



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: Α' Ηλικιακού Κύκλου (5-12 χρονών)

Διπλωματική εργασία

**Ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές
δυσκολίες**

Της

Μαμαλάκη Ελένης

A.E.M. 0977

Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Δεσλή Δέσποινα, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Π.Τ.Δ.Ε, Α.Π.Θ.

Εξεταστές: Αγαλιώτης Ιωάννης, Καθηγητής, Ε.Κ.Π, ΠΑ.ΜΑΚ

Σταθοπούλου Χαρούλα, Καθηγήτρια Π.Τ.Ε.Α, Π.Θ.

Φλώρινα, Οκτώβριος 2021

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια ολοκλήρωσης των σπουδών μου στο Διατμηματικό-Διαπανεπιστημιακό Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών «Διδακτική των Μαθηματικών».

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου κα Δεσλή Δέσποινα για την πολύτιμη καθοδήγηση και βοήθεια που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Αγαλιώτη Ιωάννη και την κα Σταθοπούλου Χαρούλα που δέχτηκαν να αποτελέσουν μέλη της τριμελούς επιτροπής καθώς και για τις χρήσιμες παρατηρήσεις τους.

Ευχαριστώ θερμά όλους τους συναδέλφους που ήταν πρόθυμοι να βοηθήσουν ώστε να βρεθεί το δείγμα των μαθητών για την ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας.

Ένα από τα σημαντικότερα άτομα που θα ήθελα να ευχαριστήσω είναι ο σύζυγός μου, Στέργιος, ο οποίος ήταν δίπλα μου οποιαδήποτε στιγμή και αν τον χρειάστηκα, παρέχοντας μου ηθική συμπαράσταση και την απαραίτητη ανατροφοδότηση σε διάφορα θέματα που αφορούσαν τη δημιουργία και ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, ιδιαίτερα ευγνώμων είμαι στους γονείς μου, για όσα μου έχουν προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια, για τις αρχές και τις αξίες που μου μετέδωσαν, οι οποίες διέπουν την μέχρι τώρα πορεία μου στη ζωή.

Αφιερώνεται στον μέμλη μας.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	2
Περίληψη.....	8
Abstract.....	9
Εισαγωγή.....	10
Κεφάλαιο 1°.....	14
Βιβλιογραφική επισκόπηση.....	14
1.1 Τι είναι αίσθηση του αριθμού.....	14
1.2 Συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού.....	18
1.3 Ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού.....	22
1.3.1 Επίδοση των παιδιών σε καταστάσεις αίσθησης αριθμού.....	23
1.3.2 Επίδοση των εκπαιδευτικών σε καταστάσεις αίσθησης του αριθμού.....	24
1.3.3 Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού.....	25
1.4 Παράγοντες που επηρεάζουν την αίσθηση του αριθμού.....	26
1.4.1 Φύλο.....	26
1.4.2 Ηλικία.....	27
1.4.3 Πλαίσιο.....	29
1.4.4 Περιβάλλον.....	30
1.5 Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες.....	31
1.6 Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες και Μαθηματικά.....	32
1.6.1 Χαρακτηριστικά παιδιών με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά.....	32
1.6.2 Μαθηματικά και Δυσλεξία.....	33
1.6.3 Μαθηματικά και Δυσαριθμησία.....	35
1.6.4 Μαθηματικά και μη - λεκτικές Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες.....	36
1.6.5 Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες και Αίσθηση του Αριθμού.....	37
2° Κεφάλαιο.....	39
Μεθοδολογία.....	39
2.1 Συμμετέχοντες.....	39
2.2 Σχεδιασμός – Εργαλείο Έρευνας.....	40
2.3 Διαδικασία.....	41
2.4 Κωδικοποίηση των δεδομένων.....	42

3° Κεφάλαιο	43
Αποτελέσματα.....	43
3.1 Γενική επίδοση	43
3.1.1. Γενική επίδοση ανά τάξη.....	47
3.1.2. Γενική επίδοση ανά φύλο	49
3.2. Στρατηγικές των συμμετεχόντων	51
3.2.1. Συχνότητα χρήσης των στρατηγικών	54
3.2.2. Χρήση στρατηγικών και γενική επίδοση.....	56
4° Κεφάλαιο	57
Συζήτηση - Συμπεράσματα.....	57
Βιβλιογραφία	62
Παράρτημα	70

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1 Τα συστατικά στοιχεία αίσθησης του αριθμού για το δημοτικό σχολείο	18
Πίνακας 2.1. Απόλυτη (και σχετική) συχνότητα του αριθμού των συμμετεχόντων ως προς το φύλο και την τάξη.....	39
Πίνακας 3.1. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών).....	45
Πίνακας 3.2. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων).....	45
Πίνακας 3.3. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων).....	46
Πίνακας 3.4. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς).....	46
Πίνακας 3.5. Μέσοι όροι ($m_x=16$) και τυπικές αποκλίσεις της χρήσης των στρατηγικών στο σύνολο των δοκιμασιών.....	55
Πίνακας 3.6. Συσχέτιση της χρήσης των στρατηγικών με τις επιδόσεις των συμμετεχόντων.....	56

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 3.1. Μέσος όρος σωστών απαντήσεων ($m_x = 4$) ανά έργο.....	45
Σχήμα 3.2. Ποσοστό γενικής επίδοσης των συμμετεχόντων ($m_x = 16$) ως προς την τάξη.....	49
Σχήμα 3.3. Μέσος όρος επίδοσης των συμμετεχόντων ανά έργο ($m_x = 4$) ως προς την τάξη.....	50
Σχήμα 3.4. Μέσος όρος γενικής επίδοσης συμμετεχόντων ($m_x = 16$) σύμφωνα με το φύλο.....	51
Σχήμα 3.5. Μέσος όρος επίδοσης των συμμετεχόντων ανά έργο ($m_x = 4$) σύμφωνα με το φύλο.....	52
Σχήμα 3.6. Μέσοι όροι ($m_x=4$) της χρήσης των στρατηγικών στα έργα.....	56

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να μελετήσει τις επιδόσεις καθώς και τις στρατηγικές παιδιών με μαθησιακές δυσκολίες σε έργα αίσθησης του αριθμού. Για τον σκοπό αυτόν, ζητήθηκε από 31 παιδιά Ε' και Στ' τάξης με μαθησιακές δυσκολίες να απαντήσουν σε δοκιμασίες αίσθησης του αριθμού που αναφέρονται στα τέσσερα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού (σχετικό μέγεθος αριθμών, πολλαπλές αναπαραστάσεις αριθμών και πράξεων, λογικότητα των εκτιμήσεων και αριθμητικές πράξεις). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι, αν και η γενική επίδοση των συμμετεχόντων στην αίσθηση του αριθμού ήταν αρκετά χαμηλή, τα προβλήματα αριθμητικών πράξεων ήταν τα πιο εύκολα και για τις δύο ηλικιακές ομάδες, ενώ μεγάλο μέρος των παιδιών αντιμετώπισε δυσκολίες στα προβλήματα λογικής κρίσης. Η ανάλυση των στρατηγικών των παιδιών έδειξε ότι αυτά στηρίζονται κυρίως σε κανόνες και πολύ λιγότερο σε στρατηγικές αίσθησης του αριθμού. Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν την ανάγκη για περαιτέρω έρευνα.

Λέξεις-κλειδιά: αίσθηση του αριθμού, παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες, χαρακτηριστικά αίσθησης του αριθμού, επίδοση, στρατηγικές, δημοτικό σχολείο

Abstract

The aim of the present study was to examine the performance and the strategies of children with special learning difficulties when dealing with number sense tasks. For this purpose, thirty one Grade 5 and Grade 6 children of primary school with special learning difficulties were presented with four number sense tasks that referred to the four characteristics of number sense: a) relative number size, b) multiple representations of numbers and operations, c) reasonableness of estimates and d) relative effect of operations on numbers. The results showed that the general performance of the participants was quite low. It was also observed that the arithmetic operations task items were the easiest ones for both age groups, whereas a great number of children struggled with reasonableness of estimates task items. The analysis of children's justifications showed a greater use of rule-based strategies and a limited use of number sense strategies. These results reveal the need for further research.

Keywords: number sense, special learning difficulties, characteristics of number sense, performance, strategies, primary school

Εισαγωγή

Αρκετοί ερευνητές έχουν μελετήσει την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού τόσο σε παιδιά όσο και σε ενήλικες. Σε πολλές από αυτές επισημαίνεται η ιδιαίτερη σημασία της στη γενικότερη μαθηματική ανάπτυξη και επίδοση των μαθητών (Berch, 2005; Yang, Li & Lin, 2007; Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010) και προτείνεται η έγκαιρη διδασκαλία της ως ένας αξιόπιστος παράγοντας για τη μετέπειτα υψηλή μαθηματική επίδοσή τους (Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniac, 2006; Aunio, 2006; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008).

Μολονότι δεν υπάρχει ένας κοινός ορισμός για την αίσθηση του αριθμού (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005), οι περισσότεροι ερευνητές συμφωνούν ότι περιλαμβάνει τα εξής δομικά στοιχεία: την ικανότητα μέτρησης, την προσεγγιστική μέτρηση, την αναγνώριση του μεγέθους των αριθμών, τον υπολογισμό και τις μετατροπές (Berch, 2005; Jordan et al., 2006; Lago, & DiPerna, 2010). Οι Clarke και Wessels (2014) επισημαίνουν ότι η αίσθηση του αριθμού απαιτεί σύνθετες ικανότητες και αναπτύσσεται όταν έχει γίνει αντιληπτή η βαθιά αίσθηση της ποσότητας, οι διαφορετικές αναπαραστάσεις και το μέγεθος της ποσότητας. Ταυτόχρονα όμως, θα πρέπει να έχουν αναπτυχθεί διαδικασίες και στρατηγικές όπως, η εφαρμογή των αλγορίθμων, η επίλυση προβλημάτων, η ευελιξία σε νοερούς υπολογισμούς και η ικανότητα κριτικής σκέψης και αιτιολόγησης της απάντησης.

Από τους παραπάνω ορισμούς γίνεται φανερό ότι η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού αποτελεί μία εξαιρετικά σύνθετη διαδικασία και καθιστά λογικό εύρημα τη χαμηλή επίδοση που συγκεντρώνει το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών ανά τον κόσμο (Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, & Yang, 1999; Jordan & Flojo, 2005; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven et al., 2007; Jordan et al., 2010). Το επίπεδο αίσθησης του αριθμού σε ενήλικες και υποψήφιους ή εν ενεργεία εκπαιδευτικούς φαίνεται πως είναι εξίσου περιορισμένο (Clarke, & Wessels, 2014). Ερευνητικά δεδομένα δείχνουν πως οι ενήλικες αποφασίζουν για το μέγεθος ανάμεσα σε ζευγάρια αριθμών σε πιο αργό ρυθμό ταχύτητας, όταν οι μονάδες του μικρότερου αριθμού είναι περισσότερες από αυτές του μεγαλύτερου (π.χ 47, 52) (Berch, 2005). Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί είναι συχνά ανεπαρκώς εφοδιασμένοι να

ενθαρρύνουν στοιχεία της αίσθησης του αριθμού σε μαθητές τους (Clarke, & Wessels, 2014). Κατείχαν μάλιστα χαμηλή επίδοση σε στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, όπως σε στρατηγικές υπολογισμών και σε προσεγγιστικούς ή νοερούς υπολογισμούς (Sengül, 2013).

Η σπουδαιότητα της αίσθησης του αριθμού είναι αδιαμφισβήτητη (Jordan, Glutting, Ramineni, 2010) και αναδεικνύεται από το γεγονός ότι η αίσθηση του αριθμού επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τη μετέπειτα συνολική μαθηματική πορεία των μαθητών. Η σημασία της συγκεκριμένης έννοιας διαφαίνεται επίσης και από τις αναφορές που γίνονται τα τελευταία τριάντα χρόνια στα αναλυτικά προγράμματα πολλών χωρών όσον αφορά την πρακτική χρησιμότητα της υπολογιστικής εκτίμησης (Segonia, & Castro, 2009), η οποία συνδράμει στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού (McIntosh, 2004). Μάλιστα, η διδασκαλία των εκτιμήσεων προτείνεται από τη νηπιακή ηλικία ως βασική μαθησιακή επιδίωξη στα μαθηματικά στον ελληνικό οδηγό (2006) του νηπιαγωγείου (Δεσλή, 2011).

Κάποιοι από τους σημαντικότερους παράγοντες, οι οποίοι επιδρούν καταλυτικά στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού, αφορούν στα δομικά στοιχεία που την απαρτίζουν. Για παράδειγμα, σε έρευνα των Δεσλή και Ανεστάκη (2014) βρέθηκε ότι αφενός οι εκπαιδευτικοί συναντούν συχνά δυσκολίες στα προβλήματα λογικής, σε αντίθεση με τα προβλήματα που απαιτούν αριθμητικές πράξεις, και αφετέρου παρουσιάζουν αδυναμία σε καταστάσεις εκτιμήσεων, όπως στη χρήση σημείων αναφοράς (Δεσλή, & Ανεστάκης, 2014). Από την άλλη, στην έρευνα των Δεσλή και Μυρόβαλη (2017) στην οποία εξετάστηκαν παιδιά Ε' και ΣΤ' τάξης, βρέθηκε ότι πέτυχαν τις καλύτερες επιδόσεις στα προβλήματα που απαιτούσαν λογική κρίση και αριθμητικές πράξεις, ενώ δυσκολεύτηκαν περισσότερο σε προβλήματα σχετικού μεγέθους και πολλαπλών αναπαραστάσεων. Παρόμοια, οι Yang, Li και Lin (2007), οι οποίοι εξέτασαν τα τέσσερα κύρια χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά πέμπτης τάξης στην Ταϊβάν, βρήκαν ότι οι μαθητές είχαν μεγαλύτερη δυσκολία στα προβλήματα λογικής κρίσης και λιγότερη στο σχετικό μέγεθος των αριθμών.

Οι περισσότερες έρευνες συμφωνούν ότι η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται βαθμιαία (Jordan et al., 2012) και είναι πιο ανεπτυγμένη σε μεγαλύτερους μαθητές (Aunio, 2006; Δεσλή, & Μυρόβαλη, 2017). Αρχικά, η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται με την ακριβή αναπαράσταση μικρών ποσοτήτων, ενώ μεγαλύτερες ποσότητες συλλαμβάνονται σε ένα πρώτο επίπεδο προσεγγιστικά από τα παιδιά (Feigenson & Carey, 2003). Επιπλέον, οι

υπολογιστικές εκτιμήσεις, οι οποίες αποτελούν δομικό στοιχείο της αίσθησης αριθμού, είναι ήδη ανεπτυγμένες σε οικείες καθημερινές καταστάσεις στα νήπια χωρίς απαραίτητα να έχει πραγματοποιηθεί παρέμβαση (Δεσλή, 2011). Φαίνεται μάλιστα, ότι παιδιά με υψηλή αίσθηση του αριθμού στο νηπιαγωγείο διαθέτουν ένα μικρό προβάδισμα από τους συμμαθητές της προηγούμενης τάξης, γεγονός το οποίο διαρκεί σε όλη την περίοδο του σχολικού έτους (Jordan et al., 2006). Ωστόσο, όπως υποστηρίζουν οι Almedia, Bruno και Perdomo-Díaz (2016), το επίπεδο αίσθησης του αριθμού είναι σε κάποιες περιπτώσεις χαμηλό ανεξάρτητα από το ηλικιακό επίπεδο των μαθητών.

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού επηρεάζεται από τον τρόπο παρουσίασης των προβλημάτων, δηλαδή εάν αυτά παρουσιάζονται μέσα σε πλαίσιο ή χωρίς. Για παράδειγμα, παιδιά πέμπτης και έκτης τάξης δημοτικού χρησιμοποιούσαν στρατηγικές της αίσθησης του αριθμού στα προβλήματα χωρίς πλαίσιο, ενώ στα προβλήματα με πλαίσιο εφάρμοσαν κυρίως αλγοριθμικούς κανόνες ή δεν αιτιολογούσαν επαρκώς (Δεσλή, & Μυρόβαλη, 2017). Από την άλλη, οι υπολογιστικές εκτιμήσεις υποψήφιων εκπαιδευτικών, ευνοήθηκαν από την ύπαρξη πλαισίου (Δεσλή, & Ανεστάκης, 2014). Σε άλλη έρευνα, μαθητές τετάρτης τάξης εμφάνισαν χαμηλά επίπεδα αίσθησης του αριθμού, ακόμα και σε ρεαλιστικά πλαίσια προβλημάτων, ωστόσο φαίνεται πως γλωσσικοί παράγοντες, όπως η αναγνωστική κατανόηση, έπαιξαν σημαντικό ρόλο (Can, & Ozdemir, 2020).

Αρκετοί ερευνητές επισημαίνουν ότι ο παράγοντας φύλο επηρεάζει σε μεγαλύτερο ή μικρότερο ποσοστό την αίσθηση του αριθμού που παρουσιάζουν οι μαθητές. Πιο συγκεκριμένα, εντοπίζονται μικρές διαφορές που ξεκινούν από το νηπιαγωγείο, με τα αγόρια να εμφανίζουν ένα πλεονέκτημα σε σχέση με τα κορίτσια σε στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, σε μη λεκτικούς υπολογισμούς και σε εκτιμήσεις (Jordan et al., 2003; Jordan et al., 2006). Αντίθετα, σε άλλες έρευνες δεν προσδιορίζεται κάποια σημαντική φυλετική διαφοροποίηση στον βαθμό απόκτησης της αίσθησης του αριθμού (Aytekin, & Tolukcuşar, 2014; Dolma, 2002; Hanson, & Hogan, 2000; Lewis, 1994).

Παρόλο που αυξανόμενο ερευνητικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά νηπιαγωγείου και δημοτικού που φοιτούν στη γενική εκπαίδευση, πολύ πιο περιορισμένη είναι η έρευνα όσον αφορά την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι να διερευνήσει τον

τρόπο που αναπτύσσεται η αίσθηση του αριθμού στη συγκεκριμένη πληθυσμιακή ομάδα, αναφορικά με διάφορους παράγοντες που την επηρεάζουν όπως, τα δομικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, την ηλικία και το φύλο.

Με δεδομένο ότι αρκετές από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν μαθητές της γενικής εκπαίδευσης αφορούν στα συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, όπως είναι οι σχέσεις του αριθμού και οι αριθμητικές πράξεις (Gersten et al., 2005), έχει ενδιαφέρον να μελετηθεί η ικανότητα της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες.

Τα επιμέρους ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρεί η παρούσα εργασία να εξετάσει είναι:

A) Η γενική επίδοση των παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην αίσθηση του αριθμού σημειώνει χαμηλό ή υψηλό επίπεδο; Με δεδομένο ότι προηγούμενες έρευνες σε παιδιά τυπικής ανάπτυξης (Reys, et al., 1999; Jordan et al., 2006; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven et al., 2007; Jordan et al., 2010; Alsawaie, 2011), σε εκπαιδευτικούς (Country - Clarke et al., 2014) αλλά και σε ενήλικες (Lemaire, & Lecacheur, 2002; Opfer, & DeVries, 2008; Hanson, & Hogan, 2000), υποστηρίζουν ότι το μεγαλύτερο μέρος των ατόμων ανά τον κόσμο συγκεντρώνει χαμηλή ικανότητα στην αίσθηση του αριθμού, αναμένεται να βρεθεί ότι και τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες θα σημειώσουν χαμηλή ικανότητα.

B) Υπάρχουν κάποια συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού που ευνοούν καλύτερες επιδόσεις σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες; Με δεδομένο ότι προηγούμενες έρευνες υποστηρίζουν ότι τα προβλήματα λογικής κρίσης δυσχεραίνουν την ικανότητα αίσθησης του αριθμού (Yang, Li και Lin, 2007; Δεσλή, & Μυροβάλη, 2014), αναμένεται ότι η αίσθηση του αριθμού στα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες θα είναι λιγότερο ανεπτυγμένη σε προβλήματα λογικής κρίσης.

Γ) Υπάρχουν κάποιες στρατηγικές που ευνοούν καλύτερη ικανότητα αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες; Με δεδομένο ότι προηγούμενες έρευνες σε παιδιά τυπικής ανάπτυξης υποστηρίζουν ότι η αίσθηση του αριθμού επηρεάζει τη γενικότερη μαθηματική ανάπτυξη και επίδοση των παιδιών (Berch, 2005; Yang, Li & Lin, 2007; Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010), αναμένεται ότι τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές

δυσκολίες, τα οποία θα χρησιμοποιήσουν στρατηγικές αίσθησης του αριθμού, θα σημειώσουν περισσότερες σωστές απαντήσεις στις δοκιμασίες.

Κεφάλαιο 1^ο

Βιβλιογραφική επισκόπηση

Στη βιβλιογραφική επισκόπηση γίνεται μια προσπάθεια ανάλυσης των βασικών εννοιών που αναφέρονται στην παρούσα εργασία. Ειδικότερα, στο πρώτο μέρος παρουσιάζονται διάφοροι ορισμοί με σκοπό να γίνει κατανοητή βαθύτερα η έννοια της αίσθησης του αριθμού. Στο δεύτερο μέρος, αναλύονται τα συστατικά στοιχεία που περιλαμβάνονται στην αίσθηση του αριθμού. Στη συνέχεια, περιγράφεται ο τρόπος που αναπτύσσεται η αίσθηση του αριθμού από τη νηπιακή ηλικία έως την ενήλικη ζωή. Στο τέταρτο κεφάλαιο, επισημαίνεται η σημασία της διδασκαλίας της αίσθησης του αριθμού στην τάξη, ενώ περιγράφεται ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Στο πέμπτο κεφάλαιο, καταγράφονται διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν την αίσθηση του αριθμού, όπως το φύλο, η ηλικία, το πλαίσιο και το περιβάλλον. Τέλος, αναλύεται σε ξεχωριστή ενότητα οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Στην ενότητα αυτή περιγράφονται: ο όρος των μαθησιακών δυσκολιών, τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν ειδικές ομάδες πληθυσμού όπως τα άτομα με δυσλεξία, δυσαριθμσία και μη λεκτικές ειδικές μαθησιακές δυσκολίες και σε τελική ανάλυση έρευνες που συσχετίζονται με την ειδική πληθυσμιακή ομάδα και την αίσθηση του αριθμού.

1.1 Τι είναι αίσθηση του αριθμού

Πολλοί είναι οι ορισμοί που έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές για την αίσθηση του αριθμού, καθώς πρόκειται για μια σύνθετη έννοια, η οποία επιδέχεται πολλές ερμηνείες. Για τον λόγο αυτόν, πολλές συζητήσεις έχουν γίνει ανάμεσα σε καθηγητές μαθηματικών, δασκάλων, σχεδιαστών αναλυτικών προγραμμάτων, ερευνητών και γνωστικών ψυχολόγων (Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh, & Yang, 1999). Αυτές οι συζητήσεις

περιλαμβάνουν: τα βασικά στοιχεία του όρου, περιγραφές μαθηματικών χαρακτηριστικών σε παιδιά που διαθέτουν ή δεν διαθέτουν αίσθηση του αριθμού, προτεινόμενα επίπεδα αίσθησης του αριθμού, τα οποία σχετίζονται με την ανάπτυξη των ακέραιων αριθμών σε παιδιά δημοτικού, θεωρητική ανάλυση του όρου από ψυχολόγους και συζητήσεις για διδακτικές στρατηγικές, οι οποίες ευνοούν την ανάπτυξη αίσθησης του αριθμού (Reys et al., 1999).

Τα νέα προγράμματα σπουδών στο δημοτικό σχολείο τονίζουν την ανάγκη για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού στα παιδιά. Η αίσθηση του αριθμού είναι δύσκολο να οριστεί σε ένα στενό πλαίσιο ως έννοια, ωστόσο περιλαμβάνει ένα σύνολο ιδεών, με βασικό στοιχείο την 'ικανότητα διερεύνησης και ερμηνείας αριθμών και πράξεων, χωρίς την εκτέλεση τυποποιημένων αλγορίθμων' (Κολέζα, 2009, σελ. 255).

Σύμφωνα με τον Carpenter (1976, στο Koleza & Koleli, 2014), μια πρώτη αναφορά στην αίσθηση του αριθμού έγινε με τον όρο «ποσοτική διαίσθηση». Αργότερα, ο όρος «αίσθηση του αριθμού» ήρθε να αντικαταστήσει τον όρο «αριθμητισμός (numeracy)» που υπήρχε έως τότε σε χρήση (McIntosh, Reys, & Reys, 1992).

Το 1976 ο Carpenter (όπως αναφ. στη Sowder 1992), είχε ήδη δηλώσει ότι πριν οι μαθητές είναι ικανοί να εκτιμήσουν σωστά, πρέπει να έχουν αναπτύξει μία διαίσθηση της ποσότητας, η οποία είναι η αίσθηση του αριθμού. Επιπλέον, οι Reys, Rybolt, Bestgen και Wyatt (1982) σε άλλη έρευνα προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά καλών εκτιμητών και συμπεραίνουν ότι η γνώση των βασικών λειτουργιών όλων των πράξεων και η κατανόηση της θεσιακής αξίας μαζί με τον προσδιορισμό του ακριβούς αποτελέσματος στις διαφορετικές πράξεις της αριθμητικής, σχετίζονται επίσης με την αίσθηση του αριθμού. Τέλος, θεωρούν ότι η αδυναμία αντίληψης της λάθους εκτίμησης σχετίζεται και αυτή άμεσα με την αίσθηση του αριθμού. Ως προς το τελευταίο, η Threadgill-Sowder (1984) διαπιστώνει ότι όσοι μαθητές έδωσαν λογικές απαντήσεις φαίνεται να διαθέτουν αίσθηση του αριθμού, ενώ εκείνοι που έδωσαν μη λογικές απαντήσεις εμφανίζουν μικρή αίσθηση των αριθμών.

Αρκετοί ερευνητές ορίζουν την αίσθηση του αριθμού με αναφορές κυρίως στην κατανόηση των αριθμών και των αριθμητικών σχέσεων αλλά και τις διάφορες χρήσεις και ερμηνείες τους (Dowker, 1992; McIntosh et al., 1992; Reys, & Yang 1998; Λεμονίδης, 2013). Οι Reys και Yang (1998), για παράδειγμα, θεωρούν ότι η ικανότητα εκτίμησης του αποτελέσματος σε έναν υπολογισμό και η προσέγγιση αριθμητικών υπολογισμών σε ένα

λογικό πλαίσιο αποτελούν στοιχεία της αίσθησης του αριθμού. Παρόμοια, ο Λεμονίδης (2013) επισημαίνει ότι η αίσθηση του αριθμού αποτελεί δομικό στοιχείο των μαθηματικών η κατάκτηση του οποίου οδηγεί στην ουσιαστική κατανόηση και μάθησή τους. Ο παράγοντας που επηρεάζει την κατανόηση των αριθμών, των αριθμητικών σχέσεων, καθώς και τις δυσκολίες στις αριθμητικές πράξεις είναι η αίσθηση του αριθμού.

Από την άλλη, πολλοί ερευνητές συμφωνούν στη μεγάλη σημασία της ευελιξίας και ανάπτυξης ποικίλων στρατηγικών για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού (McIntosh, et al., 1992; Yang, Reys, & Reys, 2009; Anghileri, 2000; Maclellan, 2001). Η Anghileri (2000), για παράδειγμα, επισημαίνει ότι η ευελιξία και η εφευρετικότητα ταυτίζονται με την αίσθηση του αριθμού όταν τα παιδιά αναγνωρίσουν και κατανοήσουν τη δύναμη της μαθηματικής συλλογιστικής σκέψης. Ο McIntosh et al (1992, 1997) επίσης, αναφέρει ότι η αίσθηση του αριθμού αφορά στη γενική κατανόηση του αριθμού και των πράξεων με επιπλέον χαρακτηριστικό την τάση που έχει ένα άτομο να χρησιμοποιεί αυτήν την κατανόηση με ευέλικτους τρόπους και επαρκείς στρατηγικές ώστε να διαχειρίζεται διάφορες αριθμητικές καταστάσεις.

Σε μια άλλη οπτική, η αίσθηση του αριθμού ορίζεται από ορισμένους ερευνητές ως σχετική με την εκτίμηση και ως ένα συστατικό της διαδικασίας της εκτίμησης (Siegler, & Booth, 2004; Sowder, 1992), ενώ άλλοι ορίζουν την εκτίμηση ως υποσύνολο της αίσθησης του αριθμού (Yang, 2005). Σύμφωνα με τους Reys et al. (1991), η αίσθηση του αριθμού, οι νοεροί υπολογισμοί και η υπολογιστική εκτίμηση είναι συχνά πολύ δύσκολο να διαχωριστούν. Μάλιστα, έχει βρεθεί ότι αδυναμία στην υπολογιστική εκτίμηση μπορεί να αποκαλύπτει αδυναμία στην αίσθηση του αριθμού (NCTM, 1989; Sowder et al., 1989; Reys et al., 1991; Sowder, 1992; Levine, 1982) και συνεπώς, «η εκτίμηση και ο νοερός υπολογισμός μπορούν να οδηγήσουν στην καλύτερη αίσθηση του αριθμού» (Sowder, 1992). Συνοψίζοντας, η αίσθηση αριθμού είναι ένας ευρύτερος τομέας που περιλαμβάνει τον νοερό υπολογισμό, την εκτίμηση ή και τα δύο (McIntosh et al., 1997).

Η αίσθηση του αριθμού έχει μελετηθεί και μέσω δύο διαφορετικών διαδικασιών, τους νοερούς υπολογισμούς και τις αριθμητικές εκτιμήσεις. Ο Greeno (1991), για παράδειγμα, περιέγραψε την αίσθηση του αριθμού ως την ανάπτυξη ευέλικτων νοερών υπολογισμών, την πραγματοποίηση καλών αριθμητικών εκτιμήσεων, την κρίση και την εξαγωγή συμπερασμάτων

σχετικά με ποσότητες. Ο δεύτερος βασικός άξονας στον οποίο μελετάται η αίσθηση των αριθμών είναι οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί, οι οποίοι αν και παρουσιάζουν κοινά στοιχεία με τους νοερούς υπολογισμούς, όπως η νοερή εκτέλεσή τους, διαφέρουν σε πολλά σημεία.

Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως τόσο οι νοεροί υπολογισμοί, που καταλήγουν σε ένα ακριβές αποτέλεσμα, όσο και οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί, που προσεγγίζουν το αποτέλεσμα ενός υπολογισμού, οδηγούν στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού (McIntosh, 2004). Παρόμοια, οι Tsao και Pan (2011), αναφέρουν ότι η μάθηση των προσεγγιστικών υπολογισμών βοηθάει στην αίσθηση αριθμού και στη μαθηματική σκέψη των μαθητών γενικότερα. Παρόμοια, επισημαίνεται ότι οι νοεροί και οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί είναι σημαντικοί, καθώς βοηθούν τους δασκάλους και τους μαθητές να αποκτήσουν καλύτερη αίσθηση και κατανόηση των αριθμών (Lemonidis, Tsakiridou, & Melioroulou, 2015).

Είναι σημαντικό οι δάσκαλοι στο δημοτικό και οι μαθηματικοί στο γυμνάσιο να ενθαρρύνουν τα παιδιά να εκτελούν τις πράξεις νοερά. Αυτό θα τα βοηθήσει, σύμφωνα με ορισμένους ερευνητές (Blöte, Klein, & Beishuizen 2000; Lemonidis et al., 2015), να μην έρχονται αντιμέτωπα με δυσκολίες υπολογισμού και να αποκτήσουν την αίσθηση του αριθμού. Με άλλα λόγια, οι νοεροί και οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί είναι ιδιαίτερα σημαντικοί, καθώς βοηθούν τους δασκάλους και τους μαθητές να αποκτήσουν καλύτερη αίσθηση και κατανόηση των αριθμών. Μάλιστα, οι μαθητές που έχουν υψηλές ικανότητες στους γραπτούς αλγόριθμους δεν αναπτύσσουν ή δεν θα αναπτύξουν αίσθηση του αριθμού (McIntosh et al., 1992).

Ο Greeno (1991) συμπληρώνει στην παραπάνω άποψη ότι, οι υπολογιστικές εκτιμήσεις, οι οποίες πραγματοποιούνται με το νου, βοηθούν να χτιστεί μια γενική αίσθηση σχετικά με την αναμενόμενη αριθμητική απάντηση και έτσι αποτελούν προϋπόθεση για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Επιπλέον, η Dowker (1997) εξετάζοντας την ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης των παιδιών σε προσθετικά προβλήματα βρήκε ότι όσο ωριμάζει το επίπεδο της μαθηματικής επίδοσης των παιδιών τόσο αυτά αναπτύσσουν περισσότερες και πιο κατάλληλες δεξιότητες εκτίμησης, επιβεβαιώνοντας ότι η ικανότητα υπολογισμού και η αίσθηση του αριθμού συνδέονται με την ανάπτυξη της υπολογιστικής εκτίμησης.

Τα οφέλη από την έκθεση των παιδιών σε προβλήματα εκτίμησης έχουν υπογραμμιστεί τα τελευταία χρόνια στα αναλυτικά προγράμματα πολλών χωρών (Segovia, & Castro, 2009).

Αντίστοιχα, στον ελληνικό οδηγό του νηπιαγωγείου (2006), οι εκτιμήσεις παρουσιάζονται ως βασική μαθησιακή επιδίωξη στα μαθηματικά του νηπιαγωγείου.

Η ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης έχει εξεταστεί και σε ενήλικες. Αρκετές έρευνες (Lemaire, & Lecacheur, 2002; Opfer, & DeVries, 2008; Hanson, & Hogan, 2000), έδειξαν ότι οι καλές επιδόσεις των ενηλίκων σε προβλήματα που απαιτούσαν ακριβείς υπολογισμούς δεν αντιστοιχούσαν με τις επιδόσεις τους σε προβλήματα υπολογιστικής εκτίμησης.

Πλέον θεωρείται απαραίτητο ότι όλοι οι άνθρωποι χρειάζεται να είναι σε θέση να κάνουν συνδέσεις μεταξύ των προβλημάτων της πραγματικής ζωής και των μαθηματικών. Η αίσθηση του αριθμού έχει αναγνωριστεί ευρέως ως βασικός σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών (NCTM, 2000). «Η αίσθηση του αριθμού αντικατοπτρίζει μια κλίση ή μια ικανότητα να χρησιμοποιούμε τις αριθμητικές και τις ποσοτικές μεθόδους ως ένα μέσο επικοινωνίας, επεξεργασίας και ερμηνείας των πληροφοριών που λαμβάνουμε. Συνεπώς, τα μαθηματικά αποτελούν πλέον αναγκαιότητα για όλους» (McIntosh, et al., 1992, σελ. 3).

1.2 Συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού

Στην προσπάθεια ορισμού της αίσθησης του αριθμού έρχεται ταυτόχρονα και η προσπάθεια επιμερισμού των διαφορετικών στοιχείων που συμπεριλαμβάνονται στη συγκεκριμένη έννοια.

Η αίσθηση του αριθμού επιπλέον απαιτεί σύνθετες ικανότητες και αναπτύσσεται όταν έχει γίνει αντιληπτή η βαθιά αίσθηση της ποσότητας, οι διαφορετικές αναπαραστάσεις και το μέγεθος της ποσότητας. Ταυτόχρονα όμως, θα πρέπει να έχουν αναπτυχθεί διαδικασίες και στρατηγικές όπως, η εφαρμογή των αλγορίθμων, η επίλυση προβλημάτων, η ευελιξία σε νοερούς υπολογισμούς, η ικανότητα κριτικής σκέψης και η αιτιολόγηση της απάντησης (Country-Clarke et al., 2014).

Η πιο συστηματική ανάλυση της αίσθησης του αριθμού έγινε από τους McIntosh, Reys και Reys (1992), οι οποίοι αναφέρθηκαν στην τάση και ικανότητα του ατόμου να χρησιμοποιεί τους αριθμούς και τις ποσοτικές μεθόδους ως έναν τρόπο επικοινωνίας και ταυτόχρονα επεξεργασίας και ερμηνείας των πληροφοριών.

Στην έρευνά τους οι McIntosh et al (1992) αναλύουν τα τέσσερα επιμέρους χαρακτηριστικά γνωρίσματα των παιδιών με ικανοποιητική αίσθηση του αριθμού. Ειδικότερα, τα παιδιά με υψηλή επίδοση στην αίσθηση του αριθμού επιδεικνύουν α) καλή κατανόηση της έννοιας του αριθμού, β) πολλαπλές ερμηνείες και αναπαραστάσεις, γ) αναγνώριση του σχετικού και του απόλυτου μεγέθους των αριθμών, δ) εκτίμηση του αποτελέσματος στις πράξεις. Στον Πίνακα 1 παρατίθεται το πλαίσιο αυτό, το οποίο περιλαμβάνει τρεις βασικές περιοχές, στις οποίες η αίσθηση του αριθμού παίζει καθοριστικό ρόλο.

Γνώση και ευχέρεια με τους αριθμούς	Αίσθηση της τακτικότητας (orderliness) των αριθμών
	Πολλαπλές αναπαραστάσεις των αριθμών
	Αίσθηση του σχετικού και του απόλυτου μεγέθους των αριθμών
	Σύστημα σημείων αναφοράς
Γνώση και ευχέρεια με τις πράξεις	Κατανόηση του αποτελέσματος των πράξεων
	Κατανόηση μαθηματικών ιδιοτήτων
	Κατανόηση της σχέσης μεταξύ των πράξεων
Εφαρμογή της γνώσης και της ευχέρειας με τους αριθμούς και τις πράξεις σε υπολογιστικά περιβάλλοντα	Κατανόηση της σχέσης μεταξύ του πλαισίου του προβλήματος και του απαραίτητου υπολογισμού
	Γνώση της ύπαρξης πολλαπλών στρατηγικών
	Τάση χρήσης αποτελεσματικής αναπαράστασης ή και μεθόδου
	Τάση επανελέγχου δεδομένων και εξαγωγή λογικού αποτελέσματος

Πίνακας 1.1. Τα συστατικά στοιχεία αίσθησης του αριθμού για το δημοτικό σχολείο (McIntosh et al., 1992).

Πιο αναλυτικά, η αναγνώριση του σχετικού μεγέθους των αριθμών αναφέρεται στην ικανότητα του ατόμου να αναγνωρίζει τη σχετική αξία ενός αριθμού ή μιας ποσότητας σε σχέση με άλλους αριθμούς. Επισημαίνεται μάλιστα ότι η ικανότητα να αντιλαμβάνεται το μέγεθος ενός αριθμού ή ποσότητες αναπτύσσεται με την ωριμότητα και την εμπειρία. Για παράδειγμα, «Τι αντίληψη έχει ένας μαθητής τρίτης τάξης για τον αριθμό 1000;», «Πόσο χρόνο χρειάζομαι για να μετρήσω μέχρι το 1000;», ή «Έχω ζήσει περισσότερο ή λιγότερο από 1000 ημέρες». Τέτοιου είδους ερωτήσεις προσφέρουν την ευκαιρία στους μαθητές να σκεφτούν σχετικά με το 1000 σε ένα προσωπικό πλαίσιο που τα βοηθά να κατανοήσουν καλύτερα το μέγεθος του 1000 σε μια ποικιλία πλαισίων.

Η κατανόηση των πολλαπλών τρόπων αναπαράστασης των αριθμών και των πράξεων περιλαμβάνει την ικανότητα ενός ατόμου να αναγνωρίζει τις διάφορες μορφές των αριθμών και το πώς μπορούν να εκφραστούν με πολλούς τρόπους ώστε να επιτύχουν ένα συγκεκριμένο σκοπό. Για παράδειγμα, η αναγνώριση ότι $2 + 2 + 2 + 2$ ισοδυναμεί με το 4×2 και είναι μια χρήσιμη σύνδεση ανάμεσα στην πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό ή αναγνωρίζοντας ότι 30 λεπτά ισούται με $\frac{1}{2}$ της ώρας. Σε επόμενο στάδιο η αίσθηση του αριθμού αναγνωρίζεται με διαφορετικούς συμβολισμούς, όπως $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ή $\frac{3}{4} = 0,75$ ή ακόμα ότι $\frac{3}{4} = 75\%$. Η γνώση ότι οι αριθμοί μπορούν να αναπαρίστανται με πολλούς διαφορετικούς τρόπους είναι πολύ σημαντικό για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης γενικότερα. Η αποσύνθεση ή η σύνθεση περιλαμβάνει την έκφραση ενός αριθμού σε ένα ισοδύναμο τύπο ως αποτέλεσμα της αναγνώρισης πως αυτός ο ισοδύναμος τύπος/μορφή λειτουργεί για τη σύνθεση αριθμών. Για παράδειγμα, ένα άτομο πρέπει να πληρώσει στο σούπερ μάρκετ 8.53€, δίνει 10€ και παίρνει ρέστα 1.47€. Το άτομο αυτό θα μπορούσε να πληρώσει 10€ και 3 λεπτά για να πάρει ρέστα 1.50€. Στο τελευταίο παράδειγμα το άτομο ήθελε να αποφύγει να πάρει παραπάνω νομίσματα και συνέθεσε την ποσότητα σε 10.03€. Για ένα νεότερο μαθητή, η σύνθεση και αποσύνθεση των αριθμών εκδηλώνεται με την εύρεση τρόπων επίλυσης αριθμητικών προβλημάτων. Για παράδειγμα, ένα παιδί πρώτης τάξης δημοτικού μπορεί να αναγνωρίσει ότι κάποιος όταν προσθέτει τον αριθμό 25 με το 27 (αν σκεφτεί: $27 = 25 + 2$), μπορεί να συνθέσει ένα νέο πρόβλημα $25 + 25 + 2$, ώστε να φτιάξει 50 και στη συνέχεια να προσθέσει και άλλα 2 και να φτάσει στο 52. Αυτός ο μαθητής που σκέφτεται με τον παραπάνω τρόπο κατανοεί ικανοποιητικά τους αριθμούς και την πρόσθεση και ανακαλύπτει νέες διαδικασίες.

Ένα τρίτο χαρακτηριστικό στοιχείο που διαθέτει ένα άτομο με ικανοποιητική αίσθηση του αριθμού σύμφωνα με τους McIntosh et al είναι η λογική κρίση των κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Αυτό το γνώρισμα αναφέρεται στην ικανότητα του ατόμου να αντιμετωπίζει τους αριθμούς με τρόπο ώστε να ελέγχεται και να κρίνεται η λογικότητα των αριθμητικών αποτελεσμάτων χωρίς να χρησιμοποιούνται τυποποιημένες μέθοδοι. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα που κατά την επίλυση χρειάζεται ο πολλαπλασιασμός 998×3 ο μαθητής θα μπορούσε να στρογγυλοποιήσει το 998 σε 1000 (άρα να σκεφτεί $1000 \times 3 = 3000$) και στη συνέχεια να ελέγξει τη λογικότητα του ακριβούς αποτελέσματος.

Ένα τελευταίο χαρακτηριστικό αφορά τη σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς. Δηλαδή, η κατανόηση του αποτελέσματος των πράξεων και η κατανόηση της σχέσης μεταξύ των πράξεων. Η πλήρης κατανόηση μιας πράξης υποδηλώνει την κατανόηση του αποτελέσματος της πράξης σε ποικίλους αριθμούς. Για παράδειγμα, στη διαίρεση $59 \div 0.9$ το αποτέλεσμα θα είναι μεγαλύτερο από αυτό που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό 59×0.8 , γεγονός που ανατρέπει την άποψη ότι ο πολλαπλασιασμός οδηγεί πάντα σε μεγαλύτερα αποτελέσματα και η διαίρεση σε μικρότερα.

Η Resnick (1989 στο McIntosh, 1992) στα παραπάνω χαρακτηριστικά προσέθεσε και άλλα στοιχεία που αναδεικνύουν την ύπαρξη της αίσθησης του αριθμού. Αυτά περιλαμβάνουν: τη χρήση της δεκαδικής δομής του αριθμητικού συστήματος για την ανάλυση και σύνθεση των αριθμών με σκοπό την απλοποίηση υπολογισμών, την τάση να βγάλει κανείς νόημα σε καταστάσεις που εμπλέκονται αριθμοί και ποσότητες και τη χρήση δεδομένων ως σημείων αναφοράς για την εξαγωγή νέων δεδομένων. Οι McIntosh et al επισημαίνουν ότι αν και η περιγραφή είναι εξαιρετικά βοηθητική, απ' την άλλη, απαιτεί περαιτέρω διευκρινίσεις. Για παράδειγμα, δεν είναι ξεκάθαρο τι σημαίνει ακριβώς να «έχει καλή κατανόηση του αριθμητικού νοήματος» ή πώς να αποκτήσουν έναν τέτοιο στόχο.

Αργότερα, οι Reys et al. (1999) από το παραπάνω μοντέλο αναγνώρισαν έξι βασικά στοιχεία αίσθησης του αριθμού και εμπλούτισαν το τι γνωρίζαμε μέχρι τότε. Τα στοιχεία αυτά ήταν: α) η κατανόηση της έννοιας και του αριθμού β) η κατανόηση και χρήση ισοδύναμων αναπαραστάσεων γ) η κατανόηση της έννοιας και του αποτελέσματος των πράξεων δ) η κατανόηση και χρήση ισοδύναμων εκφράσεων ε) ευέλικτες στρατηγικές υπολογισμού και

αρίθμησης για νοερό υπολογισμό ή γραπτό υπολογισμό και χρήση αριθμομηχανής και στ) τα σημεία αναφοράς μέτρησης.

1.3 Ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού

Αρκετοί ερευνητές έχουν μελετήσει την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού τόσο σε παιδιά όσο και σε ενήλικες. Σε πολλές από αυτές επισημαίνεται η ιδιαίτερη σημασία της στη γενικότερη μαθηματική ανάπτυξη και επίδοση των μαθητών (Berch, 2005; Yang, Li, & Lin, 2008; Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010) και προτείνεται η έγκαιρη διδασκαλία της ως ένας αξιόπιστος παράγοντας για τη μετέπειτα υψηλή μαθηματική επίδοσή τους (Jordan, Kaplan, Oláh, & Locuniak, 2006; Aunio, 2006; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008). Ορισμένοι μελετητές θεωρούν ότι η αίσθηση του αριθμού προϋπάρχει (Dehaene, 2001), ενώ κάποιοι άλλοι υποστηρίζουν πως αναπτύσσεται με την εμπειρία (Berch, 2005; Reys B., 1994).

Ο Berch (2005) υποστηρίζει πως, αφού θεωρούμε ότι η αίσθηση του αριθμού είναι μια δεξιότητα ή κάποιο είδος γνώσης και όχι κάτι που υπάρχει εγγενώς, (Robinson, Menchetti & Torgesen, 2002) τότε μπορεί να καλλιεργηθεί. Η εμφάνιση μάλιστα στοιχειωδών χαρακτηριστικών της αίσθησης του αριθμού μπορεί να παρατηρηθεί σε πολύ μικρές ηλικίες, ακόμη και σε μη προνομιούχες συνθήκες ανάπτυξης των παιδιών (Dehaene, 1997), κάτι το οποίο επιβεβαιώνει την παραπάνω άποψη.

Είναι πολύ σημαντικό όμως να γνωρίζουμε τον τρόπο που αναπτύσσεται η αίσθηση του αριθμού στα παιδιά. Φαίνεται ότι τα περισσότερα παιδιά αναπτύσσουν τα θεμελιώδη στοιχεία της αίσθησης του αριθμού προτού λάβουν κάποια παρέμβαση στο δημοτικό σχολείο (Ginsburg, & Golbeck, 2004). Ακόμα και τα βρέφη φαίνεται να μπορούν να αναγνωρίσουν μικρές ποσότητες αριθμών (Wynn, 1992). Επιπλέον, παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν τη δυνατότητα να αναγνωρίσουν τις βασικές αριθμητικές αρχές και να κάνουν υπολογισμούς πρόσθεσης ή αφαίρεσης (Mix, Levine, & Huttenlocher, 1999). Αυτά τα βασικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού είναι σημαντικά στη μαθηματική σκέψη (όπως η άνεση και η προσαρμοστικότητα στις πράξεις και στις διαδικασίες), τα οποία έρχονται ως αποτέλεσμα της επίσημης εκπαίδευσης (Berch, 2005). Επιπλέον, γίνεται φανερό πως τόσο οι τυπικές όσο και οι άτυπες διαδικασίες

μάθησης μπορούν να ενισχύσουν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού πριν από την είσοδο των παιδιών στο σχολείο.

1.3.1 Επίδοση των παιδιών σε καταστάσεις αίσθησης αριθμού

Έρευνες που έχουν διεξαχθεί με σκοπό να βρεθεί η ύπαρξη της αίσθησης του αριθμού δείχνει ότι το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών ανά τον κόσμο συγκεντρώνει χαμηλή επίπεδα (Reys, et al., 1999; Jordan et al., 2006; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven et al., 2007; Jordan et al., 2010; Alsawaie, 2011) Επιπλέον, οι Markovits και Sowder (1994) δηλώνουν ότι κατά τη διάρκεια επίλυσης προβλημάτων ελάχιστοι μαθητές διαθέτουν αίσθηση του αριθμού.

Ωστόσο, ιδιαίτερα ανασταλτικό ρόλο στην ανάπτυξη εναλλακτικών τρόπων σκέψης και χειρισμού των αριθμών διαδραματίζει η στήριξη των παιδιών σε κανόνες και τυπικούς αλγορίθμους. Ο Alsawaie (2011) και ο Yang (2005), για παράδειγμα, σε έρευνές τους με μαθητές Στ' τάξης σε Ηνωμένα Αραβικά Εμιράτα και Ταϊβάν αντίστοιχα, βρήκαν ότι η στήριξη των μαθητών σε κανόνες και τυπικούς αλγορίθμους τους εμποδίζει να αναπτύξουν εναλλακτικούς τρόπους υπολογιστικής εκτίμησης. Παρόμοια, οι Λεμονίδης και Καϊάφα (2014) βρήκαν ότι ακόμα και οι άριστοι μαθητές της Ε' και Στ' τάξης παρουσιάζουν μικρό εύρος στρατηγικών σε νοερούς υπολογισμούς ρητών αριθμών και στηρίζονται κυρίως σε γραπτούς υπολογισμούς και κανόνες εμφανίζοντας χαμηλή αίσθηση του αριθμού. Επίσης, στην έρευνα του Alsawaie (2011) εξετάστηκαν παιδιά Στ' τάξης αναφορικά με τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ακόμα και άριστοι μαθητές κατέφευγαν πολύ συχνά σε γραπτούς υπολογισμούς και κανόνες εμφανίζοντας χαμηλή αίσθηση του αριθμού. Ανάλογα ευρήματα βρέθηκαν και στην έρευνα των Can και Özdemir (2020), στην οποία εξετάστηκε ο βαθμός αίσθησης του αριθμού σε μαθητές τετάρτης τάξης δημοτικού ανάμεσα σε προβλήματα με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι και στις δύο περιπτώσεις προβλημάτων οι μαθητές βασίζονται σε κανόνες και γραπτούς υπολογισμούς, κάτι το οποίο δε φανερώνει αίσθηση του αριθμού.

Από την άλλη, η Dowker (2003) εξετάζοντας την ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης παιδιών σε προσθετικά προβλήματα, βρήκε ότι όσο βελτιώνεται το επίπεδο της μαθηματικής επίδοσής τους τόσο περισσότερο σύνθετες δεξιότητες εκτίμησης επιδεικνύουν.

1.3.2 Επίδοση των εκπαιδευτικών σε καταστάσεις αίσθησης του αριθμού

Κατά τις δύο τελευταίες δεκαετίες, συστηματική έρευνα πραγματοποιείται και γύρω από τον έλεγχο των γνώσεων των εκπαιδευτικών σχετικά με την αίσθηση του αριθμού. Σύμφωνα με την πλειοψηφία των ερευνών που έχουν διεξαχθεί για την επίδοση αίσθησης του αριθμού και τις υπολογιστικές εκτιμήσεις, φαίνεται πως οι εκπαιδευτικοί δεν σημειώνουν ικανοποιητική επίδοση (Country - Clarke et al., 2014). Μάλιστα, το γεγονός της χαμηλής επίδοσης στην αίσθηση του αριθμού επηρεάζει και τη διδασκαλία τους στην τάξη.

Προκειμένου να εξετάσουν τον βαθμό αίσθησης του αριθμού οι Country - Clarke et al. (2014), ζήτησαν από υποψήφιους εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στη Ναμίμπια να πραγματοποιήσουν γραπτούς και νοερούς υπολογισμούς. Οι συμμετέχοντες επίσης, συμπλήρωσαν ερωτηματολόγιο για την αυτοπεποίθηση που είχαν για τα μαθηματικά. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι συμμετέχοντες κατέχουν περιορισμένη αίσθηση του αριθμού. Μάλιστα, βρέθηκε ότι οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί, ενώ κατέχουν χαμηλή αίσθηση του αριθμού, νιώθουν σιγουριά για να κάνουν και να διδάξουν μαθηματικά.

Επιπλέον, οι Almeida, Bruno και Perdomo-Diaz (2016) μελέτησαν τα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού σε 67 φοιτητές μαθηματικού τμήματος. Συγκριτικά με τα αποτελέσματα των Yang, Reys και Reys (2009), οι οποίοι μελέτησαν την αίσθηση του αριθμού σε εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην Ταϊβάν, τα ποσοστά των σωστών απαντήσεων ήταν υψηλότερα στους εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Ωστόσο, η συχνότητα των απαντήσεων σε ένα ή περισσότερα από τα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού ήταν μεγαλύτερη στις απαντήσεις των φοιτητών του μαθηματικού τμήματος σε σχέση με τους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας, οι οποίοι σε μεγάλο ποσοστό έκαναν χρήση αλγορίθμων και κανόνων. Επίσης, οι φοιτητές του μαθηματικού τμήματος παρουσίασαν μεγαλύτερη ευελιξία, καθώς ανέπτυξαν διαφορετικές μεταξύ τους στρατηγικές.

Όσον αφορά τις στρατηγικές αίσθησης του αριθμού που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί, φαίνεται ότι οι περισσότεροι αδυνατούν να τις χρησιμοποιήσουν στην πράξη. Ο Yang (2007) διερεύνησε τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι υποψήφιοι δάσκαλοι στην Ταϊβάν όταν επιλύουν προβλήματα αίσθησης του αριθμού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποίησαν γραπτούς αλγορίθμους για να τα επιλύσουν, ενώ λίγοι ήταν αυτοί που χρησιμοποίησαν στρατηγικές αίσθησης του αριθμού.

1.3.3 Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού

Η γνώση των εκπαιδευτικών φαίνεται πως αποτελεί το κλειδί στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού στους μαθητές τους (Alsawaie, 2011). Ειδικότερα, οι εκπαιδευτικοί είναι σημαντικό να έχουν την ικανότητα να επιχειρηματολογούν ευέλικτα για τους αριθμούς και τις πράξεις, να έχουν δηλαδή ανεπτυγμένη την αίσθηση του αριθμού (Whitacre, 2015). Επιπλέον, κρίνεται απαραίτητο να αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα της αίσθησης του αριθμού (Almeida, et al., 2016), να την κατανοούν βαθιά και να γνωρίζουν πώς να τη διδάξουν (Yang, 2007).

Σύμφωνα με την Reys (1994) οι διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών και οι δραστηριότητες που επιλέγουν για τη μαθησιακή διαδικασία συμβάλλουν στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Επιπλέον, βοηθώντας τα παιδιά να αναπτύξουν την αίσθηση του αριθμού και δημιουργώντας ένα καλό μαθησιακό περιβάλλον τα παιδιά ενθαρρύνονται να εξερευνήσουν τους αριθμούς, τις λειτουργίες τους και τις σχέσεις μεταξύ τους με αυθόρμητο και ουσιαστικό τρόπο (McIntosh, 2004; Siegler & Booth 2005).

Επιπλέον, φαίνεται πώς είναι πολύ σημαντική η πρώιμη παρέμβαση για τη βελτίωση της αίσθησης του αριθμού στα παιδιά. Μάλιστα, ένας από τους σημαντικότερους στόχους της πρώιμης παρέμβασης που βοηθά τα παιδιά να αναπτύξουν καλύτερη αίσθηση των αριθμών είναι η ενίσχυση της ικανότητας των παιδιών να χρησιμοποιούν μια νοερή αριθμογραμμή (Berch 2005).

1.4 Παράγοντες που επηρεάζουν την αίσθηση του αριθμού

1.4.1 Φύλο

Αντιφατικά φαίνεται ότι είναι τα αποτελέσματα αναφορικά με την επίδοση της αίσθησης του αριθμού σε σχέση με το φύλο. Ο παράγοντας φύλο φαίνεται πως επηρεάζει σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό την αίσθηση του αριθμού που παρουσιάζουν οι μαθητές. Πιο συγκεκριμένα, κάποιοι ερευνητές εξετάζοντας τις φυλετικές διαφορές βρήκαν ότι τα αγόρια διαθέτουν καλύτερη επίδοση στην αίσθηση του αριθμού (Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak, 2006).

Οι Jordan et al (2006), για παράδειγμα, βρήκαν ότι οι φυλετικές διαφοροποιήσεις στα μαθηματικά ξεκινούν από τη νηπιακή ηλικία. Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά νηπιακής ηλικίας εξετάστηκαν σε στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, όπως μη λεκτικοί υπολογισμοί και εκτιμήσεις. Στη συνολική επίδοση βρέθηκε μικρή, αλλά στατιστικά σημαντική φυλετική διαφορά στη συνολική επίδοση αίσθησης του αριθμού με τα αγόρια να υπερτερούν (Jordan et al., 2006).

Η φυλετική επίδραση έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη έρευνα, στην οποία τα αγόρια τρίτης τάξης δημοτικού απέδωσαν καλύτερα αποτελέσματα από τα κορίτσια σε δοκιμασίες αναφορικά με την αξία θέσης ψηφίου, τους κατά προσέγγιση, αλλά και τους νοερούς υπολογισμούς (Jordan et al, 2003).

Επιπλέον, σε έρευνα που εξετάστηκαν παιδιά νηπιαγωγείου από οικογένειες με χαμηλά εισοδήματα ελέγχοντας την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε σχέση με το φύλο, βρέθηκαν αξιοσημείωτες φυλετικές διαφορές. Ειδικότερα, από τα αποτελέσματα της έρευνας η ομάδα των αγοριών φαίνεται να διαθέτει καλύτερη συνολική επίδοση στην αίσθηση του αριθμού και στους μη λεκτικούς υπολογισμούς (Jordan, et al., 2006).

Αντίστοιχα, οι Çilingir και Tümnüklü (2009), σε έρευνά τους σε 30 μαθητές της 6ης, 7ης και 8ης τάξης στην Τουρκία, εξέτασαν την ικανότητα και τις στρατηγικές στην υπολογιστική εκτίμηση και στην εκτίμηση μέτρων. Αναλύοντας τα αποτελέσματα σε σχέση με τον

παράγοντα φύλο παρατήρησαν ότι τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερες ικανότητες εκτίμησης σε σχέση με τα κορίτσια.

Από την άλλη, σε ορισμένες έρευνες που εξετάζουν τις διαφορές μεταξύ των φύλων όσον αφορά την αίσθηση του αριθμού αλλά και την επίδοση στις υπολογιστικές εκτιμήσεις ειδικότερα, δεν παρατηρείται κάποια αξιοσημείωτη διαφορά (Aytekin, & Tolukcuvar, 2014; Dolma, 2002; Hanson, & Hogan, 2000; Lewis, 1994). Οι Aytekin και Tolukcuvar, (2014), για παράδειγμα, εξέτασαν μαθητές της 6ης, 7ης και 8ης τάξης στην Τουρκία και συνέκριναν το δείγμα τους ως προς το φύλο σε προβλήματα εκτίμησης με κλάσματα και σε υπολογισμούς με κλάσματα. Από τα αποτελέσματα της έρευνας προκύπτει ότι η επίδοση των μαθητών στην εκτίμηση με κλάσματα ήταν πολύ χαμηλή, ενώ δεν παρατηρήθηκε κάποια αξιοσημείωτη διαφορά της επίδοσης μεταξύ των φύλων των μαθητών.

1.4.2 Ηλικία

Οι περισσότερες έρευνες συμφωνούν ότι η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται βαθμιαία (Jordan et al., 2012) και είναι πιο ανεπτυγμένη σε μεγαλύτερους μαθητές (Aunio, 2006; Δεσλή, & Μυρόβαλη, 2017). Επιπλέον, η ηλικία αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα που μπορεί να προβλέψει την επίδοση αίσθησης του αριθμού στα τέλη της νηπιακής ηλικίας.

Η Dowker (1997), εξετάζοντας την ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης των παιδιών σε προσθετικά προβλήματα, βρήκε ότι αυτή αυξάνεται με την ηλικία, το επίπεδο επίδοσής τους στη συγκεκριμένη κατηγορία προβλημάτων και τη γενική επίδοσή τους στους υπολογισμούς. Παιδιά μεγαλύτερης ηλικίας στο νηπιαγωγείο φαίνεται μάλιστα ότι σημειώνουν ελαφρά καλύτερη επίδοση από τους νεότερους συμμαθητές τους και αυτή η διαφορά με το πέρασ του σχολικού έτους μεγαλώνει. Ειδικότερα, αν και ξεκινά να αναπτύσσεται από τη νηπιακή ηλικία είναι περισσότερο ανεπτυγμένη σε παιδιά μεγαλύτερης ηλικίας.

Οι Aytekin και Tolukcuvar (2014) στην έρευνά τους σε μαθητές της 6ης, 7ης και 8ης τάξης στην Τουρκία, εξέτασαν την επίδοση των μαθητών σε προβλήματα εκτίμησης με κλάσματα και υπολογισμούς με κλάσματα. Από τα αποτελέσματα της έρευνας, όσον αφορά τον παράγοντα ηλικία φάνηκε ότι τα μεγαλύτερα παιδιά σημείωσαν καλύτερες επιδόσεις στην εκτίμηση των κλασμάτων σε σχέση με τα μικρότερα παιδιά. Το ίδιο φαίνεται να ισχύει και στις

υπολογιστικές εκτιμήσεις. Τα ευρήματα των Siegler και Booth (2005) δείχνουν πως η υπολογιστική εκτίμηση βελτιώνεται σημαντικά με την ηλικία και συγκεκριμένα μετά την τρίτη και την τέταρτη τάξη.

Όσον αφορά του ενήλικες, φαίνεται πως χειρίζονται με μεγαλύτερη ευκολία προβλήματα αίσθησης του αριθμού και υπολογιστικής εκτίμησης από τα παιδιά (Dowker, 1996, 1997). Σε έρευνα μάλιστα των Lemaire και Lecacheur (2002), η οποία πραγματοποιήθηκε ταυτόχρονα σε ενήλικες και μαθητές της 6ης και της 4ης τάξης, παρατηρούνται διαφορές στην ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης μεταξύ των ενηλίκων και των μαθητών τόσο στην επιλογή των κατάλληλων στρατηγικών όσο και στην εκτέλεσή τους. Οι μαθητές δείχνουν ότι διαθέτουν μειωμένη ικανότητα στη χρήση στρατηγικών συγκριτικά με τους ενήλικες. Γενικότερα, διαπιστώνεται ότι οι ενήλικες σημειώνουν καλύτερες επιδόσεις στις εκτιμήσεις από τους μαθητές της 6ης τάξης και αυτοί με τη σειρά τους σημειώνουν καλύτερα αποτελέσματα από τους μαθητές της 4ης τάξης σε αθροίσματα τριγώνων αριθμών.

Επιπλέον, οι μαθητές της 6ης και 8ης τάξης είναι πιο αποτελεσματικοί από τους μαθητές της 4ης τάξης σε προβλήματα εκτίμησης αθροίσματος πολλών προσθετέων σύμφωνα με τον Smith (1999) (όπως αναφ. στο Siegler & Booth, 2005).

Παρόμοια, οι Çilingir και Türnüklü (2009), σε έρευνά τους σε 30 μαθητές της 6ης, 7ης και 8ης τάξης στην Τουρκία, εξέτασαν την ικανότητα και τις στρατηγικές στην υπολογιστική εκτίμηση και στην εκτίμηση μέτρων. Αναφορικά με τον παράγοντα ηλικία, οι ερευνητές συμπεραίνουν ότι όσο μεγαλώνει η ηλικία βελτιώνεται και η ικανότητα εκτίμησης των μαθητών καθώς και οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν. Οι ηλικιακές αυτές διαφορές παρατηρούνται επίσης και στη χρήση στρατηγικών. Η έκταση, η καταλληλότητα, η ποιότητα των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης αυξάνεται με την ηλικία και τη μαθηματική εμπειρία (LeFevre, et al., 1993; Siegler & Booth, 2005).

Ωστόσο, αρκετές έρευνες βέβαια που έχουν μελετήσει το επίπεδο αίσθησης του αριθμού έχουν δείξει χαμηλά ποσοστά ανεξάρτητα από το ηλικιακό επίπεδο (Bruno & Almedia, 2017; Cekirdekci & Dogan, 2016; Reys & Yang, 1998; Yang, et al., 2008; Yang, 2019). Για παράδειγμα, σε έρευνα που αξιολογήθηκαν ενήλικες σε δοκιμασίες σύγκρισης αριθμών για να βρεθεί η επίδοση των ενηλίκων στην αίσθηση του αριθμού, φάνηκε ότι διαθέτουν χαμηλά ποσοστά. Πιο συγκεκριμένα, δυσκολεύτηκαν σε ζευγάρια αριθμών που

είχαν μικρότερη διαφορά σε σχέση με ζευγάρια αριθμών που είχαν μεγαλύτερη διαφορά (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001).

1.4.3 Πλαίσιο

Αρκετές έρευνες (Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak, 2006; Δεσλή & Μυρόβαλη, 2017; Can et al., 2020; Δεσλή & Παπαχρήστου, 2019; Δεσλή & Ανεστάκη, 2014) έχουν μελετήσει τον βαθμό επίδρασης του πλαισίου στην επίδοση παιδιών και ενηλίκων αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού. Ωστόσο, οι ερευνητές δεν έχουν καταλήξει σε κάποιο ασφαλές συμπέρασμα. Κάποιες έρευνες καταδεικνύουν την αρνητική επιρροή της ύπαρξης πλαισίου στην επίδοση της αίσθησης αριθμού των παιδιών (Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak, 2006; Can et al., 2020; Δεσλή & Μυρόβαλη, 2017), κάποιες άλλες τη θετική επιρροή (Δεσλή & Ανεστάκη, 2014), ενώ σε ορισμένες έρευνες δεν σημειώνεται κάποια σημαντική διαφοροποίηση (Δεσλή & Παπαχρήστου, 2019).

Για παράδειγμα, οι Jordan, Kaplan, Olah και Locuniak (2006) όταν εξέτασαν την αίσθηση του αριθμού παιδιών τετάρτης τάξης δημοτικού κατά την επίλυση εργασιών με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο, βρήκαν ότι οι μαθητές σημειώνουν χαμηλά ποσοστά ακόμα και όταν οι αριθμοί πλαισιωθούν με καθημερινές καταστάσεις. Παρόμοια, οι Δεσλή και Μυρόβαλη (2017) στην έρευνά τους εξέτασαν παιδιά Ε' και Στ' τάξης σε προβλήματα αίσθησης του αριθμού με και χωρίς πλαίσιο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά Ε' τάξης σημείωσαν καλύτερες επιδόσεις στα προβλήματα χωρίς πλαίσιο, ενώ αυτά της Στ' τάξης δεν σημείωσαν σημαντική διαφοροποίηση ανάμεσα στις δύο ομάδες προβλημάτων.

Σε πρόσφατη έρευνα με σκοπό να διερευνηθεί η επίδοση παιδιών τετάρτης τάξης στην αίσθηση του αριθμού ενώ επιλύουν προβλήματα με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο, βρέθηκε ότι οι μαθητές παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση σε δοκιμασίες χωρίς πλαίσιο συγκριτικά με αυτές που συνοδεύονται από πλαίσιο. Σε δεύτερο στάδιο, οι συμμετέχοντες που επιλύσαν προβλήματα χρησιμοποιώντας στρατηγικές που βασίζονταν σε κανόνες και αλγορίθμους υποβλήθηκαν σε συνεντεύξεις. Από την ανάλυση των συνεντεύξεων προκύπτει ότι οι μαθητές ήταν ικανοί να αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν στρατηγικές αίσθησης του αριθμού όταν τους ζητήθηκε να χρησιμοποιήσουν εναλλακτικές μεθόδους επίλυσης (Can et al., 2020).

Αναφορικά με τους νοερούς υπολογισμούς, αν και οι έρευνες είναι περιορισμένες, φαίνεται πως τα ευρήματα σχετικά με την επίδραση της παρουσίας πλαισίου είναι αντιφατικά. Για παράδειγμα, στην έρευνα των Δεσλή και Παπαχρήστου (2019) μελετήθηκαν οι επιδόσεις και οι στρατηγικές μαθητών Στ' τάξης και ενηλίκων σε νοερούς υπολογισμούς ρητών αριθμών με τη χρήση πλαισίου. Για τον σκοπό αυτόν σχεδιάστηκαν δύο έργα με νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης με κλάσματα από την μία και δεκαδικούς αριθμούς από την άλλη με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι και οι δύο ηλικιακές ομάδες εμφάνισαν καλύτερες επιδόσεις στις δοκιμασίες με δεκαδικούς αριθμούς συγκριτικά με αυτές των κλασμάτων, ενώ η παρουσία πλαισίου δεν φαίνεται να επηρέασε την επίδοσή τους.

Αντιφατικά ευρήματα ως προς την επιρροή της παρουσίας πλαισίου βρέθηκαν και στην έρευνα των Δεσλή και Ανεστάκη (2014), η οποία φάνηκε πως εξαρτάται από το είδος των εκτιμήσεων που υπολογίζουν οι συμμετέχοντες κάθε φορά. Πιο συγκεκριμένα, στην έρευνα μελετήθηκαν οι επιδόσεις και οι στρατηγικές υποψήφιων εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης κατά την επίλυση προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης με πλαίσιο και χωρίς. Τα αποτελέσματα έδειξαν περισσότερο επιτυχίες υπολογιστικές εκτιμήσεις σε δοκιμασίες που εμπεριέχονταν σε πλαίσιο συγκριτικά με αυτές χωρίς. Ωστόσο, στα προβλήματα της κατηγορίας των σημείων αναφοράς οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί σημείωσαν καλύτερες επιδόσεις στα προβλήματα χωρίς πλαίσιο, ενώ δεν σημειώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το πλαίσιο στα προβλήματα του σχετικού μεγέθους των αριθμών. Τέλος, η παρουσία πλαισίου φάνηκε να επηρέασε θετικά τους συμμετέχοντες στα προβλήματα αριθμητικών πράξεων και λογικής κρίσης που παρουσιάζονταν μέσα σε πλαίσιο σε σχέση με τα αντίστοιχα χωρίς πλαίσιο.

1.4.4 Περιβάλλον

Αρκετές έρευνες (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Jordan, Kaplan, Ramineni, 2007; Clements, & Sarame, 2008) συμφωνούν στο γεγονός ότι περιβαλλοντικοί παράγοντες, όπως για παράδειγμα, η χαμηλή οικονομική κατάσταση των παιδιών, επηρεάζει αρνητικά το επίπεδο αίσθησης του αριθμού που σημειώνουν. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί σύμφωνα με τους Clements και Sarame (2008) καθώς πολλά παιδιά από χαμηλά οικονομικά στρώματα ερχόμενα στο σχολικό περιβάλλον, παρουσιάζουν λιγότερες αριθμητικές εμπειρίες από τους συμμαθητές

τους που προέρχονται από μεσαία εισοδήματα και έτσι έχουν περισσότερες πιθανότητες να εμφανίσουν χαμηλά επίπεδα αίσθησης του αριθμού.

Στην έρευνα, για παράδειγμα, των Gersten et al (2005), η οποία πραγματοποιήθηκε με σκοπό την εύρεση συγκεκριμένων περιβαλλοντικών παραγόντων σε παιδιά με χαμηλή αίσθηση του αριθμού, βρέθηκε ότι χαμηλή επίδοση στην αίσθηση του αριθμού κατείχαν παιδιά που προέρχονταν από χαμηλά οικονομικά στρώματα, μειονότητες, παιδιά με εργαζόμενους γονείς και παιδιά από δίγλωσσες οικογένειες. Ανάλογα ευρήματα βρέθηκαν και στην έρευνα των Jordan et al (2007), στην οποία η πλειοψηφία των παιδιών που παρουσίασαν χαμηλά ποσοστά αίσθησης του αριθμού προέρχονταν από οικογένειες με χαμηλά εισοδήματα.

Στην έρευνα των Jordan, Kaplan, Olah και Locuniak (2006), εξετάστηκαν παιδιά νηπιαγωγείου από οικογένειες με χαμηλά εισοδήματα σε τέσσερα διαφορετικά χρονικά διαστήματα, ελέγχοντας την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού με τον παράγοντα ηλικία και τις αναγνωστικές τους ικανότητες. Αν και τα παιδιά με χαμηλά εισοδήματα σημείωσαν σημαντικά χειρότερες επιδόσεις από αυτά των μεσαίων εισοδημάτων, στο τέλος της παρέμβασης και οι δύο ομάδες παιδιών παρουσίασαν παρόμοιο επίπεδο επίδοσης στις δοκιμασίες αίσθησης του αριθμού. Μια διαφοροποίηση υπήρξε μονάχα στα προβλήματα ιστοριών, στα οποία η ομάδα των παιδιών που προέρχονταν από οικογένειες με χαμηλά εισοδήματα απέδωσε σε χαμηλότερο βαθμό.

1.5 Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες

Οι Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (Ε.Μ.Δ.) είναι μια ομάδα διαταραχών, που ανήκουν στη μεγάλη ομάδα των Ήπιων Εκπαιδευτικών Αναγκών (Αγαλιώτης, 2011). Οι Ε.Μ.Δ. παρατηρούνται σε παιδιά με φυσιολογική ή και άνω του φυσιολογικού νοημοσύνη, με κύριο χαρακτηριστικό τη σημαντική έλλειψη προόδου σε μια ή περισσότερες βασικές περιοχές δεξιοτήτων (ανάγνωση, μαθηματικά, γραφή), οι οποίες είναι απαραίτητες για τη μετέπειτα πρόοδο του μαθητή. Στην περίπτωση των Ε.Μ.Δ., η έλλειψη προόδου δεν συνδέεται με ανεπαρκείς εκπαιδευτικές, διαπροσωπικές, πολιτισμικές - οικογενειακές ή/και κοινωνικο-γλωσσικές εμπειρίες. Αντίθετα, συνδέεται με οριοθετημένες γνωστικές «βλάβες» οι οποίες επηρεάζουν την ικανότητα του παιδιού να μάθει σε ένα «τυπικό» περιβάλλον και οι οποίες

φαίνεται να οφείλονται σε δυσλειτουργίες του κεντρικού νευρικού συστήματος (Hall, 2008). Η κύρια ειδική μαθησιακή δυσκολία μπορεί να συνοδεύεται και από δευτερεύουσες δυσκολίες, οι οποίες δυσχεραίνουν το πρόβλημα (Αγαλιώτης, 2011).

1.6 Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες και Μαθηματικά

Αρκετές είναι οι έρευνες που έχουν μελετήσει τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Τα αποτελέσματα ποικίλουν ως προς τη φύση των συμμετεχόντων και των κριτηρίων που χρησιμοποιήθηκαν για να περιγράψουν τα παιδιά με δυσκολίες αναφορικά με μαθηματικές δεξιότητες. Το βασικό συμπέρασμα που καταλήγουν οι περισσότερες έρευνες είναι ότι πολλά παιδιά αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα μαθηματικά, ενώ ένα σημαντικό ποσοστό των παιδιών αντιμετωπίζουν ειδικές δυσκολίες στα μαθηματικά (Dowker, 2003). Συγκεκριμένα, περίπου το 6% – 14% των παιδιών αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, οι οποίες υπάρχουν ανεξάρτητα από την επαρκή νοημοσύνη, τις μαθησιακές ευκαιρίες και το κοινωνικο-πολιτισμικό περιβάλλον.

1.6.1. Χαρακτηριστικά παιδιών με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά

Τα άτομα με Ε.Μ.Δ. εμφανίζουν κάποια χαρακτηριστικά που επηρεάζουν άμεσα την απόκτηση βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων, και θεωρούνται απαραίτητα για την ομαλή ακαδημαϊκή εξέλιξη και τη σχέση τους με τα Μαθηματικά. Ωστόσο, θα πρέπει να τονιστεί ότι τα χαρακτηριστικά αυτά δεν εμφανίζονται αποκλειστικά και μόνο σε μαθητές με Ε.Μ.Δ., αλλά πολλές φορές και σε μαθητές τυπικής ανάπτυξης. Επίσης, ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των μαθητών με Ε.Μ.Δ. αποτελεί ένα δύσκολο εγχείρημα και, σύμφωνα με πολλούς ερευνητές, μια αμφιλεγόμενη διαδικασία (Fuchs et al., 2005; Geary, 2004).

Έρευνες στη συγκεκριμένη πληθυσμιακή ομάδα, δείχνουν ότι παρουσιάζουν ανεπάρκεια κυρίως στην οπτικοχωρική (Ball et al., 2008) και αριθμητική μνήμη (Dowker, 2004). Οι δυσλειτουργίες στη μνήμη όσον αφορά αριθμητικές διαδικασίες συχνά είναι μόνιμες και ανεξάρτητες άλλων αριθμητικών περιοχών (Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003). Η συνηθέστερη μαθηματική δυσκολία αφορά στην επίλυση προβλημάτων με πολλαπλές πράξεις.

Έχει παρατηρηθεί επίσης ότι παιδιά με μη γλωσσικές αδυναμίες εμφανίζουν λογικο – μαθηματικές δυσκολίες (Jordan et al., 2003). Επιπλέον, ερευνητές που επιχείρησαν τη σύγκριση μαθητών με χωρικές, μαθηματικές και γλωσσικές ικανότητες κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι χωροταξικές και γλωσσικές δυσκολίες των μαθητών προβλέπουν μεταγενέστερες δυσκολίες στα μαθηματικά. Ωστόσο, δεν είναι δυνατόν να αναγνωριστεί εκ των προτέρων το είδος της μαθηματικής δυσκολίας (Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001). Θα πρέπει ακόμη να επισημανθεί ότι παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες, ανεξάρτητα από την τάξη φοίτησης παρουσιάζουν ανεπάρκεια στη μνήμη εργασίας, λιγότερη ποικιλία στρατηγικών και περισσότερα λάθη κατά την επίλυση προβλημάτων (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007) Τέλος, ερευνητικά αποτελέσματα επισημαίνουν ότι παιδιά με γενικευμένες μαθησιακές δυσκολίες φαίνεται να παρουσιάζουν χαμηλό μέσο όρο επίδοσης σε γενικές γνωστικές ικανότητες παρά σε δυσκολίες που σχετίζονται με τα μαθηματικά (Dowker, 2003).

Υπάρχουν ορισμένα χαρακτηριστικά που εμφανίζονται με μεγαλύτερη συχνότητα από κάποια άλλα και αυτή η συνύπαρξή τους φαίνεται να επηρεάζει τη μαθησιακή ικανότητα των μαθητών με Ε.Μ.Δ, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα συγκρότησης κάποιων κατηγοριών και τύπων ειδικών μαθησιακών δυσκολιών. Τέτοιες κατηγορίες είναι οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην αναγνωστική αποκωδικοποίηση, γνωστές με τον όρο «δυσλεξία», οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά, γνωστές συνήθως με τον όρο «δυσαριθμησία», και οι μη – λεκτικές ειδικές μαθησιακές δυσκολίες (Αγαλιώτης, 2011). Γενικό γνώρισμα των μαθητών αυτών είναι ότι υπολείπονται κατά περίπου δύο χρόνια ως προς τη μαθηματική επίδοση από τους συνομηλίκους τους (Mercer, Mercer, & Pullen, 2011). Παρακάτω θα γίνει μία προσπάθεια συνοπτικής παρουσίασης καθεμιάς κατηγορίας ειδικών μαθησιακών δυσκολιών και συγκεκριμένα των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν στα μαθηματικά.

1.6.2. Μαθηματικά και Δυσλεξία

Η δυσλεξία αποτελεί ένα σύνδρομο της οποίας ο πληθυσμός παρουσιάζει νευρολογικής αιτιολογίας προβλήματα στην ακρίβεια και την ευχέρεια αναγνώρισης μεμονωμένων λέξεων, στην αποκωδικοποίηση κειμένων, στη φωνολογική επεξεργασία και δευτερευόντως δυσκολίες αναγνωστικής κατανόησης, περιορισμένες εμπειρίες ανάγνωσης και προβλήματα μνήμης που

μπορούν να επηρεάσουν την ανάπτυξη γενικών γνώσεων (International Dyslexia Association, 2008; Toffalini, Giofrè & Cornoldi, 2017). Τα άτομα με δυσλεξία αντιμετωπίζουν δυσκολίες σε συγκεκριμένες μαθηματικές περιοχές, έννοιες και δεξιότητες. Οι περισσότεροι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στη μακρόχρονη μνήμη και στη μνήμη εργασίας, δυσκολίες σειροθέτησης και γλωσσικές, συμπεριλαμβανομένης και της μαθηματικής γλώσσας (Kay & Yeo, 2012).

Πιο συγκεκριμένα, τα άτομα με δυσλεξία παρουσιάζουν ελλείψεις στην κατάκτηση της έννοιας του αριθμού, στην κατανόηση της έννοιας της θεσιακής αξίας των ψηφίων, την κατανόηση του νοήματος των αλγορίθμων και την τήρηση των αλγοριθμικών βημάτων. Επιπλέον, δυσκολεύονται στη χρήση του προφορικού και γραπτού κώδικα γλώσσας και μαθηματικών, όπως είναι η κατανόηση των ζητούμενων των προβλημάτων, η κατανόηση των οδηγιών του εκπαιδευτικού, η διάκριση συμβόλων που μοιάζουν οπτικά ή ακουστικά και η σύνδεση των όρων με τα σύμβολά τους και των συμβόλων με τα ονόματά τους (Αγαλιώτης, 2011).

Όσον αφορά τον χειρισμό των χωρικών πληροφοριών, δυσκολεύονται σε χωρικές έννοιες, καθώς και στη χρήση οργάνων γεωμετρίας (Αγαλιώτης, 2011). Επίσης, έρευνες έχουν δείξει ότι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν αργή ταχύτητα απαρίθμησης, κάτι που επηρεάζει και την άμεση ανάκληση των αριθμητικών συνδυασμών (Simmons & Singleton, 2009). Η αδυναμία ανάκλησης αριθμητικών δεδομένων, όπως για παράδειγμα οι αριθμητικοί συνδυασμοί του πολλαπλασιασμού, καθώς και διαδικασιών, κανόνων, πληροφοριών κατά την εκτέλεση πράξεων και την επίλυση λεκτικών προβλημάτων, αλλά και η δυσκολία στην τήρηση σχεδίου επίλυσης προβλήματος, συνθέτουν τις βασικές δυσχέρειες στη μνήμη των παιδιών με δυσλεξία που επηρεάζουν την επίδοσή τους στα Μαθηματικά. Επιπλέον, έχει βρεθεί ότι παιδιά με ποικίλες μαθησιακές δυσκολίες (π.χ., δυσλεξία) παρουσιάζουν έλλειψη προσοχής, η οποία οδηγεί σε λιγότερο αποτελεσματικές οπτικές ικανότητες και, κατά συνέπεια, σε δυσκολίες γνωστικών διεργασιών, όπως στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

1.6.3. Μαθηματικά και Δυσαριθμησία

Η Ε.Μ.Δ. στα Μαθηματικά – Δυσαριθμησία αποτελεί μια διακριτή Ε.Μ.Δ και μπορεί να περιγραφεί ως μια κατάσταση που δυσχεραίνει την ικανότητα απόκτησης αριθμητικών δεξιοτήτων (DfES, 2001), η οποία μπορεί να συνοδεύεται από αδυναμία στον χειρισμό μαθηματικών εννοιών ή διαδικασιών, με ποικίλη αιτιολογία (Geary, 2004). Όπως και στην περίπτωση της δυσλεξίας, έτσι και η δυσαριθμησία εμφανίζεται με πολλές μορφές (Αγαλιώτης, 2011). Δυσκολίες που εμφανίζονται συνοδευτικά με τις δυσκολίες στα Μαθηματικά (Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά – Ε.Μ.Δ.Μ), είναι τα προβλήματα στην ανάγνωση και γραφή. Επιπλέον, έχει βρεθεί ότι οι μαθητές με Ε.Μ.Δ.Μ. παρουσιάζουν δυσλειτουργία ως προς τα γενικά συστήματα νοητικής λειτουργίας, με αδυναμίες στο κεντρικό εκτελεστικό σύστημα, στο φωνολογικό σύστημα κωδικοποίησης και αποθήκευσης πληροφοριών, στο οπτικοχωρικό σύστημα και στην ταχύτητα επεξεργασίας πληροφοριών (Geary, 2010; Swanson & Jerman, 2006). Εκτός από τα γενικά συστήματα νοητικής λειτουργίας, φαίνεται ότι και κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά – διεργασίες παίζουν ρόλο στην ελλιπή μαθηματική ανάπτυξη των μαθητών με Ε.Μ.Δ.Μ. Από την άλλη, υπάρχουν ενδείξεις ότι ενήλικες με δυσαριθμησία έχουν καλή γνώση γεωμετρίας (Butterworth, 2008).

Είναι γενικά αποδεκτό ότι τα παιδιά με δυσαριθμησία δυσκολεύονται να μάθουν και να ανακαλέσουν από τη μνήμη τους αριθμητικά γεγονότα κατά την εκτέλεση υπολογιστικών διαδικασιών (Geary & Hoard, 2001; Shalev & Gross-Tsur, 2001). Η δυσκολία με τη βασική αριθμητική είναι ένα κοινό γνώρισμα των παιδιών με δυσαριθμησία, ωστόσο φαίνεται να έχουν πιο θεμελιώδη προβλήματα. Αυτό φαίνεται από το ότι αποδίδουν χαμηλά ποσοστά επίδοσης σε δραστηριότητες που απαιτούν την κατανόηση βασικών αριθμητικών εννοιών, επηρεάζοντας ακόμα και απλές μαθηματικές διαδικασίες, όπως για παράδειγμα, η μέτρηση ή η σύγκριση αριθμητικών μεγεθών.

Στην ανάλυσή του ο Geary (1993) συνοψίζει ότι τα παιδιά με δυσαριθμησία παρουσιάζουν δύο βασικές λειτουργικές, αριθμητικές ανεπάρκειες: α) στη χρήση αναπτυξιακά «ανώριμων» αριθμητικών διαδικασιών και την υψηλή συχνότητα σε διαδικαστικά λάθη και β)

στην αναπαράσταση και ανάκτηση αριθμητικών γεγονότων από τη μακρόχρονη σημασιολογική μνήμη.

1.6.4. Μαθηματικά και μη - λεκτικές Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες

Οι μη – λεκτικές Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες είναι ένα σύνδρομο, το οποίο φαίνεται να οφείλεται σε βλάβες της λευκής ουσίας του δεξιού εγκεφαλικού ημισφαιρίου, ουσία σημαντική στην επεξεργασία ερεθισμάτων διάφορων αισθητηριακών οδών (Rourke, 1995). Τρεις είναι οι κύριες κατηγορίες δυσκολιών του συνδρόμου αυτού: οι κινητικές, οι κοινωνικές και οι οπτικο - χωρικές δεξιότητες (Αγαλιώτης, 2011).

Ειδικότερα ως προς τα Μαθηματικά, οι μαθητές με μη – λεκτικές Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες δυσκολεύονται στον χειρισμό αντικειμένων ή εικόνων κατά την απαρίθμηση – μέτρηση και δεν αντιλαμβάνονται εύκολα τη σχέση μέρους – όλου (κλάσματα, δεκαδικοί κ.τ.λ.). Κατά την εκτέλεση των αλγορίθμων δυσκολεύονται στην τοποθέτηση των αριθμών στη σωστή θέση κατά τον υπολογισμό των αλγορίθμων, αλλά και στη σωστή γραφή των αλγοριθμικών συμβόλων. Ακόμα φαίνεται να μην κατανοούν τη σχέση μεταξύ δεδομένων και ζητούμενων στα μαθηματικά προβλήματα και να δυσκολεύονται στην ορθή ακολουθία πράξεων, όταν πρόκειται για σύνθετα προβλήματα (Αγαλιώτης, 2011). Από την άλλη, απομνημονεύουν εύκολα όρους και διαδικασίες, τους οποίους χρησιμοποιούν και στον προφορικό λόγο.

Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι οι αποφάσεις για τη διδακτική υποστήριξη των μαθητών με Ε.Μ.Δ. θα πρέπει να λαμβάνονται για τον κάθε μαθητή ξεχωριστά και εξατομικευμένα καθώς, όπως τονίζει και ο Αγαλιώτης (2011), πολλές και διαφορετικές γνωστικές και άλλες ιδιαιτερότητες μπορούν να προκαλέσουν δυσκολίες στο ίδιο τμήμα της μαθηματικής γνώσης. Συγκεκριμένες τεχνικές διδασκαλίας μπορούν να βελτιώσουν την επίδοση μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες. Η τεχνική της επανάληψης και η τεχνική της εξατομίκευσης παίζουν τον πιο καθοριστικό ρόλο.

1.6.5. Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες και Αίσθηση του Αριθμού

Παρόλο που αυξανόμενο είναι το ερευνητικό ενδιαφέρον για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά νηπιαγωγείου και δημοτικού που φοιτούν στη γενική εκπαίδευση, πολύ πιο περιορισμένη είναι η έρευνα όσον αφορά την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες.

Μια ενδιαφέρουσα άποψη που αναλύεται σε ορισμένες έρευνες (Clements, & Sarama, 2004; Tartre, 1990) αφορά τη σχέση της χωρικής αίσθησης και του επιπέδου αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Φαίνεται λοιπόν να υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στη χωρική αίσθηση και την αίσθηση του αριθμού στα παιδιά αυτά. Στο εγχειρίδιο του Butterworth (2005), για παράδειγμα, επισημαίνεται ότι παιδιά με σοβαρές μαθηματικές δυσκολίες τείνουν να μην χρησιμοποιούν μοντέλα δόμησης ή στρατηγικές απλοποίησης στις περισσότερες τυπικές μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες. Γι' αυτόν τον λόγο καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τα πρόωρα σημάδια χωρικών δυσκολιών προειδοποιούν για χαμηλή αίσθηση του αριθμού. Επιπλέον, παιδιά με ισχυρές μαθηματικές ικανότητες χρησιμοποιούν περισσότερο χωρικές δομές απ' ό,τι τα παιδιά με λιγότερο ισχυρές. Τα παιδιά αυτά χρησιμοποιούν τεχνικές οργάνωσης και κατηγοριοποίησης για να απλοποιήσουν ή να αυξήσουν τον ρυθμό ταχύτητας σε διαδικασίες μέτρησης. Από την άλλη, παιδιά με χαμηλή επίδοση, τα οποία αναγνώριζαν χωρικές δομές δεν τις εφάρμοζαν κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Nes, & Lange, 2007).

Ορισμένες έρευνες εξέτασαν κάποια από τα συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Για παράδειγμα, στην έρευνα του Berch (2005), στην οποία εξετάστηκε η ταχύτητα ανάμεσα σε ζευγάρια διψήφιων αριθμών σε παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες, έδειξε ότι τα παιδιά αυτά παρουσιάζουν αδυναμία στις απαντήσεις τους και συγκεκριμένα σε πολυψήφιους αριθμούς. Φαίνεται επίσης ότι τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες δυσκολεύονται περισσότερο στην αναγνώριση ποσότητας ανάμεσα σε ζευγάρια αριθμών με διαφορετικές αναπαραστάσεις, όπως για παράδειγμα ανάμεσα σε δεκαδικούς αριθμούς και κλάσματα.

Παρόμοιο εύρημα αναφορικά με την ταχύτητα των απαντήσεων των συμμετεχόντων βρέθηκε και στην έρευνα των Landerl et al (2004). Συγκεκριμένα, εξετάστηκαν παιδιά 8 και 9 ετών με μαθησιακές δυσκολίες και τυπικής ανάπτυξης χρησιμοποιώντας δοκιμασίες βασικών αριθμητικών διαδικασιών, όπως δοκιμασίες μέτρησης κουκκίδων και σύγκρισης μεγέθους αριθμών. Στην έρευνα αναλύθηκε η ταχύτητα των απαντήσεων των παιδιών ανάμεσα σε ζευγάρια αριθμών και βρέθηκε ότι οι μαθητές με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες ήταν σημαντικά πιο αργοί στον έλεγχο των απαντήσεών τους, συγκριτικά με τα παιδιά τυπικής ανάπτυξης (Landerl et al., 2004).

Στην έρευνά τους οι Gersten, Jordan και Flojo (2005) επιχειρούν την αναγνώριση των μαθηματικών εννοιών και μάλιστα εξετάζουν τη δομή της αίσθησης του αριθμού. Αρχικά αποσαφηνίζουν εννοιολογικά τον όρο και τον θεμελιώνουν θεωρητικά αναφορικά με την πρόωμη ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι μαθηματικές δυσκολίες μπορούν να προβλεφθούν από το νηπιαγωγείο και δεν είναι σταθερές με την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον, σχεδόν όλοι οι μαθητές με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες παρουσιάζουν προβλήματα με την ακριβή και αυτόματη ανάκτηση βασικών αριθμητικών συνδυασμών και κατά συνέπεια παρουσιάζουν χαμηλά επίπεδα αίσθησης του αριθμού.

Σε μια διαφορετική προσέγγιση, ο Jordan και οι συνεργάτες του (2002), επισημαίνουν στην έρευνά τους ότι παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες που είναι καλοί αναγνώστες μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις γλωσσικές δυνατότητές τους για να καλύψουν μαθηματικές αδυναμίες, όπως δυσκολίες σε αριθμητικούς συνδυασμούς (Hanich et al., 2001; Hanich, et al., 2003). Οι δυσκολίες με τους αριθμητικούς συνδυασμούς αντανακλούν βασικές αδυναμίες στην αίσθηση του αριθμού, όπως η ικανότητα να κατανοούν αρχές μέτρησης ή να υπολογίζουν νοερά ποσότητες (Geary, Bow-Thomas, & Yao, 1992; Jordan et al., 2003).

Παιδιά με αδυναμίες στο βασικό αριθμητικό σύστημα είναι πολύ πιθανό να μην αναπτύξουν την εννοιολογική δομή, η οποία απαιτείται για πιο προχωρημένα μαθηματικά. Μερικά παιδιά μάλιστα σταδιακά αποφεύγουν τα μαθηματικά συνειδητά, καθώς αναπτύσσουν φοβίες και άγχη (Aschcraft, 2002). Τέλος, παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες παρουσιάζουν πολλές υποκείμενες δυσκολίες στη μνήμη εργασίας, στη χωρική αναπαράσταση, αλλά και στην προσοχή (Geary, 1994; Mix, Huttenlocher, & Levine, 2002).

Συνοψίζοντας, φαίνεται πως μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον παρουσιάζει τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη αίσθησης του αριθμού σε παιδιά νηπιαγωγείου και δημοτικού που φοιτούν στη γενική εκπαίδευση. Ωστόσο, η έρευνα όσον αφορά την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες είναι πολύ πιο περιορισμένη. Έτσι, η παρούσα εργασία θα επιχειρήσει να καταγράψει και να αναλύσει την επίδοση παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην αίσθηση του αριθμού.

2^ο Κεφάλαιο

Μεθοδολογία

2.1 Συμμετέχοντες

Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 31 μαθητές και μαθήτριες, που προέρχονταν από την Ε' (Μ.Ο. ηλικίας 136,8 μήνες) και την Στ' τάξη (Μ.Ο. ηλικίας 147,36 μήνες) του δημοτικού σχολείου. Ο μέσος όρος ηλικίας του συνόλου των παιδιών ήταν 140,55 μήνες. Από αυτούς, οι 20 ήταν μαθητές της Ε' τάξης, ενώ οι 11 φοιτούσαν στην Στ' τάξη. Επιπλέον, οι 19 ήταν τα αγόρια και 12 ήταν τα κορίτσια που συμμετείχαν στην έρευνα. Τα παραπάνω στοιχεία παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 2.1 που ακολουθεί.

Πίνακας 2.1. Απόλυτη (και σχετική) συχνότητα του αριθμού των συμμετεχόντων ως προς το φύλο και την τάξη

Τάξη	Φύλο		Σύνολο παιδιών
	Κορίτσια	Αγόρια	
Ε'	10 (50%)	10 (50%)	20 (64.5%)
Στ'	2 (18.18%)	9 (81.82%)	11 (35.5%)
Σύνολο	12 (38.7%)	19 (61.3%)	31 (100%)

Όλοι οι συμμετέχοντες της έρευνας φοιτούσαν σε δημόσια δημοτικά σχολεία της Αττικής και της Θεσσαλονίκης και κάλυπταν ένα ευρύ φάσμα μορφωτικών και κοινωνικο-οικονομικών επιπέδων. Παρουσίαζαν ειδικές μαθησιακές δυσκολίες με φυσιολογική νοημοσύνη και κατείχαν γνωμάτευση από δημόσιους φορείς, είτε από δημόσιο νοσοκομείο είτε από δημόσιο κέντρο ψυχικής υγείας ή ακόμα από ΚΕΣΥ της περιοχής στην οποία ανήκαν. Επιπλέον, 8 από τους 31 μαθητές (3 της Ε' και 5 της Στ' τάξης) που συμμετείχαν στην έρευνα είχαν επαναλάβει μία χρονιά το νηπιαγωγείο ή την πρώτη τάξη του δημοτικού.

Η επιλογή των συμμετεχόντων έγινε με τη μέθοδο της τυχαίας βολικής δειγματοληψίας. Τέλος, οι συμμετέχοντες δεν είχαν δεχθεί εξειδικευμένη διδασκαλία σχετικά με την αίσθηση του αριθμού.

2.2 Σχεδιασμός – Εργαλείο Έρευνας

Στην έρευνα σχεδιάστηκαν τέσσερα έργα με σκοπό να διερευνηθεί ο τρόπος που αναπτύσσεται η αίσθηση του αριθμού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες, αναφορικά με διάφορους παράγοντες που την επηρεάζουν όπως, τα δομικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, το φύλο και την ηλικία. Η μέθοδος της έρευνας είναι ποσοτική και πραγματοποιήθηκε συγχρονικό σχέδιο της έρευνας.

Το ερευνητικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε στη συγκεκριμένη έρευνα βασίστηκε σε εκείνο που σχεδιάστηκε και χρησιμοποιήθηκε από τις Δεσλή και Μυρόβαλη (2014). Ωστόσο, το συγκεκριμένο εργαλείο τροποποιήθηκε και προσαρμόστηκε σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα.

Σε κάθε έργο υπήρχαν τέσσερις δοκιμασίες και συνολικά οι μαθητές καλούνταν να απαντήσουν σε 16 δοκιμασίες. Κάθε έργο αφορούσε επιμέρους κατηγορίες προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης και νοερών υπολογισμών, που ευρύτερα αναφέρονται σε διαφορετικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού, σύμφωνα με τους ερευνητές που ασχολούνται με την περιγραφή της αίσθησης του αριθμού (McIntosh et al., 1992; Reys, & Yang, 1998).

Πιο συγκεκριμένα, το Έργο 1 αφορούσε στο σχετικό μέγεθος των αριθμών και εξέταζε την ικανότητα αναγνώρισης των αριθμών στην αριθμητική ακολουθία καθώς και της

ικανότητας αναγνώρισης των σχέσεων μεταξύ των αριθμών (π.χ., «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και με μολύβι, μπορείς να βρεις ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος: α) το 3,6 ή β) το 3,17;»).

Το Έργο 2 αφορούσε στις πολλαπλές αναπαραστάσεις αριθμών και πράξεων, δηλαδή την αναγνώριση των διαφορετικών τρόπων αναπαράστασης αριθμών και πράξεων (π.χ., «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, συμπλήρωσε: $143 + 122 = 142 + \underline{\quad}$ »).

Η ικανότητα πραγματοποίησης κατ' εκτίμηση υπολογισμών και ο έλεγχος της λογικότητάς τους εξετάστηκε στο Έργο 3 - λογικότητα των εκτιμήσεων. (π.χ., «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει: $980 + 812 + 176$;»).

Τέλος, η αναγνώριση της σχετικής επίδρασης των πράξεων στους αριθμούς εξετάστηκε στο Έργο 4 (π.χ., «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις αν το άθροισμα $351 + 239$ είναι: α) μικρότερο από 500 ή β) μεγαλύτερο από 500;»).

Οι δοκιμασίες των Έργων 2, 3 και 4 κάλυπταν και τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις με αριθμούς που ήταν προσαρμοσμένοι στο επίπεδο των συμμετεχόντων. Τα τέσσερα έργα με τις δοκιμασίες τους παρατίθενται στο Παράρτημα.

Προκειμένου να αποφευχθεί η πιθανότητα η σειρά παρουσίασης των δοκιμασιών να επηρεάσει την επίδοση των συμμετεχόντων, τα τέσσερα έργα παρουσιάστηκαν στους συμμετέχοντες με αντίστροφη σειρά: στους μισούς παρουσιάστηκαν τα έργα με τη σειρά (δηλ. Έργο 1, Έργο 2, Έργο 3, Έργο 4), ενώ στους άλλους μισούς πρώτα παρουσιάστηκαν τα Έργα 3 και 4 και μετά τα Έργα 1 και 2. Ο δείκτης αξιοπιστίας cronbach's alpha υπολογίστηκε στο 0.508.

2.3 Διαδικασία

Τα παιδιά εξετάστηκαν ατομικά σε ήσυχο χώρο του σχολείου τους κατά τη διάρκεια του ημερήσιου σχολικού προγράμματος. Η συμμετοχή των συμμετεχόντων ήταν ανώνυμη και προαιρετική. Πιο συγκεκριμένα, έγινε σαφές στα παιδιά ότι η συγκεκριμένη διαδικασία αποτελεί μέρος έρευνας στα πλαίσια διεξαγωγής μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας και σε

καμία περίπτωση οι απαντήσεις στις δοκιμασίες δεν επηρεάζουν τον βαθμό επίδοσής τους στο σχολείο. Επιπλέον, διασαφηνίστηκε ότι τα αποτελέσματα είναι απολύτως ανώνυμα και δεν θα γνωστοποιούνταν πέραν του ατόμου που διεξάγει την έρευνα. Η διαδικασία διαρκούσε περίπου 20 λεπτά.

Η ερευνήτρια έθεσε την ερώτηση της κάθε δοκιμασίας και ταυτόχρονα παρουσίαζε στον συμμετέχοντα σε καρτέλα την ερώτηση που καλούνταν να επεξεργαστεί. Για κάθε δοκιμασία ο συμμετέχων είχε καθορισμένο χρόνο απάντησης (έως 2 λεπτά). Απ' όλα τα παιδιά ζητήθηκε να αιτιολογήσουν την απάντησή τους, ανεξάρτητα από το εάν αυτή ήταν σωστή ή λανθασμένη.

Οι απαντήσεις των συμμετεχόντων καταγράφονταν σε πρωτόκολλα. Για κάθε συμμετέχοντα χρησιμοποιούνταν ένα πρωτόκολλο, στο οποίο η ερευνήτρια σημείωνε την απάντηση του συμμετέχοντα σε κάθε δοκιμασία καθώς και την αιτιολόγησή του.

2.4 Κωδικοποίηση των δεδομένων

Η κωδικοποίηση των απαντήσεων και η επεξεργασία των δεδομένων που προέκυψαν έγινε με τη χρήση του στατιστικού πακέτου SPSS 27. Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογήθηκε με 1, ενώ κάθε λανθασμένη βαθμολογήθηκε με 0. Επίσης, οι αιτιολογήσεις των συμμετεχόντων σε κάθε δοκιμασία αναλύθηκαν και ταξινομήθηκαν σε τέσσερις βασικές κατηγορίες καθεμιά από τις οποίες βαθμολογήθηκε αντίστοιχα με τους αριθμούς 1, 2, 3 και 4: α) «χωρίς εξήγηση», β) «ασαφής εξήγηση», γ) «εφαρμογή κανόνα» και δ) «αίσθηση του αριθμού». Οι κατηγορίες αυτές περιγράφονται αναλυτικά στο κεφάλαιο των αποτελεσμάτων που ακολουθεί.

3^ο Κεφάλαιο

Αποτελέσματα

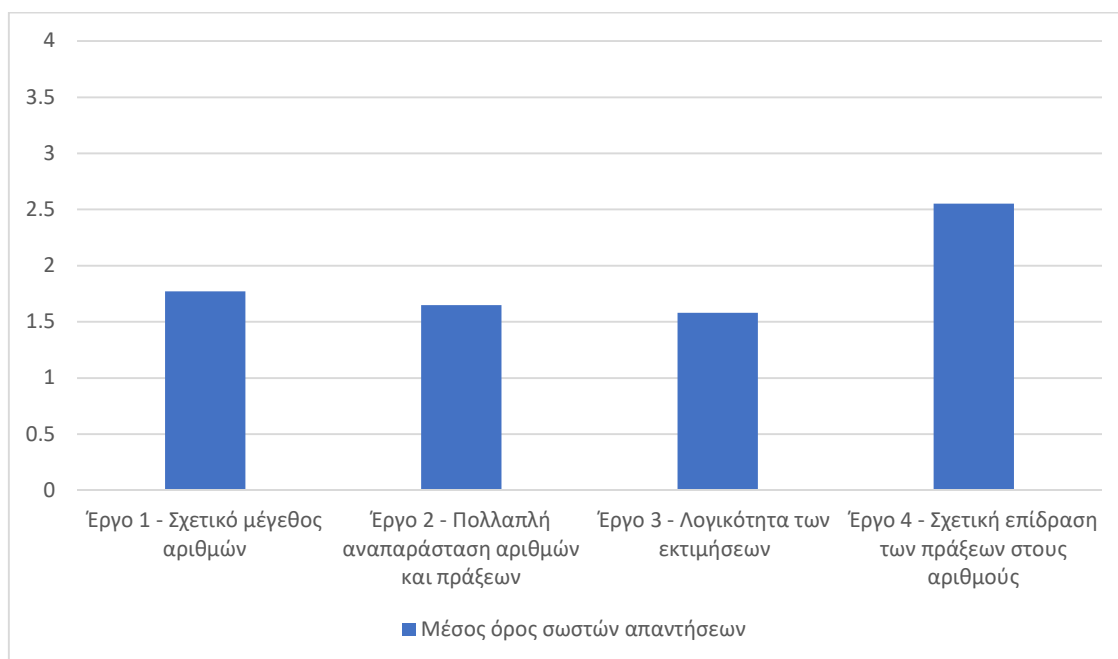
3.1 Γενική επίδοση

Η γενική επίδοση των συμμετεχόντων ήταν σχετικά χαμηλή. Πιο συγκεκριμένα, στο σύνολο των 16 δοκιμασιών ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων των συμμετεχόντων ήταν 7.55 (τυπική απόκλιση: 2.644), δηλαδή από τις απαντήσεις που έδωσαν οι συμμετέχοντες στο σύνολό τους το 47.19 % ήταν σωστές.

Όταν οι μέσοι όροι των σωστών απαντήσεων υπολογίστηκαν για κάθε έργο ξεχωριστά (μέγιστος αριθμός σωστών απαντήσεων είναι 4), βρέθηκαν διαφοροποιήσεις ανάμεσα στα έργα. Πιο συγκεκριμένα, στο Έργο 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών), ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων ήταν 1.77 (τυπική απόκλιση: .956), στο Έργο 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων), ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων υπολογίστηκε στα 1.65 (τυπική απόκλιση: 1.112), στο Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων), ο μέσος όρος σωστών απαντήσεων ήταν 1.58 (τυπική απόκλιση: 1.259) και στο Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς), ο μέσος όρος ήταν 2.55 (τυπική απόκλιση: .961). Με άλλα λόγια, το ποσοστό των σωστών απαντήσεων κυμαινόταν από 39.5%, σε 41.25%, σε 44.25% έως και 63.75% στα Έργα 3, 2, 1 και 4, αντίστοιχα.

Το έργο που φαίνεται ότι δυσκόλεψε περισσότερο τους συμμετέχοντες είναι το Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων), καθώς εμφανίζει τον χαμηλότερο μέσο όρο σωστών απαντήσεων από όλα τα έργα. Επιπλέον, οι συμμετέχοντες απάντησαν σωστά σε λιγότερες από τις μισές δοκιμασίες στα Έργα 1, 2 και 3. Τέλος, τις καλύτερες επιδόσεις παρουσιάζουν οι συμμετέχοντες στο Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς), με ποσοστό επιτυχών απαντήσεων (63.75%). Τα παραπάνω στοιχεία παρουσιάζονται αναλυτικά στο Σχήμα 3.1. που ακολουθεί.

Σχήμα 3.1. Μέσος όρος σωστών απαντήσεων ($m_x = 4$) ανά έργο



Πιο συγκεκριμένα, στο Έργο 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών), η πλειοψηφία των συμμετεχόντων απάντησε σωστά σε 1 και 2 δοκιμασίες (από τις 4), σε ποσοστό που ξεπερνά το 70% στο σύνολό τους, ενώ μόλις το 3.2% των συμμετεχόντων απάντησαν σωστά σε όλες τις δοκιμασίες του Έργου 1 (βλ Πίνακα 3.1).

Πίνακας 3.1. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών)

Σύνολο σωστών απαντήσεων – Έργο 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών)	Σχετική συχνότητα
0	6.5%
1	35.5%
2	35.5%

3	19.4%
4	3.2%

Στο Έργο 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων), 29% των συμμετεχόντων απάντησε σωστά σε 3/4 δοκιμασίες. Αντίθετα, περίπου ένας στους πέντε συμμετέχοντες (19.4%) δεν έδωσε καμία σωστή απάντηση. Τέλος, φαίνεται πως κανένας συμμετέχων δεν απάντησε σωστά και στις τέσσερις δοκιμασίες του Έργου 2 (βλ Πίνακα 3.2).

Πίνακας 3.2. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων)

Σύνολο σωστών απαντήσεων – Έργο 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων)	Σχετική συχνότητα
0	19.4%
1	25.8%
2	25.8%
3	29%

Στο Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων), οι συμμετέχοντες μοιράστηκαν σε τέσσερις σχεδόν ισόποσες ομάδες: όσους δεν απάντησαν καμία σωστή απάντηση (25.8%), όσους έδωσαν δύο σωστές απαντήσεις (25.8%), όσους απάντησαν μία σωστή απάντηση (22.6%) και τέλος όσους απάντησαν σε τρεις σωστές απαντήσεις (19.4%). Επίσης, ένα μικρό ποσοστό των συμμετεχόντων (6.5%) απάντησε σωστά και στις τέσσερις δοκιμασίες του Έργου (βλ Πίνακα 3.3).

Πίνακας 3.3. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων)

Σύνολο σωστών απαντήσεων – Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων)	Σχετική συχνότητα
0	25.8%
1	22.6%
2	25.8%
3	19.4%
4	6.5%

Στο Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς), οι περισσότεροι συμμετέχοντες απάντησαν σωστά σε δύο από τις τέσσερις δοκιμασίες (38.7%), ενώ το χαμηλότερο ποσοστό των συμμετεχόντων απάντησε σε μία σωστή απάντηση (12.9%). Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό (19.4%) των συμμετεχόντων απάντησαν και στις 4 δοκιμασίες σωστά, ενώ δεν βρέθηκε κάποιος συμμετέχων που να απαντά λανθασμένα και στις τέσσερις δοκιμασίες του Έργου 4 (βλ Πίνακα 3.4).

Πίνακας 3.4. Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις δοκιμασίες του Έργου 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς)

Σύνολο σωστών απαντήσεων – Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς)	Σχετική συχνότητα
1	12.9%
2	38.7%
3	29%
4	19.4%

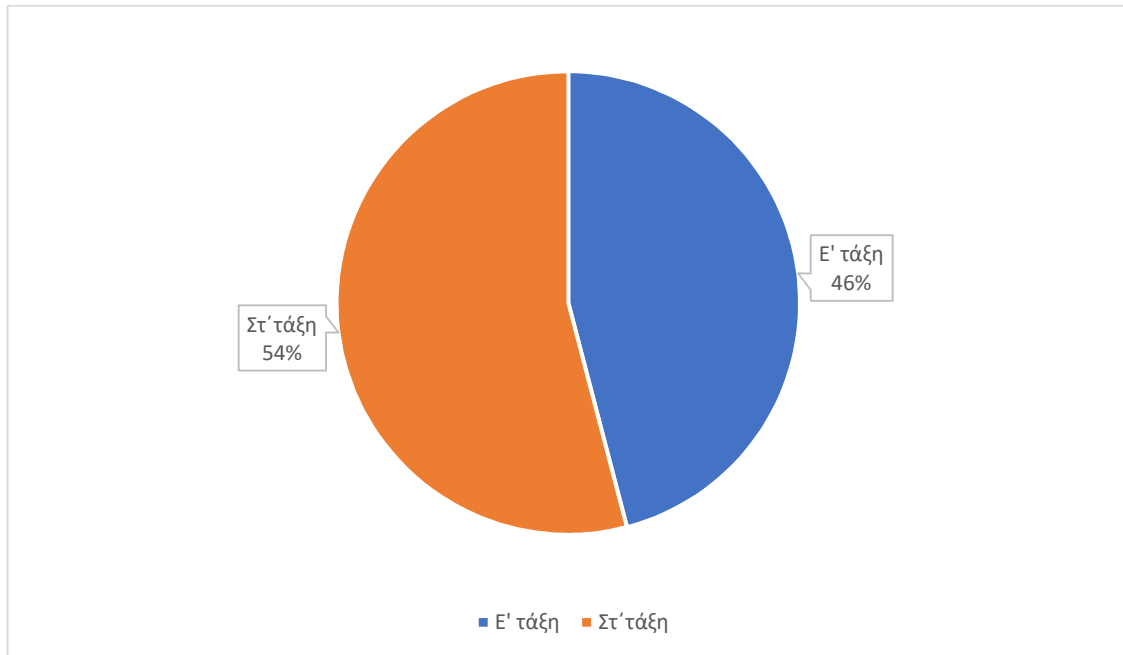
Προκειμένου να εξεταστεί εάν οι επιδόσεις των συμμετεχόντων διέφεραν μεταξύ των έργων, πραγματοποιήθηκε t-test για συσχετισμένες ομάδες. Η ανάλυση έδειξε ότι οι επιδόσεις των παιδιών στο Έργο 1 και το Έργο 2 δεν διέφεραν στατιστικά σημαντικά ($t(30) = .548, p =$

.587). Παρόμοια, δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις επιδόσεις των παιδιών στο Έργο 1 και το Έργο 3 ($t(30) = .649, p = .522$), ούτε ανάμεσα στις επιδόσεις στο Έργο 2 και το Έργο 3 ($t(30) = .263, p = .794$). Αντίθετα, στατιστικά σημαντικές διαφορές βρέθηκαν ανάμεσα στις επιδόσεις στο Έργο 1 και το Έργο 4 ($t(30) = -3.503, p < .01$), ανάμεσα στις επιδόσεις στο Έργο 2 και το Έργο 4 ($t(30) = -4.317, p < .001$), καθώς και στις επιδόσεις στο Έργο 3 και το Έργο 4 ($t(30) = -3.455, p < .01$). Οι διαφορές αυτές οφείλονταν στη στατιστικά σημαντικά καλύτερη επίδοση των παιδιών στις δοκιμασίες του Έργου 4.

3.1.1. Γενική επίδοση ανά τάξη

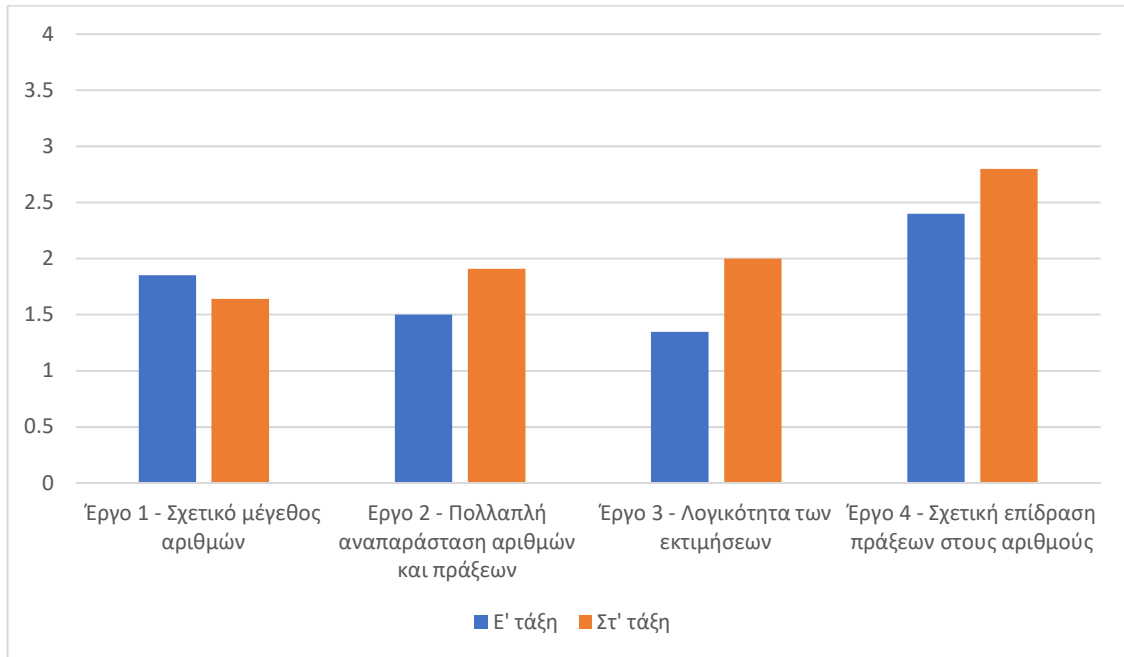
Η γενική επίδοση των συμμετεχόντων καθώς και η επίδοσή τους ανά έργο εξετάστηκε επιπρόσθετα ως προς την τάξης φοίτησης (Ε' και Στ'). Αρχικά, βρέθηκε σχετικά χαμηλή επίδοση στο σύνολο των δοκιμασιών και στις δύο τάξεις. Ωστόσο, οι συμμετέχοντες που φοιτούσαν στην Στ' τάξη παρουσίασαν μεγαλύτερο μέσο όρο γενικής επίδοσης (μ.ο: 8.36) από αυτούς που φοιτούσαν στην Ε' τάξη (μ.ο: 7.1) (βλ Σχήμα 3.2).

Σχήμα 3.2. Ποσοστό γενικής επίδοσης των συμμετεχόντων ($n = 16$) ως προς την τάξη



Βλέποντας τις επιδόσεις των συμμετεχόντων ως προς την τάξη, φαίνεται ότι και η επίδοση σε κάθε έργο παρουσιάζει χαμηλά ποσοστά και στις δύο τάξεις. Ωστόσο, οι συμμετέχοντες που φοιτούν στην Στ' τάξη παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση στο Έργο 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων), με μέσο όρο Ε' τάξης: 1.5 και μέσο όρο Στ' τάξης: 1.91, στο Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων) με μέσο όρο Ε' τάξης: 1.35 και μέσο όρο Στ' τάξης: 2.0 και στο Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς) με μέσο όρο Ε' τάξης: 2.4 και μέσο όρο Στ' τάξης: 2.82. Εξάιρεση αποτελεί το Έργο 1 (Σχετικό μέγεθος των αριθμών), στις δοκιμασίες του οποίου οι συμμετέχοντες της Ε' τάξης εμφανίζουν καλύτερες επιδόσεις (μ.ο. Ε' τάξης: 1.85, μ.ο. Στ' τάξης: 1.64) (βλ Σχήμα 3.3). Λόγω του μικρού αριθμού συμμετεχόντων σε κάθε ηλικιακή ομάδα, δεν πραγματοποιήθηκαν περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις.

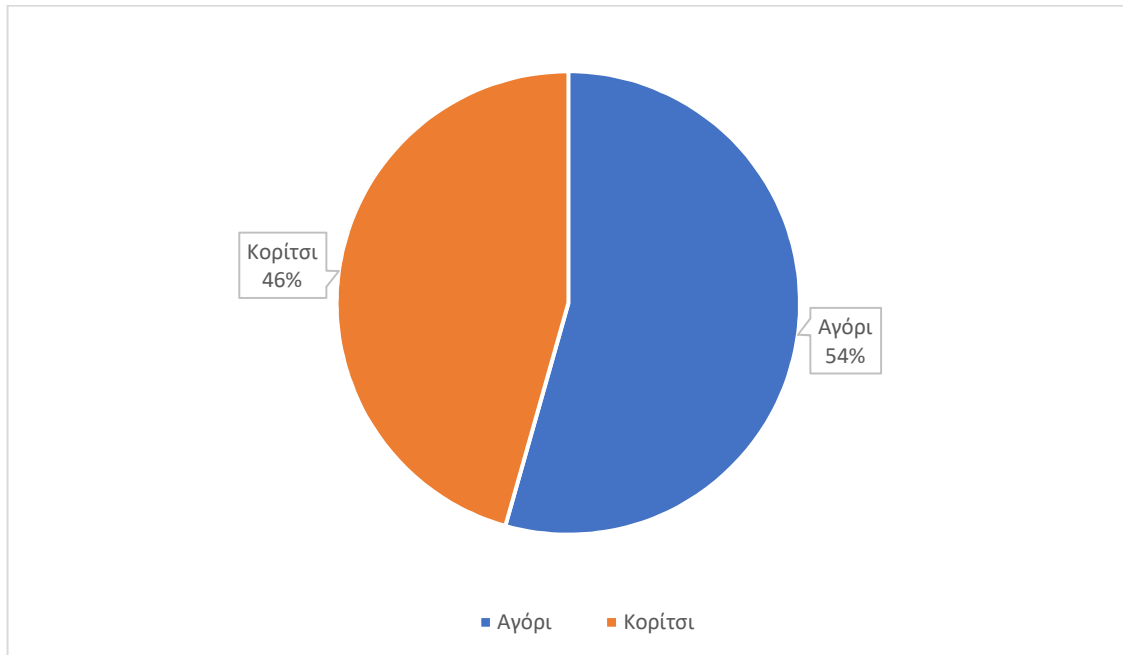
Σχήμα 3.3. Μέσος όρος επίδοσης των συμμετεχόντων ανά έργο ($m_x = 4$) ως προς την τάξη



3.1.2. Γενική επίδοση ανά φύλο

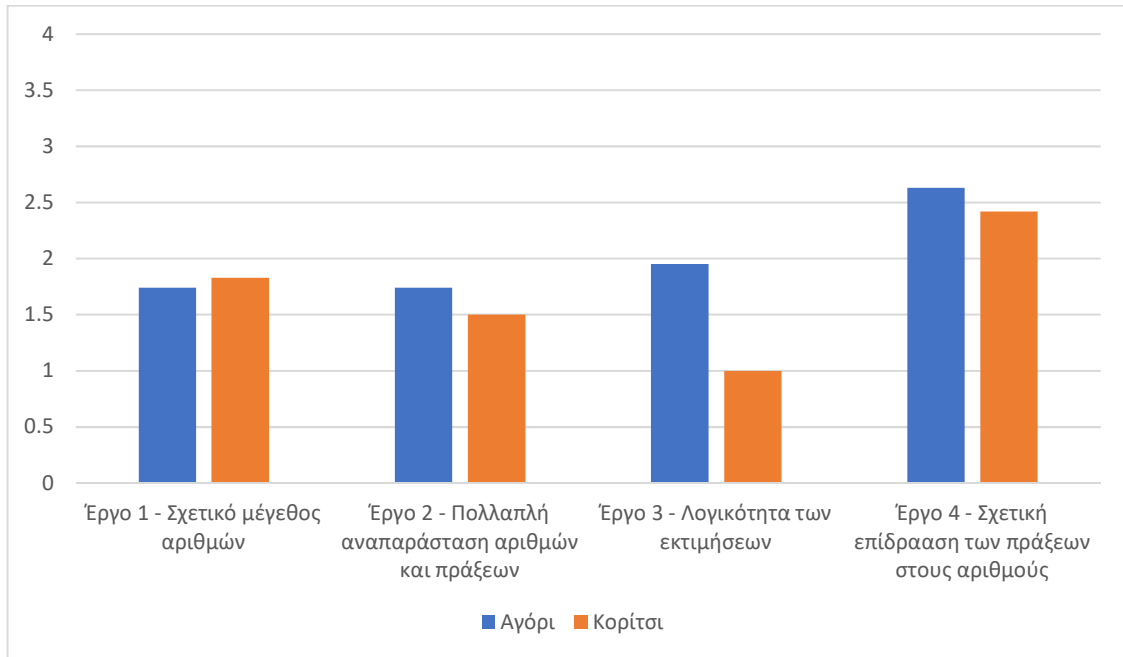
Η γενική επίδοση των συμμετεχόντων καθώς και η επίδοσή τους ανά έργο εξετάστηκε επιπρόσθετα ως προς το φύλο. Φαίνεται ότι τα αγόρια παρουσιάζουν καλύτερη γενική επίδοση σε σχέση με τα κορίτσια (μ.ο. αγοριών: 8.05, μ.ο. κοριτσιών: 6.75) (βλ Σχήμα 3.4).

Σχήμα 3.4. Μέσος όρος γενικής επίδοσης συμμετεχόντων ($n = 16$) σύμφωνα με το φύλο



Πιο συγκεκριμένα, τα αγόρια παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων) με μέσο όρο αγοριών: 1.74 και μέσο όρο κοριτσιών: 1.5, στο Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων) με μέσο όρο αγοριών: 1.95 και μέσο όρο κοριτσιών: 1.0 και στο Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς) με μέσο όρο αγοριών: 2.63 και μέσο όρο κοριτσιών: 2.42. Εξάιρεση αποτελεί το Έργο 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών) στις δοκιμασίες του οποίου τα κορίτσια παρουσιάζουν καλύτερες επιδόσεις από τα αγόρια (μ.ο. αγοριών: 1.74, μ.ο. κοριτσιών: 1.83) (βλ Σχήμα 3.5). Λόγω του μικρού αριθμού συμμετεχόντων σε κάθε ομάδα ως προς το φύλο δεν πραγματοποιήθηκαν περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις.

Σχήμα 3.5. Μέσος όρος επίδοσης των συμμετεχόντων ανά έργο ($m_x = 4$) σύμφωνα με το φύλο



3.2. Στρατηγικές των συμμετεχόντων

Από όλα τα παιδιά που συμμετείχαν ζητήθηκε να αιτιολογήσουν την απάντησή τους σε κάθε δοκιμασία, ανεξάρτητα από το αν είχαν απαντήσει σωστά ή λανθασμένα σε αυτήν. Οι αιτιολογήσεις των παιδιών αναδείκνυαν τις στρατηγικές επίλυσης που χρησιμοποίησαν και ταξινομήθηκαν στις εξής τέσσερις διακριτές κατηγορίες απαντήσεων.

Στρατηγική 1: «Χωρίς εξήγηση». Στην κατηγορία αυτή εντάχθηκαν οι απαντήσεις των παιδιών που δεν έδωσαν επεξηγήσεις ή απάντησαν «δεν ξέρω» ή «δεν μπορώ να πω με λόγια γιατί».

Για παράδειγμα, όταν ένας συμμετέχων ρωτήθηκε «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο κλάσμα είναι μεγαλύτερο, το $\frac{4}{7}$ ή το $\frac{2}{8}$ », απάντησε ότι μεγαλύτερο είναι το $\frac{2}{8}$, χωρίς όμως να μπορεί να αιτιολογήσει την απάντησή του. Πολύ συχνά όσα παιδιά αδυνατούσαν να εξηγήσουν τη σκέψη τους, δεν παρουσίαζαν κάποια απάντηση στη δοκιμασία.

Στρατηγική 2: «Ασαφής εξήγηση». Στη συγκεκριμένη στρατηγική εντάχθηκαν απαντήσεις που δεν παρουσίαζαν με λογικό τρόπο ή δεν αιτιολογούσαν επαρκώς την πορεία επίλυσης ή ακόμα απαντήσεις στις οποίες οι συμμετέχοντες δεν είχαν κατανοήσει την έννοια των αριθμών.

Για παράδειγμα, στη δοκιμασία του Έργου 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών): «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο κλάσμα είναι μεγαλύτερο, το $\frac{4}{7}$ ή το $\frac{2}{8}$ », μία μαθήτρια Ε' τάξης απάντησε ότι μεγαλύτερο είναι το $\frac{2}{8}$. Η μαθήτρια αιτιολόγησε την απάντησή της λέγοντας: «Σύγκρινα τους παρονομαστές των κλασμάτων και, αφού το 8 είναι μεγαλύτερο από το 7, θα είναι μεγαλύτερο και το $\frac{2}{8}$ από το $\frac{4}{7}$ ». Στην περίπτωση της συγκεκριμένης μαθήτριας η λανθασμένη απάντηση οφείλεται στο γεγονός ότι δεν φαίνεται να έχει κατανοήσει το ρόλο των παρονομαστών και την έννοια των κλασμάτων. Ειδικότερα, η μαθήτρια δεν έχει κατανοήσει ότι τη σχέση μέρους - όλου στους κλασματικούς αριθμούς.

Ένας άλλος μαθητής στη δοκιμασία του Έργου 1 (Σχετικό μέγεθος αριθμών): «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιος αριθμός είναι πιο κοντά στο 200.000; α) 188.700, β) 205.500», απάντησε: «πιο κοντά είναι το 188.700 γιατί το 205.500 περνάει το 188.700». Εδώ ο μαθητής δεν έχει κατανοήσει το ερώτημα της συγκεκριμένης δοκιμασίας ή ακόμα θα μπορούσαμε να πούμε ότι δεν έχει κατανοήσει την έννοια του αριθμού και γι' αυτό δεν κατανοεί ότι ναι μεν το 205.500 είναι μετά το 200.000, ωστόσο η απόσταση που υπάρχει ανάμεσά τους είναι μικρότερη από αυτήν που υπάρχει με το 188.700.

Σε άλλη ερώτηση «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και με μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο είναι μεγαλύτερο το 3,6 ή το 3,17», ο ίδιος μαθητής απάντησε: «Μεγαλύτερο είναι το 3,17 επειδή έχει περισσότερα ψηφία από το 3,6». Στην περίπτωση αυτή, ο μαθητής δεν έχει κατανοήσει επαρκώς τη λειτουργία των δεκαδικών αριθμών και τους συγχέει με τους φυσικούς αριθμούς. Πιο συγκεκριμένα, στους φυσικούς αριθμούς ο αριθμός των ψηφίων επηρεάζει το μέγεθος του αριθμού (π.χ., $311 > 31$), δεν συμβαίνει όμως το ίδιο με τους δεκαδικούς αριθμούς. Αυτήν ακριβώς τη λειτουργία συγχέει ο συγκεκριμένος μαθητής.

Στρατηγική 3: «Εφαρμογή κανόνα». Στη στρατηγική αυτή εντάχθηκαν απαντήσεις που παραπέμπουν σε διαδικαστικές στρατηγικές οι οποίες στηρίζονταν στην εφαρμογή απομνημονευμένου κανόνα και οδηγούσαν σε αποτέλεσμα της αλγοριθμικής πράξης.

Περιπτώσεις, δηλαδή, στις οποίες οι απαντήσεις έδειχναν ότι οι λύτες ακολουθούν τα βήματα ενός κάθετου αλγορίθμου.

Στη δοκιμασία του Έργου 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων), για παράδειγμα, «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει $980+812+176$ », ένας μαθητής απάντησε: «162, γιατί πρόσθεσα τις μονάδες με τις μονάδες, τις δεκάδες με τις δεκάδες και τις εκατοντάδες με τις εκατοντάδες». Το παιδί στη συγκεκριμένη περίπτωση απάντησε με βάση τα βήματα ενός αλγορίθμου. Ωστόσο, εξαιτίας περιορισμένης μνήμης απάντησε λανθασμένα γιατί δεν μπορούσε να ανακαλέσει από τη μνήμη του τα ψηφία που είχε βρει σε κάθε βήμα.

Στη δοκιμασία του Έργου 3 (Λογικότητα εκτιμήσεων), «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει $99:4$ », ένας άλλος συμμετέχων απάντησε: «241, γιατί έκανα τη διαίρεση κάθετα στο μυαλό μου (π.χ. $2 \times 4 = 8$, έκανε την αφαίρεση και έβρισκε 1, κατέβασε το 9 και μετά δεν μπορούσε να συνεχίσει γιατί δεν θυμόταν τι είχε βρει). Όπως και στην πρώτη περίπτωση έτσι και σε αυτό το παράδειγμα, ο μαθητής εκτίμησε την πράξη κάθετα στο μυαλό και συνεπώς εφάρμοσε τα βήματα του αλγορίθμου. Μάλιστα και στις δύο περιπτώσεις οι συμμετέχοντες βρήκαν μη λογικές εκτιμήσεις.

Στρατηγική 4: «Αίσθηση του αριθμού». Στη στρατηγική αυτή εντάχθηκαν εννοιολογικές στρατηγικές που δείχνουν ευελιξία και άνεση στον χειρισμό και την ερμηνεία αριθμών και πράξεων, όπως νοερές αναπαραστάσεις, κατ' εκτίμηση υπολογισμοί, στρογγυλοποιήσεις, χρήση σημείων αναφοράς.

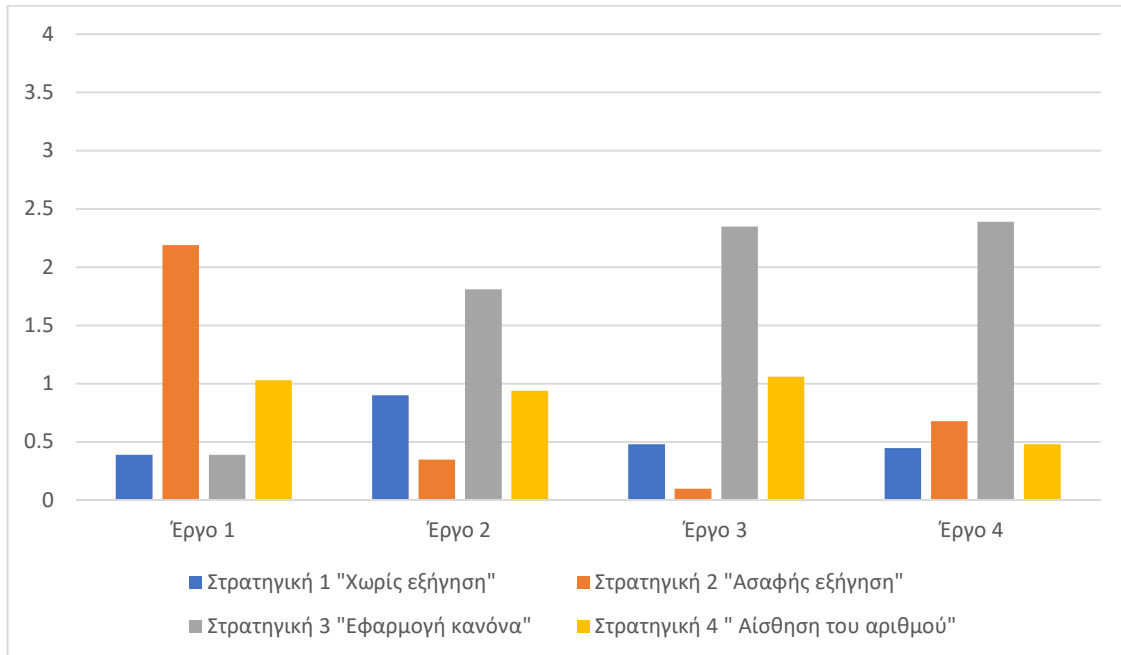
Χαρακτηριστικό παράδειγμα στη δοκιμασία του Έργου 3 (Λογικότητα εκτιμήσεων) «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει 6×999 », ένας μαθητής απάντησε «6.000», αιτιολογώντας την απάντησή του ως εξής: «Αντί για 6×999 σκέφτηκα 6×1.000 ». Ο συγκεκριμένος συμμετέχων χρησιμοποίησε στρογγυλοποίηση για να βρει το αποτέλεσμα και συνεπώς φαίνεται πως να χρησιμοποιεί τους αριθμούς αναγνωρίζοντας το σχετικό μέγεθός του. Σε άλλο ερώτημα «Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιος αριθμός είναι πιο κοντά στο 200.000, α) το 188.700, ή β) το 205.500», ένας μαθητής απάντησε ότι είναι πιο κοντά το 205.500 επειδή χρειάζεται περίπου 5.000 ακόμα για να φτάσει το 200.000, ενώ το 188.700 έχει απόσταση περίπου

16.000». Ο συγκεκριμένος μαθητής επιδεικνύει με την απάντησή του ευελιξία και άνεση σε προσεγγιστικούς υπολογισμούς.

3.2.1. Συχνότητα χρήσης των στρατηγικών

Η συχνότητα χρήσης των στρατηγικών των παιδιών φαίνεται να διαφοροποιείται σε σχέση με τα είδη των έργων. Η συχνότητα χρήσης των στρατηγικών από τα παιδιά συσχετίστηκε με το σύνολο των έργων, αλλά και ξεχωριστά με τα είδη των έργων, προκειμένου να διερευνηθεί εάν κάποια στρατηγική χρησιμοποιήθηκε περισσότερο ή λιγότερο. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως τα παιδιά χρησιμοποιούν τη στρατηγική 3 (Εφαρμογή κανόνα) με παρόμοια συχνότητα στο Έργο 2 (Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων), το Έργο 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων) και το Έργο 4 (Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς) (μέσοι όροι: 1.81, 2.35 και 2.39) για τα Έργα 2, 3 και 4, αντίστοιχα. Αντίθετα, η στρατηγική της «ασαφούς εξήγησης» χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό στο Έργο 1 (μέσοι όροι: 2.19) και ελάχιστα στα άλλα έργα. Επιπλέον, σχετικά υψηλή και σταθερή είναι η συχνότητα χρήσης της στρατηγικής 4 (Αίσθηση του αριθμού) στα Έργα 1, 2 και 3 (μέσοι όροι: 1.03, .94 και 1.06, αντίστοιχα), με μόνη εξαίρεση τη χρήση της στο Έργο 4 (μέσο όρο: .48), στο οποίο χρησιμοποιήθηκε λιγότερο. Τέλος, το γεγονός ότι αρκετά παιδιά δεν έδωσαν εξηγήσεις ή οι εξηγήσεις τους ήταν ασαφείς δείχνει τη δυσκολία τους να αιτιολογήσουν τον τρόπο επίλυσής τους. Ειδικότερα, η στρατηγική «χωρίς εξήγηση» κυμαίνεται σε συχνότητα από 9.75% έως 22.5%, ενώ οι «ασαφείς εξηγήσεις» κυμαίνονται από 2.5 % έως 54.75 %, εύρημα που δείχνει ότι το εύρος χρήσης τους είναι αρκετά υψηλό. Τα παραπάνω στοιχεία παρουσιάζονται αναλυτικά στο Σχήμα 3.2.0. που ακολουθεί.

Σχήμα 3.6. Μέσοι όροι ($m_x=4$) της χρήσης των στρατηγικών στα έργα



Εξετάζοντας τη συχνότητα χρήσης των στρατηγικών στο σύνολο των δοκιμασιών, ανεξάρτητα από το είδος του έργου, φαίνεται ότι η στρατηγική 3 (Εφαρμογή του κανόνα) παρουσιάζει τη μεγαλύτερη χρήση από τους συμμετέχοντες (μ.ο: 6.94). Αντίθετα, τη χαμηλότερη συχνότητα χρήσης (μ.ο.: 2.23) εμφανίζει η στρατηγική 1 (Χωρίς εξήγηση). Τα παραπάνω στοιχεία παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.5. που ακολουθεί.

Πίνακας 3.5. Μέσοι όροι ($n=16$) και τυπικές αποκλίσεις της χρήσης των στρατηγικών στο σύνολο των δοκιμασιών

Στρατηγικές	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση
Στρατηγική 1 – «Χωρίς εξήγηση»	2.23	2.39
Στρατηγική 2 – «Ασαφής εξήγηση»	3.32	1.681
Στρατηγική 3 – «Εφαρμογή κανόνα»	6.94	3.54
Στρατηγική 4 – «Αίσθηση του αριθμού»	3.52	3.224

3.2.2. Χρήση στρατηγικών και γενική επίδοση

Προκειμένου να διερευνηθεί, εάν η χρήση συγκεκριμένων στρατηγικών οδηγεί σε επιτυχείς απαντήσεις, πραγματοποιήθηκε ανάλυση Pearson, στην οποία εξετάστηκαν η συχνότητα χρήσης των στρατηγικών, η γενική επίδοση των συμμετεχόντων στο σύνολο των δοκιμασιών και η επίδοση των συμμετεχόντων σε κάθε έργο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν υπάρχουν συσχετίσεις ανάμεσα στη χρήση των στρατηγικών 1, 2 και 3 με τις επιδόσεις των συμμετεχόντων. Δηλαδή, όταν οι συμμετέχοντες χρησιμοποιούσαν αυτές τις στρατηγικές εμφάνισαν με παρόμοια συχνότητα τόσο υψηλές όσο και χαμηλές επιδόσεις.

Ωστόσο, η χρήση της στρατηγικής 4 (Αίσθηση του αριθμού) βρέθηκε υψηλά να συσχετίζεται θετικά τόσο με τη γενική επίδοση των συμμετεχόντων στο σύνολο των δοκιμασιών (Pearson's $r = .631, p < .01$) όσο και με τις επιδόσεις τους στο Έργο 1 (Pearson's $r = .418, p < .05$), στο Έργο 2 (Pearson's $r = .508, p < .01$) και στο Έργο 4 (Pearson's $r = .379, p < .05$). Δηλαδή, όσο πιο πολύ χρησιμοποιούσαν τη στρατηγική της αίσθησης του αριθμού στις δοκιμασίες των συγκεκριμένων έργων τόσο περισσότερες σωστές απαντήσεις έδιναν. Αντίθετα, δεν βρέθηκε στατιστικά σημαντική συσχέτιση ανάμεσα στη χρήση της στρατηγικής της αίσθησης του αριθμού και τις επιδόσεις στις δοκιμασίες του Έργου 3 (Λογικότητα των εκτιμήσεων) (Pearson's $r = .269, p = .144$). Τα στοιχεία αυτά παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 3.6 που ακολουθεί.

Πίνακας 3.6. Συσχέτιση της χρήσης των στρατηγικών με τις επιδόσεις των συμμετεχόντων

Στρατηγικές	Γενική επίδοση	Επίδοση στο Έργο 1	Επίδοση στο Έργο 2	Επίδοση στο Έργο 3	Επίδοση στο Έργο 4
Στρατηγική 1 – «Χωρίς εξήγηση»	-.263	-.050	-.207	-.067	-.346
Στρατηγική 2 «Ασαφής εξήγηση»	-.116	-.078	-.240	.129	-.134

Στρατηγική 3 – «Εφαρμογή κανόνα»	-.342	-.310	-.209	-.261	-.048
Στρατηγική 4 – «Αίσθηση του αριθμού»	.631**	.418*	.508**	.269	.379*

* Στατιστική σημαντικότητα $p < .05$

** Στατιστική σημαντικότητα $p < .01$

4^ο Κεφάλαιο

Συζήτηση - Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να διερευνήσει τον τρόπο με τον οποίο εκδηλώνεται η αίσθηση του αριθμού σε παιδιά που παρουσιάζουν ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Συγκεκριμένα, μελετάται η αίσθηση του αριθμού σε καταστάσεις που αναδεικνύουν τις επιδόσεις των παιδιών αναφορικά με τα συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού.

Τρία είναι τα κύρια ευρήματα που αναδεικνύονται από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Αρχικά, η γενική επίδοση των παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην αίσθηση του αριθμού φαίνεται πως είναι αρκετά χαμηλή. Συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες απάντησαν σε λιγότερες από τις μισές δοκιμασίες των έργων (περίπου 47%). Το εύρημα αυτό, συμφωνεί με τα αποτελέσματα του Yang (2003) και των Yang et al. (2004), παρόλο που οι δοκιμασίες ανάμεσα στις έρευνες δεν αφορούσαν τους ίδιους αριθμούς. Συγκεκριμένα, οι παραπάνω ερευνητές βρήκαν πως μαθητές τυπικής ανάπτυξης που φοιτούσαν στην 5^η και την 6^η τάξη στην Ταϊβάν και οι οποίοι υποβλήθηκαν σε pre-test με δοκιμασίες αίσθησης του αριθμού, το ποσοστό σωστών απαντήσεων ήταν περίπου στο 36%. Παρόμοια, οι Reys και Yang (1998) στην έρευνά τους είχαν δείξει ότι οι μαθητές τυπικής ανάπτυξης στην Ταϊβάν εμφανίζουν χαμηλή επίδοση στην αίσθηση του αριθμού. Οι παραπάνω έρευνες διαφοροποιούνται από την παρούσα έρευνα ως προς τον πληθυσμό του δείγματος (μαθητές με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες και μαθητές τυπικής ανάπτυξης) και ως προς τη δυσκολία των δοκιμασιών στα έργα (η παρούσα έρευνα προσάρμοσε τις δοκιμασίες

των έργων με βάση την πληθυσμιακή ομάδα στην οποία απευθυνόταν). Ωστόσο, η παρούσα έρευνα επιβεβαιώνει σε μεγάλο βαθμό προηγούμενα ερευνητικά ευρήματα. Επιπλέον, είναι πιθανόν τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες να εμφανίσουν ακόμα πιο έντονη αδυναμία εξαιτίας της δυσκολίας τους στην αποκωδικοποίηση οπτικών πληροφοριών (συμβόλων).

Αν και φαίνεται ότι η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται βαθμιαία και είναι πιο ανεπτυγμένη σε μεγαλύτερους μαθητές (Jordan et al., 2012; Δεσλή, 2016), στην παρούσα έρευνα το μικρό μέγεθος του δείγματος δεν επέτρεψε περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις αναφορικά με τον έλεγχο επιδόσεων ως προς την ηλικιακή διαφοροποίηση. Σε γενικές γραμμές, όμως, στην παρούσα έρευνα φαίνεται πως οι μεγαλύτεροι συμμετέχοντες που φοιτούσαν στην Στ' τάξη παρουσίασαν καλύτερη επίδοση στις δοκιμασίες των έργων σε σχέση με αυτούς που φοιτούσαν στην Ε' τάξη. Ωστόσο, διατηρείται σημαντική επιφύλαξη για τη γενίκευση αυτών των ευρημάτων. Παρόμοια, το μικρό δείγμα δεν επέτρεψε περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις ούτε όσον αφορά τη φυλετική διαφοροποίηση των παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Υπάρχει βέβαια η ένδειξη πως τα αγόρια παρουσιάζουν ένα μικρό προβάδισμα στην ικανότητα της αίσθησης του αριθμού σε σχέση με τα κορίτσια όσον αφορά στη γενική επίδοσή τους. Το εύρημα αυτό, που δεν μπορεί να επιβεβαιωθεί, φαίνεται να συμπίπτει με τα ευρήματα των Jordan et al. (2006), οι οποίοι στην έρευνά τους εξέτασαν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά νηπιαγωγείου και βρήκαν ότι τα αγόρια είχαν μικρή αλλά στατιστικά σημαντική διαφορά σε σχέση με τα κορίτσια.

Ένα δεύτερο εύρημα που αναδεικνύεται από την παρούσα έρευνα είναι η ύπαρξη κάποιων συγκεκριμένων συστατικών στοιχείων της αίσθησης του αριθμού που ευνοούν τις επιδόσεις των παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Για παράδειγμα, το έργο της σχετικής επίδρασης των πράξεων στους αριθμούς ευνοεί τις καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με τα υπόλοιπα έργα στα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Το παραπάνω εύρημα φαίνεται να συμφωνεί με τα αποτελέσματα της έρευνας των Δεσλή και Μυρόβαλη (2014), μολονότι τα παιδιά που εξετάστηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα ήταν τυπικής ανάπτυξης. Η παρούσα έρευνα έδειξε ότι τα προβλήματα αριθμητικών πράξεων ήταν πιο εύκολα από τα προβλήματα των άλλων έργων και στις δύο ηλικιακές ομάδες (Ε' και Στ' τάξη). Το συγκεκριμένο εύρημα φαίνεται εύλογο, εάν ληφθεί υπόψιν ο σημαντικός χρόνος που αφιερώνουν τα παιδιά στις αριθμητικές πράξεις κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο. Τα παιδιά

είναι περισσότερο εξοικειωμένα με την εφαρμογή αλγορίθμων παρά με τους νοερούς υπολογισμούς, για παράδειγμα, στους οποίους δίνεται λιγότερη έμφαση τόσο από το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών όσο και από τους εκπαιδευτικούς.

Στα υπόλοιπα έργα που εξετάζαν άλλα συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού φαίνεται πως τα παιδιά εμφάνισαν παρόμοιες επιδόσεις. Συγκεκριμένα, στις δοκιμασίες που αφορούσαν «Σχετικό μέγεθος των αριθμών», οι οποίες απαιτούσαν την ικανότητα αναγνώρισης της σχετικής αξίας ενός αριθμού σε μια ποικιλία πλαισίων, οι συμμετέχοντες φαίνεται πως δεν τα κατάφεραν σε ικανοποιητικό βαθμό (μ.ο. σωστών απαντήσεων: 1.77/4). Ακόμα χαμηλότερη επίδοση φαίνεται πως είχαν οι συμμετέχοντες στις δοκιμασίες που αφορούσαν «Πολλαπλές αναπαραστάσεις αριθμών και πράξεων», για τις οποίες ήταν απαραίτητο οι μαθητές να έχουν κατανοήσει βαθύτερα τις διάφορες μορφές των αριθμών και πως αυτοί μπορούν να εκφραστούν με διάφορους τρόπους ώστε να υπάρξει ισοδυναμία (μ.ο. σωστών απαντήσεων: 1.65/4). Εξίσου χαμηλή επίδοση φαίνεται να παρουσιάζουν οι μαθητές στις δοκιμασίες που αφορούσαν «Λογικότητα των εκτιμήσεων», έργο στο οποίο οι μαθητές καλούνταν να κρίνουν τα αριθμητικά αποτελέσματα. Να σημειωθεί, ωστόσο, ότι δεν υπήρξε στατιστικά σημαντική διαφορά με τις επιδόσεις των παιδιών στα υπόλοιπα έργα. Πάραυτα, το παραπάνω εύρημα συμφωνεί με προηγούμενες έρευνες που υποστηρίζουν ότι στα προβλήματα λογικής κρίσης (Yang, Li, & Lin, 2007) τα παιδιά σημειώνουν τα χαμηλότερα ποσοστά επίδοσης. Παρόμοια, σε έρευνες των Hsu et al. (2001) και Li (2004), οι μαθητές από την Ταϊβάν εξετάστηκαν σε δοκιμασίες αίσθησης του αριθμού και παρουσίασαν δυσκολίες στη λογικότητα των εκτιμήσεων. Η δυσκολία σε δοκιμασίες λογικότητας πιθανόν να οφείλεται στο ότι οι μαθητές δεν έχουν συνηθίσει να ελέγχουν το αποτέλεσμα μιας πράξης. Το εύρημα αυτό είναι πιθανόν να σχετίζεται με το γεγονός ότι το πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών εστιάζει κυρίως στην εκμάθηση της διαδικασίας των βημάτων για την εφαρμογή των αλγορίθμων, κάτι το οποίο έχει ως αποτέλεσμα να ωθεί τους μαθητές να εφαρμόζουν τυποποιημένες μεθόδους και διαδικασίες που δεν βοηθούν απαραίτητα τη λογική σκέψη και κριτική. Επίσης, οι εκπαιδευτικοί ενδεχομένως δεν ενθαρρύνουν τους μαθητές να σκέφτονται κριτικά.

Ένα τελευταίο σημαντικό εύρημα που εξάγεται από την παρούσα έρευνα αφορά στη χρήση των στρατηγικών από τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Ειδικότερα, φαίνεται πως οι συμμετέχοντες, προκειμένου να επιλύσουν τις δοκιμασίες των έργων, χρησιμοποίησαν

περισσότερο τη στρατηγική της εφαρμογής κανόνα. Πράγματι, μεγάλο μέρος των μαθητών στηρίζονται σε κανόνες και αλγορίθμους. Για παράδειγμα, στην έρευνα του Alsawaie (2011), στην οποία εξετάστηκαν παιδιά τυπικής ανάπτυξης που φοιτούσαν στην Στ' τάξη, βρέθηκε ότι ακόμα και άριστοι μαθητές κατέφευγαν πολύ συχνά σε γραπτούς υπολογισμούς και κανόνες εμφανίζοντας χαμηλή αίσθηση του αριθμού. Το συγκεκριμένο εύρημα δείχνει ότι αφενός οι μαθητές είναι προσκολλημένοι στην εφαρμογή κανόνων και αφετέρου επιδεικνύουν αδυναμία ευελιξίας στη χρήση στρατηγικών αίσθησης του αριθμού. Ωστόσο, αποτελεί αισιόδοξο γεγονός το ότι έστω και λίγοι από τους συμμετέχοντες (22%) της παρούσας έρευνας χρησιμοποίησαν κάποιες στρατηγικές αίσθησης του αριθμού όπως, για παράδειγμα, τη στρογγυλοποίηση.

Επιπρόσθετα, βρέθηκε ότι η στρατηγική της αίσθησης του αριθμού συσχετίζεται υψηλά θετικά με τη γενική επίδοση των συμμετεχόντων στο σύνολο των δοκιμασιών. Με άλλα λόγια, όσο πιο πολύ οι συμμετέχοντες χρησιμοποιούσαν τη στρατηγική της αίσθησης του αριθμού στις δοκιμασίες των έργων τόσο περισσότερες σωστές απαντήσεις έδιναν. Το συγκεκριμένο εύρημα είναι ιδιαίτερα σημαντικό, δεδομένου ότι η χρήση των στρατηγικών αίσθησης του αριθμού και συνεπώς η καλή επίδοση των παιδιών σε καταστάσεις αίσθησης του αριθμού είναι ιδιαίτερα σημαντική στη γενικότερη μαθηματική ανάπτυξη και επίδοσή τους (Berch, 2005; Yang, Li, & Lin, 2008; Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010).

Κατά την πραγματοποίηση της έρευνας υπήρξαν κάποιοι περιορισμοί, στους οποίους κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναφορά. Ένας περιορισμός αφορά στο μέγεθος του δείγματος. Συγκεκριμένα, ο αριθμός των ατόμων που συμμετείχαν ήταν περιορισμένος και προέρχονται από δύο περιφέρειες της χώρας. Εξαιτίας μάλιστα του μικρού αριθμού συμμετεχόντων ο διαχωρισμός σε υποομάδες με βάση το φύλο και την ηλικία δεν επαρκούσε για περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις. Ωστόσο, η δυσκολία ανεύρεσης μεγαλύτερου δείγματος οφείλεται στο γεγονός ότι, αν και το αίτημα συμμετοχής στην έρευνα στάλθηκε σε πολλά σχολεία, υπήρξε δυσκολία εξασφάλισης της συναίνεσης από τους διευθυντές του σχολείου, ιδιαίτερα λόγω των αυστηρών περιορισμών κατά την περίοδο της πανδημίας Covid, στη διάρκεια της οποίας διεξήχθη η έρευνα. Επιπλέον, κάποιες από τις συνεντεύξεις των συμμετεχόντων, λόγω του περιορισμού μετακίνησης σε διαφορετική περιφέρεια λόγω Covid, έγιναν εξ αποστάσεως. Το γεγονός αυτό μπορεί να επηρέασε σε κάποιο βαθμό τις απαντήσεις των συμμετεχόντων, καθώς κάποιοι συμμετέχοντες είναι πιθανόν να ένιωθαν άβολα μπροστά στην κάμερα. Ένας ακόμη

περιορισμός της παρούσας έρευνας αφορά στο γεγονός ότι δεν συγκεντρώθηκαν στοιχεία για τον χρόνο φοίτησης των συμμετεχόντων στα τμήματα ένταξης στα οποία φοιτούσαν, μια πληροφορία η οποία θα μπορούσε να συνδέεται με την επίδοση των παιδιών στην αίσθηση του αριθμού.

Παρά τους περιορισμούς, η παρούσα έρευνα επιχείρησε να καταγράψει και να αναλύσει την επίδοση παιδιών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην αίσθηση του αριθμού. Από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας κατά τη διάρκεια υλοποίησης της παρούσας έρευνας, αναδείχθηκε ότι η έρευνα όσον αφορά τη συγκεκριμένη πληθυσμιακή ομάδα είναι πολύ πιο περιορισμένη σε σχέση με τις έρευνες σε παιδιά τυπικής ανάπτυξης. Έχει ενδιαφέρον να πραγματοποιηθούν περισσότερες έρευνες, προκειμένου να εμπλουτιστούν οι γνώσεις μας για αυτή την ομάδα παιδιών και να ενισχυθούν οι ικανότητές τους για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Για παράδειγμα, καλό θα είναι να σχεδιαστεί και να πραγματοποιηθεί, στα πλαίσια έρευνας, διδακτική παρέμβαση με στόχο την ανάδειξη των στρατηγικών αίσθησης του αριθμού από τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες, την εξοικείωσή τους με νέες στρατηγικές και την καλλιέργεια της ευελιξίας τους στη διαχείριση καταστάσεων αίσθησης του αριθμού. Άλλωστε, τα ευρήματα από την παρούσα εργασία παρουσιάζουν ενδείξεις ότι τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες είναι απολύτως σε θέση να εμφανίσουν την ικανότητα αίσθησης του αριθμού.

Βιβλιογραφία

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- Almeida, R., Bruno, A., & Perdomo-Díaz, J. (2016). Strategies of number sense in pre-service secondary mathematics teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(5), 959-978.
- Alsawaie, O. N. (2011). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*, 1071–1097.
- Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*. London: Continuum.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current directions in psychological science, 11*(5), 181-185.
- Aunio, P. (2006) Number sense in young children—(Inter)national group differences and an intervention programme for children with low and average performance. Doctoral dissertation. Research Report 269, University of Helsinki.
- Aytekin, C., & Tolukuçar, Z. (2014). Investigation of middle school students' estimation ability with fractions. *Elementary Education Online, 13*(2), 546-563.
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-409.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of learning disabilities, 38*(4), 333-339.
- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*(3), 221-247.
- Bruno, A., & Almeida, R. (2017). Establishing profiles on the use of number sense. *Journal of Research in Mathematics Education, 6*(1), 56-84.

- Butterworth, B. (2008). Developmental dyscalculia. *Child neuropsychology: Concepts, Theory, and Practice*, 357-374.
- Can, D., & Özdemir, İ. E. (2020). An examination of fourth-grade elementary school students' number sense in context-based and non-context-based problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1333-1354.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical thinking and learning*, 6(2), 81-89.
- Clements D. & Sarama J. (2008) Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Education Research Journal*, 45(2), 443–494.
- Cekirdekci, S., Sengul, S., & Dogan, C. (2016). Examining the relationship between number sense and mathematics achievement of the 4th grade students. *Qualitative Studies (NWSAQs)*, 11(4), 48-66.
- Çilingir D., & Türnüklü, E. B. (2009). Estimation Ability and Strategies of the 6th-8th Grades Elementary School Students. *Elementary Education Online*, 8(3), 637-650.
- Country-Clarke, M., & Wessels, H. (2014). Number sense of final year pre-service primary school teachers. *Pythagoras*, 35(1), 1-9.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & language*, 16(1), 16-36.
- Department for Education and Skills, (2001). Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia. Retrieved from: scotens.org/sen/resources/dyslexia_leaflet_maths.pdf
- Dolma, P. (2002). The relationship between estimation and computational ability of students in Years 5, 7 and 9 for whole and rational numbers. Retrieved from <https://ro.ecu.edu.au/theses/742>
- Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 45-55.
- Dowker, A., Flood, A., Griffiths, H., Harriss, L., & Hook, L. (1996). Estimation strategies of four groups. *Mathematical Cognition*, 2(2), 113-135.
- Dowker, A. (1997). Young children's addition estimates. *Mathematical Cognition*, 3(2), 140-153.
- Dowker, A. (2003). Interventions in numeracy: Individualized approaches. *Enhancing primary mathematics teaching*, 127-138.

- Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object-files: evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, 6(5), 568-584.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), 493.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2010). Mathematical disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 130-133.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 54(3), 372-391.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, 15(7), 635-647.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child development*, 78(4), 1343-1359.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 293-304.
- Ginsburg, H. P., & Golbeck, S. L. (2004). Thoughts on the future of research on mathematics and science learning and education. *Early childhood research quarterly*, 19(1), 190-200.
- Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social policy report*, 22(1), 1-24.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
- Hall, A. (2008). Specific learning difficulties. *Psychiatry*, 7(6), 260-265.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of educational psychology*, 93(3), 615.
- Hanson, S.A. & Hogan, T.P. (2000). Computational estimation skill of college students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 483-499.

- International Dyslexia Association (2008). *Definition of Dyslexia*. Retrieved from <https://dyslexiaida.org/definition-of-dyslexia/>
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development, 74*(3), 834-850.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child development, 77*(1), 153-175..
- Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B., & Irwin, C. (2012). Building kindergartners' number sense: A randomized controlled study. *Journal of educational psychology, 104*(3), 647.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and individual differences, 20*(2), 82-88.
- Kay, J., & Yeo, D. (2012). *Dyslexia and maths*. London and New York: David Fulton.
- Koleza, E., & Koleli, M. (2014). Investigating prospective elementary teachers' number sense through mental computation strategies. Menon: Journal Of Educational Research, 1st Thematic Issue Florina, 126–143. Retrieved from <http://www.edu.uowm.gr/site/book/export/html/487>
- Κολέζα, Ε. (2009). Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών, Αθήνα: Τόπος.
- Lago, R. M., & DiPerna, J. C. (2010). Number sense in kindergarten: A factor-analytic study of the construct. *School Psychology Review, 39*(2), 164-180.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9-year-old students. *Cognition, 93*(2), 99-125.
- LeFevre, J. A., Greenham, S. L., & Waheed, N. (1993). The development of procedural and conceptual knowledge in computational estimation. *Cognition and Instruction, 11*(2), 95-132.
- Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2002). Children's strategies in computational estimation. *Journal of experimental child psychology, 82*(4), 281-304.
- Lemonidis, C., Tsakiridou, H., & Meliopoulos, I. (2015). In-service teachers' number sense content knowledge and teaching practice in rational numbers. Symposium: SIG 11-Teaching and Teacher Education, 16th Conference EARLI. Cyprus.

- Levine, D. R. (1982). Strategy use and estimation ability of college students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 350-359.
- Lewis, J. C. (1994). The effect of context and gender on assessment of estimation. Paper presented at the Annual Meeting of the Orleans, LA, April 5-7, 1994.
- Maclellan, E. (2001). Mental calculation: Its place in the development of numeracy. *Westminster studies in education*, 24(2), 145-154.
- Markovits, Z., & Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-44.
- McIntosh, A., Reys, R. E., & Reys, B. J. (1997). Mental computation in the middle grades: The importance of thinking strategies. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(5), 322-327.
- McIntosh, A. (2004). Where we are today. In A. McIntosh & L. Sparrow (Eds.), *Beyond written computation* (pp.3-14). Perth: MASTEC.
- Mercer, C. D., Mercer, A. R., & Pullen, P. C. (2011). *Teaching students with learning problems* (8th ed). Upper Saddle River, N.J: Pearson.
- Mix, K. S., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1999). Early fraction calculation ability. *Developmental psychology*, 35(1), 164.
- Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2002). *Quantitative development in infancy and early childhood*. New York: Oxford University Press.
- Research Advisory Committee of the National Council of Teachers of Mathematics. (1988). NCTM curriculum and evaluation standards for school mathematics: Responses from the research community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(4), 338-344.
- Nuerk, H. C., Weger, U., & Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition*, 82(1), B25-B33.
- Opfer, J. E., & DeVries, J. M. (2008). Representational change and magnitude estimation: Why young children can make more accurate salary comparison than adults. *Cognition*, 108(3), 843-849.
- Reys, B. J. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 114-120.

- Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics, 99*(2), 61-70.
- Reys, R., Reys, B., Nohda, N., Ishida, J., Yoshikawa, S., & Shimizu, K. (1991). Computational estimation performance and strategies used by fifth-and eighth-grade Japanese students. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(1), 39-58.
- Reys, R., Rybolt, J., Bestgen, B., & Wyatt, J. W. (1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathematics Education, 13*(3), pp. 183-201.
- Reys, R., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth-and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(2), 225-237.
- Robinson, C. S., Menchetti, B. M., & Torgesen, J. K. (2002). Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 17*(2), 81-89.
- Rourke, B. P. (Ed.). (1995). *Syndrome of nonverbal learning disabilities: Neurodevelopmental manifestations*. New York, London: The Guilford Press.
- Segovia, I., & Castro, E. (2009). Computational and measurement estimation: curriculum foundations and research carried out at the University of Granada, Mathematics Didactics Department. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 17*(7), 499–536.
- Sengül, S. (2013). Identification of Number Sense Strategies used by Pre-service Elementary Teachers. *Educational Sciences: Theory and Practice, 13*(3), 1965-1974.
- Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric neurology, 24*(5), 337-342.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 197-212). New York: Psychology Press.
- Simmons, F. R., & Singleton, C. (2009). The mathematical strengths and weaknesses of children with dyslexia. *Journal of Research in Special Educational Needs, 9*(3), 154-163.
- Sowder, L. (1989). Searching for affect in the solution of story problems in mathematics. In *Affect and mathematical problem solving* (pp. 104-113). New York: Springer.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). The National Council of Teachers of

Mathematics.

- Sowder, J. T., & Wheeler, M. M. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 130–146.
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 76(2), 249-274.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Threadgill-Sowder, J. (1984). Computational estimation procedures of school children. *The Journal of Educational Research*, 77(6), 332-336.
- Toffalini, E., Giofrè, D., & Cornoldi, C. (2017). Strengths and Weaknesses in the Intellectual Profile of Different Subtypes of Specific Learning Disorder: A Study on 1,049 Diagnosed Children. *Clinical Psychological Science*, 5(2), 402-409.
- Whitacre, I. (2015). Strategy ranges: Describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 353-373.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749–750.
- Yang, D.C. (2005) Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Journal of Educational Studies*, 31(3), 317-333.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D. C. (2019). Development of a three-tier number sense test for fifth-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 101(3), 405-424.
- Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(4), 789-807.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 383-403.
- Van Nes, F., & De Lange, J. (2007). Mathematics education and neurosciences: Relating spatial structures to the development of spatial sense and number sense. *The Mathematics Enthusiast*, 4(2), 210-229.

Ελληνόγλωσση βιβλιογραφία

- Αγαλιώτης, Ι. (2011). *Διδασκαλία Μαθηματικών στην Ειδική Αγωγή και Εκπαίδευση: Φύση και εκπαιδευτική διαχείριση των μαθηματικών δυσκολιών*. Αθήνα: Γρηγόρη.
- Δεσλή Δ. (2011). Ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης από παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στα Πρακτικά του 4ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών. Ιωάννινα: Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.
- Δεσλή, Δ., & Ανεστάκης, Π. (2014). Υπολογιστικές εκτιμήσεις και η διδασκαλία τους: επιδόσεις, στρατηγικές και στάσεις υποψήφιων εκπαιδευτικών. Στα Πρακτικά του 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της ΕΝΕΔΙΜ. Φλώρινα: Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.
- Δεσλή, Δ. & Μυρόβαλη, Β. (2017). Η αίσθηση του αριθμού σε παιδιά Ε' και Στ' Δημοτικού και οι στρατηγικές τους κατά την επίλυση παισιωμένων και μη παισιωμένων προβλημάτων. Στα Πρακτικά του 31ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας (σελ. 280-289). Βέροια: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.
- Δεσλή, Δ., & Παπαχρήστος, Γ. (2019). *Επίδοση και στρατηγικές παιδιών και ενηλίκων σε νοερούς υπολογισμούς με κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς: ο ρόλος του πλαισίου* (No. IKEECONF-2020-1307, pp. 285-294). Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.
- Λεμονίδης, Χ., (2013). *Μαθηματικά της φύσης και της ζωής. Νοεροί υπολογισμοί*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.
- Λεμονίδης, Χ., & Καϊάφα, Ι. (2014). Κατανόηση και ευελιξία των μαθητών Ε' και Στ' τάξης στους υπολογισμούς με ρητούς αριθμούς. Στα Πρακτικά του 5^{ου} Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών.

Παράρτημα

ΕΡΓΑ

- **Task 1: Σχετικό μέγεθος αριθμών – Relative number size:**

A) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο κλάσμα είναι μεγαλύτερο; **α)** $\frac{4}{7}$ **β)** $\frac{2}{8}$

B) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο κλάσμα είναι πιο κοντά στο 1; **α)** $\frac{4}{5}$ **β)** $\frac{7}{8}$

Γ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιος αριθμός είναι πιο κοντά στο 200.000; **α)** 188.700 **β)** 205.500

Δ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να βρεις ποιο είναι μεγαλύτερο; **α)** 3,6 **β)** 3,17

- **Task 2: Πολλαπλή αναπαράσταση αριθμών και πράξεων – Multiple representation of numbers and operations:**

A) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, συμπλήρωσε: $143 + 122 = 142 + \underline{\quad}$

B) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, συμπλήρωσε: $580 - 320 = \underline{\quad} - 220$

Γ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, συμπλήρωσε: $3 \times 50 = 125 + \underline{\quad}$

Δ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, συμπλήρωσε: $120 : 3 = 35 + \underline{\quad}$

- **Task 3: Λογικότητα των εκτιμήσεων – Reasonableness of estimates:**

A) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει: 6×999 ;

B) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει: **$980 + 812 + 176$** ;

Γ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει: **$99 : 4$** ;

Δ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις πόσο περίπου κάνει: **$10.500 - 670$** ;

• **Task 4: Σχετική επίδραση των πράξεων στους αριθμούς – Relative effect of operations on numbers:**

A) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις αν το άθροισμα **$351 + 239$** είναι: α) **μικρότερο από 500** ή β) **μεγαλύτερο από 500**;

B) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι **πιο κοντά** στο γινόμενο **6×15** : α) το **5×20** ή β) το **6×10** ;

Γ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, μπορείς να εκτιμήσεις αν η διαφορά **$527 - 472$** είναι: α) **μικρότερη του 100** ή β) **μεγαλύτερη του 100**;

Δ) Χωρίς να κάνεις υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι, ποιο από τα παρακάτω πηλίκα είναι **πιο κοντά** στο **$150 : 3$** α) το **$150 : 4$** ή β) το **$160 : 3$** ;

ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ

Όνομα: Τάξη: Ομάδα: A / B
Ημερ/νία Γέννησης: Φύλο:

Έργο 1 **Πώς το σκέφτηκες;**

A)

B)

Γ)

Δ)

Έργο 2 **Πώς το σκέφτηκες;**

A)

B)

Γ)

Δ)

Έργο 3

Πώς το σκέφτηκες;

Α)

Β)

Γ)

Δ)

Έργο 4

Πώς το σκέφτηκες;

Α)

Β)

Γ)

Δ)