



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: Α ΗΛΙΚΙΑΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

Διπλωματική εργασία

**«Η τάξη των μαθηματικών ως πλαίσιο ανάπτυξης του μαθηματικού
γραμματισμού του μελλοντικού πολίτη»**

της

Μαγαλιού Σταματής, Α.Ε.Μ. 812

Επιβλέπων Καθηγητής: Χαράλαμπος Σακονίδης, Καθηγητής ΠΤΔΕ/ΔΠΘ

Εξεταστές: Χαρούλα Σταθοπούλου, Καθηγήτρια ΠΤΕΑ/ΠΘ

Μαριάννα Τζεκάκη, Καθηγήτρια ΤΕΠΑΕ/ΑΠΘ

Φλώρινα, Ιούλιος 2021

*Στις συναδέλφισσες και στους συναδέλφους μου,
στους μαθητές και στις μαθήτριες μας*

*«Οι ενέργειες που βασίζονται στα μαθηματικά ενδέχεται να διαγράψουν την ευθύνη»
(Skovsmose, 2016: 14)*

*«Τα μαθηματικά πρέπει να διδάσκονται έτσι ώστε να ενδυναμώνουν κοινωνικά και πολιτικά
τους μαθητές ως πολίτες της κοινωνίας»
(Ernest, 2015)*

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	3
Πρόλογος/Ευχαριστίες.....	5
Περίληψη.....	6
Abstract.....	6
Εισαγωγή.....	8
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	11
Κεφάλαιο 1ο Αναδιαρθρώσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης του 20 ^{ου} και 21 ^{ου} αι.....	11
Εισαγωγικά.....	11
1.1 Κοινωνικοπολιτικό πεδίο - εκπαιδευτική πολιτική και μαθηματική εκπαίδευση.....	12
1.2 Επιστημολογία και μαθηματική εκπαίδευση.....	15
1.3 Τα μαθηματικά ως κοινωνική πρακτική.....	16
1.4 Μαθηματικά για όλους-Η διπλή λειτουργία.....	17
Κεφάλαιο 2ο Μαθηματικός γραμματισμός.....	23
Εισαγωγικά.....	23
2.1 Από την Αριθμητισμό στο μαθηματικό γραμματισμό.....	24
2.2 Σημαιοδοτώντας το μαθηματικό γραμματισμό.....	25
2.3 Κατευθύνσεις του μαθηματικού γραμματισμού /Λειτουργική - κριτική κατεύθυνση.....	27
2.4 Λειτουργική οπτική του μαθηματικού γραμματισμού-Η περίπτωση του προγράμματος PISA.....	31
2.5 Όψεις κριτικού μαθηματικού γραμματισμού.....	35
2.6 Μαθηματικός γραμματισμός για κοινωνική δικαιοσύνη.....	37
2.7 Εμπειρικές μελέτες στο πλαίσιο του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού.....	41
Κεφάλαιο 3ο Εκπαιδευτική πράξη και μαθηματικός γραμματισμός.....	48
3.1 Η τάξη των μαθηματικών ως πλαίσιο ενίσχυσης της δημοκρατικής και της κριτικής πολιτειότητας.....	48
3.2 Η τάξη των μαθηματικών ως πλαίσιο ενδυνάμωσης/χειραφέτησης.....	52
3.2.1 Οι τομείς επιστημολογικής ενδυνάμωσης σύμφωνα με τον Ernest.....	52
3.2.2 Στάδια επιστημολογικής ενδυνάμωσης σύμφωνα με τις Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule.....	58
3.3 Ο προσανατολισμός ακρόασης του εκπαιδευτικού ως παράγοντας κλειδί στην ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών σύμφωνα με τον Davis.....	61
3.4 Οι πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού ως κοινωνικές πρακτικές.....	66
ΕΜΠΕΙΡΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	70
Κεφάλαιο 4ο Μεθοδολογία.....	70
4.1 Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα.....	70
4.2 Ερευνητική προσέγγιση- Περιγραφή ερευνητικής διαδικασίας.....	71
4.3 Α Φάση έρευνας.....	72

4.4 Β Φάση έρευνας – Κύρια έρευνα	78
4.4.1 Δείγμα-Συμμετέχοντες/συμμετέχουσες	78
4.4.2 Μεθοδολογία ανάλυσης και ερμηνείας των δεδομένων.....	79
4.5 Ζητήματα δεοντολογίας της ερευνητικής διαδικασίας.....	81
Κεφάλαιο 5ο Ανάλυση δεδομένων της έρευνας	82
Εισαγωγικά.....	82
5.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη του Γιώργου	82
5.1.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ του Γιώργου και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών	83
5.1.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Γιώργου.....	85
5.1.3. Συνολική αποτίμηση διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης του Γιώργου	91
5.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη της Σοφίας.....	101
5.2.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ της Σοφίας και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών	102
5.2.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Σοφίας	103
5.2.3 Συνολική αποτίμηση των διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης της Σοφίας.....	112
5.3 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη του Σωτήρη	124
5.3.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ του Σωτήρη και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών	124
5.3.2 Πρώτη διδασκαλία- Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Σωτήρη.....	126
5.3.3 Δεύτερη διδασκαλία – Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Σωτήρη.....	134
5.3.4 Συνολική αποτίμηση των διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης του Σωτήρη	141
5.4 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη της Ευγενίας	149
5.4.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ της Ευγενίας και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών	150
5.4.2 Πρώτη Διδασκαλία- Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Ευγενίας.....	151
5.4.3 Δεύτερη διδασκαλία-Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Ευγενίας.....	159
5.4.4. Συνολική αποτίμηση διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης της Ευγενίας	165
Κεφάλαιο 6ο Συζήτηση –Συμπεράσματα.....	175
6.1 Συζήτηση.....	175
6.2 Συμπεράσματα.....	193
6.3 Περιορισμοί της μελέτης - Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	196
Βιβλιογραφικές αναφορές.....	198
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: Ευρετήριο αγγλικών και ελληνικών όρων/εννοιών	212

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II: Ερωτηματολόγιο συνέντευξης των τεσσάρων εκπαιδευτικών με τις διαφοροποιήσεις ερωτήσεων και Ενδεικτικό δείγμα συνέντευξης.....	215
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III: Δίκτυα Διδακτικών Πρακτικών των τεσσάρων εκπαιδευτικών	225

Πρόλογος/Ευχαριστίες

Το ενδιαφέρον για την επίδραση των κοινωνικοπολιτικών διαστάσεων στην τάξη των μαθηματικών και γενικότερα στην εκπαίδευση αποτελεί συνακόλουθο διαχρονικών προσωπικών προβληματισμών στις εκπαιδευτικές και παιδαγωγικές μου αναζητήσεις καθώς και συνειδητοποίησης των αντιφάσεων του εκπαιδευτικού μας ρόλου στην τάξη. Το πλαίσιο μάθησης της τάξης, οι διδακτικές πρακτικές και ο ρόλος του εκπαιδευτικού, η μαθηματική επικοινωνία και αλληλεπίδραση, η κριτική προσέγγιση της γνώσης και η δημοκρατική συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών οδηγούσαν κι οδηγούν αναπόφευκτα σε ερωτήματα και συζητήσεις, που σχετίζονται με το περιεχόμενο της γνώσης που διδάσκουμε στους μαθητές μας, τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετούμε και πώς αυτές επιδρούν στη μάθηση.

Με το βλέμμα στραμμένο στη διαμόρφωση του μελλοντικού πολιτικού υποκειμένου/πολίτη που κατανοεί, ερμηνεύει, διεκδικεί κοινωνική δικαιοσύνη για τον εαυτό του και για τους συνανθρώπους του, το ερώτημα τίθεται αναπόδραστα: ποιον μαθηματικά εγγράμματο μαθητή συγκροτούν οι συνθήκες και οι κοινωνικές μας πρακτικές στη σημερινή τάξη; Αυτή η δυνατότητα μελέτης μου δόθηκε στο συγκεκριμένο μεταπτυχιακό πρόγραμμα της Διδακτικής των Μαθηματικών και είμαι ευγνώμων γι' αυτό στους εκπαιδευτικούς/διδάσκοντες και διδάσκουσες του προγράμματος.

Η διπλωματική πραγματοποιήθηκε σε μια δύσκολη περίοδο για όλους και για μένα προσωπικά. Μια περίοδος που συνταράσσει την καθημερινότητα και τη ζωή με κυρίαρχο πρόσημο την υγεία και την κοινωνικότητα. Ακριβώς γι' αυτούς τους λόγους, η αναφορά στους εκπαιδευτικούς/διδάσκοντες και διδάσκουσες και στην υποστήριξή τους αποκτά ουσιαστικό νόημα και περιεχόμενο. Λαμβάνοντας υπόψη και το γενικότερο πλαίσιο που πραγματοποιήθηκε η εργασία θα ήθελα να εκφράζω, καταρχήν, τη βαθιά μου ευγνωμοσύνη στον επόπτη της διπλωματικής μου, διδάσκοντα, Χαράλαμπο Σακονίδη για τη ανθρώπινη, συναδελφική κι επιστημονική του υποστήριξη σε κάθε στιγμή της επικοινωνίας μας. Αποτελεί πρότυπο «Δασκάλου» και τον ευχαριστώ θερμά, καθώς με ενθάρρυνση και υπομονή, με διάθεση συνεργασίας, δοτικότητας και χειραφετητικής ελευθερίας σε όλη τη διάρκεια της αναζήτησης και συγγραφής της εργασίας, μου επέτρεψε να αναζητήσω και να φωτίσω κάθε πεδίο προβληματισμού, ανοίγοντάς μου ενδιαφέρουσες όψεις κι οπτικές, τροφοδοτώντας ατελείωτες συζητήσεις για το θέμα της μελέτης κι ενθαρρύνοντάς με πάντα με την αισιόδοξη και θετική προοπτική πορεία της συγγραφής.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, την κα. Μαριάννα Τζεκάκη και την κα. Χαρούλα Σταθοπούλου για την τιμή που μου έκαναν να είναι μέλη της τριμελούς επιτροπής, για τις επισημάνσεις τους και τη συμβολή τους στην ολοκλήρωση της εργασίας.

Θα ήθελα, ασφαλώς, να ευχαριστήσω από την καρδιά μου τις συναδέλφισσες και τους συναδέλφους εκπαιδευτικούς των σχολείων για τη δυνατότητα που μου έδωσαν να πραγματοποιήσω την έρευνα με τη συμμετοχή και τη συνεργασία τους καθώς χωρίς τη σύμφωνη γνώμη τους τίποτα δε θα ήταν εφικτό.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και τις φίλες, τους συναδέλφους και τις συναδέλφισσες για τις διαρκείς συζητήσεις και τις αγωνίες σχετικά με τον εκπαιδευτικό και πολιτικό ρόλο της δουλειάς μας στο διαχρονικό επίδικο της ισότητας και της δικαιοσύνης.

Περίληψη

Οι κοινωνικοπολιτικές διαστάσεις της εκπαίδευσης και οι διαμεσολαβήσεις τους στην διαμόρφωση του μαθηματικού γραμματισμού σηματοδοτούν ένα δυναμικό πεδίο προβληματισμού τις τελευταίες δεκαετίες στην εκπαιδευτική έρευνα φωτίζοντας αθέατες πλευρές και παραμέτρους της διδασκαλίας των μαθηματικών. Η παρούσα μελέτη υιοθετεί την θεωρητική οπτική της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης για να διερευνήσει τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των μαθηματικών (μικροπλαίσιο) του Δημοτικού Σχολείου σε συνάρτηση με την οικοδόμηση ποιοτικών χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού ως πεδίου συγκρότησης του μελλοντικού πολίτη. Οι διδακτικές πρακτικές μελετήθηκαν μέσα από τρεις προσανατολισμούς ακρόασης, ενταγμένες σε τέσσερις άξονες, α) τη συγκρότηση μαθηματικού γραμματισμού, β) τη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου, γ) τη διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης, και δ) τις σχέσεις εξουσίας σε συνάρτηση με την επίδραση που έχουν στην επιστημολογική (μαθηματική-κοινωνική) ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών-μελλοντικών ενεργών, δημοκρατικών και κριτικών πολιτών (μακροπλαίσιο). Οι διδακτικές πρακτικές στα μαθηματικά τεσσάρων εκπαιδευτικών της Ε' και της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου, καθώς και οι αντιλήψεις τους γι' αυτές που διατυπώθηκαν στο πλαίσιο ημι-δομημένης συνέντευξης αποτέλεσαν τα δεδομένα της έρευνας που αναλύθηκαν με βάση τις αρχές της θεμελιωμένης θεωρίας και της θεματικής ανάλυσης περιεχομένου. Σύμφωνα με την ανάλυση, ο αξιολογητικός προσανατολισμός ακρόασης κυριαρχεί, με χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές την ατομική αλληλεπίδραση και την αναζήτηση της ορθής απάντησης. Η μαθηματική επικοινωνία, η αλληλεπίδραση και η συνεργατική οικοδόμηση της γνώσης δεν ενθαρρύνονται στην τάξη των μαθηματικών. Τα ευρήματα, συνεπή με τη βιβλιογραφία, δείχνουν ότι οι εκπαιδευτικοί δεν εστιάζουν στους τρόπους σκέψης των μαθητών επιβάλλοντας ένα προσωπικό πρότυπο κατασκευής των μαθηματικών εννοιών, συντηρώντας ένα χαμηλό επιστημολογικό πλαίσιο ενδυνάμωσης/χειραφέτησης των μαθητών.

Λέξεις-κλειδιά: κριτικός μαθηματικός γραμματισμός, προσανατολισμός ακρόασης, κριτική πολιτειότητα, επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση

Abstract

The socio-political dimensions of education and their mediations in the formation of mathematical literacy have marked a dynamic field of reflection in educational research in recent decades, shedding light on unseen aspects and parameters of mathematics teaching. This study adopts the theoretical perspective of the critical mathematical education to investigate the teaching practices adopted by teachers in the mathematics classroom (micro-context) of primary school in relation to the construction of qualitative

characteristics of mathematical literacy as a field of formation of future citizens. Teaching practices were studied through three listening orientations, embedded in four axes, a) the construction of mathematical literacy, b) the management of the subject, c) the management of equal access, and d) power relations in connection with their impact on the epistemological (mathematical-social) empowerment of students-future active, democratic and critical citizens (macro-context). The teaching practices in mathematics of four teachers in grades 5 and 6 of primary school, as well as their conceptions of them expressed in the context of a semi-structured interview, were the data of the research analyzed on the basis of the principles of grounded theory and thematic content analysis. According to the analysis, evaluative listening orientation predominates, with characteristic teaching practices being individual interaction and the quest for the correct answer. Mathematical communication, interaction and collaborative knowledge building are not encouraged in the mathematics classroom. The findings, consistent with the literature, show that teachers do not focus on students' ways of thinking by imposing a personal model of constructing mathematical concepts, maintaining a low epistemological framework of student empowerment.

Keywords: critical mathematics literacy, listening orientation, critical citizenship, epistemological empowerment

Εισαγωγή

Η εκπαιδευτική διαδικασία σήμερα προσεγγίζεται ως ένα πολύπλοκο και πολυπαραγοντικό φαινόμενο το οποίο νοηματοδοτείται εντός των ιστορικοκοινωνικών συνθηκών που μελετάται. Μια σειρά από κοινωνικοπολιτικούς παράγοντες και πρακτικές ρητές και άρρητες επιδρούν και διαμορφώνουν δομικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού νοήματος που συγκροτείται στην τάξη και ευρύτερα στην εκπαιδευτική διαδικασία υπογραμμίζοντας τον πολιτικό της χαρακτήρα στη διαδικασία και στην πρακτική.

Η συνειδητοποίηση της πολιτικής διάστασης του μαθηματικού γραμματισμού, αναπόφευκτα, οδηγεί σε μια σχεσιακή προσέγγιση των συνθηκών συγκρότησής του που αφορά στο θεσμικό εκπαιδευτικό σύστημα και στο ζήτημα των διδακτικών πρακτικών που οι εκπαιδευτικοί υιοθετούν στην τάξη, προσανατολίζοντας τα ερωτήματα στην κατεύθυνση ενός δημοκρατικού πλαισίου συγκρότησης της γνώσης και προώθησης της ισότητας και δικαιοσύνης στην εκπαίδευση. (Skonvmose, 1998, 2006· Barwell, 2016· Chronaki, 2013)

Το αίτημα της δημοκρατικής πρόσβασης, της ισότητας και της κοινωνικής δικαιοσύνης στην εκπαιδευτική πραγματικότητα αν και έρχεται από δεκαετίες πριν, ωστόσο, τις τελευταίες τέσσερις δεκαετίες παρακολουθούμε να αναπτύσσεται πολυδιάστατα και να αναδεικνύεται η πολυπλοκότητά της στη μαθηματική έρευνα και εκπαίδευση μέσα από την ονομαζόμενη «στροφή στις κοινωνικοπολιτικές προοπτικές της εκπαίδευσης των μαθηματικών» (Valero & Pais, 2015).

Σε μια μαθηματικοποιημένη (mathematised) κοινωνία όπου τα μαθηματικά θεμελιώνουν την σύγχρονη «κοινωνία της πληροφορίας», ο κοινωνικός αντίκτυπος της ισχύος των μαθηματικών αποτυπώνεται αναμφισβήτητα σε κάθε έκφανση της ανθρώπινης ζωής. Τα μαθηματικά αποτελούν συστατικό δομικών και ιδεολογικών δυνάμεων που επηρεάζουν με πολλούς τρόπους την προσωπική και κοινωνική ζωή ενώ δεν υπάρχει πολιτική διαδικασία λήψης αποφάσεων, στην οποία τα μαθηματικά δε χρησιμοποιούνται ως ορθολογικό επιχείρημα και αντικειμενική βάση που αντικαθιστά τις πολιτικές κρίσεις και τις σχέσεις εξουσίας (Jablonka, 2003· Keitel, 2006). Αποτελούν ένα κρίσιμο εργαλείο που διαμορφώνει τις σχέσεις μεταξύ κράτους, οικονομίας, δημοκρατίας και υποκειμένου διαμορφώνοντας ένα ισχυρό τοπίο αλληλεπίδρασης γνώσης-εξουσίας για την αναπαραγωγή της κυρίαρχης ιδεολογίας του νεοφιλελευθερισμού (Skonvmose, 2011· Valero, 2017· Χρονάκη, 2015· Keitel, & Vithal, 2008).

Σε αυτό το πλαίσιο ο μαθηματικός γραμματισμός αναδεικνύεται σε ουσιαστικό παράγοντα ανάπτυξης της κατανόησης και της κριτικής ερμηνείας των μαθηματικών δραστηριοτήτων του κόσμου. Έτσι, ένα από τα ερωτήματα που τίθεται είναι, αν η διδασκαλία των μαθηματικών σήμερα βοηθά τους πολίτες να κατανοήσουν τη σχέση μεταξύ πολιτικής ζωής και αριθμών, να αξιολογήσουν κατάλληλα την κοινωνική τους χρήση (π.χ. μαθηματικές εφαρμογές) ή αν τους "καταδικάζει" να ζουν με λίγα μαθηματικά μόνο, αποκομμένους από την πραγματική ζωή, καθιστώντας τους εξουδετερωμένους να κατανοούν τις πλήρεις συνέπειες του νεοφιλελεύθερου καπιταλισμού (Nikolakaki, 2010).

Οι στόχοι του μαθηματικού γραμματισμού και η σύνδεσή τους με τη διαμόρφωση του μελλοντικού πολίτη περιλαμβάνονται στα Προγράμματα Σπουδών των περισσότερων χωρών. Στο Πρόγραμμα Σπουδών του 2011 της χώρας μας, αντίστοιχα, βρίσκουμε αρκετά σημεία που εστιάζουν στη σημασία του μαθηματικού γραμματισμού σε συνάρτηση με τη διαμόρφωση του μελλοντικού πολίτη και την αναγκαιότητα να κατανοεί και να ερμηνεύει τον κόσμο με κριτικό τρόπο, συμμετέχοντας ενεργά ως δρών υποκείμενο στις διαδικασίες της κοινωνικής και πολιτικής ζωής.

Θεωρείται βέβαιο στη σύγχρονη πραγματικότητα ότι ο μαθηματικός γραμματισμός αποτελεί ουσιαστική διάσταση της πολιτειότητας (citizenship), όπως επίσης και το γεγονός ότι πρέπει να είναι χωρίς εξαιρέσεις η πρόσβαση στο μαθηματικό γραμματισμό. Παρόλα αυτά, οι μαθηματικές πρακτικές συνιστούν ισχυρούς μηχανισμούς τόσο ένταξης όσο και αποκλεισμού (Valero, 2017). Ή όπως χαρακτηριστικά, υπογραμμίζει ο Volmink: «Τα μαθηματικά είναι όχι μόνο ένα αδιαπέραστο μυστήριο για πολλούς αλλά περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο διδακτικό αντικείμενο παίζει καθοριστικό ρόλο ως "αντικειμενικός" κριτής, που θα "επιλέξει" ποιοι θα προχωρήσουν και ποιοι θα μείνουν πίσω» (Volmink, 1994, σελ. 51-52).

Αυτή η αντιφατικότητα, την οποία ο Skovsmose (2005) αναφέρει ως «aporía», των εκπαιδευτικών λειτουργιών και των διακηρυγμένων στόχων που υπόσχεται το αναλυτικό πρόγραμμα, η αντινομία των αξιολογικών και ανταγωνιστικών διαδικασιών και των ποικίλων κοινωνικών παραγόντων που υπεισέρχονται στη διαδικασία του γραμματισμού αποκλείει και αποδυναμώνει την πλήρη συμμετοχή όλων των μαθητών, καθορίζει την ταυτότητα του μαθηματικού γραμματισμού των μαθητών-μελλοντικών πολιτών και το βαθμό συμμετοχής τους στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων της κοινωνίας.

Σε αυτή την εργασία υιοθετείται η άποψη ότι η κυρίαρχη, διδασκόμενη γνώση συμπεριλαμβανομένου του μαθηματικού γραμματισμού δεν είναι ούτε ουδέτερη ούτε αντικειμενική αλλά κοινωνική κατασκευή. Μέσα από τις σχολικές και κοινωνικές δομές συνδέεται περίπλοκα με τις δομές εξουσίας, διαιωνίζει διακρίσεις και οξύνει ανισότητες (Ernest, 2018 Bartell, 2013 Frankenstein, 1983 Apple, 1992). Ενσωματώνει συγκεκριμένα συμφέροντα και ιδέες, δημιουργώντας αυστηρά σύνορα που εδράζονται στη γλώσσα των καθολικοτήτων και των αντιθέσεων, λειτουργώντας με εντάξεις και αποκλεισμούς μαθητών που προέρχονται από διαφορετικό φυλετικό, γλωσσικό και κοινωνικοοικονομικό υπόβαθρο (Παυλίδης, 2012 Σακονίδης, 2017).

Ο κύριος στόχος της παρούσας εργασίας είναι να αποτυπώσει ποιοτικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού γραμματισμού που αναδεικνύονται στην Ε και Στ τάξη του Δημοτικού Σχολείου ανιχνεύοντας πτυχές συγκρότησης του μαθηματικά εγγράμματος μελλοντικού πολίτη. Πιο συγκεκριμένα, διερευνά τις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών στην τάξη των μαθηματικών μέσα από τον προσανατολισμό ακρόασης που επιλέγουν να ανταποκρίνονται στις συνεισφορές των μαθητών και τους τρόπους με τους οποίους αξιοποιούν αυτές τις συνεισφορές στην κατεύθυνση της επιστημολογικής (μαθηματική και κοινωνική) χειραφέτησής τους. Τα συμπεράσματα από την έρευνα επιδιώκουν να φωτίσουν πλευρές του μαθηματικού γραμματισμού που διερευνώνται τα τελευταία χρόνια αλλά ελάχιστα έχουν αναδειχθεί στο δημοτικό σχολείο. Εστιάζει σε διαστάσεις κοινωνικοπολιτικές, που επηρεάζουν τη συγκρότησή του, με στόχο τον μαθηματικά εγγράμματο και κριτικό πολίτη.

Η εργασία αποτελείται από δύο μέρη, το θεωρητικό και το εμπειρικό μέρος. Αναλυτικότερα, το θεωρητικό μέρος διακρίνεται σε τρία κεφάλαια. Αρχικά, γίνεται μια θεωρητική επισκόπηση του μαθηματικού γραμματισμού εντασσόμενη στο ιστορικό-κοινωνικό-πολιτικό και επιστημολογικό πλαίσιο κάθε εποχής και στις δυνάμεις που διαμορφώνουν το εκπαιδευτικό τοπίο, τις πολιτικές στοχεύσεις, τις κοινωνικές συγκρούσεις και τις κυρίαρχες ιδέες σε σχέση με τον επιθυμητό μαθητή και μελλοντικό πολίτη.

Με αυτή την οπτική, στο **1ο κεφάλαιο** επιχειρείται μια σύντομη αναφορά σε σημαντικά παιδαγωγικά, κοινωνικά και επιστημολογικά γεγονότα/σταθμούς της μαθηματικής εκπαίδευσης και των πολιτικών γραμματισμού του 20ου μέχρι και σήμερα, τα οποία σηματοδοτούν την πορεία της μαθηματικής έρευνας

και την προοπτική του μαθηματικού γραμματισμού ως προς τη διαμόρφωση του μαθητή-μελλοντικού πολίτη. Στο τέλος του 20^{ου} αιώνα οι μετανεωτερικές αντιλήψεις για την εκπαίδευση τονίζουν την κοινωνική διαμεσολάβηση στην κατασκευή της γνώσης και του υποκειμένου-πολίτη, δίνουν μια νέα προοπτική στην μελέτη του μαθηματικού γραμματισμού, αναδεικνύουν τις κοινωνικοπολιτισμικές και κοινωνικοπολιτικές διαστάσεις του, θέτοντας θεμελιώδη ζητήματα στην οπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης, της ισότητας, της πρόσβασης όλων των μαθητών και της κοινωνικής δικαιοσύνης.

Στο 2ο κεφάλαιο σημασιοδοτείται ο μαθηματικός γραμματισμός μέσα από επιστημολογικούς ορισμούς και αντιλήψεις σε συνάρτηση με τις εκπαιδευτικές επιδιώξεις. Γίνεται αναφορά στις δύο κατευθύνσεις του μαθηματικού γραμματισμού, α) στη λειτουργική κατεύθυνση, με χαρακτηριστικό παράδειγμα το μαθηματικό γραμματισμό του προγράμματος PISA και β) σε όψεις της κριτικής κατεύθυνσης του μαθηματικού γραμματισμού και της διδασκαλίας των μαθηματικών για κοινωνική δικαιοσύνη. Ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός περιγράφεται μέσα από τέσσερις εμπειρικές μελέτες, τα «ριζοσπαστικά μαθηματικά» της Frankenstein (2014), τα σχέδια εργασίας της Andersson (2010) στην τάξη των μαθηματικών του Ericaskolan, τα σχέδια εργασίας των Basu και Greenstein (2019) στην κατεύθυνση της κριτικής κατανόησης και της κοινωνικής δικαιοσύνης και τα προγράμματα εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών της Gutierrez (2013) με στόχο την πολιτική συνειδητοποίηση των διδακτικών πρακτικών.

Στο 3ο κεφάλαιο, η τάξη των μαθηματικών προσεγγίζεται ως δυναμικό πλαίσιο προϋπόθεσης της δημοκρατικής και κριτικής πολιτεότητας του μαθητή-μελλοντικού πολίτη, μέσα στο οποίο μελετάται ο ρόλος του εκπαιδευτικού και οι συνέπειες των διδακτικών του πρακτικών στην κατεύθυνση της μαθηματικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης των μαθητών με βάση τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997), αξιολογητικό (evaluative orientation), «ερμηνευτικό/επεξηγηματικό» (interpretive orientation), «ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό» (hermeneutic orientation) και αναλύονται μέσα από τα μοντέλα επιστημολογικής ενδυνάμωσης του Ernest (2002) και των Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule (1997).

Στο 4ο κεφάλαιο, που συναρθρώνει το δεύτερο μέρος της εργασίας, παρουσιάζεται ο σκοπός και τα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης και περιγράφεται ο μεθοδολογικός σχεδιασμός της. Περιγράφεται αναλυτικά η αρχική φάση και η κύρια ερευνητική διαδικασία -το δείγμα, η συλλογή δεδομένων, το ερευνητικό εργαλείο της ημιδομημένης συνέντευξης και η οργάνωση αξόνων- η οποία βασίστηκε στο ερευνητικό παράδειγμα της μελέτης περίπτωσης ενώ η ανάλυση των δεδομένων προσεγγίστηκε μέσα από τις προοπτικές της θεμελιωμένης θεωρίας και της θεματικής ανάλυσης.

Στο 5ο κεφάλαιο ακολουθεί η ανάλυση των διδακτικών πρακτικών κάθε εκπαιδευτικού ξεχωριστά από την παρατήρηση των διδασκαλιών, τα επιλεγμένα διδακτικά αποσπασμάτα και στη συνέχεια συνδυάζεται με τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στη συνέντευξη ενώ κάθε ανάλυση ολοκληρώνεται με μια σύντομη ανακεφαλαίωση των ευρημάτων για κάθε εκπαιδευτικό.

Στο 6ο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας συγκριτικά τα οποία συσχετίζονται με τις αντίστοιχες θεωρητικές και ερευνητικές μελέτες. Ακολουθεί η συζήτηση των αποτελεσμάτων, τα συμπεράσματα και αναπτύσσεται ερμηνευτική προσέγγιση των ευρημάτων σε μια απόπειρα κατανόησης και αναστοχασμού των φαινομένων που αποτυπώθηκαν από τα ευρήματα. Γίνεται προσπάθεια συναρμογής των αποτελεσμάτων με την εκπαιδευτική πραγματικότητα και την παιδαγωγική τους αξιοποίηση στη διαδικασία του μαθηματικού γραμματισμού. Η εργασία ολοκληρώνεται με τους περιορισμούς και τις δυνατότητες για μελλοντική έρευνα σχετική με το θέμα. Τέλος, ακολουθεί η βιβλιογραφία και τα παραρτήματα της έρευνας.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο 1ο Αναδιαρθρώσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης του 20^{ου} και 21^{ου} αι.

«Τα μαθηματικά έχουν ένα κρυφό ρόλο στη διαμόρφωση της σκέψης μας και της κοινωνίας, η οποία σπανίως εξετάζεται για τα κοινωνικά της αποτελέσματα και τις επιπτώσεις, μερικές από τις οποίες είναι αρνητικές» (Ernest, 2015).

Εισαγωγικά

Το ζήτημα του μαθηματικού γραμματισμού και η συζήτηση γύρω από το θέμα, συνυφαίνεται με την κατανόηση των κοινωνικών περιστάσεων, των ειδικών ιστορικών αντιλήψεων και των κυρίαρχων προτεραιοτήτων που επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε το γραμματισμό σε κάθε κοινωνικοϊστορική συγκυρία (Γούναρη & Γρόλλιος, 2010·Cook-Gumperz, 2008). Επομένως, θα ήταν αδύνατο να προσεγγιστεί ως ένας αντικειμενικός, ουδέτερος απολογισμός μαθηματικών γεγονότων και να κατανοηθεί ανεξάρτητα από τις ιδιαίτερες κοινωνικές συνθήκες και το ιστορικό πλαίσιο της εποχής που μελετάται καθώς διαμορφώνει το παρόν και καθιστά δυνατή την εικόνα ενός μέλλοντος που, «ειρωνικά, είναι ήδη ιστορικό, ακόμα και αν είναι απρόβλεπτο» (Radford, 2014). Ο Brown (2011) (στο Radford, 2014) υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει μία ιστορία, αλλά πολλές και είναι πολιτικές υπό την έννοια ότι εστιάζουν σε ορισμένες πτυχές αφήνοντας στο περιθώριο κάποιες άλλες. Η προσέγγιση των πολιτικών ιστοριών των μαθηματικών στη διδασκαλία και στη μάθηση συνδέεται με τη νοηματοδότηση της μαθηματικής εκπαίδευσης σε κάθε ιστορικοπολιτισμικό πλαίσιο. Σε αυτή τη συνθήκη μπορούμε να αντιληφθούμε τη λειτουργία της εκπαίδευσης των μαθηματικών μέσα στις φυγόκεντρες δυνάμεις της κοινωνίας, πώς επιτυγχάνει την ένταξη και τον αποκλεισμό, πώς προσφέρει τα γνωστικά πρότυπα ανάπτυξης και πώς συμβάλλει στη διαμόρφωση του ατομικού και συλλογικού υποκειμένου.

Οι μακροπρόθεσμοι μετασχηματισμοί στην εκπαίδευση διαχρονικά, ελάχιστα διαμορφώνονται στο πεδίο της εργασίας των εκπαιδευτικών και της ερευνητικής κοινότητας, ούτε αποτελούν ένα σταθερό εγχείρημα που χαρακτηρίζεται από συναίνεση. Πολιτικές, πολιτισμικές, οικονομικές διαμάχες και κοινωνικά κινήματα πιάζουν τους κυρίαρχους ιδεολογικούς θεσμούς διαμορφώνουν αλληλοσυνδεόμενες την πολιτισμική/ιδεολογική, την οικονομική και την πολιτική σφαίρα. Κατά συνέπεια, θα ήταν αδύνατο να γίνουν πλήρως κατανοητές οι εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις των προηγούμενων δεκαετιών χωρίς να τοποθετηθούν στο αντίστοιχο κοινωνικοϊστορικό συγκείμενο και περικείμενο πλαίσιο στα γεγονότα που τις επηρέασαν σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις. (Γούναρη, & Γρόλλιος, 2010·Apple, 2008)

Κατά τη διάρκεια του μεγαλύτερου μέρους του περασμένου αιώνα, η εκπαίδευση των μαθηματικών, κυρίως στο δυτικό κόσμο, με προπομπό τις ΗΠΑ διέρχεται από ένα περιστρεφόμενο δυναμικό πεδίο αναθεωρήσεων που αρχικά, αποτυγχάνει να αμφισβητήσει τις παραδοσιακές υποθέσεις και τις πεποιθήσεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών (Martin, 2003) ενώ συνεχίζει να λειτουργεί με αποκλεισμούς και διακρίσεις ευνοώντας κυρίαρχες κοινωνικές ομάδες. Αναδεικνύεται το πολιτικό πρόσημο των εκπαιδευτικών επιλογών που καθορίζει κάθε πτυχή της, από το περιεχόμενο, τις μαθηματικές πρακτικές και στοχοθεσίες συνιστώντας τον τύπο του μαθηματικού γραμματισμού που επιδιώκει για τους μελλοντικούς πολίτες. Βασικό χαρακτηριστικό που καθορίζει τις πολιτικές κατευθύνσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης αποτελούν μια σειρά από μεταρρυθμίσεις, κατά κύριο λόγο στην Αμερική και ακολούθως στις άλλες χώρες της δύσης που οδηγούνται από πολιτικές συγκρότησης εθνικής ομοιογένειας στη βάση της δυτικής κουλτούρας και της ανάπτυξης του ανθρώπινου κεφαλαίου ως βασικού παράγοντα εθνικής οικονομικής ανάπτυξης και κυριαρχίας. Στο πλαίσιο αυτό παγκόσμιες

οργανώσεις για τα θεμελιώδη δικαιώματα της εκπαίδευσης και της πρόσβασης όλων των μαθητών καθώς και διεθνείς μαθηματικές επιτροπές/οργανώσεις θέτουν το αίτημα «Μαθηματικά για όλους» διαδραματίζοντας σημαντικό ρόλο στη αναδυόμενη προβληματική των κοινωνικοπολιτικών, των κοινωνικοπολιτισμικών διαστάσεων και του ρόλου της πολιτείας που επενεργούν καθοριστικά στα χαρακτηριστικά και στο περιεχόμενο που λαμβάνει σε κάθε περίπτωση το αίτημα «Μαθηματικά για όλους».

Υπό αυτή την οπτική, στο πρώτο κεφάλαιο επιχειρείται μια σύντομη αναφορά σε σημαντικά παιδαγωγικά, κοινωνικά και επιστημολογικά γεγονότα/σταθμούς της μαθηματικής εκπαίδευσης και των πολιτικών γραμματισμού του 20ου και 21ου αιώνα, τα οποία σημασιοδοτούν την πορεία της μαθηματικής έρευνας και την προοπτική του μαθηματικού γραμματισμού ως προς τη διαμόρφωση του μαθητή-μελλοντικού πολίτη, υπογραμμίζοντας, την πολυδιάστατη φύση της εκπαιδευτικής διαδικασίας συνολικά.

1.1 Κοινωνικοπολιτικό πεδίο - εκπαιδευτική πολιτική και μαθηματική εκπαίδευση

Από τα τέλη του 19ου αιώνα η μαθηματική γνώση αποτελεί την κινητήρια δύναμη για «την επίτευξη των υποσχέσεων της νεωτερικότητας (Modernity) έχοντας κεντρικό ρόλο στη συγκρότηση μαζικών σχολικών συστημάτων (Valero, 2013). Μέχρι τις αρχές του 20ού αιώνα, η διδασκαλία των μαθηματικών στα δημοτικά σχολεία αφορούσε τα γνωστά τρία Rs, όπου ένα "r" αναφέρεται στην αριθμητική (reading, writing and arithmetic) κι έδινε έμφαση στην επίτευξη μηχανικών κι εργαλειακών δεξιοτήτων ως αναπόσπαστο μέρος της φιλελεύθερης εκπαίδευσης (Keitel et al., 1989· Karp & Schubring, 2014).

Ο 20^{ος} αιώνας χαρακτηρίζεται από ισχυρά ιδεολογικοπολιτικά ρεύματα και κινήματα που αναδιαμορφώνουν την ιδεολογική και πολιτική διάσταση της εκπαίδευσης σε βασικό ανθρώπινο δικαίωμα με αποτέλεσμα ο γραμματισμός να αποκτά σταδιακά χαρακτηριστικά διεκδίκησης κοινωνικής δικαιοσύνης και ισότητας. Τα κυριότερα παιδαγωγικά ρεύματα που επηρέασαν το δυτικό κόσμο/σκέψη είναι το κίνημα της Νέας Αγωγής με βασικότερο εκπρόσωπο τον Dewey στις ΗΠΑ, το «Σχολείο Εργασίας» με τον Kerschesteiner στη Γερμανία, η παιδοκεντρική παιδαγωγική με τη Montessori στην Ιταλία, η σοσιαλιστική παιδαγωγική παρέμβαση του Μακαρένκο στην ΕΣΣΔ, η αντιαυταρχική αγωγή του Summerhill και άλλα κινήματα και παιδαγωγοί Claparede, Cousinet, Freinet που προβάλλουν τη σημασία της αυτενέργειας, της βιωματικής μάθησης και της κοινωνικής αλληλεπίδρασης πιέζοντας για περαιτέρω εκδημοκρατισμό του εκπαιδευτικού συστήματος ενώ το παιδί αντιμετωπίζεται ως «μέλος μιας πολιτικής κοινότητας» και «εν δυνάμει συνυπεύθυνος πολίτης με στόχο μια δημοκρατική παιδεία» (Reble, 2003: 429). Αντίστοιχες επιρροές σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό καταγράφονται στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα με τους Γληνό, Δελμούζο, Παπαμαύρο, Ιμβριώτη και τον «Εκπαιδευτικό όμιλο», το Δημοτικό Παρθεναγωγείο του Βόλου (1908), το Μαράσλειο Διδασκαλείο (1923) και το Πειραματικό Σχολείο του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (1934), που θα αποτελέσουν πρόδρομοι της μελλοντικής παιδαγωγικής σκέψης στην Ελλάδα (Νικολακάκη, 2000· Δημαράς, 2007· Ελευθεράκης, 2008).

Ο Dewey εκπρόσωπος του ρεύματος της κοινωνικής ανασυγκρότησης με το κίνημα της «προοδευτικής αγωγής», περισσότερο από κάθε άλλον ενοποιεί τη συζήτηση για την εκπαίδευση και τη δημοκρατία (Skovsmose, 1994), ενσωματώνοντας τα οράματα για σκληρή δουλειά στη βάση του εθελοντισμού σε μια εθνικά οραματική προοπτική και ιστορική αποστολή των ΗΠΑ να επιτύχουν τον ιδανικό τύπο πολίτη (Popkewitz, 1999). Χωρίς να αμφισβητείται η υπάρχουσα κοινωνική δομή (Γούναρη & Γρόλλιος, 2010) η σχέση ανάμεσα στη σχολική εκπαίδευση και τη δημοκρατία τοποθετείται σε μια ηθική βάση,

επιστημολογική αντίληψη, που είχε ως αποτέλεσμα να επηρεάσει βαθύτατα τη μελλοντική σκέψη για το ρόλο του σχολείου και το δικαίωμα της εκπαίδευσης όλων των παιδιών.

Στο ίδιο διάστημα, ένα ανταγωνιστικό κίνημα μεταρρύθμισης του προγράμματος σπουδών, το κίνημα της κοινωνικής αποτελεσματικότητας (The social efficiency movement) με κύριο εκπρόσωπο τον Snedden, παρέχει ένα ισχυρό ιδεολογικό σκεπτικό για τη στοχοθεσία και την οργάνωση της εκπαίδευσης (Holt, 1994) που σηματοδοτείται από ευρεία πίστη στη διατήρηση της κοινωνικής τάξης και στις επιχειρήσεις (Ellis & Berry III, 2005), μεταφέροντας για τα επόμενα 40 χρόνια τις προσπάθειες προσαρμογής των τεχνικών διαχείρισης της «κοινωνικής αποτελεσματικότητας» στην τάξη. Ο Snedden με επιστημονικό μανδύα αναπτύσσει ένα πρόγραμμα σπουδών που προσανατολίζει τη σχολική εκπαίδευση σε στενά ωφελμιστική/χρηστική και επαγγελματική κατεύθυνση. Αμφισβητεί τη σπουδαιότητα των μαθηματικών για όλους τους μαθητές, βασιζόμενος στο ιδεολόγημα των φυσικών κλίσεων και δυνατοτήτων (Holt, 1994), ορισμένων, δηλαδή, «ικανών» για μαθηματικά υψηλότερου επιπέδου, επομένως, κατάλληλα για μια μικρή ελίτ. Υιοθέτησε το έργο του Thorndike (Ellis & Berry III, 2005) στη διδασκαλία βασικών μαθηματικών με έμφαση στην εξάσκηση (Κολέζα, 2000) και την ακριβή μέτρηση της συμπεριφοράς. Ακριβέστερα, θεωρήθηκε, κίνημα κοινωνικού ελέγχου, που ως κεντρική προτεραιότητα της σχολικής εκπαίδευσης έθεσε την ανάπτυξη του ανθρώπινου κεφαλαίου για τις ανάγκες των επιχειρήσεων μέσα από ένα διαφοροποιημένο πρόγραμμα σπουδών και διδασκαλίας (Kilpatrick, 2009).

Με το τέλος του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου στο δυτικό κόσμο εδραιώνεται το αφήγημα της επιστημονικής αισιοδοξίας και της κοινωνικής προόδου γνωστό ως ψυχρός πόλεμος, που εκδηλώνεται με μια έκρηξη αναπτυξιακού ανταγωνισμού, ανάμεσα στις χώρες εκπροσώπους των δύο κόσμων, ΗΠΑ και ΕΣΣΔ. Προωθούνται αλλαγές στην εκπαιδευτική πολιτική των δυτικών χωρών που, στην ουσία, δεν αντανακλούν εκπαιδευτικές ανάγκες (CIEAEM, 2000), αλλά τις περισσότερες φορές επανέρχονται σηματοδοτώντας περιόδους εθνικών κρίσεων (Schoenfeld, 2002). Από το φορμαλιστικό πρότυπο των «Νέων Μαθηματικών» (New Math) ή Μοντέρνων ή Σύγχρονων Μαθηματικών (Mathématique moderne) σε μια αντιμεταρρυθμιστική νεοσυντηρητική τάση στα μέσα της δεκαετίας του 70 με την ονομασία «back to basics» (Ellis & Berry III, 2005), στη δεκαετία του 80 με την εισαγωγή των όρων «βασικά» (basics) και «πρότυπα» (standards) (Phillips, 2015) τα οποία αντικαθίστανται από την αποκαλούμενη προσέγγιση «επίλυσης προβλημάτων», μέχρι τη δεκαετία του 1990 με τα «μαθηματικά που βασίζονται στα πρότυπα» (standards-based mathematics), οδήγησαν στους λεγόμενους «πολέμους των μαθηματικών» (Keitel et al., 1989· Schoenfeld, 2002) καθώς υποστηρίζεται ότι, στην ουσία, η μαθηματική εκπαίδευση οδηγείται σε μια ακόμα πιο συντηρητική στροφή (Popkewitz, 2004· Skovsmose, 2006). Ως θεωρητικό υπόβαθρο χρησιμοποιήθηκαν οι θεωρίες μάθησης του Piaget για τη σχέση μεταξύ νοητικών και μαθηματικών δομών και του Bruner για τη σημασία της δομής και της ετοιμότητας για μάθηση (Jurdak, 2009). Επιπλέον, οι ταξινομίες του Bloom σε συνδυασμό με τις απόψεις του Taylor στην εκπαίδευση οδήγησαν στην πλαίσιωση ενός συντηρητικού «τεχνοκρατικού προγράμματος» με στόχο τον εξορθολογισμό της διδασκαλίας (Apple & Jungck, 1990) αποπλαισιώνοντας το ιστορικό και κοινωνικό συγκείμενο, εντός του οποίου λειτουργεί το εκπαιδευτικό σύστημα, σε ένα «ανιστορικό» (Νικολακάκη, 2000) θεωρητικό κατασκεύασμα.

Ένα συγκρουσιακό τοπίο ιδεολογικών και εκπαιδευτικών πρακτικών συνθέτει το πλέγμα της υποκείμενης επιστημολογίας (ζητήματα φύσης και ανάπτυξης της γνώσης), του συστήματος αξιών, των παιδαγωγικών και κοινωνικών θεωριών κάθε περιόδου όπου οι προσανατολισμοί της κυρίαρχης ιδεολογικής ομάδας διαπερνούν τους στόχους της εκπαίδευσης, εκφράζονται και εφαρμόζονται στην

εκπαιδευτική πράξη, με έμφαση στη σημασία των αξιολογικών διαδικασιών, ιδιαίτερα όσον αφορά στις κοινωνικές της λειτουργίες (ιεράρχηση, επιλογή, ένταξη, αποκλεισμούς, διακρίσεις) (Ernest, 1991). Σ' αυτές τις μαθηματικές αναδιαρθρωτικές προσπάθειες βασικά χαρακτηριστικά αποτελούν η κατεύθυνση της μαθηματικής εξειδίκευσης με τη χρήση της τεχνολογίας για την προσφορά μαθηματικά ικανού ανθρώπινου δυναμικού με στόχο την οικονομική αποτελεσματικότητα βιομηχανίας και κράτους ενώ οι κοινωνικοπολιτικές αυτές στοχεύσεις συνδέονται με τη ρητορική της εθνικής (Phillips, 2015), της βιομηχανικής κι επιστημονικής προόδου, ορίζοντας νέους ρόλους και ορισμούς του πολίτη της νέας εποχής.

Με τις θεωρίες του ανθρώπινου κεφαλαίου και της κοινωνικής αποτελεσματικότητας (Taylorism) (Apple & Jungck, 1990) σηματοδοτείται η αποθέωση του ατομικισμού αναδεικνύοντας σε πρωταγωνιστικό το ρόλο των Μαθηματικών ενώ η επιδίωξη μετρήσιμων αποτελεσμάτων λειτουργεί ως μηχανισμός επιλογής αναπαράγοντας την ταξική διαστρωμάτωση των μαθητών που προέρχονται από χαμηλά κοινωνικοοικονομικά στρώματα και διαφορετική πολιτισμική καταγωγή. Διαχρονικά, οι αναθεωρήσεις αυτές αντιπαρέρχονται ουσιαστικά τους προβληματισμούς των εκπαιδευτικών σχετικά με την ισότητα και την δημοκρατική πρόσβαση. Με όχημα την «αριστεία» και την αναβάθμιση των εξεταστικών διαδικασιών πέτυχαν την προώθηση της ανταγωνιστικής εκπαίδευσης, την εντατικοποίηση (Apple, 1992) και την ιεραρχική αξιολόγηση, καταδεικνύοντας ότι δεν αλλάζει σημαντικά το «status quo» στην εκπαίδευση των μαθηματικών, μια θεμελιώδη πρόκληση, που εξακολουθεί να παραμένει ανοιχτή (Martin, 2003) για τους εκπαιδευτικούς και την ερευνητική κοινότητα. Ο Apple (2008) τονίζει ότι οι κυρίαρχες κοινωνικές ομάδες τις τελευταίες δεκαετίες, σε μια πολιτική παλινόρθωση νεοσυντηρητικών και νεοφιλελεύθερων δογμάτων, αξιοποιώντας τη ρητορική της οικονομικής κρίσης, αναδιαμόρφωσαν τη σχέση κεφαλαίου εργασίας προς όφελος του πρώτου, ενοχοποιώντας τα σχολεία για την ανεργία και τα κοινωνικά προβλήματα και με τον ισχυρισμό ότι αφήνουν τους μελλοντικούς εργαζόμενους απροετοίμαστους, συνέδεσαν τις νεοσυντηρητικές μεταρρυθμίσεις με τα επόμενα αφηγήματα, όπως αυτό, της «δια βίου εκπαίδευσης».

Σε ένα άλλο πεδίο, στο προσκήνιο του κοινωνικού ανταγωνισμού για δεκαετίες οι ιδέες της ελευθερίας, της ισότητας και το αίτημα της καθολικότητας της εκπαίδευσης, γίνονται αντικείμενο σοβαρών διαφωνιών, αντιφατικών δηλώσεων και εφαρμογών. Η αντιφατικότητα της «εξίσωσης» της ατομικής ελευθερίας, που υπερέχει, με το ιδανικό πρότυπο του ατόμου-καταναλωτή αφενός και της φιλελεύθερης ρητορικής περί ισότητας των ευκαιριών αφετέρου, παίρνει ποικίλες μορφές κοινωνικού ανταγωνισμού (Apple, 2008), όπου τα συλλογικά υποκείμενα διεκδικούν τον επαναπροσδιορισμό των συμβόλων και τη χειραφέτησή τους. Τρία σημαντικά «γεγονότα» ξεχωρίζουν την περίοδο που μελετάμε. Τα αντιπολεμικά κινήματα που πυροδοτήθηκαν και από τα πολιτικοοικονομικά σκάνδαλα, κυρίως στις ΗΠΑ, το κίνημα των πολιτικών δικαιωμάτων με επίδικα τη φυλετική ισότητα και την κοινωνική δικαιοσύνη και η δυναμική ανάπτυξη του φεμινιστικού κινήματος διεθνώς, αμφισβήτησαν το υπάρχον σύστημα εξουσίας και επηρέασαν το χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, αναπτύσσοντας μια ριζοσπαστική κριτική στην εξουσιαστική επιβολή του δυτικού πολιτισμού. Κινήματα ενάντια στις φυλετικές διακρίσεις και υπέρ των δικαιωμάτων των μαύρων, από τις αρχές τη δεκαετίας του '60, θέτουν ζητήματα πολιτειότητας (Moses & Cobb, 2001), θεωρώντας καθοριστικής σημασίας το μαθηματικό γραμματισμό για τον πολιτικό γραμματισμό (Moses, 1994·Martin, 2003). Σαραντά χρόνια μετά το κίνημα του Μισισιπή, ο ακτιβιστής-διανοούμενος Moses υποστηρίζει, χαρακτηριστικά, ότι «η μαθηματική Εκπαίδευση είναι θέμα πολιτικών δικαιωμάτων» (στο Schoenfeld, 2002) ενώ στο βιβλίο του, «Radical Equation», συνδέει την άλγεβρα με την άσκηση πολιτικής συμπεριφοράς, υποστηρίζοντας ότι ο μαθηματικός γραμματισμός είναι ένας

αγώνας για την κατάκτηση των πολιτικών δικαιωμάτων και την ελευθερία, δίνοντας προοπτική και νόημα στη ζωή και το μέλλον του μαθητή-μελλοντικού πολίτη για καθοριστική εμπλοκή στα κοινωνικά δρώμενα.

Η ρατσιστική ρητορική της πνευματικής κατωτερότητας που για πολλές δεκαετίες στηρίχθηκε στο «χάσμα επίτευξης» (achievement gap) μεταξύ μαύρων και λευκών μαθητών, αποκαλούμενη και ως βιβλιογραφία της αποτυχίας (failure) (Schoenfeld, 2002), υπονομεύει την ισότητα στην πρόσβαση τόσο στην εκπαίδευση όσο και στην πλήρη κοινωνική συμμετοχή καθιστώντας τον διαχωριστικό στόχο προδήλως φανερό. Το ερώτημα για τους Moses και Cobb (2001) εξακολουθεί να παραμένει αμείλικτο και χωρίς ουσιαστική απάντηση στα πρόσφατα χρόνια: *«πώς οι άνθρωποι από τα πιο χαμηλά κοινωνικοοικονομικά στρώματα, μαύροι, Λατίνοι και φτωχοί λευκοί κακοί μαθητές βρίσκονται παγιδευμένοι στη βάση της κοινωνίας είτε στη φυλακή, είτε στις φυτείες τους;»* (σελ. 12) υπονοώντας, πως οι περισσότερες εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις έχουν παραμείνει σε ένα επιφανειακό επίπεδο, χωρίς απειλή για τις εξουσιαστικές δομές της κοινωνίας (Stinson, 2013· Cummins, 2005).

Ένα τρίτο καθοριστικό κίνημα, το φεμινιστικό, επιδρά στη μαθηματική εκπαίδευση επαναπροσδιορίζοντας σε νέα βάση τις αντιλήψεις για την εκπαίδευση των μαθητών/μαθητριών-μελλοντικών πολιτών. Οι έρευνες του γυναικείου κινήματος στη δεκαετία του '70 και του '80 προσδιόρισαν την κοινωνική διάσταση μέσα από την οποία έπρεπε να μελετάται το ζήτημα της σχέσης των κοριτσιών με τα μαθηματικά αναδεικνύοντας, τελικά, την κοινωνικοπολιτική και ταξική διάσταση της έμφυλης διάκρισης στο κοινωνικό πεδίο καταρχήν και στην μαθηματική εκπαίδευση στη συνέχεια, αποδομώντας την κυρίαρχη άποψη περί διαφοροποιήσεων των επιδόσεων και ικανοτήτων των δύο φύλων στα μαθηματικά (Gutiérrez, 2013· Σταθοπούλου, 2015).

1.2 Επιστημολογία και μαθηματική εκπαίδευση

Το πεδίο της μαθηματικής επιστημολογίας κι έρευνας ακολουθεί την επιστημονική και φιλοσοφική σκέψη της εποχής. Κυριαρχούν οι παραδοχές της νεωτερικότητας (modernism) σχετικά με τα μαθηματικά οι οποίες εμπεριέχονται στο διαδικαστικό-φορμαλιστικό πρότυπο, που σύμφωνα με τους Descartes και Newton αντιπροσωπεύουν τη λογική του Θεού, συνεπώς, είναι αδιαμφισβήτητα και αντίστοιχης εμπιστοσύνης (Skovsmose, 2016). Αποτελούν παραδειγματικό πρότυπο της λογικής ικανότητας και ανθρώπινης γνώσης (Keitel, 2006) παρέχοντας έναν κύριο τρόπο γραφής του κόσμου και δημιουργίας της ορθολογικής ανθρωπότητας. Μέχρι τη δεκαετία του 1980, οι προσπάθειες αλλαγής στη μαθηματική εκπαίδευση, εξελίσσονται με μια κοινή προοπτική, σύμφωνα με την οποία, τα μαθηματικά θεωρούνται ως μια ισχυρή δέσμη βεβαιότητας, ακρίβειας και αντικειμενικών αληθειών, ανεξάρτητες από το κοινωνικοιστορικό πλαίσιο, θέσεις που τίθενται διαχρονικά στο έργο του Πλάτωνα, στο πρόγραμμα Hilbert και από την Ομάδα Bourbaki, επομένως, ως τέτοια, πρέπει να μεταδίδονται στους μαθητές (Mac Lane, 1994· Almeida, 2010).

Ήδη, όμως, από τη δεκαετία του '60 μια νέα επιστημολογική οπτική, αποκαλούμενη ως *«ιστορικιστική στροφή»* (Χρονάκη 2015) μετακινείται από το πεδίο της βεβαιότητας στη μαθηματική γνώση και το κυρίαρχο μοντέλο του Καρτεσιανού ορθολογισμού στο πεδίο της συλλογικής δημιουργίας, ενταγμένη στις ιστορικοκοινωνικές συνθήκες και στις μετανεωτερικές παραδοχές. Από τη δεκαετία του '70 επίσης, στον αγγλοσαξωνικό ακαδημαϊκό χώρο, η μαθηματική δραστηριότητα προσεγγίζεται ως μια αβέβαιη δραστηριότητα, που υπόκειται σε αναθεωρήσεις, αλλαγές κριτηρίων και αναδημιουργία. Θεωρείται πρωτίστως κοινωνικό γεγονός και ένα σύστημα κοινωνικών αναπαραστάσεων παρά απλά και μόνο ένα

γνωστικό γεγονός. Η μαθηματική γνώση ορίζεται ως ένα σύστημα ανοιχτό στην ερμηνεία (Stinson, 2004) ενώ απορρίπτονται οι θεμελιακές (foundationalism) λογικές των μαθηματικών και τα αφηγήματα της σταθερότητας και της «αυτόματης» απόδοσης βεβαιότητας (Ernest, 2003).

Έτσι, στα πλαίσια των μετανεωτερικών και μεταδομιστικών αφηγήσεων η εστίαση μετακινείται από τις συνεκτικές ιδεολογικές, φιλοσοφικές και ψυχολογικές θεωρίες, στην εξουσία και στη γνώση και από τη θεωρία του υποκειμένου, δημιουργήματα του διαφωτισμού, στην κατανόηση της διαδικασίας συγκρότησης του υποκειμένου (Walkerdine, 1994· Ernest, 2003) και τη σύνδεσή του με το χωροχρόνο συγκρότησής του σε πραγματικές και συγκεκριμένες κοινωνικές αναπαραστάσεις και αντιθέσεις. Ζητήματα που απορρέουν από κοινωνικές ανισότητες και διαμεσολαβήσεις, όπως προκαταλήψεις, φύλου, πολιτισμικής και ταξικής καταγωγής αναδεικνύονται ως διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι ιδέες των Derida, Lacan και οι απόψεις του Foucault (1990) για την αλληλεξάρτηση εξουσίας-γνώσης δημιουργούν μια καινούρια θέαση που έχει επίδραση τόσο στην έρευνα όσο και στη μαθηματική εκπαίδευση. Ο Foucault θεωρεί το εκπαιδευτικό σύστημα, μέρος μιας διάχυτης εξουσίας, επομένως, έναν από τους κύριους πολιτικούς χώρους στον οποίο η εξουσία και η γνώση ως ενσωματωμένες πρακτικές κανονικοποίησης (Todd, 2019) επιβάλλουν στους μαθητές διαχωρισμούς και κοινωνικούς αποκλεισμούς, διαμορφώνοντας αντίστοιχους ρόλους κοινωνικού υποκειμένου.

Σ' αυτό το πνεύμα οι έννοιες ανεξαρτησία και αυτονομία των παιδιών που ευαγγελίζονται οι παιδαγωγικές θεωρίες των εξελικτικών σταδίων στις δύο πρώτες δεκαετίες του 20ου αιώνα «αποτελούν μια ψευδαίσθηση μέσα στη σύγχρονη κοινωνική και πολιτική μας τάξη» (Walkerdine, 1994: 70), γι' αυτό πρέπει να επανεξεταστούν υπό το πρίσμα των προσδιοριζόμενων εξουσιαστικών δομών και σχέσεων (Popkewitz, 1999) καθώς συνδέονται στενά με διαδικασίες διακυβέρνησης. Σε αυτό το πλαίσιο, οικειοποιούμενοι οι μαθητές τον κυρίαρχο λόγο και τη γνώση, μέσω της εκπαίδευσης, «ρυθμίζονται» από την εξουσία και ελέγχονται με ένα μαγικό τρόπο -ένα είδος αλχημείας «alchemy» (Popkewitz, 2004)- όλες οι εκφάνσεις της συμπεριφοράς, της δράσης και της συμμετοχής του παιδιού που περιορίζει τόσο την κριτική σκέψη όσο και την ισότιμη πρόσβαση στην εκπαίδευση. Στη μετανεωτερική προοπτική αποδομείται ο κυρίαρχος λόγος των διαχρονικά ανορθολογικών αντιλήψεων περί «πραγματικών χαρακτηριστικών», που μέσω της σχολικής φοίτησης (Walkerdine (1994), προωθεί έμφυλες και ταξικές διακρίσεις, στοχεύοντας στον συμμορφούμενο και «κυβερνήσιμο πολίτη» (governable citizen) και στο «υπάκουο εργατικό δυναμικό», τροφοδοτώντας τη μεγάλη συζήτηση και τον κοινωνικό ανταγωνισμό για δικαιοσύνη και κοινωνική απελευθέρωση.

1.3 Τα μαθηματικά ως κοινωνική πρακτική

Τα θεμέλια για την επανάσταση στην κοινωνική επιστήμη, σύμφωνα με τον Ernest (2003), έγκεινται σε τρεις αλληλένδετες ιδέες που αποτελούν τη βάση μιας ριζοσπαστικής κοινωνιολογίας των μαθηματικών: όλοι οι λόγοι (discourses) είναι κοινωνικοί, το υποκείμενο συγκροτείται κοινωνικά και η σκέψη (νοοτροπία, συνείδηση, γνωστική δομή) αποτελεί, επίσης, ένα κοινωνικό κατασκευάσμα. Για να υπογραμμίσει την παραπάνω άποψη ο Ernest χρησιμοποιεί τη διατύπωση του Μαρξ (1956: 104) ότι η επιστήμη είναι μια κοινωνική δραστηριότητα, αντικαθιστώντας τον όρο «επιστημονικό» (scientific) με τον όρο «μαθηματικό» (mathematical): «Ακόμη και όταν εκτελώ μαθηματικές εργασίες, μια δραστηριότητα που σπάνια διεξάγω σε άμεση συσχέτιση με άλλους ανθρώπους, εκτελώ μια κοινωνική πράξη, γιατί είναι ανθρώπινη. Δεν είναι μόνο το υλικό της δραστηριότητάς μου, όπως, η ίδια η γλώσσα, η οποία χρησιμοποιεί ο στοχαστής, που μου δίνεται ως κοινωνικό προϊόν. Η δική μου ύπαρξη είναι μια

κοινωνική δραστηριότητα». Στην πραγματικότητα, όλα τα πλαίσια της ανθρώπινης σκέψης και δράσης είναι κοινωνικά. Η εργασία (work), το κοινωνικό συγκείμενο (context), η σκέψη (thought) και η δράση (action) είναι αδιαχώριστες. Οι έννοιες, με άλλα λόγια δεν είναι απλώς κοινωνικά προϊόντα, αλλά δομούνται εντός του κοινωνικού γίνεσθαι (Ernest, 2003: 210).

Έτσι, η δεκαετία του '80 σηματοδοτεί την αρχή μιας εποχής που η έρευνα εστιάζει στην κοινωνική πολυπλοκότητα και τις αντανακλάσεις που έχει στη μαθηματική εκπαίδευση διευρύνοντας το φακό σε μια μεγαλύτερη και σαφέστερη εστίαση στις κοινωνικοπολιτισμικές και πολιτικές πτυχές της εκπαίδευσης (Keitel & Vithal, 2008 Lerman, 2000). Τα κοινωνικά και πολιτισμικά ζητήματα γίνονται κύρια και προωθητικά στοιχεία της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση ενώ κυριαρχούν τα ζητήματα ισότητας και κοινωνικής δικαιοσύνης. Η μαρξιστική ανάλυση τροφοδοτείται και εμπλουτίζεται τόσο από θεωρητικές μελέτες και τα κοινωνικά κινήματα της δεκαετίας του '60 και '70 με συνέπεια την εμφάνιση μιας σειράς νέων ρευμάτων και θεωρητικών προσεγγίσεων που εμπλουτίζουν την κοινωνική και εκπαιδευτική έρευνα. Η κονστρουκτιβιστική προσέγγιση και οι κοινωνικοπολιτισμικές διαμεσολαβήσεις της γνώσης θέτουν σε επαναδιαπραγμάτευση τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών και αναδιατυπώνουν την προσέγγιση της γνώσης και της διδακτικής των μαθηματικών απορρίπτοντας τη μηχανιστική διδασκαλία (Κολέζα, 2000). Ο κοινωνικός κονστρουκτιβισμός του Vygotsky σε αντίθεση με το ρεύμα του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού (radical constructivism) του Piaget εστιάζει στις κοινωνικές σχέσεις και στο άτομο ως προϊόν πολιτισμικών και κοινωνικά κατασκευασμένων πρακτικών που διαμορφώνουν τη μαθηματική γνώση. Το ενδιαφέρον στην έρευνα των μαθηματικών μετατοπίζεται από τη γνωστική ψυχολογία (Pais, 2012) ως ερμηνευτικό πλαίσιο για την εκμάθηση των μαθηματικών και προσανατολίζεται περισσότερο σε κοινωνικο-πολιτισμικά, αυτό που ο Lerman (2000) ονομάζει «κοινωνική στροφή» (*social turn*) και στη συνέχεια η Valero (2004) «κοινωνικοπολιτικές προοπτικές» στην έρευνα της εκπαίδευσης των μαθηματικών.

Τα τελευταία σχεδόν 40 χρόνια οι έννοιες ισότητα, δημοκρατική πρόσβαση και κοινωνική δικαιοσύνη, ζητήματα εξουσίας, ταυτότητας και μαθηματικού γραμματισμού, κριτική μαθηματική εκπαίδευση, κοινωνικός αποκλεισμός και «εθνομαθηματικά» βρίσκονται στην ημερήσια διάταξη της έρευνας για την μαθηματική εκπαίδευση αναδεικνύοντας την περιπλοκότητα των εννοιών, τις κοινωνικές, πολιτικές και πολιτισμικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης. Παράλληλα, σημαντικές εμπειρικές μελέτες και συνέδρια αποτυπώνονται σε πλήθος συλλογών και εγχειριδίων, αναδεικνύοντας σε ζήτημα δικαιοσύνης και δημοκρατίας την πρόσβαση σε «ισχυρές μαθηματικές ιδέες» (Hoines & Fuglestad, 2004) και παρά τις αντιθέσεις που εκφράζονται αναγνωρίζεται από την πλειοψηφία ότι η έρευνα σχετικά με την ισότητα στην εκπαιδευτική πρόσβαση απαιτεί κοινωνικές και πολιτικές προσεγγίσεις πέρα από την τάξη ή το σχολείο τοποθετώντας το πρόβλημα στο ευρύτερο κοινωνικό συγκείμενο (Anderson & Tate, 2008· Gates & Vistro-Yu, 2003· Valero, 2004), υπογραμμίζοντας ότι καμία γνώση δεν είναι πολιτικά ουδέτερη, αλλά συνδέεται συστημικά με την εξουσία.

1.4 Μαθηματικά για όλους-Η διπλή λειτουργία

Η μαθηματική εκπαίδευση κατά το μεγαλύτερο μέρος του 20ου αιώνα αποβλέπει στην εξασφάλιση υψηλής εξειδίκευσης μιας πνευματικής ελίτ (intellectual elite) της νεολαίας η οποία θα τροφοδοτήσει την παραγωγή μαθηματικών στα πανεπιστήμια και αυτή με τη σειρά της θα παράγει την «επιθυμητή» και αναγκαία γνώση για την πορεία της οικονομίας. Στη αυγή του 21^{ου} αιώνα, το σύνθημα «μαθηματικά για όλους» επιδιώκει υπερθετικά να εξασφαλίσει την εθνική ανταγωνιστικότητα στις παγκόσμιες οικονομίες

της γνώσης τονίζοντας το ιδεολογικό και πολιτικό φορτίο με το οποίο συγκροτείται διαχρονικά. (Jurdak, 2009· Valero, 2013)

Ιστορικά, τα ζητήματα του θεμελιώδους δικαιώματος στην πρόσβαση όλων των παιδιών στην εκπαίδευση και της εκπαιδευτικής ισότητας εντοπίζονται στις Συνθήκες των Ηνωμένων Εθνών από την Οικουμενική Διακήρυξη των Ανθρωπίνων Δικαιωμάτων (UN,1948) (Ηνωμένα Έθνη, 1948, άρθρο 26) και στις διακηρύξεις σχετικά με το δικαίωμα στην εκπαίδευση. Μια σειρά οργανισμών και οργανώσεων αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και δράσεις σε διεθνές επίπεδο (Unesco 1948, Διεθνής Σύμβαση για τα Ατομικά και Πολιτικά Δικαιώματα (ICCPR) (Ηνωμένα Έθνη, 1966α), το Διεθνές Σύμφωνο για τα Οικονομικά, Κοινωνικά και Πολιτισμικά Δικαιώματα (ICESCR) (Ηνωμένα Έθνη, 1966β) και την Παγκόσμια Διάσκεψη για την Εκπαίδευση για όλους «World Conference on Education for All» (WCEFA) το 1990 (Gates & Vistro-Υu, 2003) επαναλαμβάνοντας κι ανανεώνοντας εκ νέου το δικαίωμα στην υποχρεωτική πρωτοβάθμια εκπαίδευση χωρίς διακρίσεις ώστε να εξασφαλιστεί από τις χώρες μέλη η τήρηση των συμφωνηθέντων δικαιωμάτων. Παρά τις επαναλαμβανόμενες διακηρύξεις και τη διεύρυνση των στόχων (UNESCO, 1990), που συμπεριλαμβάνουν κοινωνικούς παράγοντες και ποιοτικά στοιχεία της εκπαίδευσης ως κρίσιμες προϋποθέσεις για την επίτευξη της ισότητας, ο στόχος διεθνώς βρίσκεται μακριά (Jurdak, 2009· Gates & Vistro-Υu, 2003· Martin, 2003) από την υλοποίησή του.

Όταν οι ανησυχίες σχετικά με την πρόσβαση των μαθητών στη μαθηματική εκπαίδευση αυξήθηκαν για λόγους που συνδέονταν με το περιεχόμενο του προγράμματος σπουδών και τις πρακτικές αξιολόγησης, το 2000, το Πλαίσιο Δράσης του Ντακάρ «The Dakar Framework Education For All» (UNESCO, 2000) καθόρισε μια φιλόδοξη και περιεκτική ατζέντα η οποία μέχρι το 2015 διακήρυττε ως στόχο την ένταξη των πιο ευάλωτων ομάδων και παιδιών που βρίσκονται σε μειονεκτική θέση. Σύμφωνα με το πλαίσιο δράσης επιδιώκεται η εξάλειψη διακρίσεων μεταξύ αγοριών και κοριτσιών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση μέχρι το 2005 με μακρινό στόχο την επίτευξη της ισότητας των φύλων στην εκπαίδευση το 2015. Για τη βελτίωση όλων των πτυχών της ποιότητας της εκπαίδευσης ορίστηκαν μια σειρά προϋποθέσεις, όπως, η εξασφάλιση της αριστείας όλων «ensuring excellence for all», μέσα από την επίτευξη μετρήσιμων μαθησιακών αποτελεσμάτων, ιδίως, όσον αφορά την εναρίθμηση (numeracy), την επίλυση προβλημάτων και τις βασικές δεξιότητες ζωής. Τα τελευταία περιγράφηκαν ως βασικά κριτήρια για αξιοπρεπή ζωή και εργασία, για λήψη αποφάσεων, συμμετοχή στην ανάπτυξη και για δια βίου/συνεχιζόμενη μάθηση με πιστοποίηση προσόντων. Οι διακηρύξεις αιτιολογούνται στη βάση της αριστείας και του εκπαιδευτικού ανταγωνισμού ως «*μια θετική στάση καθώς η παγκοσμιοποίηση, οι προκλήσεις της παγκόσμιας αγοράς και το ελεύθερο εμπόριο επιβάλλουν σκληρό ανταγωνισμό ανάλογα με τα αποκτηθέντα προσόντα*» (σελ. 48, 53) ενώ σημαντική θέση στη διακήρυξη κατέχει και η εκπαίδευση για τη δημοκρατική ιδιότητα του πολίτη με το σκεπτικό ότι η δημοκρατία δεν είναι σταθερή και αμετάβλητη, αλλά οικοδομείται δυναμικά σε κάθε κοινωνία. Αντίστοιχα, στο διακηρυκτικό και γενικόλογο περίγραμμα βελτίωσης της ποιότητας της εκπαίδευσης γίνονται επιγραμματικές αναφορές στα προσόντα και τις συνθήκες απασχόλησης των εκπαιδευτικών, τα προγράμματα σπουδών, τις μεθόδους διδασκαλίας, αξιολόγησης και το μαθησιακό περιβάλλον ενώ προτρέπει σε μεγαλύτερη αποφασιστικότητα και δέσμευση για την επίτευξη αριστείας «για όλους», καλώντας «*όλες τις χώρες να στρατευθούν στους παραπάνω σκοπούς*» (Σελ. 77), (UNESCO, 2000).

Η ιδέα της μετάβασης της μαθηματικής εκπαίδευσης από την προετοιμασία για την ελίτ στη μαζική εκπαίδευση γιορτάστηκε σε πολλές βιομηχανικές χώρες ως εκδημοκρατισμός της εκπαίδευσης και απόρροια της επιτυχίας των διεκδικήσεων κοινωνικής δικαιοσύνης της δεκαετίας του '60 και του '70. Παρόλα αυτά, η έκθεση αντιμετωπίστηκε με έντονη αμφισβήτηση (CIEAEM, 2000) και καχυποψία με το

επιχείρημα ότι αποτελεί κενό γράμμα στην εφαρμογή, αφού οι παραπάνω προσδοκίες ουσιαστικά, συνεχίζουν να αποτελούν επίδικα στη μαθηματική εκπαίδευση και συνολικά στην εκπαίδευση.

Σε μια παράλληλη δραστηριότητα, διεθνείς οργανισμοί, οργανώσεις και ερευνητές θέτουν ζητήματα ισότιμης πρόσβασης (equitable access) ανεξάρτητα από φύλο, πολιτισμική ετερότητα και κοινωνικοοικονομικούς καθορισμούς, ποιοτική, πλήρη δωρεάν και υποχρεωτική πρωτοβάθμια εκπαίδευση, προσδιορίζοντάς τα ως βασικά αιτήματα του εκδημοκρατισμού της τάξης των μαθηματικών και ανάδειξης της πολιτισμικής αξίας των μαθηματικών στη διδασκαλία (Valero, 2013- Gates & Vistro-Yu, 2003). Η Διεθνής Επιτροπή για τη Μελέτη και Βελτίωση της Διδασκαλίας των Μαθηματικών (International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching) CIEAEM (2000), η Διεθνής Ομάδα για την Ψυχολογία της Εκπαίδευσης Μαθηματικών (The International Group for the Psychology of Mathematics Education) (PME από το 1987) και η Διεθνής επιτροπή για τα Μαθηματικά ICMI VI (1988) με τα συνέδριά της (ICME) τεκμηριώνουν τις κοινωνικές και πολιτικές διαστάσεις του μαθηματικού γραμματισμού. Θέτουν ζητήματα ισότητας και κοινωνικής δικαιοσύνης στην πρόσβαση στο μαθηματικό γραμματισμό (Jurdak, 2009) εστιάζοντας στην ανάλυση των συνθηκών και των αιτιών, των περιορισμένων ευκαιριών διδασκαλίας και εκμάθησης για ομάδες μαθητών που καθορίζονται από το φύλο, την κοινωνικοοικονομική τάξη και την εθνότητα εντός των βιομηχανικών χωρών.

Στα τέλη της δεκαετίας του '70 μια ομάδα μαθηματικών της ανεξάρτητης (Furinghetti, 2008) Διεθνούς Επιτροπής για τη Μελέτη και Βελτίωση της Διδασκαλίας των Μαθηματικών (CIEAEM) μαζί με τον Freudenthal προσπαθεί να τερματίσει τη «ευγενή απομόνωση» «noble isolation» και τον προσανατολισμό της μαθηματικής εκπαίδευσης μόνο στα «καθαρά μαθηματικά». Προτείνουν τη διασύνδεση της εκπαίδευσης των μαθηματικών με τις άλλες επιστήμες, την κοινωνική πραγματικότητα και την κοινωνική μαθηματική πρακτική κάνοντας προγραμματικό το αίτημα "Μαθηματικά για Όλους".

Στο "Μανιφέστο 2000", για την ανάπτυξη των "Μαθηματικών για Όλους" και του "Μαθηματικού Γραμματισμού" της CIEAEM τίθενται προβληματισμοί κι ερωτήματα για τις αιτίες που οδηγούν σε αποτυχία, σε συναισθήματα άγχους, αποστροφής των μαθηματικών, αίσθηση αδυναμίας και χαμηλής αυτοεκτίμησης. Αμφισβητούνται κοινωνικά κατασκευασμένες αντιλήψεις περί «χαρισματικότητας», «μαθηματικού ταλέντου» ή «φυσικής» ικανότητας στη μαθηματική σκέψη οι οποίες υπονοούν ένα «στοιχείο φυσικοποίησης» για την αποτυχία των μαθητών ή συνδέονται με κληρονομικά/βιολογικά χαρακτηριστικά, όπως το φύλο και την καταγωγή, πολιτισμική στέρηση, εμπειρικό έλλειμμα, αναπηρίες και ιδεολογικές σκοπιμότητες και συνεπάγονται στάσεις και αντιλήψεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών που σε «ένα σχολείο για όλους», εν τέλει, προωθεί τους λίγους, τους «προικισμένους» και "κοινωνικά χρήσιμους". Αναδεικνύεται η αντιφατικότητα αυτών των αντιλήψεων όσον αφορά στη δικαιοσύνη και στην ίση μεταχείριση στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών που διαπερνούν την τάξη, το σχολείο και την ευρύτερη κοινωνία.

Σε αυτό το πλέγμα κοινωνικοοικονομικών και πολιτικών συμφραζομένων αναδύονται εκπαιδευτικές πρωτοβουλίες από κάθε πλευρά της έρευνας και της εκπαίδευσης (Gates & Vistro-Yu, 2003). Μια σειρά ερωτημάτων και ποικίλων προβληματισμών αναδεικνύονται στο διαχρονικό αίτημα των «μαθηματικών για όλους» που σχετίζονται με το περιεχόμενο, τη διδακτική μεθοδολογία, τις εκπαιδευτικές στοχεύσεις, αλλά και ευρύτερες κοινωνικές. Ερωτήματα όπως, «ποιο μαθηματικό πρόγραμμα σπουδών πρέπει να σχεδιαστεί για όλους; Τι είδους μαθηματικά πρέπει να μάθουν όλοι οι πολίτες; Ποιος ωφελείται και τα συμφέροντα ποιων εξυπηρετούνται από την μαθηματική εκπαίδευση σήμερα; Υπάρχει σημαντική αλλαγή σε σχέση με πριν από 50 χρόνια;» (Martin, 2003). «Πώς αντανakλάται στη διδασκαλία των μαθηματικών

η κοινωνική τους χρήση; Πώς μπορούν οι μαθητές να ασκήσουν κριτική στις αθέμιτες χρήσεις των μαθηματικών στην κοινωνία; Ποιοι ορίζουν τις ικανότητες που πρέπει να καλλιεργούνται από το μαθηματικό γραμματισμό, πολιτικοί, ερευνητές ή εκπαιδευτικοί; Πώς θα ξεπεραστεί η αντίθεση των οικονομικών απαιτήσεων και των κοινωνικών ή παιδαγωγικών αναγκών, για λίγους ή για όλους;» (CIEAEM, 2000, σ. 5).

Η συζήτηση για το δημοκρατικό δικαίωμα στην πρόσβαση των μαθηματικών όλων των μαθητών συμπεριλαμβάνει το αναμφισβήτητο δικαίωμα κάθε ανθρώπου να μοιράζεται όλα τα πολιτιστικά και φυσικά αγαθά που απαιτούνται για την υλική επιβίωση και τη διανοητική ανάπτυξη, υποστηρίζει ο D'Ambrosio (2003), υπογραμμίζοντας ότι αυτή είναι η ουσία της Οικουμενικής Διακήρυξης των Ανθρωπίνων Δικαιωμάτων των Ηνωμένων Εθνών στην οποία δεσμεύεται κάθε έθνος. Η εξερεύνηση της σχέσης μεταξύ του μαθηματικού γραμματισμού και της δημοκρατίας αναπτύσσεται, κυρίως στο τέλος της δεκαετίας του '80.

Οι Valero (2010) και Popkewitz (1999) υποστηρίζουν ότι η απάντηση στο ερώτημα δεν αφορά στο μαθηματικό περιεχόμενο, αλλά πρώτιστα, στη μελέτη των κοινωνικοπολιτικών διαστάσεων και κανόνων που συνθέτουν τις σχέσεις μάθησης και διδασκαλίας στην τάξη, στο σχολείο και στην κοινωνία δίνοντας περιεχόμενο στην έννοια των κοινωνικών πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι κοινωνικές και μαθηματικές πρακτικές συμπεριλαμβάνουν όχι μόνο όλες τις θεσμοθετημένες σχέσεις μεταξύ εκπαιδευτικών, μαθητών και μαθηματικών αλλά και τις αποφάσεις της εκπαιδευτικής πολιτικής, τα σχολικά βιβλία, την πολυπλοκότητα της διδασκαλίας, την οργανωτική δομή του σχολικού συστήματος κάθε βαθμίδας καθώς και τις αντιλήψεις για το ρόλο της εκπαίδευσης των μαθηματικών στην κοινωνία. Όλες αυτές οι πρακτικές μαζί, υποστηρίζουν, ότι χρειάζεται να αποτελέσουν δυναμικά πεδία μελέτης στην προώθηση της εκπαιδευτικής ισότητας και τη δικαιοσύνης.

Η συζήτηση για τον επιλεκτικό ρόλο του σχολείου και τις αποκρουστικές αντιφάσεις μέσα από τις εκπαιδευτικές και κοινωνικές λειτουργίες των διαδικασιών αξιολόγησης, αριστείας και «ίσως ευκαιριών» εκ των πραγμάτων συνδέεται με δομικά κοινωνικά ζητήματα και όλους εκείνους τους συμφραζόμενους ορατούς και αόρατους παράγοντες που επηρεάζουν τις εκπαιδευτικές επιδόσεις των περιθωριοποιημένων μαθητών. Σε διαφορετική περίπτωση, το εγχείρημα των «μαθηματικών για όλους» μόνο ως «Πύρρειος νίκη» μπορεί να χαρακτηριστεί καθώς παραμένει σημαντική, αλλά ανέφικτη διακήρυξη στη μαθηματική εκπαίδευση (Martin, 2003).

Θεωρείται αναμφισβήτητο ότι οι επιστημονικές και μαθηματικές γνώσεις των ανθρώπων είναι σημαντικές για τη μελλοντική ευημερία της κοινωνίας, επομένως, το σύνθημα "τα Μαθηματικά είναι για όλους" αποτελεί δήλωση που συνδέεται στενά με την υπόσχεση της κοινωνικής, οικονομικής και πολιτισμικής (cultural) ανάπτυξης με την υπόσχεση «ενός λαμπρού μέλλοντος», όπως επισημαίνει η (Valero, 2013). Για την ερευνήτρια όμως, αυτό αποτελεί έκφραση επιθυμίας, ενός κανονιστικού οράματος κυρίως, παρά παρεμβάσεις για πρόσβαση σε όσο το δυνατόν περισσότερες και υψηλής σημασίας γνώσεις. Βασισόμενη στις αναλύσεις των Foucault και Popkewitz υποστηρίζει ότι μια τέτοια δήλωση δεν είναι καθόλου αθώα, αλλά έχει διπλή έννοια, κατασκευάζει αποκλεισμούς και θέτει περιορισμούς σε ομάδες μαθητών και προπαντός, εκείνων με χαμηλή κοινωνικοοικονομική κατάσταση. Αφενός μεν διατηρεί μια ρητορική για τη σημασία της πρόσβασης στην εκπαίδευση και, αφετέρου δε κατασκευάζει και νομιμοποιεί τις διακρίσεις και τις ιεραρχικές δομές (Valero, 2013).

Παρομοίως, οι Knijnik & Wanderer (2010) υποστηρίζουν ότι το σύνθημα των τελευταίων δεκαετιών «μαθηματικά για όλους» εντάσσεται σε μια ρητορική που δεν δηλώνει απλά τη συμπερίληψη μιας

συσσωρευμένης γνώσης που προκύπτει από την εφαρμογή της έρευνας στη βελτίωση της διδακτικής πρακτικής και διδασκαλίας, αλλά κυρίως υπονοεί ότι η θεσμική εξουσία και το εκπαιδευτικό σύστημα που χαράσσει πολιτική, αξιοποιώντας «*τεχνολογίες ελέγχου*», διαμορφώνει τους κανόνες της αποδεχτής γνώσης ενώ παράλληλα κατασκευάζει με λογικό και νομιμοφανή τρόπο εκπαιδευτικές διακρίσεις. Έτσι, η ένταξη ή ο αποκλεισμός δημιουργούνται ως αποτέλεσμα του καθορισμού του κανόνα «*πομπ*» για όσους αποτελούν ή όχι μέρος αυτού του κανόνα. Μια τέτοια δήλωση «*η μαθηματικά εκπαίδευση είναι για όλους*» λειτουργεί ως μια επιλεκτική διαδικασία, συμμόρφωσης με τον κανόνα στην κατεύθυνση της κατασκευής του «*κοσμοπολίτικου παιδιού*» με συγκεκριμένα μαθησιακά χαρακτηριστικά (Popkewitz, 2008).

Αντίστοιχα, ο Σακονίδης (2011) σημειώνει ότι το χρόνιο αίτημα «*Μαθηματικά για όλους*» οδήγησε σε μερική αναθεώρηση των σχετικών αναλυτικών προγραμμάτων, συμπεριλαμβάνοντας όχι μόνο αριθμητικούς και αλγεβρικούς στόχους, αλλά και ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, της μαθηματικής επικοινωνίας και ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος, χαρακτηριστικά που δύσκολα γίνονται προσιτά σε όλους τους μαθητές με αποτέλεσμα να λειτουργούν με συμπεριλήψεις και αποκλεισμούς κατηγοριοποιώντας τους σε ικανούς και μη ικανούς. Με άλλα λόγια, υποστηρίζει ότι ο μαθηματικός γραμματισμός λειτουργεί ως εργαλείο «*πολιτισμικού ιμπεριαλισμού και προσωπικής καθυπόταξης*», ρυθμίζοντας τις δυνατότητες σκέψης κι επιβάλλοντας συγκεκριμένους τρόπους ανάγνωσης του κόσμου.

Έτσι, οι επαναλαμβανόμενες μετρήσεις της επίδοσης και η ανάδειξη της ιδέας της αριστείας μέσα από τυποποιημένες δοκιμασίες, εν τέλει, καταλήγουν να συνδέονται με την ατομική και συλλογική ικανότητα στα μαθηματικά λειτουργώντας ως κοινωνικό φίλτρο (Noyes, 2007) ενώ συναρτώνται ακόμη και με την εθνική ικανότητα στα μαθηματικά αποτελώντας δείκτες για την εθνική και οικονομική ανάπτυξη. Προβάλλεται με άλλα λόγια η εκπαίδευση ως αφήγηση σωτηρίας στην αντιμετώπιση των κοινωνικοοικονομικών προβλημάτων.

Σύμφωνα με τους Valero (2013, 2017) και Martin (2003) οικοδομείται ένας κυρίαρχος λόγος (discourse) που στην πραγματικότητα επικεντρώνει και ανάγει τη σχολική τάξη ως αποφασιστικό παράγοντα, απομονώνοντάς την από το ιστορικό κοινωνικό γίνεσθαι το οποίο διαμορφώνεται μέσα από ένα δίκτυο κοινωνικών συμβολισμών και πρακτικών με ιδεολογικές και πολιτικές διαστάσεις. Στην ουσία, όμως, αποτελούν τεχνολογίες για την νομιμοποίηση του κανόνα, που ταξινομεί μαθητές και εκπαιδευτικούς ανάλογα με τις εργασιακές δυνατότητές τους. Η Valero (2013, 2017) αποδομεί την ουδετερότητα (denaturalization) της δήλωσης ότι τα «*μαθηματικά είναι για όλους*» καθιστώντας εμφανές ένα δίκτυο ιστορικών, κοινωνικών και πολιτικών παραγόντων που συνδέονται με τη χαμηλή κοινωνική και οικονομική θέση των μαθητών και την άνιση πρόσβαση στη μαθηματική επιτυχία. Ο Pais (2012) επισημαίνει χαρακτηριστικά το ζήτημα των κοινωνικών και πολιτικών διαστάσεων της διδασκαλίας των μαθηματικών στην αντίφαση της αντιμετώπισης της ανισότητας που, αν και γνωστές, παραβλέπονται. Αυτή η πολιτική πρακτική εκλαμβάνει την εκπαίδευση ως ένα κλειστό αυτοαναφορικό σύστημα, υποβιβάζοντας το πρόβλημα σε διδακτικό, που μπορεί να επιλυθεί μέσω της ανάπτυξης και της εφαρμογής καλύτερων «*θεραπευτικών*» μεθόδων, αλλά δεν μπορεί να απαντήσει στην κοινή επιθυμία των «*Μαθηματικών για όλους*».

Παρά τον όγκο ερευνητικών εργασιών τις τελευταίες δεκαετίες το χάσμα μεταξύ θεωρίας και πρακτικής συνεχίζει να διευρύνεται παρά τις ερευνητικές προσπάθειες σε θέματα αποκλεισμού και αποτυχίας, όπως και «*το κοινωνικό χάσμα συνεχίζει να αυξάνεται*», υπογραμμίζουν οι Baldino και Cabral (2006: 21). Σε μια κοινωνική πραγματικότητα που οξύνεται όλο και περισσότερο από μεγαλύτερες οικονομικές και

κοινωνικές ανισότητες, αποτελεί αναπόδραστη συνέπεια, το σχολείο να μην αγνοεί και να μην αποστρέφεται αυτή την πραγματικότητα. Οι εκφάνσεις των κοινωνικών προβλημάτων είναι παρούσες σε κάθε πτυχή της σχολικής και διδακτικής διαδικασίας και σε δυναμική συνάρτηση με τη σχολική «επιτυχία» ή «αποτυχία» λειτουργώντας ως μηχανισμός αναπαραγωγής των ανισοτήτων.

Επομένως, μια πτυχή του εκδημοκρατισμού της εκπαίδευσης των μαθηματικών αποτελεί η προσπάθεια αντιμετώπισης του ζητήματος των «Μαθηματικών για Όλους» που ξεπερνάει τα στενά όρια της τάξης απαιτώντας να υιοθετηθεί από όλους ένας βαθμός κοινωνικής συνείδησης και ευθύνης σε μια ευρύτερη κοινωνική και πολιτική επιδίωξη (Gates & Vistro-Yu, 2003). Εάν οι μαθητές δεν είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις των μαθηματικών με απελευθερωτικούς τρόπους για να αλλάξουν και να βελτιώσουν τις συνθήκες της ζωής τους έξω από το σχολείο, ο κύκλος της περιθωριοποίησης θα συνεχίσει και ο σπουδαίος ρόλος των μαθηματικών ως «ανθρώπινη επινόηση» που προσφέρει ισχυρές ερμηνευτικές δυνατότητες του κοινωνικού γίνεσθαι θα συνεχίσει να χρησιμεύει ως εργαλείο ταξικών διακρίσεων (Σακονίδης, 2011) των μαθητών, ακόμη και όταν οι εκπαιδευτικοί και οι υπεύθυνοι χάραξης πολιτικής ισχυρίζονται «μικρές νίκες» στο σχολείο (Martin, 2003).

Κεφάλαιο 2ο Μαθηματικός γραμματισμός

«Εάν οι εκπαιδευτικοί δεν αντισταθούν συνειδητά στο status quo και διδάσκουν τα μαθηματικά ως ένα από τα πολλά εργαλεία με τα οποία μπορούν να αλλάξουν τον κόσμο, ενδέχεται να υποστηρίξουν ακούσια τον μαθηματικό γραμματισμό ως λειτουργικό γραμματισμό και στην καλύτερη περίπτωση, να δημιουργήσουν μερικές ακόμη ατομικές επιτυχίες. Αντ' αυτού, πρέπει να αντιληφθούμε τον μαθηματικό γραμματισμό ως γνώση για την απελευθέρωση από την καταπίεση» (Gutstein, 2006, σελ. 211).

Εισαγωγικά

Τα τελευταία χρόνια η επιστημονική έρευνα αναφέρεται στον γραμματισμό (literacy) με την πολυδιάστατη έννοια του όρου καθώς σήμερα μιλάμε για πολυγγραμματισμούς (multiliteracies), όπου κάθε μορφή γραμματισμού καθίσταται συμπληρωματική της άλλης είτε συνδυαζόμενες είτε αλληξαρτώμενες σε ένα ενιαίο σύνολο γνώσεων. Με το ίδιο σκεπτικό και στη μαθηματική δραστηριότητα επικαλούμαστε τον πολυγγραμματισμό (Γρόσδος, 2010) καθώς αποτελεί ένα σύνθετο συμβολικό σύστημα νοηματοδότησης που προσεγγίζεται με ποικίλους σημειωτικούς κώδικες επικοινωνίας και αναπαράστασης και ως τέτοιο χρειάζεται η σχολική εκπαίδευση να αντιμετωπίσει τον μαθηματικό γραμματισμό. Η μεταφορά/επεξεργασία της συμβολικής γλώσσας και των μαθηματικών εννοιών επιτυγχάνεται με ποικίλους πόρους επικοινωνίας ή μέσα αναπαράστασης και διαφορετικά σημειωτικά συστήματα συμπεριλαμβανομένου και του γλωσσικού. Έτσι, αναφερόμαστε σήμερα γενικότερα, σε έννοιες όπως, αναδυόμενος μαθηματικός γραμματισμός, κριτικός γραμματισμός, τεχνολογικός, οικονομικός γραμματισμός (financial literacy), ψηφιακός γραμματισμός, οπτικός (visual literacy), οπτικοακουστικός, ιστορικός, κοινωνικός, περιβαλλοντικός, ενώ συμπληρωματικά πεδία ποικίλων γραμματισμών και μορφών σημειωτικής φύσης στο συλλογικό τοπίο, αποτελούν πολύ/δια/μεισικές και πολυτροπικές εφαρμογές, δίκτυα ενημέρωσης και διάδρασης, όπου παράγονται και αναπαράγονται τύποι μαθηματικού λόγου και πρακτικής συνιστώντας χώρους έκφρασης του πολιτικού και πολιτειακού γραμματισμού και συμβάλλοντας πολυεπίπεδα στον μαθηματικό γραμματισμό των μαθητών και των μαθητριών.

Τα τελευταία χρόνια η προβληματική του γραμματισμού γενικότερα, απομακρύνεται από την ψευδαίσθηση της πολιτικής ουδετερότητας της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Gee, 2007), ως «αυτόνομο μοντέλο», διαμορφώνοντας κοινωνική ταυτότητα και μελετάται στο πλαίσιο των κοινωνικών πρακτικών ως φορέας έκφρασης νοημάτων και ιδεολογίας. Συναρτάται με επικοινωνιακές και χρονικές περιστάσεις ενταγμένες στο κοινωνικοπολιτισμικό και πολιτικό πλαίσιο, υπογραμμίζοντας έτσι, την δυναμική αλληλεπίδραση κοινωνίας και σχολικής πράξης (Χαραλαμπίδης, 2006) στην παραγωγή της γνώσης.

Σ' αυτό το κεφάλαιο επιχειρείται η σημασιοδότηση του μαθηματικού γραμματισμού μέσα από επιστημολογικούς ορισμούς και αντιλήψεις με βάση τις εκπαιδευτικές επιδιώξεις. Περιγράφονται οι δύο κατευθύνσεις του, η λειτουργική κατεύθυνση με χαρακτηριστικό παράδειγμα το μαθηματικό γραμματισμό του προγράμματος PISA και όψεις της κριτικής κατεύθυνσης του μαθηματικού γραμματισμού και της διδασκαλίας των Μαθηματικών για κοινωνική δικαιοσύνη. Γίνεται αναφορά στις απόψεις κριτικών μαθηματικών ερευνητών/παιδαγωγών, των Skovsmose, Gutstein, Frankenstein, D'Ambrosio, Gutiérrez, Pais, Valero, κλπ, οι οποίοι στο έργο τους τονίζουν τη σημασία του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού ώστε οι μαθητές ως μελλοντικοί πολίτες και ως ανθρώπινα όντα να

συλλογίζονται κριτικά στο μαθηματικό υλικό, να κατανοούν και να αμφισβητούν τις σχέσεις εξουσίας που αναπτύσσονται σε κάθε επίπεδο, να αξιολογούν με κριτικό πνεύμα τις κοινωνικές χρήσεις των μαθηματικών και των συμφερόντων που εξυπηρετούν, να ερμηνεύουν δομικές ανισότητες και διακρίσεις στην κατανομή πόρων μεταξύ διαφορετικών κοινωνικών ομάδων. Σύμφωνα με τον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό, μια εκπαιδευτική προοπτική προωθεί την ανάγκη για ένα πολιτικό όραμα της εκπαίδευσης των μαθηματικών στην κατεύθυνση της ανάπτυξης του δημοκρατικού μελλοντικού πολίτη μέσω της εμπειρίας και της ενεργού συμμετοχής στα σχολικά μαθηματικά.

2.1 Από την Αριθμητισμό στο μαθηματικό γραμματισμό

Στη διεθνή έρευνα και βιβλιογραφία καταγράφονται όροι, όπως, «εναρίθμηση»/«αριθμητισμός» (numeracy), «ποσοτικός γραμματισμός» (quantitative literacy) και «μαθηματικός γραμματισμός» (mathematical literacy), οι οποίοι αναφέρονται στην ικανότητα ή δεξιότητα των μαθητών να εφαρμόσουν τη μαθηματική γνώση αν και μερικές φορές αυτοί οι όροι χρησιμοποιούνται μόνο ως συνώνυμο της μαθηματικής γνώσης ενώ είναι ενσωματωμένοι στο διδακτικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Από την άλλη πλευρά, μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας δεν αναφέρεται αποκλειστικά στο «μαθηματικό γραμματισμό», ούτε περιορίζει τη σημασία του αλλά τον συσχετίζει με ζητήματα που αφορούν στη στοχοθεσία της μαθηματικής εκπαίδευσης, στα «μαθηματικά για όλους», στο ρόλο των μαθηματικών γνώσεων, στην επιστημονική και τεχνολογική παιδεία (Jablonka, 2003). Γενικότερα, οι μαθηματικοί ερευνητές (Gellert et al., 2001·Jablonka, 2003·Skovsmose, 2008) θεωρούν ότι δεν είναι τόσο απλό να καθοριστεί με σαφήνεια ένας ορισμός του μαθηματικό γραμματισμού.

Η Jablonka (2003) στην μελέτη της για το μαθηματικό γραμματισμό παρέχει σημαντικά στοιχεία και πηγές για την εξέλιξη των όρων που αναφέρονται στον αριθμητισμό και στον μαθηματικό γραμματισμό. Οι όροι «numerate» και «numeracy» εμφανίζονται για πρώτη φορά στην έκδοση του συλλογικού λεξικού Webster του 1959 και δηλώνουν την ικανότητα του ατόμου για ποσοτική σκέψη και έκφραση ως βασική ικανότητα για κατανόηση των μαθηματικών και των επιστημονικών μεθόδων. Οι ορισμοί του «numeracy» περιλαμβάνουν συνήθως την αίσθηση/ανάπτυξη νοήματος του αριθμού και την αίσθηση των συμβόλων, οι οποίοι υποστηρίζουν έναν ρόλο διαμεσολάβησης μεταξύ συμβολικών (αριθμητικών ή αλγεβρικών) παραστάσεων και των ερμηνειών τους. Η αίσθηση του αριθμού αναφέρεται σε άτυπες πτυχές της ποσοτικής συλλογιστικής, όπως η γνώση μιας κατάστασης ποσοτήτων, η λογική στην χρήση των αριθμών για μετρήσεις και η ικανότητα προσέγγισης των διαφόρων μεγεθών και των σχέσεων.

Αργότερα ο Noss (1997) (στο Jablonka, 2003) παρατηρεί για την έκθεση Cockcroft (DESJWO, 1982) ότι η ερμηνεία του όρου «numeracy» που βασίζεται σε αριθμούς και αριθμητικές πράξεις είναι αρκετά περιοριστική καθώς αποκλείει σημαντικές ιδέες των μαθηματικών (π.χ. γεωμετρία, άλγεβρα και αποδείξεις) που συνδέονται με την κουλτούρα της χρησιμότητας ενώ θεωρεί τη χρήση του όρου γραμματισμός (literacy) διπλά επωφελή, καθώς σηματοδοτεί της σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία. Το 1988 ο Paulos, αναφέρεται στην έννοια του μαθηματικού αναλφαριθμητισμού με τους όρους «Innumeracy» και «mathematical illiteracy». Γενικότερα, ο «μαθηματικός γραμματισμός» (Mathematical literacy) και ο «αριθμητισμός»/«εναρίθμηση» (numeracy) δεν μπορούν να αποδοθούν κυριολεκτικά σε πολλές γλώσσες, οπότε οι σημασίες τους πρέπει να αποδίδονται με όρους κάθε χώρας.

Παρ' όλα αυτά, ο όρος «αριθμητισμός»/εναρίθμηση (numeracy) εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ευρέως στα προγράμματα εκπαίδευσης ενηλίκων για μαθηματικά, ακόμη και αν η ερμηνεία υπερβαίνει την απλή λειτουργική χρήση αριθμητικών και τεχνικών δεξιοτήτων για την επεξεργασία, την επικοινωνία και την

ερμηνεία αριθμητικών πληροφοριών ενώ υπάρχει μια ποικιλία «λειτουργικών μορφών αριθμητισμού» (functional forms of numeracy) κατάλληλα για συγκεκριμένους σκοπούς, πρακτικές εργασίας, καθημερινές δραστηριότητες, μέσα ενημέρωσης (Jablonka, 2003). Ο Λεμονίδης (2003) διακρίνει το μαθηματικό γραμματισμό που συντελείται στη σχολική εκπαίδευση από τον μαθηματικό γραμματισμό των ενηλίκων χρησιμοποιώντας όρους, όπως, «αριθμητισμός» (numeracy) και «αριθμητισμός» ενηλίκων (adult numeracy), μαθηματικά και αριθμητισμός, μαθηματικός γραμματισμός (mathematical literacy) και κριτικός αριθμητισμός (critical numeracy) τονίζοντας ότι υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση ως προς τη σημασία που αποδίδεται στον όρο «αριθμητισμός».

Την κοινωνική διάσταση του μαθηματικού γραμματισμού προτείνει ο Barwell (2004) διερευνώντας τη σχέση μεταξύ του αριθμητισμού (numeracy) και του μαθηματικού γραμματισμού (literacy) στο σχολικό πλαίσιο. Υποστηρίζει ότι στον αριθμητισμό, όπως, αντίστοιχα, συμβαίνει με το γλωσσικό γραμματισμό, συντελείται μια δραστηριότητα μεταξύ σκέψης και κειμένου προς ανάλυση, επομένως, μεσολαβεί η ανθρώπινη δραστηριότητα, έτσι και ο αριθμητισμός (numeracy) είναι ουσιαστικά, κοινωνική πρακτική που βρίσκεται και αποκτά νόημα μέσω της αλληλεπίδρασης μεταξύ ανθρώπων δεν μπορεί να ιδωθεί ως αυτόνομη δεξιότητα. Όπως οι πρακτικές (γλωσσικού) γραμματισμού, έτσι και οι πρακτικές αριθμητισμού είναι πρακτικές γραμματισμού, μια κοινωνική διαδικασία δημιουργίας νοήματος με αριθμητικό κείμενο που περιλαμβάνουν αριθμητικές πληροφορίες, τονίζοντας τη σημασία ανάπτυξης κριτικής συνειδητοποίησης της φύσης του μαθηματικού γραμματισμού και του ρόλου του στις διαφορετικές κοινωνικές περιστάσεις.

Παρά τις πολλαπλές ερμηνείες του αριθμητισμού (numeracy) αξιοσημείωτο είναι ότι μέχρι τα τέλη του '80 δεν γίνεται αναφορά στην ιδέα της κριτικής αξιολόγησης των αριθμητικών δεδομένων και της χρήσης τους, που τίθεται από την κριτική θεώρηση της γνώσης, μια ικανότητα που πρέπει να θεωρηθεί ως κεντρικό συστατικό ενός «απελευθερωτικού γραμματισμού» (liberating literacy) (Cremin, 1988, στο jablonka, 2003).

2.2 Σηματοδοτώντας το μαθηματικό γραμματισμό

Διαχρονικά η προβληματική του γραμματισμού μπορεί να θεωρηθεί ως μια «μεγάλη συζήτηση». Ειδικότερα οι αντικρουόμενες αντιλήψεις είναι πολυάριθμες, χωρίς αυτό να αναγνωρίζεται πάντοτε (Keitel & Vithal, 2008· Bishop, 2008). Στη βιβλιογραφία περιλαμβάνονται έννοιες γύρω από το μαθηματικό γραμματισμό που κυμαίνονται από τις βασικές μαθηματικές δεξιότητες καθημερινής ζωής (McCrone & Dossey, 2007· Powell & Anderson, 2007· Skovsmose, 2008) μέχρι τις μαθηματικές δεξιότητες σκέψης υψηλότερης τάξης (Gellert et al., 2001· Martin, 2007· Jablonka, 2003· Skovsmose, 2008) ή συνδέονται με την έννοια της πολιτεότητας και της ενεργούς εμπλοκής στο συλλογικό και κοινωνικό χώρο (Jablonka, 2003· Skovsmose, 2010· Christiansen 2006· Frankenstein, 2014· Valero & Pais, 2015). Έτσι, έννοιες, όπως, η μαθηματικοποίηση (mathematisation) πραγματικών καταστάσεων από τους μαθητές και η μαθηματική μοντελοποίηση (mathematical modelling) (De Lange, 2003· Blum & Niss, 2010· Julie, 2006· De Corte, Verschaffel & Greer, 2000· Christiansen 2006), τα «μαθηματικά εν δράσει» (mathematics in action) (Skovsmose, 2001), τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά (Martin, 2007· Sumirattana et al., 2017) και άλλες προσεγγίσεις διαμορφώνουν το πολυδιάστατο τοπίο του μαθηματικού γραμματισμού (Skovsmose, 2001· Blum, 2002· Julie, 2006· De Corte, Verschaffel & Greer, 2000· Christiansen, 2006).

Οι McCrone και Dossey (2007) θεωρούν ότι, εάν οι μαθητές πρέπει να «αναγνωρίσουν και να κατανοήσουν τη σημασία των μαθηματικών κόσμων», πρέπει να βιώσουν τη δύναμη των μαθηματικών

σε κάθε διδακτικό αντικείμενο, προσδίδοντας διαθεματική προοπτική στην προσέγγιση των μαθηματικών με διάχυση του μαθηματικού γραμματισμού μέσα σε όλα τα διδακτικά αντικείμενα του σχολείου από τους εκπαιδευτικούς.

Για την Martin (2007) ο μαθηματικός γραμματισμός προϋποθέτει ένα άτομο που είναι σε θέση να αιτιολογεί, να αναλύει, να διατυπώνει και να επιλύει προβλήματα στο πραγματικό περιβάλλον καθιστώντας τον ενημερωμένο πολίτη και έξυπνο καταναλωτή «consumer». Έτσι, με την κατάλληλη παιδαγωγική στη διδασκαλία των μαθηματικών όλοι οι μαθητές θα πρέπει να αποκτήσουν την ικανότητα να εφαρμόσουν τις γνώσεις και τη λογική τους στις πραγματικές καταστάσεις που αποτελούν μέρος της καθημερινής τους ζωής, γεφυρώνοντας το χάσμα μεταξύ αφηρημένων και εφαρμοσμένων μαθηματικών, όπου τα περιβάλλοντα και ο βαθμός πολυπλοκότητας διαφέρουν.

Για την Frankenstein (2014) ο μαθηματικός γραμματισμός είναι κάτι περισσότερο από την ικανότητα υπολογισμών. Είναι η ικανότητα αιτιολόγησης των ποσοτικών δεδομένων και η δυνατότητα της χρήσης αριθμών για την βαθύτερη κατανόηση κοινωνικών ζητημάτων και την υποστήριξη ή την ανασκευή των απόψεων και δεδομένων.

Για τους Sumirattana, Makanong και Thirkong (2017), ο μαθηματικός γραμματισμός αναφέρεται στην ικανότητα των μαθητών να υιοθετούν και να εφαρμόζουν τις μαθηματικές γνώσεις και τις δεξιότητες, που αποκτώνται, στην πραγματική εμπειρία τους και να κατανοούν τις καταστάσεις που αφορούν στα μαθηματικά και να εξετάζουν «πότε» και «πώς» μπορούν να εφαρμόσουν αυτές τις μαθηματικές γνώσεις. Ο μαθηματικός γραμματισμός αποτελείται από δύο στοιχεία. Το πρώτο αναφέρεται σε εννοιολογικές και διαδικαστικές γνώσεις που είναι ουσιαστικά θεμελιώδεις για τη σύνδεση και επίλυση μαθηματικών προβλημάτων της πραγματικής ζωής. Η εννοιολογική γνώση αφορά στη γνώση σχετικά με τα γεγονότα, τις έννοιες, τις δομές, τις ιδέες, τις αρχές, τους νόμους και τους τύπους σχετικά με τα μαθηματικά θέματα ενώ η διαδικαστική γνώση αφορά στη γνώση σχετικά με τον τρόπο χρήσης των μαθηματικών διαδικασιών, των γλωσσών και των συμβόλων και την ερμηνεία και την κατάρτιση γραφημάτων και πινάκων.

Σύμφωνα με τις Κολέζα (2009) και Πόταρη (2016) ο μαθηματικός γραμματισμός ορίζεται ως ανάπτυξη ικανοτήτων ανάλυσης, ερμηνείας και παρέμβασης στο κοινωνικό γίγνεσθαι με τη χρήση του εργαλείου των μαθηματικών και αντίληψης των τρόπων χρήσης των μαθηματικών στα κέντρα λήψης αποφάσεων. Η Κολέζα (2009) στη «Φιλοσοφία ενός Αναλυτικού Προγράμματος για τα μαθηματικά» αξιοποιώντας τις εννοιολογήσεις των Freudenthal και Niss υποστηρίζει ότι «μαθηματικά εγγράμματο» άτομο είναι εκείνο που, «αντιλαμβάνεται τις μαθηματικές έννοιες, τις δομές και τις ιδέες ως εργαλεία οργάνωσης των φυσικών και κοινωνικών φαινομένων καθώς και του διανοητικού κόσμου» και «διαθέτει την ικανότητα να διαχειρίζεται ουσιαστικές πτυχές της μαθηματικής ζωής, να κατανοεί, να κρίνει, να δημιουργεί και να χρησιμοποιεί τα Μαθηματικά σε μια ποικιλία μαθηματικών πλαισίων και καταστάσεων» με αποτέλεσμα να «μπορεί να λειτουργήσει κριτικά σε μια δημοκρατική κοινωνία», αφενός για να καλύπτει τις προσωπικές του ανάγκες και προσδοκίες, αφετέρου για να ανταποκριθεί στη δημόσια σφαίρα συμμετοχής και παρέμβασης. Τονίζει την αδιαμφισβήτητη χρησιμότητα της επιστήμης των μαθηματικών ως προς την ισχυρή οργανωτική της ικανότητα και κατ' επέκταση και της ίδιας της πραγματικότητας, υπογραμμίζοντας τη δέσμευση ως εκπαιδευτικοί «να διδάξουμε χρήσιμα Μαθηματικά που παραμένουν Μαθηματικά» (Κολέζα, 2009: 9-11).

Για το Λεμονίδη (2003), μαθηματικά εγγράμματο θεωρείται ένα άτομο το οποίο κατέχει τις μαθηματικές ικανότητες, που του επιτρέπουν να ανταποκρίνεται στις πρακτικές μαθηματικές απαιτήσεις της

καθημερινής του ζωής και είναι ικανό να αντιλαμβάνεται και να εκτιμά τις πληροφορίες που παρουσιάζονται με μαθηματικούς όρους, όπως πίνακες, γραφικές αναπαραστάσεις, ποσοστά κλπ. που καλείται να αντιμετωπίσει.

Αν και η εννοιολόγηση του μαθηματικού γραμματισμού δεν προσδιορίζεται με σαφήνεια, ένας ιστός που διατρέχει όλες τις προσπάθειες προσδιορισμού της έννοιας, είναι ότι αφενός αποτελεί μια πολύτιμη ικανότητα που πρέπει να κατέχει ένα άτομο για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων, αφετέρου η έκρηξη πληροφοριών και η έμφαση στην παγκοσμιοποίηση απαιτούν μέσω του μαθηματικού γραμματισμού, την ενδυνάμωση των μαθητών, για να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις της προσωπικής και κοινωνικής ζωής καθώς και την ενεργή συμμετοχή στα συλλογικά δρώμενα (Gellert et al., 2001· Skovsmose, 2008· Jablonka, 2003· Ernest, 2002).

2.3 Κατευθύνσεις του μαθηματικού γραμματισμού /Λειτουργική - κριτική κατεύθυνση

«ο μαθηματικός γραμματισμός ποικίλλει ανάλογα με τις αξίες και τις λογικές των ενδιαφερόμενων φορέων που την προωθούν. Το κεντρικό επιχείρημα είναι ότι δεν είναι δυνατόν να προωθηθεί η αντίληψη του μαθηματικού γραμματισμού χωρίς ταυτόχρονα - έμμεσα ή ρητά - να προωθηθεί μια συγκεκριμένη κοινωνική πρακτική» (Jablonka, 2003: 75)

Οι μελέτες στο πεδίο των γραμματισμών προσεγγίζονται μέσα από δύο κατευθύνσεις γραμματισμού, τον λειτουργικό (functional) και τον κριτικό (critical), όροι που εισήγαγε ο Apple (1992) ασκώντας κριτική στη έννοια του μαθηματικού γραμματισμού που ενσωματώνουν τα Πρότυπα Σπουδών και Αξιολόγησης για τα Σχολικά Μαθηματικά (NCTM). Υποστηρίζει ότι «ο γραμματισμός είναι ένας ολισθηρός/επικίνδυνος όρος» (slippery term) καθώς, «το νόημά του ποικίλλει ανάλογα με τη χρήση του από διαφορετικές ομάδες με διαφορετικές ατζέντες» (Apple, 1992: 423).

Ο λειτουργικός μαθηματικός γραμματισμός καθορίζεται από τις ικανότητες που διαθέτει ένα άτομο «να ανταποκρίνεται σύμφωνα με τις δεδομένες ανάγκες και τους περιορισμούς της κοινωνίας» (Jablonka, 2003: 78-79), με έμφαση σε μορφές εξάσκησης και εφαρμογής ενώ λειτουργεί «ως μια λεπτή τεχνική διαδικασία απαλλαγμένη από τις σχέσεις αξιών, εξουσίας και ηθικής που διέπει κάθε πραγματική και καθημερινή φυσική ή κοινωνική κατάσταση» (Χρονάκη, 2015: 123). Ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός, αντίθετα, περιλαμβάνει την «ικανότητα ανάγνωσης μιας δεδομένης κατάστασης, συμπεριλαμβανομένης της ποσοτικής έκφρασής της ως μια ανοιχτή διαδικασία για αλλαγή» (Skovsmose, 2008) ενώ για την αποτελεσματική συμμετοχή σε μια δημοκρατική κοινωνία απαιτείται κατανόηση, ερμηνεία και κριτική αξιολόγηση των μαθηματικών δεδομένων και μοντέλων ως βασικών στοιχείων για ένα χειραφετητικό μαθηματικό γραμματισμό (emancipatory mathematical literacy) σε τεχνολογικά προηγμένες κοινωνίες (Jablonka, 2003).

Για την κριτική παιδαγωγική ο μαθηματικός γραμματισμός δεν νοείται ως συσσώρευση σταθερών αληθειών αλλά ως ένα πεδίο που τίθενται ερωτήματα σχετικά με την κατασκευή της γνώσης, πώς και γιατί οικοδομείται με συγκεκριμένους τρόπους και πώς μπορεί να συγκροτηθεί διαφορετικά. Διαπραγματεύεται τη γνώση μέσω μιας διαλεκτικής διαδικασίας, όπου οι μαθητές συλλογικά, δημιουργούν και εξετάζουν προβλήματα, οργανώνουν και αναδιοργανώνουν εννοιολογικές δομές για την κατασκευή λύσεων διαμορφώνοντας κριτική συνείδηση απέναντι στην κυριαρχία και τον έλεγχο που επιβάλλουν συγκεκριμένους τρόπους σκέψης και ζωής στην προοπτική της εκπαιδευτικής,

κοινωνικής ισότητας και δικαιοσύνης. Οι κριτικοί μαθηματικοί ερευνητές νοηματοδότησαν τον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό με ποικίλους όρους, ο Skovsmose (1994) με τον όρο *mathemacy*, ο D' Ambrosio ως *matheracy* και η Frankenstein ως *critical mathematics literacy* (1998).

Συχνά, υπογραμμίζεται ότι ο γραμματισμός εξελίσσεται σε επίπεδα με το επιχείρημα ότι πρέπει πρώτα να αναπτυχθούν οι λειτουργικές ικανότητες πριν από την ανάπτυξη οποιασδήποτε κριτικής ικανότητας. Ο Skovsmose θεωρεί προβληματική αυτή την αντίληψη και συσκοτιστική (*illusive*) τη διάκριση στη μαθηματική εκπαίδευση. Περιγράφει τις δύο ιδιότητες του μαθηματικού γραμματισμού ως δύο αμοιβαίες αλληλοσυνδεόμενες ιδιότητες καταλήγοντας ότι ο μαθηματικός γραμματισμός εμπειρικλείει τόσο το λειτουργικό όσο και τον κριτικό χωρίς να διακρίνει τον ένα από τον άλλο. Θεωρεί ότι η μία ανάγκη εμπειριέχει την άλλη από τα πρώτα βήματα του γραμματισμού αντανακλώντας σαφώς την προσέγγιση του Freire (1970) για κριτικό στοχασμό. Ο γραμματισμός περιγράφεται από το Skovsmose (1994, 2013) ως ένα δίκοπο μαχαίρι (*double-edged swords*), που από τη μια πλευρά ο γραμματισμός είναι απαραίτητος στη σημερινή κοινωνία για τον ενημερωμένο πολίτη και τις βασικές εργασιακές διαδικασίες, από την άλλη, μπορεί να εξυπηρετήσει το στόχο της ενδυνάμωσης ως ένα μέσο οργάνωσης και αναδιοργάνωσης των ερμηνειών των κοινωνικών θεσμών, των παραδόσεων και των προτάσεων για πολιτικές μεταρρυθμίσεις.

Επομένως, ο μαθηματικός γραμματισμός μπορεί να θεωρηθεί μέρος μιας κριτικής της ιδεολογίας και εργαλείο εντοπισμού της ανισότητας και της αδικίας, με άλλα λόγια ένα εργαλείο για τον προσδιορισμό των κρίσιμων χαρακτηριστικών μιας κοινωνίας. Η «λειτουργική» και η «κριτική» οπτική του γραμματισμού θα μπορούσαν, ωστόσο, να λαμβάνουν πολύ διαφορετικές σημασίες ανάλογα με το συμφραζόμενο κοινωνικό πλαίσιο το οποίο εξετάζουμε. Στο κείμενό του «*Mathematical literacy and globalization*» ο Skovsmose (2008) θέτει τον προβληματισμό: «*Εάν τα μαθηματικά και η εξουσία αλληλοσυνδέονται σε έναν παγκοσμιοποιημένο κόσμο, τι σημαίνει για το μαθηματικό γραμματισμό να είναι είτε λειτουργικός είτε κριτικός;*», θεωρώντας εκ των πραγμάτων ότι ο μαθηματικός γραμματισμός, συσχετίζεται με τις έννοιες της ισχύος και της παγκοσμιοποίησης στο νεοφιλελεύθερο σκηνικό. Παρουσιάζει τέσσερις διαδικασίες που γίνεται ορατή η αλληλεπίδραση μαθηματικών – εξουσίας και εμπειριέχουν τις ιδιότητες του γραμματισμού: α) της κατασκευής (*construction*)-γνώση τεχνολογικών συστημάτων (σελ. 8), π.χ. κατασκευή του υπολογιστή, β) της λειτουργίας/χειρισμού (*operation*)-λειτουργικές μαθηματικές γνώσεις και εργασιακές πρακτικές, π.χ. αγοραπωλησίες, γ) της κατανάλωσης (*consuming*)- ως πολίτες/καταναλωτές που λαμβάνουν κι αντιμετωπίζουν πληροφορίες, υπηρεσίες, αγαθά και δ) της περιθωριοποίησης (*marginalising*)- ως μια πτυχή της παγκοσμιοποίησης και συνέπεια της φιλελεύθερης οικονομίας που λειτουργεί με αποκλεισμούς ανθρώπων και ομάδων ως «αναλώσιμων» (*disposable*).

Η Julie (2006), σημειώνει ότι ο Μαθηματικός Γραμματισμός (*literacy*) ορίζεται ποικιλότροπα, τοποθετώντας τον, σε ένα συνεχές (*continuum*) όπου το ένα άκρο θεωρείται η είσοδος στο μαθηματικό γραμματισμό και το άλλο άκρο αποτελεί το μέσο αλληλεπίδρασης με την κοινωνία. Υιοθετεί τον ορισμό που δίνει ο Kilpatrick (2001), εισάγοντας τον όρο μαθηματική επάρκεια/ικανότητα (*mathematical proficiency*) (σελ. 62) ο οποίος θεωρεί ότι ταιριάζει απόλυτα στον όρο μαθηματικό γραμματισμό (*mathematical literacy*) ενώ η ερευνήτρια τον περιγράφει με πέντε επιμέρους άξονες α) την εννοιολογική κατανόηση (*conceptual understanding*), β) τη διαδικαστική ευχέρεια (*procedural fluency*), γ) την στρατηγική ικανότητα (*strategic competence*), δ) τη μετασχηματιστική συλλογιστική (*adaptive reasoning*) και ε) τον παραγωγικό συλλογισμό (*productive reasoning*) οι οποίοι συνυφαίνονται και είναι σημαντικό να αναπτυχθούν ταυτόχρονα. Το άλλο άκρο του συνεχούς ορίζεται από το κριτικό μοντέλο που

προτείνει ο Skovsmose (1994, 1998), ο οποίος επινόησε τον όρο «mathemacy» και συνδέεται στενά με τον όρο γραμματισμό (literacy), όπως διατυπώθηκε από τον Freire, θεωρώντας μαθηματικό γραμματισμό την ικανότητα που επιτρέπει στους μαθητές να κατανοούν και να ερμηνεύσουν ένα μέρος της πραγματικότητάς τους και να επενεργούν σ' αυτήν.

Ο Gutstein (2006) εξετάζει την έννοια του λειτουργικού και κριτικού μαθηματικού γραμματισμού, σε σχέση με την κυρίαρχη επιδίωξη της οικονομικής ανταγωνιστικότητας και την αναπαραγωγή κοινωνικών ανισοτήτων για διαφορετικές κοινωνικές ομάδες μαθητών. Ο λειτουργικός γραμματισμός αναφέρεται στις ικανότητες που απαιτούνται για τη λειτουργία εντός μιας δεδομένης κοινωνίας. Εξυπηρετεί τους αναπαραγωγικούς σκοπούς (διατήρηση του status quo) των κυρίαρχων συμφερόντων, υποβιβάζοντας την σημασία του γραμματισμού, του αναλυτικού προγράμματος και της παιδαγωγικής στα επίπεδα των αναγκών αναπαραγωγής του κεφαλαίου και προετοιμάζοντας τους μαθητές/μελλοντικούς εργαζομένους για συγκεκριμένους ρόλους στην αγορά εργασίας. Αντίθετα, στον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό η γνώση προσεγγίζεται κριτικά και με σκεπτικισμό, αναζητούνται σχέσεις μεταξύ ιδεών και βαθύτερες εξηγήσεις των φαινομένων καθώς και προβληματισμοί, όπως, ποιων συμφέροντα εξυπηρετούνται και ποιος ωφελείται. Ο κριτικός γραμματισμός μελετά τα ζητήματα σε σχέση με κοινωνικοπολιτικά και πολιτισμικά-ιστορικά συμφραζόμενα βοηθώντας τους ανθρώπους να αναγνωρίζουν καταπιεστικές πτυχές της κοινωνίας, ώστε να μπορούν να συμμετέχουν στη δημιουργία ενός πιο δίκαιου κόσμου.

Ο D'Ambrosio (1999, 2003), αναφέρεται στο μαθηματικό γραμματισμό με τους όρους literacy, mathemacy και technoracy υποστηρίζοντας ότι το αναλυτικό πρόγραμμα χρειάζεται να οργανώνεται στους τρεις άξονες ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες της αναδυόμενης εποχής και της χειραφετητικής πολιτειότητας. Ως literacy θεωρείται η ικανότητα της αριθμητικής, της κατανόησης γραφημάτων, πινάκων, της πυκνής σημειωτικής γλώσσας και άλλων τρόπων ενημέρωσης του ατόμου που έχουν κυρίως να κάνουν με οθόνες και πλήκτρα παρά με μολύβι και χαρτί καθώς θεωρεί ότι η «ανάγνωση» και η επικοινωνία μέσω των νέων μέσων προηγείται της χρήσης μολυβιού και χαρτιού ενώ ο αριθμητισμός (numeracy) αποκτάται με τη χρήση αριθμομηχανών. Ως mathemacy εννοείται η δυνατότητα υπολογισμού, υποθέσεων και εξαγωγής συμπερασμάτων από δεδομένα. Πρόκειται για ένα πρώτο βήμα προς μια διανοητική εμπειρία και κριτική στάση, η οποία σχεδόν απουσιάζει εντελώς από τα σχολικά συστήματα. Δυστυχώς, ακόμη και η παραδοχή ότι η επίλυση προβλημάτων, η μοντελοποίηση και τα projects μπορούν να παρατηρηθούν σε ορισμένες τάξεις μαθηματικών, η κύρια σημασία δίνεται στον αριθμητισμό/εναριθμηση (numeracy) ή στην εκμάθηση αριθμών και πράξεων. Ο όρος mathemacy σύμφωνα με τον ερευνητή προσεγγίζει τα μαθηματικά τόσο της κλασσικής Ελλάδας όσο και των αυτόχθονων πολιτισμών, όπου το ενδιαφέρον για την μαθηματική γνώση ξεπερνά την αρίθμηση και την καταμέτρηση και εστιάζεται στις πιθανότητες και τη φιλοσοφία με στόχο την κριτική θεώρηση του κόσμου. Με τον τρίτο όρο, technoracy, ο ερευνητής συνδέει την τεχνολογική χρήση και πρόοδο με ηθικές και αξιακές προεκτάσεις.

Η Jablonka (2003) επισημαίνει τη δυσκολία να αποσαφηνιστεί η έννοια του μαθηματικού γραμματισμού, καθώς υποστηρίζει ότι ποικίλλει, ανάλογα με την κυρίαρχη κουλτούρα και το πλαίσιο που επιβάλλουν καθορισμένες κοινωνικοοικονομικές απαιτήσεις και προωθούν συγκεκριμένες κοινωνικές πρακτικές. Υποστηρίζει ότι ο μαθηματικός γραμματισμός επικεντρώνεται στην ιδιότητα του πολίτη με την έννοια της δυνατότητας κριτικής αξιολόγησης πτυχών του πολιτισμού που διαπλέκονται από μαθηματικές πρακτικές (σελ. 76), επομένως, η ικανότητα κατανόησης και αξιολόγησης αυτών των πρακτικών πρέπει να αποτελεί συνιστώσα του μαθηματικού γραμματισμού. Η αποδοχή του μαθηματικού γραμματισμού

ως λειτουργικό (functional) αναφέρεται στην αγοραία αντίληψη (marketability) των δεξιοτήτων του ατόμου, σύμφωνα με τις δεδομένες κοινωνικοοικονομικές ανάγκες και τους περιορισμούς της κοινωνίας ενώ η έμφαση στις ικανότητες που απαιτούνται για την ουσιαστική συμμετοχή σε μια δημοκρατική κοινωνία είναι αρκετά διαφορετική λογική για τον καθορισμό του πεδίου του μαθηματικού γραμματισμού. Κατά συνέπεια, ένας χειραφετητικός μαθηματικός γραμματισμός (emancipatory mathematical literacy) απαιτεί κριτική ερμηνεία και αξιολόγηση των μαθηματικών δεδομένων και μοντέλων στη δημόσια σφαίρα (σελ. 79).

Η ερευνήτρια μελετά το ρόλο που διαδραματίζει ο μαθηματικός γραμματισμός ως μαθηματική συμπεριφορά σε «συγκρουόμενα» και αντιφατικά πλαίσια ανάλογα με το σκοπό και τις επιδιώξεις για τις οποίες εφαρμόζεται. Αναφορικά με α) την ανάπτυξη του ανθρώπινου κεφαλαίου –και τη σύνδεση με την αγορά εργασίας με στόχο την οικονομική ανάπτυξη και τον ανταγωνισμό, β) την πολιτισμική ταυτότητα –με ενσωμάτωση εθνομαθηματικών πρακτικών και την επίγνωση επιχείρησης κυριαρχίας/ενσωμάτωσης στο δυτικό μοντέλο ακαδημαϊκής μαθηματικής γνώσης, γ) την κοινωνική αλλαγή –ένα πολιτικό όραμα του μαθηματικού γραμματισμού που στοχεύει στην κριτική πολιτεότητα, με στόχο την ευαισθητοποίηση και το ενδιαφέρον των μαθητών για τα κοινωνικά προβλήματα ως μελλοντικοί πολίτες, δ) την περιβαλλοντική επίγνωση/ευαισθητοποίηση (Awareness) –διεπιστημονική προσέγγιση των μαθηματικών, τα περιβαλλοντικά μαθηματικά, για την αντιμετώπιση οικολογικών και περιβαλλοντικών κρίσεων σε συνάρτηση με την εξάντληση πόρων και οικονομικών περιορισμών. Τον μελετά, επίσης και ως προς ε) την αξιολόγηση των μαθηματικών μοντέλων/εφαρμογών που επηρεάζουν την κοινωνία για την ανάπτυξη μιας συνειδητοποίησης των ορίων αξιοπιστίας των μαθηματικών μοντέλων, θεωρώντας ότι πρέπει να αναπτυχθεί τέτοιου είδους κουλτούρα μαθηματικού γραμματισμού στο σχολείο.

Η Christiansen (2006) μελετώντας το μαθηματικό γραμματισμό αναφέρεται στην ικανότητα των ατόμων που κυμαίνεται από την επίλυση λεκτικών προβλημάτων έως την κριτική ή δημοκρατική ικανότητα. Σκοπός του μαθηματικού γραμματισμού είναι η συνειδητοποίηση και κατανόηση του ρόλου που παίζουν τα μαθηματικά στον σύγχρονο κόσμο, η χρήση του ως εργαλείου απόκτησης γνώσεων ενάντια στην καταπίεση, τις εκπαιδευτικές –κοινωνικές ανισότητες και την εκμετάλλευση, την κατανόηση μαθηματικών εφαρμογών και των αποτελεσμάτων που έχουν στην κοινωνία ενώ ένα τρίτο στοιχείο αφορά τα μαθηματικά ως δυνατότητα πρόσβασης «gate-keeper» (σελ.6) για περαιτέρω εκπαίδευση, λειτουργώντας έτσι, ως μια αέναη δύναμη. Λαμβάνοντας υπόψη αυτή τη σημασία, γίνεται αντιληπτό ότι ο ρόλος των εκπαιδευτικών γίνεται καθοριστικός καθώς αποτελούν ζωτικής σημασίας παράγοντες αλλαγής και γεφύρωσης γνώσεων και πεποιθήσεων.

Οι Gellert et al. (2001) επισημαίνουν μια άλλη πτυχή του μαθηματικού γραμματισμού που συνδέεται με τη διάσταση του ρόλου της τεχνολογίας η οποία έχει αναλάβει πολλές κοινωνικές, οικονομικές και πολιτικές διαδικασίες στην καθημερινότητα με την ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων κι εφαρμογών αυτοματισμού από εξειδικευμένους μαθηματικούς. Δεν απαιτούν από τους ανθρώπους να κατανοούν ή να είναι μαθηματικά εγγράμματοι καθώς βασίζονται περισσότερο στην κοινή λογική παρά σε μια ορθολογική συλλογιστική ή στην μαθηματική αιτιολόγηση, «*το αποτέλεσμα σε αυτή την περίπτωση είναι μια αυξανόμενη μαθηματικοποίηση της κοινωνίας, η οποία παράλληλα συνεπάγεται μια αυξανόμενη απομαθητικοποίηση του ατόμου ως μέλους της κοινωνίας*» (σελ. 58).

Η Gellert (2004) τονίζει ότι η δυναμική ανάπτυξη και ο σχεδιασμός διδακτικού υλικού για το μαθηματικό γραμματισμό και το ρόλο του πολίτη, στην πράξη προϋποθέτει, οι εκπαιδευτικοί να αναπτύξουν μια νέα αντίληψη για τη διδακτική προσέγγιση στην τάξη των μαθηματικών, επομένως, το μετασχηματισμό των

διδακτικών τους πρακτικών, θεωρώντας ότι μόνο τότε το διδακτικό υλικό μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία της αλλαγής. Η αντίληψη για την ιδανική σύνδεση διδακτικού υλικού και μεθοδολογίας που καταλήγει σε τεχνοκρατικού χαρακτήρα διδασκαλία χαρακτηρίζεται από την ερευνήτρια ως «μύθος» και «αφελής αισιόδοξη στρατηγική» όσον αφορά στο μαθηματικό γραμματισμό (σελ. 172-174).

Συνοψίζοντας, από την επισκόπηση της βιβλιογραφίας, ο ορισμός, η εννοιολογική περιγραφή και η σημασία του μαθηματικού γραμματισμού δεν αναφέρεται ως ένα εξειδικευμένο θέμα, δεν αποτελεί μια ξεκάθαρη διαδικασία ούτε μπορεί να περιγραφεί επαρκώς μόνο ως προς τις μαθηματικές δεξιότητες. Θεωρείται περισσότερο μια ικανότητα ενσωματωμένη στο διδακτικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Οι αντιλήψεις ποικίλλουν σε βαθμό πολυπλοκότητας όσον αφορά στις απαιτούμενες μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες. Αποτελούν ευρείες θεωρητικές οπτικές και δεν μπορούν να παρέχουν μόνο έναν διεθνή ορισμό του μαθηματικού γραμματισμού, καθώς αυτό εξαρτάται κύρια από συγκεκριμένες σχολικές και κοινωνικές πρακτικές. Έτσι, η φύση του μαθηματικού γραμματισμού μπορεί να θεωρηθεί ως μια σχεσιακή και πολυπαραγοντική υπόθεση μεταξύ σχολικών και εξωσχολικών μαθηματικών, καθώς αφορά στην ικανότητα του ατόμου να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά που μαθαίνει στο σχολείο. Η ικανότητα χρήσης βασικών υπολογιστικών και γεωμετρικών δεξιοτήτων σε καθημερινές συνθήκες, η γνώση και η κατανόηση θεμελιωδών μαθηματικών εννοιών, η ικανότητα ανάπτυξης εξελιγμένων μαθηματικών μοντέλων ή η ικανότητα κατανόησης και αξιολόγησης των πολλαπλών χρήσεων των αριθμητικών και ποσοτικών στοιχείων και μαθηματικών μοντέλων αντικατοπτρίζουν ένα εύρος διαφορετικών εκπαιδευτικών και πολιτικών στοχεύσεων, από την προτυποποίηση επιδόσεων και μετρήσιμων αποτελεσμάτων (output), την προώθηση της ακαδημαϊκής μαθηματικής εκπαίδευσης, την επαγγελματική χρήση των μαθηματικών μέχρι την προώθηση της εκπαίδευσης κριτικών πολιτών/κριτικής δημοκρατικής πολιτειότητας.

2.4 Λειτουργική οπτική του μαθηματικού γραμματισμού-Η περίπτωση του προγράμματος PISA

Διεθνείς συγκριτικές μελέτες, όπως το Διεθνές Πρόγραμμα Αξιολόγησης Μαθητών (PISA) του Οργανισμού Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ) και η Έρευνα Διεθνών Τάσεων στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες (TIMSS) του Διεθνούς Οργανισμού για την Αξιολόγηση Εκπαιδευτικών Επιτευγμάτων (IEA) έχουν αυξήσει διεθνώς την αντίληψη της αξίας και της σημασίας του μαθηματικού γραμματισμού. Ένα από τα ερωτήματα που αναδεικνύονται στην εκπαιδευτική κοινότητα αφορά στο προφίλ του μαθητή που διαμορφώνεται μέσα από τη ρητορεία και τους λόγους (discourses) που προωθούν οι υπερεθνικοί οργανισμοί για την μαθηματική γνώση και ικανότητα.

Το Διεθνές Πρόγραμμα Αξιολόγησης Μαθητών (PISA) λειτουργεί στο πλαίσιο του υπερεθνικού οργανισμού ΟΟΣΑ (OECD) με 35 χώρες μέλη και άλλες 70 που δεν είναι μέλη, αλλά συνδέονται αντίστοιχα συμμετέχοντας σε έρευνες και αξιολογήσεις. Λαμβάνουν από τον οργανισμό συγκρίσιμα και συγκριτικά στατιστικά οικονομικά στοιχεία παρέχοντας, με αυτόν τον τρόπο, στα κράτη, εργαλεία για την ανάλυση, την παρακολούθηση και τη σχεδίαση των οικονομικών, κοινωνικών και περιβαλλοντικών πολιτικών τους, δημιουργώντας για τις χώρες ένα πλέγμα αυξημένης αλληλεξάρτησης που απαιτεί παγκόσμιους όρους λειτουργίας. (Greece and the OECD, 2018)

Σκοπός του προγράμματος PISA, όπως περιγράφεται, είναι να μετρήσει πόσο καλά οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητές τους σε προβλήματα πραγματικής ζωής ενώ ο σκοπός της TIMSS είναι να μετρήσει τις γνώσεις και τις δεξιότητες των μαθηματικών και των επιστημών

ευθυγραμμισμένες με τα προγράμματα σπουδών των συμμετεχουσών χωρών (National Centre for Education Statistics, 2008). Τόσο μέσα από τις δοκιμασίες που εφαρμόζει από το 2000, αλλά και μέσα από τις συμφωνίες και συνεργασίες με τα κράτη μέλη του ΟΟΣΑ έχει αναπτύξει ένα επίσημο θεσμικό λόγο, όπου στην ουσία διατυπώνονται ρητά, οι βασικές γνώσεις που πρέπει να διδάσκουν οι εκπαιδευτικοί και οι ικανότητες που είναι αναγκαίο να αποκτούν οι μαθητές ώστε να ικανοποιούν το μοντέλο του μαθηματικά εγγράμματου πολίτη, όπως αναγνωρίζεται από τον διεθνικό οργανισμό.

Στην αναφορά του οργανισμού, "μαθηματικός εγγραμματισμός" ορίζεται τυπικά η ικανότητα του ατόμου να διατυπώνει, να χρησιμοποιεί και να ερμηνεύει τα μαθηματικά σε μια ποικιλία πλαισίων στα οποία περιλαμβάνει τη μαθηματική αιτιολόγηση και συλλογιστική, τη χρήση μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών, γεγονότων και εργαλείων για την περιγραφή, την εξήγηση και την πρόβλεψη των φαινομένων ώστε να είναι σε θέση να αντιμετωπίζει πρακτικά τα πιθανά καθημερινά προβλήματα που ανακύπτουν με στόχο την αποτελεσματική και παραγωγική συμμετοχή στη ζωή ως μαθητές, εργαζόμενοι και πολίτες (PISA, 2017). Η έννοια του πολίτη ως μαθηματικά εγγράμματου οριοθετείται στο πλαίσιο της ικανότητας των ατόμων να αναγνωρίσουν τον ρόλο που παίζουν τα μαθηματικά στον κόσμο, να κάνουν καλά τεκμηριωμένες κρίσεις και να λαμβάνουν αποφάσεις που απαιτούνται για να είναι εποικοδομητικοί (constructive), να εμπλέκονται/ενεργοί (engaged) και αναστοχαστικοί/σκεπτόμενοι (reflective) πολίτες. (PISA, 2017)

Στην απάντηση του ερωτήματος «Τι είναι σημαντικό για τους πολίτες να γνωρίζουν και να είναι σε θέση να κάνουν;» (σελ. 3) ο ΟΟΣΑ, μέσω του PISA, τονίζει πρωτίστως «την ανάγκη για συγκρίσιμες αποδείξεις διεθνώς σχετικά με την απόδοση 15χρονων μαθητών», αξιολογώντας «σε ποιο βαθμό έχουν αποκτήσει βασικές γνώσεις και δεξιότητες που είναι απαραίτητες για την πλήρη συμμετοχή στις σύγχρονες κοινωνίες». «Η αξιολόγηση» και τα αποτελέσματά της «αντανακλούν το γεγονός ότι οι σύγχρονες οικονομίες επιβραβεύουν τα άτομα όχι για αυτό που γνωρίζουν αλλά για αυτό που μπορούν να κάνουν με αυτό που γνωρίζουν». Πρόθεση και στόχος του οργανισμού είναι να «προτείνει ιδέες για την εκπαιδευτική πολιτική και πρακτική, να μετρήσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες των σπουδαστών συγκριτικά με άλλες χώρες, να θέσουν πολιτικούς στόχους λαμβάνοντας υπόψη τους μετρήσιμους στόχους που επιτυγχάνουν άλλα εκπαιδευτικά συστήματα και να υιοθετήσουν πολιτικές και πρακτικές που εφαρμόζουν», συμβάλλοντας στην αύξηση της εξάρτησης από αυτές και στην κλιμάκωση ποσοτικών μετρήσεων μέσα από διαρκείς κύκλους εξετάσεων.

Αξίζει να σημειωθεί, ότι από τις αξιολογήσεις για τη μέτρηση του μαθηματικού γραμματισμού των χωρών του ΟΟΣΑ με μεσαίο οικονομικό εισόδημα, το PISA κατέληξε ότι περισσότερες από τις μισές χώρες είναι κάτω του βασικού επιπέδου 2 μαθηματικής επάρκειας, που έχει η ίδια καθιερώσει, καταλήγοντας σε μείωση των προσδοκιών και των επιδιώξεων σε σχέση με τις μαθηματικές ικανότητες των 15χρονων. (IEP, 2017)

Σε μια αντιφατική ρητορική οι ειδικοί του PISA (PISA, 2015, 2018: 3) τονίζουν ότι «δεν προσδιορίζουν τις σχέσεις αιτίου-αποτελέσματος μεταξύ πολιτικών και μαθησιακών αποτελεσμάτων» εν τούτοις, υποδεικνύουν τη χάραξη εκπαιδευτικής πολιτικής, «οι υπεύθυνοι για τη χάραξη πολιτικής σε χώρες μεσαίου και χαμηλού εισοδήματος θα είναι σε θέση να σχεδιάσουν πιο αποτελεσματικές και στοχοθετημένες πολιτικές για να βοηθήσουν τους μαθητές να εκτελούν βασικές μαθηματικές ενέργειες με μεγαλύτερη ευκολία και κατανόηση» ενώ σε άλλο σημείο (PISA, 2015, 2018: 27) επιβεβαιώνουν ότι «σε προηγούμενους τόμους PISA έχουν τεκμηριώσει με συνέπεια ότι οι κοινωνικοοικονομικά ευνοούμενοι μαθητές έχουν καλύτερη απόδοση στη φυσική, την ανάγνωση και τα μαθηματικά από ό, τι οι μη

προνομιούχοι μαθητές» ή καλούν τις κυβερνήσεις να κάνουν περισσότερες επενδύσεις ώστε να εξασφαλιστεί η ίση πρόσβαση και κοινωνική κινητικότητα των αδύναμων μαθητών.

Σε αυτή τη διεθνή συγκυρία της οικονομικής κρίσης ο Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (PIAAC, 2009) επαναφέρει ζητήματα ανάπτυξης του ανθρώπινου κεφαλαίου ως απάντηση στην αυξανόμενη ανεργία των εθνικών οικονομιών. Έτσι, σύμφωνα με τον ΟΟΣΑ (OECD, 2011) ένας μαθηματικά εγγράμματος πολίτης μέσα σε ένα κλίμα διαρκών κοινωνικών αλλαγών, οφείλει να είναι ανοιχτός στη δια βίου εκπαίδευση και να αποκτά μια κουλτούρα συνεχών αξιολογήσεων, πιστοποιήσεων και ανταγωνισμού. Η προσαρμογή σε αυτές τις αλλαγές εκπληρώνει σύμφωνα με τους διεθνείς οργανισμούς τη βασικότερη προϋπόθεση για την επιτυχή έννοια της πολιτειότητας στο μεγαλύτερο μέρος της ενήλικης ζωής τους. (Arslan & Yavuz, 2012)

Σε αυτό το κοινωνικοοικονομικό πλαίσιο διαρκούς εκπαίδευσης και αγοράς δεξιοτήτων γίνεται φανερό ότι ο ρόλος του εκπαιδευτικού αποτελεί ζήτημα σημαντικού ενδιαφέροντος κι επικέντρωσης των υπερεθνικών οργανισμών καθώς θεωρούν ότι ο εκπαιδευτικός και η κατάρτισή του θα λειτουργήσουν ως μία από τις κινητήριες δυνάμεις της οικονομικής ανάπτυξης. Η Ευρωπαϊκή Ένωση και ο ΟΟΣΑ προβάλλουν την άποψη ότι ο εκπαιδευτικός είναι ο πιο σημαντικός παράγοντας στην υλοποίηση των παραπάνω στόχων. Για την έντονη εστίαση των διεθνών οργανισμών στην προσέγγιση της έννοιας της αποτελεσματικότητας των εκπαιδευτικών σχετικά με τη σχολική επίδοση και στη συγκεκριμένη κατεύθυνση της εκπαιδευτικής πολιτικής ασκείται κριτική διεθνώς διότι παραβλέπει σημαντικούς οικονομικούς, κοινωνικοπολιτισμικούς, πολιτικούς παράγοντες/περιορισμούς και κοινωνικοοικονομικές ανισότητες που επιδρούν καθοριστικά στην επίδοση των μαθητών (Connell, 2009 Larsen, 2010).

Συγχρόνως, όμως, οι προαναφερθέντες οργανισμοί διαμορφώνουν προδιαγραφές γνώσεων, στάσεων και συμπεριφορών, θέτουν όρια και παράγουν πρακτικές, συρρικνώνοντας τον χώρο δράσης του εκπαιδευτικού, η εργασία του οποίου τείνει να τυποποιείται και να ομογενοποιείται. Προβάλλεται, δηλαδή, η εικόνα ενός εργαλειακού τεχνοκράτη της γνώσης που καλείται να εκτελεί ό,τι του παραδίνεται και να συμμορφώνεται. Ακόμη πιο εμφανής γίνεται η αντινομία των επίσημων λόγων, καθώς αφενός, αναμένεται από τους εκπαιδευτικούς να είναι δραστήριοι και καινοτομικοί, αφετέρου, να συμμορφώνονται και να συμβιβάζονται.

Έτσι, ο εκπαιδευτικός τοποθετείται σε ένα συγκεκριμένο πεδίο λόγου (discursive space) επιτελώντας μία διττή λειτουργία. Από τη μία πλευρά, φαίνεται ότι ενισχύει την επαγγελματική και επιστημονική του ιδιότητα, από την άλλη την περιορίζει (Larsen, 2010). Κατά συνέπεια, από τις πρωτοβουλίες των υπερεθνικών οργανισμών προκύπτει μία νέα μορφή επαγγελματισμού, η οποία είναι περισσότερο συμβατή με τα προτάγματα του νεοφιλελευθερισμού και της ανταγωνιστικής κοινωνίας της γνώσης. Με άλλα λόγια, ο κυρίαρχος εκπαιδευτικός λόγος των διεθνών δικτύων είναι διάχυτος από ένα πρωτίστως οικονομίστικο και τεχνοκρατικό ήθος, εργαλειακό ορθολογισμό, νεοφιλελεύθερες αξίες και επιχειρηματική ηθική επενδύοντας στο εκπαιδευτικό δυναμικό και στη μεγιστοποίηση της απόδοσης της εν λόγω επένδυσης, γεγονός που επιβεβαιώνεται μέσα από τη χρήση «ηχηρών λέξεων»/«καραμέλα» (buzzwords) (σελ. 157) σε παγκόσμιο επίπεδο, όπως ανταγωνιστικότητα, αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα (Ball, 1999, 2017).

Βασικούς προβληματισμούς και κριτική στο πρόγραμμα κατατίθενται από πολλούς ερευνητές (Gellert, 2004 Jablonka, 2003· Valero, 2017· Popkewitz, 2011· Anastasiou et al., 2018) για το πλαίσιο, τους ορισμούς και τους σκοπούς του προγράμματος αξιολόγησης του μαθηματικού γραμματισμού του PISA, υπογραμμίζοντας την ανάγκη κριτικής στάσης τόσο σε σχέση με γενικότερα ζητήματα εθνικών

κοινωνικοοικονομικών ανισοτήτων, πρόσβασης και ανάλυσης αποτελεσμάτων, όσο και πιο συγκεκριμένα σε ζητήματα δομής και περιεχομένου της εκπαίδευσης είτε σε ζητήματα που αφορούν στην «καθημερινή ζωή και εμπλοκή του μαθητή στην προοπτική του σκεπτόμενου, στοχαστικού και ενεργού πολίτη». Η Gellert (2004) χρησιμοποιεί παραδείγματα από το υλικό της αξιολόγησης για να τονίσει την επιφανειακότητα της προσέγγισης του προγράμματος, παρόλο που, όπως υποστηρίζει, το ίδιο το υλικό προσφέρει μια σειρά προβληματισμών για βαθύτερη επεξεργασία στο πλαίσιο του μαθηματικού γραμματισμού (σελ. 175-177).

Η Jablonka εκκινώντας από την αναφερόμενη έννοια «κόσμος» (world) αποδομεί τον διαπολιτισμικό ορισμό του μαθηματικού γραμματισμού του PISA, καθώς μέσα από τα μαθηματικά του έργα, προκρίνει συγκεκριμένο πρότυπο πολιτισμικού περιβάλλοντος απαλείφοντας τις διαφορές και τις ιδιαιτερότητες κάθε χώρας. Έτσι, τα «προβλήματα», που χρησιμοποιεί το PISA σε σχέση με τον «ενημερωμένο» πολίτη δεν αποτελούν «αυθεντικές» καταστάσεις για την επαναπλαισίωση των μαθηματικών εννοιών, αφού η τυποποίηση και η αυθεντικότητα δεν μπορούν να ταυτίζονται με το πολιτικό, κοινωνικό, οικονομικό και πολιτισμικό περιβάλλον της ζωής των μαθητών των χωρών που υιοθετούν τις προτάσεις του. Συνεπώς, το ενδιαφέρον του PISA δεν εστιάζει στις ίδιες τις κοινωνικές καταστάσεις και των ιδιαιτεροτήτων τους, αλλά μόνο στις μαθηματικές περιγραφές τους, προάγοντας μια αντίληψη για το μαθηματικό γραμματισμό που ευνοεί μεν τις ανώτερες νοητικές διεργασίες (ανάπτυξη και εφαρμογή δεξιοτήτων επίλυσης γενικών προβλημάτων) αλλά, σύμφωνα με την ερευνήτρια, είναι σχεδόν αφελής η πεποίθηση ότι η προσέγγιση που επιβάλλει το PISA θα άλλαζε ιδεολογικές, πολιτικές και οικονομικές συνθήκες. *«Μπορεί να αυξήσει τις μαθηματικές γνώσεις ενός πληθυσμού (διεύρυνση του μαθηματικά εξειδικευμένου εργατικού δυναμικού) δεν σημαίνει όμως ότι θα αυξήσει και την οικονομική (πόσο μάλλον τη δημοκρατική) ανάπτυξη μιας χώρας»* (σελ. 81).

Η Valero (2017) αναφερόμενη στις αξιολογήσεις των οργανισμών υποστηρίζει ότι ένα σύνολο υπερεθνικών οργανισμών συμπεριλαμβανομένου και της «εργαλειοθήκης» του ΟΟΣΑ, ουσιαστικά, τα τελευταία χρόνια επιβάλλει την εκπαιδευτική πολιτική και τις αντιλήψεις των οικονομικών και πολιτικών υπερεθνικών οργανισμών και ιδιαίτερα του PISA στις κοινωνίες των χωρών για τη σύνδεση των υψηλών επιδόσεων και της μαθηματικής ικανότητας με την οικονομία και την πολιτεία. Αποτελεί έναν ξεκάθαρο μηχανισμό επιλογής και κατάταξης των μαθητών με βάση το πρότυπο που προωθεί, κατασκευάζοντας το «βολικό/ευπροσάρμοστο παιδί» με τα επιδιωκόμενα χαρακτηριστικά γνωρίσματα στην κοινωνία. Ταυτόχρονα νομιμοποιεί τον ταξικό χαρακτήρα της εκπαίδευσης ιδιαίτερα για τους μαθητές που αδυνατούν να ανταποκριθούν στο πρότυπο επιτυχίας που προβάλλει, ανάγοντας το μαθηματικό γραμματισμό σε ρυθμιστικό παράγοντα ένταξης ή αποκλεισμού των νέων ανθρώπων αφού για *«μερικούς παρέχεται μια θέση στο λαμπρό μέλλον των καπιταλιστικών αγορών και η δυνατότητα συμμετοχής στην πολιτική σε παγκόσμιο και τοπικό επίπεδο ενώ αποκλείει άλλους»* (σελ. 21).

Σε αντίστοιχο πνεύμα και οι σημειώσεις του Popkewitz (2011) ο οποίος υποστηρίζει, ότι οι πολιτικές του PISA, ενσωματώνουν πρακτικές ένταξης και αποκλεισμού επιβάλλοντας το είδος, τη μεθοδολογία και το περιεχόμενο της γνώσης. Υποστηρίζει ότι οι πρακτικές του μαθηματικού γραμματισμού που μετρώνται από το PISA αντιβαίνουν τις πρακτικές των επιστημών. Η εσωτερική αυστηρότητα στις πρακτικές μέτρησης της PISA βασίζεται σε «μια χίμαιρα, μια ψευδαίσθηση που έχει συνέπειες». Οι αριθμοί εγγράφονται σε ένα πεδίο πρακτικών που, στην περίπτωση του PISA, συνεπάγονται ένα είδος «αλχημείας» των σχολικών αντικειμένων που μετασκευάζουν την επιστημονική γνώση σε ένα σύνολο αρχών οι οποίες διέπουν τη συμπεριφορά. Τα παιδαγωγικά μοντέλα στην αξιολόγηση PISA καθορίζουν προοπτικές για το παρόν και το μέλλον, επιβάλλοντας στο άτομο πώς να σκέφτεται και να ενεργεί σε

ένα πλαίσιο δια βίου εκπαίδευσης και πιστοποιήσεων στην κοινωνία της αγοραίας γνώσης και της αγοράς. Έτσι, οι κατηγορίες ισοδυναμίας καθορίζονται για να δώσουν ομοιομορφία μεταξύ της διαφορετικότητας αφού επιτελούν συγκριτικές επιδιώξεις ενώ η επίκληση των μαθηματικών για «όλα τα παιδιά» στην ουσία επιτάσσει ένα ορισμένο στυλ σκέψης που αποκλείει και υψώνει φραγμούς στην ισότητα στην εκπαίδευση.

Καταλήγοντας, ο μαθηματικός γραμματισμός που επικαλούνται οι υπερεθνικοί οργανισμοί μέσα από τα προγράμματα αξιολόγησης γενικότερα προωθούν οικονομικές και κοινωνικές πολιτικές, αλλά πιο συγκεκριμένα, προωθούν εκπαιδευτικές πολιτικές χρησιμοποιώντας έναν «αισιόδοξο» συνθηματολογικά λόγο π.χ. «καλύτερες πολιτικές για καλύτερη ζωή» (Better policies for better lives) (OECD, 2011), αλλά στην ουσία, με όχημα την καθολικότητα των μαθηματικών (Ernest, 2007) προωθούν τον ανταγωνισμό, την ατομική ευθύνη, την ταξική εκπαιδευτική πολιτική, τη λειτουργική προσαρμογή του μαθητή –μελλοντικού πολίτη στο κυρίαρχο πολιτισμικό πρότυπο ισχυροποιώντας το οικονομικό μοντέλο του νεοφιλευθερισμού (Robertson, 2007·Ball, 2003·Χάγιεκ, 2008).

2.5 Όψεις κριτικού μαθηματικού γραμματισμού

«Όταν δηλώνω ότι τα μαθηματικά είναι κριτικά, υπαινίσσομαι ότι είναι σημαντικά και απροσδιόριστα. Και επιτρέψτε μου να τονίσω και πάλι ότι τα μαθηματικά είναι μια ανοιχτή έννοια και ότι η κριτική φύση των μαθηματικών αναφέρεται σε οποιαδήποτε μορφή μαθηματικών: εφαρμοσμένα μαθηματικά, καθαρά μαθηματικά, εθνομαθηματικά και καθημερινά μαθηματικά» (Skovsmose, 2016: 8)

Η κριτική παιδαγωγική ως γενικότερο κίνημα διεθνώς έχει διαμορφωθεί από διάφορους μελετητές σε όλο τον κόσμο. Παρόλο που η φράση χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Giroux (1984) συνδέεται θεμελιωδώς με τους μελετητές της Γερμανικής Σχολής της Φρανκφούρτης στις αρχές του εικοστού αιώνα. Η λέξη «κριτική» υιοθετήθηκε από τη Σχολή των Κοινωνικών Φιλοσόφων της Φρανκφούρτης το 1923 με την ονομασία της φιλοσοφικής τους προσέγγισης «Κριτική θεωρία» (Critical Theory). Βασίστηκε στη φιλοσοφία του Μαρξ και του Χέγκελ και στην ψυχαναλυτική θεωρία του Φρόιντ. Η θεωρητική τους προοπτική χαρακτηρίζεται από τη δέσμευση στις αξίες της ισότητας, της κοινωνικής δικαιοσύνης και στον αγώνα ενάντια στην καταπίεση/εκμετάλλευση του ανθρώπου.

Ο Freire (1970) αρχικά και μια σειρά μελετητών και εκπαιδευτικών ακτιβιστών όπως ο Shor, ο Apple, αργότερα οι McLaren, Kincheloe, Macedo, Giroux και Aronowitz αξιοποιούν επιπλέον τις μαρξιστικές αναλύσεις όπως και του Gramsci για το ρόλο της ηγεμονικής κουλτούρας στην εκπαίδευση ως μηχανισμό αναπαραγωγής της κυρίαρχης ιδεολογίας αλλά και ως πεδίο αντιπαράθεσης, νοηματοδοτώντας τις έννοιες της κριτικής παιδαγωγικής οι οποίες μοιράζονται ένα θεμελιώδες όραμα της κοινωνικής και εκπαιδευτικής δικαιοσύνης, ισότητας και δημοκρατίας. Στο εκπαιδευτικό τους έργο αντίστοιχα προωθούν την ανάπτυξη της κριτικής αντίληψης των μαθητών στην κατεύθυνση της κοινωνικής δικαιοσύνης, απελευθέρωσης και χειραφέτησης.

Στη μαθηματική έρευνα κι εκπαίδευση παρόλο που για χρόνια βρίσκονταν στο επίκεντρο ήδη ζητήματα κοινωνικής και πολιτικής δικαιοσύνης (Bishop 1988· D'Ambrosio, 1985· Fennema & Sherman, 1977· Mellin Olsen, 1987), δεν είχε ακόμη συνδεθεί ρητά η μαθηματική εκπαίδευση με την κριτική θεωρία και τη σχολή της Φρανκφούρτης. Ο Skovsmose (1985) αρχικά θέτει ερωτήματα, σχετικά με τη μαθηματική εκπαίδευση, η οποία, όχι μόνο αγνοεί την κριτική παιδαγωγική, αλλά, εκείνη την εποχή, «φαίνεται» ασυμβίβαστη με

αυτήν. Σύμφωνα με τον Ernest (2010) θεωρείται «χωρίς υπερβολή» ο πατέρας της Κριτικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Αναπτύσσει ένα ευρύ θεωρητικό πλαίσιο και φάσμα προβληματισμών γύρω από τη μαθηματική έρευνα κι εκπαίδευση σε συνάρτηση με κοινωνικοπολιτικά ζητήματα συνδέοντας την με την ιδιότητα του πολίτη και τη δημοκρατία (Skovsmose, 1994, 1998, 2004 Ernest, 2010).

Μέχρι σήμερα ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός αναπτύσσεται σε πολλές κατευθύνσεις και ευρύτητα προσεγγίσεων, όπως, κοινωνική δικαιοσύνη (social justice) (Gutstein, 2000 Skovsmose, 2018·Sriraman 2008, Wager & Stinson, 2012), παιδαγωγική του διαλόγου και των συγκρούσεων (pedagogy of dialogue and conflict) (Vithal, 1999, 2003), ριζοσπαστικά μαθηματικά (radical mathematics) (Frankenstein, 1983), κριτική μαθηματική εκπαίδευση (Frankenstein, 1989, 2012·Powell, 2012 Ernest, 2002 Valero, 2004, Andersson, 2010 και μεταγενέστεροι/ες). Πολλές εθνομαθηματικές μελέτες (ethnomathematical studies) συνδέονται, επίσης, στενά με τον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό (D' Ambrosio, 2006· Knijnik, 1996· Frankenstein & Powell, 2009) με σημαντικές συνεισφορές σε πολλές γλώσσες και χώρες. Το ουσιώδες ερώτημα για την κριτική μαθηματική εκπαίδευση είναι κατά πόσον είναι δυνατόν να αναπτυχθεί η μαθηματική ικανότητα (mathemacy), ως κριτική και δημοκρατική ιδιότητα ώστε να βοηθήσει τους μαθητές να επανεξετάσουν την κοινωνική και πολιτική πραγματικότητα που δομείται από τα μαθηματικά (Skovsmose, 1998) συνδέοντας τη μικρο-κοινωνία της τάξης των μαθηματικών με δημοκρατικές πτυχές της μακρο-κοινωνίας και αναπτύσσοντας κριτική κοινωνική συνείδηση.

Για τον Gutstein (2006), κριτικός μαθηματικός γραμματισμός σημαίνει ανάγνωση του κόσμου μέσα από τα μαθηματικά, ώστε να γίνουν κατανοητές οι δομές εξουσίας, οι πηγές ανισότητες και οι άνισες ευκαιρίες μεταξύ διαφορετικών κοινωνικών ομάδων και κάθε είδους διακρίσεις, τονίζοντας ότι «πρέπει να αντιληφθούμε τον μαθηματικό γραμματισμό ως γνώση για απελευθέρωση από την καταπίεση» (σελ. 211). Ο D'Ambrosio (2007) υποστηρίζει ότι η κριτική μαθηματική εκπαίδευση παρέχει μια πρωταρχική εστίαση στο ερώτημα πώς θα απαντηθεί το παγκόσμιο πρόβλημα που αντιμετωπίζει η ανθρωπότητα, για «*επιβίωση με αξιοπρέπεια*» καθώς τα μαθηματικά αποτελούν καθολικό τρόπο σκέψης, αναπτύσσουν τεχνολογικά, βιομηχανικά, στρατιωτικά, οικονομικά και πολιτικά συγκροτήματα, επομένως, οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των μαθηματικών ασχολούνται αναπόφευκτα με όλα τα ζητήματα που επηρεάζουν την κοινωνία σήμερα.

Οι προσεγγίσεις του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού προσπαθούν να καταργήσουν τις παραδοσιακές σχέσεις αυθεντίας εκπαιδευτικού-μαθητή δίνοντας στους μαθητές ουσιαστικό έλεγχο της μαθησιακής τους διαδικασίας (Andersson, 2010) και λήψης αποφάσεων στην τάξη. Οι διδακτικές προσεγγίσεις θα πρέπει να περιλαμβάνουν συζητήσεις, επιτρεπόμενες αντιπαραθέσεις απόψεων με επιχειρήματα, την πρόκληση του εκπαιδευτικού ως τελική πηγή γνώσης και όχι ως ρόλο της εξουσίας στην τάξη, την αμφισβήτηση περιεχομένου και τη διαπραγμάτευση κοινών στόχων (Ernest, 2000, 2002). Η κύρια ιδέα της κριτικής διδασκαλίας είναι να διαφοροποιήσει τη καθημερινή διδασκαλία των μαθηματικών με διαθεματική προσέγγιση, συσχετίζοντας τα μαθηματικά με άλλα σχολικά ή κοινωνικά θέματα παράλληλα με την εργασία των μαθηματικών νοηματοδοτώντας τη μαθηματική εργασία μέσα από ζητήματα του άμεσου περιβάλλοντος, της ζωής και των ενδιαφερόντων των μαθητών (Andersson, 2010). Η Frankenstein (2014) χαρακτήρισε τον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό ως «μαθηματικά για κριτική κατανόηση» που αυξάνει την πολιτική συνείδηση ώστε να αμφισβητηθούν οι «δεδομένες ως αλήθειες» κοινωνικές δομές και σχέσεις.

Μια κριτική εκπαιδευτική προοπτική προωθεί την ανάγκη για ένα πολιτικό όραμα της εκπαίδευσης των μαθηματικών στην ανάπτυξη της δημοκρατικής ιδιότητας του μελλοντικού πολίτη μέσω της εμπειρίας

και της ενεργού συμμετοχής στην εκπαίδευση των σχολικών μαθηματικών. Σύμφωνα με το Skovsmose (1996) μια κριτική θεώρηση για την εκπαίδευση περιγράφεται με όρους προβληματισμών ενώ ασχολείται με ζητήματα που σχετίζονται με την προετοιμασία των μαθητών ως κριτικών μελλοντικών πολιτών και ενεργών μελών της πολιτικής ζωής υποστηρίζοντας τα δημοκρατικά ιδεώδη και την ενεργή συμμετοχή στις συζητήσεις και τις διαδικασίες σε προσωπικές και δημόσιες αποφάσεις. Ο μαθηματικός γραμματισμός στοχεύει στην κατανόηση από εκπαιδευτικούς και μαθητές της διαμορφωτικής ισχύος (formatting power) των μαθηματικών που συντελείται με τη διείσδυση ηλεκτρονικών υπολογιστών και την τεχνολογία των πληροφοριών και επικοινωνιών σε όλα τα επίπεδα της βιομηχανίας, του εμπορίου, της γραφειοκρατίας, του κράτους και να δώσουν στους ανθρώπους τη δυνατότητα να εξετάσουν κριτικά αυτή τη δύναμη ώστε να μην ελέγχονται από αυτήν. Η χρήση των μαθηματικών από τη σύγχρονη τεχνολογία εγείρει ζητήματα κατανόησης και ερμηνείας κοινωνικών ζητημάτων, επομένως, τα μαθηματικά δεν είναι μόνο εργαλείο κριτικής αλλά και αντικείμενο κριτικής.

Για το Skovsmose τα μαθηματικά χρησιμεύουν ως ισχυρό εργαλείο για τον εντοπισμό και την ανάλυση κρίσιμων χαρακτηριστικών της κοινωνίας, που σχετίζονται με το περιβάλλον των μαθητών αλλά και παγκόσμια. Επομένως, ο μετασχηματισμός της (καθαρής) μαθηματικής γνώσης δεν μπορεί να αγνοεί τα ενδιαφέροντα των μαθητών ενώ η εκπαιδευτική πρακτική αποτελεί συνειδητή διαδικασία από την άποψη των δρώντων ατόμων. Μια σημαντική διάσταση της κριτικής παιδαγωγικής για τον ερευνητή αποτελούν οι κοινωνικές ανισότητες που ενισχύονται και αναπαράγονται ως εκπαιδευτικές ανισότητες και η ζωή της τάξης στο βαθμό που η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών μπορεί να αντανακλούν τις σχέσεις εξουσίας.

Η κριτική μαθηματική προσέγγιση *«μας καλεί ακόμη να ξαναδούμε τη γνωστική προσέγγιση στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης ως μια σύνθετη διαδικασία η οποία δεν επιτελείται κλινικά στη βάση νοητικών σχηματισμών, αλλά επιτελείται σε ιστορικά, κοινωνικά και πολιτικά συγκείμενα εντός των οποίων παράγεται, αναπαράγεται και μετασχηματίζεται»* (Χρονάκη, 2015: 129). Μία κριτική οπτική δεν μπορεί να αναπτυχθεί χωρίς να ενστερνίζεται το κοινωνικό υπόβαθρο και τον προσωπικό τρόπο μάθησης μέσω της εμπειρίας που αποκτάται σε συγκεκριμένα κοινωνικά και οικονομικά συγκείμενα των παιδιών και των ενηλίκων στους οποίους απευθύνεται. (Χρονάκη, 2015).

Η Valero (2017) θέτοντας προβληματισμούς για τους στόχους της μαθηματικής έρευνας θεωρεί ότι είναι επιτακτικό να στραφεί η έρευνα σε *«ρωγμές των πρακτικών και των πρακτικών λόγου ώστε ν' ανοίξουν δυνατότητες ελευθερίας»* στην τάξη αλλά και την ηθική ευθύνη των ίδιων των εκπαιδευτικών και των ερευνητών καθώς *«ως διανοούμενοι δεν είναι απλώς λειτουργοί στο μηχανισμό του κράτους αλλά υποχρεούνται να παράγουν σοβαρές αναλύσεις για τους τομείς στους οποίους εργάζονται. Το να σκεπτόμαστε με κριτικό τρόπο για το πώς το έργο μας αποτελεί μέρος της διακυβέρνησης των ανθρώπων και της κατασκευής της ιστορίας, αποτελεί μια ηθική δέσμευση των εκπαιδευτικών των μαθηματικών μέσα στην κοινωνία»*.

2.6 Μαθηματικός γραμματισμός για κοινωνική δικαιοσύνη

«Τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά για να διδάξουν και να μάθουν για ζητήματα κοινωνικής αδικίας, βοηθώντας έτσι τους μαθητές να αναπτύξουν μια κριτική συνείδηση που τους υποστηρίζει στην εμπάθυνση της γνώσης τους (και της κατανόησης) των κοινωνικοπολιτικών πλαισίων της ζωής τους» (Tonya Gau Bartell, 2012: 114).

Οι έννοιες «ισότητα στην εκπαίδευση», «ισότιμη πρόσβαση» και «κοινωνική δικαιοσύνη» δεν αποτελούν ενιαία πρόσληψη ούτε ερμηνεία στην εκπαιδευτική έρευνα και πολιτική. Είναι ιδεολογικά και πολιτικά φορτισμένες σε κάθε πεδίο της ζωής και των κοινωνικών διεκδικήσεων καθώς η παγκόσμια ύφεση και η διεύρυνση της φτώχειας εντείνει τις κοινωνικοοικονομικές ανισότητες και πολλαπλασιάζει ταυτόχρονα και τις εκπαιδευτικές (Ζάχος, 2015). Στην εκπαιδευτική κοινότητα η συζήτηση για την κοινωνική δικαιοσύνη στην τάξη των μαθηματικών έρχεται πιο εμφαντικά στο προσκήνιο τις τελευταίες δεκαετίες με τη στροφή της μαθηματικής έρευνας στις κοινωνικοπολιτισμικές (Lerman, 2001· Lave and Wenger, 1991) και κοινωνικοπολιτικές (Gutiérrez, 2013· Pais & Valero, 2015· Bartell, 2012) πτυχές της εκπαίδευσης.

Ένας τεράστιος βιβλιογραφικός όγκος στη μαθηματική έρευνα φωτίζει διαφορετικές πλευρές του ζητήματος ως μια ανοιχτή έννοια, που μπορεί να διερευνηθεί σε πολλές κατευθύνσεις αναδεικνύοντας ένα πολυδιάστατο πεδίο εκπαιδευτικών και κοινωνικών προβληματισμών στην προοπτική της χειραφέτησης και κοινωνικής δικαιοσύνης/μετασχηματισμού. Πολλά συνέδρια αφιερώνουν θεματικές και διαδικασίες στην κατανόηση ζητημάτων δικαιοσύνης και την προώθηση της συμμετοχής και επιτυχίας των μαθητών που ιστορικά περιθωριοποιούνται από το σχολικό σύστημα. Αυτό το κίνημα, που περιγράφεται ως κοινωνικοπολιτική στροφή ανέδειξε τις κοινωνικές και τις πολιτικές διαστάσεις των σχολικών μαθηματικών ωθώντας τη μαθηματική εκπαίδευση σε μια νέα οπτική (Gutiérrez, 2013· Stinson & Bullock, 2012· Valero, 2004) στην προσέγγιση της διδασκαλίας.

Οι ρίζες αυτής της προσέγγισης βρίσκονται στις παιδαγωγικές ιδέες του Freire (1970/1998) και των μεταγενέστερων Giroux (1986) και McLaren (2007), στο έργο των θεωρητικών της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης Skovsmose (1985), Frankenstein (1983), Ernest (2002), Gutstein (2003), Jablonka (2003) και μεταγενέστερων, βασικός σκοπός της οποίας, μεταξύ άλλων, ήταν η ενίσχυση της κοινωνικής δικαιοσύνης μέσω της κατανόησης, της αμφισβήτησης και του μετασχηματισμού της εκπαίδευσης με ευρύτερη προοπτική την κοινωνική αλλαγή. Ο Skovsmose (1985, 2016, 2018) δεν διαφοροποιεί την κριτική μαθηματική εκπαίδευση από την εκπαίδευση για την κοινωνική δικαιοσύνη. Θεωρεί ότι τα ζητήματα της κοινωνικής δικαιοσύνης και των αδικιών μέσω του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού γίνονται μέρος του μαθηματικού γραμματισμού και της κατανόησης των μαθηματικών στο κοινωνικό πλαίσιο.

Η συζήτηση για κοινωνική δικαιοσύνη και ισότητα φέρνει αντιμέτωπη την εκπαιδευτική κοινότητα με διαχρονικά ερωτήματα τόσο για τη δομή και το περιεχόμενο της εκπαίδευσης όσο και το ρόλο του εκπαιδευτικού. *«Μπορεί ο εκπαιδευτικός στην τάξη των μαθηματικών να αναλάβει διδακτικές πρωτοβουλίες προς την κατεύθυνση της ισότητας ή πρέπει να περιμένει μέχρι να μεταμορφωθεί το σχολικό σύστημα προς αυτή την κατεύθυνση; Μπορεί το σχολείο να κινηθεί προς την κατεύθυνση της ισότητας ή χρειάζεται να περιμένει έως ότου το εθνικό σύστημα αρχίσει να κινείται προς αυτή την κατεύθυνση; Ο εκπαιδευτικός στην τάξη των μαθηματικών, μπορεί να αντιμετωπίσει συστηματικά τα θέματα της ανισότητας στην τάξη και ποιες πρακτικές μπορεί να υιοθετήσει στην κατεύθυνση αυτή; Η ιεραρχική και γραφειοκρατική δομή του εκπαιδευτικού συστήματος και της διδασκαλίας των μαθηματικών με τους θεσμικούς και άτυπους περιορισμούς διευκολύνει την αντιμετώπιση ζητημάτων δικαιοσύνης; Η απαιτείται ένα άλλο πλαίσιο λειτουργίας που ενθαρρύνει την κοινωνική δικαιοσύνη όλων των εμπλεκόμενων;»* (Jurdak, 2009: 159- 160).

Απόψεις που ισχυρίζονται ότι, *«δεν υπάρχει θέση στην τάξη των μαθηματικών για τέτοιες συζητήσεις, ως επικεντρωθούμε στη διδασκαλία του διδακτικού αντικείμενου»* ή *«τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου έτσι και αλλιώς περιλαμβάνονται στο πρόγραμμα σπουδών»* ή *«ότι οι μαθητές στις τάξεις των*

μαθηματικών δεν πρέπει να συμμετέχουν στη συζήτηση για κοινωνικά κρίσιμα θέματα», στερούνται μιας θεωρητικής κατανόησης σχετικά με την προβληματική, πώς τα εκπαιδευτικά ζητήματα συνδέονται με ευρύτερες κοινωνικές και πολιτικές δομές ενώ οι ερευνητές και φιλόσοφοι των κοινωνικοπολιτικών προσεγγίσεων έρχονται να απαντήσουν ότι ολόκληρη η διδασκαλία αποτελεί πολιτική πράξη (Valero & Pais, 2015· Skovsmose & Valero, 2008) και η αντίληψη περί ουδετερότητας της διδασκαλίας εξυπηρετεί τη διατήρηση του «status quo» (Ernest, 1991). Ο Παυλίδης (2012) επισημαίνει ότι «Η μερικότητα της θέασης των κοινωνικών σχέσεων υπό εκπαιδευτικό πρίσμα αδυνατεί να κατανοήσει τον κοινωνικό καθορισμό της συνείδησης και να διακρίνει τις νομοτελείς αντιφάσεις που τη διέπουν με αποτέλεσμα να καταλήγει σε μια εξιδανίκευση ως προς τις μεταρρυθμιστικές δυνατότητες των εκπαιδευτικών αδιαφορώντας για τη σύνδεση της παιδαγωγικής πράξης με την κοινωνική προοπτική εναλλακτικής κοινωνικής οργάνωσης κατά του ρατσισμού, του κοινωνικού αποκλεισμού, της ανισότητας και εκμετάλλευσης».

Ο Gutstein (2006) επηρεασμένος πρωτίστως από τις ιδέες του Freire (1970/1993) για την απελευθερωτική εκπαίδευση, οικοδομεί μια θεωρητική και εκπαιδευτική πρόταση για το μαθηματικό γραμματισμό στη βάση των αρχών της κοινωνικής δικαιοσύνης. Υποστηρίζει ότι η περιορισμένη μαθηματική γνώση μπορεί να οδηγήσει σε μια επιφανειακή κατανόηση πολύπλοκων κοινωνικών ζητημάτων και να εμποδίσει τους μαθητές να γίνουν παράγοντες αλλαγής. Τονίζει ότι ο κυρίαρχος κοινωνικοπολιτικός παράγοντας καθορίζει τον τύπο του μαθηματικού γραμματισμού προωθώντας το λειτουργικό (functional) γραμματισμό με στόχο την τεχνολογική και την οικονομική ανταγωνιστικότητα, ένα είδος γραμματισμού που στην ουσία εντείνει τους εκπαιδευτικούς και κοινωνικούς αποκλεισμούς. Υποστηρίζει ότι ένας επαναπροσδιορισμός του σκοπού της εκπαίδευσης των μαθηματικών περιλαμβάνει το όραμα του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού ως αναπόσπαστο μέρος της κριτικής συνείδησης και κοινωνικής ευθύνης «social agency» για το σκοπό του μετασχηματισμού της κοινωνίας στην κατεύθυνση της κοινωνικής ισότητας και τη δικαιοσύνης (σελ. 24-27).

Στη χώρα μας, αντίστοιχα, ο Σακονίδης (2017) μέσα από τη μακρόχρονη εμπλοκή του σε προγράμματα εκπαίδευσης των παιδιών της μειονότητας στη Θράκη, αναδεικνύει κοινωνικά και πολιτικά ζητήματα τα οποία χαρακτηρίζονται από ισχυρούς εθνικούς και πολιτικούς ανταγωνισμούς όπου αποτυπώνονται ρητά και άρρητα φοβικά αντανακλαστικά και στερεότυπα κατασκευάζοντας διακρίσεις, που ενθαρρύνουν το μίσος και τον αποκλεισμό και κοινωνικές πρακτικές που επηρεάζουν την πρόσβαση στη μαθηματική εκπαίδευση. Ο ρόλος της εξουσίας στο εκπαιδευτικό (μικροεπίπεδο) και κοινωνικό (μακροεπίπεδο) πλαίσιο καθορίζει κοινωνικές πρακτικές και δομεί λόγους (discourses) που αποτυπώνονται στη μαθηματική εκπαίδευση και αναπαράγουν κοινωνικές ανισότητες και ιεραρχίες μέσω των σχολικών μαθηματικών, δεν μπορεί παρά να βρίσκεται στον πυρήνα της συζήτησης για την ισότητα, την κοινωνική, φυλετική και οικονομική δικαιοσύνη, τη δημοκρατία στη μαθηματική εκπαίδευση και κατ' επέκταση στην κοινωνία. Ο ερευνητής προτείνει θεωρητικά πλαίσια με κοινωνικο-πολιτισμικές αναγνώσεις, τις «κοινότητες πρακτικής» και τη «θεωρία της δραστηριότητας» ως δυο κρίσιμες θεωρητικές οπτικές που αναγνωρίζουν το πολιτισμικό περιβάλλον του μαθητή όπου η τάξη αποτελεί πεδίο συνάντησης και διαμοιρασμού πολλαπλών ταυτοτήτων σε μια «πολυφωνική διαδικασία μετασχηματισμού» συλλογικής κατασκευής της μαθηματικής γνώσης και διαμόρφωσης της μαθηματικής ταυτότητας. Επαναπλασιοθετώντας τις μαθηματικές ιδέες σε ένα πλαίσιο ετερότητας οι συγκρούσεις, οι διαφωνίες και τα προβλήματα αντιμετωπίζονται ως προωθητικός παράγοντας για ανάπτυξη, μάθηση και κριτική συνειδητοποίηση του κοινωνικού περιβάλλοντος (Σακονίδης, 2017).

Στην κατεύθυνση του μαθηματικού γραμματισμού για κοινωνική δικαιοσύνη οι σύγχρονοι ερευνητές που αναλύουν το περιεχόμενο των σχολικών μαθηματικών τονίζουν τον αγοραίο χαρακτήρα και τη λειτουργική κατεύθυνση που κυριαρχεί στη μαθηματική επεξεργασία δίνοντας αντίστοιχα μηνύματα για τις στοχεύσεις της μαθηματικής γνώσης των μαθητών- μελλοντικών πολιτών.

Σε αυτή την κατεύθυνση, το κίνημα των μαθηματικών για κοινωνική δικαιοσύνη (Radical Math Teachers), με επικεφαλής τον Gutstein, στη Νέα Υόρκη πραγματοποίησε το 2007 το πρώτο του συνέδριο με κεντρικό ομιλητή τον Moses, ο οποίος υποστηρίζει ότι ο γραμματισμός των μαθηματικών είναι πολιτικό δικαίωμα για προσωπική επιτυχία και κοινωνική συμμετοχή. Βασικότερα ζητήματα που απασχολούν από τότε το κίνημα είναι, πώς θα μπορούσαν να ενσωματωθούν στο πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών τα θέματα ισότητας και κοινωνικής δικαιοσύνης, πώς η ταξική και φυλετική καταγωγή επηρεάζουν τη μαθηματική διδασκαλία και γνώση και εν τέλει, πώς οι μαθητές μπορούν να αναπτύξουν θετική μαθηματική ταυτότητα (Buell & Shulman, 2019).

Ο Harouni (2015), στις μελέτες του για το περιεχόμενο των σχολικών μαθητικών διαχρονικά κατηγοριοποιεί τα σχολικά μαθηματικά σε τέσσερις τύπους μαθηματικών, (α) τα φιλοσοφικά, (β) τα βιοτεχνικά, (γ) τα εμπορικά και (δ) τα κοινωνικο-αναλυτικά μαθηματικά που κινούνται πέρα από τους αριθμούς και αξιοποιούνται ως έναυσμα συζητήσεων και κριτικής για τις επιπτώσεις των μαθηματικών στην κοινωνία. Υποστηρίζει δε, ότι αυτές οι κατηγορίες αναπτύχθηκαν ως απόρροια των κυρίαρχων οικονομικών και πολιτικών δυνάμεων ενώ οι εμπορικοί και διαχειριστικοί υπολογισμοί εξακολουθούν να είναι η κυρίαρχη πνευματική δραστηριότητα των σχολικών συστημάτων. Στο ίδιο πνεύμα και ο Shah (2019), υποστηρίζει ότι τα σχολικά μαθηματικά έχουν αναπτυχθεί με τέτοιο τρόπο ώστε τα μαθηματικά της αγοράς να έχουν κυρίαρχη θέση στη διδασκαλία και δευτερεύοντα ρόλο τα κοινωνικο-αναλυτικά μαθηματικά που ενθαρρύνουν κριτικές όψεις της πραγματικότητας. Στην προοπτική των κοινωνικοαναλυτικών μαθηματικών προτείνει τη χρήση του μαθηματικού συμβόλου της ισότητας, ως σχεσιακό σύμβολο και όχι απλά ως λειτουργικό για να εμβαθύνει την κατανόηση σε σχέση με την πραγματική έννοια και τη σημασία της ισότητας συνδέοντάς την με ουσιαστικό τρόπο από τα αρχικά σχολικά επίπεδα μέσα και έξω από τα μαθηματικά. Αντίστοιχα για τη έννοια και τη σημασία της διαίρεσης προτείνει την επεξεργασία μαθηματικών προβλημάτων που διερευνούν θέματα κοινωνικής δικαιοσύνης, δικαιοσύνης και ισότητας σε όλα τα επίπεδα της εκπαίδευσης ώστε να αναπτυχθούν πρακτικές διαπραγμάτευσης και δράσης.

Παρά τις συζητήσεις που εδώ και χρόνια έχουν θέσει το ζήτημα της κοινωνικής δικαιοσύνης στη διδασκαλία των μαθηματικών έχει σημασία να τονιστεί ότι η έννοια προσεγγίζεται ως «κινούμενος σηματοδότης/πολλαπλές αντιλήψεις» (sliding signifier), όρο, που η Bartell (2013), δανείζεται από το έργο του Apple (1992), για να υποδηλώσει τις διαφορετικές αναγνώσεις της σημασίας «διδασκαλία για κοινωνική δικαιοσύνη» όπου στην πραγματικότητα, αντιμετωπίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως οι έννοιες «δημοκρατία», «κριτικός» και υπόκεινται σε διαφορετικές νοηματοδοτήσεις από διαφορετικές ομάδες, μερικές φορές με ριζικά διαφορετικές ιδεολογικές και εκπαιδευτικές στοχεύσεις. Έτσι, στο ερώτημα, με ποιους άλλους τρόπους θα μπορούσαν να διαμορφωθούν οι πρώτες μαθηματικές εμπειρίες των μαθητών χωρίς να βασιζονται στην κυρίαρχη οικονομική κατεύθυνση αλλά να θεμελιώνονται και να αναπτύσσονται σε πιο κοινωνικο-αναλυτικές προσεγγίσεις, η μελέτη σύγχρονων ερευνητών κι εκπαιδευτικών γύρω από τις έννοιες της δικαιοσύνης και της ισότητας στην πράξη (Chao & Marlowe, 2019· Shah, 2019· Yeh & Otis, 2019) δίνουν παραδείγματα διαπραγμάτευσης από την πρώτη σχολική ηλικία σε όλα τα επίπεδα των σχολικών μαθηματικών. Οι μαθητές χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να

αναλύσουν κριτικά τον κόσμο τους και για να προωθήσουν τελικά μια δημοκρατική κοινωνία στην οποία όλοι έχουν την ευκαιρία να συμμετάσχουν πλήρως (Frankenstein, 1995 Skovsmose, 1994).

2.7 Εμπειρικές μελέτες στο πλαίσιο του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού

Ως παράδειγμα της κριτικής προοπτικής που αναλύθηκαν παραπάνω, στη συνέχεια, επιλέγονται και παρουσιάζονται εμπειρικές μελέτες με κριτήρια την κριτική συνειδητοποίηση του μαθηματικού γραμματισμού και διδακτικές πρακτικές που ενθαρρύνουν την προώθηση ενός δημοκρατικού και συνερευνητικού πλαισίου οργάνωσης και λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών, χαρακτηριστικά που δίνουν ουσιαστικό έλεγχο της μαθησιακής τους διαδικασίας στους μαθητές και τη δυνατότητα να κατανοούν, να ερμηνεύσουν την πραγματικότητά τους και να επενεργούν σ' αυτήν μετασχηματίζοντάς την με στόχο την κοινωνική δικαιοσύνη.

Πιο συγκεκριμένα, μέσα από τις διδακτικές πρακτικές που προωθεί η Frankenstein (2014) στα «ριζοσπαστικά μαθηματικά» οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν αυτονομία εργαζόμενοι ως συνερευνητές στην κατασκευή της μαθηματικής γνώσης σε ένα συνεργατικό πλαίσιο με σεβασμό στο ρυθμό και τις συνεισφορές όλων, συγκροτώντας ταυτόχρονα τα εργαλεία εκείνα του μαθηματικού γραμματισμού που είναι απαραίτητα για να προσεγγίσουν κριτικά τον κόσμο, να αναπτύξουν πολιτική συνείδηση, αμφισβητώντας αφενός τις πολιτικές που εφαρμόζονται και τις δεδομένες κοινωνικές δομές αδικίας και μέσα από συλλογικές μαθησιακές εμπειρίες αφετέρου να βιώσουν και να αναδημιουργήσουν μια νέα κοινωνία. Στη συνέχεια, τα σχέδια εργασίας της Andersson (2010) του Ericaskolan, συνδέουν το μαθηματικό περιεχόμενο με τη ζωή και τα κοινωνικά ζητήματα που έχουν να αντιμετωπίσουν οι μαθητές-μελλοντικοί πολίτες, δίνοντας τη δυνατότητα για κριτική τοποθέτηση, αμφισβήτηση και προβληματισμούς στα πλαίσια των επίσημων μαθηματικών στόχων. Το τρίτο εμπειρικό παράδειγμα αφορά στα προγράμματα εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών της Gutierrez (2013) με στόχο την συνειδητοποίηση της πολιτικής διάστασης του εκπαιδευτικού ρόλου/των διδακτικών πρακτικών και των συνεπειών τους στο μαθηματικό γραμματισμό, ιδιαίτερα, των περιθωριοποιημένων μαθητών, τονίζοντας τη διάσταση της κοινωνικής δικαιοσύνης της εκπαίδευσης. Η τέταρτη εμπειρική περίπτωση, των Basu και Greenstein (2019), αφορά σε μια σειρά μαθημάτων που σχετίζονται με κοινωνικά ζητήματα του τοπικού περιβάλλοντος σε μαθητές ηλικία 9 έως 13 ετών (Δημοτικού και Γυμνασίου) που στόχο έχουν τη σύνδεση του μαθηματικού γραμματισμού με τις πολιτισμικές γνώσεις των μαθητών και το βιωματικό τους περιβάλλον στην κατεύθυνση της κριτικής κατανόησης και της κοινωνικής δικαιοσύνης.

A. Τα «ριζοσπαστικά μαθηματικά» της Frankenstein

Η Frankenstein (2010) μελετά την επιστημολογία του Freire με στόχο την επέκταση της κριτικής σκέψης και έρευνας στον μαθηματικό γραμματισμό με τρόπους που μπορεί να συμβάλει στην «εξανθρωπιστική πλευρά/κατάσταση» της ύπαρξης και να οδηγήσει σε απελευθερωτικές κοινωνικές αλλαγές. Βασίζεται στην άποψή του ότι ο περιορισμός στην εκπαίδευση λειτουργεί με καταπιεστικό τρόπο «ενσωματώνοντας τα άτομα» στην ίδια την κοινωνικοπολιτική δομή που είναι υπεύθυνη για την εξάρτησή τους. Αξιοποιώντας τις ιδέες του Freire στρέφει την προσοχή της στις σύγχρονες χρήσεις των μαθηματικών που υποστηρίζουν και ενισχύουν ηγεμονικές ιδεολογίες καθώς παραδοσιακή εκπαίδευση και καθημερινή ζωή βομβαρδίζουν τους μαθητές με καταπιεστική φιλοκαπιταλιστική ιδεολογία. Ένας σημαντικός παράγοντας στην αποδοχή των ηγεμονικών ιδεολογιών αποτελεί το παράδειγμα των περίπλοκων/μη κατανοητών (mystifications) μαθηματικών δεδομένων που συχνά γίνονται εύκολα

αποδεκτά καθώς είναι πολύπλοκη η κατανόησή τους με αποτέλεσμα να λειτουργούν υποστηρικτικά στον κυρίαρχο λόγο.

Στις μελέτες της η ερευνήτρια, αναζητώντας τις αιτίες (2014), που πολλοί ενήλικες δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικά τους αριθμούς στην καθημερινή τους ζωή ώστε να αυξήσουν την πολιτική τους συνείδηση μέσα από την ανάλυση και αμφισβήτηση του κοινωνικού status quo αλλά και τη δράση, καταλήγει ότι χρόνια ζητήματα που απασχολούν την έρευνα στο μαθηματικό γραμματισμό αποτελούν αρνητικές αιτίες που εδράζονται στις διδακτικές πρακτικές, στη μεταφορά του άγχους και της μαθηματικοφοβίας των ίδιων των εκπαιδευτικών προς τους μαθητές τους και στο αναλυτικό πρόγραμμα που δεν αντανακλά νόημα για τη ζωή των μαθητών και συχνά θεωρείται βαρετό/ανιαρό. Επιπλέον, κοινωνικά στερεότυπα, όπως η σχέση των μαθητριών με τα μαθηματικά ή διανοητικά στερεότυπα (ιδεολογία των «ικανοτήτων») αποδυναμώνουν μαθηματικά το άτομο και αποτελούν αντιλήψεις, που υποστηρίζει, ότι εξυπηρετούν την άρχουσα τάξη κρατώντας με έναν αποτελεσματικό τρόπο ελεγχόμενους και υπάκουους τους ανθρώπους. Δεν υπάρχει άλλος δρόμος προς τον εξανθρωπισμό παρά ο αυθεντικός μετασχηματισμός της κοινωνικοπολιτικής δομής ώστε να αποκτήσει τα ανθρώπινα χαρακτηριστικά της. Σύμφωνα με τον Freire, η γνώση δεν είναι ουδέτερη ούτε στατική, ούτε υπάρχει διχοτόμηση μεταξύ αντικειμενικότητας και υποκειμενικότητας ή μεταξύ σκέψης και δράσης. Η γνώση δημιουργείται συνεχώς και επαναδημιουργείται καθώς οι άνθρωποι σκέφτονται και δρουν στον κόσμο σαν «*δύο στιγμές στον ίδιο κύκλο*» (Frankenstein & Powell, 2009). Δράση και στοχασμός προσανατολίζουν σε νέα δράση ως ενιαίες στιγμές γνώσης και οδηγούν τους ανθρώπους να γίνουν υποκείμενα στον έλεγχο της οργάνωσης της κοινωνίας τους.

Προσανατολίζεται στους τρόπους με τους οποίους ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός μπορεί να αναπτύξει κριτική κατανόηση και να οδηγήσει σε κριτική δράση θέτοντας τα θεμελιώδη ερωτήματα που απασχολούν την κριτική μαθηματική εκπαίδευση: -Ποιες είναι οι πολιτικές που αποτελούν τη βάση της «πολιτικής της εκπαίδευσης των μαθηματικών»; -ποια είναι η σπουδαιότητα του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού για την ανθρωπιστική διδασκαλία σε αντίθεση με τη διδασκαλία για την αριστεία; -Πώς μπορούν να συνδεθούν ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός στην τάξη με τους πολιτικούς αγώνες και τα κοινωνικά κινήματα για μια δίκαιη και ισότιμη κοινωνία;

Στα «ριζοσπαστικά μαθηματικά» (Radical math) η Frankenstein (2014) διδάσκει μαθηματικά ενώ παράλληλα αυξάνει την πολιτική συνείδηση. Τα ριζοσπαστικά μαθηματικά αμφισβητούν την κατακερματισμένη άποψη της κοινωνίας που παρουσιάζεται από ένα παραδοσιακό πρόγραμμα σπουδών, που διασπά τη γνώση σε ξεχωριστά, ασύνδετα θέματα μεταξύ τους διδασκόμενα μόνο από ειδικούς. Αντίθετα, όταν το μάθημα διδάσκεται ως απαραίτητο τμήμα μιας προσεκτικής ανάλυσης των συνθηκών της κοινωνίας, οι μαθητές έχουν ένα σαφές παράδειγμα για το πώς η γνώση συγκεκριμένων θεμάτων μπορεί να ενσωματωθεί ώστε να δώσει μια κριτική προσέγγιση για τον κόσμο. Με τις διδακτικές της πρακτικές προσπαθεί να καταργήσει τις παραδοσιακές αυταρχικές σχέσεις εκπαιδευτικού-μαθητή μέσα από την παραδοχή των δικών μας προκαταλήψεων στους μαθητές και την ενθάρρυνση να χρησιμοποιούν αριθμούς για να υποστηρίξουν οποιοσδήποτε αντίθετες απόψεις, εκχωρώντας τον ουσιαστικό έλεγχο της μαθησιακής τους διαδικασίας. Μαθητές και εκπαιδευτικοί ερευνούν από κοινού τα μαθηματικά θέματα καθώς η μαθηματική γνώση δεν θεωρείται δεδομένη (taken-for-granted) και εμβαθύνουν αυξάνοντας το φάσμα των ερωτήσεων στην ερμηνεία ποσοτικών και στατιστικών δεδομένων του κόσμου.

Η ερευνήτρια υποστηρίζει ότι οι συζητήσεις στην τάξη που χρησιμοποιούν μαθηματικά για να αναλύσουν σύνθετα κοινωνικά θέματα διευρύνουν τον πνευματικό ορίζοντα του ίδιου του μαθητή. Η

μελέτη μιας ευρείας ποικιλίας θεμάτων εμπλουτίζει τις γνώσεις των μαθητών βελτιώνοντας την ικανότητά τους να επιχειρηματολογούν αποτελεσματικά. Καθώς οι μαθητές κερδίζουν εμπιστοσύνη στη δική τους νοημοσύνη, γίνονται περισσότερο διατεθειμένοι να εκφράσουν τις απόψεις τους και να ανακαλέσουν αυτό που έχουν διδαχθεί. Επιπλέον, τα ριζοσπαστικά μαθηματικά είναι ένα ιδανικό θέμα για την άσκηση της αργής, προσεκτικής και συστηματικής σκέψης που χρειάζεται ο κόσμος να εξετάσει κριτικά δομικά κοινωνικά ζητήματα. Σε ένα μαθηματικό κείμενο που πρέπει να διαβάζεται αργά και να συμπληρώνονται βήματα μεταξύ των γραμμών, οι μαθητές αναγκάζονται να επιβραδύνουν την πρόσληψη πληροφοριών. Επειδή, μικρές οπτικές αλλαγές στα σύμβολα μπορούν να αλλάξουν εντελώς τη σημασία μιας μαθηματικής έκφρασης, οι μαθητές αναγκάζονται να δώσουν περισσότερο χρόνο στη μεθοδολογική προσέγγιση και την επεξεργασία των αντιλήψεών τους. Από την άλλη, τα προβλήματα πολιτικής εφαρμογής είτε περιέχουν περισσότερες πληροφορίες από ό,τι χρειάζεται είτε απαιτούν την εύρεση πρόσθετων πληροφοριών, οι μαθητές υιοθετούν την πρακτική να εξετάζουν και να αναζητούν δεδομένα, αντί να καταφεύγουν αμέσως σε μια απάντηση. Και επειδή αυτό το μάθημα ζητά από τους μαθητές να διατυπώσουν τα προβλήματα τους με μαθηματικό τρόπο, αποκτούν πρακτική εξετάζοντας εμπειρικά τις συνέπειες πολλών πιθανών καταστάσεων πριν καθορίσουν ποιες ερωτήσεις μπορούν να αναζητήσουν και να απαντήσουν. Δεδομένου ότι τα θέματα προέρχονται από μια ποικιλία περιοχών, είναι πολύ πιθανό οι μαθητές να θέσουν ερωτήσεις σχετικά με το θέμα που ο εκπαιδευτικός δεν έχει άμεση την απάντηση συνειδητοποιώντας ότι ο/η εκπαιδευτικός δεν είναι ο "ειδικός" για όλες τις απαντήσεις. Ενθαρρύνει τους μαθητές να ειδικεύονται στην αναζήτηση πληροφοριών για να δώσουν απαντήσεις στις δικές τους, πια, ερωτήσεις. Έτσι, οι μαθητές γίνονται αυτό που ο Freire (1970) αποκαλεί «κριτικοί συν-ερευνητές στο διάλογο με τον εκπαιδευτικό» (σελ. 81). Προτείνει, μάλιστα, τη συγγραφική μαθηματικού εντύπου ως εναλλακτική πηγή αναστοχασμού της διαδικασίας εκμάθησης τους (προσωπική και συλλογική ανατροφοδότηση, στρατηγικές μάθησης, ενθάρρυνση/ενδυνάμωση, εναλλακτικές προοπτικές), υλικό που αξιοποιεί για μελλοντικό σχεδιασμό του προγράμματος σπουδών.

Στο έργο της (Frankenstein, 2014), παρουσιάζει μια σειρά διδακτικών πρακτικών στη μαθηματική διδασκαλία στην προώθηση της κριτικής, δημιουργικής σκέψης που εμπλέκονται στο πρόγραμμα σπουδών στη χρονική διάρκεια ενός εξαμήνου. Συγκεκριμένα εστιάζει στην:

-Αξιοποίηση και ανάλυσή των τύπων των λαθών των μαθητών. Όλες οι λανθασμένες απαντήσεις (εκτός από εκείνες που μαντεύονται από το καθαρό άγχος) περιλαμβάνουν κάποια ορθή λογική αιτιολόγηση. Η τάξη όχι μόνο αναλύει το συλλογισμό του μαθητή, αλλά επίσης συζητά πώς να τον πείσει ότι η μέθοδος ήταν λανθασμένη και πώς να τον διδάξει σωστές μεθόδους. Η ανάλυση των μοτίβων σφάλματος ενισχύει τις υπολογιστικές δεξιότητες των μαθητών και αυξάνει το σεβασμό και την αυτοπεποίθηση στη νοημοσύνη τους, ακόμη και όταν κάνουν λάθη, με ακόλουθη συνέπεια τον αλληλοσεβασμό των μαθητών.

-Διδασκαλία μαθητών μέσω της κατανόησης του εκπαιδευτικού ρόλου. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται καλύτερα κατανοητός από τους μαθητές ο ρόλος του εκπαιδευτικού και οι δυσκολίες του. Η δυνατότητα ανάληψης ρόλων της διδασκαλίας από τους μαθητές ευνοεί την απομυθοποίηση της αυταρχικής εικόνας/αυθεντίας του εκπαιδευτικού και παράλληλα καλλιεργεί ουσιαστικά το σεβασμό στο ρόλο του εκπαιδευτικού. Μ' αυτόν τον τρόπο, η τάξη αυτοελέγχει την εκπαιδευτική διαδικασία συμπεριλαμβάνοντας αποτελεσματικά ακόμη και τους πιο σιωπηλούς μαθητές, οι οποίοι γίνονται πιο πρόθυμοι να συμμετάσχουν όταν βοηθούν έναν συμμαθητή ενώ σπάνια αφήνει να ξεφύγει ένα λάθος. Ένα αίσθημα αλληλεγγύης αναπτύσσεται καθώς οι μαθητές, μαθαίνουν ο ένας από τον άλλο ενώ σέβονται το ρυθμό μάθησης κάθε μαθητή.

-Εργασία σε ομάδες. Η ομαδική εργασία και η συνεργασία προϋποθέτει την ανάπτυξη ορισμένων στάσεων, ότι οι άνθρωποι μαθαίνουν με διαφορετικούς ρυθμούς, μαθαίνουν θέτοντας ερωτήσεις και αναλύοντας τα λάθη τους και ότι κάθε πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με ποικίλους σωστούς τρόπους. Ο εκπαιδευτικός διευκολύνει τη συνεργασία και υποστηρίζει τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν ότι μπορούν να μάθουν μοιράζοντας τις γνώσεις τους.

B. Η μελέτη περίπτωσης του Ericaskolan της Andersson

Η Andersson (2010) ερεύνησε σε δύο τμήματα διδασκαλίας, ηλικίας 15χρονων μαθητών, σε σχολείο (Ericaskolan) της Σουηδίας, τη δυνατότητα να αποκτήσουν την ευθύνη της δικής του μάθησης, να αναπτύξουν αυτενέργεια, να χειραφετηθούν, να ενδυναμωθούν κοινωνικά λαμβάνοντας αποφάσεις, ως μελλοντικά ενεργά μέλη της πολιτικής και κοινωνικής ζωής μέσα από μια διαφορετική εμπειρία διδασκαλίας των μαθηματικών. Αξιοποίησε συνεργατικά σχέδια εργασίας που βασίστηκαν στον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό. Σκοπός της ήταν να σχεδιάσει μαθηματικά έργα που το περιεχόμενό τους συνδέονταν με τη ζωή των μαθητών και κοινωνικά ζητήματα, δίνοντας τη δυνατότητα για κριτική συζήτηση και προβληματισμούς στα όρια που έθετε το επίσημο Αναλυτικό Πρόγραμμα. Στην παρέμβαση αναπτύχθηκαν τρεις προσεκτικά σχεδιασμένες διδασκαλίες, οργανωμένες με βάση το κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο και τα ενδιαφέροντα των μαθητών, χρησιμοποιώντας παραδείγματα από την κοινωνική συγκυρία, σύμφωνα με την ανάλυση της Valero (2008), για την εκμάθηση των μαθηματικών. Λαμβάνοντας σοβαρά υπόψη τις προθέσεις, τις εμπειρίες και τις σκέψεις των μαθητών στη διδασκαλία, άλλαξε τη δομή λειτουργίας της τάξης, την πρακτική (discourse) στις συζητήσεις, τις διαπραγματεύσεις, τον τρόπο κατανομής της εξουσίας και της ευθύνης μεταξύ εκπαιδευτικού - μαθητών. Οι διδακτικές πρακτικές περιλάμβαναν συζητήσεις, επιτρεπόμενες συγκρούσεις απόψεων και ιδεών αλλά με αιτιολογήσεις που κατέθεταν όλοι, την πρόκληση του ρόλου του εκπαιδευτικού ως τελική πηγή γνώσης (και όχι ως ρόλο εξουσίας), την αμφισβήτηση περιεχομένου και τη διαπραγμάτευση κοινών στόχων ενώ προϋπέθετε την ενεργή συμμετοχή των μαθητών με πρωτοβουλίες ανάληψης έργων κι έρευνας σε ζητήματα που τους απασχολούν.

Οι στόχοι σε κάθε μία από τις τρεις παρεμβάσεις ήταν τόσο οργανικοί, όσο και στόχοι των ίδιων των μαθητών, α) επιδιωκόμενοι στα όρια του εθνικού προγράμματος σπουδών και των ποιοτικών αξιολογήσεων δηλαδή, να είναι σε θέση να διατυπώνουν, να αναλύουν και να λύνουν σημαντικά μαθηματικά προβλήματα για την καθημερινή ζωή, β) συνδεδεμένοι με κοινωνικά ζητήματα και ανησυχίες, δ) αναστοχαστικοί σε σχέση με την εκτίμηση των δυνατοτήτων και το βαθμό επίτευξης της αυτονομίας στην εκμάθηση των μαθηματικών στο πλαίσιο σχολικών εργασιών και ε) ενίσχυαν την επίγνωση της κατανομής εξουσίας και ευθύνης στην τάξη των μαθηματικών. Η παρέμβαση αναπτύχθηκε και υλοποιήθηκε σε δύο μαθήματα σε συνεργασία με τον υπεύθυνο εκπαιδευτικό των μαθηματικών του σχολείου.

Το πρώτο θέμα αφορούσε σε ένα κοινωνικό ρεαλιστικό ζήτημα με τον τίτλο, "Κάνοντας τα όνειρά σας πραγματικότητα;" (Making your dreams come true?), συναρτώμενο άμεσα με τη λήψη δανείου σπουδών από τους νέους της Σουηδίας. Το δεύτερο θέμα ήταν "Το Εργαστήριο Ενημερωτικών Φυλλαδίων" (The Newspaper Flyer Workshop) με αφορμή τα δικαιώματα των παιδιών, άρθρο 54 της σύμβασης για τα δικαιώματα των παιδιών και τρίτο θέμα "Οικολογικό Αποτύπωμα Μαθητών στη Γη" (Students' Ecological Foot prints on Earth) για την ενέργεια και την κατανάλωση. Τα τρία θέματα προσεγγίστηκαν διαθεματικά όπου οι μαθητές έμαθαν να χειρίζονται διαγράμματα και στατιστικές πληροφορίες για να ενισχύσουν τα επιχειρήματά τους δείχνοντας επιπλέον, πώς οι διαφορετικοί τρόποι παρουσίασης των στατιστικών πληροφοριών σε εφημερίδες και διαφημίσεις επηρεάζουν προσωπικές κρίσεις. Διερεύνησαν

τοπικά και παγκόσμια ζητήματα, καταλήγοντας σε αναλήψεις πρωτοβουλιών με πολλές δυνατότητες προέκτασης εκτός των ορίων ενός σχολικού προγράμματος που απαιτούσε χρόνο και συμμετοχή περισσότερων εκπαιδευτικών και της διοίκησης.

Από τα σημαντικά ευρήματα αυτής της μελέτης περίπτωσης είναι οι απόψεις των μαθητών για τη συνειδητοποίηση της σημασίας των μαθηματικών στη ζωή του ανθρώπου, στην επιχειρηματολογία διαφορετικών απόψεων και στην κοινωνική δράση δείχνοντας ότι υπάρχουν δυνατότητες για την εμπλοκή των μαθητών και την επίτευξη των μαθηματικών στόχων σε μια εμπνευσμένη κριτική μαθηματική εκπαίδευση. Οι μαθητές που συμμετείχαν βελτίωσαν την απόδοσή τους στα μαθηματικά, αξιολογήθηκαν με τον τρόπο δικής τους επιλογής στις μαθηματικές γνώσεις που απαιτήθηκαν, αναθεώρησαν αρνητικές στάσεις απέναντι στα μαθηματικά, το πλαίσιο του μαθήματος έδινε νόημα στη μάθησή τους, ενώ η δική τους αξιολόγηση στο πρόγραμμα σταδιακά αποκτούσε ποιοτικά χαρακτηριστικά ενδυναμώνοντας την εμπιστοσύνη στον εαυτό τους. Οι μαθητές είχαν επίσης τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά με κριτικό πνεύμα σε σχέση με το προσωπικό τους μέλλον (δάνεια σπουδών) και σε σχέση με την κοινωνία (ΜΜΕ-περιβάλλον) συνδέοντας τα μαθηματικά με την ιδιότητα του πολίτη και κατανοώντας τα ως εργαλείο για τον εντοπισμό και την κριτική ανάλυση των χαρακτηριστικών της κοινωνίας, σύμφωνα με την έννοια της «κοινωνικής ενδυνάμωσης» που περιγράφουν οι Ernest (2002) και οι Biesta & Tedder (2006) δίνοντας μ' αυτό τον τρόπο εμπειρίες ανάληψης ευθύνης και δυνατότητες αυτενέργειας ώστε να συμμετέχουν ουσιαστικότερα στην ευρύτερη κοινωνική και επαγγελματική ζωή.

Τα εμπόδια που κατέγραψε η ερευνήτρια εντοπίζονταν στους περιορισμούς που έθετε το ΑΠΣ αν και υποστηρίζει τη σύνδεση της διδασκαλίας των μαθηματικών με την κοινωνία τόσο ως προς την υλοποίηση (πλαίσιο δημοκρατικών διαδικασιών και εξουσίας) όσο και σε ζητήματα αξιολόγησης (επιλογή τρόπου αξιολόγησης). Έμμεσα, η έρευνα αμφισβήτησε τις διαδικασίες αξιολόγησης θεωρώντας τις προβληματικές σε σχέση με το τι αποτιμάται και πώς αξιολογούνται οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών αφού οι γνώσεις που έλαβαν μέσω της παρέμβασης δεν αποτιμήθηκαν στις τυπικές/εθνικές εξετάσεις (Andersson, 2010).

Γ. Επίγνωση της πολιτικής διάστασης των διδακτικών πρακτικών της Gutierrez

Η Gutierrez (2013) μέσα από έρευνές της για ζητήματα ένταξης και αποκλεισμού των πιο αδύναμων κοινωνικοοικονομικά και περιθωριοποιημένων μαθητών στο μαθηματικό γραμματισμό αναδεικνύει την πολιτική διάσταση όχι μόνο της διδασκαλίας των μαθηματικών αλλά και των ίδιων των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί θεωρεί ότι πρέπει να αναπτύξουν πολιτική γνώση του ρόλου τους και των διδακτικών πρακτικών τους στην τάξη καθώς διαμορφώνουν σε σημαντικό βαθμό την μαθηματική ταυτότητα των μαθητών τους. Υποστηρίζει ότι οι εκπαιδευτικοί χρειάζεται να επανεξετάσουν το ρόλο τους στη διδασκαλία των μαθηματικών για το σχολείο και την κοινωνία. Η πολιτική διάσταση του μαθηματικού γραμματισμού πρέπει να λαμβάνεται εξίσου σοβαρά υπόψη όσο οι έννοιες της γνώσης περιεχομένου και της παιδαγωγικής γνώσης περιεχομένου. Καθώς η θεσμική πίεση αυξάνεται για μαθηματικές δεξιότητες, επιδόσεις και εξετάσεις, θεωρεί ότι πρέπει να εξετάσουμε, πώς αυτή η έμφαση επηρεάζει τη διαμόρφωση των ανθρώπων στην κοινωνία. Τονίζει ότι η επίγνωση της πολιτικής διάστασης της διδασκαλίας εξακολουθεί να λείπει σε μεγάλο βαθμό από τις συζητήσεις των εκπαιδευτικών και υποστηρίζει ότι οι εκπαιδευτικοί πρέπει να εντάξουν την πολιτική στη διδασκαλία των μαθηματικών.

Η ερευνήτρια εργάστηκε με μια ερευνητική ομάδα για την ανάπτυξη ενός προγράμματος εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών β/θμιας εκπαίδευσης για τη διδασκαλία μαθηματικών με στόχο την κοινωνική

δικαιοσύνη που αφορούσε στη βασική εκπαίδευση, στις δεξιότητες και στις στάσεις των εκπαιδευτικών ώστε να διδάξουν περιθωριοποιημένους μαθητές. Επισημαίνει ότι οι εκπαιδευτικοί με τους οποίους εργάστηκε έχουν αναπτύξει πολιτικές γνώσεις, παρουσιάζουν πολιτική σαφήνεια ενώ αυτή η στάση αντικατοπτρίζεται στις καθημερινές πρακτικές της διδασκαλίας τους. Αναγνωρίζουν ότι όλη η διδασκαλία είναι πολιτική πράξη και ότι οι εννοιολογήσεις των μαθηματικών επηρεάζουν την παιδαγωγική τους, καθώς επίσης, ποιος και τι μαθαίνει στις τάξεις τους ενώ έδειξαν τη διάθεση να γίνουν πολλαπλασιαστές αυτής της επίγνωσης στους συναδέλφους τους (Gutiérrez, 2013).

Στην κατεύθυνση αυτή η ερευνήτρια προτείνει συγκεκριμένες πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού:

-Τήρηση τακτικών ημερολογίων μάθησης ώστε να βοηθήσουν τους μαθητές να παρακολουθούν την πορεία μάθησής τους, να βρίσκονται σε επαφή με αυτό που μαθαίνουν και ό,τι χρειάζονται ακόμα να μάθουν και να μην βασίζονται μόνο στις βαθμολογίες των τεστ για την απόδοσή τους.

-Μετονομασία ενός μαθήματος ώστε να οριοθετείται ότι καλύπτει μόνο τη δυτική γνώση π.χ. Ευκλείδεια γεωμετρία και όχι όλες τις γεωμετρίες που ασκούνται στον κόσμο.

-Αντίσταση σε θεσμικούς φορείς με δημόσια συζήτηση όταν υπονοούνται ως αιτίες αποτυχίας η καταγωγή.

-Αμφισβήτηση της πολιτικής σχολικού κώδικα ντυσίματος.

-Συζήτηση με εκπαιδευτικούς για την πολιτική διάσταση της διδασκαλίας των μαθηματικών.

-Οργάνωση και προβληματισμό μέσα από ένα εργαστήριο επαγγελματικής ανάπτυξης έτσι ώστε οι εκπαιδευτικοί να αλληλεπιδρούν με πιο έμπειρους εκπαιδευτικούς, να προβληματίζονται για ζητήματα φύσης και πολιτικής της γνώσης επιδιώκοντας την επαγγελματική ανάπτυξη και τον «εξανθρωπισμό» (humanizing) της τάξης των μαθηματικών (Gutiérrez, 2013).

Δ. Συνδέοντας το μαθηματικό γραμματισμό με τις πολιτισμικές γνώσεις των μαθητών των Basu & Greenstein

Οι Basu και Greenstein (2019) ανέπτυξαν μια σειρά μαθημάτων σε μαθητές ηλικία 9 έως 13 ετών (Δημοτικού και Γυμνασίου) στο Newark του New Jersey με στόχο να γεφυρώσουν τις άτυπες μαθηματικές και πολιτισμικές/κοινωνικές γνώσεις των μαθητών με τα σχολικά μαθηματικά σε συνδυασμό με την κριτική κατανόηση των μαθητών στην κατεύθυνση της κοινωνικής δικαιοσύνης. Ζήτησαν από τους μαθητές να προσδιορίσουν ένα ενδιαφέρον γι' αυτούς τοπικό ζήτημα και το αξιοποίησαν ως βάση για τη γεφύρωση των εξωσχολικών κοινωνικών γνώσεων των μαθητών με τη σχολική εκμάθηση των μαθηματικών.

Στην πρώτη περίπτωση, οι εργασίες προσφέρουν δύο επιλογές στους μαθητές οι οποίοι καλούνται στη συνέχεια να επιλέξουν μία και να δικαιολογήσουν την απόφασή τους με τη χρήση μαθηματικών εμπλέκοντας κοινωνικές διαστάσεις. Ενώ, στη δεύτερη περίπτωση ανέπτυξαν τρεις σημαντικές για τους μαθητές μαθηματικές δραστηριότητες. Η μαθηματική τους εμπλοκή σε πλούσια καθήκοντα δομήθηκε από τις δικές τους ανησυχίες για την κοινότητα και αφορούσε σε μια επιχείρηση επένδυσης της Amazon στην πόλη τους, μια τεράστια περιοχή με βιομηχανικά κτίρια κι εγκαταστάσεις η οποία συνάντησε την αντίδραση των φορέων και των κατοίκων. Οι μαθητές πήραν συνεντεύξεις από τις οικογένειές τους, εργάστηκαν σε χάρτες, αξιοποίησαν μαθηματικά δεδομένα και πόρους, σχεδίασαν και πρότειναν περιβαλλοντικές παρεμβάσεις (πάρκα, αθλητικούς χώρους), που είχαν ανάγκη οι κάτοικοι, προσέγγισαν κριτικά τις δημόσιες επιδοτήσεις και τις υπέρογκες φορολογικές ελαφρύνσεις (ύψους 3 δισεκατομμυρίων

δολαρίων), που υποσχέθηκαν στην εταιρία οι κυβερνήτες. Επεξεργάστηκαν ανησυχίες σχετικά με τις επιβλαβείς επιπτώσεις της επένδυσης στις τοπικές επιχειρήσεις (αύξηση του κόστους στέγασης) και ζητήματα αδικίας με την απαλλοτρίωση θέσεων εργατικών κατοικιών προς όφελος της Amazon.

Οι πολλαπλοί μαθηματικοί πόροι γνώσεων των μαθητών αποτέλεσαν τη βάση πάνω στην οποία χτίστηκε η νέα γνώση. Η βιωματική εμπλοκή των μαθητών στην κριτική μαθηματική έρευνα ανέπτυξε κριτικές ικανότητες αλλά και την επίγνωση των πολλαπλών διαστάσεων των συνθηκών ζωής του ατόμου και της κοινότητάς του επιτυγχάνοντας τη μαθηματική και την κοινωνική ενδυνάμωσή τους.

Κεφάλαιο 3ο Εκπαιδευτική πράξη και μαθηματικός γραμματισμός

Στο 3ο κεφάλαιο που συναρθρώνει το δεύτερο μέρος της εργασίας, η τάξη των μαθηματικών προσεγγίζεται ως δυναμικό πλαίσιο ενίσχυσης της δημοκρατικής και κριτικής πολιτειότητας του μαθητή-μελλοντικού πολίτη μέσα στο οποίο μελετάται ο ρόλος του εκπαιδευτικού και οι συνέπειες των διδακτικών του πρακτικών στην κατεύθυνση της μαθηματικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης των μαθητών. Αναλύονται δυο μοντέλα επιστημολογικής ενδυνάμωσης του μαθητή/εκπαιδευόμενου. Το πρώτο αναφέρεται στους τρεις τομείς επιστημολογικής ενδυνάμωσης του Ernest (2002), που συμπεριλαμβάνουν τη μαθηματική και την κοινωνική ενδυνάμωση των μαθητών, που σύμφωνα με τον ερευνητή, αποτελούν απαραίτητες προϋποθέσεις για την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών και το δεύτερο μοντέλο αναφέρεται στα στάδια της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule (1997), τα οποία κυμαίνονται από το στάδιο της παθητικής αποδοχής της γνώσης από τον ισχυρό «άλλο»/εκπαιδευτικό μέχρι το στάδιο της κατασκευής της γνώσης από το ίδιο το υποκείμενο που μαθαίνει. Στη συνέχεια, μελετάται ο προσανατολισμός ακρόασης του εκπαιδευτικού με βάση τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997), τον αξιολογητικό (evaluative orientation), τον «ερμηνευτικό/επεξηγηματικό» (interpretive orientation) και τον «ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό» (hermeneutic orientation) ως κρίσιμοι παράγοντες στην επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών στην τάξη των μαθηματικών. Στο τέλος του κεφαλαίου, επισημαίνονται βασικοί παράγοντες οι οποίοι υπερβαίνουν τα όρια της σχολικής αίθουσας αλλά δρουν καθοριστικά στο μαθηματικό γραμματισμό και γενικότερα σημασιοδοτούν την πολυπλοκότητα του φαινομένου της διδασκαλίας.

3.1 Η τάξη των μαθηματικών ως πλαίσιο ενίσχυσης της δημοκρατικής και της κριτικής πολιτειότητας

«Η τάξη των μαθηματικών είναι μια μικρο-κοινωνία όπου οι δημοκρατικές σχέσεις μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικών και μεταξύ των μαθητών πρέπει να είναι παρούσες εάν η εκπαίδευση είναι να παρέχει οποιαδήποτε μορφή δημοκρατικής πρόσβασης» (Skovsmose & Valero, 2008: 25)

Τα μαθηματικά, ως θεμελιώδης γνώση, στη σύγχρονη εποχή της τεχνολογίας και των επιστημονικών εξελίξεων συμβάλλουν με καθοριστικό τρόπο στην διεθνοποιημένη πολιτική και στη «φετιχοποίηση» της γνώσης (Ernest, 2009) αναδομώντας την οικονομική και κοινωνική οργάνωση. Σε πολύ μεγάλο βαθμό η σύγχρονη ζωή ελέγχεται από ένα πλήθος πολύπλοκων ορατών ή «σιωπηρών» ποσοτικοποιημένων πλαισίων και αυτοματοποιημένων μαθηματικών συστημάτων, που ρυθμίζουν κάθε πτυχή της ζωής και της εργασίας, εκτελώντας πολύπλοκες εργασίες συλλογής πληροφοριών, διαμόρφωσης, υλοποίησης πολιτικής και κατανομής πόρων. Η δημόσια εικόνα/κύρος των μαθηματικών ενισχύεται μέσω των μαθηματικών μοντέλων και εφαρμογών θεσμοθετώντας ένα νέο είδος πραγματικότητας που όλο και πιο συχνά χρησιμοποιείται ως μέσο κοινωνικής δύναμης για να δηλώσει «ορθολογισμό» και «αντικειμενικότητα» αντικαθιστώντας ρητά ή άρρητα πολιτικές αποφάσεις και εξουσιαστικές προθέσεις (Keitel, 2006).

Την ίδια στιγμή, η αντιφατική ρητορική της αξιολογικής ουδετερότητας (value-free), που ακολουθεί αυτή τη μαθηματοποίηση ενσωματώνει ένα σύνολο αξιών (Ernest, 2018) και αποτελεί εργαλείο ελέγχου και άσκησης εξουσίας στην κοινωνία από κρατικούς φορείς και κοινωνικοπολιτικά/οικονομικά κυρίαρχες ομάδες για το τι είναι κοινωνικά εφικτό και επιθυμητό. Τα μαθηματικά διαμορφώνουν έναν ισχυρό τοπίο αλληλεπίδρασης γνώσης-εξουσίας αποτελώντας κρίσιμο εργαλείο που διαμορφώνει τις σχέσεις μεταξύ

κράτους, οικονομίας, δημοκρατίας και υποκειμένου. Εξυπηρετούν, έτσι, το σχέδιο της πολιτικής οικονομίας που ασκεί η κυρίαρχη ομάδα μέσα από την συναινετική ταυτότητα του ίδιου του υποκειμένου και της πρακτικής του αναπαράγοντας την κυρίαρχη ιδεολογία του νεοφιλευθερισμού. (Skovsmose, 2011· Valero, 2017· Χρονάκη, 2015· Keitel & Vithal, 2008).

Σε αυτό το πλαίσιο ο μαθηματικός γραμματισμός αναδεικνύεται σε ουσιαστικό παράγοντα ανάπτυξης της κατανόησης και κριτικής ερμηνείας των μαθηματικών δραστηριοτήτων του κόσμου ώστε τα άτομα να έχουν τον πλήρη έλεγχο σε όλους τους τομείς της ζωής τους ως ενημερωμένοι, σκεπτόμενοι/ενεργοί και δημοκρατικοί πολίτες.

Όπως αναφέρθηκε, η στροφή της μαθηματικής έρευνας στις κοινωνικοπολιτικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης εντάσσει τη μαθηματική σκέψη, τη διδασκαλία και τη μάθηση στις ευρύτερες ιστορικές, κοινωνικές, πολιτισμικές, οικονομικές και πολιτικές αναγνώσεις. Αναγνωρίζεται ότι η εκπαιδευτική διαδικασία αποτελεί βαθιά πολιτική δραστηριότητα ενώ η έρευνα εστιάζει στους τρόπους με τους οποίους ο μαθηματικός γραμματισμός μπορεί να αποτελεί όχημα χειραφέτησης, συνδετικός κρίκος με το δημοκρατικό σχολείο και τη διαμόρφωση του δημοκρατικού, ενεργού πολίτη (Ernest, 2010· Christiansen, 2007· Stinson, 2004· Volmink, 1994· Valero, 2017· Skovsmose, 1998· Lerman, 2000· Apple & Beane, 2007). Σημαντικό πεδίο προβληματισμού αποτελεί η ζωή στην τάξη των μαθηματικών στο βαθμό που η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών μπορεί να αντανακλά τις εξουσιαστικές σχέσεις οι οποίες διαμορφώνονται κατά τη διδασκαλία. Η πολυπλοκότητα αυτών των συνδέσεων μελετάται μέσα από την προσδοκία/κοινωνικό αίτημα για ισότιμη και καθολική πρόσβαση στη μαθηματική εκπαίδευση στην κατεύθυνση και προώθηση μιας δίκαιης και δημοκρατικής κοινωνίας.

Εκκινώντας από την άποψη σύγχρονων ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης (Ernest, 2010· Valero, 2006· Skovsmose & Valero, 2008· Vithal, 1999, 2000· Christiansen, 2007· Almeida, 2010· Jablonka, 2014), που εδράζονται στο πλαίσιο θεωριών του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού, ότι η δημοκρατική συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών στην τάξη θέτει στον πυρήνα της εκπαίδευσης το σεβασμό της σκέψης των μαθητών, το διάλογο και τη διαπραγμάτευση των ιδεών, την καλλιέργεια κουλτούρας κριτικής εμπλοκής στην κατασκευή και επαναδιατύπωση της γνώσης, την ισότητα, τη συμμετοχή χωρίς εμπόδια, την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών, ενισχύει την αυτονομία και την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις για την παραγωγή της γνώσης, καθώς, θεωρούν ότι τα μαθηματικά αντικείμενα και οι εκφράσεις τους αποτελούν δυναμικές πολιτισμικές κατασκευές ενώ παρέχει ουσιαστικά εφόδια για να λειτουργούν ως κριτικοί πολίτες συμμετέχοντας, δρώντας και λαμβάνοντας ατομικές και συλλογικές αποφάσεις στη σύγχρονη κοινωνία.

Ο Skovsmose (1998) συνδέοντας τη δημοκρατία με τα μαθηματικά εμπνέεται από την έννοια της άμεσης δημοκρατίας ως μια μορφή πολιτικής δημοκρατίας. Η εφαρμογή αυτού του τύπου δημοκρατίας σε όλους στους χώρους εργασίας, τα σχολεία και τις αίθουσες διδασκαλίας προσδιορίζει το είδος των δεξιοτήτων που πρέπει να διαθέτει ένας πολίτης προκειμένου να συμμετάσχει πλήρως στον δημόσιο διάλογο και τα κοινωνικοπολιτικά δρώμενα. Οι Aguilar και Zavaleta (2012) υπογράμμισαν ότι οι εκπαιδευτικοί χρειάζεται να υποστηρίξουν στην τάξη μια κουλτούρα που ενθαρρύνει τις κριτικές συζητήσεις ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν κρίσιμες δημοκρατικές ικανότητες ώστε να είναι σε θέση να εντοπίζουν μαθηματικές καταστάσεις και να αναγνωρίζουν τη «*διαμορφωτική δύναμη*» (formatting power) (Skovsmose, 1994) των μαθηματικών η οποία ορίζει και συγκροτεί κοινωνικά φαινόμενα. Αν τα μαθηματικά παραμένουν «σιωπηρά», όπως συμβαίνει με τους ποσοτικούς δείκτες, μπορεί οι μαθητές να μην έχουν την ευκαιρία να δημιουργήσουν το δικό τους νόημα ώστε να κατανοήσουν τα μαθηματικά φαινόμενα που

διαπραγματεύονται (Aguilar & Zavaleta, 2012) με αποτέλεσμα να λειτουργήσουν ως πηγή εξουσίας (Skovsmose & Valero, 2008).

Για πολλούς ερευνητές, τα σχολικά μαθηματικά ως πεδίο βασικών σπουδών, δεν εξαντλούνται σε διδακτικές πρακτικές που αφορούν στο περιεχόμενο της γνώσης ή της «μετάδοσης» της στους μαθητές αλλά θεωρούν ότι λειτουργούν σε μια κατεύθυνση κασκευής του επιθυμητού πολίτη ή του αποκλεισμού του ενώ επικεντρώνουν στην επίγνωση αυτού του ρόλου από τους εκπαιδευτικούς. Οι Westheimer και Kahne (2004) στη μελέτη τους «What Kind of Citizen?» υποστηρίζουν ότι οι εκπαιδευτικοί εμφορούνται από ποικίλες αντιλήψεις και προσδοκίες για την ανάπτυξη των μαθητών ως πολιτικών υποκειμένων και τον «τύπο» του «καλού πολίτη» που θα μπορούσαν να γίνουν οι μαθητές τους, οι οποίες αντανακλώνται στις διδακτικές τους πρακτικές, προβάλλοντας έτσι, μια εικόνα πολιτειότητας για τους μελλοντικούς μαθητές-πολίτες. Συγκεκριμένα, εντοπίζουν μέσα από την εμπειρική τους έρευνα στην εκπαίδευση τρεις αντιλήψεις ως προς την ιδιότητα του πολίτη: τον προσωπικά υπεύθυνο πολίτη (personally responsible citizen), τον συμμετοχικό πολίτη (the participatory citizen) και τον πολίτη που προσηλώνεται στις αρχές της κοινωνικής δικαιοσύνης (justice oriented citizen).

Ο προσωπικά υπεύθυνος πολίτης παίρνει ορθές οικονομικές αποφάσεις, είναι ενημερωμένος καταναλωτής, ασκεί φιλανθρωπικές πράξεις ή συμμετέχει σε κοινωφελείς κι εθελοντικές υπηρεσίες. Ένας εκπαιδευτικός στην τάξη των μαθηματικών θα μπορούσε να ενθαρρύνει τους μαθητές να εξετάζουν δεδομένα που αντικατοπτρίζουν τη δομική ανισότητα και να δίνουν παραδείγματα ή να δημιουργούν δυνατότητες για προσωπικές/ατομικές υπεύθυνες πράξεις ως ανταπόκριση σε μια τέτοια ανισότητα. Με άλλα λόγια, βοηθά τους άλλους και ακολουθεί τους νόμους αλλά δεν αμφισβητεί αυτού του είδους την κοινωνική οργάνωση (Martin, 2008 στο Raygoza, 2019).

Οι εκπαιδευτικοί τείνουν να τονίζουν την κοινωνική προσφορά ανεξάρτητα από την πολιτική δέσμευση στην αντιμετώπιση της ανισότητας. Ενώ η ανάπτυξη ενός προσωπικά υπεύθυνου πολίτη είναι απαραίτητη, οι Westheimer και Kahne υποστηρίζουν ότι απαιτείται συνδυασμός των χαρακτηριστικών του συμμετοχικού πολίτη και του προσανατολισμένου στην κοινωνική δικαιοσύνη πολίτη για να προετοιμάσει τους νέους να συμμετάσχουν στους δημοκρατικούς θεσμούς, διότι οι εννοιολογικές αυτές θεωρήσεις δίνουν μεγαλύτερη έμφαση στην συλλογική δράση παρά στην ατομική. Για παράδειγμα, για να συμμετάσχουν σε μια δημοκρατία, οι άνθρωποι πρέπει να ακολουθούν τους νόμους ως «υπεύθυνοι» πολίτες, να γνωρίζουν πώς αναπτύσσονται οι θεσμοί, να ψηφίζουν τηρώντας τους και να οργανώνουν την αλλαγή τους. Οι συμμετοχικοί πολίτες *"συμμετέχουν ενεργά στις πολιτικές υποθέσεις και την κοινωνική ζωή της κοινότητας σε τοπικό, κρατικό ή εθνικό επίπεδο"* (σελ. 241). Συμμετέχουν και παίρνουν ηγετική θέση σε κυβερνητικές ή κοινοτικές οργανώσεις για να προωθήσουν την κοινωνική αλλαγή ως συναινετικά πολιτικά υποκείμενα. Από την άλλη, ο πολίτης της *"κοινωνικής δικαιοσύνης"* αναγνωρίζει τον εαυτό του ως μέρος μιας δημοκρατικής κοινότητας, ενεργεί συνεργατικά, *«αμφισβητεί, συζητά για να αλλάξει καθιερωμένα/εγκαθιδρυμένα συστήματα και δομές που αναπαράγουν τα πρότυπα αδικίας διαχρονικά»* (Westheimer & Kahne, 2004: 240) σε μια συλλογική προοπτική ισότητας και δικαίου. Αυτή η αντίληψη της ιδιότητας του πολίτη συμφωνεί περισσότερο με τις αρχές στις οποίες βασίζεται η διδασκαλία των μαθηματικών για κοινωνική δικαιοσύνη (Bartell, 2013 Gutstein, 2006 Westheimer & Kahne, 2004).

Για τους Skovsmose και Valero (2008) η δημοκρατία γίνεται αντιληπτή ως μια συλλογική, πολιτική δράση που στόχο έχει τον κοινωνικό μετασχηματισμό, ενώ διέρχεται μέσω της καθημερινής εμπειρίας, συμπεριλαμβανομένης της τάξης των μαθηματικών. Θέτουν ερωτήματα που αναδεικνύουν την πολιτική διάσταση της εκπαίδευσης και τη σχέση του μαθηματικού γραμματισμού με τις δημοκρατικές μορφές

αλληλεπίδρασης και λειτουργίας της τάξης. Πώς αναγνωρίζονται οι δημοκρατικές αξίες στις διδακτικές πρακτικές με τα πρότυπα επικοινωνίας και αλληλεπίδρασης που τις διέπουν; Ποιες είναι οι μορφές αλληλεπίδρασης στην τάξη που δημιουργούν δυνατότητες κριτικής και διαμόρφωσης πολιτικού κριτηρίου τόσο ως προς το μαθηματικό περιεχόμενο όσο και ως προς τα χαρακτηριστικά της αλληλεπίδρασης; Πώς διαπερνά το μαθηματικό γραμματισμό η διασύνδεση της μικρο-κοινωνίας της τάξης με την τοπική και παγκόσμια κοινωνία; Οι μορφές μάθησης στο σχολείο σχετίζονται με μορφές μάθησης στους χώρους εργασίας, στους οργανισμούς και στις καθημερινές καταστάσεις;

Οι Valero, Pais (2011) και Popkewitz (2004) θέτουν στη συζήτηση τον πολιτικό ρόλο που διαδραματίζουν τα σχολικά μαθηματικά καθώς υποστηρίζουν ότι η κατασκευή της ταυτότητας του μελλοντικού πολίτη αποτελεί μέρος της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Είναι μία από τις κύριες πολιτικές λειτουργίες της εκπαίδευσης, είτε από τη θέση εξουσίας, που κατέχει και διευθύνει τα μέσα παραγωγής, ασκώντας κοινωνικό έλεγχο είτε από την πλευρά των ατόμων, που υπόκεινται στους κοινωνικοπολιτικούς κανόνες και τις κυρίαρχες αξίες της κοινωνίας. Ο μαθηματικός γραμματισμός υποστηρίζεται ότι ενδυναμώνει/χειραφετεί το παιδί σε έναν κόσμο που ορίζεται όλο και περισσότερο από μαθηματικά δεδομένα κι εφαρμογές αλλά διαφαίνεται ένα παράδοξο σε αυτή την ενδυνάμωση/χειραφέτηση. Όταν οι κατευθυντήριες γραμμές του μαθηματικού γραμματισμού δηλώνουν την προσδοκία για τους ιδανικούς μελλοντικούς πολίτες, δηλώνουν ταυτόχρονα πως στην ομάδα δεν ανήκουν όσοι δεν συμμορφώνονται με τον κανόνα. Ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον που γίνεται ολοένα και «*πιο απαιτητικό, αντικειμενοποιημένο και τεχνογραφειοκρατικό*» (Φρυδάκη, 2015: 26) με ένα πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών που λειτουργεί ως τεχνολογία του εαυτού, επιφέρει τη συμμόρφωση σύμφωνα με τον κανόνα στη σκέψη, στα σώματα και στη συμπεριφορά των παιδιών λειτουργώντας με εντάξεις και αποκλεισμούς. Η απόρριψη και ο αποκλεισμός προκαλούνται ως αποτέλεσμα του καθορισμού του κανόνα. Αντί να εστιάζει η διδασκαλία στην αξία και στο ενδιαφέρον της μαθηματικής γνώσης δίνεται έμφαση στην βαθμοθηρία, την αξιολόγηση, την επιβράβευση ή την τιμωρία και «*σε μια περιορισμένη και στατική οπτική των μαθηματικών η οποία υπακούει στην ιδεολογία της βεβαιότητας*» (Χρονάκη, 2015: 117), εκπληρώνοντας την ταξινομητική λειτουργία του σχολείου με όρους αριστείας και ικανοτήτων, αναπαράγοντας κοινωνικά τις διαταξικές σχέσεις.

Σύμφωνα με την Gerofsky (2009) οι παιδαγωγικές πρακτικές δίνουν σιωπηρά μηνύματα στους μαθητές σχετικά με τις δομές εξουσίας και τους ρόλους που επιτελούνται, τόσο στο σχολείο όσο και στην ευρύτερη κοινωνία. Επομένως, μια αυταρχική διάρθρωση της τάξης, όπου ο εκπαιδευτικός λειτουργεί ως αυθεντία/διακατέχει την εξουσία και οι μαθητές/μαθήτριες σε ρόλο υπάκουου και παθητικού δέκτη, διδάσκει στους μαθητές ότι η κοινωνία λειτουργεί με το αντίστοιχο μοντέλο. Οι ιεραρχικές δομές της τάξης προετοιμάζουν τα παιδιά να ζήσουν σε ένα πολιτικό σύστημα όπου μια ομάδα αριστείας κατέχει όλη τη δύναμη ενώ η πλειοψηφία αναμένεται να συμμορφωθεί υιοθετώντας το αξιακό σύστημα των κυρίαρχων. Αντίστοιχα, στο γενικότερο σκηνικό της «αντιπροσωπευτικής/αστικής δημοκρατίας», ως καθιερωμένο πολιτικό σύστημα, απότοκο των κυρίαρχων αστικών, κοινωνικοπολιτικών δυνάμεων, επιδιώκεται, στην ουσία, ο περιορισμός της συμμετοχής των πολιτών με το διαχωρισμό σε ηγέτες και καθοδηγούμενους έτσι ώστε να μην αποτελεί κίνδυνο για τον καπιταλισμό και την αναπαραγωγή του (Gramsci, 1999· Valero, 2017). Αντίθετα, η Gerofsky τονίζει ότι μια δημοκρατική τάξη μαθηματικών, στην οποία οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά στην κατασκευή της γνώσης και γίνονται αποδεκτές οι ιδέες τους, μπορεί να προετοιμάσει τη νεολαία για να ζήσει σε ένα πιο συμμετοχικό, «*ακτιβιστικό*» (activist) πολιτικό σύστημα, στο οποίο οι φωνές και οι ιδέες τους λαμβάνονται σοβαρά υπόψη. Τονίζει ότι τα χαρακτηριστικά μιας δημοκρατικής τάξης στηρίζονται στις αρχές της κοινωνικής δικαιοσύνης και

ισότητας, της συμμετοχής όλων και προς όφελος των μαθητών, χωρίς αντιλήψεις ανωτερότητας (non-elitist) και αποκλεισμούς (Gerofsky, 2009).

Η Nikolakaki (2010) μελετώντας ιστορικά στην εξέλιξη του καπιταλισμού τη σχέση του μαθηματικού γραμματισμού και της ιδιότητας του πολίτη, υπογραμμίζει τη συμβολή των μαθηματικών στην κατασκευή του «επιθυμητού» πολίτη. Ισχυρίζεται με άλλα λόγια ότι η διδασκαλία των μαθηματικών σήμερα δεν υποστηρίζει την κατανόηση (από τους πολίτες) της σχέσης της πολιτικής ζωής και των αριθμών. Αντίθετα, τους παθητικοποιεί (pacifies) να ζούνε με λίγα μαθηματικά, αποκομμένοι από την πραγματική ζωή, απαθείς προς τη διεκδίκηση της εξουσίας και ανίσχυροι να κατανοούν τις πλήρεις και καταστροφικές συνέπειες του νεοφιλελεύθερου καπιταλισμού, καταλήγοντας, στην επείγουσα ανάγκη για διαμόρφωση κριτικά εγγράμματων μαθηματικά πολιτών.

3.2 Η τάξη των μαθηματικών ως πλαίσιο ενδυνάμωσης/χειραφέτησης

Πολλοί ερευνητές των μαθηματικών μελετώντας τη σχέση της διδασκαλίας των μαθηματικών με τη δημοκρατία αναφέρονται στις έννοιες της ενδυνάμωσης/χειραφέτησης (empowerment) στην τάξη των μαθηματικών με ποικίλους τρόπους και πρακτικές. Η έννοια της ενδυνάμωσης/χειραφέτησης στη διδασκαλία αντιμετωπίστηκε ερευνητικά από διαφορετικές οπτικές γωνίες, συμπεριλαμβανομένης της πολιτικής, κοινωνικής και οικονομικής, τονίζοντας ότι στην ουσία η ενδυνάμωση/χειραφέτηση παρέχει στο άτομο τη δυνατότητα να κατανοήσει και να διατυπώσει κοινωνικές και πολιτικές κριτικές για τα κοινωνικά δρώμενα και να παρέμβει ενεργά μετασχηματίζοντάς τα (Stinson, 2004· Skovsmose, 1994, 2013). Επιπλέον, η χρήση της έννοιας/όρου της «χειραφέτησης», σύμφωνα με πολλούς κριτικούς θεωρητικούς δεν μπορεί να έχει απόλυτη σημασία, καθώς εξαρτάται από το κοινωνικοπολιτικό συγκείμενο και εμπεριέχει μια εξελισσόμενη κριτικότητα (Kincheloe, 2011· Skovsmose, 1994, 2013) ενώ προσεγγίζεται με την σημασία που της δίνει ο Radford (2012: 111), ότι *«μπορεί να συμβεί μόνο στον κοινό κόσμο όπου αναγνωρίζουμε τον εαυτό μας ως ιστορικά και πολιτικά όντα και εργαζόμαστε κριτικά για να κάνουμε αυτόν τον συλλογικό χώρο καλύτερο για όλους»*.

Στη ερευνητική βιβλιογραφία καταγράφονται πλήθος διαφορετικών αντιλήψεων και προσεγγίσεων της ενδυνάμωσης (empowerment), ενώ προτείνονται ποικίλα μοντέλα για την ανάλυση ανάλογα με την οπτική και το ερευνητικό ενδιαφέρον. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη μελέτη επιλέγονται μοντέλα που εστιάζουν στη μαθηματική ενδυνάμωση και στην εκχώρηση εξουσίας από τον εκπαιδευτικό στο μαθητή σύμφωνα με τους προβληματισμούς που τίθενται για τον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό των μαθητών και την κριτική πολιτειότητα.

3.2.1 Οι τομείς επιστημολογικής ενδυνάμωσης σύμφωνα με τον Ernest

Σύμφωνα με τον Ernest (2002), οι μαθητές ενδυναμώνονται ως άτομα ή ομάδες μέσα από συγκεκριμένους τομείς δραστηριότητας και διαδικασίες που τους παρέχουν αυτονομία ή προωθούν και διευκολύνουν την ανάληψη της ευθύνης (power) της μάθησής τους. Έτσι, μια συζήτηση σχετικά με τη μαθηματική ενδυνάμωση δεν είναι ανεξάρτητη από τους στόχους και τις διδακτικές πρακτικές της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών. Εννοιολογικά διακρίνει τρεις διαφορετικούς τομείς (domains)/έννοιες (meaning) ενδυνάμωσης, τη μαθηματική, την κοινωνική και την επιστημολογική, που συνάπτονται μεταξύ τους και αλληλοσυμπληρώνονται.

Η μαθηματική ενδυνάμωση (empowerment) αναφέρεται στην καλή γνώση και το χειρισμό της μαθηματικής γλώσσας, τις δεξιότητες και τη χρήση των μαθηματικών γνώσεων κυρίως στο πεδίο των

σχολικών μαθηματικών ενώ χαρακτηρίζεται από δύο συμπληρωματικές οπτικές, τη γνωστική και τη σημειωτική. Η πρώτη είναι η πιο γνωστή και παραδοσιακή ψυχολογική προοπτική από την άποψη των νοητικών (mental) «αντικειμένων» και των δραστηριοτήτων. Περιλαμβάνει ένα εύρος μαθηματικών δεξιοτήτων, όπως, πράξεις, επίλυση προβλημάτων κλπ. ενώ η δεύτερη είναι μια ανάγνωση περισσότερο κοινωνική-πολιτισμική η οποία επικεντρώνεται στη δραστηριότητα και τις δράσεις με σύμβολα και κείμενα εντός των κοινωνικών πλαισίων (Lerman, 2000).

Σαφώς οι γνωστικές ικανότητες καθορίζουν ένα σημαντικό αποτέλεσμα της εκμάθησης των μαθηματικών και αποτελούν σημαντικό μέρος της μαθηματικής ενδυνάμωσης καθώς περιλαμβάνουν τη χρήση και την εφαρμογή όλων των μορφών μαθηματικών γνώσεων, την εφαρμογή γενικών και θεματικών μαθηματικών στρατηγικών, τη διεξαγωγή σχεδίων και προσεγγίσεων για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και μεταγνωστικών δεξιοτήτων που αφορούν στη διαχείριση της σκέψης. Οι σημειωτικές ικανότητες στα μαθηματικά περιλαμβάνουν τις γλωσσικές, κατανόηση, επίλυση και κατασκευή των μαθηματικών προβλημάτων, την οργάνωση των μαθηματικών εργασιών, ερωτημάτων και μετασχηματισμών κάθε είδους και την ικανότητα αξιολόγησης και κρίσης της λογικότητας των μαθηματικών λύσεων σε σχέση με τους ισχύοντες κανόνες μέσα σε ποικίλα πλαίσια. Η κατάκτηση αυτών των ικανοτήτων, ακόμα και αν ο τομέας εφαρμογής τους είναι περιορισμένος, όπως τα σχολικά μαθηματικά συνιστούν πλήρη μαθηματική ενδυνάμωση. Τόσο η γνωστική όσο και η σημειωτική ερμηνεία της μαθηματικής ικανότητας (mastery) λειτουργούν συμπληρωματικά καθώς εστιάζουν αντίστοιχα η μία συγχρονικά και δεύτερη διαχρονικά ενσωματώνοντας στη μαθηματική δραστηριότητα το κοινωνικό και πολιτισμικό γίνεσθαι κάθε φορά. Συνοπτικά, η μαθηματική ενδυνάμωση συνίσταται στην ικανότητα (power) που εμπεριέχει τη γλώσσα, τα σύμβολα, τη δομή, τις γνώσεις και τις δεξιότητες των μαθηματικών και στην ικανότητα να εφαρμόζονται με βεβαιότητα σε μαθηματικές εφαρμογές στο πλαίσιο της σχολικής εκπαίδευσης και ενδεχομένως σε μικρότερο βαθμό έξω από αυτό το πλαίσιο (Ernest, 2002).

Η κοινωνική ενδυνάμωση (empowerment) προϋποθέτει τη χρήση των μαθηματικών στον ευρύτερο κοινωνικό τομέα, συμπεριλαμβανομένων της εργασίας και των κοινωνικών υποθέσεων ως εργαλείο κοινωνικοπολιτικής κριτικής με στόχο την πληρέστερη συμμετοχή των ατόμων στην κοινωνία (Ernest, 2002).

Ο Skovsmose (1998) αναφέρεται στην κοινωνική χρήση των μαθηματικών ως «mathematical archaeology» εννοώντας ότι τα μαθηματικά μπορούν να συμβάλουν στην κοινωνική ενδυνάμωση από την ωφελμιστική οπτική, ατομικά, μέσω της πιστοποίησης-εξετάσεων των ικανοτήτων έως την πιο πολιτικά ριζοσπαστική, την κριτική μαθηματική ιδιότητα του πολίτη. Η χρήση των μαθηματικών προσόντων ως «κρίσιμο φίλτρο» και ρυθμιστής (gatekeeper) που ελέγχει την είσοδο/πύλη στην τριτοβάθμια εκπαίδευση και στα υψηλότερα αμειβόμενα επαγγέλματα, αποτελεί μια ανοιχτή συζήτηση από τους ερευνητές (σε σχέση με το φύλο, την κοινωνική και πολιτισμική καταγωγή, τις προκαταλήψεις, τα στερεότυπα, κλπ) καθώς καθορίζει τη δυνατότητα πρόσβασης και κοινωνικής ισότητας. Μπορεί με το πέρασμα του χρόνου να έχουν βελτιωθεί τα ποσοστά επιτυχίας, όμως το συνολικό αποτέλεσμα του «κρίσιμου φίλτρου», σε συνδυασμό με άλλους κοινωνικούς και οικονομικούς παράγοντες, εξακολουθεί να συντηρεί και να διακονίζει την κοινωνική ανισότητα (Ernest 2002· Moses & Cobb, 2001· Σακονίδης, 2017· Davis, 1997· Walkerdine, 1988, 1997).

Στο άλλο άκρο της κοινωνικής ενδυνάμωσης, συνέχειά της αποτελεί η κριτική μαθηματική ιδιότητα του πολίτη (critical mathematical citizenship) η οποία προϋποθέτει την ανάγκη ανάπτυξης μαθηματικά εγγράμματων και κοινωνικά ενάριθμων πολιτών ώστε να είναι ικανοί να κατανοούν, να εκφράζουν ανεξάρτητες κρίσεις και κριτικές σε κρίσιμα κοινωνικά ζητήματα που άπτονται χρήσεων των

μαθηματικών και να λαμβάνουν πολιτικές αποφάσεις ως παράγοντες κοινωνικής αλλαγής. (Vithal, 1999· Vithal & Skovsmose, 2012). Οι Wagner και Davis (2010) ισχυρίζονται ότι τα παιδιά και οι ενήλικες χρειάζονται *“την αίσθηση των αριθμών για να μπορούν να αποτελούν μέρος της κριτικής τους αίσθησης”* (σελ.11). Το να είναι κάποιος «κριτικός» (being critical) δεν σημαίνει απλά να εντοπίζει το λάθος, αλλά να κάνει προσεκτικές κρίσεις, χρησιμοποιώντας όλα τα διαθέσιμα στοιχεία, να αξιολογεί με αιτιολογημένα επιχειρήματα, να επαναπροσδιορίζει και να οδηγείται σε συμπεράσματα. Σε μια τέτοια διαδικασία οι εξηγήσεις και οι παραδοσιακές απόψεις ή οι αντιλήψεις των «αρχών»/εξουσίας (authorities) δεν θεωρούνται δεδομένες αλλά αμφισβητούνται και εκτίθενται σε προσεκτικό και εξαντλητικό έλεγχο. (Vithal, 1999· Almeida, 2010)

Η κριτική πρακτική στην παράδοση της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης και διδασκαλίας υποστηρίζεται από δύο βασικά υποσύνολα προβληματισμών που διαπραγματεύεται η επιστημολογική χειραφέτηση (Ernest 1991· Skovsmose 1994). Το πρώτο αφορά τη φύση των μαθηματικών με τη διαχρονική παραδοχή περί βεβαιότητας (*ιδεολογία της βεβαιότητας*), περί αντικειμενικής και ουδέτερης γνώσης με καθολική ισχύ *«ως μια διαχρονική μορφή εξουσίας»* ανεξάρτητη από *«την εμπειρική διερεύνηση»* και *ανεπηρέαστη από «κοινωνικό, πολιτικό ή ιδεολογικό συμφέρον ή κίνητρο»*, (Borba & Skovsmose, 1997, στο Χρονάκη, 2015: 106-107) και το δεύτερο θέτει ερωτήματα για τη μαθηματική κατανόηση επικεντρώνοντας στις ανθρώπινες, πολιτισμικές και ιστορικές διαμεσολαβήσεις.

Ιδιαίτερα, στις τεχνολογικά προσανατολισμένες δυτικές κουλτούρες, οι οποίες εξιδανικεύουν τον ορθολογισμό και την αντικειμενικότητα (Sampson, 1978, στο Belneky et al., 1997), θεωρείται γενικότερα ότι η διαισθητική γνώση είναι πιο πρωτόγονος τρόπος γνώσης, επομένως, λιγότερο σημαντικός από τους ονομαζόμενους αντικειμενικούς τρόπους γνώσης. Ο Lakatos (2015) στράφηκε σθεναρά εναντίον των αντιλήψεων περί δογματικών μαθηματικών, αιώνιας και αναμφισβήτητης αλήθειας, τονίζοντας τη σημασία/αποδοχή της εμπειρικής γνώσης -ακόμη και αν δεν μπορεί ν’ αποδειχθεί με βεβαιότητες- και την επισφάλεια του χαρακτήρα της γνώσης (Fallibilism), άποψη που βλέπει τα μαθηματικά ως διάλογο και δημιουργική ανθρώπινη προσπάθεια/δραστηριότητα που εμπεριέχει την εμπειρική διαδικασία. Επιπλέον, υποστηρίζει ότι τα αποτελέσματα των μαθηματικών δραστηριοτήτων, των εννοιών, των αποδείξεων, κλπ. *«ποτέ δεν μπορούν να θεωρηθούν τελεσίδικα γιατί υπόκεινται σε ανακατασκευές και αναθεωρήσεις ως συνέπεια αλλαγής κριτηρίων ή απαιτήσεων ή νέων σημασιών»*¹

Το δίκτυο ερωτημάτων που θέτει μια κριτική μαθηματική ανάγνωση αφορά πρωτίστως στους στόχους και στους σκοπούς της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών; *«Τι είδους μαθηματική σκέψη θέλουμε να έχουν οι μαθητές στο τέλος; Με βάση ποιες αξίες;»*² Ο μαθηματικός γραμματισμός λειτουργεί έτσι ώστε να ευνοεί κάποιες ομάδες μαθητών σε βάρος άλλων; Αν ναι, ποιος κερδίζει και ποιος χάνει σε αυτή τη διαδικασία; Μπορεί να προσφέρει ένα κριτικό μαθηματικό γραμματισμό που ενισχύει την δημοκρατική ιδιότητα του πολίτη και προάγει τη δικαιοσύνη για όλους στη σύγχρονη κοινωνία ή απλά δημιουργεί περισσότερους καταναλωτές; (Skovsmose 1994· Ernest 1991, 2000)

Οι ερευνητές του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού (Frankenstein, 2014· Gutstein, 2006· Andersson, 2010· Christensen, 2010· Gutierrez, 2013· Skovsmose & Valero, 2008) προτείνουν στην τάξη των

¹ Τζεκάκη, (2017) «ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΚΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΔτΜ» προφ. Σημειώσεις μαθήματος.

² Σακονίδης, (2017), «ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ», προφ. Σημειώσεις μαθήματος.

μαθηματικών την υλοποίηση ερευνητικών σχεδίων projects και τη χρήση ανοιχτού υλικού δραστηριοτήτων για τη σύνδεση των μαθηματικών με ευρύτερα κοινωνικά ζητήματα, αφού τα μαθηματικά περιβάλλουν τη ζωή, σε μια διαλεκτική διαδικασία στην οποία μαθητές και εκπαιδευτικοί διαπραγματεύονται μέσα από διαλογικές συζητήσεις, διαφωνίες και επιχειρήματα στο πλαίσιο μιας δημοκρατικής μικρο-κοινωνίας. Σε αυτό το πλαίσιο δύο άξονες συμπλέκονται διαλεκτικά μεταξύ τους στους παιδαγωγικούς μαθηματικούς στόχους του Gutstein. Ο ένας επικεντρώνεται στη μαθηματική ενδυνάμωση ως εξαγωγή μαθηματικών γενικεύσεων, κατασκευή μεθόδων δημιουργικών λύσεων σε ασυνήθιστα προβλήματα κατακτώντας την ακαδημαϊκή προσέγγιση με την παραδοσιακή έννοια και αναπροσανατολίζοντας μαθητές και εκπαιδευτικούς στα μαθηματικά. Ο άλλος άξονας επικεντρώνεται στην κοινωνική δικαιοσύνη, στην αξιοποίηση, δηλαδή, των μαθηματικών ως εργαλείο κοινωνικοπολιτικής κριτικής, αναπτύσσοντας πολιτισμικές και συλλογικές ταυτότητες με στόχο το μετασχηματισμό της κοινωνίας (Gutstein, 2006). Αυτή η προσέγγιση προσφέρει την «ανάγνωση του κόσμου με τη χρήση των μαθηματικών» ως αναλυτικό εργαλείο μελέτης των κοινωνικών αδικιών για να κατανοήσει των εξουσιαστικών δομών, των ανισοτήτων στην κατανομή των πόρων, των άνισων ευκαιριών, των ρητών ή άρρητων κοινωνικών διακρίσεων και διδάσκει τα μαθηματικά με στόχο την κοινωνική δικαιοσύνη. (Gutstein, 2006· Stinson, Bidwell, & Powell, 2012)

Επιπρόσθετα, στον κριτικό μαθηματικό γραμματισμό η κριτική αξιολόγηση των μαθηματικών πρακτικών και γνώσεων, η αυτοκριτική και ο αναστοχασμός αποτελούν αναπόσπαστο μέρος του. Για την κριτική πρακτική δεν υπάρχουν σύγχρονες αναμφισβήτητες μετα-αφηγήσεις και ιδιότητες. Η κριτική πρακτική στην τάξη των μαθηματικών δομείται και λειτουργεί σε ένα ανοιχτό τοπίο ποικίλων μέχρι και αντιφατικών ερμηνειών επανακαθορίζοντας τις έννοιές της λειτουργώντας σε μια χειραφετητική προοπτική (Jablónka, 2014· Skovsmose, 2016).

Μέσα σε αυτή τη συνθήκη μαθητές κι εκπαιδευτικοί «επαναδιαπραγματεύονται τη μαθηματική γνώση και τη μαθηματική εκπαίδευση ως ένα χώρο δράσης και αντίστασης και έναν χώρο όπου το στοιχείο της εγγενούς «αβεβαιότητας» των μαθηματικών και της μαθηματοποίησης δεν αποκρύπτεται, ενώ συζητείται και προβληματοποιείται η αναγκαιότητα του «διαλόγου» ως μια αναστοχαστική και συλλογική διαδικασία» (Χρονάκη, 2015: 126), συσχετίζοντας με δυναμικό τρόπο τη διδασκαλία των μαθηματικών με «γενικότερα ζητήματα εξουσίας/γνώσης, κοινωνικής ηθικής και ταξικής συνείδησης αντικατοπτρίζοντας την περιπλοκότητα της ζωής και της φυσικής πραγματικότητας» (σελ. 127), σε μια προσπάθεια να αποδομηθεί ο κυρίαρχος ιδεαλιστικός δυτικός λόγος που θέτει σε μια ευθύγραμμη λογική την ατομική προσπάθεια με την οικονομική ανάπτυξη και τη δημοκρατία (Χρονάκη 2015).

Αυτό προϋποθέτει, όμως, μια τάξη των μαθηματικών που θα συνδέεται με τα πραγματικά ενδιαφέροντα και τις εμπειρίες των μαθητών. Οι μαθητές/τριες φέρνουν μαζί τους ένα ευρύ φάσμα γνώσεων και μαθηματικών εμπειριών από την καθημερινή ζωή, τον κόσμο της οικογένειας-εργασίας και συνολικά το κοινωνικοπολιτισμικό συγκείμενο, «στοιχεία που αποτελούν αποτυπώματα της μαθηματικής τους σκέψης³», τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν ως ουσιαστικοί πόροι για την πλαισιοποίηση του μαθηματικού γραμματισμού και της ανάπτυξη της ικανότητάς τους να κρίνουν και να αξιολογούν τις κοινωνικές χρήσεις των μαθηματικών ως κρίσιμη συνιστώσα της ιδιότητας του πολίτη.

Αποτελεί αναγκαία και επιτακτική πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς η ανάδειξη της εμπειρίας των μαθητών, η κατανόηση και η ανάλυση του κόσμου των μαθητών ώστε να γνωρίσουν τις πολιτισμικές

³ Σακονίδης, (2017). «ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ», προφ. Σημειώσεις μαθήματος

και κοινωνικές μορφές μέσω των οποίων οι μαθητές μαθαίνουν και καθορίζουν τον εαυτό τους, εμπλέκοντάς την στη διδασκαλία. Αυτό υποδηλώνει ότι, πρώτα απ' όλα, η γνώση πρέπει να έχει νόημα για τους μαθητές και «όχι να είναι γνώση για τον εαυτό της». Αν αγνοήσουμε τις ιδεολογικές διαστάσεις της εμπειρίας των μαθητών και τις ευρύτερες κοινωνικοπολιτισμικές διαμεσολαβήσεις είναι σα να αρνούμαστε το έδαφος πάνω στο οποίο οι μαθητές μαθαίνουν, συζητούν και φαντάζονται (Giroux & McLaren, 1986). Ο μαθηματικός γραμματισμός ισχυροποιείται με την κοινωνική και πολιτισμική έννοια, όταν υποστηρίζει την ενδυνάμωση των μαθητών σε συνάρτηση με τις συνθήκες ζωής τους και την προσωπική τους ιστορία που διαμορφώνεται από τον «ορίζοντα/προσδοκίες» (foreground) και το υπόβαθρο των μαθητών, δηλαδή από το «κοινωνικά κατασκευασμένο δίκτυο σχέσεων τους» (Skovsmose & Valero, 2008). Η σύνδεση αυτής της γνώσης με τα επίσημα μαθηματικά στην τάξη βοηθά τα παιδιά να αναπτύξουν ισχυρές μαθηματικές ταυτότητες (Chao & Marlowe, 2019) ενώ ταυτόχρονα γίνονται ένα «εργαλείο σκέψης» και δράσης για την κριτική ερμηνεία του κόσμου. Η ανάδειξη των κοινωνικών, πολιτισμικών και πολιτικών διαστάσεων ενός μαθηματικού προβλήματος ή ενός μαθηματικού έργου, συμβάλλει στην κοινωνική και πολιτική ενδυνάμωση του μαθητή και της μαθήτριας σε μια κατεύθυνση συλλογικής και προσωπικής χειραφέτησης, ενεργούς δέσμευσης και δράσης για κοινωνική δικαιοσύνη.

Υπογραμμίζοντας το ρόλο των μαθηματικών στην κοινωνία, ο κριτικός μαθηματικός γραμματισμός επιδιώκει να επιτύχει την ενδυνάμωση του μαθητή, πρώτα ξεπερνώντας τις εσωτερικές αναστολές και αντιλήψεις για ανεπάρκεια, στη συνέχεια αμφισβητώντας την εξουσία του εκπαιδευτικού, το διδακτικό αντικείμενο, τη σχολική γνώση και τους περιορισμούς γενικότερα του σχολικού/εκπαιδευτικού συστήματος, αποβλέποντας στην αμφισβήτηση των παγιωμένων εξουσιαστικών κοινωνικών δομών. Αυτό προϋποθέτει κριτική μαθηματική πρακτική στην τάξη, η οποία δεν θα περιορίζεται στη ζωή εντός του σχολείου αλλά θα αναφέρεται στις πτυχές της κοινωνικής ζωής συνδέοντας την εκπαίδευση με την κοινωνική δικαιοσύνη (Kincheloe, 2011) και υποστηρίζοντας τη σημασία του μετασχηματισμού της εκπαίδευσης αλλά και της κοινωνίας ευρύτερα. Με άλλα λόγια, στόχευση μέσω των μαθηματικών αποτελεί ο μαθητής – αυριανός πολίτης να ενδυναμωθεί κριτικά και να παρέμβει ενεργά στο ευρύτερο κοινωνικό σκηνικό σε μια χειραφετητική προοπτική της ζωής και του κοινωνικού μετασχηματισμού. (Ernest, 2002· Μακράκης, 2015· Νικολούδης, 2013)

Ο τρίτος τομέας ενδυνάμωσης σύμφωνα με τον Ernest αφορά στην επιστημολογική ενδυνάμωση (empowerment) και αναφέρεται τόσο στην αύξηση της εμπιστοσύνης του ατόμου στη χρήση των μαθηματικών όσο και στην προσωπική αίσθηση της αυτονομίας στην οικειοποίηση και τη δημιουργία της γνώσης. Αποτελεί μια προσωπική μορφή ενδυνάμωσης τόσο του μαθητή όσο και του εκπαιδευτικού ως επαγγελματική ενδυνάμωση. Θεωρείται από τον Ernest μια αθροιστική διαδικασία που αποτελεί την αποκορύφωση των δύο προηγούμενων, της «μαθηματικής» και της «κοινωνικής ενδυνάμωσης». Ο μαθητής είναι ικανός να χειρίζεται μαθηματικά ζητήματα (μαθηματική αυτονομία), να κατανοεί και να ερμηνεύει ένα ευρύ φάσμα κοινωνικών χρήσεων και καταχρήσεων των μαθηματικών (κοινωνική χειραφέτηση). Αντίστοιχα για τον εκπαιδευτικό, η επιστημολογική ενδυνάμωση αφορά την κατανόηση των διεργασιών και των αντιθέσεων στο σχολικό πλαίσιο, την επίγνωση του ρόλου του και των εξουσιαστικών δομών που τον χαρακτηρίζουν, τον κριτικό αναστοχασμό της διδακτικής του πρακτικής και τις συνέπειες (Skovsmose & Valero, 2008) που μπορεί να έχει στην ισότητα (Barwell, 2016), την επίγνωση της συσχέτισης του σχολείου με οικονομικά, κοινωνικά και πολιτικά ζητήματα με απώτερο σκοπό την εκπαιδευτική μεταρρύθμιση και τον κοινωνικό μετασχηματισμό (Παυλίδης, 2012).

Στην κατεύθυνση της επιστημολογικής χειραφέτησης κρίσιμο ζήτημα αποτελεί στην τάξη των μαθηματικών η αμφισβήτηση των σχέσεων εξουσίας ενώ εστιάζει περισσότερο στην προσωπική και συλλογική κατασκευή, στην επικύρωση της γνώσης από τους ίδιους τους μαθητές, προσέγγιση που συμβάλλει στην ανάπτυξη θετικής μαθηματικής ταυτότητας, σύμφωνα με τον Graven (2011). Αυτό επιτυγχάνεται όταν οι εκπαιδευτικοί αναγνωρίζουν και υποστηρίζουν τους τρόπους κατανόησης των μαθητών, τους ενθαρρύνουν να διαπραγματεύονται, να αμφισβητούν, να αναλύουν, να αιτιολογούν χωρίς το φόβο της απόρριψης, προωθώντας μια διαλογική, αναδυόμενη δημοκρατική, αυτοοργανωτική μορφή λόγου και διδακτικής πρακτικής στην τάξη. (Christiansen, 2007· Almeida, 2010)

Συχνά, πολλοί μαθητές και εκπαιδευτικοί, πείθονται από την επικρατούσα ιδεολογία ότι η πηγή της γνώσης βρίσκεται έξω από τους ίδιους ενώ δημιουργείται και καθορίζεται μόνο από εξωτερικές αρχές (Cooper, 1989). Οι αρχές φέρονται να αποτελούν νόμιμοι επιστημολογικοί φορείς/πράκτορες και ο ρόλος μαθητών και εκπαιδευτικών είναι απλά να λαμβάνουν τη γνώση, με τον επακόλουθο στόχο να την αναπαράγουν ή να τη μεταδώσουν όσο το δυνατόν ακριβέστερα υποτιμώντας το δικό τους ρόλο ως επιστημολογικούς φορείς. Με βάση την παραπάνω θεωρητική ανάλυση για τους τομείς μαθηματικής ενδυνάμωσης αλλά και την ερευνητική εμπειρία ο Ernest (2002) προσδιόρισε επτά διαφορετικούς παράγοντες που συνδέονται με την επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση του μαθητή:

1. Επιτυχία των μαθητών σε μαθηματικά καθήκοντα που διαρκεί/για μεγάλη χρονική διάρκεια.
2. Οικειοποίηση αυτής της επιτυχίας, δηλαδή, αίσθηση ότι απορρέει από τις δικές τους δυνάμεις και εφαρμογές.
3. Σταδιακή αύξηση των γνωσιακών απαιτήσεων σε προκλητικά μαθηματικά έργα ώστε να αυξηθεί το ενδιαφέρον και τα επίπεδα επίτευξης και να είναι πραγματική η επιτυχία,
4. Ποικιλία μαθηματικών έργων και εργασιών, έτσι ώστε να αναδεικνύονται οι δημιουργικές δυνάμεις των μαθητών.
5. Έμφαση στις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων και μικρότερη σημασία στις σωστές απαντήσεις, ώστε οι μαθητές να νιώθουν ασφαλείς να αναλάβουν το ρίσκο στα μαθηματικά έργα και να μοιραστούν τις ιδέες τους με τους συμμαθητές τους.
6. Μετατόπιση των σχέσεων εξουσίας ώστε ο εκπαιδευτικός να ακούει τους μαθητές σε βάθος και να τους επιτρέπει να κάνουν και να εκφράζουν κρίσεις και να αξιολογούν τις συνεισφορές τους.
7. Μετατόπιση από τις ατομικές ανταγωνιστικές εργασίες προς την κατεύθυνση μεγαλύτερης ανταλλαγής ομάδων των μαθηματικών ιδεών.

Ωστόσο, στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης η επικέντρωση αφορά στους δύο τελευταίους παράγοντες, οι οποίοι έχουν συμπληρωματικό χαρακτήρα και ταυτόχρονα πληρούν τους στόχους της μελέτης. Μετατόπιση των σχέσεων εξουσίας έτσι ώστε ο εκπαιδευτικός να ακούει τους μαθητές σε βάθος και να τους επιτρέπει να κάνουν και να εκφράζουν κρίσεις και να αξιολογούν τις συνεισφορές τους, δηλαδή, αναγνώριση και σεβασμός στη σκέψη του μαθητή και μετατόπιση από τις ατομικές ανταγωνιστικές εργασίες προς την κατεύθυνση μεγαλύτερης ανταλλαγής ομάδων των μαθηματικών ιδεών. Μετατόπιση εξουσίας στη συλλογική κατασκευή της γνώσης, δηλαδή, η γνώση ως κοινωνικό προϊόν και μέσο συλλογικής ενδυνάμωσης/αυτοοργάνωσης. Ο εκπαιδευτικός αντί να κατευθύνει ως απόλυτη αρχή τα έργα, μεταβιβάζει αυτή την ευθύνη στους μαθητές και στις ομάδες εργασίας δίνοντάς τους τη δυνατότητα με δημοκρατικό τρόπο να νοηματοδοτήσουν τις μαθηματικές έννοιες.

Από πολλές απόψεις, όπως τονίζει η Vithal (1999), η λειτουργία των ομάδων ως ένας «μικρόκοσμος ή μικροκοινωνία» (microcosm or micro-society) της κοινωνίας μπορεί να θεωρηθεί παράλληλη με τη λειτουργία μιας ουσιαστικής δημοκρατίας. Οι δύο παραπάνω παράγοντες με τη σειρά τους δίνουν τη

δυνατότητα στους μαθητές να έχουν μια αίσθηση «ιδιοποίησης/οικειοποίησης» (ownership) της επιτυχίας τους, την αίσθηση της προσωπικής δημιουργίας, ότι η γνώση απορρέει από τις δικές τους δυνάμεις.

3.2.2 Στάδια επιστημολογικής ενδυνάμωσης σύμφωνα με τις Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule

Οι Mhlolo & Schafer (2012) και παλαιότερα οι Ernest (2002) και Davis (1997, 2008) αξιοποιούν στις μελέτες τους ένα μοντέλο επιστημολογικής ενδυνάμωσης που αναπτύχθηκε από τις Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule (1997), το οποίο εστιάζει στην ανάπτυξη των επιστημολογικών δυνάμεων του ατόμου που μαθαίνει. Αναπτύχθηκε αρχικά ως μέρος ενός φεμινιστικού ερευνητικού έργου, που περιγράφει σε στάδια την πρόοδο μάθησης των ενηλίκων γυναικών, ενώ στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε σε έρευνες με μαθητές και των δύο φύλων. Σύμφωνα με το μοντέλο οι μαθητές/μαθήτριες αναπτύσσονται ως επιστημολογικοί φορείς/πράκτορες «agents» εκκινώντας από μια θέση πλήρους παθητικής αποδοχής της γνώσης, η οποία καθορίζεται και ελέγχεται από την εξουσία/αυθεντία «authority» του φορέα γνώσης μέχρι το ιδανικότερο/ανώτερο στάδιο, αυτό, της επιστημολογικής αυτονομίας και ενδυνάμωσης. Η πορεία των σταδίων (Σχ. 1) απεικονίζει τις μετατοπίσεις που εξελίσσονται προοδευτικά στις εξουσιαστικές σχέσεις/δομές από την παθητική, σιωπηρή λήψη γνώσης από την εξουσία/αρχή του φορέα γνώσης μέχρι την ενεργή κατασκευή/ανακατασκευή της γνώσης από το/τη μαθητή/μαθήτρια σε συνδυασμό με τη συνειδητοποίηση αυτής της εξουσίας.

Στάδιο της σιωπής (Silence) παθητική αποδοχή των δηλώσεων της εξουσίας	
Προσλαμβανόμενη Γνώση (Received Knowledge): Οι φωνές των «άλλων» αποδέχεται τις δηλώσεις της εξουσίας, αλλά είναι σε θέση να τις επαναλαμβάνει	
Υποκειμενική Γνώση (Subjectivism ή Subjective Knowledge): Η εσωτερική φωνή ανταποκρίνονται διαισθητικά και εκτιμούν/αξιολογούν τις δικές τους υποκειμενικές διαισθητικές κρίσεις	
Διαδικαστική γνώση (Procedural knowledge): Η φωνή της λογικής (The Voice of Reason) αναζητούν αντικειμενική γνώση είτε μέσω αποσπασματικής είτε μέσω συναρτώμενης/συνδεδεμένης γνώσης	
Αποσπασματική γνώση (Separated Knowing) απρόσωπη, κριτική και ορθολογική συλλογιστική, με στόχο την αιτιολόγηση και την απόδειξη, είτε	Συναρτώμενη/Συνδεδεμένη γνώση (Connected Knowing) απορρέει από την εμπειρία των πραγματικών σχέσεων και απαιτεί οικειότητα και ισότητα μεταξύ εαυτού και αντικειμένου, γνώση και “γνωστό”, με στόχο την ενσυναίσθητη κατανόηση χωρίς κριτική
Η γνώση που Κατασκευάζεται (Constructed Knowledge): Ενσωμάτωση των φωνών γίνεται κατανοητό/θεωρείται ότι όλη η γνώση κατασκευάζεται από τον ίδιο τον γνώστη και οι φωνές της διαίσθησης και της λογικής ενσωματώνονται σε έναν τρόπο γνώσης που εξαρτάται από το πλαίσιο αναφοράς του γνώστη καθώς και από το συνολικό πλαίσιο, ο “γνώστης” (Knower) συνδέεται με το “γνωστό” (known).	

Σχ. 1: Μοντέλο επιστημολογικής ενδυνάμωσης, βασισμένο στις Belenky, M.P., Clinchy, B.M., Goldberger, N.K., & Tarule, J.M. (1986). (Mhlolo & Schafer, 2012)

Σιωπηλή αποδοχή / Σιωπή (Silence)

Σύμφωνα με τις ερευνήτριες στο πρώτο στάδιο, το υποκείμενο, ο δέκτης και ο χρήστης της γνώσης, δεν έχει την ικανότητα (agency) ή τη δύναμη αυτενέργειας και απλά δέχεται και αποδέχεται με παθητικό τρόπο τις δηλώσεις της εξουσίας. Ο «άλλος» αποτελεί την εξωτερική πηγή γνώσης και εξουσίας. Το εύρος των σχέσεων αρχίζει με τον πλήρη έλεγχο του υποκειμένου από τον «άλλο» που έχει την εξουσία, τόσο στο στάδια της Σιωπηλής αποδοχής/Σιωπής (Silence) όσο και της Προσλαμβανόμενης Γνώσης (Received Knowledge).

Στις περιπτώσεις αυτές, ένα κανονιστικό μοτίβο παρεμβάσεων που θεμελιώνεται στη λογική του σχήματος «μεταδίδω – αφομοιώνει», στην πιο εξουσιαστική (authoritarian) μορφή του, είναι κυρίαρχο και πανίσχυρο, με το υποκείμενο να είναι ο παθητικός αποδέκτης της απόλυτης γνώσης από τον «άλλο». Αυτή η περίπτωση περιγράφει τη θέση πολλών μαθητών στην τάξη των μαθηματικών ως παθητική και εξαρτώμενη. Οι μαθητές δέχονται ότι πρέπει απλά να λαμβάνουν τη γνώση χωρίς αμφιβολία από τον εκπαιδευτικό τον οποίο θεωρούν παντοδύναμο και πιστεύουν ότι αυτή η διαδικασία αποτελεί τη «Λυδία λίθο» για την γνησιότητα και εξακρίβωσή της. Ο εκπαιδευτικός λειτουργεί για τους μαθητές του ως μοντέλο εξουσίας.

Προσλαμβανόμενη γνώση (Received Knowledge): Οι φωνές των «άλλων»

Στο δεύτερο στάδιο, ο μαθητής μπορεί να «παπαγαλίζει», δηλαδή, να επαναλαμβάνει τη προσλαμβανόμενη γνώση αποκλειστικά από τον «άλλο». Ο «άλλος», σιωπηρός φορέας σε αυτό το μοντέλο, είναι η εξωτερική πηγή γνώσης και εξουσίας και σ' αυτή την περίπτωση είναι ο εκπαιδευτικός. Σε αυτό το στάδιο τα άτομα πιστεύουν ότι όλες οι γνώσεις προέρχονται έξω από τον εαυτό τους, θεωρούν ότι δεν μπορούν να παράγουν τη γνώση, πρέπει να αναζητούν στους άλλους ακόμη και την αυτογνωσία, είναι αναποφάσιστοι καθώς δεν εμπιστεύονται τη δική τους διαίσθηση ενώ εξαρτώνται από την κρίση των άλλων. Αυτοπροσδιορίζονται επηρεαζόμενοι από τις κοινωνικές προσδοκίες που καθορίζουν συγκεκριμένους κοινωνικούς και επαγγελματικούς ρόλους (Belenky et al., 1997).

Υποκειμενική γνώση (Subjectivism ή Subjective Knowledge): Η εσωτερική φωνή

Στο στάδιο της υποκειμενικής γνώσης, η μετάδοση της γνώσης εξακολουθεί να κυριαρχεί, αλλά το υποκείμενο μπορεί παθητικά να αντισταθεί στη γνώση και στην εξουσία του «άλλου», προτιμώντας να ακούσει τη δική του διαίσθηση κι έμπνευση, τις δικές τους άτυπες μεθόδους ή «το ένστικτο/προαίσθημα» και μπορεί να αξιολογεί τις δικές του υποκειμενικές διαισθητικές κρίσεις.

Σύμφωνα με τη έρευνα των Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule (1997) ο υποκειμενισμός (subjectivism) ορίζεται με διπλή υπόσταση, υπό την έννοια ότι εξακολουθεί να υφίσταται η πεποίθηση ότι υπάρχουν σωστές απαντήσεις. Η πηγή της αλήθειας ως μια απελευθερωτική διαδικασία, τώρα, μετατοπίζεται από τις εξωτερικές επιταγές στο ίδιο το άτομο σε μια αναπτυξιακή διεργασία, όπου μπορεί να υπερβεί τις κοινωνικές συμβάσεις και να αναιρεί ή να αρνείται τις απαντήσεις που του παρέχει ο εξωτερικός κόσμος. Όσο περισσότερο οι μαθητές δείχνουν εμπιστοσύνη στις διαισθητικές διεργασίες τους τόσο περισσότερο κινούνται προς την κατεύθυνση της αυτοπεποίθησης και του αυτοπροσδιορισμού. Αποκτούν μεγαλύτερη επίγνωση της ύπαρξής τους ενώ «η πίεση της εσωτερικής φωνής αποτελεί επίτευγμα μιας αυτόνομης και ανεξάρτητης προσωπικότητας» (σελ. 54). «Η αλήθεια δεν θεωρείται πλέον ως απόλυτη και μοναδική, αλλά έχει ποικίλες εκφράσεις» (multiplicity) (Perry, 1997: 51). «Η αντίληψη πολλαπλών προοπτικών για την αλήθεια και τις αξίες είναι σχεδόν αυτονόητη για τα παιδιά εκείνα που προέρχονται από ευνοημένο πολιτισμικά και πολιτιστικά περιβάλλον» (Belenky et al., 1997: 62). Ο υποκειμενισμός είναι μια θέση/κατάσταση στην οποία τα άτομα επαναπροσδιορίζουν τη φύση της εξουσίας. Σ' αυτή τη θέση οι απόψεις των εμπειρογνομόνων/ειδικών (experts) και η εμπειρογνωμοσύνη/τα κριτήρια (expertise) υποβάλλονται σε ριζικές αλλαγές. Ο προσανατολισμός μετατοπίζεται από την εξωτερική αρχή στην εσωτερική φωνή, μια αναδυόμενη αίσθηση της επάρκειας και του ελέγχου, την προσωπική εξουσία. Οι μαθητές μπορεί να αισθάνονται αγχωμένοι για τη δική τους κρίση, αλλά νιώθουν ικανοποίηση όταν οι άλλοι επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα και αναγνωρίζουν τις απόψεις τους.

Διαδικαστική γνώση (Procedural knowledge): Η φωνή της λογικής (The Voice of Reason) Αποσπασματική γνώση (Separated Knowing) - Συναρτώμενη/Συνδεδεμένη γνώση (Connected Knowing)

Στο στάδιο της διαδικαστικής γνώσης, το υποκείμενο δεν είναι πλέον υπερφορτωμένο από τους πόρους του «άλλου» ως μια αναμφισβήτητη επιστημολογική αρχή. Το υποκείμενο είναι σε θέση να αναζητήσει και να αιτιολογήσει την γνώση μέσω των αποσπασματικών (separate) ή των συνδεδεμένων προσεγγίσεων. Η αποσπασματική γνώση (separate knowing) είναι ένας νέος, ορθολογικός τρόπος με τον οποίο το υποκείμενο συνειδητοποιεί ότι εκτός από τη διαίσθηση και την υποκειμενική άποψη υπάρχουν λογικά κριτήρια και κανόνες για να αιτιολογήσουν και να κρίνουν τη γνώση, τα οποία και αξιοποιεί. Η «αρχή» προμηθεύει αυτά τα κριτήρια ως αδιαμφισβήτητες παραδοχές (assumptions) και αποκλείει ως άσχετα τα θέματα που δεν εμπίπτουν στη σφαίρα τους. Στο πεδίο εφαρμογής των ορθολογικών κριτηρίων, όλοι οι ισχυρισμοί γνώσης σε αυτό το στάδιο μπορούν να ελεγχθούν για την εγκυρότητα και να τεκμηριωθούν ή να υποβληθούν νέοι ισχυρισμοί στο προσκήνιο της γνώσης. Μπορούν να επικρίνουν ένα σύστημα, αλλά μόνο μέσα από την άποψη του συστήματος, μόνο σύμφωνα με τα πρότυπα του συστήματος, «χωρίς να αμφισβητούν τα θεμέλια του συστήματος και των δομών» (Belenky et al., 1997: 127). Στο μαθηματικό γραμματισμό αυτή η μορφή γνώσης μπορεί να περιλαμβάνει τη γνώση της συμβόλων, του συμβολισμού και της δομής καθώς και τις διαδικασίες λογικής, συλλογιστικής, απόδειξης και ορθότητας. Η αποσπασματική γνώση (Separated Knowing) χαρακτηρίζεται κυρίως από απρόσωπη κριτική, ορθολογική συλλογιστική και κανόνες, με στόχο την αιτιολόγηση και την απόδειξη. Η Συναρτώμενη/συνδεδεμένη Γνώση (Connected Knowledge) από την άλλη, προέρχεται από την εμπειρία των σχέσεων και απαιτεί ανεκτικότητα, υπομονή, οικειότητα και ισότητα μεταξύ εαυτού και αντικειμένου, μαθητή και εκπαιδευτικού, με στόχο την ενσυναίσθητη κατανόηση χωρίς επικριτικότητα. Συνιστά μια επεξεργασία της διαισθητικής γνώσης του προηγούμενου σταδίου και προκύπτει από ένα είδος εμπάπτισης στην περιοχή της εμπειρίας. Αυτός ο τρόπος γνώσης συνεπάγεται μια σχέση μεταξύ του μαθητή και του εκπαιδευτικού, μια οικειότητα που δίνει νόημα και αξιοπιστία στην επεξεργασία και κατανόηση της γνώσης. Περιλαμβάνει την κατανόηση των εννοιολογικών δεσμών και τη χρήση διαδικασιών λογικής και γενικών στρατηγικών επεξεργασία των μαθηματικών σχέσεων.

Η γνώση που κατασκευάζεται (Constructed Knowledge): Ενσωμάτωση των φωνών

Στο υψηλότερο στάδιο, της γνώσης που κατασκευάζεται (Constructed Knowledge), το υποκείμενο είναι ένας αυτόνομος επιστημολογικός πράκτορας/φορέας «agent» και δεν κάνει παραχωρήσεις στον «άλλο», στην εξουσία/αρχή αλλά μπορεί και επικρίνει τη συλλογιστική της. Το υποκείμενο έχοντας εμπιστοσύνη στις δικές του επιστημολογικές δυνατότητες ενσωματώνει τόσο τη Συναρτώμενη/Συνδεδεμένη Γνώση (Connected Knowledge) όσο και την Αποσπασματική γνώση (Separated Knowing) και γίνεται ικανό να αμφισβητεί τα θεμέλια και τις υποθέσεις που εμπεριέχονται σε οποιαδήποτε έρευνα, καθώς και να θέτει νέα ερωτήματα. Ο μαθητής που βρίσκεται σ' αυτό το στάδιο αναζητά νέα στοιχεία γνώσης και τα συνάπτει με το σώμα της προηγούμενης μαθηματικής γνώσης συνδέοντάς τα με τον πολιτισμό και σκοπούς υψηλότερης ανθρωπιστικής αξίας. Είναι επίσης ικανός να θέσει νέα μαθηματικά προβλήματα και διερευνά νέες προσεγγίσεις ενώ μοιράζεται το αποτέλεσμα με τους συνομηλίκους και τους εκπαιδευτικούς. Σύμφωνα με τον Ernest (2002) εάν διερευνήσουμε αυτό το μοντέλο επιστημολογικής ενδυνάμωσης στους/στις μαθητές/μαθήτριες, οι περισσότεροι/ες θα περιγραφούν καλύτερα στα αρχικά στάδια. Μπορεί να έχουν κατακτήσει σε ένα βαθμό το μαθηματικό γραμματισμό στο σχολείο, αλλά λόγω του «αποσπασματικού» (disconnected) τρόπου με τον οποίο συνήθως τα μαθηματικά διδάσκονται, θα είναι πιθανώς ένα μικρό κουτάκι στη ζωή τους και ένας περιορισμένος τρόπος σκέψης και σύνδεσης με

διαφορετικές περιοχές γνώσεων. Ενδεχομένως, να αναπτύξουν την ικανότητα να εφαρμόσουν μερικά από τα χαρακτηριστικά των ενδιάμεσων σταδίων αλλά αυτό μπορεί να δημιουργήσει την εντύπωση ότι τα μαθηματικά αποτελούν μια εξειδίκευση και ελάχιστα συνδέεται με τη ζωή και τις εμπειρίες τους.

Ο τελικός στόχος, σύμφωνα με το συγκεκριμένο μοντέλο, είναι το υποκείμενο να οδηγηθεί στο στάδιο «αυτού που κατασκευάζει τη γνώση» (constructing knower), όπου ο μαθητής μπορεί να συνδυάζει τη διαίσθηση με τις μαθηματικές διαδικασίες και τις δεξιότητες για να κατανοήσει τον κόσμο και να θέσει με αυτοπεποίθηση τη μαθηματική σκέψη στην πράξη. Αυτό που υποδηλώνεται στο μοντέλο ξεκάθαρα είναι ότι για να επιτευχθεί η επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών μέσω των μαθηματικών δεν αρκεί η μάθηση ορισμένων μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Είναι απαραίτητη η προσωπική εμπλοκή με τα μαθηματικά ώστε να γίνει αναπόσπαστο μέρος της υποκειμενικότητας του μαθητή. Γίνεται κατανοητό ότι όλες οι γνώσεις κατασκευάζονται από τον ίδιο τον μαθητή και οι φωνές της διαίσθησης και της λογικής ενσωματώνονται σε έναν τρόπο γνώσης. Αυτό εξαρτάται τόσο από το πλαίσιο πρακτικών του εκπαιδευτικού όσο και από το συνολικό πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών με καθοριστικό ρόλο την ποιότητα των διαπραγματεύσεων των εννοιών και των σχέσεων/αλληλεπιδράσεων μαθητών-εκπαιδευτικών.

3.3 Ο προσανατολισμός ακρόασης του εκπαιδευτικού ως παράγοντας κλειδί στην ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών σύμφωνα με τον Davis

«Δεν διδάσκει μιλώντας, αλλά δείχνει ότι διδάσκει ακούγοντας»,

«Η διδασκαλία του Τομ δεν τροφοδοτείται απλώς από την ακρόαση του, η διδασκαλία του είναι η ίδια μια πράξη ακρόασης (Davis, 1994).»

Πολλοί ερευνητές έθεσαν τις τελευταίες δεκαετίες στο επίκεντρο των μελετών τους ως σημαντικό παράγοντα της παιδαγωγικής γνώσης περιεχομένου του μαθηματικού γραμματισμού τη σημασία που έχει οι εκπαιδευτικοί να εστιάζουν στην ενεργή ακρόαση των μαθητών (Maher & Martino, 1992· Davis, 1997, 2008· Paley, 1986· Schultz, 2003). Σύμφωνα με την Paley (1986) «τα παιδιά που γνωρίζουν ότι οι άλλοι τους ακούνε, προσπαθώντας να καταλάβουν τι εννοούν, μπορεί να αρχίσουν να ακούνε τον ίδιο τους τον εαυτό και αν ο εκπαιδευτικός ενεργεί ως μαγνητόφωνο, τότε μπορεί να μάθουν να αξιολογούν όχι μόνο τις δικές τους ιδέες αλλά και των εκπαιδευτικών τους» (σελ. 157). Η ακρόαση αποτελεί τη βάση του ανθρώπινου προσανατολισμού στον λόγο και στο περιβάλλον της ζωής αλλά και διαμεσολαβητική δύναμη της ανθρώπινης αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας. Πρόκειται για μια συνεχή διαδικασία που δεν τελειώνει με το τέλος μιας δήλωσης από τον ομιλητή, αλλά συνεχίζει ως «εσωτερική» διαδικασία της σκέψης καθώς παρακολουθεί και ανταποκρίνεται στον ομιλητή «φανερά» ή «σιωπηρά».

Η Schultz (2003) υποστηρίζει ότι εάν θεμελιώδης σκοπός της σχολικής εκπαίδευσης, όπως διακηρύσσεται στα αναλυτικά προγράμματα, είναι να προετοιμάσει τους μαθητές να συμμετάσχουν ενεργά στη δημοκρατία, τότε δεν αρκεί μόνο η διδασκαλία με προκαθορισμένα σενάρια/ερωτήσεις από τους εκπαιδευτικούς και συγκεκριμένες απαντήσεις από τους μαθητές. Οι εκπαιδευτικοί εστιάζοντας στην ακρόαση κατανοούν τον ρυθμό και την ισορροπία ολόκληρης της τάξης, το κοινωνικό, πολιτισμικό και κοινοτικό πλαίσιο της ζωής των μαθητών ακόμη και τις σιωπές των μαθητών τους. Αυτή η αντίληψη της ακρόασης για διδασκαλία, σύμφωνα με την ερευνήτρια, χρειάζεται να προχωράει πέρα από την οργάνωση και τη διδασκαλία στρατηγικών, μεθοδολογικών βημάτων ή σχεδιασμών και προτείνει στους

εκπαιδευτικούς να παρακολουθούν τις ιδέες των μαθητών και να ανταποκρίνονται με στόχο την κατανόησή τους σε βάθος.

Ο Davis (1997) εισάγει ένα εξειδικευμένο εννοιολογικό πλαίσιο, το οποίο χρησιμοποιεί την έννοια της ακρόασης, για να υποστηρίξει ότι η επίγνωση του προσανατολισμού ακρόασης από τον εκπαιδευτικό μπορεί να τον βοηθήσει να κατανοήσει καλύτερα την διδακτική του πρακτική. Βασίστηκε στην ιδέα των Carpenter et al. (1996) οι οποίοι μελέτησαν τις σχέσεις ανάμεσα στο διδακτικό στυλ και τα ποικίλα πρότυπα αλληλεπίδρασης στις τάξεις των μαθηματικών κι ανέλυσαν τα είδη των διδακτικών συμπεριφορών, ως προς την αποτελεσματικότητά τους, όπου διαπιστώθηκε ότι οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών αποτελούν κρίσιμο παράγοντα για την ποιότητα των συνεισφορών (λόγου κι έκφρασης) των μαθητών. Στην ουσία, ο Davis χρησιμοποιώντας την ακρόαση ως ένα αποτελεσματικό μέσο ερμηνείας των φαινομένων της τάξης αλλά και ως ένα χρήσιμο σημείο εκκίνησης για το μετασχηματισμό της διδασκαλίας των μαθηματικών, έθεσε το ζήτημα της ακρόασης στα πεδία ουσιαστικού ερευνητικού διαλόγου ανταποκρινόμενος έτσι στην πρόκληση διερεύνησης μιας ενδιάμεσης οδού μεταξύ των γνωσιακών και κοινωνικών ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Ο Skovsmose (1998) περιγράφει ένα μοντέλο συνέργειας εκπαιδευτικού-μαθητή που περιλαμβάνει την ενεργή ακρόαση (active listening) (σελ. 200), σε μια αμοιβαία διαδικασία κατανόησης, όπου ο μαθητής μέσα από μια διαδικασία φωναχτής σκέψης θέτει τις ιδέες και τις σκέψεις του σε δημόσιο διάλογο. Ο εκπαιδευτικός αναδιατυπώνει τις ιδέες του μαθητή προκειμένου να βεβαιωθεί ότι αντιλαμβάνεται σωστά παρέχοντας έτσι τη δυνατότητα συνειδητής αλληλεπίδρασης μεταξύ τους και κοινής αξιολόγησης των ορθών λόγων.

Ένας προσανατολισμός ακρόασης μπορεί να συμβάλει στη μαθηματική ενδυνάμωση υπό την έννοια της κονστрукτιβιστικής θεώρησης, καθώς ένα σημαντικό μέρος της διδασκαλίας προϋποθέτει οι εκπαιδευτικοί να ενθαρρύνουν τους μαθητές να εκφράσουν τη συλλογιστική τους, να προσπαθούν να κατανοήσουν τη μαθηματική σκέψη (Brodie, 2010) των μαθητών τους και να ερμηνεύουν τη λογικότητα και το νόημα της σκέψης τους (Cobb & Yackel, 1998) ενώ είτε αναδυόμενη είτε μη έγκυρη/κατάλληλη. Όταν οι εκπαιδευτικοί δεν επιδιώκουν να παρακολουθούν τη σκέψη των μαθητών τους ή τείνουν να απορρίπτουν τις συνεισφορές τους επιβάλλοντας τις δικές τους διαμορφωμένες υποκειμενικές κατασκευές (Cobb & Yackel, 1998· Davis, 1997, 2008), αυτές οι διαδικασίες συνιστούν πρακτικές που δεν προωθούν ένα δημοκρατικό πλαίσιο λειτουργίας, συνεπώς, λιγότερο χειραφετητικό/ενδυναμωτικό (Belenky et al., 1997· Ernest, 1992· Mhlolo & Schafer, 2012) για τον μαθητή.

Παρόλο που υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ακούσουν τις μαθηματικές ιδέες των μαθητών τους, ο Davis (1997, 2008, 2013) διακρίνει τρεις διαφορετικούς προσανατολισμούς ακρόασης που οι εκπαιδευτικοί υιοθετούν στην τάξη των μαθηματικών: ο «αξιολογητικός» (evaluative orientation), ο «ερμηνευτικός/επεξηγηματικός» (interpretive orientation) και ο «ερμηνευτικός/μετασχηματιστικός» (hermeneutic orientation). Ο Coles (2002) αντίστοιχα για τον τρίτο προσανατολισμό χρησιμοποιεί τον όρο (transformative listening), τονίζοντας ότι δεν είναι όλοι οι προσανατολισμοί ευνοϊκοί προς την κατεύθυνση του σεβασμού της σκέψης και της επιστημολογικής χειραφέτησης των μαθητών.

Οι εκπαιδευτικοί με **αξιολογητικό προσανατολισμό (evaluative orientation) ακρόασης**, σύμφωνα με τον Davis, τείνουν να ακούν τις ιδέες των μαθητών προκειμένου να διαγνώσουν και να διορθώσουν τις μαθηματικές παρανοήσεις τους. Εάν ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι η εκμάθηση των μαθηματικών είναι μια διαδικασία απόκτησης προκαθορισμένων και καθολικών αληθειών, τότε ο σκοπός της ακρόασης των

μαθητών είναι η διάγνωση και η διόρθωση του «λάθους» με τη σωστή απάντηση ενώ η ακρόαση κατά κύριο λόγο αποτελεί ευθύνη του μαθητή (Davis, 1994). Ο εκπαιδευτικός κάνει υποθέσεις με βάση μια υποτιθέμενη «γνώση της υποκειμενικότητας του άλλου» ή πιο εύστοχα, η υπόθεση είναι ότι οι μαθητές έχουν γνώση της υποκειμενικότητας του εκπαιδευτικού». Ως εκ τούτου, είναι ευθύνη του μαθητή να έχει μία «απρόσκοπτη» πρόσβαση στο σκεπτικό του εκπαιδευτικού με την προσοχή του στραμμένη σε αυτόν που θα τον οδηγήσει στην κατάκτηση της γνώσης (Davis, 1996: 51-53).

Η εργασία των μαθητών γίνεται υπό το πρίσμα των πρακτικών με τον οποίο ο/η εκπαιδευτικός θα προσεγγίσει το πρόβλημα καθώς και τις προσδοκίες του για τον τρόπο επίλυσης. Σύμφωνα με την Brodie (2010), οι εκπαιδευτικοί αυτοί συχνά υποβάλλουν ερωτήσεις που αφορούν συγκεκριμένες πτυχές ή σημεία που αναζητούν. Όταν ένας μαθητής παράγει μια απροσδόκητη συμβολή, συνήθως, δεν εστιάζουν στην κατανόηση του σκεπτικού του μαθητή αλλά συνεχίζουν να αναζητούν μια απάντηση που είναι σύμφωνη με τις δικές τους σκέψεις και γνωστικά σχήματα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ακρόασης, οι έννοιες «δεξιότητες» (skills) και «κατανόηση» (understanding), «έννοιες» (concepts) και «διαδικασίες» (procedures), «αυστηρότητα» (rigor) και «δικαιοσύνη» (equity) αποτελούν ένα αντιθετικό δίπολο, ως αλληλοσυγκρουόμενες αξίες (Blintz & Moore, 2011 στο Rubel & McCloskey, 2019). Στην τάξη, ως επί το πλείστο, κυριαρχούν οι διαδικασίες απομνημόνευσης και αναπαραγωγής με ορίζοντα τις εξετάσεις ενώ η εργασία του εκπαιδευτικού περιορίζεται στην καλλιέργεια δεξιοτήτων, όπως αξιώνει η παραδοσιακή μεθοδολογία και η συντηρητική-τεχνοκρατική ανάγνωση της διδασκαλίας. Οι αναπαραστάσεις των μαθητών υποδηλώνουν ότι οι κυρίαρχες πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού είναι η απομνημόνευση, η αναπαραγωγή διαδικασιών και η εξατομικευμένη εργασία οι οποίες λειτουργούν αποξενωτικά και αλλοτριωτικά (Boaler, 2000) για τους μαθητές και τη εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών.

Οι εκπαιδευτικοί με **ερμηνευτικό/επεξηγηματικό προσανατολισμό (interpretive orientation) ακρόασης**, σε μια διαφορετική κατεύθυνση από την προηγούμενο προσανατολισμό, ακούν τις ιδέες των μαθητών τους με σκοπό να τις κατανοήσουν. Στον συγκεκριμένο προσανατολισμό εμπλέκεται μια ενεργή ερμηνεία - ένα είδος προσέγγισης- παρά η αξιολόγηση μιας απάντησης, οπότε η ακρόαση γίνεται συνειδητή και σκόπιμη για τη κατανόηση της διαισθητικής σκέψης ή παρανοήσεων που μπορεί να συμβαίνουν. Επιδιώκουν να ανοίξουν χώρους για την αναπαράσταση και την αναθεώρηση των ιδεών για να αποκτήσουν πρόσβαση στο υποκειμενικό νόημα και όχι απλά σε αυτά που έχουν μάθει οι μαθητές τους. Στην ουσία, οι δύο πρώτοι προσανατολισμοί ακρόασης, ο αξιολογητικός και ο ερμηνευτικός/επεξηγηματικός αντιλαμβάνονται, ουσιαστικά, την ανθρώπινη ταυτότητα και πρακτική ως υποκειμενική, αυτόνομη, απομονωμένη και μοναχική διαδικασία, όπου «τα καθήκοντα και οι ρόλοι εκπαιδευτικού και μαθητή παραμένουν διακριτοί και ασυμβίβαστα διαχωρισμένοι μεταξύ τους» (Davis, 2013: 52).

Εκπαιδευτικός- Μαθητές: Συνερευνητές στην κατασκευή της μαθηματικής γνώσης

«Η ερμηνευτική/μετασχηματιστική (hermeneutic) ακρόαση είναι μια συμμετοχή στο ξεδίπλωμα των δυνατοτήτων διαμέσω της συλλογικής δράσης» (Davis, 2003)

«Η ερμηνευτική/μετασχηματιστική ακρόαση απαιτεί την προθυμία επαναπροσδιορισμού όσων θεωρούνται δεδομένα και των προκαταλήψεων που πλαισιώνουν τις αντιλήψεις και τις πράξεις μας» (Davis, 1997).

Την ιδανικότερη μορφή προσανατολισμού ακρόασης αποτελεί ο **«ερμηνευτικός/μετασχηματιστικός» (hermeneutic orientation) προσανατολισμός**. Σύμφωνα με αυτό τον τύπο ακρόασης οι εκπαιδευτικοί προσανατολίζονται στις ιδέες των μαθητών, αλληλεπιδρούν και συμμετέχουν μαζί τους σε μια μη τυπικά

προσχεδιασμένη και οργανωμένη/σε μια περίπλοκη (messy) διαδικασία διαπραγμάτευσης του νοήματος και της κατανόησης (Davis, 2013), όπου ο εκπαιδευτικός δείχνει εμπιστοσύνη στη συνεισφορά του μαθητή και αντίστοιχα ο μαθητής εμπιστεύεται τον εκπαιδευτικό ή το συμμαθητή του. Είναι πρόθυμος και ικανός να ακούσει προτού διατυπώσει συγκεκριμένες ιδέες ή να παρουσιάσει ακόμη μη αποδεδειγμένες ιδέες. Σύμφωνα με τον Davis (2013), φαίνεται να υπάρχει μια βαθιά συμβατότητα μεταξύ της πολυπλοκότητας της σκέψης και ερμηνευτικής/μετασχηματιστικής (hermeneutic) φιλοσοφίας κι έρευνας η οποία διαπερνάται από ερωτήματα και βαθύτερους προβληματισμούς όπως, «τι είναι αυτό που πιστεύουμε;», «γιατί σκεφτόμαστε με ορισμένο τρόπο;» και «τι θεωρείται δεδομένο για τη φύση της πραγματικότητας, της αλήθειας και της ύπαρξης;», τα οποία δεν ορίζονται από συγκεκριμένες απαντήσεις. Το ζήτημα για την ερμηνευτική/μετασχηματιστική (hermeneutic) προσέγγιση, δεν είναι ότι όλοι πρέπει να συμφωνήσουν, αλλά ότι θα πρέπει να υπάρχει μια στάση που χαρακτηρίζεται από ευρύνοια και ανοιχτότητα προς νέες δυνατότητες.

Οι ερμηνευτικές/επεξηγηματικές (interpretive) και ερμηνευτικές/μετασχηματιστικές (hermeneutic) προσεγγίσεις υποδηλώνουν την προσπάθεια του εκπαιδευτικού να αντιληφθεί τον τρόπο που οι μαθητές ερμηνεύουν το πρόβλημα αλλά και την επίγνωση της πολλαπλότητας των αναδυόμενων ιδεών των μαθητών. Αυτή η δυνατότητα δίνεται μέσα από πλούσια και σύνθετα έργα, όπου δυναμικά οι μαθητές μπορούν να ερμηνεύσουν ένα έργο και οι ποικίλες ιδέες τους μπορεί να εξελιχθούν ουσιαστικά πολυδιάστατα. Ωστόσο, η δυσκολία αυτού του καθήκοντος για τον/την εκπαιδευτικό δεν πρέπει να υποτιμηθεί καθώς περιορίζεται από την οπτική της δικής του/της θέασης και τις προηγούμενες εμπειρίες του/της στην διδασκαλία (Even & Wallach 2003 στο Doerr, 2006). Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός βρίσκεται αντιμέτωπος με το καθήκον να αποφασίσει για τις διδακτικές ενέργειες που θα στηρίξουν την εννοιολογική κατανόηση των μαθητών και τους συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους. Αυτό σημαίνει ότι η γνώση των εκπαιδευτικών περιλαμβάνει όχι μόνο τη μαθηματική κατανόηση του μαθησιακού στόχου αλλά και την κατανόηση της ποικιλομορφίας των τρόπων ανάπτυξης της σκέψης των μαθητών, της γνώσης των τυπικών πρώιμων αντιλήψεων, των αναπαραστάσεων και των πιθανών παρανοήσεων που μπορεί να έχουν οι μαθητές, στοιχεία που επηρεάζουν τις διδακτικές πρακτικές και τις παιδαγωγικές στρατηγικές στην πορεία στήριξης και ανάπτυξης της σκέψης των μαθητών. (Doerr, 2006· Franke, Kazemi, & Battey, 2007)

Η ερμηνευτική/μετασχηματιστική (hermeneutic) ακρόαση, πιο συγκεκριμένα, έχει στον πυρήνα της την ιδέα ότι η μαθηματική σκέψη των μαθητών θα καθορίσει σε μεγάλο βαθμό τον προσανατολισμό/μετασχηματισμό και την εξέλιξη του μαθήματος. Αναγνωρίζει τη μαθηματική σκέψη του μαθητή ως διδακτέα στιγμή (teachable moments) με μαθηματικό και παιδαγωγικό σκοπό. Επομένως, η εστίαση στην ακρόαση εκκινεί με πρόθεση την κατανόηση και στη συνέχεια την ουσιαστική αξιοποίηση της σκέψης των μαθητών για την επίτευξη των μαθηματικών στόχων γενικότερα (Peterson & Leatham, 2009).

Σε αυτό το πλαίσιο ο διαλογικός εκπαιδευτικός δημιουργεί παιδαγωγικούς χώρους για να αναπτυχθεί η επιστημολογική περιέργεια των μαθητών. Μαθητές και εκπαιδευτικοί ως μια κοινότητα μαθηματικής έρευνας ασκούνται μαζί/μαθητεύουν στις δύσκολες συνθήκες εξερεύνησης και τις διαδικασίες μετασχηματισμού της γνώσης ξεπερνώντας τις μοναδικές εξηγήσεις και τις «απαραβίαστες βεβαιότητες», συνδέοντας την εμπειρία της τάξης με την ευρύτερη κοινωνικοπολιτική κοινότητα και αναγνωρίζοντας τα σχολεία ως δημόσιες σφαίρες όπου εκπαιδευτικοί και μαθητές συμμετέχουν σε μια διαδικασία διαλεκτικής συζήτησης με στόχο τον επαναπροσδιορισμό της ιδέας της κριτικής δημοκρατίας και κοινότητας. (Σακονίδης, 2011· Giroux & McLaren, 1986· Freire & Macedo, 2005)

Ο κοινωνιογλωσσολόγος Bakhtin (1986) (στο Ernest, 1998:169) υποστηρίζει ότι «η αλήθεια δεν βρίσκεται μέσα στο κεφάλι ενός ατόμου, γεννιέται μεταξύ των ανθρώπων που αναζητούν συλλογικά την αλήθεια, στη διαδικασία της διαλογικής αλληλεπίδρασής τους». Ο Vygotsky (1980) επίσης, τονίζει ότι ο διάλογος για το μαθητή είναι απαραίτητος και αναγκαίος πρόδρομος για τον εσωτερικό λόγο ενώ αποτελεί συνειδητοποίηση της δικής του διαδικασίας σκέψης.

Η Sherin (2002) αναφέρθηκε σε αυτού τύπου τον προσανατολισμό ακρόασης, ως «προσαρμοστικό στυλ/ύφος» «adaptive style» ή διαπραγματευτική προσέγγιση «negotiating approach», τονίζοντας ότι σε όλες τις περιπτώσεις διαπραγμάτευσης, οι εκπαιδευτικοί ανταποκρινόμενοι σε μια νέα ιδέα που θέτει ένας μαθητής κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, απομακρύνονται από ένα καθιερωμένο σύμπλεγμα γνώσεων περιεχομένου. Ακούνε, ανταποκρίνονται και ερμηνεύουν τις μαθηματικές ιδέες των μαθητών τους αξιοποιώντας και τροποποιώντας/κατασκευάζοντας τόσο τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών όσο και επανεξετάζοντας τομείς της δικής τους γνώσης περιεχομένου τους, καθώς και τις παιδαγωγικές γνώσεις περιεχομένου, διαδικασία που συνεπάγεται παράλληλα, αλλαγές και στις διδακτικές τους πρακτικές.

Ο «ερμηνευτικός/μετασχηματιστικός» προσανατολισμός (hermeneutic orientation) είναι ιδιαίτερα αναγκαίος, για τη διδασκαλία προκειμένου οι εκπαιδευτικοί να υιοθετήσουν «προσαρμοστικές» (Sherin, 2002) και διαπραγματευτικές (Davis,1997) προσεγγίσεις (adapt and negotiate approaches) (Doerr & English, 2006) ενώ τοποθετείται στην καρδιά μιας ενδυναμωτικής και δημοκρατικής τάξης. Ο Coles (2001, 2002), ο οποίος ονομάζει την τρίτο προσανατολισμό ακρόασης του Davis μετασχηματιστικό (transformative), υποστηρίζει ότι αυτό που διακρίνει τη μετασχηματιστική ακρόαση από την ερμηνευτική ακρόαση (interpretive), είναι ότι ο εκπαιδευτικός με αυτόν τον προσανατολισμό ακρόασης εξακολουθεί να στέκεται -μεταφορικά- πίσω από τον ομιλητή/μαθητή. Προσπαθεί να ερμηνεύσει και να κατανοήσει τι λέει ο ομιλητής/μαθητής, αλλά πάντα από την θέση του ακροατή. Όταν ο εκπαιδευτικός ακούει με έναν μετασχηματιστικό τρόπο είναι ανοιχτός και πρόθυμος στην διαπραγμάτευση εικασιών, στην επικοινωνία και την αναθεώρηση, θεωρώντας έγκυρες τις συνεισφορές των μαθητών, ανεξάρτητα από το αν είναι μαθηματικά αποδεκτές ή όχι, οι οποίες τελικά, σε μια διαδικασία μάθησης εμπλουτίζουν τη μαθηματική γνώση.

Αυτή η μορφή ακρόασης εστιάζει στη σχέση και τη δυναμική αλληλεπίδραση του «πράκτορα/φορέα» «agent» και του πλαισίου, της σκέψης και της δράσης, του εαυτού και του άλλου, του ατομικού και του συλλογικού χωρίς ανταγωνιστικές φωνές, της συλλογικής συγκρότησης της γνώσης έναντι της ατομικής. Σε αυτή την περίπτωση, η μάθηση αποτελεί μια κοινωνική διαδικασία και ο ρόλος της ακρόασης του εκπαιδευτικού είναι ο ρόλος της συμμετοχής, της ερμηνείας, της διαπραγμάτευσης, του μετασχηματισμού της εμπειρίας σε υψηλότερο επίπεδο αφαιρετικής σκέψης και γνώσης. «Ο εκπαιδευτικός υιοθετεί το ρόλο του σκηνοθέτη κι όχι του πρωταγωνιστή»⁴ παρέχοντας τη σκαλωσιά και τις απαραίτητες νύξεις στη διαδικασία μάθησης. Η εκπαιδευτική διαδικασία χαρακτηρίζεται δε από την αμφισβήτηση και τη διαρκή διερεύνηση όσων παρέχονται ως δεδομένα/παγιαμένα (taken-for-granted) συμπεριλαμβανομένου των προκαταλήψεων που πλαισιώνουν αντιλήψεις και ενέργειες.

Στην τρίτη περίπτωση ακρόασης η σχέση ανάμεσα στη διδασκαλία και τη μάθηση είναι αμφίδρομη και νοηματοδοτείται διαλεκτικά από εκπαιδευτικούς και μαθητές. Σε μια τέτοια συνθήκη «τα Μαθηματικά αντιμετωπίζονται ως πεδίο αναζήτησης, παρά ως ένα δεδομένο αντικείμενο μάθησης» και η εργασία των

⁴ Λεμονίδης, (2017). «ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ», προφ. Σημειώσεις μαθήματος.

μαθητών ως ανάλογη προς αυτήν που ακολουθείται στην κοινότητα των επαγγελματιών μαθηματικών» (Σακονίδης, 2011). Επιπλέον, αντλώντας από τις παραδόσεις του ερμηνευτικού παραδείγματος/ρεύματος -ένα πεδίο έρευνας που επιδιώκει να εκθέσει τεκμηριωμένες υποθέσεις και να διερευνήσει τις κοινωνικές δομές και ιστορικές συνθήκες που καθιστούν εφικτές αυτές τις υποθέσεις- η έννοια της ερμηνευτικής/μετασχηματιστικής (hermeneutic) ακρόασης επικεντρώνεται στις κοινωνικοϊστορικές συγκείμενες καταστάσεις που πλαισιώνουν τις ενέργειες και τις αλληλεπιδράσεις του δρώντος υποκειμένου (Davis, 1997, 2013).

Σύμφωνα με τον Davis (1994, 1997) αλλά και με άλλους ερευνητές που αξιοποίησαν το μοντέλο, οι προσανατολισμοί ακρόασης ποικίλουν σε μεγάλο βαθμό μεταξύ των εκπαιδευτικών αλλά και ανάλογα με το μαθηματικό αντικείμενο επιδρώντας στην διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος. Επηρεάζονται, επίσης, από τις προσδοκίες τους για τη μαθηματική ικανότητα των παιδιών και επηρεάζουν τις αποφάσεις των εκπαιδευτικών όσον αφορά το παιδί στο οποίο θα απευθυνθούν, αν θα απαιτούσαν περαιτέρω επεξήγηση της σκέψης του ή απλώς μια μονολεκτική απάντηση. (Davis 1994 Davies & Walker, 2007· Crespo, 2000).

Ωστόσο, οι ερευνητές του συγκεκριμένου επιστημολογικού μοντέλου υποστηρίζουν ότι ακόμη και αν αυτές οι παρατηρήσεις βασίζονται σε ερευνητικά τεκμήρια, δεν είναι εύκολο να υπάρξουν εγγυήσεις και βεβαιότητες που αν εφαρμόζονται για παρατεταμένο χρονικό διάστημα θα δώσουν αποτελέσματα ως προς την ενδυνάμωση όλων των μαθητών, καθώς τα ανθρώπινα όντα αποτελούν πολύπλοκες και πολυδιάστατες προσωπικότητες, λειτουργούν σε συγκεκριμένες κοινωνικοπολιτικές και πολιτισμικές συνθήκες που επηρεάζουν τη σκέψη και τη δράση, επομένως και οι αντιδράσεις τους δεν μπορεί να είναι προβλέψιμες ή να τοποθετούνται σε μια ευθύγραμμη προοπτική.

3.4 Οι πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού ως κοινωνικές πρακτικές

Ο Davis (1994) υποστηρίζει ότι η διδασκαλία η ίδια αποτελεί μια πράξη ακρόασης. Αναγνωρίζει επίσης, ότι μαθητές και εκπαιδευτικοί δεν βρίσκονται απομονωμένοι στην τάξη. Ένα πλήθος παραγόντων «μη μαθηματικών» (non mathematics) (Pais & Valero, 2011) και «νοημάτων κυκλοφορούν μέσα στην τάξη» (meaning circulating in the classroom) (Radford, 2006: 21) ή παρααγωγικών/εξαγωγικών μηνυμάτων, πλαισιώνουν τη «διδασκτική τριάδα» (didactic triad) (Valero, 2010), ενσωματώνουν με δυναμικό τρόπο ιδεολογικές, κοινωνικές, πολιτισμικές, ψυχολογικές και πολιτικές διαστάσεις της διδασκαλίας επιδρώντας στις μαθηματικές πρακτικές και νοηματοδοτούν το γραμματισμό των εμπλεκόμενων.

Τέτοιοι πολύπλοκοι παράγοντες που επηρεάζουν τη δημοκρατική πρόσβαση (Anderson & Tate, 2008 · Skovsmose & Valero 2008· Chaviaris, Stathoroulou, & Gana, 2011· Apple & Beane, 2007) στο μαθηματικό γραμματισμό συναποτελούν και αλληλοσυνδέονται δομικά με την οργάνωση και λειτουργία του εκπαιδευτικού συστήματος, το επίσημο και το ανεπίσημο αναλυτικό πρόγραμμα (Apple, 1980), το σχολικό βιβλίο, τις επιδιώξεις της εκπαιδευτικής πολιτικής και διοίκησης, τις συνθήκες εργασίας, την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και τις πεποιθήσεις τους για το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών και τη διδασκαλία γενικότερα, συνιστώντας στην ουσία, ένα διαρκώς μεταβαλλόμενο δίκτυο κοινωνικών πρακτικών στο μαθηματικό γραμματισμό (Skott, Mosvold, & Sakonidis, 2018) των μαθητών.

Επιπλέον, η κουλτούρα του σχολείου και της τάξης, η σχολική κοινότητα, οι σχέσεις των εκπαιδευτικών, το κοινωνικοπολιτισμικό τοπίο της οικογένειας και της ευρύτερης κοινότητας, η δυναμική της ομάδας της τάξης, οι πρακτικές (discourses) εξουσίας και ο κανονιστικός λόγος που αναδύονται στην τάξη, η

διάταξη των θρανίων, ο αριθμός των μαθητών κι ο τρόπος εργασίας, οι κοινωνικομαθηματικές νόρμες που διαμορφώνονται αντανακλούν και εκφράζουν τη ζωή/τις αντιλήψεις των ανθρώπων ενός διαχρονικού κοινωνικοπολιτισμικού, πολιτιστικού και πολιτικού συγκείμενου και ταυτόχρονα διαμορφώνουν τρόπους ερμηνείας και πρακτικής (Franke et al., 2007) καθιστώντας τη μάθηση βαθιά κοινωνική δραστηριότητα και πρακτική (Valero, 2010· Radford, 2006· Barwell, 2016· Apple & Beane, 2007) και την κατασκευή των μαθηματικών γνώσεων μέρος μιας κοινωνικής, πολιτισμικής και πολιτικής (Chronaki, 1999) διαδικασίας.

Σ' αυτή τη θεωρητική προοπτική ένας από τους βασικούς στόχους του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού είναι να δημιουργεί συνθήκες αλληλεπίδρασης ανάμεσα στους μαθητές, τους εκπαιδευτικούς και το ευρύτερο κοινωνικό πλαίσιο, ώστε να έχουν τη δυνατότητα να βιώνουν τους εαυτούς τους και να συγκροτούν υποκειμενικότητες ως δρώντα κοινωνικά, ιστορικά, επικοινωνιακά, μετασημασιακά, δημιουργικά όντα ενάντια στις πρακτικές λόγου (discourses) που κατασκευάζουν ιεραρχικές δομές στην τάξη επιδιώκοντας να σπάσουν τον κύκλο της αναπαραγωγής των κοινωνικών ανισοτήτων (Σακονίδης, 2017· Gounari, 2014· Gutstein, 2006).

Στις ιεραρχικές δομές/εξουσιαστικές σχέσεις εντάσσονται και οι μαθηματικοί λόγοι (discourses) και οι παιδαγωγικές πρακτικές που υιοθετούνται, όπως τίθενται από τα βασικά/συμβατικά «mainstream» μαθηματικά και τις ακαδημαϊκές απαιτήσεις, οι οποίες συμβάλλουν στην κατηγοριοποίηση των υποκειμένων σε μια κλίμακα ιεραρχίας που ανάγεται στο δίπολο «κυριαρχία»/«υποταγή» ενισχύοντας μια «κουλτούρα μειονεκτήματος» και «παιδαγωγική της διαφοράς» που εμποδίζουν την μαθηματική πρόσβαση κι ενδυνάμωση (Swanson, 2006). Όταν οι εκπαιδευτικοί δημιουργούν περιβάλλοντα μάθησης που διαπερνώνται από την αμφισβήτηση αντιλήψεων, όπως της «φυσικοποίησης» της σχολικής αποτυχίας και της «ουδετερότητας» των παιδαγωγικών τους πρακτικών (Valero, 2017), όπου οι μαθητές, ακόμη και εκείνοι που θεωρούνται «χαμηλών επιδόσεων» μπορούν να οδηγηθούν στην προσωπική οικειοποίηση της γνώσης, όταν δημιουργούν συνθήκες για διαφοροποίηση της διδασκαλίας ώστε να υποστηρίζουν τις ανάγκες των μαθητών, σε αυτό το περιβάλλον ενθαρρύνονται μορφές πνευματικής εργασίας που προωθούν την ανάπτυξη δημοκρατικής, ισότιμης κουλτούρας και ανεξάρτητης σκέψης. Ένα τέτοιο πλαίσιο απαιτεί ταυτόχρονα την επαγγελματική-επιστημονική χειραφέτηση των ίδιων των εκπαιδευτικών ως δημόσιοι διανοούμενοι και πολύτιμοι κοινωνικοί πόροι ως αυτόνομοι πράκτορες/φορείς, οι οποίοι διεκδικούν τη δυνατότητα να επηρεάζουν τις διδακτικές τους πρακτικές και την εργασία τους στην τάξη με στόχο να διευκολύνουν την παιδαγωγική, κοινωνικοοικονομική και πολιτική χειραφέτηση τους (Swanson, 2006), συνδέοντάς την με τη δημοκρατία, την κοινωνική δικαιοσύνη και την εκπαίδευση κριτικά ενεργών πολιτών. (Gounari, 2014· Christiansen, 2007· Giroux, 2014· Bartell, 2013)

Αντίστοιχα, οι πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού δεν μπορούν να εννοούνται ως ουδέτερες κατασκευές αλλά εμπεριέχουν και ορίζονται από μια σειρά κοινωνικών πρακτικών, κοινωνικών/πολιτικών κανόνων, θεσμικών περιορισμών και πολιτισμικών παραγόντων (Skott, Mosvold & Sakonidis, 2018) που διαμορφώθηκαν και εν δυνάμει διαμορφώνονται σε συγκεκριμένες ιστορικές και πολιτικοκοινωνικές συνθήκες. Η ρητορική που επιμένει να βλέπει αποπλαισιωμένες τις διδακτικές πρακτικές στην τάξη των μαθηματικών από τις κοινωνικές διαμεσολαβήσεις ως ένα ουδέτερο πλέγμα καθολικών κανονιστικών μεθοδολογικών αρχών κατάλληλες για κάθε περίπτωση, αντιμετωπίζει τη μάθηση και τα υποκείμενά της με την παθητική διάσταση της πρακτικής, όπου ο εκπαιδευτικός διεκπεραιώνει τη δεδομένη ύλη και ο μαθητής καθοδηγείται στη λήψη της, στην ουσία αποσιωπά ή

επικαλύπτει τον επιλεκτικό ρόλο του σχολείου ως μηχανισμού αναπαραγωγής κυρίαρχων εξουσιαστικών σχέσεων (Νικολούδης, 2013· Keitel, 2006· Valero, 2010· Chronaki, 2013).

Στις μελέτες του ο Skott (2011) εξετάζει τις διδακτικές πρακτικές σε σχέση με τις πεποιθήσεις, τη γνώση και την ταυτότητα των εκπαιδευτικών όχι ως στατικές οντότητες/κατάσταση αλλά ως μια δυναμική διαδικασία. Έτσι, από τις συνεκτικές αντιλήψεις που χαρακτηρίζουν τις έννοιες των πεποιθήσεων και των γνώσεων, η έννοια της ταυτότητας εμπεριέχει την προϋπόθεση της συμμετοχής. Ο Skott τη θεωρεί λιγότερο στατική, πιο ευέλικτη, συνεχώς υπό κατασκευή και ανακατασκευή καθώς υπεισέρχεται ταυτόχρονα η εμπλοκή σε πολλαπλές κοινωνικές πρακτικές διαμορφώνοντας διαλεκτικά τον διαρκώς αναδυόμενο χαρακτήρα των πρακτικών στην τάξη. Έχει σημασία να σημειωθεί, ότι ο Ernest, τονίζοντας τη σημασία του ρόλου του εκπαιδευτικού ορίζει επιπλέον κι ένα τέταρτο τομέα μαθηματικής ενδυνάμωσης, την επαγγελματική ενδυνάμωση και ταυτότητα του εκπαιδευτικού. Σε αυτήν αναφέρονται, ως μια σχεσιακή δυναμική διαδικασία, κριτικοί μαθηματικοί ερευνητές (Vithal, 1999· Ernest, 2002· Doerr & English, 2006· Christiansen, 2007· Chronaki, 2013) υπογραμμίζοντας τη σημασία της επίγνωσης της ταυτότητας που έχει ο ίδιος ο εκπαιδευτικός για το ρόλο του (Cummins, 2005) στην κατεύθυνση της ανάπτυξης ενός αυτόνομου και αναστοχαστικού εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός κατασκευάζει και αναστοχάζεται τα διδακτικά και μαθησιακά σχήματα που ο ίδιος υιοθετεί συνειδητοποιώντας παράλληλα την επίδραση των διδακτικών πρακτικών και ενεργειών του στις αναδυόμενες ταυτότητες των μαθητών του.

Παρά τις προτεινόμενες προσπάθειες των εκπαιδευτικών, μπορεί οι μαθητές να μην αποκτήσουν την απαιτούμενη εμπιστοσύνη ή αίσθηση αυτονομίας. Ωστόσο, σε μια εκτεταμένη χρονικά περίοδο, αυτοί οι παράγοντες δυνητικά έχουν θετικές επιπτώσεις στην εμπιστοσύνη στις μαθηματικές δυνάμεις των περισσότερων μαθητών. Εξάλλου, όπως επισημαίνεται από την ερευνητική κοινότητα (Cummins, 2005· Boaler, 2000, 2015· Graven, 2011) η σχολική ζωή και οι εμπειρίες στην τάξη των μαθηματικών συμβάλλουν στη συγκρότηση της ταυτότητας του μαθητή και μελλοντικού πολίτη, όχι με ένα στατικό και σταθερό τρόπο αλλά με μια διαλεκτική διαδικασία μέσα από πολλαπλά πεδία αντιπαραθέσεων. Ανασχηματίζονται διαρκώς δυναμικά και ενεργητικά μέσα από ένα σχεσιακό παζλ δράσεων, καταστάσεων και συναισθημάτων που εκτυλίσσονται καθημερινά στη σχολική, ιδιωτική και κοινωνική ζωή των παιδιών, στις σχέσεις που αναπτύσσονται και τις συνθήκες ύπαρξης και λειτουργίας του ατόμου.

Συνοψίζοντας, οι έρευνες που παρουσιάστηκαν στο βιβλιογραφικό μέρος έχουν αναπτυχθεί στην κατεύθυνση του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού είτε με την μορφή projects (Andersson, 2010· Basu & Greenstein, 2019) με στόχο την κριτική κατανόηση και πολιτειότητα είτε αξιοποίησαν το ερευνητικό πλαίσιο του προσανατολισμού ακρόασης και της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των Ernest (2002) και Belenky, Clinchy, Goldberger, & Tarule (1997). Υλοποιήθηκαν κυρίως, στη δευτεροβάθμια μαθηματική εκπαίδευση (Doerr & English, 2006· Mhlolo & Schafer, 2012· Andersson, 2010· Stinson, Bidwell & Powell, 2012· Frankenstein, 2014) και πολλές από αυτές σε μια κατεύθυνση αναστοχασμού, επαγγελματικής ενδυνάμωσης (Davis, 1994, 1997) ή κριτικού γραμματισμού (Stinson, Bidwell & Powell, 2012) και πολιτικής επίγνωσης (Gutiérrez, 2013) των διδακτικών πρακτικών των εκπαιδευτικών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι εκπαιδευτικοί τείνουν να απορρίπτουν τους τρόπους σκέψης των μαθητών επιβάλλοντας προσωπικά πρότυπα σχέδια γνωστικής πορείας ενώ η επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών στο σχολικό πλαίσιο καταγράφεται κυρίως στα αρχικά στάδια και σπανιότερα στα ενδιάμεσα στάδια επιστημολογικής ενδυνάμωσης. Πολλές από τις μελέτες αναπτύχθηκαν ως παρεμβάσεις στο εκπαιδευτικό πλαίσιο με στόχο το μετασχηματισμό των διδακτικών πρακτικών από τον αξιολογητικό

προς τον ερμηνευτικό και τον μετασχηματιστικό προσανατολισμό προωθώντας ένα κατασκευαστικό χαρακτήρα της γνώσης (Davis, 1994, 1997· Coles, 2002). Η βιβλιογραφία που αναφέρεται στην ενδυνάμωση και τις χειραφετητικές δυνατότητες των μαθητών στην τάξη των μαθηματικών σε μια προοπτική δημοκρατικής και κριτικής ιδιότητας του μελλοντικού πολίτη είναι κατεξοχήν θεωρητικές και μόνο περιορισμένος αριθμός τους αφορά σε εμπειρικές μελέτες για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

Αξιοποιώντας τις θεωρητικές προοπτικές του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού συνδυάστηκε το πλαίσιο του Davis (1997, 2013) για τον προσανατολισμό ακρόασης των εκπαιδευτικών, οι αναλύσεις του Ernest (2002) για την επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση του μαθητή (μαθηματική και κοινωνική) και η μελέτη των Belenky, Clinchy, Goldberger, & Tarule (1997) για τα στάδια επιστημολογικής ενδυνάμωσης του μαθητευόμενου/γνώστη (knower) με στόχο την διερεύνηση των διδακτικών πρακτικών στην τάξη των μαθηματικών ώστε να μελετηθούν ποιοτικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού γραμματισμού σε σχέση με την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών.

Οι διδακτικές πρακτικές που εντοπίστηκαν από την παρατήρηση και την ηχογράφηση της διδασκαλίας δομήθηκαν σε ένα δίκτυο τεσσάρων αξόνων (κατ' άξονα κωδικοποίηση) (Τσιώλης, 2014) ενώ η συνέντευξη που ακολούθησε αποσκοπούσε στην κατανόηση και ερμηνεία των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν. Η παρούσα μελέτη επιχειρεί να προσφέρει ένα θεωρητικό πλαίσιο και ερευνητικό εργαλείο προσέγγισης των διδακτικών πρακτικών είτε ποιοτικής είτε ποσοτικής στην κατεύθυνση του προσανατολισμού ακρόασης σε πιο ερμηνευτικά και διαπραγματευτικά/δημοκρατικά πλαίσια συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών καθώς και μετατόπισης των σχέσεων εξουσίας στον μαθητή ή στις ομάδες των μαθητών στην διαδικασία κατασκευής του μαθηματικού νοήματος.

ΕΜΠΕΙΡΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο 4ο Μεθοδολογία

Οι πολύπλοκοι παράγοντες, που υπεισέρχονται στην εκπαιδευτική διαδικασία επηρεάζουν το μικροπλαίσιο της τάξης και επηρεάζονται από το ευρύτερο κοινωνικό/πολιτικό/πολιτισμικό μακροπεριβάλλον συνιστώντας ένα σύνθετο πεδίο αλληλεπίδρασης ενώ διαμεσολαβούν με δυναμικό και διαλεκτικό τρόπο το φαινόμενο του μαθηματικού γραμματισμού διαμορφώνοντας, αντίστοιχα, τη μαθηματική ταυτότητα των μαθητών. Με βάση το παραπάνω σκεπτικό, ο μεθοδολογικός σχεδιασμός της εργασίας βασίστηκε στο ερευνητικό παράδειγμα της μελέτης περίπτωσης ενώ η ανάλυση των δεδομένων προσεγγίστηκε μέσα από τις προοπτικές της θεμελιωμένης θεωρίας και της θεματικής/σημασιολογικής ανάλυσης.

4.1 Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα

Η παρούσα μελέτη ως γενικότερο στόχο/σκοπό έχει να ανιχνεύσει τα χαρακτηριστικά του μαθηματικού γραμματισμού που αναπτύσσονται στην Ε και Στ τάξη του Δημοτικού Σχολείου, ως πεδίου συγκρότησης του μελλοντικού ενεργού, δημοκρατικού και κριτικού πολίτη στο πλαίσιο μελέτης των διδακτικών πρακτικών. Συγκεκριμένα, επιδιώκει να διερευνήσει τις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών στην τάξη των μαθηματικών μέσα από τον προσανατολισμό ακρόασης, που υιοθετούν να ανταποκρίνονται στις συνεισφορές των μαθητών κατά τη εξέλιξη της διδασκαλίας των μαθηματικών και τους τρόπους με τους οποίους αξιοποιούν αυτές τις συνεισφορές στην τάξη. Προσεγγίζει τις πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού σε συνάρτηση με το βαθμό αναδιάταξης και μεταβίβασης των σχέσεων εξουσίας από τον/την εκπαιδευτικό στους μαθητές, στην κατεύθυνση της επιστημολογικής χειραφέτησής τους (μαθηματική και κοινωνική) μέσα από την δημοκρατική κατασκευή των μαθηματικών εννοιών και την προαγωγή δημοκρατικού και ενδυναμωτικού πλαισίου λειτουργίας στο μικροπλαίσιο της τάξης των μαθηματικών με το βλέμμα στον μαθηματικά εγγράμματο μαθητή-μελλοντικό πολίτη, ο οποίος κατανοεί και ερμηνεύει τον κόσμο με κριτικό τρόπο και συμμετέχει ως δρών υποκείμενο στις διαδικασίες της δημόσιας ζωής (κοινωνικό μακροπλαίσιο).

Όσον αφορά στην έννοια «μαθηματικός γραμματισμός», με βάση το θεωρητικό πλαίσιο της μελέτης υιοθετείται η προσέγγιση του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού που αξιοποιεί τα μαθηματικά ως εργαλείο ανάλυσης, κατανόησης και ερμηνείας των δεδομένων (μικροπλαίσιο) αλλά και ως ουσιαστική διάσταση της κριτικής πολιτεϊότητας (μακροπλαίσιο).

Με την έννοια «πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού» εννοούνται οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στην διδασκαλία για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (π.χ. απομνημόνευση-αναπαραγωγή διαδικασιών, διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος-αιτιολογήσεις, ατομική-συλλογική αλληλεπίδραση, μαθηματική επικοινωνία, λογικότητα-αξιολόγηση, επικύρωση-αναστοχασμός της γνώσης).

Με την έννοια «σχέσεις εξουσίας» νοούνται οι διδακτικές πρακτικές που εξουσιοδοτούν τη δυνατότητα στους μαθητές -ώστε να μοιράζεται η ευθύνη διαχείρισης των νοημάτων- να αιτιολογούν, να επικυρώνουν, να αναστοχάζονται πάνω στη γνώση, να αμφισβητούν, να κρίνουν και να ενθαρρύνουν την αυτονομία και τη συνεργατική λήψη αποφάσεων .

Ως επιμέρους στόχοι της έρευνας, που ταυτόχρονα διαρθρώνουν και τα κύρια ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης που θα επιχειρηθεί να απαντηθούν μέσω της εμπειρικής έρευνας, μπορούν να διατυπωθούν

ως εξής:

Ερευνητικό Ερώτημα 1: Ποιες και πώς οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών της Α/θμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά διαμορφώνουν τον προσανατολισμό ακρόασής τους;

Ερευνητικό ερώτημα 2: Πώς οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των μαθηματικών συνδέονται με:

2α) τη διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

τη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

τη διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης και

τις σχέσεις εξουσίας;

2β) την επιστημολογική ενδυνάμωση (μαθηματική και κοινωνική) των μαθητών;

Ως προς τις έννοιες των ερευνητικών ερωτημάτων:

Ο «προσανατολισμός ακρόασης» αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί προσανατολίζονται/ακούνε τις μαθηματικές ιδέες των μαθητών τους μέσα από το εννοιολογικό πλαίσιο των τριών προσανατολισμών ακρόασης του Davis (1997, 2013), που οι εκπαιδευτικοί υιοθετούν στην τάξη των μαθηματικών: τον «αξιολογητικό» (evaluative orientation), τον «ερμηνευτικό/επεξηγηματικό» (interpretive orientation) και τον «ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό» (hermeneutic orientation).

Η **διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου** των μαθηματικών αναφέρεται στα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που προσδίδουν οι εκπαιδευτικοί σε σχέση με τα άλλα διδακτικά αντικείμενα (**φύση** του αντικειμένου, αυστηρότητα, ακρίβεια, αντικειμενικότητα-υποκειμενικότητα, διεπιστημονικότητα) και στον τρόπο/πρακτικές που τα διαχειρίζονται στη διδασκαλία π.χ. αντιλήψεις, γνώση για απομνημόνευση, μαθηματικό ταλέντο, μεθοδολογική προσέγγιση βιβλίου-ευελιξία-εναρμόνιση)

Η **διαχείριση «ισότιμης πρόσβασης»** εννοείται με την έννοια της ενεργούς εμπλοκής/συμμετοχής όλων των μαθητών και υποστήριξης του προσωπικού τρόπου νοηματοδότησης των μαθηματικών εννοιών (π.χ. ορολογία-κανόνες, διαφοροποίηση).

4.2 Ερευνητική προσέγγιση- Περιγραφή ερευνητικής διαδικασίας

Στην παρούσα μελέτη η ερευνητική προσέγγιση που υιοθετήθηκε είναι η μελέτη περίπτωσης (case study) καθώς παρέχει τη δυνατότητα σε μικροεπίπεδο να ανιχνευτούν και να διερευνηθούν -όσο πιο διευσδυτικά και εκτακτικά δίνουν τη δυνατότητα τα δεδομένα- διδακτικές πρακτικές που σχετίζονται με τον προσανατολισμό ακρόασης και τη μετατόπιση των σχέσεων εξουσίας κατά τη διαπραγμάτευση των μαθηματικών εννοιών μελετώντας,

- την ανταπόκριση/ενέργειες του εκπαιδευτικού και
- την αλληλεπίδραση μεταξύ του εκπαιδευτικού και των μαθητών που συνδέονται με ορισμένα χαρακτηριστικά συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού,
- τη διαχείριση του αντικειμένου των μαθηματικών (σχολικό βιβλίο-αντιλήψεις),
- τις δυνατότητες εμπλοκής όλων των μαθητών στην μαθηματική δραστηριότητα και

- τη διαχείριση των σχέσεων εξουσίας που αναπτύσσονται τόσο κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας όσο και κατά την αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητών.

Η μελέτη περίπτωσης αποτελεί ερευνητική μέθοδος η οποία προσφέρεται για να μελετηθούν σε βάθος χαρακτηριστικά και όψεις ενός περίπλοκου φαινομένου όπως αυτό του μαθηματικού γραμματισμού, το οποίο εκδηλώνεται σε συγκεκριμένο πλαίσιο και συνθήκες (Ισαρη & Πουρκός, 2015 Μαγγόπουλος, 2015).

Τα ερευνητικά εργαλεία που αξιοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων αποτέλεσαν η παρατήρηση (μη συμμετοχική), οι «περιγραφικές» σημειώσεις πεδίου (Creswell, 2016), η ηχογράφηση διδασκαλίας και η ημιδομημένη συνέντευξη των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών. Ο σχεδιασμός της ερευνητικής διαδικασίας πραγματοποιήθηκε σε δύο φάσεις την αρχική και την κύρια φάση.

4.3 Α Φάση έρευνας

Για τη διενέργεια της παρούσας έρευνας, κρίθηκε απαραίτητο στην πρώτη φάση να γίνει μια αρχική διερεύνηση του θέματος για να ανιχνευθεί σε μικροεπίπεδο το αντικείμενο της έρευνας και οι μικροαλληλεπιδράσεις, ώστε να γίνουν πιο ορατά/σαφή τα δεδομένα που αναζητούνται και να σχεδιαστούν τα εργαλεία της έρευνας με κριτήριο να χαρακτηρίζονται από πρακτικότητα, οικονομία, αξιοπιστία και εγκυρότητα. Επιδίωξη σε αυτή τη φάση ήταν να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα του μεθοδολογικού σχεδιασμού που ακολουθήθηκε ως προς την εφαρμογή, ώστε να μπορέσουν να αναδειχτούν όσο το δυνατόν καλύτερα οι διαστάσεις των διδακτικών πρακτικών που αναζητούμε και να αποτυπωθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια.

(α) Το δείγμα αυτής της φάσης επιλέχθηκε με βολική δειγματοληψία (δείγμα ευκολίας). Κριτήρια αποτέλεσαν οι εκπαιδευτικοί να διδάσκουν στις δύο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού καθώς στα μαθηματικά αυτών των τάξεων παρουσιάζονται ευδιάκριτα διαδικασίες του μαθηματικού γραμματισμού/επιστήμης και να υπάρχει δυνατότητα πρόσβασης στην τάξη από την ερευνήτρια. Γι' αυτό το λόγο η πρώτη φάση διεξήχθη στο σχολείο που εργάζεται η ερευνήτρια με τη εθελοντική συμμετοχή δύο έμπειρων, με πολυετή υπηρεσία, εκπαιδευτικών με τους οποίους υπάρχει χρόνια συνεργασία στα πλαίσια της ανταλλαγής παιδαγωγικών πρακτικών και εκπαιδευτικών εμπειριών.

(β) Εργαλεία συλλογής δεδομένων: Στην προσπάθεια να ανιχνευτούν τα χαρακτηριστικά του μαθηματικού γραμματισμού τα οποία συνιστούν πεδίο συγκρότησης ενός μαθηματικά εγγράμματος, δημοκρατικού και κριτικού μελλοντικού πολίτη αξιοποιήθηκε μεθοδολογικά η ποιοτική εμπειρική έρευνα, προκειμένου να συγκεντρωθούν όσο το δυνατόν περισσότερα δεδομένα σχετικά με τις διδακτικές πρακτικές που οι εκπαιδευτικοί προκρίνουν και υιοθετούν μέσα από ρητές όσο και σιωπηρές παραδοχές. Το θέμα και οι στόχοι της συγκεκριμένης μελέτης καθόρισαν και την κατασκευή των ερευνητικών εργαλείων και την τεχνική της ανάλυσης των δεδομένων στη βάση της ποιοτικής έρευνας. Έτσι, η συλλογή των δεδομένων βασίστηκε αρχικά σε ένα ευρύτερο πλέγμα προβληματισμών που έδωσε η βιβλιογραφική αναζήτηση με κεντρικές οπτικές,

- την κοινωνικοπολιτική διάσταση της εκπαίδευσης. Αφορά στους παράγοντες/κυρίαρχους κανόνες που διαμεσολαβούν διαμορφώνοντας δομικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού νοήματος που συγκροτούνται στην τάξη (κοινωνικομαθηματικές νόρμες, αναγνώριση σεβασμών ιδεών των μαθητών-ατομική, συλλογική διαπραγμάτευση-επικύρωση γνώσης, διαχείριση μαθηματικού περιεχομένου) και καθορίζουν ζητήματα πρόσβασης όλων των μαθητών (εμπόδια συμμετοχής)

- τις σχέσεις εξουσίας/αυθεντίας που μορφοποιούνται και αναδεικνύονται στην τάξη σε σχέση με τη συγκρότηση γνώσης, δηλαδή, το μίρασμα ευθυνών, πώς διαχειρίζεται ο/η εκπαιδευτικός τις συνεισφορές των μαθητών, την αμφισβήτηση, τους κριτικούς προβληματισμούς, τη λήψη αποφάσεων.
- τη σχέση μαθηματικού γραμματισμού και δημοκρατικού πλαισίου συγκρότησης των εννοιών, ατομικά ή συνεργατικά, τη διαμαθητική επικοινωνία/διαπραγμάτευση
- τη γνώση ως συλλογικό προϊόν, στην κατεύθυνση από την ατομική στη συνεργατική διαδικασία συγκρότησής της
- την πρόσβαση όλων των μαθητών στη διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος,
- τη μαθηματική ενδυνάμωση (γνωστική και σημειωτική) που αναφέρεται στη σαφή γνώση και τη λειτουργική της αξιοποίηση στην "αρένα" των σχολικών μαθηματικών, καθώς και στην ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών που αναφέρεται στη χρήση των μαθηματικών ως εργαλείο κριτικής είτε αφορά στις εμπειρίες είτε στη διασύνδεση μαθηματικής δραστηριότητας με κοινωνικά ζητήματα/διεπιστημονικότητα (Ernest, 2002)
- το ρόλο του εκπαιδευτικού σε σχέση με τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί στην παραπάνω κατεύθυνση, να προσανατολίζεται στη σκέψη/ιδέες του μαθητή και να την/τις αξιοποιεί ως πόρο γνώσης, να ενθαρρύνει τη μαθηματική αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών και τη συνεργατική επεξεργασία των εννοιών, να διαχειρίζεται τα μαθηματικά ως δυναμικά εξελισσόμενη κατασκευή.

Το εργαλείο της παρατήρησης: Στην πρώτη φάση της εμπειρικής έρευνας πραγματοποιήθηκε παρατήρηση, έχοντας η ερευνήτρια το ρόλο της αμέτοχης παρατηρήτριας (nonparticpant observer) (Creswel, 2016) στην τάξη των δύο εκπαιδευτικών και συλλογή των εμπειρικών δεδομένων με σημειώσεις κατά τη διάρκεια της παρατήρησης σε ενότητες που οι εκπαιδευτικοί καθόρισαν. Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν χωρίς άξονες, με βασικό στόχο να καταγραφούν ο τύπος και η συχνότητα των διδακτικών πρακτικών που συνδέονται με διδακτικές όψεις, όπως με την ανταπόκριση του εκπαιδευτικού και τη διαχείριση των συνεισφορών των μαθητών κατά την εξέλιξη της μαθηματικής δραστηριότητας (π.χ. ενέργειες-οδηγίες-έλεγχος-ενεργή ακρόαση, αιτιολογήσεις, ερμηνεία ή ολοκλήρωση σκεπτικού μαθητών, διαχείριση μη έγκυρων συνεισφορών) με έμφαση στην αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητή ως προς το βαθμό αναγνώρισης, υποστήριξης και αξιοποίησης των προσωπικών διαδρομών των μαθητών (π.χ. προσανατολισμός στο σκεπτικό του μαθητή, ανάδειξη και αξιοποίηση ως πόρο γνώσης, διαχείριση ερωτήσεων αναμενόμενων και μη) και μεταβίβασης ευθυνών στους μαθητές στη λήψη αποφάσεων και στην κατασκευή της γνώσης στην τάξη των μαθηματικών.

Σε κάθε διδασκαλία η ερευνήτρια καθόταν στο πίσω μέρος της τάξης, ώστε να έχει ελεύθερο το οπτικό πεδίο και να είναι διακριτική η παρουσία της, κρατώντας σημειώσεις για τα διάφορα περιστατικά που συνέβαιναν μέσα στην τάξη κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Στο τέλος κάθε παρατήρησης κατέγραφε τα βασικότερα σημεία της διδασκαλίας που είχε επισημάνει με περισσότερες λεπτομέρειες διαμορφώνοντας ένα συγκεντρωτικό αρχείο παρατηρήσεων ως προς το μαθησιακό περιβάλλον (κουλτούρα-νόρμες) και τις διδακτικές πρακτικές (π.χ. ενέργειες-δράσεις του εκπαιδευτικού) που υιοθετούσαν οι εκπαιδευτικοί κατά την αλληλεπίδραση με τους μαθητές στη διαπραγμάτευση και συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών τα οποία αξιοποιούνταν στη συνέχεια στην ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων. Οι παρατηρήσεις και οι περιγραφικές σημειώσεις πεδίου που ελήφθησαν κατά τη διάρκεια του μαθήματος της διδασκαλίας των μαθηματικών από την παρατήρηση στην τάξη διήρκησαν από τα μέσα του Φλεβάρη μέχρι το τέλος του Μάρτη του 2019 με βάση τις δυνατότητες της

ερευνήτριας και την ολοκλήρωση των χαρακτηριστικών της τάξης και των παρατηρούμενων πρακτικών.

Ζητήθηκαν πληροφορίες από τους εκπαιδευτικούς σχετικά με τη σύνθεση και το κοινωνικοοικονομικό προφίλ του μαθητικού δυναμικού των συγκεκριμένων τάξεων, την γενική επίδοση των παιδιών και την επίδοση στα μαθηματικά καθώς και την φοίτηση μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά. Από τη διαδικασία της παρατήρησης, επισημάνθηκαν διδακτικές πρακτικές και στοιχεία σχετικά με την οργάνωση της διδασκαλίας και της τάξης: το κλίμα μάθησης και διδασκαλίας (μορφή, μεθοδολογική προσέγγιση και επεξεργασία των μαθηματικών εννοιών, τρόποι αναπαράστασης και της χρήσης μέσων), τη διαχείριση του σχολικού βιβλίου των μαθηματικών, τη μαθηματική επικοινωνία εκπαιδευτικού – μαθητών αλλά και τις δυνατότητες επικοινωνίας των μαθητών μεταξύ τους, τη σύνδεση των εννοιών με τις εμπειρίες των μαθητών, τις μαθηματικές διεργασίες σχετικά με την αξιοποίηση της διαισθητικής ή μη «έγκυρης γνώσης» των μαθητών, τους ρητούς και άρρητους κανόνες που διέπουν τη μαθηματική επεξεργασία και επικοινωνία, στοιχεία, που συνιστούν ιδιαίτερες πτυχές της κατασκευής του μαθηματικού νοήματος.

Σταδιακά, άρχισε να σκιαγραφείται το πλαίσιο λειτουργίας της τάξης και τα ποικίλα χαρακτηριστικά της διδακτικής διαδικασίας των μαθηματικών που αναπτύσσονται στην τάξη, όπως, το επαγγελματικό προφίλ του εκπαιδευτικού το κοινωνικοοικονομικό προφίλ των μαθητών, το περιβάλλον μάθησης που περιλαμβάνει τη μορφή και οργάνωση τάξης, τα μέσα και τους τρόπους αναπαράστασης, το κλίμα μάθησης και διδασκαλίας στην τάξη, την οργάνωση διδασκαλίας, τις μαθηματικές διεργασίες, τη μαθηματική αλληλεπίδραση και τους κοινωνικομαθητικούς κανόνες-νόρμες. Στη συνέχεια, από τις διδασκαλίες στις οποίες έγινε η παρατήρηση, επελέγησαν ορισμένα αντιπροσωπευτικά διδακτικά αποσπάσματα (critical excerpts) τα οποία αφορούσαν σε χαρακτηριστικές πτυχές του μαθηματικού γραμματισμού όπως αναφέρεται παραπάνω και επισημάνθηκαν οι διδακτικές πρακτικές που εμφανίζονταν σε ενέργειες ή αλληλεπιδράσεις του εκπαιδευτικού με τους μαθητές κατά τη διαχείριση της μαθηματικής δραστηριότητας με βάση τους παραπάνω προβληματισμούς. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή τη φάση εντοπίστηκε μία ποικιλία διδακτικών πρακτικών από την οποία η ερευνήτρια εστίασε σε αυτές που ανταποκρίνονταν στο αντικείμενο μελέτης και μπορούν να διακριθούν αδρομερώς σε τρεις ομάδες, διδακτικές πρακτικές σε σχέση με τις γνωστικές πτυχές του γραμματισμού, τη σύνδεση των εννοιών με άλλα πεδία επιστημονικά και τη διαχείριση του ρόλου, ως ακολούθως:

- ολοκλήρωση της σκέψης του μαθητή,
 - δυνατότητα αιτιολογήσεων των απαντήσεων,
 - ερμηνεία των απαντήσεων των μαθητών,
 - αξιοποίηση/σύνδεση με την εμπειρία των μαθητών,
 - ενεργή συμμετοχή όλων των μαθητών
 - εξαγωγή συμπερασμάτων/αναστοχασμούς
-
- σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με κοινωνικά ζητήματα ή άλλα επιστημονικά πεδία
 - μαθηματική επικοινωνία-αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών,
-
- επικύρωση της γνώσης,
 - αναμονή καθορισμένων απαντήσεων,
 - διαχείριση εναλλακτικών προσεγγίσεων των μαθητών,
 - ατομική και συνεργατική επεξεργασία

- έλεγχος της δραστηριότητας,
- διαχείριση της λήψης αποφάσεων,
- διαχείριση γνωστικών συγκρούσεων και προβληματισμών των μαθητών,
- διαφοροποίηση διδασκαλίας σε μαθητές με δυσκολίες πρόσβασης στο μαθηματικό νόημα,
- διαχείριση του ρόλου του εκπαιδευτικού ως επιστημολογικός φορέας-αυθεντία,

Οι διδακτικές πρακτικές που επισημάνθηκαν, συστηματοποιήθηκαν σε θεματικές ενότητες/άξονες (ανοιχτή κωδικοποίηση) (Τσιώλης, 2014), διαμορφώνοντας μια πιο μεγάλη εικόνα των δεδομένων, η οποία οργανώνονταν και επαναοργανώνονταν με στόχο να προσδιοριστούν τα επαναλαμβανόμενα θεματικά μοτίβα (ως προς τη διαχείριση στοιχείων του μαθηματικού γραμματισμού, τη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου, τη διαχείριση πρόσβασης όλων των μαθητών και τις σχέσεις εξουσίας-αυθεντίας) και να συστηματοποιηθούν και να οριοθετηθούν όσο πιο ευδιάκριτα είναι δυνατόν οι διδακτικές πρακτικές εντός των θεματικών ενοτήτων. Ακολούθησε ο σχολιασμός των επιλεγμένων διδακτικών αποσπασμάτων (critical excerpts) με βάση το θεωρητικό πλαίσιο των προσανατολισμών ακρόασης (Davis, 1997) και της επιστημολογικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης των Ernest (2002) και Belenky et al., (1997) μέσα από τις πιο χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές που εμφανίζονταν στην τάξη με γνώμονα τους προβληματισμούς της μελέτης ενώ διαμορφώθηκε το εργαλείο της συνέντευξης των εκπαιδευτικών της αρχικής φάσης, προκειμένου να ανιχνευτούν και να φωτιστούν όψεις των διδακτικών τους πρακτικών και να γίνουν κατανοητές από την ερευνήτρια οι πρακτικές που επισημάνθηκαν.

Το εργαλείο της συνέντευξης: Σ' αυτή τη φάση διαμορφώθηκαν δεκατρείς ερωτήσεις για τους δύο εκπαιδευτικούς και επιπλέον τέσσερις που αφορούσαν σε διαφορετικές διδακτικές πρακτικές και προσεγγίσεις που παρατηρήθηκαν σε κάθε τάξη ξεχωριστά με στόχο να κατανοηθούν με βάση και τις δικές τους ερμηνείες. Η συνέντευξη πραγματοποιήθηκε τον Ιούνιο του 2019 και διήρκεσε 90 λεπτά περίπου η κάθε μία. Οι εκπαιδευτικοί της αρχικής φάσης κλήθηκαν να σχολιάσουν συγκεκριμένες πρακτικές που υιοθετούσαν οι εκπαιδευτικοί και πώς νοηματοδοτούν προσωπικά οι ίδιοι επιδιώξεις και προσδοκίες, ώστε να γίνει περισσότερο κατανοητή η λειτουργία της διδακτικής πρακτικής που υιοθετεί ο/η εκπαιδευτικός και στην οποία συγκεντρώνεται η προσοχή για τις αναζητήσεις της μελέτης. Οι ερωτήσεις ομαδοποιήθηκαν με βάση την αρχική κωδικοποίηση των δεδομένων της παρατήρησης, χωρίς απαραίτητα διακριτά μέρη στη διαδικασία της συνέντευξης, δηλαδή, υπήρχαν δυνατότητες αλληλοσυμπληρώσεων και αλληλοκαλύψεων των ερωτήσεων όπου χρειαζόταν ώστε να υπηρετηθεί μια συνολική και πληρέστερη εικόνα. Επιπλέον, σε αυτή τη φάση, η διενέργεια συνέντευξης, στοχεύει στη διαπίστωση ζητημάτων που σχετίζονται με τη λειτουργικότητα των ερωτήσεων, τη διάρκεια της συνέντευξης, τον εντοπισμό μη κατανοητών ερωτήσεων, ασαφειών ή παρερμηνειών που εμποδίζουν την εξαγωγή συμπερασμάτων ή απαιτείται να γίνουν βελτιωτικές τροποποιήσεις (Creswell, 2016). Έτσι,

- Το πρώτο μέρος της συνέντευξης περιελάμβανε ερωτήσεις που αφορούσαν στις κυρίαρχες και πιο χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές ως προς τη διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού, όπως αναφέρθηκαν παραπάνω.
- Το δεύτερο μέρος επικέντρωνε στις διδακτικές πρακτικές σε σχέση με τη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου των μαθηματικών.
- Το τρίτο μέρος αφορούσε στις διδακτικές πρακτικές σε σχέση με τη διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης των μαθητών με την έννοια της προσωπικής διαδρομής κατανόησης στη μαθηματική επεξεργασία και διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος
- και το τέταρτο μέρος εστίαζε στις σχέσεις εξουσίας που αναπτύσσονται στην τάξη των

μαθηματικών και στη μετατόπιση της ευθύνης/εξουσίας στους μαθητές ώστε να συγκροτούν οι ίδιοι το μαθηματικό νόημα (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II).

Στη συνέχεια το υλικό των συνεντεύξεων αφού μεταγράφηκε, συστηματοποιήθηκε και ανασυγκροτήθηκε σταδιακά με διαφορετικούς τρόπους στην προσπάθεια ακριβών αποτυπώσεων σε άξονες στους οποίους μπορούσαν να ενταχθούν οι διδακτικές πρακτικές που διερευνώνται.

(γ) Ανάλυση δεδομένων: Τα δεδομένα που συγκεντρώθηκαν από τις σημειώσεις πεδίου και την παρατήρηση στην τάξη καθώς και τα φύλλα συνεντεύξεων οργανώθηκαν και μεταγράφηκαν σε δεδομένα κειμένου (Creswell, 2016). Ακολούθησε ποιοτική ανάλυση σύμφωνα με την οποία τα δεδομένα μελετήθηκαν και κωδικοποιήθηκαν διδακτικά αποσπάσματα με βάση τους τέσσερις άξονες ώστε να συνδέονται και να απαντούν στα ερευνητικά ερωτήματα ως προς τα χαρακτηριστικά του προσανατολισμού ακρόασης που συγκεντρώνουν οι διδακτικές πρακτικές κάθε εκπαιδευτικού, τις διδακτικές πρακτικές και πώς επιδρούν στη διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού, στη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου (μαθηματικό περιεχόμενο, αντιλήψεις) στη διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης και στις σχέσεις εξουσίας που διαμορφώνονται στην τάξη, καθώς και συνολικά στην επιστημολογική ενδυνάμωση (μαθηματική και κοινωνική) των μαθητών. Για την ανάλυση των δεδομένων ορίστηκε μία συγκεκριμένη μονάδα ανάλυσης η οποία καθορίστηκε με βάση το σκοπό και τους στόχους της έρευνας και σχεδιάστηκαν τρία πρωτόκολλα παρατήρησης και ανάλυσης με βάση τα παραπάνω:

Πρωτόκολλο 1 – Διδακτικό επεισόδιο/απόσπασμα: Μονάδα ανάλυσης αποτέλεσε το διδακτικό απόσπασμα (critical excerpt), το οποίο ορίστηκε, ως ένα απόσπασμα διαλόγων και δράσεων του/της εκπαιδευτικού και των μαθητριών/τών μικρό ή ευρύτερο νοηματικά ολοκληρωμένο γύρω από την νοηματοδότηση των μαθηματικών εννοιών με κριτήριο ότι σε αυτό εντοπίζονται διδακτικές πρακτικές σχετικές με τις αναζητήσεις της εργασίας. Η μελέτη ενός κρίσιμου διδακτικού αποσπάσματος (critical excerpt) επισημαίνει σημαντικές στιγμές στις διαδικασίες μάθησης στην τάξη, είτε μεταξύ μαθητών είτε μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών (Sfard, Forman, & Kieran, 2008) τις οποίες καλείται να αντιμετωπίσει ο εκπαιδευτικός στην καθημερινή πρακτική. Παρέχει αναστοχαστικές ευκαιρίες για τη βελτίωση της διδασκαλίας καθώς δίνει τη δυνατότητα να επικεντρωθεί σε σημαντικές μαθηματικές πτυχές (Choy, 2014) του αποσπάσματος, αξιοποιώντας το στην κατεύθυνση της επαγγελματικής ανάπτυξης (Hole & McEntee, 1999).

Πρωτόκολλο 2 - Σχετικότητα των συνεισφορών των μαθητών: Υιοθετήθηκε η κωδικοποίηση περί σχετικότητας των συνεισφορών, των Fernandez, Yoshida και Stigler (1992), από τους οκτώ τύπους σχέσεων που οι ερευνητές προσδιόρισαν: 1. Σχέσεις μεταξύ των στόχων, 2. Σχέσεις μεταξύ στόχων και ρυθμίσεων, 3. Σχέσεις μεταξύ στόχων και δράσεων, 4. Σχέσεις μεταξύ αποτελεσμάτων και στόχων, 5. Σχέσεις μεταξύ ενεργειών και αποτελεσμάτων, 6. Σχέσεις μεταξύ ενεργειών και ρυθμίσεων, 7. Σχέσεις μεταξύ ρυθμίσεων και αποτελεσμάτων και 8. Σχέσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων, ανάμεσα στους στόχους (ρητούς ή υπονοούμενους) των εκπαιδευτικών για το διδακτικό αντικείμενο και την ανταπόκρισή τους στις συνεισφορές των μαθητών, σύμφωνα με την οποία μπορεί κανείς να κρίνει αν είναι:

1. Σχετικές, επομένως, αναμενόμενες και κρίσιμες για τη μάθηση (σχετίζονται με το μαθησιακό περιεχόμενο)

2. Σχετικές για την κριτική κατανόηση, αλλά εξαρτώμενες από το στόχο των εκπαιδευτικών, οπότε θεωρούνται μη αναμενόμενες (unexpected) συνεισφορές/ιδέες και δεν αξιοποιούνται παραγωγικά στη ροή του μαθήματος.

Ελλείπει ρητών ή σιωπηρών στόχων των εκπαιδευτικών, οι Fernandez et al. (1992) θεωρούν ότι τα χαρακτηριστικά ενός μαθήματος που διευκολύνουν τη νοηματοδότηση και κατανόηση των μαθηματικών ιδεών με συνεκτικό τρόπο συνδέονται στενά. Διευκολύνουν την αποτελεσματική διδασκαλία, την εκμάθηση περιεχομένου και επιτρέπουν στους μαθητές να είναι δημιουργοί και να κατασκευάσουν τις μαθηματικές γνώσεις. Η ανταπόκριση των εκπαιδευτικών στις συνεισφορές των μαθητών επηρεάζεται από τους προσανατολισμούς ακρόασής τους (Davis, 1997). Ως εκ τούτου, ενδιαφέρει και ο βαθμός στον οποίο οι προσανατολισμοί αυτοί οδηγούν σε μια δημοκρατική τάξη μαθηματικών και στην ενδυνάμωση της τάξης (Fernandez, Yoshida, & Stigler, 1992).

Πρωτόκολλο 3 - Προσανατολισμός ακρόασης/σχέσεις εξουσίας: Παρόλο που υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ακούσουν τις μαθηματικές ιδέες των μαθητών τους, αξιοποιούμε την πρόταση του Davis (1997, 2008) ο οποίος διακρίνει τρεις διαφορετικούς προσανατολισμούς που οι εκπαιδευτικοί υιοθετούν στην κατεύθυνση της ακρόασης στην τάξη των μαθηματικών: ο «αξιολογητικός» (evaluative), ο «ερμηνευτικός/επεξηγηματικός» (interpretive) και ο «ερμηνευτικός/μετασχηματιστικός» (hermeneutic) σημειώνοντας ότι δεν είναι όλοι οι προσανατολισμοί ευνοϊκοί στην κατεύθυνση της δημοκρατικής συγκρότησης των εννοιών, της ανάδειξης της σκέψης των μαθητών και της ατομικής και συλλογικής ενδυνάμωσης του μαθητή. (Davis, 1997, 2008· Mhlolo & Schafer, 2012· Cobb & Yackel, 1998)

Από τον Ernest (2002) επιλέγονται οι δύο τελευταίοι παράγοντες επιστημολογικής ενδυνάμωσης που αφορούν στη μετατόπιση των σχέσεων εξουσίας/αυθεντίας ώστε ο εκπαιδευτικός να ακούει τους μαθητές σε βάθος και να τους επιτρέπει να κάνουν και να εκφράζουν κρίσεις και να αξιολογούν τις συνεισφορές τους και στη μετατόπιση από τις ατομικές ανταγωνιστικές εργασίες προς την κατεύθυνση μεγαλύτερης ανταλλαγής ομάδων των μαθηματικών ιδεών δίνοντας τη δυνατότητα να νοηματοδοτηθούν με δημοκρατικό τρόπο οι μαθηματικές έννοιες και την αίσθηση της προσωπικής δημιουργίας (ερμηνεία, αιτιολόγηση, λήψη αποφάσεων, συνεργατικές πρακτικές).

Συνοψίζοντας τη μεθοδολογική διαδικασία της αρχικής φάσης, διαμορφώθηκε από τις σημειώσεις παρατήρησης στην τάξη των μαθηματικών το προφίλ λειτουργίας της τάξης και οργανώθηκε ένα πλαίσιο διδασκαλίας και μάθησης. Από τις διδασκαλίες επιλέχτηκαν διδακτικά αποσπάσματα με κριτήριο να ανταποκρίνονται στα τρία πρωτόκολλα που διαμορφώθηκαν για τους σκοπούς συλλογής και ανάλυσης δεδομένων, δηλαδή, αντιπροσωπευτικά διδακτικά αποσπάσματα είτε μικρά είτε ευρύτερα, για την ανάλυση των παρατηρούμενων διδακτικών πρακτικών κρίσιμα για τη μάθηση και την κριτική κατανόηση, με κέντρο βάρους τον προσανατολισμό ακρόασης (Davis, 1997, 2008) των εκπαιδευτικών σε συνάρτηση με τους παράγοντες ενδυνάμωσης/χειραφέτησης (Ernest, 2002· Belenky, et al., 1997) εντός του πλαισίου της συγκεκριμένης θεωρητικής μελέτης για την ανάδειξη των διαστάσεων που αναζητούνται. Στη συγκεκριμένη φάση οι διδακτικές πρακτικές που εντοπίστηκαν σε σχέση με το θεωρητικό πλαίσιο κυρίως εντάσσονταν στον πρώτο προσανατολισμό ακρόασης με ορισμένα στοιχεία από το δεύτερο και εκτείνονταν μέχρι το στάδιο της συναρτώμενη/συνδεδεμένη γνώση (connected knowing) ως προς την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών. Επιπλέον, οι διδακτικές πρακτικές που αναγνωρίστηκαν αποτυπώθηκαν σε ένα αρχικό σχεδιάγραμμα που υπηρετούσε το θεωρητικό πλαίσιο δηλαδή, τις διδακτικές πρακτικές που εντοπίζονται στους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης σε συνδυασμό με την επιστημολογική ενδυνάμωση, με στόχο την κωδικοποίησή τους στους τέσσερις άξονες και την

κατασκευή συστημικού δικτύου διδακτικών πρακτικών στην επόμενη φάση της έρευνας ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#)).

4.4 Β Φάση έρευνας – Κύρια έρευνα

4.4.1 Δείγμα-Συμμετέχοντες/συμμετέχουσες

Τον Ιανουάριο του 2020 ακολούθησε η δεύτερη φάση της μελέτης, η κύρια έρευνα, σε τέσσερα τμήματα της Ε και Στ τάξης του αστικού ιστού της Θεσσαλονίκης από το διάστημα Ιανουαρίου ως τις αρχές Μάρτη του 2020, οπότε και διακόπηκε η συλλογή δεδομένων λόγω πανδημίας (Covid 19). Οι τέσσερις εκπαιδευτικοί που συμμετέχουν έχουν εμπειρία πάνω από 20 χρόνια στη διδασκαλία με επιμορφώσεις/μεταπτυχιακές σπουδές και συμμετοχή σε τρέχοντα επιμορφωτικά προγράμματα. Η επιλογή έγινε στη βάση της σκόπιμης δειγματοληψίας. Ακολούθησε η ίδια διαδικασία μη συμμετοχικής παρατήρησης με καταγραφή «περιγραφικών» σημειώσεων πεδίου, όπως περιγράφηκε στην πρώτη φάση. Έγινε ηχογράφηση δύο διδασκαλιών του Σωτήρη και Ευγενίας διάρκειας δύο διδακτικών δώρων η καθεμία, ενός διδακτικού δώρου για την τρίτη διδασκαλία της Σοφίας και μίας διδακτικής ώρας για τον Γιώργο, εκπαιδευτικό της Στ τάξης.

Αφού έγιναν οι μεταγραφές των ηχογραφημένων διδασκαλιών σε κείμενο, μελετήθηκαν και προσδιορίστηκαν, σύμφωνα με τη διαδικασία της πρώτης φάσης, τα κρίσιμα αποσπάσματα (critical excerpts) στα οποία παρατηρούνταν ενέργειες ή αλληλεπιδράσεις του εκπαιδευτικού με τους μαθητές στα οποία, εντοπιζόνταν κυρίαρχες και χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές, που αφορούσαν στους προβληματισμούς της μελέτης. Το κριτήριο για την επιλογή των διδακτικών αποσπασμάτων αποτέλεσε ότι βρίσκονταν στον πυρήνα του μαθηματικού αντικειμένου και ήταν συνεπώς κρίσιμο για την εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (ενεργή εμπλοκή, αιτιολόγηση ιδεών, αξιοποίηση αναδυόμενων διαισθητικών γνώσεων, διαμαθητική μαθηματική επικοινωνία-αλληλεπίδραση) από τους μαθητές και τη διαπραγματευτική/δημοκρατική συγκρότηση του νοήματος (αμοιβαία αλληλεπίδραση, αναγνώριση σκέψης των μαθητών ως πόρο γνώσης, εκχώριση ευθυνών, λήψη αποφάσεων). Στη συνέχεια απομονώθηκαν τα διδακτικά αποσπάσματα από το ενιαίο κείμενο και ακολούθησε η διαδικασία ένταξης με βάση τις θεματικές ενότητες που σχηματοποιήθηκαν στην Α φάση. Στη συνέχεια εντοπίστηκαν και επισημάνθηκαν επιπλέον διδακτικές πρακτικές που υιοθετούσαν οι εκπαιδευτικοί και αναλύθηκαν με βάση το πλαίσιο που διαμορφώθηκε στην προηγούμενη φάση.

Οι σημειώσεις πεδίου έδωσαν μια πιο συνολική εικόνα και περιγραφή της λειτουργίας της τάξης στη διδασκαλία των μαθηματικών. Αξιοποιήθηκαν βοηθητικά κατά την ανάλυση των διδασκαλιών, προκειμένου να κατανοηθούν, να σχολιαστούν και να ερμηνευτούν αποτελεσματικότερα οι διδακτικές πρακτικές που εντοπιζόνταν στη διδασκαλία.

Ως προς το τελικό ερωτηματολόγιο, με βάση την ανατροφοδότηση της διαδικασίας της συνέντευξης με τους δύο εκπαιδευτικούς της αρχικής φάσης, έγιναν τροποποιήσεις του ερωτηματολογίου με διαμόρφωση και σύμπτυξη ορισμένων ερωτήσεων ώστε να μην γίνονται επαναλήψεις ή επικαλύψεις με στόχο την οικονομία του χρόνου συνέντευξης και την επικέντρωση στους στόχους και τα ερωτήματα της μελέτης. Έτσι, επιλέχθηκαν από το αρχικό ερωτηματολόγιο και διαμορφώθηκαν εννιά ερωτήσεις με υποερωτήματα σε ορισμένες από αυτές προκειμένου να διερευνηθούν και να γίνουν κατανοητές οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούσαν οι εκπαιδευτικοί της έρευνας και οι οποίες εντάσσονταν στη βασική κωδικοποίηση των τεσσάρων θεματικών εννοιών/αξόνων. Η τελική φάση της έρευνας ολοκληρώθηκε με τη συνέντευξη των τεσσάρων εκπαιδευτικών τον Ιούνιο του 2020.

Ακολούθησε ανάλυση και ερμηνευτική προσέγγιση των ευρημάτων καθώς και συνολική αποτίμηση των διδακτικών πρακτικών που αξιοποιεί κάθε εκπαιδευτικός ενώ διαμορφώθηκε μια σχηματική αποτύπωση των διδακτικών πρακτικών, που υιοθετούν οι τέσσερις εκπαιδευτικοί και κατασκευάστηκαν τα συστημικά δίκτυα πρακτικών τους ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#)) με βάση τα χαρακτηριστικά των τριών προσανατολισμών ακρόασης του Davis και τους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest. Η δομή που ακολουθήθηκε για το σχολιασμό των διδακτικών πρακτικών και την ανάλυση των αποτελεσμάτων ακολουθεί τους άξονες που σχεδιάστηκαν στο ερευνητικό εργαλείο της Α φάσης.

4.4.2 Μεθοδολογία ανάλυσης και ερμηνείας των δεδομένων

Μία από τις διαστάσεις της ποιοτικής έρευνας είναι η ερμηνευτική θεωρητική οπτική, με την οποία ο/η ερευνητής /τρια προσεγγίζει με συστηματικό τρόπο θέματα και ιδέες, νοηματοδοτώντας μέσα από μια ευρύτερη υποκειμενική διάσταση το φαινόμενο που μελετά, με στόχο να δώσει απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης (Creswell, 2016· Ισσαρη & Πουρκός, 2015). Για την ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων- των περιγραφικών σημειώσεων, των ηχογραφημένων διδασκαλιών και των συνεντεύξεων - υιοθετήθηκε στην παρούσα εργασία ένας συνδυασμός της εμπειρικά θεμελιωμένης θεωρίας (Τσιώλης, 2018· Ιωσηφίδης, 2006) η οποία αναπτύσσεται σταδιακά κατά τη διάρκεια της εμπειρικής έρευνας μέσω της συνεχούς αλληλοτροφοδότησης των διαδικασιών ανάλυσης και παραγωγής δεδομένων και της θεματικής/σημασιολογικής ανάλυσης περιεχομένου (Τζάνη & Κεχαγιάς, 2005) που θα οδηγήσουν στην διατύπωση θεωρητικών προτάσεων του ζητήματος σε σχέση με τους τέσσερις άξονες που διαμορφώθηκαν μέσα από τις διαδικασίες της πρώτης και της δεύτερης φάσης. Η θεμελιωμένη θεωρία ως μεθοδολογική πρόταση αποσκοπεί στην παραγωγή που ερευνάται ενώ θεμελιώνεται σε εμπειρικά δεδομένα, τα οποία συλλέγονται σταδιακά. Η μεθοδολογία της «*συναρθρώνει οργανικά την παραγωγή θεωρίας και τη διεξαγωγή κοινωνικής εμπειρικής έρευνας ως τις δύο όψεις της ίδιας διαδικασίας*» (Τσιώλης, 2014) ενώ αναγνωρίζει και υιοθετεί, όπως και στην παρούσα εργασία, την επίδραση του ιστορικοκοινωνικού και πολιτισμικού συγκείμενου που σηματοδοτούν πολλαπλές κατανοήσεις και ερμηνείες των κοινωνικών φαινομένων και διαδικασιών στα οποία συμπεριλαμβάνονται το υποκείμενο της έρευνας και ο ερευνητής (Ιωσηφίδης, 2006).

Η ανάλυση περιεχομένου σύμφωνα με τον Ιωσηφίδη, (2003) μελετά και αναλύει «*την κοινωνική επικοινωνία αλλά κυρίως τις κοινωνικές της προεκτάσεις και συνέπειές της*». Ένα από τα χαρακτηριστικά της πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες ποιοτικές αναλύσεις είναι η «*θεωρητική της ελευθερία*» ή «*ευελιξία*», καθώς δεν προϋποθέτει την αυστηρή δέσμευση των ερευνητών σε καθορισμένες επιστημολογικές θέσεις τις οποίες καλείται να προσδιορίσει ο ίδιος επιστημολογικά και θεωρητικά βάσει των ερευνητικών του ερωτημάτων (Ισσαρη & Πουρκός, 2015· Τσιώλης, 2018). Η ανάλυση εφαρμόζεται στο σύνολο των δεδομένων αλλά εστιάζει περισσότερο στις έννοιες που νοηματοδοτούνται ως αυτοτελές εννοιολογικό περιεχόμενο παρά στο ύφος των αναλυόμενων αντιπροσωπευτικών/χαρακτηριστικών αποσπασμάτων. Περιλαμβάνει τέσσερις φάσεις, τη συλλογή των δεδομένων, τη συστηματοποίηση/κωδικοποίηση, την ανάλυση των δεδομένων και την ερμηνεία των συμπερασμάτων βάση του θεωρητικού πλαισίου που έχει επιλεγεί. Στόχος της ανάλυσης είναι ο εντοπισμός αναγνωρίσιμων χαρακτηριστικών και καταστάσεων που συγκροτούν τα νοηματικά σχήματα του υλικού με σκοπό την εξαγωγή ειδικών και έγκυρων συμπερασμάτων (Τζάνη & Κεχαγιάς, 2005) που στοχεύει και η παρούσα μεθοδολογική διαδικασία.

Η επιλογή των διδακτικών αποσπασμάτων βασίστηκε στην διαδικασία της προηγούμενης φάσης. Με βάση τα πρωτόκολλα που σχεδιάστηκαν αναζητήθηκαν στις διδασκαλίες αντιπροσωπευτικά διδακτικά αποσπάσματα (critical excerpts) μικρά είτε ευρύτερα στα οποία αναγνωρίζονταν χαρακτηριστικά των

προσανατολισμών ακρόασης του Davis στις ενέργειες ή αλληλεπιδράσεις του εκπαιδευτικού με τους μαθητές κατά τη διαχείριση της μαθηματικής δραστηριότητας καθώς και των δύο παραγόντων επιστημολογικής ενδυνάμωσης του Ernest που εστιάζουν α) στη μετατόπιση των σχέσεων εξουσίας ώστε ο εκπαιδευτικός να ακούει τους μαθητές και να τους επιτρέπει να αιτιολογούν, να επιχειρηματολογούν και να αξιολογούν τις συνεισφορές τους και β) στην κατεύθυνση συλλογικής και συνεργατικής κατασκευής των εννοιών και συνολικότερα στο θεωρητικό πλαίσιο της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των Ernest, Belenky, Clinchy, Goldberger και Tarule.

Από τα διδακτικά αποσπάσματα που επιλέχθηκαν σε ένα πρώτο επίπεδο, στη συνέχεια, ακολούθησε ένα δεύτερο επίπεδο επιλογής των αποσπασμάτων εκείνων στα οποία επαναλαμβάνονταν μοτίβα ή κυριαρχούσαν διδακτικές πρακτικές που προσδιόριζαν αντιπροσωπευτικά χαρακτηριστικά των προσανατολισμών ακρόασης και των σχέσεων εξουσίας ή της δυνατότητας δημοκρατικού τρόπου νοηματοδότησης των μαθηματικών εννοιών. Αξιοποιώντας την κωδικοποίηση των διδακτικών πρακτικών στους τέσσερις άξονες της Α φάσης τα τελικά αποσπάσματα επιλέχθηκαν με κριτήρια τις κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών ενώ αναλύονται και διδακτικές πρακτικές που εντοπίστηκαν περιορισμένα/μερικές φορές ή σπάνια τα οποία παρουσιάζουν ενδιαφέρον ή αναδεικνύουν χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές που σχετίζονται με τη διαχείριση στοιχείων του μαθηματικού γραμματισμού, του διδακτικού αντικειμένου, της πρόσβασης όλων των μαθητών είτε με τη μεταβίβαση ευθύνης στους μαθητές. Για την επεξεργασία των δεδομένων έγινε αρίθμηση των μεταγραμμένων διδακτικών αποσπασμάτων κωδικοποίηση στους άξονες και χαρακτηρισμός των διδακτικών πρακτικών, ώστε να είναι ευδιάκριτη η κωδικοποίησή τους. Αντίστοιχη, ήταν και η διαδικασία της ανάλυσης των συνεντεύξεων, καθώς σε διαφορετικά σημεία της συνέντευξης αποτυπώνονταν απαντήσεις που αφορούσαν πολλαπλές κωδικοποιήσεις οπότε ακολούθησε μια ακόμη πιο επιλεκτική διαδικασία. Για παράδειγμα, η μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και οι συνεργατικές πρακτικές αποτυπώνονται σε περισσότερους από έναν άξονα. Η επικύρωση της γνώσης από τον εκπαιδευτικό αποτυπώνεται τόσο στο μαθηματικό γραμματισμό όσο και στις εξουσιαστικές σχέσεις.

Η ερευνητική διαδικασία μπορεί να περιγραφεί ως μια δυναμική διαδικασία στην οποία τα δεδομένα συστηματοποιήθηκαν, κωδικοποιήθηκαν και στη συνέχεια οργανώθηκαν σε τέσσερις θεματικές ενότητες/άξονες με στόχο να εντάσσουν όσο γίνεται πιο ευδιάκριτα τις διδακτικές πρακτικές. Τα τελικά αποσπάσματα που επιλέχθηκαν χαρακτηρίζονταν ή εντάσσονταν στους άξονες που είτε υποδεικνύονταν από τη βιβλιογραφία (ανάλυση περιεχομένου) είτε κρίνονταν ως χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές των συμμετεχόντων (θεματική ανάλυση). Εδώ χρειάζεται να τονιστεί ότι αυτή η διαδικασία απαιτούσε πολλές αναγνώσεις, καθώς κάθε απόσπασμα δεν οριοθετούνταν ξεκάθαρα ή δεν εντασσόταν απαραίτητα σε έναν μόνο από τους τέσσερις άξονες/ενότητες διδακτικών πρακτικών που σχεδιάστηκαν. Συχνά, εντοπίζονταν πρακτικές που μπορούσαν να ενταχθούν σε περισσότερες από μία θεματικές ενότητες/άξονες. Για πρακτικούς λόγους επιλέχθηκε να ενταχθούν σε έναν άξονα αλλά κατά την διαδικασία ανάλυσης σημειώνονταν στοιχεία που αντιστοιχούσαν και σε άλλη κωδικοποίηση καθώς συνηγορούσαν στην αποτύπωση της συνολικής ερμηνείας των διδακτικών πρακτικών. Με βάση τις πιο κυρίαρχες και χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές οργανώθηκε και αναδιοργανώθηκε σε κάθε φάση το ερωτηματολόγιο και προσαρμόστηκε στις παρατηρούμενες διδακτικές πρακτικές με όμοιες ερωτήσεις στους εκπαιδευτικούς που παρατηρούνταν παρόμοιες διδακτικές πρακτικές και διαφοροποιήσεις στις ερωτήσεις για τους εκπαιδευτικούς που υιοθετούσαν διαφορετικές διδακτικές πρακτικές ώστε να ανταποκρίνονται στα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης και τα αποτελέσματα

συγκρίθηκαν με βάση τις αντίστοιχες βιβλιογραφικές έρευνες. Με βάση την ανάλυση των δεδομένων, οι διδακτικές πρακτικές των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών οργανώθηκαν και κωδικοποιήθηκαν σε άξονες με κοινά χαρακτηριστικά. Για την αναπαράσταση των ευρημάτων που αφορούν στις διδακτικές πρακτικές κατασκευάστηκε ένα συγκεντρωτικό συστημικό δίκτυο διδακτικών πρακτικών για τον/την καθένα/καθεμιά εκπαιδευτικό (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ) ώστε να δίνει μια ενιαία και σαφή απεικόνιση των διδακτικών πρακτικών του/της, όπως αυτές οριοθετούνται στο θεωρητικό πλαίσιο της μελέτης, τους τρεις προσανατολισμούς του Davis και τους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest. Στην ουσία δημιουργήθηκε ένα επίπεδο κωδικοποίησης με τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης και ένα δεύτερο επίπεδο με βάση τους τέσσερις θεματικούς άξονες-κατηγορίες που συνέθεταν τους προσανατολισμούς ακρόασης και τους παράγοντες ενδυνάμωσης.

4.5 Ζητήματα δεοντολογίας της ερευνητικής διαδικασίας

Σε μια ποιοτική ερευνητική προσέγγιση η συλλογή δεδομένων αναζητά διεξοδική και σε βάθος περιγραφή των φαινομένων. Η διαδικασία απαιτεί ένα «επαρκές» επίπεδο εμπιστοσύνης ενώ είναι απαραίτητο να στηρίζεται σε ηθικές πρακτικές και να χαρακτηρίζεται από σεβασμό για τα άτομα και το πλαίσιο λειτουργίας στο οποίο λαμβάνει χώρα η μελέτη. Με αυτό το σκεπτικό ζητήματα δεοντολογίας της έρευνας συζητήθηκαν αναλυτικά με τους εκπαιδευτικούς που έλαβαν μέρος στην έρευνα ώστε να διασφαλιστεί η πλήρης ενημέρωσή τους. Εξασφαλίστηκαν οι απαραίτητες άδειες από το υπουργείο παιδείας για μαθητές, εκπαιδευτικούς, σχολικό πλαίσιο όπου διασφαλίστηκε η εθελοντική συμμετοχή και συγκατάθεση τους στην έρευνα, το δικαίωμα τους να αποχωρίσουν οποιαδήποτε στιγμή το επιθυμούν καθώς και ζητήματα ανωνυμίας και σεβασμού της ιδιωτικότητας και προστασίας του απορρήτου των συμμετεχόντων των συγκεκριμένων εκπαιδευτικών πλαισίων. Σημειώνεται, επιπλέον, ότι οι επιφυλάξεις των συμμετεχόντων πολλές φορές είναι ισχυρές ενώ η παρατήρηση στο πεδίο της σχολικής τάξης και η παρουσία του/της ερευνητή/τριας αποτελεί αιτία διάσπασης της προσοχής, ιδιαίτερα όταν καταγράφονται σημειώσεις ή πρωτόκολλα παρατήρησης όσο διακριτικά κι αν γίνεται αυτή (Creswell, 2016).

Παράγοντες που ενισχύουν τη βασιμότητα της έρευνας, αποτελούν η συνέπεια και η προσωπική δεοντολογική στάση της/του ερευνητή/τριας απέναντι στην ίδια την έρευνα και τις ερευνητικές μεθόδους συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων, όπως και η συστηματική και ακριβής τήρηση των μεθοδολογικών βημάτων σε κάθε στάδιο. Μέσα από την παραπάνω διαδικασία οδηγείται και η ερευνητήρια σε μιας μορφής «επιστημολογική αναστοχαστικότητα», στο πλαίσιο της οποίας επαναπροσδιορίζονται οι αξίες, οι ενέργειες, οι προσδοκίες και οι επιλογές κατά τον σχεδιασμό και τη διεξαγωγή της έρευνας, όπου ξεχωριστή σημασία κατέχει η προσωπική αναστοχαστικότητα όσον αφορά τις απόψεις, τις σκέψεις, τους συνειρμούς, τα συναισθήματά, τους προσωπικούς προβληματισμούς και προκαταλήψεις σχετικά με το φαινόμενο που μελετά καθώς και την επίδραση στην προσωπική και επαγγελματική ζωή της (Willig, 2008 στο Ίσσαρη & Πουρκός, 2015).

Κεφάλαιο 5ο Ανάλυση δεδομένων της έρευνας

Εισαγωγικά

Ακολουθώντας τη μεθοδολογική οργάνωση όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε αυτό το κεφάλαιο αναλύονται τα δεδομένα που προέκυψαν από την ερευνητική διαδικασία για τους τέσσερις εκπαιδευτικούς. Διαμορφώνεται σε τρεις ενότητες για κάθε εκπαιδευτικό. Αρχικά σκιαγραφείται το επαγγελματικό και διδακτικό προφίλ κάθε εκπαιδευτικού και το προφίλ της τάξης των μαθηματικών όπου παρουσιάζονται συγκεντρωτικές παρατηρήσεις από τη διαδικασία της παρατήρησης στην τάξη που αφορούν σε βασικά χαρακτηριστικά της διδασκαλίας κάθε εκπαιδευτικού. Προσδιορίζουν το πλαίσιο λειτουργίας καθώς και ποικίλα χαρακτηριστικά της διδακτικής διαδικασίας των μαθηματικών που αναπτύσσονται στην τάξη τα οποία συνιστούν σημαντικές πτυχές της κατασκευής του μαθηματικού νοήματος.

Στη συνέχεια επιλέγονται από τις διδασκαλίες ορισμένα αντιπροσωπευτικά διδακτικά αποσπάσματα και αναλύονται οι διδακτικές πρακτικές που εντοπίζονται σε ενέργειες ή σε αλληλεπιδράσεις τις οποίες καλείται ο/η εκπαιδευτικός να διαχειριστεί οι οποίες εμφανίζονται κυρίως, μερικές φορές/περιορισμένα ή σπάνια κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, κρίσιμα για τη μάθηση και την κριτική κατανόηση, με κέντρο βάρους τον προσανατολισμό ακρόασης των εκπαιδευτικών σε συνάρτηση με τους παράγοντες ενδυνάμωσης/χειραφέτησης εντός του πλαισίου της συγκεκριμένης θεωρητικής μελέτης. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι οι διδακτικές πρακτικές που αναλύονται στα επιλεγμένα αποσπάσματα δεν εντάσσονται απόλυτα ή αποκλειστικά σε έναν άξονα αλλά μεταξύ τους συχνά συμπλέκονται διαμορφώνοντας το περίγραμμα του προσανατολισμού ακρόασης και του ρόλου του εκπαιδευτικού μέσα στην τάξη των μαθηματικών.

Στην τρίτη ενότητα τα αποτελέσματα της ανάλυσης συνδυάζονται με τις απαντήσεις που έδωσε κάθε εκπαιδευτικός για τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί εντός των αξόνων στους οποίους εντάσσονται οι διδακτικές πρακτικές, δηλαδή, τη διαχείριση στοιχείων συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού, τη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου, την ισότιμη πρόσβαση και τις σχέσεις εξουσίας. Η ανάλυση ολοκληρώνεται με μια σύντομη ερμηνευτική προσέγγιση των διδακτικών πρακτικών στη βάση του θεωρητικού πλαισίου της εργασίας που καταλήγει σε ένα διάγραμμα οπτικών απεικονίσεων των σχέσεων των διδακτικών πρακτικών με τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης και των εννοιών της επιστημολογικής χειραφέτησης των μαθητών οργανωμένα στους τέσσερις άξονες ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#)).

Συνομογραφίες στα διδακτικά αποσπάσματα: **Μα** Μαθητής αγόρι, **Μκ** Μαθήτρια κορίτσι και **Μ** Μαθητής ή μαθήτρια

5.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη του Γιώργου

Στην ανάλυση των δεδομένων του εκπαιδευτικού περιλαμβάνονται στοιχεία από το επαγγελματικό προφίλ και το πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών. Στη συνέχεια αναλύονται οι διδακτικές πρακτικές μέσα από τα επιλεγμένα διδακτικά αποσπάσματα και συνδυάζονται με τις απαντήσεις από τη συνέντευξη σε μια προσπάθεια κατανόησης και συνδυαστικής ερμηνείας ώστε να δοθεί μια πληρέστερη εικόνα των διδακτικών πρακτικών που αποτυπώθηκαν. Η ανάλυση των διδακτικών πρακτικών παρουσιάζεται ανά άξονα. Στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο οι διδακτικές πρακτικές του Γιώργου.

5.1.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ του Γιώργου και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών

Ο Γιώργος, εκπαιδευτικός της Στ Τάξης, έχει διδακτική εμπειρία 28 χρόνων με συμμετοχή σε διαχρονικές (εξομοίωση ΠΤΔΕ-διετή μετεκπαίδευση-ΤΠΕ) και τρέχουσες επιμορφώσεις. Διδάσκει σε αυτή την τάξη για δεύτερη χρονιά. Η τάξη του έχει 11 κορίτσια 12 αγόρια.

Κοινωνικοοικονομικό προφίλ των μαθητών. Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό δεν υπάρχουν μεγάλες αντιθέσεις στο κοινωνικοοικονομικό και μορφωτικό προφίλ των οικογενειών των μαθητών, με το σκεπτικό πάντα, ότι η μακροχρόνια οικονομική κρίση που υφίσταται η χώρα έχει επηρεάσει όλες τις οικογένειες τόσο ως προς το ζήτημα της εργασίας όσο και στις δυνατότητες καθημερινής επιβίωσης. Στην τάξη, φοιτά μία μαθήτρια χωρίς γνώση της ελληνικής γλώσσας και δύο μαθητές με «μαθησιακές δυσκολίες» των οποίων οι οικογένειες αντιμετωπίζουν σοβαρές κοινωνικοοικονομικές δυσκολίες.

Περιβάλλον μάθησης. Μορφή-οργάνωση τάξης. Τα θρανία είναι τοποθετημένα σε σχήμα Π ενώ τα παιδιά στα πλαίσια της συνεργασίας εναλλάσσονται σε διαφορετικές θέσεις σε τακτά χρονικά διαστήματα. Παρόλα αυτά, η τάξη δεν εργάστηκε σε ομάδες (τουλάχιστον, κατά την παρατήρηση στην τάξη).

Μέσα-τρόποι αναπαράστασης. Ο πίνακας. Δεν γίνεται χρήση τεχνολογίας και των προτεινόμενων ψηφιακών ή άλλων εργαλείων.

Κλίμα μάθησης και διδασκαλίας στην τάξη. Άμεση διδασκαλία - Μετωπική – δασκαλοκεντρική. Κεντρικός παράγοντας της διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός και η ατομική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού- μαθητή. Επικρατεί θετικό, κοινωνικό κλίμα γενικότερα στην τάξη. Ο εκπαιδευτικός παρόλο που ενθαρρύνει την συμμετοχή όλων των μαθητών και μαθητριών, λειτουργεί κυρίως με τους πρόθυμους και τους πιο κυριαρχικούς μαθητές στην επεξεργασία των δραστηριοτήτων. Έτσι, μία μικρή ομάδα έχει την άνεση να εκφραστεί ελεύθερα ακόμη και να κάνει «λάθος», διεκδικεί δημοκρατικές διαδικασίες, εκφράζει την αμφισβήτησή της στα λεγόμενα και την άποψη του δασκάλου ενώ μοιάζει να κυριαρχεί, έναντι μιας άλλης ομάδας μαθητών και μαθητριών που δεν εμπλέκονται αν δεν τους απευθύνει το λόγο ο εκπαιδευτικός. Δε θα πάρουν το λόγο όσοι κι όσες δε νιώθουν τη σιγουριά της απάντησης ενώ οι μαθητές και οι μαθήτριες που δυσκολεύονται φαίνεται να βρίσκονται στο περιθώριο, παρόλο που στην τάξη δεν υπάρχουν επικρίσεις με ρητούς τρόπους ούτε από τον εκπαιδευτικό ούτε από τους μαθητές. Αν και είναι θορυβώδης τάξη, ο θόρυβος προκύπτει από τους μαθητές που ξέρουν ή θέλουν ν' απαντήσουν παρά από εκείνους που δυσκολεύονται. Έτσι, αν θέλει κάποιος/κάποια μπορεί να περάσει απαρατήρητη/ος και να μη συμμετέχει με κανένα τρόπο στη διαδικασία του μαθήματος αλλά ούτε ο εκπαιδευτικός θα ρωτήσει τους μαθητές που θεωρεί ότι δε θα ανταποκριθούν γνωστικά. Ο εκπαιδευτικός απαιτεί με τακτικές παρατηρήσεις να προσέχουν «γιατί δεν θα κατανοήσουν το μάθημα». Με λίγα λόγια η σύμβαση δείχνει να είναι: οι πιο κυριαρχικοί μαθητές μπορούν να εκφράσουν τη σκέψη τους και ας μην είναι έγκυρη, αυτή, θα αποτελέσει αντικείμενο επεξεργασίας. Για τους πιο σιωπηλούς μαθητές γίνεται εμφανής η απαίτηση από τον εκπαιδευτικό να προσέχουν στον πίνακα και στη διαδικασία που εξελίσσεται αλλιώς θα δεχτούν την παρατήρησή του.

Διαφοροποιεί και προσαρμόζει τη βοήθεια στους μαθητές που δυσκολεύονται μόνο όταν τους σηκώνει στον πίνακα εκφράζοντας μια αδυναμία λόγω χρόνου να αναλάβει διδακτικές πρωτοβουλίες στην κατεύθυνση της μαθησιακής εμπλοκής αυτών των μαθητών.

Οργάνωση διδασκαλίας. Κεντρικός παράγοντας στη διδασκαλία αποτελεί ο εκπαιδευτικός. Βασίζεται στο σχολικό βιβλίο το οποίο ακολουθεί χωρίς να τηρεί ακριβώς τη μεθοδολογία που προτείνεται στο σχεδιασμό μαθήματος ενώ οργανώνει την ύλη όχι με βάση την παρουσίαση του σχολικού βιβλίου αλλά συνδυάζοντας τις μαθηματικές έννοιες. Επιμένει σε ορισμένες ασκήσεις ή κεφάλαια βασιζόμενος στον έλεγχο των στόχων της διδασκαλίας ενώ επανέρχεται σε προηγούμενα κεφάλαια αν θεωρεί ότι χρειάζεται ή οι μαθητές το έχουν ανάγκη. Δεν τηρεί αυστηρά το χρονοδιάγραμμα του αναλυτικού και ωρολόγιου προγράμματος αλλά αξιοποιεί περισσότερο χρόνο στα μαθηματικά. Οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι σ' αυτό τον τρόπο εργασίας. Οι αναφορές σε διεπιστημονικά και κοινωνικά ζητήματα (π.χ. περιβαλλοντικά, κλιματική κρίση, ανεργία, μισθός) που τίθενται είτε από τους μαθητές είτε από τον εκπαιδευτικό, τα οποία προκαλούν το ενδιαφέρον και νοηματοδοτούν στις μαθηματικές έννοιες δεν αποτελούν αντικείμενο μαθηματικής επεξεργασίας και διαλόγου με τους μαθητές.

Στην αρχή της διδακτικής ώρας συνήθως παρουσιάζει το νέο διδακτικό αντικείμενο με τη βοήθεια των «καλών» ή πρόθυμων μαθητών. Στη συνέχεια, ρωτάει και τους υπόλοιπους μαθητές κατά τη διαδικασία επεξεργασίας - εφαρμογής της νέας γνώσης. Όταν υπάρχουν εργασίες για το σπίτι επεξεργάζονται στον πίνακα εκείνες που τους δυσκόλεψαν. Η αλληλεπίδραση είναι ατομική εκπαιδευτικού-μαθητή και σχεδόν ανύπαρκτη ανάμεσα στους ίδιους τους μαθητές. Σηκώνει στον πίνακα μαθητές/τριες που προθυμοποιούνται. Ο ίδιος διαχειρίζεται άμεσα τις ερωτήσεις και τους προβληματισμούς που τίθενται ενώ κάνει προσπάθειες να διατηρεί το ενδιαφέρον προσηλωμένο στην μαθηματική διαδικασία, που εξελίσσεται στην τάξη π.χ. με δικά του σκόπιμα «λάθη» στον πίνακα ή στο λόγο του. Καθοδηγεί τους μαθητές βήμα βήμα προς την επίλυση και συχνά καθοδηγεί και ολοκληρώνει ο ίδιος τις απαντήσεις στις ερωτήσεις που θέτει στους μαθητές.

Ως προς τις μαθηματικές διεργασίες, υπερτερεί η χρήση των μορφολογικών στοιχείων ή υπολογιστικών τεχνικών στην επεξεργασία της μαθηματικής έννοιας και η εφαρμογή διαδικασιών ρουτίνας με ερωτήσεις που αφορούν στη διευκρίνιση της μαθηματικής γνώσης. Ενθαρρύνει γενικά τη συμμετοχή των μαθητών (π.χ. αμφισβήτηση, διαπραγματεύση, κριτική) αλλά εκχωρεί σε μικρό βαθμό τη δυνατότητα στους μαθητές ώστε να αναπτύξουν τον τρόπο σκέψης και τις δικές τους άτυπες μεθόδους για κατανόηση, π.χ. να εξερευνήσουν, να παρατηρήσουν, να ανακαλύψουν, να αναλάβουν, να εξηγήσουν, ώστε να επεξεργαστούν εννοιολογικά τις μαθηματικές έννοιες. Το «λάθος», οι παρεξηγήσεις και οι παρερμηνείες των μαθητών αποτελούν αφορμή για επανάληψη, ανατροφοδότηση και αξιοποιούνται για όλη την τάξη στον πίνακα με ένα άμεσο τρόπο από τον εκπαιδευτικό χωρίς να εμπλέκει ενεργά τους μαθητές να αξιολογήσουν ή να αναστοχαστούν τη «λανθασμένη» σκέψη-λύση και να κατασκευάσουν οι ίδιοι το νόημα.

Σε τακτά χρονικά διαστήματα αξιολογεί τους μαθητές με ασκήσεις σε φωτοτυπία όπου εργάζεται ο καθένας μόνος του ατομικά. Δε χρησιμοποιεί τη δυναμική αξιολόγηση σε αυτή την περίπτωση. Οι φωτοτυπίες αυτές αποτελούν κριτήριο για τη βαθμολογία. Αργότερα ορισμένες απ' τις ασκήσεις που δυσκολεύουν τα παιδιά γίνονται αντικείμενο επεξεργασίας στον πίνακα.

Συνοψίζοντας, παρά το θετικό κλίμα και μια περισσότερο συμμετοχική ατμόσφαιρα μάθησης που επικρατεί στις ώρες άλλων μαθημάτων π.χ. την ώρα της γλώσσας, με σχόλια και συμμετοχή των μαθητών, χάνονται με το ξεκίνημα των μαθηματικών και στην τάξη διαχέεται μια πιεστική, αγχωτική ατμόσφαιρα που αλλάζει και τη στάση των όλων. Εκπαιδευτικός και μαθητές γίνονται πιο σκεπτικοί και προβληματισμένοι ενώ κυριαρχεί μια νευρική κατάσταση. Ο εκπαιδευτικός δεν έδινε χρόνο στους μαθητές, οι οποίοι εργάζονταν κάτω από συνθήκες πίεσης και ταχύτητας, καθώς απαιτούσε την προσοχή όλων

στον πίνακα ούτε επέτρεπε στην ουσία, τη μαθηματική αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών κατά τη διαδικασία του μαθήματος.

5.1.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Γιώργου

1 ^η Παρατήρηση	20/2/2020 Κεφ. 40 «Εκτιμώ το ποσοστό» Ασκήσεις στο Τ.Ε. και Κεφ. 41 «Βρίσκω το ποσοστό» και 1 ^η άσκηση του Τ.Ε.	1 διδακτική ώρα Τρόποι αναπαράστασης: Η εργασία γίνεται στον πίνακα
2 ^η Παρατήρηση και Ηχογράφιση Διδασκαλίας	2/3/ 2020 Κεφ. 49ο «Μετρώ το μήκος», Ασκήσεις στο Τ.Ε. (σελ. 31)	1 διδακτική ώρα Τρόποι αναπαράστασης: Η εργασία γίνεται στον πίνακα

Σχ. 2: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης των διδασκαλιών του Γιώργου

Η εναρκτήρια δραστηριότητα αφορούσε στον έλεγχο της εργασίας που έγινε στο σπίτι πάνω σε μια σειρά μετατροπών των υποδιαίρεσεων του μέτρου καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους (Κεφ 49, στο Τ.Ε. Β τεύχος) ενώ συνεχίστηκε για ολόκληρη τη διδακτική ώρα. Η τάξη εργάζεται στον πίνακα.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία του Γιώργου είναι η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στον ίδιο και στον κάθε μαθητή ξεχωριστά κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Οι συνεισφορές, τα ερωτήματα, οι διαφωνίες και η αμφισβήτηση που εκφράζουν οι μαθητές σπάνια αποτελούν ευκαιρία για διερεύνηση, επεξεργασία και διαπραγμάτευση με τους συμμαθητές ή με την ομάδα της τάξης καθώς επιλέγει να απαντάει άμεσα παρά να μεταβιβάζει τον προβληματισμό στους ίδιους τους μαθητές, αποκλείοντας έτσι, ευκαιρίες για συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος.

1^ο διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Ο εκπαιδευτικός στην αρχή της διδασκαλίας προτρέπει τους μαθητές να μην νιώθουν «ντροπή» και να πάρουν το λόγο να περιγράψουν τον τρόπο σκέψης τους κατά την επίλυση της άσκησης. Παρόλα αυτά, στη συνέχεια κατευθύνει τους μαθητές ώστε να ακούσει συγκεκριμένες απαντήσεις, σύμφωνες με το δικό του σχεδιασμό σε μια διαδικαστικού τύπου αλληλεπίδραση. Αν και παροτρύνει τους μαθητές με διευκολυντικές ερωτήσεις/στρατηγικές μεταγνωστικού χαρακτήρα, χρησιμοποιώντας εμφατικά το πρώτο πρόσωπο δεν τους παρέχει το χρόνο και τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν τα συμφραζόμενα, να κατασκευάσουν και να ερμηνεύσουν οι ίδιοι τις απαντήσεις τους. Στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα ο εκπαιδευτικός δεν εκχωρεί την ευθύνη στη μαθήτριά, ώστε να εξηγήσει η ίδια τον τρόπο σκέψης της, ούτε μεταβιβάζει αυτή τη διαδικασία στους μαθητές. Αντίθετα, ερμηνεύει ο ίδιος τη σκέψη της μαθήτριάς, κατευθύνει, ελέγχει και επικυρώνει τη γνώση μετατρέποντάς την σε μια μηχανιστική διαδικασία.



Μετρώ το μήκος



Πόσο μακριά είπες;

Άσκηση 1η

Να υπολογίσεις με τον νου τι μέρος του μέτρου είναι κάθε ευθύγραμμο τμήμα που έχει μήκος:

- α) 34 εκατοστά β) 43 χιλιοστά γ) 90 εκατοστά δ) 9 χιλιοστά

Λύση

- α)..... β) γ) δ)

Άσκηση 2η

Να υπολογίσεις με τον νου και να εκφράσεις τα μήκη στη μονάδα που βρίσκεται στην παρένθεση: (Θυμήσου! χμ. = χιλιόμετρα, χιλ. = χιλιοστά)



- 9 εκ.(χιλ.) 6 μ.(εκ.) 5 χιλ.(εκ.)
- 19 χμ.(μ.) 0,6 μ.(εκ.) 5 μ.(χιλ.)
- 90 χιλ.(εκ.) 16 μ.(χιλ.) 999 χμ.(μ.)

1. Εκ. Πείτε μου, από τις ασκήσεις που κάναμε υπήρχε κάποια που σας δυσκόλεψε από τα παραδείγματα που κάναμε; Είχαμε κι άλλα να κάνουμε.....
2. Τάξη: (Φωνές, αναστάτωση)
3. Εκ. Δεν βρήκατε καμία δυσκολία; Για παράδειγμα, το 0,6μ. λέει, να το κάνουμε εκατοστά (γράφει στον πίνακα). Χέρια. Πώς το βρήκατε; (επικρατεί αναστάτωση, οι μαθητές παρόλο που δεν έχουν κάνει όλες τις ασκήσεις που είχαν, δεν απαντούν στον εκπαιδευτικό, αν και πού δυσκολεύτηκαν. Το διαπιστώνει ο ίδιος, όταν περνάει και κοιτάζει τα βιβλία τους.)
4. Εκ. Δεν είναι ντροπή να πούμε ότι δεν το κατάλαβα, περιγράψτε μας τον τρόπο σκέψης σας. "Σκέφτηκα ότι...." Ένα είναι. Ότι σκεφτόμαστε, σε ποια μονάδα έχουμε να μετατρέψουμε. Αν είναι στη μικρότερη τι πράξη κάνουμε; (Ακούγονται φωνές) Πες το δυνατά;
5. Μκ1. Πολλαπλασιασμό
6. Εκ. Κάνουμε πολλαπλασιασμό, (εξηγεί) είναι ανάποδο είπαμε, όταν πηγαίνουμε από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη μονάδα κάνουμε πολλαπλασιασμό, εδώ θέλουμε να μετατρέψουμε το μέτρο σε εκατοστά. Ένα αυτό. Δεύτερον, με τι θα πολλαπλασιάσουμε;
7. Τάξη: (Ακούγονται διάσπαρτες απαντήσεις)
8. Μκ1. Με το 100
9. Εκ. Γιατί;
10. Μκ1. Γιατί είναι εκατοστά
11. Εκ. Πώς σκέφτηκα; Τι είναι αυτό;
12. Μκ1. Μέτρο....
13. Εκ.έχει 100 εκατοστά... Άρα, Άρα
14. Μ....θα το πολλαπλασιάσω με το 100 (6.21)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

2^ο διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Ο εκπαιδευτικός δίνει διάφορες αναπαραστάσεις με εκφράσεις και μορφές της μονάδας μήκους στον πίνακα και ζητάει από τους μαθητές να τους μετατρέψουν σε διαφορετικές μορφές. Οι μαθητές φαίνεται να βρίσκονται σε μια σύγχυση όσον αφορά τη διαφορετική μορφή και τις εκφράσεις των ίδιων αριθμών. Παρόλα αυτά, η διδακτική πρακτική που υιοθετεί δείχνει να μην παρακολουθεί τη σκέψη των μαθητών και τα ερωτήματά τους αλλά αναμένει μια απάντηση διατηρώντας τη διδακτική του πρόθεση σταθερή. Η ακρόασή του περιορίζεται σε μια συγκεκριμένη απάντηση. Δεν μεταβιβάζει την ευθύνη στους ίδιους να αλληλεπιδράσουν, να διαπραγματευτούν και να ενισχύσουν την κατανόησή τους μέσα από τις δικές τους άτυπες εξηγήσεις και επιχειρηματολογία. Αντίθετα, συνεχίζει να απαντά σε κάθε μαθητή ως απόλυτος επιστημολογικός φορέας της γνώσης προσανατολισμένος σε μια αξιολογητική ακρόαση. Διαχειρίζεται την μαθηματική επεξεργασία με διαδικαστικό και ανταγωνιστικό τρόπο επιβάλλοντας συγκεκριμένες μεθοδολογικές στρατηγικές. Επιμένει, κυρίαρχα, σε επαναλήψεις που δεν ευνοούν την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και της εννοιολογικής κατανόησης. Διατηρεί την εξουσία και τον έλεγχο της γνώσης έχοντας τη μεταφορά της ως κυρίαρχο μοντέλο.

62. Εκ. Θα ζητήσω κι άλλα πράγματα. Θέλω αυτόν τον αριθμό να τον κάνετε συμμιγή, να γίνει ακέραιος, να γίνει κλάσμα, να γίνει μεικτός αριθμός.
63. Τάξη. *(διαμαρτυρίες...επιφωνήματα)*
64. Εκ. Πάμε. Για να δούμε ποιοι θα τα καταφέρουν
65. Τάξη. *(επικρατεί αναστάτωση) (φωνές μαθητών)*: Κύριε, αυτός ο αριθμός τι είναι; Να κάνω μια ερώτηση; Αυτός είναι δεκαδικός; Κύριε τι είναι συμμιγής; (18.31)
66. Εκ. Συμμιγής, είναι αυτός που τον εκφράζουμε με λόγια. Για παράδειγμα 5 μέτρα και 7 εκατοστά. Για παράδειγμα 5 χιλιόμετρα 7 μ. και 7 χιλιοστά. *(Τα παιδιά μιλούν)* Ο μεικτός; Τι είναι ο μεικτός αριθμός; Ποια μορφή έχει ο μεικτός;
67. M9. Είναι αυτός που έχει...
68. Εκ. Και ακέραιο μέρος και κλασματικό
69. Τάξη. *(Τα παιδιά μιλούν μεταξύ τους και αναρωτιούνται τι είδους αριθμός είναι ο καθένας)*
(Ο δ. γράφει στον πίνακα αριθμούς)
70. Μα10. Ακέραιος δεν είναι αυτός που δεν έχει δεκαδικά ψηφία;
71. Εκ. Ο ακέραιος δεν έχει κόμμα και είναι ένας αριθμός ολόκληρος
72. Μα11. Κύριε, ελάτε λίγο να δείτε άμα είναι σωστό.
73. M12. Κύριε, χρειάζομαι βοήθεια.
74. Εκ. Όταν είναι 0 δε χρειάζεται στο συμμιγή να γράψουμε 0..... *(δεν ακούγεται η συνέχεια)*
75. Τάξη. *(Φωνές)* Κύριε....κύριε...
76. Εκ. Θα έρθει η βοήθεια του κοινού. (20.27)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

3^ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Στο επόμενο διδακτικό απόσπασμα, ο εκπαιδευτικός ζητάει από τον μαθητή (Μα15) να συνεχίσει στη μετατροπή του δεκαδικού αριθμού (που ξεκίνησε η Μκ14) κατευθύνοντάς τον με συγκεκριμένες ερωτήσεις και ενώ ο μαθητής προσπαθεί να απαντήσει με ένα δικό του σκεπτικό, ο εκπαιδευτικός δεν παρακολουθεί την πορεία σκέψης του μαθητή, δεν του επιτρέπει να ολοκληρώσει τη σκέψη του παρά τον καθοδηγεί βήμα βήμα με βάση το δικό καθορισμένο μαθηματικό πρότυπο αναμένοντας μια

συγκεκριμένη απάντηση. Δεν ζητάει από το μαθητή να αιτιολογήσει τις απαντήσεις του, διατηρεί τον απόλυτο έλεγχο και το ρόλο αυθεντίας ερμηνεύοντας ο ίδιος τις απαντήσεις του μαθητή κι επικυρώνοντας τη γνώση. Όταν ακούγονται μη έγκυρες απαντήσεις ο ίδιος διορθώνει άμεσα σε μια επιβεβαίωση του ρόλου του. Για τον εκπαιδευτικό, στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα οι ενέργειες των μαθητών είναι προκαθορισμένες και χωρίς διαφοροποίηση ώστε να αποκτούν νόημα για το μαθητή που δυσκολεύεται. Το μοντέλο μετάδοσης της γνώσης κυριαρχεί με τους μαθητές να είναι παθητικοί λήπτες της γνώσης και του τρόπου σκέψης του εκπαιδευτικού.

22. Εκ. Και, τι κάνουμε άμα θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε με το 100 (στον δεκαδικό 0,6). Η υποδιαστολή είναι εδώ. Τι κάνει η υποδιαστολή, όταν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε με το 10, 100 και 1.000; Πάει η υποδιαστολή αριστερά ή δεξιά; Έλα, Μκ14;

[...]

33. Μκ14. Θα πάει δύο θέσεις και η υποδιαστολή θα φύγει

34. Εκ. Λοιπόν, 0,60 και εδώ θα βάζαμε μηδέν (060,0) λέει η Μκ14 τώρα, ή να συνεχίσει κάποιος άλλος;

[.....]

35. Εκ. Δεν μας αρέσει, λοιπόν, και μιλάει ο Μα15, τι θα κάνεις Μα15;

36. Μα15. Θα πολλαπλασιάσω

37. Εκ. Άσε τον πολλαπλασιασμό, σ' αρέσει αυτή η μορφή έτσι όπως είναι γραμμένη;

38. Μα15. Θα βγάλω το 0 από μπροστά

39. Εκ.διότι δεν έχει καμιά αξία μπροστά από τον ακέραιο.... Προσέξτε λίγο γιατί είναι μία περίπτωση που δεν έχουμε για παράδειγμα 0,10 0,20 ο αριθμός μας είναι 60,0 έχει αξία αυτό το μηδέν;

40. Μα15. Όχι

41. Εκ. Μηδέν δέκατα έχει καμιά αξία το μηδέν τίποτα δεν έχει, 60 ολόκληρα και 0 δέκατα άρα, λοιπόν, καμιά απολύτως αξία, άρα και αυτό θα φύγει.....μπορώ να το σβήσω όταν έχουμε μηδέν, όπως το 60,0. Επομένως εδώ, λέει ο Μα15.....

42. Μα15. Μπορούμε να το βγάλουμε...

43. Εκ. (τον διακόπτει και συνεχίζει)μπορούμε να το σβήσουμε, δεν έχει καμιά αξία, άρα η σωστή απάντηση είναι αυτή και το 60,0 πάλι δεν θα ήταν λάθος. (15.59)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

4^ο διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα τίθεται επίμονα από το μαθητή ένας προβληματισμός σχετικός με το θέμα, που δείχνει ότι δεν έχει κατανοήσει τι εκφράζει ο αριθμός 0,6μ.. Κι ενώ ο μαθητής (Μα2), διαμαρτύρεται διεκδικώντας το δικαίωμα του προβληματισμού του, ο εκπαιδευτικός δεν εστιάζει στη διαφωνία και την αντίρρησή του, ούτε μεταβιβάζει τη δυνατότητα στους μαθητές να διερευνήσουν τις εικασίες τους αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους. Μετά από την περιγραφή του σκεπτικού του ως προς την προσδοκώμενη γνώση συνέχισε να υποβάλλει ερωτήσεις, που αφορούν συγκεκριμένες πτυχές ή σημεία της μαθηματικής δραστηριότητας αναζητώντας τις απαντήσεις που είναι σύμφωνες με την καθορισμένη από τον εκπαιδευτικό δομή της διδασκαλίας, αγνοώντας τον προβληματισμό του μαθητή ή θεωρώντας πιο κατάλληλη ενέργεια για την κατανόηση των εννοιών να παρέχει άμεσα εξηγήσεις στο μαθητή. Χάνεται μια ευκαιρία είτε για ατομική είτε για συλλογική αλληλεπίδραση κι επεξεργασία των σχέσεων των διαφορετικών μορφών και των υποδιαίρέσεων του μέτρου, εκείνη ακριβώς τη στιγμή που προκλήθηκε ο προβληματισμός των μαθητών και μία δυνατότητα για συμμετοχική λήψη απόφασης και

μαθηματικής ενδυνάμωσης των μαθητών. Παρόλο που, η συνεισφορά του μαθητή θεωρείται σχετική με το διδακτικό αντικείμενο αντιμετωπίστηκε από τον εκπαιδευτικό ως μη αναμενόμενη και μη ουσιαστική ενώ φαίνεται να μην επηρεάζει την καθορισμένη τροχιά της διδασκαλίας που έχει σχεδιάσει ο εκπαιδευτικός.

11. Εκ. Πώς σκέφτηκα; Τι είναι αυτό;
12. Μκ1. Μέτρο....
13. Εκ.έχει 100 εκατοστά... Άρα, άρα;
14. Μκ1....θα το πολλαπλασιάσω με το 100
15. Μα2. Μα, κύριε;
16. Εκ. Αν υπάρχουν διαφωνίες σηκώστε τώρα το χέρι σας, υπάρχει διαφωνία;
17. Μα2. Κύριε, δεν είναι 0 μέτρα και 6 εκατοστά;
18. Μκ1. Ναι
19. Εκ. Και το γράφει έτσι 0,6 μέτρα
20. Μα2. Ναι, όμως είναι 0 μέτρα
21. Μα4. Κύριε, να πω;
22. Εκ. Ναι, αγόρι μου, θα πεις. Ότι και να είναι, έχει δίκιο με ποια έννοια, δεν υπάρχουν ολόκληρα μέτρα, όχι, έτσι όμως όπως το εκφράζει είναι μέτρα, 0 ολόκληρα μέτρα αλλά και έχει 6 δέκατα του μέτρου, σε μέτρα το εκφράζει, αλλιώς θα έγραφε σαν ακέραιο, θα το είχε γράψει 6 δέκατα, έτσι και να πει μετατρέψτε το σε εκατοστά. Αυτό το ίδιο μπορώ να το γράψω έτσι (γράφει στον πίνακα), αλλάζει η αξία; Δηλαδή, έξι δέκατα του μέτρου, αλλάζει αξία; (ακούγονται διευκρινίσεις παιδιών) είναι έξι παλάμες. Κάθε ένα δέκατο έχει 10 εκατοστά, δηλαδή, 6 δέκατα X 10, 60 εκατοστά.... (13.36)

5^ο διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Ο εκπαιδευτικός υποβάλλει μια ερώτηση στους μαθητές την οποία ακολουθούν μία διαφωνία και μια αμφισβήτηση. Δεν δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να ολοκληρώσουν τις σκέψεις τους, να αναλάβουν την ευθύνη οι ίδιοι να αλληλεπιδράσουν να επιλύσουν τις διαφωνίες και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα. Ακούει τις συνεισφορές των μαθητών αλλά όχι τους ίδιους, ακούει προκειμένου να διαγνώσει και να διορθώσει με τη σωστή απάντηση τις μαθηματικές παρανοήσεις. Κατευθύνει την επεξεργασία της δραστηριότητας με βάση ένα προσωπικό σχέδιο γνωστικής πορείας αναμένοντας από τους μαθητές συγκεκριμένες απαντήσεις, κυρίως, ανάκλησης γνώσης. Για τον εκπαιδευτικό, στη συγκεκριμένη διδακτική στιγμή γίνεται εμφανές ότι οι ενέργειες των μαθητών είναι προκαθορισμένες και δεν επιτρέπονται αποκλίσεις. Συνεχίζει γενικεύοντας κι επικυρώνοντας γνώση ο ίδιος, διατηρώντας τον απόλυτο έλεγχο και το ρόλο αυθεντίας. Η συγκρότηση του γραμματισμού αντιμετωπίζεται από τον εκπαιδευτικό ως ατομική υπόθεση και ο έλεγχος της γνώσης απόλυτα από τον ίδιο με τους μαθητές σε ρόλο παθητικού λήπτη του τρόπου σκέψης του εκπαιδευτικού.

48. Εκ. Θέλω τον ακέραιο αυτόν να τον κάνω δεκαδικό, πώς θα τον κάνω δεκαδικό;
49. Μα6. Θα βάλω μία υποδιαστολή και μηδέν
50. Μ7. Τον διαιρώ με το 100
51. Εκ. Άμα, το διαιρέσουμε θα αλλάξει η αξία του. Δεν χρειάζεται ούτε πολλαπλασιασμό ούτε διαίρεση
52. Μκ9. Α, εγώ νόμιζα ότι.....

53. Εκ. Συγκέντρωση χρειάζεται παιδιά, τα έχουμε πει χιλιάδες φορές αυτά, αυτό σας χρειάζεται πάρα πολύ για να κάνετε πράξεις όταν έχετε ακέραιους με δεκαδικούς, γιατί θα χρειαστεί να τους μετατρέψει όμως σε δεκαδικούς. Πώς μετατρέπουμε ακέραιο σε δεκαδικό, οποιονδήποτε ακέραιο σε δεκαδικό, πες μας, Μα16;
54. Μα16. Βάζω ένα κόμμα και ένα 0
55. Εκ. Και άμα, θέλω να βάλω κι άλλα μηδενικά βάζω εδώ, αν χρειαστεί να κάνω μία πρόσθεση, για παράδειγμα και αν οι αριθμοί φτάνουν στα χιλιοστά θα βάζω τρία μηδενικά, φτάνουν οι άλλοι στα εκατοστά, θα βάλω δύο. Αλλά μπορώ να το σβήσω όταν έχουμε μηδέν όπως το 60,0. (16.75)

6^ο διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στο επόμενο διδακτικό απόσπασμα ο εκπαιδευτικός επεκτείνοντας τις ασκήσεις του βιβλίου ζητάει από τους μαθητές να μετατρέψουν αριθμούς που εκφράζουν υποδιαιρέσεις του μέτρου σε άλλες μορφές, π.χ. σε συμμιγείς. Γράφει στον πίνακα 5,307μ.

Ο Μα13 συνεισφέρει έναν διαφορετικό και υποκειμενικό αλλά έγκυρο τρόπο αναπαράστασης του δεκαδικού αριθμού που τον μετατρέπει σε συμμιγή. Χρησιμοποίησε ένα δικό του προσωπικό τρόπο προσέγγισης της μαθηματικής έννοιας, ωστόσο, επειδή δεν ακολουθούσε τη μέθοδο του εκπαιδευτικού θεωρήθηκε μη έγκυρη συνεισφορά. Δεν αναγνωρίστηκε από τον εκπαιδευτικό ως ισοδύναμη και αντιμετωπίστηκε με έναν κλειστό διαχειριστικό τρόπο. Ενώ θα μπορούσε να ζητήσει από το μαθητή να εξηγήσει τι εκφράζει κάθε ψηφίο από τα 307 χιλιοστά σε μια προσπάθεια αναγνώρισης της σκέψης του μαθητή και να υιοθετήσει μια ανοιχτή προσέγγιση που συμπεριλαμβάνει τις συνεισφορές των μαθητών, τη στιγμή, που σχετίζονται άμεσα με το αντικείμενο επεξεργασίας ενισχύοντας με αυτό τον τρόπο την ανεξάρτητη σκέψη, τις πολλαπλές ιδέες και τρόπους επίλυσης, παράλληλα, ενθαρρύνοντας ένα δημοκρατικό πλαίσιο δόμησης των μαθηματικών εννοιών. Αντίθετα, απαιτεί από το μαθητή να ευθυγραμμίσει τη σκέψη του σε μια αυστηρά δομημένη γνωστική κατασκευή αξιώνοντας μία συγκεκριμένη απάντηση, δίνοντας έτσι, το μήνυμα της απόλυτης αρχής που κατευθύνει τη γνώση και κατέχει κανονιστικό ρόλο στην τάξη.

77. Εκ...Λοιπόν, πάμε στη μετατροπή σε συμμιγή ποιος θα το πει; Προσέξτε, Μκ16, έλα εδώ κοίτα, Τι είναι το 5; Τι είναι αυτό; Τι εκφράζει πάντα στο τέλος;
78. Μκ16.μμμ...
79. Εκ. ...το ακέραιο μέρος. Και δεκαδικός να είναι ο αριθμός, πίσω εκφράζουμε το ακέραιο μέρος έστω και μηδέν να είναι το ακέραιο μέρος πίσω εκφράζουμε το 0 μέτρα. Το μ. εκφράζει αυτό (δείχνει το ακέραιο μέρος), άρα πες 5, έλα κορίτσι μου, 5.....
80. Μκ16. ... 5 μέτρα...
81. Εκ. 5 μέτρα, άλλο; Ακέραιο μέρος, δέκατα εκατοστά χιλιοστά, άντε βρε παιδιά, θα το μάθουμε επιτέλους;
82. Τάξη: (Διαμαρτυρίες), μα κύριε;;
Συζητούν μεταξύ τους
83. Μα13. Κύριε, απλά, θα μπορούσαμε να πούμε 307 χιλιοστά
84. Εκ. Κοίτα τώρα, Μα13, τίποτα δεν απαγορεύεται αλλά θα συνεχίσουμε να το γράφουμε έτσι, 3δ και 7χιλ. Πάμε τώρα ακέραιος να το πούμε να πούμε τον ακέραιο όλο μαζί (25.49)

5.1.3. Συνολική αποτίμηση διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης του Γιώργου

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών των μαθηματικού γραμματισμού

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία του Γιώργου αποτελεί η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στον ίδιο και στον κάθε μαθητή ξεχωριστά. Αλληλεπιδρά άμεσα με κλειστού τύπου ερωτήσεις που ελέγχουν την πληροφορία προχωρώντας σε μια κατευθυνόμενη επίλυση. Αναμένει από τους μαθητές συγκεκριμένες απαντήσεις σύμφωνα με ένα δικό του προκαθορισμένο μεθοδολογικό πρότυπο και προχωράει δίνοντας, στην ουσία, ο ίδιος τις απαντήσεις στα ερωτήματά του, πρακτική που τείνει περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης της γνώσης και αυθαίρετης επιβολής στους μαθητές παρά κατασκευής από τους ίδιους. Με άλλα λόγια, η ακρόασή του προσανατολίζεται στην αναζήτηση συγκεκριμένης απάντησης και περιορίζεται σ' αυτή. Ακούει τις ιδέες του μαθητή προκειμένου να διαγνώσει την ορθότητά τους ενώ σπάνια παρακολουθεί τη διαδρομή της σκέψης του μαθητή και το νόημα που οικοδομεί.

Δεν διερευνά περισσότερο τις απαντήσεις και τις αυθόρμητες στρατηγικές, δε ζητάει αιτιολογήσεις από τους μαθητές ούτε εμβαθύνει περισσότερο στην επεξεργασία των εννοιών και των μαθηματικών αντικειμένων, αντίθετα, υιοθετεί ως διδακτική πρακτική την επανάληψη συγκεκριμένων στρατηγικών σε μια προσπάθεια απομνημόνευσης των μαθηματικών διαδικασιών τείνοντας σε ένα μοντέλο μεταφοράς της στους μαθητές παρά ουσιαστικής οικειοποίησης της γνώσης.

Η διδακτική του πρόθεση συνήθως παραμένει σταθερή καθώς σπάνια η συνεισφορά του μαθητή αποτελεί ευκαιρία για διερεύνηση και διαπραγμάτευση με τους συμμαθητές ή με την τάξη. Επιλέγει να ανταποκρίνεται άμεσα ο ίδιος στα ερωτήματα, στους προβληματισμούς ή στην αμφισβήτηση που εκφράζουν οι μαθητές παρά να εξουσιοδοτεί αυτό το ρόλο στους μαθητές για αλληλεπίδραση και μαθηματική επικοινωνία αποκλείοντας έτσι ευκαιρίες για συνεργατική δόμηση του μαθηματικού νοήματος.

Αντίστοιχα, διαχειρίζεται τις μη αναμενόμενες/απροσδόκητες συνεισφορές των μαθητών με άμεσο τρόπο, ενώ άλλες φορές τις αγνοεί ή τις παρακάμπτει καθώς δεν επιτρέπει περιθώρια απόκλισης από τους δεδομένους σχεδιασμούς του δικού του πλάνου διδασκαλίας. Ακόμη και όταν οι μαθητές επιχειρήσαν να προκαλέσουν συζήτηση αυτές οι συνεισφορές δεν αξιοποιούνται από τον εκπαιδευτικό, ώστε να αποτελέσουν αντικείμενο επεξεργασίας ή να δημιουργήσουν ένα πεδίο διερεύνησης κι εμβάθυνσης με το μαθητή ή την ομάδα της τάξης και να λειτουργήσουν ως κρίσιμο εργαλείο για μια δυναμική σημασιοδότηση των μαθηματικών εννοιών. Η επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας έχει τα χαρακτηριστικά απόλυτης εξάρτησης από την καθοδήγηση του ίδιου του εκπαιδευτικού. Ρυθμίζει βήμα βήμα ελέγχοντας την επεξεργασία της δραστηριότητας με διευκρινιστικές ερωτήσεις/παρατηρήσεις ως επί το πλείστο κλειστού τύπου τείνοντας σε ένα μοντέλο διαδικαστικής γνώσης παρά εννοιολογικής κατανόησης. Στο τέλος επιλέγει να γενικεύσει, να επισημοποιήσει ο ίδιος τη γνώση και να κάνει τον αναστοχασμό εξηγώντας και ερμηνεύοντας άμεσα μια μαθηματική κατάσταση.

Ουσιαστικά, η διδακτική διαχείριση της αλληλεπίδρασης και της μαθηματικής επικοινωνίας υπαινίσσεται μια μοναχική διαδικασία ανάμεσα στο μαθητή και το διδακτικό αντικείμενο στην προσπάθειά του να χτίσει τη σχέση με τις μαθηματικές έννοιες. Κυριαρχεί ένα μοντέλο ατομικής κατασκευής της γνώσης με διαμεσολαβητή τον εκπαιδευτικό ως αδιαμφισβήτητο φορέα γνώσης στην τάξη ο οποίος σχεδιάζει παραδείγματα προσδοκώντας την επίτευξη του εκπαιδευτικού στόχου σε μια ομότυπη/ομοιογενή πρόσληψη και κατανόηση των μαθηματικών εννοιών στην επίτευξη του εκπαιδευτικού στόχου.

Γίνεται φανερό από τα αποσπάσματα ότι ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον επιστημολογικό τους φορέα που αντιπροσωπεύουν ο εκπαιδευτικός και το βιβλίο στην τάξη των μαθηματικών εδραιώνοντας και φυσικοποιώντας αυτές τις διδακτικές πρακτικές στο μαθηματικό γραμματισμό.

Δεν προωθεί μια ανοικτή διαπραγμάτευση των εννοιών που θα υποστήριζε την εννοιολογική κατανόηση παρά μετατρέπει τη δραστηριότητα σε μια διεκπεραιωτική διαδικασία και το μαθηματικό νόημα σε διαδικαστική γνώση, στερώντας τη δυνατότητα για μια ανακαλυπτική και πιο διερευνητική προσέγγιση επίλυσης που κινητοποιεί το ενδιαφέρον, αναπτύσσει τη συλλογιστική ικανότητα, τη μαθηματική σκέψη και ενθαρρύνει τη μαθηματική αυτονομία. Αντίθετα, ο μαθητής αντιλαμβάνεται με ένα αποσπασματικό και συγκεχυμένο τρόπο τις μαθηματικές έννοιες χωρίς να διαμορφώνει μια συνολική κατανόηση για το μαθηματικό έργο.

Σπάνια, δημιουργεί πρόσφορο σκηνικό για την ανάπτυξη εναλλακτικών προτάσεων επίλυσης μιας μαθηματικής κατάστασης. Παρόλα αυτά όταν συμβαίνει αναγνωρίζει μεν τις συνεισφορές των μαθητών αλλά δεν τις αξιοποιεί για μαθηματική αλληλεπίδραση και επικοινωνία, ώστε να αιτιολογήσουν οι ίδιοι το σκεπτικό τους αλλά συχνά ολοκληρώνει τη σκέψη τους και ερμηνεύει την απάντησή τους εκπληρώνοντας το ρόλο της επίσημης επιστημολογικής αρχής ως εξωτερική πηγή γνώσης.

Στα συγκεκριμένα διδακτικά αποσπάσματα απουσιάζει η σύνδεση της μαθηματικής δραστηριότητας με τις εμπειρίες και την καθημερινότητα των μαθητών, πρακτική που θα ενίσχυε την εννοιολογική κατανόηση και την ικανότητά τους να αντιλαμβάνονται, να κρίνουν, να ερμηνεύουν τα μαθηματικά δεδομένα μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών της καθημερινότητάς τους και να αξιοποιήσουν με αυτό τον τρόπο τη μαθηματικό γραμματισμό ως αναλυτικό εργαλείο των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών-μελλοντικών πολιτών.

Στη συνέντευξη που ακολούθησε ο Γιώργος ρωτήθηκε για τις κυρίαρχες πρακτικές που υιοθετεί. Σχετικά με τις πρακτικές να ερμηνεύει τις απαντήσεις των μαθητών και να εξάγει συμπεράσματα ή να επικυρώνει ο ίδιος τη γνώση (1^ο, 3^ο, 5^ο Δ.Α.) ο εκπαιδευτικός δηλώνει ότι το κάνει για δύο λόγους κυρίως, ως μια ευκαιρία για επανάληψη και για να είναι βέβαιος ότι έγινε κατανοητό από όλους τους μαθητές της τάξης,

«Ουσιαστικά, είναι η εκλαΐκευση που θέλεις να κάνεις. Μπορεί να μην την αντιληφθούν όλα τα παιδιά την απάντηση που θα δώσει ο μαθητής. Το παιδί δεν θα την αναλύσει θα τη διατυπώσει με το δικό του τρόπο ο οποίος μπορεί να μην είναι κατανοητός. Εγώ όμως θέλω να το καταλαβαίνει και ο τελευταίος μαθητής» (12.32)

«θα πρέπει και στους άλλους να γίνει κατανοητό για εμπέδωση» (13.36)

Παρόλο που θεωρεί ότι είναι το «καλύτερο» να εκχωρεί αυτή τη δυνατότητα στους ίδιους τους μαθητές επικαλείται δύο λόγους που δεν το κάνει, την έλλειψη χρόνου και να μη φέρει σε δύσκολη θέση κάποιο μαθητή:

«Σαφώς και είναι καλύτερα να το κάνει ο ίδιος ο μαθητής, δεν το συζητάμε πολλές φορές, το κάνουμε για οικονομία χρόνου γιατί θέλουμε εμείς να το πούμε καλύτερα και να τελειώνουμε» (14.56)

«Εκτός και αν ξέρεις ότι μέχρι εκεί μπορεί, οπότε δεν θες να τον εκθέσεις κιόλας» (15.47)

«Στην ουσία για δύο λόγους, το ένα είναι η οικονομία χρόνου και δεύτερο είναι να μην εκτεθεί το ίδιο το παιδί αν δεις ότι δεν μπορεί να το αναπτύξει, να το αναλύσει και να το εξηγήσει»(16.09)

Ως προς την διδακτική πρακτική του να ολοκληρώνει τη σκέψη του μαθητή και να την ερμηνεύει ο ίδιος, παραδέχεται, καταρχήν, ότι αυτό είναι μια εγωιστική και «λανθασμένη» πρακτική,

«Αυτό σίγουρα θα ήταν το καλύτερο [...] Πολλές φορές αυτό είναι λάθος και, εκείνη την ώρα πρέπει να βοηθήσουμε το παιδί να ανακαλέσει τη γνώση, να δει πού βρίσκεται το ζήτημα και να προχωρήσει. Ότι το προχωράμε εμείς και το τελειώνουμε και τα παιδιά στέκονται ακίνητα δεν είναι σωστή πρακτική» (24.17)

«Είναι λανθασμένη πρακτική από τον εκπαιδευτικό και το κάνω προσωπικά»(25.05)

«Είναι εγωιστικό από τον δάσκαλο όταν το κάνει και μπορεί να το κάνουμε οι περισσότεροι αυτό, θεωρούμε ότι κατέχουμε απόλυτα τη γνώση εμείς, ότι θα την παρουσιάσουμε στα παιδιά καλύτερα» (1.23.00)

Οι λόγοι που υιοθετεί αυτή την πρακτική είναι ο χρόνος και η έγνοιά του να μην επικριθεί ο συμμαθητής, που προσπαθεί να απαντήσει, από τα υπόλοιπα παιδιά:

«θεωρώ ότι έχω συνέχεια την αίσθηση της πίεσης του χρόνου εκεί το αποδίδω. (25.30)

«Όχι, τα παιδιά να προχωρήσουν (τη σκέψη τους) ούτε να εμβαθύνουν γιατί πολλές φορές έχει και τις δραστηριότητες τις διαθεματικές, για παράδειγμα, τις οποίες, εγώ λυπάμαι πάρα πολύ αλλά δεν προλαβαίνω να τις κάνω» (42.46)

«Πολλές φορές είναι αυτή η βιασύνη που οδηγεί να ολοκληρώνουμε εμείς τη σκέψη του μαθητή που έπρεπε να την πει ο ίδιος...» (43.54)

Στην παρατήρηση για τη σημασία που έχουν στην ανάπτυξη εμπιστοσύνης και αυτοπεποίθησης των μαθητών οι εμπειρίες επιτυχίας οι οποίες απορρέουν από τις δικές τους δυνάμεις, όταν τους δίνεται η δυνατότητα προσωπικής κατασκευής της γνώσης, ο εκπαιδευτικός εκφράζεται θετικά αλλά θεωρεί εμπόδιο την έλλειψη χρόνου και την αδυναμία ορισμένων μαθητών,

«είπαμε για οικονομία χρόνου πολλές φορές τα λέμε εμείς δεν προσπαθούμε για αυτό» (20.48)

«σίγουρα το να βγαίνει από τα παιδιά οτιδήποτε αυτό είναι το καλύτερο, δικιά τους υπόθεση είναι το να κατακτήσουν τη γνώση και βλέπεις κίολας, υπάρχει μία ανατροφοδότηση, δηλαδή, σε ποιο βαθμό έχουν κατακτήσει τη γνώση. Το ερώτημα είναι αν θα μπορούν να παρέμβουν και πόσα παιδιά είναι αυτά που μπορούν» (21.02)

Αναγνωρίζει στις διδακτικές του πρακτικές ότι αλληλεπιδρώντας εξατομικευμένα με το μαθητή διατηρεί τον έλεγχο της προσωπικής μάθησης του μαθητή,

«το κάνω συνειδητά. Στην ατομική αλληλεπίδραση παρακολουθώ καλύτερα την πορεία του μαθητή και την κατανόηση του και πόσο έχει κατακτήσει τη γνώση» (1.56),

ενώ θεωρεί ότι αυτή η πρακτική αποτελεί ενιαία έκφραση για όλη την ομάδα της τάξης,

«αυτό που λειτούργησε ήταν ότι είμαστε μία ομάδα όλη η τάξη και δεν είμαστε μονάδες για αυτό προχωράμε όλοι μαζί και προσπαθούμε όλοι μαζί να κατακτήσουμε τη γνώση» (10.55),

θέτοντας την ατομική ευθύνη στην εκμάθηση των μαθηματικών αφού ο καθένας είναι υπεύθυνος για τη δική του μάθηση, με μια διάσταση μεταφοράς της γνώσης από τον εκπαιδευτικό, επομένως,

προσέχοντας και ακούγοντας τον εκπαιδευτικό να επεξεργάζεται τις μαθηματικές έννοιες στην ομάδα της τάξης ο/η μαθητής/τρια κατακτά το μαθηματικό γραμματισμό,

«Χωρίς να απορρίπτω το ατομικό (ατομική αλληλεπίδραση του ίδιου με το μαθητή) αυτό που τόνισα, κυρίως ήταν ότι δεν θα σας τα βάλω στο μυαλό, είναι επιλογή του καθενός (μαθητή/μαθήτριας) να πάρει την απόφαση να συγκεντρωθεί και να συμμετέχει σε αυτή τη διαδικασία». (2.27)

Ως προς τη συλλογική διαχείριση των μαθηματικών εννοιών και την συνεργατική επεξεργασία, ο εκπαιδευτικός, παρόλο που θεωρεί σημαντική την αλληλεπίδραση των μαθητών στην επεξεργασία των ιδεών και των προβληματισμών τους δεν δίνει τη δυνατότητα να επαληθεύσουν τις υποθέσεις και τους προβληματισμούς τους και να οδηγηθούν σε γενικεύσεις και συμπεράσματα, να αναλάβουν ρόλους ενεργητικής μάθησης για τον εαυτό τους. Ο ίδιος υποστηρίζει ότι επιχείρησε αλλά δεν κατάφερε να οργανώσει την τάξη σε ομάδες, αποδίδοντάς το σε έλλειψη εμπειρίας των παιδιών στην ομαδική εργασία, τονίζοντας ότι η τάξη λειτουργεί σαν μια ομάδα,

«αν τα παιδιά δεν έχουν εξασκηθεί στις προηγούμενες τάξεις είναι πάρα πολύ δύσκολα στη συνέχεια» (7.28)

«δεν ήταν ασκημένα σε αυτό στο να εργαστούν ομαδικά» (8.00)

«Πέρα από αυτό, εμείς λειτουργούσαμε σαν μία ομάδα όλη η τάξη. Είχα καταλήξει σε αυτό γιατί με τις υποομάδες δεν μπορέσαμε να λειτουργήσουμε» (8.14)

Παράλληλα εκφράζει και τους προβληματισμούς του για συνεργατικές πρακτικές ως προς την παιδαγωγική και συναισθηματική επίδραση στους πιο αδύναμους μαθητές,

«Δεν ξέρω πόσο θα μπορούσε να λειτουργήσει η συνεργασία. Μπορεί να αισθάνονται και μειονεκτικά κάποια παιδιά επειδή θα υστερούσαν απέναντι σε άλλους γιατί άλλα θα τελείωναν γρήγορα. Από την άλλη, καλό είναι να συνεργαστούν να λειτουργήσουν σε ομάδα των δύο αλλά στην έκτη τάξη καλό θα ήταν να αλληλεπιδράσουν με περισσότερα παιδιά οι ομάδες, δηλαδή, θα είχε ενδιαφέρον για τα ίδια τα παιδιά να ήτανε των τεσσάρων παιδιών» (9.46)

Όσον αφορά στις απροσδόκητες συνεισφορές, ερωτήσεις ή διαφωνίες των μαθητών κατά την εξέλιξη της μαθηματικής δραστηριότητας, η κυρίαρχη διδακτική πρακτική του εκπαιδευτικού είναι να ανταποκρίνεται άμεσα ο ίδιος δίνοντας την απάντηση. Θεωρεί θετικό και επιδιωκόμενη εξέλιξη στη μαθηματική διεργασία να θέτουν οι μαθητές μη αναμενόμενες συνεισφορές αλλά σημειώνει ότι το ζήτημα του χρόνου αποτελεί καθοριστικό παράγοντα,

«Σίγουρα δεν μπορούμε να τα αφήσουμε αναπάντητα (τα ερωτήματα) αν υπάρχει χρόνος να τα βρουν τα ίδια τα παιδιά και να δοκιμάσουν. Αυτό θα ήταν το ιδανικό. Πολλές φορές δυστυχώς, λόγω της πίεσης του χρόνου απαντάμε εμείς. Μπορεί να καταλαβαίνω το λάθος μου, το κάνω όμως συνειδητά, ξέρω ότι εκείνη την ώρα δεν είναι αυτό που πρέπει να κάνω»(29.17)

«Σίγουρα έπρεπε εγώ να καταλάβω ποιο είναι το κενό που είχε ο Μα13 [...] έπρεπε όλα τα παιδιά να το ξέρουν και μάλιστα δεν δικαιολογείται να μην το ξέρει ένα παιδί με τις δυνατότητες του Μα13, που σημαίνει ότι κάτι δεν έκανα καλά εγώ, το παιδί κάτι είχε αντιληφθεί διαφορετικά. Οπότε αυτό ήταν κάτι πολύ συγκεκριμένο και εγώ είχα την ευθύνη να του δώσω να καταλάβει τι σημαίνει 0 μέτρα και 6 δέκατα» (4^ο Δ. Α.)(32.21)

Πολύ ενδιαφέρον, σε αυτό το σημείο της συζήτησης, έχουν τα λόγια του Γιώργου καθώς πολύ χαρακτηριστικά παραθέτει το θεωρητικό πλαίσιο της «ερμηνευτικής ακρόασης» (interpretive) από την πλευρά του μαθητή, όπως, θα έπρεπε να είχε γίνει από τον ίδιο,

Δεν θυμάμαι ακριβώς ποιο ήταν το πρόβλημά του, θα μπορούσα να τον ρωτήσω για να με βοηθήσει να καταλάβω τι ή ποιο ακριβώς είναι το πρόβλημά του. [...] τι ήταν αυτό που δεν καταλαβαίνει, να προσπαθήσω να το καταλάβω εγώ, να τον ακούσω, δηλαδή, πώς το σκέφτεται...» (32.57)

Από τη συζήτηση/συνέντευξη διαφαίνεται ότι ο Γιώργος διαθέτει τις παιδαγωγικές προθέσεις και αφενός μεν στηρίζει θεωρητικά τη συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού σε ένα πλαίσιο μη επικριτικό, αμοιβαίου σεβασμού της συνεισφοράς ως ισχυρή ευκαιρία για ανάπτυξη της μαθηματικής κατανόησης, αφετέρου δε, ο ρόλος που υιοθετεί κυρίως στις διδακτικές του πρακτικές δεν έχει ως γνώμονα την ανάδειξη της συνεισφοράς του μαθητή, την ενθάρρυνση της διαχείρισης των εννοιών από τους ίδιους τους μαθητές, της ανεξάρτητης σκέψης, την ενίσχυση της αυτόνομης δράσης και, επομένως, τη μαθηματική ενδυνάμωση, ούτε τη συλλογική επεξεργασία και συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού γραμματισμού καθώς, προτάσσει, κυρίως, το ρόλο του διεκπεραιωτή και μεταδότη της σχολικής γνώσης.

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

Διαχειρίζεται το μαθηματικό περιεχόμενο και τις δραστηριότητες με διαδικαστικού τύπου μαθηματικές διεργασίες, με χρήση των μορφολογικών στοιχείων και υπολογιστικών τεχνικών και εφαρμογή διαδικασιών ρουτίνας, με ερωτήσεις που αφορούν στη διευκρίνιση της μαθηματικής γνώσης και επιβολή συγκεκριμένων στρατηγικών, πρακτικές που απομακρύνονται από την κατανόηση και την εννοιολογική επεξεργασία των μαθηματικών εννοιών. Προσανατολισμένος σε συγκεκριμένες απαντήσεις που επιδιώκει από τους μαθητές περιορίζεται σε μια επιφανειακή ακρόαση και δεν εστιάζει στις ιδέες τους και στα ερωτήματά τους.

Έτσι, ενώ οι μαθητές φαίνεται να επιδιώκουν τη μαθηματική αλληλεπίδραση και επικοινωνία ο εκπαιδευτικός δεν μεταβιβάζει την ευθύνη στους ίδιους ώστε να αλληλεπιδράσουν, να διαπραγματευτούν και να ενισχύσουν την κατανόησή τους μέσα από τις δικές τους άτυπες εξηγήσεις και την επιχειρηματολογία, αντίθετα, διαχειρίζεται τους προβληματισμούς και τα ερωτήματά τους ως απόλυτος φορέας της γνώσης επαναλαμβάνοντας πολλές μικρές εξηγήσεις και επιμένοντας στη διατύπωση επαναλήψεων, στη χρήση κανόνων και συγκεκριμένων στρατηγικών. Αφενός μεν υπαινίσσονται πεποιθήσεις για το μαθηματικό γραμματισμό που δεν στηρίζονται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης, την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή και στην προσωπική διαδρομή κατασκευής της γνώσης, αφετέρου συνιστούν μια γνώση που βασίζεται στην υποκειμενικότητα της σκέψης του εκπαιδευτικού. Στην ουσία ο επιστημολογικός φορέας θα μεταδώσει και οι μαθητές στη συνέχεια θα απομνημονεύσουν και θα εφαρμόσουν τη νέα γνώση, διδακτική πρακτική που λειτουργεί διαχωριστικά στη σχέση μεταξύ μαθητή και μαθηματικής έννοιας και δεν προωθεί τη μαθηματική ενδυνάμωση των μαθητών.

Επιμένει σε διαχειριστικές τεχνοκρατικές παιδαγωγικές πρακτικές με έναν επαναληπτικό και διαδικαστικό τρόπο χωρίς να συνδέει εποικοδομητικά τα μαθηματικά με τον προσωπικό τρόπο κατανόησης και την άτυπη γνώση του μαθητή, πρακτική που μετατρέπει τη διδασκαλία σε ρουτίνα και τυποποιημένη διαδικασία με την έννοια του συμπεριφοριστικού προσανατολισμού και προωθεί μια εργαλειακή/λειτουργική χρήση της γνώσης. Επιπλέον, η επανάληψη όχι μόνο εδραιώνει και φυσικοποιεί αυτές τις μαθηματικές πρακτικές, ουσιαστικά όμως, διαμορφώνει εγγράμματες μαθηματικές ταυτότητες

αλλά και τρόπους αντίληψης, κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου δομώντας, αντίστοιχα και την επιστημολογική ταυτότητα του μελλοντικού πολίτη.

Σχετικά με τη διαχείριση του διδακτικού υλικού και του σχολικού βιβλίου ο Γιώργος θεωρεί ότι ο διδακτικός χρόνος δεν επαρκεί και οδηγείται κατ' ανάγκην στην επιλογή συγκεκριμένων πρακτικών μαθηματικού γραμματισμού αποτέλεσμα που αποτυπώνεται και ως πηγή προβληματισμού και προσωπικού άγχους για την παιδαγωγική του συνέπεια,

«Δεν μου φτάνει, όχι μόνο το 45λεπτο και τα τέσσερα 45 λεπτά την εβδομάδα (που προβλέπονται από το αναλυτικό πρόγραμμα), τα θεωρώ λίγα για να πω ότι κάνω σωστά τη διδασκαλία των Μαθηματικών, ότι δίνω την καινούργια γνώση. Για να την κατακτήσουν τα παιδιά γίνεται αναγκαστικά δασκαλοκεντρική διδασκαλία και δεν έχει καμία σχέση με αυτή τη διδασκαλία που θέλουμε να κάνουμε.» (26.05)

«για παράδειγμα, έχει και τις δραστηριότητες τις διαθεματικές, τις οποίες, εγώ λυπάμαι πάρα πολύ αλλά δεν προλαβαίνω να τις κάνω. Τελικά, τα παιδιά δεν μαθαίνουν να λύνουν προβλήματα, δίνουμε σημασία περισσότερο στη διαδικαστική γνώση και χάνουμε την ουσία να συνδέσουμε τα μαθηματικά με τη ζωή και έχει και ωραίες διαθεματικές δραστηριότητες, τις οποίες δεν προλαβαίνουμε να κάνουμε [...] Παραδείγματος χάρη, να δημιουργήσουμε προβλήματα, μία διαδικασία που δεν την κάνουμε ποτέ. Τα ίδια, δηλαδή, τα παιδιά να κάνουν προβλήματα από τη ζωή» (44.56)

Καταστρατηγώ συνέχεια το πρόγραμμα σε βάρος άλλων μαθημάτων, [...] πιστεύω ότι τα μαθηματικά πρέπει να γίνουν [...] προσπαθώ να βάλω προτεραιότητες. Ποια είναι η βασική γνώση που πρέπει απαραίτητα να έρθουν σε επαφή με αυτή την ύλη τα παιδιά» (45.30)

Παράλληλα, εξέφρασε προβληματισμούς για τον αποσπασματικό και ασυνεχή τρόπο που παρουσιάζονται ορισμένες μαθηματικές έννοιες στο σχολικό βιβλίο και διατύπωσε αντίστοιχες προτάσεις για το περιεχόμενο των σχολικών μαθηματικών, όπως η επίλυση και η κατασκευή προβλημάτων τα οποία χρειάζεται να έχουν περισσότερο χώρο στη μαθηματική επεξεργασία και την παιδαγωγική ελευθερία,

«γενικά, η επίλυση προβλημάτων είναι ανάγκη να υπάρχει μέσα στα βιβλία, λίγη ύλη και τελικά (τα βιβλία) είναι δρόμοι των συγγραφέων και όχι των παιδιών για να φτάσουμε στο ζητούμενο. Έχουν αναλυτικοσυνθετική μέθοδο, μπορεί να είναι χρήσιμη για τον δάσκαλο αλλά δεν βοηθάει τα παιδιά. Θα μπορούσαν να το ζητάνε από τον δάσκαλο αν υπάρχει η δυνατότητα και όπου υπάρχει» (46.13)

Σε σχέση με το διαφορετικό τρόπο προσέγγισης/επίλυσης που οι μαθητές αντιπροτείνουν κατά την επεξεργασία των δραστηριοτήτων (6^ο Δ.Α.), ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι το διδακτικό αντικείμενο της ημέρας καθορίζει τη μέθοδο που θ' ακολουθήσει στη διδασκαλία,

Σίγουρα το ενθαρρύνουμε αυτό, τα παιδιά να βρίσκουν λύσεις, δεν μπορείς να περιορίσεις και να απαιτήσεις μία μεθοδολογία. Από την άλλη πρέπει να τους δείξεις τους δρόμους και να διαλέγουν τα παιδιά [...] στο μάθημα της ημέρας. Παράδειγμα, σήμερα διδάσκω αυτή τη μέθοδο οπότε το να το λύσεις το παιδί με κάποια άλλη μέθοδο ναι μεν εντάξει τα κατάφερε και το έλυσε κάτι που μας δίνει ικανοποίηση αλλά από την άλλη δεν μπορείς να βγάλεις συμπεράσματα αν έχει κατανοήσει την μέθοδο που ήταν το ζητούμενο εκείνη την ημέρα, να δούμε αν ξέρει τη μέθοδο που διδάχτηκε» (38.55)

«Σήμερα κάνουμε αυτό οπότε λύνουμε με εκείνη την μέθοδο την άσκηση μας» (39.24)

Αναφορικά με τη φύση και τη διδασκαλία των μαθηματικών έναντι των άλλων διδακτικών αντικειμένων ο εκπαιδευτικός έχει την άποψη, ότι τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από «σταθερότητα», «αυστηρότητα και αντικειμενικότητα»,

«στα μαθηματικά υπάρχει μία αυστηρότητα ότι αυτό είναι και πρέπει να είσαι ακριβής, δεν μπορείς να κάνεις εκτός από αυτό που είπαμε, τις διαφορετικές μεθόδους. Για να φτάσει στο αποτέλεσμα υπάρχουν κανόνες που δεν μπορείς να παρεκκλίνεις. Αυτό τους έλεγα συνέχεια: Προσέξτε το, υπάρχει μία βεβαιότητα, όσον αφορά τα μαθηματικά» (4.36)

«Τα άλλα μαθήματα μπορεί να διαμορφώνονται ανάλογα με τις αντιλήψεις κάθε εποχής, τις αρχές που υπάρχουν, την ηθική, χίλια δυο, όλα ανατρέπονται, γιατί αναθεωρούνται χίλια δύο. [...] Σήμερα δεν υπάρχει μία σταθερά [...] έχουν ανατραπεί πολλά πράγματα στον κόσμο. Τα μαθηματικά έχουν μία σταθερότητα σαν επιστήμη [...] τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από μία αυστηρότητα και μία αντικειμενικότητα» (54.06)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

Στα συγκεκριμένα διδακτικά αποσπάσματα οι μαθητές καταθέτουν συνεισφορές στις οποίες αποτυπώνεται η προσωπική τους αίσθηση κατανόησης. Προσηλωμένος όμως ο εκπαιδευτικός στο δικό του μεθοδολογικό σκεπτικό παραβλέπει/προσπερνά αυτές τις προσωπικές διαδρομές των μαθητών και δεν τις αξιοποιεί για να δημιουργήσει στηρίγματα ανάμεσα στην προηγούμενη και τη νέα γνώση των μαθητών ενώ συχνά τονίζει την ευθύνη του μαθητή να προσπελάσει το σκεπτικό του εκπαιδευτικού. Η ακρόαση του εκπαιδευτικού περιορίζεται σε φαινομενικά και μορφολογικά στοιχεία χωρίς προσπάθεια πρόσβασης στο είδος κατανόησης του μαθητή. Συνήθως προσπερνά τα ερωτήματα ή τις απαντήσεις του μαθητή χωρίς να τα επεξεργάζεται μαζί του είτε απαντώντας άμεσα είτε κατευθύνοντας σε μια προδιαγεγραμμένη πορεία την μαθηματικής επεξεργασία. Στην πραγματικότητα, δεν ακούει τι λέει ο μαθητής και δεν προσπαθεί να ανιχνεύσει σε τι ακριβώς δυσκολεύεται. Οι συνεισφορές των μαθητών, στη διδασκαλία του Γιώργου, δε φαίνεται να επιδρούν στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος καθώς οι ιδέες τους, στην ουσία, δεν γίνονται μέρος της μαθηματικής επεξεργασίας. Επιπλέον, δεν υιοθετεί συνεργατικές πρακτικές που θα έδιναν ώθηση και στους αδύναμους μαθητές να ενδυναμωθούν μέσα από τη συνεργασία με τους συμμαθητές τους και να τολμήσουν να εκτεθούν στην τάξη και να εμπλακούν ενεργά στην μαθηματική διαδικασία. Ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον κύριο επιστημολογικό φορέα της τάξης, τον εκπαιδευτικό, υπαινίσσοντας την εργαλειακή χρήση της γνώσης και των διαδικασιών σε ένα επιστημολογικό μοντέλο μετάδοσης και παθητικής αποδοχής παρά ενεργούς κατασκευής της γνώσης, που θα καλλιεργούσε την εμπιστοσύνη των μαθητών στις δικές τους δυνάμεις και την μαθηματική ενδυνάμωση.

Ο εκπαιδευτικός ενώ αρχικά δείχνει να ενθαρρύνει την έκφραση γνώμης, την επιχειρηματολογία και την αλληλεπίδραση στα πλαίσια της ομάδας της τάξης, εντούτοις, λειτουργεί κατά κύριο λόγο, με τους πρόθυμους και πιο τους κυριαρχικούς μαθητές στην επεξεργασία της δραστηριοτήτων ενώ οι μαθητές που νιώθουν ανασφαλείς ή δυσκολεύονται παραμένουν στο περιθώριο της εκπαιδευτικής διαδικασίας, ως παρατηρητές. Σχετικά με αυτή τη διδακτική πρακτική ο εκπαιδευτικός θέτει/αντιμετωπίζει δύο διλήμματα, του χρόνου και της έγνοιας να μην εκτεθούν στους υπόλοιπους συμμαθητές τους,

«Ενδεχομένως, ορισμένα παιδιά [...] να θέλουν να κάνουν και μία επίδειξη γνώσης και να βιάζονται να το δείξουν. [...] Μπορεί να συμβαίνει πολλές φορές η μισή τάξη και οι λιγότεροι κιάλας να είναι αυτοί που συμμετέχουν. Προσπαθείς να κινητοποιήσεις και τους υπόλοιπους αλλά και αυτό σε ένα βαθμό όσο το

επιτρέπει ο χρόνος και η διαδικασία και πολλές φορές είναι ότι δεν θέλεις να εκθέσεις τόσο (το/τη μαθητή/τρια), ανάλογα με την περίπτωση» (1.03.14)

Αναγνωρίζει την πολυμορφία των μαθητών με τα ποικίλα ετερογενή κοινωνικά, μορφωτικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά των μαθητών και των μαθητριών του καθώς και τις δυσκολίες ως προς την υιοθέτηση πρακτικών διαφοροποίησης της διδασκαλίας στην κατεύθυνση της πρόσβασης και εμπλοκής όλων των μαθητών για την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος ώστε να ενδυναμωθούν μαθηματικά οι μαθητές είτε ατομικά και είτε συλλογικά,

«είτε για λόγους κοινωνικούς είτε για λόγους επιπέδου ή νοητικών ικανοτήτων, κλίσεις και ενδιαφέροντα, πόσο, δηλαδή, έχουν κατακτήσει τη γνώση. Σίγουρα, μέσα σε αυτό το πλαίσιο δεν μπορούν να συμμετέχουν όλα τα παιδιά είναι σαφές» (1.01.46)

«Είναι πάρα πολύ δύσκολο, ούτως ή άλλως όλες οι τάξεις είναι ανομοιογενείς [...] Μπορεί ο δάσκαλος να περάσει από δίπλα τους στο θρανίο αλλά δεν μπορεί αυτό να συμβαίνει συχνά. Το πιο συνηθισμένο είναι αυτό, να μην μπορείς να το δεις ούτε ατομικά στον καθένα. Απευθύνεσαι στο σύνολο» (1.09.35)

«Προσωπικά, θα ήθελα να κρατήσω το ενδιαφέρον του Μα17 και του Μα18. Ήξερα όμως ότι δεν μπορούσα να έχω και πολλές προσδοκίες. Ύστερα, πολλές φορές για να μην τους φέρω σε δύσκολη θέση, μπορεί να συνέχιζα εγώ μία απάντηση ή φοβόμουνα μην πούνε κάτι και κάποιο παιδί ενδεχομένως τους ειρωνευτεί» (1.10.56)

Η διδακτική του πρακτική φαίνεται να κινείται περισσότερο με έναν διακηρυκτικό και ηθικοποιημένο/ψυχολογικοποιημένο τρόπο, σε μια γενική συμβουλευτική και συναισθηματοποιητική ρητορική, καθώς λειτουργεί προστατευτικά για τους μαθητές που δυσκολεύονται στα μαθηματικά. Στην ουσία όμως, παραβλέπονται τα εμπόδια πρόσβασής τους στο μαθηματικό γραμματισμό,

«...και πολλές φορές είναι και αυτό που δεν θέλεις να εκθέσεις τόσο (το/τη μαθητή/τρια), ανάλογα με την περίπτωση [...] Γενικά, τα παιδιά είναι πολύ σκληρά, επικρίνουν πάντα, ειρωνεύονται εύκολα» (1.03.49)

«είμαστε ομάδα αυτό είναι βασική αρχή, ότι δεν μπορούμε να αφήνουμε τον έναν και τον άλλον συμμαθητή μας, [...] θα πρέπει ο ένας να βοηθάει τον άλλον, όλοι μαζί θα ανέβουμε, δεν καλλιεργούμε ανταγωνισμούς, δεν προχωράει και η τάξη, αν δεν συμβάλλουν όλοι όσο μπορούν στηρίζοντας ο ένας τον άλλον» (1.15.45)

Τονίζοντας, σε άλλα σημεία ότι η πρόσβαση στο μαθηματικό γραμματισμό αποτελεί προσωπική «επιλογή» του μαθητή,

«...τόνισα [...] ότι δεν θα σας τα βάλω στο μυαλό, είναι επιλογή του καθενός να πάρει την απόφαση να συγκεντρωθεί και να συμμετέχει σε αυτή τη διαδικασία» (2.16)

Στην ιδέα αν θα ενίσχυε τη αυτοπεποίθησή τους και την αυτονομία τους -με συνέπεια και την κοινωνική τους ενδυνάμωση στην ομάδα της τάξης- οι μαθητές αν εργαζόταν ομαδικά π.χ. δύο-δύο πριν απαντήσουν ή σηκωθούν στον πίνακα, ο εκπαιδευτικός συμφωνεί με την ιδέα, προβάλλοντας όμως εμπόδια,

«Είναι πιθανότερο ένας μαθητής με δυσκολίες μέσα από την αλληλεπίδραση στην ομάδα να υποστηρίξει καλύτερα την άποψή του και να ενδυναμώνεται περισσότερο γιατί αλλιώς μπορούν και τα παιδιά να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Αλλιώς θα μπορέσεις να το εξηγήσεις στο συνομήλικό του ή να του το μεταδώσει. Οπότε πιθανότατα θα μπορούσε να κερδίσει περισσότερα μέσα στην ομάδα ένα παιδί με δυσκολίες και να ανέβει και η αυτοπεποίθησή του όπως και το ενδιαφέρον του για να συμβάλει στην

ομάδα. Να έχει κίνητρα και εσωτερικά και παρώθηση [...] Πιστεύω ότι στη μικρή ομάδα θα μπορούσε να λειτουργήσει ο μαθητής με δυσκολίες» (1.14.28)

Στην ερώτηση αν κατά την άποψή του ο μαθηματικός γραμματισμός αποτελεί κρίσιμο φίλτρο-κλειδί για την μελλοντική ζωή των μαθητών ώστε να συμμετέχουν ως ενεργά μέλη σε μια δημοκρατική κοινωνία ο εκπαιδευτικός αναγνωρίζει, καταρχήν, ως σημαντική τη μαθηματική σκέψη και γνώση για την προσωπική τους ζωή, συναρτώντας το με οικονομικούς και κοινωνικούς παράγοντες,

«αντικειμενικά, τα μαθηματικά είναι μία επιστήμη ένας τομέας που στη ζωή μας έχει εφαρμογή και πρακτικά, δηλαδή, να το δεις [...] Πρακτικά μαθηματικά, κυρίως στο δημοτικό, πρέπει να κάνουμε, που θα περιλαμβάνουν όλα, διαδικαστικά μαθηματικά και πράξεις και επίλυση προβλημάτων και μαθηματική σκέψη, ώστε τα παιδιά να έχουν μία βασική γνώση για να μπουν στη ζωή. Σίγουρα αυτό που πρέπει να λέμε είναι ότι βοηθάνε τα μαθηματικά στη νοητική ανάπτυξη του ανθρώπου. Η μαθηματική σκέψη είναι πολύ σημαντική από κάθε άποψη, είναι μία βασική επιστήμη που είναι απαραίτητη για πολλά πράγματα ιδιαίτερα για αυτούς που θα ασχοληθούν με θετικές επιστήμες» (52.01)

«Και το πιο βασικό να σταθείς και ως καταναλωτής να μπορείς και να καταλαβαίνεις αυτό που βλέπεις, να κάνεις νοερούς υπολογισμούς. Όλα χρειάζονται» (52.41)

Αλλά και για τη μελλοντική τους ζωή ως ενεργά μέλη μιας δημοκρατικής κοινωνίας ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά αποτελούν «εργαλείο σκέψης» σε τοπικά και παγκόσμια ζητήματα συναρτώντας τα με την κοινωνική δικαιοσύνη και την εμπρόθετη κατεύθυνση προς την οποία λειτουργούν, επισημαίνοντας την ανάγκη πρόσβασης όλων των παιδιών στο μαθηματικό γραμματισμό,

«Ανάλογα πώς θα χρησιμοποιήσει και για ποιο σκοπό τα μαθηματικά και για τίνος συμφέρον. Εν πάση περιπτώσει και αυτό πολλές φορές το λέγαμε, ο καθένας τα νούμερα τα βλέπει διαφορετικά, από μόνα τους δεν λένε τίποτα, αλλά αν χρησιμοποιηθούν στην κατεύθυνση που πρέπει και αυτό που πρέπει να ξέρουν σαν στάση ζωής είναι είτε για διεκδίκηση είτε για το δίκιο τους είτε για την κοινωνία κάτι που θα ωφελήσει για να μπορέσουν να κάνουν κάποιες παρεμβάσεις» (57.41)

«Σαφώς συνδέονται τα μαθηματικά με την διαμόρφωση ενός πολίτη δημοκρατικού και ενεργού» (58.03)

Στο ερώτημα αν ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην τάξη των μαθηματικών μπορεί να λειτουργεί αντιφατικά, να ενδυναμώνει και να εντάσσει από τη μια να αποδυναμώνει και να αποκλείει από την άλλη, ο Γιώργος θεωρεί κρίσιμο το ρόλο του εκπαιδευτικού,

«Σαφέστατα, ο ρόλος του δασκάλου μπορεί να ενδυναμώσει ή να αποκλείσει κάποιο μαθητή μέσα στην τάξη ανάλογα με το τι αντίληψη έχει ο καθένας. Αυτό είναι το πιο εύκολο και το πιο βολικό. Να ρίξει τον πήχη για αυτά τα παιδιά να τα αφήσει στον κόσμο τους και να συνεχίσει με τα άλλα» (1.16.52)

Μέσα από τα λόγια του, διαγράφονται αντιφατικά δεδομένα καθώς εκφράζει μεν την επιθυμία να λειτουργεί η τάξη στη βάση της αλληλεγγύης και της αλληλοβοήθειας στη διαδικασία συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού από την άλλη, ο ίδιος αποδέχεται ότι σ' αυτό το πλαίσιο δεν μπορούν να συμμετέχουν όλοι οι μαθητές ούτε να εργαστούν ομαδικά σεβόμενοι και στηρίζοντας μαθησιακά ο ένας τον άλλο. Αυτό που διαφαίνεται να γίνεται κυρίαρχο είναι ότι οι σχέσεις, η συμμετοχή στην κουλτούρα της τάξης και η συλλογική ενδυνάμωση γέρνουν, κυρίως, προς την ατομική ευθύνη του κάθε μαθητή, ενώ το «κρίσιμο ζήτημα» της ισότιμης πρόσβασης και συνεκπαίδευσης των μαθητών με δυσκολίες ή των σιωπηρών μαθητών παραμένει μια δισεπίλυτη εξίσωση που επιδρά άμεσα κι έμμεσα στην αυτονομία και στην χειραφέτηση των μαθητών με μικροκοινωνικές και μακροκοινωνικές συνέπειες.

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

Στην πλειοψηφία τους οι διδακτικές πρακτικές που υιοθέτησε ο Γιώργος αποτυπώνουν πιο παραδοσιακές μορφές διδασκαλίας που τοποθετούν στο επίκεντρο τον εκπαιδευτικό ενώ οι εξουσιαστικές δομές γίνονται εμφανείς σε κάθε πτυχή της διδασκαλίας. Κυρίαρχη πρακτική αποτελεί ο απόλυτος έλεγχος της δραστηριότητας. Κατευθύνει τη μαθηματική επεξεργασία με συγκεντρωτικό τρόπο διατηρώντας τους μαθητές εξαρτημένους σε μια χρηστικού τύπου διαχείριση του μαθηματικού γραμματισμού που περιορίζει τη δημιουργικότητα και το ενδιαφέρον για τα μαθηματικά και παρασκευάζει παράλληλα έναν τύπο συμμορφωτικής μαθηματικής ταυτότητας των μαθητών παρά ανεξάρτητης σκέψης και αυθεντικής πρωτοβουλίας. Επιμερίζει το μαθηματικό περιεχόμενο της γνώσης σε μικρά κι ελεγχόμενα τμήματα το οποίο επεξεργάζεται με κλειστού τύπου διευκρινιστικές ερωτήσεις και απαντήσεις επιμένοντας σε επαναλήψεις και μια ομοιόμορφη στρατηγική μάθησης που τείνει περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης και αυθαίρετης υπαγόρευσης της γνώσης από την αρχή-εξουσία παρά κατασκευής από τους ίδιους τους μαθητές.

Επιπλέον, απουσιάζουν η αλληλεπίδραση και η μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και η συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος αφού σπάνια θέτει στην ομάδα τα ερωτήματα, τους προβληματισμούς ή την αμφισβήτηση που εκφράζουν οι μαθητές καθώς επιλέγει να ανταποκρίνεται άμεσα ο ίδιος.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην τάξη του Γιώργου αναγνωρίζεται με ρητούς και άρρητους τρόπους ως μια αναμφισβήτητη επιστημολογική αρχή που ερμηνεύει, κατευθύνει και συνοψίζει τη μαθηματική γνώση χωρίς να εκχωρεί μέρος της εξουσίας/ευθύνης στους μαθητές, διδακτικές πρακτικές που δεν ενθαρρύνουν την αντίληψη της μαθηματικής έννοιας, την ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας, δεν προάγουν την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή και τη μαθηματική ενδυνάμωση.

Στη συνέντευξη, ο εκπαιδευτικός σε πολλά σημεία τόνισε το πρόβλημα του χρόνου και του όγκου της ύλης ως αιτιώδεις και ανυπερβλήτους παράγοντες που σχετίζονται με την επιλογή συγκεκριμένων διδακτικών πρακτικών ενώ παράλληλα αναδύθηκαν στοιχεία αναστοχασμού,

«αλλά είπαμε, λόγω της πίεσης του χρόνου, συνήθως, τα απαντάω εγώ ενώ ξέρω ότι είναι λάθος αυτή η τακτική, είναι μία καλή αφορμή να βάλεις τα παιδιά τα ίδια να δοκιμάσουν μία άποψη» (15.41)

«θα μπορούσα να τον ρωτήσω για να με βοηθήσει να καταλάβω, τι ή ποιο ακριβώς είναι το πρόβλημά του [...] θεωρώ ότι ήταν λάθος αντιμετώπιση. Ίσως να μην μπορούσα να διαθέσω παραπάνω χρόνο» (53.04)

Θεωρεί δυνητικά θετική την αλληλεπίδραση των μαθητών στην κατασκευή της γνώσης μέσα από τις διαφωνίες τους και τις συγκρούσεις αλλά θεωρεί το χρόνο βασικό εμπόδιο να λειτουργήσει έτσι η τάξη των μαθηματικών. Παρόλα αυτά, ο ίδιος προκαλεί γνωστικές συγκρούσεις ώστε να μετριάζεται το ζήτημα της αυθεντίας του εκπαιδευτικού,

«θα ήταν το ιδανικό και μακάρι να μπορούσαμε, οι ίδιοι μαθητές να αλληλεπιδράσουν και να δώσουν την απάντηση στα ερωτήματά τους και να κατασκευάσουν τη μαθηματική γνώση. Να γίνεται με την αντιπαράθεση των ίδιων καθώς υπάρχουν διαφορετικές αντιλήψεις. Σίγουρα αυτό το θεωρώ καλύτερο και πολλές φορές τα ερωτήματα μπορεί να βοηθήσουν τα (παιδιά) στους προβληματισμούς τους να βρουν τις λύσεις και να προχωρήσουν ή και να δώσω τη δυνατότητα να υπάρξει μία γνωστική σύγκρουση. Συνηθίζω να βάζω κάποιες παγίδες [...] για να μπορέσουν να τα βρουν τα ίδια. Αυξάνεται,

έτσι και το ενδιαφέρον τους, σπάει με αυτό τον τρόπο και η ιδέα της αυθεντίας, περνάει με μία φυσικότητα» (1.24.38)

Συνοψίζοντας, στις διδακτικές πρακτικές του Γιώργου διαφαίνεται να κυριαρχεί ο αξιολογητικός προσανατολισμός ακρόασης σύμφωνα με τον οποίο αναζητά κυρίως απαντήσεις σύμφωνες με ένα δικό του σκεπτικό θεωρώντας σε πολλές περιπτώσεις ότι είναι ευθύνη του μαθητή να έχει πρόσβαση στη σκέψη του εκπαιδευτικού προσέχοντας και ακούγοντάς τον. Η εργασία και οι ευκαιρίες αλληλεπίδρασης στην τάξη περιορίζονται αποκλειστικά ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και τον/την μαθητή/μαθήτρια κάθε φορά ή την πιο δυναμική ομάδα της τάξης ενώ οι μαθηματικές έννοιες σπάνια προκύπτουν μέσω συζητήσεων ή μιας διαπραγματευτικής διαδικασίας αν και θεωρεί ότι είναι το «ιδανικότερο» να ανακατασκευάσουν οι ίδιοι μαθητές τη γνώση, έστω και σαν «ανατροφοδότηση». Η διδακτική πρακτική που υιοθετεί συχνά θέτει περιορισμούς στην προώθηση ενός ενδυναμωτικού πλαισίου ισότητας και ουσιαστικής συμμετοχής όλων των μαθητών.

Επιμένει στην επανάληψη μαθηματικών όρων και την απομνημόνευση συγκεκριμένων στρατηγικών αναπαράγοντας τυποποιημένες διαδικασίες με τελετουργικό τρόπο που προωθούν το μοντέλο διαδικαστικής/χρηστικής γνώσης. Ακολουθεί μια γραμμική διαδικασία όπου αναζητά και κατευθύνει το μαθητή με βάση το δικό του σχεδιασμό, περιορίζοντας την επεξεργασία, κυρίως στα μορφολογικά στοιχεία των εννοιών και λιγότερο στην εξερεύνηση μαθηματικών ιδεών, σχέσεων και δομών. Η συγκρότηση μαθηματικού γραμματισμού στην τάξη του Γιώργου αποτελεί ξεκάθαρα ατομική υπόθεση του μαθητή ενταγμένη σε ένα μοντέλο μετάδοσης της γνώσης ελεγχόμενη απόλυτα από τον εκπαιδευτικό. Ουσιαστικά, ο ίδιος λειτουργεί ως κυρίαρχη πηγή γνώσης προκρίνοντας για τον εκπαιδευτικό το ρόλο της εξουσίας.

Όλα τα διδακτικά αποσπάσματα που αναλύθηκαν είχαν τη δυνατότητα να αξιοποιηθούν από τον εκπαιδευτικό για να βελτιώσουν την κατανόηση των μαθητών σχετικά με τις αντίστοιχες μαθηματικές ιδέες (μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση), να συνδεθούν με βιωματικές συνθήκες των μαθητών και να αξιοποιηθούν ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών-μελλοντικών πολιτών (κοινωνική ενδυνάμωση/χειραφέτηση). Αντίθετα, οι διδακτικές πρακτικές στο συγκεκριμένο πλαίσιο διδασκαλίας συντηρούν ένα χαμηλό επίπεδο επιστημολογικής ενδυνάμωσης και δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών.

Στη συνέχεια, οι διδακτικές πρακτικές του Γιώργου που εντοπίστηκαν από την ανάλυση των δεδομένων αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο διδακτικών πρακτικών που δημιουργήθηκε πάνω στους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης Davis (1997) και στους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002) ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#))

5.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη της Σοφίας

Στην ανάλυση των δεδομένων της εκπαιδευτικού περιλαμβάνονται στοιχεία από το επαγγελματικό προφίλ και το πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών. Στη συνέχεια αναλύονται οι διδακτικές πρακτικές μέσα από τα επιλεγμένα διδακτικά αποσπάσματα και συνδυάζονται με τις απαντήσεις από τη συνέντευξη σε μια προσπάθεια κατανόησης και συνδυαστικής ερμηνείας ώστε να δοθεί μια πληρέστερη εικόνα των διδακτικών πρακτικών που αποτυπώθηκαν. Η ανάλυση των διδακτικών πρακτικών

παρουσιάζεται ανά άξονα. Στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο οι διδακτικές πρακτικές της Σοφίας.

5.2.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ της Σοφίας και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών

Η Σοφία εκπαιδευτικός της Ε Τάξης έχει διδακτική εμπειρία 24 χρόνων με συμμετοχή σε διαχρονικές (εξομοίωση ΠΤΔΕ-διετή μετεκπαίδευση-ΤΠΕ) και τρέχουσες επιμορφώσεις. Η τάξη της έχει 13 κορίτσια 10 αγόρια.

Κοινωνικοοικονομικό προφίλ των μαθητών. Σύμφωνα με την εκπαιδευτικό δεν υπάρχουν μεγάλες αντιθέσεις στο κοινωνικοοικονομικό και μορφωτικό προφίλ των οικογενειών των μαθητών, λαμβάνοντας υπόψη ότι η μακροχρόνια οικονομική κρίση που υφίσταται η χώρα έχει επηρεάσει όλες τις οικογένειες τόσο ως προς το ζήτημα της εργασίας όσο και ως προς τη δυνατότητα αξιοβίτου επιπέδου ζωής. Στην τάξη φοιτά ένας μαθητής χωρίς γνώση της ελληνικής και δύο μαθητές με διαγνωσμένες δυσκολίες μάθησης.

Περιβάλλον μάθησης. Μορφή-οργάνωση τάξης: Τα θρανία είναι ανά δύο σε ομάδες των τεσσάρων παιδιών, παρόλα αυτά, η τάξη δεν εργάστηκε σε ομάδες (τουλάχιστον, κατά την παρατήρηση).

Μέσα-τρόποι αναπαράστασης. Ο πίνακας. Επιπλέον, το σχολικό βιβλίο προβάλλεται στον πίνακα όπου λύνονται ασκήσεις και οι μαθητές σημειώνουν στα δικά τους. Δεν γίνεται χρήση των προτεινόμενων ψηφιακών ή άλλων εργαλείων.

Μορφή διδασκαλίας. Άμεση διδασκαλία-Μετωπική – δασκαλοκεντρική.

Οργάνωση διδασκαλίας. Η εκπαιδευτικός κατευθύνει την παρουσίαση και την επεξεργασία του μαθηματικού υλικού τηρώντας αυστηρά χρονικά πλαίσια. Η διαδικασία εξελίσσεται σε έντονη πίεση, «λόγω του φόρτου της ύλης και του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας», όπως υποστηρίζει η εκπαιδευτικός ενώ δε δίνει χρόνο στους μαθητές κατά την επεξεργασία των δραστηριοτήτων. Δεν γίνεται συλλογική διαχείριση σε ομάδες αλλά λειτουργεί όλη η τάξη σαν μια ομάδα κάτω από την καθοδήγησή της. Κεντρικός παράγοντας της διδασκαλίας στην τάξη είναι τον βιβλίο (υλοκεντρική) ενώ η εκπαιδευτικός έχει τον απόλυτο έλεγχο. Η διδασκαλία βασίζεται αποκλειστικά στο βιβλίο, το οποίο ακολουθεί χωρίς όμως να τηρεί ακριβώς τη μεθοδολογία που προτείνεται. Επιμένει σε ορισμένες ασκήσεις ή κεφάλαια. Στην αρχή της διδακτικής ώρας συνήθως παρουσιάζει το νέο διδακτικό αντικείμενο με τη βοήθεια των «καλών» ή πρόθυμων μαθητών, στη συνέχεια, ρωτάει και τους υπόλοιπους μαθητές κατά τη διαδικασία επεξεργασίας-εφαρμογής της νέας γνώσης. Άλλες φορές ελέγχει τις ασκήσεις που είχαν οι μαθητές για το σπίτι και εξηγεί στον πίνακα εκείνες που τους δυσκόλεψαν.

Στα φύλλα εργασίας οι μαθητές εργάζονται ατομικά και απευθύνονται στην εκπαιδευτικό αν δυσκολεύονται ή χρειάζονται υποστήριξη. Η εκπαιδευτικός περνάει ανάμεσα στα θρανία και κάνει παρατηρήσεις ατομικά. Καθημερινά κάποιοι μαθητές σηκώνονται στον πίνακα ακόμη και μαθητές που δυσκολεύονται. Η αλληλεπίδραση είναι ατομική και έχει το χαρακτήρα ελέγχου κι εφαρμογής της γνώσης. Επιπλέον, αξιολογούνται οι μαθητές/τριες σε τακτά χρονικά διαστήματα με γραπτή εξέταση στην οποία και βαθμολογούνται.

Η Διδακτική προσέγγιση χαρακτηρίζεται από ατομική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητή και σχεδόν ανύπαρκτη ανάμεσα στους ίδιους τους μαθητές ενώ όσες ευκαιρίες παρουσιάστηκαν δεν ενθάρρυνε

ούτε διευκόλυνε την αλληλεπίδραση και συνεργασία μεταξύ των μαθητών. Ελάχιστες φορές ζήτησε από τους μαθητές να προβληματιστούν ή να συζητήσουν τις εικασίες τους, τις ιδέες τους, να εξηγήσουν και να δικαιολογήσουν τα επιχειρήματά τους. Καθοδηγεί τους μαθητές βήμα βήμα προς την επίλυση και συχνά ολοκληρώνει η ίδια τις απαντήσεις που αναζητά από τους μαθητές. Δεν ενθαρρύνονται σε πολλαπλές λύσεις. Διαφοροποιεί και προσαρμόζει τη βοήθεια στους μαθητές που δυσκολεύονται μόνο όταν έρχονται στον πίνακα.

Ως προς τις μαθηματικές διεργασίες, κυρίως, γινόταν χρήση των μορφολογικών στοιχείων και υπολογιστικών τεχνικών για την επεξεργασία της μαθηματικής γνώσης και εφαρμογής διαδικασιών ρουτίνας στην τάξη παρά εννοιολογική επεξεργασία. Οι ερωτήσεις αφορούσαν στη διευκρίνιση της μαθηματικής γνώσης και στην εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας, οι οποίες δεν ενθάρρυναν τη συμμετοχή και επικοινωνία των μαθητών και την ανάπτυξη των άτυπων μεθόδων π.χ. παρατήρηση, εξερεύνηση, ανακάλυψη, αμφισβήτηση, αιτιολόγηση διαπραγμάτευση διαδικασίες που ευνοούν την εννοιολογική κατανόηση. Σπάνια γινόταν σύνδεση του περιεχομένου με καταστάσεις της καθημερινής ζωής και τον περιβάλλοντα κόσμο των μαθητών.

Το «λάθος», οι παρεξηγήσεις και οι παρερμηνείες των μαθητών διαχειρίζονται ως ένα δυσάρεστο γεγονός και κατάσταση που πρέπει να αποφεύγεται. Αυτό εκφράζεται με έντονα συναισθηματικό τρόπο είτε έμμεσα είτε άμεσα με τον τόνο της φωνής ή με εκφράσεις ενώ ακολουθεί η λύση στον πίνακα με ένα άμεσο τρόπο από την ίδια χωρίς να προκαλεί τους μαθητές να στοχαστούν στη «λανθασμένη» σκέψη/λύση.

Συνοψίζοντας, η εκπαιδευτικός εκφράζει ειλικρινές ενδιαφέρον για τους μαθητές και την εκπαίδευσή τους, χωρίς εμφανή επικριτικό λόγο. Παρόλα αυτά, το θετικό και συμμετοχικό κλίμα μάθησης, που επικρατεί στις ώρες άλλων μαθημάτων, χάνεται στην ώρα των μαθηματικών και την τάξη διαπερνά μια πιεστική, αγχωτική ατμόσφαιρα που αντανακλάται στη στάση όλων. Εκπαιδευτικός και μαθητές γίνονται πιο σκεπτικοί, προβληματισμένοι και κυριαρχεί μια νευρικότητα. Όλοι εργάζονται κάτω από συνθήκες πίεσης και ταχύτητας, η εκπαιδευτικός δεν δίνει χρόνο στους μαθητές ενώ απαιτεί την προσοχή όλων στον πίνακα ούτε επιτρέπει τη μαθηματική αλληλεπίδραση ανάμεσα στους μαθητές κατά τη διαδικασία του μαθήματος.

5.2.2 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Σοφίας

1 ^η Παρατήρηση	14/2/2020 Κεφ. 19 «Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί» Σχολικό βιβλίο: Ασκήσεις 1η και 2η στο Τ.Ε.	Τρόποι αναπαράστασης: Εργασία στον Πίνακα και στο σχολικό βιβλίο (προβάλλεται στον πίνακα)
2 ^η Παρατήρηση και ηχογράφηση Διδασκαλίας	2/3/2020 Κεφ 25. «Δεκαδικά κλάσματα-Δεκαδικοί αριθμοί» Τ.Ε. Β τεύχος, σελ. 7 & 8 Β. Μ. Βασικές μαθηματικές έννοιες –εφαρμογή σελ. 10	Τρόποι αναπαράστασης: Εργασία στον Πίνακα και στο σχολικό βιβλίο (προβάλλεται στον πίνακα)

Σχ. 3: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης των διδασκαλιών της Σοφίας

Τα διδακτικά αποσπάσματα καταγράφηκαν στις 2/3/2020) στην Ε τάξη σε ένα διδακτικό δίωρο. Επιλέχτηκαν κρίσιμα διδακτικά αποσπάσματα (critical excerpts) για ανάλυση με κριτήριο ότι ανταποκρίνονται στα τρία πρωτόκολλα που διαμορφώθηκαν για τους σκοπούς συλλογής και ανάλυσης δεδομένων, κρίσιμα για τη μάθηση και την κριτική κατανόηση, με κέντρο βάρους τον προσανατολισμό ακρόασης των εκπαιδευτικών για την ανάδειξη των διαστάσεων που αναζητούμε. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι πολλά από τα επιλεγμένα αποσπάσματα και οι διδακτικές πρακτικές που μελετούμε δεν οριοθετούνται απόλυτα ή αποκλειστικά σε έναν άξονα αλλά μεταξύ τους συχνά συμπλέκονται σχηματοποιώντας το περίγραμμα του προσανατολισμού ακρόασης και του ρόλου της εκπαιδευτικού μέσα στην τάξη των μαθηματικών. Η τάξη επεξεργάζεται μετατροπές στα δεκαδικά κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς, στο Κεφ 25 της Ε΄ τάξης, αρχικά στο Τ.Ε. Β τεύχος (σελ 7 & 8) και στη συνέχεια στο Β.Μ αντίστοιχα εφαρμογές στη σελ.10. Σε όλη τη διάρκεια του μαθήματος προβάλλονται στον πίνακα οι αντίστοιχες σελίδες του βιβλίου πάνω στις οποίες εργάζεται η τάξη.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Ατομική συγκρότηση γνώσης-κυρίαρχη

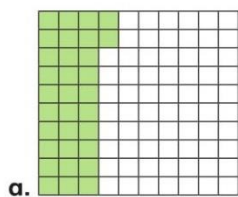
Σε όλα τα διδακτικά αποσπάσματα κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία της Σοφίας είναι η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ίδια και στον κάθε μαθητή ξεχωριστά κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Οι συνεισφορές των μαθητών γίνονται αντικείμενο διαχείρισης από την ίδια ενώ σπάνια δίνεται η δυνατότητα για συλλογική διερεύνηση, επεξεργασία και διαπραγμάτευση με τους συμμαθητές ή με την τάξη.

1^ο διδακτικό απόσπασμα (απροσδόκητη)-Κυρίαρχη

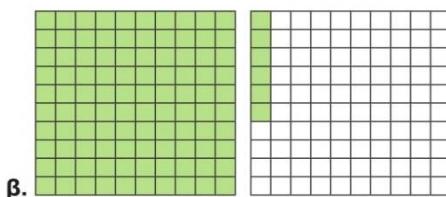
Στην άσκηση, η εκπαιδευτικός ζητάει από τη Μκ1 να έρθει στον πίνακα και να απαντήσει στο ερώτημα 1β. Η μαθήτρια βασιζόμενη στην προηγούμενη γνώση των κλασμάτων αποτυπώνει με έναν πρωταρχικό αλλά έγκυρο τρόπο το κλάσμα υπολογίζοντας κι εκφράζοντας ως ακέραια μονάδα το σύνολο του πλέγματος. Η εκπαιδευτικός δείχνει ότι αναμένει μια συγκεκριμένη απάντηση από τη μαθήτρια με αποτέλεσμα να μην εστιάζει στο σκεπτικό της ώστε να κατανοήσει πώς προέκυψε αυτή η απάντηση. Δεν την παρακινεί να εξηγήσει τι εννοεί, να αιτιολογήσει την απάντησή της και να την αξιοποιήσει ως κρίσιμο εργαλείο για την κατανόηση των κλασμάτων. Οι οδηγίες της αντικατοπτρίζουν έναν διαδικαστικό προσανατολισμό περισσότερο παρά εννοιολογικής κατανόησης ενώ οι μαθηματικές έννοιες στη συγκεκριμένη περίπτωση μοιάζουν να αντιμετωπίζονται από την εκπαιδευτικό και στη συνέχεια από τη μαθήτρια ως μια υπερβατική οντότητα, ανεξάρτητες από την εμπειρία και πρακτική της ζωής.

1η Άσκηση

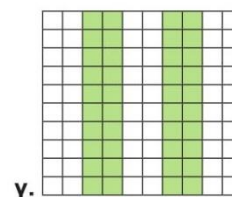
Να γράψεις το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό που αναπαριστάνει κάθε χρωματισμένο μέρος: αν το πλέγμα είναι η ακέραιη μονάδα:



κλάσμα:
δεκαδικός:



κλάσμα:
δεκαδικός:



κλάσμα:
δεκαδικός:

3. Μκ1. Είναι $106/200$ Η μαθήτριά γράφει στον πίνακα...
4. Εκ. 106 είναι σωστό, βάζουμε μετράμε $100 + 100, 200$; Δηλαδή έχεις δει ποτέ κανένα κλάσμα τέτοιο;
5. Μκ1....όχι.
6. Εκ. Τι μόνο υπολογίζεις Μκ1 μου; μόνο το ένα πλέγμα υπολογίζεις
7. Μκ1. Ααααα....
8. Εκ. Άρα;
9. Μκ1. Εκατοστά (11.37)

2^ο διδακτικό απόσπασμα (απροσδόκητη) - Σπάνια

Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός για να βοηθήσει τη Μκ1 να κατανοήσει την έννοια της έκφρασης του μεικτού κλάσματος εμπλέκει έναν άλλο μαθητή χρησιμοποιώντας ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα βιωματικής χρήσης των κλασμάτων σε μια προσπάθεια σύνδεσης με την προηγούμενη γνώση χωρίς να τη συσχετίσει με τη συγκεκριμένη αναπαράσταση του βιβλίου για εννοιολογική κατανόηση από τη μαθήτριά. Η διδακτική πρακτική έχει το χαρακτήρα της ανάκλησης διαδικαστικής γνώσης περισσότερο παρά ενεργής ερμηνείας της απάντησης από την ίδια τη μαθήτριά εφόσον δεν της δίνει τη δυνατότητα να εξηγήσει τη σκέψη της.

Το ίδιο συμβαίνει και με το Μα2 που ενώ συμβάλλει με τη συνεισφορά του δεν του δίνει τη δυνατότητα να εξηγήσει και να ολοκληρώσει τη σκέψη του. Η εκπαιδευτικός δεν δίνει τον αναγκαίο χρόνο στα δύο παιδιά να διατυπώσουν την πορεία σκέψης τους, συμπληρώνει η ίδια τις ημιτελείς διατυπώσεις των μαθητών ή συνεχίζει ταυτόχρονα με το μαθητή την εξήγηση και την απάντηση στην άσκηση. Δεν δίνει τη δυνατότητα στη Μκ1 να χειριστεί τα σύμβολα και τις έννοιες και να ανακατασκευάσει η ίδια το μαθηματικό νόημα, να γενικεύσει και να εξάγει συμπεράσματα οικειοποιώντας την επιτυχία της γνώσης. Επιπλέον, δεν αξιοποιούνται ευκαιρίες για μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των δύο παιδιών ώστε να αξιοποιήσουν τις ιδέες που ακούστηκαν, να απευθυνθούν ο ένας στον άλλο και να συνεισφέρουν με τις δικές τους άτυπες μεθόδους μάθησης μέσω της αλληλεπίδρασης.

10. Εκ. Δηλαδή όταν λέγαμε ότι τρώμε τα $10/8$ της πίτσας, σημαίνει τι, Μα2;
11. Μα2. Ότι τρώμε μία ολόκληρη πίτσα.
12. Εκ. Πόσα κομμάτια έχεις;

13. Μα2. 8 Και μετά φάγαμε και μία άλλη πίτσα...
14. Εκ. (ταυτόχρονα με το μαθητή) και υπάρχει και μία ακόμη πίτσα και πάλι έχει οκτώ κομματάκια
15. Μα2. ...και φάγαμε τα δύο
16. Εκ. Που εμείς όμως φάγαμε μόνο δύο. Άρα φάγαμε 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10/όγδοα. Το όγδοα πρέπει να δείξει σε πόσα χωρισμένα κομμάτια είναι η μία μονάδα είτε λέγεται πίτσα είτε λέγεται πλέγμα είτε λέγεται οτιδήποτε άλλο, άρα, στον παρονομαστή, Μκ1, θα βάζεις τη μία μονάδα, σε πόσα είναι χωρισμένη. Άρα εκατοστά και ο δεκαδικός αριθμός τώρα πόσο θα είναι;
17. Μκ1. 1,.....
18. Εκ. Δες, 1 και από αυτά τα 100 είναι μόνο τα 6, θα πάει κόμμα 6; κόμμα..... Πέστο;
19. Μκ1. 06
20. Εκ. 06. Αν το βάζαμε 6 (εννοεί δέκατα);
21. Μκ1. Αν το βάζαμε μόνο 6 τότε αυτό σημαίνει ότι υπονοούμε και δύο μηδενικά ή ένα μηδενικό
22. Εκ. 60, ας πούμε έξι δέκατα σημαίνει ότι κόβουμε αυτό σε 10 ίσα μέρη, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 και εμείς βάζουμε τα 6. Δηλαδή, πρέπει να είναι βαμμένο αυτό και αυτό και αυτό και αυτό (δείχνει 6 δέκατα στο πλαίσιο) ...Αυτά είναι τα έξι δέκατα όλα αυτά πρέπει να είναι βαμμένα. τώρα είναι μόνο τα 6, από τα 100 τα 6. Άρα πρέπει το 6 να είναι στα εκατοστά και όχι στα δέκατα. Γιατί μηδέν δέκατα, κανένα δέκατο δεν έχουμε βάλει, έχουμε μόνο 6 εκατοστά. (12.40)

3^ο διδακτικό απόσπασμα (απροσδόκητη)-Κυρίαρχη

Στην επόμενη δραστηριότητα τοποθετούν το $1,4$ στην αριθμογραμμή μετά από μετατροπή του μικτού $1 \frac{2}{5}$ σε δεκαδικό κλάσμα και τελικά σε δεκαδικό αριθμό. Τίθενται από τους μαθητές ερωτήματα και προβληματισμοί σχετικά με τις διαφορετικές μορφές του δεκαδικού αριθμού και τη αξία των δεκαδικών ψηφίων, που δίνουν ευκαιρίες για διαπραγμάτευση και αλληλεπίδραση ώστε να επαληθεύσουν ή όχι τα ερωτήματα και τις υποθέσεις τους. Κι ενώ η εκπαιδευτικός συχνά παροτρύνει τους μαθητές «να μιλάνε» στα μαθηματικά δεν αξιοποιεί παραγωγικά τις συνεισφορές τους, τις αντιμετωπίζει ως μη αναμενόμενες αν και σχετικές με τη δραστηριότητα, παραμένοντας προσηλωμένη στην προκαθορισμένη τροχιά του μαθήματος σε μια αυστηρά δομημένη διαδικασία μαθήματος. Επιπλέον, δεν μεταβιβάζει την ευθύνη αυτή στους συμμαθητές ώστε να ακολουθήσει επεξεργασία και αλληλεπίδραση ανάμεσα στις ομάδες (σχηματισμοί δύο θρανίων) ή στην ομάδα της τάξης και επιλέγει να απαντάει άμεσα σε κάθε ερώτημα των μαθητών διατηρώντας τον έλεγχο ως απόλυτος φορέας της γνώσης. Χάνεται η δυνατότητα, ακριβώς, τη στιγμή που προκλήθηκε ο προβληματισμός των μαθητών, για συλλογική επεξεργασία των εννοιών και σχέσεων για συμμετοχική λήψη απόφασης η οποία θα νοηματοδοτούσε με δημοκρατικό τρόπο τη μαθηματική επεξεργασία (επιστημολογική ενδυνάμωση).



76. Εκ. Λοιπόν, το ξαναλέω. 1 είναι αυτό κι άλλα 4 δέκατα. Αν είναι 4 εκατοστά θα μετρούσαμε 1234, να το 4 εκατοστά. τώρα που λέει δέκατα, δέκα θα είναι αυτό δέκα γραμμούλες. Θέλει κανένας να ρωτήσει κάτι εδώ; Ωραία.
77. Μκ1. (Σηκώνει το χέρι)
78. Εκ. Έλα Μκ1.
79. Μκ1. Κυρία, δηλαδή, άμα ήταν 1,04 θα έμπαινε στις γραμμούλες;

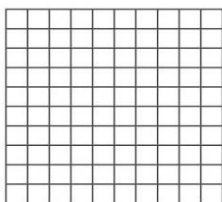
80. Εκ. Όταν είναι 1, 04 σημαίνει 1 και 4 εκατοστά, αν είναι 4 εκατοστά είναι οι μικρές. Αν είναι 4 δέκατα είναι αυτά (δείχνει τα διαστήματα)....
81. Τάξη. (Ρωτάνε) κι αν είναι χιλιοστά;
82. Εκ. αν είναι 4 χιλιοστά θα έπρεπε να είναι χωρισμένο σε ακόμη πιο μικρές γραμμούλες. Και πάμε στο κλάσμα $\frac{3}{4}$ (άσκηση 2γ).
(Σηκώνει χέρι ο Μα3.)
83. Εκ. Λέγε, Μα3.
84. Μα3. 1,040 δηλ. τι είναι 40 εκατοστά ή 40 χιλιοστά;
85. Εκ. 40 χιλιοστά, που σημαίνει 4 εκατοστά. Με λόγια, θέλω λόγια, στα μαθηματικά θέλω να μιλάτε. (28.15)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

4^ο διδακτικό απόσπασμα - Κυρίαρχη

Στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα η εκπαιδευτικός κατευθύνει βήμα βήμα τη μαθήτριά προς τη διεκπεραίωση της επίλυσης της δραστηριότητας τείνοντας σε μια εργαλειακού τύπου διαχείρισης της γνώσης. Προσεγγίζει τη μαθηματική δραστηριότητα με έναν αποσπασματικό και διαδικαστικό τρόπο ενώ υιοθετεί την επανάληψη μηχανιστικών διαδικασιών και εξηγήσεων σε μια προσπάθεια απομνημόνευσης τείνοντας σε ένα μοντέλο μεταφοράς της γνώσης παρά ουσιαστικής οικειοποίησης από τη μαθήτριά. Στην ουσία ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον επιστημολογικό φορέα που αντιπροσωπεύουν στην τάξη των μαθηματικών ο εκπαιδευτικός και το βιβλίο. Η μαθήτριά δείχνει να δυσκολεύεται να ανταποκριθεί στο ρυθμό που επιβάλλει η εκπαιδευτικός, παρόλα αυτά, η ίδια επιμένει στη διατύπωση και χρήση στρατηγικών και υπολογιστικών τεχνικών με επαναληπτικό και χρηστικό τρόπο περιορίζοντας τη δυνατότητα στη μαθήτριά να αναπτύξει το δικό της τρόπο προσέγγισης και κατανόησης πρακτικές που δεν ευνοούν τη μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών.

γ. Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ...,



87. Εκ. Και πάμε στο κλάσμα $\frac{3}{4}$. Μκ4, έλα (στον πίνακα)
88. Μκ4. (μιλάει σιγανά) θα το μετατρέψω
89. Εκ. πώς θα το κάνεις 10 αυτό; Για πες μου. Γράψε $\frac{3}{4}$ εδώ. (η μαθήτριά γράφει) Θέλω να το φτάσω ή 10 ή 100 ή 1000. 10 μπορώ να το φτάσω; Τον παρονομαστή μπορώ να τον φτάσω 10 αν τον πολλαπλασιάσω με κάτι; Εννοείται ότι πρέπει να είναι φυσικός αριθμός παιδιά.
90. Τάξη. Όχι (ακούγονται οι μαθητές και η Μκ4).
91. Εκ. Όχι, δεν μπορώ. Πάμε στο 100. Το 4 μπορώ να το πολλαπλασιάσω με κάτι και να το φτάσω στο 100; 4 φορές το πόσο θα μας δώσει 100;
(Η Μκ4 σκέφτεται....η εκπαιδευτικός δίνει χρόνο)

92. Εκ. και οι υπόλοιποι περιμένω όχι μόνο από τη Μκ4
93. Τάξη....Αααα χέρια
94. Εκ. 4 φορές το 20;
95. Μκ4...4 φορές το 20;...εεε 80
96. Εκ. 4 φορές το 30;
97. Μκ4. 4 φορές το 30, 120
98. Εκ. Άρα; Μεταξύ ποιου θα είναιΕίναι το πρώτο πράγμα που μάθατε....να πω, από το τέλος της Α Δημοτικού και στη Δευτέρα;
99. Τάξη.....(διαμαρτυρίες χέρια), κυρία, κυρία....
100. Εκ. Αχ! 4 25άρια δεν έχει το 100 και 5 20άρια δεν έχει το 100; Αυτό το μάθατε απ' την πρώτη Δημοτικού.
(Ανασάτωση στην τάξη ...γέλια, στιγμή χαλάρωσης)
101. Τάξη. 25+25, 50 και 50, 100
102. Εκ. Είπαμε. Ξαναλέω, να μη ξαναδώ παιδάκι να μην το έχει κάνει. Όταν σας δίνουν ένα κλάσμα πρέπει να το φτάσετε σε μια μορφή που να έχει παρονομαστή το 10, 100 ή 1000 έτσι ώστε να βγάλετε πολύ εύκολα το δεκαδικό αριθμό. Μκ4. (λύνει την άσκηση στον πίνακα) Τώρα κάνε μου το δεκαδικό. Ωραία γράψ' το και πάνω 0,75 σωστά. (30.15)

5^ο διδακτικό απόσπασμα (εναλλακτική προσέγγιση)-Κυρίαρχη

Στο υποερώτημα 1β της 1^{ης} άσκησης, ο μαθητής Μα2 συνεισφέρει μια διαφορετική αλλά έγκυρη, αναπαράσταση του δεκαδικού κλάσματος. Αντί να γράψει 106/100, γράφει στη θέση «κλάσμα», 1 και 6/100. Χρησιμοποίησε ένα δικό του προσωπικό τρόπο σκέψης (υποκειμενική γνώση), ωστόσο, επειδή δεν ακολούθησε τη μέθοδο του σχολικού βιβλίου θεωρήθηκε μη έγκυρη συνεισφορά από την εκπαιδευτικό. Δεν αναγνωρίστηκε ως ισοδύναμη και δεν έγινε αποδεκτή, παρόλο που στο συγκεκριμένο κεφάλαιο (25ο), στις «Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες» αναφέρονται όλοι οι τρόποι αναπαράστασης των δεκαδικών αριθμών.

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα δίνεται στην εκπαιδευτικό μια ευνοϊκή ευκαιρία να αναγνωρίσει και να συμπεριλάβει τον διαφορετικό τρόπο επίλυσης δείχνοντας σεβασμό στη συνεισφορά και προσπάθεια του μαθητή, ενισχύοντας την ανεξάρτητη σκέψη, τις πολλαπλές ιδέες και τρόπους επίλυσης και τελικά, προωθώντας το δημοκρατικό πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθητικών. Η εκπαιδευτικός αντίθετα, δεν αναγνωρίζει τη συνεισφορά και δεν ενθαρρύνει το διαφορετικό τρόπο προσέγγισης. Ευθυγραμμίζει τη διδακτική της πρακτική στην αυστηρά δομημένη και καθοδηγούμενη παρουσίαση του βιβλίου, αξιώνοντας και από το μαθητή, τη μοναδική απάντηση που εδώ το βιβλίο απαιτεί. Μαθητής και εκπαιδευτικός περιορίζονται από τις οδηγίες του σχολικού βιβλίου σε ένα καθορισμένο πρότυπο ορθότητας σε βάρος μιας πιο ανοιχτής και διερευνητικής διαδικασίας.

23. Μα2. Κυρία, εγώ δεν το 'κανα έτσι;
24. Εκ. Πώς το 'κανες;
25. Μα2. 1 και 6/100
26. Εκ. Ναι, αλλά σου λέει (το βιβλίο) κλάσμα δεν σου λέει μικτό; Επειδή λέει κλάσμα και δεν λέει μικτό αριθμό, επειδή λέει κλάσμα, πρέπει να το γράψουμε 106 /100. (12.67)

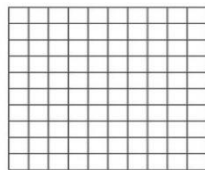
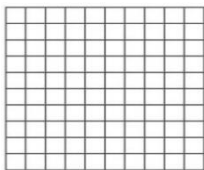
3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

6^ο διδακτικό απόσπασμα - Κυρίαρχη

Στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα η Μκ8 δείχνει να δυσκολεύεται στη μαθηματική δραστηριότητα με τις μετατροπές των κλασμάτων. Η εκπαιδευτικός αλληλεπιδρά ατομικά με τη μαθήτριά, επαναλαμβάνει ή παραφράζει την ερώτηση κάθε φορά και την κατευθύνει βήμα βήμα προς την επίλυση και την διατύπωση του κανόνα. Επαναλαμβάνει ή παραφράζει πολλά μικρά κομμάτια απαντήσεων και εξηγήσεων για να βοηθήσει τη μαθήτριά να ανακαλέσει τη γνώση. Προσπαθεί να δημιουργήσει συνδέσεις με την προηγούμενη γνώση στην οποία όμως η μαθήτριά φαίνεται ότι δεν ανταποκρίνεται. Αναμένει την απάντηση της μαθήτριάς αλλά δεν παρακολουθεί τις σιωπές της μαθήτριάς ενώ από τις ερωτήσεις της διαφαίνεται ότι προσπαθεί να οδηγήσει τη μαθήτριά σε συγκεκριμένες απαντήσεις που είναι σύμφωνες με το δικό της μεθοδολογικό σχεδιασμό. Δεν μοιράζεται/εκχωρεί μέρος της ευθύνης στη αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών ώστε να διαχειριστούν τις έννοιες με παραγωγικό τρόπο και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα. Έτσι, η συνεισφορά του συμμαθητή Μα5 αξιοποιείται στη μαθηματική δραστηριότητα για να υπερβεί τη «δύσκολη μαθηματική κατάσταση» που έχει δημιουργηθεί με τη μαθήτριά και όχι για να υπάρχει ουσιαστική αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο παιδιών και συλλογική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος. Για τη Μκ8 επιφυλάσσεται ο ρόλος της ανάκλησης και διαδικαστικού τρόπου μάθησης αλλά όχι της κατανόησης.

Μια προσπάθεια πιο ενεργητικής ακρόασης παρατηρείται στη συνεισφορά του Μα5, όπου, η εκπαιδευτικός προσπαθεί να παρακολουθήσει την εξέλιξη της σκέψης του, ζητάει διευκρινίσεις ώστε να ερμηνεύσει ο ίδιος τις απαντήσεις του αλλά δεν δίνει το χρόνο και τη δυνατότητα στο μαθητή να περιγράψει και να αιτιολογήσει τη συλλογιστική του και να ερμηνεύσει με το δικό του τρόπο τη σκέψη του. Αντίθετα, η εκπαιδευτικός ως μια αναμφισβήτητη επιστημολογική αρχή ερμηνεύει και τελικά συνοψίζει τη μαθηματική γνώση.

β. Ο μεικτός αριθμός $1\frac{2}{5}$ γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ,



85. Εκ. Πάμε στο επόμενο. Ο μεικτός αριθμός $1\frac{2}{5}$ τι θα έπρεπε να έχετε ζωγραφίσει εδώ; Μκ8;
86. Μκ8.....
87. Εκ. Βλέπεις δύο πλέγματα. Ο αριθμός είναι 1 που είναι μια ολόκληρη ακέραιη μονάδα και $\frac{2}{5}$. Το 1 ποιο είναι;
88. Μκ8.....
89. Εκ. Στο βιβλίο, όταν είχαμε ξεκινήσει έλεγε σ' αυτό το σημείο. Το αρχικό τετράγωνο είναι η ακέραιη μονάδα, άρα το 1 ποιο θα είναι;
90. Μκ8...(χαμηλόφωνα) το πρώτο τετράγωνο
91. Εκ. Το πρώτο τετράγωνο. Πρέπει να βάψετε ολόκληρο το τετράγωνο. Πάμε να δούμε τώρα το $\frac{2}{5}$. Τι θα κάνουμε για να το βρούμε, για πέστε; Κάποιος να το εξηγήσει; Μα5;

92. Μα5. Θα πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και το παρονομαστή με το 2 και θα βγει $4/10$ και θα βιάψουμε.....
93. Εκ. (διακόπτει και ρωτάει) γιατί θα το κάνουμε $4/10$;
94. Μα5. Για να μπορέσουμε να βρούμε πόσα θα χρωματίσουμε...
95. Εκ. Λοιπόν, κοιτάξτε με λίγο. Όταν σας ζητάνε ένα κλάσμα και σας λένε κάντε το δεκαδικό αριθμό ή σας το δίνουν με αυτή τη μορφή πρέπει να το φτάσετε σε μια μορφή που να είναι παρονομαστής ή το 10 ή το 100 ή το 1000, γιατί έτσι μόνο μπορούμε να το βρούμε. Βασικά το 10 ή το 100 εδώ. Πώς θα βρούμε το $2/5$; Που σημαίνει ότι χωρίζω αυτό (το πλέγμα-εικόνα του βιβλίου) σε 5 ίσα μέρη και παίρνω και βιάψω τα 2. Σκέφτομαι, τα $2/5$ να το κάνω με ένα ισοδύναμό του ώστε να έχει παρονομαστή το 10 ή το 100; Νομίζω το 10 είναι πιο εύκολο. Για να έχουμε 10 παρονομαστή με τι πρέπει να πολλαπλασιάσουμε, άρα με το δύο, άρα εδώ τι θα γίνει; $4/10$. Μκ8, παρακολουθείς; Το ένα το βρήκαμε νάτο, το $2/5$ θα το κάνουμε ένα κλάσμα που θα έχει παρονομαστή το 10. Τώρα, Μα5, συνεχίζεις, $4/10$
96. Μα5. Μετά θα το χωρίσουμε σε 10 κομμάτια και θα βιάψουμε
97. Εκ. Πώς θα το χωρίσετε σε δέκα κομμάτια; Ή θα το χωρίσετε έτσι ή έτσι (δείχνει στο πλέγμα και μετράει τα δέκα), εγώ πόσα θέλω; άρα βιάψω τα 4.
98. Μα6. Θα μπορούσαμε να το χωρίσουμε σε 5 κομμάτια ...
99. Εκ. (διακόπτει και επαναλαμβάνει) θα μπορούσαμε να το χωρίσουμε σε 5 κομμάτια δηλ. (χωρίζει σε 5, δείχνει και μετράει) δηλ. πάλι το ίδιο θα βιάψουμε. Εντάξει; Αλλά να ξέρετε, όταν σας ζητάνε από κλάσμα να το κάνετε δεκαδικό, προσπαθήστε να κάνετε το κλάσμα με παρονομαστή το 10 ή το 100 ή το 1000. Θα ξεκινήσετε από το 10, που είναι το πιο απλό, αν δεν μπορείτε θα το φτάσετε 100.
100. Μα7. Κι αν δεν μπορούμε ούτε με το 100, θα το κάνουμε με το 1000;
101. Εκ. θα το δούμε, βλέπουμε και κάνουμε. Άρα εδώ ποιος αριθμός είναι Μα5;
102. Μα5. Είναι το 1,4
103. Εκ. Αυτό είναι $4/10$. Πες το, Μκ8 μου. Το 1 είναι αυτό (δείχνει ένα ολόκληρο πλέγμα) το $4/10$ δεν είναι ίσο με 0,4; Το καταλαβαίνεις γιατί είναι 0,4; Ένα εδώ μηδενικό είναι τα 4 από τα 10, δηλαδή 0,40. Άρα εδώ βάζουμε 0,4 και 1 βγαίνει 1,4. Αριθμογραμμή (προβάλλεται το βιβλίο στον πίνακα). Ποιος θα βάλει εδώ το 1,4; Έλα Μκ8, (Η Μκ8 σημειώνει στον πίνακα)
104. Εκ. (επαναλαμβάνει) 1,4. Ένα, πού είναι το ένα, δείξε μου, άρα σίγουρα θα είναι μετά από κει 1,4 και 4 δέκατα, το ένα δέκατο πού είναι δείξε μου.
105. Μκ8. (Σιωπή)
106. Εκ. Αυτά είναι χωρισμένα ανά δέκα, δείξε μου τα πρώτα δέκα πού είναι; Μπράβο. Εγώ θέλω $4/10$. Ένα όχι αυτά είναι γραμμούλες δέκατα, δέκατα είναι αυτά. Έναδύο...(η Λ. σημειώνει στον πίνακα) τέσσερα, άρα εκείνη τη γραμμούλα, πάτα την και γράψε επάνω 1,4. Λοιπόν, το ξαναλέω. Ένα είναι αυτό κι άλλα 4 δέκατα. Αν είναι 4 εκατοστά θα μετρούσαμε 1234, να το 4 εκατοστά. Τώρα που λέει δέκατα, δέκα θα είναι αυτό δέκα γραμμούλες. Θέλει κανένας να ρωτήσει κάτι εδώ; Ωραία, Έλα Μκ1. (25.52)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

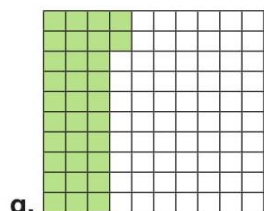
7^ο διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Η εκπαιδευτικός εξηγεί εκ των προτέρων βήμα βήμα τις έννοιες και τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης δραστηριότητας στερώντας από τους ίδιους τους μαθητές την πρόκληση ενδιαφέροντος και

διερεύνησης των μαθηματικών συμβόλων κι εννοιών με τις δικές τους δυνάμεις. Λαμβάνει την απάντηση του μαθητή και αφού πρώτα ελέγξει και την απάντηση της υπόλοιπης τάξης, την επιβεβαιώνει και ταυτόχρονα την ερμηνεύει η ίδια. Δεν ζητάει από τον μαθητή να αιτιολογήσει την απάντησή του και δεν μοιράζεται με το μαθητή το ρόλο του φορέα γνώσης καθώς επικυρώνει στο τέλος η ίδια τη γνώση. Ενώ απευθύνεται στο σύνολο της τάξης δεν προσφέρει ευκαιρίες στους μαθητές να εκφραστούν και να συμμετέχουν στην αιτιολόγηση της απάντησης.

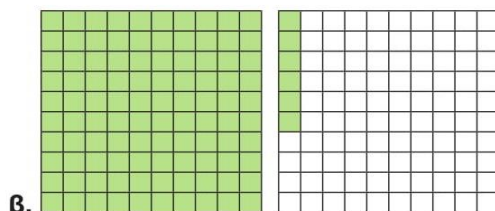
1η Άσκηση

Να γράψεις το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό που αναπαριστάνει κάθε χρωματισμένο μέρος: αν το πλέγμα είναι η ακέραιη μονάδα:



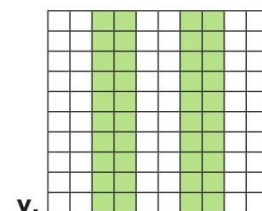
κλάσμα:

δεκαδικός:



κλάσμα:

δεκαδικός:



κλάσμα:

δεκαδικός:

107. Εκ. Δέστε λίγο. Όταν λέει ότι αναπαριστάνει ένα χρωματισμένο μέρος αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα χρώμα. Ποιο μέρος αναπαριστάνει –αντιστοιχεί σ’ αυτό το χρώμα. Το ίδιο γίνεται για το αντίθετο όπως με την άλλη άσκηση όταν ζητάει να το αναπαραστήσετε εσείς να το βάψετε εσείς, αυτό σημαίνει. Μα10, το πρώτο τι μέρος είναι;
108. Μα10. $32/100$
109. Εκ. Οι άλλοι συμφωνείτε;
110. Τάξη. Ναιαιαι
111. Μα10. ...Και δεκαδικός $0,32$
112. Εκ. Λοιπόν, κλάσμα. Είναι 32 τα κουτάκια, 3 δεκάδες και 2, αυτά όλα είναι εκατοστά. Αυτό τώρα για να το κάνουμε δεκαδικό λέμε ένα-δύο, ένα δύο, εδώ θα έμπαινε το κόμμα και μπροστά 0 δηλ. $0,32$. (10.40)

8^ο διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Τίθεται ένας προβληματισμός, μια απροσδόκητη αλλά σχετική συνεισφορά από τη Μκ11 κατά την εξέλιξη της μαθηματικής δραστηριότητας που προκαλεί μία διαφωνία και μια αμφισβήτηση, κατάσταση που παρέχει μια ισχυρή ευκαιρία για αλληλεπίδραση των μαθητών με αξιοποίηση των συμφραζομένων, ώστε να αναλάβουν οι ίδιοι την ευθύνη να επιλύσουν τις διαφωνίες και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα. Η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να εξουσιοδοτήσει τους ίδιους τους μαθητές να επαληθεύσουν τις υποθέσεις τους και να αναστοχαστούν σχετικά ενθαρρύνοντας έτσι την ανεξάρτητη σκέψη, την αυτόνομη δράση και τη συλλογική επεξεργασία σε μια κατεύθυνση ενεργούς κατασκευής της μαθηματικής γνώσης πρακτική που ενισχύει την αυτοπεποίθηση και τη μαθηματική ενδυνάμωση των μαθητών. Αντίθετα, η συνεισφορά των μαθητών δεν επηρεάζει την καθορισμένη τροχιά του μαθήματος καθώς η εκπαιδευτικός επιλέγει να απαντήσει άμεσα στα ερωτήματά τους και να προχωρήσει στον καθορισμένο μεθοδολογικό της σχεδιασμό.



Εφαρμογή Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα

1. Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{3}{20}$ και $\frac{14}{5}$ σε δεκαδικούς αριθμούς.

Μετατρέπουμε σε ισοδύναμα δεκαδικά κλάσματα και έπειτα σε δεκαδικούς αριθμούς.

α. $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}$. Επομένως $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = \dots\dots\dots$

β. $\frac{14}{5} = \frac{14 \times 2}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2 \frac{8}{10} = 2,8$ ή $\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2 \frac{4}{5} = 2 \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2 \frac{8}{10} = \dots\dots\dots$

Μκ11. Έχω μια απορία.....εδώ πάνω. 14/5 έχει διαφορά 9.

208. Μ12. Ε και;

209. Εκ. Σσςς

210. Μκ11. (συνεχίζει) Η διαφορά μεταξύ 5 και 14 είναι 9 όταν τα πολλαπλασιάσουμε η διαφορά τους μεγαλώνει.

211. Εκ. Μεγαλώνει;

212. Μ13. Όχι, δε μεγαλώνει...

213. Μ14. Ναι, κυρία, είναι 9 και θα γίνει 18

214. Εκ. Περιμένετε λίγο. Μεγαλώνει, διπλασιάζεται και αυτή. Διπλασιάζεται. Το 14 γίνεται 28 το 5 γίνεται 10 διπλασιάζεται και η διαφορά τους 9 και 9 γίνεται 18. Αν το τριπλασιάσεις θα τριπλασιαστεί και η διαφορά τους. Ωραία. Συνεχίζουμε. (Διαβάζει από το βιβλίο την επόμενη άσκηση). (57.80)

5.2.3 Συνολική αποτίμηση των διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης της Σοφίας

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στην εκπαιδευτικό και στον κάθε μαθητή ξεχωριστά αποτελεί κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία της Σοφίας.

Η ακρόαση της εκπαιδευτικού, όπως αποτυπώνεται στα αποσπάσματα, προσανατολίζεται, κυρίαρχα, στην αναζήτηση συγκεκριμένης απάντησης με στόχο να επισημάνει ή να υποδείξει την ορθότητά της σύμφωνα με ένα καθορισμένο μεθοδολογικό πρότυπο προσέγγισης του μαθηματικού γραμματισμού.

Σπάνια προσπαθεί να προσεγγίσει τις αναδυόμενες ιδέες και το σκεπτικό του μαθητή για να κατανοήσει το υποκειμενικό νόημα που οικοδομεί κατά την εξέλιξη της δραστηριότητας. Ελάχιστες φορές διερευνά τις απαντήσεις και τις αυθόρμητες/διαισθητικές στρατηγικές των μαθητών ή ζητάει αιτιολογήσεις από τους μαθητές ενώ σε άλλες στιγμές δεν δίνει το χρόνο στο μαθητή να περιγράψει, να αιτιολογήσει τη συλλογιστική του και να ερμηνεύσει με το δικό του τρόπο τη σκέψη του.

Μία άλλη χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετεί είναι ότι πολλές φορές δεν επιτρέπει στο μαθητή να ολοκληρώνει τη σκέψη του αλλά τη συνεχίζει και την ολοκληρώνει ή την ερμηνεύει η ίδια με βάση το δικό της σκεπτικό στην τροχιά της μαθηματικής διαδικασίας.

Όταν κατατίθεται μία μη ενδεδειγμένη/έγκυρη απάντηση, συνήθως, την επεξεργάζεται ατομικά με το μαθητή/μαθήτρια είτε διορθώνοντάς την άμεσα είτε παρέχοντας βήμα βήμα εξηγήσεις μέχρι την επίλυση επιμένοντας στη διατύπωση και χρήση κανόνων ή εξηγήσεων με μαθηματικούς όρους πρακτική

που τείνει σε ένα μοντέλο μεταφοράς της γνώσης στους μαθητές παρά ουσιαστικής οικειοποίησης της γνώσης.

Αντίστοιχα, με τις απροσδόκητες/μη αναμενόμενες συνεισφορές των μαθητών χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετεί είναι η άμεση διαχείριση από την ίδια, καθώς δεν επιτρέπει περιθώρια απόκλισης από τους δεδομένους σχεδιασμούς του σχολικού βιβλίου και του δικού της πλάνου διδασκαλίας. Ακόμη και όταν οι μαθητές επιχειρήσαν να προκαλέσουν με ερωτήματα και προβληματισμούς συζήτηση, οι συνεισφορές τους δεν αξιοποιούνται από τον εκπαιδευτικό, ώστε να αποτελέσουν αντικείμενο επεξεργασίας ή να δημιουργήσουν ένα πεδίο διερεύνησης με το μαθητή ή την ομάδα της τάξης και να λειτουργήσουν ως κρίσιμο εργαλείο για μια δυναμική σημασιοδότηση των μαθηματικών εννοιών.

Έτσι, οι συνεισφορές των μαθητών αξιοποιούνται κατά κύριο λόγο για τον έλεγχο της γνώσης ή την υπέρβαση μιας δύσκολης μαθηματικής κατάστασης. Ουσιαστικά, η επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας έχει τα χαρακτηριστικά απόλυτης εξάρτησης από την καθοδήγηση της εκπαιδευτικού, η οποία δομείται και ρυθμίζεται βήμα βήμα, μέχρι τη διεκπεραίωσή της, τη γενίκευση και την επικύρωση της γνώσης αποκλείοντας στην ουσία τη δυνατότητα είτε της προσωπικής είτε της συλλογικής κατασκευής της γνώσης από τους μαθητές στην κατεύθυνση της χειραφέτησης και της μαθηματικής ενδυνάμωσης.

Απουσιάζει η σύνδεση της μαθηματικής δραστηριότητας με τις εμπειρίες και τη ζωή των μαθητών πρακτική που δυνητικά ενισχύει την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης και της ικανότητάς τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών της καθημερινότητάς τους. Ελαχιστοποιούνται έτσι, οι ευκαιρίες ώστε να αξιοποιείται ο μαθηματικός γραμματισμός ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών και να ενισχύεται η «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών ως μελλοντικών πολιτών.

Οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί η εκπαιδευτικός δεν ενθαρρύνουν μια ανοικτή διαπραγμάτευση των εννοιών που θα υποστήριζε την κατανόηση παρά μετατρέπει τη δραστηριότητα σε μια διεκπεραιωτική διαδικασία και το μαθηματικό νόημα σε χρηστική γνώση, μειώνοντας τη δυνατότητα για μια ανακαλυπτική και πιο διερευνητική προσέγγιση της μαθηματικής έννοιας που κινητοποιεί το ενδιαφέρον, αναπτύσσει τη συλλογιστική ικανότητα, τη μαθηματική σκέψη και ενθαρρύνει τη μαθηματική αυτονομία.

Συμπερασματικά, οι διδακτικές πρακτικές που κυριαρχούν δεν έχουν ως γνώμονα την ανάδειξη της συνεισφοράς των μαθητών ως πηγή γνώσης, την ενθάρρυνση της ανεξάρτητης σκέψης, την ενίσχυση της αυτόνομης δράσης, τη συλλογική επεξεργασία και συνεργατική κατασκευή της μαθηματικής γνώσης και επομένως, την επιστημολογική ενδυνάμωση. Οι διδακτικές πρακτικές της Σοφίας τείνουν περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης της γνώσης και επιβολής της στους μαθητές παρά ενθάρρυνσης της κατασκευής/ανακατασκευής της από τους ίδιους.

Ουσιαστικά, η διδακτική διαχείριση της αλληλεπίδρασης και της μαθηματικής επικοινωνίας υπαινίσσεται μια μοναχική διαδικασία ανάμεσα στο μαθητή και το διδακτικό αντικείμενο στην προσπάθειά του να χτίσει τη σχέση με τις μαθηματικές έννοιες. Κυριαρχεί ένα μοντέλο ατομικής κατασκευής της γνώσης με διαμεσολαβητή την εκπαιδευτικό ως αδιαμφισβήτητο φορέα γνώσης στην τάξη η οποία σχεδιάζει παραδείγματα προσδοκώντας την επίτευξη του εκπαιδευτικού στόχου σε μια ομότυπη/ομοιογενή πρόσληψη των μαθηματικών εννοιών ενώ για τους μαθητές αναμένεται ο ρόλος του παθητικού λήπτη της απόλυτης γνώσης και του τρόπου σκέψης της εκπαιδευτικού.

Όσον αφορά στις κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές που επισημάνθηκαν στη διδασκαλία της Σοφίας, **στη συνέντευξη** που ακολούθησε η ίδια αναγνωρίζει ότι επιδιώκει την ατομική αλληλεπίδραση διατηρώντας με αυτό τον τρόπο συνειδητά τον έλεγχο και το ρόλο εξουσίας στη διδασκαλία στην τάξη των μαθηματικών. Θεωρεί ότι,

«η κατασκευή της μαθηματικής γνώσης είναι υπόθεση του μαθητή και του δασκάλου...»(2.05)

«Η αλληλεπίδραση με το μαθητή εμένα μου δίνει την αίσθηση της σιγουριάς για το τι γνώση μπορεί να πάρει ο μαθητής» (5.10)

Στην παρατήρηση για τη δυνατότητα προσωπικής κατασκευής/ανακατασκευής της γνώσης που αναπτύσσει την εμπιστοσύνη και καλλιεργεί την αυτοπεποίθηση των μαθητών, η εκπαιδευτικός εκφράζει μια οριοθετημένη αντίληψη για τις μαθηματικές δραστηριότητες σε σχέση με την ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων των μαθητών, θέτοντας, στην ουσία, ένα είδος μεθοδολογικού φίλτρου στην προσέγγιση της μαθηματικής δραστηριότητας, καθώς θεωρεί ότι αυτό μπορεί να συμβεί μόνο στην επίλυση προβλημάτων και όχι σε όλες τις μαθηματικές δραστηριότητες,

«Αυτό μπορεί να φανεί μόνο σε προβλήματα [...] τότε είναι η οικειοποίηση της γνώσης, η γενίκευση και η εφαρμογή πάνω σε προβλήματα για το ίδιο το παιδί. Τώρα δεν μπορεί να τα ξεχωρίσει αυτά. Πιστεύω ότι είναι επιτυχία στα μαθηματικά όταν μπορούν να τα καταφέρουν και σε προβλήματα» (30.52)

Στο ίδιο ερώτημα, η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι έχει διαφορετικές προσδοκίες από τους μαθητές ενώ υποστηρίζει ότι η ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών και η αίσθηση επιτυχίας είναι ένα στοιχείο που συνειδητά το καθορίζει η ίδια από τον τρόπο επιβράβευσης, δίνοντας στους μαθητές άρρητα μηνύματα του καταναμητικού ρόλου της αξιολόγησης, σύμφωνα με την οποία κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τις προσδοκίες της και την επίδοση που η ίδια καθορίζει,

«Από τον τρόπο που εγώ λέω «μπράβο» στους μαθητές [...] Στην ουσία εγώ το καθορίζω αυτό γιατί περιμένω από αυτούς διαφορετικά πράγματα σε κάτι απλό και οι προσδοκίες οι δικές μου είναι διαφορετικές και η ενδυνάμωση των μαθητών είναι ένα επίπεδο που το καθορίζω. Εγώ θεωρώ όμως ότι πρέπει να υπάρχουν επίπεδα για τα παιδιά θεωρώ όταν κάνουμε τόσες πολλές ώρες μαθηματικά ότι είναι αυτονόητο ότι θα τα καταφέρει. Όταν όμως φτάσει πιο πέρα στα μαθηματικά, έχω άλλες προσδοκίες από το ίδιο το παιδί. Άλλες προσδοκίες έχω από ένα παιδί που είναι καλός στα μαθηματικά και άλλες προσδοκίες έχω από ένα παιδί το οποίο δυσκολεύεται στα μαθηματικά το αντιλαμβάνονται και τα παιδιά αυτό ότι η δασκάλα μου έχει διαφορετικές προσδοκίες από τον καθένα μας» (1.06.56)

Μία από τις κυρίαρχες πρακτικές της Σοφίας είναι να επαναλαμβάνει και να ερμηνεύει η ίδια τις απαντήσεις των μαθητών και να εξάγει συμπεράσματα ή να επικυρώνει τη γνώση καθοδηγώντας την πορεία σκέψης των μαθητών με βάση το δικό της σκεπτικό χωρίς να μοιράζεται/εκχωρεί αυτή τη δυνατότητα στους ίδιους τους μαθητές (Δ.Α. 2°, 3°, 6°, 7°, 8°) . Στην ερώτηση γιατί ακολουθεί αυτές τις πρακτικές η εκπαιδευτικός δηλώνει ότι το κάνει για τρεις λόγους κυρίως, γιατί μπορεί να μην έχει ακουστεί ο/η μαθητής/ μαθήτρια, είναι μια ευκαιρία για επανάληψη και για να κερδίσει χρόνο,

«Εγώ καταλάβαινα όταν εξηγούσε πώς το σκέφτηκε ο μαθητής. Πιστεύω ότι δεν το καταλάβαιναν από κάτω τα παιδιά» (11.23)

«Πολλές φορές επαναλαμβάνω την απάντηση του μαθητή για μία μικρή επανάληψη σε όλη την τάξη για να γλιτώσω χρόνο» (22.56)

«...δες, τα μαθηματικά είναι και θεωρία. Η επανάληψη για μένα είναι επανάληψη μήτηρ πάσης μαθήσεως. Άρα, αν θυμηθούμε τον κανόνα, αν τον βγάλουμε ξανά, τον βάλουν στο μυαλό τους, ίσως θυμηθούνε και πώς λύνεται μία άσκηση για αυτό και κάνω πολλές επαναλήψεις, συνέχεια το ίδιο και το ίδιο πράγμα. Θεωρώ ότι αυτή η πρακτική βοηθάει τη μαθηματική κατανόηση και γνώση» (10.54)

Σε πολλές περιπτώσεις, επίσης, παρατηρείται στην διδασκαλία, η Σοφία να μην παραχωρεί τον απαραίτητο χρόνο στο/στη μαθητή/τρια να ολοκληρώσει τη σκέψη του/της και να την συνεχίζει η ίδια. Η Σοφία, δέχεται ότι αυτό είναι μια «λανθασμένη» πρακτική της, τονίζοντας τον περιορισμό του χρόνου και την ανάγκη ελέγχου των γνώσεων περισσότερων μαθητών. Το ζήτημα του χρόνου τίθεται διαρκώς κι emphaticά ως καθοριστικός και κατά βάση ανασταλτικός παράγοντας στην υιοθέτηση των διδακτικών πρακτικών που παιδαγωγικά θεωρεί κατάλληλες,

«Βασικά, αυτό το κάνω, κακώς το κάνω και είναι λάθος μου, εγώ το κρίνω για μένα αυτό, θα εξηγήσω όμως, γιατί το κάνω» (20.04)

«Μπορεί να το κάνει και μόνος του γι' αυτό λέω ότι είναι λάθος μου, δηλαδή, πρέπει να τον αφήσω να ολοκληρώσει» (22.17)

«Στην ερώτηση, που λες ότι, ξεκινούσε ο μαθητής [...] και ολοκλήρωνα εγώ. Λέω ωραία ή θα προλάβω να εξετάσω άλλο μαθητή οπότε να την πω εγώ να τελειώνει πιο γρήγορα ώστε να κάνουν και μία επανάληψη ακούγοντας το ξανά από μένα [...] να προσθέτω ό,τι υπόλοιπο είχα πει την προηγούμενη φορά, έτσι ώστε να γίνει μία μικρή επανάληψη [...] και να προχωρήσω παρακάτω και πάλι για διαχείριση χρόνου είναι αυτό» (22.46)

Θεωρεί αποτελεσματική τη διδακτική πρακτική για την κατανόηση των μαθηματικών και την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, να κατευθύνει το μαθητή βήμα βήμα προς την επίλυση,

«Ναι, θεωρώ ότι είναι αποτελεσματικό να καθοδηγώ το παιδί βήμα-βήμα προς την επίλυση της δραστηριότητας» (17.52)

κι αιτιολογεί, ότι οι λόγοι που ακολουθεί αυτή τη διδακτική πρακτική είναι η πίεση του χρόνου και η έγνοιά της να μην επικριθεί ο μαθητής, επιχειρήματα που επαναλαμβάνεται σε αρκετά σημεία της συζήτησης, υποδηλώνοντας ότι η ακρόασή της επηρεάζεται από τη φύση της σχέσης της με τους μαθητές, τις αντιλήψεις και προσδοκίες που έχει από αυτούς,

«Πρώτον, όταν καταλαβαίνω ότι ο μαθητής το γνωρίζει για να γλιτώσω χρόνο τα λέω γρήγορα τα επόμενα για να προχωρήσω παρακάτω, ένας λόγος είναι αυτός» (19.57)

«Ένας δεύτερος είναι, ναι μεν, κάποιος μαθητής μπορεί να το ξέρει μπορεί να ξεκινάει σωστά, καταλαβαίνω, τώρα εγώ από το χρώμα της φωνής του, ότι ίσως αρχίζει να δυσκολεύεται παρακάτω να απαντήσει, εκεί, για να μη δείξω ότι κόλλησε στους υπόλοιπους και δεν το ξέρει, συνεχίζω εγώ γιατί θέλω να πω ότι το ξέρει και ναι αυτήν είναι η γνώση που ο μαθητής θέλει να πει και τον διευκολύνω εγώ» (21.23)

«το κάνω πάλι για βοήθεια του μαθητή για να μη φανεί στους άλλους ότι πιθανότατα κάπου κόλλησε [...] ότι δεν μπόρεσε να ολοκληρώσει» (23.51)

Στη ερώτηση για την άμεση ανταπόκριση που υιοθετεί στη διαχείριση των απροσδόκητων ερωτήσεων ή μαθηματικών διαφωνιών που τίθενται από τους μαθητές, η εκπαιδευτικός εξηγεί γιατί ακολουθεί αυτή την διδακτική πρακτική,

«Βασικά συνεχίζω τη σκέψη του ή σε κάποιες περιπτώσεις δίνω την απάντηση αμέσως. Σε κάποιες άλλες περιπτώσεις, υπενθυμίζω (τον κανόνα), [...] τον καθοδηγώ σύμφωνα με αυτά που έχουμε μάθει ως τώρα ώστε να καταλάβει το λάθος του στο λάθος συμπέρασμα» (26.10)

Συνηθίζει να παραβλέπει ή να αγνοεί μία απροσδόκητη ερώτηση των μαθητών (1^ο, 3^ο, 9^ο ΔΑ) όταν η ίδια κρίνει ότι είναι άσχετη με το μάθημα ή παραπέμπει σε άλλη μαθηματική κατάσταση,

«Ναι, σε κάποιες περιπτώσεις κάποιες απροσδόκητες ερωτήσεις είναι χωρίς νόημα για μένα, χωρίς σημασία, κάτι που θεωρείται αυτονόητο» (1.13.31)

«κάτι πέρα από αυτό που κάνουμε εκείνη τη στιγμή, δεν θα ήθελα να μπλέξω τα παιδιά με κάτι άλλο από αυτό που κάναμε» (26.17)

«αναλόγως πάλι και το χρόνο, όταν συμβαίνουν ερωτήσεις, θα δώσω την απάντηση αμέσως ή θα τους οδηγήσω να δουν αν είναι λάθος [...] αν είναι σχετική για το μάθημα με το μάθημά μας, τότε θα τη συζητήσω [...] αν είναι άσχετη η ερώτηση με το μάθημα τότε θα την κόψω και αυτό πάλι λόγω διαχείρισης χρόνου» (27.31)

Στη συνέχεια του ερωτήματος αν θα βοηθούσε στην κατανόηση και κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, να παραχωρεί τη δυνατότητα στους ίδιους τους μαθητές να αναλύουν τις απαντήσεις τους, να ερμηνεύουν, να εξάγουν συμπεράσματα και τελικά να ανακεφαλαιώνουν οι ίδιοι τη γνώση, η εκπαιδευτικός αναγνωρίζει ως κυρίαρχη διδακτική της πρακτική τον έλεγχο μιας γνωστικής διαδικασίας χωρίς περιθώρια παρέκκλισης και δηλώνει ότι είναι κάτι που θα ήθελε να το αλλάξει μακροπρόθεσμα και να δώσει χώρο στην σκέψη και τις ιδέες των μαθητών, στην αιτιολόγηση και στη διαπραγμάτευση με το μαθητή αλλά και με τους συμμαθητές, αλλά η ίδια θεωρεί ότι,

«Είναι πολύ ωραία ιδέα η περιγραφή και η ανάλυση της σκέψης και η αιτιολόγηση του συλλογισμού του κάθε μαθητή στους συμμαθητές του για την κατανόηση των μαθηματικών, αρκεί να ξεκινήσει πρώτα να διορθωθεί η αλληλεπίδραση των μαθητών, οι άλλοι να ξέρουν ότι πρέπει να τον ακούσουν και να δουν αν συμφωνούν ή όχι με τον τρόπο σκέψης τους. Αυτό είναι μία διαδικασία που δεν αλλάζει από τη μία στιγμή στην άλλη εντάσσεται σε μία καθημερινή πρακτική που αλλάζει σιγά σιγά» (13.58)

«Απλώς, η τόση ανάλυση με βγάζει εκτός χρόνου» (11.55)

Ως προς την απουσία της συλλογικής διαχείρισης των μαθηματικών εννοιών και της επεξεργασίας σε ομάδες, η εκπαιδευτικός απαντά ότι δεν τη αξιοποιεί ως διδακτική πρακτική, καθώς θεωρεί ότι απαιτεί χρόνο και επιπλέον, δεν μπορεί να ελέγξει με αυτόν τον τρόπο τι έμαθαν οι μαθητές,

«γιατί αφήνοντάς τα αυτά να γίνουν, θα πρέπει εγώ μετά να ελέγξω αν το παιδί κατάλαβε ή έχει κατακτήσει τη γνώση. Για αυτό τους καθοδηγώ περισσότερο εγώ με ερωτήσεις κατευθύνοντας εγώ τη γνώση για αυτό προτιμώ να αλληλεπιδρώ ατομικά» (4.59)

ενώ σε άλλο σημείο της συζήτησης θέτει και το ζήτημα της επίκρισης των μαθητών,

«Ναι, πιστεύω ότι μπορεί να γίνει αυτό, αλλά οι παράγοντες που δε γίνεται αυτό στην τάξη είναι ο χρόνος και η πρόληψη της επικριτικότητας των παιδιών μεταξύ τους» (1.22.56)

Επεκτείνοντας την προηγούμενη ερώτηση, η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι οι μαθητές μπορούν να κατασκευάζουν το μαθηματικό νόημα μέσα από την αλληλεπίδραση μεταξύ τους συνεπώς θεωρητικά σε ιδανικές συνθήκες αυτό ενισχύσει την αυτοπεποίθηση των μαθητών και τη μαθηματική ενδυνάμωσή τους αλλά στην καθημερινή διδακτική πρακτική δεν μπορεί να συμβεί εξαιτίας του όγκου της ύλης και του χρόνου,

«δεν το έχω δουλέψει τόσο πολύ, ώστε (ότι, δηλ.) συζητώντας στην ομάδα μπορεί να ανατρέψει μία γνώση, δεν ξέρω, μάλλον εγώ δεν το έχω δουλέψει πολύ, ώστε η ομάδα να μπορεί να ανατρέψει μία γνώση μία λανθασμένη γνώση του μαθητή» (7.05)

«φυσικά, όμως αυτό, μιλώντας μία δικιά τους γλώσσα των παιδιών θα τους βοηθούσε ίσως και περισσότερο [...] Θα μπορούσε, πάντως, να εξηγήει ο ένας τον άλλον με το δικό τους τρόπο στο θρανίο τα μαθηματικά»(17.13)

«Ναι, θα είχε σημασία να αναθέσουμε στους συμμαθητές του να βοηθήσουν το συμμαθητή τους να τους εκφράσει με έναν τρόπο ως μία συλλογική κατασκευή της γνώσης, Ότι δηλαδή, δεν είναι ένα ατομικό ζήτημα αλλά αφορά όλη την ομάδα, άρα, δεν είναι το θέμα ποιος μου απαντάει σωστά, ποιος μου απαντάει λάθος, ποιος δεν μπορεί να απαντήσει, αλλά να τον βοηθήσουμε και αυτόν που έχει κολλήσει κάπου να προχωρήσει παραπέρα με τη συνεισφορά των συμμαθητών μας» (18.03)

«Ναι.....και πέρασε η ώρα!!!» (γέλια) (22.55)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

Κεντρικό παράγοντα στη διδασκαλία της Σοφίας αποτελεί το σχολικό βιβλίο το οποίο ακολουθεί χωρίς να τηρεί επακριβώς τη μεθοδολογία που προτείνεται στο σχεδιασμό του διδακτικού θέματος. Στα διδακτικά αποσπάσματα που αναλύθηκαν η εκπαιδευτικός απαιτεί από τους μαθητές να ακολουθήσουν απαρέγκλιτα τον τρόπο προσέγγισης που το βιβλίο προκρίνει δίνοντας το μήνυμα ενός ευρύτερου, επιπλέον, ελέγχου.

Σπάνια δημιουργείται πρόσφορο σκηνικό για την ανάπτυξη εναλλακτικών προτάσεων προσέγγισης μιας μαθηματικής κατάστασης και όσες φορές αυτό επιχειρήθηκε από τους μαθητές η εκπαιδευτικός θεώρησε είτε μη έγκυρη τη συνεισφορά (5^ο Δ.Α) υπαγορεύοντας την προσέγγιση και επεξεργασία του σχολικού βιβλίου είτε απαντώντας ή διορθώνοντας άμεσα η ίδια (3^ο, 8^ο Δ.Α.). Ευθυγραμμίζει αυστηρά τη διδακτική της πρακτική στην δομημένη και καθοδηγούμενη παρουσίαση του περιεχομένου σε ένα μοντέλο όπου μαθητές και εκπαιδευτικός περιορίζονται από την παρουσίαση του υλικού του σχολικού βιβλίου σε ένα καθορισμένο πρότυπο ορθότητας που ακολουθείται απ' όλους λειτουργώντας σημειολογικά ως πεδίο συμμόρφωσης ή αποκλεισμού. Η πρακτική αυτή υπονοεί ότι τα μαθηματικά δε βασίζονται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης και στον προσωπικό τρόπο κατασκευής του μαθητή αλλά είναι μια γνώση που δημιουργείται έξω από την τάξη και επαναλαμβάνεται στο περιβάλλον της τάξης πρακτική που εμποδίζει τη συγκρότηση σχέσεων μεταξύ μαθητή και αντικειμένου και λειτουργεί διαχωριστικά μεταξύ των μαθητών.

Επιμένει σε διαχειριστικές τεχνοκρατικές παιδαγωγικές πρακτικές με έναν επαναληπτικό και διαδικαστικό τρόπο χωρίς να συνδέει εποικοδομητικά τα μαθηματικά με τον προσωπικό τρόπο κατανόησης και την προηγούμενη γνώση, πρακτική που μετατρέπει τη διδασκαλία σε ρουτίνα και τυποποιημένη διαδικασία με την έννοια του συμπεριφοριστικού προσανατολισμού και προωθεί κατά βάση μια εργαλειακή/λειτουργική χρήση του μαθηματικού γραμματισμού.

Στην ουσία ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον επιστημολογικό τους φορέα που αντιπροσωπεύουν ο εκπαιδευτικός και το βιβλίο στην τάξη των μαθηματικών εδραιώνοντας και φυσικοποιώντας αυτές τις διδακτικές πρακτικές στο μαθηματικό γραμματισμό.

Στην ερώτηση σχετικά με τον διαφορετικό τρόπο επίλυσης, που οι μαθητές ορισμένες φορές αντιπροτείνουν, η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι το σχολικό βιβλίο υπαγορεύει την μεθοδολογική πορεία και

έναν δομημένο τρόπο εργασίας, επομένως, η τάξη σύμφωνα με αυτόν τον τρόπο πρέπει να εργάζεται, δίνοντας διπλό μήνυμα στους μαθητές, καταρχήν, ότι το πλαίσιο συγκρότησης τόσο του γραμματισμού όσο και των σχέσεων εξουσίας είναι κάθετα δομημένο και ο/η καθένας/καθεμιά (εκπαιδευτικός και μαθητές) προσαρμόζεται ανάλογα με τη θέση και το ρόλο σ' αυτό το μοντέλο και δεύτερον, λειτουργώντας παράλληλα με υπόρρητο τρόπο σε μια κατεύθυνση κατασκευής εκείνων των μαθηματικών χαρακτηριστικών που πρέπει να φέρει ο επιθυμητός μαθητής,

«επιμένω σε αυτή την απάντηση, που το βιβλίο απαιτεί, ναι, γιατί υπάρχει άλλη άσκηση που ζητάει αυτό που μου έχει γράψει ο μαθητής» (34.56)

«αν η άσκηση ζητάει δεκαδικό κλάσμα πρέπει να απαντηθεί με αυτό τον τρόπο, ο μικτός αριθμός δεν είναι απάντηση, είναι λανθασμένη για μένα απάντηση.» (5° Δ.Α.) (32.13)

Η ενθάρρυνση και η αποδοχή της πολλαπλής ή διαφορετικής προσέγγισης από τους μαθητές για την εκπαιδευτικό γίνεται αποδεκτή μόνο στην «επίλυση προβλημάτων», όπως δηλώνει,

«Ένα άλλο παράδειγμα θα σου φέρω, που ισχύει η αποδοχή της πολλαπλής επίλυσης των προβλημάτων. Προβλήματα, που εγώ τα έλυσα έτσι και μου βρέθηκαν μαθητές μέσα που τα έλυσαν με διαφορετικό τρόπο και είπα: «Μπράβο, πάρα πολύ σωστά μπορεί και έτσι. Εδώ όμως είναι τα ψυχρά μαθηματικά, εδώ είναι διαδικαστικός ο τρόπος, αλλά υπάρχουν προβλήματα που μπορούν να λυθούν με πολλούς τρόπους και τα θεωρώ όλα σωστά» (36.59)

Ο μαθηματικός γραμματισμός αντιμετωπίζεται ως ένα αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης (από γεγονότα, κανόνες και σύμβολα) για απομνημόνευση και αναπαραγωγή,

«Αντικειμενικότητα σίγουρα έχει, δεν βασίζεται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης του κάθε μαθητή, φυσικά μπορεί να φτάσει στο αποτέλεσμα της με διαφορετικό τρόπο αλλά πάλι είναι συγκεκριμένος ο δρόμος που θα βαδίσεις σε αυτή την ηλικία τουλάχιστον δεν είναι ανοιχτό το πλαίσιο, πιστεύω ότι είναι πολύ πιο αυστηρά στα μαθηματικά» (46.50)

«τα μαθηματικά ίσως θα μπορούσαν να ταιριάζουν με τη γραμματική της γλώσσας που μέσα από τις προτάσεις μπορούμε μέσα από την επανάληψη του φαινομένου να βγάλουμε τον κανόνα ή από το φαινόμενο να βγάλουμε τον κανόνα κάπως έτσι λειτουργούν και τα μαθηματικά» (45.52)

«Στα μαθηματικά εγώ τους είπα, εάν δεν προσέξετε, δεν πάμε βήμα-βήμα, [...] δηλαδή είναι ένα σκαλοπάτι να το κατακτήσετε να το πατήσετε, δεν μπορείτε να πάτε στο επόμενο. Πιθανότατα αυτό να έχει περάσει στα παιδιά από μένα»(47.53)

«Ναι, υπάρχει μία δική μου αντιμετώπιση σε σχέση με τ' άλλα μαθήματα, αυτή στα μαθηματικά. Πρέπει να προσέξουμε και να πάμε βήμα-βήμα να προχωρήσουμε» (48.06)

Σχετικά με το σχολικό βιβλίο η εκπαιδευτικός εξέφρασε ορισμένες ανησυχίες, καθώς, όπως δήλωσε, η ίδια δεν το γνωρίζει, γι' αυτό το λόγο το εφαρμόζει, όπως, είναι με μικρές περικοπές,

«Εγώ όφειλα να ακολουθήσω το βιβλίο γιατί ήταν ένα καινούργιο βιβλίο [...] έπρεπε σε κάθε ένα κεφάλαιο να σηκώνεται κάθε ένα παιδί να δω πού υπάρχουν τα κενά να μπορέσω να βοηθήσω και να καλύψω τη λάθος γνώση που μπορεί να έχουν, δεν προλάβαινα» (39.30)

«Κάποιες ασκήσεις από το τετράδιο εργασιών δεν γινόταν [...] και οι αναστοχασμοί ήταν πολύ καλοί. Πολλές φορές ήταν ένα ολόκληρο μάθημα οι αναστοχασμοί [...] για να καταλήξεις στο συμπέρασμα, που πράγματι ήταν κοινωνικά μαθηματικά» (39.56)

«πιστεύω στο τετράδιο εργασιών τα προβλήματα [...] ήταν κοινωνικά μαθηματικά, ήταν συνδεδεμένα με τη ζωή και με μισθούς και με ημερομίσθια με μνήμες, στικάκια-υπολογιστές, πράγματα με τα οποία έρχονται σε επαφή τα παιδιά και είναι στα ενδιαφέροντά τους και διαγράμματα εννοείται, πιστεύω ότι τα προηγούμενα βιβλία [...] δεν έκαναν αυτή τη σύνδεση που κάνει το καινούργιο βιβλίο των μαθηματικών [...] με την πραγματικότητα και τη ζωή αλλά είναι για δύο χρονιές τα συγκεκριμένο βιβλίο, τελικά, δεν είναι για μία» (40.57)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

Χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που ακολουθεί, είναι να απευθύνεται και να εργάζεται, κυρίως με τους πρόθυμους μαθητές και όσους σηκώνουν το χέρι τους που συνήθως είναι οι ίδιοι/ίδιες μαθητές/μαθήτριες κάθε φορά ενώ υπάρχουν μαθητές και μαθήτριες που βρίσκονται σταθερά στο περιθώριο ως παρατηρητές της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Καθημερινά όμως σηκώνει στον πίνακα μαθητές και μαθήτριες σε μια εξατομικευμένη και απόλυτα ελεγχόμενη αλληλεπίδραση, ως επί το πλείστο, για τον έλεγχο και την εφαρμογή των γνώσεων μέσω της επίλυσης ασκήσεων που είχαν για το σπίτι.

Όταν ο/η μαθητής/μαθήτρια δυσκολεύεται, χαρακτηριστική διδακτική πρακτική της εκπαιδευτικού είναι να παραφράζει τις απαιτήσεις της άσκησης ή να προσπαθεί μέσα από την ανάκληση της προηγούμενης γνώσης να πάρει τις προσδοκώμενες απαντήσεις. Επαναλαμβάνει ή παραφράζει πολλά μικρά κομμάτια απαντήσεων και εξηγήσεων στην προσπάθεια να οδηγηθεί ο/η μαθητής/μαθήτρια στην ολοκλήρωση της άσκησης. Κατευθύνει βήμα βήμα τη/τον μαθήτρια/μαθητή προς την επίλυση και την διατύπωση του κανόνα. Σπάνια βασίζεται στην εμπειρία των μαθητών για την επεξεργασία των εννοιών ώστε να υποστηρίξει τρόπους κατανόησης και συνδέσεις με τη νέα έννοια. Έτσι για τους μαθητές που δυσκολεύονται με τις μαθηματικές έννοιες, κυρίως, επιφυλάσσεται ο ρόλος της απομνημόνευσης και του λειτουργικού τρόπου μάθησης παρά της εννοιολογικής κατανόησης.

Απουσιάζουν πρακτικές που ενθαρρύνουν συνεργατικές προσπάθειες ώστε να υποστηρίξουν τρόπους αλληλεπίδρασης και μάθησης μεταξύ των μαθητών και συλλογικής κατασκευής του μαθηματικού νοήματος. Η εκπαιδευτικός αντιμετωπίζει τις δυσκολίες των μαθητών και τους πιο σιωπηλούς/μη συμμετοχικούς μαθητές με ένα είδος προστατευτικού μανδύα διαχωρίζοντάς τους, πιθανόν ασυνείδητα, από το πλαίσιο λειτουργίας της υπόλοιπης τάξης και της ομάδας. Έτσι όμως, παραμένουν αμέτοχοι σε ό,τι διαδραματίζεται στη μαθηματική διαδικασία. Στο ερώτημα, γιατί η εκπαιδευτικός εργάζεται, κυρίως με τους πρόθυμους μαθητές υποστηρίζει ότι αντιμετωπίζει ένα δίλημμα,

«Η αλήθεια είναι ότι δεν επιθυμώ να φέρω σε δύσκολη θέση τους μαθητές που δεν συμμετέχουν για να μη σηκώσουν το χέρι τους πάει να πει ότι δεν ξέρουν. Άρα εγώ τους βάζω σε μία διαδικασία να εκθέσουν τον εαυτό τους μπροστά σε όλη την τάξη, ναι, αποφεύγω να το κάνω αυτό γιατί τα παιδιά αισθάνονται πολύ ντροπή όταν τους ρωτάω κάτι που δεν το γνωρίζουν και πιθανότατα μπορεί να δώσουν μία λάθος απάντηση ή λάθος σκέψη, αισθάνονται πολύ άσχημα» (57.54)

Διαφαίνεται ότι στην τάξη έχει διαμορφωθεί μια κοινωνικομαθηματική νόρμα όπου με έναν άρρητο τρόπο το «λάθος» θεωρείται μη επιτρεπτό ενώ συχνά τονίζεται από την εκπαιδευτικό η ατομική ευθύνη των μαθητών σε ότι έχει διδάξει. Επιπλέον, σε αυτή τη σύμβαση ορισμένοι μαθητές είτε από άγχος κι ανασφάλεια είτε επειδή δυσκολεύονται αποθαρρύνονται να εμπλακούν στη μαθηματική δραστηριότητα, καθώς γνωρίζουν ότι η εκπαιδευτικός θα εργαστεί με τους συγκεκριμένους πρόθυμους/«καλούς» μαθητές, αντιγράφοντας τελικά απ' τον πίνακα την απάντηση.

«Βέβαια αυτό έχει πάντα σχέση με την ερώτηση που γίνεται. Όταν είναι μία απλή ερώτηση που έπρεπε να γνωρίζει εκεί υπάρχει αυτό το θέμα θα νιώσει πολύ άσχημα και οι άλλοι θα σκεφτούν "Μα καλά ούτε αυτή (την ερώτηση) δεν γνωρίζει", δεν το λένε ποτέ αλλά το αισθάνομαι ότι υπάρχει από το βλέμμα που κοιτάνε» (58.12)

«Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένας κανόνας που λέει όταν είναι δύσκολα ή καινούργιο μάθημα όλοι μπορούν να κάνουν λάθος, ναι, άρα, είναι αποδεκτό από όλους στην τάξη. Όταν όμως κάτι έπρεπε να το ξέρουμε αυτό δεν είναι αποδεκτό, δεν θα ακούσουνε τίποτα από το συμμαθητή τους αλλά φαίνεται στη στάση του σώματος στη μη λεκτική επικοινωνία» (58.55)

«Πάντως τα παιδιά γνωρίζουν ποιοι ξέρουν μαθηματικά και ποιοι δυσκολεύονται στην τάξη» (1.03.56)

Κι ενώ η εκπαιδευτικός κατανοεί ότι ο πίνακας για πολλούς μαθητές σημαίνει επιπλέον άγχος, μια συνθήκη στην οποία ο/η μαθητής/τρια δεν μπορεί να αποδώσει ή δίνει μια επίπλαστη εικόνα της μαθηματικής γνώσης που κατέχει, ακολουθεί την συγκεκριμένη διδακτική πρακτική με το σκεπτικό ότι ελέγχει καλύτερα τη γνώση που αποκομίζει κάθε μαθητής:

«Η αλήθεια είναι ότι η έκθεση στον πίνακα αποσυντονίζει και προκαλεί άγχος σε πολλά παιδιά. Βέβαια, ένα οποιοδήποτε παιδί που σηκώνεται πάνω στον πίνακα θα μπορούσε να κολλάει και να δυσκολεύεται να προχωρήσει π.χ. η Μκ4 (4^ο Δ.Ε.) και πολλά άλλα παιδιά που οφείλεται στο άγχος που η έκθεση στον πίνακα μπορεί να τα αποσυντονίζει εντελώς». (1.02.56)

«Η Μκ8 (6^ο Δ.Ε.) κάνει μία πρόσθεση και φτάνει στο 5 και 7 και σκέφτεται και σκέφτεται και σκέφτεται [...] μέχρι να τη βοηθήσω να φτάσει στο δώδεκα, στην πέμπτη τάξη, τα άλλα παιδιά από κάτω έχουν απηυδήσει» (59.50)

Στην προοπτική, οι μαθητές πριν σηκωθούν στον πίνακα εργαζόταν ομαδικά π.χ. δύο-δύο, αν θα ενίσχυε τη αυτοπεποίθησή τους και την αυτονομία τους με αποτέλεσμα και την κοινωνική τους ενδυνάμωση στην ομάδα της τάξης, η εκπαιδευτικός συμφωνεί,

«Ίσως θα μπορούσε να βοηθήσει (πρώτα) να συζητάνε και να λύνουν μεταξύ τους δύο-δύο μια άσκηση και μετά να ανεβαίνει στον πίνακα να τη λύνει σε αυτά τα παιδιά» (1.02.33)

Στη συνέχεια όμως προβάλλει εμπόδια,

«Στην προσπάθεια συνεργασίας μεταξύ τους, πάλι, υπάρχει ένας κίνδυνος να προσπαθήσει το παιδί να το εξηγήσει και πάλι να μην μπορεί να το βρει το παιδί και να πει «Αι παράτα με τώρα αφού δεν ξέρεις» (1.03.06)

Μέσα από τα λόγια της εκπαιδευτικού υποδηλώνεται ότι η κουλτούρα που έχει διαμορφωθεί στην τάξη και οι σχέσεις γέρνουν, κυρίως προς την ατομική ευθύνη και πρακτική του κάθε μαθητή αλλά εξαρτώνται και από την απόδοση του μαθητή στα μαθηματικά,

«Όταν όμως κάτι έπρεπε να το ξέρουμε αυτό δεν είναι αποδεκτό δεν θα ακούσουνε τίποτα από το συμμαθητή τους αλλά φαίνεται στη στάση του σώματος, στη μη λεκτική επικοινωνία» (58.50)

«Δυστυχώς [...] δεν θα υπήρχαν κορίτσια να δεχτούν τη Μκ8» (1.01.53)

«Θα μπορούσα τώρα να πω, τώρα που το σκέφτομαι, παιδιά, ποιος θα μπορούσε να βοηθήσει τη Μκ8 τον Μα9, τον Μα10, τον τάδε, τον τάδε, να φτάσει στο αποτέλεσμα τι θα τους λέγατε για να τους βοηθήσετε πώς θα του εξηγούσατε εσείς να τους βοηθήσουμε κάπως;» (1.02.39)

Η εκπαιδευτικός αντιμετωπίζει τις δυσκολίες των μαθητών και τους πιο σιωπηλούς/μη συμμετοχικούς μαθητές με ένα είδος προστατευτικού μανδύα διαχωρίζοντάς τους, όμως ασυνείδητα, από το πλαίσιο λειτουργίας της υπόλοιπης τάξης και της ομάδας. Οι μαθητές, έτσι παραμένουν αμέτοχοι σε ό,τι διαδραματίζεται στη μαθηματική διαδικασία.

Έχοντας επίγνωση του ρόλου εξουσίας που διαδραματίζει στην τάξη ο/η εκπαιδευτικός γενικότερα, αναγνωρίζει ότι οι διδακτικές πρακτικές αποτελούν καθοριστικό παράγοντα ενδυνάμωσης ή αποκλεισμού των μαθητών τόσο στη μαθησιακή διαδικασία όσο και στην συλλογική ζωή της τάξης των μαθηματικών:

«Σαφώς μπορεί ο δάσκαλος να ενδυναμώσει ένα παιδί ή να το αποδυναμώσει. Είναι ο τρόπος που θα προσεγγίζει και το επιβραβεύει. Εκεί έχεις να υπολογίσεις και τα παιδιά, είναι πολύ σκληρά και κρίνουν πολύ αυστηρά τους άλλους, δεν μπορούν να έχουν την κρίση τη δική μου» (1.05.74)

«Μπορούν όμως να καταλάβουν τα παιδιά ότι εγώ συμπεριφέρομαι λίγο διαφορετικά στα παιδιά που δυσκολεύονται, [...] στις άλλες δραστηριότητες θα συμπεριφερθούν με συγκεκριμένους τρόπους δεν θα θέλουν να είναι με αυτά τα παιδιά να είναι στην ομάδα τους [...] Μπορεί, δηλαδή, η άποψη του εκπαιδευτικού, ο ρόλος του εκπαιδευτικού να αποδυναμώσει την εικόνα του μαθητή απέναντι στους άλλους» (1.09.10)

«Ναι αλλά δεν μπορώ να αντιμετωπίσω το ίδιο τον Μα14 που είναι τσακάλι στα μαθηματικά με τη Μκ8 και το Μα9 και τον Μα10, που δεν καταλαβαίνουν στα μαθηματικά πρέπει να τους προσεγγίσω αλλιώς δεν το καταλαβαίνουν αυτό τα παιδιά αλλά δεν μπορώ να κάνω αλλιώς» (1.09.48)

Η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι τα μαθηματικά απευθύνονται μεν σε όλους τους μαθητές της τάξης αλλά τη μαθηματική γνώση θα την προσεγγίσουν σε διαφορετικά επίπεδα,

«Εγώ πιστεύω ότι υπάρχουν παιδιά που έχουν μία αυξημένη μαθηματική αντίληψη, [...] δηλαδή, κατανοούν, σκέφτονται με αριθμούς και τις σχέσεις των αριθμών μεταξύ τους, υπάρχουν άλλα παιδιά που δεν μπορούν να το κάνουν αυτό» (1.04.12)

«...πιστεύω ότι μπορούν να μάθουν όλα τα παιδιά μαθηματικά. Άλλος θα φτάσει μέχρι ένα σημείο και άλλος θα φτάσει λίγο πιο πέρα, αλλά μπορούν να μάθουν όλοι μαθηματικά μες στην τάξη αλλά δεν είναι εμπόδιο το ότι δεν έχουν την ίδια μαθηματική αντίληψη όλοι οι μαθητές, εμπόδιο για μένα είναι η υπέρογκη ύλη και ο χρόνος τίποτα άλλο» (1.05.23)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

Η συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού στην τάξη της Σοφίας αποτελεί ξεκάθαρα ατομική υπόθεση, ενταγμένη σε ένα μοντέλο όπου η εκπαιδευτικός και το βιβλίο έχουν το ρόλο του απόλυτου φορέα γνώσεων και ο/η μαθητής/μαθήτρια το ρόλο του δέκτη και της αναπαραγωγής αυτής της γνώσης. Η εκπαιδευτικός κατευθύνει την παρουσίαση και επεξεργασία του μαθηματικού υλικού απόλυτα δομημένα χωρίς αποκλίσεις από την προσχεδιασμένη τροχιά ενώ η μαθηματική διαδικασία εξελίσσεται σε συνθήκες έντονης πίεσης χρόνου και ύλης. Ένα μοντέλο που κυριαρχείται από την αυθεντία της εκπαιδευτικού. Οι ρόλοι της εκπαιδευτικού–μαθητή/τών είναι απόλυτα διακριτοί και αυτό αντανακλάται στις πρακτικές της εκπαιδευτικού.

Συνήθως οι πρωτοβουλίες των μαθητών αντιμετωπίζονται ως προσωπικό μαθησιακό εμπόδιο του μαθητή και διαχειρίζονται κυρίως με συγκεντρωτικό και άμεσο τρόπο σε μια εξατομικευμένη αλληλεπίδραση. Η εργασία και οι ευκαιρίες αλληλεπίδρασης στην τάξη περιορίζονται αποκλειστικά

ανάμεσα στην εκπαιδευτικό και τον/την μαθητή/μαθήτρια κάθε φορά και οι μαθηματικές έννοιες προκύπτουν μέσω επιβολής παρά μέσω μιας διαμεσολαβητικής και διαπραγματευτικής διαδικασίας, πρακτική που ενθαρρύνει την ανάπτυξη ενός δημοκρατικού πλαισίου ανάπτυξης του μαθηματικού γραμματισμού.

Σπάνια μεταβιβάζει τη δυνατότητα στους ίδιους τους μαθητές ώστε να αναλάβουν ρόλους για ομαδική αλληλεπίδραση και επεξεργασία των μαθηματικών ιδεών. Κι ενώ η εκπαιδευτικός συχνά παροτρύνει τους μαθητές «να μιλάνε» (3^ο Δ.Α.) στα μαθηματικά δεν αξιοποιεί παραγωγικά τις συνεισφορές τους, παραμένοντας προσηλωμένη στην προκαθορισμένη τροχιά του μαθήματος σε μια αυστηρά δομημένη διαδικασία μαθήματος. Αντίστοιχα η διαφωνία και αμφισβήτηση στην τάξη δεν αγνοούνται αλλά διαχειρίζονται άμεσα από την εκπαιδευτικό που ως μια αναμφισβήτητη επιστημολογική αρχή διατηρεί τον έλεγχο, ερμηνεύει, κατευθύνει και συνοψίζει τη μαθηματική γνώση. Οι πρακτικές αντανακλούν ιεραρχικές σχέσεις που τείνουν κυρίαρχα στην εξουσία της εκπαιδευτικού και λιγότερο στην ανάπτυξη ενός δημοκρατικού πλαισίου γραμματισμού, επομένως και λιγότερο χειραφετητικού ως προς την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών.

Η ίδια αναγνωρίζει ότι διατηρεί τον έλεγχο και τον ιεραρχικό ρόλο στη διδασκαλία καθώς θεωρεί ότι με αυτό τον τρόπο είναι σίγουρη για τη γνώση που λαμβάνει ο μαθητής,

«...ίσως, ως συγκεντρωτική, εγώ προτιμάω να τα δείχνω εγώ για να είμαι σίγουρη το πώς τα ακούει το παιδί» (16.53)

Καθώς ακόμη και η αιτιολόγηση και η επεξεργασία του «λάθους» παίρνει μια διάσταση ανταγωνισμού μεταξύ των μαθητών και λιγότερο μια διαδικασία συλλογικής αλληλεπίδρασης, η εκπαιδευτικός εκφράζει την επιθυμία να το αλλάξει αυτό,

«όταν έρχεται ένας μαθητής επάνω στην τάξη (στον πίνακα) η αλληλεπίδραση που υπάρχει είναι με τον δάσκαλο και το μαθητή ενώ τα υπόλοιπα παιδιά δεν ασχολούνται με τη διαδικασία που γίνεται πάνω στον πίνακα αυτό είναι ένα λάθος, που θέλω να το διορθώσω» (10.30)

«Εγώ τους είπα φυσικά ακούτε και διορθώνετε ή επεμβαίνετε ή καταλαβαίνετε κάποια πράγματα που δεν είχατε καταλάβει αλλά δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους στην ουσία δεν επεμβαίνουν. Μόνο αν κάνει λάθος ο μαθητής γυρίζω και τους λέω, το κάνω αυτό. Τι λάθος έχει, έχει δίκιο, τι λάθος κάνει εκεί; Θα σηκωθούν πέντε-έξι χέρια επτά. Θα πούνε, όχι, γιατί γίνεται αυτό, κλπ.» (11.54)

Θεωρεί, εν δυνάμει, θετική την αλληλεπίδραση των μαθητών στην κατασκευή της γνώσης μέσα από τις διαφωνίες τους και τις συγκρούσεις αλλά επικαλείται ως βασικό εμπόδιο το χρόνο για να λειτουργήσει με αυτό τον τρόπο η τάξη των μαθηματικών.

«...είναι πολύ ωραία, να αφήνεις τα παιδιά να συνεχίζουν να συζητούν, να αλληλεπιδρούν και να υπάρχουν συγκρούσεις απόψεων μεταξύ τους και να βγάζουν συμπεράσματα και να οδηγούνται σε συμπεράσματα, τους αρέσει πάρα πολύ, πιστεύω, ότι και τα παιδιά που δυσκολεύονται κάτι θα πάρουν από αυτό δεν μπορούν να γίνουν όμως όλα αυτά με την ύλη και την το χρόνο [...] πρέπει να γίνει γενναία περικοπή» (1.15.51)

«Ναι πιστεύω ότι θα μπορούσαν καλύτερα τα ίδια τα παιδιά μέσα από την αλληλεπίδραση και αναλαμβάνοντας την ευθύνη της μάθησής τους να αποδείξουν αυτά που υποστηρίζουν ή επιχειτούν να μάθουν και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα» (1.23.07)

«Σαφώς ναι, θα μπορούσα να μεταβιβάσω την ευθύνη στους ίδιους τους μαθητές και πιστεύω ότι αυτό ενδυναμώνει και ενισχύει τους μαθητές ως ενεργούς μελλοντικούς πολίτες, να πατάνε στα πόδια τους να είναι χειραφετημένοι και να υποστηρίζουν την άποψή τους» (1.23.45)

Η εκπαιδευτικός εκφράζει σε αρκετά σημεία της συζήτησης τους προβληματισμούς και την επιθυμία να υιοθετήσει διδακτικές πρακτικές που ενθαρρύνουν τη συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού σε ένα δημοκρατικό και ενδυναμωτικό περιβάλλον λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών με τη συμμετοχή και την αλληλεπίδραση των μαθητών αλλά σε μια μελλοντική προοπτική. Παρόλα αυτά θεωρεί ότι είναι δύσκολο να συμβεί στην τάξη των μαθηματικών προτείνοντας άλλα μαθήματα, ενισχύοντας την άποψή της ότι τα μαθηματικά ως διδακτικό και επιστημονικό αντικείμενο έχουν ένα αυστηρό και απαραβίαστο χαρακτήρα, χαρακτηριστικά, που κάνουν τα μαθηματικά να διαφέρουν από τα υπόλοιπα διδακτικά αντικείμενα τα οποία μπορούν να εντάσσουν το παιχνίδι, το αυθόρμητο και τις διαδικασίες πειραματισμού. Επιπλέον, θεωρεί την «όποια» ενδυνάμωση των μαθητών ως μια διαδικασία που δεν αφορά στην τάξη των μαθηματικών ή συμβαίνει έξω από αυτή και δεν συναρτάται άμεσα με τη δημοκρατική συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών και τις σχέσεις που αναπτύσσονται μέσα σ' αυτήν,

«Παρόλα αυτά, στην τάξη των μαθηματικών θα μπορούσαν τα παιδιά να βιώνουν τα μαθηματικά ως εργαλείο εκδημοκρατισμού, δηλαδή, να βιώνουμε δημοκρατικές διαδικασίες, να υπάρχει μία συνεργασία μεταξύ τους, να γίνει συζήτηση [...] γιατί προσπάθησαν και επιχειρηματολόγησαν σε αυτό που θεώρησαν ότι απάντησαν σωστά» (52.35)

«Αυτό με απασχολεί και εμένα και ίσως του χρόνου το σκέφτομαι να εντάξω, όχι στα μαθηματικά, σε άλλα μαθήματα ένα θεατρικό δρώμενο, όπου τα παιδιά να εκφράζονται και να είναι πιο συχνή αυτή η έκθεση σε πράγματα που δεν υπάρχουν σωστό και λάθος, όπου παίζεις και εκφράζεις αυτό που νιώθεις και έτσι δεν υπάρχει φόβος της κατακραυγής που αν το κάνω, το κάνω έτσι ή το κάνω αλλιώς» (1.00.53)

Η Σοφία, όπως διαφαίνεται από τις απόψεις της, εκφράζει ρητά τις παιδαγωγικές προθέσεις και στηρίζει θεωρητικά τη συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού σε ένα πλαίσιο μη επικριτικό και αμοιβαίου σεβασμού της συνεισφοράς των μαθητών, αναγνωρίζει ότι ένα πλαίσιο που θα ενθάρρυνε τη μαθηματική επικοινωνία και αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών αποτελεί και ισχυρή ευκαιρία για την ανάπτυξη της μαθηματικής κατανόησης, στην ουσία όμως, ο ρόλος που υιοθετεί κυρίαρχα στις διδακτικές της πρακτικές είναι ρόλος διεκπεραιωτή και μεταδότη της σχολικής γνώσης. Οι πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού που αποτυπώνονται στη διδασκαλία της δεν έχουν ως γνώμονα την ανάδειξη της συνεισφοράς του μαθητή, την ενθάρρυνση της ανεξάρτητης σκέψης, την ενίσχυση της αυτόνομης δράσης, χαρακτηριστικά που συμβάλλουν στη μαθηματική ενδυνάμωση. Επιπλέον, απουσιάζει η συλλογική επεξεργασία και συνεργατική κατασκευή της μαθηματικής γνώσης χαρακτηριστικά που προωθούν την επιστημολογική ενδυνάμωση.

Συνοψίζοντας, οι διδακτικές πρακτικές της Σοφίας συγκεντρώνουν τα χαρακτηριστικά του αξιολογητικού προσανατολισμού ακρόασης σύμφωνα με τον οποίο αναζητά, κυρίως, απαντήσεις για να αξιολογήσει την ορθότητά τους και να ελέγξει της γνώση με βάση ένα δικό της σκεπτικό και λιγότερο να αποκτήσει πρόσβαση στο υποκειμενικό νόημα που οικοδομεί ο μαθητής.

Η εργασία και οι ευκαιρίες αλληλεπίδρασης στην τάξη περιορίζονται αποκλειστικά ανάμεσα στην εκπαιδευτικό και τον/την μαθητή/μαθήτρια κάθε φορά ή με την πιο δυναμική ομάδα της τάξης και οι μαθηματικές έννοιες προκύπτουν μέσω επιβολής της αυθεντίας της εκπαιδευτικού παρά μέσω συζητήσεων ή μιας διαπραγματευτικής διαδικασίας. Δεν αξιοποιεί διδακτικές καταστάσεις για αλληλεπίδραση των μαθητών και επεξεργασία παρόλο που θεωρεί ότι με αυτούς τους τρόπους οι

μαθητές αναλαμβάνουν την ευθύνη της μάθησής τους και κατασκευάζουν το μαθηματικό νόημα. Ουσιαστικά, η ίδια λειτουργεί ως κυρίαρχη πηγή γνώσης αντανakλώντας ένα συγκεντρωτικό πλαίσιο λειτουργίας της τάξης και επεξεργασίας του διδακτικού αντικειμένου που σε συμβολικό επίπεδο ενισχύει το ρόλο εξουσίας του/της εκπαιδευτικού. Η συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού στην τάξη της Σοφίας αποτελεί ξεκάθαρα ατομική υπόθεση ελεγχόμενη απόλυτα από την εκπαιδευτικό στην τάξη των μαθηματικών. Η διδακτική της πρακτική δεν προωθεί ένα ενδυναμωτικό πλαίσιο ισότητας και ουσιαστικής συμμετοχής όλων των μαθητών.

Όλα τα διδακτικά αποσπάσματα που αναλύθηκαν είχαν τη δυνατότητα να αξιοποιηθούν από την εκπαιδευτικό για να βελτιώσουν την κατανόηση των μαθητών σχετικά με τις αντίστοιχες μαθηματικές ιδέες (μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση) και να αξιοποιηθούν ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών-μελλοντικών πολιτών (κοινωνική ενδυνάμωση/ χειραφέτηση). Αντίθετα, οι εκπαιδευτικοί που υιοθετούν αξιολογητικό προσανατολισμό ακρόασης συντηρούν ένα πλαίσιο μάθησης λιγότερο δημοκρατικό, επομένως και λιγότερο χειραφετητικό που δεν είναι συνεπές με την προώθηση της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των μαθητών.

Στη συνέχεια, οι διδακτικές πρακτικές της Σοφίας που εντοπίστηκαν από την ανάλυση των δεδομένων αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο διδακτικών πρακτικών που δημιουργήθηκε με βάση τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης Davis (1997) και τους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002) ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#)).

5.3 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη του Σωτήρη

Στην ανάλυση των δεδομένων του εκπαιδευτικού περιλαμβάνονται στοιχεία από το επαγγελματικό προφίλ και το πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών. Στη συνέχεια αναλύονται οι διδακτικές πρακτικές μέσα από τα επιλεγμένα διδακτικά αποσπάσματα και συνδυάζονται με τις απαντήσεις από τη συνέντευξη σε μια προσπάθεια κατανόησης και συνδυαστικής ερμηνείας ώστε να δοθεί μια πληρέστερη εικόνα των διδακτικών πρακτικών που αποτυπώθηκαν. Η ανάλυση των διδακτικών πρακτικών παρουσιάζεται ανά άξονα. Στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο οι διδακτικές πρακτικές του Σωτήρη.

5.3.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ του Σωτήρη και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών

Ο Σωτήρης, εκπαιδευτικός της Ε Τάξης, έχει διδακτική εμπειρία 30 χρόνων με συμμετοχή σε διαχρονικές (εξομοίωση ΠΤΔΕ-ΤΠΕ) και τρέχουσες επιμορφώσεις. Τα τελευταία χρόνια διδάσκει στις δύο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού. Διδάσκει σε αυτό το τμήμα για πρώτη χρονιά. Η τάξη του έχει 20 παιδιά, 13 κορίτσια και 7 αγόρια.

Κοινωνικοοικονομικό προφίλ των μαθητών. Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό δεν υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις μεταξύ των μαθητών. Η διαφοροποίηση κυρίως που συνίσταται αφορά στην μαθησιακή επίδοση και την συμμετοχή των μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Υπάρχουν 7 μαθητές και μαθήτριες με δυσκολίες μάθησης οι οποίοι/ες από την αρχή της σχολικής που ανέλαβε την τάξη αποτελούσαν παθητικοί θεατές της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Προσπάθησε από την πρώτη

στιγμή να ενδυναμώσει αυτούς τους μαθητές με στόχο να αποκτήσουν το θάρρος να συμμετέχουν και να εμπλέκονται στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Περιβάλλον μάθησης. Μορφή-οργάνωση τάξης. Ο χώρος της τάξης είναι στενός και μικρός με δυο σειρές θρανίων όροι και συνθήκες που δυσκολεύουν την εκπαιδευτική διαδικασία. Οι μαθητές έχουν σταθερές θέσεις είτε είναι μεικτές είτε του ίδιου φύλου. Η τάξη δεν εργάστηκε σε ομάδες ή συνεργατικά (τουλάχιστον, κατά την παρατήρηση των 4 διδακτικών ωρών).

Μέσα-τρόποι αναπαράστασης. Στον πίνακα. Δεν γίνεται χρήση τεχνολογίας και των προτεινόμενων ψηφιακών ή άλλων εργαλείων.

Κλίμα μάθησης και διδασκαλίας. Άμεση διδασκαλία - Μετωπική - δασκαλοκεντρική. Γενικότερα επικρατεί θετικό κλίμα στην τάξη των μαθηματικών, η ομάδα έχει την άνεση να εκφραστεί ελεύθερα χωρίς φόβο ακόμη και να κάνει λάθος. Η επεξεργασία γίνεται με όλη την τάξη αλλά κυριαρχεί η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα σε εκπαιδευτικό και μαθητή/τρια. Δεν υπήρξε μαθηματική επικοινωνία και αλληλεπίδραση ανάμεσα σε μαθητές. Στην επεξεργασία των δραστηριοτήτων ο εκπαιδευτικός παροτρύνει και δίνει το λόγο σε όλα τα παιδιά, συχνά, χωρίς να τον ζητάνε. Ακούγονται όλες οι απόψεις και αυτό αποτελεί αποδεκτή συνθήκη από όλους. Οι μαθητές σέβονται κάθε διαφορετική άποψη και ιδέα που κατατίθεται στην τάξη ακόμη και «λανθασμένη» χωρίς σχόλια ή επικρίσεις. Μπορούν να πάρουν το λόγο ακόμη κι αν δε νιώθουν τη σιγουριά της απάντησης ενώ οι μαθητές και οι μαθήτριες που δυσκολεύονται εμπλέκονται από τον εκπαιδευτικό στη διαδικασία ή με δική τους πρωτοβουλία. Ο εκπαιδευτικός έχει την εποπτεία της τάξης ενώ απαιτεί με τακτικές αναφορές και ονομαστικές παρατηρήσεις να προσέχουν. Με λίγα λόγια η σύμβαση δείχνει να είναι: ο καθένας εκφράζει τη σκέψη του κατά την επεξεργασία του μαθήματος και ας μην είναι έγκυρη, ο εκπαιδευτικός θα αξιοποιήσει εκείνες τις απαντήσεις που είναι σύμφωνες με την σχεδιαζόμενη τροχιά. Επιδιώκει την εκμάθηση των μαθηματικών εννοιών μέσω της επανάληψης κανόνων και στρατηγικών.

Οργάνωση διδασκαλίας. Κεντρικός παράγοντας στη διδασκαλία είναι ο ίδιος ο εκπαιδευτικός. Η διδασκαλία βασίζεται στο βιβλίο χωρίς να ακολουθεί τη μεθοδολογία που προτείνεται στο σχολικό βιβλίο. Οργανώνει, κατευθύνει και ελέγχει τη μαθηματική δραστηριότητα με βάση ένα μοντέλο διδακτικής διαχείρισης των μαθηματικών εννοιών στο οποίο κυριαρχεί η διαδικαστική προσέγγιση της γνώσης που παραπέμπει σε συμπεριφοριστικού τύπου εκπαιδευτική διαχείριση και λιγότερο σε διερευνητικές και διαπραγματευτικές προσεγγίσεις. Δεν τηρεί αυστηρά το χρονοδιάγραμμα του αναλυτικού και ωρολόγιου προγράμματος αξιοποιώντας περισσότερο διδακτικό χρόνο στα μαθηματικά ενώ οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι σ' αυτό τον τρόπο εργασίας. Η τάξη εργάζεται χωρίς συνθήκες πίεσης, ο εκπαιδευτικός δίνει χρόνο στην επεξεργασία των δραστηριοτήτων.

Η Διδακτική προσέγγιση χαρακτηρίζεται από την ατομική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού –μαθητή ενώ είναι σχεδόν ανύπαρκτη ανάμεσα στους ίδιους τους μαθητές. Παρά τις ευκαιρίες που παρουσιάστηκαν ο εκπαιδευτικός δεν ενθάρρυνε ούτε διευκόλυνε την αλληλεπίδραση και συνεργασία μεταξύ των μαθητών. Δεν αναθέτει ομαδικές εργασίες ούτε συνεργατικές στο θρανίο. Ο ίδιος διαχειρίζεται τις ερωτήσεις και τις απαντήσεις τους ενώ κάνει προσπάθειες να διατηρεί το ενδιαφέρον προσηλωμένο στην μαθηματική διαδικασία που εξελίσσεται στην τάξη π.χ. με δικά του σκόπια του λάθη στον πίνακα ή στο λόγο του. Ενώ όμως ζητάει από τους μαθητές να προβληματιστούν ή να εκφράσουν τις εικασίες τους, τις ιδέες τους, να εξηγήσουν και να δικαιολογήσουν τα επιχειρήματά τους δεν ενθαρρύνει τη διαπραγμάτευση ούτε εξουσιοδοτεί τους μαθητές να αναλάβουν ρόλους μαθηματικής επικοινωνίας μεταξύ τους. Κατευθύνει τους μαθητές βήμα βήμα προς τη λύση ενώ πολλές φορές εξηγεί και απαντάει

ο ίδιος στα μαθηματικά ζητήματα που πρέπει να διαπραγματευτούν. Διαχειρίζεται και κατευθύνει ο ίδιος με συγκεντρωτικό τρόπο τις πρωτοβουλίες των μαθητών, τις ερωτήσεις και τις ανολοκλήρωτες φράσεις που θέτει, ακόμη και τους αναστοχασμούς αφού συνεχίζει δίνοντας ο ίδιος τις απαντήσεις ή κατευθύνοντας το μαθητή στην απάντηση.

Ως προς τις μαθηματικές διεργασίες, πέρα από τη χρήση των μορφολογικών στοιχείων ή υπολογιστικών τεχνικών για την επεξεργασία της μαθηματικής γνώσης και εφαρμογής διαδικασιών ρουτίνας με ερωτήσεις που αφορούν στη διευκρίνιση της γνώσης, ο εκπαιδευτικός δίνει σημασία στην απομνημόνευση κυρίως, παρά στην εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Στο θρανίο τους οι μαθητές εργάζονται ατομικά και ορισμένες φορές ο εκπαιδευτικός περνάει εξατομικεύοντας και διαφοροποιώντας με βοηθητικές νύξεις κάθε μαθητή.

Το «λάθος», οι παρεξηγήσεις και οι παρερμηνείες των μαθητών αντιμετωπίζονται ως αφορμή για επανάληψη, ανατροφοδότηση και η αξιοποίησή τους γίνεται στον πίνακα για όλη την τάξη με άμεσο τρόπο από τον εκπαιδευτικό χωρίς να εμπλέκει ενεργά τους μαθητές να αναστοχαστούν τη «λανθασμένη»/μη έγκυρη σκέψη-λύση και να κατασκευάσουν οι ίδιοι το μαθηματικό νόημα.

Συνοψίζοντας, ο εκπαιδευτικός εκφράζει ειλικρινές ενδιαφέρον και έγνοια για τους μαθητές χωρίς επικριτικό λόγο. Δίνει χρόνο στους μαθητές να σκεφτούν και να εργαστούν. Έχει δημιουργήσει θετικό κλίμα στην τάξη, οι μαθητές νιώθουν άνετα να εκφραστούν χωρίς να εισπράττουν απορριπτικές ή ανταγωνιστικές φωνές και ορισμένες φορές διεκδικούν την προσοχή του εκπαιδευτικού στον τρόπο σκέψης τους. Διαφαίνεται να προτάσσει την ισότιμη πρόσβαση και συνεκπαίδευση δίνοντας επιπλέον ευκαιρίες εμπλοκής και ενεργούς συμμετοχής στους πιο «αδύναμους» μαθητές, διαφοροποιώντας την διδακτική προσέγγιση και αλληλεπίδραση εξατομικευμένα, με βάση τη νοηματοδότηση που δίνει ο ίδιος στις μαθησιακές τους ανάγκες.

5.3.2 Πρώτη διδασκαλία- Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Σωτήρη

1 ^η Παρατήρηση και ηχογράφηση διδασκαλίας	13/2/2020 Κεφ. 28 Πρόσθεση και αφαίρεση με δεκαδικούς αριθμούς (2 διδακτικές ώρες) Σχολικό βιβλίο	1 ^ο διδακτικό δίωρο Τρόποι αναπαράστασης: Η εργασία γίνεται στον πίνακα
--	---	--

Σχ. 4: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης της πρώτης διδασκαλίας του Σωτήρη

Από την πρώτη διδασκαλία επιλέγονται να σχολιαστούν διδακτικά αποσπάσματα στα οποία παρατηρούνται περισσότερο ή λιγότερο κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές με τα χαρακτηριστικά που μελετώνται στην παρούσα εργασία. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι πολλά από τα επιλεγμένα αποσπάσματα δεν εντάσσονται απόλυτα ή αποκλειστικά σε έναν άξονα διδακτικών πρακτικών αλλά συμπλέκονται μεταξύ τους αντικατοπτρίζοντας τα χαρακτηριστικά του προσανατολισμού ακρόασης και το ρόλο του εκπαιδευτικού στην τάξη των μαθηματικών.

Στην αρχή της διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός σηκώνει στον πίνακα μαθητές και μαθήτριες σε δραστηριότητες επανάληψης της πρόσθεσης και της αφαίρεσης ακεραίων αριθμών. Κάνει συνδέσεις με προηγούμενες γνώσεις των μαθητών σχετικά με τη θεσιακή αξία των ψηφίων στον αλγόριθμο των

πράξεων και στη συνέχεια περνούν στην επεξεργασία των δεκαδικών αριθμών και τις δραστηριότητες του βιβλίου.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Ατομική συγκρότηση γνώσης- Κυρίαρχη διδακτική πρακτική

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία του Σωτήρη είναι η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στον ίδιο και στον/στην κάθε μαθητή/μαθήτρια ξεχωριστά κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Απουσιάζουν η αλληλεπίδραση και μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και η συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος

1^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Μία χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετεί ο Σωτήρης είναι να εξηγεί και να ερμηνεύει ο ίδιος προκαταβολικά τη μαθηματική δραστηριότητα. Σπάνια ζητάει από τους ίδιους να παρατηρήσουν, να εντοπίσουν τις μαθηματικές έννοιες που κρύβονται στο πρόβλημα, να υποθέσουν, να εκτιμήσουν, να προτείνουν ιδέες, στερώντας τους τη δυνατότητα για μια ανακαλυπτική και πιο διερευνητική διαδικασία που θα προκαλούσε το ενδιαφέρον και θα ενθάρρυνε μία υψηλότερου επιπέδου νοητική δραστηριότητα. Η επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας έχει τα χαρακτηριστικά απόλυτης εξάρτησης από την καθοδήγηση και τον έλεγχο του εκπαιδευτικού. Κατευθύνει βήμα βήμα την επεξεργασία και την επίλυση της δραστηριότητας με έναν αποσπασματικό και διεκπεραιωτικό τρόπο. Ο μαθητής προσπαθεί να διαμορφώσει μια συνολική κατανόηση για το μαθηματικό έργο μέσα από τη μερικότητα των δεδομένων που του παρέχονται ενώ αναζητά μια μονολεκτική απάντηση στην ερώτηση του εκπαιδευτικού σε μια τυχαία παρά συνειδητή αλληλεπίδραση.

Πρόσθεση και αφαίρεση με δεκαδικούς αριθμούς

28



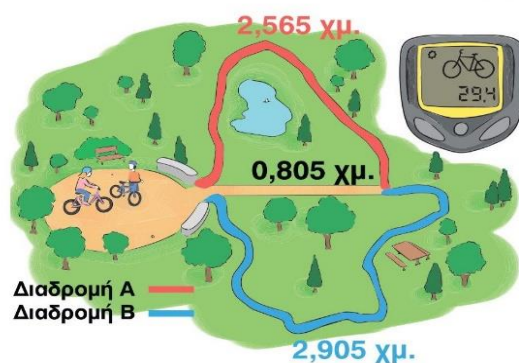
Διερεύνηση

Ο Νίκος και η Αγγελική έκαναν μια βόλτα στο βουνό με τα ποδήλατά τους.

Στην αρχή της διαδρομής το ταχύμετρο στο ποδήλατο του Νίκου έδειχνε 26,030 χμ. και στο τέλος της διαδρομής 29,4 χμ. Ποια διαδρομή ακολούθησε μαζί με την Αγγελική;

Λύση

1. Υπολογίζουμε το μήκος της διαδρομής Α και της διαδρομής Β:



25. Εκ. πάμε λίγο στο βιβλίο. Στο βιβλίο μας, λοιπόν, βλέπουμε όλοι το χάρτη που έχει κάτω ζωγραφισμένο. Έχει δύο παιδιά, το Νίκο και την Αγγελική οι οποίοι έχουν να κάνουν μία διαδρομή από το σημείο που βρίσκονται να κάνουν ένα κύκλο και να ξαναγυρίσουν. Διαβασέ μας, Μα1, τι λέει η άσκηση;
26. Μα1. (διαβάζει την άσκηση)

27. Εκ. Όταν ξεκίνησαν λοιπόν ήδη έγραφε το ταχύμετρο κάποια χιλιόμετρα και καθώς έκαναν τον κύκλο προστέθηκαν και τα καινούρια της διαδρομής. Ωραία; Εμείς τώρα πρέπει να υπολογίσουμε ποια διαδρομή ακολουθούν, ξέροντας ότι υπάρχει η Α διαδρομή από πάνω και η Β από κάτω. Έχει δύο κομμάτια, όπως βλέπετε. Το κόκκινο που είναι, πόσο Μα1;
28. Μα1. 2, 565 χμ
29. Εκ. Ωραία. Και το καφέ που είναι πόσο, Μα2;
30. Μα2. Μπλε.
31. Εκ. Όχι, το μεσαίο το καφέ. Η κάτω διαδρομή έχει ένα χρωματιστό και το καφέ. Ο κύκλος είναι χρώμα και καφέ. Το καφέ, το μπλε, πόσο είναι; Στη μέση της διαδρομής;
32. Μα2. Α, 0,805 χμ
33. Εκ. Ωραία. Αντίθετα από κάτω η μπλε, πόσο είναι, Μα3;
34. Μα3. 2,905 χμ.
35. Εκ. και το μπλε-καφέ πάλι, έτσι; Πρέπει, λοιπόν, να προσθέσω τα δύο κομμάτια αυτά για να βρω πόσο μήκος έχει η κάθε διαδρομή. Θα κάνουμε μία κάθετη πρόσθεση. Πριν τη γράψουμε στο πλαίσιο που έχει εδώ, ας έρθει να μας την γράψει ο Μα2. (Ο Μα2 σηκώνεται στον πίνακα) Μα2, τώρα έχεις το κόκκινο κομμάτι και το μπλε κομμάτι. 2,565 γράψε εδώ και οριζόντια, δίπλα το 0, 805, βάλε το + ανάμεσα. (6.20)

2^ο Διδακτικό απόσπασμα - Κυρίαρχη

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα ο εκπαιδευτικός ακούει τις ιδέες του μαθητή προκειμένου να διαγνώσει την ορθότητα. Αναζητά συγκεκριμένη απάντηση επιμένοντας στην επανάληψη μαθηματικών όρων και τελετουργικών χωρίς να παρακολουθεί το υποκειμενικό νόημα που οικοδομεί ο μαθητής. Μια χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετεί είναι η επανάληψη τυποποιημένων κανόνων και εξηγήσεων σε μια προσπάθεια απομνημόνευσης παρά ουσιαστικής οικειοποίησης της γνώσης τείνοντας σε ένα μοντέλο μεταφοράς της στους μαθητές. Ακόμη κι όταν φαίνεται να υπάρχει προσπάθεια αλληλεπίδρασης και επεξεργασίας με το μαθητή, στην ουσία, επαναλαμβάνει πολλές μικρές εξηγήσεις και επιμένει στη διατύπωση με μαθηματικούς όρους, στη χρήση κανόνων και συγκεκριμένων στρατηγικών. Παρόλα αυτά, η συνεχής επίκληση των μαθηματικών όρων και κανόνων προκαλούν σύγχυση στους μαθητές και αντί να ξεκαθαρίζουν έννοιες, δομές και σχέσεις περιπλέκουν περισσότερο την κατάσταση, όπως διακρίνεται στην απάντηση του μαθητή. Στην ουσία ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον εκπαιδευτικό και το βιβλίο.

283. Γυρίζουμε σελίδα (Κεφ. 28. Τ.Ε. τ. 2 σελ. 16) Για να διαβάσουμε. Διάβασε Μ4.

284. Μ4. «Στους δεκαδικούς αριθμούς προσθέτουμε ή αφαιρούμε μέρη ίδιας αξίας: χιλιοστά με χιλιοστά, εκατοστά με εκατοστά, δέκατα με δέκατα, μονάδες με μονάδες κ.λπ.»

285. Εκ. Ας το διαβάσει και ο Μα3

286. Μα3. (διαβάζει)

287. Εκ. Ποιος μπορεί να μας το πει με άλλα λόγια. Στην ουσία, τι μας λέει εδώ; Για πες, Μκ5.

288. Μκ5. Ότι προσθέτουμε τις μονάδες με τις μονάδες, τις δεκάδες με τις δεκάδες και τα δέκατα με τα δέκατα.

289. Εκ. Ωραία. Εμείς πώς το είπαμε στον πίνακα αυτό, τι είπαμε; Πεσ, Μκ5.

290. Μκ5. Ότι πρέπει να είναι στην ίδια στήλη οι ίδιοι αριθμοί..

291. Εκ. Οι ίδιοι αριθμοί; Πεσ το κι εσύ Μκ6.

292. Μκ6. Τα νούμερα πρέπει να είναι στην ίδια στήλη
293. Εκ. Άρα, όλο αυτό εδώ τι θέλει να μας πει πολύ απλά ... για πες Μα1.
294. Μα1. Ότι οι αριθμοί, τα δέκατα πρέπει να είναι κάτω από τα δέκατα, τα εκατοστά κάτω από τα εκατοστά...
295. Εκ. Έτσι, ο κανόνας που τον ξέρουμε από την πρώτη δημοτικού, ότι βάζουμε ίδιες μονάδες, ίδιες τάξεις κάτω από όμοιές τους, μονάδες κάτω από μονάδες, δεκάδες κάτω από δεκάδες κλπ. Αφήνουμε τα υπόλοιπα (35.35)

3^ο Διδακτικό απόσπασμα- Κυρίαρχη

Οι μαθητές στο συγκεκριμένο απόσπασμα θέτουν δύο εναλλακτικές προτάσεις επίλυσης μιας μαθηματικής κατάστασης. Ο εκπαιδευτικός επιβραβεύει κι ενισχύει τις συνεισφορές των μαθητών ενώ δίνεται μία ισχυρή ευκαιρία για μαθηματική επικοινωνία και αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών. Ο εκπαιδευτικός ακούει την απάντηση που αναμένει με βάση το δικό του σχεδιασμό αλλά δε δίνει τη δυνατότητα τους μαθητές να αιτιολογήσουν οι ίδιοι το σκεπτικό τους, αντίθετα, ερμηνεύει την απάντησή τους κι επικυρώνει ο ίδιος την γνώση. Χάνεται μια ισχυρή ευκαιρία για την ανάδειξη της συνεισφοράς του μαθητή, την ενθάρρυνση της ανεξάρτητης σκέψης, την ενίσχυση της αυτόνομης δράσης και, επομένως και τη μαθηματική ενδυνάμωση, τη συλλογική επεξεργασία και ενεργή κατασκευή του μαθηματικού γραμματισμού.

110. Εκ. Ωραία. Δεν ξέρουμε ακόμη ποια διαδρομή ακολούθησαν. Ή την κόκκινη επάνω ή τη μπλε κάτω. Πώς θα καταλάβουμε ποια ακριβώς διαδρομή ακολούθησαν; Πείτε μου κάποια ιδέα. Για πες Μα3.
111. Μα3. Θα προσθέσουμε το 26,030 χμ με μία από τις δύο διαδρομές.
112. Εκ. Πολύ καλή ιδέα. Στα αρχικά χιλιόμετρα, δηλαδή, να προσθέσουμε μία τη μία διαδρομή, μία την άλλη. Αν είμαστε τυχεροί, Μα3, θα το βρούμε με την πρώτη αλλιώς με τη δεύτερη προσπάθεια. Ωραία. Άλλη ιδέα υπάρχει; Υπάρχει άλλος τρόπος να δούμε ποια διαδρομή ακολούθησαν τα παιδιά; τι λέτε; τι λες Μα2;
113. Μα2. Θα κάνουμε αφαίρεση το 29,4 με το 26,030.
114. Εκ. Α, μάλιστα. Αυτό θα λέγατε κι εσείς; *(απευθύνεται στην ομάδα παιδιών που σήκωναν το χέρι)*
115. Τάξη. Ναι.
116. Εκ. Ωραία. Μπορούμε, λοιπόν, να βρούμε τη διαφορά τους. Πόσο ήταν στο τέλος από όσο ήταν στην αρχή. Και σίγουρα εκεί θα βρούμε τη διαδρομή που ακολούθησαν. Τι πράξη θα κάνουμε είπες, Μα2;
117. Μα2. Αφαίρεση
118. Εκ. Αφαίρεση. Έλα, Μα7, να το βρούμε κι αυτό *(σηκώνεται στον πίνακα)*. (15.20)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

4^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στο παρακάτω απόσπασμα ο εκπαιδευτικός σε τρία σημεία επικαλείται πεποιθήσεις για τα μαθηματικά που ενισχύουν την ιδέα για το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών ως αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης (από γεγονότα, κανόνες και σύμβολα) που χαρακτηρίζεται από σταθερούς, αντικειμενικούς, αυστηρούς κανόνες και θεωρία για απομνημόνευση και εφαρμογή. Η πρακτική αυτή υπονοεί ότι τα μαθηματικά δε βασίζονται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης και στον προσωπικό τρόπο

κατασκευής του μαθητή αλλά είναι μια γνώση που δημιουργείται έξω από την τάξη και επαναλαμβάνεται στο περιβάλλον της τάξης. Στο σημείο αυτό η διδακτική πρακτική και διαχείριση του αντικειμένου δεν διευκολύνει τη συγκρότηση σχέσεων είτε μεταξύ μαθητή και αντικειμένου είτε μεταξύ μαθητών της τάξης. Επιμένει στη χρήση κανόνων και μαθηματικών ορολογιών με έναν επαναληπτικό και διαδικαστικό τρόπο χωρίς να συνδέει εποικοδομητικά τη γλώσσα των μαθηματικών με τις προσωπικές διαδρομές κατανόησης και την προηγούμενη γνώση και μαθητών τείνοντας σε μια εργαλειακή κατεύθυνση του γραμματισμού.

398. Εκ. Θα στο γράψω, Μα8, κι εσύ θα το κάνεις κάθετα. Είναι ο 2,9 και ο 0,1. Αυτός είναι 2 και 9 δέκατα και αυτός 1 δέκατο. Βάλ' τα κάθετα να τα προσθέσεις. (Ο μαθητής βάζει τους δύο δεκαδικούς κάθετα)
399. Τάξη. (Μικρή αναστάτωση)
400. Εκ. Τα έβαλε σωστά ο Μα8;
401. Τάξη. Ναι.
402. Εκ. Ωραία. Εφάρμοσε, λοιπόν, τον κανόνα της υποδιαστολής κι όλα τα άλλα πήγαν στη θέση τους. Πολύ ωραία. Για να μας το πει δυνατά ο Μα8.
403. Μα8. (προσθέτει κάθετα σωστά)
404. Εκ. Το έκανε σωστά;
405. Τάξη. Ναι.
406. Εκ. Μια χαρά. Άρα γιατί δυσκολευόταν να το πει ο Μα8; Τι λέτε; Τον ξέρει τον κανόνα. Μάζεψε 10 μονάδες μιας τάξης τις πήγε στην επόμενη. Ωραία; Όλοι το ξέρετε. Γιατί δυσκολευόταν ο Μα8;
407. Μα9. Γιατί μπερδεύτηκε.
408. Εκ. Μπερδεύτηκε γιατί μάλλον ξεχάσαμε τη θεωρία, έτσι; Ενώ στην πράξη το κάνουμε πολύ απλά είναι πιο εύκολο. Έτσι, λοιπόν, αν στο 2,9 δώσουμε $1/10$ θα γίνει 3.....
409. Μα2. Στην πράξη μας βγαίνει αυτόματα γιατί το ξέρουμε ενώ στα λόγια δεν το κάνουμε πολλή χρήση και μπερδεύομαστε.
410. Εκ. Σωστά. Το μάθατε, το εφαρμόζετε Μα2 κι αυτό φτάνει ε; ωραία για την ώρα. (48.50)

5^ο Διδακτικό απόσπασμα- Κυρίαρχη

Στη συνέχεια ακολουθεί άλλο ένα απόσπασμα που ο εκπαιδευτικός υιοθετεί την επανάληψη μηχανιστικών κανόνων και εξηγήσεων σε μια προσπάθεια απομνημόνευσης παρά ουσιαστικής οικειοποίησης της γνώσης, τείνοντας σε ένα μοντέλο μεταφοράς της στους μαθητές. Στο παρακάτω απόσπασμα ο εκπαιδευτικός αναζητώντας συγκεκριμένη απάντηση δεν παρακολουθεί το σκεπτικό του μαθητή ο οποίος δυσκολεύεται να διαχειριστεί τη μαθηματική ορολογία και να αντιληφθεί τη λειτουργία του δεκαδικού μέρους των αριθμών. Η συνεχής επίκληση των μαθηματικών όρων και κανόνων προκαλούν σύγχυση στους μαθητές οι οποίοι προσπαθούν να ανταποκριθούν στο σκεπτικό του εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός φαίνεται να απομακρύνεται από την υποκειμενική κατανόηση του μαθητή, επενδύοντας περισσότερο σε χαμηλής μαθησιακής αξίας γνώση μέσα από επαναλήψεις.

345. Εκ. στο 2,9 που έχει 9 δέκατα αν του δώσουμε ακόμη 1 δέκατο ποιος αριθμός θα μας προκύψει;
346. Μα8. Το είπαμε
347. Εκ. Το είπαμε αλλά...
348. Μα8. Μια θεωρία...
349. Εκ. Ποια θεωρία, Μα8; Για πες την κι εσύ
350. Μα8. Ότι βλέπουμε, ότι αλλάζει τάξη...

351. Εκ. Ποιος αλλάζει τάξη; Είπαμε, τότε αλλάζουμε τάξη; Πες το...
352. Μα8. Το 10,9
353. Εκ. Μκ9, ποιος αλλάζει τάξη στους αριθμούς, τότε αλλάζουμε τάξη;
354. Μκ9. Όταν.....
355. Εκ. Πότε αλλάζουν τάξη οι αριθμοί; Μκ10;
356. Μκ10.
357. Εκ. Πού στέκει το αριθμητικό μας σύστημα αυτό που μελετάμε όλα τα χρόνια από την Α δημοτικού; Πώς το λέμε; Ποιο αριθμητικό σύστημα έχουμε;
358. Τάξη. (Αναστάτωση, ψίθυροι) (38.75)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

6^ο Διδακτικό απόσπασμα - Μερικές φορές

Ο εκπαιδευτικός ορισμένες φορές διαφοροποιεί τη διδακτική προσέγγιση κατά τη διαπραγμάτευση και επεξεργασία των μαθηματικών εννοιών, όταν αλληλεπιδρά εξατομικευμένα με το μαθητή. Στο συγκεκριμένο απόσπασμα αξιοποιεί καθημερινές βιωματικές καταστάσεις νοηματοδοτώντας τις συμβολικές εκφράσεις του δεκαδικού αριθμού, διδακτική πρακτική που λειτουργεί αποτελεσματικότερα στην εννοιολογική κατανόηση του μαθητή.

494. Εκ. Τι γίνεται, Μα7, πρόβλημα; Τι σε δυσκολεύει;
495. Μα7. Ότι στον πρώτο αριθμό (2^η πράξη 120 – 6,35) δεν έχει υποδιαστολή
496. Εκ. Ωραία. Για πες μου λίγο, ποιος είναι πιο μεγάλος απ' τους δύο ο 120 ή ο 6,35;
497. Μα7. 6,35
498. Εκ. Έχεις δύο πορτοφόλια, λοιπόν. Στο ένα έχεις 120 ευρώ και στο άλλο έχεις 6 ευρώ και 35 εκατοστά που είναι τα λεπτά του ευρώ. Ποιο θα προτιμήσεις; Ποιο έχει περισσότερα;
499. Μα7. Τα 120.
500. Εκ. Είναι πιο μεγάλο. Σωστά; Άρα ποιος θα πάει επάνω;
501. Μα7. Ο 120
502. Εκ. Γράψ' τον εδώ (από πάνω). (58.60)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

7^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Χαρακτηριστικό στοιχείο της κοινωνικομαθηματικής νόρμας (σύμβασης) μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού όπως αποτυπώνεται στη διδασκαλία του Σωτήρη αποτελούν οι κλειστού τύπου ερωτήσεις του και οι μονολεκτικές απαντήσεις των μαθητών. Μια χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που αποτυπώνεται με διακριτό τρόπο στην αλληλεπίδραση του συγκεκριμένου αποσπάσματος. Ο εκπαιδευτικός εκχωρεί βήμα βήμα, λέξη λέξη, την αποκωδικοποίηση και ο μαθητής ακολουθεί επακριβώς αυτή τη διαδικασία απαντώντας με τον ίδιο περιοριστικό τρόπο που ρωτά ο εκπαιδευτικός. Η διδακτική πρακτική που υιοθετεί θέτει περιορισμούς στη συνολική αντίληψη της μαθηματικής κατάστασης και την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας καθώς κάθε ενέργεια εκπορεύεται και καθορίζεται από τον εκπαιδευτικό, ο οποίος κατευθύνει τη μαθηματική επεξεργασία με συγκεντρωτικό τρόπο κρατώντας τους μαθητές εξαρτημένους σε μια εργαλειακού τύπου διαχείριση του γραμματισμού. Δεν προάγει την

ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας ούτε την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή (μαθηματική ενδυνάμωση) ενώ περιορίζει κάθε δημιουργικότητα και ενδιαφέρον για τη μαθηματική δραστηριότητα.

Πρόσθεση και αφαίρεση με δεκαδικούς αριθμούς

28

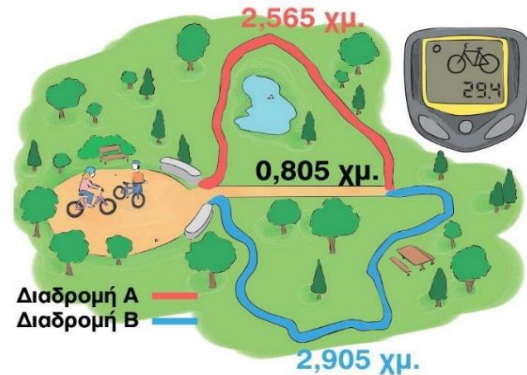


Διερεύνηση

Ο Νίκος και η Αγγελική έκαναν μια βόλτα στο βουνό με τα ποδήλατά τους. Στην αρχή της διαδρομής το ταχύμετρο στο ποδήλατο του Νίκου έδειχνε 26,030 χμ. και στο τέλος της διαδρομής 29,4 χμ. Ποια διαδρομή ακολούθησε μαζί με την Αγγελική;

Λύση

1. Υπολογίζουμε το μήκος της διαδρομής Α και της διαδρομής Β:



Διαδρομή Α

Διαδρομή Β

67. Εκ. Όταν τελείωσαν τη διαδρομή, όταν κατεβήκαν, Μα8, θα έδειχνε περισσότερο ή λιγότερο απ' ότι στην αρχή; Στην αρχή έγραφε 26,030 χμ, έτσι; Στο τέλος, τι θα έγραφε περισσότερο ή λιγότερο αφού έκαναν μια διαδρομή;
68. Μα8. Περισσότερο
69. Εκ. Περισσότερο. Υπάρχει κάποιος αριθμός που να το δείχνει αυτό;
70. Μα8. Ναι
71. Εκ. Για πες ποιος είναι;
72. Μα8. 2,905 χμ
73. Εκ. Πού το λέει αυτό Μα8;
74. Μα8. Κάτω.
75. Εκ. Κάτω. Γιατί το γράφει εκεί με μπλε γράμματα, τι είναι αυτός ο αριθμός;
76. Μα8. χιλιόμετρα
77. Εκ. Αφορούν το ταχύμετρο του Μα11; Για δεξ καλύτερα. Θέλεις να διαβάσεις Μα8 κι εσύ το πρόβλημα; Διάβασέ το κι εσύ μια φορά
78. Μα8. (Διαβάζει το πρόβλημα)
79. Εκ. (Σταματάει το Μα8 στην τελευταία πρόταση) Σταματάμε εδώ. Πόσο έδειχνε στην αρχή;
80. Μα8. 26, 030χμ
81. Εκ. Και στο τέλος;
82. Μα8. 29,4 χμ
83. Εκ. Άλλαξε ο αριθμός;
84. Μα8. Ναι.
85. Εκ. Μεγάλωσε ή μίκρυνε;
86. Μα8. Μεγάλωσε
87. Εκ. Γιατί μεγάλωσε;
88. Μα8. Γιατί, γιατί είναι πιο μεγάλος (14.40)

8^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Ο μαθητής προσπαθώντας να ανταποκριθεί στις προσδοκίες και απαιτήσεις του εκπαιδευτικού που προσδιορίζονται από ένα γραμμικό διδακτικό σχήμα ερωταποκρίσεων με μονολεκτικές κυρίως απαντήσεις, δίνει την δική του μονολεκτική απάντηση αναμένοντας τη διάγνωση ορθότητας από το φορέα αυθεντίας. Ο εκπαιδευτικός προσανατολισμένος στην απάντηση που αναμένει από το μαθητή δεν ζητά να περιγράψει και να αιτιολογήσει το σκεπτικό του, συνεχίζοντας σε ένα δικό του προσχεδιασμένο πλάνο επεξεργασίας στο οποίο διαφαίνεται (στ. 412) να θεωρείται ευθύνη του ίδιου του μαθητή η ακρόαση και η πρόσβαση στο σκεπτικό του εκπαιδευτικού. Κατευθύνει το μαθητή σε μια συγκεκριμένη πορεία προς την επίλυση βήμα βήμα επιμένοντας στη διατύπωση και χρήση κανόνων με μαθηματικούς όρους και συγκεκριμένων στρατηγικών, διδακτική πρακτική που δεν ενθαρρύνει την αμοιβαία αλληλεπίδραση και την μαθηματική ενδυνάμωση του μαθητή.

2η Άσκηση

Να τοποθετήσεις την υποδιαστολή στη σωστή θέση, ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

$5,03 + 204 = 7,07$	$153,4 + 127 = 280,4$	$0,25 + 725 = 7,50$
$25,08 - 1045 = 24,035$	$1.000 - 350,75 = 64925$	$30075 - 250,75 = 50$

401. Εκ. Για να κάνουμε μία περίεργη άσκηση που έχει το βιβλίο, την άσκηση 2. Είναι λυμένη όπως βλέπετε. Αλλά υπάρχει μία ασάφεια, ένα μπέρδεμα, δεν έχει τις υποδιαστολές και τα ποσά που προκύπτουν είναι περίεργα...

[...]

402. Πολύ ωραία. Για να δούμε και το επόμενο. 0 και 25 εκατοστά + 725 ($0,25 + 725 = 7,50$) είναι λογικό το 7,50; Πού θα μπει μια υποδιαστολή; Μα12, για δεξ λίγο. Διάβασε την πρόσθεση, Μα12 την τρίτη στη σειρά.

403. Μα12. $0,25 + 725$

404. Εκ. Και πόσο βγάζει άθροισμα Μα12;

405. Μα12. 7,50

406. Εκ. Σου φαίνεται λογικό;

407. Μα12. Όχι. 7,25

408. Εκ. Πόσο θα έβγαζες εσύ;

409. Μα12. 7,25

410. Εκ. Α, το ότι είναι 725 και 0,25 δε σου φαίνεται λίγο παράλογο να βγάζει 7 και μισό;

411. Μα12. Ε, ναι, γι' αυτό έβαλα την υποδιαστολή στο 7

412. Εκ. Έτσι, πες μας. Άρα θα βάλουμε μία υποδιαστολή στο δεύτερο προσθετέο και θα γίνει πόσο; Πες το πιο δυνατά να ακούσουν τα παιδιά

413. Μα12. 7,25

414. Εκ. Συμφωνείτε;

415. Τάξη. Ναι (51.20)

5.3.3 Δεύτερη διδασκαλία – Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία του Σωτήρη

2 ^η Παρατήρηση και ηχογράφιση διδασκαλίας	5/3/2020 Κεφ. 31 Η έννοια του Ποσοστού (2 διδασκτικές ώρες) Στο σχολικό βιβλίο η άσκηση διερεύνησης	2ο διδακτικό δίωρο Τρόποι αναπαράστασης: Επεξεργασία στον πίνακα
--	---	--

Σχ. 5: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης της δεύτερης διδασκαλίας του Σωτήρη

Από τη δεύτερη διδασκαλία επιλέγονται να σχολιαστούν διδακτικά αποσπάσματα με τα χαρακτηριστικά που έχουν προαναφερθεί. Στην αρχή της διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός κάνει μια πρώτη διερεύνηση για τα ποσοστά (Κεφ. 31. Η έννοια του Ποσοστού, Β.Μ. τ. Β, σελ. 21) και την ερμηνεία τους ορμώμενος από τις εμπειρίες των παιδιών και τα συνδέει κατά την επεξεργασία με τα δεκαδικά κλάσματα. Στη συνέχεια περνάει με τους μαθητές στις δραστηριότητες του βιβλίου.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Ατομική συγκρότηση γνώσης-κυρίαρχη διδακτική πρακτική

Σε όλη τη διδασκαλία κυρίαρχη είναι η ατομική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού – μαθητή/τριας. Απουσιάζουν η αλληλεπίδραση, η μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και η συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος.

1ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετεί ο εκπαιδευτικός στην προσέγγιση της δραστηριότητας είναι ένα είδος παθητικής εμπλοκής των μαθητών παρά ενεργητικής. Δεν επιδιώκει οι μαθητές να παρατηρήσουν, να περιγράψουν τη νέα δραστηριότητα, να προβληματιστούν και να υποθέσουν σχετικά με τη δραστηριότητα. Αντίθετα αλληλεπιδρά άμεσα με κλειστού τύπου ερωτήσεις που ελέγχουν πλήρως την πληροφορία προχωρώντας βήμα βήμα προς την επίλυση. Επιμερίζει τη δραστηριότητα σε απλούστερα μικρότερα και αποπλαισιωμένα τμήματα και κατευθύνει βήμα βήμα τους μαθητές. Χάνεται, έτσι, η συνολική εικόνα και αντίληψη της μαθηματικής κατάστασης. Δεν προωθεί μια διαπραγματευτική διαδικασία των εννοιών και σύνδεση με την εμπειρία των παιδιών που θα υποστήριζε την εννοιολογική κατανόηση και χρήση των ποσοστών παρά μετατρέπει τη δραστηριότητα σε μια διεκπεραιωτική διαδικασία με διαδικαστικές γνώσεις. Αναμένει από τους μαθητές συγκεκριμένες απαντήσεις σύμφωνα με ένα δικό του σχεδιασμό και προχωράει δίνοντας ο ίδιος τις απαντήσεις στα ερωτήματά του, πρακτική που τείνει περισσότερο στο μοντέλο της παρουσίασης της γνώσης παρά της κατασκευής από τους μαθητές.

2. Στον παρακάτω πίνακα καταγράφονται οι απαντήσεις των 200 μαθητών και μαθητριών ενός δημοτικού σχολείου στα ερωτήματα μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε στο σχολείο τους.

Τι τρώω για πρωινό;	
Απαντήσεις	Ποσοστό
γάλα	45%
γάλα με δημητριακά	38%
χυμός πορτοκαλιού	17%

- β. Βρίσκουμε το πλήθος των μαθητών και μαθητριών που έδωσε την καθεμία απάντηση.

	γάλα	γάλα με δημητριακά	χυμός πορτοκαλιού
πλήθος μαθητών/ μαθητριών			

■ γάλα
■ γάλα με δημητριακά
■ χυμός πορτοκαλιού

125. Εκ. Προχωράμε πιο κάτω λίγο να διαβάσουμε τη δραστηριότητα. Για διάβασέ μας Μκ10.
126. Μκ10. (Διαβάζει την 2η άσκηση)
127. Εκ. Να μας διαβάξει το ίδιο και η Μκ9.
128. Μκ9. (Διαβάζει)
129. Εκ. Ωραία. Πριν μερικά μαθήματα, κάναμε κι εμείς τέτοιες έρευνες, θυμάστε; Και καταλήγαμε να έχουμε στατιστικούς πίνακες, ραβδογράμματα, πίτες, το θυμόμαστε; Εδώ έχει γίνει ήδη αυτή η δουλειά, έχουν μπει οι απαντήσεις σε έναν ωραίο πίνακα αλλά με ποσοστά. Δεν το είχαμε δει ως τώρα, έτσι παιδιά;
130. Τάξη. Όχι.
131. Εκ. Εμείς κάναμε άλλου είδους πίνακες. Οπότε για να δούμε τις απαντήσεις. Πόσα παιδιά απάντησαν ότι πίνουν γάλα το πρωί, Μκ9;
132. Μκ9. 45%
133. Εκ. 45%. Πόσα (παιδιά) γάλα με δημητριακά, Μκ14;
134. Μκ14. 38%
135. Εκ. 38%. Πόσα χυμό πορτοκαλιού, Μκ9;
136. Μκ9. 17%
137. Εκ. 17%. Πόσα είναι τα πραγματικά παιδιά; Τι λέει η εκφώνηση; Πόσα Μκ15;
138. Μκ15. 200
139. Εκ. 200. Τι θα γίνει τώρα; Τα παιδιά είναι 200. Το ποσοστό μιλάει στα 100. Εμείς μπορούμε να βρούμε πόσα είναι τα πραγματικά παιδιά; Τι λέτε; Πες, το Μα16;
140. Μκ16. Δηλαδή, τα πραγματικά παιδιά;
141. Εκ. Είναι 100, όπως λέει το ποσοστό;
142. Μκ16. Όχι.
143. Εκ. Κοιτάξτε λίγο. Το ποσοστό όπως γράφεται έτσι το σύμβολό του είναι το κλάσμα, είναι αυτό (γράφει στον πίνακα $45\% = 45/100$). Τα παιδιά είναι 100;
144. Τάξη. Όχι είναι 200. (16.70)

2^ο Διδακτικό απόσπασμα –Σπάνια

Ο εκπαιδευτικός στην προσπάθεια κατανόησης της έννοιας του ποσοστού θέτει στην κρίση των μαθητών την κοινωνική σημασία του ποσοστού μέσα από παραδείγματα και μια αυτοκριτική διάθεση. Κάνει μια προσπάθεια σύνδεσης της δραστηριότητας με τις εμπειρίες μαθητών και τη ζωή τους

αξιοποιώντας τα μαθηματικά ως εργαλείο αξιολόγησης και κριτικής στα πλαίσια της «κοινωνικής ενδυνάμωσης». Οι μαθητές συνεισφέρουν σκέψεις και προβληματισμούς από την εμπειρία τους, που θα μπορούσαν να αποτελέσουν ισχυρή ευκαιρία για αλληλεπίδραση και συλλογική επεξεργασία, νοηματοδοτώντας έτσι δυναμικά την έννοια του ποσοστού. Παρόλα αυτά δεν αξιοποιεί αυτή τη δυνατότητα ώστε να ανοίξει μία πλούσια συζήτηση γύρω από την κοινωνική χρήση των ποσοστών και να αναπτύξει την κατανόηση και την ικανότητά τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών της καθημερινότητάς τους προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση». Επιπλέον, δεν ενθαρρύνει την ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας ανάμεσα στους μαθητές. Αντίθετα, διαχειρίζεται εξατομικευμένα τις συνεισφορές των μαθητών, ερμηνεύει ο ίδιος τη σκέψη των μαθητών, την συνεχίζει και την ολοκληρώνει εκπληρώνοντας το ρόλο της ερμηνευτικής αυθεντίας που ως εξωτερική πηγή γνώσης την ελέγχει και την επικυρώνει.

150. Εκ. Έτσι, μπράβο. Ανάλογα την περίπτωση. Σε άλλες περιπτώσεις είναι καλό, π.χ. άμα είναι 100% φυσικός (χυμός) τι θα λέγαμε;
151. Τάξη. (αναστάτωση)
152. Εκ. Ότι είναι καλός. Σε μια τροφή αν είναι 100% λιπαρή θα την αγοράζαμε, θα την τρώγαμε;
153. Μκ18. Γιατί θα το έγραφε;
154. Εκ. Γιατί δεν το γράφει Μκ18;
155. Τάξη. (φωνές) Για να το αγοράσουμε
156. Εκ. Δηλαδή, αν το έγραφε θα ήταν κακό. Έτσι το ποσοστό δεν αποφασίζει αν είναι καλό ή κακό. Εμείς λέμε αν είναι καλό ή κακό.
157. Μα19. Κύριε, ο κρεοπώλης βάζει πάνω στη μπριζόλα, πόσο λίπος έχει; Δε βάζει.
158. Εκ. Δεν τον συμφέρει, μάλλον, ε; Άρα το ποσοστό, κυρίως, το βάζουν στις εκπτώσεις, το βάζουν εκεί τους συμφέρει το μεγάλο ποσοστό, ενώ σε μια λιπαρή τροφή δεν θα έβαζαν 80%; Κατά περίπτωση, λοιπόν, το ποσοστό μπορεί να λέει ψέματα μπορεί να λέει αλήθεια δεν είναι από μόνο του καλό ή κακό, σύμφωνοι; Αυτό λέει το μέρος μιας ποσότητας, εμείς διαλέγουμε αν είναι καλή ή κακή.(14.55)

3^ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Ο Μα1 καταθέτει μια απροσδόκητη συνεισφορά εκφράζοντας έναν διαισθητικό τρόπο αντίληψης της έννοιας του ποσοστού. Ο εκπαιδευτικός δεν εστιάζει στη σκέψη του μαθητή, ούτε διερευνά περισσότερο τη διαδρομή κατανόησης του μαθητή. Αντίθετα παραβλέπει τη συνεισφορά του και κατευθύνει τη μαθηματική δραστηριότητα με βάση ένα προκαθορισμένο μεθοδολογικό πρότυπο. Χάνεται μια δυνατότητα να αλληλεπιδράσει εποικοδομητικά με το μαθητή και να αποτελέσει η συνεισφορά του ευκαιρία για ατομική και συλλογική επεξεργασία ώστε να νοηματοδοτηθεί με δυναμικό τρόπο η μαθηματική έννοια.

175. Εκ. Είναι 200 (τα παιδιά). Γιατί το ποσοστό μιλάει για 100 αφού τα παιδιά είναι 200;
.....
176. Εκ. Τα ποσοστά δίνονται πάντα....πες το Μα1;
177. Μα1. Επειδή μας είπατε στην αρχή ότι είναι μόνο στα 100.
178. Εκ. Ναι και πάντα στα 100.
179. Μα1. Ναι, απάντησαν όλα τα παιδιά αλλά το έκαναν σε πιο συμπυκνωμένο δείκτη ή κάπως έτσι.
180. Εκ. Αν βάζαμε το πραγματικό κλάσμα των παιδιών τι παρονομαστή θα είχαμε;
181. Τάξη. 200 (16.90)

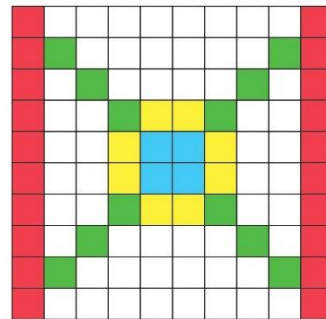
2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

4^ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική του εκπαιδευτικού στην προσέγγιση της διδακτικής κατάστασης αποτελεί η απόλυτα εξαρτημένη και κατευθυνόμενη πορεία διδασκαλίας, που δομείται βήμα βήμα, με πολλές ενδιάμεσα εξηγήσεις από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, χωρίς την αναγκαία διαπραγματευτική διαδικασία με τους μαθητές. Ερμηνεύει προκαταβολικά ο ίδιος τη δραστηριότητα χωρίς να δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να αποκτήσουν μια συνολική αντίληψη και κατανόηση της μαθηματικής κατάστασης. Αξιοποιεί ως επί το πλείστον μορφολογικά στοιχεία και υπολογιστικές τεχνικές για την επεξεργασία της μαθηματικής έννοιας και εφαρμογής με διαδικασίες ρουτίνας και ερωτήσεις που αφορούν στη διευκρίνιση της γνώσης. Δίνει σημασία στην απομνημόνευση παρά στην εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών αφού τις μετατρέπει σε μια διαδικαστική και μηχανιστική γνώση, πρακτικές που δεν ευνοούν τη μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση των μαθητών. Ερμηνεύει ο ίδιος τις απαντήσεις των μαθητών, ανακεφαλαιώνει κι επικυρώνει τη γνώση, με τους μαθητές να συμμετέχουν στο μαθηματικό τους γραμματισμό ως παθητικοί δέκτες στην ουσία.

3. Ο Αντρέι, κατά τη διάρκεια της επίσκεψής του σε ένα εργαστήριο ψηφιδωτών, έφτιαξε το τετράγωνο ψηφιδωτό της παρακάτω εικόνας. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του ψηφιδωτού που καλύπτεται με:

Χρώμα	Με δεκαδικό αριθμό	Με κλάσμα με παρονομαστή το 100	Με ποσοστό στα εκατό (%)
κόκκινο			
πράσινο			
κίτρινο			
μπλε			



629. Εκ. Έχω, λοιπόν τώρα, μια τρίτη μορφή, που τα ποσοστά τα μετατρέπω σε δεκαδικό κλάσμα με παρονομαστή το 100 και στη συνέχεια σε δεκαδικό αριθμό. Θα το δούμε στο καινούριο πρόβλημα από κάτω. Για διάβασέ μας τι λέει το 3ο πρόβλημα, Μκ14;
630. Μκ14. (Διαβάζει την εκφώνηση)
631. Εκ. Διάβασέ το κι εσύ Μα16.
632. Μα16. (διαβάζει και ο Μα16 το πρόβλημα)
633. Εκ. Μέτρησε κανείς ή μπορεί να υπολογίσει εύκολα κανείς πόσα κουτάκια έχει το τετράγωνο των ψηφιδωτών;
634. Τάξη. Ναι, ναι, κύριε,
635. Εκ. Για πες, Μκ19.
636. Μκ19. 100
637. Εκ.. 100 συμφωνούμε; Όλο, λοιπόν, το ψηφιδωτό έχει 100 κουτάκια. Αυτό μας διευκολύνει ε; για να αρχίζουμε τα ποσοστά. Θα πρέπει τώρα για κάθε χρώμα να βρούμε το κλάσμα το οποίο το αφορά. Δηλ. τι μέρος είναι κάθε φορά το χρώμα που ζητάμε. Πάμε στο κόκκινο. Είναι όλο το σχήμα κόκκινο, Μα20;
638. Μα20. Όχι
639. Εκ. Όχι. Είναι ένα μέρος του. Άρα ένα κλάσμα. (58.33)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

5ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Η μαθήτρια συνεισφέρει έναν προβληματισμό στη 2η δραστηριότητα που σχετίζεται με την αντιστοιχία ποσοστών κλασμάτων. Ο εκπαιδευτικός ενώ αρχικά δίνει την εντύπωση ότι προσπαθεί να παρακολουθήσει τον προβληματισμό της και να αναδείξει ως μέρος της επεξεργασίας τη σκέψη της. Πολύ γρήγορα την προσπερνά και συνεχίζει αναζητώντας συγκεκριμένες απαντήσεις με βάση την υποκειμενική του διδακτική πρόθεση. Επανέρχεται ως επί το πλείστο στις ίδιες ερωτήσεις κι απαντήσεις σε ένα μοντέλο μετάδοσης περισσότερο της μαθηματικής έννοιας μέσω συνεχών επαναλήψεων οριοθετώντας την επεξεργασία σε μορφολογικά στοιχεία των εννοιών και λιγότερο στην ανάπτυξη μαθηματικών ιδεών, σχέσεων και δομών. Δεν αξιοποιεί τη συνεισφορά της μαθήτριας για σύνδεση και συσχέτιση των ποσοστών με τα δεκαδικά κλάσματα και την κατανόηση των ποσοστών ως διαφορετικής έκφρασης ίδιων αριθμών και ισοδύναμων σχέσεων. Αντίθετα κατευθύνει τους μαθητές στη γνώση μέσω της επανάληψης αποσπασματικών στοιχείων σε μια μορφολογικά ομοιότυπη κατανόηση.

- 205. Εκ. Πόσα είναι τα πραγματικά παιδιά που λέει μέσα;
- 206. Μα1. 200
- 207. Εκ. 200. Όταν, λοιπόν, καταφέραμε από το ποσοστό να πάρουμε ένα κλάσμα και από το κλάσμα να βρούμε ένα ισοδύναμο αλλά με πραγματικό παρονομαστή, εννοείται πως και ο αριθμητής θα αφορά αληθινά παιδιά. Έτσι, Μκ9;
- 208. Μκ9. κύριε, δεν μπορούμε να πούμε 90/200
- 209. Εκ. για να δούμε αν μπορούμε. Τι είναι αυτό, Μκ9;
- 210. Μκ9. 45%
- 211. Εκ. Πώς το λέμε αυτό, γενικά, πώς θα το λέμε από δω και πέρα, Μκ10;
- 212. Μκ10. Ποσοστό
- 213. Εκ. Ποσοστό. Το ποσοστό, λοιπόν, μας δηλώνει, μας δείχνει ένα μέρος μιας ποσότητας. Ποιο πράγμα είναι αυτό που δηλώνει το μέρος μιας ποσότητας;
- 214. Μκ10. Το 45%
- 215. Εκ. Αυτό τι είναι πώς το λέμε;
- 216. Μκ10. Ποσοστό
- 217. Εκ. Κι αυτό; (δείχνει το 45/100)
- 218. Μκ10. Κλάσμα.
- 219. Εκ. Αυτό είναι κλάσμα. Άρα το ποσοστό, λοιπόν, είναι ένα κλάσμα που δείχνει τι είπαμε Μκ21;
- 220. Μκ21. Ένα μέρος μιας ποσότητας.
- 221. Εκ. Μπράβο. Ποιας ποσότητας;
- 222. Μκ21. Του 100. (19.57)

6ο Διδακτικό απόσπασμα-Μερικές φορές

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα ο μαθητής καταθέτει μια ανησυχία μεταφέροντας ένα μήνυμα για τη δική του κατανόηση, το οποίο, ο εκπαιδευτικός προσπερνά. Δεν λαμβάνει «ανατροφοδότηση» από τη σκέψη του μαθητή, δεν ακούει στην πραγματικότητα τι λέει ο μαθητής και δεν προσπαθεί να ανιχνεύσει σε τι έγκειται η δυσκολία. Δεν τον παρακινεί να περιγράψει τι εννοεί, ώστε αλληλεπιδρώντας να ενισχύσει την κατανόησή του. Όπως διαφαίνεται, η συνεισφορά του δεν επιδρά στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος ενώ τονίζεται έμμεσα η ατομική ευθύνη γνώσης του μαθητή.

728. Εκ. Έτσι, λοιπόν, καταλαβαίνω ότι τα ποσοστά μπορούν να μεταφερθούν σε κλάσματα αλλά και δεκαδικούς αριθμούς πολύ εύκολα. Γιατί λέτε μπορούν να γίνουν τόσο εύκολα μετατροπές; Να πηγαίνω το ποσοστό σε κλάσμα κι απ' το κλάσμα στο δεκαδικό; Γιατί τα ποσοστά είναι τόσο απλά;
729. Μ. Δεν είναι απλά...
730. Εκ. Τι λέτε; Πες μας Μα8;
731. Μα8. Γιατί μας φαίνονται τόσο απλά για να τους κάνουμε δεκαδικούς;
732. Εκ. Ναι, για να τους κάνουμε κλάσματα, δεκαδικούς, πολύ εύκολα
733. Μα8. Βλέπεις παράδειγμα το 100, είναι επειδή μάθαμε να κάνουμε, να μετατρέπουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς, ε...
734. Εκ. Άρα χρησιμοποιούμε γνώσεις που είχαμε μάθει λίγο πριν, ε;
735. Μα8. Ναι. (60.15)

4ος άξονας. Σχέσεις Εξουσίας

7^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Ο Μα22 στο παρακάτω απόσπασμα καταθέτει έναν προβληματισμό τον οποίο διερευνά ο εκπαιδευτικός απευθυνόμενος όμως σε άλλο μαθητή (Μα1), τον οποίο, παρόλα αυτά, δεν επιτρέπει να ολοκληρώσει τη σκέψη του καθοδηγώντας τον κι επιμένοντας σε συγκεκριμένες απαντήσεις. Στην ουσία απαντάει στον προβληματισμό του Μα22 αγνοώντας το μαθητή και στο τέλος επισημοποιεί ο ίδιος την γνώση. Αν και δεν αγνοεί την απροσδόκητη συνεισφορά, ως ασήμαντη ή μη σχετική, παρόλα αυτά, τη διαχειρίζεται με άμεσο τρόπο ο ίδιος χωρίς να επιτρέπει περιθώρια απόκλισης από τους δεδομένους σχεδιασμούς του σχολικού βιβλίου και του δικού του πλάνου διδασκαλίας. Επιπλέον, οι συνεισφορές αυτές δεν αξιοποιούνται ώστε να δημιουργήσουν ένα πεδίο διερεύνησης με το μαθητή ή την ομάδα της τάξης και να αποτελέσουν κρίσιμο εργαλείο για την κατανόηση των ποσοστών.

139. Μα22. Κύριε;
140. Εκ. Για πες Μα22;
141. Μα22. Άμα είναι 100%;
142. Εκ. Ποιο πράγμα να είναι 100%;
143. Μα22. Παραδείγματος χάριν η μπαταρία.....
144. Εκ. Τι θα σημαίνει πες μας εσύ, Μα1;
145. Μα1. Ότι θα είναι καλό. Το ποσοστό μας δείχνει ότι.....
146. Εκ. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα είναι;
147. Μα1. Γεμάτη η μπαταρία.
148. Εκ. Γεμάτη η μπαταρία. Καλό. Το ποσοστό δεν έχει να κάνει από μόνο του με καλό ή κακό.
149. Μα1. Ανάλογα την περίπτωση.
150. Εκ. Έτσι μπράβο. Ανάλογα την περίπτωση. Σε άλλες περιπτώσεις είναι καλό, π.χ. άμα είναι 100% φυσικός (χυμός) τι θα λέγαμε;
151. Τάξη. (αναστάτωση)
152. Εκ. Ότι είναι καλός....(9.90)

8^ο Διδακτικό Απόσπασμα-κυρίαρχη

Στο ακόλουθο διδακτικό απόσπασμα ο εκπαιδευτικός ζητάει από τους μαθητές να διαβάσουν το πινακάκι με τις βασικές μαθηματικές έννοιες χωρίς όμως τα αντίστοιχα παραδείγματα που σύμφωνα με

το βιβλίο εκπαιδευτικού οι «*βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες που προέκυψαν από τη διερεύνηση κι επεξεργασία στις δραστηριότητες του μαθήματος, διατυπώνονται με ακρίβεια, σαφήνεια αλλά ταυτόχρονα με απλά λόγια, με τα αντίστοιχα παραδείγματα στο διπλανό πλαίσιο*» (σελ.11-12). Οι μαθητές διαβάζουν την πρόταση πολλές φορές, αλλά οι μαθητές φαίνεται να μην έχουν ξεκάθαρες τις έννοιες «ποσότητα/τιμή». Ο εκπαιδευτικός συνεπής σε μία γραμμική διαδικασία αποσπασματικής και μερικής επεξεργασίας των δραστηριοτήτων στη διδακτική του ακολουθία αναμένει από τους μαθητές συγκεκριμένες μονολεκτικές απαντήσεις. Σε αυτή τη σύμβαση οι μαθητές προσπαθούν να ανταποκριθούν με τυχαίο τρόπο περισσότερο παρά συνειδητό καθώς δεν ανοίγει την αναγκαία συζήτηση για την κατανόηση των εννοιών, τη διερεύνηση και κατασκευή νοημάτων. Κατευθύνει τη μαθηματική επεξεργασία με απόλυτα συγκεντρωτικό τρόπο διατηρώντας τους μαθητές απόλυτα εξαρτημένους και παθητικούς δέκτες σε μια εργαλειακού τύπου διαχείριση της γνώσης που περιορίζει κάθε αυθεντική πρωτοβουλία και ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, πρακτική που δεν ενθαρρύνει την αντίληψη της μαθηματικής έννοιας, δεν προάγει την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή και τη μαθηματική αυτονομία.

Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό εξαρτάται από την τιμή στην οποία αναφέρεται.

- 20% των 80 € είναι 16 €.
- 20% των 120 € είναι 24 €.

788. Εκ. Και συνεχίζουμε στο τελευταίο, διάβασέ το, Μκ9.
789. Α. *«Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό εξαρτάται από την τιμή στην οποία αναφέρεται.»*
790. *(Διαβαζει το ίδιο κι ο Μα16)*
791. Εκ. Καταλαβαίνουμε τι λέει εδώ;
792. Τάξη. Ναι
793. Εκ. Για να γράψω κάτι. Γραφω μερικά ποσοστά. Γράφω το ποσοστό 35%, γράφω ένα άλλο ποσοστό 35% κι ένα άλλο ποσοστό 35%
794. Τάξη. *(γέλια)*
795. Εκ. Έγραψα 3 διαφορετικά ποσοστά.
796. Τάξη. *(Αναστάτωση)* Δεν είναι διαφορετικά κύριε ... Διαφορετικά είναι....
797. Εκ. Ποιοι συμφωνούν ότι είναι διαφορετικά; *(Αναστάτωση)* Ποιοι διαφωνούν και λένε ότι είναι ίδια;
798. Τάξη. *(γέλια)*
799. Εκ. Είναι ίδια ή διαφορετικά, βρε παιδιά;
800. Τάξη. *(Αναστάτωση, γέλια, χαλαρή διάθεση)*
801. Εκ. Ίδια είναι, φαίνονται. Εσύ τι λες, Μκ9;
802. Μκ9. Ίδια
803. Εκ. Εσύ τι λες;
804. Μκ23. Διαφορετικά
805. Εκ. Διαφορετικά.
806. Τάξη. *(χέρια- προθυμία να απαντήσουν)* Να πω, να πω
807. Εκ. Δεν θα απαντήσουμε αμέσως. Κατεβάστε τα χέρια, θ' αφήσουμε λίγο σε αγωνία τους υπόλοιπους. Θα ξαναδιαβάσουμε όμως αυτό που διαβάσαμε τελευταία.
808. Μα24. Δεν είναι ίδια επειδή έχουν διαφορετικούς παρονομαστές

809. Εκ. Μμ, για να τα κάνω κλάσματα για να δω... 35/100 γίνεται αυτό, 35/100 εδώ είναι λίγο πιο δύσκολο για να σκεφτώ λίγο, το βρήκα κι αυτό (γράφει και το τρίτο 35/100), εντάξει. Για να διαβάσουμε αυτό που διαβάσαμε τελευταία. Διάβασε, Μκ10, σε παρακαλώ
810. Μκ10. «Ξαναδιαβάζει»
(Το διαβάζουν επίσης άλλα δύο παιδιά)
811. Εκ. Πολύ ωραία. Για προσέξτε λίγο. Έχω μια δύσκολη ερώτηση. Δείτε λίγο έγγραφα τρία διαφορετικά ποσοστά. Διάβασέ τα Μκ15.
812. Μκ15. 35%, 35%, 35% (60.13)

5.3.4 Συνολική αποτίμηση των διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης του Σωτήρη

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία του Σωτήρη αποτελεί η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στον ίδιο και στην/στον κάθε μαθήτριά/ή ξεχωριστά. Η ακρόαση του εκπαιδευτικού προσανατολίζεται στην αναζήτηση συγκεκριμένης απάντησης και περιορίζεται σ' αυτή. Ακούει τις ιδέες των μαθητών προκειμένου να διαγνώσει την ορθότητά τους ενώ σπάνια παρακολουθεί τη διαδρομή της σκέψης και το νόημα που οικοδομεί καθέννας/καθεμιά. Δεν διερευνά περισσότερο τις απαντήσεις και τις αυθόρμητες στρατηγικές των μαθητών, δε ζητάει αιτιολογήσεις από τους μαθητές ώστε να εμβαθύνουν περισσότερο στην επεξεργασία των εννοιών, αντίθετα, υιοθετεί ως διδακτική πρακτική την επανάληψη, συχνά, δυσνόητων τυποποιημένων κανόνων και εξηγήσεων σε μια προσπάθεια απομνημόνευσης, τείνοντας σε ένα μοντέλο μεταφοράς της γνώσης στους μαθητές παρά ουσιαστικής οικειοποίησής της. Επιμένει στην επανάληψη μαθηματικών όρων, την απομνημόνευση συγκεκριμένων στρατηγικών και αφηρημένων θεωρητικών διατυπώσεων, αναπαράγοντας διαδικασίες με τελετουργικό τρόπο στοχεύοντας σε μια ενισχυμένη και ομοιόμορφη πρόσληψη των μαθηματικών εννοιών.

Χαρακτηριστική διδακτική πρακτική του Σωτήρη είναι να εξηγεί και να ερμηνεύει ο ίδιος προκαταβολικά μια μαθηματική κατάσταση και να μην εμπλέκει σε προκλητική διαδικασία τους μαθητές του. Δεν εκχωρεί τη δυνατότητα να παρατηρούν οι ίδιοι τη μαθηματική κατάσταση, να εντοπίζουν τις μαθηματικές έννοιες που βρίσκονται διάχυτες στο έργο, να τις περιγράφουν, να δημιουργούν νοερές αναπαραστάσεις, να υποθέτουν, να προτείνουν ιδέες και να επινοούν σχέδια επίλυσης. Αντίθετα, επιμερίζει τη δραστηριότητα σε πολύ απλούστερα τμήματα και κατευθύνει βήμα βήμα τους μαθητές περιορίζοντας όμως τη συνολική εικόνα και αντίληψη του προβλήματος. Η επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας έχει τα χαρακτηριστικά απόλυτης εξάρτησης από την καθοδήγηση του ίδιου του εκπαιδευτικού.

Αλληλεπιδρά άμεσα με την ίδια μορφή ερωτήσεων που ελέγχουν την πληροφορία και περιορίζουν την ελευθερία υποθέσεων και ιδεών οδηγώντας σε μια κατευθυνόμενη επίλυση, πρακτική που προωθεί τη λογική μίας διαδρομής. Αναμένει από τους μαθητές συγκεκριμένες απαντήσεις σύμφωνα ένα δικό του μαθηματικό πρότυπο και συνεχίζει δίνοντας ο ίδιος τις απαντήσεις στα ερωτήματά του, πρακτική που τείνει περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης της γνώσης και αυθαίρετης επιβολής στους μαθητές παρά κατασκευής από τους ίδιους. Οι μαθητές αναζητούν κι εκείνοι με τη σειρά τους μονολεκτικές απαντήσεις στις ερωτήσεις του εκπαιδευτικού σε μια τυχαία παρά συνειδητή αλληλεπίδραση ενώ υποβάλλονται σε επαναλήψεις μορφολογικών χαρακτηριστικών της μαθηματικής έννοιας και συγκεκριμένες στρατηγικές χωρίς βαθύτερη επεξεργασία τείνοντας σε μια εργαλειώδη χρήση των μαθηματικών εννοιών και

μαθηματική πρακτική που δεν ευνοεί την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και της μαθηματικής ενδυνάμωσης.

Κυριαρχεί ένα μοντέλο ατομικής συγκρότησης μαθηματικού γραμματισμού με διαμεσολαβητή τον εκπαιδευτικό ως αδιαμφισβήτητο φορέα γνώσης στην τάξη. Ουσιαστικά, η διδακτική διαχείριση του μαθηματικού γραμματισμού μέσα από τις πρακτικές του εκπαιδευτικού υπαινίσσονται μια μοναχική διαδικασία ανάμεσα στο μαθητή και το διδακτικό αντικείμενο στην προσπάθειά του να χτίσει τη σχέση με τις μαθηματικές έννοιες. Στην ουσία ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης από τον επιστημολογικό τους φορέα που αντιπροσωπεύουν ο εκπαιδευτικός στην τάξη των μαθηματικών.

Οι συνεισφορές των μαθητών διαχειρίζονται άμεσα από τον εκπαιδευτικό χωρίς να έχουν σημαντικό ρόλο στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος αφού σπάνια αποτελούν ευκαιρία για διερεύνηση, επεξεργασία και διαπραγμάτευση. Σπάνια θέτει στην ομάδα τα ερωτήματα, τους προβληματισμούς ή την αμφισβήτηση που εκφράζουν οι μαθητές καθώς επιλέγει να ανταποκρίνεται άμεσα ο ίδιος παρά να εξουσιοδοτεί το ρόλο αυτό στους ίδιους τους μαθητές για αλληλεπίδραση και μαθηματική επικοινωνία αποκλείοντας έτσι ευκαιρίες για συνεργατική δόμηση του μαθηματικού νοήματος.

Αντίστοιχα, διαχειρίζεται και τις απροσδόκητες συνεισφορές των μαθητών. Άλλες φορές ανταποκρίνεται με άμεσο τρόπο, ενώ άλλες φορές τις αγνοεί ή τις παρακάμπτει, μεταθέτοντάς τες σε ένα επόμενο χρονικό σημείο επεξεργασίας καθώς δεν επιτρέπει περιθώρια απόκλισης από τους δεδομένους σχεδιασμούς του πλάνου διδασκαλίας. Ακόμη και όταν οι μαθητές επιχειρούν να προκαλέσουν συζήτηση αυτές οι συνεισφορές δεν αξιοποιούνται από τον εκπαιδευτικό, ώστε να αποτελέσουν αντικείμενο επεξεργασίας ή να δημιουργήσουν ένα πεδίο διερεύνησης κι εμβάθυνσης με το μαθητή ή την ομάδα της τάξης και να λειτουργήσουν ως κρίσιμο εργαλείο για μια δυναμική σημασιοδότηση των μαθηματικών εννοιών. Αντίθετα, ο μαθητής αντιλαμβάνεται με ένα αποσπασματικό και αποπλαισιωμένο τρόπο τις μαθηματικές έννοιες που δεν βοηθά στη διαμόρφωση μιας συνολικής κατανόησης για το μαθηματικό έργο ενώ λειτουργεί περιοριστικά στην κινητοποίηση του ενδιαφέροντος και της μαθηματικής αυτονομίας.

Ορισμένες μόνο φορές συνδέει τη μαθηματική δραστηριότητα με τις εμπειρίες και τη ζωή των μαθητών, πρακτική που ενθαρρύνει την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης και την ικανότητά τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών της καθημερινότητάς τους. Παρόλα αυτά αξιοποιεί και αναπτύσσει σε μικρό βαθμό το μαθηματικό γραμματισμό ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών πρακτική που προωθεί, αντίστοιχα, την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών- μελλοντικών πολιτών.

Σπάνια δημιουργεί πρόσφορο σκηνικό για την ανάπτυξη εναλλακτικών προτάσεων επίλυσης μιας μαθηματικής κατάστασης, όταν όμως συμβαίνει, επιβραβεύει κι ενισχύει τις συνεισφορές των μαθητών. Παρόλα αυτά δεν δίνει τη δυνατότητα/εξουσιοδότηση στους ίδιους τους μαθητές να αιτιολογήσουν το σκεπτικό τους καθώς, ο ίδιος ολοκληρώνει και ερμηνεύει την απάντησή τους εκπληρώνοντας με αυτό τον τρόπο το ρόλο της επίσημης επιστημολογικής αρχής, ως εξωτερική πηγή γνώσης.

Στην ουσία, οι διδακτικές πρακτικές που κυριαρχούν στη συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού στην τάξη του Σωτήρη δεν έχουν ως γνώμονα τον σεβασμό και την ανάδειξη της συνεισφοράς του μαθητή, την προώθηση της ανεξάρτητης σκέψης, την ενίσχυση της αυτόνομης δράσης ούτε τη συλλογική επεξεργασία και συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού γραμματισμού που ενθαρρύνουν τη μαθηματική και κοινωνική ενδυνάμωση.

Στη συνέντευξη που ακολούθησε, ο Σωτήρης ρωτήθηκε για τις κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές που παρατηρήθηκαν και αποτυπώθηκαν στις διδασκαλίες του. Αναφορικά με την ατομική αλληλεπίδραση υιοθετεί κυρίαρχα ο εκπαιδευτικός σε αντίθεση με συνεργατικές πρακτικές ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι συνειδητά ακολουθεί τον ατομικό τρόπο επεξεργασίας με κάθε παιδί αμφισβητώντας τη συνεργατική προοπτική, διατηρώντας με αυτό τον τρόπο συνειδητά τον έλεγχο και το ρόλο εξουσίας στη διδασκαλία στην τάξη των μαθηματικών,

«θέλω να βλέπω άμεσα, εγώ, τη δράση και τη δραστηριότητα κάθε παιδιού» (4.50)

«...κάθε φορά που βλέπω συνεργασία παρατηρώ αυτό που λέω, θα υπάρξει ένας φυσικός ηγέτης, θα πάει μπροστά και θα ακολουθήσει ο άλλος [...] αν το αφήσεις και λίγο παραπάνω βλέπεις ότι κάποια παιδιά θα βολευτούν [...] Προσπαθώ να νιώθει σαν πρωταγωνιστής, να πω; Πολλές εργασίες είναι και ομαδικές κι εκεί επιμένω στο όχι. Όχι, ο καθένας μόνος του [...] απέναντί μου και απέναντι στη δράση που έχει να κάνει» (5.56)

«Καθένα(παιδί) να σκεφτεί και να πει σε όλη την τάξη μπροστά με διαφάνεια χωρίς φόβο και μετά να ρωτηθεί ο επόμενος. Ο τρόπος που περνούσα από τον έναν στον άλλο και το ύφος μου άφηνε να καταλάβουν ότι η απάντηση που έδωσε το ένα παιδί δεν ήταν αρκετά καλή αλλά δεν την κριτικάρω» (6.34)

Αναφορικά με τη συχνή επανάληψη κανόνων/όρων του βιβλίου και μορφολογικών στοιχείων (2^ο, 4^ο, 5^ο 1^{ης} διδ. και 5^ο, 7^ο 2^{ης} διδ.) που υιοθετεί ως διδακτική πρακτική ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι το κάνει επειδή θεωρεί ότι οι μαθητές δεν γνωρίζουν βασικούς μαθηματικούς κανόνες και δεδομένα που θα έπρεπε ήδη να γνωρίζουν επομένως, αυτή γνώση πρέπει να υποστηριχθεί στο σχολείο και όχι στο σπίτι,

«Κάποιους πολύ βασικούς κανόνες που τους θεωρείς αυτονόητα γνωστούς στους μαθητές, ανακαλύπτεις ότι ενώ πήγαν Πέμπτη, Έκτη δεν υπάρχουν.... Εγώ δε βάζω στο σπίτι κάτι. Η ώρα εκείνη είναι η ώρα που θα μάθουμε. Για αυτό άκουσες ότι κάτι πολύ απλό κι αυτονόητο θα το πούμε πέντε δέκα φορές» (1.02.15)

«Π.χ. Αυτή η άσκηση με τους δεκαδικούς (62.06)..εγώ θέλω να τη δουλέψω στην τάξη. Ότι πες πες μέσα στην τάξη θα φύγουν ξέροντάς τα ή θα τα ξαναπούμε την άλλη φορά. Κολλάω πολλές φορές σε κάποια πραγματάκια που εγώ θεωρώ σημαντικά και βασικά να ξέρω ότι τα μάθαν μες στην τάξη γιατί έχω δει ότι αναθέτουμε στο σπίτι δεν είναι μάθηση. Πολύ σπάνια θα αναθέσω στο σπίτι δουλειά [...] Αυτό που έχεις διδάξει ένα μέρος αυτού [...] το δεις να γίνεται γνώση μπροστά σου εάν περιμένεις να γίνει στο σπίτι δεν θα γίνει ποτέ» (1.05.52)

Όσον αφορά την διδακτική πρακτική που ακολουθεί με την επαναληπτική ανάγνωση των δραστηριοτήτων και των ασκήσεων από τους μαθητές με έναν τελετουργικό τρόπο (2^ο, 7^ο Δ.Α. 1^{ης} διδ και 1^ο, 4^ο, 8^ο Δ.Α. 2^{ης} διδ) χωρίς επεξεργασία κατανόησης υποστηρίζει ότι γίνεται συνειδητά καθώς θεωρεί ότι έτσι οι μαθητές με αυτό τον τρόπο κατανοούν πιο αποτελεσματικά την δραστηριότητα,

«Συνήθως, η τακτική μου, δηλαδή, ο κανόνας μου είναι, διαβάζετε τρεις φορές, δεν την καταλαβαίνετε διαβάζετε πέντε φορές και με ρωτάτε μετά την πέμπτη φορά για ποιο λόγο; Γιατί τα περισσότερα παιδιά θεωρούν ότι τα μαθηματικά είναι κάτι δύσκολο με το που διαβάσουν κάτι που τους μπερδεύει σταματάνε κι εγώ τους το έχω απαγορεύσει αυτό» (26.54)

Αναφορικά με τη διδακτική πρακτική να ερμηνεύει προκαταβολικά (1^ο, 7^ο Δ.Α. 1^{ης} διδ. και 1^ο, 4^ο Δ.Α. 2^{ης} διδ) ο ίδιος τις δραστηριότητες του βιβλίου ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι αυτό συμβαίνει μόνο στη διερευνητική δραστηριότητα του βιβλίου καθώς αποτελεί ευθύνη του ρόλου του η παρουσίαση των νέων εννοιών,

«Προφανώς δεν ήταν άσκηση άσκηση, ήταν παράδοση. Αυτό που κάναμε εκείνη την ώρα στην ουσία παρέδιδα κάνοντας την άσκηση. Είναι διερεύνηση. Δεν είναι ο τρόπος που δουλεύω τις ασκήσεις αυτός. Εκείνη την ώρα χρησιμοποιούσαμε την άσκηση για να κάνουμε την παράδοση. Είναι ο τρόπος για να τους πω κάποια πραγματάκια να τους τα πω θεωρητικά και μετά να τα εφαρμόσουμε. Δηλαδή μοιράζομαι τη δουλειά μαζί τους» (27.34)

Στις ασκήσεις, όπως, δηλώνει ακολουθεί αντίθετη διδακτική πρακτική,

«Όταν τελειώσουμε την παράδοση και τους δώσω άσκηση εκεί δε δίνω στοιχεία τους αφήνω να τη διαβάσουν» (27.50)

«Θέλω πρώτα να το προσπαθήσουν μόνοι τους να καταλάβω ότι προσπαθούν να μάθουν το πρόβλημα» (32.12)

«Το διαβάζουν τόσες φορές που να κατέχουν τα δεδομένα σχεδόν απέξω» (31.52)

Υποστηρίζει ότι με η επιμονή του στην απομνημόνευση των δεδομένων ως στόχο έχει να απομυθοποιήσει την αφηρημένη και ακατανόητη πλευρά των μαθηματικών ώστε να τα προσεγγίσουν όλοι, ακόμη και οι μαθητές που «υστερούν»

«Στα μαθηματικά υστερούν (οι μαθητές) και υστερούν σε μεγάλη απόσταση οπότε καταλαβαίνω ότι τους λείπουν οι κώδικες εκείνοι, η αυτοπεποίθηση ότι τα μαθηματικά είναι όπως η γλώσσα. Διαβάζω, ακολουθώ μια διαδικασία κάποια βήματα και καταλήγω στη λύση. Αυτοί (οι μαθητές) νομίζουν ότι συμβαίνει κάτι μαγικό ενδιάμεσα που αν δεν το καταλάβουν δεν θα μπορέσουν να λύσουν το πρόβλημα. Οπότε τους λέω διαβάζουμε μία φορά βιώνουμε την άσκηση σαν ένα παραμύθι σαν ένα σενάριο, άρα πρέπει να ξέρουμε τι λέει, το μαθαίνουμε σχεδόν απέξω» (28.50)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

Κεντρικός παράγοντας στη διδασκαλία είναι ο εκπαιδευτικός. Η διδασκαλία βασίζεται στο βιβλίο αλλά δεν ακολουθεί τη μεθοδολογία που προτείνεται στο σχολικό εγχειρίδιο. Οργανώνει, κατευθύνει και ελέγχει τη μαθηματική δραστηριότητα με συγκεντρωτικό τρόπο διατηρώντας τους μαθητές απόλυτα εξαρτημένους και παθητικούς δέκτες σε ένα μεθοδολογικό πρότυπο διδακτικής διαχείρισης των εννοιών στην οποία σημασία δίνεται στη διαδικαστική γνώση και λιγότερο στην παρατήρηση, τη διερεύνηση και τις διαπραγματευτικές διαδικασίες. Αυτή πρακτική δεν ενθαρρύνει τη συνολική αντίληψη της μαθηματικής έννοιας, δεν προάγει την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή και τη μαθηματική αυτονομία αλλά δομεί έναν τύπο συμμορφωτικής μαθηματικής ταυτότητας των μαθητών παρά ανεξάρτητης σκέψης και αυθεντικής πρωτοβουλίας.

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία του Σωτήρη αποτελεί η επανάληψη κανόνων και μαθηματικών όρων τα οποία επικαλείται συχνά στη διδασκαλία με έναν τελετουργικό και διαδικαστικό τρόπο. Χρησιμοποιεί το λόγο του βιβλίου χωρίς να αναπτύσσει την αναγκαία επεξεργασία για την κατανόηση των εννοιών. Επιμένει σε ορισμούς, κανόνες και στρατηγικές όπου οι μαθηματικές έννοιες απομνημονεύονται μέσω της επανάληψης παρά κατανοούνται. Επιμένει σε διαχειριστικές τεχνοκρατικές παιδαγωγικές πρακτικές με έναν επαναληπτικό και μηχανιστικό τρόπο χωρίς να συνδέει εποικοδομητικά τα μαθηματικά με τον διαισθητικό τρόπο κατανόησης και την προηγούμενη γνώση, πρακτική που μετατρέπει τη διδασκαλία σε ρουτίνα και τυποποιημένη διαδικασία προωθώντας μια εργαλειακή/λειτουργική χρήση της γνώσης.

Αφήνει να εννοούνται στην ουσία τόσο ρητά όσο και άρρητα πεποιθήσεις για τα μαθηματικά που ενισχύουν την ιδέα για το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών ότι αποτελεί αδιαμφισβήτητο σώμα γνώσης που χαρακτηρίζεται από μια ισχυρή δέσμη σταθερών, αντικειμενικών και αυστηρών κανόνων και θεωριών για απομνημόνευση και εφαρμογή συνιστώντας ένα αδιαπέραστο μυστήριο για πολλούς μαθητές. Στην ουσία υπονοείται μέσα από αυτές τις πρακτικές ότι ο μαθηματικός γραμματισμός δε βασίζεται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης και στον προσωπικό τρόπο κατασκευής του μαθητή αλλά αποτελεί μια γνώση που δημιουργείται έξω από την τάξη και επαναλαμβάνεται στο περιβάλλον της τάξης, πρακτική που εμποδίζει τη συγκρότηση σχέσεων μεταξύ μαθητή και αντικειμένου αλλά και τη μαθηματική επικοινωνία λειτουργώντας διαχωριστικά μεταξύ των μαθητών της τάξης.

Επιπλέον, η επανάληψη όχι μόνο εδραιώνει και φυσικοποιεί αυτές τις μαθηματικές πρακτικές, ουσιαστικά, διαμορφώνει τις εγγράμματες μαθηματικές ταυτότητες και τους όρους αντίληψης, κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου συγκροτώντας αντίστοιχα και την επιστημολογική ταυτότητα του «εν δυνάμει» μελλοντικού πολίτη.

Για τη φύση και τη διδασκαλία των μαθηματικών ο εκπαιδευτικός **υποστηρίζει** ότι τα μαθηματικά αποτελούν χρήσιμο αναλυτικό «εργαλείο σκέψης» που παραμελείται έναντι των άλλων μαθημάτων στην διάρκεια της εκπαίδευσης,

«είναι μια αξία (τα μαθηματικά) αρκετά σημαντική για μένα και θεωρώ ότι παραμελείται στην διάρκεια της εκπαίδευσης» (1.09.55)

«Τα παιδιά είναι αναλφάβητα στα μαθηματικά. Δεν κατανοούν πολύ απλά προβλήματα 4 πράξεων» (44.45)

«...έχει παραμεληθεί σαν μάθημα τόσα τα χρόνια και ίσως τα παιδιά να μην θεωρούν ότι είναι σημαντικό, [...] επειδή ο δάσκαλος δεν επιμένει στα μαθηματικά τόσα χρόνια άρα αποδίδει λιγότερο» (45.55)

Ενώ θεωρεί ότι οι μαθητές δεν αποκτούν στο σχολείο ουσιαστικά εφόδια μαθηματικού γραμματισμού ώστε να ανταποκριθούν στις μαθηματικές απαιτήσεις της ζωής τους,

«Αλλά και σαν κοινωνία γύρω μας η γλώσσα θα τους δοθεί σαν δεξιότητα σαν ανάγκη θα τη δουλέψουν στα μαθηματικά στενεύει η δυνατότητα να αποκτήσουν εφόδια ... στα μαθηματικά, δημιουργεί έναν αναλφάβητισμό με το να μην αντιλαμβάνεται γύρω μας στατιστικές, περιρρέοντες αριθμούς, δεδομένα, ποσοστά, πράγματα που υπολογίζουν μαθηματικά και τα πιο πολλά να σου φαίνονται ξένη γλώσσα. [...] πέφτουν εύκολα θύματα απάτης δεν συνειδητοποιούν τι είναι αυτό που τους πλασάρουν είναι μια δεξιότητα η οποία παραμελείται με αποτέλεσμα στην καθημερινότητα να είναι ένα σκοτεινό κομμάτι, το αφήνουμε στην άκρη» (1.09.51)

Κατά την άποψή του ο μαθηματικός γραμματισμός αποτελεί κρίσιμο φίλτρο-κλειδί για την μελλοντική ζωή των μαθητών ώστε να συμμετέχουν ως ενεργά μέλη σε μια δημοκρατική κοινωνία. Θεωρεί σημαντική τη μαθηματική σκέψη και γνώση, καταρχήν, για την προσωπική τους ζωή συναρτώντας τη με οικονομικούς και κοινωνικούς παράγοντες,

«τα θεωρώ σημαντικά εφόδια για να αναλύουν την καθημερινή ζωή και γενικότερα το σύμπαν γύρω τους ώστε να είναι πιο γνώστες της πραγματικότητας και να βγάζουν συμπεράσματα. Όταν αναλύω κάτι και το καταλαβαίνω μπορώ και να παρεμβαίνω» (1.11.30)

«Ας πάμε στα ποσοστά για παράδειγμα. Τα ποσοστά είναι μια μαθηματική έννοια η οποία όμως υπάρχει στην καθημερινή μας ζωή. Έχουμε καταλάβει ότι διαμορφώνει καταστάσεις (στατιστική, δημοσκόπηση) κι απόψεις ανάλογα με το πού θέλει να στρέψει την κοινή γνώμη [...] να καταλάβουν τι σημαίνει μια

δημοσκόπηση, πού εστιάζει τι να πετύχει και συνήθως πετυχαίνει αυτό που θέλει και όχι αυτό που είναι στην πραγματικότητα, αυτό μπορούν να το αναλύσουν μόνοι τους εννοείται πως αναλύουν τα δεδομένα που τους δίνουν βγάζουν τα συμπεράσματα και έχουν τη δική τους άποψη» (1.13.53)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

Ο εκπαιδευτικός παροτρύνει και δίνει το λόγο σε όλα τα παιδιά χωρίς τα ίδια να τον ζητάνε πάντα και ενθαρρύνει όλα τα παιδιά να εμπλακούν στην επεξεργασία της δραστηριοτήτων. Μπορούν να πάρουν το λόγο ακόμη κι αν δε νιώθουν τη σιγουριά της απάντησης ενώ οι μαθητές και οι μαθήτριες που δυσκολεύονται δεν βρίσκονται στο περιθώριο της τάξης και του μαθήματος. Δεν υπάρχουν επικρίσεις με ρητούς ή άρρητους τρόπους από τον εκπαιδευτικό ούτε από τους μαθητές. Όπως αναφέρθηκε, ο εκπαιδευτικός απαιτεί από τους μαθητές την προσοχή τους ενώ η σύμβαση δείχνει να είναι ότι ο καθένας εκφράζει τη σκέψη του και ας μην είναι έγκυρη, ο εκπαιδευτικός θα αξιοποιήσει εκείνες τις απαντήσεις που είναι σύμφωνες με τη σχεδιασμένη πορεία που έχει ο ίδιος στην επεξεργασία του μαθήματος. Επιμένει και προσπαθεί να προσαρμόζει ορισμένα στοιχεία της διδασκαλίας επιδιώκοντας να υποστηρίξει τους μαθητές που δυσκολεύονται να κατανοήσουν και να συμμετέχουν στην εξέλιξη του μαθήματος αλληλεπιδρώντας εξατομικευμένα με τον/την μαθητή/τρια επιμένοντας σε ένα μοντέλο κυρίως μετάδοσης μέσω της επανάληψης κανόνων και στρατηγικών.

Πολλές φορές κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας οι μαθητές καταθέτουν συνεισφορές στις οποίες αποτυπώνεται η προσωπική τους αίσθηση κατανόησης αλλά σπάνια, ο εκπαιδευτικός αναγνωρίζει και αξιοποιεί τον προσωπικό τρόπο κατανόησης του μαθητή ή δημιουργεί σκαλωσιές που νοηματοδοτούν τη νέα γνώση των μαθητών. Η ακρόαση του εκπαιδευτικού περιορίζεται σε επιφανειακά και μορφολογικά στοιχεία χωρίς προσπάθεια πρόσβασης στα χαρακτηριστικά της κατανόησης του μαθητή.

Μια χαρακτηριστική πρακτική του Γιώργου είναι να απευθύνεται στο μαθητή χωρίς να επεξεργάζεται μαζί του το ερώτημά που του θέτει ή την απάντηση που λαμβάνει συνεχίζοντας με τον επόμενο μαθητή (5^ο Δ.Α. 1^{ης} Διδ. 1^ο, 4^ο, 5^ο Δ.Α. 2^{ης} διδ.). Στην πραγματικότητα δεν ακούει τι λέει ο μαθητής και δεν προσπαθεί να ανιχνεύσει σε τι ακριβώς δυσκολεύεται ενώ η συμβολή του μαθητή σπάνια επιδρά στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος καθώς δεν φαίνεται η σκέψη του μαθητή ν' αποτελεί μέρος της μαθηματικής επεξεργασίας.

Ορισμένες φορές διαφοροποιεί τη διδασκαλία όταν εργάζεται εξατομικευμένα με το μαθητή. Παρόλα αυτά η γραμμική διαδικασία που ακολουθεί κατευθύνοντας το μαθητή σε συγκεκριμένες απαντήσεις περιορίζει την αλληλεπίδραση και επεξεργασία, κατά βάση, στα μορφολογικά στοιχεία των εννοιών και λιγότερο στην ανάπτυξη μαθηματικών ιδεών, σχέσεων και δομών. Ο ρόλος που επιφυλάσσεται για τους μαθητές είναι η παθητική λήψη και η ικανότητα επανάληψης της γνώσης προωθώντας έτσι την εργαλειακή χρήση του γραμματισμού σε ένα επιστημολογικό μοντέλο μετάδοσης και παθητικής αποδοχής παρά ενεργούς κατασκευής της γνώσης, που θα καλλιεργούσε την εμπιστοσύνη των μαθητών στις δικές τους δυνάμεις.

Δεν αναθέτει ομαδικές εργασίες ούτε υιοθετεί συνεργατικές πρακτικές που θα ενδυνάμωναν μαθηματικά όλους τους μαθητές, όχι μόνο τους πιο «αδύναμους» και θα έδιναν δυναμική ώθηση στην κατασκευή των μαθηματικών εννοιών από τους ίδιους τους μαθητές. Αντίθετα, τονίζει συχνά την ατομική ευθύνη ως προς τη διδαγμένη γνώση.

Ως προς το ζήτημα της πρόσβασης των μαθητών με δυσκολίες, σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, από την αρχή της φετινής χρονιάς που ανέλαβε την τάξη πρώτη προτεραιότητά του ήταν να ενδυναμώσει τους μαθητές που είχαν το ρόλο του παθητικού θεατή στην τάξη με στόχο να αποκτήσουν το θάρρος να εμπλέκονται στην εκπαιδευτική διαδικασία.

«Τα παιδιά της σκιάς, δε συμμετείχαν και χρειάστηκε να περάσει χρόνος για να αλλάξει αυτό [...] οι αφανείς έως τώρα [...] ήταν τα παιδιά του παρασκηνίου» (53.49)

«Φέτος αυτό που είδες με προβλημάτισε κι εμένα. Σπάνια τόσα παιδιά είχε πρόβλημα, δεν δόθηκε από την αρχή σημασία κι έφτασε στην Πέμπτη τάξη να απέχει τόσο πολύ από το μέσο όρο της υπόλοιπης τάξης...αλλά το θεωρείς φυσιολογικό μέχρι ένα δύο παιδιά, επτά-οχτώ που έχω φέτος εγώ είναι δραματικός αριθμός» (57.56)

«Τώρα αυτά τα παιδιά βγήκαν στο προσκήνιο (53.50) [...] συνειδητά έχω επιλέξει να το κάνω ότι αυτή η ομάδα των παιδιών που έχει παραμεληθεί τα προηγούμενα χρόνια να είναι η ομάδα που θα δουλέψω περισσότερο [...] Με νοιάζει πάρα πολύ να βγουν οι μαθητές που είχαν παραμεληθεί τα προηγούμενα χρόνια και είναι πολλοί αυτοί οι μαθητές» (55.54)

Η έννοια της συνεργασίας αποκτά συγκεκριμένα χαρακτηριστικά για τον Σωτήρη ο οποίος συνειδητά δεν υιοθετεί συνεργατικές πρακτικές, καθώς θεωρεί ότι οι κυριαρχικοί μαθητές στην ομάδα λειτουργούν αποδυναμωτικά για τους «αόρατους» μαθητές αναπαράγοντας και να μεγενθύνοντας την υπόθεση της περιθωριοποίησης και της ανισότητας,

«Δε μ' αρέσουν οι ομάδες για το λόγο, κυρίως, ότι πρέπει να σκάψεις για να βρεις, να μην απαντήσει ο αρχηγός της ομάδας η ο φυσικός ηγέτης. Είχα καταλάβει ότι δημιουργούνται φυσικές ηγεσίες μέσα στις ομάδες και συνήθως επικαλύπτουν τους υπόλοιπους (13.22) [...] Οι μαθητές οι πιο εξωστρεφείς οι πιο δραστήριοι παίρνουν τα ηνία, οι υπόλοιποι τους τα δίνουν εύκολα, τους βολεύει γιατί καλύπτονται πίσω απ' αυτό, οπότε με τη λιγότερη προσπάθεια και με τη λιγότερη έκθεση απέναντι στον δάσκαλο περνάει η ώρα τους και αυτό τους γίνεται βίωμα. Δηλαδή, βλέπεις παιδιά που φτάσουν στην Ε κ Στ συνήθως, που λες καλά τόσα χρόνια το παιδί δε σηκώθηκε, δε μίλησε, δεν έκανε; Κι όμως συμβαίνει» (14.07)

Επιπρόσθετα, ο παράγοντας του χρόνου τέθηκε από τον εκπαιδευτικό σε κάθε ενότητα συζήτησης εκδηλώνοντας με έναν emphatic τρόπο τη διάσταση που υπάρχει ανάμεσα στο διδακτικό χρόνο που προβλέπεται από το αναλυτικό πρόγραμμα και τον όγκο της ύλης που υπαγορεύεται από το σχολικό βιβλίο για να διδαχθεί σε συνάρτηση με τις συνέπειες που έχει στην εκπαιδευτική διαδικασία και στο δικαίωμα πρόσβασης όλων των μαθητών,

«Είμαστε πιεσμένοι και από την ύλη. Μας αγχώνει ότι πρέπει να βγάλω πράγματα ή να δείξω πράγματα αυτό δουλεύει υποδόρια και κάνει μεγάλη ζημιά με αποτέλεσμα να βγάζουν τη δουλειά με αυτούς που μπορούν» (15.00)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

Στην πλειοψηφία τους οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί ο Σωτήρης στις συγκεκριμένες διδασκαλίες αποτυπώνουν πιο παραδοσιακές μορφές διδασκαλίας που τοποθετούν στο επίκεντρο τον εκπαιδευτικό, ενώ οι δομές εξουσίας γίνονται εμφανείς σε κάθε πτυχή της διδασκαλίας. Κυρίαρχη πρακτική αποτελεί ο απόλυτος έλεγχος της δραστηριότητας. Παρουσιάζει και ερμηνεύει προκαταβολικά τη μαθηματική δραστηριότητα στερώντας από τους μαθητές την πρόκληση να παρατηρούν οι ίδιοι τη μαθηματική κατάσταση, να την περιγράφουν, να δημιουργούν νοερές αναπαραστάσεις, να υποθέτουν, να προτείνουν ιδέες και να επινοούν σχέδια.

Επιμερίζει το μαθηματικό περιεχόμενο σε μικρά κι ελεγχόμενα τμήματα το οποίο επεξεργάζεται με διευκρινιστικές ερωτήσεις και απαντήσεις επιμένοντας σε επαναλήψεις και προωθώντας μια ομοιόμορφη στρατηγική μάθησης, που τείνει περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης της γνώσης και αυθαίρετης υπαγόρευσης παρά κατασκευής από τους ίδιους τους μαθητές.

Σε αυτό το πλαίσιο που προσδιορίζεται από ένα μονοδιάστατο διδακτικό σχήμα ερωταποκρίσεων με μονολεκτικές κυρίως, απαντήσεις, ο/η μαθητής/τρια καταβάλλει προσπάθεια να ανταποκριθεί στις προσδοκίες και απαιτήσεις του εκπαιδευτικού συμβάλλοντας με την δική του μονολεκτική απάντηση και αναμένοντας τη διάγνωση ορθότητας από τον εκπαιδευτικό. Διαμορφώνεται με άλλα λόγια ένα είδος κοινωνικομαθηματικής νόρμας (σύμβασης) μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού όπου χαρακτηριστικό στοιχείο της αποτελούν οι μονολεκτικές απαντήσεις των μαθητών προς το εκπαιδευτικό. Ο εκπαιδευτικός προχωρά βήμα βήμα, λέξη λέξη, στην αποκωδικοποίηση της μαθηματικής έννοιας και ο μαθητής περιχαρακώνεται σε αυτή τη διαδικασία απαντώντας με τον ίδιο περιοριστικό τρόπο που ρωτά ο εκπαιδευτικός.

Κατευθύνει τη μαθηματική επεξεργασία με απόλυτα συγκεντρωτικό τρόπο διατηρώντας τους μαθητές απόλυτα εξαρτημένους σε μια εργαλειακού τύπου προσέγγιση της γνώσης που περιορίζει κάθε δημιουργικότητα και ενδιαφέρον για τα μαθηματικά ενώ δομεί παράλληλα έναν τύπο συμμορφωτικής μαθηματικής ταυτότητας των μαθητών ενώ δεν ενθαρρύνεται η ανεξάρτητη σκέψη και η αυθεντική πρωτοβουλία. Αυτή η πρακτική υπονομεύει τη συνολική αντίληψη της μαθηματικής έννοιας, δεν προάγει την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις του μαθητή και τη μαθηματική αυτονομία.

Στην ερώτηση για την χαρακτηριστική πρακτική σχετικά με την ατομική αλληλεπίδραση και την ιεραρχική δόμηση της μαθηματικής επεξεργασίας ο εκπαιδευτικός επιβεβαιώνει τη διαμόρφωση συμβάσεων στην τάξη με στόχο την διαρκή αναζήτηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές,

«Η τάξη αποκτά κάποιους κώδικες και τα παιδιά μαθαίνουν τον δάσκαλό τους, αυτή η εναλλαγή στα ονόματα (7.21) [...] περνάω από τον πιο αδύναμο στο λίγο πιο δυνατό μέχρι να πάρω την απάντηση και αυτό τους φαίνεται φυσιολογικό από ένα σημείο και μετά. Παίρνω απαντήσεις αλλά δε μένω εκεί. Θα περιμένω την απάντηση από το παιδί που θα δυσκολευτεί αλλά δε θα μείνω εκεί θα πάω και στο επόμενο, [...] μπορεί να είναι σωστή η απάντηση αλλά θα το πω με μια αμφιβολία μήπως και οι αμφιβολίες προβληματίσουν και κάποιο άλλο μαθητή (9.10)

«Ακόμη κι αν έπαιρνα τη σωστή απάντηση πήγαινα σε ένα άλλο παιδί κι έσπερνα την αμφιβολία» (7.15) (5^ο Δ.Α. 1^{ης} διδ και 1^ο, 4^ο, 5^ο Δ.Α. 2^{ης} διδασκαλίας)

Ο εκπαιδευτικός στην ερώτηση γιατί υιοθετεί ένα ιεραρχικό πλαίσιο συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού υποστηρίζει μία ανακόλουθη διδακτική πρακτική,

«Κοίταξε εδώ ίσως υπάρχουν και οι δύο θεωρίες στο ότι τα μαθηματικά είναι επινόηση, φτιαχτά δηλαδή και η άλλη ότι τα μαθηματικά έχουν μια φυσική και αυθύπαρκτη παρουσία. Εγώ είμαι στο πρώτο ότι είναι κατασκευή [...] θεωρώ ότι είναι εργαλείο γνωστικό νοητικό το οποίο το έχει φτιάξει ο άνθρωπος. Τώρα αυτό πώς επηρεάζει το μάθημά μου. Μάλλον δεν το επηρεάζει γιατί δεν αφήνω την τάξη» (46.57)

«Ενώ θεωρώ ότι τα μαθηματικά είναι επινόηση αυτό δε θέλω να το δουλέψω στην τάξη γιατί θεωρώ ότι είναι πολύ δύσκολο, [...] δεν μου βγαίνει στην κατάκτηση του γνωστικού αντικειμένου εκεί μια μικρή αυθεντία την κρατάω για μένα, δίνω αλλού τη δυνατότητα (της κατασκευής) σε άλλες δραστηριότητες» (1.21.25)

«...στην εκπαίδευση δεν ξεκινάς πάντα από το μηδέν οπότε εκμεταλλεύεσαι αυτό που έχεις κτίσει, άρα θα πατήσαι σε κάτι έτοιμο, αυτό είναι η αυθεντία [...] το λίγο που βάζω εγώ» (1.22.57)

Συνοψίζοντας, στις διδακτικές πρακτικές του Σωτήρη φαίνεται να κυριαρχεί ο αξιολογητικός προσανατολισμός ακρόασης σύμφωνα με τον οποίο αναζητά κυρίως, απαντήσεις σύμφωνες με ένα δικό του σκεπτικό. Η εργασία και οι ευκαιρίες αλληλεπίδρασης στην τάξη περιορίζονται αποκλειστικά ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και τον/την μαθητή/μαθήτρια κάθε φορά ενώ οι μαθηματικές έννοιες προκύπτουν κατά κύριο λόγο μέσω επιβολής παρά μέσα από μια διαπραγματευτική διαδικασία που θα συνιστούσε κι ένα δημοκρατικό πλαίσιο νοηματοδότησης των μαθηματικών εννοιών.

Από θέση αρχής δεν αξιοποιεί τις διδακτικές καταστάσεις για μαθηματική αλληλεπίδραση και συνεργατική επεξεργασία μεταξύ των μαθητών θεωρώντας ότι δεν οφελούνται όλοι οι μαθητές από αυτή τη διαδικασία παρά μόνο οι κυριαρχικοί, προκρίνοντας ένα συγκεντρωτικό μοντέλο διδακτικής διαχείρισης της εκπαιδευτικής διαδικασίας και το ρόλο του εκπαιδευτικού απόλυτο διαμεσολαβητή ανάμεσα στο μαθητή και την κατασκευή της γνώσης. Ουσιαστικά, ο ίδιος λειτουργεί ως κυρίαρχη πηγή γνώσης που σε συμβολικό επίπεδο αναπαράγει το στερεότυπο ρόλο της αυθεντίας/εξουσίας του εκπαιδευτικού στην τάξη. Έτσι, η συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού στην τάξη του Σωτήρη αποτελεί ξεκάθαρα ατομική υπόθεση ενταγμένη σε ένα μοντέλο μετάδοσης της γνώσης ελεγχόμενη απόλυτα από τον εκπαιδευτικό στην τάξη των μαθηματικών. Η διδακτική του πρακτική δεν προωθεί ένα ενδυναμωτικό μαθηματικά πλαίσιο ουσιαστικής συμμετοχής των μαθητών και δημοκρατικής συλλογικής συγκρότησης της γνώσης.

Όλα τα διδακτικά αποσπάσματα που αναλύθηκαν είχαν τη δυνατότητα να αξιοποιηθούν από τον εκπαιδευτικό για να βελτιώσουν την κατανόηση των μαθητών σχετικά με τις αντίστοιχες μαθηματικές ιδέες (μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση) και να αξιοποιηθούν ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών- μελλοντικών πολιτών (κοινωνική ενδυνάμωση/ χειραφέτηση). Αντίθετα, υιοθετώντας τον αξιολογητικό προσανατολισμό ακρόασης συντηρείται ένα πλαίσιο μάθησης λιγότερο δημοκρατικό, επομένως και λιγότερο χειραφετητικό που δεν είναι συνεπές με την προώθηση της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των μαθητών.

Στη συνέχεια, οι διδακτικές πρακτικές του Σωτήρη που εντοπίστηκαν από την ανάλυση των δεδομένων αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο διδακτικών πρακτικών που δημιουργήθηκε με βάση τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης Davis (1997) και τους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002) ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#))

5.4 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών και απαντήσεων στη συνέντευξη της Ευγενίας

Στην ανάλυση των δεδομένων της εκπαιδευτικού περιλαμβάνονται στοιχεία από το επαγγελματικό προφίλ και το πλαίσιο λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών. Στη συνέχεια αναλύονται οι διδακτικές πρακτικές μέσα από τα επιλεγμένα διδακτικά αποσπάσματα και συνδυάζονται με τις απαντήσεις από τη συνέντευξη σε μια προσπάθεια κατανόησης και συνδυαστικής ερμηνείας ώστε να δοθεί μια πληρέστερη εικόνα των διδακτικών πρακτικών που αποτυπώθηκαν. Η ανάλυση των διδακτικών πρακτικών παρουσιάζεται ανά άξονα. Στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο οι διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας.

5.4.1 Ανάλυση διδακτικών πρακτικών - επαγγελματικό προφίλ της Ευγενίας και τρόπος εργασίας της τάξης των μαθηματικών

Η Ευγενία εκπαιδευτικός της Ε Τάξης έχει διδακτική εμπειρία 27 χρόνια με συμμετοχή σε διαχρονικές (εξομοίωση ΠΤΔΕ-διετή μετεκπαίδευση-εξειδίκευση ΠΕΣΥΠ της ΑΣΠΑΙΤΕ, μεταπτυχιακές σπουδές στη Διδακτική των φυσικών επιστημών και Νέες Τεχνολογίες και στις Ψυχοπαιδαγωγικές συνιστώσες της πολυπολιτισμικότητας) και τρέχουσες επιμορφώσεις. Η τάξη της έχει 12 κορίτσια και 11 αγόρια.

Το Κοινωνικοοικονομικό προφίλ των μαθητών παρουσιάζει ένα μεγάλο εύρος κοινωνικομορφωτικής και πολιτισμικής σύνθεσης. Επτά μαθητές και μαθήτριες από άλλες χώρες με σοβαρές και μέτριες δυσκολίες στη γνώση της γλώσσας κι ένας μαθητής με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες και μαθησιακές δυσκολίες. Αντίστοιχα, καταγράφεται σημαντική απόκλιση μεταξύ των μαθητών/μαθητριών, σύμφωνα με τις παρατηρήσεις της εκπαιδευτικού, στη μαθησιακή επίδοση των μαθητών της τάξης. Έτσι, οι 3 μαθήτριες που δεν γνωρίζουν καθόλου ελληνικά παρακολουθούν το μάθημα με υποδείξεις και βοήθεια των υπόλοιπων συμμαθητών. Στην ομαδική δραστηριότητα συνεργάστηκαν μαζί δύο μαθήτριες της τάξης και συμμετείχαν πιο ενεργά.

Περιβάλλον μάθησης. Μορφή-οργάνωση τάξης. Η τάξη είναι μεγάλη κι ευρύχωρη με τα θρανία τοποθετημένα το ένα πίσω από το άλλο ανά δύο ή έναν μαθητή/μαθήτρια κατ' επιλογή των παιδιών. Οι μαθητές εργάζονται ατομικά και αλληλεπιδρούν μόνο με την εκπαιδευτικό. Η τάξη εργάστηκε σε ομάδες μία φορά (κατά την παρατήρηση των 6 διδακτικών ωρών) στη δεύτερη διδασκαλία και το αξιοσημείωτο ήταν πως η τάξη άμεσα αυτοοργανώθηκε σε ομάδες και εργάστηκε συνεργατικά χωρίς δυσκολίες.

Μέσα-τρόποι αναπαράστασης. Στον πίνακα. Στη δεύτερη διδασκαλία έγινε προβολή της έρευνας και του σχολικού βιβλίου. Δεν έγινε χρήση τεχνολογίας και των προτεινόμενων ψηφιακών ή άλλων εργαλείων.

Κλίμα μάθησης και διδασκαλίας στην τάξη. Άμεση διδασκαλία (με στοιχεία παρωθητικού διαλόγου και καθοδηγούμενης διερεύνησης) - Μετωπική – δασκαλοκεντρική. Η Διδακτική προσέγγιση χαρακτηρίζεται από ατομική αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητή ή της εκπαιδευτικού με όλη την ομάδα της τάξης. Η επεξεργασία των εννοιών εξελίσσεται με όλη η τάξη, στα πλαίσια μιας καθοδηγούμενης διερεύνησης. Δεν παρατηρήθηκε αλληλεπίδραση ανάμεσα στους μαθητές εκτός της ομαδικής ενώ όσες περιστάσεις παρουσιάστηκαν για μαθηματική επικοινωνία ανάμεσα στους μαθητές αυτή δεν διευκολύνθηκε ή διαμεσολαβήθηκε από την εκπαιδευτικό.

Οργάνωση διδασκαλίας. Η διδασκαλία βασίζεται μεν στο σχολικό βιβλίο αλλά η εκπαιδευτικός δεν ακολουθεί ακριβώς τη μεθοδολογία που προτείνεται στο σχεδιασμό του μαθήματος, καθώς, συχνά η πορεία του μαθήματος καθορίζεται από τις απαντήσεις και την ανταπόκριση των μαθητών. Η εκπαιδευτικός σχεδιάζει το πλάνο της διδασκαλίας της με δικές της δραστηριότητες ή τροποποιεί τις δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου προσαρμόζοντάς τες σε έναν δικό της σχεδιασμό, ενταγμένο στη στοχοθεσία της ενότητας και του αναλυτικού προγράμματος. Ορισμένες φορές γίνεται επιλεκτική προβολή ασκήσεων του βιβλίου στον πίνακα, κυρίως για επεξεργασία του διδακτικού αντικειμένου και όχι για αντιγραφή από τους μαθητές, οι οποίοι, συνήθως, εργάζονται παράλληλα με τον πίνακα στα τετράδιά τους. Η διδασκαλία εξελίσσεται χωρίς πίεση χρόνου ενώ η εκπαιδευτικός δεν δεσμεύεται από τα χρονικά πλαίσια που ορίζει το σχολικό βιβλίο.

Ως προς τις μαθηματικές διεργασίες και την εννοιολογική επεξεργασία, η εκπαιδευτικός κατευθύνει την παρουσίαση/επεξεργασία του μαθηματικού υλικού με βάση το δικό της σχεδιασμό τον οποίο όμως

τροποποιεί και προσαρμόζει μεθοδολογικά όταν παρουσιάζονται μαθησιακά εμπόδια, αξιοποιώντας παραδείγματα από την εμπειρία και καθημερινότητα των μαθητών. Επανέρχεται σε προηγούμενες γνώσεις ή επικαλείται αναδυόμενες γνώσεις και υποκειμενικές ιδέες των μαθητών ενώ βασίζεται στην εμπειρία των μαθητών δημιουργώντας συνδέσεις με τη νέα έννοια για νοηματοδότηση και κατανόηση. Διαφοροποιεί και προσαρμόζει τη βοήθεια στους μαθητές που δυσκολεύονται όταν αλληλεπιδρά μαζί τους.

Οι ερωτήσεις της αφορούν στη διευκρίνιση της μαθηματικής γνώσης ενώ σε αρκετές περιπτώσεις ενθαρρύνει τους μαθητές να αναπτύξουν τον δικό τους τρόπο σκέψης και τις δικές τους άτυπες μεθόδους κατά την επεξεργασία των μαθηματικών εννοιών. Παρόλα αυτά, στις περισσότερες περιπτώσεις επιλέγει η ίδια να επικυρώνει τη γνώση και προχωρά στον αναστοχασμό χωρίς να εκχωρεί τη δυνατότητα αυτή τους μαθητές της.

Το «λάθος», οι παρεξηγήσεις και οι παρερμηνείες των μαθητών διαχειρίζονται άμεσα από την ίδια την εκπαιδευτικό και δεν τίθενται σε συλλογική ή συνεργατική διαχείριση. Η επεξεργασία εξελίσσεται με όλη η τάξη σαν μια ομάδα, στα πλαίσια μιας καθοδηγούμενης διερεύνησης. Από τις έξι ώρες παρατήρησης μόνο μία δραστηριότητα, σε φύλλο εργασίας, έγινε στις ομάδες εργασίας και παρουσιάστηκε στην τάξη χωρίς όμως να ολοκληρώσουν όλες οι ομάδες. Η εκπαιδευτικός κατά την εργασία των μαθητών περιφέρεται στα θρανία και υποστηρίζει τους μαθητές που χρειάζονται βοήθεια ή δυσκολεύονται με βοηθητικές νύξεις.

Συνοψίζοντας, η εκπαιδευτικός εκφράζει ειλικρινές ενδιαφέρον και οικειότητα προς στους μαθητές, τους απευθύνεται χωρίς επικριτικό λόγο. Αντίστοιχα τηρείται διακριτική και ευγενική στάση και συμπεριφορά μεταξύ των μαθητών.

5.4.2 Πρώτη Διδασκαλία- Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Ευγενίας

1 ^η Παρατήρηση και ηχογράφηση διδασκαλίας	29/1/2020 Κεφ 20. Διαίρεση κλασμάτων Η εργασία γίνεται στον πίνακα και στα τετράδια των παιδιών	1 διδακτικό δίωρο Τρόποι αναπαράστασης: Επεξεργασία στον Πίνακα
---	--	---

Σχ. 6: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης της πρώτης διδασκαλίας της Ευγενίας

Από την πρώτη διδασκαλία επιλέγονται να σχολιαστούν είτε μικρά είτε ευρύτερα διδακτικά αποσπάσματα (critical excerpts) τα οποία αποτυπώνουν διδακτικές πρακτικές από τις πιο κυρίαρχες μέχρι τις λιγότερο εμφανιζόμενες με τα χαρακτηριστικά που μελετώνται στην παρούσα εργασία. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι πολλά από τα επιλεγμένα αποσπάσματα δεν εντάσσονται απόλυτα ή αποκλειστικά σε έναν άξονα αλλά μεταξύ τους συχνά συμπλέκονται σχηματοποιώντας το περίγραμμα του προσανατολισμού ακρόασης και του ρόλου της εκπαιδευτικού μέσα στην τάξη των μαθηματικών.

Η εκπαιδευτικός ξεκίνησε τη διδασκαλία (Κεφ 20. Διαίρεση κλασμάτων, ΒΜ σελ. 53) κάνοντας αρχικά σύνδεση με τις πράξεις των κλασμάτων και συνέχισε καλώντας τους/τις μαθητές/μαθήτριες να εκφράσουν τις ιδέες τους για τους τρόπους που πιστεύουν ότι μπορεί να γίνει η διαίρεση κλασμάτων. Οι μαθητές κατέθεσαν τις αναδυόμενες ιδέες τους, τις οποίες κατέγραφε στον πίνακα η εκπαιδευτικός,

χωρίς όμως να ζητάει περισσότερες αιτιολογήσεις από τους μαθητές κάτι που έκανε τη διαδικασία τυχαία παρά μια διαδικασία με άτυπα μιν, αλλά όσο το δυνατόν λογικά κριτήρια πάνω στη δομή και τη σχεσιακή κατάσταση του κλάσματος μέσα από το υποκειμενικό νόημα που κατασκευάζουν οι μαθητές. Κατέθεσαν 8 διαφορετικούς τρόπους διαίρεσης που δεν πρόλαβαν να επαληθεύσουν. Δεν αξιοποίησε τα ψηφιακά εργαλεία που οπτικοποιούσαν με δυναμικό τρόπο τη διαίρεση κλασμάτων σε σχέση με την αναπαράσταση στον πίνακα.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Ατομική συγκρότηση γνώση

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική στη διδασκαλία της Ευγενίας είναι η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ίδια και στον κάθε μαθητή ξεχωριστά κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Απουσιάζουν η αλληλεπίδραση και μαθηματική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και η συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος.

1^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Αρχικά η τάξη προχωρά σε «επανάληψη» των πράξεων με κλάσματα. Στο διδακτικό απόσπασμα ο μαθητής προσπαθώντας να περιγράψει τη διαδικασία πρόσθεσης κλασμάτων αναφέρεται σε παράδειγμα και η εκπαιδευτικός διευκολύνει το μαθητή καλώντας τον στον πίνακα. Η εκπαιδευτικός υποστηρίζει τον προσωπικό τρόπο κατανόησης του μαθητή χωρίς να επιμένει σε ορολογία ή σε μαθηματικούς όρους. Ζητάει από το μαθητή να περιγράψει και να αιτιολογήσει για τις ενέργειές του με το δικό του υποκειμενικό τρόπο, πρακτική που ενισχύει τη μαθηματική ενδυνάμωση.

6. Μα1. Ποιον αριθμό;
7. Εκ. Ποιον θέλεις; Ας πούμε $\frac{3}{4}$ και $\frac{2}{5}$; Όχι; Ό,τι θέλεις εσύ βάλε.
8. Μα1. ναι (συμφωνεί και γράφει τα κλάσματα $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$).
9. Εκ. Τι έχεις να προσθέσεις;
10. Μα1. Αυτά τα δύο.
11. Εκ. Ωραία. Προχώρα. Λέγε μας και τι κάνεις.
12. Μα1. Α, βρίσκω το ΕΚΠ του 4 και του 5 και είναι το 20
13. Εκ. Ωραία.
14. Μα1. Μετά ξαναγράφω τα κλάσματα και τα πολλαπλασιάζω για να βρω το ΕΚΠ, δηλ. το 4 το πολλαπλασιάζω με το 5 για να μου βγει 20 και το 5 το πολλαπλασιάζω με το 4
15. Εκ. Ωραία. Γιατί γράφεις και πάνω τον ίδιο αριθμό;
16. Μα1. Γιατί με τον ίδιο αριθμό που πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή πολλαπλασιάζουμε και τον αριθμητή.
17. Εκ. Ωραία.(3.80)

2^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στο παράδειγμα του βιβλίου, η Μκ2 κάνει τη διαίρεση $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$, στον πίνακα. Η εκπαιδευτικός ζητάει από τη μαθήτριά να περιγράψει και να αιτιολογήσει τις στρατηγικές της και τις ενέργειές της με το δική της αναδυόμενη κατανόηση χωρίς να επιμένει σε μαθηματική ορολογία και κανόνες. Με τη διδακτική της πρακτική αναγνωρίζει τις μαθηματικές ιδέες της μαθήτριάς και παρακολουθεί τον τρόπο που σχηματίζονται αυτές οι ιδέες.

209. Εκ. πολύ ωραία. Λέει η Μκ2, λοιπόν. Τι είπες μες στο μυαλό σου, Μκ2;

210. Μκ2. $\frac{2}{3}$ που έχουμε δια το $\frac{1}{6}$ που θα χρησιμοποιήσω και τώρα θα βρούμε πόσες αφίσες μπορώ να φτιάξω.
211. Εκ. Για να δούμε πόσες αφίσες μπορούν να φτιάξουν τα παιδιά.
(Η Μκ2 γράφει $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = 12/3$)
212. Εκ. πριν το τελειώσεις, μια χαρά το λες, Μκ2, $12/3$ είναι όπως το βρίσκεις, υπέροχα, πριν φτάσουμε εκεί έκανες τη διαίρεση πολλαπλασιασμό, έκανες την αντίστροφη πράξη, δηλαδή, ναι; Εντάξει. Αυτό γιατί το άλλαξες;
213. Μκ2. Γιατί, όπως, επιστρέφουμε τη διαίρεση σε πολλαπλασιασμό πρέπει να αντιστρέψουμε κι αυτό, πώς να το πω; Να είμαστε δίκαιοι.
214. Εκ. Εντάξει. (33.49)

3^ο Διδακτικό απόσπασμα -Σπάνια

Δύο φορές τίθεται από το μαθητή μια διαφορετική προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος με την τούρτα της Μκ9 που μοιράζεται $\frac{3}{20} : 2$, η οποία αντανακλά έναν βιωματικό/προσωπικό τρόπο κατανόησης. Στην πρώτη περίπτωση η εκπαιδευτικός αγνοεί τη συνεισφορά του παιδιού και συνεχίζει με τη διαίρεση κλασμάτων σύμφωνα με το δικό της μεθοδολογικό σχεδιασμό. Στη δεύτερη που τίθεται ξανά ο εναλλακτικός τρόπος προσέγγισης, η εκπαιδευτικός δεν αγνοεί αλλά δεν αναδεικνύει το σκεπτικό του μαθητή, χάνοντας μια ισχυρή ευκαιρία για επεξεργασία, σύνδεση και εννοιολογική κατανόηση των διαφορετικών μορφών του κλάσματος της στιγμή που προέκυψε. Δε δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να επιχειρηματολογήσει για το σκεπτικό του ούτε θέτει τον προβληματισμό του μαθητή στην ομάδα για αλληλεπίδραση κ συλλογική επεξεργασία ώστε ανοίξει ένα πεδίο αναζήτησης. Αντίθετα, επιλέγει να απαντήσει άμεσα και να επικυρώσει τη γνώση η ίδια αφήνοντας ένα ενδεχόμενο μαθησιακό κενό στο ερώτημα του μαθητή. Στην ουσία, κάνει ένα γνωστικό άλμα αναφορικά με την προσωπική κατανόηση του μαθητή τείνοντας σε μια εργαλειώδη κατεύθυνση της γνώσης, σε ένα μοντέλο μετάδοσης και παθητικής αποδοχής, παρά ενεργούς κατασκευής του μαθηματικού νοήματος, που θα καλλιεργούσε την εμπιστοσύνη στον εαυτό του στα πλαίσια της μαθηματικής ενδυνάμωσης.

305. Εκ. 2. Τα βάλουμε κάτω αυτά τα ($3/20$ της τούρτας) κομμάτια και τα φάγαμε. Άρα υπάρχει σαν πρόβλημα αυτό στη ζωή σας. Κάτι που δε είναι ολόκληρο και μετά κάθεστε και το τρώτε. 2 άτομα. Να δούμε πόσο εν τέλει έφαγε η καθεμιά σας, εσύ και η μαμά; Μπορείτε να το γράψετε ως εξής...
306. Μ7. Ενάμιση και ενάμιση έφαγαν (50.43)
307. Μ8. Κυρία, πώς θα το κάνουμε αφού δεν ξέρουμε άμα είναι ίσα τα κομμάτια;
308. Εκ. Θεωρούμε πάντα στα μαθηματικά όταν δουλεύουμε, τώρα πάντα στην πραγματικότητα μπορεί να γίνονται ζαβολιές, στα μαθηματικά θεωρούμε ότι πάντα γίνονται δίκαια τα πράγματα, εντάξει; Δηλαδή, η μαμά και η Μκ9 φάγανε το ίδιο. Οπότε, Μκ9, εδώ θέλω να προσπαθήσεις να λύσεις αυτό το πρόβλημα με την τούρτα σου κι εσείς επίσης στα τετράδιά σας. Ωραία. 3 κομμάτια ($3/40$), λοιπόν, θέλει η Μκ9 να τα μοιράσει.(50.93)

Και σε άλλο σημείο,

329. Εκ. Τελικά πόσο (μέρος της τούρτας) έφαγες εσύ, Μκ9;

(Η μαθήτρια συνεχίζει στον πίνακα: $3/20 : 2 = 3/20 : 2/1 = 3/20 \times 1/2 = 3/40$)

[...]

330. Μ. 3/40
 331. Εκ. 3/40 και η μια και η άλλη το ίδιο, εντάξει; Έλα, Μα10.
 332. Μα10. δεν μπορούσαν να φάνε ενάμισι ο καθένας;
 333. Εκ. Ε, αυτό έκαναν ενάμισι η καθεμιά έφαγε.
 334. Μα10. ναι, αλλά όμως 3/40;
 335. Εκ. ναι, αλλά ενάμιση η καθεμιά από κείνα τα κομμάτια που τα είχαμε κόψει στα 20. Ναι, αυτό έκανε. Ενάμιση η καθεμιά έφαγε. Εντάξει; Απλώς το είπαμε με μαθηματικά. (60.05)

4^ο Διδακτικό απόσπασμα (Απροσδόκητη) - κυρίαρχη

Ο μαθητής στο διδακτικό απόσπασμα καταθέτει μία αναδυόμενη γνώση για το κλάσμα, που για την εκπαιδευτικό δείχνει να είναι απροσδόκητη/μη αναμενόμενη συνεισφορά, την οποία διαχειρίζεται άμεσα. Διαφοροποιεί την πορεία της δραστηριότητας αντλώντας γνώριμα παραδείγματα από την εμπειρία των παιδιών για να επαναπροσδιορίσει η ίδια την έννοια επιτρέποντας έτσι αρκετά περιθώρια απόκλισης από τους δεδομένους σχεδιασμούς του σχολικού βιβλίου και του δικού της πλάνου διδασκαλίας. Κι ενώ αποτελεί μαθηματική πρόκληση να διερευνηθεί μέσα στην ομάδα των συμμαθητών ως ένα ευκαιρία συλλογικής κατασκευής και να αποτελέσουν κρίσιμο εργαλείο για την κατανόηση των κλασμάτων, δεν αξιοποιείται από την εκπαιδευτικό. Δεν εκχωρεί το ρόλο αυτό στους μαθητές ώστε να διαχειριστούν τη συνεισφορά του συμμαθητή τους, να επιχειρηματολογήσουν, να επιβεβαιώσουν τη γνώση.

225. Εκ. Ωραία. και τώρα που βρήκαμε το κλάσμα 4/1 πώς μπορούμε να το γράψουμε ακόμα πιο απλό, ποιος θυμάται; ...Το 4/1, πολλές φορές έχουμε κάνει αυτά τα κλάσματα λίγο παλιά, βέβαια. Μα5;
 226. Μα5. 4 και 0/1
 227. Εκ. Υπάρχει λόγος να το βάλω το 0/1;
 228. Μα5. Ναι, γιατί δεν υπάρχει κάτι άλλο (45.52)
 229. Εκ. Ε, γιατί να μη βάλω σκέτο 4; Το 4/1 αν έπρεπε να το κάνω σε πίτσες πόσες πίτσες θα έκανα; Μία λέει από κάτω να έχεις μία πίτσα και να την έχεις 1 κομμάτι
 230. Μα5. 4
 231. Εκ. Ναι, αλλά εγώ πόσες φορές πρέπει να το πάρω αυτό; Μκ6;
 232. Μκ6. 4
 233. Εκ. 4. Άρα θέλω μία πίτσα που την παίρνω ολόκληρη κι άλλη μία κι άλλη μία κι άλλη μία, δηλαδή, πόσες πίτσες;
 234. Μκ6. 4
 235. Εκ. Άρα ίσον 4. Κατευθείαν δεν υπάρχει λόγος να το έχουμε, Μα5 κι αυτό που λες είναι σωστό αλλά ποτέ δεν το γράφουμε. Κατάλαβες; Γράφουμε κατευθείαν το 4 και ξεμπερδεύουμε. Ωραία. (46.72)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

5^ο Διδακτικό απόσπασμα-Μερικές φορές

Η εκπαιδευτικός εισαγωγικά καταγράφει τις αναδυόμενες ιδέες των μαθητών σχετικά με τη διαίρεση κλασμάτων. Επεξεργάζεται τις μαθηματικές έννοιες βασιζόμενη σε ένα δικό της αρχικό σχεδιασμό, χωρίς όμως να τον επιβάλλει, κρατώντας ανοιχτή στάση σε «προσαρμοστικές» και διαπραγματευτικές προσεγγίσεις ανάλογα με την ανταπόκριση και τις ανάγκες της τάξης στην κατανόηση της μαθηματικής

έννοιας, δίνοντας το μήνυμα στους μαθητές της δυναμικής διάστασης της κατασκευής της γνώσης από τους ίδιους παρά την αντίληψη ενός στατικού αντικείμενου και αδιαπραγμάτευτου σώματος γνώσης (από γεγονότα, κανόνες και σύμβολα) για απομνημόνευση και αναπαραγωγή. Προσανατολίζεται στη σκέψη των μαθητών ως πηγή γνώσης, τους παρακινεί να προβληματιστούν και να συνεχίσουν τις εικασίες ενθαρρύνοντας την αυτονομία στη λήψη αποφάσεων και παράλληλα δίνει το μήνυμα ότι εμπιστεύεται τους μαθητές της στην κατασκευή της μαθηματικής γνώσης. Με τη διδακτική της πρακτική ενθαρρύνει τη συγκρότηση σχέσεων μεταξύ μαθηματικών εννοιών και μαθητών της τάξης προωθώντας τη μαθηματική επικοινωνία και συν-κατασκευή μεταξύ των μαθητών.

69. Έχω δύο κλάσματα και θέλω να τα διαιρέσω (γράφει $\frac{4}{12} : \frac{1}{2}$). Ας βρούμε πώς θα μπορούσε να γίνει αυτή η διαίρεση. Ιδέες θέλω. Ό,τι θέλετε λέτε, δεν υπάρχει σωστό και λάθος, να πούμε πολλά πράγματα.....
70. Έλα,...Μκ11;
80. Μκ11. 4:1 και 12:2
81. Εκ. Άρα εσύ λες να διαιρέσω και το 4:1 και το 12:2, αυτό ε;
82. Μα5. Κι εγώ αυτό εννοούσα και τα δύο
83. Εκ. Αυτό εδώ; Οκέυ το κρατάμε εδώ. Μα12;
84. Μα12. 4: $\frac{1}{2}$ και 12: $\frac{1}{2}$. (12.37)
85. Μα5. Κι εγώ αυτό εννοούσα
86. Εκ. Αυτό που λέει ο Μα12 εννοούσες;
87. Μα5. Ναι
88. Εκ. Δηλαδή να κάνουμε αυτό, 4: $\frac{1}{2}$ και το 12: $\frac{1}{2}$. Οκέυ. Μκ13.
89. Μκ13. Να κάνουμε το 4:2 και το 12:1
90. Εκ. Το 4:2 και τι άλλο;
91. Μκ13. Και το 12:1
92. Εκ. Α, και το 12:1
93. Μα14. Θα μας πείτε ποιο είναι το σωστό;
94. Εκ. Κάποια στιγμούλα. Για πες
95. Μα14. Εγώ λέω 4-1 και 12-2.
96. Εκ. Εσύ λες να κάνουμε αφαίρεση τελικά.
97. Μκ15. Τι λες; Αφού διαίρεση κάνουμε όχι αφαίρεση
98. Μα16. Ε, πού ξέρεις;
99. Εκ. Εντάξει. Δεν πειράζει, μπορεί καμιά φορά να είναι και σωστό. Ωραία. Εγώ λέω τώρα να το ζωγραφίσουμε αυτό.(14.62)
- [...]
100. Εκ. Και μετά να διαλέξουμε ποιο απ' όλα αυτά μας βολεύει κι αν δεν μας βολεύει τι άλλο μπορούμε να σκεφτούμε.
101. Μα17. Γιατί όλα σωστά είναι;
102. Εκ. Θα τα ελέγξουμε. Οπότε ανοίγουμε το τετράδιο των μαθηματικών σας, το μπλε.(15.33)

6ο Διδακτικό απόσπασμα-Μερικές φορές

Στο παρακάτω απόσπασμα, η εκπαιδευτικός σε τρία σημεία επικαλείται πεποιθήσεις για τα μαθηματικά, που ενισχύουν την ιδέα για το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών ως ένα αφηρημένο αντικείμενο, ένα «μαύρο κουτί», μια διαφορετική και ακατανόητη γλώσσα, κάτι που μοιάζει να είναι πάνω κι έξω από

την εκπαιδευτική πρακτική, τη διαδικασία και την ίδια την εκπαιδευτικό. Η πρακτική αυτή υπονοεί ότι τα μαθηματικά δε βασίζονται στην υποκειμενικότητα της σκέψης και στον προσωπικό τρόπο κατασκευής του μαθητή αλλά χαρακτηρίζονται από σταθερούς, αντικειμενικούς και αυστηρούς κανόνες. Είναι μια γνώση που δημιουργείται «κάπου αλλού» και επαναλαμβάνεται στο περιβάλλον της τάξης. Στο σημείο αυτό η διδακτική πρακτική και διαχείριση του αντικείμενου δημιουργεί εμπόδια στη συγκρότηση σχέσεων είτε μεταξύ μαθητή και εννοιών είτε μεταξύ των μαθητών της τάξης αφού δεν ενθαρρύνει την μαθηματική επικοινωνία. Επιπλέον, στο συγκεκριμένο απόσπασμα δεν μεταβιβάζει(εξουσιοδοτεί) τη δυνατότητα για περαιτέρω αναζήτηση και επεξεργασία παρά διαχειρίζεται η ίδια την απροσδόκητη συνεισφορά του μαθητή τείνοντας σε μια εργαλειακή χρήση των κλασμάτων.

329. Εκ. Τελικά πόσο (μέρος της τούρτας) έφαγες εσύ, Μκ9; Τι λεν τα μαθηματικά;

(Η μαθήτρια συνεχίζει στον πίνακα: $3/20: 2 = 3/20: 2/1 = 3/20 \times 1/2 = 3/40$)

330. Μκ9. 3...

331. Εκ. 3 τι;

332. Μκ9. Τεσσαρακοστά

333. Εκ. $3/40$. Τόσο έφαγε η Μκ9 την άλλη μέρα. Η μαμά σου πόσα έφαγε; Αν εσύ έφαγες $3/40$ γιατί είπαμε ότι όλα αυτά είναι δίκαια η μαμά πόσα έφαγε;

[...]

334. Μ. $3/40$

335. Εκ. $3/40$ και η μια και η άλλη το ίδιο, εντάξει; Έλα, Μα18

336. Μα18. Δεν μπορούσαν να φάνε ενάμισι ο καθένας;

337. Εκ. Ε, αυτό έκαναν ενάμισι η καθεμιά έφαγε.

338. Μα18. Ναι αλλά όμως $3/40$;

339. Εκ. Ναι αλλά ενάμιση η καθεμιά από κείνα τα κομμάτια που τα είχαμε κόψει στα 20. Ναι, αυτό έκανε. Ενάμιση η καθεμιά έφαγε. Εντάξει; Απλώς το είπαμε με μαθηματικά. (60.05)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

7^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στο συγκεκριμένο διδακτικό απόσπασμα η εκπαιδευτικός ζητάει από το μαθητή να αιτιολογεί τις ενέργειές του με το δικό του σκεπτικό χωρίς να επιμένει στη μαθηματική ορολογία. Με την πρακτική της αναγνωρίζει και αναδεικνύει τον υποκειμενικό τρόπο σκέψης του μαθητή ενισχύοντας την εμπιστοσύνη στις δικές του δυνάμεις και τη μαθηματική ενδυνάμωση.

1. Εκ. Σήμερα θα κάνουμε για τη διαίρεση κλασμάτων. Έχουμε κάνει τις προηγούμενες πράξεις. Να κάνουμε μια μικρή επανάληψη λίγο τα βασικά σημεία; Ποιος θα μας πει για την πρόσθεση, τι έχουμε μάθει; Έλα, Μα19.
2. Μα19. Βρίσκουμε το ΕΚΠ του παρονομαστή, βρίσκουμε το αποτέλεσμα και μετά τα ξαναγράφουμε δίπλα στα κλάσματα και μετά πολλαπλασιάζουμε τους αριθμούς με τον αριθμό που βρίσκουμε το ΕΚΠ με τους προσθετέους.
3. Εκ. Ωραία.
4. Μα19. Για παράδειγμα έχουμε $1/3$ και
5. Εκ. Άμα θες να κάνεις παράδειγμα έλα να το κάνεις στον πίνακα. Νιώθεις ότι θα σε βοηθήσει σ' αυτό που λες, ε; ωραία. Θα κάνεις το παράδειγμα αλλά ταυτόχρονα, θα μας λες και τι κάνεις. (1.86)

8^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Η εκπαιδευτικός αξιοποιεί ένα παράδειγμα που καταθέτει η Μκ9. Αυτή και η μητέρα της μοιράζονται τα $\frac{3}{20}$ που έμειναν από την τούρτας γενεθλίων της. Ο Μα12 περιγράφει τη διαδικασία της διαίρεσης. Η εκπαιδευτικός σε μια αμοιβαία αλληλεπίδραση με το μαθητή, υποστηρίζοντας τον προσωπικό τρόπο κατανόησης, παρακολουθεί και ερμηνεύει την αναδυόμενη γνώση και ενθαρρύνει το μαθητή να διατυπώσει με έγκυρο τρόπο το κλάσμα.

309. Εκ. Οπότε, Μκ9, εδώ θέλω να προσπαθήσεις να λύσεις αυτό το πρόβλημα με την τούρτα σου κι εσείς επίσης στα τετράδιά σας. Ωραία. 3 κομμάτια, λοιπόν, θέλει η Μκ9 να τα μοιράσει (στον πίνακα είναι γραμμένο $\frac{3}{20} : 2$).....Υπάρχει κάτι εδώ πέρα που μας ενοχλεί; Έλα, Μα12.

[...]

310. Μα12. Θα το κάνουμε δυο ένα.

311. Εκ. Ναι. Κατάλαβα τι θες να πεις αλλά δεν το λες σωστά το κλάσμα, μου το 'χεις ξαναπεί αυτό εσύ, δεν το λένε δυο ένα, το λένε 2;

312. Μα12. Πρώτα, πρώτα.

313. Εκ. Άντε βρε, μπράβο. ναι. Εννοούσε το 1 από κάτω, το ξέρω. Ωραία. Ωραία. Έχει μια καταπληκτική ιδέα ο Μα12. Λέει, αυτό το 2 δεν μας βολεύει γιατί έχουμε ένα κλάσμα εδώ κι έναν ακέραιο εκεί. Δεν ξέρουμε να κάνουμε τέτοιες πράξεις. Μάθαμε να κάνουμε κλάσμα δια κλάσμα και λέει ο Μα12, να κάνω κλάσμα αυτό και σου 'δωσε μια ιδέα, να το κάνεις κλάσμα.....(51.53)

9^ο Διδακτικό απόσπασμα-Μερικές φορές

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης και αναπαράστασης της έννοιας χωρίς να επιβάλλει το δικό της υποκειμενικό σκεπτικό ή προσδοκία αναγνωρίζοντας με την πρακτική της τη συνεισφορά της μαθήτριας ως ισότιμης, ενισχύοντας παράλληλα τη μαθηματική αυτονομία.

107. Εκ. Θέλω να ζωγραφίσουμε αυτό το κλάσμα $\frac{4}{12}$, αλλά θέλω να το ζωγραφίσουμε όπως ζωγραφίζαμε τα κλάσματα πριν κάποια μαθήματα όχι όμως σαν πίτσα, να το κάνετε σαν σοκολάτα τώρα.(15.78)

[...]

108. Εκ. ... Χωρίστε την σε 12 ίσα κομμάτια. Ένας ωραίος τρόπος για να τα χωρίσετε και να είναι σχετικά ίσα είναι ποιος; Μκ9;

109. Μκ9. Να τα χωρίσουμε στη μέση

110. Εκ. Α, μπράβο. Χωρίζω στη μέση. Άρα πρέπει να βάλω 6 κομμάτια από δω κι 6 κομμάτια από κει και να συνεχίσω πάλι έτσι να χωρίζω στη μέση και να κάνω όσο πιο ίσα γίνεται τα κομμάτια.

111. Μα17. Να γράψω επάνω λάκτα;

112. Εκ. Γράψε. (Η εκπαιδευτικός σχεδιάζει στον πίνακα, τα παιδιά στα τετράδιά τους)

113. Μα19. Κυρία, δε θα μπορούσαμε να το χωρίσουμε σε 4 κομμάτια και μετά το 1 από τα 4 να το χωρίσουμε σε 3;

114. Εκ. Μπορείς, πώς δεν μπορείς βέβαια, μπορείς. Εμένα με ενδιαφέρει να ζωγραφίσετε αυτό το σχήμα, αυτό το κλάσμα.(16.87)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

10^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Για την κατανόηση της διαίρεσης κλασμάτων η εκπαιδευτικός αρχικά χρησιμοποιεί ένα παράδειγμα/πρόβλημα διαίρεσης με ακεραίους και σταδιακά τροποποιεί τα δεδομένα μετατρέποντας το διαιρέτη σε κλάσμα και μεικτό. Κι ενώ στο τέλος η ίδια δημιουργεί μια δυνατότητα σύγκρισης και αξιολόγησης των δύο παραδειγμάτων, δεν την αξιοποιεί με τους μαθητές αλλά αντίθετα κάνει η ίδια τον έλεγχο και τον αναστοχασμό στερώντας από τους μαθητές μια ευκαιρία να αξιολογήσουν/κρίνουν τη λογικότητα των μαθηματικών λύσεων και να αξιοποιηθούν τα μαθηματικά ως εργαλείο σύγκρισης/κριτικής για την εννοιολογική κατανόηση και ανάπτυξη των νέων εννοιών.

442. Εκ. Θα κάνουμε ένα άλλο πρόβλημα τώρα. Για γράψτε. Ο Μα21, λοιπόν, βγάζει μέλι, έβαλε 33 κιλά μέλι σε δοχεία που χωράνε 3κ. μέλι στο καθένα. Πόσα δοχεία γέμισε; Το γράφετε και κάποιος μου το διαβάζει. Έλα, Μα20. Τι σκέφτεσαι;

[...]

443. Εκ. Μα20, 33 λες διά 3, ωραία, Μα19, πόσο λες να κάνει αυτό που προτείνει ο Μα20; (57.14)

[...]

444. Μα19. 11 δοχεία.

445. Εκ. μπράβο. 11 δοχεία. Πολύ ωραία. Γέμισε 11 δοχεία. Εντάξει; Κι εγώ τώρα παίρνω και σας αλλάζω έναν αριθμό και σας λέω, ξέρετε κάτι; Αυτά τα δοχεία δε χωρούσανε 3 κιλά μέλι, χωρούσανε κάτι παραπάνω χωρούσαν 3κ και $\frac{2}{3}$ του κιλού (γράφει 3 και $\frac{2}{3}$). Σας αλλάζω ένα νούμερο. Τι λέτε να κάνουμε, πώς θα μπορέσουμε να το λύσουμε; Τι πράξη άραγε; (δίνει χρόνο) Μκ9 τι λες;

446. Μκ9. διαίρεση (58.12)

[...] (Ο Μα1 στον πίνακα, κάνει τις μετατροπές και τη διαίρεση, $33: \frac{11}{3} = 33/1 \chi \frac{3}{11} = 99/11 = 9$)

447. Εκ. τέλεια. Τι είναι αυτό Μα1;

448. Μα1..... 9 δοχεία

449. Εκ. γραψ' το ότι είναι δοχεία να το ξέρουμε. Τέλεια, 9 δοχεία. Τώρα που το δοχείο μας χωράει πιο πολύ μέλι, βλέπετε αυτό είναι μεγαλύτερο έτσι; Είδατε το κάναμε 3 και $\frac{2}{3}$ (δείχνει το δεδομένο που τροποποιήθηκε στο δεύτερο πρόβλημα). Τα δοχεία που χρειάζονται είναι λιγότερα. 9 δοχεία. Κάποια απορία σ' αυτό; Και αφού έχουμε τελειώσει μ' αυτό να ξαναγυρίσουμε σ' αυτά εδώ.(60.12)

11^ο Διδακτικό απόσπασμα-κυρίαρχη

Σε αρκετά σημεία της διδασκαλίας η εκπαιδευτικός εκφράζει την παραδοχή μιας πιθανής λανθασμένης ενέργειας δίνοντας μηνύματα στους μαθητές για το ρόλο του/της εκπαιδευτικού, που δυνητικά μπορεί να κάνει «λάθη» και απροσεξίες, αμφισβητώντας το ρόλο αυθεντίας/εξουσίας της στη διδασκαλία, αποδεχόμενη μια μη ενδεδειγμένη ή μη ακατάλληλη επιλογή και το εκφράζει στους μαθητές της.

(Η εκπαιδευτικός σχεδιάζει στον πίνακα και οι μαθητές στα τετράδια μία σοκολάτα και χωρίζει σε 12 μέρη για να σχεδιάσουν στη συνέχεια το $\frac{4}{12}$)

119. Εκ. Λοιπόν, το ζωγραφίσαμε όλοι, ναι; Μετρώ εγώ για σιγουριά, θέλω κι εσείς να τα μετρήσετε ότι είναι 12 τα κομμάτια σας, ότι δεν έχω κάνει κάποιο λάθος. Ωραία.(16.78)

5.4.3 Δεύτερη διδασκαλία-Ανάλυση διδακτικών πρακτικών από τη διδασκαλία της Ευγενίας

2 ^η Παρατήρηση και ηχογράφηση διδασκαλίας	26/2/2020 Κεφ. 22. Συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων Πρώτο και δεύτερο δίωρο: Εργασία στον πίνακα και στη συνέχεια στο ΒΜ, άσκηση διερεύνησης Τα παιδιά εργάστηκαν σε ομάδες με φύλλο εργασίας	1 ^ο διδακτικό δίωρο Προβολή και επεξεργασία έρευνας του ΥΠΑΙΘ στον πίνακα 2 ^ο διδακτικό δίωρο Επεξεργασία στον πίνακα και προβολή σχολικού βιβλίου
--	--	---

Σχ. 7: Ημερομηνίες παρατήρησης και ηχογράφησης της δεύτερης διδασκαλίας της Ευγενίας

Από την δεύτερη διδασκαλία επιλέγονται να σχολιαστούν διδακτικά αποσπάσματα με τα χαρακτηριστικά που έχουν περιγραφεί.

Η εκπαιδευτικός με αφορμή την εισαγωγή στη θεματική ενότητα: «Στοχαστικά Μαθηματικά με Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα: Στατιστική – Πιθανότητες», πριν ξεκινήσει το κεφάλαιο 22, εισάγει για ένα δίωρο τους μαθητές στις έννοιες της ερευνητικής διαδικασίας προβάλλοντας στον πίνακα μία Πανελλήνια έρευνα για την Ενδοσχολική Βία και τον Εκφοβισμό στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση του Υπουργείου Παιδείας (<https://www.minedu.gov.gr/news/18569-08-03-16-ti-deixnoun-ta-stoixeia-erevna-gia-ton-sxoliko-ekfovismo>, 2016). Τα παιδιά βρίσκουν ενδιαφέρον το θέμα για το σχολικό εκφοβισμό και την ερευνητική διαδικασία και το επόμενο δίωρο που ακολουθεί κατασκευάζουν τη δική τους έρευνα.

Με οδηγό την επεξεργασία της προηγούμενης δραστηριότητας οι μαθητές στο επόμενο δίωρο επεξεργάζονται τις έννοιες του κεφαλαίου και ετοιμάζουν τη δική τους έρευνα. Η εκπαιδευτικός καταγράφει στον πίνακα ερωτήσεις/θέματα που τους ενδιαφέρουν να ερευνήσουν. Καταγράφονται δέκα ερωτήματα από μαθητές ενώ προτείνεται και μία ερώτηση από την εκπαιδευτικό. Επεξεργάζονται τη δραστηριότητα διερεύνησης (Κεφ. 22. Συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων) και στη συνέχεια οι μαθητές χωρίζονται μόνοι τους σε ομάδες, επιλέγουν την ερώτηση που τους ενδιαφέρει και κάνουν την έρευνά τους στους υπόλοιπους συμμαθητές της τάξης. Ομαδοποιούν τις απαντήσεις σε φύλλο εργασίας που μοιράζει η εκπαιδευτικός ένα σε κάθε ομάδα και στο τέλος παρουσιάζουν τα αποτελέσματα μέσα στην τάξη. Η παρουσίαση λόγω έλλειψης χρόνου γίνεται βιαστικά χωρίς ουσιαστική συζήτηση και αξιολόγηση των ευρημάτων. Η διαδικασία θα ολοκληρωνόταν την επομένη με τις ομάδες που δεν πρόλαβαν να παρουσιάσουν.

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Η εκπαιδευτικός επεξεργάζεται τις μαθηματικές έννοιες βασιζόμενη σε ένα αρχικό μεθοδολογικό σχεδιασμό, χωρίς όμως να τον επιβάλλει. Η διδασκαλία διαμορφώνεται σε μεγάλο μέρος από τις συνεισφορές των μαθητών, με την εκπαιδευτικό να διατηρεί ανοιχτή διαπραγματευτική στάση και προσέγγιση, διαμορφώνοντας ένα δημοκρατικό περιβάλλον όπου όλοι μαζί συνδιαμορφώνουν τις μαθηματικές ιδέες του διδακτικού αντικειμένου.

1^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Η εκπαιδευτικός και οι μαθητές κατασκευάζουν τις ερωτήσεις τις οποίες η ίδια γράφει στον πίνακα. Στις περισσότερες περιπτώσεις αλληλεπιδρά μαζί τους ως συνερευνητής ενώ διατηρεί το ρόλο του

συντονιστή και υποστηρίζει με βοηθητικές ερωτήσεις την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τους ίδιους τους μαθητές. Στο συγκεκριμένο απόσπασμα παρακολουθεί τη σκέψη του μαθητή με στόχο να κατανοήσει το σκεπτικό του. Επιτρέπει στο μαθητή να ολοκληρώνει ο ίδιος τη σκέψη του. Αντιμετωπίζει με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών καλλιεργώντας κουλτούρα σεβασμού των απόψεων. Επεξεργάζεται τις απαντήσεις μαζί του ή τον ενθαρρύνει να δώσει περισσότερες πληροφορίες, εξηγήσεις ή αιτιολογήσεις ενώ τους παρακινεί να προβληματιστούν και να δοκιμάσουν τις εικασίες τους. Συνδέει την εμπειρία και τα ενδιαφέροντα των μαθητών με την επεξεργασία των εννοιών ενισχύοντας τον προσωπικό τρόπο οικοδόμησης των εννοιών και την αίσθηση της προσωπικής δημιουργίας από το μαθητή (μαθηματική ενδυνάμωση). Ενθαρρύνει διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης δίνοντας το μήνυμα στους μαθητές της δυναμικής κατασκευής της μαθηματικής γνώσης από τους ίδιους τους μαθητές.

1. Εκ. πάρα πολύ ωραία, εσείς μου είπατε τόσα πράγματα και μου είπατε ότι μια έρευνα μπορούν να την κάνουν γονείς, δάσκαλοι, το Υπουργείο Παιδείας, παιδιά, το είχατε βάλει και πρώτο-πρώτο.....Λοιπόν, μία έρευνα είπατε ότι μπορούν να την κάνουν και τα παιδιά. Τέλεια. Εσείς είστε παιδιά, λοιπόν. Εσείς θα μπορούσατε να κάνετε μία έρευνα και να μάθετε διάφορα πράγματα που θέλετε. Θα μπορούσατε να μου πείτε μερικά θέματα που θα σας ενδιέφεραν; Δηλαδή, αν αυτή τη στιγμή, σας έλεγα εγώ κάντε, βρε παιδιά, την έρευνα που θέλετε, τι θα θέλατε να ρωτήσετε και να μάθετε; Μκ13.

[...]

2. Μκ13. Να πω ερωτήσεις;
3. Εκ. Ναι, να πεις ερωτήσεις, τι θα ήθελες να μάθεις;
4. Μκ13. Βασικά, θέλω να ρωτήσω κάτι. Είναι λες κι έρχομαι πρώτη φορά και δεν τα ξέρω τα παιδιά ή...
5. Εκ και τα δύο. Βάλε στο μυαλό σου αν θέλεις να είναι η πρώτη φορά και ότι δεν τα ξέρεις τα παιδιά ή ...
6. Μκ13. Άμα ερχόμουν πρώτη φορά θα έδινε ερωτηματολόγιο που θα έλεγε και, «από πού είναι». Επειδή συνήθως τα παιδιά είναι από άλλη καταγωγή, αυτά θα ρωτούσα.
7. Εκ. Οκέυ. Από πού είναι, από ποια χώρα εννοείς; *(Η εκπαιδευτικός γράφει στον πίνακα τις ερωτήσεις των παιδιών)* Από ποια χώρα κατάγεσαι; *(γράφει την 1^η ερώτηση)*. (5.92)

[...] σε άλλο σημείο:

15. Εκ. Ωραία. Άλλος τι θα ήθελε να ρωτήσει αν έδινε αυτή τη στιγμή ένα ερωτηματολόγιο στους συμμαθητές του; Έλα, Μκ2.
16. Μκ2. Εγώ θέλω να ρωτήσω πρώτα άμα κάνει μπούλινγκ σε όλη την τάξη.
17. Εκ. Δεν ξέρω. Άμα θέλεις να το ψάξουμε με ένα ερωτηματολόγιο. Για πες μία ερώτηση που θα έκανες;
18. Μκ2. Άμα έχει βρεθεί αυτός θύμα του μπούλινγκ.
19. Εκ. Άρα έχεις πέσεις θύμα, θα πούμε εκφοβισμού, εντάξει; Θα το βάλουμε στα ελληνικά, εκφοβισμού; *(Γράφει την 2η ερώτηση στον πίνακα)* ωραία, για να μαζέψουμε θέματα.....(10.91)

[...] επίσης:

64. Εκ. Θέλεις να κάνεις ερώτηση, Μα12; (19.08)
65. Μα12. Θα μπορούσαμε να κάνουμε μία ερώτηση, πόσο κοινωνικός νιώθεις με βαθμολογία από το 0 μέχρι το 100

66. Εκ. Ορίστε και λίκερτ κλίμακα σε λίγο θα μου βγάλουν. Πόσο κοινωνικός νιώθεις, πώς το είπες, Μα12; με κλίμακα είπες; (γράφει την 6^η ερώτηση)
67. Μα12. Ναι, με κλίμακα, είναι πιο ωραίο, από το 0 ως το 100.

2^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Αλληλεπιδρά ως συνερευνητής ενώ διατηρεί το ρόλο του συντονιστή και υποστηρίζει με βοηθητικές ερωτήσεις την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τους ίδιους τους μαθητές. Προσανατολίζεται στη σκέψη του μαθητή. Του επιτρέπει να ολοκληρώνει ο ίδιος τη σκέψη του. Ακούει με στόχο να κατανοήσει πώς σχηματίζεται το σκεπτικό του και διαπραγματεύεται μαζί του την κατασκευή της «ερώτησης». Αντιμετωπίζει το μαθητή ως πηγή γνώσης, τον παρακινεί να προβληματιστεί και να συνεχίσει την αναζήτηση ώστε να διατυπώσει κατάλληλα την ερώτησή του. Η διδακτική της πρακτική ενθαρρύνει την αυτονομία στη λήψη αποφάσεων δίνοντας το μήνυμα ότι εμπιστεύεται το μαθητή της στην κατασκευή της μαθηματικής γνώσης.

68. Εκ. Μα19;
69. Μα19. Ερώτηση;
70. Εκ. Ερώτηση.
71. Μα19. Άμα έχεις διαφορετικά συναισθήματα για κάποιον άλλον...
72. Εκ. Τι σημαίνει αυτό;
73. Μα19. Δηλαδή, για κάποιον να νιώθεις πιο έντονα, πιο θυμωμένα, πιο λυπημένα
74. Εκ. Πες ξανά την ερώτησή σου;
75. Μα19. Άμα έχεις κάποιο συμμαθητή που νιώθεις διαφορετικά συναισθήματα από κάποιους άλλους
76. Εκ. Υπάρχει περίπτωση να σου πει κάποιος, ναι; Δηλαδή, η ερώτηση είναι, έχεις διαφορετικά συναισθήματα για τους ανθρώπους και τους φίλους σου;
77. Μα19. Για κάποιον άλλον
78. Εκ. Για κάποιον άλλον, (αναφέρει συγκεκριμένα ονόματα μαθητών). Θέλουμε ερωτήσεις που οι απαντήσεις τους να μπορούν να κωδικοποιηθούν, δηλαδή να είναι ναι-όχι, να είναι νούμερα, να μπορούμε να το φτιάξουμε έτσι (όπως το γράφημα της έρευνας που προηγουμένως συζητήσαν), όχι να γράψουμε λογάκια μέσα. Οπότε σκέψου ξανά την ερώτηση και μπορείς να επανέλθεις.
- [...]
79. Εκ. Μα19, αυτό που θυμήθηκες και σταματάμε.
80. Μα19. Νιώθεις διαφορετικά από το γενικό πληθυσμό της τάξης;(23.53)

3^ο Διδακτικό απόσπασμα -Σπάνια

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα η εκπαιδευτικός αξιοποιεί τη συνεργατική πρακτική. Αφιερώθηκε ένα σημαντικό μέρος του διδακτικού χρόνου στην ομαδική εργασία. Η τάξη αυτοοργανώθηκε σε ομάδες άμεσα σε μια συνεργατική επεξεργασία και συλλογική κατασκευή της μαθηματικής γνώσης. Η εκπαιδευτικός με την πρακτική της μεταβιβάζει την ευθύνη της γνώσης στους ίδιους τους μαθητές ενθαρρύνει την αυτονομία και δείχνοντας εμπιστοσύνη στην ομάδα ως προς χρήση των μαθηματικών διαδικασιών και στη συλλογική λήψη αποφάσεων. Ενθαρρύνεται η «μαθηματική ενδυνάμωση ενώ νοηματοδοτείται με δημοκρατικό τρόπο ο μαθηματικός γραμματισμός.

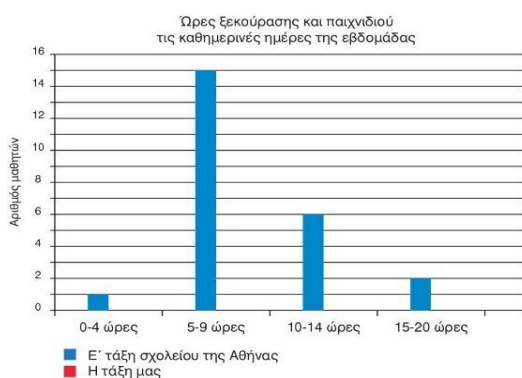
246. Εκ. Ωραία. Τότε εγώ έχω να σας κάνω μία πρόταση. Σε ομάδες που εσείς θα επιλέξετε, δηλαδή, μπορεί να είστε δύο άτομα, μπορεί να είστε τρία άτομα, τέσσερα αλλά δεν μπορεί να είστε 10. Εντάξει; Θα διαλέξετε μία ερώτηση από αυτές εδώ ή όποια άλλη θέλετε εσείς, θα κάνετε έρευνα με τους συμμαθητές σας εδώ μέσα, φυσικά για μπορέσετε να κάνετε την έρευνα θα πρέπει να μιλήσετε, αλλά, Γιώργο μου, φυσικά δεν πρέπει να φωνάζεις, γιατί πώς θα δουλέψει ο διπλανός σου; Για να σας βοηθήσω στην έρευνά σας...(τη διακόπτει)
247. Μα3. Σήμερα;
248. Εκ. Σήμερα. Θα σας μοιράσω αυτά εδώ (φύλλο εργασίας), οπότε ένα παιδί από κάθε ομάδα να 'ρθει να το πάρει. (40.28)
249. Τάξη. Αναστάτωση (Τα παιδιά χωρίζονται μεταξύ τους σε 5 μεικτές ομάδες. Μαζί με τις τρεις μαθήτριες δεν γνωρίζουν ελληνικά συνεργάζονται 2 μαθήτριες Ελληνίδες)
250. Μα11. Κυρία δεν καταλαβαίνω τι πρέπει να κάνουμε;
251. Εκ. Να ρωτήσετε την ομάδα σας. Αυτήν την ερώτηση που θα επιλέξετε πρέπει να την κάνετε σε όλους τους συμμαθητές σας.

2ος άξονας. Διαχείριση διδακτικού αντικειμένου

4ο Διδακτικό απόσπασμα -Κυρίαρχη

Διαχειρίζεται με ευελιξία το σχολικό βιβλίο προσαρμόζει και τροποποιεί τις προτεινόμενες δραστηριότητες του βιβλίου ανάλογα με την μεθοδολογία που έχει σχεδιάσει για τη διδασκαλία, δείχνοντας με την πρακτική της ότι αντιμετωπίζει τα μαθηματικά ως μια δυναμικά εξελισσόμενη κατασκευή, παρά σαν ένα στατικό αντικείμενο και ένα αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης που χαρακτηρίζεται από αυστηρότητα.

3. Αναπαριστάνουμε τα δεδομένα σε διπλό ραβδόγραμμα.



Με κόκκινο χρώμα φτιάχνουμε τις ράβδους του σχολείου μας δίπλα από τις ράβδους του σχολείου της Αθήνας.

- Πόσα παιδιά έλαβαν μέρος σε κάθε έρευνα;
- Τι δείχνει το ύψος των ράβδων;
- Πόσες ώρες για ξεκούραση έχουν τα περισσότερα παιδιά του σχολείου μας τις καθημερινές;



Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των δύο ερευνών.

201. Εκ. ...Και μια φορά συμπληρώσαμε και τον πίνακα αυτόν και πάμε τώρα στο νούμερο 3. Η άλλη Μκ2, για διάβασε τι λέει να κάνουμε στον πίνακα 3
202. Σ. «Αναπαριστάνουμε τα δεδομένα σε διπλό ραβδόγραμμα.»
203. Εκ. Αυτός λέει διπλό ραβδόγραμμα γιατί μετά θα βάλουμε και τα δικά μας αποτελέσματα, αλλά εμείς δεν θα το δουλέψουμε έτσι αυτό, δεν πειράζει, θα δούμε τα δικά του, τι έχει κάνει αυτός, θα διαβάσουμε τον δικό του τον πίνακα.(36.24)

5^ο Διδακτικό απόσπασμα –Κυρίαρχη

Στο απόσπασμα που ακολουθεί ο μαθητής εκφράζει έναν προβληματισμό και μια αμφισβήτηση για την έρευνα του σχολικού βιβλίου. Η εκπαιδευτικός συμμετέχει σε κριτικούς προβληματισμούς με τους μαθητές σχετικά με το περιεχόμενο/μέθοδο της σχολικής γνώσης. Αντιμετωπίζει με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών καλλιεργώντας κουλτούρα σεβασμού των απόψεων. Ενθαρρύνει την ανεξαρτησία της σκέψης. Η πρακτική της δίνει το μήνυμα ότι διαχειρίζεται τα μαθηματικά ως μια δυναμικά εξελισσόμενη κατασκευή μέσα από επιχειρήματα και μέσα από μια δημοκρατική διάσταση της μάθησης. Συνδέει τη δραστηριότητα με τις εμπειρίες μαθητών και τη ζωή τους αξιοποιώντας τα μαθηματικά ως εργαλείο κριτικής στα πλαίσια της «κοινωνικής ενδυνάμωσης».

223. Εκ. Έλα.

224. Μα6. Πώς γίνεται να ξεκουράζονται 4 ώρες την εβδομάδα;

225. Εκ. Τι, σου φαίνεται λίγο;

226. Μα6. Πάρα πολύ (εννοεί, «πάρα πολύ λίγο»).

227. Εκ. Την εβδομάδα.

228. Μα6. Όλη την εβδομάδα;

229. Εκ. διάβασε την ερώτηση.

230. Μα6. (Διαθάζει) «ώρες ξεκούρασης και παιχνιδιού τις καθημερινές ημέρες της εβδομάδας» κάθε μέρα από 4 ώρες;

231. Εκ. εγώ νομίζω ότι είναι συνολικά αλλά δεν ξέρω κιόλας

232. Τάξη. (Αναστάτωση κάνουν παρατηρήσεις σε σχέση με το δικό τους χρόνο ξεκούρασης και συζητούν για τη λογικότητα του δεδομένου)

233. Εκ. Εγώ νομίζω ότι εννοεί συνολικά την εβδομάδα. Πόσες ώρες την εβδομάδα ή πόσες ώρες την ημέρα εσύ ξεκουράζεσαι, Μα19;

234. Μα19. Δεν ξέρω.

[...]

235. Μα12. Δεν μπορούμε να κάνουμε έρευνα για κάθε μέρα;

236. Εκ. Τι να είναι κάθε μέρα (το δεδομένο της έρευνας του βιβλίου);

237. Μα12. 4 ώρες την εβδομάδα είναι υπερβολικό («υπερβολικό»: εννοεί το αντίθετο). 1 ώρα κάθε μέρα;

238. Εκ. Εγώ θεωρώ ότι αυτή η έρευνα, αν θέλετε την προσωπική μου άποψη, μάλλον δεν έχει γίνει στ' αληθινά. Θεωρώ ότι ήταν ένα ερώτημα που το έκαναν για να το γράψουν για το βιβλίο και βάλαν αποτελέσματα από το νου τους και θα σου πω και θεωρώ ότι είναι αυτό. Γιατί αν αυτό ήτανε κάθε μέρα τότε υπερβολικό είναι το νούμερο αυτό. Δηλαδή, συγγνώμη, γίνεται ένας άνθρωπος να ξεκουράζεται 20 ώρες την ημέρα; Άρα είναι υπερβολικό αυτό. Αν όμως είναι κάθε εβδομάδα έστω από Δευτέρα έως Παρασκευή τότε υπερβολικό είναι αυτό (0 - 4 ώρες) κάτι δεν πάει καλά σ' αυτήν την έρευνα. Ή δεν πετύχανε σωστά την ερώτηση ή οι μαθητές μπερδεύτηκαν, δηλαδή δεν καταλάβαν την ερώτηση ή δεν την έκαναν στ' αλήθεια και τη γράψαν έτσι και δεν σκεφτήκανε καλέ τι είναι αυτά που γράφουμε; Αυτή είναι η προσωπική μου άποψη (39.27)

3ος άξονας. Διαχείριση ισότιμης πρόσβασης

6^ο Διδακτικό απόσπασμα-Κυρίαρχη

Στη συγκεκριμένη περίπτωση η εκπαιδευτικός δίνει το λόγο σε μαθητή με διαφορετική καταγωγή τον οποίο ενθαρρύνει και υποστηρίζει τον προσωπικό τρόπο οικοδόμησης του μαθηματικού νοήματος. Διαφοροποιεί τη διδασκαλία ώστε να μπορεί ο μαθητής να παρακολουθεί το μαθηματικό νόημα και να έχει την ικανοποίηση της επιτυχίας στη δραστηριότητα. Ο μαθητής μετράει τα δεδομένα και η εκπαιδευτικός επαναλαμβάνει τοποθετώντας στον πίνακα. Η διδακτική της πρακτική δίνει μηνύματα σεβασμού και ισοτιμίας των συνεισφορών και της συμμετοχής όλων των μαθητών και κυρίως των παιδιών που δυσκολεύονται.

Ώρες ξεκούρασης	Καταμέτρηση με γραμμές	Καταμέτρηση με αριθμό
0-4	I	1
5-9		15
10-14	I	6
15-20	II	2
άλλο		0

174. Εκ.Και τώρα δίπλα Μα21 θα μετράς τις γραμμούλες και θα μου λες νούμερα, εγώ θα βάζω αριθμούς, εντάξει;

[...](ο Μα21 από το θρανίο του μετράει τις γραμμές από που είχε σχεδιάζει προηγουμένως η εκπαιδευτικός στον πίνακα και η εκπαιδευτικός συμπληρώνει τον αριθμό)

175. Εκ. Μα21, για πες λίγο, εδώ πόσα (πόσες γραμμούλες) έβαλα;

176. Μα21. 1.

177. Εκ. 1. Το γράφω εδώ. Εδώ πόσα έβαλα; Πόσα είπαμε ότι είναι αυτό το πακετάκι; Για μέτρα.

178. Μα21. 1, 2, 3, 4

179. Εκ. Κι 1 αυτό (πλάγια γραμμή);

180. Μα21. 5

181. Εκ. Άρα είναι 5, μετά λέγε 5 εδώ, συνέχισε μέτρα

182. Μα21. 10, 20..

183. Εκ. 5+5, 10 και άλλα 5,

184. Μα21. 15

185. Εκ. 15 ωραία. Εδώ στην άλλη κατηγορία, πόσα είναι;

186. Μα21. 6

187. Εκ. Εδώ;

188. Μα21. 2

189. Εκ. 2, εδώ;

190. Μα21. 0

191. Εκ. 0. (34.97)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

7^ο Διδακτικό απόσπασμα - Κυρίαρχη

Μεταβιβάζει την ευθύνη του ελέγχου της διαδικασίας στο μαθητή, τον εξουσιοδοτεί ως φορέα γνώσης ενισχύοντας την αυτοπεποίθηση και τη μαθηματική αυτονομία.

Παράλληλα σε δύο σημεία με την πρακτική της αμφισβητεί το ρόλο αυθεντίας/εξουσίας του εκπαιδευτικού στη διδασκαλία αποδεχόμενη μια ενδεχόμενη λανθασμένη επιλογή και το εκφράζει στους μαθητές της.

- 174. Εκ. Πόσες γραμμούλες βάλουμε στην πρώτη γραμμή;
- 175. Μα17. Κυρία, να ρωτήσω κάτι;
- 176. Εκ. Για ρώτα.
- 177. Μα17. Εδώ έχουμε 14
- 178. Εκ. Εγώ έχω σημειώσει 6. Έχω κάνει λάθος;
- 179. Μα17. Όχι εντάξει
- 180. Εκ. Θα το δούμε μετά μπορεί να έχω κάνει και κανένα λάθος, θα τα μαζέψουμε. (35.31)

[...] Και σε άλλο σημείο:

- 196. Εκ. Θα κάνουμε λίγο και μία πρόσθεση μην έχουμε κάνει κανένα λάθος. Έλα Μκ2, για λέγε πόσο κάνει.
- 197. Μκ2. $1 + 15, 16 + 6, 21, (διορθώνει) 22 + 2, 24$
- 198. Μα3. 24 κυρία.
- 199. Εκ. Ε, είναι όλα τα παιδιά που απάντησαν 24; Για να δεις
- 200. Μκ2. Ναι.
- 201. Εκ. Αν, λοιπόν, είναι 24, είμαστε εντάξει, δεν αφήσαμε κανένα απέξω. Αυτό πρέπει οπωσδήποτε να το κάνουμε για να μην βγάλουμε λάθος αποτελέσματα. Ωραία.(36.00)

5.4.4. Συνολική αποτίμηση διδακτικών πρακτικών και συνδυασμός με την ανάλυση των απαντήσεων της συνέντευξης της Ευγενίας

1ος άξονας. Διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού

Η ατομική αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ίδια και σε κάθε μαθητή/τρια αποτελεί χαρακτηριστική διδακτική πρακτική της Ευγενίας στη διδασκαλία της κατά την επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Συνήθως η μαθηματική επεξεργασία εξελίσσεται με όλη η τάξη, στα πλαίσια μιας καθοδηγούμενης μαθηματικής διερεύνησης ενώ δεν παρατηρείται συλλογική/συνεργατική διαχείριση της μαθηματικών εννοιών.

Ως επί το πλείστο, αντιμετωπίζει με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών καλλιεργώντας κουλτούρα σεβασμού των απόψεων. Πιο συγκεκριμένα, κατά την αλληλεπίδραση με το/τη μαθητή/τρια η ακρόαση της Ευγενίας δεν προσανατολίζεται απλά για να εκτιμήσει τη γνώση που έχουν αποκτήσει οι μαθητές αλλά για να αποκτήσει πρόσβαση στο υποκειμενικό νόημα που οι μαθητές κατασκευάζουν δίνοντας την αίσθηση ότι γνωρίζει τις εκπαιδευτικές ανάγκες κάθε μαθητή της. Επιτρέπει στους μαθητές να ολοκληρώνουν τη σκέψη τους, ενώ συχνά παραφράζει κι ερμηνεύει τις απαντήσεις για να κατανοήσει το σκεπτικό τους. Επεξεργάζεται μαζί τους τις απαντήσεις ενώ συχνά ενθαρρύνει τους μαθητές να μιλούν για τις ιδέες τους, να δίνουν περισσότερες εξηγήσεις/αιτιολογήσεις για τις αυθόρμητες στρατηγικές που αξιοποιούν πρακτικές που ευνοούν την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και της μαθηματικής ενδυνάμωσης.

Χαρακτηριστική πρακτική της είναι να συνδέει τη μαθηματική δραστηριότητα με τις εμπειρίες και τη ζωή των μαθητών, πρακτική που ενθαρρύνει την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης και την ικανότητά τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών της καθημερινότητάς τους, αξιοποιώντας σε σημαντικό βαθμό το μαθηματικό γραμματισμό ως εργαλείο κριτικής των κοινωνικών χρήσεων των μαθηματικών διαδικασία που προωθεί αντίστοιχα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών- μελλοντικών πολιτών.

Έτσι, όταν προκύπτουν από τους μαθητές μη αναμενόμενες/απροσδόκητες συνεισφορές η εκπαιδευτικός σπάνια τις αγνοεί, αντίθετα, επιτρέπει περιθώρια απόκλισης από τους διδακτικούς της σχεδιασμούς ώστε ανάλογα με την ανταπόκριση των μαθητών να αλλάζει την τροχιά του μαθήματός της. Παρόλα αυτά, επιλέγει να ανταποκρίνεται άμεσα στις συνεισφορές των μαθητών με απαντήσεις η ίδια παρά να εξουσιοδοτεί το ρόλο αυτό στους συμμαθητές για αλληλεπίδραση και μαθηματική επικοινωνία αποκλείοντας έτσι ευκαιρίες για συνεργατική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος. Συνήθως, λειτουργούν ως καμπανάκι «συναγερμού» του δικού της ρόλου εξουσίας/αυθεντίας και όχι ως μια δυνατότητα να εξελιχθούν σε μια διαπραγματευτική διαδικασία για την κατασκευή/ανακατασκευή της μαθηματικής γνώσης είτε ατομικά είτε συλλογικά. Στο κρίσιμο σημείο της επικύρωσης της γνώσης χαρακτηριστική πρακτική της είναι να γενικεύει και να επιβεβαιώνει η ίδια τη γνώση ενώ λίγες είναι οι ευκαιρίες που μεταβιβάζει την ευθύνη στους μαθητές για λεκτική διατύπωση, αξιολόγηση, εξαγωγή συμπερασμάτων και αναστοχασμό της γνώσης.

Η διδακτική διαχείριση της αλληλεπίδρασης και της μαθηματικής επικοινωνίας ουσιαστικά, υποδηλώνει μια μοναχική διαδικασία ανάμεσα στο μαθητή και το διδακτικό αντικείμενο ο οποίος προσπαθεί να χτίσει τη σχέση με τις μαθηματικές έννοιες. Μια διαδικασία που περιστρέφεται γύρω από ένα μοντέλο ατομικής κατασκευής της γνώσης την οποία διαμεσολαβεί η εκπαιδευτικός η οποία σχεδιάζει παραδείγματα με στόχο την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Στη δεύτερη διδασκαλία εξελίχθηκαν χαρακτηριστικά μιας περισσότερο ανοιχτής και διαπραγματευτικής προσέγγισης της μαθηματικής δραστηριότητας που έδωσε οπτικές ενός δημοκρατικού περιβάλλοντος συνδιαμόρφωσης της μαθηματικής γνώσης. Σε αρκετές στιγμές οι διδακτικές πρακτικές της εκπαιδευτικού υποδηλώνουν ότι αλληλεπιδρά ως ισότιμο μέλος και διαμεσολαβεί ως συνεργατική στην κατασκευή των εννοιών.

Αυτή η διαφοροποίηση μπορεί να εξηγείται από τη διαφορετικής φύσης θεματολογία του διδακτικού αντικειμένου. Η πρώτη διδασκαλία αφορούσε σε ένα δύσκολο για τους μαθητές αντικείμενο, τη «διαίρεση κλασμάτων», που παραπέμπει περισσότερο σε βήματα και στρατηγικές απομνημόνευσης και λιγότερο σε κατασκευαστική διαδικασία, επομένως και εννοιολογικά δύσκολη στην κατανόηση ενώ η δεύτερη διδασκαλία αφορούσε στη «Συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων» ένα θέμα ευρύτερο που αγγίζει διεπιστημονικές πλευρές της εκπαίδευσης με πιο ανοιχτές μεθοδολογικές προσεγγίσεις άρα και πιο ελκυστικές για το ενδιαφέρον των μαθητών.

Κι ενώ στην τάξη δεν παρατηρήθηκε συνεργατική πρακτική, στη μοναδική συνεργατική δραστηριότητα που εξελίχθηκε στη δεύτερη διδασκαλία, εντυπωσιακό ήταν το γεγονός, ότι η τάξη αυτοοργανώθηκε άμεσα σε ομάδες χωρίς την παρέμβαση της εκπαιδευτικού και εργάστηκε συνεργατικά. Η τάξη ενδεχομένως συνηθίζει, γενικότερα, να εργάζεται με αυτόν τον τρόπο, ίσως όχι τόσο στα μαθηματικά όσο σε άλλα διδακτικά αντικείμενα. Η εκπαιδευτικός έδωσε χρόνο στη εργασία των ομάδων, επέδειξε εμπιστοσύνη στους μαθητές καθώς παρότρυνε την αυτονομία και την ανάληψη της ευθύνης, να επιλέξουν, να διαπραγματευτούν, να ολοκληρώσουν και να παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της

εργασίας τους. Σ' αυτή τη μορφή εργασίας και οι μαθητές με δυσκολίες -ιδιαίτερα οι τρεις μαθήτριες που δεν γνώριζαν ελληνικά- εντάχθηκαν σε ομάδες και συνεργάστηκαν για την οργάνωση και ολοκλήρωση της εργασίας τους. Οι διδακτικές πρακτικές απομακρύνθηκαν από το μοντέλο της δασκαλοκεντρικής προσέγγισης και ατομικής συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού δίνοντας μια ώθηση σε πρακτικές ενεργούς συμμετοχής και συλλογικής δράσης και αυτοδιαχείρισης από την πλευρά των μαθητών.

Στο στάδιο της συνέντευξης η Ευγενία κλήθηκε να σχολιάσει ορισμένες από τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί. Αναφορικά με την ατομική αλληλεπίδραση που υιοθετεί κυρίως η εκπαιδευτικός, υποστηρίζει, ότι έχει δοκιμάσει στο παρελθόν συνεργατικές πρακτικές αλλά θεωρεί ότι,

«Ήταν απίστευτα χρονοβόρο, κουραστικό (4.10) και δεν ήμουν καθόλου σίγουρη ότι υπήρχαν αποτελέσματα, δηλαδή, ότι κατακτήσαν τη γνώση καλύτερα, γρηγορότερα ή περισσότερο [...] Είπα, δεν έχει τόσα αποτελέσματα καλά, όσα φαίνονται στη θεωρία. Όσα ακούγονται.....Όπως είδες ούτε οι 4 ώρες δε φτάσανε. Γιατί δε φτάσανε. Εγώ το συνέχισα το μάθημα και την επόμενη μέρα για να ολοκληρώσουν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων και να κάνουμε μια συνόψιση, να δούμε τι μάθαμε και σε τι καταλήξαμε. Είναι πολύ δύσκολο αυτό» (6.43)

Χωρίς όμως και να τις απορρίπτει,

«Και το κάνω αυτό πότε πότε, δοκιμάζω μεγαλύτερες ή μικρότερες ομάδες μεταξύ τους. Μπορεί του χρόνου να αλλάξω άποψη πάλι» (5.23)

Στην ερώτηση σχετικά με τη διδακτική πρακτική που υιοθετεί να παραφράζει τα λόγια του/της μαθητή/μαθήτριας όταν αλληλεπιδρά μαζί του/της, δίνοντας την αίσθηση της υποκειμενικότητας στην πρόσβαση και στην κατανόηση της σκέψης της ίδιας και του μαθητή,

«Αυτό που κάνω συνειδητά και το καλλιέργησα μετά το ΠΕΣΥΠ, [...] λέω αυτό που μου λένε οι μαθητές με άλλα λόγια, [...] και θέλω να μου πουν οι μαθητές αν εγώ το κατάλαβα σωστά, δηλ. η επικοινωνία μας να έχει όσο το δυνατόν, το μήνυμα να έχει μεταφερθεί σωστά, το κατάλαβα ρε παιδί μου; Εσύ μου 'πες αυτό, εγώ καλά το κατάλαβα; Πιο πολύ είναι στο μου είπες κάτι, εγώ το μήνυμα το πήρα σωστά, [...] είναι στόχος μου, είναι η αγωνία μου, θέλω να σε καταλάβω κι επίσης θέλω να καταλάβεις ότι σε άκουσα και σε κατάλαβα και αν δε σε κατάλαβα διόρθωσέ με» (23.10) (2^ο, 7^ο, 8^ο Δ.Α. 1^η διδασκαλία)

«Ναι, επαναδιατυπώνω πολλές φορές αυτό που μου λένε τα παιδιά, όχι κατανάγκην με τις ίδιες λέξεις, γιατί αν χρησιμοποιήσω ακριβώς αυτό που μου λένε δε δείχνει κατανάγκην ότι το κατάλαβα, αν όμως, (25.07) αλλάξω τις λέξεις και ο μαθητής συμφωνήσει ότι εγώ αυτό είπα, θεωρώ ότι αυτό μου δίνει μία ασφάλεια και σε μένα ότι το κατάλαβα και στο μαθητή ότι το κατάλαβε η δασκάλα, τι ήθελα να πω.» (5^ο, 1^η διδ και 1^ο, 2^ο Δ.Α., 2^η διδ.)

Αναφορικά, με τη διδακτική πρακτική που υιοθετεί να ζητάει από το μαθητή περισσότερες εξηγήσεις και αιτιολογήσεις για την απάντηση που λαμβάνει (1^ο, 2^ο, 7^ο Δ.Α. 1^η διδ. και 1^ο, 2^ο, 5^ο Δ.Α., 2^η διδ.) η εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι υιοθετεί αυτή τη διδακτική πρακτική γιατί θεωρεί ότι λειτουργεί μεταγνωστικά για τον ίδιο το μαθητή και υποστηρικτικά στην εννοιολογική κατανόηση των υπόλοιπων μαθητών,

«...το κάνω συνειδητά και ο λόγος που το κάνω είναι γιατί θέλω ο ίδιος ο μαθητής να καταλάβει τι σκέφτεται και πώς έφτασε εκεί, δηλαδή, έχω δύο πράγματα στο μυαλό μου [...] Το ένα είναι ότι σκέφτομαι πάντα ότι έτσι τους βοηθάω να καλλιεργήσουν τις μεταγνωστικές τους δεξιότητες. Εσύ (ο μαθητής) [...] εάν μπορέσεις να μου αφηγηθείς πώς έφτασες σ' αυτό που μου είπες, εγώ σε έχω φτάσει πολύ κοντά να το κάνεις δικό σου κτήμα, [...] πια θα γίνει συνειδητό από την πλευρά του ..., θα είναι μια

στρατηγική που δε θα είναι υποσυνείδητη ή διαισθητική αλλά πια θα έχει γίνει ρητή θα την ξέρει, θα την έχει σαν εργαλείο στα χέρια του αυτό το παιδί αν καταφέρει να σκεφτεί πώς σκέφτηκε, γι' αυτό πολύ συχνά τους το ζητάω αυτό [...] ή πες μου μίλα μου δυνατά, αυτό που σκέφτεσαι θέλω να το ακούω, μπορεί να μην το 'κανα κείνη τη φορά αλλά το κάνω σαν τακτική, μίλα μου τι σκέφτεσαι την ώρα που λύνεις την άσκηση [...] κι επίσης κάτι που έχω παρατηρήσει είναι ότι πολλές φορές αυτό βοηθάει τους άλλους μαθητές. Λειτουργεί σαν δάσκαλος εκείνος ο μαθητής και υπάρχουν φορές που αν εξηγήσω μια φορά και δυο φορές και βλέπω ότι δεν το καταλαβαίνουν αλλά το κατάλαβε κάποιος. Του λέω, για πες μου εσύ αυτό που κατάλαβες προσπάθησε να το εξηγήσεις τους συμμαθητές σου, δηλ. μου δίνουν ακόμη έναν τρόπο προσέγγισης της γνώσης που μπορεί τα άλλα παιδιά να το καταλάβουν καλύτερα [...] είναι και ηλικιακά πιο κοντά και μπορεί πραγματικά ο συμμαθητής τους να τους βοηθήσει πιο ουσιαστικά από μένα» (29.24)

«ας πούμε ο Μα5 φτάνει στη λύση με έναν άλλο τρόπο από αυτόν που εγώ έχω σκεφτεί, φτάνει στη λύση με έναν άλλο τρόπο δικό του, τον βάζω να το εξηγήσει, ωραία εξήγησέ το στους συμμαθητές σου. Έχω στο νου μου ότι ωραία αυτό βοηθάει το Μα5 αλλά μπορεί να βοηθήσει τα άλλα παιδιά» (30.25)

Αναφορικά με τη διαχείριση των συνεισφορών των μαθητών και το ρόλο που παίζουν στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος η εκπαιδευτικός εξηγεί ότι πολύ συχνά βρίσκεται έξω από το χρόνο και το πλάνο διδακτικού της σχεδιασμού καθώς η ανταπόκριση των μαθητών και τα ζητήματα που θέτουν στην επεξεργασία του μαθήματος αποτελούν δέσμευση για την ίδια στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών,

«Οι συνεισφορές των μαθητών πολύ συχνά μου το κάνουν αυτό (αλλάζουν την τροχιά του μαθήματος) γιατί, νομίζεις είμαι στην 9 ενότητα ακόμα; Απλώς κάποια στιγμή σκέφτομαι ότι πρέπει να μαζευτώ κοιτάω το ρολόι και με πιάνει ένας πανικός. Παρασύρομαι πολλές φορές από τη διαδικασία, το 'χεις καταλάβει, το βιβλίο έχει πάρα πολλά πράγματα» (37.46)

Ως προς τις απροσδόκητες συνεισφορές και την ατομική διαχείριση που υιοθετεί ως διδακτική πρακτική, η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι ορισμένες συνεισφορές των μαθητών αν και σχετικές με το μάθημα, δεν ευνοούν το σχεδιασμό και την επόμενη φάση της διδακτικής επεξεργασίας, οπότε και δεν τις αξιοποιεί ως δυνατότητα περαιτέρω διερεύνησης (4ο Δ.Α. 1η διδ.),

«Ναι μπορεί να το κάνω αυτό, δε θα το πω ότι είναι και σωστό, αλλά έχω την αίσθηση ότι κάποιες φορές περιμένω μέσα από την τάξη να μου δώσουν το κάτι για να το πάω εγώ κάπου αλλού και στα πλαίσια αυτού γίνεται αυτό. Δηλαδή, αν εγώ πάρω το 4 και 0/1 δεν με βοηθάει να κάνω την επόμενη μου ερώτηση, ότι δηλ. αν εγώ έκανα διδασκαλία κλασμάτων, πώς μπορώ να γράψω το κλάσμα αλλιώς αυτό μπορεί και να το προσπερνούσα, αν όμως θέλω να πάω στην πρόσθεση ή στην αφαίρεση ή σε κάτι άλλο δεν μπορώ να διαχειριστώ έτσι όπως μου το δίνει ο Μα5, δεν μπορώ να προσχωρήσω στο επόμενο μου βήμα» (35.00)

Ο χρόνος, επιπλέον, αποτελεί ισχυρό κριτήριο, όπως υποστηρίζει η εκπαιδευτικός και είναι ο λόγος που μπορεί να αγνοεί ή να παρακάμπτει απροσδόκητες συνεισφορές των μαθητών (3^ο, 6^ο Δ.Α. 1^η διδ.),

«Ναι, δεν έκανα σύνδεση του ενάμιση με το 3/40 και η πρώτη μου σκέψη είναι ότι δεν κατάλαβε. Εγώ σταμάτησα έκοψα το ενάμιση και είπα είναι 3/40 και τέλος (30.30) άρα, ούτε αυτού του έδωσα απάντηση, δε βρήκαμε την απάντηση μαζί, ούτε συνδέσα αυτά τα δύο μεταξύ τους. Όμως εάν αυτό το αφήσω να συμβαίνει δε θα τελειώσει ποτέ. Δε θα κάνω ποτέ το μάθημα. Φεύγω σχεδόν σε όλα μου τα μαθήματα εκτός χρόνου [...] κάποια στιγμή λέω οκ. Δεν μπορώ να μείνω παραπάνω (31.40)

«ναι, κάποιες φορές το σταματάω και το κάνω και στα άλλα μαθήματα όταν ξεφεύγει η κουβέντα, [...] μπορεί να το σταματήσω γιατί νιώθω να με εκτροχιάζει πάρα πολύ απ' το στόχο μου» (31.55)

Ως προς τα διαφορετικά χαρακτηριστικά που παρατηρήθηκαν μεταξύ των δύο διδασκαλιών, της πρώτης και δεύτερης διδασκαλίας, η εκπαιδευτικός δίνει της δική της ερμηνεία καθώς, υποστηρίζει ότι αυτό αποτελεί μια συνήθη εικόνα στην τάξη, όχι μόνο στα μαθηματικά και εξαρτάται από ένα συνδυασμό παραγόντων, από την ανταπόκριση των μαθητών, τη θεματολογία κάθε φορά, το δικό της προσωπικό ενδιαφέρον και τον παράγοντα χρόνο, πώς θα εξελιχθεί η κατασκευή του μαθηματικού νοήματος,

«Συμβαίνει σε μένα και όχι μόνο στα μαθηματικά αλλά σε όλα τα μαθήματα. Μπορεί σε κάποια ενότητα να παρασυρθώ εγώ είτε τα παιδιά και μου αρέσει τόσο πολύ αυτό που γίνεται (1.43.05) [...] και σε μια άλλη ενότητα νομίζω ότι σχετίζεται με το θέμα σε συνδυασμό με την ανταπόκριση που έχω από τα παιδιά... γιατί μπορεί αυτό το θέμα να τους ενδιαφέρει. Υπήρξαν θέματα που εγώ είπα, [...] αυτό το θέμα θα τραβήξει και δεν τράβηξε, δεν είχα εγώ σοβαρή ανταπόκριση και υπήρξαν άλλα όπως αυτό που δεν περίμενα να τραβήξει τόσο πολύ η κουβέντα για την έρευνα...αλλά τα παιδιά ενθουσιάστηκαν, άρα έχει να κάνει με το θέμα σαν θέμα αλλά έχει να κάνει με τα παιδιά πώς ανταποκρίνονται και αν αυτό ως διαδικασία μου αρέσει το αφήνω και εξελίσσεται εάν δεν μου αρέσει [...] το μαζεύω.(18.29) γίνεται πιο κλασικό το μάθημά μου»

«Αυτό γίνεται σε όλα μου τα μαθήματα. Στα μαθηματικά, δηλ. [...] μπορεί να σχετίζεται με τη μέρα, σήμερα τα παιδάκια μου δεν έχουν όρεξη» (1.45.01)

«α, και με το πόσο άγχος έχω να τελειώσω» (1.47.21)

2ος άξονας. Διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου

Στη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου η εκπαιδευτικός επεξεργάζεται τις μαθηματικές έννοιες βασιζόμενη σε ένα δικό της αρχικό σχεδιασμό, χωρίς όμως να τον επιβάλλει, κρατώντας μια ανοιχτή στάση σε «προσαρμοστικές» και διαπραγματευτικές προσεγγίσεις π.χ. καταγραφή ιδεών στη διαίρεση κλασμάτων (3^ο, 5^ο Δ.Α 1^{ης} διδ.) και κατασκευή ερωτηματολογίου έρευνας (1^ο Δ.Α. 2^{ης} διδ), δίνοντας το μήνυμα μιας δυναμικής κατασκευής των εννοιών από τους ίδιους τους μαθητές χωρίς να δεσμεύονται απαραίτητα από το σχολικό εγχειρίδιο. Αυτό το αρχικό σχεδιασμό συχνά τροποποιεί κατά τη διδασκαλία ανάλογα με την ανταπόκριση και τις ανάγκες των μαθητών στην κατανόηση της μαθηματικής έννοιας. Αντίστοιχα, διαχειρίζεται με ευελιξία και το σχολικό βιβλίο και το διδακτικό χρόνο χωρίς να δεσμεύεται από τα χρονικά πλαίσια που ορίζονται. Αντικαθιστά, προσαρμόζει ή τροποποιεί τις προτεινόμενες δραστηριότητες του βιβλίου ανάλογα με τα μαθησιακά εμπόδια που προκύπτουν στην πορεία της διδασκαλίας δείχνοντας με την πρακτική της αυτή ότι αντιμετωπίζει τα μαθηματικά ως μια δυναμικά εξελισσόμενη κατασκευή, παρά σαν ένα στατικό αντικείμενο και ένα αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης (από γεγονότα, κανόνες και σύμβολα) για απομνημόνευση και αναπαραγωγή.

Παράλληλα συμμετέχει σε κριτικούς προβληματισμούς που θέτουν οι μαθητές σχετικά με το περιεχόμενο/μέθοδο της σχολικής γνώσης, προσδίδοντας μια δυναμική διαλεκτική οπτική στη διαχείριση του διδακτικού αντικειμένου αλλά και αξιοποιώντας τα μαθηματικά ως εργαλείο κριτικής και ανίχνευσης αντιφατικών καταστάσεων στα πλαίσια της «κοινωνικής ενδυνάμωσης

Ορισμένες φορές και σε αντίθεση από την προηγούμενη πρακτική, εκφράζει πεποιθήσεις για τα μαθηματικά δίνοντας ένα ασαφές μήνυμα στους μαθητές το οποίο ενισχύει την ιδέα για το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών ως μια γνώση απόμακρη, ανεξάρτητη από το υπαρκτό πλαίσιο, μια

δύναμη, που μοιάζει να βρίσκεται πάνω κι από την ίδια την εκπαιδευτικό, πρακτική που δρα διαχωριστικά, δεν διευκολύνει τη συγκρότηση σχέσεων μεταξύ μαθητή και αντικειμένου αλλά και μεταξύ μαθητών της τάξης και επηρεάζει τις εννοιολογικές θεωρήσεις τους.

Στην ερώτηση για την ευελιξία με την οποία διαχειρίζεται το σχολικό βιβλίο η εκπαιδευτικός απάντησε ότι χρησιμοποιεί το βιβλίο ως εργαλείο προσαρμόζοντάς το στις ανάγκες της τάξης,

«Με βοηθάει να προσδιορίσω το στόχο μου, το εγχειρίδιο μου στήνει τους στόχους για να μην βασανίζομαι. Όμως τι έχω διαπιστώσει; Το περιεχόμενο του μαθήματος [...] δε με εκφράζει πολλές φορές, άλλες φορές σκέφτομαι, είναι πολύ δύσκολο, [...] αμφισβητώ λίγο το δρόμο, άλλες φορές το ξεκινάω και να δω λίγο πού θα με πάνε τα παιδιά (44.08) αλλά τον δρόμο τις πιο πολλές φορές τον χαράζω εγώ. Στην ουσία το χρησιμοποιώ ως αναλυτικό πρόγραμμα (44.37). π.χ. το Τετράδιο Εργασιών το βρίσκω πιο πετυχημένο από το Βιβλίο του Μαθητή, [...] Με χαρά μπορώ να τα περικόψω και να κάνουμε μόνο δύο και να μην τα κάνουμε όλα τα άλλα, θεωρώ ότι είναι μια ανούσια επανάληψη, είναι μαζοχιστικό να κάνουμε κάτι που ξέρουν τα παιδιά» (45.04) (8ο, 9ο, 10ο Δ.Α. 1ης διδ. και 1ο, 2ο, 3ο, 4ο, 5ο Δ.Α. 2ης διδ.)

«Έχουμε πολύ ύλη, [...] όπου με παίρνει το κόβω (ύλη βιβλίου)» (50.40),

Σε σχέση με τα άλλα διδακτικά αντικείμενα η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι τα μαθηματικά παρουσιάζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά ενώ τα συσχετίζει με τη σταθερότητα των αντίστοιχων «γραμματικών φαινομένων». Ορισμένες θεματικές τις προσεγγίζει μέσα από μια οπτική «απόλυτης» και «αντικειμενικής» αλήθειας ενώ σε άλλες θεματικές π.χ. στατιστική (2^η διδασκαλία), αναδεικνύεται για την ίδια πιο ξεκάθαρα η έλλειψη ουδετερότητας, τονίζοντας τη διάσταση του υποκειμενικού χαρακτήρα και της κοινωνικής τους χρήσης αντίληψη που επιδρά αντίστοιχα, όπως υποστηρίζει στο πλαίσιο δημοκρατικής συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού,

«Ναι, λιγότερο από τα άλλα ίσως, γιατί τα μαθηματικά εν τέλει θα καταλήξεις σε κάτι απόλυτο ότι 2+2 κάνει 4 ξέρεις, [...] Είπαμε ότι μπορεί να φτάσουμε από διαφορετικούς δρόμους αλλά όλοι θα βρούμε ότι 2+2 κάνει 4 ενώ στα άλλα μαθήματα είναι πιο εύκολο στο δημοκρατικό τρόπο δόμησης της γνώσης, γιατί μπορείς να δεχτείς πιο εύκολα πολλές απόψεις, τις υποκειμενικότητες, [...] στα μαθηματικά, λοιπόν, μπορούμε να πούμε ότι θα πάμε από διαφορετικούς δρόμους αλλά θέλουμε δε θέλουμε όλοι θα καταλήξουμε στο 4» (47.50)

«Η ελευθερία στα μαθηματικά είναι σχετική. Τα μαθηματικά είναι ένα δύσκολο εργαλείο. Αν μου έλεγες, θα επιλέξεις τα μαθηματικά για να δομηθεί η γνώση δημοκρατικά; Θα σου έλεγα, γιατί χάθηκε να μου δώσεις μια ιστορία; [...] Όλη η επιστημονική γνώση (αλλάζει) και τα μαθηματικά μέσα σ' αυτό αλλά θεωρώ ότι είναι από αυτά που αλλάζουν πιο δύσκολα» (49.53)

«Για αυτό νομίζω βγήκε το μάθημά μου (η 2^η διδασκαλία) πιο συμμετοχικό, αλλά δεν είναι έτσι όλα τα μαθηματικά πιστεύω, αν, λοιπόν, ο πολίτης έχει καταλάβει το πώς δομείται η γνώση στα μαθηματικά σε αυτό το πεδίο γιατί σε άλλα πεδία δεν υπάρχει αυτή η ευελιξία π.χ. να μετρήσω το εμβαδό για να αγοράσω πλακάκια [...] όμως, στη στατιστική, πάλι μαθηματικά είναι, μπορώ να πω κάτσε τι ερωτήσεις έβαλες; Πώς τις επεξεργάστηκες; Τι εργαλείο χρησιμοποιήσες για να φτάσεις σε αυτά τα αποτελέσματα και να αμφισβητήσω τα αποτελέσματα της έρευνας γιατί σε πάρα πολλά στάδιά της αντιλαμβάνομαι ότι μπορεί να υπάρχει μία κατεύθυνση εσκεμμένη προς μία πλευρά κι εδώ δεν είναι καθόλου όμως ουδέτεροι οι αριθμοί, αλλά αυτό είναι για τη στατιστική. Για αυτό σου λέω είναι δύσκολο για τα μαθηματικά, ζορίζομαι να το κάνω σε όλα τα μαθήματα των μαθηματικών» (1.29.54)

«εγώ προσεγγίζω τα μαθηματικά πιο απόλυτα σε σχέση με τα άλλα πεδία σα να τα αποσυνδέω από την κοινωνική τους χρήση, εκτός από κει που μου έχουν γίνει πιο ξεκάθαρα π.χ. [...] για τη στατιστική» (1.30.48)

3ος άξονας. Διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης

Χαρακτηριστική διδακτική πρακτική της Ευγενίας είναι η σύνδεση της εμπειρίας κατά την επεξεργασία των εννοιών. Αξιοποιεί τα ενδιαφέροντα των μαθητών και τη συμβολή της άτυπης γνώσης για την κατανόηση εννοιών. Διαφοροποιεί τη διδασκαλία όταν αλληλεπιδρά μαζί τους υποστηρίζοντας τον υποκειμενικό τρόπο οικοδόμησης του μαθηματικού νοήματος, χωρίς να επιμένει στη μαθηματική ορολογία. Λίγες όμως, είναι οι περιπτώσεις, που δημιουργεί δυναμικές ευκαιρίες ανάπτυξης διαλόγου, αλληλεπίδρασης και συνεργασίας μεταξύ των μαθητών πρακτικές που θα έδιναν ώθηση στη συλλογική διαμόρφωση των εννοιών και θα ενθάρρυναν τη δυνατότητα συμμετοχής όλων των παιδιών. Έτσι, ενώ, ενθαρρύνει/επιδιώκει τη συμμετοχή όλων χωρίς το φόβο της απόρριψης, δεν εμπλέκονται όλοι οι μαθητές και οι μαθήτριες της τάξης στην επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας. Για παράδειγμα, οι τρεις μαθήτριες της τάξης που δεν γνωρίζουν ελληνικά, παρακολουθούν την μαθηματική διαδικασία και μόνο στην ομαδική δραστηριότητα συνεργάστηκαν σε ομάδα με άλλες συμμαθήτριες για την οργάνωση και ολοκλήρωση της ερευνητικής εργασίας τους.

Κυρίαρχη πρακτική της εκπαιδευτικού είναι να αλληλεπιδρά, κυρίως με τους μαθητές που προθυμοποιούνται να εμπλακούν διαγράφοντας έτσι άρρητα μηνύματα για τις δυνατότητες συμμετοχής στη δραστηριότητα, προσδιορίζοντας δυνητικά ένα είδος κοινωνικομαθηματικής νόρμας κριτηρίων εμπλοκής στη δραστηριότητα που επηρεάζει τη σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά και επιδρά είτε άμεσα είτε έμμεσα στη συγκρότηση της μαθηματικής ταυτότητας των μαθητών - μελλοντικών πολιτών.

Στην ερώτηση για τους μαθητές που δυσκολεύονται στα μαθηματικά και δε συμμετέχουν στη διαδικασία που εξελίσσεται στην τάξη, ο εκπαιδευτικός, δηλώνει ότι προσπαθεί να βρίσκει ευκαιρίες να υποστηρίξει τους μαθητές στην τάξη και διαφοροποιεί τη διδασκαλία ώστε να παρακολουθούν το μαθηματικό νόημα και να βιώσουν την ικανοποίηση της προσωπικής επιτυχίας στη δραστηριότητα,

«Και στο Μα21 (6^ο Δ.Α. 2^η διδ) και στα άλλα μου τα παιδάκια είναι η ευκαιρία μου ν' ακουστεί, αλλιώς δε θα μιλήσει ποτέ [...] εγώ ξέρω τις δυνατότητές του και ξέρω ότι αυτό μπορεί να μου το απαντήσει, άρα, είναι ευκαιρία να του πω μίλα, ή τον βάζω να μας διαβάζει, γιατί είναι το δυνατό του σημείο» (65.39)

«Οπότε η ευκαιρία μου να ακουστεί ο Μα21 και να φανεί και στα παιδιά ότι μια χαρά στο μάθημα συμμετέχει» (57.26)

Θεωρεί ότι οι διδακτικές πρακτικές που ακολουθούμε οι εκπαιδευτικοί μπορεί να οδηγήσουν σε ενδυνάμωση αλλά και αποδυνάμωση του μαθητή,

«πολύ το έχω στο νου μου αυτό πώς θα τον εκθέσω. Θέλω να μη νιώσουν αυτά τα παιδιά ότι δεν υπάρχουν και τα άλλα τα παιδιά ότι δεν έχουν καμιά δυνατότητα, καμιά ικανότητα, γιατί και ο Μα21 μια χαρά μπορεί και ο ένας μπορεί και ο άλλος μπορεί» (57.56)

Στην ερώτηση γιατί αξιοποιεί το λόγο του μαθητή όταν αλληλεπιδρά μαζί του παρά το λόγο και την μαθηματική ορολογία του βιβλίου, η Ευγενία υποστηρίζει ότι με αυτή τη διδακτική πρακτική επιδιώκει συνειδητά να έχει πρόσβαση στην κατανόηση του μαθητή αλλά και να παρέχει στο μαθητή δυνατότητα πρόσβασης στο δικό της σκεπτικό,

«Γιατί θεωρώ ότι έτσι θα έχω πρόσβαση σε αυτό και ξέρει ο μαθητής αλλά θα έχει (ο μαθητής) πρόσβαση σε αυτό που εγώ προσπαθώ να πω, δηλ. εγώ πραγματικά θέλω να παίρνω αυτό που μου δίνουν τα παιδιά...» (54.12) (7^ο, 8ο Δ.Α. 1^η διδ.)

Ως προς την αξιοποίηση βιωματικών καταστάσεων των μαθητών στην επεξεργασία των εννοιών η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι στόχος της είναι να νοηματοδοτείται η μαθηματική έννοια,

«αγωνία μου είναι να αποκτήσουν νόημα τα μαθηματικά για τα παιδιά. Πολύ συχνά δέχομαι την ερώτηση αυτή, γιατί το μαθαίνουμε κυρία; Π.χ. τη διαίρεση κλασμάτων πού θα τη χρησιμοποιήσω και συ με βασανίζεις με τη διαίρεση κλασμάτων; [...] Θα 'θελα πάρα πολύ να τους πείσω και να τους κινητοποιήσω. Γι' αυτό όπου νομίζω ότι μπορεί να κολλήσει η εμπειρία τους άρα να αποκτήσει κι ένα νόημα για αυτούς η μάθηση την αξιοποιώ. Δεν τα καταφέρνω πάντα(1.21.89) [...] γενικά μια χρησιμότητα την ψάχνω»(1.23.00)

Σχετικά με συνεργατικές πρακτικές οι οποίες δεν παρατηρήθηκαν στη διδασκαλία της εκτός από μία δραστηριότητα, οι οποίες θα ενδυνάμωναν δυνητικά τους μαθητές και θα προωθούσαν την εμπιστοσύνη, τη αυτοπεποίθησή τους την αυτονομία τους και την κοινωνική τους ενδυνάμωση στην ομάδα της τάξης, η εκπαιδευτικός θεωρεί ότι για να είναι αποτελεσματική εκπαιδευτικά και συναισθηματικά η συνεργατική διαδικασία μάθησης με την προοπτική της ισότιμης συμμετοχής, όταν γίνεται μέσα από τη αυτοοργάνωση των ίδιων των μαθητών σε ομάδες εκεί που οι μαθητές νιώθουν ότι μπορούν να συνεισφέρουν με τις δικές τους δυνάμεις.

«στις ομάδες όταν οι διαφορές είναι μεγάλες δεν βλέπω να ενδυναμώνεται ο αδύνατος μαθητής, [...] έτσι σκέφτηκα, μήπως όταν είσαι με άλλα άτομα που είναι σαν εσένα μήπως τουλάχιστον το ψυχολογικό κομμάτι είναι καλύτερο [...] Αυτά τα παιδιά θα προχωρήσουν με τη βοήθεια που τους παρέχει ο υποστηρικτής δάσκαλος» (1.13.27)

«επιτρέπω τη συνεργασία ανάμεσα στους δύο, ας είναι μικρές ομάδες (1.13.32) [...] παίρνω εργασία που μπορεί να υπολείπεται σε σχέση με των άλλων μαθητών ε, και; Παίρνω εγώ εργασία; Δουλεύουν και οι δυο μαζί; Γιατί καμιά δε νιώθει ότι υστερεί»

«ενδυναμώνονται στην ομαδική τους εργασία (1.14.11) π.χ. στην ομαδική, νομίζω ότι ενδυναμώνεται πάρα πολύ το παιδί και συμμετέχουν ισότιμα, όπως τα άλλα μέλη της ομάδας του, όχι απλώς συμμετέχει, όταν εργάζεται έτσι. Στην ομαδική εργασία καταρχάς δεν ολοκληρώσανε την άσκηση. Είχανε φτάσει σε ένα σημείο κάτι είχανε αφήσει απέξω [...] Δουλέψανε; Δουλέψαν. Καταλάβανε; Όχι, όσα η Μκ2 π.χ., όμως καταλάβανε την έρευνα, ότι ρωτάμε, ότι καταγράφουμε τις απαντήσεις τους, ότι κάνουμε το ιστόγραμμα. [...] τη λογική την κατάλαβαν; Την κατάλαβαν» (1.15.09)

Ως προς τις δυνατότητες των μαθητών σε σχέση με τα μαθηματικά η εκπαιδευτικός εκφράζει την αγωνία για τους μαθητές που δυσκολεύονται θεωρώντας ότι οι δυνατότητες για κάποιους είναι περιορισμένες και ο χρόνος και η παιδαγωγική ελευθερία είναι καθοριστικά στην προσέγγιση της γνώσης,

«Δεν θα καταλάβουν όλα τα παιδιά αυτό που θέλεις να καταλάβουν γιατί μέχρι εκεί είναι οι δυνατότητές τους ή γιατί έχει τόσα πολλά κενά αυτό το παιδί που δε θα το φτάσει» (1.04.56)

«θα μου πεις αφήνεις πίσω αυτά τα παιδιά που δυσκολεύονται; Μετά λύπης μου θα το πω, ναι κάποιες φορές τ' αφήνεις πίσω, ίσως το καταλάβει παρακάτω, ίσως αυτό που τους λέω ελάτε στο διάλειμμα αν δεν το καταλάβετε να το δούμε, γιατί ποτέ δε λέω σε ένα παιδί δεν θα σου εξηγήσω, στο θέμα του χρόνου έγκειται [...] δεν θα έπρεπε να ακολουθώ το διδακτικό εγχειρίδιο αλλά να έχω μια πιο ελεύθερη προσέγγιση των μαθημάτων» (1.05.57)

4ος άξονας. Σχέσεις εξουσίας

Στην τάξη της Ευγενίας οι ρόλοι εκπαιδευτικού – μαθητή είναι διακριτοί και αυτό αντανακλάται στις πρακτικές της, κυρίως, στην πρώτη διδασκαλία. Οι πρωτοβουλίες των μαθητών αντιμετωπίζονται ως προσωπικό μαθησιακό εμπόδιο του μαθητή και διαχειρίζονται με συγκεντρωτικό και άμεσο τρόπο σε μια εξατομικευμένη αλληλεπίδραση. Σπάνια δίνει τη δυνατότητα να επαληθεύσουν τις υποθέσεις τους και να οδηγηθούν σε γενικεύσεις και συμπεράσματα, να αναλάβουν ρόλους ενεργητικής μάθησης για τον εαυτό τους και τη συγκρότηση του μαθηματικού γραμματισμού ως κοινωνική δραστηριότητα και συλλογική ευθύνη καθώς, σπάνια εκχωρεί τη δυνατότητα για ομαδική αλληλεπίδραση στην ανάπτυξη των μαθηματικών ιδεών. Οι πρακτικές αντανακλούν ιεραρχικές σχέσεις που γέρνουν περισσότερο στην εξουσία της εκπαιδευτικού και λιγότερο στην ανάπτυξη ενός δημοκρατικού πλαισίου μαθηματικού γραμματισμού, επομένως και λιγότερο χειραφετητικό ως προς την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών.

Σε αντίθεση με την πρώτη διδασκαλία, στη δεύτερη, οι ρόλοι εκπαιδευτικού – μαθητών είναι μεν διακριτοί αλλά σε πολλές περιπτώσεις, εκπαιδευτικός και μαθητές διερευνούν το μαθηματικό νόημα ως συνεργυνητές. Στις διδακτικές πρακτικές διαφαίνεται ο ρόλος του συντονιστή καθώς υποστηρίζει με βοηθητικές ερωτήσεις την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τους ίδιους τους μαθητές. Υποδηλώνεται έτσι ένα πλαίσιο δημοκρατικής σύγκλισης και συλλογικής συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού.

Παρόλα αυτά σε λίγες περιπτώσεις επισημαίνονται πρακτικές που υποδηλώνουν εμπιστοσύνη στους μαθητές ως προς τη χρήση των μαθηματικών και τη λήψη αποφάσεων καθώς σπάνια μεταβιβάζει την ευθύνη της διαπραγμάτευσης και της μαθηματικής επικοινωνίας στην ομάδα της τάξης για συλλογική και συνεργατική κατασκευή του νοήματος, πρακτική που θα προωθούσε την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις, την ανεξαρτησία της σκέψης και τη μαθηματική ενδυνάμωση.

Η διαφωνία και αμφισβήτηση στην τάξη είναι καλοδεχούμενες και δεν αγνοούνται αλλά διαχειρίζονται άμεσα από την εκπαιδευτικό με το μαθητή που τη θέτει και δεν αποτελούν ευκαιρία για συλλογική κριτική διαπραγμάτευση.

Είναι δεκτική στην αμφισβήτηση του ρόλου εξουσίας κατά τη διδασκαλία αποδεχόμενη την πιθανότητα μιας ακατάλληλης ή μη ενδεδειγμένης επιλογής κάνοντας την αυτοκριτική της και εκφράζοντάς το στους μαθητές της. Ως προς την αμφισβήτηση του ρόλου που παρατηρήθηκε σε αρκετά σημεία της διδασκαλίας η εκπαιδευτικός υποστηρίζει ότι αποτελεί χαρακτηριστική διδακτική πρακτική της και στάση,

«Πώς μπορώ να μην το κάνω όταν μετά από τόσα χρόνια διδασκαλίας έχω πάρα πολλές φορές πει λάθη, δεν γνωρίζω να απαντήσω, δηλ. δε γίνεται να είμαι απόλυτη, θα πρέπει να εθελουφλώ [...] και ξέρω ότι ανά πάσα στιγμή μπορεί να έχει δίκιο ο μαθητής μου κι όχι εγώ και το εννοώ και σε όλα τα αντικείμενα κι όχι μόνο στα μαθηματικά. [...] σκέφτομαι ότι όντως μπορεί να κάνω λάθος και δεν είναι μια τακτική, π.χ. όντως μπορεί να μέτρησαν τα παιδιά καλύτερα από μένα» (11^ο Δ.Α. 1^η διδ και 7^ο ΔΑ 2^η διδ) (1.37.16)

«Αυτό λειτουργεί σε δύο επίπεδα πιστεύω, το ένα ότι δεν θεωρώ ότι είμαι αυθεντία γιατί πραγματικά τα παιδιά ξέρουν πάρα πολλά πράγματα τα οποία δεν τα γνωρίζω [...] λέω τι να κάνουμε όλοι λάθη κάνουμε, κανένας δεν είναι αλάθητος [...] αν αυτό σημαίνει ότι παραχωρώ ένα κομμάτι της εξουσίας μου, αυτό γίνεται υποσυνείδητα» (1.39.02)

«Εγώ θεωρώ ότι μια χαρά τα παιδιά έχουν την εικόνα ότι ο δάσκαλος δεν είναι αυθεντία [...] αλλά δεν μπορούν να το εκφράσουν στο δάσκαλο. Εκεί είναι η διαφορά μου εμένα ναι μπορείς να το πεις ότι έχω κάνει λάθος και μπορώ να το δεχτώ κιόλας» (1.40.02)

Συνοψίζοντας, οι διδακτικές πρακτικές που επισημάνθηκαν στη διδασκαλία της Ευγενίας αποτυπώνουν μία ευρεία κλίμακα χαρακτηριστικών που εντάσσονται κυρίως στον ερμηνευτικό/επεξηγηματικό (interpretive) προσανατολισμό ακρόασης με στοιχεία που εντοπίζονται τόσο στον αξιολογητικό (evaluative) όσο και στον ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό (hermeneutic) προσανατολισμό. Χαρακτηριστικές διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας αποτελούν η σκόπιμη και ενεργή προσπάθειά της να προσεγγίσει το σκεπτικό των μαθητών της ακολουθώντας την προσωπική πορεία κατανόησης του κάθε μαθητή της. Αντιμετωπίζει στις περισσότερες περιπτώσεις με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών καλλιεργώντας κουλτούρα σεβασμού των απόψεων είτε επιτρέποντας στους μαθητές να ολοκληρώνουν τη σκέψη τους ή ενθαρρύνοντάς τους να δώσουν περισσότερες εξηγήσεις/αιτιολογήσεις.

Σε αρκετά σημεία όμως της διδασκαλίας της διατηρεί ορισμένα από τα χαρακτηριστικά του αξιολογητικού (evaluative) προσανατολισμού ακρόασης που σχετίζονται κυρίως με την ατομική διεπίδραση με τον/την μαθητή μαθήτριά, με την αξιολόγηση/λογικότητα των συνεισφορών των μαθητών από την ίδια, την επανάληψη εξηγήσεων και την επικύρωση/αναστοχασμό της γνώσης.

Στη δεύτερη διδασκαλία της Ευγενίας, αναγνωρίζονται στοιχεία του τρίτου προσανατολισμού ακρόασης (hermeneutic). Στα συγκεκριμένα αποσπάσματα αναπτύσσεται μια πιο δυναμική και αμφίδρομη αλληλεπίδραση ανάμεσα στη Ευγενία και τους μαθητές και στην ομαδική δραστηριότητα ανάμεσα σε μαθητές, ενθαρρύνοντας τη δημοκρατική μορφή συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού μέσα από τη διαπραγματευτική διαδικασία στη κατασκευή του νοήματος και τη συνεργατική πρακτική μεταξύ των μαθητών. Σε αυτή την περίπτωση οι ρόλοι εκπαιδευτικού - μαθητών συμπλέκονται σε ένα πλαίσιο ισότιμων αυτόνομων συνεργειών, σε μια διαδικασία κατανόησης και κατασκευής της γνώσης. Έτσι, στη μοναδική συνεργατική δραστηριότητα που εξελίχθηκε στη δεύτερη διδασκαλία, η τάξη αυτοργανώθηκε άμεσα σε ομάδες χωρίς την παρέμβαση της εκπαιδευτικού και εργάστηκε συνεργατικά και αυτόνομα δίνοντας μια ώθηση σε πρακτικές ενεργούς συμμετοχής, συλλογικής δράσης και αυτοδιαχείρισης από την πλευρά των μαθητών. Επιπλέον, η προθυμία που εκφράζεται στις διδακτικές της πρακτικές να διερευνηθεί (5^ο, 9^ο Δ.Α. 1^{ης} διδ και 1^ο 5^ο, 7^ο Δ.Α. 2^{ης} διδ), ό,τι θεωρείται ή δίνεται ως δεδομένο στο μαθηματικό γραμματισμό αντικατοπτρίζουν μία διάθεση να αποδομηθούν αντιλήψεις και προκαταλήψεις που πλαισιώνουν την τάξη των μαθηματικών χαρακτηριστικό της ερμηνευτικής/μετασχηματιστικής (hermeneutic) ακρόασης.

Στη συνέχεια, οι διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας που εντοπίστηκαν από την ανάλυση των δεδομένων αποτυπώνονται συγκεντρωτικά σε ένα συστημικό δίκτυο που δημιουργήθηκε με βάση τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης Davis (1997) και τους δύο παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002) ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#))

Κεφάλαιο 6ο Συζήτηση –Συμπεράσματα

Σ' αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα κυριότερα ευρήματα της έρευνας ανά ερευνητικό ερώτημα, συγκριτικά και συνθετικά για τους συμμετέχοντες εκπαιδευτικούς. Γίνεται σύγκριση με τα ευρήματα προηγούμενων ερευνών που παρουσιάστηκαν στο βιβλιογραφικό μέρος της μελέτης ενώ ολοκληρώνεται με τη διατύπωση των συμπερασμάτων.

6.1 Συζήτηση

Στην παρούσα εμπειρική μελέτη μέσα από το θεωρητικό φακό του κριτικού μαθηματικού γραμματισμού επιχειρήθηκε να ανιχνευτούν οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στην Ε και Στ τάξη των μαθηματικών και να σκιαγραφηθούν πτυχές του μαθηματικού γραμματισμού ως ένα δυναμικό συγκροτητικό πλαίσιο του μαθηματικά εγγράμματου μαθητή κι «εν δυνάμει» μελλοντικού πολίτη.

Υιοθετείται η θέση που υποστηρίζει ότι ο μαθηματικός γραμματισμός υπερβαίνει τις οικονομικές αναγκαιότητες με την κυρίαρχη αντίληψη και αποτελεί κρίσιμο αναλυτικό εργαλείο ως «γνώση για απελευθέρωση από την καταπίεση» (Gutstein, 2006) στην προώθηση της δημοκρατίας, της ισότητας και της κοινωνικής δικαιοσύνης (Chao & Marlowe, 2019· Moses & Cobb, 2001· Skovsmose & Valero, 2005). Με άλλα λόγια, στην τάξη στην οποία τα μαθηματικά δεν παραμένουν «σιωπηρά» (Gutstein & Peterson, 2005) ως απλοί ποσοτικοί δείκτες και πηγή ισχύος, αλλά αξιοποιούνται ως αναλυτικό εργαλείο κριτικής διερεύνησης, των κοινωνικών συμφραζομένων και των αντιφατικών συναφειών που διέπουν το σύγχρονο κοινωνικο-οικονομικό σύστημα, οι μαθητές βελτιώνουν τις δεξιότητές τους στη λήψη αποφάσεων και αναπτύσσουν ικανότητες επίλυσης προβλημάτων και κρίσιμες δημοκρατικές πρακτικές ενώ προετοιμάζονται να είναι κριτικοί συμμετοχοί σε μια δημοκρατική κοινωνία.

Οι σύγχρονοι ερευνητές της μαθηματικής εκπαίδευσης (Ernest 2010· Valero 2006· Skovsmose, Vithal, 1999, 2000· Christiansen, 2007· Almeida, 2010· Gutstein, 2013), στο πλαίσιο των κοινωνικοπολιτικών και κοινωνικοπολιτισμικών προσεγγίσεων ισχυρίζονται ότι για τη δημοκρατική συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών αποτελεί κομβικής σημασίας ζήτημα ο σεβασμός της σκέψης και των ιδεών των μαθητών ως πηγή γνώσης, η συλλογική διαπραγμάτευση και συνδιαμόρφωση των μαθηματικών νοημάτων, η ισότιμη και καθολική εκπαιδευτική πρόσβαση, οι πρακτικές που ενισχύουν τον ουσιαστικό έλεγχο της μαθησιακής διαδικασίας και την εμπιστοσύνη στις δυνάμεις των μαθητών για την κατασκευή της γνώσης και τους καθιστούν επιστημολογικά χειραφετημένους φορείς ως μελλοντικούς κριτικούς πολίτες.

Για τη μελέτη των διδακτικών πρακτικών αξιοποιήθηκαν οι προσανατολισμοί ακρόασης που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί να ανταποκρίνονται στις συνεισφορές των μαθητών και τους τρόπους αξιοποίησής τους κατά την επεξεργασία του μαθηματικού έργου σε συνδυασμό με τη μεταβίβαση των σχέσεων εξουσίας, με την εκχώρηση ρόλων στις/στους μαθήτριες/μαθητές ως ουσιαστική πρακτική σεβασμού και αναγνώρισης της πολλαπλότητας των τρόπων σκέψης των μαθητών στην κατασκευή της γνώσης καθώς και σε συνδυασμό με τη μετατόπιση από τις ατομικές, ανταγωνιστικές εργασίες προς την κατεύθυνση συλλογικής κατασκευής της γνώσης στο πλαίσιο ερμηνείας της επιστημολογικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης.

Οι διδακτικές πρακτικές μελετήθηκαν μέσα από τέσσερις άξονες. Τη διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού, τη διαχείριση του διδακτικού αντικείμενου των μαθηματικών, τη διαχείριση ισότιμης πρόσβασης και το βαθμό μεταβίβασης των σχέσεων εξουσίας στους μαθητές ώστε

να αναλαμβάνουν ρόλους στη μαθηματική επικοινωνία και αλληλεπίδραση και πώς αυτές οι πρακτικές προάγουν ένα δημοκρατικό και ενδυναμωτικό πλαίσιο συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών στην τάξη (μικροπλαίσιο) σε συσχέτιση με το κοινωνικό μακροπλαίσιο (επιστημολογική χειραφέτηση). Αναλύθηκαν με βασικό μοντέλο τους τρεις προσανατολισμούς ακρόασης των εκπαιδευτικών, όπως τους περιγράφει ο Davis (1997) και τις σχέσεις εξουσίας που αντλήθηκαν από τις μελέτες για την επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση των Ernest (2002) και των Belenky et al. (1997) και στη συνέχεια κατασκευάστηκαν τα συστημικά δίκτυα των διδακτικών πρακτικών για κάθε εκπαιδευτικό ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ](#)).

Ακολουθεί, με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε, η παρουσίαση και η συζήτηση των αποτελεσμάτων της εμπειρικής μελέτης στη λογική της δομής της παρούσας ποιοτικής έρευνας και των ερευνητικών ερωτημάτων που τέθηκαν.

Προσανατολισμός ακρόασης των εκπαιδευτικών (Ερευνητικό Ερώτημα 1)

Από την ανάλυση των δεδομένων – της παρατήρησης, των διδακτικών αποσπασμάτων και της συνέντευξης- των τεσσάρων εκπαιδευτικών του δείγματός μας με βάση τον προσανατολισμό ακρόασης, προκύπτει ότι οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν στην τάξη των μαθηματικών, οι τρεις από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς, ο Γιώργος, η Σοφία και ο Σωτήρης κατά κύριο λόγο συγκεντρώνουν τα χαρακτηριστικά του αξιολογητικού (evaluative) προσανατολισμού, σύμφωνα με τον οποίο κυριαρχεί η ακρόαση για έλεγχο της γνώσης, μιας μορφής «επιφανειακή» ακρόαση, στην οποία οι εκπαιδευτικοί αναζητούν απαντήσεις σύμφωνες με το δικό τους μαθησιακό σχεδιασμό, θεωρώντας ως βασική νόρμα την πρόσβαση του μαθητή στο μαθηματικό σκεπτικό του/της εκπαιδευτικού κι όχι το αντίθετο, δηλαδή, την πρόσβαση του εκπαιδευτικού στο υποκειμενικό νόημα που κατασκευάζει ο μαθητής. Η ακρόαση περιορίζεται στη συγκεκριμένη απάντηση που αναμένουν οι εκπαιδευτικοί με βάση ένα προκαθορισμένο πρότυπο ορθότητας ενώ αγνοούνται ή ελάχιστα αποτιμώνται οι συνεισφορές των μαθητών καθώς δεν επιδρούν στην καθορισμένη τροχιά του μαθήματος σε μία καλά δομημένη μαθησιακή διαδικασία στην οποία επιτρέπονται ελάχιστα περιθώρια απόκλισης, ευρήματα που συμβαδίζουν με τις βιβλιογραφικές έρευνες (Mhlolo & Schafer, 2012 Davies & Walker, 2007 Crespo, 2000 Davis, 1997) που μελετήθηκαν στα πλαίσια της συγκεκριμένης έρευνας.

Αν και η θεωρητική συγκρότηση και οι παιδαγωγικές προθέσεις των τριών εκπαιδευτικών εκφράζονται στα δεδομένα της συνέντευξης, εντούτοις οι πρακτικές του μαθηματικού γραμματισμού, όπως αποτυπώνονται στη διδασκαλία τους, ενθαρρύνουν και αναδεικνύουν σε περιορισμένο βαθμό τις συνεισφορές του μαθητή, την ανεξάρτητη σκέψη, την αυτόνομη δράση και λήψη αποφάσεων όπως τη διαμαθητική επικοινωνία στην κατασκευή των εννοιών.

Η συγκρότηση των εννοιών αποτελεί για τον Γιώργο, τη Σοφία και τον Σωτήρη ατομική ευθύνη του μαθητή ενώ η αλληλεπίδραση περιορίζεται ανάμεσα στον/στην εκπαιδευτικό και τον/την μαθητή/τρια. Οι μαθηματικές έννοιες προκύπτουν, κατά κύριο λόγο, μέσω επιβολής, επαναλήψεων, εξηγήσεων, απομνημόνευσης κανόνων και επικύρωσης της γνώσης από τον/την εκπαιδευτικό, χαρακτηριστικά που δεν ενθαρρύνουν την εννοιολογική κατανόηση, την ανεξαρτησία της μαθηματικής σκέψης και την αξιοποίηση των μαθηματικών ως εργαλείο σκέψης και δράσης. Στην τάξη των μαθηματικών των τριών εκπαιδευτικών, με άλλα λόγια, προκρίνεται, ένα συγκεντρωτικό μοντέλο διδακτικής διαχείρισης της εκπαιδευτικής διαδικασίας με τον/την εκπαιδευτικό στο ρόλο του απόλυτου διαμεσολαβητή ανάμεσα στο μαθητή και την γνώση. Τα χαρακτηριστικά που διαμορφώνει ο συγκεκριμένος προσανατολισμός ακρόασης εντάσσονται σε ένα εξαρτητικό και ιεραρχικό μοντέλο γραμματισμού, με δομημένα βήματα

ώστε να επιτευχθεί η προσχεδιασμένη από τον εκπαιδευτικό κατανόηση, πρακτική που απομακρύνεται από ένα ενδυναμωτικό μαθηματικά πλαίσιο ουσιαστικής συμμετοχής, αυτονομίας των μαθητών και, εν τέλει, συλλογικής συγκρότησης του μαθηματικού γραμματισμού. Τα ευρήματα της παρούσας μελέτης συνάδουν με βιβλιογραφικές μελέτες (Davis, 1997· Ernest, 2002· Mholo & Schafer, 2012· Cole, 2002 Davies & Walker, 2007) οι οποίες καταλήγουν, ότι οι εκπαιδευτικοί που υιοθετούν αξιολογητικό προσανατολισμό ακρόασης συντηρούν ένα πλαίσιο μάθησης λιγότερο δημοκρατικό, επομένως και λιγότερο χειραφετητικό που δεν είναι συνεπές με την προώθηση της επιστημολογικής ενδυνάμωσης των μαθητών.

Διαφοροποίηση παρουσιάζουν οι διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας που κινήθηκαν περισσότερο στον ερμηνευτικό/επεξηγηματικό (interpretive) προσανατολισμό σύμφωνα με τον οποίο η ακρόαση αποτελεί ζωτικό στοιχείο της διδακτικής δράσης. Η εκπαιδευτικός με βάση το συγκεκριμένο προσανατολισμό δεν ακούει μόνο για να αξιολογήσει τη γνώση αλλά ακούει για να έχει πρόσβαση στο νόημα που διαμορφώνει ο μαθητής σε μια συνειδητή και σκόπιμη, προσπάθεια ενεργούς συμμετοχής στο υποκειμενικό νόημα που κατασκευάζει ο/η μαθητής/τρια, χαρακτηριστικά που εντοπίστηκαν στις διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας. Στην ουσία, γίνεται συνειδητή η υποκειμενικότητα των νοημάτων είτε προέρχονται από τον εκπαιδευτικό είτε από το μαθητή, *«Αμα θες να κάνεις παράδειγμα έλα να το κάνεις στον πίνακα. Νιώθεις ότι θα σε βοηθήσει σ' αυτό που λες, ε; ωραία. Θα κάνεις το παράδειγμα αλλά ταυτόχρονα, θα μας λες και τι κάνεις»*. [1η διδ. στ. 5 (1.86)] *«θέλω να σε καταλάβω κι επίσης θέλω να καταλάβεις ότι σε άκουσα και σε κατάλαβα και αν δε σε κατάλαβα διόρθωσέ με»* [συνέντευξη Ευγενίας]

Σε αυτό το πλαίσιο, η εκπαιδευτικός ακούει με εποικοδομητικό τρόπο και οικοδομεί τη διδασκαλία την ίδια στιγμή που οι μαθητές οικοδομούν το μαθηματικό νόημα. Έτσι, το μοντέλο διδασκαλίας μετατοπίζεται από πολιτισμικά θεσμοποιημένες και δεδομένες ορθότητες στις υποκειμενικές κατασκευές των μαθητών. Η πρακτική της Ευγενίας τοποθετείται σε ένα πιο συμμετοχικό και διαλογικό προσανατολισμό κατασκευής των μαθηματικών εννοιών που αναγνωρίζει τον προσωπικό τρόπο κατανόησης και τις συνεισφορές των μαθητών καθώς αξιοποιεί πιο σύνθετες και διαπραγματευτικές μορφές ακρόασης στην κατασκευή των εννοιών με τους μαθητές, *«τι σκέφτεσαι την ώρα που λύνεις την άσκηση»*, *«εάν μπορέσεις να μου αφηγηθείς πώς έφτασες σ' αυτό που μου είπες, [...] θα είναι μια στρατηγική που δε θα είναι υποσυνείδητη ή διαισθητική (27.54) αλλά πια θα έχει γίνει ρητή θα την ξέρει, θα την έχει σαν εργαλείο στα χέρια του»*.

Επιπλέον, εντοπίζονται διδακτικές πρακτικές όπως, η ατομική αλληλεπίδραση, η επικύρωση της γνώσης και ο συγκεντρωτικός τρόπος αντιμετώπισης των συνεισφορών, που εντοπίζονται στον αξιολογητικό (evaluative) προσανατολισμό όσο και πρακτικές που εντοπίζονται στον ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό (hermeneutic) προσανατολισμό ακρόασης, όπως η αναγνώριση και η ανάδειξη της συνεισφοράς του μαθητή ως πηγή γνώσης, η υποστήριξη των τρόπων κατανόησης των μαθητών, η σύνδεση με την εμπειρία και τα ενδιαφέροντα των μαθητών στην επεξεργασία των εννοιών. Οι συνεισφορές/προβληματισμοί/εικασίες που θέτουν οι μαθητές και στις δύο διδασκαλίες της Ευγενίας τροποποιούσαν τη σχεδιασμένη τροχιά του μαθήματος, ευρήματα που βρίσκουμε στις εμπειρικές έρευνες των Hintz & Tyson (2015). Οι συγκεκριμένοι ερευνητές παρατήρησαν ότι καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας οι τρεις προσανατολισμοί συνυφαίνονταν σε μια μορφή σύνθετης ακρόασης (complex listening) (σελ. 312) ανάλογα με το σχεδιασμό που εξυπηρετούσε τον εκπαιδευτικό, τροφοδοτώντας ο ένας προσανατολισμός τον άλλον σε ένα δυναμικό και ορισμένες φορές μη διακριτό πλαίσιο μεταξύ των διαφόρων τύπων ακρόασης, στοιχείο που επισημαίνεται και στην παρούσα εργασία υποδεικνύοντας ότι τα όρια γύρω από τις «κατηγορίες/άξονες» που προσδιορίζονται στο εννοιολογικό πλαίσιο δεν είναι

άκαμπτα, αλλά μπορεί να μεταβάλλονται. Αυτό, παρατηρήθηκε, κυρίως, στη διδασκαλία της Ευγενίας και λιγότερο στις διδασκαλίες των τριών εκπαιδευτικών.

Στη δεύτερη διδασκαλία της Ευγενίας οι διδακτικές πρακτικές της, επίσης, μετακινούνται σε πιο ανοιχτές, μετασχηματιστικές και συνδιαμορφωτικές πρακτικές που αναγνωρίζονται στον τρίτο προσανατολισμό ακρόασης (hermeneutic). Παρατηρείται περισσότερο μια αμφίδρομη δυναμική αλληλεπίδραση ανάμεσα σε εκπαιδευτικό και μαθητές όπως και στην ομαδική δραστηριότητα ανάμεσα στους μαθητές, προωθώντας παράλληλα μια δημοκρατική μορφή συγκρότησης του γραμματισμού μέσα από το σεβασμό των συνεισφορών των μαθητών και τη συνεργατική πρακτική. Σε αυτή την περίπτωση οι ρόλοι της εκπαιδευτικού και των μαθητών συμπλέκονται μέσα από μια συλλογική αρχή (authority), όπου η νόρμα της τάξης αντικατοπτρίζει τη διαπραγματευτική και συμμετοχική φύση του τρόπου επεξεργασίας και αλληλεπίδρασης της εκπαιδευτικού με τους μαθητές σε ένα μοντέλο ισότιμων αυτόνομων συνεργητών στην πορεία κατανόησης και κατασκευής του νοήματος των μαθηματικών, «Ναι, να πεις ερωτήσεις, τι θα ήθελες να μάθεις;», «Δεν ξέρω. Άμα θέλεις να το ψάξουμε με ένα ερωτηματολόγιο. Για πες μία ερώτηση που θα έκανες;», «εγώ νομίζω ότι είναι συνολικά αλλά δεν ξέρω κιόλας», «Αυτή είναι η προσωπική μου άποψη». Παρατηρούνται χαρακτηριστικά που συνάδουν με τα ευρήματα της βιβλιογραφίας στα οποία η ερμηνευτική/μετασχηματιστική (hermeneutic) ακρόαση προϋποθέτει την προθυμία να διερευνηθεί ό,τι θεωρείται και δίνεται ως δεδομένο (taken for granted) καθώς επίσης και όποιες αντιλήψεις και προκαταλήψεις πλασιώνουν τις διδακτικές ενέργειες. Οι ερμηνευτικές/μετασχηματιστικές προσεγγίσεις (hermeneutic) απαιτούν, επίσης, από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποια απώλεια βεβαιότητας στην τάξη όπου οι ιδέες συζητούνται και αντιπαρατίθενται δημόσια και η "έγκυρη" (Brodie, 2010, σελ. 185) απάντηση δεν είναι πάντοτε εμφανής ή εύκολη στην αντιπαράθεση. Σύμφωνα με τον Davis (1997) ο ερμηνευτικός/μετασχηματιστικός (hermeneutic) προσανατολισμός ακρόασης απομακρύνεται από μια μοναχική πρακτική προς την κατεύθυνση της αμοιβαίας δέσμευσης στην κατασκευή του μαθηματικού νοήματος και μιας ενδυναμωτικής/χειραφετητικής και δημοκρατικής λειτουργίας της τάξης, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι ο εκπαιδευτικός εγκαταλείπει την ευθύνη του έναντι των κατευθυντήριων γραμμών του προγράμματος σπουδών.

Η μετακίνηση του προσανατολισμού ακρόασης της Ευγενίας στη δεύτερη διδασκαλία μπορεί να αποδοθεί στη διαφορετική θεματολογία του διδακτικού αντικείμενου, ερμηνεία που βρίσκουμε και στις μελέτες του Davis. Η πρώτη διδασκαλία, «Διαίρεση κλασμάτων», αφορά σε ένα εννοιολογικά δύσκολο για τους μαθητές αντικείμενο, που, ως επί το πλείστο, ωθεί τους εκπαιδευτικούς να επιλέγουν πιο «ασφαλείς» διδακτικές πρακτικές, κυρίως στρατηγικών κι εργαλειακών προσεγγίσεων και λιγότερο μια πιο ανοιχτή διερευνητική διαδικασία που προϋποθέτει η θεματική των στοχαστικών μαθηματικών. Αν και η εκπαιδευτικός εισήγαγε τους μαθητές στη διαίρεση κλασμάτων με ανοιχτή και διερευνητική προσέγγιση, στην πορεία, συνέχισε με τη χρήση στρατηγικών ενώ στη δεύτερη διδασκαλία, στο διδακτικό αντικείμενο της «Συλλογής, οργάνωσης και αναπαράστασης δεδομένων», σύμφωνα με το Βιβλίο Δασκάλου (σελ. 78), οι μαθητές/τριες «αξιολογούν κριτικά πληροφορίες, εξάγουν συμπεράσματα, κάνουν προβλέψεις και λαμβάνουν αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες», ανέλαβαν πιο ενεργητικούς ρόλους στην τάξη της. Επίσης, στη συγκεκριμένη θεματική της δεύτερης διδασκαλίας εμπλέκονται πιο ξεκάθαρα διεπιστημονικές πλευρές της εκπαίδευσης που ευνοούν πιο ανοιχτές μεθοδολογικές προσεγγίσεις, οι οποίες προσελκύουν περισσότερο και κινητοποιούν το ενδιαφέρον των μαθητών. Επιπλέον, στα ευρήματα της παρούσας μελέτης προστίθενται αφενός το προσωπικό/επαγγελματικό ενδιαφέρον και η γνώση της εκπαιδευτικού για τη συγκεκριμένη θεματική η οποία ενσωματώνει αυτό το ενδιαφέρον στη διδακτική της πρακτική και αφετέρου η ανταπόκριση των

μαθητών που τροφοδότησε μια αμοιβαία, ανοιχτή διαπραγμάτευση, ερμηνεία που δίνει και η ίδια η εκπαιδευτικός «έχει να κάνει με το θέμα σαν θέμα αλλά έχει να κάνει με τα παιδιά πώς ανταποκρίνονται» (συνέντευξη, Ευγενίας).

Η Crespo (2000), στη μελέτη των προσανατολισμών ακρόασης των μελλοντικών (preservice) εκπαιδευτικών, που διενήργησε, επισημαίνει στα ευρήματά της, ότι ο προσανατολισμός ακρόασης μετακινήθηκε σε πιο ερμηνευτικά (interpretive) πλαίσια αλλά «απουσίασε αισθητά η τρίτη κατηγορία ακρόασης (hermeneutic) του Davis, καθώς δεν βρήκε κανένα στοιχείο αυτού του προσανατολισμού ακρόασης» (σελ. 178), αποδίδοντάς το καταρχήν, στην έλλειψη εμπειρίας των νέων εκπαιδευτικών και στην «ατελή» (incomplete) κατανόηση των μαθηματικών που δρα περιοριστικά στο μαθηματικό υπόβαθρο των εκπαιδευτικών. Μια πιο εξελικτική προοπτική επαγγελματικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης δίνει ο Davis (1997) στις μελέτες του καθώς περιγράφει τον προσανατολισμό ακρόασης ως μια δυναμική πορεία από τον πρώτο στον τρίτο προσανατολισμό ακρόασης και όχι τόσο ως μια στατική ένταξη. Αυτή η προοδευτική τροχιά σε πιο δημοκρατικές μορφές, δηλαδή, η μετακίνηση του προσανατολισμού ακρόασης από τον αξιολογητικό (evaluative) προς τον ερμηνευτικό/επεξηγηματικό (interpretive) και τον ερμηνευτικό/μετασχηματιστικό (hermeneutic) προσανατολισμό μελετήθηκε από ερευνητές (Davies & Walker, 2007· Crespo, 2000· Doerr & English, 2006· Coles, 2002) μέσα από ερευνητικές και εκπαιδευτικές παρεμβάσεις με στόχο τον αναστοχασμό και το μετασχηματισμό των διδακτικών πρακτικών των εκπαιδευτικών σε πιο συμμετοχικές και κατασκευαστικές προσεγγίσεις.

Διδακτικές πρακτικές και διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού (Ερευνητικό Ερώτημα 2α)

Οι τρεις από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς του δείγματος στις περισσότερες περιπτώσεις τείνουν να ακούνε τους μαθητές με βάση ένα καθορισμένο πρότυπο ορθότητας/απάντησης, για να ελέγξουν τη γνώση και να διορθώσουν τις μαθηματικές παρανοήσεις των μαθητών ενώ εστιάζουν, κυρίως, στην αναμενόμενη σύμφωνα με τους ίδιους μονολεκτική απάντηση των μαθητών χωρίς να τη διερευνούν περισσότερο πρακτική που υποδηλώνει ότι δεν αναγνωρίζεται ως πηγή γνώσης η συμβολή των μαθητών στη διαδικασία του μαθηματικού γραμματισμού. Η Doerr (2006), δίνει ένα ερμηνευτικό πλαίσιο αυτής της πρακτικής, σύμφωνα με την οποία, ο εκπαιδευτικός βλέπει την εργασία των μαθητών υπό το πρίσμα του τρόπου με τον οποίο ο ίδιος θα προσέγγιζε τη μαθηματική δραστηριότητα, σύμφωνα με την υποθετική μαθησιακή τροχιά που σχεδιάζει για τους μαθητές, επομένως και την καθοδήγησή τους. Αυτό θα μπορούσε να υποτεθεί για τους εκπαιδευτικούς του δείγματός μας καθώς, ακολουθούν έναν μεθοδολογικό συνδυασμό που περιέχει στοιχεία της μεθοδολογίας του σχολικού βιβλίου και μια υποκειμενική μεθοδολογική πορεία που κυρίως αποτελείται από στρατηγικές και εργαλειακές/λειτουργικές προσεγγίσεις του διδακτικού αντικειμένου.

Στις **συνεισφορές** που θέτουν οι μαθητές τους, κατά τη μαθηματική επεξεργασία, κυρίαρχη διδακτική πρακτική των εκπαιδευτικών του δείγματος είναι να ανταποκρίνονται άμεσα οι ίδιοι. Άλλες φορές, τις αγνοούν ως μη σημαντικές, συνεχίζοντας με βάση το δικό τους σχεδιασμό, πρακτική που παρατηρήθηκε συχνότερα στη διδασκαλία των τριών εκπαιδευτικών και λιγότερο στη διδασκαλία της Ευγενίας. Οι συνεισφορές των μαθητών φαίνεται ότι δεν επηρεάζουν ουσιαστικά τη καθορισμένη τροχιά του μαθήματος ούτε αποτελούν δυναμικό παράγοντα στην κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, πρακτική που συνάδει με τα χαρακτηριστικά πιο δασκαλοκεντρικών και παραδοσιακών μοντέλων γραμματισμού. Αντίθετα, στην τάξη της Ευγενίας, δίνεται μεγαλύτερη σημασία στις συνεισφορές και στον τρόπο που σχηματίζονται οι ιδέες των μαθητών με στόχο να τις κατανοήσει και να τις αξιοποιήσει

στην επεξεργασία, αναπλαισιώνοντας συχνά την τροχιά του μαθήματος. Αυτή η πρακτική είναι συνειδητή για την Ευγενία και το αποδίδει σε επιμορφωτικό πρόγραμμα που της έδωσε αυτή την οπτική στη διδασκαλία της.

Σε μικρή συχνότητα οι εκπαιδευτικοί δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να εξηγούν και να αιτιολογούν τις απαντήσεις τους ή να τις διερευνούν περισσότερο ενώ συνηθίζουν να ερμηνεύουν οι ίδιοι το σκεπτικό του/της μαθητή/τριας τους. Καθοδηγούν τον/τους μαθητή/μαθητές μέσα από ένα δίκτυο κλειστών ερωτήσεων και μονολεκτικών προκαθορισμένων απαντήσεων, συνεχίζοντας την επεξεργασία της δραστηριότητας με τον δικό τους προσχεδιασμένο τρόπο αναμένοντας από το/τους μαθητή/μαθητές να έχουν πρόσβαση στο δικό τους νοητικό σχήμα (Coles, 2001, 2002· Hintz & Tyson, 2015) και όχι το αντίστροφο, πρακτική που είναι περισσότερο συνεπής με τον ερμηνευτικό/επεξηγηματικό (interpretive) προσανατολισμό ακρόασης, όχι από τη θέση των εκπαιδευτικών αλλά από τη θέση των μαθητών.

Όπως περιέγραψε ο Hoyles (1985), (στο Hintz & Tyson, 2015) η ακρόαση για μάθηση δεν αποτελεί μια παθητική και σιωπηλή διαδικασία αλλά ενεργή προσπάθεια ενσωμάτωσης ενός νοητικού σχήματος κάποιου άλλου στο δικό του σχήμα, η οποία διεγείρει με άλλα λόγια το άτομο να «βγει έξω» από το δικό του σκεπτικό και να ξανακοιτάξει τη συλλογιστική, που θέτει ο μαθητής και στη συνέχεια να στοχαστεί τη δική του ανταπόκριση. Η Ευγενία στις περισσότερες περιπτώσεις φαίνεται να υιοθετεί αυτή την πρακτική. Αντιμετωπίζει με ισοτιμία τις συνεισφορές/προβληματισμούς των μαθητών καθώς εστιάζει ενεργά στις ιδέες των μαθητών καλλιεργώντας μια κουλτούρα σεβασμού των απόψεων. Κατά την αλληλεπίδραση με το/τη μαθητή/μαθήτρια η ακρόασή της στις περισσότερες περιπτώσεις προσανατολίζεται στο αναδυόμενο μαθηματικό νόημα που οι ίδιοι κατασκευάζουν. Επεξεργάζεται μαζί τους τις απαντήσεις ενώ συχνά, τους ενθαρρύνει να δώσουν περισσότερες εξηγήσεις/αιτιολογήσεις για τις αυθόρμητες στρατηγικές που αξιοποιούν και να προσδιορίσουν τα μαθηματικά τους δεδομένα. Όπως υποστηρίζει και η ίδια, συνειδητά, υιοθετεί αυτή την πρακτική αξιοποιώντας την ερμηνεία των μαθητών ως μεταγνωστική δεξιότητα και ως πόρο γνώσης για τους συμμαθητές, «*το κάνω συνειδητά και ο λόγος που το κάνω είναι γιατί θέλω ο ίδιος ο μαθητής να καταλάβει τι σκέφτεται και πώς έφτασε εκεί [...] προσπάθησε να το εξηγήσεις τους συμμαθητές σου, δηλαδή, μου δίνουν ακόμη έναν τρόπο προσέγγισης της γνώσης που μπορεί τα άλλα παιδιά να το καταλάβουν καλύτερα*» [(29.22) (συνέντευξη Ευγενίας)]. Πλην όμως, ελάχιστες φορές αξιοποίησε τις συνεισφορές των μαθητών ως ευκαιρία ανάπτυξης μαθηματικών ιδεών και σχέσεων μέσα από συλλογική/συνεργατική διαπραγμάτευση με τους συμμαθητές στην τάξη.

Στις **απροσδόκητες/μη αναμενόμενες** συνεισφορές, αν και σχετικές με την εξέλιξη της δραστηριότητας, οι τρεις από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς υιοθετούν παρόμοιες πρακτικές. Συνήθως διαχειρίζονται τις απροσδόκητες συνεισφορές των μαθητών με άμεσο τρόπο, ενώ άλλες φορές τις αγνοούν ως μη σχετικές ή τις παρακάμπτουν, παρόλο που αποτελεί κρίσιμη διάσταση για την μαθηματική ενδυνάμωση των μαθητών σε μια δημοκρατική κατεύθυνση. Επιτρέπουν ελάχιστα περιθώρια απόκλισης του δικού τους πλάνου διδασκαλίας κατά κύριο λόγο και δευτερευόντως του δεδομένου σχεδιασμού του σχολικού βιβλίου διδακτική, πρακτική, που επιβεβαιώνεται και από τις εμπειρικές μελέτες που αναζητήθηκαν στη βιβλιογραφία (Mhlolo & Schäfer, 2012· Brodie, 2010· Crespo, 2000· Ernest, 2002· Stinson, 2004· Davis, 1997· Volmink, 1994· Maoto & Wallace, 2006).

Σύμφωνα με τους Maoto και Wallace (2006) ο ρόλος του δασκάλου κυρίως είναι να παρακολουθεί πώς κατανοούν οι μαθητές και λιγότερο «πότε να μιλήσει» ο ίδιος, καθώς συνειδητοποιεί ότι πρέπει πρώτα να μάθει από τους μαθητές του, μέσω της αλληλεπίδρασης, ρωτώντας τους και προκαλώντας τους, να

αιτιολογήσουν και να εξηγήσουν τη σκέψη τους. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω των δύο τελευταίων προσανατολισμών, της ερμηνευτικής/επεξηγηματικής (interpretive) και ερμηνευτικής/μετασχηματιστικής (hermeneutic), ακρόασης αναπροσανατολίζοντας στην ουσία και τον τρόπο μάθησης, βοηθώντας, επίσης, τους ίδιους τους μαθητές να υιοθετήσουν διαφορετικούς τρόπους μάθησης ή να αναθεωρήσουν τις μαθηματικές ιδέες τους καθώς αιτιολογούν και προσπαθούν να κάνουν πιο ξεκάθαρες τις εξηγήσεις τους (σελ. 68). Σε αυτή την κατεύθυνση κινούνται οι πρακτικές της Ευγενίας, η οποία σπάνια αγνοεί τις απροσδόκητες συνεισφορές των μαθητών, επιτρέποντας έτσι, αρκετά περιθώρια απόκλισης από τους διδακτικούς σχεδιασμούς, διαπίστωση που συναντάμε στις μελέτες του Schoenfeld (2006), ο οποίος τονίζει ότι, στην περίπτωση μιας απροσδόκητης συνεισφοράς/κατάστασης στο μάθημα, οι εκπαιδευτικοί επανεξετάζουν τους στόχους τους εκείνη τη στιγμή ιεραρχώντας τους εκ νέου. Ωστόσο και οι τέσσερις εκπαιδευτικοί διαφαίνεται να αντιμετωπίζουν τις απροσδόκητες συνεισφορές σαν καμπανάκι καθήκοντος του ρόλου τους ως φορέα εξουσίας/αυθεντίας που έχει την ευθύνη να τις διαχειριστεί άμεσα παρέχοντας τις απαντήσεις και όχι ως μια πρόκληση να εξελιχθούν σε μια διαπραγματευτική διαδικασία για την κατασκευή/ανακατασκευή της μαθηματικής γνώσης είτε ατομικά είτε συλλογικά.

Λίγες ήταν οι περιπτώσεις που οι εκπαιδευτικοί του δείγματός μας με την πρακτική τους προωθούν μια ανοικτή **διαπραγμάτευση των εννοιών** που θα υποστήριζε την εννοιολογική κατανόηση. Πολλές φορές, η δραστηριότητα μετατρέπεται σε μια διεκπεραιωτική διαδικασία και το μαθηματικό νόημα σε διαδικαστική γνώση με τη χρήση επαναλήψεων και κανόνων, στερώντας τη δυνατότητα για μια (επανα)ανακαλυπτική και πιο διερευνητική προσέγγιση της έννοιας, διαδικασία που κινητοποιεί το ενδιαφέρον των μαθητών, αναπτύσσει τη συλλογιστική ικανότητα, τη μαθηματική σκέψη και ενθαρρύνει τη μαθηματική αυτονομία σε επίπεδο χειρισμού της μαθηματικής γλώσσας, χρήσης των μαθηματικών συμβόλων και δομών στο πεδίο των σχολικών μαθηματικών. Ωστόσο, στη δεύτερη διδασκαλία της Ευγενίας, εξελίχθηκαν χαρακτηριστικά μιας περισσότερο ανοιχτής και διαπραγματευτικής προσέγγισης της μαθηματικής δραστηριότητας όπου οι διδακτικές πρακτικές της εκπαιδευτικού υποδηλώνουν ότι αλληλεπιδρά ως ισότιμο μέλος και διαμεσολαβεί ως συνερευνητής στην κατασκευή των εννοιών, υποδεικνύοντας οπτικές και δυνατότητες ενός δημοκρατικού περιβάλλοντος συνδιαμόρφωσης του μαθηματικού γραμματισμού.

Λίγες περιπτώσεις, επίσης, αποτυπώθηκαν όπου συνολικά οι τέσσερις εκπαιδευτικοί εκχωρούν τη δυνατότητα στους μαθητές για αξιολόγηση, **εξαγωγή συμπερασμάτων και αναστοχασμό της γνώσης**, αντίθετα, στο κρίσιμο σημείο της επικύρωσης της γνώσης η επικρατέστερη πρακτική είναι να επαναλαμβάνουν εξηγήσεις ή απαντήσεις, να γενικεύουν και να επιβεβαιώνουν οι ίδιοι τη γνώση. Ο Ernest (2002) θεωρεί αυτή την πρακτική κομβικό παράγοντα επιστημολογικής αποδυνάμωσης, καθώς στερεί από τους μαθητές τη δυνατότητα προσωπικής και συλλογικής επινόησης, της ανάπτυξης γενικεύσεων και της επικύρωσης της γνώσης από τους ίδιους.

Περισσότερο η Ευγενία και λιγότερο οι άλλοι εκπαιδευτικοί συσχετίζουν τη μαθηματική δραστηριότητα με τις εμπειρίες και την πραγματικότητα της ζωής των μαθητών, πρακτική που νοηματοδοτεί τη νέα γνώση και διευρύνει την προϋπάρχουσα αναπτύσσοντας αποτελεσματικότερα την εννοιολογική κατανόηση (Τζεκάκη, 2004) και αναπτύσσει την ικανότητά τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο και να δρουν μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών και χρήσεων της καθημερινότητας

Στην τάξη των μαθηματικών δεν οργανώνονται συνεργατικές δραστηριότητες «είτε λόγω αδυναμίας των μαθητών», «είτε αμφισβήτησης της συνεργατικής εργασίας», εκτός από μία ομαδική δραστηριότητα

στην τάξη της Ευγενίας, όπου η εκπαιδευτικός εκχώρησε την ευθύνη στους μαθητές να συγκροτήσουν ομάδες, να εργαστούν αυτόνομα και στη συνέχεια να παρουσιάσει η κάθε ομάδα την εργασία της στην τάξη. Κοινή πρακτική των τεσσάρων εκπαιδευτικών αποτελεί η ατομική ευθύνη του μαθητή στην κατασκευή της γνώσης. Η διδακτική διαχείριση της αλληλεπίδρασης και της μαθηματικής επικοινωνίας ουσιαστικά υπαινίσσεται μια μοναχική διαδρομή του/της μαθητή/τριας στην προσπάθειά του να χτίσει θετική σχέση με τις μαθηματικές έννοιες με διαμεσολαβητή τον/την εκπαιδευτικό ο/η οποία σχεδιάζει παραδείγματα προσδοκώντας στην κατανόηση των εννοιών και την επίτευξη του εκπαιδευτικού στόχου.

Τόσο στον αξιολογητικό (evaluative) όσο και στον ερμηνευτικό/επεξηγηματικό (interpretive) προσανατολισμό **απουσιάζει η κοινωνική διάσταση της γνώσης** (Davis, 1997· Ernest, 2002· Mholo & Schafer, 2012) που εμπεριέχει η διαδικασία ενός μαθήματος σε μια τάξη-κοινότητα, όπου οι μαθητές επικοινωνούν ως κοινωνικά υποκείμενα τροφοδοτώντας μια διαλεκτική σχέση ανάμεσα στην εκπαίδευση και το κοινωνικό πεδίο δράσης των ανθρώπων. Στις πιο πρόσφατες προσεγγίσεις του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού υποστηρίζεται ότι η διαπραγμάτευση του νοήματος στο πλαίσιο των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων είναι τόσο σημαντική όσο και η προσωπική κατασκευή της γνώσης από το μαθητή, παρόλα αυτά, στις διδακτικές πρακτικές που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί αν και κυριαρχεί η ατομική αλληλεπίδραση με το μαθητή/μαθήτρια, δεν ενθαρρύνεται η «*διανοητική αυτονομία*» (Σακονίδης, 2011) και η χειραφέτηση των μαθητών κατά τη μαθηματική δραστηριότητα.

Οι εκπαιδευτικοί που υιοθετούν τον αξιολογητικό προσανατολισμό ακρόασης αξιοποιούν διαχειριστικές τεχνοκρατικές διδακτικές πρακτικές επιβάλλοντας, στην ουσία, τις μαθηματικές έννοιες, πρακτικές που μετατρέπουν την μαθηματική επεξεργασία σε τετριμμένη μαθηματική εξάσκηση, η οποία, συχνά, δεν δίνει νόημα στα παιδιά (Πόταρη, 2016) και τη διδασκαλία σε ρουτίνα και τυποποιημένη διαδικασία με την έννοια που ο συμπεριφορισμός εννοιολογεί τη μάθηση. Με αυτή την έννοια, η μεταβίβαση της γνώσης αποτελεί κυρίαρχη πρακτική τείνοντας σε ένα μοντέλο μετάδοσης της γνώσης παρά κατασκευής/ανακατασκευής με τους μαθητές ακόμη και στην ατομική αλληλεπίδραση, «*παρακολουθώ καλύτερα την πορεία του μαθητή και την κατανόηση του και πόσο έχει κατακτήσει τη γνώση*» (Γιώργος), «*η κατασκευή της Μαθηματικής γνώσης είναι υπόθεση του μαθητή και του Δασκάλου*», «*μου δίνει την αίσθηση της σιγουριάς για το τι γνώση μπορεί να πάρει ο μαθητής*», «*θεωρώ ότι είναι αποτελεσματικό να καθοδηγώ το παιδί βήμα-βήμα προς την επίλυση της δραστηριότητας*» (Σοφία), «*θέλω να βλέπω άμεσα, εγώ, τη δράση και τη δραστηριότητα κάθε παιδιού*» (Σωτήρης), «*τα μαθηματικά είναι και θεωρία. Η επανάληψη, για μένα, είναι επανάληψη μήτηρ πάσης μαθήσεως [...]* Θεωρώ ότι αυτή η πρακτική βοηθάει τη μαθηματική κατανόηση και γνώση» (Σοφία). Σε αυτή τη διαδικασία για τους μαθητές διαμορφώνεται ο ρόλος του παθητικού παραλήπτη της απόλυτης γνώσης από τον εκπαιδευτικό και το σχολικό βιβλίο, πρακτική που δε συνεπάγεται την προώθηση της επιστημολογικής ενδυνάμωσης και σκιαγραφεί ένα πλαίσιο μάθησης στο οποίο σπάνια αναδύονται δημοκρατικές πτυχές γραμματισμού, επομένως, παραμένει και λιγότερο ενδυναμωτικό/χειραφετητικό για τους μαθητές.

Από τη μελέτη διαφαίνεται πως οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών δύσκολα ξεφεύγουν από ένα συμπεριφοριστικό μοντέλο διδασκαλίας. Αντανακλούν στην πλειοψηφία μια μορφή λειτουργικού γραμματισμού που ενθαρρύνει την εξάσκηση, την επανάληψη και την ανάπτυξη στρατηγικών, αναπαράγει ατομικές, ανταγωνιστικές πρακτικές μαθηματικού γραμματισμού οι οποίες παράλληλα υποδεικνύουν και προσανατολίζουν σε αντίστοιχες κυρίαρχες κοινωνικές πρακτικές ως «*απαραίτητες για τη ζωή*». Όπως υποστηρίζει η Χρονάκη (2015) «*παρόλο που η τεχνική αυτή διάσταση των μαθηματικών είναι αδιαμφισβήτητα χρήσιμη σε συγκεκριμένους τομείς, η ηγεμονική παρουσία της στο*

χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης τείνει να την καθιστά κύρια ένα χώρο εξάσκησης και εφαρμογής μαθηματικών υπολογισμών ή ιδεών για την επίλυση μη μαθηματικών προβλημάτων, εις βάρος μιας περισσότερο ανοιχτής και διερευνητικής πράξης η οποία λαμβάνει υπόψη τις «προσπάθειες» πάνω στις οποίες επιτελούνται αυτές οι εφαρμογές» (σελ. 107).

Διδακτικές πρακτικές και διαχείριση του διδακτικού αντικείμενου

Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στην έρευνα ως βασικό οδηγό έχουν το σχολικό εγχειρίδιο. Ευθυγραμμίζονται με την αυστηρά δομημένη και καθοδηγούμενη **παρουσίαση του βιβλίου**, συχνά, αξιώνοντας και από το μαθητή, τη μοναδική απάντηση που το βιβλίο απαιτεί δίνοντας μηνύματα τόσο για τον εξουσιαστικό ρόλο του σχολικού βιβλίου (Chaviaris, Stathoroulou, & Gana, 2011) όσο και της κυρίαρχης πρακτικής. Σε ένα μικρό βαθμό τροποποιούν τις δραστηριότητες ή προτείνουν δικές τους στο πνεύμα των ασκήσεων του βιβλίου. Χαρακτηριστικό, επίσης, είναι ότι δεν υιοθετούν, απαραίτητα, τη διδακτική μεθοδολογία που προτείνεται από το βιβλίο. Ορισμένες φορές οι δραστηριότητες που αξιοποιούν και η **μεθοδολογική προσέγγιση** που χρησιμοποιούν αποτελεί επιλογή τους με βάση δικές τους ιεραρχήσεις και κριτήρια. Αυτή η πρακτική περιλαμβάνει χαρακτηριστικά τα οποία με ρητούς ή άρρητους τρόπους, συνειδητά ή όχι συνηγορούν σε μαθηματικές αντιλήψεις και πρακτικές που αντανακλώνται στο μοντέλο της διδακτικής προσέγγισης και της αλληλεπίδρασης.

Κυρίαρχη διδακτική πρακτική για τον Γιώργο, τη Σοφία και τον Σωτήρη αποτελεί η συχνή επίκληση της ορολογίας και του λόγου του σχολικού βιβλίου τείνοντας αρκετά συχνά σε μηχανιστικές πρακτικές. Απαιτούν από τους μαθητές την επανάληψη κανόνων και μαθηματικών όρων με έναν επαναληπτικό και διαδικαστικό τρόπο επιδιώκοντας την ακρίβεια και τη συνέπεια στο μαθηματικό σχολικό περιεχόμενο, διδακτική πρακτική που απομακρύνεται από την εποικοδομητική σύνδεση των εννοιών με τον προσωπικό τρόπο κατανόησης (Boaler, 2000· Stinson, 2004· Mhlolo & Schafer, 2012) ενώ μετατρέπει τη διδασκαλία σε ρουτίνα και τυποποιημένη κανονιστική διαδικασία. Προωθεί, κυρίως, την εργαλειακή/λειτουργική χρήση του γραμματισμού και ενισχύει την αίσθηση της ψυχρής, αφηρημένης δομής και «χωρίς νόημα» φύσης του μαθηματικού περιεχομένου. Σύμφωνα με τους Μπούτση και Σακονίδη (2009) τέτοιου τύπου διδακτικές πρακτικές ρητά ή άρρητα οριοθετούν την πεποίθηση ότι τα μαθηματικά αποτελούν ένα «αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης» αποτελούμενο από γεγονότα, κανόνες και σύμβολα, υποβαθμίζουν τη διαλεκτική μορφή της διδασκαλίας ενώ προκρίνουν τη διαδικαστική γνώση παρά την εννοιολογική κατανόηση, με κυρίαρχα χαρακτηριστικά την απομνημόνευση και την αναπαραγωγή, παραπέμποντας σε μια άκαμπτη και παθητική μαθηματική επεξεργασία και επιδρώντας στη μαθηματική γνώση που αναπτύσσουν οι μαθητές. Επιπλέον, η επανάληψη όχι μόνο εδραιώνει και φυσικοποιεί αυτές τις μαθηματικές πρακτικές, ουσιαστικά, διαμορφώνει τις εγγράμματες μαθηματικές ταυτότητες (Cummins, 2005· Graven, 2011· Gutstein, 2006) αλλά και τρόπους αντίληψης, κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου συγκροτώντας αντίστοιχα και την επιστημολογική ταυτότητα του μαθητή και «εν δυνάμει» μελλοντικού πολίτη.

Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος, σε μεγαλύτερο βαθμό ο Σωτήρης, ο Γιώργος και η Σοφία και σε μικρότερο η Ευγενία, αφήνουν να εννοούνται τόσο ρητά ή όσο και άρρητα, πεποιθήσεις για τη φύση και τη διδασκαλία των μαθηματικών, που ενισχύουν την ιδέα ενός στατικού, κλειστού και αδιαμφισβήτητου σύμπαντος γνώσεων με σταθερούς, αντικειμενικούς, αυστηρούς κανόνες και θεωρίες, ανεξάρτητα από το πλαίσιο που δημιουργούνται, καθώς και την αντίληψη ότι τα μαθηματικά αποτελούν ένα κλειστό αυτοαναφορικό διδακτικό αντικείμενο σε αντίθεση με τα άλλα διδακτικά αντικείμενα, απόψεις, που αποτυπώνονται και στη βιβλιογραφία (Christiansen, 2007· Volmink, 1994· Wagner & Davis 2010· Borba & Skovsmose, 1997) ως κυρίαρχες. Έτσι, τα μαθηματικά αντιπροσωπεύουν κυρίαρχα χαρακτηριστικά,

όπως, «τη γραμματική της γλώσσας, έχουν κανόνες, αυστηρότητα», «αντικειμενικότητα», χρειάζονται «σταθερές βάσεις» κάτι που δεν ισχύει για τα άλλα διδακτικά αντικείμενα, «η μαθηματική γνώση είναι ατομική υπόθεση παρά συλλογική», «Εδώ, όμως, είναι τα ψυχρά μαθηματικά, εδώ είναι διαδικαστικός ο τρόπος» (Σοφία), «υπάρχει μία βεβαιότητα», «Τα άλλα μαθήματα μπορεί να... διαμορφώνονται ανάλογα με τις αντιλήψεις κάθε εποχής, [...] Τα μαθηματικά έχουν μία σταθερότητα σαν επιστήμη [...] τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από μία αυστηρότητα και μία αντικειμενικότητα» (Γιώργος).

Παρομοίως, η επίκληση της «επανάληψης», της «θεωρίας» και των «κανόνων» στη μαθηματική επεξεργασία ήταν κυρίαρχη σε κάθε διδακτικό βήμα του Σωτήρη, παρά τις απόψεις του ότι «θεωρεί [ότι] τα μαθηματικά είναι επινόηση», «εργαλείο γνωστικό νοητικό» και «ανθρώπινη κατασκευή», τελικά, «δεν επηρεάζει το μάθημά του». Η Ευγενία παρόλο που θεωρεί ότι «η επιστημονική γνώση [...] αυτοαναίρεται ή αντικαθίσταται από νέες θεωρίες», τονίζει ότι «προσεγγίζει τα μαθηματικά πιο απόλυτα σε σχέση με τα άλλα πεδία.

Η πρακτική των εκπαιδευτικών του δείγματος διαπερνάται από λόγους (discourses) και ενέργειες που θεωρούν τα μαθηματικά ότι «δε βασίζονται στην υποκειμενικότητα του τρόπου σκέψης» (Σοφία), «Ενάμιση η καθεμιά έφαγε. Εντάξει; Απλώς το είπαμε με μαθηματικά» (Ευγενία) και στον προσωπικό/εμπειρικό τρόπο κατασκευής του μαθητή αλλά είναι μια γνώση που δημιουργείται έξω από την τάξη (Davis, 1997) και επαναλαμβάνεται στο περιβάλλον της τάξης. Αποδίδουν «ηγεμονικό» (Χρονάκη, 2015) και δύσκολα προσβάσιμο χαρακτήρα στη διαδικασία του μαθηματικού γραμματισμού, επιδρώντας αρνητικά στην οπτική μιας δημοκρατικής πρακτικής στη συγκρότηση των εννοιών και στην προοπτική θετικής στάσης και εποικοδομητικής συγκρότησης σχέσεων των μαθητών με τα μαθηματικά λειτουργώντας, επομένως, διαχωριστικά και μεταξύ μαθητών της τάξης.

Ελάχιστες ήταν οι περιπτώσεις στη διάρκεια κάθε διδασκαλίας που οι μαθητές συνέβαλλαν με εναλλακτικές προσεγγίσεις στη μαθηματική δραστηριότητα. Χαρακτηριστική πρακτική των τριών εκπαιδευτικών και λιγότερο της Ευγενίας ήταν να μην αναγνωρίζουν ως ισότιμη ή διαπραγματεύσιμη την προσωπική ή εναλλακτική προσέγγιση του μαθητή αλλά να οριοθετούν το πεδίο προβληματισμού της δραστηριότητας χρησιμοποιώντας είτε τους μεθοδολογικούς περιορισμούς του βιβλίου είτε τη δική τους ερμηνευτική και μεθοδολογική προσέγγιση της μαθηματικής κατάστασης και της προσδοκώμενης επίλυσης, «αποδεκτή μπορεί να γίνει η εναλλακτική επίλυση μόνο στα πλαίσια της επίλυσης λεκτικού προβλήματος» (Σοφία). Στις περισσότερες περιπτώσεις οι τρεις εκπαιδευτικοί ζήτησαν από τους μαθητές να εναρμονιστούν με τον τρόπο επίλυσης που απαιτεί το βιβλίο και το συγκεκριμένο μάθημα, «Ναι, αλλά σου λέει (το βιβλίο) κλάσμα δεν σου λέει μικτό; Επειδή λέει κλάσμα και δεν λέει μικτό αριθμό, επειδή λέει κλάσμα, πρέπει να το γράψουμε $106/100$ » (12.67) (Σοφία), «Κοίτα τώρα, Μα13, τίποτα δεν απαγορεύεται αλλά θα συνεχίσουμε να το γράφουμε έτσι, 3δ και 7χιλ.» (Γιώργος), δίνοντας το μήνυμα ενός ευρύτερου επιπλέον ελέγχου κι επιτήρησης, μια κατάσταση συνειδητής και «μόνιμης ορατότητας» που εξασφαλίζει τη λειτουργία (υπερ)ελέγχου και λειτουργεί σημειολογικά ως πεδίο συμμόρφωσης ή αποκλεισμού διαφορετικών τρόπων σκέψης. Οι Hannaford (1998) και Almeida (2010) υποστηρίζουν ότι η διδασκαλία των μαθηματικών, στην οποία οι μαθητές διδάσκονται ότι δεν υπάρχει περιθώριο για «λάθος» και προκρίνει μόνο μία σωστή απάντηση, δεν προωθεί την πολυφωνία και το σεβασμό στην ποικιλομορφία των ιδεών ούτε προάγει τα μαθηματικά ως εργαλείο εκδημοκρατισμού. Σ' αυτό το ζήτημα, οι διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας διαφοροποιούνται σε μεγαλύτερο βαθμό από τους άλλους εκπαιδευτικούς καθώς διαχειρίζεται το σχολικό βιβλίο και τη μεθοδολογία που προτείνει με μεγαλύτερη ευελιξία στην κατεύθυνση πιο «προσαρμοστικών» και διαπραγματευτικών προσεγγίσεων δίνοντας μια εξελισσόμενη διάσταση και μια διαλεκτική προοπτική κατασκευής των μαθηματικών νοημάτων. Αξιοσημείωτο είναι

επίσης ότι συμμετέχει σε μεγαλύτερο βαθμό από τους άλλους εκπαιδευτικούς σε κριτικούς προβληματισμούς με τους μαθητές σε σχέση με το περιεχόμενο/μέθοδο της σχολικής γνώσης.

Όλοι οι εκπαιδευτικοί αναγνωρίζουν ασυνέπειες και αντιφάσεις στο αναλυτικό πρόγραμμα και στις διδακτικές τους πρακτικές. Σε άλλες περιπτώσεις αυτή η επίγνωση οδηγεί σε αναδιοργάνωση, κυρίως δραστηριοτήτων, ενώ σε άλλες δεν είναι ικανή να προκαλέσει αντιστάσεις και επαναπροσδιορισμό της εκπαιδευτικής ταυτότητας και των πρακτικών, θέτοντας ως βασικούς ανασταλτικούς παράγοντες το χρονικό περιορισμό και την ύλη που είναι υποχρεωμένοι να διεκπεραιώσουν. Έτσι, ο διδακτικός χρόνος, που προβλέπεται από το αναλυτικό πρόγραμμα και ο όγκος της ύλης που υπαγορεύεται για να διδαχθεί από το σχολικό βιβλίο, τέθηκαν με εμφατικό τρόπο σε πολλά σημεία της συνέντευξης αιτιολογώντας πολλές από τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν στην τάξη. Οι εκπαιδευτικοί της μελέτης, θεωρούν ότι οι δύο αυτοί παράγοντες συντελούν περιοριστικά στη διδασκαλία τους και καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τις διδακτικές πρακτικές που αφορούν στην ανάπτυξη του διαλόγου και της μαθηματικής επικοινωνίας, της συνεργασίας και της αλληλεπίδρασης και στην απουσία συνεργατικών δραστηριοτήτων και συλλογικής κατασκευής της γνώσης, όπως υποστηρίζουν. Αξιοποιούν επιπλέον χρόνο από «άλλα μαθήματα του σχολικού προγράμματος», στην προσπάθεια να ολοκληρώσουν το περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου των μαθηματικών. Σε πολλά σημεία της συζήτησης εκφράζουν την ανάγκη να μειωθεί η ύλη και παράλληλα να αυξηθεί ο διδακτικός χρόνος για «επεξεργασία των μαθηματικών εννοιών», «κατασκευή και επίλυση προβλημάτων από τους μαθητές», «εμβάθυνση στη μαθηματική γνώση», «την επεξεργασία», «την αλληλεπίδραση με τους μαθητές και ανάμεσα στους μαθητές», πρακτικές που προωθούν, όπως και οι ίδιοι υποστηρίζουν, ένα «δημοκρατικό πλαίσιο οργάνωσης και λειτουργίας του μαθηματικού γραμματισμού».

Μια πληθώρα ερευνών στη βιβλιογραφία επισημαίνουν τους παραπάνω προβληματισμούς των εκπαιδευτικών αλλά και τις συνέπειες που έχουν στη μάθηση. Το άγχος και η δυσκολία των μαθηματικών ως αφηρημένο αντικείμενο, η υπερβολική εξάρτηση από το σχολικό βιβλίο φαίνεται να αποξενώνουν τους μαθητές (Boaler, 2000, 2015· Hudson et al., 2015) και να «καταδυναστεύουν» τους εκπαιδευτικούς (Κωνσταντίνου, 2020) με συνέπεια να λειτουργούν αλλοτριωτικά σε σχέση με το διδακτικό αντικείμενο και γενικότερα με τη διδακτική πράξη (Apple & Jungck, 1990). Ειδικότερα στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα που χαρακτηρίζεται έντονα από υλοκεντρική και στοχοκεντρική προσέγγιση. Αναλυτικό πρόγραμμα και σχολικό εγχειρίδιο διαμεσολαβούν την θεσμική παιδαγωγική, διαμορφώνουν και ρυθμίζουν με έναν κανονιστικό τρόπο τη λειτουργία της τάξης των μαθηματικών ενώ διαμορφώνουν την αντίληψη που διέπει την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων. Συγκροτούν ένα σύστημα αξιών, πρακτικών και στάσεων για τα μαθηματικά καθώς μέσα από τις επίσημες θεσμικές επιλογές προωθούνται κρίσιμες μαθηματικές πρακτικές που υιοθετούν οι εμπλεκόμενοι στη μαθησιακή διαδικασία και αντανakλώνται στις διδακτικές πρακτικές με τις οποίες χειρίζεται ο εκπαιδευτικός το μαθηματικό περιεχόμενο (έννοιες, σύμβολα, γλώσσα, δομή) όπως και ο βαθμός εξάρτησης από το εγχειρίδιο στη μαθηματική διαδικασία, συμβάλλοντας στην αναπαραγωγή αντιλήψεων για το ρόλο της εκπαίδευσης των μαθηματικών στην κοινωνία και των σχέσεων που οικοδομούν οι μαθητές με το αντικείμενο των μαθηματικών. Σε αυτό το πλαίσιο, δύσκολα μπορεί να λειτουργήσει ο μαθηματικός γραμματισμός ως δημοκρατικός πόρος.

Συνοψίζοντας, το διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών προσεγγίζεται από τους εκπαιδευτικούς τους δείγματος ως ένα σώμα γνώσης με «καθολικές αλήθειες και βεβαιότητες» σε σχέση με τα άλλα αντικείμενα του σχολείου που δεν «επιτρέπει» περιθώρια δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών. Οι εκπαιδευτικοί εναρμονίζονται με την παρουσίαση του σχολικού βιβλίου αλλά σε πολλές

περιπτώσεις ακολουθούν έναν υποκειμενικό/δικό τους μεθοδολογικό σχεδιασμό που τοποθετείται σε μια φορμαλιστική προσέγγιση του αντικειμένου παρά στην πιο πρόσφατη πρόταση του σχολικού βιβλίου και του αναλυτικού προγράμματος σπουδών (Π.Ι. 2011). Αν και αναγνωρίζουν τις δύο αντινομίες, της θεσμικά «επιβαλλόμενης» ύλης και του μειωμένου χρόνου που προϋποθέτει η επεξεργασία, συμφωνούν στην ανάγκη δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών και τη σημασία που έχει για τους μαθητές-μελλοντικούς πολίτες. Μοιάζουν εγκλωβισμένοι στην υπόθεση διεκπεραίωσης της ύλης και στην προσπάθεια να προσφέρουν στους μαθητές τους την έκταση του σχολικού βιβλίου με αποτέλεσμα να βιώνουν μιας μορφής «συμβολική βία» καθώς, οι πρακτικές ενεργούς ακρόασης, οι αιτιολογήσεις, οι ευκαιρίες συλλογικής επεξεργασίας και αλληλεπίδρασης απαιτούν επιπλέον χρόνο και παρόλο που εκφράζουν την παιδαγωγική πρόθεση, εν τέλει, «υποτάσσονται» στην εργαλειακή λογική, αναπαράγοντας μια συντηρητική διδακτική προσέγγιση που υπακούει στο κυρίαρχο μοντέλο της «παραγωγικότητας» και της «αποτελεσματικότητας» και όχι στις ανάγκες των μαθητών και στις σύγχρονες μεθοδολογικές και παιδαγωγικές προσεγγίσεις που εντάσσουν τις κοινωνικοπολιτισμικές και κοινωνικοπολιτικές ερευνητικές κατεύθυνσης.

Διδακτικές πρακτικές και διαχείριση της ισότιμης πρόσβασης

Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στη μελέτη αναγνωρίζουν, την κοινωνική και πολιτισμική ποικιλομορφία των τάξεων με τις διαφορετικές δυνατότητες πρόσβασης. Παρόλα αυτά, δεν φαίνεται να αποτελούν ισχυροί παράγοντες αντίστασης και εφαρμογής μιας προοπτικής επαγγελματικής αυτονομίας/χειραφέτησης, υπεράσπισης της παιδαγωγικής και των μαθητών τους και της κοινωνικοπολιτικής διάστασης του ρόλου τους στη διαδικασία του μαθηματικού γραμματισμού. Σε κάθε περίπτωση όταν αλληλεπιδρούν ατομικά με το/τη μαθητή/τρια, έχουν την παιδαγωγική πρόθεση και προσπαθούν να προσπελάσουν τις δυσκολίες κατανόησης των μαθηματικών εννοιών **διαφοροποιώντας τη διδακτική τους προσέγγιση**, σύμφωνα με το δικό τους μεθοδολογικό σχεδιασμό.

Στην περίπτωση των τριών εκπαιδευτικών, του Γιώργου, της Σοφίας και της Ευγενίας οι μαθητές που δυσκολεύονται ή δεν παίρνουν την πρωτοβουλία ή δε δείχνουν προθυμία/δε σηκώνουν το χέρι τους, παραμένουν στο περιθώριο ως παθητικοί δέκτες όσων διαδραματίζονται στην τάξη των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί σπάνια ενθαρρύνουν την εμπλοκή τους, λειτουργώντας, όπως δηλώνουν, με ένα προστατευτικό τρόπο, ώστε «να μην εκτεθούν στα μάτια των συμμαθητών τους και γίνουν αποδέκτες αρνητικών σχολίων». Αυτές οι πρακτικές αναπαράγουν χαμηλές προσδοκίες για ορισμένους μαθητές και διαιωνίζουν τον κύκλο της ανισότητας και της αποδυνάμωσης εντός και εκτός της τάξης. Συνιστούν κατά κάποιο τρόπο ένα είδος κοινωνικομαθηματικής νόρμας (Σακονίδης, 2011) κριτηρίων εμπλοκής στη δραστηριότητα που επηρεάζει τη σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά, καθώς διαγράφουν αντιφατικά (ή άρρητα) μηνύματα για τις δυνατότητες των μαθητών, ανάγοντας σε μια «κουλτούρα μειονεκτήματος» και «παιδαγωγική της διαφοράς» (Swanson, 2006) που εμποδίζει την μαθηματική πρόσβαση κι ενδυνάμωση, «φοβόμουνα μην πούνε κάτι και κάποιο παιδί ενδεχομένως τους ειρωνευτεί» [(1.10.56) (συνέντευξη Γιώργου)], «Μπορούν όμως να καταλάβουν τα παιδιά ότι εγώ συμπεριφέρομαι λίγο διαφορετικά στα παιδιά που δυσκολεύονται, [...] στις άλλες δραστηριότητες θα συμπεριφερθούν με συγκεκριμένους τρόπους δεν θα θέλουν να είναι με αυτά τα παιδιά να είναι στην ομάδα τους» [(1.15.12) (συνέντευξη, Σοφίας)]. Παράλληλα, μέσα από αυτές τις διδακτικές πρακτικές επιτελείται ο επιλεκτικός και καταναμητικός/αναπαραγωγικός ρόλος του σχολείου καθώς μεταβιβάζει μηνύματα στους μαθητές που προσδιορίζουν τα κριτήρια μιας επιτυχημένης μαθηματικής και κατ' επέκταση μιας αντίστοιχης κοινωνικής ταυτότητας. Συγχρόνως, αυτές οι πρακτικές συνειδητά ή ασυνείδητα δίνουν πλεονέκτημα

στην κυρίαρχη ομάδα των μαθητών της τάξης να καθορίζουν τα πλαίσια συμμετοχής στη μαθηματική διαδικασία σε βάρος της πιο αδύναμης (Σακονίδης, 2017).

Στην περίπτωση του Σωτήρη, η πρόσβαση των «*παρατηρητών*» και «*αφανών*» μαθητών, που για χρόνια αποτελούσαν παθητικοί θεατές, στην μαθηματική διαδικασία, είναι κομβικής σημασίας για τον ίδιο να «*βγουν στο προσκήνιο*» και αυτό αποτυπώνεται στη διδασκαλία του και στην πρακτική του. Παρόλα αυτά, τόσο ο Σωτήρης όσο ο Γιώργος και η Σοφία όταν σηκώνουν έναν/μία μαθητή/τρια στον πίνακα, αλληλεπιδρούν εξατομικευμένα συχνά με έναν εξαντλητικό τρόπο, ειδικά για τους μαθητές που δυσκολεύονται, διαδικασία που συχνά παίρνει διαστάσεις επίμονης επανάληψης κανόνων και διαδικαστικών διαδικασιών και λιγότερο διαφοροποιημένης προσέγγισης. Επιπλέον, πολλές φορές στις «*δύσκολες περιστάσεις*» με προτροπή των εκπαιδευτικών παρεμβαίνουν μαθητές της υπόλοιπης τάξης, πρακτική που καθιστά αμφίβολη τη διαδικασία της εννοιολογικής κατανόησης των μαθητών, καθώς η έκθεση σε μια στρεσογόνα συνθήκη, μάλλον αποδυναμώνει παρά ενθαρρύνει την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις και την αυτονομία τους.

Δύο από τους εκπαιδευτικούς ο Γιώργος και η Σοφία προσεγγίζουν με ένα είδος αυτοεκπληρούμενης προφητείας το ζήτημα της ισότιμης πρόσβασης. Θεωρούν ότι τα σχολικά μαθηματικά δεν είναι για όλους τους μαθητές, ενώ θεωρούν ότι κάποιοι μαθητές «*έχουν ταλέντο στα μαθηματικά*» ή «*αυξημένη μαθηματική αντίληψη*» (Σοφία) παραπέμποντας σε κοινωνικά κατασκευασμένες αντιλήψεις περί «*χαρισματικότητας*», «*μαθηματικού ταλέντου*» ή «*φυσικής*» ικανότητας στη μαθηματική σκέψη και δικαιωνίζουν την εικόνα ενός «*φυσικού ενδιαφέροντος*», «*φυσικοποιώντας*», κατά συνέπεια, την αποτυχία των μαθητών συνδέοντάς τες με εγγενή/κληρονομικά/βιολογικά χαρακτηριστικά, «*ήξερα όμως, ότι δεν μπορούσα να έχω και πολλές προσδοκίες*», «*Η αλήθεια είναι ότι και εγώ δεν πίστευα ότι θα τα καταφέρουν αυτά τα παιδιά*» (Γιώργος), «*Σαφώς και το αντιλαμβάνονται και τα παιδιά αυτό ότι σαφώς και "η δασκάλα μου έχει διαφορετικές προσδοκίες απ' τον καθένα"*» (Σοφία).

Σύμφωνα με τον Noyes (2007), τα λεπτά αλλά υπαρκτά μηνύματα «*subtle messages*» των εκπαιδευτικών για τα παιδιά σχετικά με τις ικανότητές τους επηρεάζουν όχι μόνο την άποψη τους για τον εαυτό τους, αλλά και τις προσδοκίες των συμμαθητών τους για την ακαδημαϊκή τους απόδοση καθώς και σαφή ιδέα για τη σχετική θέση τους στην ομάδα. Η Boaler (2015) στο βιβλίο της «*The elephant in the classroom*» με ένα μεταφορικό τρόπο δίνει την εικόνα της ύπαρξης ενός τεράστιου ελέφαντα που στέκεται στη γωνία της τάξης των μαθηματικών. Ο ελέφαντας αποτελεί μια κοινή πεποίθηση ότι η επιτυχία στα μαθηματικά είναι ένα σημάδι γενικής νοημοσύνης και ότι «*μερικοί άνθρωποι μπορούν να κάνουν μαθηματικά και κάποιοι δεν μπορούν*». Μια ιδέα εξαιρετικά επιβλαβής για τα παιδιά και λανθασμένη για τη διδασκαλία του αντικειμένου «*καθώς οι εκπαιδευτικοί των μαθηματικών ακόμη και οι όχι τόσο καλοί, συχνά, πιστεύουν ότι η δουλειά τους είναι να επιλέξουν εκείνους που μπορούν να κάνουν μαθηματικά από εκείνους που δεν μπορούν*».

Η Ευγενία, συχνότερα από τους υπόλοιπους εκπαιδευτικούς, στις διδακτικές πρακτικές της συνδέει τα βιώματα και τα ενδιαφέροντα των μαθητών με την επεξεργασία των εννοιών αξιοποιώντας τη συμβολή της άτυπης γνώσης για εννοιολογική κατανόηση. Διαφοροποιεί τη διδακτική προσέγγιση όταν αλληλεπιδρά με τους μαθητές που δυσκολεύονται, υποστηρίζοντας τον προσωπικό τρόπο οικοδόμησης και ανάδυσης των μαθηματικών νοημάτων (Stinson, 2004 Boaler, 2000), χωρίς να επιμένει στη μαθηματική ορολογία, διδακτικές πρακτικές που σύμφωνα με τη Boaler ενδυναμώνουν τους μαθητές και δίνουν μεγαλύτερο νόημα στη μάθησή τους.

Χαρακτηριστικό είναι ότι σε όλες τις διδασκαλίες ελάχιστες φορές δημιουργήθηκαν δυναμικές ευκαιρίες ανάπτυξης συνεργασίας και αλληλεπίδρασης μεταξύ των μαθητών που θα ενθάρρυνε τη δυνατότητα συμμετοχής όλων των παιδιών και τη συλλογική διαμόρφωση των εννοιών. Έτσι, ενώ οι εκπαιδευτικοί φαίνεται να ενθαρρύνουν τη συμμετοχή όλων χωρίς το φόβο της απόρριψης παραμένει δυσεπίλυτο εκπαιδευτικό ζήτημα η «αμέτοχη» συμμετοχή ορισμένων μαθητών στην τάξη των μαθηματικών. Χαρακτηριστικό είναι ότι και οι τέσσερις εκπαιδευτικοί τόνισαν ότι ο παράγοντας του χρόνου και ο όγκος της ύλης είναι καθοριστικής σημασίας για να υποστηρίξουν τους μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά.

Συνοψίζοντας, η συλλογική ενδυνάμωση στην τάξη διαφαίνεται ξεκάθαρα ότι αποτελεί μία από τις δυσκολότερες πτυχές της διδασκαλίας. Οι εκπαιδευτικοί αναγνωρίζουν το πλέγμα παραγόντων που επιδρά στην προσωπική και συλλογική ενδυνάμωση από τη μια πλευρά και αποδυνάμωσης και περιθωριοποίησης από την άλλη ενώ ο χρόνος και η διεκπεραίωση της ύλης είναι τα βασικά εμπόδια που προβάλλουν στην αντιμετώπιση των ζητημάτων ποικιλομορφίας των μαθητών τους και ανισοτήτων στην πρόσβαση του μαθηματικού γραμματισμού. Εμπλέκουν κυρίως, τους πρόθυμους μαθητές στην τάξη των μαθηματικών περιορίζοντας τις δυνατότητες συμμετοχής για τους σιωπηλούς και τους μαθητές που δυσκολεύονται στην πρόσβαση του μαθηματικού νοήματος. Διαφοροποιούν την προσέγγιση όταν αλληλεπιδρούν εξατομικευμένα σύμφωνα με ένα υποκειμενικό σχεδιασμό ως προς την κατανόηση των εννοιών ενώ δεν αξιοποιούν συνεργατικές πρακτικές για αλληλεπίδραση που καλλιεργεί το σεβασμό στο ρυθμό του κάθε μαθητή, την αλληλεγγύη (Frankenstein, 2014) και ενδυναμώνει προσωπικά και συλλογικά τους μαθητές χωρίς ανταγωνισμούς και ταξινομήσεις στη βάση της τάξης-κοινότητας.

Διδακτικές πρακτικές και σχέσεις εξουσίας

Στην πλειοψηφία τους οι διδακτικές πρακτικές που υιοθέτησαν οι εκπαιδευτικοί εκφράζουν/αποτυπώνουν πιο παραδοσιακές μορφές διδασκαλίας που έχουν ως κέντρο τον εκπαιδευτικό, ενώ οι δομές ισχύος γίνονται εμφανείς σε κάθε πτυχή της διδασκαλίας καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις ο ρόλος του εκπαιδευτικού επιβεβαιώνεται με άμεσους κι έμμεσους τρόπους ως αναμφισβήτητη επιστημολογική αρχή που κατευθύνει, ρυθμίζει, ερμηνεύει και συνοψίζει τη μαθηματική γνώση.

Κυρίαρχη πρακτική περισσότερο για τους τρεις εκπαιδευτικούς και σε μικρότερο βαθμό για την Ευγενία αποτελεί ο απόλυτος έλεγχος της δραστηριότητας. Παρουσιάζεται και ερμηνεύεται τις περισσότερες φορές προκαταβολικά η μαθηματική δραστηριότητα στερώντας από τους μαθητές τη δυνατότητα να παρατηρούν οι ίδιοι τη μαθηματική κατάσταση, να την περιγράφουν, να δημιουργούν νοερές αναπαραστάσεις, να υποθέτουν, να προτείνουν ιδέες και να επινοούν σχέδια επίλυσης, διαδικασίες που ενθαρρύνουν τη μαθηματική ενδυνάμωση και αυτονομία. Επιμερίζουν το μαθηματικό περιεχόμενο της γνώσης σε μικρά κι ελεγχόμενα τμήματα τα οποία επεξεργάζονται με κλειστού τύπου διευκρινιστικές ερωτήσεις και απαντήσεις, επιμένοντας σε επαναλήψεις και μια ομοιόμορφη στρατηγική κατανόησης, τείνοντας περισσότερο στο μοντέλο παρουσίασης της γνώσης και αυθαίρετης υπαγόρευσης (Almeida, 2010· Davis, 1997· Belenky et al., 1997) από την ρυθμιστική αρχή-εξουσία/εκπαιδευτική αυθεντία παρά συν-κατασκευής με/από τους ίδιους τους μαθητές. Σε ένα τέτοιο γραμμικό πλαίσιο μονολεκτικών κυρίως ερωταποκρίσεων με μονολεκτικές επίσης απαντήσεις, ένα είδος κοινωνικομαθηματικής νόρμας (σύμβασης), ο μαθητής καταβάλλει προσπάθεια να ανταποκριθεί στις προσδοκίες και απαιτήσεις μαθηματικής ορθότητας που θέτει ο εκπαιδευτικός. Οι εκπαιδευτικοί κατευθύνουν τη μαθηματική επεξεργασία με συγκεντρωτικό τρόπο διατηρώντας τους μαθητές απόλυτα εξαρτημένους σε μια

εργαλειακού τύπου διαχείρισης της γνώσης που περιορίζει την ευρηματικότητα και το ενδιαφέρον για τις μαθηματικές έννοιες ενώ δομεί παράλληλα έναν τύπο συμμορφωτικής μαθηματικής ταυτότητας των μαθητών παρά ανεξάρτητης σκέψης και αυθεντικής πρωτοβουλίας. Αυτή η πρακτική δεν ενθαρρύνει τη συνολική αντίληψη της μαθηματικής έννοιας (Καλδρυμίδου, Τζεκάκη και Σακονίδης, 2005), δεν υποστηρίζει την ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας και δεν προάγει τη μαθηματική αυτονομία.

Η μορφή και οι πρακτικές διαλόγου που αναπτύσσονται στην τάξη, στην ουσία, αποτυπώνουν τη φύση της ιεραρχικής δόμησης της διδασκαλίας. Με αυτή την έννοια, κυριαρχεί η πρακτική της μεταβίβασης/μετάδοσης της γνώσης, με τους μαθητές σε αυτή τη διαδικασία να δέχονται παθητικά τις δηλώσεις του φορέα εξουσίας (Belenky et al., 1997) που επιτελούνται από τον εκπαιδευτικό και το σχολικό βιβλίο, οι οποίοι οφείλουν να είναι σε θέση να τις επαναλάβουν. Συνήθως οι πρωτοβουλίες των μαθητών αντιμετωπίζονται από τους εκπαιδευτικούς ως προσωπικό μαθησιακό εμπόδιο του μαθητή και τις διαχειρίζονται με συγκεντρωτικό και άμεσο τρόπο σε μια εξατομικευμένη αλληλεπίδραση. Ο εκπαιδευτικός αποτελεί το «*ρυθμιστή επικοινωνίας*» (Chaviaris, Stathopoulou, & Gana, 2011) και αλληλεπίδρασης με τους μαθητές καθώς σπάνια μοιράζονται/εκχωρούν την εξουσία στους μαθητές για συνεργατική αλληλεπίδραση και ανάληψη πιο ενεργητικών ρόλων για διαπραγμάτευση και επαλήθευση των υποθέσεων και των ερωτημάτων που θέτουν στην κατεύθυνση της συγκρότηση της γνώσης ως κοινωνική δραστηριότητα και συλλογικής ευθύνης. Παρόμοια και η διαφωνία και η αμφισβήτηση στην τάξη σπάνια αγνοούνται από τους εκπαιδευτικούς, αλλά, συνήθως, διαχειρίζονται άμεσα με το μαθητή που τη θέτει και δεν αποτελούν ευκαιρία για περαιτέρω αναζήτηση και συλλογική διαπραγμάτευση.

Οι ρόλοι εκπαιδευτικού – μαθητή είναι απόλυτα διακριτοί και αυτό αντανακλάται στις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών του δείγματος. Ωστόσο, στην περίπτωση της Ευγενίας οι διδακτικές πρακτικές διαφοροποιούνται σε πολλές περιπτώσεις και οι ρόλοι, κυρίως στη δεύτερη διδασκαλία, συμπλέκονται περισσότερο. Η εκπαιδευτικός διερευνά το μαθηματικό νόημα με τους μαθητές ως συνεργατική, διατηρώντας το ρόλο του συντονιστή στην εκπαιδευτική διαδικασία. Στηρίζει με βοηθητικές ερωτήσεις την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τους ίδιους τους μαθητές, υποδηλώνοντας ένα πλαίσιο δημοκρατικής σύγκλισης, εμπιστοσύνης και συλλογικής συγκρότησης των νοημάτων (Cobb & Yackel, 1998· Davis, 1997) ενισχύοντας τη μαθηματική ενδυνάμωση και αυτονομία.

Η Ευγενία φαίνεται να είναι περισσότερο δεκτική από τους άλλους εκπαιδευτικούς του δείγματος στην αμφισβήτηση στοιχείων του περιεχομένου, του μαθήματος και του ρόλου εξουσίας/αυθεντίας, αποδεχόμενη την πιθανότητα λάθους, μιας ακατάλληλης ή μη ενδεδειγμένης διδακτικής επιλογής κάνοντας την αυτοκριτική της και εκφράζοντάς το στους μαθητές της.

Μελετώντας το ζήτημα των εξουσιαστικών σχέσεων στην τάξη των μαθηματικών οι Χαβιάρης και Σταθοπούλου (2011) υποστηρίζουν ότι η μαθηματική εκπαίδευση χρειάζεται να επαναπροσδιοριστεί ώστε να αναγνωριστούν αυτές οι σχέσεις και να δώσουν τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να αναστοχαστούν πάνω στις πρακτικές επικοινωνίας και αλληλεπίδρασης που διαμορφώνουν ιεραρχικές δομές σε μια κατεύθυνση δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών. Οι κριτικοί μαθηματικοί ερευνητές θεωρούν ότι η τάξη των μαθηματικών αποτελεί μια μορφή κοινωνικής οργάνωσης (μικρο-κοινωνία), στην οποία η δημοκρατία κατανοείται ως συλλογική-πολιτική δράση που στόχο έχει τον κοινωνικό μετασχηματισμό και διέρχεται μέσω της καθημερινής εμπειρίας (Skovsmose & Valero, 2008· Vithal, 1999· Jablonka, 2014). Οι μαθητές-πολίτες της τάξης μαθαίνουν να ζουν μαζί, να ακούν με ενεργό τρόπο τις ιδέες των άλλων, να αμφισβητούν, να διαπραγματεύονται αναλύοντας κριτικά τις πρακτικές και τα επιχειρήματα κάθε αρχής/εξουσίας και να παίρνουν την ευθύνη των αποφάσεών τους. Υποστηρίζουν ότι μια δημοκρατική τάξη λειτουργεί στη βάση της κοινωνικής

δικαιοσύνης και ισότητας, προς όφελος του συνόλου, χωρίς αποκλεισμούς και ελιτίστικες νοοτροπίες (non-elitist) (Gerofsky, 2009· Skovsmose & Valero, 2008). Αν οι μαθητές αποδέχονται άκριτα τις πληροφορίες που παρέχουν οι εκπαιδευτικοί απλώς και μόνο επειδή είναι δηλώσεις της «αρχής», τότε είναι πιθανό, ως πολίτες (Almeida, 2010) ότι θα τείνουν να δέχονται χωρίς κριτική τις πληροφορίες και τις προτάσεις που προσφέρουν οι πολιτικοί.

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας έχει σημασία να τονιστεί ότι, αν και περιορισμένου εύρους η μελέτη των σχέσεων εξουσίας στην τάξη των μαθηματικών, δεν μπορεί να παραβλέπει ή να αγνοεί παραμέτρους που καθορίζουν πτυχές του μαθηματικού γραμματισμού. Θα αποτελούσε ανακολουθία αν εξαιρούνταν οι γενικότερες δομικές σχέσεις εξουσίας που χαρακτηρίζουν τη σχολική πραγματικότητα και τις κατευθύνσεις των εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων, όπως, το αναλυτικό πρόγραμμα, το σχολικό βιβλίο, η θεσμική παιδαγωγική, η εντατικοποίηση (intensification) (Apple, 1992), η ανταγωνιστική βαθμολογική προσέγγιση της αξιολόγησης (Κλώθου και Σακονίδης, 2015) και το ατομικιστικό ιδεώδες της γνώσης (Ernest, 2009), παράγοντες που θέτουν εμπόδια και διλήμματα (Maoto & Wallace, 2006) στην πλαισίωση των διδακτικών πρακτικών.

Επιπλέον, παράγοντες, όπως το κρυφό πρόγραμμα σπουδών (hidden curriculum), (Apple & Beane, 1995· Ball, 1999) που δρα παράλληλα με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα και αποτελεί ένα από τα εργαλεία μέσω των οποίων διατηρούνται εξουσιαστικές δομές και αναπαράγονται αντιλήψεις και προνόμια στο επίσημο εκπαιδευτικό πλαίσιο όσο και στις καθημερινές σχολικές αλληλεπιδράσεις (Σταθοπούλου, 2015· Ernest, 2015· Valero, 2010), καθώς και οι ρητές και άρητες κοινωνικομαθηματικές νόρμες (Σακονίδης, 2017) κάθε τάξης καθορίζουν τη δράση, τη συμμετοχή, την αλληλεπίδραση ή την περιθωριοποίηση δια μέσω των λόγων/πρακτικών (discourses), επιδρούν στην αυτονομία, στην προσωπική και κοινωνική προοπτική κατασκευής της μαθηματικής γνώσης (Stathoroulou, Gana, & Chavariaris, 2011) λειτουργώντας ως πρότυπο και κανονιστικό πλαίσιο. Οι εκπαιδευτικοί της μελέτης αναγνωρίζουν το ρόλο αυθεντίας στην τάξη ή τον αντιλαμβάνονται ως τέτοιο, συνειδητά, όπως το υπάρχον εκπαιδευτικό πλαίσιο τον ορίζει. Δεν συνδέουν τις εξουσιαστικές σχέσεις που αναπτύσσονται στην τάξη με την επίδραση που αυτές έχουν στην κοινωνικοπολιτική συμπεριφορά που μαθητή μελλοντικού πολίτη είτε θεωρώντας ότι αυτή είναι αντικείμενο άλλων διδακτικών αντικειμένων «*χάθηκε να μου δώσεις μια ιστορία;*» (Ευγενία), «*όχι στα μαθηματικά, σε άλλα μαθήματα, ένα θεατρικό δρώμενο*» (Σοφία) είτε λειτουργώντας ασυνείδητα στην κατεύθυνση κατασκευής του επιθυμητού πολίτη. Αποσυνδέουν με άλλα λόγια τις διδακτικές πρακτικές τους από το πλαίσιο των ευρύτερων κοινωνικών πρακτικών.

Ασφαλώς και ο εκπαιδευτικός είναι φορέας κυρίαρχων κοινωνικών πρακτικών, όπως και οι δεσμοί αντίληψης και δράσης που δεν θα μπορούσε παρά να αντανakλώνται στις μαθηματικές τους πρακτικές είτε ως συναινετικά πολιτικά όντα είτε ως φορείς κριτικής και αμφισβήτησης στην προοπτική της κοινωνικής δικαιοσύνης. Στην περίπτωση της συγκεκριμένης μελέτης η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών φαίνεται να προσαρμόζεται στο ρόλο της συναίνεσης και να αποδέχεται συνειδητά ή ασυνείδητα το κυρίαρχο αφήγημα για το ρόλο της εκπαίδευσης. Μικρή μετατόπιση, αλλά σημαντική, ανάλογα με το εύρος της συλλογής των δεδομένων, δείχνουν οι διδακτικές πρακτικές της Ευγενίας, ως απόρροια προσωπικών και επαγγελματικών αναζητήσεων καθώς και της επίγνωσης του ρόλου της στην τάξη, χαρακτηριστικά που δίνουν χώρο στην αμφισβήτηση και την κριτική εμπλοκή των μαθητών στη δομή, το περιεχόμενο και διαδικασία του μαθηματικού γραμματισμού. (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ)

Διδακτικές πρακτικές και επιστημολογική ενδυνάμωση (Ερευνητικό Ερώτημα 2β)

Ως προς τις τρεις ξεχωριστές αλλά συμπληρωματικές έννοιες της ενδυνάμωσης του Ernest (2000, 2002) στο μαθηματικό γραμματισμό, τη μαθηματική (mathematical), την κοινωνική (social) και την επιστημολογική (epistemological) ενδυνάμωση/χειραφέτηση (empowerment), στα περισσότερα διδακτικά αποσπάσματα που παρουσιάστηκαν δεν δόθηκε από τους εκπαιδευτικούς η δυνατότητα να αξιοποιηθούν οι μαθηματικές έννοιες από τους ίδιους τους μαθητές και να αποτελέσουν ευκαιρία για διερεύνηση, αναζήτηση και μαθηματική επικοινωνία ώστε οι μαθητές να χειριστούν τις έννοιες, τις σχέσεις και τα σύμβολα για να βελτιώσουν την κατανόησή τους στις αντίστοιχες μαθηματικές ιδέες καθώς και να ενισχυθεί η προσωπική αίσθηση της αυτονομίας στην οικειοποίηση και κατασκευή της γνώσης (μαθηματική ενδυνάμωση/χειραφέτηση). Στις περισσότερες περιπτώσεις οι κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές που επικρατούν, σχηματικά, αποτελούνται από τρία δομικά στοιχεία, ερώτηση, απάντηση, διόρθωση/ανατροφοδότηση, προκρίνοντας την απομνημόνευση και την αναπαραγωγή και υποβαθμίζοντας τη διαλεκτική μορφή της διδασκαλίας.

Ελάχιστες είναι οι περιπτώσεις, συνολικά των εκπαιδευτικών, όπου επισημαίνονται πρακτικές που υποδηλώνουν εμπιστοσύνη στους μαθητές ως προς τη χρήση των μαθηματικών ενεργειών και τη λήψη αποφάσεων και μία από αυτές ήταν στις διδασκαλίες της Ευγενίας ενώ σπάνια μεταβιβάζουν (εξουσιοδοτούν) την ευθύνη της διαπραγμάτευσης και της μαθηματικής επικοινωνίας στην ομάδα της τάξης για συλλογική και συνεργατική κατασκευή του νοήματος, πρακτική που θα προωθούσε την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις, την ανεξαρτησία της σκέψης, τη μαθηματική και συλλογική ενδυνάμωση.

Αρκετά από αυτά τα διδακτικά αποσπάσματα θα μπορούσαν να ανοίξουν ένα πεδίο κοινωνικού προβληματισμού και να αξιοποιηθούν τα μαθηματικά ως εργαλείο κριτικής κοινωνικών καταστάσεων και φαινομένων (κοινωνική ενδυνάμωση/χειραφέτηση) ενώ παράλληλα μέσα από την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών να οδηγήσουν σε συλλογική και δημοκρατική κατασκευή της μαθηματικής γνώσης (επιστημολογική ενδυνάμωση/χειραφέτηση). Έτσι, εξαιρετικά λίγες ήταν οι περιπτώσεις όπου συνολικά οι εκπαιδευτικοί συσχέτισαν τη μαθηματική δραστηριότητα με κοινωνικά ζητήματα όπως, χαρακτηριστικό ήταν επίσης, ότι και οι μαθητές σπάνια έθεταν συνεισφορές/προβληματισμούς κοινωνικών προεκτάσεων κατά τη μαθηματική επεξεργασία, «*Κύριε, ο κρεοπώλης βάζει πάνω στη μπριζόλα, πόσο λίπος έχει; Δε βάζει.*» (στ. 157, 2^ο Δ.Α. 1^{ης} διδ. Σωτήρη), σπάνια αποτελούσαν ευκαιρία για διαπραγμάτευση και μαθηματική, διαδικασία αναπόσπαστη με ένα δημοκρατικό σχέδιο εργασίας, που αναπτύσσει την ικανότητά τους να κρίνουν, να αξιολογούν και να ερμηνεύουν τον κόσμο μέσα από ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών εμπειριών και χρήσεων της καθημερινότητάς τους προωθώντας παράλληλα την «κοινωνική ενδυνάμωση» των μαθητών-μελλοντικών πολιτών. Συνοψίζοντας, το αντικείμενο του μαθηματικού γραμματισμού μοιάζει να αναπτύσσεται στην τάξη αποσυνδεδεμένο από τα άλλα διδακτικά-επιστημονικά αντικείμενα, από εμπειρίες δημοκρατικών πρακτικών και από την κοινωνική πραγματικότητα ενώ οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί αντανακλούν, ως επί το πλείστο, τις ιεραρχικές σχέσεις που δομούνται στην τάξη των μαθηματικών και λιγότερο την ανάπτυξη ενός δημοκρατικού πλαισίου δόμησης των μαθηματικών εννοιών, επομένως, λιγότερο χειραφετητικό ως προς την επιστημολογική ενδυνάμωση των μαθητών (Davis, 1997· Ernest, 2000, 2002· Mholo & Schafer, 2012).

Σύμφωνα με τα στάδια επιστημολογικής ενδυνάμωσης που ανέπτυξαν οι Belenky et al. (1997), οι διδακτικές πρακτικές που αποτυπώνονται στον κυρίαρχο προσανατολισμό ακρόασης, όπως αποτυπώθηκε στην παρούσα μελέτη, περιορίζουν τους μαθητές στα αρχικά στάδια της ανάπτυξης των επιστημολογικών δυνάμεων, δηλαδή, στο στάδιο της σιωπής (Silence) «*Σιωπηλή γνώση*», όπου ο

μαθητής εξαρτάται σχεδόν εξ ολοκλήρου από την καθοδήγηση του φορέα γνώσης/αυθεντίας και ο ρόλος του είναι να υπακούει και να αποδέχεται, στο στάδιο της Αποδεχόμενης/Λαμβανόμενης Γνώσης (Received knowledge), όπου ο μαθητής είναι ικανός να επαναλαμβάνει τη γνώση που διδάσκεται και στο στάδιο Υποκειμενικής Γνώσης (Subjective Knowledge), όπου το υποκείμενο μπορεί παθητικά να αντισταθεί στη γνώση και την εξουσία του «άλλου», προτιμώντας να ακούσει τη διαίσθησή του, τις δικές τους άτυπες μεθόδους. Σε αυτό το στάδιο μπορεί να αξιολογεί τις υποκειμενικές διαισθητικές κρίσεις του και να νιώθει ικανοποίηση όταν αυτές αναγνωρίζονται ή επιβεβαιώνονται αναπτύσσοντας παράλληλα το αίσθημα της αυτοπεποίθησης/αυτονομίας και του αυτοπροσδιορισμού. Στο επίπεδο της παρούσας μελέτης θα μπορούσε να σημειωθεί ότι ανιχνεύονται χαρακτηριστικά της Υποκειμενικής Γνώσης σε ελάχιστα αποσπάσματα [ενδεικτικά: 6ο Δ.Α. (στ. 83) διδ. Γιώργου, 5ο Δ.Α. (στ. 25) διδ. Σοφίας, 3ο Δ.Α. (στ.306) και 9ο Δ.Α. (στ. 113) 1ης διδ. Ευγενίας, 1ο Δ.Α. (στ. 65) και 5ο Δ.Α. (στ. 224, 228 και 237) 2ης διδ. Ευγενίας] τα οποία αποτελούν συνεισφορές των μαθητών/τριών και δείχνουν να συνδυάζουν τη διαισθητική/εμπειρική γνώση με τις μαθηματικές διαδικασίες στην κατεύθυνση της εννοιολογικής κατανόησης ενώ ενθαρρύνονται και αναδεικνύονται σε ορισμένες περιπτώσεις από την Ευγενία στη διδασκαλία της.

Στις παραπάνω παρατηρήσεις συμφωνούν με τις έρευνές τους και οι Ernest (2002), Mhlolo και Shafer (2012). Οι διδακτικές πρακτικές που συντηρούν εξαρτητικές σχέσεις και ιεραρχικές δομές, δεν ενθαρρύνουν την μαθηματική ενδυνάμωση, τη συνεργασία και την αυτονομία των μαθητών ώστε να μπορούν να αξιοποιούν τα μαθηματικά ως εργαλείο σκέψης για ανεξάρτητη κρίση και κατασκευή της γνώσης. Αντίστοιχα, δεν χειραφετούν τους μαθητές ως συλλογικά υποκείμενα με ισότιμη συμμετοχή στις μαθηματικές μαθησιακές εμπειρίες που στηρίζονται στη δική τους άποψη και λαμβάνουν αποφάσεις στο πλαίσιο της δημοκρατικής οργάνωσης και λειτουργίας της μικροκοινωνίας της τάξης των μαθηματικών, ανεπίγνωστα, καθλώνουν τους μαθητές σε ένα χαμηλό επίπεδο επιστημολογικής ενδυνάμωσης.

Ο Ernest (2002) υπογραμμίζει ότι *«εάν εφαρμόσουμε αυτό το μοντέλο στα παιδιά των σχολείων, τα περισσότερα από αυτά θα περιγραφούν καλύτερα στα αρχικά στάδια λόγω του αποσπασματικού (disconnected) τρόπου με τον οποίο συνήθως διδάσκονται τα μαθηματικά επηρεάζοντας και τον μελλοντικό τρόπο σκέψης»*. Ο τελικός στόχος του μοντέλου σημειώνει είναι *«να οδηγηθεί ο μαθητής και ο εκπαιδευτικός στο στάδιο του «δημιουργού γνώστη»/δημιουργού της γνώσης (constructing knower), όπου μπορεί να συνδυάζει τη διαίσθηση με νέα στοιχεία γνώσης, με τις μαθηματικές διαδικασίες και τις δεξιότητες των μαθηματικών, χρησιμοποιεί μαθηματική σκέψη διερευνώντας προσεγγίσεις και μοιράζεται το αποτέλεσμα με τους συνομηλίκους και τους δασκάλους ενώ συνδέει τη μαθηματική γνώση με τους ανθρώπινους σκοπούς και τον πολιτισμό»*.

Γενικότερα, η «μαθηματική» και «κοινωνική ενδυνάμωση» απαιτεί από τους εκπαιδευτικούς να δείξουν γνήσιο ενδιαφέρον για τις ιδέες που οι μαθητές κατασκευάζουν και εκφράζουν, ανεξάρτητα από το πόσο απροσδόκητες μπορεί να είναι ενώ ένα πλαίσιο συλλογικής συγκρότησης της γνώσης προϋποθέτει τη λειτουργία της τάξης με δημοκρατικές αρχές. Η καθημερινή διδακτική πρακτική σε μια δημοκρατική ενδυναμωτική τάξη να προσκαλούμε τους μαθητές να συνεισφέρουν με τις ιδέες και τις απαντήσεις τους σε ένα μαθηματικό ζήτημα χρειάζεται πρώτιστα να ακούμε σε βάθος τον μαθητή και τη σκέψη του ενώ είναι ουσιαστικό να θέτουμε τις εικασίες και τους προβληματισμούς των μαθητών στους ίδιους τους συμμαθητές τους για συζήτηση, συνεργασία και αλληλεπίδραση μεταβιβάζοντας την ευθύνη στους ίδιους ώστε να χειραφετούνται μαθηματικά και να αναπτύξουν μέσα από αυτή τη διαδικασία θετική μαθηματική ταυτότητα (Graven, 2011).

Ολοκληρώνοντας, μια τάξη μαθηματικών που στοχεύει στην επιστημολογική χειραφέτηση του μαθητή η οποία ταυτίζεται με την προώθηση δημοκρατικών μαθηματικών πρακτικών έχει σημασία να διαμορφώνει ένα δυναμικό περιβάλλον μάθησης που αναπτύσσει τη συνειδητή αλληλεπίδραση, την επιχειρηματολογία, την κριτική ανάλυση των πληροφοριών και το σεβασμό στις ιδέες των άλλων συμβάλλοντας στην ανάπτυξη κριτικής κατανόησης, ενδυνάμωσης, συλλογικής δημιουργίας και διαμόρφωσης θετικών συναισθημάτων/στάσης για τα μαθηματικά εντασσόμενο σε ένα ευρύτερο χειραφετητικό όραμα εκπαίδευσης και κοινωνίας.

6.2 Συμπεράσματα

Η τάξη των μαθηματικών και η εκπαιδευτική διαδικασία αναγνωρίζεται και προσεγγίζεται ως ένα πολύπλοκο και πολυδιάστατο φαινόμενο που ορίζεται και διαμορφώνεται μέσα από κοινωνικοπολιτικούς παράγοντες και κυρίαρχες κοινωνικές πρακτικές ρητές και άρρητες που διαμορφώνουν δομικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού νόηματος που συγκροτούνται στην τάξη. Μια αφαιρετική διαδικασία που αποτελεί η προσπάθεια να αποτυπωθούν με έναν πιο συνοπτικό και κατάλληλο τρόπο οι διαπιστώσεις της ερευνητικής διαδικασίας δεν είναι καθόλου εύκολη καθώς, εκ των πραγμάτων, κάθε συμπερασματική κατάληξη ενσωματώνει πλήθος διαστάσεων που αναπτύσσουν ένα δυναμικό πεδίο ερμηνειών σε πολλές κατευθύνσεις. Με βάση το ερμηνευτικό πλαίσιο της ερευνητικής ποιοτικής προσέγγισης η οποία εστιάζει στις διαδικασίες κατανόησης και αναστοχασμού του ερευνητικού προβλήματος επιχειρείται να διατυπωθούν συνοπτικά τα συμπεράσματα της μελέτης.

Ως προς το 1ο ερευνητικό ερώτημα: Ποιες και πώς οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών της Α/θμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά διαμορφώνουν τον προσανατολισμό ακρόασής τους;

Η ατομική αλληλεπίδραση (εκπαιδευτικού-μαθητή/τριας), η αναζήτηση συγκεκριμένων απαντήσεων και ο προσανατολισμός ακρόασης σε επιφανειακά χαρακτηριστικά των απαντήσεων των μαθητών αποτυπώνονται κυρίως στις διδακτικές πρακτικές της πλειοψηφίας των εκπαιδευτικών. Επικρατούν τα χαρακτηριστικά μετάδοσης και εργαλειακής χρήσης της γνώσης που διαμορφώνουν τον αξιολογητικό προσανατολισμό ακρόασης.

Σε μία περίπτωση οι διδακτικές πρακτικές φάνηκε να εναρμονίζονται με τον ερμηνευτικό προσανατολισμό ακρόασης όπου αναγνωρίζεται η υποκειμενικότητα των νοημάτων από την εκπαιδευτικό. Αναδεικνύει και αξιοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό το σκεπτικό των μαθητών ως πηγή γνώσης και υποστηρίζει την προσωπική διαδρομή κατανόησης των μαθητών δίνοντας οπτικές μιας πιο συμμετοχικής και δημοκρατικής κατεύθυνσης στην συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών.

Ως προς το πρώτο σκέλος του 2ου ερευνητικού ερωτήματος: Πώς οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των μαθηματικών συνδέονται με τη διαχείριση χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού, του διδακτικού αντικειμένου, της ισότιμης πρόσβασης και τις σχέσεις εξουσίας που αναπτύσσονται στην τάξη,

-για την πλειοψηφία των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στη μελέτη κυρίαρχη είναι η διαδικαστική και λειτουργική κατεύθυνση των χαρακτηριστικών του μαθηματικού γραμματισμού σε μια απόλυτα δομημένη και ξεκάθαρη διαδικασία ερωτήσεων και απαντήσεων όπου γίνεται φανερό σε κάθε μαθητή/μαθήτρια ότι αποτελεί ατομική του/της ευθύνη η πρόσβαση στο μαθηματικό νόημα.

-το διδακτικό αντικείμενο διαχειρίζεται ως ένα αδιαπραγμάτευτο σώμα γνώσης σταθερών αληθειών με κανόνες και θεωρία, ανεξάρτητο από τα άλλα διδακτικά αντικείμενα, που ελάχιστα συνδέεται με την

εμπειρία και νοηματοδοτείται διαλεκτικά στην τάξη σε μια μεθοδολογική προσέγγιση που συγκεντρώνει υποκειμενικά χαρακτηριστικά.

-οι εκπαιδευτικοί λειτουργούν κυρίως με τους πρόθυμους μαθητές, περιορίζοντας τις δυνατότητες συμμετοχής και διαφοροποίησης της προσέγγισης για τους μαθητές που δυσκολεύονται στην πρόσβαση του μαθηματικού νοήματος.

-οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών αντανakλούν, κυρίαρχα, τις ιεραρχικές σχέσεις που δομούνται στην τάξη των μαθηματικών. Οι πρωτοβουλίες/συνεισφορές των μαθητών διαχειρίζονται με συγκεντρωτικό τρόπο ενώ δεν ενθαρρύνεται η αυτονομία των μαθητών στη λήψη αποφάσεων και η ανάπτυξη ενός δημοκρατικού πλαισίου δόμησης των μαθηματικών εννοιών.

Ως προς το δεύτερο σκέλος του 2ου ερωτήματος που αφορά στην επιστημολογική ενδυνάμωση (μαθηματική και κοινωνική) των μαθητών, στις περισσότερες περιπτώσεις οι κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές υποβαθμίζουν τη διαπραγματευτική και διαλεκτική μορφή της διδασκαλίας, συντηρούν εξαρτητικές σχέσεις, χαρακτηριστικά που δεν προωθούν την μαθηματική ενδυνάμωση, τη συνεργατική κατασκευή και την αυτονομία των μαθητών. Αποσυνδέουν τα μαθηματικά από τις κοινωνικές χρήσεις τους ενώ σπάνια αξιοποιούνται ως εργαλείο κριτικής συντηρώντας ένα χαμηλό επίπεδο κοινωνικής ενδυνάμωσης/χειραφέτησης των μαθητών-μελλοντικών πολιτών.

Λαμβάνοντας υπόψη τα ευρήματα της μελέτης, αναδύονται βασικές πτυχές τόσο των παιδαγωγικών (διαχείριση περιεχομένου-προσέγγιση) όσο και οι κοινωνικοπολιτικών διαστάσεων των διδακτικών πρακτικών στην τάξη των μαθηματικών που συμπλέκονται μεταξύ τους δυναμικά καθορίζοντας σημαντικές πτυχές του μαθηματικού γραμματισμού. Στην πλειοψηφία τους οι διδακτικές πρακτικές που υιοθέτησαν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος όπως αναλύθηκε στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας, αποτυπώνουν ένα συνδυασμό στοιχείων παραδοσιακών μορφών διδασκαλίας (μετωπική, άμεση διδασκαλία και ατομική αλληλεπίδραση) που θέτουν τον εκπαιδευτικό στο κέντρο της διδασκαλίας και στοιχείων της επιστημολογίας του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού. Οι εκπαιδευτικοί φαίνεται να υιοθετούν χαρακτηριστικά του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού που συγκεντρώνουν την προσοχή στην ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων, στην ατομική, κυρίως, κατασκευή των γνώσεων, ανεξάρτητα από το νόημα που οικοδομεί ο μαθητής και τα κοινωνικοπολιτικά πλαίσια, όπου στο επίκεντρο της θεωρητικής ανάλυσης τοποθετούνται πρωτίστως η κατάλληλη μεθοδολογία που στοχεύει στη γνωστική ανάπτυξη, στη λογική σκέψη του μαθητή-εγκεφάλου με προοπτική στο γνωστικό άτομο χωρίς να συνδέεται με την κοινωνική σημασία της ανάπτυξης και της κριτικής αντίληψης για τη χρήση και το ρόλο του μαθηματικού γραμματισμού.

Ο κοινωνικός κονστρουκτιβισμός και οι μεταγενέστεροι ερευνητές στη μαθηματική έρευνα, που βλέπουν το νόημα, τη σκέψη και τη λογική ως προϊόντα κοινωνικής δραστηριότητας, θέτουν τα κοινωνικοπολιτισμικά και κοινωνικοπολιτικά ζητήματα ως ορίζουσες διαστάσεις στο μαθηματικό γραμματισμό, τίθενται πιο επιτακτικά τις τελευταίες δεκαετίες. Φαίνεται ότι ακόμη, αυτά τα ερευνητικά δεδομένα και η προβληματική τους, βρίσκονται μακριά από την πραγματικότητα της τάξης των μαθηματικών και τις διδακτικές πρακτικές των συμμετεχόντων της παρούσας μελέτης. Η ισχυρή επιρροή της γνωστικής θεωρίας και της ατομικής κατασκευής της γνώσης είναι κυρίαρχη όχι μόνο στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και ειδικά των πιο έμπειρων καθώς αποτελεί μια οικεία γνώση και πρακτική στην τάξη των μαθηματικών αλλά και στις επιμορφωτικές διαδικασίες του θεσμικού φορέα. Αυτό γίνεται αντιληπτό και από την τεχνοκρατική κατεύθυνση της εκπαίδευσης που στο επίκεντρο θέτει το άτομο και εστιάζει στις επιδόσεις ως κυρίαρχο προσανατολισμό του σχολείου.

Χαρακτηριστικά, όπως, η ισχυρή παρακαταθήκη του φορμαλιστικού πρότυπου των «Νέων Μαθηματικών», η διάσπαση της γνώσης σε μικρούς εφικτούς και μετρήσιμους στόχους, η κυριαρχία των

στρατηγικών και της μεθοδολογίας του «επιμέρους», των αποσπασματικών γνώσεων και η προετοιμασία για τις ανταγωνιστικές μορφές αξιολόγησης διέπουν όχι μόνο το αναλυτικό πρόγραμμα και το σχολικό βιβλίο αλλά και τις επιμορφωτικές προσεγγίσεις των εκπαιδευτικών διαμορφώνοντας αντίστοιχα δομικά χαρακτηριστικά της εκπαίδευσης και τις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών στην τάξη που θέτουν εμπόδια στο μετασχηματισμό τους στην κατεύθυνση της δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών.

Ο συγκεντρωτικός χαρακτήρας, συνολικά του εκπαιδευτικού συστήματος, καλλιεργεί εξαρτητικές πρακτικές στην πάροδο του χρόνου καθώς οι εκπαιδευτικοί βιώνουν όλο και λιγότερη επαγγελματική και παιδαγωγική αυτονομία στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων, οδηγεί μακροπρόθεσμα στην εντατικοποίηση και την απομάκρυνση από τις παιδαγωγικές αξίες/στόχους του μαθηματικού γραμματισμού ακόμη και από την παιδαγωγική του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού.

Από τη συνέντευξη με τους εκπαιδευτικούς για τις πρακτικές που υιοθετούν, προκύπτουν αντιφάσεις και αντινομίες τις οποίες και οι ίδιοι αναγνωρίζουν με βάση τις επιστημονικές και παιδαγωγικές αρχές της διδασκαλίας είτε του προσανατολισμού ακρόασης είτε της επιστημολογικής (μαθηματικής και κοινωνικής) ενδυνάμωσης, εντούτοις, αυτές οι διαπιστώσεις φαίνεται ότι δεν γίνονται ικανές από μόνες τους να μετασχηματίσουν την πρακτική στην παιδαγωγική πράξη. Οι εκπαιδευτικοί διαφαίνεται να δέχονται ένα παθητικό ρόλο που υπακούει στο πανοπτικό μοντέλο και ευθυγραμμίζεται στην θεσμική παιδαγωγική η οποία καθορίζεται από την κυρίαρχη εκπαιδευτική πολιτική.

Η/ο εκπαιδευτικός ως μέρος κι αυτός/αυτή μιας ιστορικής, κοινωνικοπολιτικής και πολιτισμικής κοινότητας διαμορφώνεται και διαμορφώνει τους όρους της ταυτότητάς του/της και της πρακτικής της/του. Οι διδακτικές του/της πρακτικές δεν είναι ουδέτερες κατασκευές, αλλά αντανακλούν τις κοινωνικές του/της πρακτικές στη σχολική τάξη. Οι αντιλήψεις για το μαθηματικό γραμματισμό, για την επιτυχία ή την ικανότητα στα μαθηματικά είναι αντιλήψεις που απηχούν κυρίαρχες κοινωνικές κατασκευές, ισχυρές όπως διαφαίνεται, αντανακλώντας την εικόνα της «βεβαιότητας» και του επιλεκτικού ρόλου των μαθηματικών στην τάξη. Ο/η εκπαιδευτικός εν δυνάμει λειτουργεί ως υπόδειγμα/πρότυπο για τους/τις μαθητές/μαθήτριές του, επομένως και οι κοινωνικομαθητικές νόρμες που αναπτύσσονται στην τάξη διαμορφώνουν αντίστοιχες μαθηματικές αντιλήψεις και πρακτικές αλλά και κοινωνικές ταυτότητες των μελλοντικών πολιτών. Ασφαλώς και οι διδακτικές πρακτικές, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, δεν αποτελούν μια στατική ή μια παθητική κατάσταση αλλά βρίσκονται σε διαρκή αναδιαμόρφωση, ενδεχομένως, με διαφορετικούς ρυθμούς και τρόπους.

Ένα θετικό σημείο αποτελεί ότι η συζήτηση με τους εκπαιδευτικούς για τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετούν προκάλεσε προβληματισμούς και τη διάθεση να συζητήσουν πάνω σε αυτές, σε μια αναστοχαστική προοπτική στην κατεύθυνση της υποστήριξης δημοκρατικών εμπειριών κατασκευής του μαθηματικού γραμματισμού με προσανατολισμό στο μαθητή-μελλοντικό πολίτη.

Τα ευρήματα της μελέτης υποδεικνύουν ότι αποτελεί εξαιρετικά κρίσιμη πρόκληση η ανάγκη επίγνωσης των κοινωνικοπολιτικών διαστάσεων της εκπαίδευσης, του αναστοχασμού των διδακτικών πρακτικών, του επανακαθορισμού των ρόλων και των σχέσεων εξουσίας στην παιδαγωγική πράξη ως διαδικασίες που ενδυναμώνουν και χειραφετούν τον/την εκπαιδευτικό και την πρακτική του τόσο επαγγελματικά όσο και κοινωνικά στην κατεύθυνση της δημοκρατικής διάστασης και της δικαιοσύνης.

6.3 Περιορισμοί της μελέτης - Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Αν και χρησιμοποιήθηκαν αποδεκτές ερευνητικές μέθοδοι για τη συγκεκριμένη μελέτη, αναγνωρίζεται ότι η εγκυρότητα των ευρημάτων μπορεί να επηρεαστεί από ορισμένους περιορισμούς. Ένας περιορισμός είναι ότι δεν σχεδιάστηκε ρητά εξ αρχής ένα μοντέλο συλλογής δεδομένων. Αντίθετα, το εργαλείο αναδύθηκε σταδιακά από τα δεδομένα που συγκεντρώνονταν και βασίστηκε στους ερευνητικούς προβληματισμούς της μελέτης, τη διαδικασία της έρευνας και στην διαρκή αναζήτηση της βιβλιογραφίας. Ένας δεύτερος περιορισμός της έρευνας και της γενικευσιμότητας των ευρημάτων (Creswell, 2016), όπως αναφέρθηκε για την μελέτη περίπτωσης πιο πάνω, είναι ο μικρός αριθμός του δείγματος καθώς και ο περιορισμένος αριθμός των παρατηρούμενων διδασκαλιών. Ως μελέτη μικρής έκτασης, μπορεί να αποτελέσει ένα δείγμα αποτύπωσης των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί και να αναδείξει όψεις της λειτουργίας των πρακτικών μαθηματικού γραμματισμού σε μια διαδικασία αναστοχασμού υπό την έννοια της δημοκρατικής συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών και της κριτικής προσέγγισης του μαθηματικού γραμματισμού. Στα παραπάνω, χρειάζεται να προστεθεί ως μέρος της αναστοχαστικής διαδικασίας της έρευνας και η γνωριμία των εκπαιδευτικών του δείγματος με την ερευνήτρια, γεγονός που, ενδεχομένως, επηρέασε την κρίση της ερευνήτριας τόσο κατά την παρατήρηση των διδασκαλιών όσο και κατά την ανάλυση των δεδομένων.

Τέλος, οι θεσμικοί περιορισμοί, καθώς, ορίζεται αυστηρά ο χρόνος συλλογής των δεδομένων από τους κανονισμούς του Υπουργείου Παιδείας, δεν βοήθησαν στην ανάπτυξη του ερευνητικού πεδίου, μιας πιο σφαιρικής κι εμπειριστατωμένης αποτύπωσης, γεγονός που καθιστά αναγκαία τη συνέχιση της έρευνας με τα ίδια ερευνητικά ερωτήματα ώστε να μελετηθούν περαιτέρω οι διδακτικές πρακτικές σε συνάρτηση με τη συγκρότηση του μαθηματικά εγγράμματου δημοκρατικού και κριτικού πολίτη. Θα ήταν σημαντικό να πραγματοποιηθεί για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα και σε μεγαλύτερο δείγμα συμμετεχόντων ώστε να διευρυνθεί η μελέτη. Έτσι, τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας θα μπορούσαν να αποτελέσουν την αφετηρία για περαιτέρω διερεύνηση των διδακτικών πρακτικών και ερευνητική παρέμβαση στην τάξη των μαθηματικών. Ήδη, η βιβλιογραφία, κυρίως για τη δευτεροβάθμια και σε μικρότερη έκταση για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση, μπορεί να υποστηρίξει παρόμοιες έρευνες. Αναζητώντας τις προσεγγίσεις των ερευνητών στο συγκεκριμένο θέμα αξίζει να σημειωθεί ότι αρκετές εμπειρικές μελέτες έχουν βασιστεί στους προσανατολισμούς ακρόασης που προτείνει ο Davis στη μαθηματική έρευνα σε μια ποικιλία πτυχών της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Αισιόδοξη οπτική αποτελούν οι μελέτες που αναπτύσσουν ένα πλαίσιο παρέμβασης για αναστοχασμό των διδακτικών πρακτικών των εκπαιδευτικών, που παρακολουθούν το μετασχηματισμό από τον πρώτο στον τρίτο προσανατολισμό ακρόασης. (Hintz, & Tyson, 2015 Davis, 1997)

Επιπρόσθετα, πολλοί ερευνητές τονίζουν την αναγκαιότητα μιας υποστηρικτικής εκπαιδευτικής κοινότητας για την παροχή της αναγκαίας υποστήριξης σε μια πορεία μετασχηματισμού των διδακτικών πρακτικών προς το δεύτερο και τον τρίτο προσανατολισμό ακρόασης των εκπαιδευτικών. (Aronowitz & Giroux, 2010 Apple, 1992 Davis, 1997)

Τέτοιες δράσεις μπορεί να προσφέρουν το ερέθισμα στους εκπαιδευτικούς για αυτοκατανόηση και αυτοσυνειδησία των διδακτικών τους πρακτικών (Ernest, 2000) ώστε να παράγουν οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί γνώση από την ίδια τους την πρακτική και κριτική ανάλυση του έργου τους ώστε να προωθηθεί ένα δημοκρατικό πλαίσιο προσέγγισης του μαθηματικού γραμματισμού στην πράξη, που αναγνωρίζει την πολυπλοκότητα και την υποκειμενικότητα της μαθηματικής σκέψης φέρνοντάς την στο προσκήνιο της διδασκαλίας και αναδεικνύοντάς την σε καθοριστικό παράγοντα στη συγκρότηση της γνώσης και ταυτότητας. Η τάξη των μαθηματικών λειτουργώντας ως πεδίο διερεύνησης,

αντιπαράθεσης, επιχειρηματολογίας και δημοκρατικής συγκρότησης των ιδεών σε ισότιμη βάση, μέσα από τη δημιουργική εμπειρική προσπάθεια, μπορεί να συνδέει διαλεκτικά μαθηματικές με κοινωνικές έννοιες, τον σχολικό με τον κοινωνικό χώρο, την προσωπική με την κοινωνική ζωή των μαθητών, να ενδυναμώνει στην προοπτική της χειραφέτησης το μαθηματικό μαθητή-μελλοντικό πολίτη ώστε να κατανοεί, να ερμηνεύει και να παρεμβαίνει ενεργά για την βελτίωση της προσωπικής και συλλογικής ζωής ως κριτικό(ς) πολιτικό υποκείμενο/πολίτης.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Aguilar, M. S., & Zavaleta, J. G. M. (2012). On the links between mathematics education and democracy: A literature review. *pythagoras*, 33(2), 1-15.

Almeida, D. (2010). Are there viable connections between mathematics, mathematical proof and democracy? *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 25. Retrieved 11 January, 2020, from <https://bit.ly/2W0iunR>

Anastasiou, D., Sideridis, G. D., & Keller, C. E. (2018). The Relationships of Socioeconomic Factors and Special Education with Reading Outcomes across PISA Countries. *Exceptionality*, 1-15.

Anderson, C. R., & Tate, W. F. (2008). 13 Still separate, still unequal. *Handbook of international research in mathematics education*, 299. Retrieved 8 May, 2020, from <https://bit.ly/2ZOsLEP>

Andersson, A. (2010). Can a critical pedagogy in mathematics lead to achievement, engagement and social empowerment? *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 25.

Apple, M. W. (1980). The other side of the hidden curriculum: Correspondence theories and the labor process. *Interchange*, 11(3), 5-22.

Apple, M. W., & Jungck, S. (1990). "You Don't Have to Be a Teacher to Teach This Unit." Teaching, Technology, and Gender in the Classroom. *American Educational Research Journal*, 27(2), 227-251.

Apple, M. W. (1992). Do the Standards go far enough? Power, policy, and practice in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 412-431.

Apple, M. W., & Beane, J. A. (1995). *Democratic schools*. Association for Supervision and Curriculum Development, 1250 North Pitt Street, Alexandria, VA 22314

Apple, M. W. (1995). 14 Taking power seriously: New directions in equity in mathematics education and beyond. *New directions for equity in mathematics education*, 329.

Apple, M.W. and Beane, J.A. (2007). *Democratic schools: Lessons in powerful education*, 2nd edition. Portsmouth, NH: Heinemann.

Apple M., (2008). *Επίσημη γνώση. Μετάφρ: Μιχάλης Μπατίλας, Επιμέλεια: Γιώργος Γρόλλιος*

Aronowitz S. & Giroux H., (2010). *Η διδασκαλία και ο ρόλος του αναμορφωτή διανοούμενου*. Στο Π. Γούναρη & Γ. Γρόλλιος (επιμ). *Κριτική Παιδαγωγική*. (160-188). (μτφ. Κ. Θεριανός). Αθήνα: Gutenberg

Arslan, C., & Yavuz, G. (2012). A study on mathematical literacy self-efficacy beliefs of prospective teachers. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 5622-5625. Retrieved 18 May, 2019, from <https://bit.ly/30LZblw>

Baldino, R. R., & Cabral, T. C. B. (2006). Inclusion and Diversity from Hegelylcan Point of View: Do We Desire Our Desire for Change?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(1), 19-43.

Ball, S. J. (1999). Global trends in educational reform and the struggle for the soul of the teacher!. *British Education Index (BEI) and British Education Thesaurus (BET)*. Retrieved 18 May, 2020, from <http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/00001212.htm>

Ball, S. J. (2017). *The education debate*. Policy Press.

- Bartell, T. G. (2012) Is this teaching mathematics for social justice? In Wager, A. A. & Stinson, D. W. (Eds.) *Teaching Mathematics for Social Justice: Conversations with Mathematics Educators*, pp. 113-125. Reston, VA: NCTM
- Bartell, T. G. (2013). Learning to teach mathematics for social justice: Negotiating social justice and mathematical goals. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 129-163.
- Barwell, R. (2004). What is numeracy?. *For the learning of mathematics*, 24(1), 20-22.
- Barwell, R. (2016). Investigating stratification, language diversity and mathematics classroom interaction. *PNA*, 11(1), 34-52.
- Basu, D., & Greenstein, S. (2019). Cultivating a Space for Critical Mathematical Inquiry through Knowledge-Eliciting Mathematical Activity. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 4. Retrieved 3 March, 2020, from <https://bit.ly/2BzWedx>
- Belenky, M. F., Clinchy, B. M., Goldberger, N. R., & Tarule, J. M. (1997). *Women's ways of knowing: The Development of Self, Voice, and Mind*. Basic
- Biesta, G. & Tedder, M. (2006). How is agency possible? Towards an ecological understanding of agency-as-achievement. Working paper 5. Exeter: The Learning Lives project.
- Bishop, A. J. (2008). Research, effectiveness, and the practitioners' world. In *Critical issues in mathematics education* (pp. 191-203). Springer, Boston, MA. Retrieved 23 July, 2020, from <https://bit.ly/2ZDGZlq>
- Blintz, W., & Moore, S. (2011, April). *Equity and rigor, how do they relate?* Presentation at the annual meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Indianapolis, IN.
- Boaler, J. (2000). Mathematics from another world: Traditional communities and the alienation of learners. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(4), 379-397.
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom: Helping children learn and love maths*. Souvenir Press.
- Brodie, K. (2010). Learner Resistance to Teacher Change. In *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms* (pp. 183-197). Springer, Boston, MA.
- Brown, T. (2011). *Mathematics education and subjectivity: Cultures and cultural renewal* (Vol. 51). Springer Science & Business Media.
- Buell, C. A., & Shulman, B. (2019). An Introduction to Mathematics for Social Justice.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Chao, T., & Marlowe, M. M. (2019). Elementary Mathematics and# BlackLivesMatter. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 9. Retrieved 10 September, 2020, from <https://bit.ly/3gEUEGk>
- Chaviaris, P., Stathopoulou, C., & Gana, E. (2011). A socio-political analysis of mathematics teaching in the classroom. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 22(Supplemento 1), 233-237. Retrieved 2 May, 2020, from <https://bit.ly/2CmScVR>
- Choy, B. H. (2014). Noticing Critical Incidents in a Mathematics Classroom. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Christiansen, I. M. (2006). Mathematical Literacy as a school subject: Failing the progressive vision?. *Pythagoras*, 12(Dec 2006), 6-13. Retrieved 23 August, 2019, from <https://pythagoras.org.za/index.php/pythagoras/article/viewFile/94/98>

Christiansen, I. M. (2007). Some tensions in mathematics education for democracy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(3), 49-62.

Chronaki, A. (1999). Contrasting the 'Socio-cultural' and 'Socio-political' Perspectives in Maths Education and Exploring their Implications for Teacher Education. *European Educational Researcher*, 5, 13-20.

Chronaki, A. (2013). Identity work as a political space for change: The case of mathematics teaching through technology use. In *Proceedings of the seventh international Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 1, pp. 1-18). Cape Town: MES.

CIEAEM: 2000, Manifesto 2000 for the Year of Mathematics, Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Berlin. Retrieved 24 January, 2020, from <http://www.cieaem.org/?q=system/files/cieaem-manifest2000-e.pdf>

Cobb, P., & Yackel, E. (1998). The culture of the mathematics classroom. *The culture of the mathematics classroom*, 158.

Coles, A. (2001). Listening: a case study of teacher change. In *PME CONFERENCE* (Vol. 2, pp. 2-281).

Coles, A. (2002). Teaching strategies related to listening and hearing in two secondary classrooms. *Research in mathematics education*, 4(1), 21-34. Retrieved 18 April, 2020, from <https://booksc.xyz/book/35559796/987239>

Connell, R. (2009). Good teachers on dangerous ground: Towards a new view of teacher quality and professionalism. *Critical studies in education*, 50(3), 213-229.

Cook-Gumperz, J. (2008). *Η κοινωνική δόμηση του γραμματισμού*. Εκδ. Επίκεντρο.

Crespo, S. (2000). Seeing more than right and wrong answers: Prospective teachers' interpretations of students' mathematical work. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 155-181.

Creswell, J.W. (2016). *Η έρευνα στην εκπαίδευση. Σχεδιασμός, διεξαγωγή και αξιολόγηση της ποσοτικής και ποιοτικής έρευνας* (μτφ.Ν. Κουβαράκου). Αθήνα: "ΕΛΛΗΝ".

Cummins, J. (2005). *Ταυτότητες υπό διαπραγμάτευση: εκπαίδευση με σκοπό την ενδυνάμωση σε μια κοινωνία της ετερότητας*. Μτφρ. Σουζάνα Αργύρη, Αθήνα: Gutenberg

D'Ambrosio, U. B. I. R. A. T. A. N. (2003). The role of mathematics in building a democratic society. *Quantitative Literacy. Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 235-238.

D'Ambrosio, U. (1999). Literacy, matheracy, and technocracy: A trivium for today. *Mathematical thinking and learning*, 1(2), 131-153.

Davies, N., & Walker, K. (2007). Teaching as listening: Another aspect of teachers' content knowledge in the numeracy classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice*, 1, 217-225.

Davis, B. A. (1994). Mathematics teaching: Moving from telling to listening. *Journal of Curriculum and Supervision*, 9, 267-267.

Davis, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for research in mathematics education*, 355-376.

- Davis, B. (2008). Complexity and education: Vital simultaneities. *Educational Philosophy and Theory*, 40(1), 50-65.
- Davis, B. (2013). *Teaching mathematics: Toward a sound alternative*. Routledge.
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*, 80, 75-89.
- Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), 3-24.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 5-32.
- Ellis, M. W., & Berry III, R. Q. (2005). The paradigm shift in mathematics education: Explanations and implications of reforming conceptions of teaching and learning. *The Mathematics Educator*, 15(1). Retrieved 5 May, 2019, from [file:///C:/Users/User/Downloads/152-292-1-SM%20\(3\).pdf](file:///C:/Users/User/Downloads/152-292-1-SM%20(3).pdf)
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Taylor & Francis Group. Retrieved 19 December, 2019, from <https://bit.ly/2RXm3tR>
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Suny Press.
- Ernest, P. (2000). Why teach mathematics. *Why learn maths*, 1-14.
- Ernest, P. (2002). Empowerment in mathematics education. *Philosophy of mathematics education journal*, 15(1), 1-16.
- Ernest, P. (2003). *Mathematics education and philosophy: An international perspective*. Routledge. Retrieved 21 December, 2019, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED378042.pdf>
- Ernest, P. (2007). Epistemological Issues in the Internationalization and Globalization of Mathematics Education. *Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education*, 19-38.
- Ernest, P. (2009). Mathematics education ideologies and globalization. *Critical issues in mathematics education*, 67-110.
- Ernest, P. (2015). Challenging three myths about mathematics: Recognising the social responsibility of mathematics, w. P. Błaszczuk, B. Pieronkiewicz (red.), *Mathematical Transgressions*, 11-50.
- Ernest, P. WHY TEACH MATHEMATICS? THE AIMS, OUTCOMES AND OPPORTUNITIES AFFORDED BY ITS TEACHING AND LEARNING.
- Ernest, P. (2018). The Ethics of Mathematics: Is Mathematics Harmful?. In *The philosophy of mathematics education today* (pp. 187-216). Springer, Cham.
- Fernandez, C., Yoshida, M., & Stigler, J. W. (1992). Learning mathematics from classroom instruction: On relating lessons to pupils' interpretations. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(4), 333-365. Retrieved 3 February, 2020, from <https://bit.ly/2LfMh8q>
- Foucault, M. (1976). *Επιτήρηση και τιμωρία: Η γέννηση της φυλακής*. Αθήνα: Εκδόσεις Ράππα.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 165(4), 315-339.
- Frankenstein, M., & Powell, A. B. (2009). Paulo Freire's contribution to an epistemology of

ethnomathematics. *Recuperado em*, 4.

Frankenstein, M. (2010). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 315-339.

Frankenstein, M. (2014). A Different third r: Radical math. *Radical Teacher*, 100, 77-82. Retrieved 10 December, 2019, from https://www.researchgate.net/publication/276905173_A_Different_Third_R_Radical_Math

Freire, P. (1970/2000). *Pedagogy of the Oppressed*, 30 anniv. ed. *Translated by Myra Bergman Ramos. Introduction by Donaldo Macedo. New York: Continuum.*

Freire, P., & Macedo, D. (2005). *Literacy: Reading the word and the world*. Routledge.

Furinghetti, F. (2008). Mathematics education in the ICMI perspective. *International Journal for the History of Mathematics Education*, 3(2), 47-56.

Gates, P., & Vistro-Yu, C. P. (2003). Is mathematics for all?. In *Second international handbook of mathematics education* (pp. 31-73). Springer, Dordrecht.

Gee, J. P. (2007). *Social linguistics and literacies: Ideology in discourses*. Routledge. Retrieved 20 February, 2019, from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.476.9477&rep=rep1&type=pdf>

Gellert, U., Jablonka, E., & Keitel, C. (2001). Mathematical Literacy and. *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective*, 57.

Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 163-179. Retrieved 12 February, 2019, from <http://math.fau.edu/Yiu/PSRM2015/yiu/EMHL/fulltext.pdf>

Gerofsky, S. (2009). Performance mathematics and democracy. *Educational Insights*, 13 (1). Retrieved 14 May, 2019, from <http://insights.ogpr.educ.ubc.ca/v13n01/articles/gerofsky/index.html>

Giroux, H., & McLaren, P. (1986). Teacher education and the politics of engagement: The case for democratic schooling. *Harvard educational review*, 56(3), 213-239.

Giroux, H. A. (2014). When schools become dead zones of the imagination: A critical pedagogy manifesto. *Policy Futures in Education*, 12(4), 491-499. Retrieved 25 February, 2020, from <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.2304/pfie.2014.12.4.491>

Gounari, P. (2014). Για μια κριτική παιδαγωγική της αυταποκούς. *Proceedings of the IV International Conference in Critical Education*. Retrieved 16 October, 2020, from <https://bit.ly/2XCfil2>

Gramsci, A. (1999). *Prison notebooks-Further Selections from the Prison Notebooks*.

Graven, M. (2011, July). Creating new mathematical stories: Exploring potential opportunities within maths clubs. In *Proceedings of the Seventeenth National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa* (pp. 161-170).

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68.)

Gutiérrez, R. (2013). Why (urban) mathematics teachers need political knowledge. *Journal of Urban Mathematics Education*, 6(2).

Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics education*, 37-73.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Taylor & Francis.

Gutstein, E., & Peterson, B. (Eds.). (2005). *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers*. Rethinking Schools.

Hannaford, C. (1998). Mathematics teaching is democratic education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 30(6), 181-187. Retrieved 11 February, 2020, from <https://www.emis.de/journals/ZDM/zdm986a3.pdf>

Harouni, H. (2015). Toward a political economy of mathematics education. *Harvard Educational Review*, 85(1), 50-74.

Hintz, A., & Tyson, K. (2015). Complex listening: Supporting students to listen as mathematical sense-makers. *Mathematical thinking and learning*, 17(4), 296-326.

Hoines, M. J., & Fuglestad, A. B. (2004). Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)(28th, Bergen, Norway, July 14-18, 2004). Volume 2. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Retrieved 26 April, 2019, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489632.pdf>

Hole, S., & McEntee, G. H. (1999). Reflection is at the heart of practice. *Educational Leadership*, 34-37.

Holt, M. (1994). Dewey and the "cult of efficiency": Competing ideologies in collaborative pedagogies of the 1920s. *Journal of Advanced Composition*, 73-92.

Hudson, B., Henderson, S., & Hudson, A. (2015). Developing mathematical thinking in the primary classroom: liberating students and teachers as learners of mathematics. *Journal of Curriculum Studies*, 47(3), 374-398. Retrieved 24 May, 2020, from <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00220272.2014.979233>

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Springer, Dordrecht. Retrieved 4 July, 2019, from <https://bit.ly/3gdTTnn>

Jablonka, E. (2014). Critical Thinking in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 121-125): Springer.

Julie, C. (2006). Mathematical Literacy: Myths, further inclusions and exclusions. *Pythagoras*, 12(1), 62-69. Retrieved 12 January, 2019, from <https://pythagoras.org.za/index.php/pythagoras/article/viewPDFInterstitial/100/104>

Jurdak, M. (2009). *Toward equity in quality in mathematics education*. New York: Springer.

Karp, A., & Schubring, G. (Eds.). (2014). *Handbook on the history of mathematics education*. New York, NY: Springer.

Keitel, C., Damerow, P., Bishop, A., & Gerdes, P. (1989). Mathematics, education, and society. *Science and Technology Education, Document Series*, (35). Retrieved 9 September, 2019, from <https://bit.ly/3bXCDAU>

Keitel, C. (2006). Mathematics, knowledge and political power. In *New mathematics education research and practice* (pp. 11-22). Brill Sense. Retrieved 19 August, 2020, from <https://bit.ly/380A3rF>

Keitel, C., & Vithal, R. (2008). Mathematical power as political power—the politics of mathematics education. In *Critical issues in mathematics education* (pp. 167-188). Springer, Boston, MA. Retrieved 4 October, 2020, from <https://bit.ly/36hcnhW>

Kilpatrick, J. (2009). The social efficiency movement in the United States and its effects on school mathematics. In *Dig where you stand": Proceedings of the conference "On-going research in the History of Mathematics Education" June 20–24, 2009, at Fjölbrautaskólinn í Garðabæ, Garðabær, Iceland* (pp. 113-122).

Kincheloe, Joe L. (2011). Η Κριτική Παιδαγωγική στον 21ο αιώνα: εξέλιξη για επιβίωση. Στο Νικολακάκη, Μ. (Επιμ.). *Η Κριτική Παιδαγωγική στον Νέο Μεσαίωνα* (σ. 227-78). Αθήνα: Σιδέρης

Knijnik, G., & Wanderer, F. (2010). Mathematics education and differential inclusion: A study about two Brazilian time–space forms of life. *ZDM*, 42(3-4), 349-360.

Lakatos, I. (2015). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge university press.

Larsen, M. A. (2010). Troubling the discourse of teacher centrality: A comparative perspective. *Journal of education policy*, 25(2), 207-231. Retrieved 28 February, 2020, from <https://bit.ly/2WwUCJ1>

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 19-44.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 46(1-3), 87-113.

Maher, C. A., & Martino, A. M. (1992). Teachers building on students' thinking. *The Arithmetic Teacher*, 39(7), 32.

Maoto, S., & Wallace, J. (2006). What does it mean to teach mathematics for understanding? When to tell and when to listen. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 10(1), 59-70.

Martin, D. B. (2003). Hidden assumptions and unaddressed questions in mathematics for all rhetoric. *The Mathematics Educator*, 13(2).

Martin, H. (2007). Mathematical Literacy. *Principal leadership*, 7(5), 28-31.

McCrone, S. S., & Dossey, J. A. (2007). Mathematical Literacy--It's Become Fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.

Mhlolo, M. K., & Schafer, M. (2012). Towards empowering learners in a democratic mathematics classroom: to what extent are teachers' listening orientations conducive to and respectful of learners' thinking? *pythagoras*, 33(2), 1-9.

Michel Foucault (1990). «Η τάξη του λόγου», Μετ.: Χ. Χριστίδη - Μ. Μαΐμαδάκη εκδ. Ηριδανός.

Moses, R. P. (1994). Remarks on the struggle for citizenship and math/science literacy. *The Journal of Mathematical Behavior*, 13(1), 107-111.

Moses, R., & Cobb, C. E. (2001). *Radical equations. Math Literacy and Civil Rights Boston*: Beacon.

Nikolakaki, M. (2010). Investigating critical routes: The politics of mathematics education and citizenship in capitalism. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 25(1), 1-16.

- Noyes, A. (2007). Mathematical marginalisation and meritocracy: Inequity in an English classroom. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1(0), 35-48. Retrieved 23 September, 2020, from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.619.8925&rep=rep1&type=pdf>
- OECD (Report), (2013). Competition Assessment Reviews: Greece Retrieved 27 October, 2020, from <http://www.oecd.org/daf/competition/greece-competition-review-2013.htm>
- OECD, (2011). Better Policies for Better Lives. Retrieved 23 October, 2020, from <https://www.oecd.org/about/47747755.pdf>
- Pais, A. (2012). A critical approach to equity. In *Opening the cage* (pp. 49-91). SensePublishers, Rotterdam.
- Pais, A., & Valero, P. (2011). The specificity of mathematics learning and the disavowal of the political in research. In *the International conference on Mathematics Education and Contemporary Theory*. Manchester, 17-19 July.
- Paley, V. G. (1986). On listening to what the children say. *Harvard educational review*, 56(2), 122-132. Retrieved 2 August, 2020, from <https://bit.ly/2Dg5sfq>
- Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical illiteracy and its consequences*. Macmillan.
- Peterson, B. E., & Leatham, K. R. (2009). Learning to use students' mathematical thinking to orchestrate a class. *The role of mathematics discourse in producing leaders of discourse*, 9, 99.
- Phillips, C. J. (2015). *The new math: A political history*. University of Chicago Press.
- PISA (2018). Results in Focus in OECD 2015. Retrieved 16 September, 2020, from <http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>
- ΙΕΠ, (2017). Έκθεση Αποτελεσμάτων του Διεθνούς Προγράμματος PISA 2015 για την Αξιολόγηση των Μαθητών στην Ελλάδα, των Σοφianoπούλου, Χ., Εμβαλωτής, Α., Πίτσια, Β., & Καρακολίδης, Α. Αθήνα:2017. *Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (2017)*. Ανακτήθηκε στις 26 Οκτωβρίου 2020 από http://iep.edu.gr/pisa/images/publications/reports/pisa_2015_greek_report.pdf
- Popkewitz, T. S. (1999). A social epistemology of educational research. *Critical theories in education: Changing terrains of knowledge and politics*, 17-44. Retrieved 18 October, 2019, from <https://bit.ly/2PcncvP>
- Popkewitz, T. (2004). School subjects, the politics of knowledge, and the projects of intellectuals in change. In *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 251-267). Springer, Boston, MA.
- Popkewitz, T. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. *American educational research journal*, 41(1), 3-34.
- Popkewitz, T. S. (2008). The social, psychological, and education sciences: From educationalization to pedagogicalization of the family and the child. In *Educational research: The educationalization of social problems* (pp. 171-190). Springer, Dordrecht.
- Popkewitz, T. S. (2011). Pisa. In *PISA under examination* (pp. 31-46). SensePublishers. Retrieved 12 October, 2020, from <https://bit.ly/2Njlo1n>
- Radford, L. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9, 103-129.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118.

- Radford, L. (2014). Reflections on history of mathematics. In *Mathematics & mathematics education: Searching for common ground* (pp. 89-109). Springer, Dordrecht.
- Raygoza, M. C. (2019). Quantitative Civic Literacy. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 3.
- Reble, A., (2003). *Ιστορία της Παιδαγωγικής*, μτφ. Θ. Δ. Χατζηστεφανίδης, Σ. Θ. Χατζηστεφανίδη-Πολυζώη, Παπαδήμας
- Robertson S., (2007). *'Remaking the World': Neo-liberalism and the Transformation of Education and Teachers' Labour*. Published by the Centre for Globalisation, Education and Societies, University of Bristol, Bristol BS8 1JA, UK. Retrieved 27 June, 2019, from <http://susanleerobertson.com/publications>
- Rubel, L., & McCloskey, A. V. (2019). The "Soft Bigotry of Low Expectations" And Its Role in Maintaining White Supremacy through Mathematics Education. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 10.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational researcher*, 31(1), 13-25. Retrieved 11 September, 2019, from <https://bit.ly/2rCeeiu>
- Schoenfeld, A. H. (2006). Problem solving from cradle to grave. In *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (Vol. 11, pp. 41-73).
- Schultz, K. (2003). *Listening: A framework for teaching across differences*. Teachers College Press.
- Sfard, A., Forman, E., & Kieran, C. (2008). Learning discourse. Discursive approaches to research in mathematics education.
- Shah, F. (2019). Re-designing Mathematics Education for Social Justice: A Vision. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 2.
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and instruction*, 20(2), 119-150.
- Skott, J. (2011). Beliefs vs. patterns of participation—towards coherence in understanding the role the teacher. In *the MAVI 17 conference, Bochum, Germany*. International Conference on Mathematical Views (MAVI).
- Skott, J., Mosvold, R., & Sakonidis, C. (2018). Classroom practice and teachers' knowledge, beliefs and identity. *Developing Research in Mathematics Education: Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration in Europe*, 153.
- Skovsmose, O. (1985). Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 337-354.
- Skovsmose, O. (1994). TOWARDS A PHILOSOPHY OF CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION
- Skovsmose, O. (1994/2013). *Towards a philosophy of critical mathematics education* (Vol. 15). Springer Science & Business Media.
- Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In *International handbook of mathematics education*(pp. 1257-1288). Springer, Dordrecht.
- Skovsmose, O. (1998). Linking mathematics education and democracy: Citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 30(6), 195-203.

- Skovsmose, O. (2001). *Mathematics in Action: A Challenge for Social Theorising*. Retrieved 18 January, 2019, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED472093.pdf>
- Skovsmose, O. (2005). Critical mathematics education for the future.
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2005). Mathematics education and social justice: Facing the paradoxes of the informational society. *Utbildning and Demokrati*, 14(2), 57-71.
- Skovsmose, O. (2006). Introduction to the section: Mathematics, Culture and Society. In *New mathematics education research and practice* (pp. 7-10). Brill Sense.
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2008). 17 Democratic access to powerful mathematical ideas. *Handbook of international research in mathematics education*, 415. Retrieved 14 May, 2020, from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.196.7562&rep=rep1&type=pdf>
- Skovsmose, O. (2008). Mathematical literacy and globalisation. In *Internationalisation and globalisation in mathematics and science education* (pp. 3-18). Springer, Dordrecht. Retrieved 8 May, 2019, from <https://bit.ly/2YJtMik>
- Skovsmose, O., (2010). An invitation to Critical mathematics education. Homi Bhabha Centre for Science Education Mumbai, 24 August 2010. Retrieved 19 February, 2019, from <https://bit.ly/2YHzDEu>
- Skovsmose, O. (2011). Critique, generativity and imagination. *For the Learning of Mathematics*, 31(3), 19-23.
- Skovsmose, O. (2015, January). Uncertainty, pedagogical imagination, explorative reasoning, social justice, and critique. In *Proceedings of the Eighth International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 8, No. 2015, pp. 111-122).
- Skovsmose, O. (2016). What could critical mathematics education mean for different groups of students. *For the Learning of Mathematics*, 36(1), 2-7.
- Skovsmose, O. (2016). Mathematics: A critical rationality. In *Critical mathematics education: Theory, praxis and reality*. IAP.
- Stathopoulou, C., Gana, E., & Chaviaris, P. Curriculum, textbooks, mathematics teaching: what really happens in the classroom?. *FACILITATING ACCESS AND PARTICIPATION: MATHEMATICAL PRACTICES INSIDE AND OUTSIDE THE CLASSROOM*, 252.
- Stinson, D. W. (2004). *African American male students and achievement in school mathematics: A critical postmodern analysis of agency*. University of Georgia. Retrieved 27 March, 2020, from https://getd.libs.uga.edu/pdfs/stinson_david_w_200408_phd.pdf
- Stinson, D. W. (2013). Negotiating the "White male math myth": African American male students and success in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 69-99.
- Stinson, D. W., Bidwell, C. R., & Powell, G. C. (2012). Critical pedagogy and teaching mathematics for social justice. *The International Journal of Critical Pedagogy*, 4(1). Retrieved 5 April, 2020, from <http://www.partnershipsjournal.org/index.php/ijcp/article/viewFile/302/292>
- Sumirattana, S., Makanong, A., & Thipkong, S. (2017). Using realistic mathematics education and the DAPIC problem-solving process to enhance secondary school students' mathematical literacy. *Kasetsart Journal of Social Sciences*, 38(3), 307-315. Retrieved 30 May, 2019, from <https://bit.ly/2BebpZU>

Swanson, D. M. (2006). Power and Poverty-Whose, Where, and Why?: School Mathematics, Context and the Social Construction of "Disadvantage". In *30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 217-224). International Group for the Psychology of Mathematics Education. Retrieved 14 June, 2019, from <https://bit.ly/2tMPd4O>

Todd M., (2019). Εισαγωγή στον Μισέλ Φουκώ. Αθήνα: Εκδόσεις Oposito

UNESCO, E. (2000). The Dakar framework for action: Education for all: Meeting our collective commitments. *Dakar Senegal*, 26-28. Retrieved 17 May, 2020, from <https://bit.ly/38KaOLn>

United Nations (1948). Universal Declaration of Human Rights, Article 26. Retrieved 20 July, 2020, from <http://www.un.org/Overview/rights.html>

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. In *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 5-23). Springer, Boston, MA.

Valero 2006 (IN(EX)CLUSION IN MATHEMATICS EDUCATION AND THE FABRICATION OF THE MODERN CITIZEN). *Πρακτικά του Πανελληνίου Συνεδρίου της Εν.Ε.Δι.Μ (σελ. 34-52) Θεσ/νίκη*

Valero, P. (2008). Discourses of power in mathematics education research: Concepts and possibilities for action.

Valero, P. (2010, January). Mathematics education as a network of social practices. In *Proceedings of the sixth congress of the European society for research in mathematics education*. Retrieved 1 July, 2020, from <https://bit.ly/2W0PPiF>

Valero, P. (2013). Mathematics for all and the promise of a bright future. In *8th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey*.

Valero, P., & Pais, A. (2015). Examining political perspectives in mathematics education. *Refractions of mathematics education. Festschrift for Eva Jablonka*, 173-196.

Valero, P. (2017). Mathematics for all, economic growth, and the making of the citizen-worker. *A political sociology of educational knowledge: Studies of exclusions and difference*, 117-132.

Valero, P. (2017). The Desire for Access and Equity in Mathematics Education. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 99-128.

Valero, P. ΕΝΤΑΞΗ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΕΙΣΜΟΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ "ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ" ΤΟΥ ΣΥΓΧΡΟΝΟΥ ΠΟΛΙΤΗ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (10), 9-26.

Vithal, R. (1999). Democracy and authority: A complementarity in mathematics education? *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 31(1), 27-36.

Vithal, R. (2000). Re-researching mathematics education from a critical perspective. In J.P. Matos, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second Mathematics Education and Society Conference* (pp. 1-22). Lisbon: Universidade de Lisboa.

Vithal, R., & Skovsmose, O. (2012). Mathematics education, democracy and development: A view of the landscape.

Volmink, J. (1994). Mathematics by all. In *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 51-67). Springer, Dordrecht.

Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Wagner, D., & Davis, B. (2010). Feeling number: grounding number sense in a sense of quantity. *Educational studies in Mathematics*, 74(1), 39-51. Retrieved 23 May, 2020, from http://ecourse.uoi.gr/pluginfile.php/96773/mod_resource/content/0/feel_number.pdf

Walkerdine, V. (1994). Reasoning in a post-modern age. *Mathematics, education and philosophy: An international perspective*, 61-75. Retrieved 8 September, 2019, from <https://bit.ly/2rrciJL>

Westheimer, J., & Kahne, J. (2004). What kind of citizen? The politics of educating for democracy. *American educational research journal*, 41(2), 237-269. Retrieved 29 January, 2020, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED468290.pdf>

Yeh, C., & Otis, B. M. (2019). Mathematics for Whom: Reframing and Humanizing Mathematics. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 8.

Γούναρη, Π., & Γρόλλιος, Γ. (2010). Κριτική Παιδαγωγική: μια συλλογή κειμένων [Critical Pedagogy: a texts' collection]. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.

Γρόσδος, Σ. (2010). Μαθηματικός γραμματισμός και οπτικός γραμματισμός: η συμβολή των εικόνων στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. *Σύγχρονη Εκπαίδευση: Τρίμηνη Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, (160), 98-118. Ανακτήθηκε στις 26 Νοεμβρίου 2019 από <https://stavgros.files.wordpress.com/2011/07/30.pdf>

Δημαράς, Α. (2007). Η μεταρρύθμιση που δεν έγινε. Τεκμήρια ιστορίας.

Ελευθεράκης, Θ. (2008). Παιδαγωγικές αντιλήψεις και κοινωνική δικαιοσύνη: Από τη Σχολική Κοινότητα του Μαρασλείου Διδασκαλείου (1923-26) στις Μαθητικές Κοινότητες του σύγχρονου Ελληνικού Σχολείου. Ανακτήθηκε στις 27 Ιανουαρίου 2020 από <https://bit.ly/35jezFv>

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, (2011). Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση. Ανακτήθηκε στις 20 Ιουλίου 2019 από http://users.sch.gr/stdomus/arxeia_sxolika/math/e.pdf.

Ίσαρη, Φ., & Πουρκός, Μ. (2015). Ποιοτική Μεθοδολογία Έρευνας: Εφαρμογές στην Ψυχολογία και στην Εκπαίδευση. «Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα / Κάλλιπος». Ανακτήθηκε στις 17 May 2020 από <https://repository.kallipos.gr/handle/11419/5826>

Ιωσηφίδης, Θ. (2003). Ανάλυση ποιοτικών δεδομένων στις κοινωνικές επιστήμες.

Ιωσηφίδης, Θ. (2006). ΘΕΜΕΛΙΩΜΕΝΗ ΘΕΩΡΙΑ (GROUDED THEORY) ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΙΟΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ: ΔΥΟ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ Στο Θ. Ιωσηφίδης & Μ. Σπυριδάκης (επιμ.), *Ποιοτική κοινωνική έρευνα: Μεθοδολογικές προσεγγίσεις και ανάλυση δεδομένων*, 21-32.ΕΚΔ. ΚΡΙΤΙΚΗ.

Καλδρυμίδου, Μ., Τζεκάκη, Μ., & Σακονίδης, Χ. (2005). Η διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στη σχολική τάξη. Ανακτήθηκε στις 12 Ιουνίου 2020 από <http://users.sch.gr/kliapis/KalTzekSAK.pdf>

Κλώθου, Α., & Σακονίδης, Χ. (2015). Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΟΨΕΙΣ ΤΗΣ ΝΟΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (8), 55-86.

Κολέζα, Ε. (2000). Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών. Αθήνα: Leader Books.

Κολέζα, Ε. (2009). ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΕΝΟΣ Π. Σ. ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Κωνσταντίνου Χ, (2020). Παιδαγωγικοί προβληματισμοί σε επιλεγμένα σημεία του νομοσχεδίου για την αναβάθμιση του σχολείου. Παιδαγωγική Εταιρεία Ελλάδος (Π.Ε.Ε.) Ανακτήθηκε στις 10 Μαΐου 2020, από http://www.pee.gr/?page_id=2319

ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ, Χ. (2003). Αριθμητισμός ή μαθηματικός γραμματισμός. Στο Προδιαγραφές Σπουδών για τα Σχολεία Δεύτερης Ευκαιρίας, επιμ. Λ. Βεκρής & Ελ. Χοντολίδου -Αθήνα: ΓΓΕΕ-ΙΔΕΚΕ, σ. 119-138.

Μαγγόπουλος, Γ. (2015). Η μελέτη περίπτωσης ως ερευνητική στρατηγική στην αξιολόγηση προγραμμάτων: Θεωρητικοί προβληματισμοί. *Το Βήμα των Κοινωνικών Επιστημών*, 16(64).

Μακράκης, Ν. (2015). Κοινωνικοπολιτική διάσταση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης: Η Κριτική Μαθηματική Εκπαίδευση και οι θεωρίες της Αναπαραγωγής υπό το φως μιας προσέγγισης με κορμό το έργο του Althusser. *Πρακτικά 6ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Εν.Ε.Δι.Μ. (σελ. 147-156) Θεσ/νίκη*. Ανακτήθηκε 3 Ιανουαρίου 2020 από http://www.enedim.gr/images/praktika_synedriou/6ENEDIM.pdf

Μπούτση Δ, Σακονίδης Χ. (2009). Διδακτικές Πρακτικές στην Τάξη των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου. *Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές* © ΕΝΕΔΙΜ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, 2009

Νικολακάκη, Μ. (2000). *Εκσυγχρονισμός και μαθηματική παιδεία στη Ελλάδα: μια ιστορικοσυγκριτική προσέγγιση των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου* (Doctoral dissertation, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών (ΕΚΠΑ). Τμήμα Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης).

Νικολούδης, Δ. (2013). Οι πολιτικές της διδασκαλίας και το πλαίσιο των αρχών τους. *PEDAGOGY theory & praxis*, 6/2013 (Σελ. 103-110). Ανακτήθηκε στις 20 Ιουνίου 2020 από <http://www.pedagogy.gr/images/tefxoi/teuxos6.pdf>

Ξυδόπουλος, Γ. Ι. (2002). Προβλήματα Απόδοσης των Γλωσσολογικών Όρων από την Αγγλική στην Ελληνική. *Μελέτες για την Ελληνική Γλώσσα*, 22, 495-506.

ΟΟΣΑ (2011). Καλύτερες Επιδόσεις και Επιτυχείς Μεταρρυθμίσεις στην Εκπαίδευση: Προτάσεις για την εκπαιδευτική πολιτική στην Ελλάδα

Παυλίδης, Π. (2012). *Η γνώση στη διαλεκτική της κοινωνικής εξέλιξης* (No. IKEEBOOK-2019-074). Επίκεντρο.

Πέτρος Χαβιάρης & Χαρούλα Σταθοπούλου (2011). Σχέσεις εξουσίας στην τάξη των μαθηματικών και επιμόρφωση εκπαιδευτικών. *Πρακτικά 4ου Πανελληνίου Συνεδρίου ΕΝΕΔΙΜ*. Η τάξη ως πεδίο ανάπτυξης μαθηματικής δραστηριότητας, σελ. 519-528, 1-4/12/2011, Ιωάννινα

Πόταρη, Δ. (2016). Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό: «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων».

Σακονίδης, Χ. (2011). Διδάσκοντας Μαθηματικά στο Γυμνάσιο: Προτάσεις για την αξιοποίηση του διδακτικού υλικού. Ανακτήθηκε στις 21 Ιανουαρίου 2020 από <http://repository.edulll.gr/edulll/retrieve/2455/739.pdf>

Σακονίδης, Χ. (2017). Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ ΤΗΣ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΙΚΗΣ ΜΕΙΟΝΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΘΡΑΚΗ: ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (10), 27-54.

Σταθοπούλου, Χ. (2015). Αποκλείοντας τα Κορίτσια: Κορίτσια και Μαθηματικά Βιβλιοπαρουσίαση με μια κριτική θεώρηση. *Επιστημονική Επετηρίδα Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*, 8, 1-24.

Τζάνη, Μ. & Κεχαγιάς, Χ. (2005). *Μεθοδολογία Έρευνας Κοινωνικών επιστημών*. Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Τζεκάκη, Μ, (2004). Γράφοντας ένα σχολικό βιβλίο για τα Μαθηματικά. Στο Ε. Σταυρίδου, Β. Βέμη, & Θ. Κάββουρα (επιμ.), *Πρακτικά Επιστημονικής Διημερίδας «Βιβλία, υλικά, λογισμικά για την εκπαίδευση: από τη σχεδίαση στη διδακτική πράξη»* (σ. 139-144). Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, ΠΤΔΕ, Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών.

Τσιώλης, Γ. (2014) Μέθοδοι και τεχνικές ανάλυσης στην ποιοτική κοινωνική έρευνα. Αθήνα: Κριτική. Το κεφάλαιο Β1: Η παραγωγή εμπειρικά θεμελιωμένης θεωρίας: Η μεθοδολογία της Grounded Theory (Σελ. 73-196).

Τσιώλης Γ. (2018) Θεματική ανάλυση ποιοτικών δεδομένων. Στο Γ. Ζαϊμάκης (επιμ.), *Ερευνητικές διαδρομές στις Κοινωνικές Επιστήμες. Θεωρητικές – Μεθοδολογικές Συμβολές και Μελέτες Περίπτωσης*. Πανεπιστήμιο Κρήτης – Εργαστήριο Κοινωνικής Ανάλυσης και Εφαρμοσμένης Κοινωνικής έρευνας. Σελ. 97-125. Ανακτήθηκε στις 5 Απριλίου 2020 από <https://bit.ly/3fxDpXy>

Χάγιεκ, Φ.Α. 2008, Το Σύνταγμα της Ελευθερίας, Αθήνα: εκδ. Καστανιώτη / Ίδρυμα Κων/νος Καραμανλής. Περιοδικό Θέσεις 2009. Το σύνταγμα του νεοφιλελευθερισμού (Φ.Α. Χάγιεκ, Το σύνταγμα της ελευθερίας) του Παναγιώτη Σωτήρη. Τ. 108, Ιούλιος - Σεπτέμβριος 2009. Ανακτήθηκε στις 30 Νοεμβρίου 2020 από http://www.theseis.com/index.php?option=com_content&task=view&id=1080

Χαραλαμπίδης, Α. (2006). Γραμματισμός, κοινωνία και εκπαίδευση. *Θεσσαλονίκη: Ινστιτούτο νεοελληνικών σπουδών*.

Χρονάκη, Α. (2015). Η κριτική της ηγεμονίας μιας "Ιδεολογίας Βεβαιότητας" στα μαθηματικά και στη μαθηματική εκπαίδευση. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (Επ.) *Πρακτικά συνεδρίου «Ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες»* (σελ. 106-135). Ρόδος. Ανακτήθηκε στις 2 Μαρτίου 2020 από <http://tee.aegean.gr/sekpy/2014/files/proceedings2014.pdf>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: Ευρετήριο αγγλικών και ελληνικών όρων/εννοιών

Ευρετήριο απόδοσης αγγλικών όρων

Ένα ζήτημα που προβληματίσε στη διαδικασία της μελέτης, προβληματισμός που καταγράφεται και στη βιβλιογραφία, είναι η ακριβής απόδοση των όρων και των εννοιών από τη γλώσσα προέλευσης στη γλώσσα μεταφοράς και στην προκειμένη περίπτωση στην ελληνική γλώσσα. Πολλοί όροι απέχουν από την ετυμολογία αυτών των λέξεων, π.χ. ο όρος Hermeneutic, καθώς δεν αποδίδουν με απόλυτο τρόπο το περιεχόμενο των όρων. Η σημασιολογική και εννοιολογική απόδοση των όρων στην παρούσα εργασία έγινε με βάση το πεδίο των συμφραζομένων και το περιεχόμενο μαθηματικού γραμματισμού, αν και όπως σημειώνεται από τη βιβλιογραφία πάντα ελλοχεύει ο κίνδυνος του υποκειμενικού (Ξυδόπουλος, 2002) παράγοντα.

<i>alchemy</i>	αλχημεία	μαγικά
« <i>Better policies for better lives</i> »	«Καλύτερες πολιτικές για καλύτερη ζωή»	
Connected Knowing	Συναρτώμενη γνώση	Συσχετιζόμενη γνώση/Συνδεδεμένη γνώση
critical mathematical citizenship	Κριτική μαθηματική ιδιότητα του πολίτη	Κριτική μαθηματική πολιτειότητα
Critical Theory	Κριτική θεωρία	
discourses	Λόγοι-πρακτικές	
discursive space	Πεδίο λόγου	Πεδίο συζήτησης/αντιπαράθεσης
emancipatory mathematical literacy	χειραφετητικό μαθηματικό γραμματισμό	
empowerment	ενδυνάμωση	χειραφέτηση
Epistemological empowerment	Επιστημολογική ενδυνάμωση	Επιστημολογική χειραφέτηση
equitable access	Ισότιμη πρόσβαση	Που υπερβαίνει κάθε εμπόδιο (φυσικό, κοινωνικό, πολιτισμικό) μάθησης και υποστηρίζει τον προσωπικό τρόπο νοηματοδότησης
evaluative orientation	αξιολογητικός προσανατολισμός	
expertise	εμπειρογνωμοσύνη	κριτήρια
experts	εμπειρογνώμονες	ειδικοί
Fallibilist	το ενδεχόμενο σφάλματος	Αβεβαιότητα/επισφάλεια της γνώσης/φαλιμπλιστικό
formatting power	Διαμορφωτική δύναμη/ισχύ	
gatekeeper	ρυθμιστής	Κρίσιμο φίλτρο
governable citizen	Κυβερνήσιμος πολίτης	Υπάκουος/συμμορφούμενος πολίτης
hermeneutic orientation	ερμηνευτικός προσανατολισμός	μετασχηματιστικός προσανατολισμός
hidden curriculum	Κρυφό αναλυτικό πρόγραμμα	«Παραπρόγραμμα»
humanizing	εξανθρωπισμός	
Innumeracy	Μαθηματικός αναλφαβητισμός	
intellectual elite	Πνευματική ελίτ	Η ελίτ των διανοουμένων
interdisciplinarity	διεπιστημονικότητα	
interpretive orientation	Ερμηνευτικός προσανατολισμός	Επεξηγηματικός προσανατολισμός
justice oriented citizen	Πολίτης προσανατολισμένος/δεσμευμένος στις αρχές της δικαιοσύνης	
knower	γνώστης	
liberal discourse	Φιλελεύθερη οπτική	
Mainstream mathematics	Τα 'βασικά' μαθηματικά	

mastery	Ανάπτυξη 'κυριότητας'	εκμάθηση
mathemacy	Μάθηση των μαθηματικών	
mathematical archaeology	Η σύνδεση των μαθηματικών με κοινωνικά φαινόμενα	Η κοινωνική διάσταση των μαθηματικών
Mathematics in Action	Μαθηματικά σε δράση	Μαθηματικά 'εν δράσει'
mathematisation	μαθηματικοποίηση	
meaning circulating in the classroom	Κυκλοφορούντα νοήματα στην τάξη των μαθηματικών	Ρητά κι άρητα μηνύματα σημειωτικής/συμβολικής/κοινωνικής φύσης
messy	μη τυπικά προσχεδιασμένη και οργανωμένη διαδικασία	Περίπλοκη, 'ανάκατη'
microcosm	Μικρόκοσμος της τάξης	
micro-society	μικροκοινωνία	
multiplicity	Ποικιλότητα	
mystification	περίπλοκο	μη κατανοητό
negotiating approach	Διαπραγματευτική προσέγγιση	
non-elitist	Χωρίς αντιλήψεις ανωτερότητας	για όλους τους μαθητές
nonparticipant observer	αμέτοχος παρατηρητής	Μη συμμετοχικός παρατηρητής
numeracy	εναριθμηση	αριθμητισμός
ownership	ιδιοποίηση	οικειοποίηση
pacify	Παθητικοποιώ	ουδετεροποιώ
participatory citizen	Συμμετοχικός πολίτης	
personally responsible citizen	Προσωπικά υπεύθυνος πολίτης	
Preservice teachers	Εκπαιδευτικοί χωρίς προϋπηρεσία	Αρχάριοι εκπαιδευτικοί
Procedural knowledge	Διαδικαστική γνώση	
Received Knowledge	Προσλαμβανόμενη Γνώση	
reflective	αναστοχαστικός	σκεπτόμενος
Separated Knowing	Αποσπασματική γνώση/'γιγνώσκειν' απομονωμένα	
Silence	Το στάδιο της σιωπηλής γνώσης	Αποδοχή όλων
sliding signifier	κινούμενος σηματοδότης/που καθορίζει μεταφορικά τις έννοιες	Πολλαπλές αντιλήψεις για μια έννοια/το σημαίνον και το σημαινόμενο σε μια ενότητα
Slippery term	Ολισθηρός όρος	Επικίνδυνος όρος
social agency	Κοινωνική ευθύνη	
Subjective Knowledge	Υποκειμενική Γνώση	Η φωνή της διαίσθησης
subjectivism	Υποκειμενισμός	
subordination	Υπαγωγή/υποβάθμιση	Εκπαιδευτικός αποκλεισμός/περιθωριοποίηση/κατάταξη στις χαμηλότερες κλίμακες
subtle messages	Λεπτά μηνύματα	Δυσδιάκριτα μηνύματα
taken-for –granted	Όσα θεωρούνται ή παρέχονται ως δεδομένα	Όσα θεωρούνται ή παρέχονται ως αυτονόητα
teachable moment	διδακτέα στιγμή	
The Voice of Reason	Η φωνή της λογικής	
transformative	Μετασχηματιστική	
unexpected	Μη αναμενόμενη	Απρόσμενη/απροσδόκητη
value-free	Ουδέτερη αξία	ουδετερότητα

Ευρετήριο όρων/εννοιών

Άγχος για τα μαθηματικά 19, 42-43, 96, 120, 185
Αλλοτρίωση 63, 185,
Ανάγνωση του κόσμου 21, 36, 55
Αναλυτικό πρόγραμμα/πρόγραμμα σπουδών 9, 13, 18-19, 27, 29, 31, 39-40, 42-44, 51, 67, 94, 146, 177, 184-185,190
Αναπαραγωγή 8, 22, 29, 37, 49-51, 53, 67-68, 186, 190
Αναστοχασμός/αναστοχαστικότητα 32, 43-44, 55, 57, 68, 74, 78, 81, 84, 111, 158, 179, 181, 189, 193, 195-196
Ανταγωνισμός/ανταγωνιστική οπτική 13-14, 18, 29-30, 33, 35, 39, 57, 188, 190, 194
Αριστεία 14, 18, 20-21, 42, 51
Αυθεντία 36, 43, 51, 58, 73, 75, 147, 157, 172, 190-191
Αυτονομία 16, 41, 44, 49, 52, 56, 58, 68, 70, 175, 182-183, 190-193, 195-196
Βεβαιότητα/αβεβαιότητα 15, 51, 54-55, 65, 178, 187, 197
Δημοκρατικό πλαίσιο/συγκρότηση 12, 49, 51, 62, 78, 149, 175, 178, 186, 191-192, 198
Διακρίσεις 14-15, 16, 18, 21-22, 24, 36, 17-18, 38-39, 55
Διαμορφωτική δύναμη/ ισχύς των μαθηματικών 28, 37, 54, 175
Διεπιστημονικότητα/διαθεματικότητα 26, 30, 36, 45, 73, 84, 93, 96, 166, 179
Δικαιώματα 12, 18, 20, 40
Εννοιολογική κατανόηση 28, 60, 63-64, 181, 182, 188, 193
Ένταξη/αποκλεισμός 11, 14, 17, 20-21, 28, 34, 39, 45, 50-52, 185, 191
Επαγγελματική ενδυνάμωση/ταυτότητα 46, 56, 67-68, 76, 81, 179, 192, 196-197
Επιθυμητός μαθητής/πολίτης 34, 50, 52, 118, 190
Ιδιότητα του πολίτη/πολιτειότητα 18, 29, 36, 45, 50
Ισότητα/ανισότητα 14-15, 17-20, 28, 35, 38-40, 49-50, 53, 57-60, 175, 189, 191
Κοινωνική Πρακτική 25, 27, 29-31, 39, 68, 183
Κοινωνική/Πολιτική ταυτότητα 17, 30, 44, 49, 51, 54-55, 68, 184, 188, 196-197
Κοινωνικοπολιτικές διαστάσεις 12, 14-15, 17, 20, 29, 37-39, 42, 49, 51-53, 55, 65-66, 72, 175, 187, 196-197
Κονστροκτιβιστικό 16-17, 49, 62, 183, 195-196
Κριτική αξιολόγηση 25, 27, 29-31, 45, 135
Κριτική παιδαγωγική 27, 35, 37
Κριτική πολιτειότητα/ιδιότητα του πολίτη 23-24, 30, 36-37, 41, 48, 52-54, 193-194
Κριτικός μαθηματικός γραμματισμός 21, 23, 24, 27-29, 36, 39, 42, 44, 55-56, 67, 70
Λειτουργικός μαθηματικός γραμματισμός 23-25, 27-30, 39-40, 119, 183-184, 195
Μαθηματική ταυτότητα 39-40, 45, 56-57, 70, 95, 100, 144, 184, 190
Νέο-φιλελεύθερη οπτική 8, 12, 14, 28, 33, 49, 52
Νεωτερικός/μετανεωτερικός 9, 12, 15-16
Ουδετερότητα 21, 23, 39, 40, 48, 67, 170
Παθητικός λήπτης/δέκτης 48, 51-52, 58-59, 61-62, 71, 183, 187, 190, 196
Σχέδιο εργασίας/project 29, 55, 69
Ταξική διάσταση/σχέσεις 14-16, 22, 34-35, 40, 55
Τεχνοκρατικός 13, 31, 33, 63, 117, 144, 182, 194

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II: Ερωτηματολόγιο συνέντευξης των τεσσάρων εκπαιδευτικών με τις διαφοροποιήσεις ερωτήσεων και Ενδεικτικό δείγμα συνέντευξης

Ερωτηματολόγιο συνέντευξης των τεσσάρων εκπαιδευτικών με τις διαφοροποιήσεις ερωτήσεων

1ος άξονας

1η Ερώτηση

Απευθύνεται σε όλους τους εκπαιδευτικούς

α) Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας μια από τις κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές που επιλέγετε είναι η **ατομική αλληλεπίδραση** με το μαθητή. Σπάνια υπήρξαν περιπτώσεις που οι μαθητές αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Με ποιο σκεπτικό αυτή τη διδακτική πρακτική; Θεωρείτε ότι είναι πιο αποτελεσματική για την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας;

Πιστεύετε ότι οι μαθητές μπορούν να λαμβάνουν αποφάσεις και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα μέσα από τη μαθηματική επικοινωνία μεταξύ τους;

Η προσωπική κατασκευή της γνώσης και η αίσθηση της επιτυχίας (γνώσης) που απορρέει από τις δικές τους δυνάμεις και χρήσεις των μαθηματικών θεωρείτε ότι χειραφετεί (αναπτύσσει την εμπιστοσύνη- καλλιεργεί την αυτοπεποίθηση) τους μαθητές

β) Συνεχίζοντας, δεν παρατηρήθηκαν συνεργατικές πρακτικές/ομαδικές μορφές επεξεργασίας της μαθηματικής έννοιας/δραστηριότητας παρόλο που η διάταξη των θρανίων ευνοούσε τη συνεργασία ανά δύο ή τεσσάρων μαθητών.

Θεωρείτε ότι αυτή η επιλογή δεν οδηγεί στην κατανόηση και τη γνώση της μαθηματικής έννοιας;

Δίνοντας την ευθύνη της μάθησής τους στους ίδιους τους μαθητές πιστεύετε ότι αυτή η πρακτική προωθεί το δημοκρατικό προσανατολισμό συγκρότησης της μαθηματικής έννοιας;

Απευθύνεται στην Ευγενία

β) Συνεχίζοντας, δεν παρατηρήθηκαν συνεργατικές πρακτικές/ομαδικές μορφές επεξεργασίας της μαθηματικής έννοιας/δραστηριότητας εκτός από μία στη δεύτερη διδασκαλία.

Θεωρείτε ότι αυτή η επιλογή δεν οδηγεί στην κατανόηση και τη γνώση της μαθηματικής έννοιας;

γ) Παρόλα αυτά, στην ομαδική εργασία που παρατηρήθηκε στη δεύτερη διδασκαλία τα παιδιά αυτοοργανώθηκαν σε ομάδες άμεσα και συνεργάστηκαν. Η ευθύνη της κατασκευής της μαθηματικής γνώσης μεταβιβάστηκε στην ομάδα.

Δίνοντας την ευθύνη της μάθησής τους στους ίδιους τους μαθητές πιστεύετε ότι αυτή η πρακτική προωθεί το δημοκρατικό προσανατολισμό συγκρότησης της μαθηματικής έννοιας;

2η ερώτηση

Απευθύνεται στους Γιώργο και Σοφία

α) Ορισμένες φορές στις ερωτήσεις που απευθύνετε στους μαθητές σας, κατά τη διάρκεια της απάντησής τους κι ενώ δεν έχουν ολοκληρώσει, **συνεχίζετε και ολοκληρώνετε εσείς τη δική του σκέψη**. Αναλύετε κι ερμηνεύετε διεξοδικά τις μαθηματικές έννοιες, εξάγετε συμπεράσματα, συνοψίζετε και καθοδηγείτε την πορεία σκέψης προς την κατανόηση με βάση τη μεθοδολογία που εσείς θεωρείτε κάθε φορά καταλληλότερη για τους μαθητές σας. (Π.χ. 1ο, 2ο, 3ο, 5ο Δ.Α. διδ. του Γιώργου)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη διδακτική πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι αυτή η πρακτική βοηθάει στην κατασκευή του δικού τους μαθηματικού νοήματος;

Θα μπορούσε ο εκπαιδευτικός αυτή τη ευθύνη να την εκχωρήσει στον ίδιο το μαθητή; Δηλαδή, να ολοκληρώσει το συλλογισμό του και να αιτιολογήσει την απάντησή του ο ίδιος ο μαθητής, ώστε να διερευνήσουμε και να κατανοήσουμε τον τρόπο σκέψης του, πριν επικυρώσετε τη γνώση;

Πιστεύετε ότι αυτό βοηθάει στην προσωπική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Απευθύνεται στον Σωτήρη

α) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε στην επεξεργασία των δραστηριοτήτων είναι να επιμερίζετε σε μέρη τη δραστηριότητα, να ερμηνεύετε και να δίνετε **εκ των προτέρων εξηγήσεις** για τη μαθηματική κατάσταση με τον τρόπο που εσείς θεωρείτε κατάλληλο για τους μαθητές σας (Π.χ. 1ο 7ο, Δ.Α 1η διδ. 2ο Δ.Α 2η διδ.)

Με ποιο σκεπτικό επιλέγετε τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση και γνώση;

β) Θα μπορούσε ο εκπαιδευτικός αυτή τη ευθύνη να την εκχωρήσει στους ίδιους τους μαθητές; Δηλαδή, θα μπορούσαμε να ζητήσουμε από το μαθητή ή τους μαθητές να περιγράψουν τις ιδέες του, το συλλογισμό τους και να αναλύσουν τον δικό του τρόπο προσέγγισης της δραστηριότητας ώστε να διερευνήσουμε και να κατανοήσουμε τον τρόπο σκέψης του;

Πιστεύετε ότι αυτό βοηθάει στην προσωπική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Απευθύνεται στην Ευγενία

Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι να παραφράζετε ή να επαναδιατυπώνετε τα λόγια του μαθητή **ρωτώντας αν κατανοήσατε σωστά.** (π.χ. 10ο, 13ο, 14ο απόσπασμα 1ης διδ. 1ο , 5ο Δ.Α. 2ης διδ.)

Με ποιο σκεπτικό επιλέγετε τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση και γνώση;

3η ερώτηση

Απευθύνεται στους τρεις εκπαιδευτικούς

α) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε συχνά, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι, να την **επαναλαμβάνετε και να την ερμηνεύετε** με τον τρόπο που εσείς θεωρείτε κατάλληλο για τους μαθητές σας. (Π.χ. 1ο, 3ο,4ο Δ.Α. του Γιώργου), (Π.χ. 6ο Δ.Α. της Σοφίας), (Π.χ. 3ο , 8ο Δ.Α. 1η διδ. 1ο ,4ο ,8ο Δ.Α. διδ.)

Με ποιο σκεπτικό επιλέγετε τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση;

β) Θα μπορούσε ο/η εκπαιδευτικός αυτή τη ευθύνη να την εκχωρήσει στους ίδιους τους μαθητές; Δηλαδή, θα μπορούσαμε να ζητήσουμε από το μαθητή ή τους μαθητές να περιγράψουν τις ιδέες του(ς), το συλλογισμό του(ς) και να αναλύσουν τον δικό του(ς) τρόπο προσέγγισης της δραστηριότητας ώστε να διερευνήσουμε και να κατανοήσουμε τον τρόπο σκέψης του(ς), πριν επικυρώσετε τη γνώση;

Πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση και γνώση; Πιστεύετε ότι αυτή η διδακτική πρακτική βοηθάει στην προσωπική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Μεταβιβάζοντας τον έλεγχο της μάθησης στους μαθητές θεωρείτε ότι μπορούν να αναπτύξουν το αίσθημα της προσωπικής οικειοποίησης της δικής τους μαθηματικής κατανόησης;

Απευθύνεται στην Ευγενία

α) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι **να ζητάτε επιπλέον εξηγήσεις και αιτιολογήσεις** με περισσότερα λόγια από τον/την μαθητή/τρια σχετικά με το σκεπτικό του. (αναφορά στα 1ο, 2ο, 7ο Δ.Α. 1η διδ. και 1ο, 2ο, 5ο Δ.Α., 2η διδ.)

β) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι να παραφράζετε ή να επαναδιατυπώνετε τα λόγια του μαθητή ρωτώντας αν κατανοήσατε σωστά. (π.χ. 10ο, 13ο, 14ο απόσπασμα 1ης διδ. 1ο , 5ο Δ.Α. 2ης διδασκαλίας)

Με ποιο σκεπτικό επιλέγετε τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση;

4η ερώτηση

Απευθύνεται σε όλους

α) Σε ορισμένες περιπτώσεις οι μαθητές καταθέτουν **συνεισφορές με ένα δικό τους σκεπτικό (απροσδόκητες)** που δεν είναι σύμφωνο πάντα με αυτό που απαιτεί το βιβλίο ή ο μεθοδολογικός σχεδιασμός σας. Η διδακτική πρακτική που υιοθετείτε, συνήθως, είναι να διαχειρίζεστε τη συνεισφορά είτε δίνοντας άμεσα την απάντηση στο μαθητή, είτε εξάγοντας συμπεράσματα και συνοψίζοντας τη γνώση με βάση το δικό σας σκεπτικό που θεωρείτε κατάλληλο για τους μαθητές σας και να συνεχίζετε την πορεία του μαθήματος. (Π.χ. 4ο, 6ο Δ.Α. του Γιώργου), (Π.χ. 1ο,3ο Δ.Α. της Σοφίας), (Π.χ. 4ο, 8ο Δ.Α 2η διδ. του Σωτήρη), (Π.χ. στο 3ο, 4ο, 5ο Δ.Α. 1η διδ. της Ευγενίας)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη διδακτική πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι ενισχύει την μαθηματική ενδυνάμωση των μαθητών αυτή η διδακτική πρακτική;

β) Θα μπορούσε ο/η εκπαιδευτικός να εκχωρήσει αυτή την ευθύνη στους ίδιους τους μαθητές, να περιγράψουν και να εξηγήσουν το σκεπτικό της συνεισφοράς τους, ώστε να διερευνήσουμε και να κατανοήσουμε τον τρόπο σκέψης του(ς); Πιστεύετε ότι αυτή η διδακτική πρακτική βοηθάει στην προσωπική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Για παράδειγμα, σε ορισμένες περιπτώσεις οι μαθητές λύνουν τις ασκήσεις **ακολουθώντας τη δική τους μέθοδο** επίλυσης ή δίνουν απαντήσεις με ένα δικό τους σκεπτικό που δεν είναι σύμφωνο πάντα με αυτό που απαιτεί το βιβλίο. (π.χ. 6 ο Δ.Α. του Γιώργου), (π.χ. 5ο Δ.Α. της Σοφίας), (Π.χ. στο 3ο, 4ο, 5ο Δ.Α. 1ης διδ. της Ευγενίας)

Πώς διαχειρίζεστε την συγκεκριμένη μαθηματική κατάσταση;

α) Πιστεύετε ότι ενισχύει την μαθηματική ενδυνάμωση των μαθητών αυτή η διδακτική πρακτική;

β) Συμπεριλαμβάνετε τις διαφορετικές απαντήσεις-λύσεις των μαθητών στην επίλυση;

γ) Η προσωπική κατασκευή της γνώσης και η αίσθηση της επιτυχίας (γνώσης) που απορρέει από τις δικές τους δυνάμεις και χρήσεις των μαθηματικών θεωρείτε ότι χειραφετεί (αναπτύσσει εμπιστοσύνη- καλλιέργει αυτοπεποίθηση) τους μαθητές;

2ος άξονας

5η ερώτηση

Απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς Γιώργο, Σοφία και Σωτήρη:

α) Στη διδασκαλία σας παρατήρησα ότι ακολουθείτε την προτεινόμενη παρουσίαση του σχολικού βιβλίου την ύλη του βιβλίου. Δεν υιοθετείτε ακριβώς τη μεθοδολογία του βιβλίου αλλά **ακολουθείτε έναν δικό σας σχεδιασμό**. (π.χ. 2ο Δ.Α. του Γιώργου), (Π.χ. 5ο Δ.Α.)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη διδακτική πρακτική;

Απευθύνεται στην Ευγενία

Σε αρκετά σημεία της διδασκαλίας σας δεν ακολουθείτε την ύλη του βιβλίου ή **δεν δεσμεύεστε από το σχολικό βιβλίο** (Π.χ. στις δύο διδασκαλίες σας), αξιοποιήσατε δικά σας παραδείγματα και όχι του βιβλίου. Το αξιοποιείτε με ευελιξία, τροποποιείτε τις δραστηριότητες, επιλέγετε ή διαμορφώνετε άλλα μαθηματικά έργα για να επεξεργαστείτε την μαθηματική έννοια. Ούτε δεσμεύεστε από το χρόνο απόλυτα. Οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με την πρακτική αυτή.

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη διδακτική πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση;

6η ερώτηση

Απευθύνεται σε όλους

α) Θεωρείτε ότι τα **μαθηματικά ως διδακτικό αντικείμενο διαφέρουν από τα άλλα μαθήματα** του σχολείου; Δηλαδή, υπάρχουν κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που διακρίνουν τα μαθηματικά από τα άλλα μαθήματα; Σε τι πιστεύετε ότι διαφέρουν;

- β) Διαφοροποιείτε τις διδακτικές πρακτικές που ακολουθείτε στα μαθηματικά σε σχέση με τα άλλα μαθήματα;
- γ) Θεωρείτε ότι μπορούν να συγκροτηθούν οι μαθηματικές έννοιες με δημοκρατικό τρόπο;
- δ) Υπάρχει σχέση της διδασκαλίας των μαθηματικών με τα κοινωνικά ζητήματα;

3ος άξονας

7η ερώτηση

Απευθύνεται στον Γιώργο και στη Σοφία

α) Στη διδασκαλία ενθαρρύνετε τους/τις μαθητές/τριες σας να εκφράζουν ελεύθερα τη γνώμη τους χωρίς το φόβο ή το άγχος επίκρισης. Μία συνήθη διδακτική πρακτική που παρατήρησα κατά την εξέλιξη της μαθηματικής δραστηριότητας ήταν να **αξιοποιείτε τους πρόθυμους μαθητές** και να προχωράτε στο επόμενο βήμα της δραστηριότητας, ένα είδος κοινωνικομαθηματικής νόρμας: «ποιος θα το βρει ή θα το πει πιο γρήγορα». (π.χ. 1ο, 2ο, 4ο, 5ο Δ.Α. του Γιώργου)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή την διδακτική πρακτική; Πιστεύετε ότι με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνονται περισσότερο οι μαθητές να συμμετέχουν και να αποκτούν θετική στάση για το μάθημα των μαθηματικών;

Απευθύνεται στον Σωτήρη

α) Μια χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετείτε συχνά είναι η **επικέντρωση στην επανάληψη και στην απομνημόνευση της θεωρίας**, μαθηματικών φράσεων και των κανόνων. (π.χ. 2ο, 4ο, 8ο Δ.Α. 1ης διδ. και 2ο Δ.Α. 2ης διδ)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη διδακτική πρακτική; Θεωρείτε ότι είναι πιο αποτελεσματική για την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας;

Απευθύνεται στην Ευγενία

α) Στη διδασκαλία οι μαθητές/τριες σας **εκφράζουν ελεύθερα τη γνώμη τους** χωρίς το φόβο ή το άγχος επίκρισης. Σε κάθε στιγμή της μαθησιακής διαδικασίας οι μαθητές /τριες είχαν τη δυνατότητα να συνεισφέρουν στη μαθηματική δραστηριότητα. Παρατηρήθηκε στη διδασκαλία ότι κάθε φορά που οι μαθητές δυσκολεύονται **διαφοροποιείτε την προσέγγισή** σας ενθαρρύνοντας τον προσωπικό τρόπο κατανόησης. (Π.χ. 12ο, 13ο, 15ο Δ.Α. 1ης διδ. και 10ο Δ.Α. 2ης διδ.).

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή την διδακτική πρακτική; Θεωρείτε ότι με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνονται περισσότερο οι μαθητές να συμμετέχουν και να αποκτούν θετική στάση για το μάθημα των μαθηματικών;

8η ερώτηση

Απευθύνεται στον Γιώργο

α) Υπήρχαν ορισμένοι μαθητές που είτε δυσκολεύονταν είτε για άλλους λόγους (ένιωθαν άγχος, ανασφάλεια) δεν εμπλέκονταν στην εκπαιδευτική διαδικασία. Γιατί νομίζετε ότι συμβαίνει αυτό;

Ποια διδακτική πρακτική υιοθετείτε σε αυτή την περίπτωση; Πιστεύετε ότι με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνονται περισσότερο οι μαθητές να συμμετέχουν και να αποκτούν θετική στάση για το μάθημα των μαθηματικών;

Απευθύνεται στη Σοφία

α) Μια χαρακτηριστική διδακτική πρακτική σας είναι να σηκώνετε στον πίνακα τους μαθητές. Ορισμένοι μαθητές και μαθήτριες στον πίνακα π.χ. (6ο Δ.Α.) **δυσκολεύονται να απαντήσουν** και να προχωρήσουν από μόνοι τους στην επίλυση. Παράλληλα μιλούν τόσο χαμηλόφωνα που δεν ακούγονται από τους υπόλοιπους συμμαθητές.

Γιατί νομίζετε ότι συμβαίνει αυτό; Θεωρείτε ότι με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνονται περισσότερο οι μαθητές να συμμετέχουν και να αποκτούν θετική στάση για το μάθημα των μαθηματικών;

Απευθύνεται στον Σωτήρη

α) Στη διδασκαλία **ενθαρρύνετε τους/τις μαθητές/τριες σας να εκφράζουν ελεύθερα τη γνώμη** τους χωρίς το φόβο ή το άγχος επίκρισης. Σε μια ομάδα μαθητών παρατηρήθηκε ότι απευθυνθήκατε περισσότερες φορές στην επεξεργασία της μαθηματικής δραστηριότητας συγκριτικά με άλλα παιδιά. (Π.χ. π.χ. Μκ9, Μα8).

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή την διδακτική πρακτική; Πιστεύετε ότι με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνονται περισσότερο οι μαθητές να συμμετέχουν και να αποκτούν θετική στάση για το μάθημα των μαθηματικών;

Απευθύνεται στην Ευγενία

α) Μια χαρακτηριστική διδακτική πρακτική που υιοθετείτε συχνά είναι η αξιοποίηση τα ενδιαφέροντων/εμπειριών, των ιδεών και τις απόψεων των μαθητών στη διδασκαλία του διδακτικού αντικείμενου **συνδέοντας τα μαθηματικά με άλλα διδακτικά αντικείμενα ή με κοινωνικά ζητήματα**. Παράλληλα αυτή η διδακτική πρακτική επιδρά στην σχεδιασμένη τροχιά του μαθήματος (παραδείγματα, χρόνος).

Γιατί ακολουθείτε αυτή τη διδακτική πρακτική; Θεωρείτε ότι η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να συνδέεται με τις εμπειρίες των μαθητών και σχετικά κοινωνικά ζητήματα στα οποία αναφέρονται ή υπονοούνται κατά τη διδασκαλία;

Απευθύνεται σε όλους:

β) Πιστεύετε ότι οι μαθητές μπορούν να λαμβάνουν αποφάσεις και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα μέσα από την αλληλεπίδραση μεταξύ τους; Δηλαδή, θα ενίσχυε την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις και την αυτοπεποίθησή τους **αν οι μαθητές συνεργάζονταν** π.χ. έλυναν πρώτα τις ασκήσεις δύο δύο και στη συνέχεια στον πίνακα;

Μπορεί αυτή η διδακτική πρακτική να ενισχύσει την αυτοπεποίθηση των μαθητών και τη μαθηματική ενδυνάμωσή τους;

γ) Θεωρείτε ότι τα μαθηματικά απευθύνονται σε όλους τους μαθητές της τάξης; Θεωρείτε ότι κάποιοι/κάποιες δεν θα μπορέσουν να προσεγγίσουν τη μαθηματική γνώση;

δ) Ποιοι παράγοντες πιστεύετε ότι επηρεάζουν ή περιορίζουν τη μάθηση των μαθηματικών στην τάξη; Μπορεί ο μαθηματικός γραμματισμός να λειτουργεί με μια αντίφαση, να ενδυναμώνει και να εντάσσει από τη μία και να αποδυναμώνει και να αποκλείει από την άλλη; Ποιος μπορεί να είναι ο ρόλος του δασκάλου εδώ;

Θεωρείτε ότι ο μαθηματικός γραμματισμός συμβάλλει στη διαμόρφωση του πολίτη; Με ποιο τρόπο νομίζετε ότι την επηρεάζει; Αποτελεί κατά την άποψή σας κρίσιμο φίλτρο-κλειδί για την μελλοντική ζωή των μαθητών ως ενεργά μέλη μιας δημοκρατικής κοινωνίας;

4ος άξονας

9η ερώτηση

Απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς Γιώργο, Σοφία και Σωτήρη:

α) Στη διδασκαλία **οι ρόλοι εκπαιδευτικού - μαθητών φαίνεται να είναι απόλυτα διακριτοί**. Οι μαθητές έχουν κυρίως έναν απαντητικό ρόλο στις πρωτοβουλίες του εκπαιδευτικού. Ως εκπαιδευτικός κατευθύνετε βήμα βήμα τους μαθητές στη συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος ως πηγή γνώσης και αυθεντίας στην τάξη. Π.χ. Σε ορισμένες περιπτώσεις διαφαίνεται από τους προβληματισμούς των παιδιών και τις συνεισφορές τους στη συζήτηση ότι διεξάγεται μια γνωστική σύγκρουση (2ο, 4ο, 5ο, 6ο Δ.Α. διδ. Γιώργου, 7ο, 8ο Δ.Α. διδ. Σοφίας), (7ο, 8ο, Δ.Α. 1ης διδ, 3ο, 5ο, 7ο, 8ο 9ο, Δ.Α. 2ης διδ του Σωτήρη)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτές τις διδακτικές πρακτικές; Πιστεύετε ότι θα βοηθούσε στην κατασκευή της γνώσης να αφήσουμε να διαχειριστούν μόνοι τους τις διαφωνίες τους και να καταλήξουν σε μαθηματικό συμπέρασμα;

Απευθύνεται στην Ευγενία

α). Σε πολλές περιπτώσεις στη διδασκαλία σας, η διαφωνία, η αμφισβήτηση, η αντίρρηση των μαθητών φαίνεται να είναι καλοδεχούμενες, (π.χ. 5ο Δ.Α. 2ης διδ.) ενώ υιοθετείτε πρακτικές που αμφισβητούν το ρόλο σας ως απόλυτη πηγή γνώσης και αυθεντίας στην τάξη (π.χ. 14ο Δ.Α. 1η διδ., 7ο και 8ο Δ.Α. 2η διδ.).

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτές τις διδακτικές πρακτικές; Θεωρείτε ότι ως εκπαιδευτικοί είμαστε εξοικειωμένοι να αναγνωρίζουμε τις συνεισφορές των μαθητών ως ισοδύναμες και πηγή γνώσης;

β). Στις δύο διδασκαλίες παρατηρήθηκαν ορισμένες διαφοροποιήσεις στις διδακτικές πρακτικές που υιοθετείτε. Έτσι ενώ στην πρώτη διδασκαλία οι ρόλοι εκπαιδευτικού – μαθητών είναι διακριτοί στη δεύτερη διδασκαλία σε πολλές περιπτώσεις υιοθετήθηκαν πιο δημοκρατικές πρακτικές συγκρότησης του μαθηματικού νοήματος, (π.χ. εκπαιδευτικός και μαθητές διερευνούν και κατασκευάζουν το μαθηματικό νόημα ως συνεργευνητές, κουλτούρα σεβασμού των απόψεων)

Με ποιο σκεπτικό και σε ποιες περιπτώσεις υιοθετείτε αυτές τις διδακτικές πρακτικές;]

Απευθύνεται σε όλους

β) Σ' αυτό το πλαίσιο, αντιμετωπίζοντας με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών μπορεί η τάξη των μαθηματικών να αναπτύξει κουλτούρα σεβασμού των απόψεων και χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά ως ένα εργαλείο εκδημοκρατισμού;

γ) Μπορεί, δηλαδή, να ενδυναμωθεί προσωπικά και συλλογικά, ως αυτόνομο και δημοκρατικό υποκείμενο, ο μαθητής μέσα σε ένα πλαίσιο συλλογικής επεξεργασίας και λήψης αποφάσεων στη συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος;

Ευχαριστίες

Ενδεικτικό δείγμα συνέντευξης

1ος άξονας. 3^η ερώτηση: (Απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς, Γιώργο, Σοφία και Σωτήρη)

α) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε συχνά, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι, να την **επαναλαμβάνετε και να την ερμηνεύετε** με τον τρόπο που εσείς θεωρείτε κατάλληλο για τους μαθητές σας.

Με ποιο σκεπτικό επιλέγετε τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση;

β) Θα μπορούσε ο/η εκπαιδευτικός αυτή τη ευθύνη να την εκχωρήσει στους ίδιους τους μαθητές; Δηλαδή, θα μπορούσαμε να ζητήσουμε από το μαθητή ή τους μαθητές να περιγράψουν τις ιδέες του(ς), το συλλογισμό του(ς) και να αναλύσουν τον δικό του(ς) τρόπο προσέγγισης της δραστηριότητας ώστε **να διερευνήσουμε και να κατανοήσουμε τον τρόπο σκέψης** του(ς), πριν επικυρώσετε τη γνώση;

Πιστεύετε ότι η πρακτική αυτή βοηθά τους μαθητές στη μαθηματική κατανόηση και γνώση;

Πιστεύετε ότι αυτή η διδακτική πρακτική βοηθάει στην προσωπική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Μεταβιβάζοντας τον έλεγχο της μάθησης στους μαθητές θεωρείτε ότι μπορούν να αναπτύξουν το αίσθημα της προσωπικής οικειοποίησης της δικής τους μαθηματικής κατανόησης;

Απάντηση Γιώργου (Αναφορά στο 1^ο, 3^ο, 4^ο Δ.Α.):

α) Μιλάμε για μια σωστή απάντηση. Στηρίζεσαι πάνω στην απάντηση του μαθητή. Ουσιαστικά είναι η εκλαϊκευση που θέλεις να κάνεις. Μπορεί να μην την αντιληφθούν όλα τα παιδιά την απάντηση που θα δώσει ο μαθητής. Το παιδί δεν θα την αναλύσει. Θα τη διατυπώσει με το δικό του τρόπο, ο οποίος μπορεί να μην είναι κατανοητός. Εγώ, όμως, θέλω να το καταλαβαίνει και ο τελευταίος μαθητής χωρίς να σημαίνει αυτό ότι δεν θα επιβραβεύσω τον μαθητή που απάντησε. Δεν θα τον ακυρώσω, αντίθετα θα τον ενισχύσω. Αλλά θα πρέπει και στους άλλους να γίνει κατανοητό για εμπέδωση (13.36)

β) Εννοείτε αν είναι καλύτερο να υποστηρίξει την άποψή του με περισσότερα λόγια, δηλαδή να παροτρύνω τον ίδιο τον μαθητή να περιγράψει το σκεπτικό του;(15.32) Αυτό θα ήταν το ιδανικό. Να δώσουμε τον προβληματισμό του μαθητή σε όλη την τάξη ώστε να προβληματιστεί όλη την τάξη και να προσπαθήσει να απαντήσει στο ερώτημα. Αλλά είπαμε λόγω της πίεσης του χρόνου συνήθως τα απαντάω εγώ ενώ ξέρω ότι είναι λάθος αυτή η τακτική είναι μία καλή αφορμή να θάλεις τα παιδιά τα ίδια να δοκιμάσουν μία άποψη (15.41) Σαφώς και είναι καλύτερα να το κάνει ο ίδιος ο μαθητής δεν το συζητάμε. Πολλές φορές το κάνουμε για οικονομία χρόνου γιατί θέλουμε εμείς να το πούμε καλύτερα και να τελειώνουμε. Αν υπάρχει άνεση χρόνου σαφώς είναι καλύτερο από το ίδιο το παιδί. Εκτός

και αν ξέρεις, ότι μέχρι εκεί μπορεί, οπότε δεν θες να το να το εκθέσεις κιάλας. Στην ουσία για δύο λόγους, το ένα είναι η οικονομία χρόνου και δεύτερο είναι να μην εκτεθεί το ίδιο το παιδί, αν δεις, ότι δεν μπορεί να το αναπτύξει, να το αναλύσει και να το εξηγήσει. (16.09)

Απάντηση Σοφίας (Αναφορά στο 6° Δ.Α.):

α) Υπάρχει μία περίπτωση τα παιδιά να μιλάνε χαμηλόφωνα. Κάποια παιδιά νιώθουν ανασφάλεια και μιλάμε σιγά. Υπάρχει μία περίπτωση κάποιοι μαθητές να μην το άκουσαν για αυτό το επαναλαμβάνω. Άλλες φορές κάνω παράφραση και εξηγώ την απάντηση του μαθητή για να κάνω μία μικρή επανάληψη εκείνη τη στιγμή, δηλαδή, μπορεί να μην το άκουσε ένας μαθητής ή να μην κατάλαβε πώς προέκυψε και επειδή δεν τολμάει να σηκώσει το χέρι του, το σύνθημα πρόβλημα, κάνω και την εξήγηση, πώς μετατρέπεται και για ποιο λόγο βγαίνει έτσι, οπότε κάνω και μία μικρή επανάληψη στα γρήγορα. Κάνω συχνές επαναλήψεις στη διδακτική ώρα, τρεις επαναλήψεις στο ίδιο πράγμα. Δες, τα μαθηματικά είναι και θεωρία η επανάληψη για μένα είναι επανάληψη μήτηρ πάσης μαθήσεως. Άρα, αν θυμηθούμε τον κανόνα αν τον βγάλουμε ξανά τον βάλουν στο μυαλό τους, ίσως θυμηθούνε και πώς λύνεται μία άσκηση για αυτό και κάνω πολλές επαναλήψεις, συνέχεια το ίδιο και το ίδιο πράγμα. Θεωρώ ότι αυτή η πρακτική βοηθάει τη μαθηματική κατανόηση και γνώση. (10.54)

β) Εγώ καταλάβαινα, όταν εξηγούσε, πώς το σκέφτηκε ο μαθητής. Πιστεύω ότι δεν το καταλάβαιναν από κάτω τα παιδιά και επίσης αυτό είναι και δικό μου θέμα, φυσικά. Απευθύνονται σε μένα και όχι στα παιδιά, όταν έρχεται ένας μαθητής επάνω στην τάξη ή η αλληλεπίδραση που υπάρχει είναι με τον δάσκαλο και το μαθητή. Τα υπόλοιπα παιδιά δεν ασχολούνται με τη διαδικασία που γίνεται πάνω στον πίνακα. Αυτό είναι ένα λάθος, που θέλω να το διορθώσω.

Εγώ τους λέω, φυσικά, ακούτε και διορθώνετε ή επεμβαίνετε ή καταλαβαίνετε κάποια πράγματα που δεν είχατε καταλάβει. Αλλά δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, στην ουσία δεν επεμβαίνουν Μόνο αν κάνει λάθος ο μαθητής γυρίζω και τους λέω. Το κάνω αυτό. Έχει δικιο; Τι λάθος κάνει εκεί; Θα σηκωθούν πέντε-έξι χέρια εφτά, θα πούνε, Όχι, γιατί γίνεται αυτό, κλπ. Απλώς, η τόση ανάλυση με βγάζει εκτός χρόνου. (11.55)

Είναι πολύ ωραία ιδέα η περιγραφή και η ανάλυση της σκέψης και η αιτιολόγηση του συλλογισμού του κάθε μαθητή στους συμμαθητές του για την κατανόηση των μαθηματικών αρκεί να ξεκινήσει πρώτα να διορθωθεί η αλληλεπίδραση των μαθητών να καταλάβουν τα παιδιά ότι όταν σηκώνεται κάποιος απευθύνεται σε αυτούς και σε μένα φυσικά, χωρίς να θέλει να αποδείξει κάτι σε μένα, «ότι ναι το ξέρω», να υψώσει λίγο τη φωνή, επειδή υπάρχει αλληλεπίδραση, να γυρίσει προς την τάξη και οι άλλοι να ξέρουν, ότι πρέπει να τον ακούσουν και να δουν αν συμφωνούν ή όχι με τον τρόπο σκέψης τους. Αυτό είναι μία διαδικασία που δεν αλλάζει από τη μία στιγμή στην άλλη εντάσσεται σε μία καθημερινή πρακτική που αλλάζει σιγά σιγά. (13.58)

Απάντηση Σωτήρη (Αναφορά στο 3°, 8° Δ.Α. 1^η διδ. και 1°, 4°, 8° Δ.Α. 2^η διδ.):

α,β) Ναι αυτό είναι λάθος μου. Δεν μπορώ να σου το εξηγήσω και δεν θυμάμαι αν έγινε συνειδητά έχω την αίσθηση ότι ρωτάω τα παιδιά πώς σκέφτονται, δεν ψάχνω εκείνη την ώρα το μηχανισμό που το παιδί εργάστηκε και σκέφτηκε να δώσει την απάντηση εκείνη την ώρα. Ναι, αυτό δεν το είχα παρατηρήσει ότι προχωρώ εύκολα στον επόμενο, θεωρούσα ότι το συζητάμε αυτή την εντύπωση είχα. Απ' ότι φαίνεται δεν το κάνω όσο χρειάζεται. Ίσως τα ίδια τα δεκαδικά και τα ποσοστά δεν βοηθούν. Είναι πιο τεχνική η διαδικασία των δεκαδικών. Δεν έχει τόσο συλλογιστική, αυτό που λέω πλοκή (22.24)

Η ερώτηση απευθύνεται στην Ευγενία:

α) Μία διδακτική πρακτική που έχω παρατηρήσει να ακολουθείτε, όταν λαμβάνετε μια απάντηση από έναν/μία μαθητή/τρια, είναι να ζητάτε επιπλέον εξηγήσεις και αιτιολογήσεις με περισσότερα λόγια από τον/την μαθητή/τρια σχετικά με το σκεπτικό του. (Αναφορά στο 1ο, 2ο, 7ο Δ.Α. 1η διδ. και 1ο, 2ο, 5ο Δ.Α., 2η διδ.) Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτή τη συγκεκριμένη πρακτική; Πώς πιστεύετε ότι αυτό βοηθάει στην κατασκευή του μαθηματικού νοήματος;

Απάντηση Ευγενίας: Έχω συνειδητοποιήσει ότι το κάνω, μάλλον να το πω αλλιώς, το κάνω συνειδητά και ο λόγος που το κάνω είναι γιατί θέλω ο ίδιος ο μαθητής να καταλάβει τι σκέφτεται και πώς έφτασε εκεί, δηλαδή, έχω δύο πράγματα στο μυαλό μου όταν το κάνω και αλήθεια το λέω ότι είναι πολύ συνειδητό. Το ένα είναι ότι σκέφτομαι πάντα ότι έτσι τους βοηθάω στις μεταγνωστικές τους δεξιότητες, να τις καλλιεργήσουν. Δηλαδή, εσύ (ο μαθητής) μου είπες κάτι. Εάν μπορέσεις να μου αφηγηθείς πώς έφτασες σ' αυτό που μου είπες, εγώ σε έχω φτάσει πολύ κοντά να το κάνεις δικό σου κτήμα, αυτό είναι το ένα. Πια, θα γίνει συνειδητό από την πλευρά του και θα γίνει μια στρατηγική που θα μπορέσει να την εφαρμόσει και την επόμενη φορά (27.54) σε μια παρόμοια περίπτωση και θα είναι μια στρατηγική που δε θα είναι υποσυνείδητη ή διαισθητική αλλά πια θα έχει γίνει ρητή, θα την ξέρει, θα την έχει σαν εργαλείο στα χέρια του αυτό το παιδί αν καταφέρει να σκεφτεί πώς σκέφτηκε. Γι' αυτό πολύ συχνά τους

το ζητάω αυτό ...ή πες μου μίλα μου δυνατά, αυτό που σκέφτεσαι θέλω να το ακούω, μπορεί να μην το 'κανα κείνη τη φορά αλλά το κάνω σαν τακτική, μίλα μου τι σκέφτεσαι την ώρα που λύνεις την άσκηση, π.χ. είπες ότι χωράει 5 φορές γιατί είπες 5 φορές, ας έλεγες 9 κάτι σκέφτηκες και είπες 5, αυτός είναι ο ένας ο λόγος, δηλαδή, να βοηθήσουμε το μαθητή που εκείνη την ώρα μιλάει και λέει αυτά που λέει. (28.38) Επίσης, κάτι που έχω παρατηρήσει είναι ότι πολλές φορές αυτό βοηθάει τους άλλους μαθητές. Λειτουργεί σαν δάσκαλος εκείνος ο μαθητής και υπάρχουν φορές που αν εξηγήσω μια φορά και δυο φορές και βλέπω ότι δεν το καταλαβαίνουν αλλά το κατάλαβε κάποιος. Του λέω, για πες μου εσύ αυτό που κατάλαβες προσπάθησε να το εξηγήσεις τους συμμαθητές σου, δηλαδή, μου δίνουν ακόμη έναν τρόπο προσέγγισης της γνώσης που μπορεί τα άλλα παιδιά να το καταλάβουν καλύτερα μέσα από κει γιατί, στο κάτω κάτω της γραφής είναι και ηλικιακά πιο κοντά και μπορεί πραγματικά ο συμμαθητής τους να τους βοηθήσει πιο ουσιαστικά από μένα. (29.24)

Στα μαθηματικά βάζω πάρα πολύ συχνά να εξηγούν. Ας πούμε ο Μα5. Γιατί, ο Μα5 πολλές φορές φτάνει στη λύση με έναν άλλο τρόπο από αυτόν που εγώ έχω σκεφτεί, φτάνει στη λύση με έναν άλλο τρόπο δικό του. Δηλαδή, εγώ έχω σκεφτεί δυο τρόπους κι ο Μα5 θα μου πει κάτι το οποίο μπορεί και να μην το έχω σκεφτεί, μου φαίνεται πιο δύσκολο, κλπ. τον βάζω πολύ συχνά να το εξηγήσει. Ωραία, έφτασες σ' αυτό που έφτασες, εξήγησέ το στους συμμαθητές σου. Εχω στο νου μου ότι ωραία αυτό βοηθάει το Μα5 αλλά μπορεί να βοηθήσει τα άλλα παιδιά (30.25)

4ος άξονας. 9^η ερώτηση: (Απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς Γιώργο, Σοφία, Σωτήρη):

9. α) Στη διδασκαλία οι ρόλοι εκπαιδευτικού - μαθητών φαίνεται να είναι απόλυτα διακριτοί. Οι μαθητές έχουν κυρίως έναν απαντητικό ρόλο στις πρωτοβουλίες του εκπαιδευτικού. Ως εκπαιδευτικός κατευθύνετε βήμα βήμα τους μαθητές στη συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος ως πηγή γνώσης και αυθεντίας στην τάξη. Π.χ. Σε ορισμένες περιπτώσεις διαφαίνεται από τους προβληματισμούς των παιδιών και τις συνεισφορές τους στη συζήτηση ότι διεξάγεται μια γνωστική σύγκρουση (2^ο, 4^ο, 5^ο, 6^ο Δ.Α. διδ. Γιώργου), (7^ο, 8^ο Δ.Α. διδ. Σοφίας), (7^ο, 8^ο, Δ.Α. 1^{ης} διδ, 3^ο, 5^ο, 7^ο, 8^ο 9^ο, Δ.Α. 2^{ης} διδ. Σωτήρη)

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτές τις διδακτικές πρακτικές; Πιστεύετε ότι θα βοηθούσε στην κατασκευή της γνώσης να αφήσουμε να διαχειριστούν μόνοι τους τις διαφωνίες τους και να καταλήξουν σε μαθηματικό συμπέρασμα;

Απευθύνεται σε όλες/ους τις/τους εκπαιδευτικούς

β) Σ' αυτό το πλαίσιο, αντιμετωπίζοντας με ισοτιμία τις συνεισφορές-προβληματισμούς των μαθητών μπορεί η τάξη των μαθηματικών να αναπτύξει κουλτούρα σεβασμού των απόψεων, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά ως ένα εργαλείο εκδημοκρατισμού;

γ) Μπορεί να ενδυναμωθεί προσωπικά και συλλογικά, ως αυτόνομο και δημοκρατικό υποκείμενο, ο μαθητής μέσα σε ένα πλαίσιο συλλογικής επεξεργασίας και λήψης αποφάσεων για τη μαθηματική γνώση;

Απάντηση Γιώργου:

α) Είναι εγωιστικό από τον δάσκαλο, όταν το κάνει και μπορεί να το κάνουμε οι περισσότεροι αυτό. Θεωρούμε ότι κατέχουμε απόλυτα τη γνώση εμείς, ότι θα την παρουσιάσουμε στα παιδιά καλύτερα. Ελλείπει χρόνου απαντώ εγώ στην ερώτηση του μαθητή. Θεωρώ ότι έχω συνέχεια την αίσθηση της πίεσης του χρόνου εκεί το αποδίδω. Δηλαδή δεν μου φτάνει όχι μόνο το 45λεπτο 4 45 λεπτά τα θεωρώ λίγα για να πω ότι κάνω σωστά τη διδασκαλία των Μαθηματικών ότι δίνω την καινούργια γνώση για να την κατακτήσουν τα παιδιά γίνεται αναγκαστικά δασκαλοκεντρική διδασκαλία και δεν έχει καμία σχέση με αυτή τη διδασκαλία που θέλουμε να κάνουμε.

Αλλά θα ήταν το ιδανικό και μακάρι να μπορούσαμε οι ίδιοι μαθητές να αλληλεπιδράσουν και να δώσουν την απάντηση στα ερωτήματά τους και να κατασκευάσουν τη μαθηματική γνώση και να γίνεται με την αντιπαράθεση των ίδιων καθώς υπάρχουν διαφορετικές αντιλήψεις. Με δοκιμασίες το θεωρώ καλύτερο. Σίγουρα αυτό. Πολλές φορές θέτω ερωτήματα που μπορεί να τα βοηθήσουν στους προβληματισμούς τους να βρουν τις λύσεις και να προχωρήσουν ή συνηθίζω να βάζω κάποιες παγίδες αν μπορώ να τις πω έτσι για να δώσω τη δυνατότητα να υπάρξει μία σύγκρουση γνωστική. Να τα δουν και να διαπιστώσουν, έτσι, το λάθος. Γράφω τα ίδια πράγματα εγώ στον πίνακα με μία φυσικότητα για να μπορέσουν να τα βρουν τα ίδια. Αυξάνεται και το ενδιαφέρον τους, σπάει έτσι, με αυτό τον τρόπο και η ιδέα της αυθεντίας περνάει με μία φυσικότητα. Τα παιδιά μπορεί να ξέρουν ότι γίνεται επίτηδες αλλά το χαίρονται και γίνεται με χιούμορ πολλές φορές με τέτοια τεχνάσματα. Προσπαθώ τα ίδια τα παιδιά να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα είτε αν έχουν κάποια διαφωνία ή αν κάτι δεν το έχουν εμπεδώσει.(1.25.50)

Απάντηση Σοφίας:

α) Αυτή ήταν για μένα η απρόσμενη ερώτηση, ούτε καν το είχα σκεφτεί αυτό, γιατί δεν ήταν άξιο για μένα ως γνώση, ήταν ένα αυτονόητο πράγμα, διπλασιάζεται, διπλασιάζεται και η διαφορά τους κλπ. εγώ ήδη βρισκόμουν στο επόμενο τι θα τους πω και κάποιοι μαθητές στάθηκαν στο προηγούμενο και συνέχιζαν τη συζήτηση μεταξύ τους και μετά συνειδητοποίησα και στάθηκα κι εγώ, σκέφτηκα, «τώρα τι λένε;» δεν το κατάλαβα. Ναι, σε κάποιες περιπτώσεις κάποιες απροσδόκητες ερωτήσεις είναι χωρίς νόημα για μένα, χωρίς σημασία, κάτι που θεωρείται αυτονόητο.

Δες τώρα αυτό, αφού ξεκίνησε, κάποια παιδιά καταλάβαιναν τι γινόταν ενώ η υπόλοιπη τάξη δεν μπορούσε να τα παρακολουθήσει.Είναι πολύ ωραία να αφήνεις τα παιδιά να συνεχίζουν να συζητούν, να αλληλεπιδρούν και να υπάρχουν συγκρούσεις απόψεων μεταξύ τους και να βγάζουν συμπεράσματα και να οδηγούνται σε συμπεράσματα, τους αρέσει πάρα πολύ. Πιστεύω ότι και τα παιδιά που δυσκολεύονται κάτι θα πάρουν από αυτό. Δεν μπορούν να γίνουν όμως όλα αυτά με την ύλη και την το χρόνο στην τάξη την πίεση του χρόνου στην τάξη. Σε όλα τα βιβλία πρέπει να γίνει γενναία περικοπή. (1.15.51)

β) Είναι τόσα πολλά πράγματα που πρέπει να μάθουν τα παιδιά, που αυτό το συγκεκριμένο, που δεν είναι μέσα στην ύλη ως διαδικασία είναι πάρα πολύ ωραία γιατί βάζει το μαθητή σε μία διαδικασία έρευνας αλλά είναι και χάσιμο χρόνου είναι και χάσιμο χρόνου σε αυτή την ηλικία που βρίσκονται από τον προσωπικό τους χρόνο. Προτιμώ, ας πούμε, να αφιερωθούν στα μαθηματικά που πρέπει να το μάθουν οπωσδήποτε παρά σε κάτι που είναι εκτός ύλης, να ψάξουν, που μπορεί να τους άρεσε πάρα πολύ αλλά είναι τόσα άλλα που πρέπει να μάθουν. Θα μπορούσα το συγκεκριμένο παιδί να πω να το ψάξεις άμα θέλεις να ψάξεις να το βρεις εφόσον το ρωτάς που έχει φτάσει σε αυτό το σημείο και θα μπορούσε να πάει και λίγο παραπάνω. Αλλά στα περισσότερα πρέπει να έχουμε απαντήσεις ή αν όχι απαντήσεις να μπορούμε να καθοδηγήσουμε τα παιδιά για να έχουν απαντήσεις. Στα μαθηματικά θεωρώ ότι η απάντηση πρέπει να δίνεται εκείνη τη στιγμή στα άλλα μαθήματα δεν το κάνω έτσι και αυτό γιατί είναι η πάρα πολλή ύλη τα θεωρώ υπερβολικά τα μαθηματικά εγώ θέλω να τους αφαιρέσω δεν θέλω να τουςβάλω κι άλλα. (1.18.39)

γ) Ναι, πιστεύω ότι μπορεί να γίνει αυτό, αλλά οι παράγοντες που δε γίνεται αυτό στην τάξη είναι ο χρόνος και η πρόληψη της επικριτικότητας των παιδιών μεταξύ τους. Το τελευταίο χρειάζεται χρόνο ώστε να γίνει αποδεκτό ως κανόνας της τάξης μας ότι η συνεισφορά του κάθε μαθητή είναι σεβαστή και δεν τη σχολιάζω αρνητικά στην τάξη λέμε τις ιδέες μας και όλοι μαζί φτιάχνουμε τη γνώση.

Ναι, πιστεύω, ότι θα μπορούσαν καλύτερα τα ίδια τα παιδιά μέσα από την αλληλεπίδραση και αναλαμβάνοντας την ευθύνη της μάθησής τους να αποδείξουν αυτά που υποστηρίζουν ή επιζητούν να μάθουν και να κατασκευάσουν το μαθηματικό νόημα. Σαφώς, ναι, θα μπορούσα να μεταβιβάσω την ευθύνη στους ίδιους τους μαθητές και πιστεύω ότι αυτό ενδυναμώνει και ενισχύει τους μαθητές ως ενεργούς μελλοντικούς πολίτες, να πατάνε στα πόδια τους να είναι χειραφετημένοι και να υποστηρίζουν την άποψή τους.

Συνοψίζοντας, όλα αυτά θα επαναφέρω τη διάσταση του χρόνου. Λέω, πολύ ωραία είναι όλα αυτά, τα έχω σκεφτεί κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, αλλά λέω, δεν προλαβαίνω πρέπει να πάω παρακάτω.(1.24.50)

Απάντηση Σωτήρη: Κοίταξε, εδώ ίσως υπάρχουν και οι δύο θεωρίες στο ότι τα μαθηματικά είναι επινόηση και η άλλη ότι τα μαθηματικά έχουν μια φυσική και αυθύπαρκτη παρουσία. Εγώ είμαι στο πρώτο, ότι είναι κατασκευή. Τι εννοώ μ' αυτό; Είναι δημιούργημα δικό μας κι όχι ανακάλυψη μιας φυσικής τάξης. Ότι υπάρχουν γύρω μας κι εμείς απλά τα ανακαλύπτουμε. Εγώ πιστεύω ότι είναι μια γνωστική διαδικασία, τα επινοεί ο άνθρωπος και δεν είναι κάτι μεγαλειώδες, τα θεωρώ ότι είναι εργαλείο γνωστικό, νοητικό το οποίο το έχει φτιάξει ο άνθρωπος. Τώρα αυτό πώς επηρεάζει το μάθημά μου; Μάλλον, δεν το επηρεάζει, γιατί δεν αφήνω την τάξη κάθε φορά να ανακαλύπτει, εντελώς, το συγκεκριμένο αντικείμενο που έχουμε την ημέρα να δουλέψουμε. Δηλαδή, δίνω πράγματα και τα δουλεύουμε πάνω σ' αυτά. Δεν θεωρώ ότι λειτουργεί εύκολα ή θα μπορούσε να δουλέψει αυτό, ότι αφήνουμε μία έννοια, εντελώς, στο τραπέζι κλειστή και θα πρέπει τα παιδιά να τη δημιουργήσουν, να την επινοήσουν (1.19.00)

Νομίζω ότι ξεκινάω από ένα απόθεμα γνώσης που έχουμε κατακτήσει την προηγούμενη φορά, ή θα τους το δώσω εγώ κι από κει και πέρα αρχίζει. Θα πατήσω σε αυτό που έχουμε κάνει για να προχωρήσω παρακάτω. Θέλω να πω ότι ενώ θεωρώ ότι τα μαθηματικά είναι επινόηση, αυτό δε θέλω να το δουλέψω στην τάξη γιατί μου φαίνεται ότι είναι πολύ δύσκολο. Θέλω να δώσω ένα κομμάτι από το αντικείμενο που θα διδάξω ή να το έχω δώσει σε ένα επίπεδο πριν, τι είπαμε μια αλυσίδα, δηλ. ενώ ιδεολογικά θα μπορούσα να το στηρίξω αυτό, στην τάξη δεν το κάνω. Σαν πλαίσιο μ' αρέσει, σαν τεχνοκράτης πια, από το επόμενο βήμα θα δουλευτεί έτσι. Ένα καινούριο αντικείμενο τους το δίνω σε αρκετά ικανοποιητικό βαθμό, είναι μάλλον η τεχνοκρατική μου πλευρά που έχω αποκτήσει με τα χρόνια. Χαονόμασταν στο επίπεδο αυτό, στο να δουλευτεί εντελώς εργαστηριακά. Δεν μου βγαίνει στην κατάκτηση του γνωστικού αντικειμένου, προσπαθώ να δώσω ένα πάτημα, μία βάση κι εκεί και μετά να το αφήσω να γίνει. Αυτή η ελευθεριακότητα μου βγαίνει αλλού. Μια μικρή αυθεντία την κρατάω για μένα, δίνω αλλού αυτή τη δυνατότητα σε άλλες δραστηριότητες, τότε θα μιλήσουν όλοι. Σε πάει πολύ αργά θα πρέπει να ξεφύγεις εντελώς από το πλαίσιο, να αφαιρείς σε δρόμους κι όπου σε πάει.(1.21.57)

Να ξαναπώ ότι θεωρώ τα μαθηματικά επινόηση και ότι είναι σαν τα άλλα αντικείμενα, αν δε δώσεις κάποια στοιχεία σε ένα θεωρητικό υπόβαθρο, είναι δύσκολο να επινοηθεί εκείνη την ώρα από το μαθητή, αυτό ίσως είναι για τους ανθρώπους οι οποίοι πιστεύουν ότι τα μαθηματικά υπάρχουν στο μυαλό μας και θα το βρει ο μαθητής, ...εε, κάποια στιγμή δε θα το βρει πρέπει κάποια στιγμή να λυθεί. Στη γνώση και στην εκπαίδευση δεν ξεκινάς πάντα από το μηδέν οπότε εκμεταλλεύεσαι αυτό που έχεις κτίσει, θα το φέρεις μέσα στην τάξη αυτό ή θα το πουν οι μαθητές ή θα το πεις εσύ, άρα θα πατήσει σε κάτι έτοιμο, αυτό είναι η αυθεντία, που λέει, το λίγο που βάζω εγώ. (1.22.87)

Απευθύνεται στην Ευγενία:

α) Σε πολλές περιπτώσεις στη διδασκαλία σας, η διαφωνία, η αμφισβήτηση, η αντίρρηση των μαθητών φαίνεται να είναι καλοδεχούμενες, (π.χ. 5^ο Δ.Α 2^{ης} διδασκαλίας) ενώ υιοθετείτε πρακτικές που αμφισβητούν το ρόλο σας ως απόλυτη πηγή γνώσης και αυθεντίας στην τάξη (π.χ. 14^ο Δ.Α. 1^η διδασκαλία, 7^ο και 8^ο Δ.Α. 2^η διδασκαλία).

Με ποιο σκεπτικό υιοθετείτε αυτές τις διδακτικές πρακτικές;

Θεωρείτε ότι ως εκπαιδευτικοί είμαστε εξοικειωμένοι να αναγνωρίζουμε τις συνεισφορές των μαθητών ως ισοδύναμες και πηγή γνώσης;

Απάντηση: Πώς μπορώ να μην το κάνω όταν μετά από τόσα χρόνια διδασκαλίας έχω πάρα πολλές φορές πει λάθη, δεν γνωρίζω να απαντήσω, δηλ. δε γίνεται να είμαι απόλυτη, θα πρέπει να εθελουφλώ (1.36.36) δηλαδή, ούτε και ξέρω πόσες φορές με ρωτήσαν πράγματα που δεν μπορούσα να απαντήσω και τους έλεγα, παιδιά, δεν ξέρω, θα το ψάξω και θα σας πω, ελάτε ψάξτε κι εσείς και κάνω και λάθη αβλεψίας και άλλου είδους λάθη και ξέρω ότι ανά πάσα στιγμή μπορεί να έχει δίκιο ο μαθητής μου κι όχι εγώ και το εννοώ και σε όλα τα αντικείμενα κι όχι μόνο στα μαθηματικά. Μπορεί τελικά να έχω εγώ δίκιο αλλά δεν είμαι σίγουρη ότι έχω εγώ το δίκιο, γιατί πολλές φορές διαψεύστηκα στο παρελθόν που νόμιζα ότι είχα και καθώς μεγαλώνω, λοιπόν, σκέφτομαι ότι όντως μπορεί να κάνω λάθος και δεν είναι μια τακτική, π.χ. όντως μπορεί να μέτρησαν τα παιδιά καλύτερα από μένα.

Αυτό λειτουργεί σε δύο επίπεδα πιστεύω, το ένα ότι δεν θεωρώ ότι είμαι αυθεντία (1.37.42) γιατί πραγματικά τα παιδιά ξέρουν πάρα πολλά πράγματα τα οποία δεν τα γνωρίζω εγώ και είναι κάτι που το δηλώνω πολύ νωρίς στα παιδιά της τάξης μου, και κάνω λάθη παιδιά, και πολύ συχνά (τεχνολογία) λέω παιδιά βοηθάτε, αυτή η γενιά είναι μεγαλωμένη με την τεχνολογία, πάντα κάποιος έχει να μου δώσει μια απάντηση. Άρα, μπαίνοντας εγώ μέσα στην τάξη πολύ νωρίς ξεκαθαρίζω ότι μην τα περιμένετε όλα από μένα (1.38.00) δεν τα ξέρω, και ναι κάνω λάθη, κανένας δεν είναι αλάθητος, ωραία, και όταν αυτά κάνουν ένα λάθος και κάποιος συμμαθητής πει αυτό είναι λάθος, λέω τι να κάνουμε όλοι λάθη κάνουμε, κανένας δεν είναι αλάθητος βάζω και μένα και το εννοώ. Όντως, δε νιώθω ότι μπορεί να πάω και να 'χω απαντήσεις για όλα ή να λέω πάντα το σωστό και τώρα αν αυτό σημαίνει ότι παραχωρώ ένα κομμάτι της εξουσίας μου, αυτό γίνεται υποσυνείδητα δεν είναι κάτι που το σκέφτομαι, οκ. ας τους δώσω ένα κομμάτι της εξουσίας, κατάλαβες; Δεν το έχω δει έτσι, το έχω δει πιο πολύ στην αλήθεια μουΔε διστάζω να πω το συγγνώμη.

Βέβαια, όμως ξέρεις τι σκέφτομαι; Άραγε είναι εγώ σας αλλάζω την εικόνα που έχετε για τον δάσκαλο ή την έχετε μια χαρά την εικόνα, απλώς δεν την λέτε, δεν τολμάτε, κατάλαβες; Εγώ θεωρώ ότι μια χαρά τα παιδιά έχουν καταλάβει ότι ο δάσκαλος δεν είναι αλάθητος αλλά δεν μπορούν να το εκφράσουν στον δάσκαλο. Έχουν την εικόνα ότι ο δάσκαλος δεν είναι αυθεντία. Έχω διαπιστώσει στο παρελθόν από την εμπειρία μου (1.39.57) ότι όλοι μας και λάθη κάνουμε και άσχετα αν μπορώ να δώσω την εικόνα και να θολώσω τα νερά και να δώσω μια απάντηση. Εκεί είναι η διαφορά μου εμένα, ότι ναι, μπορείς να το πεις ότι έχω κάνει λάθος και μπορώ να το δεχτώ κιόλας.

β). Στις δύο διδασκαλίες παρατηρήθηκαν ορισμένες διαφοροποιήσεις στις διδακτικές πρακτικές που υιοθετείτε. Έτσι ενώ στην πρώτη διδασκαλία οι ρόλοι εκπαιδευτικού – μαθητών είναι διακριτοί στη δεύτερη διδασκαλία σε πολλές περιπτώσεις υιοθετήθηκαν πιο δημοκρατικές πρακτικές συγκρότησης του μαθηματικού νόηματος, (π.χ. εκπαιδευτικός και μαθητές διερευνούν και κατασκευάζουν το μαθηματικό νόημα ως συνεργητές, κουλτούρα σεβασμού των απόψεων)

Με ποιο σκεπτικό και σε ποιες περιπτώσεις υιοθετείτε τέτοιες πρακτικές;

Απάντηση: Συμβαίνει σε μένα και όχι μόνο στα μαθηματικά αλλά σε όλα τα μαθήματα. (γέλια) Μπορεί σε κάποια ενότητα να παρασυρθώ εγώ είτε τα παιδιά και μου αρέσει τόσο πολύ αυτό που γίνεται (1.43.05) που δε θέλω να το σταματήσω και το αφήνω να εξελίσσεται. Νομίζω ότι σχετίζεται με το θέμα σε συνδυασμό με την ανταπόκριση που έχω από τα παιδιά, γιατί μπορεί αυτό το θέμα να τους ενδιαφέρει, υπήρξαν θέματα που εγώ είπα, α, αυτό το θέμα θα τραβήξει και δεν τράβηξε, δεν είχα εγώ σοβαρή ανταπόκριση και υπήρξαν άλλα όπως αυτό που δεν περίμενα να τραβήξει τόσο πολύ η κουβέντα για την έρευνα, αλλά αυτά ενθουσιάστηκαν, άρα έχει να κάνει με το θέμα σαν θέμα αλλά έχει να κάνει και με το πάνω στο θέμα τα παιδιά, πώς ανταποκρίνονται και αν αυτό ως διαδικασία μου αρέσει, το αφήνω και εξελίσσεται, εάν δεν μου αρέσει γιατί μην ξεχνάς κι εγώ άνθρωπος είμαι το μαζεύω. (1.44.29) Γίνεται πιο κλασικό το μάθημά μου. Αυτό γίνεται σε όλα μου τα μαθήματα στα μαθηματικά δηλ. ότι μπορεί να ξεφύγω και να αρχίσουν οι κουβέντες, πάντα για μαθηματικά μιλώντας, και άλλες φορές η

ανταπόκριση μπορεί να σχετίζεται άμεσα με τη θεματολογία τους μπορεί να τους ενδιαφέρει ή όχι, ή και μπορεί να σχετίζεται με τη μέρα, σήμερα τα παιδιά μου δεν έχουν όρεξη. Τα κλάσματα είναι γενικά και δύσκολα και ειδικά τώρα διαιρέσεις κλασμάτων για να το καταλάβεις στην ουσία του, στη βάση του, τι σημαίνει αυτό το ρημάδι, για αυτό εγώ επέμενα λίγο που δεν ήταν ακριβώς κατανόηση ήταν πιο πολύ πάρε ένα εργαλείο να το χρησιμοποιείς επέμενα στο ότι μην το φοβάστε, δέστε το σαν να ήταν ακέραιος, καταλάβετε ποια πράξη πρέπει να κάνετε, γιατί αυτό το έχετε διδαχτεί, τότε κάνουμε μια διαίρεση. Το κάνω πολύ συχνά (1.45.20)

Για παράδειγμα, αυτό που συνέβη με την εισαγωγή στη στατιστική. (γέλια) Τα παιδιά μου ήθελα να τα φιλήσω! (γέλια) Καλά είχα πάθει την πλάκα της ζωής μου. Μου κάνανε μάθημα στατιστικής. Είχα σοκαριστεί. Δεν πίστευα, ότι θα πάει το μυαλό τους σε όλα αυτά. Εγώ δεν είχα σκοπό να το κάνω αυτό. Εγώ ξεκίνησα έχοντας αφορμή την έρευνα.(1.46.28) η αφορμή μου ήταν αυτό. Σκέφτηκα, 5 λεπτά στην έρευνα και μετά θα προχωρήσουμε θα φτάσουμε γρήγορα στο στόχο. Αυτό είχα στο μυαλό μου κι αυτά σαν ξεκίνησα με ξάφνιασαν, ευχάριστα βέβαια, έτσι; Συχνά μου το κάνουν αυτό τα παιδιά. Δηλαδή, με ξαφνιάζει η ωριμότητα της σκέψης τους και πού μπορεί να φτάσουν. Αυτά που με κόπο προσπαθούσαμε να μάθουμε στο μεταπτυχιακό, ας πούμε, μου τα βγάζουν τα δεκάχρονα! Και γι' αυτό το άφησα να εξελιχθεί γιατί μου άρεσε αυτό που γινόταν, αλλά δεν ήταν ο στόχος μου αυτός. Δεν περίμενα καταρχάς να μου πουν τόσα πράγματα τα παιδιά. Αλλά επειδή μου απαντούσαν και οι παρατηρήσεις τους ήταν πολύ εύστοχες, και τα είδη της έρευνας και πώς θα κάνουμε την έρευνα και οι ηθικοί προβληματισμοί τους και γι' αυτό και το άφησα.

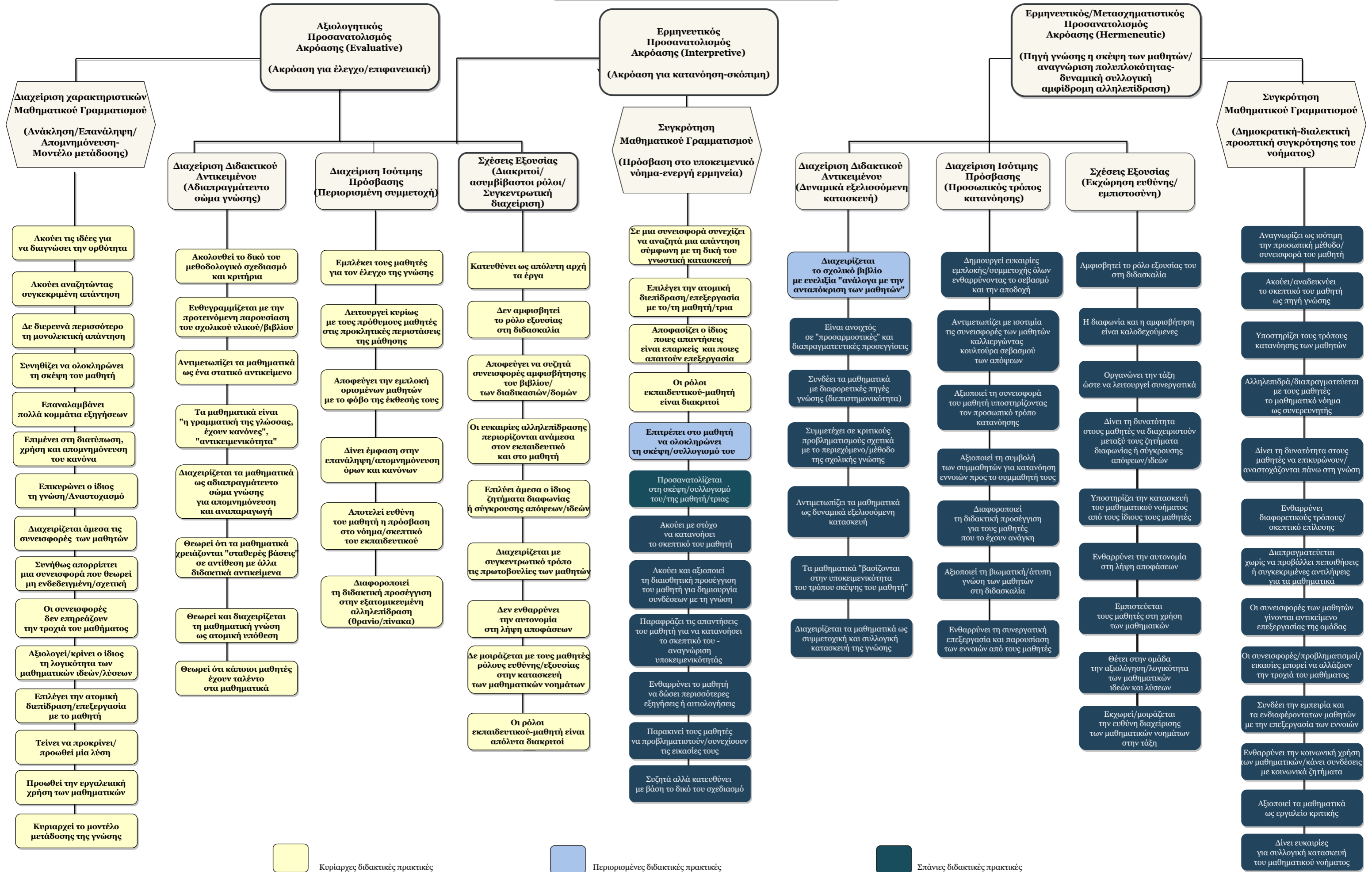
Οπότε το πώς θα μου πάει και πόσο πολύ θα το αφήσω εγώ έχει να κάνει με το θέμα για μένα, με μένα σίγουρα, πώς είμαι εγώ απέναντι σε αυτό το θέμα και με το τι μου δίνουν τα παιδιά (1.47.21) α, και με το πόσο άγχος έχω να τελειώσω.

γ) Πολύ συχνά έχω στο μυαλό μου πώς θα ήθελα εγώ. Θέλω να με σέβονται, τους σέβομαι. Θέλω να μη μιλάνε. Δε μιλάω όταν μιλάνε. Κάνω αυτό που θέλω να μου κάνουν. Π.χ. δεν θα κοιτάω αλλού όταν μιλάει ο μαθητής και δε θα μιλάω ταυτόχρονα και σε άλλον μαθητή και δε θα τον διακόπτω γιατί δεν μου αρέσει να με διακόπτουν. Συνειδητό όλο αυτό. Δεν θέλω να διακόψω τη σκέψη του, ακόμη και αν δω ότι αυτό που θα μου πει είναι κουκουρούκου (γέλια), οκ. Ολοκλήρωσέ το, δεν ξέρω πώς θα το διαχειριστώ, μπορεί και να το αγνοήσω εν τέλει και να πω, εντάξει αλλού μας πάει αυτό πάμε ή τις πιο πολλές φορές θα κάνω ένα μικρό σχόλιο για να μη φανεί στο μαθητή ότι τον ακύρωσα σ' αυτό που είπε, γιατί σκέφτομαι, καταρχάς, ότι αποτελώ παράδειγμα, αν εγώ σε προσέχω όταν μ' ακούς, κι εσύ θέλω να με προσέχεις κι επειδή σκέφτομαι, δε γίνεται να τους συμπεριφέρω διαφορετικά από τον τρόπο που εγώ θέλω να μου συμπεριφέρονται.

Ενδυναμώνονται στην ομαδική τους εργασία π.χ. στην ομαδική, νομίζω ότι ενδυναμώνει πάρα πολύ το παιδί όταν συμμετέχει ισότιμα όπως τα άλλα μέλη της ομάδας του, όχι απλώς συμμετέχει, όταν εργάζεται έτσι. Στην ομαδική εργασία καταρχάς δεν ολοκληρώσανε την άσκηση. Είχανε φτάσει σε ένα σημείο κάτι είχανε αφήσει απέξω, δεν θυμάμαι ακριβώς όταν ρώτησα μου είπαν τελειώσανε αλλά εγώ όταν πήρα το χαρτί είδα ότι έλειπε κάτι στην εργασία. Είπα, εντάξει. Αν θεωρούν ότι τελειώσανε, τελειώσανε. Δουλέψανε; Δουλέψαν. καταλάβανε; Όχι όσα, η Μκ2, όμως καταλάβανε την έρευνα, ότι ρωτάμε, ότι καταγράφουμε τις απαντήσεις τους, ότι κάνουμε το ιστόγραμμα. Καταλάβανε; Το καταλάβανε. Δεν κάνανε 4 ερωτήσεις και κάνανε μία; Καταγράψανε όλες τις απαντήσεις και καταγράψανε τις μισές; Γιατί ας πούμε εμείς είμαστε 23 παιδιά και καταγράψανε 20, γιατί τους ξέφυγαν κάποιες; Ναι αλλά τη λογική την κατάλαβανε; Την κατάλαβαν (1.49.09)

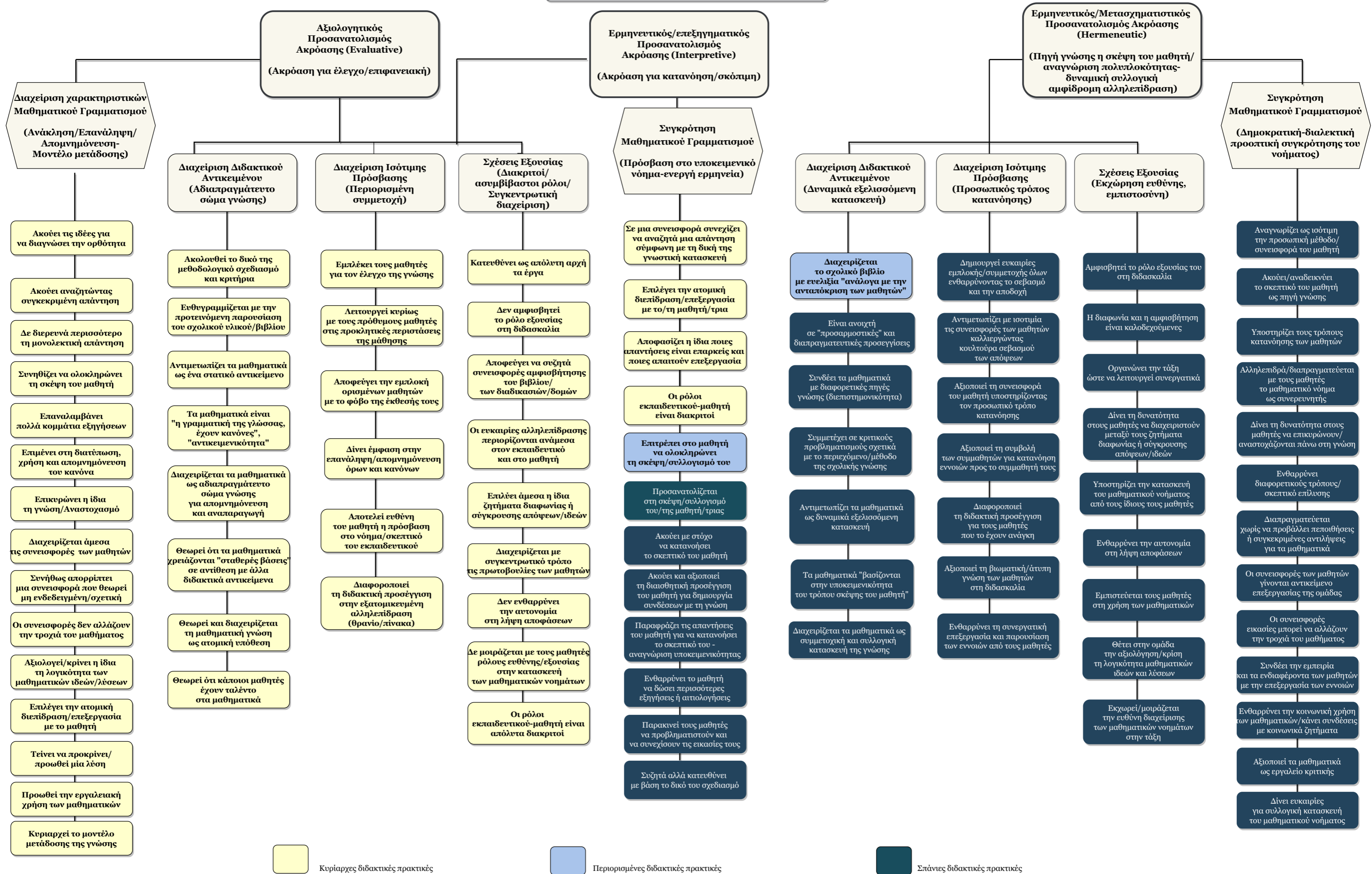
Εν τέλει, ναι, μπορεί να λειτουργούμε αντιφατικά, να ενδυναμώνουμε και να αποδυναμώνουμε και να αποκλείουμε και αυτό εξαρτάται από τους στόχους μας. Ο ένας είναι ο γνωστικός στόχος και ο άλλος είναι η ολόπλευρη ανάπτυξη των παιδιών που λέει το αναλυτικό αλλά νομίζω ότι ο καθένας εστιάζει κάπου ιδιαίτερα που τον καίει πιο πολύ.

Δίκτυο διδακτικών πρακτικών του Γιώργου



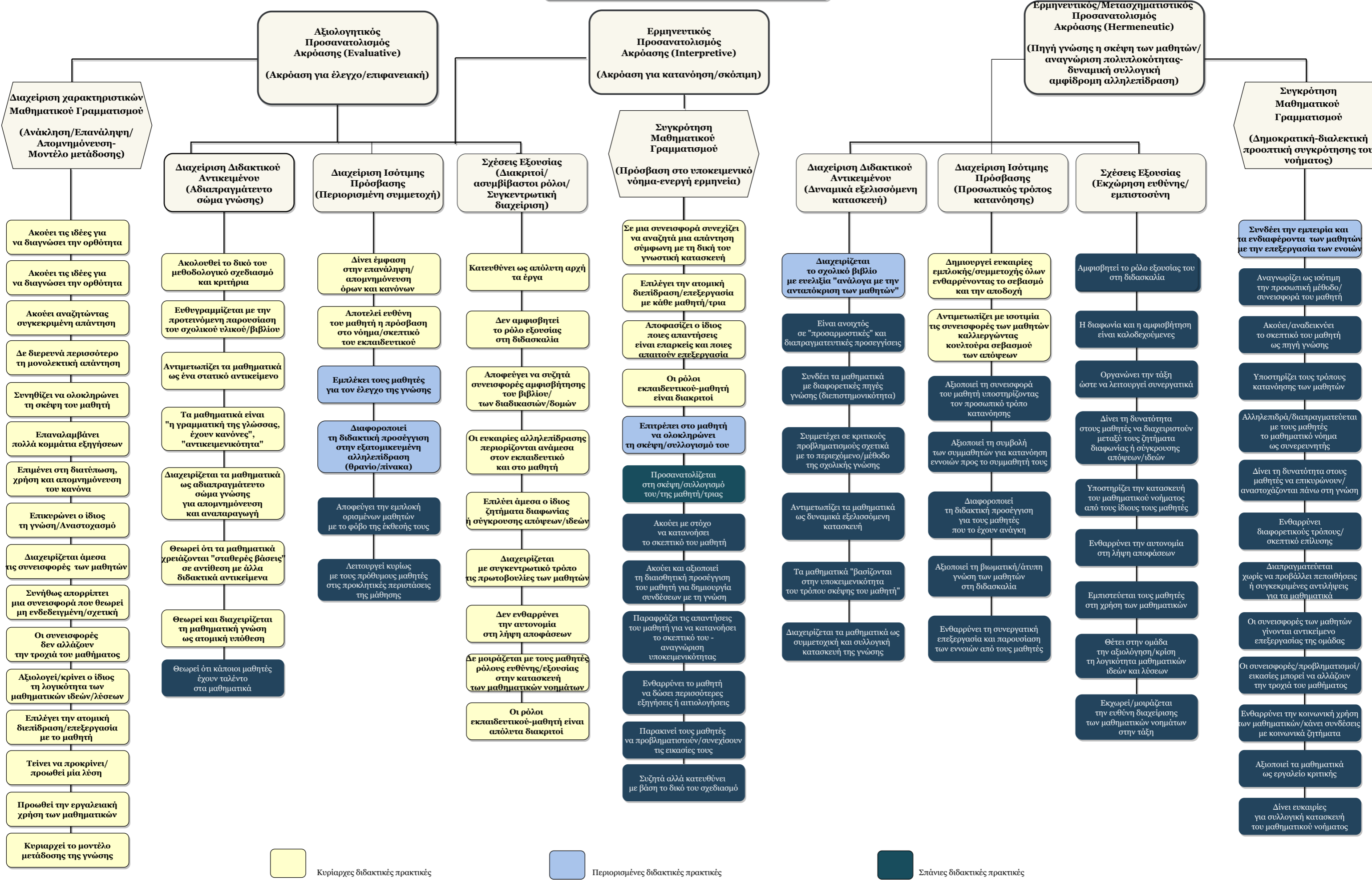
Οι διδακτικές πρακτικές, όπως, σχεδιάστηκαν με βάση τους προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997) και δύο από τους παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002)

Δίκτυο διδακτικών πρακτικών της Σοφίας



Οι διδακτικές πρακτικές, όπως, σχεδιάστηκαν με βάση τους προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997) και δύο από τους παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002)

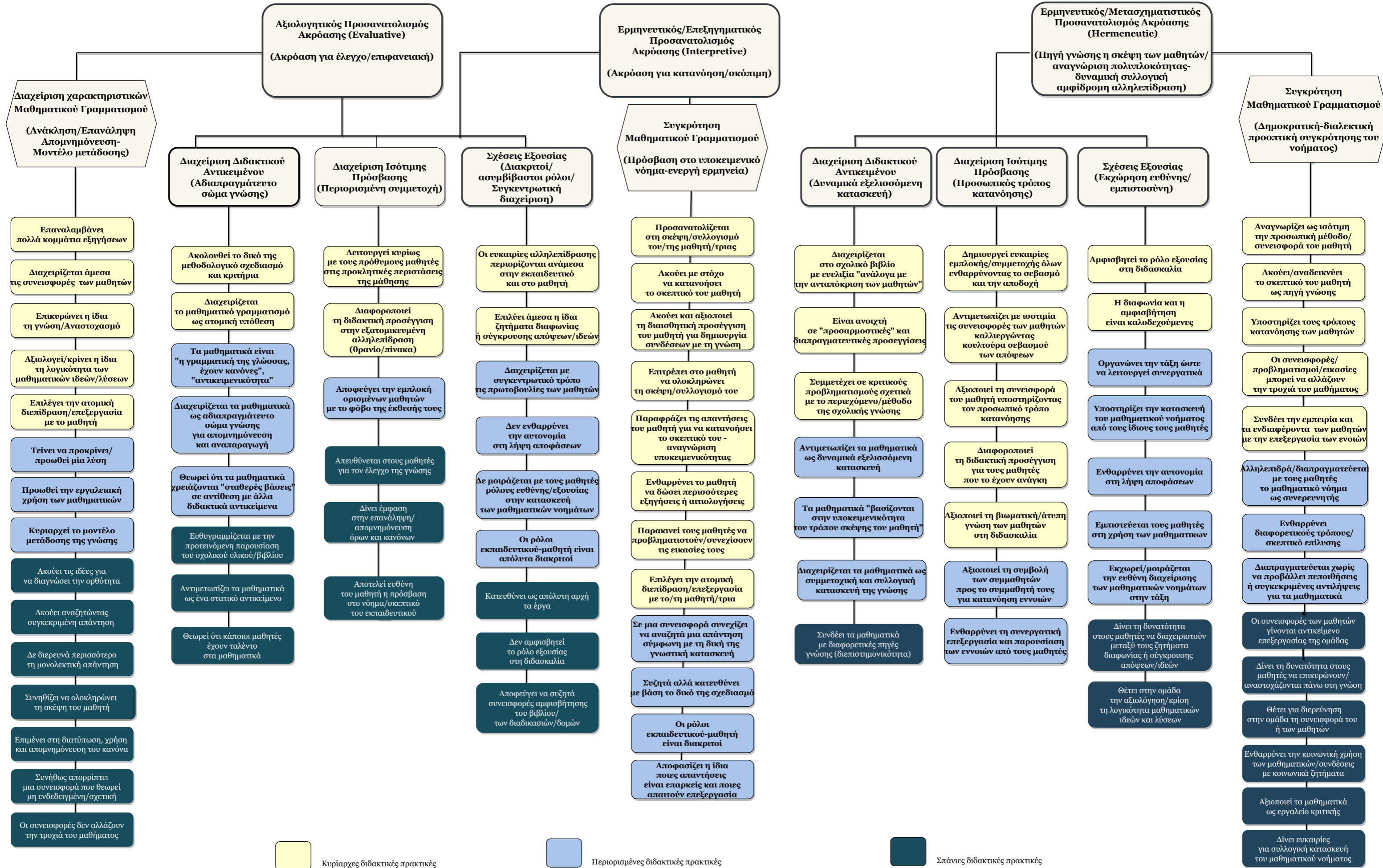
Δίκτυο διδακτικών πρακτικών του Σωτήρη



Κυρίαρχες διδακτικές πρακτικές
 Περιορισμένες διδακτικές πρακτικές
 Σπάνιες διδακτικές πρακτικές

Οι διδακτικές πρακτικές, όπως, σχεδιάστηκαν με βάση τους προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997) και δύο από τους παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002)

Δίκτυο διδακτικών πρακτικών της Ευγενίας



Οι διδακτικές πρακτικές, όπως, σχεδιάστηκαν με βάση τους προσανατολισμούς ακρόασης του Davis (1997) και δύο από τους παράγοντες ενδυνάμωσης του Ernest (2002)