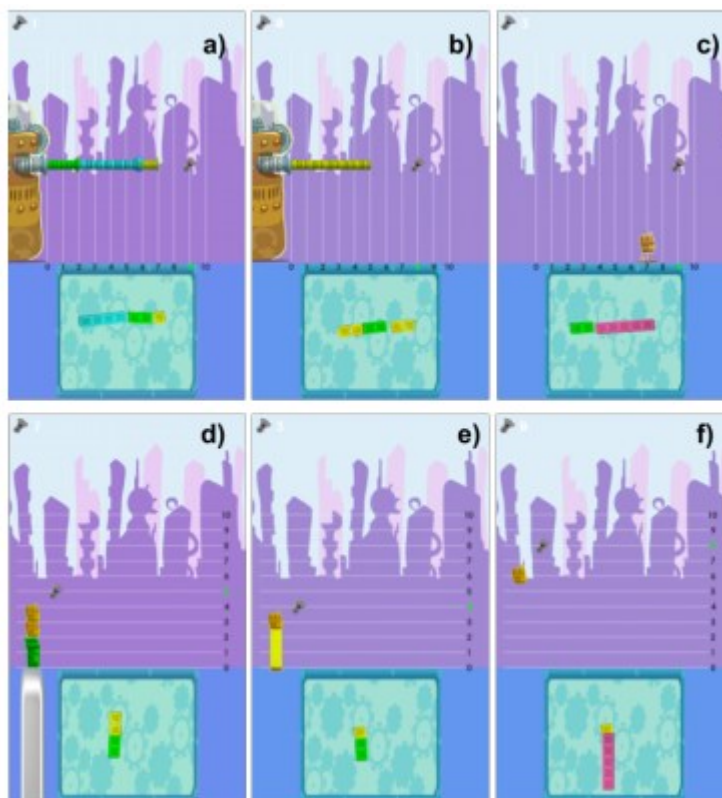
Εικόνα 19: α) η μορφή των αυθεντικών ράβδων Cuisenaire και β) η τελική μορφή τους μετά από την παρέμβαση των ερευνητών.

Κάθε ράβδος αναπαριστά ένα διαφορετικό αριθμό και έχει διαφορετικό μήκος και χρώμα από τους υπόλοιπους. Στο αυθεντικό Cuisenaire rob, η μικρότερη ράβδος αναπαριστά το ένα και η μεγαλύτερη το 10. Στην παρούσα εκδοχή της εφαρμογής αυτής, χρησιμοποιήθηκαν τουβλάκια τα οποία αντιστοιχούσαν στους αριθμούς από το 1 μέχρι το 5. Στα πλαϊνά από κάθε τουβλάκι υπήρχε μαγνήτης έτσι ώστε να μπορούν να ενωθούν μεταξύ τους θέλοντας με αυτό τον τρόπο να μιμηθούν την αναπαράσταση της αριθμογραμμής και να μειώσουν την πιθανότητα οι μαθητές να τοποθετούν τα τουβλάκια το ένα πάνω στο άλλο. Επίσης η χρήση των μαγνητών θεωρήθηκε καινοτομία η οποία θα αυξήσει την εμπλοκή και τη διάθεση των παιδιών για συμμετοχή.



Εικόνα 20: Περιβάλλον μικτής πραγματικότητας CETA

Όπως προαναφέρθηκε οι σχεδιαστές αυτής την εφαρμογής δημιούργησαν ένα περιβάλλον μικτής πραγματικότητας, το οποίο ονομάζεται CETA. Αυτό αποτελείται από ένα τάμπλετ χαμηλού κόστους, έναν καθρέφτη, μια βάση και από τα 5 ξύλινα τουβλάκια. Για να είναι ορατά και να εντοπίζονται τα τουβλάκια από την κάμερα, χρησιμοποιείται και ένας καθρέφτης. Τα τουβλάκια φέρουν πάνω τους κάποια σημάδια τα οποία αναγνωρίζονται μέσω του συστήματος TopCode vision library και μετατρέπονται σε ψηφιακά αντικείμενα στην οθόνη του τάμπλετ. Κάθε φυσικό τουβλάκι εμφανίζεται με το ίδιο χρώμα και μέγεθος στην οθόνη κάτω από την αριθμογραμμή (Εικόνα 20). Το ρομπότ αποτελεί το βασικό χαρακτήρα του παιχνιδιού και τα παιδιά καθορίζουν τις κινήσεις τους καθώς κάνουν τους διάφορους συνδυασμούς με τα τουβλάκια. Οι συνδυασμοί με τα τουβλάκια παρουσιάζονται στην οθόνη με διάφορες κινήσεις του ρομπότ. Για παράδειγμα καθώς περνούν τα επίπεδα ο Bruno μπορεί να τεντώνεται, να πετάει ή να κάνει ρόλερ κατά μήκος της οριζόντιας ή κάθετης αριθμογραμμής με σκοπό να φθάσει τις βίδες (Εικόνα 21).



Εικόνα 21: Διάφορα στάδια της εφαρμογής CETA, ο Bruno για να μπορέσει να φθάσει τη βίδα a) ενώνει τουβλάκια μεταξύ τους για να δημιουργήσει ένα μακρύ χέρι b) μεγεθύνει το χέρι του c) κινείται προς τα εμπρός d) με τη βοήθεια των φίλων του φτιάχνει ένα πύργο για να είναι πιο ψηλά e) μεγαλώνει και τέλος f) πετάει

### Άξονας 3<sup>ος</sup>: Μαθηματικό Περιεχόμενο

<i>Είδος Αριθμογραμμής</i>	<i>Μαθηματικό Αντικείμενο</i>
0/1 – 10 0/1 - 100 0/1 - 1.000 ...	Σύγκριση μεγέθους/Πυκνότητα ακέραιων αριθμών
Μικρότερο/Ισο/Μεγαλύτερο	Ισαπέχοντα διαστήματα διαδοχικών αριθμών
Μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή	Συνεχής φύση των αριθμών
Ταυτόσημη/ Μη ταυτόσημη/ Μη βαθμολογημένη με άκρα	Σύνθεση αριθμών από μικρότερους
Με άκρα/ Χωρίς άκρα	Επίλυση πρόσθεσης με ακέραιους
Με ενδιάμεση τιμή	Επίλυση πρόσθεσης/αφαίρεσης με τριψήφιους

Σχεδιασμός αριθμογραμμής από τους μαθητές	Εκτίμηση/Σύγκριση/Διάταξη με ρητούς
Οριζόντια ή κάθετη αριθμημένη ανα 1	Σύγκριση/Εκτίμηση κλασμάτων
	Σύγκριση Μεγέθους Φυσικών και Καταμέτρηση
	Εκτίμηση σε Αριθμογραμμή

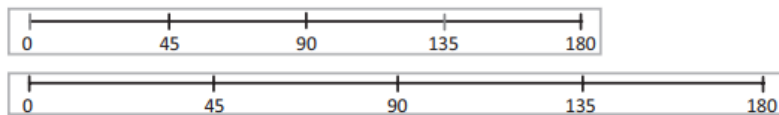
Πίνακας 8: Αναλυτική παρουσίαση του άξονα του μαθηματικού περιεχομένου

Ο τρίτος άξονας είναι αυτός του μαθηματικού περιεχομένου. Ο άξονας αυτός διαχωρίστηκε σε δύο υποκατηγορίες οι οποίες είναι το είδος της αριθμογραμμής και το μαθηματικό αντικείμενο.

Η πρώτη υποκατηγορία είναι αυτή του είδους της αριθμογραμμής. Ανάμεσα στα 27 άρθρα της ανασκόπησης εντοπίστηκαν 8 διαφορετικά είδη αριθμογραμμής. Αυτά τα είδη είναι η αριθμογραμμή η οποία ξεκινά με 0 ή 1 και έχει σαν τελικό σημείο το 10, το 100, το 1000,... Στη συνέχεια είναι η αριθμογραμμή η οποία διαχωρίζεται σε τρία τμήματα. Στη περίπτωση αυτή δίνεται στα παιδιά ένα κλάσμα και πρέπει να εκτιμήσουν αν είναι μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από ένα άλλο (Εικόνα 22). Επίσης είναι η μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή όπου ο κάθε χειριστής της εφαρμογής μπορεί να αλλάξει ανα πάσα στιγμή την αριθμηση αλλά και να μεταβεί στους αρνητικούς αριθμούς μετακινώντας τη αριστερά, δεξιά. Υπήρξε και η ταυτόσημη, μη ταυτόσημη (Εικόνα 23) και μη βαθμολογημένη με άκρα, όπου στη πρώτη περίπτωση η αριθμογραμμή που δίνεται στα παιδιά ταυτίζεται με κάποια άλλη που εμφανίζεται π.χ. στην οθόνη ενός υπολογιστή και έτσι τα παιδιά μπορούν να κάνουν συγκρίσεις. Στη δεύτερη περίπτωση, είναι η μη ταυτόσημη όπου υπάρχουν διαφοροποιήσεις ανάμεσα στις 2 αριθμογραμμές, π.χ. στο μήκος, έτσι ώστε να υπάρξει μια επιπλέον δυσκολία για τους μαθητές και τέλος η μη βαθμολογημένη με άκρα (Εικόνα 24) όπου η αριθμογραμμή είχε μόνο αρχή και τέλος, χωρίς κάποια ενδιάμεση τιμή και τα παιδιά έπρεπε να εκτιμήσουν την θέση ενός αριθμού πάνω σε αυτή. Σε άλλη έρευνα εντοπίστηκε η αριθμογραμμή με άκρα και αυτή χωρίς άκρα. Η αριθμογραμμή με άκρα αποτελεί μια αριθμογραμμή η οποία έχει μόνο αρχή και τέλος και τα παιδιά πρέπει να εκτιμούν την θέση κάποιων αριθμών και αυτή χωρίς άκρα έχει αρχή αλλά όχι τελικό σημείο, απλά δίνεται ενδεικτικά η απόσταση π.χ. του 0 από το 1 έτσι ώστε να βοηθήσει τα παιδιά στην εκτίμηση. Ακόμη έγινε χρήση και της αριθμογραμμής με ενδιάμεση τιμή, επίσης αξιοποιήθηκαν εφαρμογές οι οποίες ζητούσαν από τους ίδιους τους μαθητές να σχεδιάσουν την αριθμογραμμή και τέλος η αριθμογραμμή η οποία παρουσιαζόταν οριζόντια η κάθετα στους μαθητές και ήταν αριθμημένη ανα 1.



Εικόνα 22: Απεικόνιση της αριθμογραμμής που διαχωρίζεται σε τρία τμήματα σύμφωνα με την έρευνα των Riconscente, et. al. (2013)



Εικόνα 23: Απεικόνιση της ταυτόσημης και της μη ταυτόσημης αριθμογραμμής, όπως αυτή αξιοποιήθηκε στο άρθρο των Vitale, et. al. (2014)

Σχετικά με τη δεύτερη κατηγορία του τρίτου άξονα, δηλαδή αυτή του μαθηματικού αντικειμένου υπήρξαν 10 διαφορετικές μαθηματικές έννοιες με τις οποίες ασχολήθηκαν οι παρούσες έρευνες. Υπήρξε λοιπόν η σύγκριση μεγέθους και πυκνότητας ακέραιων και δεκαδικών αριθμών, τα ισαπέχοντα διαστήματα μεταξύ γειτονικών/κοντινών αριθμών, η συνεχόμενη φύση των αριθμών, η σύνθεση αριθμών από μικρότερους, η επίλυση πρόσθεσης με ακέραιους, η επίλυση πρόσθεσης/αφαίρεσης με τριγώνιους, η εκτίμηση/σύγκριση/διάταξη με ρητούς, η σύγκριση/εκτίμηση κλασμάτων, η σύγκριση μεγέθους φυσικών αριθμών και καταμέτρηση και τέλος η εκτίμηση σε αριθμογραμμή.



Εικόνα 24: Απεικόνιση της μη βαθμολογημένης με άκρα αριθμογραμμής, όπως αυτή αξιοποιήθηκε στο άρθρο των Vitale, et. al. (2014)

#### Άξονας 4<sup>ος</sup>: Μέθοδος Συλλογής Δεδομένων

Στον τελευταίο άξονα εστίασαμε στα εργαλεία συλλογής δεδομένων. Τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν στις έρευνες ποικίλουν και είναι τα ακόλουθα: αρχικά το αρκετά διαδεδομένο pre/post test, επίσης η χρήση και πάλι του pre/post test αλλά με κάποιες επιπλέον δραστηριότητες αξιολόγησης της επίδοσης των παιδιών, τα pre/interim/post test αλλά και το pre/post/delayed test και τέλος διαφορετικές από τις τυπικές μορφές αξιολόγησης όπως για παράδειγμα η χρήση της ίδιας της εφαρμογής ως μέσο αξιολόγησης ή η ατομική συνέντευξη του κάθε συμμετέχοντα, κ.α.

<b>Συγκεντρωτικός Πίνακας Βασικών Στοιχείων των Ερευνών</b>		
<b>Ηλικία Δείγματος</b>	Προσχολική Εκπαίδευση	2, 6, 19
	1 <sup>st</sup> - 3 <sup>rd</sup> Grade	1, 3, 4, 5, 8, 17, 18, 21, 22 & 25
	4 <sup>th</sup> -7 <sup>th</sup> Grade	9, 10, 11, 14, 15, 16, 20 & 23
	Ομάδες Τάξεων	12, 13, 24, 26 & 27
	Ενήλικες	7
<b>Είδος Τεχνολογίας</b>	Με ενσώματη Μάθηση	1, 2, 3, 5, 7, 10, 11, 22, 23, 25
	Χωρίς ενσώματη μάθηση	4, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 27
	Σχεδιασμένες από τους ερευνητές	8, 9, 12, 18, 20
	Σύγκριση μεγέθους/	23

<b>Μαθηματικό Αντικείμενο</b>	Πυκνότητα ακέραιων αριθμών	
	Ισαπέχοντα διαστήματα από γειτονικούς αριθμούς	5
	Συνεχής φύση των αριθμών	7
	Σύνθεση αριθμών από μικρότερους	8
	Επίλυση πρόσθεσης με ακεραίους	24
	Επίλυση πρόσθεσης/αφαίρεσης με τριψήφιους	16
	Εκτίμηση/ Σύγκριση/ Διάταξη με ρητούς	20
	Σύγκριση/ Εκτίμηση κλασμάτων	9, 10, 11, 12, 13, 15, 22 & 25
	Σύγκριση Μεγέθους Φυσικών και Καταμέτρηση	2, 6
	Εκτίμηση σε Αριθμογραμμή	1, 3, 4, 17, 18, 19, 21, 26 & 27
	0/1 – 10/ 100/ 1000...	1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 25 & 27
	Μικρότερο / Ίσο / Μεγαλύτερο	10
	Μεταβαλλόμενη	23, 24

<b>Είδος Αριθμογραμμής</b>	Αριθμογραμμή	
	Ταυτόσημη / Μη Ταυτόσημη / Μη Βαθμολογημένη με άκρα	26
	Με άκρα / Κενή	5
	Με ενδιάμεση τιμή	2, 18
	Σχεδιασμός αριθμογραμμής από τους μαθητές	16
	Οριζόντια / Κάθετη αριθμημένη ανά 1	8

Πίνακας 9: Πίνακας βασικών στοιχείων των ερευνών της ανασκόπησης

## 6. Αποτελέσματα

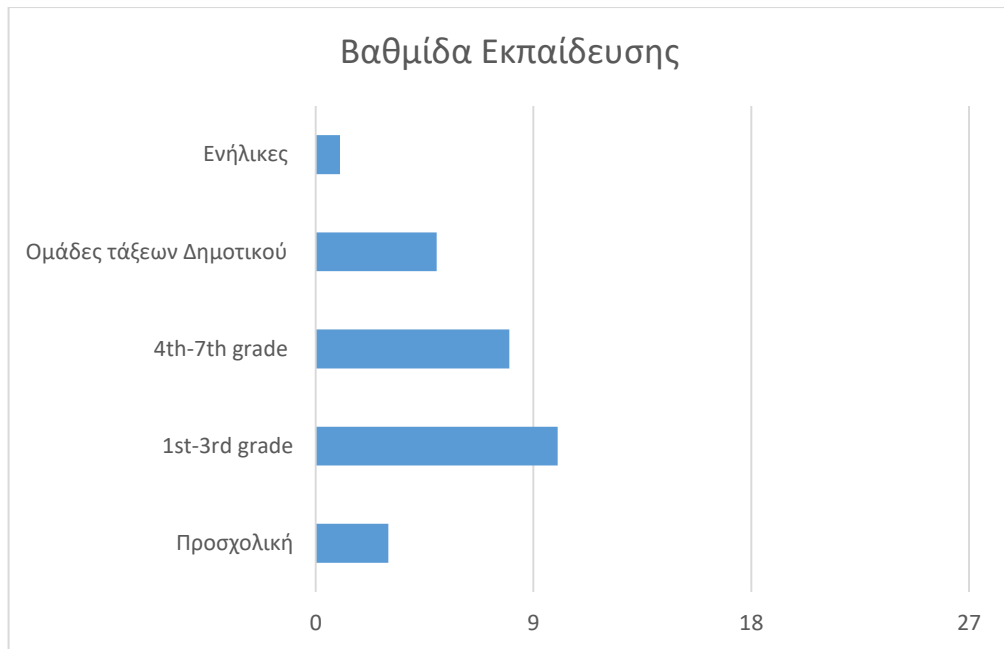
Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα αποτελέσματα της ανασκόπησης με βάση το σύστημα κατηγοριοποίησης που σχεδιάστηκε με γνώμονα τη βιβλιογραφία αλλά και το περιεχόμενο των υπό μελέτη ερευνών, σχετικών με την αριθμογραμμή και τη χρήση της τεχνολογίας.

### Άξονας 1<sup>ος</sup>: Περιγραφικά Στοιχεία

<b>Βαθμίδα Εκπαίδευσης</b>	
<b>Προσχολική Εκπαίδευση</b>	2, 6, 19
<b>1<sup>st</sup>- 3<sup>rd</sup> Grade</b>	1, 3, 4, 5, 8, 17, 18, 21, 22 & 25
<b>4<sup>th</sup>- 7<sup>th</sup> Grade</b>	9, 10, 11, 14, 15, 16, 20 & 23
<b>Ομάδες Τάξεων</b>	12, 13, 24, 26 & 27
<b>Ενήλικες</b>	7

Πίνακας 10: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση τη βαθμίδα εκπαίδευσης





Διάγραμμα 4: Απεικόνιση του καταμερισμού των συμμετεχόντων των ερευνών όπως προκύπτει από την ανασκόπηση

Όπως φαίνεται και από το **Διάγραμμα 4** στις περισσότερες έρευνες (1, 3, 4, 5, 8, 17, 18, 21, 22 & 25) συμμετείχαν μαθητές των πρώτων τάξεων του Δημοτικού (1<sup>st</sup>-3<sup>rd</sup> grade) αποτελώντας το 37,04% του συνολικού αριθμού των ερευνών. Στη συνέχεια ακολουθούν οι μεγαλύτερες τάξεις (4th-7th grade) αποτελώντας το 29,6% (9, 10, 11, 14, 15, 16, 20 & 23), έπειτα οι ομάδες τάξεων (17,8%), όπου μπορούσαν να συμμετέχουν μαθητές από διάφορες τάξεις (12, 13, 24, 26 & 27) και τέλος μαθητές προσχολικής εκπαίδευσης (2, 6 & 19) και ενήλικες (γνώστες της αγγλικής γλώσσας) με ποσοστό 14,8% (7). Εδώ να σημειωθεί πως στο άρθρο των Valdiz, et. al. (2013) μπορεί να χρησιμοποιήθηκαν σαν δείγμα μαθητές της 6<sup>th</sup> και 7<sup>th</sup> grade, ωστόσο όλη η έρευνα εστιάζει στους δασκάλους και στον τρόπο με τον οποίο αυτοί χειρίζονται την τεχνολογία.

Ξεκινώντας λοιπόν με τη βαθμίδα εκπαίδευσης των μαθητών, παρατηρείται πως η πλειοψηφία των ερευνών χρησιμοποίησε σαν δείγμα μαθητές των πρώτων τάξεων του Δημοτικού (1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup> grade). Όπως προκύπτει λοιπόν από το περιεχόμενο των ερευνών η επιλογή της τάξης για την πραγματοποίηση της έρευνας έχει να κάνει με το μαθηματικό περιεχόμενο. Για παράδειγμα η έρευνα των Fisher, et. al. (2015), η οποία ασχολείται με τη βελτίωση της εκτίμησης των παιδιών σε συνδυασμό με την ενσώματη μάθηση, επέλεξε ως δείγμα μαθητές Β΄ Δημοτικού. Τα παιδιά της Β΄ τάξης ήταν αρκετά ψηλά για να μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον αλληλεπιδραστικό πίνακα, έτσι και σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, σε αυτή την ηλικία είναι σε θέση να χειρίζονται σωστά την οποιαδήποτε τεχνολογία αλλά και αρκετά μικρά έτσι ώστε να επωφελούνται από την εξάσκηση στις εκτιμήσεις πάνω στην αριθμογραμμή. Τα παιδιά βρίσκονται ακόμη στα πρώτα στάδια της μαθηματικής εκπαίδευσης και δεν έχουν αναπτύξει ακόμη άλλου είδους στρατηγικές (π.χ. κάθετες πράξεις) οι οποίες θα είναι δύσκολο να αντικατασταθούν στη συνέχεια

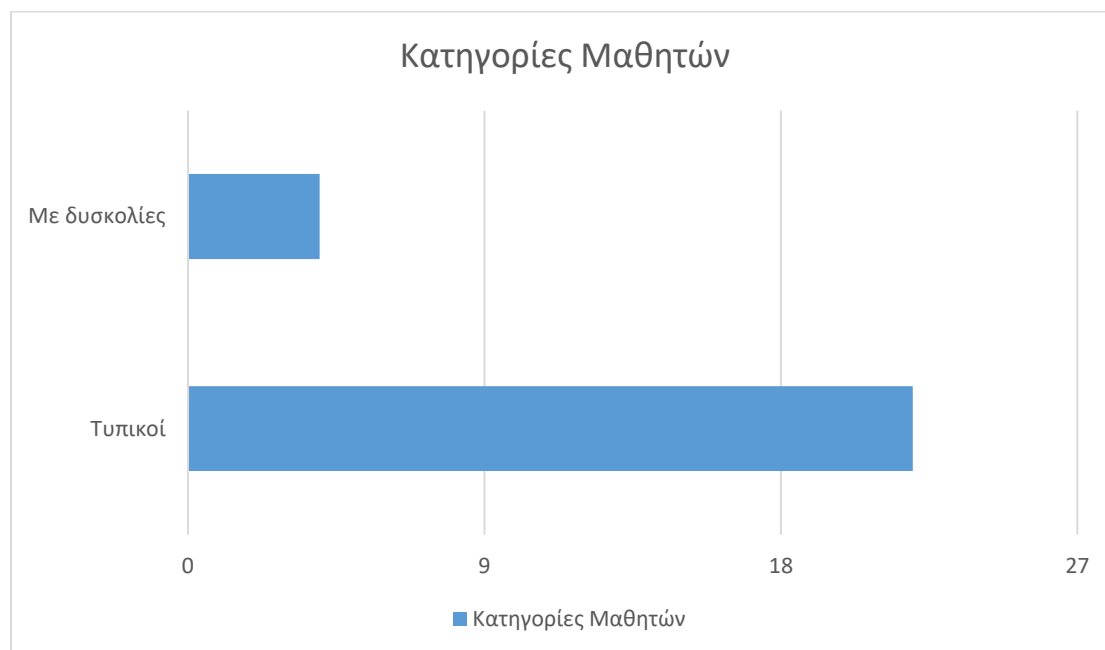
με νέες. Επίσης μαθητές αυτών των τάξεων έχουν ήδη αναπτύξει την ικανότητα εκτέλεσης μιας ποικιλίας βασικών αριθμητικών δραστηριοτήτων. Έτσι δίνεται η δυνατότητα μετά την εξάσκηση τους με την εφαρμογή, να μπορούν να εκτελούν πιο σύνθετες δραστηριότητες εφαρμόζοντας τα όσο έμαθαν από την αλληλεπίδρασή τους με την τεχνολογική παρέμβαση και να επεκτείνουν τις μαθηματικές τους γνώσεις ευκολότερα. Τη θετική επίδραση της τεχνολογίας σε συνδυασμό με την αριθμογραμμή σε αυτές τις τάξεις, το επιβεβαιώνουν και τα ευρήματα των ερευνών καθώς στις περισσότερες παρατηρήθηκαν σημαντικές βελτιώσεις στην επίδοση των μαθητών τόσο των τυπικών όσο και αυτών με δυσκολίες.

Στη συνέχεια ακολουθούν οι μεγαλύτερες τάξεις (4th-7th grade) και οι ομάδες τάξεων. Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκαν περισσότερο οι τάξεις μεταξύ 4<sup>th</sup>-7<sup>th</sup> Grade καθορίστηκε αποκλειστικά από το μαθηματικό περιεχόμενο. Οι περισσότερες από τις έρευνες αυτής της κατηγορίας δηλαδή, ασχολήθηκαν με τα κλάσματα και την εκτέλεση πιο σύνθετων αριθμητικών πράξεων (π.χ. πρόσθεση με τριψήφιους αριθμούς), έτσι το δείγμα τους έπρεπε να αποτελείται από μαθητές λίγο μεγαλύτερης ηλικίας. Όσον αφορά τις ομάδες τάξεων ισχύει κάτι ανάλογο. Επιλέχθηκαν κοντινές τάξεις οι οποίες έχουν κάποια κοινά στην ύλη των μαθηματικών, π.χ. επιλέγεται η 5<sup>th</sup> και 6<sup>th</sup> Grade όπου έχουν διδαχθεί και οι δύο τη σύγκριση / εκτίμηση μεγέθους κλασμάτων. Επίσης υπήρξαν και οι έρευνες που ασχολήθηκαν με κάποιες βασικές αριθμητικές δεξιότητες όπως αξία θέσης ψηφίου, καταμέτρηση, πρόσθεση κ.α. (Käser, et. al., 2013· Vitale, et. al., 2014) και ο ερευνητής φρόντισε να τις προσαρμόσει ανάλογα με το επίπεδο και την ηλικία του κάθε μαθητή.

Άλλη μια ομάδα δείγματος ήταν οι μαθητές του νηπιαγωγείου. Τρεις από τις 27 έρευνες της ανασκόπησης επέλεξαν παιδιά της προσχολικής εκπαίδευσης για να εφαρμόσουν τις διδακτικές τους πρακτικές. Ένας από τους λόγους για τους οποίους εστιάζουν στην εφαρμογή τεχνολογικών παρεμβάσεων και χρήσης της αριθμογραμμής σε τέτοιες ηλικίες είναι τα ευρήματα πολλών ερευνών που υποστηρίζουν την άποψη πως οι πρώιμες αριθμητικές δεξιότητες είναι αυτές που καθορίζουν τη μελλοντική απόδοση των παιδιών στα μαθηματικά (Booth, et. al., 2008). Οι ερευνητές θεωρούν πως οργανώνοντας παρεμβάσεις κατάλληλες για αυτές τις ηλικίες, οι οποίες βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση των μαθηματικών γνώσεων, αποτρέπουν την αντιμετώπιση πολλών μελλοντικών δυσκολιών ή έστω την μείωση τους, τόσο για τους τυπικούς μαθητές όσο και για αυτούς που αντιμετωπίζουν κάποια δυσκολία. Για το λόγο αυτό γίνεται κάθε προσπάθεια αποτελεσματικής διδασκαλίας των πρώτων αριθμητικών εννοιών μέσα από την εφαρμογή νέων τεχνολογικών παρεμβάσεων αλλά και τη χρήση της αριθμογραμμής, η οποία αποτελεί ένα ισχυρό μαθηματικό εργαλείο. Όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα των 3 αυτών ερευνών της παρούσας ανασκόπησης, η απόδοση των περισσότερων παιδιών βελτιώθηκε σε κάποιες από τις βασικές αριθμητικές δεξιότητες και τα παιδιά απέκτησαν βαθύτερη και πιο ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών αντικειμένων.

Κατηγορίες Μαθητών	
Τυπικοί	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25 & 26
Με Δυσκολίες	4, 17, 24 & 27

Πίνακας 11: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το είδος του δείγματος



Διάγραμμα 5: Ποσοστά τυπικών μαθητών με δυσκολίες που συμμετείχαν στις έρευνες

Η κατηγορία που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα είναι αυτή των τυπικών μαθητών (85,1%) (1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25 & 26) και στη συνέχεια ακολουθούν οι μαθητές με δυσκολίες με ποσοστό 14,8% (4, 17, 24 & 27). Στο **Διάγραμμα 5** συμπεριλαμβάνεται και η έρευνα των Dubé, et. al. (2015) η οποία είχε ως δείγμα ενήλικες, καθώς σκοπός της ήταν να μελετήσει το κατά πόσο η χρήση χειρονομιών μπορεί να βοηθήσει τους τυπικούς μαθητές να κατανοήσουν τα μαθηματικά.

Αν και η πλειοψηφία των ερευνών της ανασκόπησης, επέλεξε σαν δείγμα τυπικούς μαθητές, ωστόσο ήταν και αυτές οι οποίες προσπάθησαν να ελέγξουν τις επιδράσεις τόσο της τεχνολογίας όσο και της χρήσης της αριθμογραμμής σε μαθητές με κάποιου είδους δυσκολίες. Οι δυσκολίες αυτές μπορεί να είναι η αναπτυξιακή δυσαριθμησία (Developmental Dyscalculia), μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, νοητική υστέρηση και αυτισμός.

Από το σύνολο των ερευνών, επιβεβαιώνεται πως η τεχνολογία σε συνδυασμό με την αριθμογραμμή επιδρά θετικά όχι μόνο στους τυπικούς μαθητές αλλά και σε αυτούς που αντιμετωπίζουν δυσκολίες. Μάλιστα από την έρευνα των Kucian, et. al.

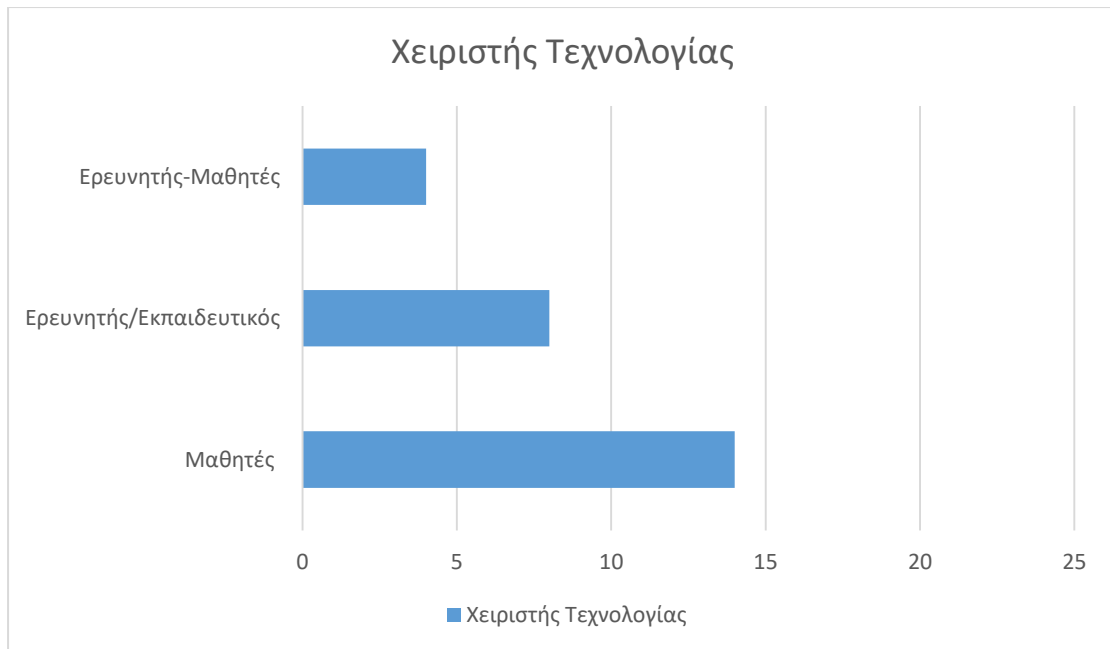
(2011), διαπιστώθηκε πως όχι απλά βοήθησε τους μαθητές με αναπτυξιακή δυσαριθμησία αλλά ίσως και παραπάνω από τους τυπικούς. Σε μερικές πτυχές της αριθμητικής λογικής, οι μαθητές με δυσαριθμησία κατάφεραν να φθάσουν την απόδοση των υπόλοιπων παιδιών. Πιο συγκεκριμένα τα παιδιά ήταν πλέον σε θέση να κάνουν σωστές εκτιμήσεις και να τοποθετούν ορθά αριθμούς πάνω στην αριθμογραμμή. Έχοντας λοιπόν τη δυνατότητα να ανταπεξέρχονται σε τέτοιου είδους δραστηριότητες, σημαίνει πως αρχίζουν να κατανοούν τις σχέσεις μεταξύ των αριθμητικών μεγεθών και μπορούν να απεικονίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τις αριθμητικές αναπαραστάσεις.

Θετικά αποτελέσματα προέκυψαν και από τις έρευνες των Käser, et. al., (2013), Κορ, S. (2019) & Mutlu, et. al., (2017). Σημειώθηκε βελτίωση της αίσθησης του αριθμού των παιδιών, το οποίο αποτελεί μια καλή βάση για να μπορέσουν στη συνέχεια να εκτελούν αριθμητικές πράξεις. Αυτή η θετική επίδραση επιβεβαιώνεται και από τα ίδια τα παιδιά. Οι εφαρμογές αυτές παρέχουν τη δυνατότητα προσαρμογής στις ανάγκες του κάθε παιδιού, οι συμμετέχοντες αποκτούν το αίσθημα της επιτυχίας αλλά και κίνητρο καθώς αποτελούν ένα ελκυστικό μέσο μάθησης.

Στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020) επιβεβαιώθηκε και πάλι η αποτελεσματικότητα της τεχνολογίας στη περίπτωση των μαθητών με δυσκολίες. Αν και μπορούν να θεωρηθούν εξίσου αποτελεσματικές και οι γραπτές δραστηριότητες με αριθμογραμμή, η εικονική περιλαμβάνει κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά για περαιτέρω υποστήριξη της μάθησης (Johnson, Campet, Gaber, & Zuidema, 2012). Ωστόσο σε καμία περίπτωση δεν αμφισβητείται η αποτελεσματικότητα των χειροπιαστών αντικειμένων στην πρόοδο των μαθητών με δυσκολίες. Πολλοί είναι οι ερευνητές που τονίζουν τα οφέλη και των δύο βοηθημάτων διδασκαλίας (Bouck, Chamberlain & Park, 2017).

<b>Χειριστής Τεχνολογίας</b>	
Ερευνητής – Μαθητές	5, 9, 12 & 20
Ερευνητής / Εκπαιδευτικός	11, 13, 14, 15, 16, 19, 24 & 26
Μαθητές	1, 3, 4, 6, 8, 10, 17, 18, 21, 22, 23, 25 & 27

*Πίνακας 12: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το χειριστή της τεχνολογίας*

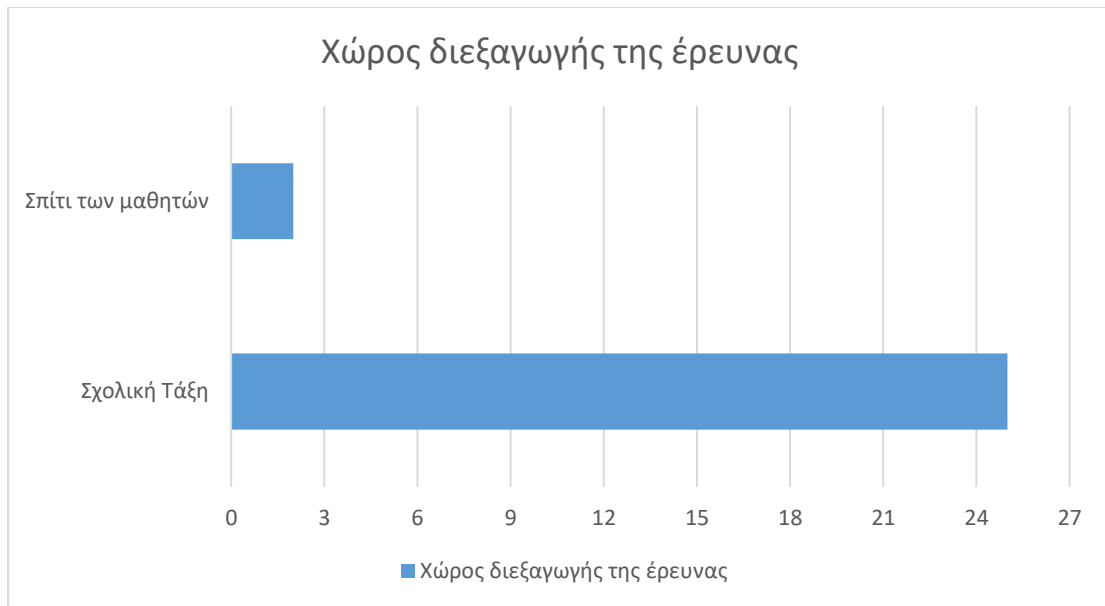


Διάγραμμα 6: Οι χειριστές της τεχνολογίας που αξιοποιήθηκε στη κάθε έρευνα

Από το **Διάγραμμα 6** φαίνεται η συχνότητα χρήσης της τεχνολογίας αποκλειστικά από τους μαθητές χωρίς την παρέμβαση του ερευνητή ή του εκπαιδευτικού (1, 3, 4, 6, 8, 10, 17, 18, 21, 22, 23, 25 & 27), καταλαμβάνοντας και το μεγαλύτερο ποσοστό (52%). Στη συνέχεια ακολουθεί η αξιοποίηση της τεχνολογίας με συνεχή καθοδήγηση και ανατροφοδότηση από τον ερευνητή ή τον εκπαιδευτικό (11, 13, 14, 15, 16, 19, 24 & 26) με ποσοστό (32%). Τέλος στο 16% είναι οι έρευνες στις οποίες υπήρξε ένας συνδυασμός καθώς αρχικά οι εκπαιδευτικοί/ερευνητές παρείχαν στους μαθητές καθοδήγηση και στη συνέχεια τα τεχνολογικά μέσα αξιοποιούνταν αποκλειστικά από τους μαθητές (5, 9, 12 & 20). Από την κατηγοριοποίηση αυτή εξαιρέθηκαν δύο άρθρα (2 & 7), καθώς δεν υπήρχε επαρκής περιγραφή για το αν έλαβε το δείγμα βοήθεια ή αν χειρίστηκε μόνο του την κατάσταση.

Χώρος Διεξαγωγής της Έρευνας	
Σπίτι Μαθητών	5, 16
Σχολική Τάξη	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27

Πίνακας 13: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το χώρο διεξαγωγής της έρευνας



Διάγραμμα 7: Χώρος διεξαγωγής των ερευνών της ανασκόπησης

Φαίνεται ξεκάθαρα από το **Διάγραμμα 7** πως η πλειοψηφία των ερευνών επέλεξε σαν χώρο διεξαγωγής της έρευνας το σχολείο καθώς 25 στις 27 έρευνες έγιναν κατά τη διάρκεια των σχολικών ωρών (92,6%). Ενώ μόλις 2 έρευνες (4, 27) έγιναν εξ αποστάσεως από τα σπίτια των μαθητών (7,41%).

Σχετικά με τις δύο αυτές υποκατηγορίες του 1<sup>ου</sup> άξονα, δηλαδή το χειριστή της τεχνολογίας και το χώρο διεξαγωγής της έρευνας παρατηρείται πως η πλειοψηφία των ερευνών έγινε στα πλαίσια του σχολείου. Με αυτό τον τρόπο υπήρχε καλύτερος έλεγχος της συχνότητας αλλά και της διάρκειας ενασχόλησης του παιδιού με την εφαρμογή, θέλοντας έτσι να διασφαλίσουν την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων τους. Ένας ακόμη λόγος είναι για να αποφευχθεί η παρέμβαση των ενηλίκων (π.χ. γονέων) και να μάθουν τα παιδιά να εργάζονται από μόνα τους.

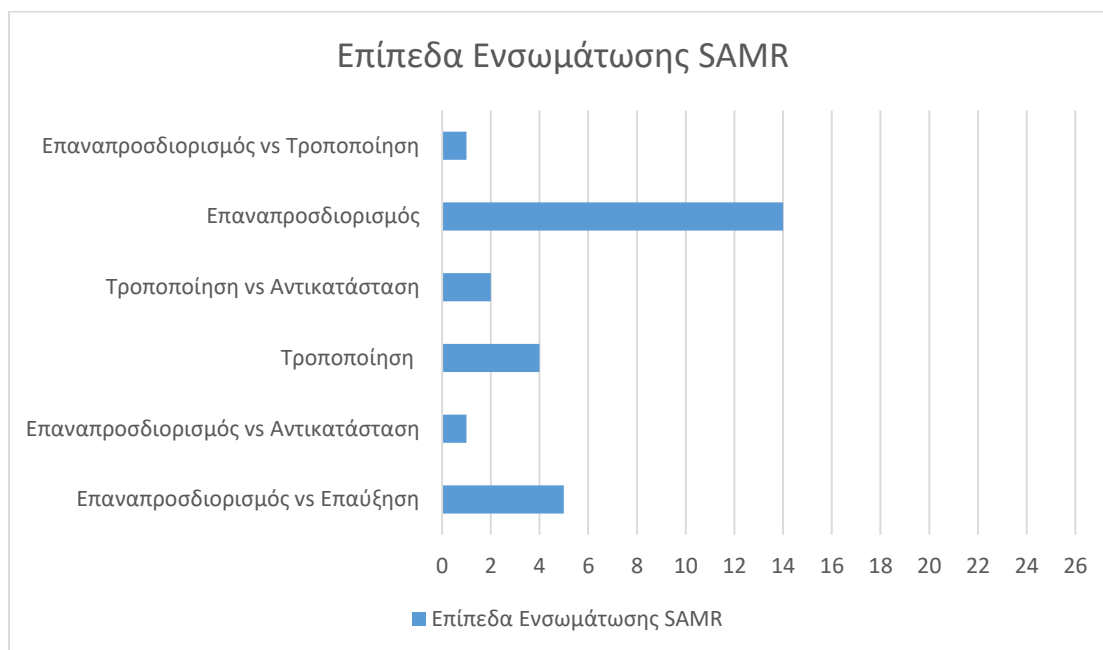
Επίσης στις μισές από τις έρευνες ο εκπαιδευτικός ή ο ερευνητής αναλάμβανε το ρόλο του καθοδηγητή. Μπορεί δηλαδή να τους έκανε επίδειξη τρόπου χρήσης της τεχνολογίας έτσι ώστε να είναι σίγουροι πως οι μαθητές το έχουν καταλάβει (Dackermann, et. al., 2016) μπορεί ακόμη να τους παρείχε θετική ανατροφοδότηση έτσι ώστε να τους παροτρύνει να συνεχίσουν την προσπάθεια και να μείνουν συγκεντρωμένοι (Fischer, et. al., 2015). Σε άλλες περιπτώσεις, ο ερευνητής-εκπαιδευτικός μπορεί να αναλάμβανε την εξάσκηση του κάθε μαθητή με την εκάστοτε εφαρμογή ή αναλάμβανε την παροχή αυτόματης ανατροφοδότησης. Σε περίπτωση δηλαδή λανθασμένης απάντησης, διόρθωνε άμεσα τον μαθητή, κατευθύνοντας το προς τη σωστή λύση (Sella, et. al., 2016). Στην έρευνα των Valdiz, et al., (2013) οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποίησαν και ένα πρόσθετο εργαλείο τον «οδηγό δασκάλου» προσθέτοντας έτσι ένα επιπλέον επίπεδο καθοδήγησης. Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνουν τη χρησιμότητα αυτού του εργαλείου

αλλά και την ανάγκη παρατήρησης της όλης διαδικασίας από ένα ειδικό και κυρίως σε περιπτώσεις εκπαιδευτικών εφαρμογών που χρησιμοποιούνται για πρώτη φορά.

Από τις περισσότερες έρευνες έχει αποδειχθεί η σημασία της σωστής καθοδήγησης και της άμεσης ανατροφοδότησης για την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας. Επομένως ίσως δεν παίζει και τόσο ρόλο εάν την παρέχει ο ίδιος ο εκπαιδευτικός ή η εφαρμογή. Στις περιπτώσεις των ερευνών της παρούσας ανασκόπησης, όπου οι μαθητές ήταν οι βασικοί χειριστές της τεχνολογίας φρόντισαν οι ερευνητές να καλύψουν το θέμα της ανατροφοδότησης και καθοδήγησης τους. Για παράδειγμα στην έρευνα των Vanbecelaere, et. al., (2020) παρέχόταν αυτόματη λεκτική αλλά και ηχητική ανατροφοδότηση από την εφαρμογή, αφήγηση για να το κάνει πιο ελκυστικό, ενώ στην αρχή κάθε επιπέδου δινόταν οδηγίες όπου επεξηγούσαν το τι πρέπει να κάνουν. Ωστόσο η αποτελεσματικότητα της αυτόματης ανατροφοδότησης είναι αμφιλεγόμενη. Συνήθως η κάθε εφαρμογή αφήνει ένα σύντομο χρονικό διάστημα για να διορθώσουν οι παίκτες την απάντησή τους σε περίπτωση που είναι λάθος. Αυτό ωστόσο μπορεί να είναι τόσο θετικό όσο και αρνητικό. Θετικό γιατί τα παιδιά έχουν χρόνο να σκεφτούν καλύτερα την απάντησή τους αλλά αρνητικό γιατί μπορεί να απαντούν στην τύχη (Marichal, et. al., 2017). Επομένως γίνεται αντιληπτό πως για να είναι αποδοτική η ανατροφοδότηση, θα πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει και κάποιος έλεγχος από τον ερευνητή ή τον εκπαιδευτικό. Για παράδειγμα στην έρευνα των Fazio, et. al., (2016) το δείγμα χωρίστηκε σε δύο ομάδες θέλοντας με αυτό τον τρόπο να κάνει μια σύγκριση. Στην 1<sup>η</sup> ομάδα παρέχόταν αρχικά από τον ερευνητή οδηγίες, θεωρία αλλά και παραδείγματα σχετικά με τα κλάσματα και με το πως να τα τοποθετείς στην αριθμογραμμή. Στη συνέχεια τα παιδιά χειριζόταν από μόνα τους την εφαρμογή ακολουθώντας τις υποδείξεις του προγράμματος, ωστόσο ο ερευνητής παρέμενε στο χώρο. Στη 2<sup>η</sup> ομάδα τα παιδιά απλά εξασκήθηκαν στην τοποθέτηση τους έχοντας απλά την καθοδήγηση της εφαρμογής. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η 2<sup>η</sup> ομάδα δεν σημείωσε την ίδια βελτίωση. Επιβεβαιώνεται λοιπόν η υπόθεση πως είναι απαραίτητη η ύπαρξη του ερευνητή/εκπαιδευτικού δίπλα στον μαθητή ακόμη και αν παρέχεται ανατροφοδότηση από το πρόγραμμα.

## Άξονας 2<sup>ος</sup>: Τεχνολογία

<b>Επίπεδα ενσωμάτωσης της Τεχνολογίας (SAMR)</b>	
Επαναπροσδιορισμός vs Επαύξηση	3, 5, 1, 18, 19,
Επαναπροσδιορισμός vs Αντικατάσταση	2,
Τροποποίηση	4, 7, 27, 14,
Τροποποίηση vs Αντικατάσταση	6, 12,
Επαναπροσδιορισμός	8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 26



Διάγραμμα 8: Επίπεδα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας (SAMR) που εντοπίστηκαν στη κάθε έρευνα

Όπως γίνεται αντιληπτό από το Error! Reference source not found. τα επίπεδα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας που χρησιμοποιήθηκαν περισσότερο στις έρευνες της ανασκόπησης είναι αρχικά ο Επαναπροσδιορισμός με ποσοστό 51,85% του συνολικού αριθμού των άρθρων (8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 26) στη συνέχεια είναι το επίπεδο του Επαναπροσδιορισμού έναντι της Επαύξησης με ποσοστό 18,52% (1, 3, 5, 18, 19). Ακολουθεί η Τροποποίηση με ποσοστό 14,81% (4, 7, 14, 27) και η Τροποποίηση έναντι της Αντικατάστασης (6, 12) με ποσοστό 7,41%. Τέλος υπήρξε η σύγκριση του επιπέδου του Επαναπροσδιορισμού έναντι της Τροποποίησης (25) και του Επαναπροσδιορισμού έναντι της Αντικατάστασης (2) με ποσοστό 3,7% το καθένα.

Όπως έχει προαναφερθεί, στο στάδιο του επαναπροσδιορισμού η τεχνολογία δίνει τη δυνατότητα αλλαγής κάποιων μεθόδων με ένα τέτοιο τρόπο που προηγουμένως δεν ήταν εφικτό. Για παράδειγμα στην έρευνα των Marichal, et. al. (2017) έγινε ένας επαναπροσδιορισμός ενός παλιότερου μαθηματικού εργαλείου, των ράβδων του Cuisenaire. Βασιζόμενοι πάνω σε αυτή την ιδέα και με τη βοήθεια της τεχνολογίας, δημιούργησαν μια νέα εφαρμογή όπου τα τουβλάκια αυτά μπορούσαν πλέον να αναγνωρίζονται μέσω ενός συστήματος και να μετατρέπονται σε ψηφιακά αντικείμενα στην οθόνη του τάμπλετ. Άλλο ένα παράδειγμα επαναπροσδιορισμού είναι αυτό της έρευνας των Riconscente, et. al., (2013), Soni, et. al., (2020), Tucker,



et. al., 2018 & Zhang, et. al., (2020). Στις έρευνες αυτές χρησιμοποιήθηκε η εφαρμογή Motion Math. Στη περίπτωση αυτή, η αξιοποίηση της τεχνολογίας παρέχει μία διαφορετική μέθοδο βελτίωσης της εκτίμησης μεγέθους, της σύγκρισης και της πυκνότητας των αριθμών πάνω στην αριθμογραμμή, όπου δε θα ήταν εφικτή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο. Για παράδειγμα μέσα από αυτή την εφαρμογή, οι μαθητές μπορούν να γέρνουν τη συσκευή και να κατευθύνουν τον αριθμό που τους δίνεται πάνω στην αριθμογραμμή, αναπτύσσοντας παράλληλα και τη χωρική τους αντίληψη. Στις έρευνες αυτές έλεγξαν την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής αυτής σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους (π.χ. επίλυση γραπτών ασκήσεων για επιπλέον εξάσκηση).

Άλλο ένα παράδειγμα επαναπροσδιορισμού είναι αυτό της έρευνας των Ninaus, et. al., (2017) & Kiili, et. al., (2018). Στις έρευνες αυτές έγινε χρήση της εφαρμογής «Semideus», η οποία σχεδιάστηκε από τους ίδιους και προσαρμόστηκε ακριβώς στις ανάγκες και τα ζητούμενα της έρευνας. Υπήρχαν διάφορες δραστηριότητες σχετικές με τα κλάσματα, όπως εκτίμηση, σύγκριση μεγέθους, ταξινόμηση αριθμών, κ.α. Μέσα από μια εφαρμογή λοιπόν, καλύφθηκε ένα μεγάλο εύρος της έννοιας του κλάσματος, παρεχόταν αυτόματη ανατροφοδότηση και καθοδήγηση των παιδιών προς τη σωστή απάντηση ενώ παράλληλα τα παιδιά ταυτίζονταν με το χαρακτήρα του παιχνιδιού καταβάλλοντας μεγαλύτερη προσπάθεια έτσι ώστε να φθάσουν στο στόχο τους.

Το «Educreation» (Koc, 2019) αποτελεί άλλο ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα του επιπέδου του επαναπροσδιορισμού. Και σε αυτή την περίπτωση η τεχνολογία προσφέρει κάποιες δυνατότητες στον μαθητή, οι οποίες δεν θα ήταν εφικτές με τις παραδοσιακές μεθόδους. Αυτές είναι, η χρήση διαδραστικού πίνακα, η προσθήκη βίντεο, εικόνων αλλά και αφήγησης μέσα από την οποία θα επεξηγούν τα βήματα που ακολούθησαν. Η χρήση της τεχνολογίας μπορεί να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό και στο κομμάτι της αξιολόγησης καθώς αντιλαμβάνεται τον τρόπο σκέψης του μαθητή, ενώ αυτός επεξηγεί τα βήματα που ακολούθησε για να οδηγηθεί στη λύση της άσκησης. Παρόμοιος τρόπος ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στη διδασκαλία έγινε και στην έρευνα των Vanbecelaere, et. al. (2020) και Vitale, et. al., (2014), όπου επέλεξαν για τις έρευνες τους τις εφαρμογές «Number Sense» και «Catch a fish» αντίστοιχα. Κάνοντας χρήση της εφαρμογής «Number Sense» κατάφεραν να βελτιώσουν τη διδασκαλία και να την κάνουν πιο προσιτή για τα παιδιά καθώς υπήρχε πλέον ηχητική ανατροφοδότηση, αφήγηση αλλά και βίντεο στο οποίο παρουσιαζόταν η ιστορία αλλά και οι δύο βασικοί ήρωες του παιχνιδιού. Με τον ίδιο τρόπο λειτουργεί και η εφαρμογή «Catch a fish». Υπάρχει δηλαδή στην αρχή μια σύντομη αφήγηση στην οποία παρουσιάζεται η ιστορία του παιχνιδιού, ενώ παράλληλα δίνονται και οδηγίες. Σημαντική κρίνεται και η εναλλαγή και αξιοποίηση τριών διαφορετικών αριθμογραμμών. Μέσα από μια εφαρμογή δηλαδή επιτυγχάνεται η εξοικείωση των παιδιών με διάφορες μορφές της αριθμογραμμής, κάτι το οποίο δεν είναι εύκολο να πραγματοποιηθεί με τις παραδοσιακές γραπτές δραστηριότητες. Τέλος, χαρακτηριστικό παράδειγμα επαναπροσδιορισμού αποτελεί και ο τρόπος

ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020). Χρησιμοποιήθηκε η εφαρμογή «Number Line App», η οποία δίνει τη δυνατότητα άμεσης μετατροπής της αρίθμησης π.χ. από κλάσματα σε δεκαδικούς, κ.α. Επίσης υπάρχουν βέλη τα οποία επιτρέπουν στο χρήστη να μετακινήσει την αριθμογραμμή αριστερά ή δεξιά, έτσι ώστε να εμφανίζονται περισσότεροι αρνητικοί ή θετικοί αριθμοί αντίστοιχα. Όλα τα παραπάνω λοιπόν αποτελούν παραδείγματα τα οποία δείχνουν τον τρόπο που η τεχνολογία μπορεί να αλλάξει ριζικά μια παραδοσιακή μέθοδο.

Στη συνέχεια όπως φαίνεται και από το **Διάγραμμα 8, 5** από τις 27 έρευνες της ανασκόπησης έκαναν σύγκριση μεταξύ δύο επιπέδων του μοντέλου ενσωμάτωσης SAMR, του επαναπροσδιορισμού και της επαύξησης. Όπως έχει προαναφερθεί στο επίπεδο του επαναπροσδιορισμού, η χρήση της τεχνολογίας παρέχει κάποια επιπλέον βοηθήματα στη διδασκαλία όπου δε θα μπορούσαν να υπάρξουν χωρίς αυτή (π.χ. ψηφιοποίηση χειροπιαστών αντικειμένων και εμφάνιση τους σε οθόνη υπολογιστή). Αντίθετα στο επίπεδο της επαύξησης έχουμε απλά τη μετατροπή μιας παραδοσιακής μεθόδου σε ψηφιακή, παρέχοντας όμως και κάποιες μικρές βελτιώσεις στη διδασκαλία (π.χ. εκτίμηση θέσης ενός ψηφίου σε αριθμογραμμή που εμφανίζεται σε οθόνη υπολογιστή και παροχή αυτόματης ανατροφοδότησης από το πρόγραμμα).

Αναλυτικότερα στην έρευνα των Link, et. al. (2013) έγινε χρήση της εφαρμογής «Walk the number line». Οι ερευνητές ωστόσο θέλοντας να συγκρίνουν δύο διαφορετικές χρήσεις της τεχνολογίας, χώρισαν το δείγμα σε δύο ομάδες. Η 1<sup>η</sup> ομάδα προσπαθούσε να εντοπίσει τη θέση ενός αριθμού περπατώντας πάνω σε αριθμογραμμή η οποία βρισκόταν σχεδιασμένη στο πάτωμα. Οι κινήσεις των μαθητών καταγραφόταν με τη βοήθεια ενός αισθητήρα (επαναπροσδιορισμός). Αντίθετα η 2<sup>η</sup> ομάδα είχε ακριβώς τα ίδια ζητούμενα με την 1<sup>η</sup>, με τη διαφορά όμως ότι η αριθμογραμμή εμφανιζόταν σε οθόνη τάμπλετ (επαύξηση). Η πρώτη λοιπόν περίπτωση πέρα από τη χρήση της τεχνολογίας αξιοποίησε και την ενσώματη μάθηση σε αντίθεση με τη δεύτερη όπου απλά η τεχνολογία αντικατέστησε μια παραδοσιακή μέθοδο. Αντί λοιπόν να δίνουν οι μαθητές την απάντησή τους σε χαρτί χρησιμοποιούσαν το τάμπλετ. Ωστόσο να σημειωθεί πως και σε αυτή την περίπτωση υπήρξαν βελτιώσεις στη διδασκαλία καθώς το πρόγραμμα παρείχε άμεση ανατροφοδότηση και καθοδήγηση του μαθητή προς τη σωστή απάντηση.

Αντίστοιχη περίπτωση είναι και αυτή της έρευνας των Fischer, et. al., (2015) & Dackermann, et al., (2016) όπου και πάλι έχοντας ως βασικό εργαλείο το διαδραστικό πίνακα έλεγξαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ενσωμάτωσης του, στη διδασκαλία. Η πρώτη ομάδα δηλαδή, έπρεπε να κινείται κατά μήκος μιας αριθμογραμμής που εμφανιζόταν στον πίνακα και να επιλέξει το σημείο στο οποίο ανήκει ο αριθμός (επαναπροσδιορισμός), στη δεύτερη η αριθμογραμμή εμφανιζόταν στην οθόνη του τάμπλετ και τα παιδιά έδιναν την απάντησή τους εκεί (επαύξηση) και τέλος η τρίτη ομάδα έπρεπε να επιλέξει από ένα σύνολο κύκλων μόνο τους πράσινους, χρησιμοποιώντας ένα ηλεκτρονικό στυλό (επαύξηση). Ο τρόπος χρήσης

της εφαρμογής από την πρώτη ομάδα αποτελεί παράδειγμα επαναπροσδιορισμού καθώς με τη χρήση της τεχνολογίας επιτεύχθηκε μια εντελώς διαφορετική αλληλεπίδραση των μαθητών με την αριθμογραμμή, συνδυάζοντας και την ενσώματη μάθηση. Αντίθετα οι άλλες δύο περιπτώσεις εντάσσονται στο επίπεδο της επαύξησης καθώς τα παιδιά δεν κλήθηκαν να επιλύσουν απλά ασκήσεις σε χαρτί αλλά όλο αυτό μεταφέρθηκε σε ψηφιακό περιβάλλον καθιστώντας το πιο ελκυστικό και βοηθητικό για τους μαθητές.

Το «Number Race» αποτελεί άλλο ένα παράδειγμα αυτής της κατηγορίας. Οι Obersteiner, et. al. (2013) & Sella, et. al. (2016), ήθελαν να ελέγξουν ποιο διδακτικό περιβάλλον μπορεί να ωφελήσει περισσότερο τις εκτιμήσεις των μαθητών, τόσο αυτών με ακρίβεια όσο και των κατά προσέγγιση. Η μια ομάδα χρησιμοποίησε την εφαρμογή «Number Race» και η άλλη απλές εφαρμογές εξάσκησης (π.χ. Oriolus) όπου περιελάμβαναν ασκήσεις αυξανόμενης δυσκολίας και ανατροφοδότηση (επαύξηση). Το «Number Race» εντάσσεται στη κατηγορία του επαναπροσδιορισμού καθώς προσφέρει κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά σε σχέση με μια απλή ψηφιακή εφαρμογή. Για παράδειγμα υπάρχει δυνατότητα καταγραφής της συνολικής επίδοσης του κάθε παίκτη, του ποσοστού ακρίβειας των απαντήσεων του αλλά και του χρόνου και του αριθμού των ασκήσεων που ολοκλήρωσε. Αυτό μπορεί να φανεί χρήσιμο για τον εκπαιδευτικό τόσο στο κομμάτι της αξιολόγησης όσο και στο να αντιληφθεί τις αδυναμίες των μαθητών του. Επίσης για να διασφαλιστεί ότι οι παίκτες του παιχνιδιού έχουν κατανοήσει τον τρόπο χρήσης του, εμφανιζόταν κάποια βίντεο με επεξηγήσεις στην αρχή και σε κάποιες συγκεκριμένες φάσεις. Για παράδειγμα, όταν ο παίκτης χρησιμοποιούσε στρατηγικές καταμέτρησης για να μετακινήσει το χαρακτήρα του, εμφανιζόταν ένα βίντεο όπου του παρουσίαζε πιο σύνθετες στρατηγικές υπολογισμού έτσι ώστε να τον οδηγήσει στο σωστό σημείο.

Από τη σύγκριση αυτή μεταξύ του επιπέδου του επαναπροσδιορισμού και της επαύξησης, υπήρξαν διαφορές στην επίδοση των παιδιών υπέρ των δραστηριοτήτων της κατηγορίας του επαναπροσδιορισμού, ωστόσο δε διέφεραν και σε μεγάλο βαθμό. Η διαφορά ίσως εντοπίζεται στο επίπεδο που μπορεί μια εφαρμογή να αυξήσει τη συμμετοχή και το κίνητρο των μαθητών. Δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο αξιοποιήθηκε η τεχνολογία στο επίπεδο του επαναπροσδιορισμού, εμπλέκοντας π.χ. τις κινήσεις του σώματος, τη ψηφιοποίηση αντικειμένων, είχε ως αποτέλεσμα την ακόμη μεγαλύτερη εμπλοκή των παιδιών στη διαδικασία μάθησης. Επομένως μπορεί η επίδοση των παιδιών να ήταν και στις δύο περιπτώσεις κοντινή, ωστόσο με το επίπεδο του επαναπροσδιορισμού αυξάνεται πολύ περισσότερο το ενδιαφέρον των μαθητών και η επιθυμία τους για συμμετοχή.

Έπειτα σε 4 από τις 27 έρευνες ο τρόπος ενσωμάτωσης της τεχνολογίας ανήκει στο επίπεδο της τροποποίησης. Στο επίπεδο αυτό η τεχνολογία τροποποιεί ή επανασχεδιάζει κάποιες προηγούμενες μεθόδους προσθέτοντας και κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η έρευνα των Dubé & McEwen (2015) όπου χρησιμοποίησαν την εφαρμογή «EstimationLine» θέλοντας να εξετάσουν την αποτελεσματικότητα δύο διαφορετικών χειρονομιών στην εκτίμηση

θέσης ακέραιων αριθμών. Η εφαρμογή αυτή παρέχει στα παιδιά τη δυνατότητα να αλληλοεπιδρούν με την αριθμογραμμή καθώς κάνουν χρήση των δύο διαφορετικών χειρονομιών κάτι το οποίο δεν θα ήταν εφικτό χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν υπάρχει τροποποίηση μιας "κλασικής" δραστηριότητας εκτίμησης της θέσης ενός ψηφίου στην αριθμογραμμή, προσθέτοντας σαν επιπλέον χαρακτηριστικό την επίδραση των χειρονομιών.

Στη συνέχεια έχουμε την εφαρμογή «Rescue Calcularis» (Kucian et. al., 2011 & Käser, et. al., 2013). Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται η τεχνολογία με σκοπό να επανασχεδιάσει προηγούμενες μεθόδους σε μια καινούρια και πιο αποτελεσματική. Πιο συγκεκριμένα με την εφαρμογή αυτή τα παιδιά εξασκούνται τόσο στον υπολογισμό του αποτελέσματος μιας πρόσθεσης ή αφαίρεσης όσο και στην εκτίμηση της αξίας του και στην τοποθέτηση του στην αριθμογραμμή. Επομένως με τη βοήθεια της τεχνολογίας τροποποιούνται δύο απλές δραστηριότητες δημιουργώντας μια πιο ισχυρή έχοντας όμως παράλληλα και το χαρακτήρα παιχνιδιού, κάνοντας το πιο ελκυστικό για τα παιδιά. Τελευταίο παράδειγμα τροποποίησης της παρούσας ανασκόπησης είναι το «Math Snack». Η εφαρμογή αυτή ψηφιοποιεί κάποιες από τις δραστηριότητες προκειμένου να τροποποιήσει /επανασχεδιάσει τη διδασκαλία του εκπαιδευτικού. Παρέχει βοηθήματα όπως κινούμενα σχέδια αλλά και προτεινόμενες ερωτήσεις για να διευκολύνει την κατανόηση αλλά και βίντεο με προτάσεις για τρόπους διδασκαλίας του μαθηματικού αντικείμενου. Στο επίπεδο αυτό, της τροποποίησης, ισχύει κάτι αντίστοιχο με τον επαναπροσδιορισμό. Ο τρόπος με τον οποίο ενσωματώνεται η τεχνολογία στη διδασκαλία, δε βελτιώνει απλά την επίδοση των παιδιών αλλά ενισχύει και τη θετική τους στάση απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών. Τροποποιώντας με τη βοήθεια της τεχνολογίας, κλασικές μαθηματικές δραστηριότητες, δημιουργεί νέες πιο ενισχυμένες, οι οποίες παρέχουν πιο ισχυρά ερεθίσματα για το μαθητή.

Σε δύο από τις έρευνες της ανασκόπησης παρατηρήθηκε η σύγκριση μεταξύ του επιπέδου της τροποποίησης και της αντικατάστασης. Στο επίπεδο της αντικατάστασης τα τεχνολογικά μέσα χρησιμοποιούνται απλά για να αντικαταστήσουν κάποιες παραδοσιακές μεθόδους, χωρίς όμως να υπάρξει κάποια ουσιαστική βελτίωση στη διδασκαλία. Μοναδικός σκοπός δηλαδή είναι η ψηφιοποίηση μιας διαδικασίας. Οι Praet, et. al., (2014) έκαναν σύγκριση μεταξύ κάποιων ηλεκτρονικών παιχνιδιών και κάποιων ψηφιοποιημένων μαθηματικών ασκήσεων. Τα ηλεκτρονικά παιχνίδια ωστόσο διέφεραν από τις ψηφιοποιημένες ασκήσεις καθώς παρείχαν στο χρήστη τους κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά. Αυτά είναι η εικονική ανατροφοδότηση και η συνεχής παροχή οδηγιών. Επίσης το περιβάλλον του παιχνιδιού, ήταν κάτι το οποίο επιδρούσε θετικά προς τον μαθητή καθώς δεν το αντιμετώπιζε ως άσκηση ή αξιολόγηση. Από την άλλη οι ψηφιοποιημένες ασκήσεις χρησιμοποιήθηκαν απλά για να αντικαταστήσουν τις παραδοσιακές γραπτές ασκήσεις, θέλοντας να εντάξουν την τεχνολογία στη διδασκαλία.

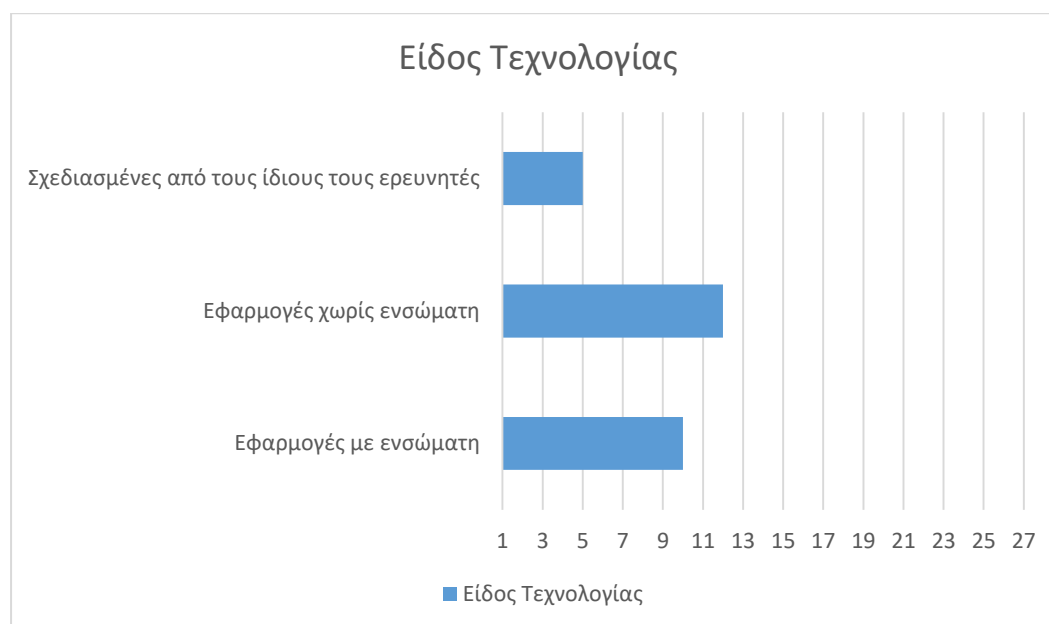
Στην έρευνα των Fazio, et. al., (2016), όπου ανήκει στην ίδια κατηγορία σύγκρισης του επιπέδου της τροποποίησης και της αντικατάστασης, χρησιμοποιήθηκε η εφαρμογή «Catch the Monster with Fractions». Στην περίπτωση της αντικατάστασης τα παιδιά απλά τοποθετούσαν αριθμούς πάνω σε αριθμογραμμή χωρίς να λαμβάνουν καθοδήγηση ή ανατροφοδότηση. Ενώ στη περίπτωση της τροποποίησης οι μαθητές λάμβαναν και οδηγίες και ανατροφοδότηση κατά τη διάρκεια ενασχόλησης τους με την εφαρμογή, ενώ προηγήθηκε και η εξάσκηση τους στα κλάσματα σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών, επιδρώντας αυτό θετικά στην αποτελεσματικότητα της τεχνολογίας. Όπως αναμενόταν και στην έρευνα των Praet, et. al., (2014) και των Fazio, et. al., (2016), δεν παρατηρήθηκε καμία βελτίωση στη πρόοδο των παιδιών με την απλή μετατροπή των δραστηριοτήτων σε ψηφιακές. Επομένως, το επίπεδο της αντικατάστασης, η απλή δηλαδή ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία, δεν επαρκεί.

Δύο τελευταίες περιπτώσεις σύγκρισης επιπέδων ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στις έρευνες της ανασκόπησης είναι το επίπεδο του επαναπροσδιορισμού έναντι της αντικατάστασης στην έρευνα των Fischer, et. al., (2011) και του επαναπροσδιορισμού έναντι της τροποποίησης στην έρευνα των Gresalfi et. al., (2018). Οι Fischer et. al., (2011) χρησιμοποίησαν την εφαρμογή «Dance Mat» όπου με τη βοήθεια ενός προτζέκτορα εμφανίζεται στο πάτωμα μια αριθμογραμμή. Τα παιδιά αυτής της ομάδας, καλούνται να συγκρίνουν τα μεγέθη των αριθμών που τους δίνονται με βάση τη θέση σημείων που υπάρχουν ήδη πάνω στην αριθμογραμμή και να τα τοποθετήσουν πάνω σε αυτή πηγαίνοντας αριστερά ή δεξιά (επαναπροσδιορισμός). Η άλλη ομάδα κάνει χρήση μιας απλής εφαρμογής σε τάμπλετ, όπου πρέπει να επιλέξει των μεγαλύτερο από δύο αριθμούς που της δίνεται. Μια δραστηριότητα η οποία θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί και χωρίς την αξιοποίηση της τεχνολογίας (αντικατάσταση). Τέλος, όπως προαναφέρθηκε έχουμε την έρευνα των Gresalfi et. al., (2018) όπου γίνεται μια σύγκριση μεταξύ του επαναπροσδιορισμού και της τροποποίησης. Πιο συγκεκριμένα το δείγμα χωρίζεται σε δύο ομάδες, η πρώτη ομάδα χρησιμοποιεί το παιχνίδι «Motion Math» και η δεύτερη ψηφιακές εφαρμογές οι οποίες έχουν τα χαρακτηριστικά ενός φύλλου εργασιών. Το «Motion Math» είναι μια εφαρμογή η οποία συνδυάζει και την ενσώματη μάθηση. Τα παιδιά πρέπει να γέρνουν τη συσκευή αριστερά ή δεξιά έτσι ώστε να τοποθετήσουν τον αριθμό στο σωστό σημείο πάνω στην αριθμογραμμή. Παρέχεται επίσης αυτόματη ηχητική αλλά και εικονική επιβράβευση εάν έχει δοθεί σωστή απάντηση και καθοδήγηση του παίκτη εάν έχει απαντήσει λανθασμένα. Επίσης χάριν του σχεδιασμού της εφαρμογής, υπάρχει σταδιακή αύξηση της δυσκολίας των επιπέδων, για παράδειγμα μπορεί να αυξάνεται ο παρονομαστής των κλασμάτων αλλά και να αλλάζει το εύρος της αριθμογραμμής (επαναπροσδιορισμός). Το παιχνίδι αυτό έρχεται σε σύγκριση με άλλες ψηφιακές εφαρμογές (τροποποίηση) οι οποίες καλύπτουν ακριβώς το ίδιο μαθηματικό περιεχόμενο. Οι εφαρμογές αυτές παρέχουν όπως και το «Motion Math» σαφείς αναπαραστάσεις κλασμάτων και ανατροφοδότηση προς τους χρήστες. Η διαφορά

τους είναι πως λείπουν τα χαρακτηριστικά ενός παιχνιδιού. Σκοπός τους λοιπόν ήταν να εξετάσουν το ποια μορφή ψηφιακής εφαρμογής επιφέρει πιο θετικά αποτελέσματα στη διδασκαλία των μαθηματικών, συγκλίνοντας περισσότερο προς το «Motion Math» το οποίο πέρα από το μαθηματικό του περιεχόμενο είχε και παιγνιώδη χαρακτήρα.

Είδος Τεχνολογίας	
Εφαρμογές με ενσώματα	1, 2, 3, 5, 7, 10, 11, 22, 23, 25
Εφαρμογές χωρίς ενσώματα	4, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 24, 26, 27
Σχεδιασμένες από τους ίδιους τους ερευνητές	8, 9, 12, 18, 20

Πίνακας 15: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το είδος της τεχνολογίας



Διάγραμμα 9: Απεικόνιση των ειδών τεχνολογίας που αξιοποιήθηκαν

Γίνεται αντιληπτό από το **Διάγραμμα 9**, πως μεγάλο ποσοστό των ερευνών της ανασκόπησης επέλεξε να χρησιμοποιήσει ως τεχνολογικό μέσο εφαρμογές χωρίς την αξιοποίηση της ενσώματης μάθησης καθώς 11 από τις 27 έρευνες (4, 6, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 24, 26 & 27) αξιοποίησαν τέτοιου είδους προγράμματα

καταλαμβάνοντας το 40,74% του συνολικού ποσοστού. Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά οι εφαρμογές αυτές:

<b>Λίστα εφαρμογών χωρίς ενσώματα</b>	
1. Rescue Calcularis	4, 27
2. Math Snacks	14
3. Number Race	19
4. Counting Games	6
5. Catch a Fish	26
6. FM	15
7. Educreation	16
8. Dyscalculia Screening tool	17
9. Number Sense Game	21
10. Number Line App	24

*Πίνακας 16: Παρουσίαση των εφαρμογών χωρίς ενσώματα που αξιοποιήθηκαν από κάποιες έρευνες της ανασκόπησης*

Στη συνέχεια, με ίδιο ποσοστό ακολουθούν και οι εφαρμογές οι οποίες συνδυάζουν και την ενσώματη μάθηση (1, 2, 3, 5, 7, 10, 11, 13, 22, 23 & 25) με ποσοστό 40,74%. Τέλος ακολουθούν οι έρευνες στις οποίες σχεδιάστηκαν καινούριες εφαρμογές από τους ερευνητές (8, 9, 12, 18 & 20), οι οποίες ανταποκρινόταν πλήρως στις απαιτήσεις της έρευνας ή βασίστηκαν σε υπάρχουσες και τις προσαρμοσαν ανάλογα με τα ζητούμενα της εκάστοτε έρευνας (18,52%).

<b>Λίστα εφαρμογών με αξιοποίηση της ενσώματης μάθησης</b>	
1. Διαδραστικός Πίνακας	1
2. Dance Mat	2
3. Walk the number line	3, 5
4. Motion Math	10, 11, 22, 23, 25
5. EstimationLine	7
6. M3	13

*Πίνακας 17: Παρουσίαση των εφαρμογών σε συνδυασμό με την ενσώματη, που αξιοποιήθηκαν από κάποιες έρευνες της ανασκόπησης*

<b>Εφαρμογές σχεδιασμένες από τους ερευνητές</b>	
1. Number Race	18
2. Catch the Monster	12
3. Semideus	9, 20

*Πίνακας 18: Παρουσίαση των σχεδιασμένων από τους ερευνητές εφαρμογών που αξιοποιήθηκαν από κάποιες έρευνες της ανασκόπησης*

Όπως προαναφέρθηκε η πλειοψηφία των ερευνών αξιοποίησε εφαρμογές που δε συμπεριλαμβάνουν την ενσώματη μάθηση. Αρχικά έχουμε την εφαρμογή «Rescue Calcularis». Οι έρευνες αυτές (Kucian et. al., 2011 & Käser, et. al., 2013) είχαν σαν δείγμα μαθητές με αναπτυξιακή δυσαριθμησία, θέλοντας να ελέγξουν το κατά πόσο είναι αποτελεσματική η εφαρμογή, σε αυτή την περίπτωση. Τα ευρήματα και των δύο ερευνών επιβεβαιώνουν την αποτελεσματικότητα της καθώς υπήρξε βελτίωση της απόδοσης των παιδιών. Τα παιδιά παρουσίασαν μια γενικότερη βελτίωση σε περιοχές όπου πριν την εξάσκηση με το παιχνίδι εμφάνιζαν σημαντικές ελλείψεις. Μετά την ολοκλήρωση της έρευνας οι μαθητές συμπλήρωσαν ένα ερωτηματολόγιο με το οποίο αξιολογούσαν το παιχνίδι. Από τις απαντήσεις που έδωσαν προκύπτει η θετική στάση τους καθώς υποστήριζαν πως θα ήθελαν από εδώ και πέρα να το χρησιμοποιούν καθημερινά στη διδασκαλία των μαθηματικών. Επίσης τόνισαν πως ένιωθαν πιο ανεξάρτητοι καθώς δεν χρειαζόταν την παρέμβαση ενηλίκων για να μπορέσουν να το χρησιμοποιήσουν.

Άλλη μια εφαρμογή αυτής της κατηγορίας είναι το «Math Snack». Η εφαρμογή αυτή επιλέχθηκε από τους Valdiz, et. al., (2013). Ωστόσο πριν επιλεγθεί εξετάστηκε η συνάφεια του παιχνιδιού με το μαθηματικό αντικείμενο της έρευνας. Οι ερευνητές προχώρησαν σε μια προσεκτική επιλογή των δραστηριοτήτων που θα χρησιμοποιούσαν καθώς το πρόγραμμα αυτό παρέχει μια μεγάλη ποικιλία ασκήσεων. Προκειμένου να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα της τεχνολογικής παρέμβασης οι ερευνητές χώρισαν το δείγμα τους σε δύο ομάδες. Η πρώτη πέρα από την ενασχόληση της με την εφαρμογή θα είχε ένα επιπλέον επίπεδο βοήθειας. Πιο συγκεκριμένα οι υπεύθυνοι εκπαιδευτικοί λειτούργησαν με βάση έναν οδηγό δασκάλου, όπου τους υποδείκνυε τρόπους με τους οποίους μπορούσε να γίνει η διδασκαλία και να αξιοποιηθεί η εφαρμογή. Αντίθετα η δεύτερη ομάδα δεν είχε κάποιου είδους καθοδήγηση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως δεν αρκεί η ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών αλλά θα πρέπει να έχει γίνει η σωστή επιλογή λογισμικού αλλά και να υπάρχει ο κατάλληλος χρήστης που θα γνωρίζει τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να τη χειριστεί.

Οι Sella, et. al., (2016) επέλεξαν για την έρευνα τους την εφαρμογή «Number Race». Το δείγμα της έρευνας ήταν μαθητές νηπιαγωγείου. Η εφαρμογή αυτή επιβεβαιώνει για άλλη μια φορά την θετική επίδραση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Μετά την ενασχόληση των παιδιών με το παιχνίδι αυτό, σημειώθηκε βελτίωση στη χωρική τοποθέτηση των αριθμών στην αριθμογραμμή αλλά και στην εκτέλεση νοερών υπολογισμών. Ωστόσο να σημειωθεί πως και η ομάδα η οποία δεν ήρθε σε επαφή με το παιχνίδι αλλά ακολούθησε κάποιες συνηθισμένες διδακτικές πρακτικές, εμφάνισε κάποια βελτίωση στην επίδοση. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό πως όχι μόνο τα ψηφιακά προγράμματα αλλά και



οι τυπικές παραδοσιακές μέθοδοι μπορούν να επιφέρουν θετικά αποτελέσματα στην επίδοση των παιδιών του νηπιαγωγείου.

Οι Praet, et. al., (2014) επέλεξαν μια ποικιλία παιχνιδιών καταμέτρησης και σύγκρισης. Έτσι χώρισαν το δείγμα τους σε τρεις ομάδες. Η πρώτη ασχολήθηκε με τα παιχνίδια καταμέτρησης, η δεύτερη με της σύγκρισης και η τελευταία ακολούθησε μια τυπική διδασκαλία. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως οι δύο πρώτες ομάδες απέδωσαν καλύτερα σε σχέση με την τελευταία. Αποδεικνύεται λοιπόν πως η τεχνολογία, παρέχει καινούριες ευκαιρίες μάθησης και ανακάλυψης της γνώσης ήδη από το νηπιαγωγείο χωρίς να κρίνεται απαραίτητη η καθημερινή επαφή των παιδιών με τις εφαρμογές. Η χρήση της τεχνολογίας από το νηπιαγωγείο μπορεί ακόμη να φανεί αποτελεσματική και στην μετέπειτα πορεία τους στο δημοτικό, καθώς παιχνίδια όπως αυτά της καταμέτρησης, βοηθούν τους μαθητές να αποκτήσουν μια γερή βάση για να αναπτύξουν τις μαθηματικές τους ικανότητες. Σύμφωνα και με τη Sylvia (2009) έχει αποδειχθεί πως τα παιδιά τα οποία έρχονται από μικρή ηλικία σε επαφή με τέτοιου είδους εκπαιδευτικές εμπειρίες, επιτυγχάνουν καλύτερες επιδόσεις, ενώ παράλληλα είναι πολύ πιθανό να αλλάξει και η στάση τους απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών. Έχει γίνει κατανοητό στους εκπαιδευτικούς πως πλέον κρίνεται απαραίτητο να παρέχει στους μαθητές ένα πλούσιο περιβάλλον μάθησης, όπου τα παιδιά θα έχουν την ευκαιρία να ανακαλύπτουν και να βιώνουν μαθηματικές εμπειρίες. Όλο αυτό υπάρχει δυνατότητα να ξεκινήσει ήδη από το νηπιαγωγείο χάριν της μεγάλης ποικιλίας των εκπαιδευτικών παιχνιδιών.

Οι Vitale, Black, & Swart (2014) ήθελαν να ελέγξουν αν τα χειροπιαστά αντικείμενα επιφέρουν καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα ή αν απλά αποτελούν μια πιο εύκολα προσβάσιμη μέθοδο. Για τις ανάγκες της έρευνας τους επέλεξαν την εφαρμογή «Catch a fish» όπου υπήρχαν τρία διαφορετικά είδη αριθμογραμμών (κενή – ταυτόσημη – μη ταυτόσημη). Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις τα παιδιά μπορούσαν να συγκρίνουν την αριθμογραμμή της οθόνης με κάποια χειροπιαστή που τους δινόταν, με τη μόνη διαφορά ότι η ταυτόσημη είχε ακριβώς το ίδιο μήκος με αυτή της οθόνης ενώ η μη ταυτόσημη είχε μεγαλύτερο. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως τα χειροπιαστά αντικείμενα και στην περίπτωση μας οι χειροπιαστές αριθμογραμμές, μπορούν να λειτουργήσουν σαν μια γέφυρα ανάμεσα στις προηγούμενες εμπειρίες των παιδιών και σε πιο σύνθετες μαθηματικές έννοιες, χωρίς αυτό να σημαίνει πως με τη χρήση τους οι σύνθετες μαθηματικές έννοιες θα γίνουν αυτόματα, πιο εύκολα αντιληπτές. Οι ερευνητές υποστηρίζουν πως σχεδιάζοντας λίγο πιο απαιτητικές δραστηριότητες ενώ παράλληλα υπάρχει αξιοποίηση χειροπιαστών υλικών, μπορεί να διευκολυνθεί σε μεγάλο βαθμό τη μάθηση. Τέτοιου είδους εφαρμογές οι οποίες συνδυάζουν τόσο τα οφέλη της τεχνολογίας όσο και των χειροπιαστών υλικών, βοηθάνε τους μαθητές να δημιουργήσουν πιο γερές εννοιολογικές αναπαραστάσεις.

Ο Koc (2019) επέλεξε σαν εργαλείο για την ολοκλήρωση της έρευνας του την εφαρμογή «Educreation». Το «Educreation» αποτελεί ένα σημαντικό βοήθημα για τον εκπαιδευτικό καθώς μέσα από τη χρήση του μπορεί να αντιληφθεί σε ποιο σημείο αντιμετωπίζει δυσκολία ο κάθε μαθητής. Μετά το πέρας της εξάσκησης των

παιδιών με την εφαρμογή, μπορούσαν πλέον να επεξηγούν τη διαδικασία που ακολούθησαν για να επιλύσουν μια πρόσθεση ή αφαίρεση, ενώ δεν ήταν λίγοι οι μαθητές που κατάφεραν να επιλύσουν και με περισσότερους από ένα τρόπο. Σε αυτό τους διευκόλυνε η δυνατότητα που έδινε το πρόγραμμα να ζωγραφίζεις και να κάνεις σημειώσεις πάνω στην αριθμογραμμή αλλά και η απαίτηση από μέρους του δασκάλου να περιγράφουν προφορικά τη διαδικασία που ακολούθησαν. Επίσης παρατηρήθηκε πως έμαθαν να χρησιμοποιούν πιο σωστή μαθηματική ορολογία.

Παράλληλα με αυτή την ομάδα ήταν και οι μαθητές οι οποίοι ακολούθησαν την παραδοσιακή μέθοδο, δηλαδή την εξάσκηση με επίλυση γραπτών ασκήσεων. Σε αυτή την περίπτωση τα παιδιά δεν ήταν σε θέση να δώσουν τόσες πολλές επεξηγήσεις για τη μέθοδο που ακολούθησαν για να λύσουν τις αριθμητικές πράξεις. Έτσι λοιπόν γίνεται αντιληπτό πως το «Educreation» όχι μόνο βοήθησε την μάθηση των παιδιών αλλά λειτούργησε και σαν βοήθημα για τον εκπαιδευτικό καθώς μπορούσε να χρησιμοποιήσει τα βίντεο του κάθε μαθητή για να εντοπίσει τις αδυναμίες του αλλά και σαν μέσο αξιολόγησης.

Στη συνέχεια στη κατηγορία των εφαρμογών χωρίς ενσώματα έχουμε το «Dyscalculia Screening tool». Το πρόγραμμα αυτό περιέχει πολλές δραστηριότητες όπου μια από αυτές είναι και το «Mental Number Line test». Σκοπός της έρευνας ήταν να μελετηθεί το κατά πόσο μπορούν κάποια τεχνολογικά μέσα να βελτιώσουν την ικανότητα των μαθητών με δυσκολίες, να προσεγγίζουν την αξία μιας ποσότητας. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν τη θετική επίδραση των τεχνολογικών μέσων στην ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων αλλά και της βελτίωσης της αίσθησης του αριθμού των μαθητών. Επίσης υποστήριξαν πως ψηφιακές δραστηριότητες οι οποίες περιέχουν μη συμβολικές αριθμητικές ποσότητες, ασκήσεις εκτίμησης σε αριθμογραμμή αλλά και ασκήσεις σχετικές με την απόσταση μεταξύ των αριθμών (π.χ. ο αριθμός 5 είναι πιο κοντά στο 8 ή το 3;) υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να βελτιώσουν την απόδοση των παιδιών με δυσκολίες στο μάθημα των μαθηματικών.

Το «Number Sense Game» είναι άλλη μια εφαρμογή αυτής της κατηγορίας. Την εφαρμογή αυτή επέλεξαν οι Vanbecelaere, et. al., (2020) για την έρευνα τους. Σκοπός της έρευνας τους είναι να μελέτησαν αν ένα εκπαιδευτικό παιχνίδι σαν το Number Sense Game, μπορεί να βελτιώσει περισσότερο την ικανότητα εκτίμησης σε αριθμογραμμή από μια παραδοσιακή μέθοδο. Οι δραστηριότητες της εφαρμογής ήταν δύο, το NLE (number line estimation) και το παιχνίδι σύγκρισης. Μετά από ένα διάστημα από την ολοκλήρωση της εξάσκησης των παιδιών με την εφαρμογή, πραγματοποιήθηκαν κάποια far transfer test. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά ανάμεσα στις δύο ομάδες του δείγματος όσον αφορά την ευχέρεια εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων. Πέρα από αυτά τα τεστ όμως υπήρξαν και τα ετεροχρονισμένα τεστ όπου και πάλι δεν εντοπίστηκε μεγάλη διαφορά ανάμεσα στις δύο καταστάσεις. Αυτά τα αποτελέσματα επομένως μπορεί να οφείλονται σε πολλούς παράγοντες. Αρχικά μπορεί να οφείλεται στην λάθος επιλογή των τεστ. Οι δραστηριότητες τους δηλαδή να μην επαρκούν έτσι ώστε να βγει ένα

ορθό αποτέλεσμα. Ακόμη μπορεί να μην έχουν επιλεγθεί και οι κατάλληλες ψηφιακές εφαρμογές. Στη περίπτωση αυτή για παράδειγμα μπορεί η εφαρμογή «Number Sense Game» να μην ήταν η κατάλληλη για τη βελτίωση της εκτίμησης ή ακόμη υπάρχει η πιθανότητα να μην υπήρξε σωστή χρήση της από τον εκπαιδευτικό. Πολλά είναι τα κριτήρια τα οποία πρέπει να λάβει υπόψιν του ο κάθε εκπαιδευτικός προτού επιλέξει κάποια δραστηριότητα για τη διδασκαλία του.

Στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020) χρησιμοποιήθηκε η εφαρμογή Number Line app και σκοπός των παικτών ήταν να επιλύσουν με τη βοήθεια του προγράμματος και της αριθμογραμμής, προσθέσεις με ακέραιους αριθμούς. Το δείγμα αποτελούνταν από μαθητές με αυτισμό και νοητική υστέρηση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η ακρίβεια των μαθητών ήταν υψηλότερη κατά τη διάρκεια της τεχνολογικής παρέμβασης. Μπορεί να μη συμπλήρωσε όλο το δείγμα πάνω από 80% στις ασκήσεις, ωστόσο υπήρξε βελτίωση της επίδοσης σε σχέση με τη φάση που δεν χρησιμοποιούσαν την εφαρμογή. Οι μαθητές κατάφεραν να επιλύσουν προσθέσεις ακεραίων με τη βοήθεια της εικονικής αριθμογραμμής αλλά όταν τους ζητήθηκε να επιλύσουν ασκήσεις του ίδιου τύπου χωρίς αυτή δε μπόρεσαν να ανταποκριθούν.

Μεγάλο μέρος των ερευνών της ανασκόπησης, επέλεξε προγράμματα τα οποία συνδυάζουν και την ενσώματη μάθηση. Τα αποτελέσματα των ερευνών αυτών επιβεβαίωσαν τη θετική επίδραση της ενσώματης μάθησης σε συνδυασμό με τη τεχνολογία στη διδασκαλία των μαθηματικών. Σημαντική κρίθηκε και η συμβολή της χωρικής αντίληψης καθώς διαπιστώθηκε πως αυτού του είδους οι δραστηριότητες μπορούν να βελτιώσουν την απόδοση των παιδιών περισσότερο από κάθε άλλη δραστηριότητα. Το συμπέρασμα αυτό το επιβεβαιώνει η έρευνα των Fischer, et. al., (2015) όπου εξέτασαν 3 διαφορετικές συνθήκες μάθησης έτσι ώστε να δούνε ποια περίπτωση ωφελεί περισσότερο το μαθητή. Σύγκριναν δηλαδή μια εφαρμογή που συνδυάζε τη χωρική αντίληψη, με την ενσώματη μάθηση και τη τεχνολογία, μια τη χωρική αντίληψη με τη τεχνολογία και τέλος την ενσώματη μάθηση με την τεχνολογία. Τα αποτελέσματα των τεστ έδειξαν πως τα παιδιά της πρώτης συνθήκης σημείωσαν μεγαλύτερη βελτίωση στη πρόσθεση, σε σχέση με τις άλλες δύο. Επίσης τονίστηκε πως τα ψηφιακά μέσα μπορούν να βοηθήσουν σε μεγάλο βαθμό τους μαθητές και πόσο μάλλον αν υπάρχει παράλληλα ενσωμάτωση κινήσεων του σώματος καθώς έχει παρατηρηθεί πως διατηρείται ενεργό το κίνητρο των μαθητών καθ' όλη τη διάρκεια της δραστηριότητας. Παρόμοια αποτελέσματα είχε και η έρευνα των Fischer, et. al., (2011). Διαπιστώθηκε πως η εξάσκηση των μαθητών με εφαρμογές οι οποίες συμπεριλαμβάνουν και την ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης, μπορεί να βοηθήσουν τους μαθητές στην κατανόηση του μεγέθους των αριθμών πολύ περισσότερο από άλλες χωρίς στοιχεία χωρικής και ενσώματης μάθησης. Η παραπάνω υπόθεση επιβεβαιώθηκε και από τα τεστ που έγιναν μετά την επαφή των παιδιών με την εφαρμογή, όπου η ακρίβεια στην τοποθέτηση ενός αριθμού σε αριθμογραμμή αυξήθηκε κατακόρυφα.

Οι Dackermann, et al., (2016) έκαναν παρόμοια σύγκριση με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις. Σύγκριναν δηλαδή την αποτελεσματικότητα μιας δραστηριότητας με ενσώματη μάθηση και άλλη μια με χρήση τάμπλετ. Για άλλη μια φορά τα αποτελέσματα ήταν υπέρ της ενσώματης μάθησης. Τα παιδιά απέκτησαν βαθύτερη κατανόηση των ισαπέχοντων διαστημάτων μεταξύ των αριθμών. Αυτό οφείλεται στη συμβολή της ενσώματης μάθησης καθώς τα παιδιά βίωσαν με ένα φυσικό και πιο σωματικό τρόπο την έννοια της απόστασης μεταξύ των αριθμών ενώ προχωρούσαν πάνω στην αριθμογραμμή. Με τον τρόπο αυτό ανέπτυξαν μια πιο γενική αναπαράσταση του μαθηματικού αντικειμένου. Σύμφωνα και με τον Fischer, et. al., (2011) αυτού του είδους η σωματική εμπειρία παρέχει μια μαθηματική αναλογία μεταξύ των φυσικών κινήσεων και των χωρικών διαστάσεων, το οποία είναι σίγουρα σημαντικό για τη βελτίωση της μάθησης.

Γίνεται λοιπόν ξεκάθαρη η σημασία αξιοποίησης της ενσώματης μάθησης στις ψηφιακές εφαρμογές. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να ενισχυθούν ακόμη περισσότερο εκπαιδύοντας τους δασκάλους στην εφαρμογή της τεχνολογίας στη διδασκαλία τους. Οι κινήσεις του σώματος φαίνεται πως είναι ωφέλιμες στη διατήρηση του κινήτρου και της συγκέντρωσης των μαθητών, το οποίο με τη σειρά του δίνει ευκαιρίες ακόμη και στους μαθητές με δυσκολίες ή προβλήματα συγκέντρωσης (Fischer, et. al., 2015).

Τέλος άλλη μια κατηγορία εφαρμογών της παρούσας ανασκόπησης είναι οι εφαρμογές που σχεδιάστηκαν από τους ίδιους τους ερευνητές ή η τροποποίηση κάποιων ήδη υπάρχουσων εφαρμογών με βάση τις απαιτήσεις της εκάστοτε έρευνας. Οι Obersteiner, et. al., (2013) θέλοντας να εξετάσουν ποια διδακτική μέθοδος (με ακρίβεια ή κατά προσέγγιση) βοηθάει τα παιδιά να αναπτύξουν νοητές αναπαραστάσεις των αριθμών, χρησιμοποίησαν σαν βάση την εφαρμογή «Number Race». Σχεδιάσαν λοιπόν δύο εκδοχές του ίδιου παιχνιδιού, θέλοντας να επιβεβαιώσουν πως τα αποτελέσματα της εκπαίδευσης θα οφείλονται στις διαφορές των δύο διδακτικών μεθόδων και όχι στο συνολικό σχεδιασμό του παιχνιδιού. Οι δύο αυτές συνθήκες συγκρίθηκαν με μια ομάδα μαθητών που ακολούθησαν την «παραδοσιακή διδασκαλία» χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας. Οι μαθητές από τις δύο πρώτες συνθήκες έδειξαν συνολικά καλύτερα αποτελέσματα από τη κλασική διδασκαλία. Ωστόσο να σημειωθεί πως τόσο ο ακριβής υπολογισμός όσο και ο κατά προσέγγιση, βοήθησε τους μαθητές στην ανάπτυξη διαφορετικών μαθηματικών ικανοτήτων.

Οι Ninaus, Kiili, McMullen & Moeller (2017) και οι Kiili, Moeller & Ninaus (2018) σχεδίασαν την εφαρμογή «Semideus», λαμβάνοντας υπόψιν τους τις ανάγκες και τα ζητούμενα των ερευνών τους. Εστίασαν στη κατανόηση της έννοιας των κλασμάτων και γι' αυτό συμπεριέλαβαν ασκήσεις εκτίμησης θέσης στην αριθμογραμμή, σύγκρισης μεγέθους, ταξινόμησης, κ.α. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η εφαρμογή αυτή είναι ένα αξιόπιστο και χρήσιμο εργαλείο για την εξέταση της γνώσης των μαθητών στα κλάσματα καθώς παρέχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί και ως ένα διαγνωστικό εργαλείο ανακάλυψης των ελλείψεων των

μαθητών στα κλάσματα. Τέτοιου είδους αξιολόγηση δεν προκαλεί μόνο λιγότερο άγχος στους μαθητές αλλά παρέχει στους εκπαιδευτικούς πιο στοχευμένες πληροφορίες για την επίδοση του κάθε μαθητή, έτσι ώστε να μπορεί στη συνέχεια να βοηθήσει τον κάθε μαθητή ατομικά.

Οι Fazio, Kennedy & Siegler (2016) για τις ανάγκες της έρευνας τους έκαναν κάποιες τροποποιήσεις, δημιουργώντας μια διαφορετική έκδοση του παιχνιδιού «Catch the Monster». Θέλοντας να εστιάσουν στα κλάσματα συμπεριέλαβαν κάποια πρόσθετα χαρακτηριστικά και δημιούργησαν την εφαρμογή «Catch the Monster with Fractions». Η αποτελεσματικότητα της εφαρμογής ήταν εμφανέστατη καθώς ακόμη και το μέρος του δείγματος το οποίο είχε χαμηλότερη επίδοση κατάφερε να φθάσει τους μαθητές με περισσότερη προηγούμενη γνώση. Ακόμη και τα παιδιά που δεν ολοκλήρωσαν όλες τις φάσεις του παιχνιδιού έδειξαν βελτίωση στην επίδοση τους. Οι ερευνητές υποστηρίζουν τη θετική επίδραση της εφαρμογής αυτής στη κατανόηση των κλασμάτων, ωστόσο παρουσιάζουν κάποιες επιφυλάξεις. Θα ήθελαν δηλαδή για επιβεβαίωση, να εφαρμοστεί το παιχνίδι αυτό σε συνθήκες πραγματικής τάξης αλλά και να συμπεριληφθούν όλα τα κλάσματα και όχι μόνο τα τυπικά από 0-1 που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την έρευνα.

Τέλος έχουμε την εφαρμογή «CETA». Οι Marichal, et. al., (2017), θέλοντας να βοηθήσουν τα παιδιά να αντιληφθούν την έννοια της σύνθεσης των αριθμών δημιούργησαν μια νέα εφαρμογή αξιοποιώντας μια επαυξημένη έκδοση των ράβδων Cuisenaire. Σε αυτή την περίπτωση με τη βοήθεια της τεχνολογίας δημιουργήθηκε ένα περιβάλλον μικτής πραγματικότητας όπου δεν θα ήταν εφικτό να σχεδιαστεί χωρίς τη συμβολή της. Το περιβάλλον αυτό παρέχει τη δυνατότητα να υπάρχουν ψηφιακές αναπαραστάσεις και συνεπώς η δυνατότητα ενσωμάτωσης και τροποποίησης ιδιοτήτων κάτι το οποίο δεν θα μπορούσε να γίνει σε πραγματικά αντικείμενα. Επίσης οι ερευνητές φρόντισαν να παρέχεται άμεση ανατροφοδότηση στον κάθε μαθητή έτσι ώστε να τον κατευθύνει και να το βοηθά να αντιλαμβάνεται τα λάθη του αλλά και να κινείται προς τη σωστή απάντηση.

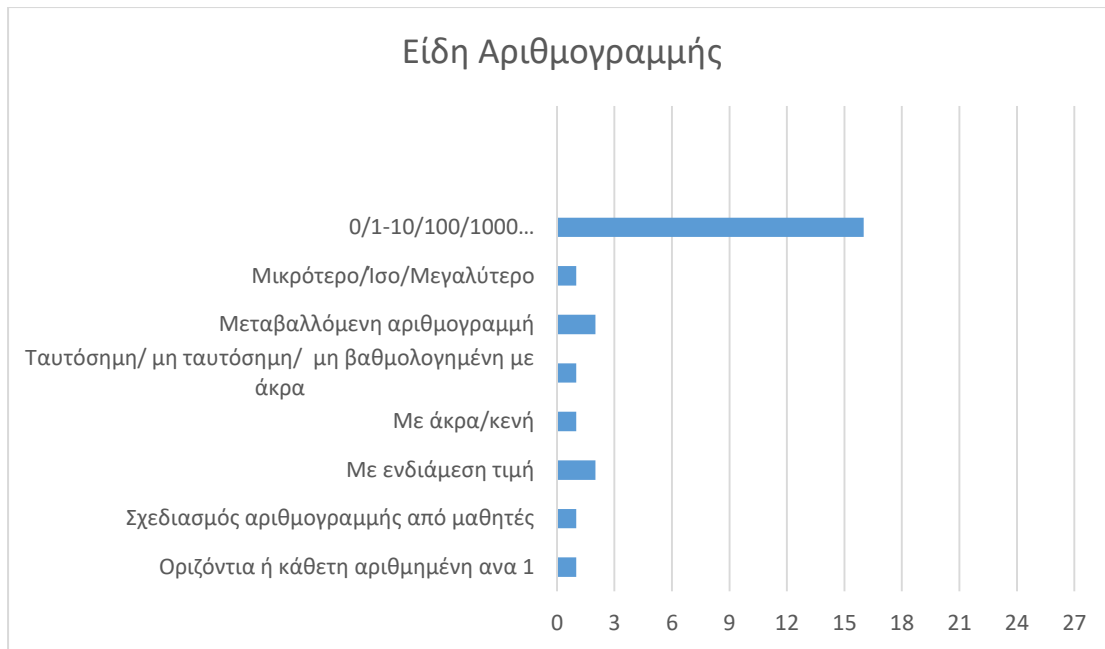
Έχοντας μια συνολική εικόνα των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις εφαρμογές και των τριών κατηγοριών διατυπώθηκαν τα ακόλουθα συμπεράσματα. Όλες οι εφαρμογές που χρησιμοποιήθηκαν είχαν σαν αποτέλεσμα την αύξηση της επίδοσης των μαθητών είτε σε μικρότερο είτε σε μεγαλύτερο βαθμό, χωρίς αυτό να αμφισβητεί την αποτελεσματικότητα των τυπικών δραστηριοτήτων. Αυτό επιβεβαιώνεται από την έρευνα των Vanbecelaere, et. al., (2020) & Sella, et. al., (2016), όπου τόσο οι μαθητές που ήρθαν σε επαφή με την τεχνολογία, όσο και οι μαθητές που ακολούθησαν την τυπική διδασκαλία, εμφάνισαν εξίσου καλά αποτελέσματα. Σύμφωνα και με τους Praet, et. al., (2014) έστω και μια συχνή επαφή των μαθητών με τέτοιου είδους μαθηματικές δραστηριότητες σε συνδυασμό με την τυπική διδασκαλία, αρκεί για να υπάρξουν θετικά αποτελέσματα. Επομένως δεν κρίνεται απαραίτητη η καθημερινή επαφή των μαθητών με την τεχνολογία για να επιτευχθούν οι στόχοι της διδασκαλίας. Σημαντικό επίσης κρίνεται να μπορούν οι εκπαιδευτικοί να επιλέγουν το κατάλληλο είδος τεχνολογίας για το κάθε μαθηματικό

αντικείμενο (Valdiz, et. al., 2013). Οι ψηφιακές μαθηματικές δραστηριότητες δε μπορούν να καλύψουν όλες τις μαθηματικές έννοιες, γι' αυτό ο δάσκαλος θα πρέπει να κατέχει τις γνώσεις για να μπορεί να κάνει σωστή επιλογή αλλά και χρήση. Στη κατηγορία των εφαρμογών χωρίς ενσώματη τονίσθηκε η σημασία της καθοδήγησης για την αποτελεσματικότητα των εφαρμογών, κάτι το οποίο ισχύει βεβαίως και για τις άλλες δύο κατηγορίες. Στην έρευνα των Valdiz, et. al., 2013, όπου το δείγμα χωρίστηκε σε δύο ομάδες, μια χωρίς και μια με καθοδήγηση του εκπαιδευτικού, η δεύτερη εμφάνισε καλύτερα αποτελέσματα. Η χρήση λοιπόν μιας ψηφιακής εφαρμογής στην τάξη θα πρέπει να ελέγχεται συνεχώς από το δάσκαλο για να αποφευχθούν πιθανά λάθη.

### **Άξονας 3<sup>ος</sup>: Μαθηματικό Περιεχόμενο**

<b>Είδος της Αριθμογραμμής</b>	
0/1 – 10/ 100/ 1000...	1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 25 & 27
Μικρότερο / Ίσο / Μεγαλύτερο	10
Μεταβαλλόμενη Αριθμογραμμή	23, 24
Ταυτόσημη / Μη Ταυτόσημη / Μη Βαθμολογημένη με άκρα	26
Με άκρα / Κενή	5
Με ενδιάμεση τιμή	2, 18
Σχεδιασμός αριθμογραμμής από τους μαθητές	16
Οριζόντια / Κάθετη αριθμημένη ανά 1	8

*Πίνακας 19: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το είδος της αριθμογραμμής*



Διάγραμμα 10: Είδη αριθμογραμμής που χρησιμοποιήθηκαν στις έρευνες

Στο **Διάγραμμα 10** διαχωρίζονται τα είδη αριθμογραμμής που χρησιμοποιήθηκαν στις έρευνες της ανασκόπησης. Η πιο συνήθης μορφή αριθμογραμμής που συναντήσαμε (59,26%) είναι αυτή που ξεκινά με 0 ή 1 (1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 25 & 27) και έχει ως τελικό σημείο το 10, το 100, το 1000, κλπ.. Η αριθμογραμμή αυτής της μορφής αποτελεί ένα κλασσικό μαθηματικό εργαλείο και έχει διαπιστωθεί από πολλές έρευνες η χρησιμότητα του. Αυτό επιβεβαιώνεται και από τα αποτελέσματα των 16 ερευνών της ανασκόπησης. Ωστόσο πολλές από αυτές τις έρευνες διατήρησαν κάποιες επιφυλάξεις, τονίζοντας πως πέρα από τη γνώση σωστού χειρισμού του μαθηματικού εργαλείου, υπάρχουν και κάποια άλλα χαρακτηριστικά τα οποία μπορούν να βοηθήσουν στην αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας. Για παράδειγμα στην έρευνα των Soni, et. al., (2020) η ομάδα των μαθητών που ασχολήθηκε με την ηλεκτρονική εφαρμογή έπρεπε να τοποθετήσει ένα κλάσμα σε αριθμογραμμή 0-1. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν ότι η αριθμογραμμή αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο το οποίο διευκολύνει την κατανόηση των κλασμάτων ακόμη και για τους πιο αδύναμους μαθητές. Ωστόσο υποστήριξαν πως σημαντικό ρόλο έπαιξε και η συνεχής ανατροφοδότηση και η μέθοδος του scaffolding που αξιοποιήθηκε από την εφαρμογή. Επίσης για τη διατύπωση πιο γενικευμένων αποτελεσμάτων υποστήριξαν πως καλό θα ήταν να ελεγχθεί η επίδραση διαφορετικών τύπων αριθμογραμμής για τις διάφορες έννοιες των κλασμάτων. Θετικά αποτελέσματα από τη χρήση αυτής της μορφής αριθμογραμμής, προέκυψαν και από την έρευνα των Fischer, et. al., (2015). Και σε αυτή όμως την περίπτωση δόθηκε μεγάλη σημασία και στη συμβολή της ενσώματης μάθησης. Η τακτική δηλαδή του να μετακινείται ο μαθητής αριστερά για τους μικρούς αριθμούς και δεξιά για τους πιο μεγάλους σε σχέση με τη σειρά των αριθμών, ενισχύει σε μεγάλο βαθμό τη συσχέτιση μεταξύ χώρου/διαστήματος και

αριθμών. Επίσης οι Vanbecelaere, et. al., (2020) υποστήριξαν πως εάν θέλει ένας εκπαιδευτικός να διευκολύνει ή να δυσκολέψει τους μαθητές του με μια αριθμογραμμή αυτού του είδους μπορεί να προσθέτει ή να αφαιρεί, αντίστοιχα, τον αριθμό των σημείων που υπάρχουν πάνω στην αριθμογραμμή. Αυτό εξαρτάται από την ηλικία των μαθητών που απευθύνεται ο εκπαιδευτικός αλλά και από το επίπεδο τους στα μαθηματικά.

Στη συνέχεια ακολουθεί η μεταβαλλόμενη (23, 24) και αυτή με την ενδιάμεση τιμή (2, 18) (14,81%). Μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή είναι αυτή στην οποία σου δίνεται η δυνατότητα να αλλάξεις τα διαστήματα π.χ. αν είναι χωρισμένη ανά δεκάδες να τη μετατρέψεις σε εκατοντάδες, κλπ., ακόμη μπορείς να τη μετακινήσεις αριστερά δεξιά και σε μερικές περιπτώσεις να κινηθείς και στους αρνητικούς αριθμούς. Αυτό το είδος της αριθμογραμμής βοήθησε στο χειρισμό των ακέραιων αλλά και των δεκαδικών αριθμών καθώς και στην κατανόηση της πυκνότητας μεταξύ αυτών των αριθμών (Tucker, et. al., 2018). Επιπλέον στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020) η χρήση μιας τέτοιας αριθμογραμμής έδωσε στους μαθητές τη δυνατότητα να προσθέτουν αριθμούς όπως το  $-20 + 14$  για ένα πρόβλημα και απευθείας να λύνουν την πρόσθεση  $4 + -13$  για άλλο, χωρίς να χρειάζεται να επανασχεδιάζουν ή να επεκτείνουν την αριθμογραμμή. Μετά την ολοκλήρωση αυτής της έρευνας, ζητήθηκε από τους μαθητές να αξιολογήσουν την εφαρμογή και τη χρηστικότητα της αριθμογραμμής. Τα παιδιά δήλωσαν πως τους άρεσε που χρησιμοποίησαν μια εικονική αριθμογραμμή και πως τους βοήθησε σε μεγάλο βαθμό να επιλύσουν τα προβλήματα. Ωστόσο 2 από τα 4 άτομα του δείγματος, είπαν πως μπορεί να τους βοήθησε αλλά συνεχίζουν να προτιμούν την κλασική επίλυση ασκήσεων με μολύβι και χαρτί, υποστηρίζοντας πως θα τους οδηγήσει πιο γρήγορα στο αποτέλεσμα. Αυτό όμως, ίσως οφείλεται στην έλλειψη εξοικείωσης των παιδιών με τέτοια διδακτικά εργαλεία. Έπειτα είναι η αριθμογραμμή με ενδιάμεση τιμή. Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν μαρκαρισμένα σημεία πέρα από την αρχική και τελική τιμή της. Για παράδειγμα σε μια αριθμογραμμή 0-20, είναι σημειωμένες και οι θέσεις του αριθμού 5, 10, 15. Σύμφωνα με την έρευνα των Fischer, et. al., (2011) μπορεί τα παιδιά να μην έδειξαν μεγάλη βελτίωση στην απόδοση τους μετά την επαφή τους με αυτού του είδους την αριθμογραμμή, παρ' όλα αυτά είναι αξιοσημείωτο πως ακόμη και με αυτή τη σύντομη ενασχόληση τους με την εφαρμογή, προέκυψαν καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα σε σχέση με την άλλη ομάδα του δείγματος. Η άλλη ομάδα ακολούθησε την ίδια δραστηριότητα με τη διαφορά ότι δεν υπήρξε η εμπλοκή της χωρικής αντίληψης. Σε αυτό το σημείο να αναφερθεί πως πιθανός λόγος της μικρής βελτίωσης της απόδοσης των μαθητών, μπορεί να είναι και το νεαρό της ηλικίας τους σε σχέση με τα ζητούμενα της δραστηριότητας. Και σε αυτή την περίπτωση επιβεβαιώνεται η άποψη των Vanbecelaere, et. al., (2020) όπου υποστήριξαν πως ένας τρόπος για να διευκολύνει ένας εκπαιδευτικός τον μαθητή του στο να χειρίζεται μια αριθμογραμμή είναι να προσθέτει επιπλέον σημεία πάνω της. Επομένως η αξιοποίηση της αριθμογραμμής με ενδιάμεσες τιμές σε συνδυασμό με τη χωρική αντίληψη μπορεί να επιφέρει πολλά θετικά αποτελέσματα στην επίδοση των μαθητών.



Τέλος με ποσοστό 18,52% ακολουθούν αλλά πέντε είδη αριθμογραμμής. Το πρώτο είδος αποτελεί την αριθμογραμμή που είναι χωρισμένη σε τρία τμήματα, το μικρότερο, το ίσο και το μεγαλύτερο (10). Το συγκεκριμένο είδος χρησιμοποιήθηκε στη διδασκαλία των κλασμάτων και είναι μια αριθμογραμμή στο μέσο της οποίας υπάρχει ένα κλάσμα το οποίο πρέπει να το συγκρίνουν με άλλο ένα που τους δίνεται. Ο μαθητής καλείται να τοποθετήσει το κλάσμα αριστερά ή δεξιά από αυτό που υπάρχει πάνω στην αριθμογραμμή ανάλογα με το αν είναι μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο. Η αλήθεια είναι πως αυτού του είδους η αριθμογραμμή απευθύνεται κυρίως σε μαθητές οι οποίοι έχουν ένα βασικό επίπεδο γνώσεων γύρω από τα κλάσματα. Οι υπόλοιποι μαθητές ίσως δεν καταφέρουν να κατανοήσουν απευθείας την κατανομή/διάταξη των κλασμάτων και να μην μπορέσουν να ανταποκριθούν στα ζητούμενα της άσκησης. Για τον λόγο αυτό προτείνεται η σταδιακή εισαγωγή των μαθητών στη δραστηριότητα με τη χρήση μιας σειράς απλών κλασμάτων (με αριθμητή πάντα το 1). Για παράδειγμα μπορεί να ξεκινήσει με κλάσματα τα οποία έχουν αριθμητή το 1 και παρανομαστή ο οποίος συνεχώς αυξάνεται (π.χ.  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,...) και να εστιάζουν την προσοχή στην συσχέτιση μεταξύ του παρονομαστή και της απόστασης από το 0 πάνω στην αριθμογραμμή. Άλλη πρόταση για μαθητές οι οποίοι δεν διαθέτουν αρκετές γνώσεις σχετικές με τα κλάσματα είναι να χρησιμοποιήσουν ένα σταθερό παρονομαστή και έναν αριθμητή που σταδιακά θα μειώνεται ή αυξάνεται ή ακόμη και να διατηρήσουν το ίδιο κλάσμα αλλά να αλλάζουν τα σημεία της αριθμογραμμής (Riconscente, 2013).

Άλλο ένα είδος που αξιοποιήθηκε σε άλλη έρευνα είναι η ταυτόσημη, η μη ταυτόσημη και η μη βαθμολογημένη με άκρα (26). Στην έρευνα αυτή Vitale, et. al., (2013) τα παιδιά χωρίστηκαν σε ομάδες και εργάστηκαν πάνω σε τρία διαφορετικά είδη αριθμογραμμών. Στη μη βαθμολογημένη με άκρα δινόταν στα παιδιά μια αριθμογραμμή μόνο με αρχή και τέλος π.χ. 0-180, και τους ζητούσαν να εκτιμήσουν τη θέση ενός αριθμού. Στη ταυτόσημη τους δόθηκε και πάλι μια αριθμογραμμή, σε αυτή την περίπτωση όμως η αριθμογραμμή ήταν πανομοιότυπη με αυτή που εμφανιζόταν στην οθόνη, έχοντας το ίδιο μήκος και διευκολύνοντας τους μαθητές να κάνουν συγκρίσεις. Αντίθετα στην μη ταυτόσημη η αριθμογραμμή ήταν μεγαλύτερη σε μήκος από αυτή της οθόνης, αποτελώντας έτσι μια πρόσθετη δυσκολία για τους μαθητές. Οι Vitale, et. al., (2013) προσπάθησαν λοιπόν να κάνουν σύγκριση ανάμεσα σε τρία διαφορετικά είδη αριθμογραμμών. Η μη ταυτόσημη αριθμογραμμή σχεδιάστηκε με σκοπό να μην κάνουν οι μαθητές συσχετίσεις μεταξύ της αριθμογραμμής που έχονε μπροστά τους με αυτή της οθόνης. Για παράδειγμα μπορεί η θέση του 45 να βρίσκεται στα 7,5cm από το 0 σε μια αριθμογραμμή των 30cm που εμφανίζεται στην οθόνη και με βάση αυτή τη διαπίστωση να τοποθετήσουν το 45 και στη δική τους αριθμογραμμή.

Φάνηκε λοιπόν από τα αποτελέσματα πως τα παιδιά μπορεί να άργησαν να δώσουν απαντήσεις στη συνθήκη της μη ταυτόσημης αριθμογραμμής αλλά σημείωσαν μεγαλύτερη βελτίωση σε σχέση με τη συνθήκη της μη βαθμολογημένης με άκρα. Αυτό ίσως οφείλεται στην ικανότητα ανάπτυξης της αναλογικής αντίληψης

σχετικά με την αναπαράσταση των αριθμών (π.χ. ότι το 90 είναι το μισό μεταξύ του 0-180, το 45 είναι το 1/4 και το 135 τα 3/4).

Στη συνέχεια της έρευνας των Vitale, et. al., (2013) έγινε σύγκριση μεταξύ της ταυτόσημης και της μη ταυτόσημης αριθμογραμμής. Τα posttest έδειξαν καλύτερα αποτελέσματα για την μη ταυτόσημη. Τα παιδιά κατάφεραν να αναγνωρίσουν το 90 ως μέσο της αριθμογραμμής 0-180 αλλά όχι τη θέση του 45 και του 135 ως μέσα των μισών αλλά αυτό ίσως οφείλεται και στην ηλικία του δείγματος (2<sup>nd</sup> Graders).

Η αριθμογραμμή με άκρα ή η κενή (5) αποτελούν τις επόμενες κατηγορίες αριθμογραμμής που συγκρίθηκαν σε μία από τις έρευνες (Dackermann, et. al., 2016). Η αριθμογραμμή με άκρα είναι μια αριθμογραμμή 20cm με αρχικό και τελικό σημείο το 0 και το 100 αντίστοιχα. Έπρεπε οι μαθητές να εκτιμήσουν τη θέση 20 διαφορετικών αριθμών οι οποίοι παρουσιαζόταν σε τυχαία σειρά. Στην περίπτωση της κενής, η αριθμογραμμή ήταν και πάλι 20cm ωστόσο σε αυτή την περίπτωση δεν υπήρχε τελικό σημείο, αντίθετα δινόταν βοηθητικά η απόσταση του 0-1 προκειμένου να βοηθηθούν τα παιδιά. Σε αυτή την περίπτωση δινόταν αριθμοί <20.

Η δραστηριότητα με αυτές τις αριθμογραμμές δόθηκε ως post test μετά την αλληλεπίδραση του δείγματος με μια εφαρμογή ενσώματης μάθησης και μια σε τάμπλετ, θέλοντας να δούνε ποια επιφέρει τα καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα. Στην συνθήκη της ενσώματης μάθησης τα παιδιά έπρεπε να ολοκληρώσουν την άσκηση κάνοντας ίσα βήματα πάνω σε μια αριθμογραμμή που εμφανιζόταν μπροστά τους. Σε αντίθεση με την ομάδα ελέγχου όπου τα παιδιά ολοκλήρωναν τη δραστηριότητα σε τάμπλετ. Σύμφωνα και με προηγούμενες έρευνες στη συνθήκη της αριθμογραμμής με άκρα δεν υπάρχουν αλλαγές μετά την ενασχόληση του δείγματος με την ενσώματη μάθηση σε αντίθεση με την κενή όπου σημειώνονται μεγάλες βελτιώσεις. Υποστηρίζεται επίσης πως η αριθμογραμμή με άκρα είναι κατάλληλο εργαλείο για τη βελτίωση της αφαίρεσης και της διαίρεσης ενώ η κενή για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό (π.χ. να επαναλαμβάνεις το ίδιο κομμάτι απόστασης μέχρι να φθάσεις στο ζητούμενο αριθμό). Και στην έρευνα του Dackermann, et. al., (2016) λοιπόν παρατηρήθηκε πως τα παιδιά βελτιώθηκαν στην πρόσθεση μόνο μετά την ενσώματη μάθηση και παράλληλα και στην απόδοση εκτιμήσεων στην κενή αριθμογραμμή. Ενώ η ομάδα ελέγχου σημείωσε βελτιώσεις στην αφαίρεση και κατα συνέπεια και στο χειρισμό της αριθμογραμμής με άκρα.

Μια πιθανή επεξήγηση γι' αυτό είναι πως επηρεάζει η ηλικία του δείγματος. Στα μικρότερα παιδιά η εκτίμηση σε κενή αριθμογραμμή ίσως μπορεί να επιλυθεί με την εφαρμογή στρατηγικών καταμέτρησης ή απλά με το να προσθέτουν ίσα κομμάτια απόστασης μέχρι να φθάσουν στο ζητούμενο. Όμως αν είναι π.χ. 4<sup>th</sup> Grade ίσως είναι πολλοί μεγάλοι για να χρησιμοποιήσουν στρατηγικές καταμέτρησης αλλά και μικροί για να εφαρμόσουν αποτελεσματικά στρατηγικές πολλαπλασιασμού στην κενή αριθμογραμμή. Κρίνεται λοιπόν απαραίτητη η διεξαγωγή περισσότερων

ερευνών για να αποσαφηνιστεί η συσχέτιση της εκτίμησης σε αριθμογραμμή και της αριθμητικής ικανότητας.

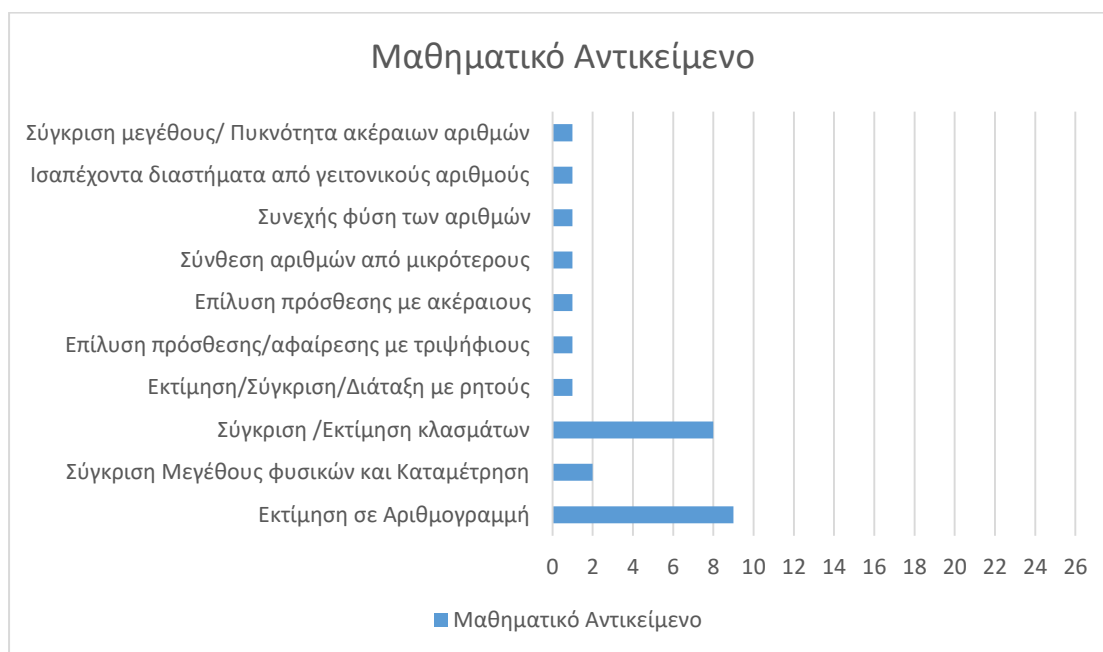
Σε μια από τις έρευνες δεν χρησιμοποιήθηκε κάποια συγκεκριμένη μορφή αριθμογραμμής αλλά δόθηκε η δυνατότητα στους μαθητές να σχεδιάσουν μια δικιά τους μέσα από την εφαρμογή Educations (16), ενώ παράλληλα να εξηγούν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται. Η κενή αυτή αριθμογραμμή που σχεδίασαν οι μαθητές τους βοήθησε κυρίως στην εκτέλεση της πράξης της πρόσθεσης. Σύμφωνα και με τους μαθητές η διαδικασία αυτή μπορεί να ήταν πιο χρονοβόρα ωστόσο τους οδηγούσε στο σωστό υπολογισμό της πράξης, ενώ παράλληλα ανέπτυξαν και βαθύτερη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίων. Ορισμένοι μαθητές εκτέλεσαν τις πράξεις σπάζοντας τον αριθμό, μια διαδικασία που όπως δήλωσαν τους διευκόλυνε πολύ.

Τέλος χρησιμοποιήθηκε και η οριζόντια ή κάθετη αριθμογραμμή (8) η οποία ήταν χωρισμένη ανά 1 και βοηθούσε τους μαθητές να συνθέσουν αριθμούς ενώνοντας μικρότερους. Η χρήση αυτής της αριθμογραμμής συνδυάστηκε με τη χρήση της εφαρμογής «CETA». Η εφαρμογή αυτή περιελάμβανε τουβλάκια τα οποία είχαν μαγνητάκια στις δύο πλευρές τους. Τα μαγνητάκια βρισκόταν στο πλάι προκειμένου να υπάρχει συσχέτιση με την έννοια της αριθμογραμμής αλλά αποτελούσε και ένα τρόπο απεικόνισης και οπτικοποίησης της πράξης της πρόσθεσης με φυσικά αντικείμενα. Δύο από τα άρθρα της ανασκόπησης (13, 14) δεν συμπεριλήφθηκαν, καθώς δεν ανέφεραν το είδος της αριθμογραμμής.

<b>Είδος Μαθηματικού Αντικειμένου</b>	
Σύγκριση μεγέθους /Πυκνότητα ακέραιων αριθμών	23
Ισαπέχοντα διαστήματα από γειτονικούς αριθμούς	5
Συνεχής φύση των αριθμών	7
Σύνθεση αριθμών απο μικρότερους	8
Επίλυση πρόσθεσης με ακεραίους	24
Επίλυση πρόσθεσης/αφαίρεσης με τριψήφιους	16
Εκτίμηση/ Σύγκριση/ Διάταξη με ρητούς	20
Σύγκριση/ Εκτίμηση Κλασμάτων	9, 10, 11, 12, 13, 15, 22 & 25

Σύγκριση Μεγέθους Φυσικών και Καταμέτρηση	2, 6
Εκτίμηση σε Αριθμογραμμή	1, 3, 4, 17, 18, 19, 21, 26 & 27

Πίνακας 20: Κατηγοριοποίηση των άρθρων με βάση το είδος του μαθηματικού αντικείμενου



Διάγραμμα 11: Τα μαθηματικά αντικείμενα στα οποία εστίασαν οι ερευνητές των άρθρων

Όπως φαίνεται και από το **Διάγραμμα 11** το συνηθέστερο μαθηματικό αντικείμενο στο οποίο εστίασαν οι περισσότερες έρευνες είναι η βελτίωση της εκτίμησης στην αριθμογραμμή (1, 3, 4, 17, 18, 19, 21, 26 & 27) με ποσοστό 33,3% του συνολικού αριθμού των άρθρων. Στη συνέχεια ακολουθεί η κατηγορία της σύγκρισης και εκτίμησης μεγέθους κλασμάτων (9, 10, 11, 12, 13, 15, 22 & 25) με ποσοστό 29,63%. Έπειτα 2 έρευνες (2 & 6) ασχολήθηκαν με τη σύγκριση μεγέθους φυσικών αριθμών (7,4%). Τέλος ακολουθούν άλλα επτά μαθηματικά αντικείμενα καταλαμβάνοντας το καθένα ποσοστό 3,7% τα οποία είναι τα ακόλουθα: εκτίμηση/σύγκριση/διάταξη με ρητούς αριθμούς (20), επίλυση πρόσθεσης/αφαίρεσης με τριψήφιους (16), επίλυση πρόσθεσης με ακέραιους (24), σύνθεση αριθμών από μικρότερους (8), συνεχής φύση των αριθμών (7), ισαπέχοντα διαστήματα από γειτονικούς αριθμούς (5) και σύγκριση μεγέθους & base ten relationships ακέραιων και δεκαδικών (23). Από την παραπάνω κατηγοριοποίηση λείπει ένα από τα άρθρα της ανασκόπησης (14) το οποίο ασχολείται με την αξία θέσης ακεραίων και ρητών, ωστόσο δεν το αναλύει περαιτέρω καθώς εστιάζει στη χρήση των τεχνολογικών μέσων από τους εκπαιδευτικούς.

Μια από τις σημαντικότερες επιδιώξεις από τη χρήση της αριθμογραμμής σε συνδυασμό με την τεχνολογία είναι να καταφέρουν τα παιδιά να βελτιώσουν την ικανότητα εκτίμησης της θέσης και του μεγέθους ενός αριθμού. Οι έρευνες της ανασκόπησης επιβεβαιώνουν την αποτελεσματικότητα των εφαρμογών για την ανάπτυξη αυτής της ικανότητας. Οι Fischer, et. al., (2015), Link et. al., (2013) & Sella, et. al., (2016) υποστήριξαν πως η ενσωμάτωση της χωρικής αντίληψης σε συνδυασμό με την αριθμογραμμή μπορεί να βελτιώσει σε μεγάλο βαθμό την αριθμητική απόδοση των παιδιών. Στην έρευνα των Fischer, et. al., (2015) τα παιδιά έδειξαν μεγαλύτερη βελτίωση στη δραστηριότητα με τη χωρική και ενσώματη μάθηση σε σχέση με την εφαρμογή που απαντούσαν στην οθόνη ενός tablet. Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώθηκαν αργότερα και από τις ασκήσεις εκτίμησης στα post test. Φάνηκαν λοιπόν τα ωφέλιμα χαρακτηριστικά των κινήσεων του σώματος τόσο στην ανάπτυξη της εκτίμησης όσο και στην αύξηση του κινήτρου των μαθητών για συμμετοχή. Οι Link et. al., (2013) έκαναν μια παρόμοια σύγκριση ανάμεσα σε μια ενσώματη δραστηριότητα και σε μια εφαρμογή με αριθμογραμμή σε τάμπλετ. Τα αποτελέσματα ήταν αντίστοιχα με την προηγούμενη έρευνα. Αποκτώντας τα παιδιά την ικανότητα εκτίμησης αναπτύσσουν αυτόματα διάφορες αριθμητικές ιδιότητες και στρατηγικές επίλυσης, όπως η χωρική απεικόνιση αριθμών και η αξία θέσης ψηφίου. Ωστόσο να τονισθεί πως η απόκτηση της ικανότητας εκτίμησης σε αριθμογραμμή δεν είναι σίγουρο πως θα εξασφαλίσει και την ανάπτυξη νοερών αναπαραστάσεων της αριθμογραμμής. Τέλος, μεγάλες βελτιώσεις στην εκτίμηση της χωρικής θέσης των αριθμών στην αριθμογραμμή, παρατηρήθηκε και στην έρευνα των Sella et. al., (2016). Έχοντας τα παιδιά την ικανότητα να τοποθετούν αριθμούς στην αριθμογραμμή, σημαίνει πως είναι σε θέση να εκτιμούν τα μεγέθη των αριθμών, ένα χαρακτηριστικό που θα τους φανεί χρήσιμο και για τη μετέπειτα μαθηματική τους πρόοδο.

Αποτελεσματική για την ανάπτυξη της εκτίμησης ήταν και η εφαρμογή «Rescue Calcularis». Τα παιδιά μετά από την επαφή με την εφαρμογή, μπορούσαν πλέον να εκτιμήσουν τη θέση ενός αριθμού στην αριθμογραμμή με μεγαλύτερη ακρίβεια. Φαίνεται λοιπόν πως μετά την εξάσκηση τους με το ψηφιακό παιχνίδι, υπήρξε βελτίωση της κατανόησης των σχέσεων και της απεικόνισης των αριθμητικών μεγεθών στην αριθμογραμμή αλλά και της τακτικότητας του αριθμητικού συστήματος, η υπαρξη των οποίων είναι απαραίτητη για τη βελτίωση της ικανότητας εκτίμησης αλλά και της ανάπτυξης της εσωτερικής νοερής αριθμογραμμής (Kucian, et. al., 2011).

Οι Vanbecelaere, et. al., (2020) παρατήρησαν πως το μέρος του δείγματος που είχε λιγότερη προηγούμενη γνώση στα μαθηματικά κατάφερε να αποδόσει περισσότερο στα post test από την ομάδα ελέγχου. Ενώ οι μαθητές με περισσότερες γνώσεις που ήρθαν σε επαφή με την αριθμογραμμή δεν σημείωσαν μεγάλη διαφορά από την άλλη ομάδα. Αυτό ίσως να οφείλεται στην εντατική προσπάθεια των μαθητών με χαμηλότερο επίπεδο, να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις του παιχνιδιού. Αυτό σε συνδυασμό με την αύξηση του κινήτρου που παρέχει μια τεχνολογική

παρέμβαση, τα παιδιά αυτά κατάφεραν να αυξήσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις και πιο συγκεκριμένα την ικανότητα εκτίμησης. Οι Vitale et. al., (2013) έλεγξαν την αποτελεσματικότητα δύο διαφορετικών ειδών αριθμογραμμής της ταυτόσημης και της μη ταυτόσημης. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η μη ταυτόσημη βοήθησε περισσότερο τους μαθητές στην εκτίμηση θέσης αριθμών. Η αριθμογραμμή αυτή ενίσχυσε την προσοχή στις αναλογικές σχέσεις μεταξύ των ενδιάμεσων σημείων και των σημείων στα άκρα της αριθμογραμμής. Πέρα από την αξιοποίηση ενός τέτοιου είδους αριθμογραμμής, οι ερευνητές υποστηρίζουν πως και ο σχεδιασμός της από τους ίδιους τους μαθητές θα τους βοηθήσει ακόμη περισσότερο στην βελτίωση της εκτίμησης αλλά και της αξίας θέσης ψηφίων. Τέλος στην έρευνα των Käser, et. al., (2013) δεν σημειώθηκαν μεγάλες βελτιώσεις στην εκτίμηση. Το λάθος αυτής της έρευνας ήταν πως ήθελε να συνδυάσει την ανάπτυξη πολλών μαθηματικών αντικειμένων. Δηλαδή δεν εστίασε απλά στην εκτίμηση στην αριθμογραμμή αλλά έγινε προσπάθεια επέκτασης και στις αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση- αφαίρεση). Τα αποτελέσματα αυτά λοιπόν υποδηλώνουν πως ο συνδυασμός πολλών μαθηματικών αντικειμένων σε μια παρέμβαση δεν επιφέρει θετικά αποτελέσματα. Στην προσπάθεια κάλυψης όλων των εννοιών, αφιερώνεται στην κάθε μια λιγότερος χρόνος εξάσκησης, με αποτέλεσμα να μην υπάρξουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Η αξιοποίηση της αριθμογραμμής μέσα από ψηφιακές εφαρμογές μπορεί να βοηθήσει σε μεγάλο βαθμό και στη σύγκριση και εκτίμηση των κλασμάτων. Οι Ninaus et. al., (2017) εφάρμοσαν κάτι διαφορετικό. Δε θέλησαν δηλαδή να εξετάσουν αν μια τέτοια εφαρμογή μπορεί να βελτιώσει την απόδοση των παιδιών στα κλάσματα αλλά αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα μέσο αξιολόγησης του κάθε μαθητή. Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν ενθαρρυντικά καθώς εντοπίστηκαν όλα τα σημεία στα οποία αντιμετώπισαν οι μαθητές δυσκολίες. Για επιβεβαίωση αυτού του ευρήματος οι μαθητές αυτοί, συμπλήρωσαν ασκήσεις ίδιου περιεχομένου με διαφορετικές μεθόδους (π.χ. παραδοσιακές γραπτές ασκήσεις) και τα αποτελέσματα ήταν τα ίδια, καταγράφηκαν δηλαδή οι ίδιες δυσκολίες με τη διαφορά όμως ότι με τη χρήση της ψηφιακής εφαρμογής άλλαξε η στάση των μαθητών απέναντι στα κλάσματα και μειώθηκαν τα επίπεδα άγχους.

Αλλαγή στη συμπεριφορά των μαθητών απέναντι στα κλάσματα παρατηρήθηκε και μετά την αλληλεπίδραση τους με την εφαρμογή «Motion Math». Κάθε φορά που έκαναν χρήση αυτού του παιχνιδιού τα παιδιά ερχόταν αντιμέτωπα με μια μεγάλη ποικιλία κλασμάτων. Σημαντικό ρόλο έπαιξε και η αξιοποίηση της ενσώματης μάθησης. Η ύπαρξη των κινήσεων του σώματος βοήθησε στην ανάπτυξη της νοερής αριθμογραμμής. Επίσης σημαντικό ρόλο στην κατανόηση των κλασμάτων έπαιξε και η συνεχόμενη ανατροφοδότηση και καθοδήγηση των μαθητών προς τη σωστή λύση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως οι μαθητές οι οποίοι είχαν κάποιες βασικές γνώσεις γύρω από την έννοια των κλασμάτων κατάφεραν να αποδώσουν καλύτερα καθώς δημιουργήσουν συνδέσεις των προηγούμενων γνώσεων με τις καινούριες και έτσι ανταποκρίθηκαν στα ζητούμενα των δραστηριοτήτων (Riconscente, 2013). Τη σημασία της ανατροφοδότησης για την αποτελεσματικότητα

μιας εφαρμογής ανέφεραν και οι Fazio, et. al., (2016) & Soni et. al., (2020). Τόνισαν πως δεν αρκεί η απλή εξάσκηση των μαθητών στη τοποθέτηση κλασμάτων στην αριθμογραμμή. Με την καθοδήγηση των μαθητών και την αξιοποίηση της τεχνολογικής παρέμβασης τα παιδιά δε βελτιώθηκαν μόνο στην εκτίμηση στην αριθμογραμμή αλλά και στη σύγκριση των κλασμάτων. Δεν απέκτησαν απλά διαδικαστικές γνώσεις σχετικά με τον τρόπο τοποθέτησης κλασμάτων στην αριθμογραμμή αλλά και καλύτερη κατανόηση της έννοιας των κλασμάτων γενικότερα. Οι Fazio, et. al., (2016) πρότειναν επίσης πως για να αποκτήσουν τα παιδιά μια γερή βάση γύρω από την έννοια των κλασμάτων θα πρέπει οι δραστηριότητες να περιλαμβάνουν κλάσματα με παρονομαστή δυνάμεις του δέκα αλλά και ασκήσεις τοποθέτησης κλασμάτων στην αριθμογραμμή. Μέσα από τέτοιου τύπου ασκήσεις τα παιδιά είναι πολύ πιο πιθανό να βελτιώσουν την κατανόηση μεγέθους των κλασμάτων. Σε αντίθεση με την έρευνα των Riconscente (2013), οι Fazio, et. al., (2016) παρατήρησαν πως η εφαρμογή ήταν εξίσου αποτελεσματική και για τους μαθητές με χαμηλότερη επίδοση στα μαθηματικά.

Ενδιαφέρουσα ήταν και η προσέγγιση των Psycharis, et. al., (2007). Στην έρευνα αυτή ζητήθηκε από τους μαθητές να σχεδιάσουν τη δική τους αριθμογραμμή έτσι ώστε να οπτικοποιήσουν τις σχετικές πληροφορίες που σχετίζονται με την έννοια των κλασμάτων και την αριθμογραμμή. Μέσα από αυτή τη διαδικασία τα παιδιά κατάφεραν να κατανοήσουν τα ζητούμενα της δραστηριότητας και να αναπτύξουν μια βαθύτερη κατανόηση της έννοιας των κλασμάτων. Η αποτελεσματικότητα χρήσης ψηφιακών παιχνιδιών έναντι των τυπικών φύλλων εργασιών τονίστηκε και από την έρευνα των Gresalfi, et. al., (2018). Οι ερευνητές αυτοί θέλησαν να εξετάσουν ποια μορφή δραστηριότητας είναι πιο αποτελεσματική για τη διδασκαλία των κλασμάτων. Τα παιδιά εμφάνισαν μεγαλύτερη πρόοδο μετά την ενασχόληση τους με το παιχνίδι ενώ παράλληλα παρατηρήθηκε μεγάλη διαφορά στη στάση τους απέναντι στο μαθηματικό αντικείμενο. Οι Zhang, et. al., (2020) αξιοποίησαν την εφαρμογή «Motion Math» και παρατήρησαν πως τα παιδιά απέκτησαν καλύτερη γνώση τους μεγέθους των κλασμάτων. Η εφαρμογή τους βοήθησε να αποκτήσουν μια βαθύτερη κατανόηση και ένα πιο σταθερό και ολοκληρωμένο μοντέλο του κλάσματος σε σχέση με την αριθμογραμμή.

Συνοψίζοντας λοιπόν φαίνεται πως για την επίτευξη των καλύτερων μαθησιακών αποτελεσμάτων στη διδασκαλία των κλασμάτων δεν αρκεί απλά η αξιοποίηση της τεχνολογίας. Θα πρέπει να υπάρχει σωστός χειρισμός του εργαλείου και μια σχεδιασμένη διδακτική παρέμβαση. Ακολουθώντας τα παραπάνω σε συνδυασμό με την παροχή ανατροφοδότησης και καθοδήγησης του μαθητή μπορούν να υπάρξουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Στη συνέχεια δύο έρευνες της ανασκόπησης εστίασαν στη σύγκριση μεγέθους φυσικών αριθμών. Οι Fischer, et. al., (2011) χρησιμοποίησαν την εφαρμογή Dance Mat και παρατήρησαν πως υπήρξε μεγάλη αύξηση της ακρίβειας στη τοποθέτηση αριθμών στην αριθμογραμμή 0-10 και πως οι μαθητές μπόρεσαν να γενικεύσουν αυτή την ικανότητα και σε ασκήσεις που αξιοποιούσαν άλλου είδους αριθμογραμμή

και δεν περιελάμβαναν την αξιοποίηση της χωρικής αντίληψης. Μέσα από αυτή τη διαδικασία οι μαθητές κατάφεραν να αναπτύξουν νοερές αναπαραστάσεις των αριθμών στην αριθμογραμμή. Παρόμοια θετικά αποτελέσματα έδειξε και η έρευνα των Praet, et. al., (2014) όπου το ψηφιακό περιβάλλον της εφαρμογής δημιούργησε ευκαιρίες για να ανακαλύψουν και να κατανοήσουν οι μαθητές διάφορες αριθμητικές εμπειρίες όπως η σύγκριση αριθμών.

Επόμενη κατηγορία μαθηματικού αντικείμενου είναι η εκτίμηση, σύγκριση και διάταξη ρητών αριθμών. Οι Kiili, et. al., (2018) σχεδίασαν την εφαρμογή «Semideus». Τα παιχνίδια περιελάμβαναν τόσο δεκαδικούς όσο και κλάσματα. Ωστόσο λόγω της κατανομής των παιχνιδιών και του ελάχιστου χρόνου αλληλεπίδρασης με την εφαρμογή, τα παιδιά κατάφεραν να λύσουν περισσότερες ασκήσεις με κλάσματα παρά με δεκαδικούς. Τα αποτελέσματα έδειξαν πάντως πως υπήρξε διαφορά στην εκτίμηση μεγέθους και διάταξη των ρητών αριθμών σε σχέση με την ομάδα ελέγχου κάτι όμως που δεν παρατηρήθηκε στη σύγκριση. Να σημειωθεί όμως πως οι μαθητές της ομάδας που ασχολήθηκε με την εφαρμογή, είχαν δείξει πολύ καλά αποτελέσματα στη σύγκριση ήδη από τα pre test. Το επίπεδο τους δηλαδή ήταν ήδη υψηλό σε αυτό το μαθηματικό αντικείμενο. Άλλη πιθανή αιτία είναι η αφιέρωση λιγότερου χρόνου σε αυτό το μαθηματικό αντικείμενο, κάτι που και πάλι οφείλεται στην λάθος κατανομή του χρόνου.

Οι Bouck et. al., (2020) θέλησαν να εξετάσουν την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής «Number Line App» στην επίλυση πρόσθεσης με ακέραιους. Χάρη στην χρήση της εικονικής αριθμογραμμής τα παιδιά κατάφεραν να επιλύσουν προσθέσεις με ακέραιους. Αυτού του τύπου η αριθμογραμμή τους έδινε τη δυνατότητα να μπορούν εύκολα να κινηθούν από τους θετικούς στους αρνητικούς αριθμούς και αντίστροφα αλλά υπήρχαν και εικονικές υπενθυμίσεις (π.χ. ποιος είναι ο  $1^{ος}$  και ποιος ο  $2^{ος}$  προσθετέος) προς διευκόλυνση τους. Το μόνο αρνητικό ήταν πως τα παιδιά δεν μπόρεσαν να μεταφέρουν τη γνώση αυτή σε διαφορετικά πλαίσια. Δυσκολεύτηκαν δηλαδή στην εκτέλεση προσθέσεων χωρίς τη χρήση της αριθμογραμμής. Ωστόσο είναι ελάχιστες οι έρευνες που έχουν εστιάσει στη πρόσθεση με ακέραιους αριθμούς και σίγουρα θα υπάρξουν βελτιώσεις.

Η εφαρμογή «CETA» αποτέλεσε το κατάλληλο περιβάλλον μικτής πραγματικότητας για να μάθουν τα παιδιά να συνθέτουν ένα αριθμό. Ενώνοντας τα τουβλάκια τα παιδιά δημιουργούσαν ένα μεγαλύτερο, το οποίο το συνέθεσαν ενώνοντας μικρότερα. Η διαδικασία αυτή τους βοήθησε να οπτικοποιήσουν το αποτέλεσμα και να μεταφέρουν τη διαδικασία αυτή και στους αριθμούς. Αδιαμφισβήτητα λοιπόν η εφαρμογή αυτή αποτελεί το καταλληλότερο εργαλείο για την ανάπτυξη της έννοιας της σύνθεσης ενός αριθμού (Marichal, et. al., 2017).

Οι Dube, et. al., (2015) αξιοποίησαν την εφαρμογή EstimationLine θέλοντας να αναπτύξουν την έννοια της “συνεχόμενης φύσης των αριθμών”. Για να ελέγξουν ποια διαδικασία θα βοηθήσει τα παιδιά περισσότερο να αναπτύξουν αυτή την ιδέα αποφάσισαν να συγκρίνουν δύο διαφορετικά είδη χειρονομιών, το χτύπημα και το



σύρσιμο. Το σύρσιμο εμφάνισε καλύτερα αποτελέσματα γιατί η συνεχόμενη φύση αυτής της χειρονομίας ενίσχυσε την κατανόηση της συνεχόμενης φύσης των αριθμών. Η χειρονομία του χτυπήματος είναι πιο απλή και παραπέμπει στη φυσική κίνηση που κάνουμε όταν θέλουμε να τοποθετήσουμε έναν αριθμό στην αριθμογραμμή, χωρίς να μιμείται σωστά την υπονοούμενη γραμμική και συνεχόμενη φύση των αριθμών.

Οι Dackermann, et. al., (2016) επέλεξαν για την έρευνα τους την εφαρμογή «Walk the number line». Μαθηματικό αντικείμενο της έρευνας ήταν η κατανόηση των ισαπέχοντων διαστημάτων γειτονικών αριθμών. Τα αποτελέσματα έδειξαν σημαντική βελτίωση υπέρ της ομάδας που αξιοποίησε την εφαρμογή. Αυτό υποδεικνύει τη θετική επίδραση της ενσώματης μάθησης στην κατάκτηση αυτού του μαθηματικού αντικειμένου. Τα παιδιά βίωσαν την απόσταση μεταξύ των αριθμών με ένα φυσικό τρόπο κάνοντας βήματα πάνω στην αριθμογραμμή. Οι ερευνητές κατάλαβαν απευθείας αν κάποιος μαθητής κατανόησε την έννοια της ίσης απόστασης μεταξύ των αριθμών, ήδη από το πρώτο βήμα. Κάνοντας οι μαθητές το πρώτο βήμα απεικονίζουν τα όσο έχουν συλλάβει και αποτελεί μια πρώτη ένδειξη της κλίμακας που θα ακολουθήσουν. Σύμφωνα με τους Booth & Siegler (2006) τα παιδιά έχουν συστηματικά την τάση να υπερεκτιμούν τη χωρική θέση των μικρών αριθμών (οπ. αναφ. Dackermann, et. al., (2016).

Το «Educreation» αποτελεί μια εφαρμογή με την οποία οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν μια αριθμογραμμή. Παρέχοντας αυτή τη δυνατότητα ο Κορ (2019) τη χρησιμοποίησε θέλοντας να ελέγξει αν σχεδιάζοντας τα παιδιά την αριθμογραμμή και περιγράφοντας συνέχεια τη διαδικασία που ακολουθούν, τα βοηθήσει στην εκτέλεση προσθέσεων και αφαιρέσεων τριψήφιων αριθμών. Μετά την ολοκλήρωση της έρευνας, τα αποτελέσματα έδειξαν πως τα παιδιά αντιμετώπισαν δυσκολίες στην εκτέλεση της αφαίρεσης, σε αντίθεση με την πρόσθεση. Το ότι βρήκαν πιο δύσκολη την αφαίρεση ίσως οφείλεται απλά στο γνωστικό επίπεδο των μαθητών καθώς βρισκόταν σε μικρή ηλικία, συμπέρασμα που επιβεβαιώνεται και από προηγούμενες έρευνες. Όπως και να έχει η αριθμογραμμή βοήθησε τα παιδιά να βελτιώσουν την κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίων, ένα σημαντικό παράγοντα για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων.

Στην έρευνα του Tucker (2018) έγινε χρήση της εφαρμογής «Motion Math» θέλοντας να εξετάσει τη σύγκριση μεγέθους αλλά και την πυκνότητα ακέραιων και δεκαδικών αριθμών. Η εφαρμογή αυτή αποτελείται από πολλές δραστηριότητες τόσο με θετικούς όσο και με αρνητικούς αριθμούς και μεσοδιαστήματα από εκατοντάδες σε χιλιάδες, ενώ παράλληλα υπάρχει η δυνατότητα χρήσης μιας ποικιλίας χειρονομιών, π.χ. για να αλλάξει τα διαστήματα (Εικόνα 8). Οι δραστηριότητες που δόθηκαν στον μαθητή χωρίστηκαν σε 4 κατηγορίες: τους ακέραιους από 0-40, δεκαδικοί όπου στο δεκαδικό τους μέρος είχαν μέχρι τα εκατοστά, ακέραιοι από το -300 έως το 10.000 και δεκαδικοί οι οποίοι είχαν στο δεκαδικό τους μέρος από δέκατα μέχρι εκατοστά.

Στην πρώτη δραστηριότητα αυτή με τους θετικούς ακέραιους από 0-40, ο μαθητής συνήθως αναγνώριζε προς τα που έπρεπε να κινηθεί πάνω στην αριθμογραμμή για να τοποθετήσει σωστά των αριθμό. Κάποιες φορές δυσκολευόταν να κάνει μεγέθυνση της αριθμογραμμής κι άλλες δεν εφάρμοζε σωστά τις χειρονομίες και δεν μπορούσε να τις αναγνωρίσει το πρόγραμμα. Στις περισσότερες ασκήσεις υπήρχαν μικρές διαφορές ανάμεσα στους ζητούμενους αριθμούς και έτσι δεν παρεχόταν επιπλέον δυσκολία στον μαθητή.

Στη δεύτερη δραστηριότητα με τους δεκαδικούς (μέχρι εκατοστά) ο μαθητής επέλεξε ένα από τα πιο απαιτητικά επίπεδα. Αυτή η επιλογή όμως είχε ως αποτέλεσμα την απαμάκρυνση από την επιτυχή ολοκλήρωση αυτής της δραστηριότητας καθώς το επίπεδο του μαθητή στα μαθηματικά δεν επαρκούσε για να τη λύσει. Δυσκολεύτηκε να αναγνωρίσει το σωστό σημείο πάνω στην αριθμογραμμή και επαναλαμβανόμενα αντιμετώπιζε τις ίδιες δυσκολίες καθ' όλη τη διάρκεια της άσκησης. Το πιο συνηθισμένο του λάθος ήταν να μπερδεύει τα δέκατα με τα εκατοστά για παράδειγμα να τοποθετεί το 0,05 στη θέση του 0,5.

Η επόμενη άσκηση είχε να κάνει με ακέραιους από -300 έως 10.000. Η δραστηριότητα ξεκινούσε αρχικά με θετικούς ακέραιους και στη συνέχεια προχωρούσε και προς τους αρνητικούς. Οι δυσκολίες άρχισαν όταν ήταν πλέον διαθέσιμα περισσότερα μεσοδιαστήματα. Για παράδειγμα στο επίπεδο 3, η εφαρμογή επέτρεπε να κινηθείς μόνο ανά μονάδες και ανά δεκάδες και δεν χρειαζόταν η αλλαγή διαστημάτων αλλά από το επίπεδο 5 και μετά (0-1000 ανά μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες) η εφαρμογή περιελάμβανε και την αλλαγή διαστημάτων αλλά και την μετακίνηση σε μεγαλύτερο εύρος αριθμών. Ο μαθητής συνήθως κατάφερνε να κινηθεί προς τη σωστή κατεύθυνση (π.χ. για να βρει τη θέση του 33 από το 250 άρχισε να κινείται προς τα αριστερά) αλλά υπήρχαν και οι φορές που δεν χρησιμοποιούσε σωστά την χειρονομία της μεγέθυνσης και βρισκόταν σε λάθος διαστήματα. Στο τέλος κατάφερε να ισορροπήσει την ταχύτητα με την ακρίβεια και να κάνει πιο απαλές οριζόντιες χειρονομίες και συνήθως κατάφερνε να επιλέξει το κατάλληλο εύρος για να αλλάξει τα διαστήματα (π.χ. να κάνει μεγέθυνση στο κομμάτι 0-10 για να βρει το 3).

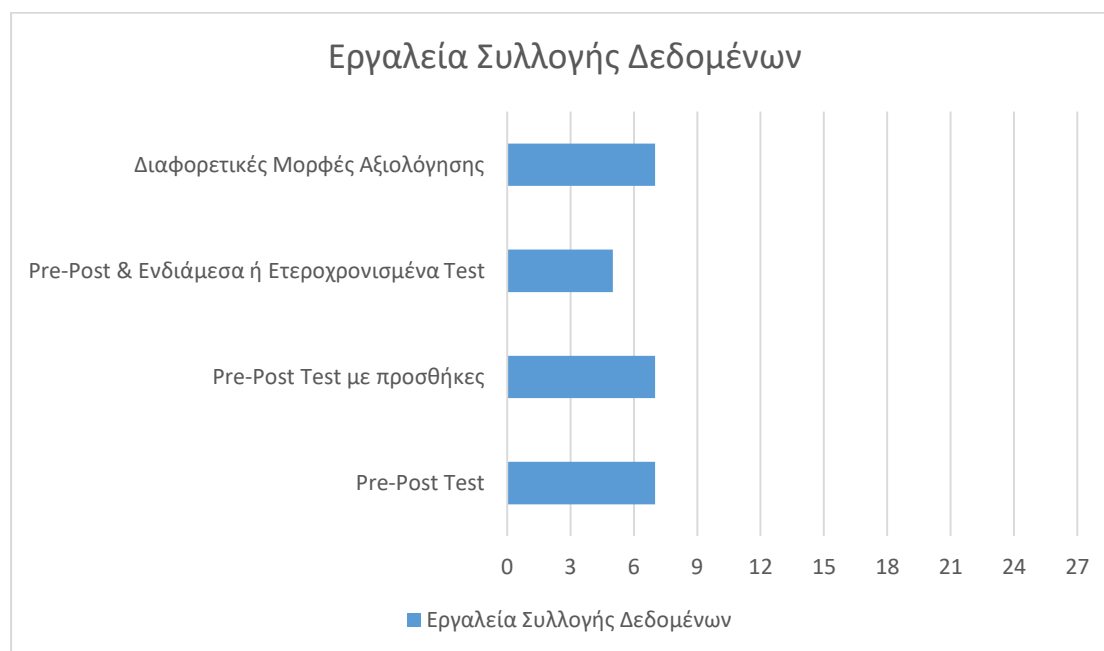
Τέλος ήταν και η εφαρμογή με δεκαδικούς, οι οποίοι είχαν στο δεκαδικό τους μέρος από δέκατα μέχρι εκατοστά. Ο μαθητής επέλεξε το λιγότερο απαιτητικό επίπεδο. Σιγά σιγά αλλά με ακρίβεια ολοκλήρωσε όλες τις δραστηριότητες. Συνήθως κατάφερνε να κινηθεί προς τη σωστή κατεύθυνση κάνοντας και σωστή χρήση της χειρονομίας για να αλλάξει τα διαστήματα.

Η απόδοση του στις 4 δραστηριότητες υποδεικνύουν την αύξηση της ακρίβειας και της αποτελεσματικότητας καθώς κινούνταν στην αριθμογραμμή είτε για τους ακέραιους είτε για τους δεκαδικούς. Μπορούσε πλέον να χειρίζεται την αριθμογραμμή με τους ακέραιους με ευκολία αλλά ακόμη αντιμετώπιζε κάποιες δυσκολίες κυρίως στις δραστηριότητες με τους δεκαδικούς.

#### Άξονας 4<sup>ος</sup>: Μέθοδος Συλλογής Δεδομένων

Εργαλεία Συλλογής Δεδομένων	
Διαφορετικές Μορφές Αξιολόγησης	4, 7, 9, 15, 23, 24, 26
Pre- Post & Ενδιάμεσα ή Ετεροχρονισμένα Test	5, 6, 10, 21 & 27
Pre- Post Test με προσθήκες	1, 2, 3, 11, 12, 20 & 25
Pre- Post Test	8, 13, 16, 17, 18, 19 & 22

Πίνακας 21: Κατηγοριοποίηση με βάση το εργαλείο συλλογής δεδομένων



Διάγραμμα 12: Εργαλεία συλλογής δεδομένων σχετικών με την απόδοση των παιδιών

Κρίθηκε σημαντικό να εστιάσουμε στα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν από την κάθε έρευνα για τη συλλογή δεδομένων, τα οποία υποδεικνύουν το κατά πόσο επιτεύχθηκε η κατανόηση του μαθηματικού αντικείμενου. Ωστόσο παρατηρήθηκε πως οι περισσότερες από τις έρευνες της ανασκόπησης χρησιμοποίησαν διαφορετικό εργαλείο. Από τις 27 έρευνες οι επτά (8, 13, 16, 17, 18, 19 & 22) ακολούθησαν την απλή μέθοδο του post-test και του pre-test (25,93%). Στη συνέχεια επτά έρευνες (25,93%) έκαναν χρήση του pre και post test, με κάποιες επιπλέον όμως προσθήκες (1, 2, 3, 11, 12, 20 & 25). Αναλυτικότερα δύο από αυτές, πέρα από το pre και post test με δραστηριότητες σε χαρτί, πρόσθεσε και κάποιες ασκήσεις για να ελέγξει τα

μακροπρόθεσμες επιπτώσεις της όλης διαδικασίας. Μια άλλη έρευνα χρησιμοποίησε επιπλέον και ένα τεστ αξιολόγησης της εφαρμογής από τους χρήστες της, το οποίο εφαρμόστηκε με σκοπό να εντοπιστούν οι αδυναμίες του παιχνιδιού και να υπάρξουν βελτιώσεις, ενώ σε άλλη υπήρξε και τεστ στο οποίο οι συμμετέχοντες βαθμολογούσαν την αποτελεσματικότητα της τεχνολογικής παρέμβασης. Τέλος σε αυτή την κατηγορία υπήρξε άλλη μια έρευνα (25) στην οποία πέρα από το pre και post test, πραγματοποιήθηκαν και προσωπικές συνεντεύξεις με τους συμμετέχοντες, στις οποίες τους έκαναν ερωτήσεις σχετικές με την κατανόηση της εφαρμογής που χρησιμοποίησαν, το κατά πόσο τις βρήκαν διασκεδαστικές αλλά και αν κατανόησαν τις δραστηριότητες οι οποίες συμπεριλαμβάνονταν στο post test. Επίσης οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν ένα ερωτηματολόγιο, δύο φορές κατά τη διάρκεια της έρευνας, στο οποίο τους ρωτούσαν σχετικά με την εμπειρία τους με την εφαρμογή και τους τέθηκαν ερωτήσεις όπως, γιατί έπαιζαν με αυτό το παιχνίδι, ποια είναι η γνώμη τους και πως ένιωσαν κατά την ενασχόληση τους με αυτό. Ωστόσο οι εκπαιδευτές αυτής της έρευνας δεν στάθηκαν μόνο σε αυτά τα εργαλεία συλλογής δεδομένων αλλά έκαναν και βιντεοσκόπηση κάποιων ομάδων του δείγματος, θέλοντας να καταγράψουν αντιδράσεις και εκφράσεις του προσώπου των μαθητών κατά τη διάρκεια ενασχόλησης τους με το παιχνίδι. Άλλη μια κατηγορία εργαλείων συλλογής δεδομένων είναι η χρήση pre και post τεστ σε συνδυασμό με ενδιάμεσο ή ετεροχρονισμένο τεστ, οι οποίες καταλαμβάνουν το 18,52% (5, 6, 10, 21 & 27).

Υπήρξαν επίσης έρευνες οι οποίες χρησιμοποίησαν κάποια διαφορετικά εργαλεία συλλογής δεδομένων πέρα από τα συνηθισμένα (25,93%). Αναλυτικότερα μια από αυτές της έρευνες εφάρμοσε ημιδομημένες συνεντεύξεις (23), απλές δηλαδή συνεντεύξεις στις οποίες τέθηκαν ερωτήσεις σχετικές με την αποτελεσματικότητα και την αξιολόγηση της εφαρμογής από τους μαθητές. Ακόμη σε άλλη περίπτωση (15) δεν υπήρξε pre-post test αλλά ο ερευνητής τους παρακολουθούσε προσεκτικά καθ' όλη την διάρκεια της αλληλεπίδρασης και τους έκανε συχνά ερωτήσεις σχετικές με τον τρόπο που σκέφτονται, ενώ σε επόμενη (9) έγινε προσπάθεια χρήσης της ίδιας της εφαρμογής με την οποία ασχολούνταν οι μαθητές σαν μέσο αξιολόγησης της επίδοσης των παιδιών. Επίσης υπήρξε και έρευνα (26) η οποία δεν εφάρμοσε pre test παρά μόνο post test στο οποίο τα παιδιά έκαναν εκτίμηση σε 4 διαφορετικά είδη αριθμογραμμών, ενώ σε άλλη (7) ζητήθηκε από τα παιδιά να ασχοληθούν με δύο παραπάνω μαθηματικές δραστηριότητες σε tablet. Σε μια άλλη έρευνα (24) της ανασκόπησης σχεδιάστηκαν κάποιες δοκιμασίες-δραστηριότητες (probes) τις οποίες ολοκλήρωναν οι μαθητές σε όλη τη διάρκεια της έρευνας και αποτελούσε το μέσο συλλογής των δεδομένων της έρευνας, ενώ υπήρξε άλλη (4) στην οποία τα παιδιά υποβλήθηκαν σε μια σειρά από διάφορα behavioral tests, τα οποία είχαν να κάνουν με τη μαθηματική επίδοση των μαθητών, τον δείκτη νοημοσύνης (IQ), την ικανότητα της χωρικής αναπαράστασης των αριθμών πάνω σε αριθμογραμμή και το επίπεδο εξέλιξης της χωρικής μνήμης των παιδιών. Τέλος να αναφερθεί πως υπήρχε και μια έρευνα (3,7%) στην οποία αναφερόταν πως εφαρμόστηκαν pre και post test, ωστόσο δεν τα αναλύει περαιτέρω (14).

Όλες αυτές οι έρευνες αξιοποίησαν τόσα πολλά και διαφορετικά μέσα συλλογής δεδομένων με σκοπό να διεξάγουν όσο το δυνατόν πιο έγκυρα αποτελέσματα σχετικά με την επίδραση των τεχνολογικών παρεμβάσεων στην επίδοση των μαθητών. Στις περισσότερες έρευνες που εφαρμόστηκαν pre και post test σημειώθηκε διαφορά στην απόδοση των παιδιών. Υπήρξε ωστόσο και η περίπτωση που δεν σημειώθηκε αισθητή διαφορά ανάμεσα στα δύο τεστ, παρατηρήθηκε όμως ότι οι μαθητές μετά την επαφή τους με τη ψηφιακή εφαρμογή ήταν πλέον σε θέση να επεξηγούν τον λόγο για τον οποίο επέλεξαν αυτή την απάντηση αλλά και να περιγράφουν τη διαδικασία που ακολούθησαν. Μάλιστα να σημειωθεί πως η εφαρμογή αυτή περιελάμβανε τη χρήση της αριθμογραμμής κάτι το οποίο δεν υπήρξε στα test. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό πως το εργαλείο αυτό σε συνδυασμό με την τεχνολογία βοήθησε τους μαθητές να αποκτήσουν μια βαθύτερη κατανόηση του μαθηματικού αντικειμένου έτσι ώστε να μπορούν να την εφαρμόσουν σε οποιαδήποτε άλλη συνθήκη (Vitale, et. al., 2014).

Στην έρευνα όμως των Bouck, et. al., (2020), όπου τα παιδιά σημείωσαν σημαντική πρόοδο μετά τη χρήση της εφαρμογής με αριθμογραμμή, όταν τους ζητήθηκε να εφαρμόσουν τα όσα έμαθαν σε διαφορετικού τύπου ασκήσεις, δε μπόρεσαν να ανταποκριθούν. Αυτές λοιπόν οι επιπλέον δραστηριότητες που χρησιμοποιήθηκαν ως μέσο συλλογής δεδομένων, βοήθησαν τους ερευνητές να διεξάγουν κάποια συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής που επέλεξαν.

Η επιλογή των κατάλληλων μέσων συλλογής δεδομένων μπορεί κάποιες φορές να αποτρέψει τον ερευνητή από τη διεξαγωγή λανθασμένων συμπερασμάτων. Για παράδειγμα στην έρευνα των Käser, et. al., (2013) η εφαρμογή ενός post test βοήθησε τον ερευνητή να διεξάγει ορθά αποτελέσματα. Ενώ δηλαδή στη φάση της αλληλεπίδρασης με την εφαρμογή το ένα άτομο του δείγματος χρειάστηκε 127 παραδείγματα για να ολοκληρώσει τη δραστηριότητα ενώ το άλλο μόνο 21, το post test άλλαξε τα δεδομένα. Το 1<sup>ο</sup> άτομο πέτυχε 6,5% ακρίβεια στις απαντήσεις του ενώ το 2<sup>ο</sup> 5,1%. Χωρίς την συμπλήρωση του τεστ, και επηρεαζόμενοι από τη φάση της αλληλεπίδρασης με την εφαρμογή, τα συμπεράσματα θα είχαν διατυπωθεί εντελώς διαφορετικά. Σε αυτή την έρευνα σημαντική για την εξαγωγή συμπερασμάτων ήταν και η χρήση του ετεροχρονισμένου τεστ. Τα αποτελέσματα του και πάλι άλλαξαν σε σημαντικό βαθμό τα δεδομένα. Ενώ λοιπόν τα παιδιά δεν σημείωσαν μεγάλη βελτίωση στην αριθμογραμμή 0-100 κατά τη διάρκεια της εφαρμογής αλλά και του post test, στο ετεροχρονισμένο παρατηρήθηκε μείωση στην απόκλιση στο 30%.

Δεν έλειψαν και οι περιπτώσεις όπου τα αποτελέσματα των ετεροχρονισμένων και των far transfer test δεν επιβεβαίωσαν την υπερίσχυση των τεχνολογικών παρεμβάσεων σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους. Στα δύο αυτά τεστ δεν εντοπίστηκε ουσιαστική διαφορά στην απόδοση των παιδιών ανάμεσα στις δύο συνθήκες. Οι ερευνητές δηλώνουν ωστόσο και τις επιφυλάξεις τους για αυτά τα αποτελέσματα καθώς δεν γνωρίζουν αν έκαναν σωστή επιλογή τεστ (Vanbecelaere, et. al., 2020). Πέρα από το ποια συνθήκη είναι καταλληλότερη για την κατάκτηση και

κατανόηση του μαθηματικού αντικειμένου, ελέγχθηκε και το αν υπάρχει διαφοροποίηση στα επίπεδα του άγχους. Αν δηλαδή η χρήση μιας ψηφιακής εφαρμογής στη διδασκαλία των μαθηματικών διατηρεί το άγχος των μαθητών σε χαμηλότερα επίπεδα από μια τυπική διδασκαλία. Στην έρευνα αυτή βρέθηκε πως και στις δύο συνθήκες υπήρξε λιγότερο άγχος στο post test σε σχέση με το pre test, υποδεικνύοντας τη μηδενική επίδραση της ψηφιακής μάθησης στο άγχος των μαθητών, ένα αποτέλεσμα βέβαια που δεν ταυτίζεται με αυτό άλλων ερευνών της ανασκόπησης. Και σε αυτή την περίπτωση οι ερευνητές διατύπωσαν τις επιφυλάξεις τους για τον τρόπο με τον οποίο μέτρησαν το άγχος. Στο σημείο αυτό λοιπόν, αξίζει να τονιστεί η επιτακτική ανάγκη επιλογής των κατάλληλων εργαλείων για τη διεξαγωγή μιας έρευνας καθώς μια λανθασμένη επιλογή μπορεί να διαστρεβλώσει τα αποτελέσματα της.

Στις έρευνες των Kucian, et. al., (2011) & Riconscente (2013) τα ετεροχρονισμένα και behavioral tests, επιβεβαίωσαν την αποτελεσματικότητα των τεχνολογικών παρεμβάσεων. Ακόμη και μετά το πέρας αρκετών εβδομάδων από την τελευταία επαφή των παιδιών με την εφαρμογή τα θετικά αποτελέσματα παρέμειναν. Ενώ στη περίπτωση των Riconscente (2013) παρατηρήθηκε και αλλαγή στη στάση των μαθητών απέναντι στα κλάσματα. Οι μαθητές πλέον ήταν πολλοί πιο δεκτικοί στο να κατανοήσουν τα κλάσματα και να επιλύσουν σχετικές ασκήσεις, χωρίς αυτό να τους προκαλεί άγχος.

Όπως προαναφέρθηκε υπήρξαν και οι έρευνες οι οποίες θέλησαν να συλλέξουν δεδομένα σχετικά με την άποψη των μαθητών για τις ψηφιακές εφαρμογές (Bouck, et. al., 2020, Gresalfi, et. al., 2018, Käser, et. al., 2013 & Riconscente, 2013). Με αυτό τον τρόπο θα μπορούσαν να κάνουν βελτιώσεις αλλά και τροποποιήσεις έτσι ώστε να τις προσαρμόσουν στις ανάγκες των μαθητών. Τα παιδιά σε όλες τις περιπτώσεις αξιολόγησαν θετικά το παιχνίδι, καθώς προσαρμόζεται στις ανάγκες τους, τους βοηθά να καλύψουν τα κενά τους ενώ ταυτόχρονα αποτελεί ένα ελκυστικό μέσο διδασκαλίας το οποίο τους αυξάνει το κίνητρο και το αίσθημα της επιτυχίας. Ωστόσο στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020) οι μαθητές δήλωσαν πως τους άρεσε που χρησιμοποίησαν την αριθμογραμμή μέσα από μια ψηφιακή εφαρμογή αλλά συνεχίζουν να προτιμούν τις παραδοσιακές γραπτές μεθόδους για να επιλύουν προβλήματα, θεωρώντας πως είναι πιο σύντομες.

## **7. Συμπεράσματα**

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω αποτελέσματα, γίνεται προσπάθεια διεξαγωγής συμπερασμάτων σχετικών με τα ερωτήματα που τέθηκαν στην παρούσα εργασία. Αρχικά λοιπόν, στον πρώτο άξονα, εξετάστηκε σε ποια βαθμίδα εκπαίδευσης φάνηκε πιο αποτελεσματική η χρήση της τεχνολογίας. Τα αποτελέσματα λοιπόν έδειξαν πως το νηπιαγωγείο και οι πρώτες τάξεις του δημοτικού ίσως αποτελούν τις καταλληλότερες ηλικίες για την εφαρμογή τεχνολογικών παρεμβάσεων. Την άποψη αυτή έρχονται να την επιβεβαιώσουν και άλλες έρευνες όπως για παράδειγμα η έρευνα του Aubrey (2013) ο οποίος κατέληξε

στο συμπέρασμα πως όσο νωρίτερα εφαρμόζεται μια παρέμβαση, τόσο περισσότερα είναι και τα οφέλη. Τα παιδιά αυτής της ηλικίας, βρίσκονται ακόμη στα πρώτα στάδια της μαθηματικής εκπαίδευσης και δεν έχουν αναπτύξει ακόμη άλλου είδους στρατηγικές (π.χ. κάθετες πράξεις) οι οποίες θα είναι δύσκολο να αντικατασταθούν στη συνέχεια με νέες. Επομένως καλό είναι τα παιδιά να αποκτούν από μικρή ηλικία εξοικείωση με τέτοιου είδους παρεμβάσεις, καθώς αποκτούν μια βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών, που θα τους φανεί χρήσιμη και στην μετέπειτα πορεία τους.

Στη συνέχεια ελέγχθηκε η αποτελεσματικότητα των τεχνολογικών παρεμβάσεων τόσο στην επίδοση των τυπικών μαθητών όσο και σε αυτή των μαθητών με δυσκολίες. Φαίνεται λοιπόν πως η ικανότητα προσαρμογής των τεχνολογικών παρεμβάσεων στις ανάγκες του κάθε παιδιού, μπορεί να τις καταστήσει εξίσου αποτελεσματικές και για τις δύο κατηγορίες δείγματος. Τα συμπεράσματα αυτά δεν έρχονται σε καμία περίπτωση να μειώσουν τη θετική επίδραση των πιο “παραδοσιακών μεθόδων”, ωστόσο ο παιγνιώδης χαρακτήρας των ψηφιακών εφαρμογών ίσως είναι ένα από τα χαρακτηριστικά που βοηθάει τους μαθητές με δυσκολίες να αποδώσουν καλύτερα. Με τη μείωση του άγχους και την αντιμετώπιση της δραστηριότητας ως ένα παιχνίδι, αυξάνεται το κίνητρο των παιδιών και μπορούν να εστιάσουν στην ολοκλήρωση της χωρίς να τους παρεμποδίζουν άλλοι παράγοντες όπως ο φόβος της αποτυχίας και του λάθους.

Σχετικά με το χώρο διεξαγωγής της έρευνας και το χειριστή της τεχνολογίας, τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν τη σημασία ύπαρξης του ερευνητή/εκπαιδευτικού δίπλα στο μαθητή ακόμη και αν παρέχεται αυτόματη ανατροφοδότηση από το πρόγραμμα. Η παρουσία τους κρίνεται απαραίτητη καθώς θα πρέπει να έχουν τον ρόλο του καθοδηγητή. Θα πρέπει να είναι αυτοί οι οποίοι θα παρέχουν θετική ανατροφοδότηση στους μαθητές προκειμένου να τους παροτρύνουν να συνεχίσουν την προσπάθεια και να μείνουν συγκεντρωμένοι. Επίσης να τους κάνουν επίδειξη τρόπου χρήσης της εφαρμογής έτσι ώστε να είναι σίγουροι πως οι μαθητές μπορούν να ανταπεξέλθουν (Dackermann, et. al., 2016). Επιλέγοντας σαν χώρο διεξαγωγής το σχολείο εξασφαλίζεται ο έλεγχος της συχνότητας αλλά και της χρονικής διάρκειας ενασχόλησης του δείγματος με την εφαρμογή, ενώ παράλληλα μπορεί να αποφευχθεί και η παρέμβαση ενηλίκων (π.χ. γονέων) έτσι ώστε να μάθουν τα παιδιά να εργάζονται από μόνα τους. Η διεξαγωγή της έρευνας σε ένα ελεγχόμενο χώρο (π.χ. σχολείο) και η συνεχής παρουσία του ερευνητή καθ' όλη τη διάρκεια της παρέμβασης, θεωρούνται απαραίτητες συνθήκες για να υπάρξουν έγκυρα αποτελέσματα.

Στη συνέχεια ο δεύτερος άξονας εστίασε στον τρόπο χρήσης της τεχνολογίας σύμφωνα με το μοντέλο ενσωμάτωσης SAMR αλλά και στο είδος της τεχνολογίας που αξιοποιήθηκε στην κάθε έρευνα. Σύμφωνα με τα επίπεδα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας και τις μεταξύ τους συγκρίσεις προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα. Η απλή εφαρμογή της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως γίνεται στο επίπεδο της αντικατάστασης, σε καμία περίπτωση δε θα επιφέρει τα επιθυμητά

αποτελέσματα. Η ψηφιοποίηση μιας δραστηριότητας δεν επαρκεί για να υπάρξουν βελτιώσεις στη κατανόηση των μαθητών. Τα αποτελέσματα των ερευνών της ανασκόπησης επιβεβαιώνουν αυτή την άποψη (Fazio, et. al., 2016; Fischer, et. al., 2011). Ενσωματώνοντας την τεχνολογία με βάση το επίπεδο του επαναπροσδιορισμού και της τροποποίησης, παρατηρήθηκε πως επιφέρει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα. Η προσθήκη περισσότερων χαρακτηριστικών όπως οι κινήσεις σώματος, βίντεο, αφήγηση, ο παιγνιώδης χαρακτήρας των δραστηριοτήτων, τα οποία εντοπίζονται στο επίπεδο της τροποποίησης και του επαναπροσδιορισμού, κατάφεραν να βελτιώσουν σε μεγάλο βαθμό την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Πέρα από την επίδοση παρατηρήθηκε αύξηση και στην επιθυμία των μαθητών για συμμετοχή καθώς όλα αυτά τα χαρακτηριστικά που προσφέρθηκαν με τη βοήθεια της τεχνολογίας αύξησαν το κίνητρο τους. Τέλος οι δραστηριότητες των επιπέδων του επαναπροσδιορισμού και της τροποποίησης προσφέρουν ακόμα κάποια πλεονεκτήματα. Με τη βοήθεια δηλαδή της τεχνολογίας επιτυγχάνεται εξοικονόμηση χρόνου, καλύπτεται μεγαλύτερο εύρος εννοιών, διευκολύνοντας έτσι σε μεγάλο βαθμό το έργο του εκπαιδευτικού. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η έρευνα των Gresalfi et. al., (2018) όπου με τη βοήθεια της τεχνολογίας σχεδιάστηκε μια δραστηριότητα η οποία πέρα από την παροχή άμεσης ανατροφοδότησης των μαθητών, έδινε τη δυνατότητα αυτόματης αλλαγής της αρίθμησης της αριθμογραμμής εξοικονομώντας έτσι σημαντικό χρόνο της διδακτικής ώρας.

Όπως προαναφέρθηκε στον δεύτερο άξονα ελέγχθηκε και το είδος της τεχνολογίας που χρησιμοποιήθηκε στην κάθε έρευνα. Υπήρξαν τρεις βασικές κατηγορίες, οι εφαρμογές με ή χωρίς ενσώματη μάθηση και αυτές οι οποίες σχεδιάστηκαν από τους ίδιους τους ερευνητές. Οι μαθητές έδειξαν εξίσου θετική στάση και στις τρεις περιπτώσεις των δραστηριοτήτων. Ίσως υπήρξε ένα μεγαλύτερο ενδιαφέρον σε αυτές που συνδύασαν και την ενσώματη μάθηση. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός πως με την ενσωμάτωση των κινήσεων του σώματος διατηρείται ενεργό το κίνητρο των μαθητών καθ' όλη τη διάρκεια της άσκησης και βιώνουν με ένα πιο φυσικό τρόπο τις μαθηματικές έννοιες (Dackermann, et. al., 2016). Για παράδειγμα κάνοντας βήματα πάνω σε αριθμογραμμή για να φθάσουν στο ζητούμενο αριθμό αντιλαμβάνονται καλύτερα την απόσταση που υπάρχει μεταξύ τους. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούν πιο ισχυρές αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών ενώ παράλληλα βελτιώνουν και τη χωρική τους αντίληψη. Τέλος, οι εφαρμογές που σχεδιάστηκαν από τους ερευνητές είχαν εξίσου καλά αποτελέσματα στην επίδοση των μαθητών. Κατάφεραν να τις προσαρμόσουν ακριβώς στα ζητούμενα της κάθε έρευνας, χωρίς να υπάρχει η πιθανότητα επιλογής της λάθος δραστηριότητας. Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις ανάγκες των μαθητών κατάφεραν να εστιάσουν ακριβώς στα μαθηματικά αντικείμενα που επιθυμούσαν και να επιτύχουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Ο τρίτος άξονας της ανασκόπησης εστίασε στο είδος της αριθμογραμμής που αξιοποιήθηκε από την κάθε έρευνα αλλά και στο μαθηματικό αντικείμενο. Τα



αποτελέσματα έδειξαν πως έγινε χρήση πολλών διαφορετικών αριθμογραμμών ανάλογα με το μαθηματικό αντικείμενο που πραγματευόταν η κάθε έρευνα. Βλέποντας στην πράξη τη χρήση διαφορετικών ειδών αριθμογραμμής, διεξάγεται το συμπέρασμα πως για κάθε μαθηματικό αντικείμενο αντιστοιχεί και ένα συγκεκριμένο είδος αριθμογραμμής. Για παράδειγμα η μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή, αυτή δηλαδή που μπορείς να της αλλάξεις τα διαστήματα αλλά και το εύρος των αριθμών (δίνεται η δυνατότητα να κινηθείς και στους αρνητικούς αριθμούς) αποτελεί ένα κατάλληλο εργαλείο για τη διδασκαλία των ακέραιων και δεκαδικών αριθμών (Tucker, et. al., 2018). Επίσης κάνοντας την, μεγέθυνση, με τη βοήθεια φυσικά και της τεχνολογίας, εμφανίζονται και άλλοι ενδιάμεσοι αριθμοί (π.χ. μεταξύ του 0-1, υπάρχει και το 0.1, 0.2, ...) βοηθώντας με αυτό τον τρόπο στην κατανόηση της πυκνότητας των αριθμών. Άλλη περίπτωση είναι η αριθμογραμμή η οποία είναι χωρισμένη σε τρία τμήματα (**Εικόνα 22**) και προτείνεται για τη διδασκαλία της σύγκρισης των κλασμάτων. Επίσης συναντήσαμε και τη μη ταυτόσημη αριθμογραμμή, μέσα από την οποία τα παιδιά αντιλήφθηκαν έννοιες όπως η αναλογία και η αξία θέσης των αριθμών (Vitale, et. al., 2013). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι και η κενή ή με άκρα αριθμογραμμή όπου προτείνεται η χρήση τους για τη διδασκαλία της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού αλλά και της αφαίρεσης και της διαίρεσης, αντίστοιχα (Dackermann, et. al., 2016 & Κορ, S., 2019). Φαίνεται λοιπόν πως χρειάζεται προσεκτική επιλογή από μέρους των εκπαιδευτικών, του είδους της αριθμογραμμής που θα χρησιμοποιήσουν. Στην αρχή οι μαθητές μπορεί να εμφάνισαν κάποιες δυσκολίες στη χρήση της αριθμογραμμής, όμως όταν πλέον απέκτησαν εξοικείωση σημειώθηκε μεγάλη βελτίωση στην απόδοσή τους. Υπάρχουν όμως και οι αριθμογραμμές οι οποίες για να αξιοποιηθούν χρειάζεται πρώτα οι μαθητές να έχουν αποκτήσει κάποιες βασικές γνώσεις. Για παράδειγμα η περίπτωση της αριθμογραμμής η οποία χωρίζεται σε τρία τμήματα και θα πρέπει ο μαθητής να επιλέξει αν το κλάσμα που του δίνεται είναι μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από αυτό που υπάρχει στην αριθμογραμμή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο υπό την προϋπόθεση ότι τα παιδιά έχουν μάθει να εκτιμούν το μέγεθος των κλασμάτων. Επόμενος η αριθμογραμμή χρησιμοποιείται κυρίως ως εργαλείο εξάσκησης και όχι κατανόησης του μεγέθους των κλασμάτων. Τέλος παρατηρήθηκε πως στις περιπτώσεις όπου η αριθμογραμμή συνδυάστηκε με την ενσώματη μάθηση, υπήρξε μεγάλη βελτίωση στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (Fischer, et. al., (2015). Τα παιδιά κάνοντας κινήσεις πάνω στην αριθμογραμμή που ήταν σχεδιασμένη μπροστά τους, κατάφεραν να δημιουργήσουν συσχετίσεις μεταξύ των διαστημάτων που υπάρχουν ανάμεσα στους αριθμούς και να μάθουν με ένα πιο βιωματικό τρόπο.

Σχετικά με το μαθηματικό αντικείμενο που εστίαζε η κάθε έρευνα φάνηκε πως, ως επί το πλείστον, υπάρχει βελτίωση στη κατάκτηση τους από τους μαθητές μετά την αλληλεπίδραση τους με την τεχνολογία. Όπως είδαμε ένα από τα βασικά μαθηματικά αντικείμενα ενασχόλησης ήταν η εκτίμηση, όπου αποτελεί και τη βάση για την ανάπτυξη βασικών αριθμητικών διαδικασιών. Εφαρμογές με αξιοποίηση της ενσώματης μάθησης βοήθησαν στην επίτευξη αυτού του στόχου. Άλλο ένα εργαλείο που βοήθησε ήταν και η χρήση της μη ταυτόσημης αριθμογραμμής. Μέσα από τη

χρήση της τα παιδιά αντιλήφθηκαν τις αναλογικές σχέσεις μεταξύ των σημείων της αριθμογραμμής και έτσι κατάφεραν να κάνουν σωστές εκτιμήσεις. Σχετικά με τα κλάσματα φάνηκε πως τα παιδιά τα οποία είχαν κατακτήσει ήδη κάποιες βασικές γνώσεις, μπόρεσαν να ανταποκριθούν καλύτερα στις διάφορες ψηφιακές δραστηριότητες. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός πως μπόρεσαν να κάνουν συνδέσεις με τις προηγούμενες τους γνώσεις και έτσι σχημάτισαν μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα γύρω από την έννοια των κλασμάτων. Επίσης σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας του Psycharis (2007) φάνηκε πως ο σχεδιασμός της αριθμογραμμής από τους ίδιους τους μαθητές τους βοήθησε να οπτικοποιήσουν τις σχέσεις μεταξύ των κλασμάτων. Σε άλλη μια περίπτωση που βοήθησε ένα τέτοιου είδους πρόγραμμα, ήταν στην πρόσθεση τριψηφίων αριθμών. Η χρήση της εφαρμογής Educreation έδινε τη δυνατότητα να σχεδιάζουν τα παιδιά τη δική τους αριθμογραμμή και παράλληλα να επεξηγούν τον τρόπο με τον οποίο θα εκτελέσουν την πράξη της πρόσθεσης. Όσον αφορά τη σύγκριση μεγέθους των φυσικών, οι μαθητές και σε αυτή την περίπτωση σημείωσαν βελτίωση. Το θετικό είναι πως μπόρεσαν να εφαρμόσουν τα όσα έμαθαν και έξω από το περιβάλλον της ψηφιακής δραστηριότητας (Praet, et. al., 2014; Fischer, et. al. 2011). Αυτό ωστόσο δεν επιτεύχθηκε σε όλες τις περιπτώσεις εφαρμογής των τεχνολογικών παρεμβάσεων. Στην έρευνα των Bouck, et. al., (2020) ενώ οι μαθητές κατάφεραν να εκτελέσουν προσθέσεις με ακέραιους αριθμούς με τη βοήθεια της αριθμογραμμής και του προγράμματος, όταν τους ζητήθηκε να κάνουν το ίδιο χωρίς τη βοήθεια αυτών των εργαλείων, δε μπόρεσαν να ανταποκριθούν. Φαίνεται λοιπόν πως αυτού του είδους η εφαρμογή δε βοήθησε τα παιδιά να γενικεύσουν και να μεταφέρουν τις γνώσεις που απέκτησαν σε διαφορετικά πλαίσια. Οι Dude, et. al., (2015) έλεγξαν την επίδραση δύο διαφορετικών χειρονομιών, στη κατανόηση της συνεχόμενης φύσης των αριθμών. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η χειρονομία του συρσίματος βοηθάει περισσότερο τα παιδιά στην κατάκτηση αυτού του μαθηματικού αντικειμένου καθώς ο τρόπος εκτέλεσης της συνδέεται με την έννοια της συνέχειας των αριθμών. Τέλος κρίθηκε σημαντικό για την κατανόηση της σύνθεσης των αριθμών, η χρήση χειροπιαστών αντικειμένων σε συνδυασμό με τη ψηφιακή εφαρμογή. Στην έρευνα των Dude, et. al., (2015) τα παιδιά σημείωσαν σημαντική βελτίωση μετά την ενασχόληση τους με τα τουβλάκια της εφαρμογής CETA. Ενώνοντας τα με τα μαγνητάκια οπτικοποιούσαν το αποτέλεσμα και αυτό τους διευκόλυνε στη κατανόηση του τρόπου με τον οποίο συντίθεται ένας αριθμός.

Τέλος στον τέταρτο άξονα εξετάστηκαν οι μέθοδοι συλλογής δεδομένων που επιλέχθηκαν από την κάθε έρευνα. Σχεδόν όλες χρησιμοποίησαν διαφορετικά εργαλεία, ανάλογα με τον παράγοντα που ήθελαν να εξετάσουν. Για παράδειγμα αν ήθελαν να ελέγξουν την επίδραση της εφαρμογής στην επίδοση των μαθητών, τους έβαζαν τεστ πριν και μετά την παρέμβαση. Αν ήθελαν να μάθουν σχετικά με την στάση των μαθητών απέναντι σε αυτή τη διαδικασία επέλεξαν την εφαρμογή συνεντεύξεων, κ.α.

Φαίνεται λοιπόν πως η χρήση αυτών των εργαλείων δεν αποσκοπεί απλά στον να ελέγξει αν επιτεύχθηκε η κατανόηση του μαθηματικού αντικειμένου κατά τη διάρκεια αλληλεπίδρασης με την εφαρμογή αλλά αν υπάρχει και αλλαγή στη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, αν μειώνονται τα επίπεδα άγχους, αν μπορούν να γίνουν τροποποιήσεις προκειμένου να γίνουν πιο αποτελεσματικές οι εφαρμογές αλλά και αν μπορούν οι μαθητές να γενικεύσουν τις γνώσεις που αποκτούν σε πιο σύνθετα μαθηματικά αντικείμενα. Επομένως η επιλογή των κατάλληλων μέσων συλλογής δεδομένων μπορεί να αποτρέψει τον ερευνητή από τη διεξαγωγή λανθασμένων συμπερασμάτων αλλά και να παρέχει σημαντικές πληροφορίες για μελλοντικές έρευνες.

## 8. Συζήτηση

Μέσα από τον 1<sup>ο</sup> άξονα της κατηγοριοποίησης ελέγχθηκε ποια είναι η καταλληλότερη βαθμίδα εκπαίδευσης, ποιος ο χειριστής και ποιος ο χώρος διεξαγωγής της έρευνας για μια όσο το δυνατόν αποτελεσματικότερη τεχνολογική παρέμβαση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η χρήση της τεχνολογίας μπορεί να αξιοποιηθεί ήδη από το νηπιαγωγείο ή τις πρώτες τάξεις του δημοτικού και ίσως υπάρξουν και καλύτερα αποτελέσματα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως τα παιδιά αυτών των ηλικιών δε διαθέτουν ακόμη αρκετές γνώσεις έτσι ώστε να έχουν αναπτύξει δικές τους στρατηγικές τις οποίες θα είναι δύσκολο να τις αλλάξεις. Έτσι λοιπόν είναι πιο δεκτικοί στη νέα γνώση αποκτώντας ταυτόχρονα γερές βάσεις πάνω στις οποίες θα στηριχθεί και η μετέπειτα πορεία τους στα μαθηματικά. Τα αποτελέσματα των ερευνών της παρούσας ανασκόπησης ήταν ενθαρρυντικά σχετικά με την επίδραση των ψηφιακών εφαρμογών όχι μόνο στην επίδοση των τυπικών μαθητών αλλά και των μαθητών με δυσκολίες. Σύμφωνα με τα ευρήματα της έρευνας των Kucian, et. al., (2011) οι μαθητές με δυσκολίες, κατάφεραν επίσης να φθάσουν την επίδοση των τυπικών μαθητών, ένα εύρημα λοιπόν, πολύ ενθαρρυντικό. Ένας πιθανός λόγος που κατάφεραν αυτοί οι μαθητές να ανταποκριθούν με τέτοια επιτυχία σε αυτές τις δραστηριότητες, είναι η αλλαγή που προκλήθηκε στη ψυχολογία τους. Ο παιγνιώδης χαρακτήρας των ασκήσεων αύξησε το κίνητρο και την επιθυμία τους για συμμετοχή, ενώ παράλληλα πέρασαν και από αξιολόγηση χωρίς αυτό να τους προκαλέσει άγχος. Τονίστηκε πως ο συνδυασμός αυτών των δραστηριοτήτων με τις τυπικές διαδικασίες διδασκαλίας, μπορούν να αυξήσουν σε σημαντικό βαθμό την επίδοση όλων των μαθητών. Τέλος, άλλη μια βασική προϋπόθεση για να μπορέσει μια τεχνολογική παρέμβαση να λειτουργήσει είναι να υπάρχει συνεχής έλεγχος της όλης διαδικασίας. Κρίνεται απαραίτητη η ύπαρξη του εκπαιδευτικού/ερευνητή έτσι ώστε να ελέγχεται ο τρόπος χρήσης, η συχνότητα αλληλεπίδρασης με την τεχνολογία αλλά και να παρέχεται στους μαθητές καθοδήγηση και ανατροφοδότηση.

Η αξιοποίηση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών δε σημαίνει σε καμία περίπτωση πως θα επιφέρει πάντα τα επιθυμητά αποτελέσματα. Η απλή

ενσωμάτωση της στη διαδικασία μάθησης δεν επαρκεί. Αυτό επιβεβαιώθηκε από πολλές έρευνες της ανασκόπησης, όπου απλά ψηφιοποίησαν κάποιες δραστηριότητες και τα αποτελέσματα δε διέφεραν από την τυπική διδασκαλία. Σύμφωνα και με τα επίπεδα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας (SAMR) φάνηκε πως το επίπεδο του επαναπροσδιορισμού και της τροποποίησης είναι αυτά στα οποία μπορούν να εντοπιστούν μεγαλύτερες βελτιώσεις. Στα δύο αυτά επίπεδα, η χρήση της τεχνολογίας παρέχει κάποιες επιπλέον δυνατότητες οι οποίες δεν θα ήταν εφικτό να υπάρξουν χωρίς αυτή. Τέτοιες μπορεί να είναι η χρήση διαδραστικού πίνακα, η προσθήκη βίντεο, εικόνων, αφήγησης αλλά και εφαρμογές ενσώματης μάθησης. Οι παραδοσιακές μέθοδοι φάνηκε σε πολλές περιπτώσεις πως είναι εξίσου αποτελεσματικές. Απλά η δημιουργία ενός πλούσιου περιβάλλοντος μάθησης κεντρίζει περισσότερο το ενδιαφέρον των μαθητών, ενώ ταυτόχρονα μπορεί να προσφέρει κάποιες διευκολύνσεις στον εκπαιδευτικό, όπως εξοικονόμηση χρόνου (π.χ. η αυτόματη μετατροπή της αρίθμησης μιας αριθμογραμμής). Από τη σύγκριση των τριών κατηγοριών εφαρμογών δεν προέκυψαν μεγάλες διαφορές. Ίσως οι εφαρμογές με ενσώματα να είναι αυτές οι οποίες υπερτερούν έναντι των άλλων. Όπως έχει προαναφερθεί, με την ενσώματη μάθηση τα παιδιά βιώνουν τις μαθηματικές έννοιες με ένα φυσικό τρόπο και οδηγούνται σε μια πιο γενική αναπαράσταση του μαθηματικού αντικειμένου. Αυτό που έχει τη μεγαλύτερη σημασία είναι να μπορούν οι εκπαιδευτικοί να επιλέγουν την κατάλληλη εφαρμογή για το κάθε μαθηματικό αντικείμενο αλλά και να μπορούν να την αξιοποιήσουν σωστά, προσαρμόζοντας την στις ανάγκες του κάθε μαθητή. Σημαντικός παράγοντας της αποτελεσματικότητας των δραστηριοτήτων ήταν η αξιοποίηση της αριθμογραμμής. Η χρήση οπτικών μοντέλων όπως η αριθμογραμμή, μπορούν να βοηθήσουν τη διαδικασία μάθησης των παιδιών καθώς αναπτύσσουν καλύτερη αίσθηση του αριθμού και δημιουργούν νοητές αναπαραστάσεις της σειράς και του μεγέθους των αριθμών (Woods, et. al., 2018). Για να καταστεί όμως αποτελεσματική θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να γνωρίζει τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να την ενσωματώσει στη διδασκαλία του αλλά και να μπορεί να επιλέξει τον κατάλληλο τύπο αριθμογραμμής σε σχέση με το επίπεδο και τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών. Σχετικά με την κατάκτηση των μαθηματικών αντικειμένων, υπήρξε μεγάλη βελτίωση, όπως υποδεικνύουν και τα τεστ που εφαρμόστηκαν. Αξιοσημείωτο όμως είναι πως σε κάποιες περιπτώσεις, ενώ τα παιδιά κατάφεραν να επιλύσουν τις ψηφιακές ασκήσεις, όταν τους ζητήθηκε να εφαρμόσουν τα όσα έμαθαν σε διαφορετικές καταστάσεις δεν μπόρεσαν να ανταποκριθούν. Επομένως φαίνεται πως δεν κατανόησαν επαρκώς το μαθηματικό αντικείμενο μέσα από τη χρήση της τεχνολογίας. Σημαντικό ρόλο για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας των τεχνολογικών παρεμβάσεων φάνηκε πως έχει η μέθοδος συλλογής δεδομένων. Σε πολλές από τις έρευνες της ανασκόπησης τα τεστ που εφαρμόστηκαν μετέτρεψαν σε σημαντικό βαθμό τα αποτελέσματα. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η έρευνα των Käser, et. al., (2013) όπου τα post test έδειξαν πως το άτομο του δείγματος που δυσκολεύτηκε περισσότερο στη φάση της αλληλεπίδρασης με την εφαρμογή, ήταν τελικά αυτό που απάντησε με μεγαλύτερη ακρίβεια. Επομένως η επιλογή του

κατάλληλου μέσου συλλογής δεδομένων βοηθά στην αποφυγή λανθασμένων συμπερασμάτων, στον έλεγχο των μακροπρόθεσμων επιδράσεων των εφαρμογών αλλά και στην άποψη των μαθητών για την όλη διαδικασία.

Συνοψίζοντας λοιπόν ένα μαθηματικό παιχνίδι για να χαρακτηριστεί αποτελεσματικό θα πρέπει να υπάρχει σωστός σχεδιασμός του αριθμητικού ερεθίσματος, να υπάρχει συνεχόμενη ανατροφοδότηση και καθοδήγηση των χρηστών αλλά και να μπορεί να συνδυάζει διάφορα είδη γνώσης. Για παράδειγμα να υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ των διάφορων μορφών των αριθμών (π.χ. ψηφίο, εικόνα, σχήματα) αλλά και να περιλαμβάνει αριθμητικές αναπαραστάσεις όπως είναι η αριθμογραμμή, αν θέλει να πετύχει μια βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Σημαντική κρίνεται και η δυνατότητα προσαρμογής της δραστηριότητας στο ηλικιακό επίπεδο και στις ικανότητες του κάθε μαθητή χωριστά. Οι σχεδιαστές τους θα πρέπει να παράγουν εφαρμογές που θα μπορούν εύκολα να εφαρμοστούν στη σχολική τάξη, να παρέχουν επαρκή υποστήριξη και ανατροφοδότηση στους μαθητές αλλά και να προσαρμόζονται στις ανάγκες τους.

Όπως σε όλες τις έρευνες έτσι και σε αυτή υπάρχουν κάποιες επιφυλάξεις και περιορισμοί για την ορθότητα των συμπερασμάτων. Σε πολλές από τις έρευνες της ανασκόπησης οι ερευνητές δήλωσαν πως δεν είναι σίγουροι αν επέλεξαν τα κατάλληλα εργαλεία συλλογής δεδομένων (Vanbecelaere, et. al., 2020) αλλά και πολύ πιο σημαντικό, αν επέλεξαν τις κατάλληλες εφαρμογές για το εκάστοτε μαθηματικό αντικείμενο που εστίασαν. Επίσης, καθώς υπήρξαν μαθηματικά αντικείμενα, όπως η σύγκριση κλασμάτων και η πρόσθεση ακέραιων, για τα οποία δεν έχει μελετηθεί η επίδραση της τεχνολογίας, δεν υπάρχουν άλλα ευρήματα έτσι ώστε να γίνει σύγκριση. Θα μπορούσε επομένως σε μελλοντικές έρευνες να εξεταστεί η επίδραση της τεχνολογίας σε αυτά τα μαθηματικά αντικείμενα. Κρίνεται ακόμη σημαντική και η μελέτη της επίδρασης των διαφορετικών τύπων αριθμογραμμής για τις διάφορες μαθηματικές έννοιες. Ποιος τύπος αριθμογραμμής δηλαδή θεωρείται καταλληλότερος για τη διδασκαλία του κάθε μαθηματικού αντικειμένου.

## Βιβλιογραφία

Aubrey, C. (2013). Mathematical and thinking skills interventions for low-performing children. Discussion paper. EARLI conference August 27th Munchen.

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical Magnitude Representations Influence Arithmetic Learning. *Child Development*, 79(4), 1016-1031.

Bouck, E. C., Chamberlain, C., & Park, J. (2017). Concrete and app-based manipulatives to support students with disabilities with subtraction. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 52, 317–331.

Cherner, T., & Curry, K. (2017). Enhancement or transformation? A case study of preservice teachers' use of instructional technology. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 17(2), 268-290.

Claessens, A., Duncan, G., & Engel, M. (2009). Kindergarten skills and fifth-grade achievement: Evidence from the ECLS-K. *Economics of Education Review*, 28(4), 415-427.

Claessens, A., & Engel, M. (2013). How Important is Where You Start? Early mathematics knowledge and later school success. *Teachers College Record*, 115(6), n6.

Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, 33(2), 234-248.

Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and individual differences*, 16(4), 351-367.

Dietrich, J. F., Huber, S., Dackermann, T., Moeller, K., & Fischer, U. (2016). Place-value understanding in number line estimation predicts future arithmetic performance. *British Journal of Developmental Psychology*, 34(4), 502-517.

Diezmann, C. M., & Lowrie, T. (2006). Primary students' knowledge of and errors on number lines. MERGA.

Doabler, C. T., Nelson, N. J., Kosty, D. B., Fien, H., Baker, S. K., Smolkowski, K., & Clarke, B. (2014). Examining teachers' use of evidence-based practices during core mathematics instruction. *Assessment for Effective Intervention*, 39(2), 99-111.

Dougherty, B. J. (2010). *Developing essential understanding of number and numeration for teaching mathematics in prekindergarten--grade 2*. National Council of Teachers of Mathematics.

Drier, H. S., Harper, S., Timmerman, M. A., Garofalo, J., & Shockey, T. (2000). Promoting appropriate uses of technology in mathematics teacher preparation. *Contemporary issues in technology and teacher education*, 1(1), 66-88.

Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 35(2), 157-178.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental neuropsychology*, 33(3), 277-299.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of special education*, 33(1), 18-28.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202-1242.

Hamdan, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. *Developmental psychology*, 53(3), 587.

Johnson, P. E., Campet, M., Gaber, K., & Zuidema, E. (2012). Virtualmanipulatives to assess understanding. *Teaching Children Mathematics*, 19, 202–206.

Kirkwood, A., & Price, L. (2014). Technology-enhanced learning and teaching in higher education: what is ‘enhanced’ and how do we know? A critical literature review. *Learning, media and technology*, 39(1), 6-36.

Koç, S. (2019). Using the Number Line and Educreations in a Second Grade Classroom: A Collaborative Action Research Project. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 18(4), 70.

Kucian, K., von Aster, M., Loenneker, T., Dietrich, T., & Martin, E. (2008). Development of neural networks for exact and approximate calculation: A fMRI study. *Developmental neuropsychology*, 33(4), 447-473.

Kucian, K., & Kaufmann, L. (2009). *A developmental model of number representation. Behavioral and Brain Sciences*, 32(3-4), 340. doi:10.1017/s0140525x09990069.

Lemonidis, Ch., Gkolfos, A. (2020). Number line in the history and the education of mathematics. *Journal Teaching Innovations. Special Issue* 33(1), p. 36-56. <https://doi.org/10.5937/inovacije2001036L>

Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., & Cendron, M. (1998). Cognitive and metacognitive abilities involved in the solution of mathematical word problems: Validation of a comprehensive model. *Contemporary educational psychology*, 23(3), 257-275.

Moeller, K., Fischer, U., Nuerk, H. C., & Cress, U. (2015). Computers in mathematics education—Training the mental number line. *Computers in Human Behavior*, 48, 597-607.

Mutlu, Y. & Akgün, L. (2017). The Effect of Computer Assisted Instruction Materials on Approximate Number Skills of Students with Dyscalculia. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 16(2), 119-136.

Namkung, J. M., & Fuchs, L. S. (2016). Cognitive predictors of calculations and number line estimation with whole numbers and fractions among at-risk students. *Journal of Educational Psychology*, 108(2), 214.

Nuerk, H. C., Weger, U., & Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition*, 82(1), B25-B33.

Psycharis, G., Latsi, M., & Kynigos, C. (2007). Meanings for fraction as number-measure by exploring the number line.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge through Playing Number Board Games. *Child Development*, 79(2), 375-394.

Saxe, G. B., Diakow, R., & Gearhart, M. (2013). Towards curricular coherence in integers and fractions: A study of the efficacy of a lesson sequence that uses the number line as the principal representational context. *Zdm*, 45(3), 343-364.

Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359.

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, 75(2), 428-444.

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11, 655–661. doi:10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Boston, MA: Pearson.

Van Garderen, D., & Montague, M. (2003). Visual-spatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 246-254.

Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873.

Woods, D. M., Ketterlin Geller, L., & Basaraba, D. (2018). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*, 53(4), 229-236. doi:10.1177/1053451217712971.

Wu, H. (2008). *Fractions, decimals, and rational numbers*. Berkeley, CA: Author.



## Άρθρα της ανασκόπησης

1. Fischer, U., Moeller, K., Huber, S., Cress, U., & Nuerk, H. C. (2015). Full-body movement in numerical trainings: a pilot study with an interactive whiteboard. *International Journal of serious games*, 2(4), 23-35.
2. Fischer, U., Moeller, K., Bientzle, M., Cress, U., & Nuerk, H. C. (2011). Sensori-motor spatial training of number magnitude representation. *Psychonomic bulletin & review*, 18(1), 177-183.
3. Link, T., Moeller, K., Huber, S., Fischer, U., & Nuerk, H. C. (2013). Walk the number line—An embodied training of numerical concepts. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 74-84.
4. Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., ... & von ASTER, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57(3), 782-795.
5. Dackermann, T., Fischer, U., Huber, S., Nuerk, H. C., & Moeller, K. (2016). Training the equidistant principle of number line spacing. *Cognitive processing*, 17(3), 243-258.
6. Praet, M., & Desoete, A. (2014). Enhancing young children's arithmetic skills through non-intensive, computerised kindergarten interventions: A randomised controlled study. *Teaching and Teacher Education*, 39, 56-65.
7. Dubé, A. K., & McEwen, R. N. (2015). Do gestures matter? The implications of using touchscreen devices in mathematics instruction. *Learning and Instruction*, 40, 89-98.
8. Marichal, S., Rosales, A., Perilli, F. G., Pires, A. C., Bakala, E., Sansone, G., & Blat, J. (2017, September). CETA: designing mixed-reality tangible interaction to enhance mathematical learning. In *Proceedings of the 19th International Conference on Human-Computer Interaction with Mobile Devices and Services* (pp. 1-13).
9. Ninaus, M., Kiili, K., McMullen, J., & Moeller, K. (2017). Assessing fraction knowledge by a digital game. *Computers in Human Behavior*, 70, 197-206.
10. Riconscente, M. M. (2013). Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture*, 8(4), 186-214.
11. Soni, M., & Okamoto, Y. (2020). Improving children's fraction understanding through the use of number lines. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-11.
12. Fazio, L. K., Kennedy, C. A., & Siegler, R. S. (2016). Improving children's knowledge of fraction magnitudes. *PloS one*, 11(10).
13. Vitale, J. M. M3-Situating Embodied Learning: Embedding Gestures in Narratives to learn Mathematical Fractions in a digital tablet environment.

14. Valdiz, A., Trujillo, K., & Wiburg, K. (2013). Math Snacks: Using Animations and Games to Fill the Gaps in Mathematics. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(2), 154-161.
15. Psycharis, G., Latsi, M., & Kynigos, C. (2007). Meanings for fraction as number-measure by exploring the number line.
16. Koç, S. (2019). Using the Number Line and Educreations in a Second Grade Classroom: A Collaborative Action Research Project. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 18(4), 70.
17. Mutlu, Y., & Akgün, L. (2017). The Effects of Computer Assisted Instruction Materials on Approximate Number Skills of Students with Dyscalculia. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, 16(2), 119-136.
18. Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, 23, 125-135.
19. Sella, F., Tressoldi, P., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2016). Training numerical skills with the adaptive videogame "The Number Race": A randomized controlled trial on preschoolers. *Trends in Neuroscience and Education*, 5(1), 20-29.
20. Kiili, K., Moeller, K., & Ninaus, M. (2018). Evaluating the effectiveness of a game-based rational number training-In-game metrics as learning indicators. *Computers & Education*, 120, 13-28.
21. Vanbecelaere, S., Van den Berghe, K., Cornillie, F., Sasanguie, D., Reynvoet, B., & Depaepe, F. (2020). The effects of two digital educational games on cognitive and non-cognitive math and reading outcomes. *Computers & Education*, 143, 103680.
22. Zhang, L., Shang, J., Pelton, T., & Pelton, L. F. (2020). Supporting primary students' learning of fraction conceptual knowledge through digital games. *Journal of Computer Assisted Learning*.
23. Tucker, S. I. (2018). Applying the Modification of Attributes, Affordances, Abilities, and Distance for Learning Framework to a Child's Multi-touch Interactions with an Idealized Number Line. In *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education* (pp. 35-57). Springer, Cham.
24. Bouck, E. C., Long, H., & Park, J. (2020). Using a Virtual Number Line and Corrective Feedback to Teach Addition of Integers to Middle School Students with Developmental Disabilities. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*, 1-18.
25. Gresalfi, M. S., Rittle-Johnson, B., Loehr, A., & Nichols, I. (2018). Design matters: explorations of content and design in fraction games. *Educational Technology Research and Development*, 66(3), 579-596.

26. Vitale, J. M., Black, J. B., & Swart, M. I. (2014). Applying grounded coordination challenges to concrete learning materials: A study of number line estimation. *Journal of Educational Psychology, 106*(2), 403.

27. Käser, T., Baschera, G. M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., ... & von Aster, M. (2013). Design and evaluation of the computer-based training program *Calcularis* for enhancing numerical cognition. *Frontiers in psychology, 4*, 489.