



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ\***  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ**  
**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

**«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ Α' ΗΛΙΚΙΑΚΟΥ ΚΥΚΛΟΥ**  
**(5-12 ΧΡΟΝΩΝ)**

Διπλωματική εργασία

**Αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του**  
**Δημοτικού για το μαθηματικό παιχνίδι**

**Play-based mathematical learning in junior primary grades: Teachers' views**  
**and practises**

της

**Μπυλιαδέρη Λαμπρινής**  
**ΑΕΜ: 952**

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Παπανδρέου Μαρία, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια  
Εξεταστές: Δεσλή Δέσποινα, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια και Τζεκάκη Μαριάννα,  
Καθηγήτρια

Θεσσαλονίκη, 2021

\*Όπως μετονομάστηκε η Παιδαγωγική Σχολή με τον Ν.4610/2019, ΦΕΚ70/τ.Α'07-5-2019

## **Δήλωση για τη γνησιότητα της Διπλωματικής εργασίας**

Εγώ, η *Μπυλιαδέρη Λαμπρινή*, γνωρίζοντας τις συνέπειες της λογοκλοπής, δηλώνω υπεύθυνα ότι η παρούσα εργασία με θέμα «*Αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του Δημοτικού για το μαθηματικό παιχνίδι*» αποτελεί προϊόν αυστηρά προσωπικής εργασίας και όλες οι πηγές που έχω χρησιμοποιήσει έχουν δηλωθεί κατάλληλα στις βιβλιογραφικές παραπομπές και αναφορές. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο ή / και πηγές άλλων συγγραφέων αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή.

Στους αγαπημένους μου γονείς,  
Κωνσταντίνο & Κυριακή  
που με στηρίζουν και δεν παύουν να πιστεύουν σε εμένα.

## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της μεταπτυχιακής διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς εκείνους τους ανθρώπους που με βοήθησαν στην υλοποίησή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την κύρια Παπανδρέου Μαρία που είχε την εποπτεία της εργασίας αυτής. Την ευχαριστώ για την εμπιστοσύνη, την ενθάρρυνση, τη στήριξη και την υπομονή που μου έδειξε στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να την ευχαριστήσω για όλες τις υποδείξεις και τις επικοινωνητικές παρατηρήσεις της, που με βοήθησαν να ολοκληρώσω την εργασία αυτή.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω, την κ. Τζεκακη Μαριάννα και την κ. Δεσλή Δέσποινα, μέλη της εξεταστικής επιτροπής, για τον χρόνο που διέθεσαν για την αξιολόγηση της εργασίας μου και για την θετική και υποστηρικτική τους διάθεση.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να δώσω επίσης, σε όλους/ες τους/τις εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στο δείγμα της έρευνας, διέθεσαν χρόνο και μοιράστηκαν μαζί μου τις σκέψεις, τις απόψεις και τις πρακτικές τους.

Τέλος, θα ήθελα να απευθύνω ένα μεγάλο και θερμό ευχαριστώ στους γονείς μου για τη συνεχή συμπαράσταση, για τις πολύτιμες συμβουλές τους και για όλα όσα μου έχουν προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια της ζωής μου και των σπουδών μου.

## Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη .....	- 1 -
Λέξεις-κλειδιά .....	- 1 -
Abstract.....	- 2 -
Keywords.....	- 2 -
Εισαγωγή .....	- 3 -
<i>Θεωρητική Επισκόπηση της Βιβλιογραφίας</i> .....	- 4 -
Η διδασκαλία των Μαθηματικών .....	- 5 -
Τα μαθηματικά ως γνωστικό αντικείμενο και η σημασία τους .....	- 5 -
Αρνητικά συναισθήματα απέναντι στα μαθηματικά.....	- 6 -
Η διδασκαλία των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού .....	- 7 -
Η παιδαγωγική του παιχνιδιού.....	- 10 -
Παιχνίδι: Θεωρίες και Ορισμοί.....	- 10 -
Η παιδαγωγική του παιχνιδιού: Προσεγγίσεις και Ορισμοί .....	- 13 -
Κατηγοριοποιήσεις παιχνιδιών .....	- 15 -
Μαθηματικά και παιχνίδι.....	- 16 -
Το μαθηματικό παιχνίδι .....	- 16 -
Κατηγοριοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών .....	- 18 -
Ο ρόλος του μαθηματικού παιχνιδιού για τη μάθηση.....	- 20 -
Το μαθηματικό παιχνίδι στις μικρές τάξεις (Α' & Β') του Δημοτικού στην Ελλάδα σύμφωνα με το Αναλυτικό πρόγραμμα .....	- 21 -
Αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση.....	- 25 -
Αντιλήψεις εκπαιδευτικών για το παιχνίδι και την αξιοποίησή του .....	- 25 -
Πρακτικές εκπαιδευτικών σχετικές με το παιχνίδι .....	- 26 -
Παράγοντες που εμποδίζουν την ενσωμάτωση του παιχνιδιού στη διδασκαλία.....	- 28 -
Στόχος και ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας.....	- 29 -
<i>Ερευνητική Προσέγγιση Θέματος</i> .....	- 32 -
Μεθοδολογία Έρευνας .....	- 33 -
Μεθοδολογική Προσέγγιση.....	- 33 -
Δείγμα .....	- 34 -
Εργαλεία Συλλογής δεδομένων .....	- 36 -
Ερευνητική Διαδικασία.....	- 38 -

Εγκυρότητα και Αξιοπιστία της Έρευνας .....	38 -
Ανάλυση Δεδομένων.....	39 -
Παρουσίαση Αποτελεσμάτων.....	48 -
Θέμα: «Χαρακτηριστικά μαθηματικού παιχνιδιού» .....	48 -
Θέμα: «Μορφές μαθηματικών παιχνιδιών» .....	51 -
Θέμα: «Θέσεις μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία» .....	52 -
Θέμα: «Ενέργειες εκπαιδευτικών όταν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι» .....	53 -
Θέμα: «Κατηγορίες μαθηματικών παιχνιδιών» .....	56 -
Θέμα: «Παράγοντες ενθάρρυνσης» .....	59 -
Θέμα: «Παράγοντες αποθάρρυνσης».....	60 -
Θέμα: «Προτάσεις βελτίωσης».....	62 -
Συζήτηση Αποτελεσμάτων .....	63 -
Οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για το μαθηματικό παιχνίδι .....	63 -
Οι πρακτικές των εκπαιδευτικών σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι.....	65 -
Οι παράγοντες ενθάρρυνσης και αποθάρρυνσης των εκπαιδευτικών ως προς την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού.....	67 -
Συμπεράσματα, περιορισμοί και προεκτάσεις της έρευνας.....	70 -
Βιβλιογραφία .....	73 -
Παράρτημα .....	78 -
Κάλεσμα προς τους εκπαιδευτικούς για συμμετοχή στην έρευνα .....	78 -
Οδηγός συνέντευξης-Ερωτήσεις.....	78 -

## Περίληψη

Η διδασκαλία των μαθηματικών στα πλαίσια μίας ρεαλιστικής διάστασης, βασισμένης σε καθημερινά και οικεία για τους μαθητές περιβάλλοντα, με στόχο την ανακάλυψη μαθηματικών ιδεών έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας με απώτερο σκοπό τη θεμελίωση μίας υψηλού επιπέδου μαθηματικής εκπαίδευσης. Το μαθηματικό παιχνίδι αποτελεί το βασικό στοιχείο της καθημερινότητας των μικρών παιδιών και προσφέρει ένα υποστηρικτικό περιβάλλον που τους δίνει ευκαιρίες να επαναλαμβάνουν διαδικασίες, να βιώνουν επιτυχίες, να διατυπώνουν ερωτήσεις, να συζητούν με τους συμπαίκτες και να διευκρινίζουν τις ιδέες τους, χωρίς πίεση. Το ενδιαφέρον, η διασκέδαση, η αίσθηση ευθύνης, η οργάνωση και η διαχείριση των κινήσεων ενισχύουν τη δημιουργική και με αυτοπεποίθηση μαθηματική σκέψη των μαθητών. Για αυτούς τους λόγους το μαθηματικό παιχνίδι αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο μάθησης και διδασκαλίας στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Στην παρούσα έρευνα διερευνήθηκαν οι αντιλήψεις και οι πρακτικές των εκπαιδευτικών σχετικά με την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Διενεργήθηκε ποιοτική έρευνα σε 12 εκπαιδευτικούς των πρώτων τάξεων, μέσω γραπτών τεκμηρίων και συνεντεύξεων. Μέσα από τα γραπτά τεκμήρια και τις απαντήσεις τους στις συνεντεύξεις εντοπίστηκαν τα χαρακτηριστικά που προσδίδουν στο μαθηματικό παιχνίδι, τα είδη που συνηθίζουν να χρησιμοποιούν, οι τρόποι με τους οποίους το εμπνέονται, το οργανώνουν και το υλοποιούν, η εμπλοκή αυτών αλλά και των μαθητών στις αντίστοιχες διδασκαλίες και τέλος οι παράγοντες που τους ενθαρρύνουν ή τους αποθαρρύνουν να το χρησιμοποιούν. Μέσα από τα ευρήματα αυτής της έρευνας προκύπτει ότι οι εκπαιδευτικοί δεν θεωρούν το ΜΠ ως μία ικανή προσέγγιση για την απόκτηση της μαθηματικής γνώσης, αλλά μία συμπληρωματική μέθοδο για να προσφέρουν τη διασκέδαση στα παιδιά και να δώσουν μία πιο ευχάριστη πτυχή στη διαδικασία. Τα ευρήματα συνοψίζουν την αδυναμία των εκπαιδευτικών να αντιληφθούν τη σύνδεση του ΜΠ με διαδικασίες οριζόντιας μαθηματοποίησης, επιλέγοντας αυστηρά δομημένα μαθηματικά παιχνίδια που δεν ικανοποιούν βασικά χαρακτηριστικά, όπως η δημιουργικότητα, η ευελιξία και εφευρετικότητα του παίκτη-μαθητή στις αποφάσεις για την εξέλιξη του παιχνιδιού και η διαπραγμάτευση των κανόνων. Έτσι, οι διδακτικές προτάσεις των εκπαιδευτικών αυτής της έρευνας μπορούν να χαρακτηριστούν ως μαθηματικές ασκήσεις οι οποίες επιδιώκουν μεν την εμπλοκή των μαθητών μέσω της διασκέδασης αλλά απαιτούν κυρίως αποσπασματικές ενέργειες που τα παιδιά ήδη τις έχουν μάθει (π.χ. απομνημόνευση προπαίδειας). Με άλλα λόγια, οι προτάσεις τους δεν φαίνεται να εξασφαλίζουν την ενεργή νοητική δράση των μαθητών που οδηγεί σε μαθηματικές γενικεύσεις και τυποποιήσεις.

## Λέξεις-κλειδιά

Διδακτική των μαθηματικών, μαθηματικό παιχνίδι, παιδαγωγική του παιχνιδιού, αντιλήψεις & πρακτικές εκπαιδευτικών

## **Abstract**

Teaching mathematics based on students everyday's life and experience with the aim of discovering big mathematical ideas has attracted the interest of scientific community with a goal of accomplishing a high level of mathematical education. The mathematical play (MP) constitutes an important key element of young children's daily lives by offering them a supportive framework and providing opportunities to repeat processes, experience success, ask questions, interact with their peers and clarify ideas without pressure. In this context, stimulating interest and curiosity, fun, a sense of responsibility, and management of responses can all enhance students' creative and confident mathematical thinking. For these reasons, MP is an important tool for learning and teaching mathematic in the first grades of elementary school. In the present study, the perspectives and practices of teachers regarding the implementation of MP as a teaching strategy in the first grades of primary school were explored. A small-scale qualitative research was conducted involving 12 primary school teachers, teaching in the first grades. Data was gathered through written documents and semi-structured interviews. Analyzing teachers' responses, we identified the way they conceptualize MP and the characteristics they attribute to MP, the types of MP they usually use and the ways they plan their teaching through MP. Besides that, our findings revealed the way teachers and students are involved in MP and the factors that encourage or discourage students from engaging in mathematical play activities. The results indicated that teachers do not generally consider MP as an adequate strategy for building students' mathematical knowledge. Instead, they view MP as an adds-on, offering to children an enjoyable insight into the process of learning mathematics. The findings also suggest that the participants seem unable to connect MP with horizontal mathematization processes, since they primarily choose strictly structured mathematical games that do not encourage student-players to make decisions about the game progress, negotiate rules and express creativity, flexibility, and inventiveness. Thus, teachers' suggestions for MP can be characterized as fun mathematical exercises that although aim to engage students, they require fragmentary actions already learned or memorized by them (e.g., memorization of multiplication facts). In other words, what the participants of this study suggest does not ensure students' mental activity that results in mathematical generalizations.

## **Keywords**

Mathematics teaching, math game, play-based learning, teachers' views & practices



## Εισαγωγή

Ένας από τους σπουδαιότερους στόχους της εκπαίδευσης στα μαθηματικά είναι η επίτευξη μίας υψηλού βαθμού μαθηματικής εκπαίδευσης, η οποία εστιάζει στην επαφή των μαθητών με ιδέες και καταστάσεις που βρίσκονται σε μία πορεία θεμελίωσης και ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών (Sarama & Clements, 2009β). Σημαντικό ρόλο σε μία τέτοια εκπαίδευση έχει η ρεαλιστική προσέγγιση, η οποία προτείνει καταστάσεις πλαισιωμένες από καθημερινά και πραγματικά δεδομένα, με στόχο ο μαθητής να ανακαλύπτει τα μαθηματικά νοήματα μέσα από αυθεντικά πλαίσια. Απώτερος σκοπός μίας τέτοιου είδους εκπαίδευσης είναι μεταξύ άλλων, η καλλιέργεια αγάπης και η κατάρριψη αρνητικών συναισθημάτων και φόβου (math phobia) που τείνουν να αναπτύσσουν πολλοί μαθητές απέναντι στα μαθηματικά.

Δεδομένου του σπουδαίου ρόλου που παίζει στη ζωή ενός παιδιού το παιχνίδι, γίνεται λόγος για την παιδαγωγική του παιχνιδιού και λαμβάνοντας υπόψη ότι το παιχνίδι θεωρείται ως το «όχημα» προς τη μάθηση, και ως προς τα μαθηματικά ένα απαραίτητο στοιχείο της δημιουργικότητας των παιδιών (Helenius et al., 2016), το ευρύτερο θέμα της συγκεκριμένης εργασίας είναι η διερεύνηση της αξιοποίησης του μαθηματικού παιχνιδιού στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Στόχος είναι όχι μόνο η διερεύνηση των απόψεων και των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού για το τι θεωρούν οι ίδιοι ότι είναι το μαθηματικό παιχνίδι, αλλά και η μελέτη καθημερινών πρακτικών τους σχετικά με το σχεδιασμό, την οργάνωση, την εφαρμογή και την αξιολόγηση του κατά την εκπαιδευτική διαδικασία.

Αρχικά, στο πρώτο μέρος παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο στηρίζεται η έρευνα. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζονται οι σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του δημοτικού, αναλύεται η παιδαγωγική θεωρία του παιχνιδιού και γίνεται η σύνδεση με τα μαθηματικά. Έτσι, ορίζεται και αναλύεται λεπτομερώς η έννοια του μαθηματικού παιχνιδιού. Επίσης, παρουσιάζονται οι σχετικά περιορισμένες έρευνες που έχουν μελετήσει τις αντιλήψεις και τις πρακτικές σχετικά με την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού και τέλος, διατυπώνεται ο σκοπός και τα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας.

Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε στην παρούσα μελέτη για τη διεξαγωγή της έρευνας, προσδιορίζοντας και τεκμηριώνοντας την επιλογή της μεθόδου, του δείγματος, των ερευνητικών εργαλείων, της ερευνητικής διαδικασίας, των κριτηρίων εγκυρότητας και αξιοπιστίας και του τρόπου ανάλυσης των ποιοτικών δεδομένων. Ακολουθούν τα κεφάλαια της παρουσίασης των αποτελεσμάτων, της ανάλυσης και ερμηνείας τους σύμφωνα με το θεωρητικό πλαίσιο και τα τρία ερευνητικά ερωτήματα. Τέλος, συνοψίζονται τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τα ευρήματα, παρουσιάζονται οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα όπως και οι περιορισμοί της παρούσας έρευνας.

*Θεωρητική Επισκόπηση της  
Βιβλιογραφίας*

## Η διδασκαλία των Μαθηματικών

### Τα μαθηματικά ως γνωστικό αντικείμενο και η σημασία τους

Σύμφωνα με τον Van de Walle (2007), τα μαθηματικά είναι μία επιστήμη πραγμάτων που έχουν πρότυπο κανονικότητας και λογικής σειράς. Ως επιστήμη, ο ίδιος θεωρεί τη διαδικασία αντίληψης ή κατανόησης πραγμάτων, η οποία ξεκινά από καταστάσεις που βασίζονται σε κάποιο πρόβλημα. Βρίσκοντας και διερευνώντας την κανονικότητα, στην οποία αναφέρεται, μπορεί κανείς να «κάνει μαθηματικά». Γίνεται λοιπόν διακριτή η μετατόπιση του ενδιαφέροντος από το «μαθαίνω μαθηματικά» στο «κάνω μαθηματικά». Με λίγα λόγια, μαθαίνω να σκέφτομαι με τρόπους που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη ή αναπτύσσω μεθοδική σκέψη (Τζεκάκη, 2010).

Τα μαθηματικά αποτελούν μία αλυσίδα, η οποία δομείται από κρίκους και αν ένας από αυτούς, είναι αδύναμος ή ελλιπής, τότε η ισχύς όλης της αλυσίδας επηρεάζεται και μεταβάλλει, τόσο τους προηγούμενους κρίκους, όσο και τους επόμενους (McGrath, 2010). Επιπλέον, παράγοντες όπως η ανάγκη για ακρίβεια, η γνώση και η σωστή χρήση συγκεκριμένης γλώσσας, η έκθεση σε πολλαπλές σωστές και λανθασμένες απαντήσεις και γενικότερα η αφηρημένη φύση τους διαφοροποιεί τα μαθηματικά από άλλα γνωστικά αντικείμενα και τα καθιστά ως ένα δύσκολο αντικείμενο. Παρ' όλα αυτά, η ίδια η αφηρημένη φύση τους είναι αυτή που κάνει τα μαθηματικά ένα τόσο ισχυρό εργαλείο, καθώς το ίδιο αφηρημένο κομμάτι των μαθηματικών μπορεί να λύσει προβλήματα πολλών διαφορετικών περιστάσεων (Moyles, 2007). Η μαγεία των μαθηματικών δύναται να μας εκπλήσσει, καθώς η απάντηση ενός ερωτήματος, προερχόμενο από την καθημερινότητα, βασισμένη στη μαθηματική ανάλυση προσφέρει στον καθένα, ένα είδος ικανοποίησης (McGrath, 2010).

Πέραν όμως της προσωπικής ικανοποίησης τα μαθηματικά είναι απαραίτητα για κάθε μέλος της κοινωνίας. Παρ' όλα αυτά, για πολλούς, τα ίδια θεωρούνται μη βασισμένα στην καθημερινότητα. Το να μην είναι κάποιος καλός στα μαθηματικά είναι, λανθασμένα ωστόσο, κοινωνικά αποδεκτό (McGrath, 2010). Τα μαθηματικά είναι απαραίτητα για τη καθημερινή προσωπική και επαγγελματική ζωή κάθε εγγράμματου πολίτη, ώστε να μπορέσει να αναπτύξει την μαθηματικό-λογική του σκέψη και να είναι σε θέση να αντιμετωπίσει μελλοντικά, βασικά μαθηματικά προβλήματα της καθημερινότητας. Ο κόσμος του 21<sup>ου</sup> αιώνα προχωράει μπροστά, αναζητώντας μία δημιουργική τάξη που κατέχει εννοιολογική και δημιουργική γνώση (Singer, Golinkoff & Hirsh-Pasek, 2006) και συνεπώς είναι δικαίωμα αλλά και υποχρέωση του καθενός να κατανοεί τα μαθηματικά και να τα χρησιμοποιεί ως εργαλείο για την ερμηνεία και την κριτική συνείδηση απέναντι στα καθημερινά κοινωνικά-πολιτικά-πολιτιστικά φαινόμενα (Gutiérrez, 2013). Σε έναν κόσμο που συνεχώς αλλάζει, όσοι καταλαβαίνουν και είναι σε θέση να κάνουν μαθηματικά θα έχουν πολύ περισσότερες ευκαιρίες και επιλογές στη διαμόρφωση του μέλλοντος τους (Van de Walle, 2007).

Από τα πρώτα χρόνια της ζωής τους, τα μικρά παιδιά έχουν μία ικανότητα να μαθαίνουν μαθηματικά και να αναπτύσσουν ενδιαφέρον προς αυτά (Sarama & Clements, 2009b). Σύμφωνα με έρευνες (Edo et al., 2009· McGrath, 2010· Worthington & van Oers, 2016), ένα παιδί ερχόμενο στο σχολείο είναι πιο έτοιμο από ότι κοινώς θεωρείται, για να κάνει μαθηματικά καθώς ένα μικρό αλλά ικανοποιητικό μέρος της μαθηματικής σκέψης και γνώσης έχει ήδη αναπτυχθεί μέσω της πολιτισμικής αλληλεπίδρασης του με άλλα άτομα. Οτι γνωρίζουν ήδη με την είσοδό τους στο

νηπιαγωγείο και στην πρώτη τάξη του δημοτικού αποτελεί οίονο για τη μαθηματική επιτυχία των επόμενων ετών (Sarama & Clements, 2009b). Υπάρχει συνεπώς μία μεγάλη πιθανότητα οι μαθητές να αποκτήσουν ενθουσιασμό για τα μαθηματικά, αλλά και επιτυχία σε αυτά, αν τα σχολικά ερεθίσματα με τα οποία θα έρθουν σε επαφή, επιτρέψουν τη κινητοποίηση και την επιτυχία τους. Άλλωστε όλα τα παιδιά είναι ικανά να μάθουν όσα μαθηματικά εμείς θέλουμε και μπορούν να τα μάθουν με τρόπο που να έχει νόημα για αυτά (Van de Walle, 2007).

Ωστόσο, η προδιάθεση αυτή του μικρού μαθητή να αναπτύξει επιτυχώς τις μαθηματικές του γνώσεις και ικανότητες, συνήθως δεν αξιοποιείται στο σχολείο, καθώς σύμφωνα με τους Singer et al. (2006), αντί της ενθάρρυνσης για δημιουργικότητα και της σκέψης «εκτός κουτιού», τα περισσότερα εκπαιδευτικά συστήματα επιμένουν στην απομνημόνευση πληροφοριών. Σε πολλές περιπτώσεις, η διδασκαλία των μαθηματικών βασίζεται σε ένα σύνολο δεδομένων, τεχνικών και θεωριών χωρίς να υπάρχει σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο. Αυτή η προσέγγιση έχει οδηγήσει τα περισσότερα παιδιά να θεωρούν τα μαθηματικά ένα δυσάρεστο και ταυτόχρονα δύσκολο μάθημα (Perera et al., 2017). Ο αρχικός ενθουσιασμός τους μετατρέπεται σε ανάγκη για απομνημόνευση και η αυτοπεποίθησή τους σε φόβο και αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά, καταστάσεις που είναι σχεδόν απίθανο να αλλάξουν σε μεταγενέστερο χρόνο (Copley, 2000, όπως αναφέρεται από την McGrath, 2010).

### Αρνητικά συναισθήματα απέναντι στα μαθηματικά

Τα μαθηματικά προκαλούν σε πολλούς μαθητές αρνητικά συναισθήματα που ποικίλουν. Το άγχος για τα μαθηματικά κυριεύει ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών. Ο όρος «math phobia», αναπτύχθηκε από τον Brown (1989), για να περιγράψει την φοβία και ανασφάλεια που νιώθουν οι μαθητές απέναντι στα μαθηματικά και η οποία έχει αρνητική επίδραση στην επίδοσή τους (όπως αναφέρεται στον Fokides, 2018). Φαίνεται ότι το λίγο άγχος δεν είναι απαραίτητα κακό, καθώς μπορεί να οξύνει το νου (McGrath, 2010). Ωστόσο το έντονο άγχος, τόσο στα παιδιά, όσο και στους ενήλικες, συνήθως επιδρά αρνητικά και εμποδίζει τη μάθηση.

Το άγχος απέναντι στα μαθηματικά μπορεί να προκληθεί λόγω διαφόρων παραγόντων. Ο ρυθμός και ο τρόπος με τον οποίο ένα παιδί μαθαίνει είναι πολύ πιθανόν να διαφέρει από τους συνομηλίκους του. Η πίεση που δέχεται ένας μαθητής, στο πλαίσιο μίας μη διαφοροποιημένης διδασκαλίας, είτε για επιτάχυνση, είτε για επιβράδυνση του ρυθμού μάθησης ή η επιβολή μιας και μόνο μεθόδου διδασκαλίας είναι πολύ πιθανόν να τον αποστρέψουν από τα μαθηματικά (McGrath, 2010).

Ο χρόνος αποτελεί έναν παράγοντα που συχνά επηρεάζει αρνητικά τη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, δημιουργώντας έντονο άγχος και αρνητικά συναισθήματα. Υπάρχει μία γενικότερη τάση, η οποία ωθεί τα παιδιά να επιλύουν μαθηματικές ασκήσεις γρήγορα και αυτό δημιουργεί επιπλέον πίεση, χωρίς να είναι απαραίτητη (McGrath, 2010). Είναι σημαντικό να λαμβάνονται υπόψιν οι προσωπικές ανάγκες του κάθε μαθητή, ως προς το χρόνο που χρειάζεται για να σκεφτεί και να αναπτύξει τις διάφορες ασκήσεις και δραστηριότητες, αλλά και γενικότερα τις διάφορες μαθηματικές ιδέες. Άλλωστε, οι μαθητές της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης δυσκολεύονται να συλλάβουν αφηρημένες έννοιες (Moyles, 2007· Ucus, 2015) και η κατανόηση των μαθηματικών ιδεών αναπτύσσεται βαθμιαία και σταδιακά. Όλοι χρειάζονται χρόνο για να αφομοιώσουν νέες μαθηματικές ιδέες (Moyles, 2007). Αν τα

πρώτα στάδια κατανόησης δεν δομούνται τις σωστές βάσεις, τότε ίσως η εισαγωγή σε μία νέα μαθηματική ιδέα επηρεαστεί αρνητικά.

Αρνητικά συναισθήματα μπορούν να προκληθούν στους μαθητές και από την πιθανόν αρνητική στάση των ίδιων των εκπαιδευτικών απέναντι στα μαθηματικά (Holton et al., 2001· Wickstrom et al., 2019. Η διάθεση και τα συναισθήματα του εκπαιδευτικού απέναντι σε ένα γνωστικό αντικείμενο μεταφέρονται στον τρόπο διδασκαλίας του και τελικά, στη στάση του ίδιου του μαθητή απέναντι στο εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο.

Συμπεραίνοντας, τα πρώτα χρόνια της εκπαίδευσης καθορίζουν σημαντικά τα συναισθήματα των μικρών μαθητών απέναντι στα διάφορα γνωστικά αντικείμενα και συνεπώς, είναι απαραίτητο οι ίδιοι να βιώσουν την επιτυχία στα μαθηματικά, προκειμένου να αποφευχθεί η ανάπτυξη αρνητικών συναισθημάτων. Το μαθηματικό παιχνίδι είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στα χέρια των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού, προκειμένου να διαμορφωθεί θετική στάση απέναντι στο αντικείμενο. Μάλιστα, σύμφωνα με τη McGrath (2010) “η θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά πρέπει να διατηρηθεί τουλάχιστον έως και την ηλικία των 11 ετών, ανεξάρτητα από την ικανότητά τους, ούτως ώστε να αποφευχθεί το τοίχος της αντίληψης: *Δεν μπορώ να τα καταφέρω με τα μαθηματικά*” (σ. 29).

## Η διδασκαλία των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού

Για τους παραπάνω λόγους, είναι σημαντικό η διδασκαλία των μαθηματικών να προσαρμοστεί στις ανάγκες της κοινωνίας και να προσφέρει την απαραίτητη μαθηματική γνώση και αγάπη στους μαθητές, ήδη από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Για να επιτευχθεί αυτό, απαιτείται μία υψηλού επιπέδου μαθηματική εκπαίδευση. Σύμφωνα με τους Sarama & Clements (2009), η υψηλού επιπέδου μαθηματική εκπαίδευση, κατά τις πρώτες τάξεις του δημοτικού δεν σημαίνει μεγαλύτερη και πιο έντονη πίεση της αριθμητικής σε μικρότερους μαθητές, αλλά ελευθερία των μαθητών να έρθουν σε επαφή με αυτή, καθώς παίζουν και εξερευνούν τον κόσμο τους. Πρέπει να γίνει αντιληπτό ότι οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού δεν επιδιώκουν να «μάθουν» κάτι στα παιδιά, αλλά επιδιώκουν να τους φέρουν σε επαφή με ιδέες και καταστάσεις που βρίσκονται σε μία πορεία θεμελίωσης ή ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών (Sarama & Clements, 2009β). Μία τέτοιου είδους προσέγγιση στη μαθηματική εκπαίδευση θα επιτρέψει στους μαθητές και αυριανούς πολίτες να αξιοποιήσουν μαθηματικές διαδικασίες και έννοιες στις καθημερινές προσωπικές ή επαγγελματικές τους συναλλαγές, αλλά και θα βοηθήσει στην ανάπτυξη μίας συλλογιστικής δύναμης για την ουσιαστικότερη κατανόηση των προσωπικών, επαγγελματικών και κοινωνικών καταστάσεων που τους αφορούν (Τζεκάκη, 2010). Η έμφαση στη διαμόρφωση μίας υψηλού επιπέδου μαθηματικής εκπαίδευσης, ήδη από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού, δίνεται επίσης γιατί στις ηλικίες αυτές, παράλληλα με την κοινωνική και συναισθηματική ανάπτυξη του παιδιού, μπαίνουν τα πρώτα θεμέλια για τη νοητική ανάπτυξή του (Τζεκάκη, 2010).

Κύριο στοιχείο μίας υψηλού επιπέδου μαθηματικής εκπαίδευσης είναι οι μαθητές να αποδεχτούν τη πιο βασική ιδέα στα μαθηματικά, η οποία σύμφωνα με τον Van de Walle (2007) είναι ότι τα μαθηματικά έχουν νόημα. Για να επιτευχθεί ένας τέτοιος στόχος πρέπει να υπάρξει άμεση σύνδεση με την πραγματικότητα. Έρευνες επιβεβαιώνουν ότι τα παιδιά από τις μικρότερες ηλικίες είναι σε θέση να αντιληφθούν ή να δημιουργήσουν σχήματα και να εντοπίσουν θέσεις, να συγκρίνουν ποσότητες και μεγέθη, να μετρήσουν, να αναγνωρίσουν τις αριθμητικές σχέσεις και ποσότητες χωρίς

μέτρηση, όταν όμως οι καταστάσεις είναι οικίες και τους προκαλούν το ενδιαφέρον (Τζεκάκη, 2010). Βασικός υποστηρικτής μίας διδασκαλίας των μαθηματικών με βάση την πραγματικότητά των παιδιών είναι ο Freudenthal, ολλανδός καθηγητής και ιδρυτής των 'ρεαλιστικών μαθηματικών', ο οποίος ήδη από το 1970, μίλησε για αυτό που σήμερα είναι γνωστό ως ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση (Λεμονίδης, 2003). Ένα επιπλέον σημαντικό στοιχείο, στο οποίο πρέπει να βασίζεται η μαθηματική εκπαίδευση στις πρώτες τάξεις του δημοτικού είναι η σύνδεση άτυπων και σχολικών μαθηματικών. Οι μαθητές ερχόμενοι στο σχολείο, προτού δεχτούν οποιαδήποτε διδασκαλία, διαθέτουν ήδη αρκετές άτυπες μαθηματικές γνώσεις, ικανότητες και δεξιότητες (Λεμονίδης, 2003). Τα τυπικά μαθηματικά που θα διδαχτούν οι μαθητές κατά τη διάρκεια της σχολικής τους ζωής και ιδιαίτερα στις πρώτες τάξεις, οι οποίες αποτελούν κομβικό σημείο της σύνδεσης σχολικής και εξωσχολικής ζωής, πρέπει να επέλθουν ως ακολουθία των άτυπων μαθηματικών, που οι μαθητές κατέχουν ήδη από το κοινωνικό και πολιτισμικό τους περιβάλλον.

Ο Freudenthal, όπως επισημαίνει η Τζεκάκη (2010), ήδη από το 1983 μίλησε για τον όρο «μαθηματοποίηση», στην προσπάθεια του να προτείνει τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσα από πραγματικές καταστάσεις. Ο ίδιος επισήμανε την ιδέα των μαθηματικών ως ανθρώπινη δραστηριότητα και συνεπώς τα μαθηματικά ως αντικείμενο που μπορεί να μεταδίδεται (Λεμονίδης, 2003). Έτσι, υποστήριξε ότι "η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να δίνει στους μαθητές την καθοδηγούμενη ευκαιρία να ανακαλύψουν ξανά τα μαθηματικά με το να τα πραγματοποιούν" (Λεμονίδης, 2003, σ. 30). Η αρχή της μαθηματοποίησης, σύμφωνα με τον Freudenthal, ορίζεται όταν η έμφαση δίνεται στα ίδια τα παιδιά, με σκοπό την απώτερη εξερεύνηση διαφόρων φαινομένων της καθημερινότητας και του πραγματικού κόσμου των παιδιών, στο πλαίσιο της οποίας τα μαθηματικά γίνονται μέρος αυτής της διαδικασίας (όπως αναφέρεται στους Björklund, Magnusson, & Palmér, 2018). "Ο ίδιος υποστήριξε δηλαδή ότι οι μαθηματικές οντότητες (αριθμοί, πράξεις, σχήματα, κλπ.) είναι νοερά κατασκευές και ότι η προσέγγισή τους, άρα και η ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων, μπορεί βέβαια να ξεκινάει από απλούς πρακτικούς χειρισμούς, αλλά είναι απαραίτητο να οδηγεί τους μαθητές να μετασχηματίζουν τα πραγματικά αντικείμενα με τα οποία ασχολούνται σε νοερά αντικείμενα και με τον τρόπο αυτό να τα αντιληφθούν σε ένα ανώτερο επίπεδο" (Τζεκάκη, 2010, σ. 17). Ο ορισμός των Sarama & Clements (2009) για τον όρο μαθηματοποίηση, συμπεριλαμβάνει τη δημιουργία μοντέλων της καθημερινής δραστηριότητας, με χρήση μαθηματικών αντικειμένων (π.χ. οι αριθμοί και τα σχήματα), την ενασχόληση με μαθηματικές δράσεις (π.χ. η μέτρηση και ο μετασχηματισμός σχημάτων) και τη χρήση των μαθηματικών για την κατασκευή δομών.

Η αποδοχή των μαθηματικών ως ένα παραγωγικό σύστημα, στο οποίο η γνώση κατασκευάζεται και αποτελεί μέρος της καθημερινότητας, οφείλει να αποτελεί έναν από τους βασικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης ήδη από τις πρώτες σχολικές ηλικίες. Τα μαθηματικά πρέπει να γίνονται αντιληπτά ως η δραστηριότητα και η διαδικασία της μαθηματοποίησης και όχι ως ένα κλειστό σύστημα (Λεμονίδης, 2003). Ελάχιστοι μαθητές αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως μία ανθρώπινη δημιουργία, υπό συνεχή διαπραγμάτευση (Κολέζα, 2009), καθώς τις περισσότερες φορές καλούνται να αποδεχτούν μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες τις οποίες ο δάσκαλος παρουσιάζει, χωρίς οι ίδιοι να φτάσουν από μόνοι τους σε αυτές. Εκεί βασίζονται και οι περισσότερες δυσκολίες των παιδιών στα Μαθηματικά, καθώς μερικές δράσεις και διαδικασίες που επιλέγονται από τους εκπαιδευτικούς, ίσως είναι



αποτελεσματικές σε ένα επίπεδο, ωστόσο δεν εφαρμόζονται σε ένα παραπάνω επίπεδο και οδηγούν σε λάθη και αποτυχία (Τζεκάκη, 2010). Έτσι, οι μαθητές δημιουργούν παρανοήσεις, οι οποίες ξεκινούν από τα πρώτα στάδια οικοδόμησης των σχετικών εννοιών (Τζεκάκη, 2010).

Τα ρεαλιστικά μαθηματικά στηρίζονται σε τρεις βασικές αρχές: την αρχή της καθοδηγούμενης επανανακάλυψης (guided reinvention), την αρχή της προοδευτικής μαθηματικοποίησης και τη σημασία των αυτό-αναπτυσσόμενων μοντέλων (self-developed models (Τζεκάκη, 2007).

Σύμφωνα με την αρχή της καθοδηγούμενης επανανακάλυψης, η διδασκαλία περιλαμβάνει ευκαιρίες με τις οποίες οι μαθητές ακολουθούν μία διαδικασία ανακάλυψης των μαθηματικών παρόμοια με αυτή που ακολούθησαν και τα ίδια τα μαθηματικά όταν δημιουργήθηκαν (Τζεκάκη, 2007).

Σύμφωνα με την αρχή της προοδευτικής μαθηματικοποίησης ο Streefland (1990) αναφέρει τα εξής 5 αξιώματα:

(α) η μάθηση είναι (ανα)κατασκευαστική δραστηριότητα, προκαλούμενη από την πραγματικότητα και έτσι η διδασκαλία περιλαμβάνει τη χρήση προβλημάτων που μπορούν να πραγματοποιηθούν από τους μαθητές,

(β) η μάθηση είναι μακροχρόνια και κινείται από το συγκεκριμένο προς το αφηρημένο (μέσω γενικεύσεων και τυποποιήσεων) και έτσι η διδασκαλία περιλαμβάνει καθοδήγηση του παιδιού από τις άτυπες και καθορισμένες, από τα πλαίσια, μεθόδους στα τυπικά μαθηματικά,

(γ) η μάθηση υποβοηθείται από το συλλογισμό στη διαδικασία σκέψης και έτσι η διδασκαλία περιλαμβάνει ενθάρρυνση του μαθητή να δει πίσω και να συλλογιστεί τη διαδικασία αυτή και τον τρόπο που έφτασε στη γνώση,

(δ) η μάθηση είναι άμεσα συνδεδεμένη με το κοινωνικό-πολιτισμικό της πλαίσιο και έτσι η διδασκαλία περιλαμβάνει ευκαιρίες επικοινωνίας και συνεργασίας και

(ε) η μάθηση είναι κατασκευή της γνώσης και των δεξιοτήτων σε μία δομημένη οντότητα και έτσι η διδασκαλία περιλαμβάνει εμπλοκή διαφορετικών μαθησιακών τμημάτων (όπως αναφέρονται στον Λεμονίδη, 2003).

Τέλος, η τρίτη αρχή αφορά τη σημασία των αυτό-αναπτυσσόμενων μοντέλων τα οποία επιτρέπουν στα παιδιά να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ άτυπης και τυπικής γνώσης (Τζεκάκη, 2007).

Έτσι, η οργάνωση της διδασκαλίας των μαθηματικών ως πρόταση των Ρεαλιστικών Μαθηματικών δομείται σε τρία βήματα:

(α) ανάπτυξη κανόνων και διαδικασιών σε αρκετά οικεία καθημερινά πλαίσια,

(β) ανάδειξη της ίδιας δομής σε αυτά τα πλαίσια και

(γ) διατύπωση, συμβολισμός και μελέτη αυτής της δομής (Κολέζα, 2009).

Τα 3 αυτά βήματα διαχωρίζονται σε οριζόντια (1<sup>ο</sup> βήμα) και κάθετη (2<sup>ο</sup> και 3<sup>ο</sup> βήμα) μαθηματικοποίηση (Treffers, 1991, σελ. 32, όπως αναφέρεται στην Κολέζα, 2009 και Λεμονίδη, 2003). Η οριζόντια μαθηματικοποίηση αφορά την περιγραφή του πραγματικού προβλήματος ως μαθηματικού προβλήματος, ενώ η κάθετη μαθηματικοποίηση αναφέρεται στη διαδικασία περαιτέρω επεξεργασίας του μαθηματικού θέματος, στο οποίο αναφέρεται το πρόβλημα, κυρίως μέσω χειρισμού συμβόλων (Κολέζα, 2009). Σύμφωνα με τον Λεμονίδη (2003), στην οριζόντια μαθηματικοποίηση, οι μαθητές δημιουργούν λύση με μαθηματικά εργαλεία τα οποία μπορούν να τους βοηθήσουν να οργανώσουν και να λύσουν ένα πρόβλημα που τίθεται σε κατάσταση πραγματικής ζωής, ενώ στην κάθετη μαθηματικοποίηση τίθεται η διαδικασία αναδιοργάνωσης μέσα στο ίδιο το μαθηματικό σύστημα, για παράδειγμα η εύρεση σύντομων δρόμων και η ανακάλυψη συνδέσεων μεταξύ εννοιών και στρατηγικών και η εφαρμογή αυτών των ανακαλύψεων. Μέσω λοιπόν της οριζόντιας

μαθηματοποίησης μεταβαίνουμε από τον πραγματικό κόσμο προς τον κόσμο των συμβόλων, ενώ στην κάθετη μαθηματοποίηση βρισκόμαστε και κινούμαστε πλέον εντός του κόσμου των συμβόλων (Λεμονίδης, 2003).

Συνοψίζοντας, σύμφωνα με τα ρεαλιστικά μαθηματικά, η μαθηματική γνώση επέρχεται μέσω μίας κατασκευαστικής διαδικασίας, η οποία δομείται στο πλαίσιο οικείων προβλημάτων και καταστάσεων. Εισάγοντας μία νέα μαθηματική έννοια ή αντικείμενο, οι μαθηματικές δραστηριότητες πρέπει να διατυπώνονται σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο (context) και τα πραγματικά φαινόμενα πρέπει να διερευνώνται κάτω από όσο το δυνατόν περισσότερες οπτικές γωνίες. Με γνώμονα λοιπόν το παιχνίδι ως βασικό σκέλος της καθημερινότητας των παιδιών οι Τσιουλή & Παπανδρέου (2019), αναφέρουν το παιχνίδι, ως τη δραστηριότητα, της οποίας το πλαίσιο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιοποιήσει, διευκολύνοντας την αναγνώριση των μαθηματικών εννοιών που εμπεριέχονται στις πράξεις τους και εισάγοντας, ρητά, νέες έννοιες που θα βοηθήσουν την εξέλιξη του παιχνιδιού, μέσα από την παρατήρηση και τη διακριτική συμμετοχή. Επιπλέον, η κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης απαιτεί χρόνο και κινείται μεταξύ αφηρημένων επιπέδων και συγκεκριμένων (Λεμονίδης, 2003). Οι μαθητές των πρώτων τάξεων είναι αναμενόμενο να κινούνται στο συγκεκριμένο επίπεδο, μη έχοντας πλήρη γνώση των μαθηματικών εννοιών, ωστόσο η γεφύρωση μεταξύ του συγκεκριμένου και του επιθυμητού αφηρημένου μπορεί να προκύψει μέσω του μαθηματικού παιχνιδιού, όντας μία πρότυπη κατάσταση, όπου ο εκπαιδευτικός, αξιοποιώντας τα κατάλληλα υλικά και οργανώνοντας με τέτοιο τρόπο το παιχνίδι, δύναται να καθοδηγήσει το μαθητή στη σταδιακή μετάβαση του. Επιπλέον, δεδομένου ότι σύμφωνα με τη ρεαλιστική εκπαίδευση η μαθησιακή διαδικασία εξελίσσεται στα πλαίσια της αλληλεπίδρασης, της επικοινωνίας και της συνεργασίας, το παιχνίδι μπορεί να προσφέρει ευκαιρία για ομαδική συζήτηση, συλλογική προσπάθεια, παρουσίαση και εκτίμηση ενεργειών και ανταλλαγή επιχειρημάτων. Τέλος, η γνώση στα ρεαλιστικά μαθηματικά δεν θεωρείται η κατανόηση και η κατοχή ενός συνόλου μεμονωμένων εννοιών και δεξιοτήτων, αλλά η αλληλοσυμπλήρωση και συσχέτιση τους με άλλες μαθησιακές πορείες και γνωστικά αντικείμενα. Το μαθηματικό παιχνίδι μπορεί και στη συγκεκριμένη περίπτωση να ενισχύσει μία τέτοια διαδικασία καθώς στο πλαίσιο αυτού μπορούν να συνδυαστούν κι άλλα γνωστικά ζητήματα, όπως για παράδειγμα η ανάπτυξη γραπτού και προφορικού λόγου.

Το μαθηματικό παιχνίδι αποτελεί μέσο διδασκαλίας των ρεαλιστικών μαθηματικών γιατί προέρχεται από πλούσια θεματικά πλαίσια, άμεσα συνδεδεμένα με τις εμπειρίες και το οικείο περιβάλλον των μικρών μαθητών, άμεσα ή έμμεσα ενοποιεί τα μαθηματικά με μία σειρά άλλων γνωστικών αντικειμένων, κύριες μορφές αυτού επιτρέπουν στον μαθητή να ανακατασκευάσει τη γνώση και τέλος, ενισχύει τη συνεργασία και την επικοινωνία στο πλαίσιο των ομάδων.

## Η παιδαγωγική του παιχνιδιού

### Παιχνίδι: Θεωρίες και Ορισμοί

Σύμφωνα με τη Σκουμπουρδή (2015), οι πιο βασικές θεωρίες σχετικά με το παιχνίδι στηρίζονται στις ψυχαναλυτικές, με κύριο εκπρόσωπο τον Freud, τις ψυχολογικές, με κύριο εκπρόσωπο τον Piaget, τις κοινωνιολογικές, με κύριο εκπρόσωπο τον Vygotsky, τις ανθρωπολογικές, με κύριο εκπρόσωπο τον Huizinga και τέλος, τις παιδαγωγικές, με κύριους εκπροσώπους τον Comenius, τον Fröbel, τον Dewey, την Montessori και τον Claparede.



Σύμφωνα με τις ψυχαναλυτικές θεωρίες, η τάση του παιδιού για παιχνίδι ερμηνεύεται ως μία προσπάθεια απεγκλωβισμού και απελευθέρωσής του, από κάθε μορφή συγκίνησης, έντασης, στέρησης ή απειλής (Σκουμπουρδή, 2015). Σύμφωνα με τον Freud, το παιχνίδι θεωρείται μία έκφραση της αρχής της ηδονής και ένας μηχανισμός κάθαρσης (Skoumpourdi, 2015· Γρηγορίου, 2017), καθώς αποτελεί ένα ασφαλές περιβάλλον, στο οποίο το παιδί μπορεί να αναπτυχθεί κοινωνικά και προσωπικά, ενώ είναι ελεύθερο και αποδεσμευμένο, να εκδηλώσει την επιθετικότητά του, μέσω μη αποδεκτών συμπεριφορών, χωρίς φόβο και άγχος.

Σύμφωνα με τις ψυχολογικές θεωρίες και συγκεκριμένα του Piaget, το παιχνίδι είναι ένα μέσο πειραματισμού και εξερεύνησης του κόσμου, ώστε να ανακαλυφθούν δεξιότητες και να κατασκευαστεί η γνώση, μέσω της εξισορρόπησης των διαδικασιών αφομοίωσης και συμμόρφωσης (Σκουμπουρδή, 2015). Ο Bruner (1997), ένας ακόμη υποστηρικτής των ψυχολογικών θεωριών, υποστηρίζει αντίστοιχα ότι το παιχνίδι είναι ένα μέσο εξερεύνησης και επινόησης που επιτρέπει στο παιδί αφενός να κοινωνικοποιηθεί και αφετέρου να ανακαλύψει τις δεξιότητες του (όπως αναφέρεται στη Σκουμπουρδή, 2015, σελ. 19). Το παιχνίδι ενισχύει την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων και βοηθά στην ανάπτυξη διαδικασιών όπως η αφαίρεση, ο συμβολισμός, και η κατηγοριοποίηση, οι οποίες με τη σειρά τους συμβάλλουν στη μάθηση και υποβοηθούν τη μαθηματική κατανόηση των μικρών παιδιών (Bruner, J., Jolly, A., & Sylva, K., 1967).

Για τον Vygotsky (1967), κύριο εκπρόσωπο της κοινωνικοπολιτισμικής προσέγγισης, το παιχνίδι δεν είναι απλά η κυρίαρχη δραστηριότητα του παιδιού, αλλά η γραμμή ανάπτυξης των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Το ίδιο ορίζεται, ως το μέσο της επαφής του παιδιού με το κοινωνικό του περιβάλλον (Vygotsky, 1896-1934, όπως αναφέρεται στη Σκουμπουρδή, 2015, σελ. 19). Τα παιδιά μέσω του παιχνιδιού δημιουργούν τη δική τους ζώνη επικείμενης ανάπτυξης, αλληλοεπιδρώντας κοινωνικά και σε συνεργασία με τους συνομήλικούς τους (Vygotsky, 1967). Η ζώνη αυτή, αποτελεί το χώρο μάθησης για το παιδί, καθώς εκεί συνδέονται οι ήδη υπάρχουσες και οι υπό-ανάπτυξη γνώσεις, μέσω των τριών βασικών χαρακτηριστικών του παιχνιδιού, της δημιουργίας μίας φαντασιακής κατάστασης, της ανάληψης ρόλων και της διαπραγμάτευσης κανόνων (Bodrova & Leong, 2007, όπως αναφέρεται στην Σκουμπουρδή, 2015, σελ. 19). Το παιχνίδι τοποθετείται στο μοντέλο αυτό, της «σκαλωσιάς», όταν ο δάσκαλος δίνει έμφαση σε συγκεκριμένα στοιχεία του παιχνιδιού και με κατάλληλη ανατροφοδότηση ενθαρρύνει τη διερεύνηση των μαθητών (Martlew et al., 2011). Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978, όπως αναφέρουν οι Singer, Golinkoff, & Hirsh-Pasek, 2006, σελ. 2), «κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού το παιδί είναι ένα κεφάλι ψηλότερο από ότι ήδη είναι». Επιπλέον, τονίζεται ιδιαίτερα (Martlew et al., 2011), η ιδέα της αυτό-συγκέντρωσης (self-regulation), στο πλαίσιο της εφαρμογής κανόνων και του ελέγχου των συναισθημάτων, με στόχο την ομαλή διεξαγωγή του παιχνιδιού, η οποία σύμφωνα με τον Vygotsky εκτιμάται ως ο πρόδρομος για τη μετέπειτα αριστεία στις ακαδημαϊκές δεξιότητες που απαιτεί η σχολική εκπαίδευση.

Σύμφωνα με τις ανθρωπολογικές θεωρήσεις, οι οποίες εκφράζονται με τη θεωρία της πολιτισμικής κριτικής, ο ορισμός του παιχνιδιού και ο καθορισμός των λειτουργιών που επιτελεί συνδέονται με τη μορφή και το νόημα που αποκτά σε κάθε πολιτισμικό και κοινωνικό πλαίσιο (Σκουμπουρδή, 2015). Το παιχνίδι γίνεται αντιληπτό ως εκδήλωση της ζωής (Brostrom, 2001), ως μια εθελοντική δραστηριότητα, η οποία αποτελεί αυτοσκοπό και συνοδεύεται από αισθήματα έντασης και χαράς (Huizinga, 1989), ενώ λαμβάνοντας υπόψη τη πολιτισμική διάσταση των θεωριών αυτών, ο Caillois (1913-1978) ορίζει το παιχνίδι ως μία δραστηριότητα ελεύθερη η οποία παύει να υπάρχει μόλις γίνει υποχρεωτική και η οποία είναι διαχωρισμένη σε

χωρικά και χρονικά πλαίσια, αβέβαιη ως προς την έκβαση της και ρυθμισμένη από δικούς της κανόνες, ανεξάρτητα αν αυτοί οι κανόνες είναι συμβατοί με τους κανόνες της καθημερινής ζωής (όπως αναφέρεται στη Σκουμπουρδή, 2015, σελ. 19-20).

Σύμφωνα με τις παιδαγωγικές θεωρίες, το παιχνίδι συνδέεται με τη διδασκαλία και τη μάθηση, προσδίδοντας παιδαγωγική αξία στην εκπαιδευτική διαδικασία. Ένας από τους σημαντικούς παιδαγωγούς, ο Comenius, ορίζει το παιχνίδι, ως το φυσικό μέσο για τη μάθηση των παιδιών και ως την αυθόρμητη επίδειξη της δραστηριότητάς τους, το οποίο είναι καλό για την υγεία και τη φυσική ανάπτυξή τους, εφόσον καλλιεργεί τις αισθήσεις, τη μνήμη, τη νόηση, τον λόγο και την προκοπή τους για εργασία (Σκουμπουρδή, 2015). Ένας άλλος μεγάλος παιδαγωγός, ο Fröbel, επηρεασμένος από το δάσκαλό του, τον Pestalozzi, ίδρυσε το δικό του ιδιωτικό σχολείο, στο οποίο εφάρμοσε την παιδαγωγική του. Η παιδαγωγική του θεωρία εμπεριέχει, ως έναν από τους βασικούς πυλώνες της, μία θεωρία παιχνιδιού για την πρώιμη παιδική ηλικία. Η θεωρία του βασίζεται στη δημιουργία σχολικών παιχνιδιών, τα οποία ονομάζονται «δώρα» και πρόκειται για απλά αντικείμενα, όπως μπάλες, σφαίρες, κύβοι, ξυλαράκια και πλακίδια. Τα «δώρα» μοιράζονται στα παιδιά με μία δεδομένη σειρά, προκειμένου να προκληθεί σε αυτά η ιδέα κατασκευής και συναρμολόγησης των αντικειμένων για τη δημιουργία σχημάτων. Τα σχήματα αυτά, ο Fröbel, τα κατάταξε σε τρεις κατηγορίες: τα σχήματα της ζωής, τα σχήματα της καθημερινής ζωής, τα σχήματα της ομοιομορφίας και τα σχήματα της γνώσης ή μαθηματικά σύνολα (Heiland, 2000). Έτσι, αξιοποιώντας ένα μέσο προσαρμοσμένο στο παιδί, το παιχνίδι, ο ίδιος επιδίωκε την πνευματική και γνωστική προαγωγή, επιθυμώντας ταυτόχρονα να καλλιεργήσει όλες τις διαθέσιμες ενέργειες (Heiland, 2000).

Άλλοι μεγάλοι παιδαγωγοί εξέφρασαν, επίσης, τη θετική συμβολή των παιχνιδιών στην εκπαίδευση. Για τον Dewey (1916), το παιχνίδι αποτελεί μία από τις καλύτερες μεθόδους εκπαίδευσης, καθώς παίζει σημαντικό ρόλο στην καλλιέργεια των παιδιών και συμβάλλει στη γνωστική και συναισθηματική ανάπτυξή τους (όπως αναφέρεται στη Ranz-Smith, 2007). Μέσω ενός συνεχούς πεδίου, ανάμεσα στο παιχνίδι και την εργασία, οι Dewey, Bredekamp και Rosegrant (1995, σελ. 21), αναπαριστούν οπτικά τόσο το παιχνίδι, όσο και την εργασία που πρέπει να συμπεριληφθούν σε μία παιδαγωγική θεωρία, προσαρμοσμένη και κατάλληλη για τα παιδιά (όπως αναφέρεται στη Ranz-Smith, 2007).



Εικόνα 1. Συνεχές παιχνιδιού-εργασίας (Dewey, 1916, όπως αναφέρεται στη Ranz-Smith, 2007)

Επιπλέον, για την Montessori (1870-1952), το παιχνίδι είναι ένα μέσο πειραματισμού, επίλυσης προβλημάτων και δημιουργίας, η βάση δηλαδή της ανακαλυπτικής μάθησης, της εξερεύνησης και της δημιουργικότητας (Σκουμπουρδή, 2015). Η ίδια δίνει έμφαση στο χρόνο, υποστηρίζοντας ότι ο εκπαιδευτικός πρέπει να αποδεσμεύει τους μαθητές του από χρονικά περιθώρια. Τέλος, ο Claparede (1873-1940) αναγνωρίζει τη πολύπλευρη συμβολή του παιχνιδιού τονίζοντας πέραν όλων των άλλων την ικανοποίηση των εσωτερικών επιθυμιών του παιδιού (Σκουμπουρδή, 2015).

Συμπερασματικά, το παιχνίδι έχει απασχολήσει ψυχολόγους, κοινωνιολόγους, ερευνητές και φιλοσόφους, οι οποίοι με τη σειρά τους ανέδειξαν διαφορετικές όψεις του. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των θεωριών όμως μπορεί να θεωρηθεί το γεγονός

ότι το παιχνίδι δεν είναι απλώς ένα μέσο για να περάσει το παιδί την ώρα του, αλλά μπορεί να αποτελέσει ένα κατάλληλο μέσο για να εκφράσει τα συναισθήματα του, να κατασκευάσει τη γνώση μέσω διερεύνησης-εξερεύνησης, να κοινωνικοποιηθεί και συνεπώς, να αναπτυχθεί γνωστικά και συναισθηματικά.

## Η παιδαγωγική του παιχνιδιού: Προσεγγίσεις και Ορισμοί

Η παιδαγωγική του παιχνιδιού (Game-based learning/GBL) ή θεωρία των παιγνίων έχει προκαλέσει μεγάλο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια, καθώς είναι πλέον αποδεκτό ότι το παιχνίδι παίζει σπουδαίο ρόλο στη ζωή ενός παιδιού. Από τα αρχαία ήδη χρόνια ο Πλάτωνας υποστήριξε ότι «Μαθαίνει κανείς περισσότερο σε μια ώρα παιχνιδιού, παρά σε έναν χρόνο συζήτησης» (Γρηγορίου, 2017). Κύριο αντικείμενο της θεωρίας αυτής είναι η μελέτη των στοιχείων εκείνων που χαρακτηρίζουν καταστάσεις (παιχνίδια) στρατηγικής αλληλεπίδρασης με έμφαση στη διαδικασία λήψης αποφάσεων (Σκουμπορδή, 2015). Το παιχνίδι ορίζεται ως (α) συμβολικό, καθώς αναπαριστά την πραγματικότητα, (β) με νόημα, καθώς συνδέει και συσχετίζει εμπειρίες, (γ) ενεργό, με τα παιδιά να κάνουν πράγματα, (δ) ευχάριστο, ακόμα κι όταν τα παιδιά εμπλέκονται ουσιαστικά στη διαδικασία, (ε) εθελοντικό αλλά ταυτόχρονα με εσωτερικό κίνητρο περιέργειας, εξέλιξης ή συμμετοχής, (στ) δομημένο με κανόνες, ρητούς ή σιωπηρά εκφρασμένους και (ζ) με επεισόδια, που αναδύονται και μεταβάλλονται ως προς τους στόχους, που αναπτύσσουν τα παιδιά αυθόρμητα και με ευελιξία (Fromberg, 1999, όπως αναφέρεται στους Helenius et al., 2016, σσ. 139-140).

Η παιδαγωγική του παιχνιδιού συνδέεται άμεσα στη βιβλιογραφία (Martlew et al., 2011) με την ενεργό μάθηση (Active learning), σύμφωνα με την οποία η μάθηση εμπλέκεται και προκαλείται μέσω των πραγματικών αλλά και φανταστικών εμπειριών και σκέψεων των μαθητών, ενώ δίνεται μεγάλη έμφαση στην αξιοποίηση αυθόρμητου και δομημένου παιχνιδιού, μέσω της διερεύνησης και της ανακάλυψης καθημερινών συμβάντων και εμπειριών. Συχνά, οι ερευνητές (Hwa, 2018) συνδυάζουν την παιδαγωγική του παιχνιδιού με τον όρο «edutainment», θέλοντας να αναδείξουν τη μάθηση μέσω διασκέδασης (education & entertainment). Ο όρος συνδυάζει αφενός την προώθηση της ενεργούς συμμετοχής και αφετέρου την εμπλοκή στη μάθηση. Στη βιβλιογραφία (Demirbilek & Tamer, 2010) γίνεται επίσης αναφορά σε μία άλλη θεωρία, σχετιζόμενη με την αξιοποίηση παιχνιδιών στην εκπαίδευση (Flow Theory). Η θεωρία αυτή εξηγεί την ολοκληρωτική απορρόφηση ενός ατόμου σε μία δραστηριότητα. Όντας κάποιος στην κατάσταση αυτή, χαρακτηρίζεται από αυτοσυγκέντρωση, δράση, πνευματική σύνδεση με το περιβάλλον της δραστηριότητας, παραμερισμό οποιουδήποτε στοιχείου αποσπά την προσοχή του και προσήλωση στο στόχο. Έτσι, σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, προκειμένου ο παίκτης να βιώσει μία τέτοιου είδους κατάσταση, πρέπει να έρθει σε επαφή με ένα παιχνίδι, το οποίο θα περιλαμβάνει συγκεκριμένο σκοπό, ερμηνεία-δράση, εξάσκηση, εξηγήσεις, ανατροφοδότηση, και μάθηση μέσω κοινωνικής αλληλεπίδρασης.

Από συστηματική βιβλιογραφική επισκόπηση 168 ερευνών με θέμα τη παιδαγωγική του παιχνιδιού (Pyle et al., 2017), διακρίνονται τρεις διακριτές μορφές παιχνιδιού, οι οποίες έχουν ως κριτήριο όχι τόσο το είδος και τη φύση του παιχνιδιού, όσο το ποιος έχει τον έλεγχο αλλά και το πρώτο έναυσμα κατά τη διαδικασία αυτή. Έτσι, το παιχνίδι διακρίνεται:

(α) στο ελεύθερο ή κατευθυνόμενο από το παιδί παιχνίδι (free or child-directed game),  
(β) στο κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό παιχνίδι (teacher-directed play) και  
(γ) στο κατευθυνόμενο από κοινού παιχνίδι (mutually directed play) (Pyle et al., 2017). Το ελεύθερο παιχνίδι είναι αποκλειστικά και μόνο κατευθυνόμενο από το ίδιο το παιδί, ωστόσο η φύση του ελεύθερου παιχνιδιού είναι ευρεία και παρόλο που πρόκειται για

μία αυθόρμητη δραστηριότητα, το ίδιο βασίζεται σε προηγούμενες εμπειρίες των μαθητών, οι οποίες όμως τείνουν να εισάγονται από τους ενήλικες και δεν προέρχονται τις περισσότερες φορές από έμφυτες τάσεις των ίδιων των παιδιών (Pyle & Danniels, 2017). Έρευνες έχουν αναγνωρίσει τα θετικά γνωστικά οφέλη του ελεύθερου παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση, ιδιαίτερα στην προσχολική ηλικία (Edo et al., 2009· Worthington & van Oers, 2016). Τίθεται όμως, ταυτόχρονα και η αμφιβολία για το κατά πόσο μπορεί να αναπτυχθεί μία μαθηματική γνώση, μέσω μίας διαδικασίας μη συνειδητής και προσανατολισμένης στο μαθηματικό περιεχόμενο (Pyle et al., 2017). Σύμφωνα με τον Ginsburg (2006), το ελεύθερο παιχνίδι αν και ουσιώδες τόσο για τη γενικότερη πνευματική ανάπτυξη, όσο και ειδικότερα για τη μαθηματική ανάπτυξη ενός παιδιού, δεν είναι αρκετό για τη μαθηματικοποίηση, δηλαδή για να ερμηνεύσουν τις εμπειρίες τους με ακριβή μαθηματικό τρόπο και να καταλάβουν τις διασυνδέσεις μεταξύ των δύο. Ως προς το γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών, ένα παράδειγμα ελεύθερου παιχνιδιού, σύμφωνα με την έρευνα των Pyle & Danniels (2017) που είναι το πιο σύνηθες παιχνίδι στις τάξεις των νηπιαγωγείων, είναι η ενασχόληση των μαθητών με κατασκευές, χρησιμοποιώντας μπλοκς, lego ή άλλα υλικά, και το οποίο δύναται να αναπτύξει τις χωρικές ικανότητες των μαθητών.

Το κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό παιχνίδι πρόκειται για τη δημιουργία και εφαρμογή παιχνιδιών, τα οποία βασίζονται εξ ολοκλήρου στις εμπειρίες, αποφάσεις και επιλογές του ίδιου του εκπαιδευτικού. Η χρήση επιτραπέζιων παιχνιδιών που ο εκπαιδευτικός διαλέγει με στόχο την ανάπτυξη μίας έννοιας ή η εκ νέου δημιουργία ενός παιχνιδιού, με προκαθορισμένους κανόνες και στόχους από τον ίδιο πρόκειται για εφαρμογή της δεύτερης μορφής, δηλαδή του κατευθυνόμενου από τον εκπαιδευτικό παιχνιδιού.

Το κατευθυνόμενο από κοινού παιχνίδι περιγράφεται ως η τομή μεταξύ άμεσης διδασκαλίας και ελεύθερου παιχνιδιού (Weisberg, Hirsh-Pasek, et al., 2013, σελ. 104, όπως αναφέρεται στους Pyle & Danniels, 2017). Στο κατευθυνόμενο από κοινού παιχνίδι, φαίνεται συνήθως η εμπλοκή και η οργάνωση που θέτει ο εκπαιδευτικός στο παιχνίδι επιλογής των μαθητών. Έτσι, ενώ οι μαθητές διευθύνουν την προσωπική πορεία τους προς τη μάθηση, ο εκπαιδευτικός ενισχύει τη μαθησιακή διαδικασία παίρνοντας το ρόλο του σχολιαστή, του συμπαίκτη, του διερευνητή ή του διευκολυντή, μέσω της επίδειξης νέων μεθόδων αλληλεπίδρασης με τα αντικείμενα που συμπεριλαμβάνονται στο παιχνίδι (Pyle & Danniels, 2017). Ο Ginsburg (2008) χαρακτηρίζει τη προσπάθεια αυτή του εκπαιδευτικού ως διδακτική στιγμή (teachable moment), κατά την οποία ο εκπαιδευτικός παρατηρεί προσεκτικά το παιχνίδι των παιδιών και τις διάφορες δραστηριότητες, με σκοπό να εντοπίσει εκείνη την αυθόρμητη, αναδυόμενη κατάσταση, η οποία δύναται να προωθήσει τη μάθηση. Ένα παράδειγμα στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών είναι η αξιοποίηση της αυθόρμητης ασχολίας των μαθητών με το συμβολικό παιχνίδι αγοράς και πώλησης («το σουπερμάρκετ»), η οποία δύναται να επιτρέψει στον εκπαιδευτικό να θέσει ειδικές κατευθυντήριες γραμμές, κάνοντας τις κατάλληλες ερωτήσεις και προκαλώντας τους μαθητές να κατασκευάσουν τα νομίσματα που θεωρούν οι ίδιοι ότι θα τους φανούν χρήσιμα για τις εκάστοτε αγοραπωλησίες τους (π.χ. κέρματα ή χαρτονομίσματα) ή παίρνοντας τον ρόλο του πελάτη. Σύμφωνα με τους Holton et al. (2001), ο εκπαιδευτικός κάνοντας ερωτήσεις, οι οποίες κάνουν σαφείς τις τυχόν παρανοήσεις και προσφέροντας τη «σκαλωσιά», με τη μορφή ερωτήσεων και επιπρόσθετων πληροφοριών, δίνει στο παιχνίδι των παιδιών μία περισσότερο παραγωγική κατεύθυνση.

Ο εκπαιδευτικός σε κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις μπορεί να έχει ενεργό ρόλο, να είναι απλός παρατηρητής ή να διευκολύνει την ελεύθερη ανακάλυψη



των μαθητών, προσφέροντας ιδέες επέκτασης της γνώσης όταν και όπου αυτό είναι δυνατό (Pyle et al., 2017). Η επιλογή της κατάλληλης μορφής αξιοποίησης της παιδαγωγικής του παιχνιδιού αλλά και των κατάλληλων παιχνιδιών καθορίζουν τη σπουδαιότητα του ρόλου του. Δεν είναι όλα τα είδη παιχνιδιών-δραστηριοτήτων και παιχνιδιών κατάλληλα για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων (Bishop et al., 1997). Ωστόσο, με βάση τις τρεις μορφές που μπορεί αξιοποιηθεί το παιχνίδι στη διδασκαλία, η πλειοψηφία των ερευνητών προβάλλουν την αξιοποίηση του κατευθυνόμενου από κοινού παιχνιδιού, ως το ιδανικότερο ιδιαίτερα στις πρώτες τάξεις του δημοτικού, καθώς αποτελεί το σημείο ισορροπίας μεταξύ του ελεύθερου παιχνιδιού και του κατευθυνόμενου, αποκλειστικά από τον εκπαιδευτικό παιχνίδι.

Μία επέκταση της παιδαγωγικής του παιχνιδιού που συνδέει τις νέες τεχνολογίες με το παιχνίδι, είναι η παιδαγωγική του ψηφιακού παιχνιδιού (Digital game-based learning/DGBL). Ήδη από το 2001, ο Prensky υποστηρίζει την διαφορετικότητα του μαθητικού κοινού αυτής της γενιάς, ως προς την εξοικείωση του με την τεχνολογία και το χαρακτηρίζει ως «digital natives» ή αλλιώς «φυσικοί ομιλητές» της ψηφιακής γλώσσας των υπολογιστών, των βιντεοπαιχνιδιών και του διαδικτύου. Τα χαρακτηριστικά των ατόμων αυτών αναδεικνύουν την ανάγκη τροποποίησης των παραδοσιακών μεθόδων διδασκαλίας, με τρόπο που θα υποστηρίξουν τη μάθηση μέσω νέων τεχνολογιών (Juric et al., 2018). Μία πτυχή των νέων τεχνολογιών που φαίνεται να έχει μεγάλη απήχηση στους μαθητές είναι τα ψηφιακά παιχνίδια. Η μάθηση μέσω αυτών είναι ένας καλός τρόπος να αλληλοεπιδράσει κανείς με τους μαθητές, στην δική τους ψηφιακή γλώσσα (Aljojo, 2018· Prensky, 2001). Η εκδοχή αυτή δίνει έμφαση στην τεχνολογία και εστιάζει στα ψηφιακά παιχνίδια. Η θεωρία DGBL έχει αναπτυχθεί κυρίως στο πλαίσιο της συμμετοχής σε ένα ανταγωνιστικό περιβάλλον ενός παιχνιδιού, που απαιτεί από το χρήστη να εμπλακεί ενεργά και αυτό είναι το χαρακτηριστικό που προσδίδει λαχτάρα για περισσότερη μάθηση (Lin & Chen, 2016).

### Κατηγοριοποιήσεις παιχνιδιών

Καθώς υπάρχει μία πληθώρα διαφορετικών θεωριών που σχετίζονται με το παιχνίδι, είναι ευνόητο και οι κατηγοριοποιήσεις όσον αφορά τα είδη των παιχνιδιών να ποικίλουν. Στη συνέχεια, αναφέρονται κάποιες από αυτές, εστιάζοντας σε κατηγοριοποιήσεις που έχουν σχέση με το θέμα της παρούσας έρευνας.

Το παιχνίδι κατηγοριοποιείται ως προς τις θεωρητικές προσεγγίσεις. Με βάση την ψυχαναλυτική οπτική, τα παιχνίδια κατηγοριοποιούνται σε (α) σωματικά και αισθητηριακά παιχνίδια, (β) παιχνίδια χειρισμού αντικειμένων, (γ) κοινωνικό-συναισθηματικά παιχνίδια και (δ) παιχνίδια κανόνων (Skoumpourdi, 2015). Σύμφωνα με τις ψυχολογικές θεωρίες, ο Piaget διακρίνει τρία επίπεδα ανάπτυξης του παιδιού και συνεπώς τρία είδη παιχνιδιών: (α) τα αισθησιοκινητικά παιχνίδια (ή παιχνίδια άσκησης ή εξάσκησης ή λειτουργικά), (β) τα συμβολικά-αναπαραστατικά παιχνίδια (ή παιχνίδια προσποίησης) και τα παιχνίδια με κανόνες (Sarama & Clements, 2009· Skoumpourdi, 2015· Γρηγορίου, 2017). Οι δύο αυτές κατηγοριοποιήσεις δεν διαφέρουν σημαντικά, καθώς στο συμβολικό παιχνίδι εμπεριέχονται τα κατασκευαστικά παιχνίδια (ή χειρισμού αντικειμένων), τα δραματικά (ή κοινωνικά ή παιχνίδια ρόλων) και τα παιχνίδια κανόνων.

Κατηγοριοποιήσεις όμως υπάρχουν και ως προς γενικότερα κριτήρια. Με βάση τον αριθμό των μελών που συμμετέχουν σε ένα παιχνίδι, τα παιχνίδια διακρίνονται (α) τα ατομικά παιχνίδια και (β) τα ομαδικά (Διαμαντόπουλος, 2009, όπως αναφέρεται στη Skoumpourdi, 2015· Γρηγορίου, 2017). Πέραν όμως του αριθμού των μελών που παίζουν ένα παιχνίδι, η Skoumpourdi (2015), αναφέρεται και στο κριτήριο της

συνεργασίας μεταξύ των μελών ενός παιχνιδιού, διακρίνοντας πέραν του ατομικού και ομαδικού παιχνιδιού, που προαναφέρθηκε, και το παιχνίδι σε ζευγάρια.

Σύμφωνα με την Skoumpourdi (2015), τα παιχνίδια μπορούν να κατηγοριοποιηθούν και ως προς τον χώρο που πραγματοποιούνται διακρίνοντας (α) τα υπαίθρια παιχνίδια, (β) τα αθλητικά παιχνίδια, (γ) τα παιχνίδια εξωτερικού χώρου, (δ) τα παιχνίδια εσωτερικού χώρου, (ε) τα επιδαπέδια παιχνίδια και (στ) τα επιτραπέζια παιχνίδια.

Ανάλογα με τον τρόπο υλοποίησης ενός παιχνιδιού, τίθεται το κριτήριο του εξοπλισμού που απαιτείται. Έτσι, διακρίνονται (α) τα παιχνίδια με ταμπλό, (β) τα παιχνίδια με κάρτες, (γ) τα παιχνίδια με υλικά για κατασκευές, (δ) τα παιχνίδια με ντόμινο, (ε) τα παιχνίδια με μπάλα (ή με σκονιάκι, μουσική, καρέκλες κτλ.), (στ) τα παιχνίδια με μολύβι και χαρτί, (ζ) τα ηλεκτρικά-ηλεκτρονικά παιχνίδια, (η) τα παιχνίδια με εξειδικευμένο εξοπλισμό, (θ) τα παιχνίδια χωρίς εξοπλισμό κ.α. (Skoumpourdi, 2015).

Με κριτήριο τον παράγοντα από τον οποίο εξαρτάται η έκβαση του παιχνιδιού, η Skoumpourdi (2015), αναφέρεται σε (α) παιχνίδια τύχης, (β) παιχνίδια στρατηγικής, (γ) παιχνίδια τακτικής, (δ) παιχνίδια γνώσης, (ε) παιχνίδια κατασκευών, (στ) παιχνίδια ρόλων, (ζ) μουσικά παιχνίδια, (η) παιχνίδια γνωριμίας κ.α. ενώ ένα άλλο κριτήριο κατηγοριοποίησης μπορεί είναι και το τμήμα του οργανισμού που ενεργοποιείται κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Διακρίνονται: (α) τα νοητικά παιχνίδια, (β) τα παιχνίδια φαντασίας, (γ) τα παιχνίδια μνήμης, (δ) τα παιχνίδια σωματικής δύναμης, (ε) τα παιχνίδια ευλυγισίας, (στ) τα παιχνίδια μιμητικής, (ζ) τα παιχνίδια ζωγραφικής, (η) τα λεκτικά παιχνίδια, κ.α., (Skoumpourdi, 2015).

Οι πολλαπλές κατηγοριοποιήσεις συνδέονται κάθε φορά με το πεδίο ενδιαφέροντος των ερευνητών που τις προτείνουν (Skoumpourdi, 2015). Τα κριτήρια ομαδοποίησής τους μπορεί να αφορούν το φύλο, την ηλικία, τον χώρο, τον αριθμό των μελών που συμμετέχουν, τα μέσα που αξιοποιούνται, τις δεξιότητες που αναπτύσσονται, τους στόχους που επιδιώκονται ή τη σύνθεση τους.

## Μαθηματικά και παιχνίδι

Τα μαθηματικά και το παιχνίδι συνδέονται συχνά, ιδιαίτερα όταν αναφερόμαστε στην ενασχόληση των μαθητών πρώτης σχολικής ηλικίας με μαθηματικές δραστηριότητες. Οι δύο αυτοί όροι συνδέονται με διαφορετικούς τρόπους. Όσον αφορά τη πρώτη σχολική ηλικία, το παιχνίδι θεωρείται ως το «όχημα» προς τη μάθηση, ενώ όσον αφορά τα μαθηματικά, το παιχνίδι θεωρείται ως ένα απαραίτητο στοιχείο της δημιουργικότητας των παιδιών (Helenius et al., 2016). Μία τρίτη σύνδεση είναι η περίπτωση που το ίδιο το παιχνίδι γίνεται αντιληπτό ως μαθηματική δραστηριότητα (Helenius et al., 2016). Η περίπτωση αυτή κρίνεται σημαντική, καθώς τις περισσότερες φορές δεν είναι διακριτός ο τρόπος με τον οποίο τα μαθηματικά συνυπάρχουν με την πορεία του παιχνιδιού των παιδιών, εκτός και αν το παιχνίδι περιλαμβάνει προφανές μαθηματικό περιεχόμενο, όπως για παράδειγμα, οι αριθμοί (Helenius et al., 2016).

### Το μαθηματικό παιχνίδι

Με τον όρο μαθηματικό παιχνίδι, εννοείται το μέρος της διαδικασίας που χρησιμοποιείται για να λυθούν μαθηματικά προβλήματα και περιλαμβάνει πειραματισμό και δημιουργικότητα για να γεννηθούν ιδέες και χρήση τυπικών,

μαθηματικών κανόνων για να οδηγηθούν οι ιδέες αυτές σε κάποιου είδους συμπέρασμα (Holton et al., 2001). Σύμφωνα με τους Sarama & Clements (2009), το μαθηματικό παιχνίδι δεν είναι το παιχνίδι που περιλαμβάνει απλώς μαθηματικά, αλλά η διαδικασία του να παίζεις με τα ίδια τα μαθηματικά. Μία τέτοια διαδικασία υποδεικνύει τον πειραματισμό του μαθητή με πολλαπλές πιθανές λύσεις και τη λήψη αποφάσεων για τα κατάλληλα εργαλεία που θα τον οδηγήσουν τελικά στην επίλυση του προβλήματος. Μέσω των δύο αυτών ορισμών, φαίνεται ότι το μαθηματικό παιχνίδι δεν αποτελεί απλά το «όχημα» προς τη μάθηση, αλλά παρουσιάζεται ως απαραίτητο μέρος της διαδικασίας του να κάνει κανείς μαθηματικά. Όχι τόσο το ίδιο το περιεχόμενο, αλλά η δημιουργικότητα και η φαντασία, δίνουν την ώθηση προς τη μαθηματική κατανόηση (Helenius et al., 2016). Παρ' όλα αυτά, η συνήθης εστίαση σε δεδομένο μαθηματικό περιεχόμενο, κάνει το μαθηματικό παιχνίδι να φαίνεται, τουλάχιστον με μία πρώτη ματιά, να είναι πιο στενά συνδεδεμένο με τις μαθηματικές διαδικασίες, παρά με τη φύση των μαθηματικών (Helenius et al., 2016). Από τις τρεις μορφές παιχνιδιού, που αναλύθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο, το κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό (teacher-directed game) και το κατευθυνόμενο από κοινού παιχνίδι (mutually directed game) βρίσκουν τη μεγαλύτερη απήχηση σε έρευνες που εξετάζουν τις μαθηματικές δεξιότητες που αναπτύσσονται κατά την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού (Pyle et al., 2017). Το ελεύθερο παιχνίδι (free or child-directed game), όπως ήδη αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, κρίνεται ανεπαρκές, καθώς χωρίς τη σκόπιμη έμφαση στη μαθηματική γνώση, δεν παρέχονται ουσιώδεις ευκαιρίες για μαθηματική μάθηση. Τα βασικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού παιχνιδιού είναι: (1) επικεντρώνεται στον ίδιο τον λύτη, όντας υπεύθυνος για τη διαδικασία, (2) αξιοποιεί την υπάρχουσα γνώση του λύτη, (3) αναπτύσσει δεσμούς μεταξύ των υπάρχοντων σχημάτων του λύτη, καθώς το παιχνίδι διαδραματίζεται, (4) μέσω του χαρακτηριστικού No.3, ενισχύει την υπάρχουσα γνώση, (5) μέσω του χαρακτηριστικού No.3, βοηθάει τη μελλοντική επίλυση προβλημάτων και μαθηματικών δραστηριοτήτων, καθώς ενισχύει τη μελλοντική πρόσβαση στη γνώση και (6) είναι ανεξάρτητο από την ηλικία (Holton et al., 2001). Οι Helenius et al. (2016) αναφέρουν ότι τα τρία στοιχεία που καθορίζουν ένα παιχνίδι μαθηματικό είναι η δημιουργικότητα, η συμμετοχή και η διαπραγμάτευση κανόνων, ισχυριζόμενοι ότι εάν δεν υπάρχουν και τα τρία αυτά στοιχεία, η δραστηριότητα παύει να είναι παιγνιώδης αλλά και μαθηματική. Πιο συγκεκριμένα, αναφέρουν ότι στοιχεία που ενσωματώνουν τη δημιουργικότητα σε ένα παιχνίδι είναι: (α) το γεγονός ότι το παιχνίδι μοντελοποιεί μία κατάσταση, η οποία περιλαμβάνει κάποιες, αλλά όχι όλες τις πτυχές της πραγματικότητας, (β) το γεγονός ότι οι συμμετέχοντες καθορίζουν ή αποδέχονται το μοντέλο αυτό, παίζοντας, και (γ) το γεγονός ότι στο παιχνίδι οι μαθητές θέτουν και επιλύουν προβλήματα τα οποία οι ίδιοι δημιουργούν. Όσον αφορά το στοιχείο της συμμετοχής, (α) οι συμμετέχοντες αποδέχονται ότι η συμμετοχή τους εξαρτάται από την αποδοχή των ενεργειών τους από τους υπόλοιπους συμμετέχοντες και (β) η συμμετοχή αυτή είναι τόσο σε τοπικό όσο και κοινωνικό επίπεδο. Τέλος, το στοιχείο της διαπραγμάτευσης των κανόνων προϋποθέτει ότι (α) οι συμμετέχοντες τηρούν τους σιωπηρούς ή ρητούς κανόνες, (β) η τροποποίηση αυτών απαιτεί συζήτηση μεταξύ των συμμετεχόντων και (γ) οι υπό διαπραγμάτευση κανόνες συμβάλλουν στην οριοθέτηση του παιχνιδιού, κάνοντας διακριτές τις πτυχές της πραγματικότητας που μπορούν να ανασταλούν και εκείνες που μπορούν να μοντελοποιηθούν με δεδομένους τρόπους. Όλα τα παραπάνω γνωρίσματα ενός μαθηματικού παιχνιδιού αποτελούν το πρώτο βήμα για τους μαθητές προσχολικής ηλικίας, σε σχέση με τη μετέπειτα κατανόηση των μαθηματικών.

## Κατηγοριοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών

Στον τομέα της διδακτικής των Μαθηματικών διακρίνονται δύο δημοφιλή κριτήρια για να κατηγοριοποιηθεί το παιχνίδι που συνδέεται με τα μαθηματικά: το είδος του παιχνιδιού και τα μαθηματικά που εμπλέκονται στο ίδιο το παιχνίδι (Skoumpourdi, 2015). Με βάση το είδος, τα παιχνίδια που εμπλέκονται στη μαθηματική διδασκαλία κατηγοριοποιούνται σε (α) επιτραπέζια παιχνίδια, (β) κατασκευαστικά παιχνίδια, (γ) ηλεκτρονικά παιχνίδια και (δ) παιχνίδια ελεύθερης χρήσης (Skoumpourdi, 2015). Με βάση τα ίδια τα μαθηματικά που εμπλέκονται στο παιχνίδι, διακρίνουμε (α) παιχνίδια με αριθμούς και/ή πράξεις, (β) παιχνίδια με γεωμετρικά σχήματα ή/και στερεά, (γ) πιθανολογικά παιχνίδια, όπως και (δ) παιχνίδια με ποικίλες μαθηματικές έννοιες (Skoumpourdi, 2015).



Εικόνα 2. Κατηγοριοποιήσεις μαθηματικού παιχνιδιού

Τα παιχνίδια που απευθύνονται στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών διακρίνονται επίσης και με βάση τον εκάστοτε γνωστικό στόχο. Έτσι, έχουμε (α) τα παιχνίδια άσκησης και εξάσκησης, (β) τα παιχνίδια καλύτερης κατανόησης της έννοιας, (γ) τα παιχνίδια σχηματισμού εννοιών, (δ) τα παιχνίδια διερεύνησης-εξερεύνησης, και (ε) τα παιχνίδια εφαρμογής της μαθηματικής γνώσης (Lim-Teo, 1991, όπως αναφέρεται στη Skoumpourdi, 2015). Σε μία προσπάθεια παρουσίασης παραδειγμάτων-παιχνιδιών ως προς τι παραπάνω κατηγορίες:

(α) ένα κλασικό επιτραπέζιο παιχνίδι άσκησης-εξάσκησης είναι το «φιδάκι». Οι μαθητές εξασκούνται στην πράξη της πρόσθεσης, στην καταμέτρηση, στην απαρίθμηση και στην άμεση και γρήγορη εκτίμηση μικρών ποσοτήτων (subitizing).

(β) ένα παράδειγμα καλύτερης κατανόησης της έννοιας είναι το παιχνίδι «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια». Πριν οι μαθητές διδαχθούν τον αλγόριθμο της διαίρεσης είναι σημαντικό να κατανοήσουν την ίδια την έννοια της διαίρεσης, τόσο μερισμού, όσο και μέτρησης. Δίνεται ένα πουγκί με αντικείμενα (π.χ. χάντρες, κλωστή, ξυλάκια) στο κάθε παιδί, ενώ υπάρχουν σε στοίβα κάρτες με ερωτήσεις τύπου: «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια την κλωστή σε εσένα και στον/στην καλύτερο/η σου φίλο/η;», «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια όλες τις χάντρες σου στα άτομα της ομάδας σου;», «Αν ήθελες να μοιράσεις τα ξυλάκια σου σε μερικούς συμμαθητές σου, ώστε ο καθένας να πάρει από 5, σε πόσους θα μπορούσες να δώσεις;». Τραβώντας μία κάρτα-αποστολή κάθε φορά ο καθένας, νικητής είναι εκείνος που θα μαζέψει τις περισσότερες κάρτες από την ορθή υλοποίηση της εκάστοτε αποστολής.



(γ) ένα παράδειγμα παιχνιδιού σχηματισμού νέας έννοιας, θα μπορούσε να αποτελέσει η ναυμαχία, για να εισάγει τους μαθητές στις συντεταγμένες και σε έννοιες προσανατολισμού και χωρικής αντίληψης.

(δ) ένα παιχνίδι διερεύνησης-εξερεύνησης ονομάζεται «στερεό σχήμα». Με στόχο την ανάπτυξη χωρικού συλλογισμού και γεωμετρικών γνώσεων, τοποθετούνται πρίσματα, πυραμίδες, κώνοι και σφαίρες σε μία αδιαφανή τσάντα. Οι μαθητές προσπαθούν, πιάνοντας με τα χέρια τους, χωρίς να βλέπουν να αντιληφθούν το σχήμα των στερεών και να το περιγράψουν κάθε φορά, με τέτοιο τρόπο που γίνει κατανοητό από τους υπόλοιπους (παράδειγμα της Σκουπουρδή, 2015).

(ε) παιχνίδια εφαρμογής της γνώσης μπορούν να αποτελέσουν τα κατασκευαστικά παιχνίδια, στην περίπτωση των μοτίβων. Δίνοντας στους μαθητές ένα πλήθος χρωματιστών υλικών (ξυλάκια, χάντρες, κλωστές), οι ίδιοι προσπαθούν να δημιουργήσουν και να εξηγήσουν το δικό τους μοτίβο. Η διαδικασία προϋποθέτει ότι ήδη έχουν κατανοήσει τι είναι το μοτίβο και τι ο κανόνας του.

Σύμφωνα με τον Ginsburg (2006), το μαθηματικό παιχνίδι αποτελείται από τρεις τύπους: το παιχνίδι που ενσωματώνει μαθηματικά νοήματα (mathematics embedded in play), το παιχνίδι που είναι εστιασμένο στα μαθηματικά (play centering on mathematics) και το παιχνίδι με τα μαθηματικά που έχουν διδαχθεί τα παιδιά. Το παιχνίδι που ενσωματώνει τα μαθηματικά πρόκειται για τις αυθόρμητες παιγνιώδεις καταστάσεις των παιδιών, στις οποίες για κάποιο λόγο, τα ίδια κάνουν λόγο σε μαθηματικές έννοιες. Για παράδειγμα, ο Ginsburg (2006) αναφέρεται στην περίπτωση τριών παιδιών που αποφασίζουν να παίξουν ένα παιχνίδι ρόλων, παίρνοντας ένα βιβλίο από τη βιβλιοθήκη και προσποιώντας ότι ένα από αυτά είναι ο δάσκαλος ενώ οι άλλοι δύο οι μαθητές. Στη διάρκεια του παιχνιδιού τους, το παιδί που παραστάει τον δάσκαλο κρατά το βιβλίο ανάποδα, ενώ τα άλλα δύο του επισημαίνουν ότι δεν μπορεί να το διαβάσει έτσι, κάνοντας άτυπα αναφορά σε έννοιες χωρικού προσανατολισμού. Ο ίδιος κάνει αναφορά και σε άλλο παράδειγμα παιχνιδιού που ενσωματώνει μαθηματικές ιδέες στο οποίο δυο παιδιά παίζουν με μπλοκ, χτίζοντας ψηλούς πύργους. Τα δύο παιδιά επικοινωνούν μεταξύ τους διερωτώμενοι για το ύψος των πύργων, για το δικό τους ύψος συγκριτικά με τους πύργους, ενώ τέλος ξεκινούν ένα ανταγωνιστικό παιχνίδι, χρησιμοποιώντας ανθρωπάκια και προσπαθώντας ο καθένας να βάλει το ανθρωπάκι του σε πιο ψηλό πύργο από το άλλο.

Οι μαθητές πολλές φορές παίζουν και με τα ίδια τα μαθηματικά. Αντίθετα με την προαναφερθείσα περίπτωση, όπου τα μαθηματικά εμφανίζονται ως παρεμβολή στο ίδιο το παιχνίδι, σε αυτή την κατηγορία τα μαθηματικά γίνονται το αντικείμενο του παιχνιδιού, με το παιδί να παίζει με αυτό. Αυτό το είδος παιχνιδιού ο Ginsburg (2006) το ονομάζει 'παιχνίδι εστιασμένο στα μαθηματικά'. Το παράδειγμα στο οποίο αναφέρεται ο ίδιος έχει να κάνει με ένα παιδί το οποίο καθισμένο σε ένα τραπέζι παίζει με μικρές χάντρες. Παρατηρώντας τες και σκεπτόμενος για το πλήθος τους, φωνάζει «Είναι 100!». Το 100 μπορεί να είναι είτε μία εκτίμηση, είτε ο μεγαλύτερος αριθμός που γνωρίζει. Από εκεί και στο εξής ξεκινάει μία διαδικασία, στην οποία το ίδιο το παιδί αλλά και άλλοι συμμαθητές που παρεμβαίνουν στην πορεία, προσπαθούν να καταμετρήσουν τις χάντρες και να φτάσουν τελικά στην  $100^{\text{η}}$  χάντρα. Η έντονη επιθυμία του παιδιού να φτάσει στον επιθυμητό στόχο ( $100^{\text{η}}$  χάντρα), ο οποίος είναι ένας ιδιαίτερος αριθμός για τον ίδιο, χωρίς λάθη και χωρίς να διασπαστεί η προσοχή του από τις παρεμβολές των άλλων παιδιών, κάνει το παιχνίδι αυτό ένα παιχνίδι με το ίδιο το σύστημα απαρίθμησης.

Τέλος, ο Ginsburg (2006) αναφέρει ως έναν τρίτο τύπο παιχνιδιού, το παιχνίδι εκείνο το οποίο σχετίζεται με τα μαθηματικά που έχουν ήδη διδαχθεί τα παιδιά.

Επισημαίνει το εξής παράδειγμα, όπου ένα κορίτσι φοράει μακριές, ριγέ, πολύχρωμες κάλτσες και φωνάζει το χρώμα καθεμιάς ρίγας, δείχνοντας την ταυτόχρονα. Λέει συγκεκριμένα: «Μωβ, πράσινο, ροζ, μπλε, πορτοκαλί, άσπρο, μωβ, πράσινο, ροζ, μπλε, πορτοκαλί, άσπρο, μωβ, ...». Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία, ο/η εκπαιδευτικός την ρωτάει, τι είναι αυτό το οποίο κάνει και η ίδια απαντάει «Προσπαθώ να βρω το μοτίβο». Έχοντας δουλέψει αρκετά με τα μοτίβα στη συγκεκριμένη τάξη, μαθητές είναι εξοικειωμένοι με την αναγνώριση των μοτίβων, καθώς ο/η εκπαιδευτικός κάθε φορά που εντοπίζει ένα μοτίβο επισημαίνει τον τύπο του (π.χ. μοτίβο AB, ABB). Έτσι, ο/η εκπαιδευτικός κι αυτή τη φορά λέει στο κορίτσι: «Ουάου, αυτό είναι ένα μεγάλο και περίπλοκο μοτίβο». Δείχνοντας μία-μία της γραμμές της λέει: «Είναι ένα A, B, C, D, E, F μοτίβο». Η αναζήτηση του μοτίβου φαίνεται να αποτελεί μία ‘παιγνιώδη κατάσταση’ για το παιδί αυτό, της οποίας το μαθηματικό περιεχόμενο αντλείται από τη διδασκαλία που έχει παρέλθει.

Συνοψίζοντας, μέσα από τη βιβλιογραφία προκύπτουν τέσσερα βασικά κριτήρια διαχωρισμού των μαθηματικών παιχνιδιών. Κατηγοριοποιούνται με βάση το είδος, όπου εξετάζονται τα μέσα και η γενική φύση του παιχνιδιού, με βάση τα μαθηματικά που εμπλέκονται, όπου εξετάζονται οι μαθηματικές ενότητες και οι τροχιές στις οποίες οργανώνεται το αναλυτικό πρόγραμμα των σχολικών μαθηματικών, με βάση το γνωστικό στόχο, όπου εξετάζεται η δεξιότητα προς ανάπτυξη και τέλος, με βάση τον τρόπο που αξιοποιούνται τα μαθηματικά στο πλαίσιο του παιχνιδιού από τον μαθητή.

## Ο ρόλος του μαθηματικού παιχνιδιού για τη μάθηση

Το περιεχόμενο της διδακτέας ύλης στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση αντανakλά στοιχεία της καθημερινότητας και για αυτό είναι απαραίτητο να δίνεται στους μαθητές με τρόπο που θα έχει νόημα και σύνδεση με την πραγματικότητα. Μία τέτοια σύνδεση θα επιτρέπει στους μαθητές να αναγνωρίσουν τους δεσμούς μεταξύ συγκεκριμένων και αφηρημένων μαθηματικών ιδεών. Το παιχνίδι αποτελεί ένα ιδανικό σημείο εκκίνησης για τα παιδιά στο να κατανοήσουν την ανθρώπινη και πρακτική υπόσταση των μαθηματικών (Moyles, 2007). Πιο συγκεκριμένα, στην έρευνα των Martlew et al. (2011), οι μαθητές κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού φαίνεται να αναπτύσσουν, μεταξύ άλλων, τις εξής πρακτικές: ταξινόμηση αριθμών, αναγνώριση μοτίβων, ενασχόληση με παζλ, μέτρηση, καταμέτρηση και πρόσθεση. Τα μαθηματικά που υπάρχουν πίσω από αυτές τις πρακτικές, προσδίδουν νόημα στον μαθητή, ούτως ώστε να κατανοήσει τη άμεση σύνδεσή τους με την καθημερινότητα.

Επιπλέον, τα παιδιά αντιλαμβάνονται βασικές αρχές που συνδέουν τα μαθηματικά με το παιχνίδι. Οι Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, & Laborde (1997) αναφέρουν διάφορα παραδείγματα αρχών που απαιτούνται και αποτελούν προϋπόθεση τόσο σε ένα παιχνίδι όσο και στα μαθηματικά. Η προφορική επικοινωνία μεταξύ των παικτών που είναι ταυτόχρονα πολύ σημαντική και στα μαθηματικά, οι αυστηροί κανόνες ενός παιχνιδιού που αντικατοπτρίζουν τα αξιωματικά συστήματα των μαθηματικών, το στοιχείο της τύχης και η συνδυαστική δομή των παιχνιδιών που αντιστοιχούν στις πιθανότητες των μαθηματικών, αποτελούν μερικά από αυτά τα παραδείγματα που δίνουν έμφαση στη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος.

Μαθητές όλων των ηλικιών, αλλά και κάθε επιπέδου ως προς το επίπεδο εκπαίδευσης στα μαθηματικά, μπορούν να επωφεληθούν από το μαθηματικό παιχνίδι, καθώς παίρνοντας μέρος στη διαδικασία χτίζουν πάνω στη δική τους προσωπική-ατομική μαθησιακή πορεία (Holton et al., 2001), σε ένα υποστηρικτικό περιβάλλον που

επιτρέπει τα λάθη. Σύμφωνα με τη McGrath (2010), η πολύ-αισθητηριακή εμπειρία που θα προσφέρει το παιχνίδι είναι η καταλληλότερη μέθοδος, για ένα παιδί, να σκεφτεί με μαθηματικό τρόπο. Αυτό συμβαίνει διότι το ίδιο το παιχνίδι μειώνει το άγχος, καθώς το στοιχείο της τύχης προβλέπει την ελευθερία λάθους και σωστού. Μειώνοντας το άγχος, είναι πολύ πιθανόν οι πεποιθήσεις των μαθητών να επηρεαστούν θετικά (Holton, Ahmed, Williams, & Hill, 2001· Ucus, 2015) και το παιχνίδι να αποτελέσει μία αξιοσημείωτη «θεραπεία» για την αντιμετώπιση της απάθειας των μαθητών στα μαθηματικά (Edith Cowan University et al., 2017). Επιπλέον, ο διαθέσιμος χρόνος που προσφέρει το μαθηματικό παιχνίδι, δίνει την ευκαιρία στα παιδιά να επαναλάβουν διαδικασίες και να κερδίσουν την αριστεία σε πράξεις και ιδέες, να διατυπώσουν ερωτήσεις, να συζητήσουν με τους συμπαίκτες και να διευκρινίσουν τις ιδέες τους, χωρίς την πίεση της γρήγορης προόδου και μετάβασης στην επόμενη μαθηματική ιδέα (Moyles, 2007).

Η διδασκαλία των μαθηματικών μέσω παιχνιδιών, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (McGrath, 2010· Moyles, 2007) ενισχύει το κίνητρο των παιδιών, καθώς η μάθηση επέρχεται καλύτερα όταν υπάρχει ένας σαφής σκοπός σε αυτό που πράττει κάποιος. Ο παράγοντας 'ενδιαφέρον' είναι η μεγαλύτερη κινητοποίηση για την μάθηση, μεταξύ παιδιών και η πιο αποτελεσματική μέθοδος για την επίτευξη αυτού, είναι η ενσωμάτωση παιχνιδιών, καθώς τα ίδια νιώθουν, ότι η μάθηση είναι πιο διασκεδαστική όταν γίνεται μέσω παιχνιδιού (Tsai & Yen, 2016). Το παιχνίδι προσφέρει έναν σημαντικό σκοπό, τη διασκέδαση, η οποία αρκεί για να ενθαρρύνει και δώσει την απαραίτητη προσοχή σε μία δραστηριότητα, ούτως ώστε να επέλθει η μάθηση (Moyles, 2007). Όταν η διδασκαλία των μαθηματικών περιλαμβάνει παιχνίδια, οι μαθητές τείνουν να αφιερώνουν περισσότερο χρόνο από το σύνηθες για να μάθουν, γεγονός που επηρεάζει εν τέλει, τα μαθησιακά αποτελέσματα.

Γενικότερα, τα περισσότερα παιχνίδια, δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να μαθαίνουν ο ένας από τον άλλον. Αυτό συμβαίνει συνήθως όταν τα παιδιά παίζουν ομαδικά παιχνίδια, όπου ο καθένας είναι μέλος μίας ομάδας και για να νικήσει η ομάδα απαιτείται η αλληλεπίδραση των μελών της, ως προς τις επιλογές που θα γίνουν, με τεκμηρίωση και πειθώ για αυτές. Τέτοιου είδους αλληλεπίδραση ενισχύει τη συνεργατική μάθηση και τη μίξη των ικανοτήτων και δεξιοτήτων των παιδιών, καθώς ο καθένας θα προτείνει τις δικές του ιδέες και θα υποβοηθήσει την ομάδα με τον δικό του τρόπο. Τα παιδιά που παίζουν μαζί, μαθαίνουν και πώς να δουλεύουν μαζί (Singer et al., 2006).

Τέλος, οι μαθητές επωφελούνται ταυτόχρονα και στην προσωπική ανάπτυξη απαραίτητων γνώσεων, δεξιοτήτων και αξιών, προκειμένου να είναι ενεργά μέλη της τάξης τους, αλλά και της κοινωνίας, μελλοντικά (Ucus, 2015). Σημαντικές δεξιότητες, οι οποίες αναπτύσσονται μέσω του μαθηματικού παιχνιδιού είναι ο αυτο-έλεγχος και η αίσθηση της ευθύνης, καθώς οι μαθητές αποφασίζουν οι ίδιοι για τις κινήσεις τους, έχοντας την πλήρη ευθύνη των επιλογών τους. Τα παιδιά που οργανώνουν και διαχειρίζονται μόνο τους τις κινήσεις και τις επιλογές τους στο παιχνίδι είναι πιο πιθανόν να αποκτήσουν περισσότερο δημιουργική και με αυτοπεποίθηση μαθηματική σκέψη, από τα παιδιά που συνεχώς λαμβάνουν καθοδήγηση (Moyles, 2007).

## **Το μαθηματικό παιχνίδι στις μικρές τάξεις (Α' & Β') του Δημοτικού στην Ελλάδα σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα**

Το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα μαθηματικών της Ελλάδας από το 2003 είναι το διαθεματικό ενιαίο πλαίσιο προγραμμάτων σπουδών-αναλυτικό πρόγραμμα

(ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ). Οι ειδικοί στόχοι του προγράμματος (ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ, 2003) για τη διδασκαλία των μαθηματικών στο δημοτικό είναι:

- (α) Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων.
- (β) Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας.
- (γ) Η κατανόηση στοιχειωδών Μαθηματικών μεθόδων.
- (δ) Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία.
- (ε) Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων.
- (στ) Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών.
- (ζ) Η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης, της μαθηματικής επιστήμης (ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών).
- (η) Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά.

Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά τις πρώτες τάξεις του δημοτικού (Α' και Β' τάξεις), σύμφωνα με το ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ (2003), το περιεχόμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης δομείται σε τέσσερις άξονες:

(α) Επίλυση προβλήματος (Α' & Β' τάξεις) - Οι μαθητές εξερευνούν μία κατάσταση, κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, διατυπώνουν διαφορετικά το ίδιο πρόβλημα, αναγνωρίζουν και περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις, χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην καθημερινή ζωή και εξοικειώνονται με τις νέες τεχνολογίες.

(β) Αριθμοί και πράξεις – Οι μαθητές επιδιώκεται: Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 100 (Α' τάξη) / μέχρι το 1000 (Β' τάξη). Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με αριθμούς που δεν ξεπερνούν το 20 (Α' τάξη) / το 100 και συμπεριλαμβανομένου της πράξης πολλαπλασιασμού (Β' τάξη). Να εξοικειωθούν με καταστάσεις επανάληψης ίσων ποσοτήτων και διαμερισμού (μερισμού) (Α' & Β' τάξεις). Να χρησιμοποιούν την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό (Β' τάξη).

(γ) Μετρήσεις – Οι μαθητές επιδιώκεται: Να έχουν μία πρώτη επαφή με τις έννοιες: μήκος, χρόνος, χρήμα, μάζα (Α' τάξη). Να εφαρμόζουν τη διαδικασία μέτρησης μήκους και επιφανειών με συμβατικές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης (Β' τάξη). Να εξασκούνται στη μέτρηση χρόνου, χρήματος και μάζας (Β' τάξη). Να αναγνωρίζουν να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα (Α' & Β' τάξεις).

(δ) Γεωμετρία – Οι μαθητές επιδιώκεται: Να εξασκούνται στον προσανατολισμό στο χώρο (Α' τάξη). Να εξασκούνται στη σχεδίαση, αναπαραγωγή, αναγνώριση σχημάτων (Α' τάξη) και των χαρακτηριστικών αυτών (Β' τάξη), την ταξινόμηση και ονομασία σχημάτων. Να καθορίζουν σημεία και να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες (Β' τάξη). Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες (Β' τάξη). Να διακρίνουν τα στερεά: συγκεκριμένα, τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα (Α' & Β' τάξεις). Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα (Α' τάξη) και να συμπληρώνουν το συμμετρικό ενός σχήματος (Β' τάξη).

Όσον αφορά την παιδαγωγική προσέγγιση που προτείνεται, σύμφωνα με το ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ (2003), το παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας αμφισβητείται, καθώς δεν έχει πλέον τόσο σημασία το τελικό προϊόν και ο τρόπος παρουσίασής του, όσο η διαδικασία σύλληψης, οργάνωσης και τεκμηρίωσης της γνώσης. Έτσι, το ΑΠ προτείνει την μαθητοκεντρική - κατασκευαστική προσέγγιση, με στοιχεία ομαδοσυνεργατικής εργασίας, καθώς η σπουδαιότητα ανάπτυξης δεξιοτήτων συνεργασίας και η συμβολή τους στην κοινωνία δεν μπορεί να αμφισβητηθεί.

Η οργάνωση των δραστηριοτήτων προτείνεται να γίνεται έτσι ώστε ο μαθητής να μην είναι παθητικός ακροατής, αντίθετα, να συμμετέχει ενεργά, ανακαλύπτοντας, δομώντας και εφαρμόζοντας τη νέα γνώση και πρωτίστως αποκτώντας έλεγχο της μαθησιακής του πορείας (Βιβλίο Δασκάλου Μαθηματικών Α' Δημοτικού). Στο αναλυτικό πρόγραμμα και στα σχολικά εγχειρίδια υποστηρίζεται ότι "υιοθετείται η βασική παιδαγωγική και διδακτική αρχή ότι κάποιος μαθαίνει καλύτερα όταν ενεργοποιείται το ενδιαφέρον του για μάθηση μέσα από τη δημιουργία των κατάλληλων κινήτρων και όταν έχει να αντιμετωπίσει μια κατάσταση - πρόβλημα στην οποία εμπλέκεται ενεργά και με τρόπο βιωματικό" (Βιβλίο Δασκάλου Μαθηματικών Α' Δημοτικού, σ. 5). Με τον όρο βιωματική δράση στα μαθηματικά, δεν νοείται μια απλή δράση και ενεργοποίηση του παιδιού, αλλά μία δράση που συνδυάζεται με τη σκέψη, δηλαδή σκέψη πάνω στη δράση και το βίωμα. Για τον λόγο αυτό τα παιχνίδια φαίνεται να αποτελούν αξιόλογη διδακτική πρόταση, "όντας καταστάσεις πλούσιες, γόνιμες και ευχάριστες και θα αποτελέσουν αντικείμενο προβληματισμού για να γεννηθούν μαθηματικές έννοιες" (Βιβλίο Δασκάλου Μαθηματικών Α' Δημοτικού, σ. 5).

Με βάση τους άξονες του μαθηματικού περιεχομένου που δομείται η ύλη στα σχολικά εγχειρίδια, δίνονται αντίστοιχες προτεινόμενες δραστηριότητες. Αρκετές από αυτές τις προτεινόμενες δραστηριότητες αφορούν παιγνιώδεις δραστηριότητες, όπως αυτές που παρουσιάζονται ενδεικτικά στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Προτεινόμενα Μαθηματικά Παιχνίδια ΑΠ - Α' τάξη

<b>Άξονας</b>	<b>Ενδεικτικά παιχνίδια</b>	<b>N</b>
Προβλήματα	-	0
Αριθμοί	Τα καρεκλάκια, Το ταμπουρίνο, Το παιχνίδι με τα χελιδόνια, Σχηματίζουμε τους αριθμούς με το σώμα μας, Σχηματίζουμε προτάσεις για τον αριθμό των μελών του σώματος μας και των αντικειμένων της τάξης, Η πολυκατοικία με τα καρεκλάκια, Ο ταμίας, Ο μετρητής των χιλιομέτρων	8
Πράξεις	Παίζουμε με τα δάχτυλα, Το κουτί με τις ομάδες, Μαντεύω πόσα έκρυψα, Μεταβολή των ομάδων των παιδιών, Προσθέτουμε με τα ζάρια, Διαφανείς σακούλες, Λογοτέχνες-Ζωγράφοι-Μαθηματικοί, Προσθέτουμε με το ζάρι, Παίζουμε με τους αριθμούς, Το κνήγι του 10, Το κουτί με τα αντικείμενα, Τα καγκουρό, Παιχνίδι με τα δάχτυλα, Οι μέλισσες στα λουλούδια, Μαντεύουμε πόσα κρύβονται, Ο αριθμός-στόχος, Το φιδάκι, Μαντεύω τον αριθμό	18
Μετρήσεις	-	0
Γεωμετρία	Το τάγκραμ	1



Πίνακας 2. Προτεινόμενα Μαθηματικά Παιχνίδια ΑΠ - Β' τάξη

Άξονας	Ενδεικτικά παιχνίδια	N
Αριθμοί	Παιχνίδι στα 20, Ζάρια και αριθμοί, Που είναι οι αριθμοί;, Δρόμος με εμπόδια, Ο κρυμμένος θησαυρός, Διπλασιάζω ως το 100, Αριθμοί-Στόχοι (3), Η τράπεζα	10
Αριθμοί και Πράξεις	Φτιάχνουμε ομάδες, Οι μουσικές καρτέλες, Αριθμοί-Στόχοι (5), Ερωτήσεις-Απαντήσεις, Παιχνίδι εξάσκησης προσθέσεων-αφαιρέσεων, Παιχνίδι σχηματισμού αριθμών με κάρτες	10
Μετρήσεις	-	0
Μοτίβο	Κερδίζει όποιος χάνει	1
Γεωμετρία	Το τάγκραμ, Πεντόμινα	2
Προβλήματα	Αριθμοί-Στόχοι (3)	3

Όπως φαίνεται και στους παραπάνω απολογιστικούς πίνακες, τα περισσότερα από τα παιχνίδια που προτείνονται στα αναλυτικά προγράμματα και στα βιβλία δασκάλων της Α' και Β' τάξης αφορούν και επικεντρώνονται στους μαθηματικούς άξονες των αριθμών και των πράξεων. Χαρακτηριστικά, στο Βιβλίο Δασκάλου Μαθηματικών Β' Δημοτικού (σ. 8) αναφέρεται ότι "η γεωμετρία χρησιμοποιείται διαισθητικά αλλά με σαφή σύνδεσή της με εκφάνσεις στην καθημερινή ζωή και μέσα από παιχνίδια". Παρόλα αυτά, στην πραγματικότητα δεν φαίνεται να υπάρχουν αρκετές προτάσεις μαθηματικών παιχνιδιών που θα μπορούσαν να συμβάλλουν στη διδασκαλία της γεωμετρίας, τόσο στην Α', όσο και στην Β' τάξη. Αντίστοιχα, έλλειψη προτάσεων μαθηματικών παιχνιδιών υπάρχει και στους άξονες των μετρήσεων, των μοτίβων αλλά και στη θεματική επίλυσης προβλημάτων.

Οι οδηγίες που δίνονται για κάθε μαθηματικό παιχνίδι αφορούν μονάχα στη διαδικασία του ίδιου του παιχνιδιού. Μάλιστα, κυρίως στην Β' τάξη, σε αρκετές περιπτώσεις οι οδηγίες αυτές δεν επαρκούν και δεν γίνεται σαφής ο τρόπος που παίζεται το κάθε παιχνίδι (π.χ. «Που είναι οι αριθμοί;», «Δρόμος με εμπόδια», «Διπλασιάζω ως το 100», «Κερδίζει όποιος χάνει», (Βιβλίο Δασκάλου Μαθηματικών Β' Δημοτικού). Επιπλέον, σχεδόν σε όλες τις προτάσεις για αξιοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών οι οδηγίες που παρέχονται δεν συμπεριλαμβάνουν βασικά στοιχεία όπως πιθανόν διδακτικές κατευθύνσεις για τον τρόπο αξιοποίησης-εφαρμογής του εκάστοτε παιχνιδιού, τον ρόλο του εκπαιδευτικού, και τους στόχους τους οποίους εξυπηρετεί η ένταξη και υλοποίηση κάποιου συγκεκριμένου παιχνιδιού στη διδασκαλία. Είναι επιπλέον ιδιαίτερα σημαντικό ο εκπαιδευτικός να γνωρίζει το βαθμό εμπλοκής του στη διαδικασία, να γνωρίζει τι πρέπει να κάνει πριν, κατά τη διάρκεια και στο τέλος του μαθηματικού παιχνιδιού, καθώς επίσης και πώς να αντιμετωπίσει διάφορες πιθανές εκδοχές και εκβάσεις του παιχνιδιού. Συμπερασματικά, φαίνεται ότι η προσέγγιση που προτείνεται από τα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών των δύο πρώτων τάξεων του δημοτικού, όσον αφορά την αξιοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών, δεν είναι επαρκής και μοιάζει αρκετά επιφανειακή, γεγονός που δείχνει ότι οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν μια σαφή και ουσιαστική κατεύθυνση ως προς την ενσωμάτωση της παιδαγωγικής του παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών.

## Αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση

Στην ενότητα αυτή αναδεικνύονται τα ερευνητικά ευρήματα που σχετίζονται με την παρούσα μελέτη. Πιο συγκεκριμένα, το ερευνητικό ενδιαφέρον βρίσκεται στους ορισμούς και τις περιγραφές των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι και την ενσωμάτωσή του στη διδασκαλία, στις σχετικές τους πρακτικές και τέλος, στους παράγοντες που υποστηρίζουν ή εμποδίζουν την ένταξη παιχνιδιών στη διδασκαλία τους.

Υπάρχει ωστόσο περιορισμένος αριθμός ερευνών που εστιάζει συγκεκριμένα αλλά και ταυτόχρονα στη μαθηματική εκπαίδευση και στους εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Έτσι, με βάση τις παραπάνω θεματικές, θα αναλυθούν τα κυριότερα ευρήματα στο γενικότερο πεδίο έρευνας της παιδαγωγικής του παιχνιδιού, με προσανατολισμό τη μαθηματική εκπαίδευση.

### Αντιλήψεις εκπαιδευτικών για το παιχνίδι και την αξιοποίησή του

Οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι και την ενσωμάτωση του παρουσιάζονται σε δύο άξονες. Αρχικά, αναφέρονται οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με το τι ορίζεται το μαθηματικό παιχνίδι. Έπειτα, παρουσιάζονται οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τον ρόλο και τα θετικά που προσφέρει το παιχνίδι, ξεκινώντας γενικά και εστιάζοντας στη μαθηματική γνώση.

Μέσα από τις διάφορες μελέτες που έχουν γίνει, διαφαίνεται μία μερίδα εκπαιδευτικών, οι οποίοι δεν αναγνωρίζουν τη σύνδεση παιχνιδιού και μάθησης ως συμπληρωματικές διαδικασίες. Το γεγονός αυτό φαίνεται να συμβάλλει στην ανασφάλεια των ίδιων των εκπαιδευτικών, ως προς την αξιοποίηση της παιδαγωγικής του παιχνιδιού (Pyle et al., 2017). Τείνουν δηλαδή να θεωρούν ότι πρόκειται για ασύνδετους όρους, εκφράζοντας σύγχυση ως προς τον τρόπο με τον οποίο οι παιγνιώδεις δραστηριότητες μπορούν να επιφέρουν μάθηση.

Σύγχυση επικρατεί και ως προς το τι νοείται 'παιχνίδι' για τον κάθε εκπαιδευτικό και πώς αντιλαμβάνεται την ενσωμάτωση του στη διδασκαλία. Η Ranz-Smith (2007) διερεύνησε τις αντιλήψεις 4 δασκάλων πρώτης δημοτικού σχετικά με την έννοια, τις μορφές και την αξία του παιχνιδιού, μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων και αναλύσεων διδακτικών αρχείων. Όπως διαπιστώθηκε δύο από τις εκπαιδευτικούς αντιλαμβάνονται το παιχνίδι ως κατευθυνόμενο με σκοπό τη επίτευξη στόχων, ενώ οι άλλες δύο ως αυθόρμητο και ελεύθερο. Συγκεκριμένα, όρισαν το παιχνίδι κατά την εκπαιδευτική διαδικασία ως ένα πλαίσιο που περιλαμβάνει τόσο το παιχνίδι όσο και την εργασία, μέσα στο οποίο οι καθορισμένοι και απαιτούμενοι στόχοι της ημέρας, συνδυάζονται με τη διασκέδαση, που σημαίνει ότι οι μαθητές αξιοποιούν το παιχνίδι για να επιτύχουν αυτούς τους στόχους. Αντίθετα, οι άλλες δύο εκπαιδευτικοί όρισαν το παιχνίδι ως αόριστο, δηλαδή χωρίς όρους και συγκεκριμένη δομή, επιλεγόμενο από τον ίδιο τον μαθητή και προαιρετικό για τον ίδιο. Το παιχνίδι αυτό σύμφωνα με τις εκπαιδευτικούς γίνεται αντιληπτό ως αυθόρμητη περίσταση και ως προϊόν δημιουργίας και σκέψης του ίδιου του παιδιού.

Πολλοί είναι όμως οι εκπαιδευτικοί, οι οποίοι παρά τις πιθανές αμφιβολίες που ίσως έχουν για το τι είναι το παιχνίδι, εκφράζουν ρητά τα θετικά οφέλη που πιστεύουν ότι μπορεί να προσδώσει το ίδιο στη μάθηση. Το παιχνίδι, γενικότερα, σύμφωνα με τους τους εκπαιδευτικούς σχετικής έρευνας (Hynonen, 2011), συνδυάζει την ανάπτυξη του γνωστικού και συναισθηματικού τομέα, αλλά ταυτόχρονα προωθεί και την ανάπτυξη του κοινωνικού και του φυσικό-κινητικού τομέα. Οι εκπαιδευτικοί

αναφέρουν πως με το παιχνίδι το παιδί έχει ενεργό συμμετοχή στη διαδικασία και βελτιώνει την ατομική του γνώση, την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, τον τρόπο που συνεργάζεται με άλλους συμμαθητές του ή και με τον εκπαιδευτικό, την αυτοεκτίμησή του, ενώ παράλληλα θεωρείται πολύ σημαντικό για τη φιλία των μαθητών (Faizura Ahmad Fuadi et al., 2018· Hyvonen, 2011· Marshall & Swan, 2009· Martlew et al., 2011· Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2009· Ucus, 2015). Συγκεκριμένα, στην έρευνα της Ucus (2015), μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων σε 24 δασκάλους πρωτοβάθμιας εκπαίδευσής, οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί, σε μία προσπάθεια να ορίσουν την παιδαγωγική του παιχνιδιού, αναφέρονται σε τρία βασικά χαρακτηριστικά: μαθαίνω πράττοντας (learning by doing), ενεργός μάθηση (active learning) και μαθητοκεντρική προσέγγιση (student-centered approach). Η ενεργός συμμετοχή, σύμφωνα και με τους συμμετέχοντες της έρευνας των Martlew et al. (2011), ενισχύει επίσης τη συμπερίληψη, καθώς όλοι οι μαθητές έχουν πρόσβαση στη μάθηση, ανεξαρτήτως των ικανοτήτων τους. Επιπλέον, στην ίδια έρευνα, ένας αριθμός εκπαιδευτικών αναφέρουν ότι μέσω της ενεργούς μάθησης και της αξιοποίησης του παιχνιδιού, οι ίδιοι μπορούν να διαθέσουν περισσότερο ατομικό χρόνο για κάθε μαθητή και συνεπώς να μπορέσουν να χτίσουν την απαραίτητη «σκαλωσιά» για τη μάθησή του (Martlew et al., 2011).

Σε άλλη μελέτη που εστιάζει στη μαθηματική εκπαίδευση (Demirbilek & Tamer, 2010), οι εκπαιδευτικοί επισημαίνουν ότι μια διδασκαλία βασισμένη στο παιχνίδι, που θέτει τον μαθητή στο επίκεντρο, αξιοποιώντας τις προσωπικές εμπειρίες και επιλογές των παιχνιδιών που ενδιαφέρουν τους μαθητές (δηλαδή το από κοινού κατευθυνόμενο παιχνίδι), μπορεί να επιτύχει την πολύπλευρη ανάπτυξή του. Όσον αφορά το μαθηματικό παιχνίδι, αρκετοί εκπαιδευτικοί αναφέρουν ότι με τη χρήση των παιχνιδιών ενισχύεται το μαθηματικό λεξιλόγιο των μαθητών (Demirbilek & Tamer, 2010· Marshall & Swan, 2009), ενώ άλλοι υποστηρίζουν ότι τα παιχνίδια μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να μεταφέρουν τη νέα μαθηματική γνώση στον πραγματικό κόσμο, αποκτώντας έτσι μια βαθύτερη κατανόησή της (Ucus, 2015). Οι εκπαιδευτικοί φαίνεται λοιπόν ότι αντιλαμβάνονται, αν και εν μέρει, την ανάγκη διδασκαλίας μαθηματικών με νόημα και συνδέουν το μαθηματικό παιχνίδι με τον πραγματικό κόσμο των μαθητών, όντας αναπόσπαστο μέρος της καθημερινότητάς τους. Οι εκπαιδευτικοί στην έρευνα της Hyvonen (2011), συμφωνούν ότι η περιστασιακή αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία δεν υποστηρίζει μια εξελικτική διαδικασία μάθησης, προς την κατεύθυνση της μαθηματικοποίησης. Με άλλα λόγια, η περιστασιακή αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού δεν επιτρέπει στον ίδιο τον μαθητή να αντιληφθεί τα μαθηματικά ως ένα παραγωγικό σύστημα που συνεχώς εξελίσσεται. Τέλος, σε έρευνα των Vogt et al. (2018), οι εκπαιδευτικοί επισημαίνουν ότι η διδασκαλία των μαθηματικών με βάση το παιχνίδι εξυπηρετεί τις ανάγκες όλων των μαθητών, ωστόσο για τους μαθητές με χαμηλές μαθηματικές γνώσεις και ικανότητες, ίσως αυτό δεν είναι αρκετό.

### Πρακτικές εκπαιδευτικών σχετικές με το παιχνίδι

Η Hyvonen (2011), αναλύοντας δεδομένα συνεντεύξεων δεκατεσσάρων εκπαιδευτικών νηπιαγωγείου έως και 4ης δημοτικού, ανέδειξε τρεις τύπους εκπαιδευτικών, όσον αφορά την εφαρμογή της παιδαγωγικής του παιχνιδιού. Η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών φάνηκε να ανήκει στην πρώτη κατηγορία, του καθοδηγητές (leaders). Οι καθοδηγητές κατευθύνουν το παιχνίδι εστιάζοντας στο



πρόγραμμα σπουδών και στην επίτευξη των στόχων. Οι υπόλοιποι εκπαιδευτικοί μοιράστηκαν στις άλλες δυο κατηγορίες, οι οποίες περιλαμβάνουν τους απλούς παρατηρητές (allowers) και τους διευκολυντές (afforders). Ο παρατηρητής εκπαιδευτικός εστιάζει στο παιχνίδι και στη συλλογικότητα. Έχει επίγνωση πού βρίσκονται τα παιδιά, τι κάνουν και αν χρειάζονται τη βοήθειά του, διασφαλίζει την ασφάλεια, και ταυτόχρονα επιτρέπει στα παιδιά να είναι ενεργά και εφευρετικά, βοηθώντας τα να πραγματοποιήσουν τους δικούς τους στόχους, ενώ επιδιώκει έμμεσα τους στόχους από το πρόγραμμα σπουδών. Ο παρατηρητής επιπλέον παρέχει δυνατότητες διαπραγμάτευσης κανόνων και ανάπτυξης φιλικών σχέσεων μεταξύ των ομότιμων. Ο τρίτος ρόλος του εκπαιδευτικού είναι ο 'διαμεσολαβητής' ο οποίος παρέχει μάθηση μέσω του παιχνιδιού. Κατά το παιχνίδι των παιδιών λειτουργεί ως διαμεσολαβητής και σύμβουλος. Παρατηρεί, υποκινεί-ενεργοποιεί, αμφισβητεί και ενθαρρύνει, παρέχει παραδείγματα, θέτει ερωτήσεις, ενδιαφέρεται και εξασφαλίζει την ασφάλεια. Επιπλέον, κάνει σχεδιασμούς για παιχνίδι οι οποίοι περιλαμβάνουν και διαδικασίες αξιολόγησης, ώστε να γνωρίσει και να κατανοήσει τα παιδιά. Η μάθηση και το παιχνίδι αντιμετωπίζονται ως ολότητα, ο/η εκπαιδευτικός παρέχει τη βασική ιδέα, και η τελευταία να τροποποιείται από κοινού με τα παιδιά, περνώντας από τρεις φάσεις, τον προσανατολισμό, το παιχνίδι και τη συζήτηση.

Συγκεκριμένα όσον αφορά τη διδασκαλία των μαθηματικών, στην έρευνα της Dunphy (2009), φάνηκε ότι η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών επικεντρώνεται στα σχολικά εγχειρίδια, για τη διδασκαλία των μαθηματικών και σε μία περισσότερο μετωπική διδασκαλία, ενώ ελάχιστοι (20 από τους 266 συμμετέχοντες) ήταν αυτοί που εκδήλωσαν αυθόρμητο ενδιαφέρον στη χρήση μαθηματικών παιχνιδιών και αναγνώρισαν τα οφέλη αυτών, όσον αφορά την ενεργό και ευχάριστη μάθηση των παιδιών. Σε άλλη έρευνα (Ucus, 2015), στην οποία έλαβαν μέρος 24 εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσής μέσω ημιδομημένων - συνεντεύξεων, καταγράφηκε ότι μόνο οι εκπαιδευτικοί υψηλού κοινωνικό-οικονομικού επιπέδου (8 από τους 24) αξιοποιούν το παιχνίδι στη διδασκαλία των μαθηματικών, και το χρησιμοποιούν συνήθως ως εισαγωγική δραστηριότητα στη διαδικασία μάθησης, αναφέροντας ως παραδείγματα τη χρήση των Lego και το Tangram.

Σε άλλη έρευνα των Björklund et al. (2018), οι ερευνητές προσπάθησαν μέσω παρατήρησης να εντοπίσουν τις στρατηγικές εκκίνησης και απόκρισης των εκπαιδευτικών στο μαθηματικό περιεχόμενο του ελεύθερου παιχνιδιού των μαθητών, καταλήγοντας σε τέσσερις πρακτικές. Η πρώτη αφορά την επιβεβαίωση της κατεύθυνσης ενδιαφέροντος (confirming direction of interest) του μαθητή, όπου ο εκπαιδευτικός δείχνει ενδιαφέρον ως προς το αντικείμενο με το οποίο οι μαθητές εμπλέκονται, ρωτώντας ή επιβεβαιώνοντας τον τρόπο έκφρασής τους. Η δεύτερη εστιάζει στη διαδικασία κατά την οποία ο εκπαιδευτικός παρέχει τις ορθές στρατηγικές (providing strategies), για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων. Για παράδειγμα, όταν οι μαθητές επιχειρούν να καταμετρήσουν ένα πλήθος αντικειμένων, κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει τη διαδικασία αυτή, παρέχοντας μια κατεύθυνση ως προς τη ενσώματη καταμέτρηση (δηλ. δείχνοντας με το δάχτυλο κάθε ένα αντικείμενο το οποίο αριθμείται) ή απαγγέλοντας τον ρυθμό καταμέτρησης μαζί με τον μαθητή. Έτσι, ο ίδιος εφιστά την προσοχή του μαθητή ως προς το τι έχει ήδη καταμετρηθεί. Η τρίτη πρακτική αφορά την ενσωμάτωση ήδη γνωστών στο παιδί εννοιών στο παιχνίδι (situating known concepts). Στην περίπτωση αυτή, οι μαθητές ή ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιούν οικείες καταστάσεις προσποίησης κατά το παιχνίδι, αλλά η από κοινού εξερεύνηση και ανακάλυψη αυτών των καταστάσεων προκύπτει όταν κάποιος από τους δύο παίρνει πρωτοβουλία να ενσωματώσει την έννοια στο παιχνίδι και να εξηγήσει στον άλλον για αυτήν. Τέλος, η

τελευταία διαδικασία εμπλοκής του εκπαιδευτικού στο παιχνίδι, αφορά την πρόκληση της ερμηνείας του συγκεκριμένου του παιχνιδιού (challenging concept meaning). Ο εκπαιδευτικός στην προκειμένη περίπτωση παίρνει μέρος στο παιχνίδι των παιδιών με σκοπό να έρθει σε αντιπαράθεση στις εκφράσεις των παιδιών και συνεπώς να προωθήσει την επεξηγηματική παρουσίαση και ερμηνεία των λεγόμενων τους, ούτως ώστε να εδραιωθεί η από κοινού κατανόηση του συγκεκριμένου του παιχνιδιού.

### Παράγοντες που εμποδίζουν την ενσωμάτωση του παιχνιδιού στη διδασκαλία

Σύμφωνα με τη θεωρία της Έλλογης Δράσης (the theory of reasoned action), που ανέπτυξαν οι Fishbein και Ajzen (1980 όπως αναφέρεται στη Ranz-Smith, 2007), είναι αποδεκτό ότι παρά τις πεποιθήσεις ενός ατόμου, ίσως υπάρξουν κοινωνικές πιέσεις και επιρροές ή ελλείψεις, οι οποίες ωθούν το άτομο να πράττει μέσα σε ένα πλαίσιο που διαφέρει από τις δηλωμένες αντιλήψεις του). Ίσως για αυτό οι θετικές αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι δεν συμβαδίζουν πάντα με τις πρακτικές τους στο πλαίσιο της καθημερινής πρακτικής.

Στην συνέχεια εξετάζονται οι παράγοντες που φαίνεται να εμποδίζουν την ενσωμάτωση του παιχνιδιού στη διδασκαλία.

Η ανάγκη για μία προσέγγιση εστιασμένη στην ενεργό μάθηση, με έμφαση στο παιχνίδι, αποτελεί πρόκληση για μερικούς εκπαιδευτικούς, καθώς απαιτεί τη δημιουργία ενός κατάλληλου διδακτικού πλαισίου, το οποίο θα επιτρέπει τη αξιοποίηση των ενδιαφερόντων των μαθητών και θα χτίζει τη νέα γνώση επάνω στην ήδη προϋπάρχουσα (Martlew et al., 2011). Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Martlew et al., 2011· Wickstrom et al., 2019), ο μεγάλος αριθμός μαθητών στις τάξεις αποτελεί μία από τις δυσκολίες αρκετών εκπαιδευτικών. Έρευνες (Jay & Knaus, 2018· Holton et al., 2001· Pyle et al., 2017, 2017· Ucus, 2015) επίσης, έδειξαν, ότι ο περιορισμένος διαθέσιμος χρόνος δημιουργεί άγχος για την κάλυψη της ύλης και συνεπώς, οι εκπαιδευτικοί αποστασιοποιούνται από τη δοκιμή διαφορετικών και ιδίως καινοτόμων παιδαγωγικών προσεγγίσεων, όπως η παιδαγωγική του παιχνιδιού. Περιοριστικοί επίσης, παράγοντες αναδείχθηκαν η διοικητική και γονική πίεση που δέχονται οι εκπαιδευτικοί, κατά την ένταξη του παιχνιδιού στη διδασκαλία. Εκπαιδευτικοί αναφέρουν τα παράπονα γονέων, για τον προκαλούμενο θόρυβο κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού των μαθητών, στο πλαίσιο της διδασκαλίας (Ranz-Smith, 2007). Ο παράγοντας αυτός, φαίνεται να απασχολεί και τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς, καθώς είναι ανήσυχοι για τον υπερβολικό ενθουσιασμό των μαθητών που πιθανόν να προκύψει και την πιθανή διατάραξη της ισορροπίας της τάξης (Jay & Knaus, 2018· Demirbilek & Tamer, 2010· Ucus, 2015).

Η έλλειψη διαθέσιμων πόρων - υλικοτεχνικής υποδομής και ο χαμηλός προϋπολογισμός ανά τάξη, φάνηκε να αποτελεί έναν επιπλέον περιοριστικό παράγοντα για την ένταξη της παιδαγωγικής του παιχνιδιού στο πρόγραμμά τους (Jay & Knaus, 2018· Demirbilek & Tamer, 2010· Pyle et al., 2017· Ucus, 2015). Σε αυτές τις δυσκολίες, προστίθενται και άλλες, όπως η έλλειψη επαρκούς και κατάλληλου για παιχνίδι χώρου, το απαιτητικό και μη ευέλικτο πρόγραμμα σπουδών και οι απαιτήσεις για την αξιολόγηση των μαθητών (Jay & Knaus, 2018· Hyvonen, 2011· Pyle et al., 2017), για τις οποίες υπεύθυνοι δεν είναι οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί, αλλά το ευρύτερο εκπαιδευτικό σύστημα και οι περιορισμένες οικονομικές παροχές στα σχολεία.

Ένας άλλος σημαντικός ανασταλτικός παράγοντας για την εφαρμογή της παιδαγωγικής του παιχνιδιού στο πλαίσιο της μαθηματικής μάθησης φαίνεται να είναι και η στάση των ίδιων των εκπαιδευτικών απέναντι στα μαθηματικά. Η έρευνα δείχνει

ότι συχνά τα μαθηματικά δεν αρέσουν στους εκπαιδευτικούς. Φαίνεται ότι τα φοβούνται και δεν θέλουν να τα διδάσκουν (Ginsburg, 2006). Έχει βρεθεί (Holton et al., 2001· Wickstrom et al., 2019) ότι η προσωπική αντίληψη, ως προς τη δυσκολία των μαθηματικών, αλλά και η ικανότητα των εκπαιδευτικών ως προς το ίδιο το γνωστικό αντικείμενο, αντανακλάται στη διδασκαλία τους, δημιουργώντας στους ίδιους αμφιβολίες, για το εάν η παιδαγωγική του παιχνιδιού είναι κατάλληλη και ικανή, για την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Επιπλέον, ο τρόπος που έμαθαν οι ίδιοι, αποτελεί συχνά μοντέλο για τη μέθοδο διδασκαλίας που οι ίδιοι χρησιμοποιούν και τους είναι δύσκολο να αξιοποιήσουν άλλες μεθόδους, και να αποδεσμευτούν από άκαμπτες παιδαγωγικές απόψεις (Moyles, 2007). Είναι σημαντικό ως σημείο αφετηρίας, ο εκπαιδευτικός να ‘επιτρέπει’ στους μαθητές του να αγαπήσουν τα μαθηματικά. Κάτι τέτοιο προϋποθέτει όμως ότι ο ίδιος θα έχει τα αντίστοιχα συναισθήματα απέναντι στα μαθηματικά (McGrath, 2010). Εάν δεν τηρείται η προϋπόθεση αυτή, ένας φαύλος κύκλος δημιουργείται και αναπαράγεται μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικών.

Η μη επαρκής κατάρτιση των εκπαιδευτικών τόσο στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης όσο και στο πεδίο της αξιοποίησης του παιχνιδιού αποτελεί ένα επιπλέον εμπόδιο για την υιοθέτηση της παιδαγωγικής του παιχνιδιού στη διδασκαλία τους, το οποίο συνδυάζεται με το φόβο των μαθηματικών. Οι έρευνες (Jay & Knaus, 2018· Pyle et al., 2017· Wickstrom et al., 2019) δείχνουν ότι η περιορισμένη γνώση και εμπειρία των εκπαιδευτικών σχετικά με την παιδαγωγική του παιχνιδιού, εμποδίζει την εφαρμογή της στη διδακτική πράξη. Έτσι, πολλοί εκπαιδευτικοί εκφράζουν τη δυσκολία του να διαχωρίσουν τι είναι σημαντικό και κατά πόσο επιτυγχάνονται οι εκπαιδευτικοί στόχοι μέσα από τα μαθηματικά παιχνίδια που επιλέγουν (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2009).

Επίσης, ως αποτέλεσμα της ανεπαρκούς κατάρτισης, οι εκπαιδευτικοί δυσκολεύονται να σχεδιάσουν ή να επιλέξουν κατάλληλα παιχνίδια (Demirbilek & Tamer, 2010· Marshall & Swan, 2009· Skoumpourdi & Καλαβάσης, 2009· Ucus, 2015), αλλά και να αξιολογήσουν αποτελεσματικά την επίτευξη των επιδιωκόμενων στόχων όταν χρησιμοποιούν παιχνίδια στη διδασκαλία των μαθηματικών (Demirbilek & Tamer, 2010· Faizura Ahmad Fuadi et al., 2018· Martlew et al., 2011· Pyle et al., 2017· Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2009· Ucus, 2015). Μερικοί, επίσης, φοβούνται ότι εντάσσοντας το παιχνίδι στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι μαθητές ίσως αποκτήσουν μία αρνητική και επιπόλαιη εικόνα για τα μαθηματικά (Bishop et al., 1997). Επισημαίνουν μάλιστα ότι μπορεί να ξεφύγουν από τους μαθησιακούς στόχους, και να εστιάσουν σ’ αυτό καθαυτό το παιχνίδι (Demirbilek & Tamer, 2010· Ucus, 2015).

Συνοψίζοντας, οι παράγοντες που πιθανόν εμποδίζουν ή αποτρέπουν την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού, άλλοτε αφορούν ζητήματα του εκπαιδευτικού συστήματος, όπως ο μεγάλος αριθμός μαθητών στις τάξεις ή τα αυστηρά δομημένα αναλυτικά προγράμματα και άλλοτε αφορούν τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, όπως η ελλιπής κατάρτισή του ως προς την παιδαγωγική του παιχνιδιού ή ο πιθανός φόβος του απέναντι είτε σε νέες μεθόδους διδασκαλίας, είτε στο ίδιο το αντικείμενο των μαθηματικών.

## **Στόχος και ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας**

Ο ρόλος των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού είναι καθοριστικός για την επίτευξη μίας υψηλής μαθηματικής εκπαίδευσης, η οποία

εστιάζει στην επαφή των μαθητών με ιδέες και καταστάσεις που βρίσκονται σε μία πορεία θεμελίωσης και ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών (Sarama & Clements, 2009β). Η προσέγγιση της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης προτείνει οι καταστάσεις αυτές να πλαισιώνονται από καθημερινά και πραγματικά στοιχεία, ούτως ώστε ο μαθητής να βρίσκει νόημα σε αυτό που ορίζεται ως μαθηματοποίηση, δηλαδή τη διαδικασία της ανακάλυψης των μαθηματικών ιδεών, μέσω αυθεντικών προβλημάτων. Απώτερος σκοπός μίας τέτοιου είδους εκπαίδευσης είναι μεταξύ άλλων, η καλλιέργεια αγάπης και η κατάρριψη αρνητικών συναισθημάτων και φόβου (math phobia) που τείνουν να αναπτύσσουν πολλοί μαθητές απέναντι στα μαθηματικά.

Βασική πτυχή της καθημερινότητας και της πραγματικότητας των μαθητών των πρώτων τάξεων του δημοτικού αποτελεί το παιχνίδι. Δεδομένου λοιπόν του σπουδαίου ρόλου που παίζει στη ζωή ενός παιδιού το παιχνίδι, συχνά γίνεται λόγος για την παιδαγωγική του παιχνιδιού. Όσον αφορά τη πρώτη σχολική ηλικία, το παιχνίδι θεωρείται ως ένα κατάλληλο «όχημα» προς τη μάθηση, ενώ όσον αφορά τα μαθηματικά, το παιχνίδι θεωρείται ένα απαραίτητο στοιχείο της δημιουργικότητας των παιδιών (Helenius et al., 2016). Σύμφωνα με τους Bishop et al. (1997), η προφορική επικοινωνία, οι αυστηροί κανόνες, το στοιχείο της τύχης και η συνδυαστική δομή αποτελούν κοινά χαρακτηριστικά των μαθηματικών και του παιχνιδιού ειδικότερα. Επιπλέον, το παιχνίδι εγκλείει ένα υποστηρικτικό περιβάλλον που επιτρέπει τα λάθη και μειώνει το έντονο άγχος που παρατηρείται ότι υπάρχει απέναντι στα μαθηματικά (McGrath, 2010). Το μαθηματικό παιχνίδι πρόκειται για μία πολύ-αισθητηριακή εμπειρία (McGrath, 2010), η οποία δίνει ευκαιρίες στα παιδιά, να επαναλαμβάνουν διαδικασίες, να βιώνουν επιτυχίες, να διατυπώνουν ερωτήσεις, να συζητούν με τους συμμαίχτες και να διευκρινίζουν τις ιδέες τους, χωρίς πίεση (Moyles, 2007). Ταυτόχρονα, το ενδιαφέρον και η διασκέδαση που προσφέρει το παιχνίδι οδηγεί σε σημαντική κινητοποίηση για τη μάθηση και αρκεί για να ενθαρρύνει και διεγείρει την απαραίτητη προσοχή και επιμονή σε μία δραστηριότητα (Tsai & Yen, 2016). Αυτός ο έλεγχος, η αίσθηση της ευθύνης, η οργάνωση και η διαχείριση των κινήσεων και των επιλογών μπορούν να ενισχύσουν τη δημιουργική και με αυτοπεποίθηση μαθηματική σκέψη των μαθητών (Moyles, 2007). Οι μαθητές επωφελούνται ταυτόχρονα και στην προσωπική ανάπτυξη απαραίτητων γνώσεων, δεξιοτήτων και αξιών, προκειμένου να είναι ενεργά μέλη της τάξης τους, αλλά και της κοινωνίας, μελλοντικά (Ucus, 2015). Για όλους τους παραπάνω λόγους, το μαθηματικό παιχνίδι αποτελεί πραγματικά ένα σημαντικό εργαλείο μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών, ειδικά για τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού, το οποίο οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει στοχευμένα να αξιοποιούν στο πλαίσιο της καθημερινής πρακτικής τους.

Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί πραγματικά φαίνεται να αναγνωρίζουν ότι το μαθηματικό παιχνίδι συμβάλλει στην ενεργό συμμετοχή του παιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία και βελτιώνει την ατομική του γνώση, την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, τον τρόπο που συνεργάζεται με άλλους συμμαθητές του ή και με τον εκπαιδευτικό, την αυτοεκτίμησή του, ενώ παράλληλα το θεωρούν σημαντικό και για τις σχέσεις και τη φιλία των μαθητών (Faizura Ahmad Fuadi et al., 2018· Hyvonen, 2011· Marshall & Swan, 2009· Martlew et al., 2011· Skoumpourdi & Καλαβάσης, 2009· Ucus, 2015). Από την άλλη όμως πλευρά υπάρχουν και κάποιοι που δεν αναγνωρίζουν τη σύνδεση παιχνιδιού και μάθησης, αδυνατώντας να κατανοήσουν τους όρους «μάθηση» και «παιχνίδι», ως συμπληρωματικούς ο ένας του άλλου (Pyle et al., 2017).

Σύγχυση επικρατεί επίσης και ως προς το τι είναι εν τέλει ένα 'μαθηματικό παιχνίδι', γεγονός που δημιουργεί μία συζήτηση σχετικά με τον ρόλο που λαμβάνει ο εκπαιδευτικός, την εμπλοκή του και τις μεθόδους και στρατηγικές που ακολουθεί ο

καθένας τους κατά τη διάρκεια που διαδραματίζεται ένα μαθηματικό παιχνίδι. Σε αυτή την ασάφεια, μεγάλο ρόλο παίζει η έλλειψη επαρκούς κατάρτισης των εκπαιδευτικών (Jay & Knaus, 2018· Pyle et al., 2017· Wickstrom et al., 2019), αποτέλεσμα της οποίας είναι, η δυσκολία στο σχεδιασμό και την επιλογή των κατάλληλων παιχνιδιών, καθώς και η αδυναμία αποτελεσματικής αξιολόγησης της χρήσης ενός παιχνιδιού από τους ίδιους τους μαθητές. Επιπλέον, φαίνεται ότι οι αντιλήψεις και οι πρακτικές των εκπαιδευτικών ως προς τη σύνδεση παιχνιδιού και μάθησης φαίνεται να επηρεάζονται και από το γενικότερο θεσμικό πλαίσιο που μπορεί να υποστηρίξει ουσιαστικά ή και να εμποδίζει την προοπτική της ενσωμάτωσης του παιχνιδιού στη εκπαίδευση των παιδιών (Jay & Knaus, 2018), κάτι που δεν φαίνεται να έχει μελετηθεί έως τώρα όσον αφορά τη μαθηματική εκπαίδευση.

Δεδομένου των διαφορών απόψεων και πρακτικών γύρω από το παιχνίδι και το πως αυτό αξιοποιείται δημιουργικά, αλλά και κυρίως λόγω του περιορισμένου αριθμού ερευνών που εστιάζουν συγκεκριμένα στη μαθηματική εκπαίδευση και στους εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, η παρούσα μελέτη επεδίωξε να διερευνήσει τις αντιλήψεις εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού ως προς την διδακτική αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στο ελληνικό δημοτικό σχολείο. Για το σκοπό αυτό τα ερευνητικά ερωτήματα διαμορφώθηκαν ως εξής:

1. Πως οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού αντιλαμβάνονται το μαθηματικό παιχνίδι;
2. Με ποιο τρόπο οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού αξιοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι στο πλαίσιο της διδασκαλίας τους;
3. Ποιοι είναι οι παράγοντες που ενθαρρύνουν ή αποθαρρύνουν τους εκπαιδευτικούς των πρώτων τάξεων του δημοτικού ως προς την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού;

## *Ερευνητική Προσέγγιση Θέματος*



## Μεθοδολογία Έρευνας

### Μεθοδολογική Προσέγγιση

Η παρούσα έρευνα αποτελεί μία ποιοτική μελέτη, η οποία ασχολείται με τις αντιλήψεις και τις πρακτικές εκπαιδευτικών πρώτης και δευτέρας δημοτικού σχετικά με το παιχνίδι και την αξιοποίηση του στο πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών. Σύμφωνα με τους Denzin & Lincoln (2005, στο Ίσαρη & Πουρκός, 2015), η ποιοτική έρευνα είναι μία δραστηριότητα τοποθετημένη σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο, κατά την οποία ο ερευνητής μελετά τα πράγματα στο φυσικό τους περιβάλλον, επιχειρώντας να δώσει νόημα και να ερμηνεύσει τα φαινόμενα με όρους των νοημάτων που οι ίδιοι οι άνθρωποι δίνουν σε αυτά. Έτσι, γίνεται σαφές ότι ο ερευνητής μελετά τα φαινόμενα εις βάθος και η έμφαση δίνεται στην προσωπική του ερμηνεία. Ένας από τους βασικούς στόχους των ποιοτικών μεθόδων έρευνας είναι η καταγραφή, ανάλυση, ερμηνεία και κατανόηση των βιωμάτων και υποκειμένων νοημάτων των συμμετεχόντων (Ίσαρη & Πουρκός, 2015). Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε το συγκεκριμένο μεθοδολογικό σχέδιο που υιοθετήθηκε στην παρούσα μελέτη, με σκοπό τη καταγραφή και κατανόηση-αποσαφήνιση των νοημάτων που οι συμμετέχοντες στην έρευνα εκπαιδευτικοί έχουν για το μαθηματικό παιχνίδι.

Τα δεδομένα αυτής της μελέτης δεν αποσκοπούν στη γενίκευση συμπερασμάτων, αλλά στην ανάδειξη και τον εντοπισμό στοιχείων που σχετίζονται με τις ‘αντιλήψεις’ και τις ‘πρακτικές’ των εκπαιδευτικών σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι, παραθέτοντας λεπτομερώς συγκεκριμένες πτυχές των απόψεών τους. Έτσι, πρόκειται για μία ποιοτική έρευνα που βασίζεται στην εις βάθος μελέτη ενός μικρού αριθμού συμμετεχόντων, με σκοπό τη συλλογή ενός μεγάλου όγκου δεδομένων και την προσπάθεια εξαγωγής συγκεκριμένων συμπερασμάτων από αυτά.

Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητος ο ορισμός των όρων “αντιλήψεις” και “πρακτικές” καθώς είναι σημαντικό να δηλωθεί η σημασία και το περιεχόμενο τους. Οι αντιλήψεις (perceptions, perspectives, views, beliefs) των δασκάλων είναι οι ψυχολογικές νοήσεις, προϋποθέσεις ή προτάσεις που γίνονται αντιληπτές ως αληθείς. Τέτοια είδη αντιλήψεων θα μπορούσαν να περιοριστούν ειδικότερα στο πεδίο ορισμού της εκπαίδευσης (Tondeur et al., 2008). Σύμφωνα με τον Prat (1992, σ. 203), “οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών είναι ένα σύνολο αλληλένδετων πεποιθήσεων και σκοπών που οδηγούν και ερμηνεύουν τις πράξεις τους, συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων διδασκαλίας και αξιολόγησης [...]. Οι αντιλήψεις είναι οι φακοί με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί βλέπουν τον κόσμο της διδασκαλίας και της μάθησης”. Από την άλλη μεριά, “οι πρακτικές είναι ρουτίνες, δράσεις, μέθοδοι, και τεχνικές, οι οποίες επαναλαμβάνονται από τους ανθρώπους μέσα στα πλαίσια των κοινοτήτων στις οποίες αυτοί ανήκουν και στις οποίες μοιράζονται κοινούς στόχους, ενδιαφέροντα και πρακτικές” με άλλους ανθρώπους (Wenger, 1998, όπως αναφέρεται στην Παπανδρέου, 2020). Συγκεκριμένα, στο πλαίσιο της διδασκαλίας, οι πρακτικές περιλαμβάνουν κάθε δράση η οποία αφορά την εκπαιδευτική διαδικασία όπως για παράδειγμα είναι ο σχεδιασμός, η λήψη αποφάσεων, οι διδακτικές στρατηγικές, ο τρόπος αξιολόγησης και ο αναστοχασμός (Buehl & Beck, 2014). Είναι σαφές ότι οι αντιλήψεις και οι πρακτικές διδασκαλίας αποτελούν τους δύο πόλους μιας αμφίδρομης σχέσης που αναπτύσσεται ανάμεσά τους. Από την μία πλευρά, οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών επηρεάζουν άμεσα τις διδακτικές τους πρακτικές. Αυτό επιβεβαιώνεται από έρευνες που μελετούν τις αντιλήψεις τους μέσω συνεντεύξεων, ερωτηματολογίων, γραπτών τεκμηρίων ή άλλων εργαλείων και στη συνέχεια εξετάζουν τις αντιλήψεις αυτές συγκριτικά με τα δεδομένα που προκύπτουν από την παρατήρηση των

διδασκικών τους πρακτικών (Buehl & Beck, 2014). Από την άλλη πλευρά, οι πρακτικές των εκπαιδευτικών αποθηκεύονται ως εμπειρίες, οι οποίες επηρεάζουν ή/και μεταβάλλουν τις αρχικές τους αντιλήψεις. Η θέση αυτή υποστηρίζεται από έρευνες που μελετούν την επαγγελματική ανάπτυξη εν ενεργεία εκπαιδευτικών καθώς και την εκπαίδευση και πρακτική άσκηση εν δυνάμει εκπαιδευτικών ως προς τις μεταβολές στις αντιλήψεις τους, με το πέρας συγκεκριμένων εμπειριών στο εκπαιδευτικό πεδίο (Buehl & Beck, 2014).

### Δείγμα

Το δείγμα της συγκεκριμένης έρευνας επιλέχθηκε κυρίως βολικά (βολική δειγματοληψία), αλλά και σκόπιμα (δειγματοληψία σκοπιμότητας), με βάση την κρίση της ερευνήτριας ούτως ώστε να είναι αρκετά ικανοποιητικό για τις ανάγκες διεξαγωγής της δεδομένης έρευνας (Cohen et al. 2008). Έτσι, θεωρήθηκε απαραίτητο να συλλεχθούν απαντήσεις, οι οποίες προέρχονται από εκπαιδευτικούς με διαφορετικά και ποικίλα υπόβαθρα, τόσο σε ακαδημαϊκό όσο και επαγγελματικό επίπεδο. Πιο συγκεκριμένα, τα κριτήρια που ελήφθησαν υπόψιν ήταν ο τύπος σχολείου που εργαζόνταν, τα χρόνια προϋπηρεσίας, καθώς και το επίπεδο και το είδος σπουδών τους. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν εκπαιδευτικοί (από Δημόσια και Ιδιωτικά σχολεία) με μεγάλη (8-25 έτη) αλλά και μικρή (1-3 έτη) προϋπηρεσία σε τάξεις Α΄ ή/και Β΄ Δημοτικού, η οποία να μην είναι προγενέστερη από το σχολικό έτος 2017-18.

Στον πίνακα 3 φαίνονται αναλυτικά τα στοιχεία του δείγματος της έρευνας. Συγκεκριμένα, στο δείγμα αυτής της μελέτης συμμετείχαν 12 εκπαιδευτικοί, 11 δασκάλες και 1 δάσκαλος. Από τους 12 συμμετέχοντες, οι 9 εργαζόντουσαν την παρούσα σχολική χρονιά (2019-2020) με Α΄ ή Β΄ τάξη, ενώ οι άλλοι 3 είχαν την αντίστοιχη προϋπηρεσία σε μία από τις δύο αυτές τάξεις εντός των δύο προηγούμενων σχολικών ετών. Οι μισοί από τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα εργαζόνταν στον ιδιωτικό τομέα και οι άλλοι μισοί στον δημόσιο. Η προϋπηρεσία τους φαίνεται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα. Δόθηκε έμφαση στη συμμετοχή τόσο νέων ατόμων, με πρόσφατη την ακαδημαϊκή τους επαφή, όσο και εμπειρών εκπαιδευτικών με χρόνια προϋπηρεσίας, αλλά χωρίς πρόσφατη ακαδημαϊκή δραστηριότητα.

Πίνακας 3. Προϋπηρεσία συμμετεχόντων

	Έτη εργασίας στην Α/βάθμια	Έτη εργασίας με Α΄ ή Β΄ τάξη	Τελευταίο έτος εργασίας με Α΄ ή Β΄ τάξη	Τύπος σχολείου κατά την εργασία στις υπό εξέταση τάξεις
Δ1	32	25	2019-2020	Δημόσιο
Δ2	7	2	2018-2019	Δημόσιο
Δ3	1	1	2019-2020	Ιδιωτικό
Δ4	20	15	2018-2019	Δημόσιο
Δ5	35	10	2019-2020	Δημόσιο
Δ6	11	3	2017-2018	Ιδιωτικό
Δ7	12	11	2019-2020	Ιδιωτικό
Δ8	14	3	2019-2020	Δημόσιο
Δ9	4	3	2019-2020	Ιδιωτικό
Δ10	4	3	2019-2020	Ιδιωτικό
Δ11	1	1	2019-2020	Ιδιωτικό
Δ12	23	8	2019-2020	Δημόσιο



Στον πίνακα 4 αναφέρεται επιπλέον αναλυτικά το ακαδημαϊκό επίπεδο των συμμετεχόντων καθώς και η σχέση τους με τον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών, αλλά και με την παιδαγωγική του παιχνιδιού. Οι 4 από τους 12 συμμετέχοντες κατέχουν μεταπτυχιακό δίπλωμα σπουδών, εκ των οποίων οι 2 ολοκλήρωσαν μεταπτυχιακό πρόγραμμα με θέμα τη διδακτική των μαθηματικών. Οι υπόλοιποι 8 έχουν ολοκληρώσει τις βασικές σπουδές τους στην παιδαγωγική. Στο σύνολό τους και οι 12 εκπαιδευτικοί απάντησαν θετικά, στην ύπαρξη σχέσης και επαφής με την παιδαγωγική του παιχνιδιού. Έτσι, στον πίνακα 4 αναφέρεται η επαφή που είχε καθένας από τους συμμετέχοντες εκπαιδευτικούς με την προσέγγιση αυτή, όταν και όπως αυτή αναφέρθηκε από τον ίδιο.

Πίνακας 4. Ακαδημαϊκή σταδιοδρομία συμμετεχόντων

	Μορφωτικό επίπεδο	Επαφή με τη διδακτική των μαθηματικών	Επαφή με την παιδαγωγική του παιχνιδιού
Δ1	Τριτοβάθμια εκπαίδευση	Προπτυχιακά μαθήματα	Σεμινάρια σχολικών συμβούλων/συζητήσεις με συναδέλφους από το Erasmus +
Δ2	Τριτοβάθμια εκπαίδευση	Προπτυχιακά μαθήματα	-
Δ3	Μεταπτυχιακές σπουδές	Μεταπτυχιακές σπουδές στη διδακτική των μαθηματικών	Προπτυχιακά μαθήματα
Δ4	Παιδαγωγική ακαδημία/Εξομοίωση/Διδασκαλείο	Προπτυχιακά μαθήματα	Προσωπική αναζήτηση
Δ5	Παιδαγωγική ακαδημία/Εξομοίωση	Σεμινάρια/Επιμόρφωση στη διδακτική των μαθηματικών	Προσωπική αναζήτηση
Δ6	Τριτοβάθμια εκπαίδευση	Μεταπτυχιακές σπουδές στη διδακτική των μαθηματικών	Προπτυχιακά μαθήματα/προσωπική αναζήτηση
Δ7	Μεταπτυχιακές σπουδές	Προπτυχιακά μαθήματα	Σεμινάρια
Δ8	Τριτοβάθμια εκπαίδευση	Προπτυχιακά μαθήματα	Προσωπική αναζήτηση
Δ9	Τριτοβάθμια εκπαίδευση	Προπτυχιακά μαθήματα	Προπτυχιακά μαθήματα/Διεξαγωγή διπλωματικής εργασίας, με θέμα «η κούκλα ως μέσο για την παραγωγή προφορικού λόγου»
Δ10	Μεταπτυχιακές σπουδές	Προπτυχιακά μαθήματα	Προπτυχιακά μαθήματα/προσωπική αναζήτηση
Δ11	Μεταπτυχιακές σπουδές	Προπτυχιακά μαθήματα	Προσωπική αναζήτηση
Δ12	Παιδαγωγική ακαδημία/Εξομοίωση	Προπτυχιακά μαθήματα	Διαδίκτυο/συζητήσεις με συναδέλφους

Τέλος, στον πίνακα 5 φαίνεται αναλυτικά ο βαθμός αξιοποίησης του σχολικού εγχειρίδιου και του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών από τους συμμετέχοντες εκπαιδευτικούς. Οι απαντήσεις δόθηκαν σε κλίμακα ιεράρχησης Likert, με σκοπό τη διαβάθμισή τους, με τιμές από 1 έως 5, με το 1 να δηλώνει καθόλου χρήση

και το 5 να δηλώνει εξ ολοκλήρου χρήση των σχολικών εγχειριδίων και αναλυτικών προγραμμάτων, αντίστοιχα.

Πίνακας 5. Αξιοποίηση σχολικών εγχειριδίων και αναλυτικών προγραμμάτων μαθηματικών

	Σχολικό εγχειρίδιο	Αναλυτικό πρόγραμμα
Δ1	5	5
Δ2	3	4
Δ3	3	4
Δ4	4	4
Δ5	5	4
Δ6	3	3
Δ7	4	4
Δ8	4	4
Δ9	4	4
Δ10	2	4
Δ11	4	5
Δ12	3	3

### Εργαλεία Συλλογής δεδομένων

Για τη συλλογή των ποιοτικών δεδομένων αυτής της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν 2 ερευνητικά εργαλεία, γραπτά περιγραφικά τεκμήρια και ημιδομημένη συνέντευξη. Τα δύο αυτά εργαλεία λειτούργησαν συμπληρωματικά το ένα με το άλλο, με στόχο την εξασφάλιση εγκυρότητας και αξιοπιστίας των δεδομένων.

Σύμφωνα με τον Τσιώλη (2014), τα τεκμήρια αφορούν προσωπικά ή κοινωνικά τεχνουργήματα (artifacts), τα οποία ενώ έχουν παραχθεί σε εκδηλώσεις μη σχετικές με την ερευνητική διαδικασία μπορούν να αξιοποιηθούν από τους κοινωνικούς ερευνητές ως υλικό εμπειρικής κοινωνικής έρευνας. Για την αξιολόγηση και την ερμηνεία των τεκμηρίων είναι σημαντικό να λαμβάνεται υπόψιν το πλαίσιο παραγωγής του τεκμηρίου και η διάκριση μεταξύ των εσκεμμένων και των μη εσκεμμένων ενδείξεων (Τσιώλης, 2014).

Στην παρούσα μελέτη, τα τεκμήρια αποτέλεσαν οι γραπτές περιγραφές μαθηματικών παιχνιδιών που ζητήθηκαν από τους εκπαιδευτικούς σε πρώτο στάδιο. Ως προς το πλαίσιο παραγωγής του τεκμηρίου δόθηκε ελευθερία χρόνου στην παραγωγή του τεκμηρίου καθώς και ελευθερία ως προς τη δόμησή του. Επιλέχθηκε η στρατηγική αυτή προκειμένου να δοθούν όσο το δυνατόν πιο αυθόρμητες απαντήσεις από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς. Η ακριβής ανάθεση της περιγραφής ήταν:

*Σε ένα αρχείο word σας παρακαλώ να περιγράψετε ένα μαθηματικό παιχνίδι που έχετε αξιοποιήσει στη διδασκαλία σας. Περιγράψετε σε ποια φάση της διδασκαλίας το εισαγάγατε στους μαθητές σας και ποια διαδικασία ακολουθήσατε για τη διενέργειά του. Αν δεν έχετε κάποιο πρόσφατο παράδειγμα που θυμάστε, κάντε ένα σχέδιο διδασκαλίας με αξιοποίηση μαθηματικού παιχνιδιού. Περιγράψετε το στόχο σας και τη διαδικασία που θα ακολουθήσατε για την εφαρμογή του στην τάξη.*

Το δεύτερο ερευνητικό εργαλείο συλλογής δεδομένων ήταν η ημιδομημένη συνέντευξη εις βάθος. Η ημιδομημένη συνέντευξη αποτελείται από ένα σύνολο προκαθορισμένων εν μέρει ερωτήσεων, διευκολύνοντας έναν νέο ερευνητή να έχει έναν οδηγό ερωτήσεων με τα θέματα που θεωρεί σημαντικά και απαραίτητα για την κάλυψη της έρευνας (Ισαρη & Πουρκός, 2015). Ο τύπος αυτής της συνέντευξης δίνει ευελιξία ως προς την τροποποίηση των προκαθορισμένων ερωτήσεων ανάλογα με τον εκάστοτε συνεντευξιζόμενο, ως προς την εμβάθυνση σε κάποια θέματα που κρίνονται

κατάλληλα να αναπτυχθούν από τον εκάστοτε συνεντευξιαζόμενο, ως προς τη σειρά που τίθενται οι ερωτήσεις και ως προς την προσθαφαίρεση ερωτήσεων όπου κρίνεται απαραίτητο από τον ερευνητή (Ισαρη & Πουρκός, 2015).

Ο οδηγός συνέντευξης που χρησιμοποιήθηκε για την παρούσα έρευνα στηρίχθηκε σε 4 βασικούς άξονες (βλ. Παράρτημα). Ο 1<sup>ος</sup> άξονας περιλάμβανε ερωτήσεις σχετικές με την περιγραφή του μαθηματικού παιχνιδιού που δόθηκε γραπτά στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της έρευνας. Η ερευνήτρια στο στάδιο αυτό έθετε συμπληρωματικές και διευκρινιστικές ερωτήσεις σχετικά με την περιγραφή. Σκοπός αυτών των ερωτήσεων ήταν να αντληθούν δεδομένα, τα οποία θα δώσουν απαντήσεις στο 1<sup>ο</sup> και στο 2<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα. Έτσι, όσον αφορά το 1<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα (Πως οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού αντιλαμβάνονται το μαθηματικό παιχνίδι;), οι ερωτήσεις του 1<sup>ου</sup> άξονα επιδίωκαν να γίνει αντιληπτός ο λόγος που το συγκεκριμένο παιχνίδι θεωρείται και ορίζεται από τους εκπαιδευτικούς ως μαθηματικό παιχνίδι. Για αυτό το λόγο και ζητήθηκε από τους ίδιους να απαριθμήσουν τα χαρακτηριστικά που κάνουν την περιγραφή τους να αποτελεί ένα μαθηματικό παιχνίδι. Όσον αφορά το 2<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα (Με ποιο τρόπο οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού αξιοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι στο πλαίσιο της διδασκαλίας τους;), ο στόχος των ερωτήσεων αυτού του άξονα ήταν να γίνουν αντιληπτά τα εξής: από που προήλθε η ιδέα για το συγκεκριμένο παιχνίδι, τι προηγήθηκε και τι ακολούθησε του παιχνιδιού, ποιες ήταν οι προ υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών, ποιοι ήταν οι γνωστικοί στόχοι που έθεσε ο εκπαιδευτικός, ποια η εμπλοκή του στη διαδικασία και ποια η οπτική του γωνία ως προς την εμπλοκή των παιδιών με το παιχνίδι. Όλα τα παραπάνω αν και αφορούσαν μία συγκεκριμένη διδασκαλία μέσω μαθηματικού παιχνιδιού, σε συνδυασμό με τις ερωτήσεις των επόμενων αξόνων ήταν χρήσιμα για την γενίκευση των αντιλήψεων και πρακτικών των εκπαιδευτικών σχετικά με το θέμα. Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά την διεξαγωγή αυτών των συγκεκριμένων ερωτήσεων, δημιουργήθηκε κλίμα οικειότητας και εμπιστοσύνης μεταξύ ερευνήτριας και συνεντευξιαζόμενου.

Ο 2<sup>ος</sup> άξονας ερωτήσεων περιλάμβανε ερωτήσεις με στόχο να συλλεχθούν εξ ολοκλήρου δεδομένα για το πώς αντιλαμβάνονται οι εκπαιδευτικοί και τι σημαίνει για αυτούς το μαθηματικό παιχνίδι σε ένα γενικότερο πλαίσιο. Για το λόγο αυτό ζητήθηκε από τους ίδιους να κάνουν μία προσπάθεια να το ορίσουν με σαφήνεια. Επιπλέον, ζητήθηκαν περαιτέρω παραδείγματα μαθηματικών παιχνιδιών με σκοπό η συζήτηση μεταξύ συνεντευξιαζόμενου και ερευνήτριας να φτάσει και πάλι στην αναφορά συγκεκριμένων χαρακτηριστικών του μαθηματικού παιχνιδιού από τον πρώτο. Τέλος, προκειμένου να δοθούν δεδομένα τα οποία θα εξηγούν το πως οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται το μαθηματικό παιχνίδι, θεωρήθηκε χρήσιμο να συμπεριληφθούν δύο ερωτήσεις σχετικά με το ποιες έννοιες-ενότητες της ύλης των μαθηματικών αλλά και το ποια είδη-κατηγορίες μαθηματικών παιχνιδιών θεωρούνται καταλληλότερα από τους ίδιους για διδασκαλία μέσω ΜΠ.

Ο 3<sup>ος</sup> άξονας της συνέντευξης περιλάμβανε ερωτήσεις με στόχο την συλλογή δεδομένων σχετικών με το βαθμό και τον τρόπο αξιοποίησης του μαθηματικού παιχνιδιού εντός της τάξης. Οι ερωτήσεις αυτές στόχευαν κυρίως στον εντοπισμό των πρακτικών των εκπαιδευτικών κατά τη διδασκαλία μέσω ΜΠ. Για αυτό το λόγο συμπεριλήφθηκαν ερωτήσεις που αφορούσαν τον βαθμό αξιοποίησης μαθηματικών παιχνιδιών, τον βαθμό αξιοποίησης των μαθηματικών παιχνιδιών των σχολικών εγχειριδίων και των ΑΠ, την πορεία της διδασκαλίας τους όταν αξιοποιούν το ΜΠ, τις πηγές εύρεσης ΜΠ, τα κριτήρια επιλογής τους, τα στάδια σχεδιασμού των μαθηματικών παιχνιδιών καθώς και τον ρόλο των μαθητών σε αυτή τη διαδικασία. Τέλος, ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να θυμηθούν ένα παιχνίδι των μαθητών τους

στο διάλλειμα, το οποίο δεν ήταν απαραίτητο να σχετίζεται άμεσα με τα μαθηματικά. Με βάση αυτό το παιχνίδι, οι ίδιοι ερωτήθηκαν για το ενδεχόμενο και τον τρόπο αξιοποίησης αυτού του παιχνιδιού με στόχο να ενισχυθεί η μαθηματική γνώση των μαθητών. Ο σκοπός αυτής της ερώτησης ήταν να αντληθούν δεδομένα σχετικά με την αξιοποίηση των ενδιαφερόντων των μαθητών από τους εκπαιδευτικούς για την εμπλοκή των μαθηματικών σε αυτά.

Τέλος, ο 4<sup>ος</sup> άξονας ερωτήσεων της συνέντευξης στόχευε στην άντληση δεδομένων σχετικών με τους παράγοντες που ενθαρρύνουν και αποθαρρύνουν τους συνεντευξιζόμενους να εντάξουν το μαθηματικό παιχνίδι στη διδασκαλία τους. Οι παράγοντες που εξετάστηκαν μέσα από τις ερωτήσεις αυτού του άξονα ήταν η προσωπική σχέση των εκπαιδευτικών με τα μαθηματικά, οι εμπειρίες τους ως μαθητές/τριες με το ΜΠ, η στάση της διεύθυνσης του σχολείου απέναντι στην προσέγγιση του ΜΠ, η ανταλλαγή ιδεών με συναδέλφους για ΜΠ, οι απαιτήσεις και η ευελιξία του ΑΠ και η διαθεσιμότητα σε υλικά και κατάλληλους για ΜΠ χώρους.

### Ερευνητική Διαδικασία

Τα δεδομένα αυτής της έρευνας συγκεντρώθηκαν σε 3 στάδια. Αρχικά οι συμμετέχοντες ενημερώθηκαν τηλεφωνικά ή δια ζώσης σχετικά με το θέμα της έρευνας. Έπειτα έλαβαν μήνυμα μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου σχετικά με τα αναλυτικά στοιχεία της έρευνας και της ερευνήτριας, καθώς και την εμπιστευτικότητα των δεδομένων που θα συλλεχθούν. Στο **πρώτο στάδιο**, οι ίδιοι κλήθηκαν να δηλώσουν τη συμμετοχή τους στην έρευνα, προσκεκλημένοι σε ηλεκτρονική φόρμα (βλ. Παράρτημα) που σχεδιάστηκε για να συλλέξει τα προσωπικά και γενικά στοιχεία των συμμετεχόντων. Τα στοιχεία αυτά αφορούσαν την ακαδημαϊκή και επαγγελματική τους πορεία καθώς και πιθανή επαφή με την προσέγγιση της παιδαγωγικής του παιχνιδιού. Στο **δεύτερο στάδιο**, οι δάσκαλοι που δήλωσαν την συμμετοχή τους στην έρευνα κλήθηκαν να περιγράψουν σε ηλεκτρονική μορφή ένα μαθηματικό παιχνίδι που έχουν αξιοποιήσει στη διδασκαλία τους. Οι περιγραφές που δόθηκαν συγκεντρώθηκαν (βλ. Παράρτημα) και ορίστηκαν οι διαθέσιμες μέρες και ώρες για το τρίτο στάδιο της έρευνας. Στο **τρίτο και τελευταίο στάδιο** οι συμμετέχοντες συμμετείχαν σε προσωπική ημιδομημένη συνέντευξη με την ερευνήτρια. Η συνέντευξη διαρκούσε κατά μέσο όρο 20-30 λεπτά για τον κάθε εκπαιδευτικό και ηχογραφούνταν, εις γνώση πάντα του ιδίου.

Το χρονικό διάστημα διεξαγωγής της έρευνας ήταν μεταξύ Ιουνίου 2020 και Ιουλίου 2020. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθούν οι συνθήκες της εποχής, λόγω της καθολικής πανδημίας του ιού Covid-19. Το μερικό κλείσιμο των σχολείων αλλά και η ανάγκη κοινωνικής αποστασιοποίησης επέφερε την υλοποίηση μέρους των συνεντεύξεων μέσω διαδικτύου ή μέσω τηλεφώνου. Έτσι, συνολικά, διεξήχθησαν 6 συνεντεύξεις εξ αποστάσεως, τηλεφωνικά ή μέσω skype (Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ8, Δ12) και 6 συνεντεύξεις δια ζώσης (Δ1, Δ6, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11).

### Εγκυρότητα και Αξιοπιστία της Έρευνας

Γενικότερα υπάρχει μια μεγάλη συζήτηση μεταξύ των ερευνητών σχετικά με το βαθμό αξιοπιστίας και γενίκευσης των ποιοτικών δεδομένων συγκριτικά με τα ποσοτικά δεδομένα (Cohen et al., 2008· Συμεού, 2007). Ένας ποιοτικός ερευνητής θα πρέπει λοιπόν να φανερώνει και να επεξηγεί λεπτομερώς κάθε μεθοδολογική στρατηγική που χρησιμοποιεί και κάθε φάση της ερευνητικής διαδικασίας, με τρόπο που να ενδυναμώνεται η ποιότητα και το κύρος της έρευνας, καθώς και η συνολική της ακεραιότητα (Συμεού, 2007).

Με κύριο σκοπό την εξασφάλιση εγκυρότητας και αξιοπιστίας της παρούσας μελέτης παρουσιάζονται και επεξηγούνται αναλυτικά με κάθε λεπτομέρεια όλες οι επιλογές της ερευνήτριας από τους στόχους και τα ερευνητικά ερωτήματα, την ερευνητική διαδικασία, τα εργαλεία και τον λόγο που επιλέχθηκαν, την επιλογή του δείγματος και το σκοπό επιλογής αυτού καθώς και τον τρόπο συλλογής των δεδομένων. Αντίστοιχα με σκοπό την εξασφάλιση εγκυρότητας και αξιοπιστίας η ίδια προσέγγιση αναλυτικής περιγραφής και τεκμηρίωσης ακολουθείται και στην παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Μία δεύτερη τεχνική διασφάλισης της εγκυρότητας που τέθηκε σε εφαρμογή από την ερευνήτρια είναι η ερευνητική τεχνική της μεθοδολογικής τριγωνοποίησης των δεδομένων. Οι Cohen et al. (2008) ορίζουν την τριγωνοποίηση ως τη χρήση δύο ή περισσότερων μεθόδων συλλογής δεδομένων στη μελέτη κάποιων διαστάσεων της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Σύμφωνα με τον Denzin (1997), η μεθοδολογική τριγωνοποίηση ορίζεται σε δύο κατηγορίες: τριγωνοποίηση «μέσα στις μεθόδους» και τριγωνοποίηση «ανάμεσα στις μεθόδους» (όπως αναφέρεται στους Cohen et al., 2008). Η τριγωνοποίηση «ανάμεσα στις μεθόδους» είναι αυτή που επιδιώκει στην παρούσα έρευνα η ερευνήτρια, συμπεριλαμβάνοντας δύο ερευνητικά εργαλεία, αυτό των τεκμηρίων και αυτό της ημιδομημένης συνέντευξης, επιδιώκοντας έναν δεδομένο σκοπό, τη διερεύνηση των αντιλήψεων και πρακτικών των εκπαιδευτικών σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι. Έτσι με το πρώτο εργαλείο (δηλ. την περιγραφή ενός μαθηματικού παιχνιδιού και τον τρόπο εισαγωγής του στην εκπαιδευτική διαδικασία) επιχειρήθηκε η αυθόρμητη έκφραση των απόψεων και των πρακτικών των εκπαιδευτικών σε σχέση με το θέμα, καθώς το ίδιο το σχέδιο διδασκαλίας αποτελεί μέρος των πρακτικών διδασκαλίας το οποίο όμως αντανακλά και τις απόψεις των εκπαιδευτικών (Buehl & Beck, 2015), ενώ με το δεύτερο (δηλ. τη συνέντευξη) επιδιώχθηκε η διευκρίνιση όσων περιλαμβάνονταν στα σχέδια των εκπαιδευτικών και εις βάθος μελέτη των ερωτημάτων της έρευνας. Ως ένας έλεγχος της αξιοπιστίας, η προσέγγιση αυτή «ανάμεσα στις μεθόδους» περιλαμβάνει τη σύγκλιση ανάμεσα στις ανεξάρτητες μετρήσεις του ίδιου αντικειμενικού σκοπού της έρευνας (Cohen et al., 2008).

## Ανάλυση Δεδομένων

Τα περιγραφικά τεκμήρια που ζητήθηκαν στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της ερευνητικής διαδικασίας, συλλέχθηκαν και συγκεντρώθηκαν σε ένα ενιαίο αρχείο κειμένου. Επίσης, με το πέρας διεξαγωγής όλων των συνεντεύξεων, όλα τα ηχητικά αρχεία απομαγνητοφωνήθηκαν και δημιουργήθηκαν 12 αρχεία κειμένου με τους διαλόγους μεταξύ ερευνήτριας και εκπαιδευτικών. Για τη διερεύνηση και απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων σχετικά με τις αντιλήψεις και τις πρακτικές των εκπαιδευτικών για την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στις πρώτες τάξεις του δημοτικού χρησιμοποιήθηκε ποιοτική ανάλυση του περιεχομένου που προέκυψε τόσο από τα τεκμήρια μαθηματικών παιχνιδιών που δόθηκαν από τους εκπαιδευτικούς όσο και από τις συνεντεύξεις.

Κεντρικός στόχος της ανάλυσης των δεδομένων ήταν η οργάνωση και η ομαδοποίηση των πληροφοριών σε κατηγορίες για την ανάδειξη νοημάτων που στη συνέχεια δύναται να απαντήσουν στα ερευνητικά ερωτήματα. Στην παρούσα έρευνα, ο τρόπος διεξαγωγής της θεματικής ανάλυσης ακολουθεί τα 6 βήματα που προτείνουν οι Braun και Clarke (2006, όπως αναφέρεται στους Ίσαρη & Πουρκός, 2015), δηλαδή, εξοικείωση με τα δεδομένα, κωδικοποίηση, αναζήτηση θεμάτων, επανεξέταση θεμάτων, ορισμός και ονομασία θεμάτων και τέλος έκθεση των δεδομένων και συγγραφή των ευρημάτων. Έτσι, αρχικά έγινε επαναλαμβανόμενη και προσεχτική



ανάγνωση του συνόλου των ερευνητικών δεδομένων, με στόχο την ενεργητική αναζήτηση νοημάτων, θεμάτων και μοτίβων με σημασία για το εξεταζόμενο θέμα. Στο δεύτερο στάδιο, παρήχθησαν αρχικά κωδικοί για τη συνοπτική επισήμανση τμημάτων των δεδομένων με συγκεκριμένο νόημα. Στη συνέχεια, αναζητήθηκαν πιθανά θέματα και υποθέματα που προκύπτουν μέσα από τους κωδικούς που καταγράφηκαν και σε επόμενο στάδιο τα θέματα και υποθέματα αυτά επανεξετάστηκαν για πιθανούς διαχωρισμούς ή συγχωνεύσεις. Τέλος, προσδιορίστηκε η ουσία και η διάσταση των θεμάτων και υποθεμάτων, δόθηκαν οι επίσημες ονομασίες τους και έγινε η συγγραφή της τελικής ανάλυσης και των ευρημάτων. Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται τα θέματα που δημιουργήθηκαν και οργανώθηκαν σε αυτά οι πληροφορίες και τα δεδομένα της έρευνας αυτής, με χρήση παραδειγμάτων προκειμένου να γίνει σαφές το περιεχόμενο και η οριοθέτηση του καθενός από τα παρακάτω θέματα.

Αρχικά, τα τεκμήρια και οι συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών μελετήθηκαν στο σύνολο τους, προκειμένου να διερευνηθούν οι αντιλήψεις τους σχετικά με το τι είναι ένα μαθηματικό παιχνίδι. Έτσι, εντοπίστηκαν οι ρητές αναφορές, των οποίων η ανάλυση δημιούργησε το πρώτο θέμα με τίτλο: «Χαρακτηριστικά μαθηματικού παιχνιδιού». Κατά την ανάλυση εντοπίστηκαν διάφορα χαρακτηριστικά που αναφέρουν οι εκπαιδευτικοί. Ορισμένα από αυτά περιλαμβάνουν τη μαθηματική διάσταση (π.χ. αναφορά σε μαθηματικές έννοιες, διαδικασίες μαθηματοποίησης), ενώ άλλα αφορούν στοιχεία χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο και σύνδεση (π.χ. διασκέδαση, κινητοποίηση). Συνεπώς, οι κατηγορίες που περιλαμβάνει αυτό το θέμα είναι δύο: α. *Χαρακτηριστικά με μαθηματικό περιεχόμενο* και β. *χαρακτηριστικά χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο*. Οι κατηγορίες αυτές και οι υποκατηγορίες τους βασίζονται στις έννοιες που μελετήθηκαν στο βιβλιογραφικό μέρος αυτής της εργασίας (βλ. Ενότητες: **Το μαθηματικό παιχνίδι, Ο ρόλος του μαθηματικού παιχνιδιού για τη μάθηση**) και μαζί με αντίστοιχα παραδείγματα παρουσιάζονται στον πίνακα 6.

Πίνακας 6. Χαρακτηριστικά μαθηματικού παιχνιδιού

<b>Χαρακτηριστικά</b>	<b>Παραδείγματα</b>
<u>Χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο:</u> Διασκέδαση & Κινητοποίηση	<i>Ένα μαθηματικό παιχνίδι ελκύει περισσότερο και δημιουργεί κίνητρα. Τα χαρακτηριστικά που το κάνουν παιχνίδι είναι η διασκέδαση και η χαρά. (Δ11)</i>
Βιωματικός χαρακτήρας	<i>Μαθηματικό παιχνίδι είναι κάτι που μαθαίνεις βιωματικά. Το παιχνίδι είναι βίωμα, το παιχνίδι το ζεις και μένει. Μέσα από το παιχνίδι αποκτά την εμπειρία. (Δ11)</i>
Αλληλεπίδραση μαθητών	<i>Το παιχνίδι όταν γίνεται και σε ομάδες ενώνει και τα παιδιά μεταξύ τους, δημιουργεί και σχέσεις πιο ιδιαίτερες. (Δ12)</i>
Χρήση χειραπτικού υλικού	<i>Θα μπορούσε να έχει εργαλεία, όπως κυβάρια μέτρησης... (Δ7)</i>
Μαθηματικό παιχνίδι ≠ μάθημα	<i>Πρέπει να είναι κάτι αποπλαισιωμένο από το ότι κάνουμε μάθημα τώρα. (Δ6)</i>



Διαβάθμιση δυσκολίας	<i>Όσο προχωρούσε το παιχνίδι, αυξανόταν και η δυσκολία... ήταν όλο και περισσότερο ενδιαφέρον. (Δ3)</i>
<u>Με μαθηματικό περιεχόμενο:</u>	
Αναφορά σε μαθηματικές έννοιες (πχ. πράξεις, αριθμοί)	<i>Μαθηματικό παιχνίδι σημαίνει προσεγγίζω μαθηματικές έννοιες μέσα από το παιχνίδι. (Δ4)</i>
Αναφορά σε διαδικασίες μαθηματοποίησης	<i>Μέσω μίας προβληματικής κατάστασης ώστε μέσα από το μαθηματικό παιχνίδι να το ανακαλύψουν σιγά σιγά. (Δ10)</i>

Το δεύτερο θέμα που προέκυψε με τίτλο: «Μορφές μαθηματικών παιχνιδιών», αφορά τη μορφή του μαθηματικού παιχνιδιού που τείνουν να χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί στη διδασκαλία και περιλαμβάνει τρεις κατηγορίες, οι οποίες βασίζονται στο συνεχές των Pyle et al., (2017), το οποίο παρουσιάστηκε αναλυτικά στο βιβλιογραφικό μέρος αυτής της εργασίας (βλ. Ενότητα: Η παιδαγωγική του παιχνιδιού: Προσεγγίσεις και Ορισμοί). Το συνεχές αυτό κυμαίνεται μεταξύ α. του *ελεύθερου παιχνιδιού*, που κατευθύνεται από τα ίδια τα παιδιά και η συμμετοχή του εκπαιδευτικού είναι παρατηρητική και μη παρεμβατική, β. του *κατευθυνόμενου από τον εκπαιδευτικό εξ ολοκλήρου*, όπου ο ίδιος οργανώνει, σχεδιάζει και παρουσιάζει το παιχνίδι, ενώ οι μαθητές απλά το υλοποιούν και γ. του *κατευθυνόμενου από κοινού μαθηματικού παιχνιδιού*, το οποίο αποτελεί ένα ενδιάμεσο-συγκλίνον σημείο των δύο προηγούμενων κατηγοριών. Το θέμα αυτό και οι τρεις κατηγορίες του περιγράφονται και αναλύονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 7. Μορφές μαθηματικών παιχνιδιών

<b>Μορφές</b>	<b>Παραδείγματα</b>
Ελεύθερο παιχνίδι-κατευθυνόμενο από τα παιδιά	<i>Το ελεύθερο παιχνίδι είναι και το πιο δημιουργικό και θα έπρεπε να τους δίνουμε χώρο για αυτό... δηλαδή να τους δώσουμε ξυλάκια ή ούτε καν ξυλάκια... να τους πούμε απλά παίξτε με τους αριθμούς και να δούμε τα παιδιά τι παιχνίδι θα βγάλουν. (Δ6)</i>
Κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό	<i>Εγώ αποφασίζω και οργανώνω το παιχνίδι στην τάξη μου. Όσον αφορά την πορεία του μαθήματος τα παιδιά δεν μπορούν να ξέρουν τι θα κάνω εγώ, τι παιχνίδι είναι κατάλληλο για το συγκεκριμένο μάθημα, τη συγκεκριμένη ενότητα. (Δ12)</i>
Κατευθυνόμενο από κοινού	<i>Συνήθως έχουν προτάσεις να κάνουν πάνω στο παιχνίδι. Ας πούμε σε αυτό με τον προηγούμενο και τον επόμενο αριθμό εγώ δεν είχα σκεφτεί καθόλου ποιος θα νικάει, το έβαλαν αυτοί. Κι άλλες φορές έχει τύχει να πουν «ας παίξουμε αυτό» και να το παίξουμε όντως τελικά. Θυμάμαι το παιχνίδι «μπαμ» που τους είχα πει να παίξουμε, μετά ένας μου πρότεινε μία παραλλαγή και το δοκιμάσαμε. (Δ10)</i>

Το τρίτο θέμα, «Θέσεις μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία» που προέκυψε από την ανάλυση των δεδομένων αφορά τον ρόλο και τη θέση που παίρνει το μαθηματικό παιχνίδι στη διδασκαλία των εκπαιδευτικών. Οι κατηγορίες αυτού του θέματος βασίζονται στην ανάλυση της Lim-Teo (1991), που παρουσιάστηκε αναλυτικά στο βιβλιογραφικό μέρος της εργασίας (βλ. Ενότητα: Κατηγοριοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών) (όπως αναφέρεται στη Skoumpourdi, 2015). Ωστόσο, από το σύνολο των πέντε κατηγοριών μαθηματικού παιχνιδιού που παρουσιάστηκαν, τα δεδομένα αυτής της έρευνας ανέδειξαν μόνο τις δύο. Έτσι, το τρίτο θέμα περιλαμβάνει δύο κατηγορίες: το μαθηματικό παιχνίδι ως εισαγωγική δραστηριότητα-διερεύνηση και το μαθηματικό παιχνίδι ως εξάσκηση-αξιολόγηση.

Πίνακας 8. Θέσεις μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία

Θέσεις	Παραδείγματα
Εισαγωγική δραστηριότητα-Διερεύνηση	<i>Κάθε μαθητής κατασκευάζει κάρτες με τους 10 αριθμούς (0-9). Δίνεται στον κάθε μαθητή πίνακας για την καταγραφή των αριθμών που προκύπτουν (ή τετράδιο). Οι μαθητές συνεργάζονται όπου χρειαστεί με το συμμαθητή τους. Κερδίζει όποιος/α το βρει πρώτος/η (εντελώς τυπικά)-όλοι κερδίζουν. Οι οδηγίες του παιχνιδιού: Βρίσκω το μικρότερο διψήφιο αριθμό, Βρίσκω το μεγαλύτερο διψήφιο αριθμό, Φτιάχνω διψήφιους αριθμούς, Αλλάζω τη θέση των ψηφίων – βρίσκω τι αριθμός προκύπτει (μεγαλύτερος ή μικρότερος), Κάνω σύγκριση (&gt;, &lt;).» [...] Το χρησιμοποίησα για την ανακάλυψη, ως διερεύνηση άρα ως αρχικό στάδιο, ούτως ώστε αυτοί μετά να ανακαλύψουν ότι έχει σημασία η θέση του αριθμού...όταν είναι στις μονάδες ή στις δεκάδες του αριθμού.(Δ4)</i>
Εξάσκηση-Αξιολόγηση	<i>Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες. Κάθε ομάδα παίρνει ένα ποτήρι-κουτάκι με αναποδογυρισμένα ξυλάκια, σε καθένα από τα οποία αναγράφεται ένα γινόμενο προπαίδειας. Ανάμεσα στα ξυλάκια υπάρχουν και κάποια που αντί για γινόμενο προπαίδειας αναγράφουν τη λέξη “Kaboom”. Με τη σειρά τα παιδιά τραβούν από ένα ξυλάκι και πρέπει να απαντήσουν λύνοντας το γινόμενο της προπαίδειας που έτυχαν. Αν απαντήσουν σωστά, κρατούν το ξυλάκι. Διαφορετικά το επιστρέφουν στο ποτήρι. Αν κάποια στιγμή τύχει να τραβηχτεί ξυλάκι με τη λέξη “Kaboom”, τότε ο παίκτης, θα πρέπει να επιστρέψει όλα τα ξυλάκια που είχε μαζέψει, πίσω στο ποτήρι. Νικητής είναι αυτός που θα καταφέρει να συγκεντρώσει τα περισσότερα ξυλάκια!» [...] «Είχαμε δουλέψει την προπαίδεια, όλες τις προπαίδειες και αυτό το κάναμε προς το τέλος της ενασχόλησης μας ως εξάσκηση. Δηλαδή αφού τα είχαμε μάθει όλα, το παίζαμε για εξάσκηση.(Δ9)</i>

Ένα άλλο θέμα με τίτλο: «Ενέργειες εκπαιδευτικών όταν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι» που εντοπίστηκε μέσα από την ανάλυση των δεδομένων αφορά τις ενέργειες/πρακτικές των εκπαιδευτικών όταν χρησιμοποιούν ΜΠ. Οι ενέργειες

αυτές, οι οποίες αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες κατηγορίες (βλ. Πίνακα 9), βασίζονται στα ευρήματα αντίστοιχων ερευνών (βλ. Ενότητα: **Πρακτικές εκπαιδευτικών σχετικά με το παιχνίδι**). Οι ενέργειες των εκπαιδευτικών εκδηλώνονται και οργανώνονται σε τρεις φάσεις, δηλαδή κατά την προετοιμασία και έναρξη, κατά τη διάρκεια και κατά τη λήξη μιας διδασκαλίας με χρήση μαθηματικού παιχνιδιού.

Πίνακας 9. Ενέργειες εκπαιδευτικών όταν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι

<b>Ενέργειες</b>	<b>Παραδείγματα</b>
<p><u>Πριν την έναρξη:</u> Σχεδιασμός διδασκαλίας/ παιχνιδιού(νοερός)</p> <p>Προετοιμασία υλικού</p> <p>Δοκιμή με συναδέλφους</p> <p>Παρουσίαση παιχνιδιού</p>	<p><i>Το σκέφτομαι στο μυαλό μου, πως θα το πω εκείνη την ώρα, πως θα τους το μοιράσω, το έχω στο μυαλό και μετά μπαίνω στην τάξη και το κάνω. (Δ8)</i></p> <p><i>Πριν το εντάξω υπάρχει και η προετοιμασία, να ετοιμάσω τα υλικά που χρειάζονται για όλους τους μαθητές. (Δ3)</i></p> <p><i>Πολλές φορές το παίζω και με άλλες συναδέλφισσες για να δούμε πως θα εξελιχθεί. (Δ1)</i></p> <p><i>Μπαίνουμε στην τάξη, εξηγούμε τι θα κάνουμε, εξηγούμε τους κανόνες του παιχνιδιού. Πολλές φορές χρειάζεται να κάνεις μία δοκιμή, ένα παράδειγμα, προτού ξεκινήσει κανονικά το παιχνίδι και μετά ξεκινάς. (Δ9)</i></p>
<p><u>Κατά τη διάρκεια:</u> Παρατήρηση</p> <p>Διατύπωση ερωτήσεων</p> <p>Διαχείριση λάθους</p>	<p><i>Παρατηρώντας τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού φαίνεται ποιοι δυσκολεύονται και ποιοι έχουν κατανοήσει αυτό που τους ζητείται. (Δ11)</i></p> <p><i>Υπήρξε η γνώση! Δεν το ήλεγξα κάπως, απλώς με τις ερωτήσεις που έκανα καθώς έπαιζαν με τα ζάρια είχα τη γενική εντύπωση. (Δ5)</i></p> <p><i>Ήμουν πάνω από τις ομάδες και έλεγα τις απαντήσεις των μαθητών, οπότε όταν κάναν λάθος τους επισήμαινα το σωστό ή τους έλεγα ξανά προσπάθησε να βρεις το σωστό. (Δ3)</i></p>

Με τη λήξη: Ασκήσεις σχολικών εγχειριδίων	...μετά περάσαμε σε έξτρα ασκήσεις βιβλίου. (Δ7)
Σύνδεση μαθηματικού παιχνιδιού με πραγματικές καταστάσεις	Αφού παίζαμε πολλές φορές αυτό το παιχνίδι, πρώτα από όλα πήγαμε στο πραγματικό μαγαζάκι της Σχολής, με πραγματικά κέρματα και αγοράσαμε πράγματα και άφησα τα παιδιά μόνα τους να διαχειριστούν το δικό τους πορτοφόλι σε ομαδούλες. (Δ7)
Δραστηριότητες αξιολόγησης & αναστοχασμού	Όσον αφορά την εμπέδωση, μετά τους έγραφα κάποιους αριθμούς στον πίνακα και τους έλεγα «πείτε μου τώρα που θα βάλω το ανοικτό στόμα, σε αυτό ή σε κείνο; (Δ4)

Το πέμπτο θέμα, «κατηγορίες μαθηματικών παιχνιδιών» που αναδείχθηκε αφορά τα μαθηματικά παιχνίδια που οι εκπαιδευτικοί φαίνεται να εντάσσουν στη διδασκαλία τους. Εδώ, εντοπίστηκαν δύο κατηγορίες με βάση κριτήρια που αντλήθηκαν από τη βιβλιογραφία: το είδος παιχνιδιού και τα μαθηματικά που εμπλέκονται (Skoumpourdi, 2015). Οι κατηγοριοποιήσεις αυτές παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο βιβλιογραφικό μέρος της εργασίας (βλ. Ενότητα: **Κατηγοριοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών**). Οι κατηγορίες αυτές καθώς και οι υποκατηγορίες τους περιγράφονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα 10.

Πίνακας 10. Κατηγορίες μαθηματικών παιχνιδιών

Κατηγορίες	Παραδείγματα
<u>Ως προς το είδος:</u> Επιτραπέζια	<i>Μοιάζει με το Ντόμινο. Τα παιδιά ανά δύο παίρνουν 11 καρτελάκια με την προπαίδεια ενός αριθμού. Τα καρτελάκια έχουν σχήμα ορθογωνίου χωρισμένου σε δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος υπάρχει το γινόμενο και στο δεύτερο μέρος υπάρχει ένας πολλαπλασιασμός. Δίπλα στο πολλαπλασιασμό θα πρέπει να τοποθετήσουν την καρτέλα που στο πρώτο μέρος της έχει το σωστό γινόμενο. Η πρώτη και η τελευταία καρτέλα είναι διαφορετικές. Η πρώτη έχει σαν πρώτο μέρος τη λέξη ΑΡΧΗ και δίπλα έναν πολλαπλασιασμό. Η τελευταία καρτέλα έχει στην αρχή ένα γινόμενο και ακολουθεί η λέξη ΤΕΛΟΣ. Νικητής είναι το ζευγάρι που θα τελειώσει πρώτο τοποθετώντας σωστά τις καρτέλες του. (Δ12)</i>
Κινητικά	<i>Τα παιδιά κάθονται σε μια σειρά. Ένα παιδί κάθεται απέναντι και λέει έναν αριθμό από το 1 μέχρι το 100. Το πρώτο παιδί της σειράς τρέχει πριν από το παιδί που είπε τον αριθμό, λέγοντας τον προηγούμενο αριθμό. Το δεύτερο παιδί της σειράς τρέχει μετά το παιδί που είπε τον αριθμό, λέγοντας τον επόμενο αριθμό. (Προαιρετικά ο πρώτος που θα πει τον αριθμό και θα φτάσει στην σειρά νικάει). (Δ10)</i>
Κατασκευαστικά	<i>Γενικά στα μικρά, στα πρωτάκια, στην αρχή βοηθάει πολύ η κατασκευή, δηλαδή ακόμη και τα κυβάκια, πώς να φτιάξουν ας</i>

<p>Παιχνίδια ρόλων</p>	<p>πούμε ένα σπιτάκι με 10 κυβάκια ή με 8 κυβάκια ή βγάλε ένα κυβάκι, δηλαδή με τέτοια αντικείμενα μας και είναι μικρά και δεν έχουν εξοικειωθεί ακόμη με τις έννοιες. (Δ7)</p> <p>Μέσα στην τάξη αποφασίζουμε να κάνουμε ‘μπαζάρ’ από πράγματα. Αποφασίζουμε ποια πράγματα θα πουλήσουμε και βρίσκουμε τις ανάλογες τιμές. Μετά χωριζόμαστε σε ομάδες. Υπάρχει η τράπεζα, οι πωλητές και οι καταναλωτές. Οι καταναλωτές έχουν συγκεκριμένα χρήματα. Αγοράζουν αντικείμενα και οι πωλητές προσπαθούν να δώσουν τα σωστά ρέστα. Μετά αλλάξαμε ρόλους. Στο τέλος επισκεφτήκαμε το μαγαζάκι της σχολής και με πραγματικά χρήματα κάναμε συναλλαγές. (Δ7)</p>
<p><u>Ως προς τα μαθηματικά που εμπλέκονται:</u> Παιχνίδια αριθμούς πράξεις με και</p> <p>Παιχνίδια γεωμετρία με</p> <p>Παιχνίδια μετρήσεις (χρόνου, μήκους) με</p>	<p>Ανά 2 μαθητές, όπως κάθονται στο θρανίο τους ρίχνουν τα ζάρια τους. Το ένα παιδί το ζάρι των μονάδων και το άλλο των δεκάδων και γράφουν τον αριθμό που βρήκαν στο τετράδιό τους. Το κάθε ζευγάρι λέει τον αριθμό που βρήκε και τον γράφουμε στον πίνακα. Έτσι γράφουμε όλους τους διψήφιους αριθμούς. Αφού γράψουμε και διαβάσουμε τους αριθμούς τους συγκρίνουμε μεταξύ τους και τους τοποθετούμε από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο ή το αντίθετο. Κερδίζει το ζευγαράκι που σχημάτισε τον μεγαλύτερο αριθμό. (Δ5)</p> <p>Έχω δοκιμάσει να κάνουμε πινακίδες για τη κοκκινοσκουφίτσα, που τις βάλουμε μετά έτσι ώστε να γλιτώσει από τον κακό τον λύκο, με μηνύματα στην κοκκινοσκουφίτσα, τις οποίες τις κάναμε μόνοι μας, τραβήξαμε τα σχήματα με το χάρακα, γράψαμε τα γράμματα με ευθείες γραμμές και τα κάναμε τρισδιάστατα. Μετά μπήκαμε σε ρόλους και παίξαμε το παραμύθι στην αυλή. (Δ9)</p> <p>Έχω κατά νου ένα παιχνίδι που εφηύραν τα παιδιά μου από μόνα τους...φτιάξανε σαίτες, με χαρτιά, χωρίς να τους υποδείξει κανείς τον τρόπο και κάνανε διαγωνισμό ποιος θα τη στείλει πιο μακριά. Εδώ μπορείς να συνδυάσεις τα μαθηματικά, με την απόσταση. Θα μετρήσουμε το μήκος. Θα μετρήσουμε με μία μεζούρα πόσο μακριά πήγε η σαίτα του καθενός. (Δ9)</p>

Το έκτο και έβδομο θέμα προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων των συνεντεύξεων, όπου εντοπίστηκαν οι ρητές αναφορές των εκπαιδευτικών σχετικά με τους παράγοντες που τους ενθαρρύνουν ή τους αποθαρρύνουν στη αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία τους. Οι κατηγορίες βασίζονται σε παρόμοιες έρευνες όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο αντίστοιχο κεφάλαιο του βιβλιογραφικού μέρους αυτής της εργασίας (βλ. Ενότητα: **Παράγοντες που εμποδίζουν την**

ενσωμάτωση του παιχνιδιού στη διδασκαλία). Έτσι, προέκυψε το έκτο θέμα «παράγοντες ενθάρρυνσης» και το έβδομο θέμα «παράγοντες αποθάρρυνσης», των οποίων οι κατηγορίες και οι υποκατηγορίες φαίνονται και αναλύονται στους πίνακες 11 και 12 αντίστοιχα.

Πίνακας 11. Παράγοντες ενθάρρυνσης

Κατηγορίες	Παραδείγματα
<p><u>Διοίκηση και διεύθυνση:</u> Διάθεση χώρου και υλικών πόρων</p>	<p>Μας αγοράζει διάφορα υλικά και παιχνίδια. Όσες φορές και να ζητήσαμε κάτι από τη διεύθυνση, αμέσως θα μας τα αγοράσει και θα μας τα φέρει. Είναι αρωγός η διεύθυνση του σχολείου, σε οτιδήποτε ζητήσουμε και έχει σχέση με τα μαθήματα. (Δ1)</p>
<p>Προτροπή για αξιοποίηση μαθηματικού παιχνιδιού</p>	<p>Συγκεκριμένα το σχολείο που είμαι είναι διαδραστικής φιλοσοφίας, οπότε όσες περισσότερες δραστηριότητες, παιχνίδια εισάγουμε στη διδασκαλία τόσο το καλύτερο. Δεν θα πω ότι το απαιτούν, θα πω ότι το ζητάνε και το εκτιμούν, γιατί είναι η φιλοσοφία του σχολείου μας τέτοια που όσο περισσότερο τα μπλέκουμε στη διδασκαλία, τόσο πιο αποτελεσματικό είναι. (Δ3)</p>
<p>Δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης</p>	<p>Αρκετές φορές έχει τύχει επίσης να μας φέρουν κάποιον σχετικό άνθρωπο να μας μιλήσει ή να συμμετέχουμε εμείς σε κάποια σχετική δράση, τύπου εργαστήριο, μετά από ενημέρωση του διευθυντή μας. Το σχολείο αυτό διοργανώνει κι από μόνο του δράσεις ενημέρωσης κι άλλων εκπαιδευτικών, εκτός από εμάς. (Δ6)</p>
<p>Ανταλλαγή ιδεών με συναδέλφους</p>	<p>Είναι πολύ χρήσιμο. Έτσι παίρνω και εγώ τις ιδέες μου. Δηλαδή όταν θα ακούσω κάτι από κάποιον και θεωρώ ότι θα έπρεπε να γίνεται αυτό το πράγμα... ένα meeting καλών πρακτικών ουσιαστικά ή κάθε τέλος της εβδομάδας κι αν όχι λόγω χρόνου, μία φορά το μήνα σίγουρα και είναι πολύ σημαντικές και οι διαπροσωπικές σχέσεις. Εκεί γίνεται και η καλύτερη επικοινωνία, οπότε ναι, στις συζητήσεις με τους συναδέλφους μου συνέχεια συζητάμε για έξυπνες εφαρμογές που μπορεί να βρει κάποιος. (Δ6)</p>
<p>Θεσμική ευελιξία</p>	<p>Καμία πίεση. Εδώ έλεγαν να μειώσουν και λίγο την ύλη ώστε ο καθένας μας να προσθέτει και να μένει χρόνος, όπου κρίνει ο καθένας απαραίτητο ανάλογα με τις ανάγκες της τάξης να παραμένει περισσότερο. Μπορείς να περάσεις κάτι πιο γρήγορα εάν βλέπεις ότι είναι εύκολο ή να πας πιο αργά. Εγώ προσωπικά δεν ζορίστηκα ποτέ ότι δεν θα μου βγει η ύλη και τι θα κάνω. (Δ12)</p>



Πίνακας 12. Παράγοντες αποθάρρυνσης

Κατηγορίες	Παραδείγματα
<p><u>Εκπαιδευτικός:</u> Έλλειψη διδακτικής εμπειρίας σχετικής με το μαθηματικό παιχνίδι</p> <p>Ηλικία εκπαιδευτικού</p>	<p><i>Πολλές φορές αγχώνομαι και αναρωτιέμαι για το πώς θα οργανώσω ένα παιχνίδι ή το πώς θα το στήσω, ειδικά όταν είναι κάτι το οποίο θα πάω πρώτη φορά στην τάξη. (Δ9)</i></p> <p><i>Κάποια στιγμή η κούραση του δασκάλου μπορεί να τον οδηγήσει να χρησιμοποιεί το εύκολο, το βιβλίο. Είναι τα προσωπικά που μπαίνουν στη μέση και σε αποτρέπουν από το να χρησιμοποιείς αυτά εδώ τα παιχνίδια. Γιατί δεν είναι μόνο τα μαθηματικά, είναι όλα τα μαθήματα, τα οποία προσπαθείς να φέρεις με έναν διαφορετικό τρόπο.... Νομίζω για την ηλικία μου και αυτά τα χρόνια μου στην εκπαίδευση το χρησιμοποιώ όσο μπορώ αυτή τη στιγμή. (Δ5)</i></p>
<p><u>Μαθητές:</u> με ειδικές μαθησιακές ανάγκες</p>	<p><i>Το να έχεις ένα παιδί μέσα στην τάξη που έχει κάποια αναπηρία και δεν έχει παράλληλη στήριξη δημιουργεί δυσκολίες, στο γεγονός ότι πρέπει να τον εντάξεις κι αυτόν στη διαδικασία, γεγονός που σε δυσκολεύει πολύ ως προς το πώς θα οργανώσεις κάτι. (Δ2)</i></p>
<p>Αριθμός μαθητών ανά τάξη</p>	<p><i>Το πρόβλημα είναι ο αριθμός μαθητών. Τα προηγούμενα χρόνια ήμουν σε επαρχία και είχα μικρά τμήματα, μπορεί να είχα και δύο τάξεις μαζί. Είχα πρώτη και δεύτερα μαζί. Εκεί είχα πιο εύκολη πρόσβαση να βάλω τα παιδιά για παράδειγμα να παίζουν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι στα μαθηματικά. Ήταν πιο εύκολο να τα χωρίσεις σε ομαδούλες και να μπορείς να συντονίσεις την καθεμία ξεχωριστά. Αυτό το 25άρι που υπάρχει στις πόλεις είναι πολύ μεγάλος αριθμός και ειδικά για πρώτη και δεύτερα τάξη. Είναι θλιβερός ο αριθμός για να μπορέσεις να δουλέψεις και να κάνεις τέτοιου είδους πράγματα. (Δ4)</i></p>
<p>Συμπεριφορά μαθητών</p>	<p><i>Με τα πρωτάκια, νομίζω το μόνο θέμα είναι η διαχείριση της τάξης να είναι τέτοια ώστε να μπορούμε να βγούμε έξω για ένα παιχνίδι, όπως αυτό που περιέγραψα πριν. Τον πρώτο καιρό ειδικά που δεν είναι στρωμένη η τάξη και τα παιδιά έρχονται από το νηπιαγωγείο είναι πιο δύσκολο να το διαχειριστούν όλο αυτό, να υπακούσουν δηλαδή στους κανόνες ενός παιχνιδιού. (Δ11)</i></p>
<p>Πίεση χρόνου για κάλυψη της ύλης</p>	<p><i>Η αλήθεια είναι ότι ο χρόνος είναι περιορισμένος. Το θέμα είναι ο κάθε εκπαιδευτικός πως θα το χρησιμοποιήσει. Μπορεί να αφήσει, να αλλάξει το βιβλίο ή το τετράδιο εργασιών με ένα παιχνίδι και να δουλέψει πιο πολύ σε αυτό. (Δ5)</i></p>

Έλλειψη υλικοτεχνικής υποδομής	<i>Αυτή τη στιγμή είμαστε σε μία εποχή που φέρνουμε τα υλικά μόνοι μας στο σχολείο, διότι το σχολείο δεν εξασφαλίζει ούτε τα απαραίτητα. Θα σου πω απλά ότι αυτή τη στιγμή τα Α4 μας τα φέρνουν οι γονείς με δικά τους χρήματα. Εμείς πληρώνουμε συνήθως από την τσέπη μας χρήματα για να οργανώσουμε πράγματα, δηλαδή τι να σου πω τώρα, ότι το βασικό εξοπλισμό, στα μαθηματικά τον έχω εγώ από το σπίτι μου. Δυστυχώς δεν είμαστε σε εποχές που αυτή τη στιγμή οι σχολικές επιτροπές στηρίζουν το έργο. (Δ4)</i>
--------------------------------	---

Το τελευταίο θέμα, το όγδοο αφορά τις «προτάσεις βελτιώσεις» και περιλαμβάνει τρεις κατηγορίες: δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης, τη διάθεση πόρων και τη μείωση του αριθμού μαθητών ανά τμήμα. Το θέμα και οι κατηγορίες του παρουσιάζονται παρακάτω και αναλύονται μέσω αντίστοιχων παραδειγμάτων, στον πίνακα 13.

Πίνακας 13. Προτάσεις βελτίωσης

<b>Κατηγορίες</b>	<b>Παραδείγματα</b>
<u>Δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης:</u> Επιμορφώσεις-Σεμινάρια	<i>Πιστεύω ότι θα με βοηθούσαν σεμινάρια. Θεωρώ ότι το χρησιμοποιώ, αλλά αν κάνω ένα σεμινάριο πάνω σε αυτό, θα ξέρω και το σωστό τρόπο, για να το κάνω. (Δ2)</i>
Αυτομόρφωση	<i>Όσο περισσότερο διαβάζεις και ασχολείσαι με το αντικείμενο... κι αυτό σε βοηθάει αρκετά. (Δ3)</i>
Διάθεση πόρων	<i>Θα με βοηθούσε εάν υπήρχε ένα δίκτυο ανταλλαγής ιδεών για μαθηματικά παιχνίδια. (Δ11)</i>
Μείωση αριθμού μαθητών ανά τμήμα/Υπαρξη δευτέρου εκπαιδευτικού	<i>Αλλιώς κινείσαι σε ένα τμήμα με 25 παιδιά και αλλιώς σε ένα τμήμα με 12, ο αριθμός είναι πολύ σημαντικός και πρέπει κάτι να γίνει με αυτό, αλλιώς είναι πολύ δύσκολο να βάζεις συνέχεια παιχνίδια. (Δ4)</i>

## Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

### Θέμα: «Χαρακτηριστικά μαθηματικού παιχνιδιού»

Από την ανάλυση των δεδομένων διαπιστώθηκε ότι οι εκπαιδευτικοί όταν αναφέρονται στο μαθηματικό παιχνίδι, συνδέουν τον όρο αυτό με βασικά χαρακτηριστικά, είτε αυθόρμητα είτε μετά από σχετικές ερωτήσεις. Στον πίνακα 14 φαίνονται οι εκπαιδευτικοί που αναφέρθηκαν, σε κάθε μία από τις δύο κατηγορίες χαρακτηριστικών ενός μαθηματικού παιχνιδιού, όπως αυτές εντοπίστηκαν από τις απαντήσεις τους, ενώ στον πίνακα 15 περιγράφεται πώς κατανέμονται οι

εκπαιδευτικοί, ανάλογα με τις απαντήσεις τους σε υποκατηγορίες αυτών, δηλαδή σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των μαθηματικών παιχνιδιών.

Πίνακας 14. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά κατηγορία χαρακτηριστικών μαθηματικού παιχνιδιού

Χαρακτηριστικά	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο	Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	12
Με μαθηματικό περιεχόμενο	Δ1, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11	9

Πίνακας 15. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά χαρακτηριστικό μαθηματικού παιχνιδιού

Χαρακτηριστικά	Υποκατηγορίες	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο	Διασκέδαση	& Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6,	12
	Κινητοποίηση	Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	
	Βιωματικός Χαρακτήρας	Δ1, Δ2, Δ3, Δ6, Δ8, Δ10, Δ11, Δ12	8
	Αλληλεπίδραση μαθητών	Δ3, Δ4, Δ5, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	8
	Χρήση χειραπτικού υλικού	Δ1, Δ4, Δ6, Δ7, Δ8, Δ10, Δ11	7
	Μαθηματικό παιχνίδι $\neq$ μάθημα	Δ1, Δ5, Δ6, Δ8	4
	Διαβάθμιση δυσκολίας	Δ3, Δ7	2
Με μαθηματικό περιεχόμενο	Αναφορά σε μαθηματικές έννοιες	Δ1, Δ3, Δ4, Δ5, Δ9, Δ10, Δ11	7
	Αναφορά σε διαδικασίες μαθηματοποίησης	Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ10	5

Όπως φαίνεται και οι δώδεκα συμμετέχοντες αναφέρονται σε ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά χωρίς μαθηματικό περιεχόμενο. Συγκεκριμένα, όλοι οι εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν στη διασκέδαση και την κινητοποίηση που το μαθηματικό παιχνίδι μπορεί να προσφέρει.

*Τα παιδιά το βλέπουν ως κάτι διασκεδαστικό και μαθαίνουν κιόλας. (Δ5)*

*Ένα μαθηματικό παιχνίδι ελκύει περισσότερο και δημιουργεί κίνητρα. Τα χαρακτηριστικά που το κάνουν παιχνίδι είναι η διασκέδαση και η χαρά. (Δ11)*

Το δεύτερο κυριότερο παιγνιώδες χαρακτηριστικό στο οποίο αναφέρονται οκτώ εκπαιδευτικοί της έρευνας είναι η ιδιότητα του ΜΠ να λειτουργεί ως βίωμα για τα παιδιά.

*Μαθηματικό παιχνίδι είναι κάτι που μαθαίνεις βιωματικά. Το παιχνίδι είναι βίωμα, το παιχνίδι το ζεις και μένει. Μέσα από το παιχνίδι αποκτά την εμπειρία. (Δ11)*

Εξίσου βασικό χαρακτηριστικό του ΜΠ αναδεικνύεται από τις αναφορές οκτώ εκπαιδευτικών, σχετικά με την αλληλεπίδραση που αναπτύσσεται μεταξύ των μαθητών, κατά τη διάρκεια υλοποίησης του. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών

περιγράφεται με όρους όπως, συνεργασία, ομαδικότητα, ανταγωνισμός, και ανάπτυξη δεσμών φιλίας.

*Αν κάποιος έπαιρνε ξυλάκι που δεν το δικαιούταν και οι αντίπαλοι το καταλάβαιναν του έλεγαν «έκανες λάθος, βάλτο πίσω». (Δ9)*

*Ήταν ανταγωνιστικό, γιατί ήταν σαν σκυταλοδρομία. (Δ11)*

*Σε παιχνίδια είδα παιδιά που δέθηκαν, αγόρια κορίτσια που δεν είχαν καμία σχέση έξω στην αυλή και δεν ταίριαζαν, αλλά επειδή η ομάδα κέρδιζε ας πούμε άρχισαν και τα μπράβο και τα συγχαρητήρια... Το παιχνίδι όταν γίνεται και σε ομάδες ενώνει και τα παιδιά μεταξύ τους, δημιουργεί και σχέσεις πιο ιδιαίτερες. (Δ12)*

Η ύπαρξη χειραπτικού υλικού σε ένα μαθηματικό παιχνίδι αλλά και η πιθανή δημιουργία-κατασκευή αυτού από τα ίδια τα παιδιά φαίνεται να αποτελεί επίσης ένα σημαντικό χαρακτηριστικό, για επτά εκπαιδευτικούς.

*Θα μπορούσε να έχει εργαλεία, όπως κυβάκια μέτρησης... (Δ7)*

*Πρέπει να έχουν μία πιο άμεση επαφή με αυτό (το ΜΠ), έστω και με την κατασκευή αυτών των παιχνιδιών. (Δ4)*

Για τέσσερις εκπαιδευτικούς το ΜΠ διαχωρίζεται από την παραδοσιακή διδακτική διαδικασία, το 'μάθημα', αναφέρουν δηλαδή ότι οι μαθητές δεν αισθάνονται ότι κάνουν μάθημα.

*Το να νιώθουν τα παιδιά ότι δεν κάνουν κάποιο μάθημα. (Δ5)*

*Πρέπει να είναι κάτι αποπλαισιωμένο από το ότι κάνουμε μάθημα τώρα. (Δ6)*

*Ένα παιχνίδι είναι μάθημα έξω από τα βιβλία. Είναι κάτι εναλλακτικό από το μάθημα, έξω από τις σελίδες του βιβλίου. (Δ8)*

Τέλος, ένα χαρακτηριστικό του ΜΠ, που αναφέρεται όμως μόνο από δυο εκπαιδευτικούς, είναι η διαβάθμιση δυσκολίας

*Όσο προχωρούσε το παιχνίδι, αυξανόταν και η δυσκολία...ήταν όλο και περισσότερο ενδιαφέρον. (Δ3)*

Η δεύτερη κατηγορία χαρακτηριστικών είναι εκείνα με μαθηματικό περιεχόμενο. Αυτές οι αναφορές έρχονται συνήθως ως δευτερεύουσες στα λόγια των εκπαιδευτικών. Μάλιστα, στους ορισμούς που έδωσαν δύο εκπαιδευτικοί για το μαθηματικό παιχνίδι, φαίνεται η εξ ολοκλήρου απουσία ρητής αναφοράς στη μαθηματική προσέγγιση του μαθηματικού παιχνιδιού.

*Ένα μαθηματικό παιχνίδι φαντάζομαι ότι είναι κάτι βιοματικό για τα παιδιά, πάνω από όλα, που μέσα από αυτό προσεγγίζουν περισσότερο τη διαδικασία μάθησης. (Δ2)*

*Μαθηματικό παιχνίδι είναι μία δραστηριότητα, χρησιμοποιώντας διάφορα υλικά και έξω από τις σελίδες του βιβλίου, κάτι διαφορετικό από αυτό. (Δ8)*

Οι παραπάνω ορισμοί ωστόσο αποτέλεσαν τη μειονότητα. Το πλήθος που δηλώνει ρητά, τα χαρακτηριστικά αυτής της κατηγορίας είναι εννέα εκπαιδευτικοί. Συγκεκριμένα επτά εκπαιδευτικοί επισήμαναν ότι για να αποκαλέσουμε ένα παιχνίδι μαθηματικό, αυτό πρέπει να συμπεριλαμβάνει μαθηματικές έννοιες και αντικείμενα. Τα μαθηματικά που εμπλέκονται σύμφωνα με τους εκπαιδευτικούς μπορεί άλλοτε να αφορούν διαδικαστικές γνώσεις, όπως για παράδειγμα η εξάσκηση στις τέσσερις πράξεις και άλλοτε εννοιολογική κατανόηση, όπως για παράδειγμα η κατανόηση της έννοιας του αριθμού.

*Δίνει τη δυνατότητα να κάνουν προσθέσεις, αφαιρέσεις, πολλαπλασιασμούς... (Δ5)*

*Μαθηματικό παιχνίδι σημαίνει προσεγγίζω μαθηματικές έννοιες μέσα από το παιχνίδι. (Δ4)*

Εκτός από την αναφορά σε μαθηματικές έννοιες, πέντε εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν σε διαδικασίες μαθηματοποίησης. Με έμφαση στην οριζόντια μαθηματοποίηση, η οποία αφορά την περιγραφή ενός προβλήματος που τίθεται σε κατάσταση πραγματικής ζωής, τα δεδομένα των συνεντεύξεων ανέδειξαν δύο βασικά στοιχεία, το οικείο-

καθημερινό πλαίσιο και την προβληματική κατάσταση που προσφέρει ένα μαθηματικό παιχνίδι.

*Μαθηματικό παιχνίδι είναι κάτι που θα του δημιουργήσει μία προβληματική κατάσταση για να προχωρήσει και να αναζητήσει το κάτι παραπάνω... να εξελίξει αυτό που θες να μάθει αλλά και να το πάει ένα βήμα παραπέρα. (Δ6)*

*Τα παιδιά μαθαίνουν μέσα από πραγματικές καταστάσεις γιατί το παιχνίδι δεν είναι ότι πάντα είναι κάτι ψεύτικο. (Δ7)*

Βασικό στοιχείο της μαθηματοποίησης όμως είναι και η ιδιότητά της ως μία παραγωγική και εξελικτική διαδικασία. Σχετικά με αυτό το στοιχείο μία από τις εκπαιδευτικούς αυτής της έρευνας ανέφερε:

*Όταν παίζαμε με τα ζάρια στην αφαίρεση, μπορεί να τύχαινε κάποιος το 5 και ο άλλος το 4. Πως θα αφαιρούσε το 5 από το 4; Δεν θα εισήγαγα προφανώς τους αρνητικούς αριθμούς αλλά μήπως θα έμπαινε στη διαδικασία να σκεφτεί μόνο του ότι το 5 θα είναι μπροστά από το 4; (Δ6)*

### Θέμα: «Μορφές μαθηματικών παιχνιδιών»

Στο σύνολο των δεδομένων, έγινε η συλλογή αυθόρμητων και μη αναφορών σχετικά με τη μορφή των μαθηματικών παιχνιδιών που οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν στη διδασκαλία των μαθηματικών. Το πλήθος εκπαιδευτικών ανά μορφή μαθηματικού παιχνιδιού φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 16. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά μορφή μαθηματικού παιχνιδιού

Μορφές	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Ελεύθερο παιχνίδι – Κατευθυνόμενο από τα παιδιά	Δ6	1
Κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό	Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	12
Κατευθυνόμενο από κοινού	Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11	9

Τόσο οι αρχικές περιγραφές των μαθηματικών παιχνιδιών που έδωσαν οι εκπαιδευτικοί στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της έρευνας, όσο και σχετικές αναφορές που εντοπίστηκαν στις συνεντεύξεις ανάδειξαν το κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό μαθηματικό παιχνίδι, ως τη συνηθέστερη επιλογή μεταξύ των δασκάλων. Αυθόρμητες και μη αναφορές και των 12 εκπαιδευτικών επί του θέματος αυτού ανέδειξαν την μορφή αυτή ως την επικρατέστερη για τις πρώτες σχολικές τάξεις του δημοτικού σχολείου.

*Όλη την προετοιμασία την κάνω εγώ, το ποια παιχνίδια θα παίζουμε, πως θα τα παίζουμε και για ποιο λόγο θα τα παίζουμε το ξέρω εγώ. (Δ3)*

*Τώρα να σου πω την αλήθεια, στην Πρώτη και στη Δευτέρα δημοτικού δεν είναι και τόσο εύκολο το να προτείνουν τα παιδιά κάποιο παιχνίδι. (Δ5)*

Αναφορές υπήρξαν επίσης και σχετικές με το κατευθυνόμενο από κοινού μαθηματικό παιχνίδι. Στη μορφή αυτού του παιχνιδιού, ο εκπαιδευτικός είτε παρατηρεί ένα παιχνίδι το οποίο οι μαθητές παίζουν με δική τους επιλογή και το επεκτείνει από μαθηματικής άποψης, είτε επιτρέπει στους μαθητές να λάβουν μέρος στην οργάνωση ενός μαθηματικού παιχνιδιού που επιλέχθηκε από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό και να τροποποιήσουν στοιχεία αυτού, όπως οι κανόνες, οι ομάδες ή ο χρόνος. Πρέπει να σημειωθεί ότι η κατηγορία «παιχνίδι κατευθυνόμενο από κοινού» αναδείχθηκε μέσα

από συγκεκριμένες ερωτήσεις που τέθηκαν στους εκπαιδευτικούς (π.χ. «Βλέπετε τους μαθητές σας να παίζουν κάποιο παιχνίδι ομαδικά στο διάλειμα. Ποιο είναι αυτό; Πείτε ένα παράδειγμα. Θα μπορούσατε να το αξιοποιήσετε με κάποιο τρόπο ούτως ώστε να ενισχύσει τη μαθηματική γνώση των παιδιών;») και όχι μέσα από αυθόρμητες αναφορές των εκπαιδευτικών.

*Έχω τώρα κατά νου ας πούμε ένα σημερινό παιχνίδι που εφηύραν τα παιδιά μου από μόνα τους. Φτιάζανε σαΐτες, με χαρτιά, χωρίς να τους υποδείξει κανείς τίποτα και κάνανε διαγωνισμό ποιος θα τη στείλει πιο μακριά. Εκεί εγώ τους προτείνω να μετρήσουμε το μήκος. Θα μετρήσουμε πόσο μακριά πήγε η σαΐτα του καθενός. (Δ9)*

*Έχει τύχει να τρέχουν και να κάνουν αγώνες δρόμους και να μου λένε «κυρία εγώ έτρεξα τόσο», «εγώ έτρεξα τόσο»... οπότε μετά μπήκαμε στη διαδικασία χρονομέτρου, ο χρόνος, τι είναι ο χρόνος, τι είναι το χρονόμετρο. Κάτι τέτοιο είχαμε κάνει και προέκυψε από παιχνίδι των ίδιων των παιδιών, από ένα κνημητό. (Δ7)*

*Ακόμη και οι ίδιοι μπορούν να επέμβουν, με το τι κανόνες θα βάλουμε ή ποιος θα είναι ο στόχος μας ή ποιος θα κερδίζει και τα λοιπά. (Δ4)*

Τέλος, μία μόνο εκπαιδευτικός αναφέρθηκε και μάλιστα αυθόρμητα στο ελεύθερο παιχνίδι με παροχή μαθηματικού εκπαιδευτικού υλικού και στη σημασία του για τη μάθηση των παιδιών.

*Το ελεύθερο παιχνίδι είναι και το πιο δημιουργικό και θα έπρεπε να τους δίνουμε χώρο για αυτό... δηλαδή να τους δώσουμε ξυλάκια ή ούτε καν ξυλάκια... να τους πούμε απλά παίξτε με τους αριθμούς και να δούμε τα παιδιά τι παιχνίδι θα βγάλουν. (Δ6)*

### Θέμα: «Θέση μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία»

Από την ανάλυση των δεδομένων που συγκεντρώθηκαν και με μερική εστίαση της ερευνήτριας στις αρχικές περιγραφές μαθηματικών παιχνιδιών που δόθηκαν από τους εκπαιδευτικούς αναδείχθηκαν δύο θέσεις που λαμβάνει το μαθηματικό παιχνίδι στη διδασκαλία. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται αναλυτικά το πλήθος των εκπαιδευτικών που αναφέρθηκαν σε κάθε θέση.

Πίνακας 17. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά ρόλο μαθηματικού παιχνιδιού

Θέσεις	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Εισαγωγική δραστηριότητα-Διερεύνηση	Δ1, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10	9
Εξάσκηση-Αξιολόγηση	Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ10, Δ11, Δ12	12

Στο σύνολο των δεδομένων, οι εκπαιδευτικοί φάνηκε να αξιοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι είτε ως εισαγωγική-διερευνητική δραστηριότητα στην αρχή μίας νέας έννοιας, είτε ως μέσο εξάσκησης-αξιολόγησης κατά τη διάρκεια ή στο τέλος της διδασκαλίας μίας έννοιας. Αρκετές αναφορές σημειώθηκαν στο μαθηματικό παιχνίδι ως εισαγωγική δραστηριότητα διερεύνησης, με 9 εκπαιδευτικούς να επισημαίνουν τη σημασία κινητοποίησης και πρόκλησης ενδιαφέροντος για την εισαγωγή σε μία νέα μαθηματική έννοια.

*Χρησιμοποίησα ένα παιχνίδι από το αναλυτικό με προσανατολισμό στο χώρο που ήταν τύπου πάνε 3 βήματα δεξιά, μετά πάνε αριστερά, «βρέθηκες εκεί;» κτλ κτλ. Συνήθως το κάνεις γενικά με την έννοια της διερεύνησης και μετά να καταλήξουν μόνα τους τα παιδιά στο συμπέρασμα. Εσύ δίνεις την αρχή, τον στόχο ας πούμε «σήμερα παιδιά θα μάθουμε το πώς προσανατολιζόμαστε στο χώρο», κάνεις ερωτήσεις του τύπου «τι πρέπει να πω*



σε κάποιον που μου ζητάει πώς να πάει στο σούπερ μάρκετ;», για να κατανοήσουν ότι οι οδηγίες πρέπει να είναι σαφείς, ώστε να φτάσει ακριβώς εκεί που πρέπει και έτσι σιγά σιγά φτάνεις σε αυτό που θέλεις να μάθουν, δηλαδή τι σημαίνει προσανατολισμός και πως επιτυγχάνεται; (Δ4)

Τις περισσότερες φορές θεωρώ το χρησιμοποιούμε με αφορμή κάτι και όχι στο συγκεκριμένο μάθημα. Μπορεί δηλαδή να το έχουμε ξεκινήσει από πιο μπροστά κάποιο παιχνίδι και σιγά σιγά να φτάνεις στο να διδαχθεί το μάθημα, οπότε έχεις φτάσει πιο ομαλά. (Δ5)

Εγώ είμαι της άποψης και είναι πολύ σωστό γιατί το έχω δει και στην πράξη, να πω από την αρχή ότι θα το χρησιμοποιήσω σαν αφορμή, για να εισάγω μία καινούργια έννοια ή να θέσω μία προβληματική κατάσταση για να καταλάβουν τα παιδιά ότι χρειάζεται να μάθουμε κάτι καινούργιο και να τους δημιουργηθεί το κίνητρο για να το μάθουν, την ανάγκη ουσιαστικά. (Δ6)

Όλοι/ες οι εκπαιδευτικοί αυτής της έρευνας επισήμαναν τη χρήση του μαθηματικού παιχνιδιού ως μέσο εξάσκησης-αξιολόγησης. Οι σχετικές αναφορές τους εντοπίστηκαν τόσο στον λόγο τους και στα συμφραζόμενα, όταν αναφερόντουσαν σε παρεμφερή θέματα, όσο και στα παραδείγματα μαθηματικών παιχνιδιών που έδιναν. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι από τις περιγραφές μαθηματικών παιχνιδιών που δόθηκαν από τους εκπαιδευτικούς στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της έρευνας, οι έντεκα στους δώδεκα συμμετέχοντες επέλεξαν να περιγράψουν ένα μαθηματικό παιχνίδι εξάσκησης κάποιας έννοιας.

Για παράδειγμα, στην Α' τάξη τα παιδιά δυσκολεύονταν να μάθουν τα διπλά ζευγάρια (π.χ. 6+6, 7+7), τους δώσαμε να φτιάξουν κάτι σαν βραχιόλια, έτσι ώστε να θυμούνται όχι μόνο τα διπλά, αλλά για παράδειγμα και τα ζευγαράκια του 10. Περνούσαν τις χάντρες...5 κόκκινες + 5 μπλε κάνει 10, 7 κίτρινες + 3 κόκκινες κάνει 10, 8 ροζ + 2 μωβ κάνει 10... (Δ3)

Νομίζω ότι παρατηρώντας τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού φαίνεται ποιοι δυσκολεύονται και ποιοι έχουν κατανοήσει το ζητούμενο...και από την ταχύτητα και από το εάν είναι σωστό αυτό που λένε ή κάνουν. (Δ11)

### Θέμα: «Ενέργειες εκπαιδευτικών όταν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι»

Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψαν οι ενέργειες των εκπαιδευτικών όταν αξιοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι στη διδασκαλία τους. Έτσι, οι ενέργειες αυτές ομαδοποιήθηκαν σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με το χρόνο που υλοποιούνται (πριν, κατά τη διάρκεια, μετά). Στον παρακάτω πίνακα, φαίνεται το πλήθος των εκπαιδευτικών που αναφέρθηκαν αυθόρμητα και μη σε κάθε μία από τις αναφερόμενες ενέργειες.

Πίνακας 18. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά ενέργεια όταν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι

Φάση εκπαιδευτικής διαδικασίας	Ενέργειες	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
--------------------------------	-----------	---------------	-----------

Πριν την έναρξη	- Σχεδιασμός διδασκαλίας/παιχνιδιού (νοερός)	Δ2, Δ3, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ10	7
	- Προετοιμασία υλικού	Δ1, Δ3, Δ4, Δ5, Δ12	5
	- Δοκιμή με συναδέλφους	Δ1, Δ6	2
	- Παρουσίαση παιχνιδιού	Δ6, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11	5
Κατά τη διάρκεια	- Παρατήρηση	Δ3, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11	8
	- Διαχείριση λάθους	Δ3, Δ6, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11	6
	- Διατύπωση ερωτήσεων	Δ1, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8	5
Με τη λήξη	- Ασκήσεις σχολικών εγχειριδίων	Δ2, Δ4, Δ6, Δ7, Δ8, Δ10	6
	- Σύνδεση μαθηματικού παιχνιδιού με πραγματικές καταστάσεις	Δ7	1
	- Δραστηριότητες αξιολόγησης & αναστοχασμού	Δ2, Δ3, Δ6, Δ4, Δ10	5

Πριν την έναρξη μίας διδασκαλίας μέσω ΜΠ, η πιο συνηθισμένη ενέργεια των εκπαιδευτικών είναι ο νοερός σχεδιασμός της πορείας της διδασκαλίας ή ακόμη και του ίδιου του μαθηματικού παιχνιδιού, με επτά αναφορές. Οι αναφορές των εκπαιδευτικών αναδεικνύουν το νοερό συλλογισμό των γεγονότων που θα προκύψουν εντός της τάξης ως την προτιμότερη προετοιμασία, έναντι του γραπτού σχεδίου μαθήματος. Οι αναφορές των εκπαιδευτικών άλλες φορές αφορούν το συλλογισμό των επερχόμενων γεγονότων, άλλες φορές τη διαβάθμιση της δυσκολίας του μαθηματικού παιχνιδιού και άλλες φορές την προσαρμογή του στις ανάγκες της τάξης.

*Το βλέπω πρώτα, δεν μπορώ να το εντάξω έτσι. Δηλαδή δεν το βλέπω εκείνη την ώρα... π.χ. να ψάξουμε κάτι, στο ίντερνετ και να το κατεβάσουμε... δεν γίνεται έτσι. Από την προηγούμενη μέρα, στο σπίτι, υποτίθεται το σκέφτεσαι, το οργανώνεις κάπως, πως θα το διδάξεις και πως θα μοιράσεις τα λεπτά της ώρας, πόσο χρόνο θα αφιερώσεις σε αυτό. (Δ2)*

*Ανάλογα με την τάξη μου, με τις δυσκολίες που έχουμε, ανάλογα δηλαδή με το επίπεδο που είναι τα παιδιά, μπορεί να το κάνω πιο απλό ή πιο προχωρημένο ή εκεί μπορεί να βάλω και εγώ τη δικιά μου ιδέα. Εξαρτάται τι παιχνίδι είναι γιατί πολλές φορές ο κάθε συναδέλφος που το έχει φτιάξει το σκέφτεται σε σχέση με τα δικά του παιδιά, τους μαθητές του. (Δ5)*

*Το κλασικό φιδάκι που το φτιάξαμε με άλλους αριθμούς, ανάλογα με το πόσους αριθμούς... γιατί έχει άλλο φιδάκι στην πρώτη δημοτικού που είχαν μάθει μέχρι το 50, άλλο φιδάκι στη Δευτέρα δημοτικού ή με τους αριθμούς ένα θέλουμε να ανεβαίνουν ανά 2, ανά 3, ανά 5, φιδάκι προπαίδειας ή διαίρεσης...ότι έφτασες εκεί αλλά πρέπει να μοιράσεις τον αριθμό σε τόσα παιδιά άρα κατεβαίνω ή που ανεβαίνω, που θα πάει ο καθένας από αυτά τα παιδιά... (Δ7)*

Μία ακόμη ενέργεια που συνηθίζουν οι εκπαιδευτικοί πριν την ένταξη ενός μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία είναι η κατασκευή των υλικών που θα χρειαστούν για την υλοποίηση του παιχνιδιού στη τάξη.

*Μια φορά που είχα βάλει το φιδάκι, η προετοιμασία ήταν να φτιάξω το ταμπλό Βάλαμε μέσα παραδείγματος χάρη... αν πας δύο βήματα μπροστά κερδίζεις κάτι ή ξανά ρίχνεις το ζάρι, σαν κάρτες ας πούμε. (Δ4)*

Δύο εκπαιδευτικοί ανέφεραν ότι κάποιες φορές δοκιμάζουν το μαθηματικό παιχνίδι που σκέφτονται να εντάξουν στη διδασκαλία τους με άλλα άτομα, είτε με συναδέλφους είτε με άτομα του οικείου περιβάλλοντος, με σκοπό να εξετάσουν την εξέλιξη του παιχνιδιού.

*Πολλές φορές το παίζω και με άλλες συναδέλφισσες για να δούμε πως θα εξελιχθεί. (Δ1)*

*Τον τελευταίο καιρό βάζω τον ανιψιό μου και το παίζει... εντάξει κι αυτό το κάνω βέβαια αλλά θα το παίζω και εγώ κυρίως να δω πως είναι. (Δ6)*

Τέλος, στην παρουσίαση του μαθηματικού παιχνιδιού αναφέρθηκαν πέντε εκπαιδευτικοί της έρευνας ως μία από τις ενέργειες που πραγματοποιούν πριν ξεκινήσει το παιχνίδι. Η ενέργεια αυτή περιλαμβάνει την παρουσίαση και επεξήγηση της διαδικασίας που θα ακολουθηθεί στους μαθητές, δίνοντας σαφείς οδηγίες και κάνοντας δοκιμές, ως παράδειγμα.

*Φυσικά πάντα λες τις οδηγίες πριν δώσεις υλικά για να μην γίνει πανικός. Μπορείς και να μην δώσεις οδηγίες και να παίζουν μόνα τους με το υλικό. Και αυτό δημιουργικό θα είναι. Ο χαμός είναι όταν θες όντως να κάνεις μία δομημένη διδασκαλία, προφανώς δεν θέλεις να έρθει το χάος πριν δώσεις τις οδηγίες για αυτό που θα κάνετε, γιατί απαιτείται και συγκεκριμένος χρόνος μερικές φορές. (Δ6)*

*Εξηγούμε τι θα κάνουμε, εξηγούμε τους κανόνες του παιχνιδιού...πολλές φορές χρειάζεται να κάνεις μία δοκιμή, ένα παράδειγμα, προτού ξεκινήσει κανονικά το παιχνίδι και μετά ξεκινάς. (Δ9)*

Κατά τη διάρκεια υλοποίησης μίας διδασκαλίας με ΜΠ, η συνηθέστερη ενέργεια των εκπαιδευτικών, με οκτώ αναφορές βρέθηκε να είναι η παρατήρηση της όλης διαδικασίας.

*Στο συγκεκριμένο παιχνίδι, καθώς περνούσα από τις ομάδες παρατηρούσα τον τρόπο που οι μαθητές έπαιζαν και αλληλοεπιδρούσαν. (Δ9)*

Στο σύνολο των συμμετεχόντων πέντε εκπαιδευτικοί αναφέρουν ότι καθώς παρατηρούν την όλη διαδικασία, οι ίδιοι διατυπώνουν ερωτήματα στους μαθητές.

*Μέσα από αυτό (το παιχνίδι) αρχίζουμε τις ερωτήσεις και μετά από τις ερωτήσεις ψάχνουμε να βρούμε τις απαντήσεις... να τις βρούμε με ζωγραφική, με αντικείμενα, με πράξεις. Να μην 'αφήνονται' δηλαδή τα παιδιά να βρουν μόνοι τους το αποτέλεσμα και να φτάσουν στη νίκη. Αυτός είναι ο πιο σημαντικός στόχος.. (Δ7)*

Τέλος, έξι εκπαιδευτικοί αναφέρουν ότι κατά τη διάρκεια ενός ΜΠ, διαχειρίζονται τα λάθη που κάνουν οι μαθητές, προκειμένου να κυλήσει σωστά και να επιβεβαιωθεί η σωστή πορεία του παιχνιδιού. Οι εκπαιδευτικοί αυτής της κατηγορίας αναφέρονται είτε στην επισήμανση πιθανού λάθους στο μαθητή, είτε στην ενθάρρυνση εύρεσης του σωστού, όποτε αυτό είναι επιτρεπτό από τους κανόνες του παιχνιδιού, δίνοντας τους έτσι μία δεύτερη ευκαιρία.

*Ήμουν πάνω από τις ομάδες και τσέκαρα τις απαντήσεις των μαθητών, οπότε όταν έκαναν κάποιο λάθος τους επισήμαινα τις σωστές απαντήσεις... ή τους έλεγα προσπάθησε πάλι να βρεις το σωστό. (Δ3)*

*Όταν έβλεπα ότι κάποιος κάνει λάθος, επειδή αν απαντήσεις λάθος σε αυτό το παιχνίδι πρέπει να επιστρέψεις το ξυλάκι σου ουσιαστικά πίσω, δεν μπορούσε να έχει δεύτερη ευκαιρία, οπότε αυτό που λέγαμε ήταν «δεν πειράζει, την επόμενη φορά... πρέπει να το αφήσεις. (Δ9)*

Με τη λήξη μίας διδασκαλίας με ΜΠ, η συνηθέστερη ενέργεια των εκπαιδευτικών είναι η μετάβαση σε ασκήσεις των σχολικών εγχειριδίων με έξι σχετικές

αναφορές. Η κατηγορία αυτή διαχωρίζεται από τις δραστηριότητες αξιολόγησης και αναστοχασμού γιατί οι σχετικές αναφορές ίσως δεν περιγράφουν την αξιολόγηση της γνώσης αλλά τη συμπλήρωση της διδασκαλίας μίας έννοιας.

*Στο τέλος, ελέγξαμε τη γνώση με τις ασκήσεις του βιβλίου. Μέσα στο βιβλίο είχε αντίστοιχη άσκηση που έλεγε να κάνεις 8+6 και σου λέει πρώτα πάτα στη δεκάδα και μετά πρόσθεσε και τα υπόλοιπα. (Δ8)*

Επιπλέον, μία εκπαιδευτικός ανέφερε ως πρακτική τη μεταφορά του μαθηματικού παιχνιδιού σε πραγματικό και καθημερινό πλαίσιο. Η ίδια αξιοποίησε στη διδασκαλία της ένα παιχνίδι ρόλων, στο οποίο τα παιδιά εντός της τάξης ανέλαβαν ρόλους τραπεζικών, πωλητών και καταναλωτών και πραγματοποιούσαν χρηματικές συναλλαγές, με ψεύτικα χρήματα, για την αγοραπωλησία αντικειμένων που οι ίδιοι έφτιαζαν ή δανείστηκαν από την τάξη. Κατά τη λήξη αυτού του παιχνιδιού, η εκπαιδευτικός αναφέρει τη μεταφορά του παιχνιδιού αυτού σε πραγματικές συνθήκες.

*Αφού παίζαμε πολλές φορές αυτό το παιχνίδι, πρώτα από όλα πήγαμε στο πραγματικό μαγαζάκι της Σχολής, με πραγματικά κέρματα και αγοράσαμε πράγματα και άφησα τα παιδιά μόνα τους να διαχειριστούν το δικό τους πορτοφόλι σε ομαδούλες. (Δ7)*

Τέλος, η τρίτη κατηγορία με τίτλο δραστηριότητες αξιολόγησης και αναστοχασμού φαίνεται να είναι επίσης μία από τις συνηθέστερες ενέργειες μετά τη λήξη ενός ΜΠ, με πέντε εκπαιδευτικούς να περιγράφουν σχετικές δραστηριότητες. Συγκεκριμένα υπήρξαν δύο αναφορές σχετικές με τη μετάβαση σε ασκήσεις ενός φύλλου εργασίας, τρεις αναφορές σχετικές με τη μετάβαση σε μία προφορική αξιολόγηση και τρεις αναφορές σχετικές με τον αναστοχασμό τόσο των συναισθημάτων όσο και των γνώσεων που αποκτήθηκαν.

*Το έλεγξα (το γνωστικό κομμάτι) αλλά όχι μέσα από το φιδάκι...πάλι μέσα από φύλλο εργασίας. Δίνω συνήθως σχετικό φυλλάδιο... (Δ2)*

*Μετά τους έγγραφα κάποιους αριθμούς στον πίνακα και τους ρωτούσα, να μου πουν που θα βάλω το ανοικτό στόμα, σε αυτό ή στο άλλο. (Δ4)*

*Στο τέλος, κάνουμε πάντα μία αξιολόγηση, μπορεί να την κάνουμε με 'κάρτα εξόδου', με μία απλή πρόταση που θα γράψουν την εμπειρία τους και τι έμαθαν σε ένα post it. (Δ6)*

### Θέμα: «Κατηγορίες μαθηματικών παιχνιδιών»

Από την ανάλυση των δεδομένων που συγκεντρώθηκαν, τόσο από τις περιγραφές μαθηματικών παιχνιδιών, όσο και από τις συνεντεύξεις, αναδείχθηκαν οι κατηγορίες και τα είδη των μαθηματικών παιχνιδιών που τείνουν να αξιοποιούν οι εκπαιδευτικοί στη διδασκαλία τους. Έτσι, προέκυψαν δύο βασικές κατηγοριοποιήσεις, οι συνήθειες επιλογές τους ως προς το είδος του παιχνιδιού και ως προς τα μαθηματικά που εμπλέκονται. Στον παρακάτω πίνακα, φαίνεται το πλήθος των εκπαιδευτικών που αναφέρθηκαν στο κάθε είδος.

Πίνακας 19. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά κατηγορία μαθηματικού παιχνιδιού

Κριτήριο κατηγοριοποίησής	Είδος μαθηματικού παιχνιδιού	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Ως προς το είδος	- Επιτραπέζια	Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ12	11
	- Κινητικά	Δ1, Δ6, Δ7, Δ8, Δ10, Δ11	7
	- Κατασκευαστικά	Δ3, Δ4, Δ7	3
	- Παιχνίδια ρόλων	Δ7	1

Ως προς τα μαθηματικά που εμπλέκονται	- Παιχνίδια με αριθμούς και πράξεις	Δ1, Δ2, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	12
	- Παιχνίδια με γεωμετρία	Δ2, Δ3, Δ4, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10	8
	- Παιχνίδια με μετρήσεις (χρόνου, μήκους)	Δ1, Δ3, Δ5, Δ7, Δ9	5

Όσον αφορά το είδος του μαθηματικού παιχνιδιού, η συνηθέστερη επιλογή, με σχεδόν όλους, τους συμμετέχοντες, πλην ενός, να αναφέρονται στο συγκεκριμένο είδος, ήταν τα επιτραπέζια παιχνίδια. Με τον όρο επιτραπέζιο παιχνίδι εννοείται ένα παιχνίδι το οποίο παίζεται επάνω σε τραπέζι και συνήθως συμπεριλαμβάνει χειραπτικό υλικό. Στην προκειμένη περίπτωση, οι πιο συνηθισμένες αναφορές σε χειραπτικό υλικό αφορούσαν κάρτες, ζάρια και ξυλάκια.

*Είχαμε δημιουργήσει κάρτες με γινόμενα και κάρτες με τα αποτελέσματά τους. Οι μαθητές αναποδογύριζαν μία-μία ή δύο-δύο τις κάρτες και προσπαθούσαν να βρουν τα ζευγάρια, δηλαδή γινόμενο-αποτέλεσμα. Εάν το έβρισκαν έπαιρναν το ζευγάρι, εάν όχι, τις ξανά αναποδογύριζαν και έπαιξε ο επόμενος. (Δ3)*

*Ανά 2 μαθητές, όπως κάθονται στο θρανίο ρίχνουν τα ζάρια τους. Το ένα το ζάρι των μονάδων, το άλλο το ζάρι των δεκάδων. Γράφουμε τους αριθμούς, τους συγκρίνουμε και βρίσκουμε ποιο ζευγαράκι σχημάτισε τον μεγαλύτερο αριθμό και νικάει. (Δ5)*

*Κάθε ομάδα παίρνει ένα ποτήρι-κουτάκι με αναποδογυρισμένα ξυλάκια, σε καθένα από τα οποία αναγράφεται ένα γινόμενο προπαίδειας... Με τη σειρά τα παιδιά τραβούν από ένα ξυλάκι και πρέπει να απαντήσουν λύνοντας το γινόμενο της προπαίδειας που έτυχαν.*

*Αν απαντήσουν σωστά, κρατούν το ξυλάκι. Διαφορετικά το επιστρέφουν στο ποτήρι...*

*Νικητής είναι αυτός που θα καταφέρει να συγκεντρώσει τα περισσότερα ξυλάκια! (Δ9)*

Στο σύνολο των δεδομένων, πάνω από τους μισούς συμμετέχοντες, με επτά αναφορές, αναφέρθηκαν στα κινητικά μαθηματικά παιχνίδια.

*Εκείνο που από την εμπειρία μου βλέπω είναι ότι περισσότερο τους αρέσει ότι παιχνίδι έχει σχέση με κίνηση, ας πούμε να σηκωθώ, να πάρω, να κινηθώ, να πηδήξω, να γυρίσω, να κάνω ότι έχει σχέση με κίνηση, το λατρεύουν. (Δ1)*

*Το έβαλα σε στίβο μάχης, έξω στην αυλή, σε μεγάλο χαρτόνι. Έπαιρναν ένα χαρτάκι, π.χ.  $2+8=10$  και έπρεπε να το φτιάξουν στα τετραγωνάκια, να βάλουν ας πούμε 2 κόκκινους και τους υπόλοιπους 8 κίτρινους κόνους και έτσι μόνο προχωρούσαν στο στίβο μάχης. (Δ11)*

Επιπλέον, στο σύνολο των δεδομένων υπήρξαν τρεις αναφορές ως προς την επιλογή μαθηματικών παιχνιδιών κατασκευαστικού τύπου.

*Γενικά στα μικρά, στα πρωτάκια, στην αρχή βοηθάει πάρα πολύ η κατασκευή, δηλαδή ακόμη και τα κυβάκια... πώς να φτιάξουν ας πούμε ένα σπιτάκι με 10 κυβάκια ή με 8 κυβάκια ή βγάλε ένα κυβάκι, βάλε ένα κυβάκι... δηλαδή με τέτοια αντικείμενα μιας και είναι πολύ μικρά και δεν έχουν εξοικειωθεί ακόμη με τις έννοιες. (Δ7)*

Τέλος, μία εκπαιδευτικός αναφέρθηκε σε παιχνίδι ρόλων, όπου κάποιοι μαθητές ανέλαβαν τον ρόλο των τραπεζιτών, κάποιοι τον ρόλο των πωλητών και οι υπόλοιποι ανέλαβαν τον ρόλο των καταναλωτών. Έτσι, σε ένα παιχνίδι αγοραπωλησίας και δανεισμού χρημάτων, εξασκήθηκαν στις πράξεις με ευρώ.

*Μέσα στην τάξη αποφασίζουμε να κάνουμε μπαζάρ από πράγματα. Αποφασίζουμε ποια πράγματα θα πουλήσουμε και βρίσκουμε τις ανάλογες τιμές. Μετά χωρίζομαστε σε ομάδες, καταναλωτές, τράπεζα και πωλητές. Οι καταναλωτές έχουν συγκεκριμένα χρήματα και αγοράζουν αντικείμενα και οι πωλητές προσπαθούν να δώσουν τα σωστά ρέστα... (Δ7)*



Ως προς τα μαθηματικά που εμπλέκονται, τα μαθηματικά παιχνίδια που οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν, αναδεικνύουν τρεις κατηγορίες, τα παιχνίδια με αριθμούς και πράξεις, τα παιχνίδια γεωμετρίας, και τα παιχνίδια με μετρήσεις. Φαίνεται ότι η συνηθέστερη επιλογή των εκπαιδευτικών είναι τα μαθηματικά παιχνίδια με αριθμούς και πράξεις. Όλοι οι συμμετέχοντες αυτής της έρευνας επέλεξαν να παρουσιάσουν στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της μελέτης, μαθηματικό παιχνίδι που εμπλέκει αριθμούς και πράξεις. Η έντονη τάση προς αυτό το είδος μαθηματικού παιχνιδιού φαίνεται ταυτόχρονα και από τις αναφορές τους, στο 3<sup>ο</sup> στάδιο της μελέτης, στη συνέντευξη.

*Ένα μαθηματικό παιχνίδι πρέπει να έχει αριθμούς, να έχει σύμβολα, όλων των πράξεων. (Δ4)*

*Μαθηματικό παιχνίδι είναι οτιδήποτε μπορεί να δώσει στα παιδιά τη δυνατότητα να κάνουν προσθέσεις, αφαιρέσεις, πολλαπλασιασμούς. (Δ5)*

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί η αναφορά δυο εκπαιδευτικών της έρευνας σε περιπτώσεις μαθηματικών διαδικασιών όπου το παιχνίδι δεν μπορεί να αξιοποιηθεί. Σύμφωνα με τις σχετικές τους αναφορές, το παιχνίδι δεν μπορεί να ενταχθεί στη διδασκαλία, όταν οι διδακτικοί στόχοι αφορούν περισσότερο διαδικαστικές γνώσεις και όχι τόσο εννοιολογικές.

*Συνήθως η κάθετη πρόσθεση, κάθετη αφαίρεση με κρατούμενο είναι κάτι το οποίο δεν μπορείς εύκολα να το κάνεις με παιχνίδι. Μπορείς να το κάνεις πιο πολύ σε μία ιστορία, σε παραμύθι, κάπως έτσι να το προσεγγίσεις. (Δ9)*

*Σε όλες τις ενότητες μπορείς να βάλεις παιχνίδι, αλλά εντάζει πάντα χρειάζεσαι και το άλλο. Δηλαδή σε κάποια πράγματα όπως η πρόσθεση που πρέπει να τους τη δείξεις κάθετα, πρέπει μετά και να τη γράψεις, να εξασκηθούν και μόνοι τους σε κάθετες πράξεις... Εκεί ας πούμε δεν μπορείς να βάλεις παιχνίδι. (Δ10)*

Η τάση προς παιχνίδια με αριθμούς και πράξεις ενισχύεται κι από τις αναφορές που έγιναν στα παιχνίδια γεωμετρίας. Αν και στο σύνολο των δεδομένων εντοπίστηκαν οκτώ αναφορές σχετικές με την αξιοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών που εμπλέκουν γεωμετρικές έννοιες, στην πραγματικότητα, οι έξι από αυτές δόθηκαν μετά από συγκεκριμένες ερωτήσεις της ερευνήτριας (π.χ. «Βλέπω ότι προσανατολίστε στις πράξεις και στους αριθμούς. Σε άλλες ενότητες θα μπορούσε να αξιοποιηθεί το μαθηματικό παιχνίδι;»). Επίσης, αξίζει στο σημείο αυτό να σημειωθεί, ότι οι δύο βασικές ενότητες γεωμετρίας που οι εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν όταν επισήμαναν σχετικά παιχνίδια ήταν ο προσανατολισμός και τα γεωμετρικά σχήματα.

*Ναι, γίνεται να παίζεις με τα σχήματα, ειδικά στις πρώτες τάξεις, και κατασκευές και να παίζεις... (Δ10)*

*Μία άλλη φορά παίζαμε με τις καρτέλες, για να μάθουν που βρίσκεται η θέση όταν λέμε τρίτος στη σειρά, τέταρτος... Αυτό με το να μάθουν τα παιδιά σε ποια θέση και σε ποια σειρά είναι ο καθένας, το πρότεινε στο βιβλίο του δασκάλου. (Δ8)*

Τέλος, στο σύνολο των δεδομένων εντοπίστηκαν πέντε αναφορές στη χρήση μαθηματικών παιχνιδιών που εμπλέκουν μετρήσεις. Από τις πέντε αναφορές, οι δύο προέκυψαν επίσης μετά από συγκεκριμένες ερωτήσεις της ερευνήτριας (π.χ. «Βλέπω ότι προσανατολίστε στις πράξεις και στους αριθμούς. Σε άλλες ενότητες θα μπορούσε να αξιοποιηθεί το μαθηματικό παιχνίδι;»). Η έννοια μετρήσεις επικεντρώνεται από τα δεδομένα της μελέτης στις μετρήσεις χρόνου και μήκους.

*Όταν για παράδειγμα, στη Β' τάξη μιλάμε για την ώρα, δημιουργούμε, κατασκευάζουμε ένα ρολόι και παίζουμε με τους λεπτοδείκτες, μέσα από ερωτήσεις... (Δ1)*

*Θα μετρήσουμε το μήκος. Θα μετρήσουμε με μία μεζούρα πόσο μακριά πήγε η σαίτα του καθενός. Θα δούμε έτσι ποιος νικάει. (Δ9)*



## Θέμα: «Παράγοντες ενθάρρυνσης»

Από τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από τις συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, στο τρίτο στάδιο της έρευνας προέκυψαν οι ρητές αναφορές τους σε παράγοντες που τους ενθαρρύνουν και τους ωθούν προς τη χρήση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι, προέκυψαν τρεις παράγοντες επιρροής και ενθάρρυνσης ως προς αυτή την πορεία, η διεύθυνση και διοίκηση του σχολείου, το αναλυτικό πρόγραμμα και οι υπόλοιποι συνάδελφοι. Παρακάτω παρουσιάζεται το πλήθος των εκπαιδευτικών που δήλωσαν τη θετική ενίσχυση από τον κάθε παράγοντα αντίστοιχα.

Πίνακας 20. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά παράγοντα ενθάρρυνσης

Παράγοντες	Ενέργειες	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Διοίκηση και διεύθυνση	- Διάθεση χώρου και υλικών πόρων	Δ1, Δ2, Δ3, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	11
	- Προτροπή για αξιοποίηση μαθηματικού παιχνιδιού	Δ3, Δ6, Δ7, Δ9, Δ10, Δ11	6
	- Δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης	Δ6, Δ11	2
- Ανταλλαγή ιδεών με συναδέλφους		Δ1, Δ3, Δ4, Δ5, Δ6, Δ7, Δ8, Δ9, Δ10, Δ11, Δ12	11
- Θεσμική ευελιξία		Δ1, Δ2, Δ4, Δ6, Δ7, Δ10, Δ11, Δ12	8

Στο σύνολο των δεδομένων που προέκυψαν από τις συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, η πλειονότητα των εκπαιδευτικών, με έντεκα αναφορές, επισήμανε τη θετική ενίσχυση της διδακτικής προσέγγισης του μαθηματικού παιχνιδιού από τη διεύθυνση και διοίκηση του σχολείου, όσον αφορά τη διάθεση υλικών πόρων και την παροχή χώρου. Υπό συνεννόηση με το διευθυντή ή τη διευθύντρια του σχολείου, σχεδόν όλοι οι εκπαιδευτικοί φαίνεται να έχουν στην κατοχή τους το γραφικό και μη υλικό που χρειάζονται για την ένταξη μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία τους.

*Συνήθως πας εσύ ως δάσκαλος και τους ζητάς αυτά που σου χρειάζονται. Η διεύθυνση δεν ξέρει τις ανάγκες κάθε τμήματος. Αλλά δεν υπάρχει πρόβλημα. Η διεύθυνση θα σε υποστηρίξει σε αυτό το κομμάτι. (Δ12)*

*Μια χρονιά, σε συνεργασία με το σχολείο είχαμε πάρει κάτι μεγάλα ζάρια, τα οποία ήταν και σβηστήρες... στο τέλος δηλαδή τα χρησιμοποίησαν και σαν σβηστήρες τα παιδιά...*

*Μια άλλη χρονιά είχαμε πάρει ατομικούς άβακες για το κάθε παιδάκι. (Δ1)*

Για κάποιους εκπαιδευτικούς, η συμβολή της διεύθυνσης και διοίκησης του σχολείου, όσον αφορά την ενθάρρυνση για χρήση μαθηματικών παιχνιδιών δεν περιορίζεται μόνο στην παροχή του υλικού και του χώρου. Σε σύνολο έξι αναφορών, η διεύθυνση και διοίκηση των σχολείων προτρέπει και ζητά από τους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιούν όσο το δυνατόν περισσότερο το μαθηματικό παιχνίδι. Επίσης, δύο εκπαιδευτικοί επισημαίνουν και την επιμορφωτική υποστήριξη των διευθύνσεων, μέσω δράσεων επαγγελματικής ανάπτυξης σχετικά με την εκπαίδευση και συγκεκριμένα με αυτή την προσέγγιση. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι και οι έξι εκπαιδευτικοί που αναφέρουν τα παραπάνω, εργάζονται σε ιδιωτικά σχολεία της Θεσσαλονίκης και της Αθήνας.

Η διεύθυνση υποστηρίζει πολύ, γιατί δουλεύω σε σχολείο βιωματικής μάθησης και αρχίζει και τελειώνει με το παιχνίδι, οπότε είναι μία καθημερινή πρακτική το να δουλεύουμε με παιχνίδι και να θέλουμε να δημιουργούμε κίνητρα στα παιδιά. (Δ6)

Μας υποστηρίζουν πάρα πολύ. Προσπαθούν να μας φέρουν και άτομα να μας κάνουν σεμινάρια. Είχε φέρει κάποιον για παράδειγμα να μας δείξει το γάντι των μαθηματικών.

Γενικά είναι πολύ υποστηρικτικοί προς αυτή την κατεύθυνση. (Δ11)

Πέραν όμως της συμβολής της διεύθυνσης και διοίκησης ενός σχολείου στην προώθηση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία, σημαντικός παράγοντας επιρροής των εκπαιδευτικών αναδείχθηκαν οι υπόλοιποι συνάδελφοί του. Η ανταλλαγή ιδεών και απόψεων σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι, με έντεκα αναφορές, αναδεικνύεται ιδιαίτερα ενθαρρυντική και προτρεπτική για σχεδόν όλους τους συμμετέχοντες αυτής της μελέτης.

Η ανταλλαγή ιδεών είναι πολύ χρήσιμη. Και μάλιστα επειδή έχουμε και μία συνεργάτιδα, η οποία κάνει το διδακτορικό της πάνω στη διδακτική των μαθηματικών, έχουμε φτιάξει μία ολόκληρη ομάδα για να φτιάξουμε υλικό, με ιδέες παιχνιδιών αλλά και γενικά δραστηριοτήτων και το πώς αυτά μπορεί να υλοποιηθούν. Ειδικά για τις μικρές τάξεις υπάρχει αποθετήριο ιδεών. (Δ7)

Ότι κάνουμε, το κάνουμε με τη συνάδελφο της άλλης πρώτης. Ότι σκεφτεί η μία θα το πει στην άλλη. Έτσι κι αλλιώς εμείς στο σχολείο κάνουμε πάνω κάτω τα ίδια με το άλλο τμήμα. Κινούμαστε παράλληλα. Και με τις δευτέρες όμως θα ανταλλάξουμε ιδέες. (Δ10)

Τέλος, σημαντικός παράγοντας ενθάρρυνσης για τους εκπαιδευτικούς, ως προς τη χρήση μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία τους, είναι το αναλυτικό πρόγραμμα και συγκεκριμένα, η ευελιξία που επιτρέπεται. Στο σύνολο των εκπαιδευτικών, σημειώνονται οκτώ αναφορές σχετικές με την ύπαρξη ευελιξίας και τη μη πίεση χρόνου, ως προς την κάλυψη της ύλης των μαθηματικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί η πλήρης απουσία αυθόρμητης αναφοράς σε μαθηματικά παιχνίδια και παιγνιώδεις ιδέες που παρουσιάζονται και περιγράφονται στα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού. Έτσι, το μοναδικό στοιχείο που φαίνεται να ενισχύει και να ενθαρρύνει τους εκπαιδευτικούς στη χρήση μαθηματικών παιχνιδιών είναι η ευελιξία που προσφέρεται.

Υπάρχει χρόνος αρκεί να καθίσεις να διαβάσεις καλά, γιατί εάν επιλέξεις να μην κάνεις όλες τις ασκήσεις από τα βιβλία, μπορείς να βρεις χρόνο να τις αντικαταστήσεις με ένα καλό παιχνίδι και να πετύχεις τον ίδιο στόχο. (Δ7)

### Θέμα: «Παράγοντες αποθάρρυνσης»

Στο σύνολο των δεδομένων εντοπίστηκαν, επίσης, τα εμπόδια και οι δυσκολίες που έχουν οι εκπαιδευτικοί στη χρήση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία τους. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα διάφορα εμπόδια που σημειώθηκαν κατά τις συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών, καθώς και το πλήθος αυτών ανά εμπόδιο ή δυσκολία.

Πίνακας 21. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά παράγοντα αποθάρρυνσης

Υποκατηγορίες	Εμπόδια	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Εκπαιδευτικός	- Έλλειψη διδακτικής εμπειρίας σχετικής με το μαθηματικό παιχνίδι	Δ2, Δ3, Δ5, Δ6, Δ9, Δ11	6
Μαθητής	- Ηλικία εκπαιδευτικού	Δ5, Δ12	2
	- Με ειδικές μαθησιακές ανάγκες	Δ2, Δ4	2

- Αριθμός μαθητών ανά τάξη	Δ4, Δ7	2
- Συμπεριφορά μαθητών	Δ11	1
- Πίεση χρόνου για κάλυψη της ύλης	Δ3, Δ5, Δ8, Δ9	4
- Έλλειψη υλικοτεχνικής υποδομής	Δ4	1

Όσον αφορά τους παράγοντες αποθάρρυνσης που αφορούν τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, οι μισοί από τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα αυτή, αναφέρθηκαν στο γεγονός ότι δεν νιώθουν αρκετά ενημερωμένοι ως προς το σχεδιασμό μίας διδασκαλίας που θα αξιοποιεί το μαθηματικό παιχνίδι. Έτσι, η έλλειψη σχετικής εμπειρίας και η ανασφάλεια που υπάρχει ως προς το πώς θα οργανωθεί και θα δομηθεί μία διδασκαλία με χρήση μαθηματικού παιχνιδιού αναδεικνύεται, με έξι αναφορές, ως η επικρατέστερη ανησυχία μεταξύ των εκπαιδευτικών.

*Πρέπει να υπάρχει μία σχετική προετοιμασία και να το έχεις σχεδιάσει το πώς θα πάει η ώρα εκείνη και βέβαια το πώς το σχεδιάζεις μέχρι το πώς θα φτάσει τελικά στην τάξη... πολλές φορές σου ξεφεύγει, λόγω λάθους σχεδιασμού. (Δ5)*

*Εγώ πιστεύω γενικά κάνω παιχνίδι στις περισσότερες ενότητες, νομίζω δηλαδή ότι κάνω δεν ξέρω και τι είναι το παιχνίδι εν τέλει. Πιστεύω στιδήποτε στα μαθηματικά μπορείς να το μετατρέψεις σε παιχνίδι. (Δ6)*

Η παραπάνω ανησυχία τους θα μπορούσε να συσχετισθεί και με την αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά ή τις μαθητικές τους εμπειρίες. Από τους έξι εκπαιδευτικούς που επισημαίνουν την ανησυχία τους αυτή, οι τέσσερις αναφέρουν χαρακτηριστικά ότι τα μαθηματικά δεν ήταν από τα αγαπημένα τους μαθήματα στα μαθητικά τους χρόνια και δεν τα πήγαιναν αρκετά καλά, ενώ και οι δώδεκα εκπαιδευτικοί της έρευνας ανέφεραν ότι κατά τα μαθητικά τους χρόνια δεν είχαν έρθει ποτέ σε επαφή με το μαθηματικό παιχνίδι, τουλάχιστον από όσο θυμούνται.

*Τα μαθηματικά στο δημοτικό ήταν εύκολα, μετά στην πορεία δυσκολέυτηκα, αλλά γενικότερα μου άρεσαν τα θεωρητικά μαθήματα. (Δ9)*

*Δεν ήταν διαδεδομένο το παιχνίδι εκείνα τα χρόνια, οπότε η διδασκαλία ήταν πιο συμβατική. (Δ3)*

Ένας ακόμη παράγοντας αποθάρρυνσης των εκπαιδευτικών ως προς τη χρήση μαθηματικού παιχνιδιού είναι η μεγάλη ηλικία και η κούραση των εκπαιδευτικών που εργάζονται για αρκετά χρόνια στον χώρο της εκπαίδευσης. Έτσι, δύο εκπαιδευτικοί της έρευνας αυτής, με έτη προϋπηρεσίας στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση 35 και 23 έτη, αντίστοιχα, αναφέρθηκαν στον αποθαρρυντικό αυτόν παράγοντα.

*Όσο περνάνε τα χρόνια, χάνεται ο ενθουσιασμός... ασχολούμαστε με άλλα θέματα κυρίως, μεγαλώνοντας κι αυτό νομίζω το έχουν και σε άλλα επαγγέλματα. Στην αρχή της καριέρας σου ψάχνεις, δοκιμάζεις, συζητάς, μεγαλώνοντας μετά ασχολείσαι περισσότερο με την οικογένεια σου, τα παιδιά σου, τα προβλήματά σου κι όταν περάσεις τα 20-25-30 χρόνια δεν είσαι και πολύ ενεργός. (Δ12)*

Όσον αφορά τους παράγοντες αποθάρρυνσης που αφορούν τους μαθητές, δυσκολίες στην αξιοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών φαίνεται να αντιμετωπίζουν και οι εκπαιδευτικοί στων οποίων τις τάξεις φοιτούν μαθητές με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Με δύο σχετικές αναφορές, φαίνεται ότι η απουσία ειδικού εκπαιδευτικού παράλληλης στήριξης για την παροχή βοήθειας στους μαθητές αυτούς, η ενσωμάτωσή τους στη διαδικασία ενός παιχνιδιού είναι δύσκολη.

*Σε άλλο επίπεδο είναι ο κάθε μαθητής και άλλα ενδιαφέροντα έχει ο καθένας τους... και ειδικά όταν υπάρχουν και μαθητές με προβλήματα, που πλέον πάντα υπάρχουν μέσα στο τμήμα, είναι αρκετά δύσκολο να το προσαρμόσεις σε όλους. (Δ4)*

Ο μεγάλος αριθμός μαθητών ανά τμήμα, ιδίως στις αστικές περιοχές, αποτελεί επίσης εμπόδιο στην οργάνωση και υλοποίηση μίας διδασκαλίας βασισμένης στο μαθηματικό παιχνίδι. Με δύο σχετικές αναφορές, οι εκπαιδευτικοί επισήμαναν τη δυσκολία που αντιμετωπίζουν σε μία πολυπληθή σύσταση ενός τμήματος.

*Σίγουρα όλα αυτά προσεγγίζονται καλύτερα όταν οι ομάδες είναι μικρότερες, παρά όταν είναι 25 ατόμων. (Δ7)*

Επιπλέον μία εκπαιδευτικός ανέφερε τη δυσκολία που αντιμετωπίζει ως προς τη διαχείριση μία τάξης κατά τη διάρκεια υλοποίησης ενός μαθηματικού παιχνιδιού.

*Με τα πρωτάκια, νομίζω το μόνο θέμα είναι η διαχείριση της τάξης, να είναι τέτοια ώστε να μπορούμε να βγούμε έξω για ένα παιχνίδι, όπως αυτό που περιέγραφα πριν. Τον πρώτο καιρό ειδικά που δεν είναι στραμμένη η τάξη και τα παιδιά έρχονται από το νηπιαγωγείο είναι πιο δύσκολο να το διαχειριστούν όλο αυτό, να υπακούσουν δηλαδή στους κανόνες ενός παιχνιδιού. (Δ11)*

Ένα ακόμη εμπόδιο των εκπαιδευτικών ως προς τη χρήση μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία τους είναι ο περιορισμένος χρόνος. Στο σύνολο των εκπαιδευτικών αυτής της έρευνας, τέσσερις από αυτούς εξέφρασαν τις ανησυχίες τους ως προς το εάν δύναται να καλυφθεί η ύλη των μαθηματικών, στον περιορισμένο χρόνο που υπάρχει, εάν σε συχνή βάση χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι. Στο σημείο αυτό φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί αυτοί δεν χρησιμοποιούν το μαθηματικό παιχνίδι ως μέσο διδασκαλίας μία νέας μαθηματικής έννοιας, αλλά εξ ολοκλήρου ως μία δραστηριότητα εξάσκησης, η οποία θα αντικαταστήσει μία κλασική άσκηση ενός βιβλίου και θα χρειαστεί και αρκετό χρόνο για να υλοποιηθεί.

*Εάν μπει το μαθηματικό παιχνίδι στην αρχή ενός κεφαλαίου, μετά με δυσκολεύει στο να τελειώσω το κεφάλαιο. Χάνω χρόνο. Για να τους εξηγήσω τους κανόνες, να τους μοιράσω το υλικό... χάσαμε μισή διδακτική ώρα. (Δ8)*

*Η ύλη με δυσκολεύει. Θέλεις να αφιερώσεις παραπάνω χρόνο και για αυτό... ευτυχώς δηλαδή που στις μικρές τάξεις υπάρχει η ευέλικτη-βιωματική ζώνη που σου δίνει το περιθώριο να κάνεις κάποια εμπέδωση μέσω παιχνιδιού στα μαθηματικά. (Δ9).*

Τέλος, υπήρξε μία μεμονωμένη αναφορά, η οποία αφορούσε την έλλειψη υλικοτεχνικής υποδομής στο συγκεκριμένο σχολείο, όπου η εκπαιδευτικός εργαζόταν.

### Θέμα: «Προτάσεις βελτίωσης»

Με βάση τα εμπόδια και τις δυσκολίες που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο θέμα, οι εκπαιδευτικοί επισήμαναν κατά τις συνεντεύξεις τους και πιθανές λύσεις ή προτάσεις βελτίωσης των ανάλογων εμποδίων και δυσκολιών. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το πλήθος εκπαιδευτικών ανά πρόταση που τίθεται για αντιμετώπιση των εμποδίων που υπάρχουν ως προς την ένταξη μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία.

Πίνακας 22. Πλήθος εκπαιδευτικών ανά πρόταση βελτίωσης

Υποκατηγορίες	Προτάσεις	Εκπαιδευτικοί	Συχνότητα
Δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης	- Επιμορφώσεις- Σεμινάρια	Δ1, Δ2, Δ6, Δ11	4
	- Αυτομόρφωση	Δ3, Δ6	2
- Διάθεση πόρων		Δ6, Δ11	2
- Μείωση αριθμού μαθητών ανά τμήμα/Υπαρξη δεύτερου εκπαιδευτικού		Δ4, Δ7	2

Στο σύνολο των εκπαιδευτικών, σημειώθηκαν αναφορές οι οποίες αναδεικνύουν πιθανούς τρόπους με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί δύναται να ξεπεράσουν τυχόν εμπόδια και δυσκολίες ως προς τη χρήση του μαθηματικού

παιχνιδιού. Έτσι, υπήρξαν πέντε συνολικά αναφορές σε δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης. Στο σύνολο των δεδομένων εντοπίστηκαν τέσσερις αναφορές σχετικές με τη διεξαγωγή επιμορφώσεων και σεμιναρίων στους εκπαιδευτικούς προκειμένου να είναι ικανοί να σχεδιάζουν και να οργανώνουν σωστά μία διδασκαλία βασισμένη στο παιχνίδι. Επιπλέον, δύο εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν στη σημασία της συνεχούς και διαβίου αυτομόρφωσης, ως μέθοδο ενημέρωσης και εκπαίδευσης σε θέματα που αφορούν γενικότερα τη διδασκαλία και συνεπώς, το μαθηματικό παιχνίδι και τον τρόπο ενσωμάτωσης του στη διδασκαλία.

*Κάνω διάφορα σεμινάρια και παρακολουθώ γενικά πολλά πράγματα κατά καιρούς. Ψάχνω επίσης συνεχώς στο ίντερνετ για καλές πρακτικές και ιδέες, οπότε σίγουρα από εκεί μπορείς να ενημερωθείς και να μάθεις πολλά πράγματα, αλλά και να πάρεις πολλές ιδέες. (Δ6)*

Δύο αναφορές επισημαίνουν τη σπουδαιότητα της διάθεσης πόρων και συγκεκριμένα της δημιουργίας και συνεχούς ανανέωσης μίας τράπεζας ιδεών, δηλαδή ενός πανελλαδικού αποθετηρίου, στο οποίο θα μπορούσε ο κάθε εκπαιδευτικός να αναζητήσει μαθηματικά παιχνίδια, αλλά και σχετικά σχέδια διδασκαλίας.

*Θα ήθελα πάρα πολύ να το χρησιμοποιώ περισσότερο και θα με βοηθούσε εάν υπήρχε ένα site, ίσως του υπουργείου, όπου θα βάζαμε όλοι μέσα μαθηματικά παιχνίδια και τις ιδέες μας. Επίσης, θα με βοηθούσε αν θα γίνονταν και αντίστοιχες επιμορφώσεις για να ξέραμε όλοι μας ακριβώς τι πρέπει να κάνουμε και πώς να προσεγγίσουμε τα μαθηματικά μέσω παιχνιδιού, ειδικά στην πρώτη δημοτικού, για να τα αγαπήσουν τα παιδιά. (Δ6)*

Στην αντιμετώπιση του προβλήματος που τίθεται στα τμήματα με πολλά παιδιά, κατά την υλοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών, δύο εκπαιδευτικοί πρότειναν τη μείωση του αριθμού των μαθητών ή την πρόσληψη ενός δεύτερου εκπαιδευτικού, ο οποίος θα διευκολύνει την οργάνωση και υλοποίηση τέτοιων δραστηριοτήτων.

*Θα ήθελα να το χρησιμοποιώ σίγουρα περισσότερο και θα με βοηθούσε αν υπήρχε ένας ακόμη εκπαιδευτικός στην τάξη, για να χωριζόμαστε σε γκρουπάκια και να είναι υλοποιήσιμα αυτά που σκεφτόμαστε. (Δ7)*

## Συζήτηση Αποτελεσμάτων

Σε αυτή την ενότητα συνοψίζονται τα κύρια ευρήματα τα οποία εξετάζονται ανά ερευνητικό ερώτημα και σε σχέση με το θεωρητικό πλαίσιο.

### Οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για το μαθηματικό παιχνίδι

Από τα ευρήματα αυτής της έρευνας προέκυψε ότι όλοι οι εκπαιδευτικοί εξηγώντας τον όρο μαθηματικό παιχνίδι επισημαίνουν και εστιάζουν σε χαρακτηριστικά που σχετίζονται με τον όρο παιχνίδι, ενώ μόλις οι εννέα στους δώδεκα συμμετέχοντες επισημαίνουν ταυτόχρονα και χαρακτηριστικά μαθηματικού περιεχομένου. Όπως έχει διατυπωθεί (Helenius et al., 2016) οι όροι μαθηματικά και παιχνίδι συνδέονται άμεσα καθώς το παιχνίδι θεωρείται ως το «όχημα» προς τη μάθηση και ένα απαραίτητο στοιχείο της δημιουργικότητας των παιδιών, ενώ ταυτόχρονα το παιχνίδι μπορεί να γίνεται αντιληπτό και ως μαθηματική δραστηριότητα. Δεδομένου λοιπόν ότι στη συγκεκριμένη έρευνα υπήρξε μία μερίδα εκπαιδευτικών οι οποίοι αναφέρθηκαν περισσότερο σε μη μαθηματικού περιεχομένου χαρακτηριστικά ή δεν εστίασαν ταυτόχρονα και στους δύο όρους, θεωρώντας τους ασύνδετους μεταξύ τους, είναι μία ένδειξη για τη σύγχυση που επικρατεί μεταξύ εκπαιδευτικών ως προς το τι είναι ΜΠ.



Στο σύνολο τους όλοι οι εκπαιδευτικοί κάνουν λόγο για τη διασκέδαση και την κινητοποίηση ως τα πιο βασικά χαρακτηριστικά ενός ΜΠ. Είναι σαφές ότι η διδασκαλία των μαθηματικών μέσω παιχνιδιών ενισχύει το κίνητρο των παιδιών, καθώς η μάθηση επέρχεται καλύτερα όταν υπάρχει ένας σαφής σκοπός σε αυτό που πράττει κάποιος (McGrath, 2010· Moyles, 2007). Ο βιωματικός χαρακτήρας που διέπει το ΜΠ είναι ένα ακόμη βασικό χαρακτηριστικό στο οποίο φάνηκε να εστιάζουν οκτώ εκπαιδευτικοί, μία προσέγγιση η οποία συμφωνεί με την έρευνα της Ucus (2015), όπου η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών συσχέτισε το ΜΠ με αναφορές στο μαθαίνω-πράττοντας, στην ενεργό μάθηση και σε μία μαθητοκεντρική προσέγγιση. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών στα πλαίσια συνεργασίας, ανταγωνισμού ή ανάπτυξης δεσμών φιλίας αναδείχθηκε επίσης ως σημαντικό χαρακτηριστικό του ΜΠ για οκτώ εκπαιδευτικούς. Η ύπαρξη χειραπτικού υλικού αλλά και η ενδεχόμενη κατασκευή του από τους μαθητές βρέθηκε να αποτελεί ένα ακόμη βασικό χαρακτηριστικό του ΜΠ για επτά εκπαιδευτικούς. Δευτερεύοντα χαρακτηριστικά του ΜΠ που προέκυψαν είναι η απουσία αίσθησης μαθήματος και η διαβάθμιση δυσκολίας με τέσσερις και δύο αναφορές, αντίστοιχα.

Αναφορικά με τα χαρακτηριστικά μαθηματικού περιεχομένου στο ΜΠ, εννέα εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν στη συσχέτιση αυτού με μαθηματικές έννοιες και αντικείμενα. Με το χαρακτηριστικό αυτό οι ίδιοι υπονοούν την ύπαρξη μαθηματικών σε ένα ΜΠ, τα οποία άλλοτε αφορούν διαδικαστικές γνώσεις, όπως για παράδειγμα η εξάσκηση στις τέσσερις πράξεις και άλλοτε η εννοιολογική κατανόηση, όπως για παράδειγμα η κατανόηση της έννοιας του αριθμού. Στην έρευνα των Martlew et al. (2011), οι μαθητές κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού φαίνεται να αναπτύσσουν, μεταξύ άλλων, τις εξής πρακτικές: ταξινόμηση αριθμών, αναγνώριση μοτίβων, ενασχόληση με παζλ, μέτρηση, καταμέτρηση και πρόσθεση. Γίνεται σαφές ότι το μαθηματικό παιχνίδι δύναται να ενισχύσει τη μαθηματική γνώση των μαθητών σε κάθε ενότητα, στους αριθμούς, στις πράξεις, στη γεωμετρία, στις μετρήσεις και στα μοτίβα. Παρόλα αυτά η παρούσα μελέτη αναδεικνύει την αντίληψη των εκπαιδευτικών ότι το ΜΠ είναι καταλληλότερο για θέματα που αφορούν τους αριθμούς και τις πράξεις. Το συμπέρασμα αυτό πέραν των αναφορών που έκαναν οι εκπαιδευτικοί ενισχύεται και από την επιλογή των παραδειγμάτων που έδωσαν οι ίδιοι για ΜΠ που έχουν αξιοποιήσει. Όλοι οι εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν και παρουσίασαν ΜΠ που αφορούν τους αριθμούς και τις πράξεις, ενώ μόνο δύο από αυτούς αναφέρθηκαν αυθόρμητα σε ΜΠ άλλων μαθηματικών ενοτήτων, όπως η γεωμετρία και οι μετρήσεις. Η αντίληψη αυτή ίσως σχετίζεται και με την έλλειψη επαρκών σχετικών (με τους άξονες γεωμετρίας, μετρήσεων, μοτίβων και επίλυσης προβλημάτων) προτάσεων ΜΠ στα αναλυτικά προγράμματα και σχολικά εγχειρίδια της Α' και Β' τάξης, όπως αυτή παρουσιάστηκε στο θεωρητικό μέρος αυτής της μελέτης.

Πέντε εκπαιδευτικοί αυτής της μελέτης ορίζοντας το ΜΠ, αναφέρθηκαν επίσης σε διαδικασίες μαθηματοποίησης. Με έμφαση στην οριζόντια μαθηματοποίηση, η οποία σύμφωνα με την Κολέζα (2009) αφορά την περιγραφή του πραγματικού προβλήματος ως μαθηματικού προβλήματος, αναδείχθηκαν δύο βασικά στοιχεία, το οικείο-καθημερινό πλαίσιο και η προβληματική κατάσταση που προσφέρει ένα μαθηματικό παιχνίδι. Τα στοιχεία αυτά συμφωνούν με τα ευρήματα της έρευνας της Ucus (2015), όπου σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών υποστηρίζει ότι τα παιχνίδια μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να μεταφέρουν τη νέα μαθηματική γνώση στον πραγματικό κόσμο, αποκτώντας έτσι μια βαθύτερη κατανόησή της.

Βασικό στοιχείο της μαθηματοποίησης όμως είναι και η ιδιότητά της ως μία παραγωγική και εξελικτική διαδικασία. Σύμφωνα με την αρχή της καθοδηγούμενης επανανακάλυψης, η διδασκαλία περιλαμβάνει ευκαιρίες με τις οποίες οι μαθητές



ακολουθούν μία διαδικασία ανακάλυψης των μαθηματικών παρόμοια με αυτή που ακολούθησαν και τα ίδια τα μαθηματικά όταν δημιουργήθηκαν (Τζεκάκη, 2007). Σχετικά με αυτό το στοιχείο μία από τις εκπαιδευτικούς της έρευνας αυτής ανέφερε:

*Όταν παίζαμε με τα ζάρια στην αφαίρεση, μπορεί να τύχαινε κάποιος το 5 και ο άλλος το 4. Πως θα αφαιρούσε το 5 από το 4; Δεν θα εισήγαγα προφανώς τους αρνητικούς αριθμούς αλλά μήπως θα έμπαινε στη διαδικασία να σκεφτεί μόνο του ότι το 5 θα είναι μπροστά από το 4; (Δ6)*

Φαίνεται λοιπόν ότι για αυτή την εκπαιδευτικό το μαθηματικό παιχνίδι παρέχει ευκαιρίες στα παιδιά να εμπλακούν σε διαδικασίες ανακάλυψης μαθηματικών ιδιοτήτων και διαδικασιών καθώς, σύμφωνα με την ίδια, το παιδί μέσω αυτού του παιχνιδιού βιώνει την αρχή και τη βάση για να αντιληφθεί και να γνωρίσει, στο μέλλον, το σύνολο αυτών των αριθμών (αρνητικοί αριθμοί).

### Οι πρακτικές των εκπαιδευτικών σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι

Όσον αφορά τη μορφή μαθηματικών παιχνιδιών που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί των πρώτων τάξεων του δημοτικού, η ανάλυση των δεδομένων βασίστηκε στο μοντέλο των Pyle et al. (2017) και ανάμεσα στο ελεύθερο παιχνίδι, στο κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό και στο κατευθυνόμενο από κοινού, το δεύτερο αναδείχθηκε ως η καταλληλότερη μορφή από το σύνολο των εκπαιδευτικών. Αξίζει να σημειωθεί ότι το ελεύθερο παιχνίδι και η αξία του αναφέρθηκε μόνο από μία εκπαιδευτικό. Έρευνες έχουν αναγνωρίσει θετικά οφέλη του ελεύθερου παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση ιδιαίτερα στις μικρές ηλικίες (Edo et al., 2009; Worthington & van Oers, 2016), διατυπώνοντας ωστόσο κάποιες επιφυλάξεις για το κατά πόσο μπορεί να αναπτυχθεί η μαθηματική γνώση, χωρίς διαδικασίες εστίασης και προσανατολισμού σε συγκεκριμένο μαθηματικό περιεχόμενο (Pyle et al., 2017). Γι' αυτό και η από κοινού συνδιαμόρφωση του ΜΠ από τους μαθητές και τον εκπαιδευτικό προτείνεται ως η επιλογή που επιτρέπει τη νοηματόδοτηση της μαθηματικής γνώσης και μπορεί να προωθήσει τη μαθηματική μάθηση. Όπως εξηγεί ο Ginsburg (2008), αυτό συμβαίνει σε περιστάσεις που χαρακτηρίζονται ως κατάλληλες διδακτικές στιγμές (teachable moment), κατά τις οποίες ο εκπαιδευτικός παρατηρώντας προσεκτικά το παιχνίδι των παιδιών εντοπίζει αναδυόμενες ευκαιρίες μάθησης και παρεμβαίνει ενισχύοντας το παιχνίδι τους, με εστίαση στη μαθηματική μάθηση. Η επιλογή αυτή στην παρούσα έρευνα προτάθηκε μεν από εννέα εκπαιδευτικούς αλλά αυτό δεν συνέβη αυθόρμητα, αλλά έπειτα από συγκεκριμένες ερωτήσεις της ερευνητριας. Συνεπώς, φαίνεται ότι το πλήρως κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό ΜΠ, εμφανίζεται ως η επικρατέστερη επιλογή των εκπαιδευτικών αυτής της μελέτης.

Όσον αφορά τη θέση του μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών, στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται τα παιχνίδια άσκησης-εξάσκησης, τα παιχνίδια καλύτερης κατανόησης της έννοιας, τα παιχνίδια σχηματισμού εννοιών, τα παιχνίδια διερεύνησης-εξερεύνησης και τα παιχνίδια εφαρμογής της μαθηματικής γνώσης (Lim-Teo, 1991, όπως αναφέρεται στη Skoumpourdi, 2015). Στην παρούσα μελέτη η αξιοποίηση του ΜΠ για εξάσκηση και αξιολόγηση αναδείχθηκε ως η επικρατέστερη επιλογή των εκπαιδευτικών. Η δεύτερη σε σειρά επιλογή τους, η χρήση δηλαδή του ΜΠ ως εισαγωγική δραστηριότητα για τη διδασκαλία μιας νέας μαθηματικής έννοιας, δείχνει πιθανόν την εδραιωμένη αντίληψη των εκπαιδευτικών, ότι το ΜΠ μπορεί να κινητοποιήσει και να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών κατά την εισαγωγή μιας νέας μαθηματικής έννοιας. Ωστόσο τα ελάχιστα σαφή παραδείγματα ΜΠ με αυτό το ρόλο στις απαντήσεις τους πιθανόν να δείχνει ότι στην καθημερινή πρακτική οι συγκεκριμένοι εκπαιδευτικοί δεν αξιοποιούν μια τέτοια προοπτική με συστηματικό τρόπο. Η θέση αυτή ενισχύεται και από τα ΜΠ εξάσκησης-

αξιολόγησης, τα οποία επέλεξαν αυθόρμητα να παρουσιάσουν οι έντεκα από τους δώδεκα συμμετέχοντες στο 2<sup>ο</sup> στάδιο της έρευνας.

Ένα άλλο εύρημα της μελέτης αυτής που αφορά τις πρακτικές των εκπαιδευτικών είναι τα είδη παιχνιδιών που επιλέγουν, αλλά και τα μαθηματικά που εμπλέκονται στα παιχνίδια που προτείνουν στα παιδιά. Τα αποτελέσματα, τα οποία αναλύθηκαν με βάση τη κατηγοριοποίηση της Skoumpourdi (2015), ανέδειξαν τέσσερις κατηγορίες παιχνιδιών, τα επιτραπέζια, τα κινητικά, τα κατασκευαστικά και τα παιχνίδια ρόλων. Η πιο συνήθης επιλογή τους φαίνεται να είναι τα επιτραπέζια παιχνίδια, με 11 αναφορές, όπου περιλαμβάνονται χειραπτικά υλικά, όπως κάρτες, ζάρια και ξυλάκια. Ως αμέσως επόμενη συνήθης επιλογή αναδείχθηκαν τα κινητικά μαθηματικά παιχνίδια, με επτά αναφορές και τέλος, υπήρξαν οι κατηγορίες των κατασκευαστικών και παιχνιδιών ρόλων με λιγότερες, όμως υπαρκτές αναφορές.

Όσον αφορά τα μαθηματικά που εμπλέκονται στα παιχνίδια που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί στην έρευνα αυτή αναδείχθηκαν τα παιχνίδια με αριθμούς και πράξεις, τα παιχνίδια γεωμετρίας, και τα παιχνίδια με μετρήσεις (Skoumpourdi, 2015), με τα πρώτα να αποτελούν τη συνηθέστερη επιλογή των εκπαιδευτικών. Οι αναφορές σε παιχνίδια γεωμετρίας και συγκεκριμένα σχετικά με τον προσανατολισμό και τα γεωμετρικά σχήματα ήταν σχεδόν όλες μη αυθόρμητες και δόθηκαν έπειτα από σχετικές ερωτήσεις (πχ. «Βλέπω ότι προσανατολιζέστε στις πράξεις και στους αριθμούς. Σε άλλες ενότητες θα μπορούσε να αξιοποιηθεί το μαθηματικό παιχνίδι;»), γεγονός που δείχνει ότι αυτά τα παιχνίδια δεν αποτελούν προτεραιότητα των εκπαιδευτικών και πιθανόν στην καθημερινή πρακτική τους να εμφανίζονται ελάχιστα, όπως και τα παιχνίδια μετρήσεων (δηλ., χρόνου και μήκους) για τα οποία εντοπίστηκαν μόνο πέντε αναφορές, εκ των οποίων οι τρεις ήταν αυθόρμητες. Έχει ενδιαφέρον να σημειώσουμε ότι σε κάθε περίπτωση, οι εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν μόνο σε έννοιες και όχι σε μαθηματικές διαδικασίες. Δύο μάλιστα επεσήμαναν ότι υπάρχουν θέματα για τα οποία δεν μπορούν να αξιοποιήσουν το παιχνίδι. Αναφέρθηκαν σε διαδικαστικές γνώσεις, όπως οι αλγόριθμοι των πράξεων, επισημαίνοντας την ανάγκη μίας περισσότερο δασκαλοκεντρικής προσέγγισης για την εκμάθηση αυτών των εννοιών.

Ένα άλλο θέμα που προέκυψε από την ανάλυση των αποτελεσμάτων είναι οι ενέργειες των εκπαιδευτικών καθ' όλη τη διάρκεια προετοιμασίας και διδασκαλίας μέσω του μαθηματικού παιχνιδιού. Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στην έρευνα φάνηκε ότι προετοιμάζουν μία διδασκαλία βασισμένη στο ΜΠ, κατά κύριο λόγο μέσω ενός νοερού σχεδιασμού. Σύμφωνα με επτά αναφορές αυτός ο σχεδιασμός περιλαμβάνει σκέψη για την πορεία των γεγονότων, διαβάθμιση της δυσκολίας και προσαρμογή στις ανάγκες της τάξης. Στην προετοιμασία της διδασκαλίας συμπεριλαμβάνεται επίσης και η κατασκευή του υλικού, καθώς και η δοκιμή του ΜΠ με άλλα άτομα, πριν την ένταξή του στην τάξη. Στην παρουσίαση του ΜΠ στους μαθητές, αναφέρθηκαν μόνο πέντε εκπαιδευτικοί, οι οποίοι φαίνεται να δίνουν σημασία στην επεξήγηση της διαδικασίας και των κανόνων προς τους μαθητές, ενώ κάποιες φορές κάνουν και δοκιμές για την καλύτερη κατανόηση του ΜΠ.

Κατά τη διάρκεια υλοποίησης μίας διδασκαλίας με ΜΠ, σημαντικές ενέργειες που προτάθηκαν από τους εκπαιδευτικούς είναι η παρατήρηση, η διατύπωση ερωτήσεων και η διαχείριση του λάθους, αλλά όχι από όλους. Ωστόσο όσοι δίνουν έμφαση σε αυτές τις πρακτικές φαίνεται ότι έχουν στο μυαλό τους, παρατηρώντας την πορεία εξέλιξης του παιχνιδιού, να υποκινήσουν τη διαδικασία σε μία τροχιά επίτευξης συγκεκριμένων γνωστικών στόχων.

*Ημουν πάνω από τις ομάδες και έλεγα τις απαντήσεις των μαθητών, οπότε όταν έκαναν κάποιο λάθος τους επισήμαινα τις σωστές απαντήσεις... ή τους έλεγα προσπάθησε πάλι να βρεις το σωστό. (Δ3)*

Από τις απαντήσεις αυτών των εκπαιδευτικών φαίνεται ότι υιοθετούν μια διαλογική προσέγγιση με ερωτήσεις.

*Ρωτούσα τα άλλα παιδιά «εδώ είναι σωστό;» ή όταν κάποιο παιδάκι έκανε λάθος ρωτούσα τα υπόλοιπα παιδιά «έβαλε σωστά τα χαρτάκια;» και τα παιδιά ανάλογα λέγανε εάν είναι σωστό, εάν είναι λάθος, για ποιο λόγο είναι λάθος... (Δ1)*

Το λάθος φαίνεται να το αντιμετωπίζουν με δυο πρακτικές, με άμεση επισήμανση του ή με ενθάρρυνση των παιδιών για εύρεση του σωστού

*Εάν γινόταν κάποιο λάθος στη σκυταλοδρομία έλεγα στο παιδί ότι τοποθέτησε λανθασμένα τον κόνο και ότι πρέπει να ξαναπροσπαθήσει. (Δ11)*

Με βάση τους τρεις τύπους εκπαιδευτικών που ανέπτυξε η Hyoven (2011) (καθοδηγητής-leader, απλός παρατηρητής-allower και διαμεσολαβητής-afforder), οι ενέργειες που φάνηκε να υιοθετούν οι περισσότεροι από τους συμμετέχοντες στην παρούσα έρευνα ταιριάζουν με τον τύπο του καθοδηγητή (leaders). Αυτός ο τύπος, σύμφωνα με την ερευνήτρια, κατευθύνει το παιχνίδι, εστιάζοντας στο πρόγραμμα σπουδών και στην επίτευξη των στόχων, ενώ δεν αφήνει περιθώρια δημιουργικότητας και εφευρετικότητας στους μαθητές.

Η συνηθέστερη ενέργεια των εκπαιδευτικών, κατά τη λήξη ενός ΜΠ, αναδείχθηκε η μετάβαση σε ασκήσεις που βρίσκονται στα σχολικά εγχειρίδια. Η ενέργεια αυτή αποτελεί ίσως μία ακόμη ένδειξη για την αβεβαιότητα των εκπαιδευτικών, για τη συμβολή του ΜΠ στη διδασκαλία. Η πρακτική αυτή για τους εκπαιδευτικούς που την επιλέγουν προμηνύει ότι το ΜΠ δεν είναι επαρκές από μόνο του να επιφέρει τη γνώση και άρα δεν αποτελεί το «όχημα» προς τη μάθηση όπως ανέφεραν οι Helenius et al. (2016), αλλά μία παιγνιώδη δραστηριότητα που θα φέρει μόνο κίνητρο και διασκέδαση στα παιδιά. Προς την ίδια κατεύθυνση φαίνεται να είναι και οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν για αξιολόγηση μετά το ΜΠ φύλλα εργασίας, πρακτική που αντανακλά τη βαθιά εδραιωμένη αντίληψη αυτών των εκπαιδευτικών σχετικά με την απαραίτητη ύπαρξη ασκήσεων διαδικαστικού και κλειστού τύπου ασκήσεων είτε για τη μάθηση είτε για την αξιολόγηση αυτής. Έχει ενδιαφέρον να σημειώσουμε ότι μόνο μια εκπαιδευτικός πρότεινε διαδικασίες αυθεντικής αξιολόγησης. Σύμφωνα με τους Fray, Schmitt & Allen (2012), η αυθεντική αξιολόγηση αποτελεί τον καθρέφτη των πραγματικών και καθημερινών δοκιμασιών και προσδοκιών, έχει ρεαλιστικά χαρακτηριστικά, δίνει ενεργό ρόλο στο μαθητή, περιλαμβάνει συνεργασία μεταξύ των μαθητών, και έχει γνωστικά σύνθετο χαρακτήρα που απαιτείται για την επιτυχία και τη διαμορφωτική εξέταση πολλαπλών δεικτών. Η εκπαιδευτικός αυτή αναφέρθηκε στη μεταφορά του ΜΠ σε πραγματικό και καθημερινό πλαίσιο, μετά τη λήξη του, γεγονός που αναδεικνύει ότι η ίδια αντιλαμβάνεται το ρεαλιστικό χαρακτήρα που μπορεί να προκύψει από ένα ΜΠ, τόσο ως χαρακτηριστικό της αυθεντικής αξιολόγησης, αλλά και ως διαδικασία μαθηματοποίησης.

*Μέσα στην τάξη αποφασίζουμε να κάνουμε μπαζάρ από πράγματα. Αποφασίζουμε ποια πράγματα θα πουλήσουμε και βρίσκουμε της ανάλογες τιμές. Μετά χωριζόμαστε σε ομάδες, καταναλωτές, τράπεζα και πωλητές. Οι καταναλωτές έχουν συγκεκριμένα χρήματα και αγοράζουν αντικείμενα και οι πωλητές προσπαθούν να δώσουν τα σωστά ρέστα... Αφού παίξαμε κάποιες φορές αυτό το παιχνίδι, πρώτα από όλα, πήγαμε στο πραγματικό μαγαζάκι της Σχολής, με πραγματικά κέρματα και αγοράσαμε πράγματα και άφησα τα παιδιά μόνα τους να διαχειριστούν το δικό τους πορτοφόλι σε ομαδούλες. (Δ7)*

## Οι παράγοντες ενθάρρυνσης και αποθάρρυνσης των εκπαιδευτικών ως προς την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού

Το τρίτο ερώτημα της παρούσας μελέτης αφορούσε τους παράγοντες ενθάρρυνσης και αποθάρρυνσης των εκπαιδευτικών ως προς την αξιοποίηση του

μαθηματικού παιχνιδιού στη διδασκαλία τους. Όπως διαπιστώθηκε οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί φαίνεται να θεωρούν σημαντική την υποστήριξη που δύναται να προσφέρει η διεύθυνση ενός σχολείου, η οποία μεταφράζεται κυρίως ως διάθεση χώρου και υλικών πόρων. Φάνηκε να έχουν σχεδόν όλοι στη διάθεσή τους είτε άμεσα είτε έπειτα από συνεννόηση με τη διεύθυνση του σχολείου, τα υλικά και τον χώρο που χρειάζονται, γεγονός το οποίο τους ενθαρρύνει στο σχεδιασμό και στην υλοποίηση της διδασκαλίας τους μέσω ΜΠ. Το εύρημα αυτό δεν φαίνεται να συμφωνεί με αντίστοιχες διεθνείς έρευνες (Jay & Knaus, 2018· Demirbilek & Tamer, 2010· Pyle et al., 2017· Ucus, 2015) όπου η έλλειψη διαθέσιμων πόρων - υλικοτεχνικής υποδομής και ο χαμηλός προϋπολογισμός ανά τάξη αποτελεί περιοριστικό παράγοντα για την ένταξη της παιδαγωγικής του μαθηματικού παιχνιδιού στο πρόγραμμά τους. Ωστόσο, και για το ελληνικό πλαίσιο ίσως μια μεγαλύτερης εμβέλειας έρευνα να αποκάλυπτε παρόμοια θεσμικά κενά, καθώς τα ελληνικά σχολεία δεν έχουν σημαντική οικονομική υποστήριξη από το κράτος.

Παράγοντας ενθάρρυνσης ή ίσως και κατά κάποιον τρόπο άτυπης επιβολής αποτελεί για τους μισούς εκπαιδευτικούς αυτής της μελέτης, οι οποίοι εργάζονται σε ιδιωτικά δημοτικά σχολεία, η παρότρυνση-προτροπή της διεύθυνσης και διοίκησης του σχολείου για συχνότερη αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία. Δύο από αυτούς αναφέρθηκαν μάλιστα στη σημασία των δράσεων επαγγελματικής ανάπτυξης, οι οποίες διοργανώνονται και προσφέρονται από τη διεύθυνση των σχολείων τους. Οι δράσεις αυτές αφορούν επιμορφώσεις και σεμινάρια επί του θέματος. Γίνεται σαφές από τα δεδομένα αυτής της έρευνας ότι η υποστήριξη που παρέχει η διεύθυνση και διοίκηση ενός δημόσιου ελληνικού σχολείου περιορίζεται στην παροχή υλικού και κατάλληλων χώρων, σε αντίθεση με ιδιωτικά δημοτικά σχολεία, τα οποία προσπαθούν είτε μέσω παρότρυνσης είτε μέσω επιμορφωτικών δράσεων να συμπεριλάβουν την παιδαγωγική του παιχνιδιού και κατ' επέκταση το ΜΠ σε καθημερινή βάση στο ωρολόγιο πρόγραμμα. Όπως συχνά αναγνωρίζεται (Demirbilek & Tamer, 2010· Ucus, 2015), η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών, μέσω της υποστήριξης και καθοδήγησής τους από ειδικούς συμβούλους με κατανόηση αλλά και πάθος για το ΜΠ αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση αλλά και σημαντικό, ενισχυτικό παράγοντα για την εφαρμογή της παιδαγωγικής του παιχνιδιού (Jay & Knaus, 2018· Ucus, 2015).

Η ανταλλαγή ιδεών με συναδέλφους αναδείχθηκε εξίσου ένα σημαντικός παράγοντας ενθάρρυνσης για την υλοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών στις τάξεις τους, κάτι που επισημαίνεται και στη βιβλιογραφία. Η συνεργασία δηλαδή με συναδέλφους, που έχουν κοινό όραμα ως προς την αξιοποίηση του παιχνιδιού, η ανταλλαγή ιδεών με επισκέψεις σε άλλα σχολεία, και η δημιουργία μίας τράπεζας διαθέσιμων πόρων, αποτελούν προτάσεις που μπορούν να συμβάλλουν στη δημιουργία κοινοτήτων πρακτικής (Jay & Knaus, 2018) και να εμπλουτίσουν τις εμπειρίες και τις ικανότητες των εκπαιδευτικών σε αυτό το θέμα.

Τέλος, η ευελιξία που θεωρούν κάποιοι εκπαιδευτικοί ότι επιτρέπει το ΑΠ, αποτελεί για αυτούς ένα σημαντικό παράγοντα ενθάρρυνσης, καθώς αυτός μειώνει το άγχος ως προς την κάλυψη της ύλης. Αυτό ίσως να σημαίνει ότι αυτοί οι εκπαιδευτικοί θεωρούν σημαντικό να δουλεύουν με ένα ανοιχτό ΑΠ που τους επιτρέπει να περιλαμβάνουν στη διδασκαλία τους πιο καινοτόμες πρακτικές. Αυτή η άποψη όμως χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση.

Όσον αφορά τους αποθαρρυντικούς παράγοντες αξιοποίησης μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία, αυτοί εντοπίστηκαν με βάση δύο σημεία αναφοράς, τον εκπαιδευτικό και τον μαθητή. Ως προς τα εμπόδια που εντόπισαν οι εκπαιδευτικοί σε προσωπικό επίπεδο, η έλλειψη σχετικής εμπειρίας και η ανασφάλεια που υπάρχει ως



προς το πώς θα οργανωθεί και θα στηθεί μία διδασκαλία με χρήση μαθηματικού παιχνιδιού αναδεικνύεται ως η επικρατέστερη ανησυχία (με έξι αναφορές). Σύμφωνα με έρευνες (Holton et al., 2001· Wickstrom et al., 2019) η προσωπική αντίληψη, ως προς τη δυσκολία των μαθηματικών, αλλά και η ικανότητα των εκπαιδευτικών ως προς το ίδιο το γνωστικό αντικείμενο, αντανακλάται στη διδασκαλία τους, δημιουργώντας στους ίδιους αμφιβολίες, για το εάν η παιδαγωγική του παιχνιδιού είναι κατάλληλη και ικανή, για την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Η ανησυχία λοιπόν αυτή θα μπορούσε να συσχετισθεί και με την αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά, καθώς από τους έξι εκπαιδευτικούς που επισημαίνουν τον παράγοντα αυτό, οι τέσσερις αναφέρουν χαρακτηριστικά ότι τα μαθηματικά δεν ήταν από τα αγαπημένα τους μαθήματα στα μαθητικά τους χρόνια και δεν τα πήγαιναν αρκετά καλά. Θα μπορούσε όμως να συσχετισθεί και με τις μαθητικές τους εμπειρίες, καθώς και οι δώδεκα εκπαιδευτικοί της έρευνας αναφέραν ότι κατά τα μαθητικά τους χρόνια δεν είχαν έρθει ποτέ σε επαφή με το μαθηματικό παιχνίδι, τουλάχιστον από όσο θυμούνται. Ο τρόπος που διδάχθηκαν οι ίδιοι, αποτελεί συχνά το υπόδειγμα-οδηγό, για τη μέθοδο διδασκαλίας που οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν και συνήθως αποδεικνύεται δύσκολο να αξιοποιήσουν άλλες μεθόδους, γεγονός που εξηγεί εν μέρει και γιατί διατηρούν άκαμπτες παιδαγωγικές απόψεις (Moyles, 2007). Όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία (Jay & Knaus, 2018· Pyle et al., 2017· Wickstrom et al., 2019), η περιορισμένη γνώση και εμπειρία των εκπαιδευτικών σχετικά με την παιδαγωγική του παιχνιδιού αποτελεί ένα σημαντικό εμπόδιο για την εφαρμογή της στην τάξη. Ίσως για αυτό το λόγο κάποιοι εκπαιδευτικοί της παρούσας έρευνας, να επιζητούν δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης ή/και δια βίου αυτόμορφωσης αναφορικά με το εν λόγω θέμα.

Ένα άλλο εμπόδιο το οποίο φάνηκε να επηρεάζει δύο από τους εκπαιδευτικούς αυτής της έρευνας, οι οποίοι είχαν και τα περισσότερα χρόνια εργασίας στο σύνολο του δείγματος, είναι η ηλικία τους και τα πολλά χρόνια προϋπηρεσίας σε συνδυασμό με την επαγγελματική κούραση και εξουθένωση.

*Όσο περνάνε τα χρόνια, χάνεται ο ενθουσιασμός... ασχολούμαστε με άλλα θέματα κυρίως, μεγαλώνοντας, κι αυτό νομίζω το έχουν και σε άλλα επαγγέλματα. Στην αρχή της καριέρας σου ψάχνεις, δοκιμάζεις, συζητάς, μεγαλώνοντας μετά ασχολείσαι περισσότερο με την οικογένεια σου, τα παιδιά σου, τα προβλήματά σου κι όταν περάσεις τα 20-25-30 χρόνια δεν είσαι και πολύ ενεργός. (Δ12)*

Σύμφωνα με την ΕΛΣΤΑΤ (Ελληνική Στατιστική Αρχή, 2018), κατά το διδακτικό έτος 2018-2019, περίπου το 57% των εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης ήταν άνω των 50 ετών, γεγονός το οποίο αποδεικνύει την ηλικιακή επιβάρυνση των εκπαιδευτικών, καθώς και την πιθανή 'επαγγελματική εξουθένωσή' τους, η οποία δύναται να μειώσει το ενδιαφέρον, την αποδοτικότητά τους και συνεπώς την αποτελεσματικότητα του εκπαιδευτικού συστήματος, λόγω άγνοιας ή άρνησης αξιοποίησης καινοτόμων παιδαγωγικών προσεγγίσεων όπως αυτή της παιδαγωγικής του παιχνιδιού.

Με σημείο αναφοράς τον μαθητή, αναδείχθηκαν συνολικά τρεις παράγοντες που αποθαρρύνουν τους εκπαιδευτικούς από την αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού. Οι παράγοντες αυτοί είναι η ενσωμάτωση μαθητών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στο τμήμα, ιδιαίτερα όταν απουσιάζει ο εκπαιδευτικός παράλληλης στήριξης, ο μεγάλος αριθμός μαθητών που φοιτούν στο τμήμα, καθώς και η δυσκολία διαχείρισης των ισορροπιών, κατά τη διάρκεια υλοποίησης ενός μαθηματικού παιχνιδιού. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Martlew et al., 2011· Wickstrom et al., 2019), ο μεγάλος αριθμός μαθητών στις τάξεις αποτελεί μία από τις συχνές δυσκολίες αρκετών εκπαιδευτικών, ενώ αντίστοιχα άλλες έρευνες (Jay & Knaus, 2018·



Demirbilek & Tamer, 2010· Ucus, 2015) έχουν αναδείξει την ανησυχία των εκπαιδευτικών για τον υπερβολικό ενθουσιασμό που ενδέχεται να προκύψει στους μαθητές και συνεπώς την πιθανή διατάραξη της ισορροπίας της τάξης. Έτσι, δύο εκπαιδευτικοί της παρούσας έρευνας επισήμαναν ως πρόταση βελτίωσης και ενίσχυσης του υπό συζήτηση σκοπού, τη μείωση του αριθμού μαθητών ανά τμήμα ή την ύπαρξη δεύτερου εκπαιδευτικού μέσα στην τάξη. Μία τέτοια προοπτική, θα μπορούσε πιθανά να μειώσει όλους τους προαναφερθέντες παράγοντες αποθάρρυνσης των εκπαιδευτικών για αξιοποίηση του ΜΠ.

Προηγούμενες έρευνες (Jay & Knaus, 2018· Holton et al., 2001· Pyle et al., 2017, 2017· Ucus, 2015) έχουν δείξει ότι ο περιορισμένος διαθέσιμος χρόνος δημιουργεί άγχος για την κάλυψη της ύλης και συνεπώς, οι εκπαιδευτικοί αποστασιοποιούνται από τη δοκιμή διαφορετικών και ιδίως καινοτόμων παιδαγωγικών προσεγγίσεων, όπως η παιδαγωγική του παιχνιδιού. Στην παρούσα μελέτη η πίεση του χρόνου για κάλυψη της ύλης επίσης αναδείχθηκε ως ένας ακόμη παράγοντας αποθάρρυνσης από την αξιοποίηση περισσότερων μαθηματικών παιχνιδιών στη διδασκαλία των εκπαιδευτικών. Ωστόσο, το στοιχείο αυτό εντοπίστηκε στα λεγόμενα της μειονότητας των εκπαιδευτικών (μόλις τέσσερις συμμετέχοντες), καθώς η πλειοψηφία των συμμετεχόντων στην έρευνα εκπαιδευτικών, όπως ήδη προαναφέρθηκε, αναφέρθηκε σε ελευθερία και αρκετό διαθέσιμο χρόνο για ένταξη μαθηματικών παιχνιδιών στην εκπαιδευτική διαδικασία.

## **Συμπεράσματα, περιορισμοί και προεκτάσεις της έρευνας**

Η παρούσα έρευνα είχε στόχο να διερευνήσει τις αντιλήψεις εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού ως προς την διδακτική αξιοποίηση του μαθηματικού παιχνιδιού στο ελληνικό δημοτικό σχολείο. Πιο συγκεκριμένα, τα ευρήματα εστιάζουν στα χαρακτηριστικά που αποδίδουν οι εκπαιδευτικοί στο ΜΠ και στις προσεγγίσεις που υιοθετούν για την ενσωμάτωση του ΜΠ στην διδασκαλία τους και στα στοιχεία που ενθαρρύνουν ή αποθαρρύνουν τη χρήση του στην τάξη. Τα ευρήματα αυτά συμβάλλουν σε ένα πρώτο επίπεδο στην κατανόησή μας για τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για το ΜΠ καθώς και την απόσταση που χωρίζει αυτές τις αντιλήψεις από τις σύγχρονες τάσεις για το ΜΠ. Παρόλο που το δείγμα της έρευνας ήταν περιορισμένο, προέκυψαν ενδιαφέροντα αποτελέσματα που παρουσιάζονται συνοπτικά και συμπερασματικά στη συνέχεια.

Παρότι στη συζήτηση που προηγήθηκε σχολιάστηκαν ξεχωριστά οι αντιλήψεις και οι πρακτικές των εκπαιδευτικών είναι σημαντικό να υπενθυμίσουμε ότι αυτές είναι σε άμεση αλληλεξάρτηση μεταξύ τους. Αφενός οι βαθιά ριζωμένες αντιλήψεις και παραδοχές των εκπαιδευτικών δεν επηρεάζουν απλά, αλλά καθορίζουν της επιλογές που κάνουν στην καθημερινή πρακτική, κι αφετέρου οι πρακτικές που υιοθετούν αντανakλούν τις αντιλήψεις τους, ακόμα και όταν οι ίδιοι δεν το συνειδητοποιούν (Jay & Knaus, 2018). Έτσι, λοιπόν και στην παρούσα έρευνα φάνηκε ότι οι εκπαιδευτικοί εξηγούν τον όρο μαθηματικό παιχνίδι εστιάζοντας κυρίως σε χαρακτηριστικά που σχετίζονται με τον όρο παιχνίδι και δευτερευόντως σε χαρακτηριστικά μαθηματικού περιεχομένου. Φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί δεν θεωρούν το ΜΠ ως μία ικανή προσέγγιση για την απόκτηση της μαθηματικής γνώσης, αλλά μία συμπληρωματική μέθοδο για να προσφέρουν τη διασκέδαση στα παιδιά και να δώσουν μία πιο ευχάριστη πτυχή στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η υπόθεση αυτή ενισχύεται και από την επικρατέστερη και πιο εδραιωμένη (μέσα από τα λεγόμενα, αλλά και τα παραδείγματά τους) επιλογή των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά παιχνίδια τύπου *άσκησης-*

*εξάσκησης*. Το εύρημα αυτό δείχνει ότι το ΜΠ γίνεται αντιληπτό ως ένας πιο ευχάριστος τρόπος αξιολόγησης ή εξάσκησης των μαθητών, έναντι διαδικαστικών ασκήσεων σε βιβλία και φύλλα εργασίας και όχι ως μία μέθοδος για την κατανόηση, το σχηματισμό ή τη διερεύνηση μίας μαθηματικής έννοιας. Ακόμη και σε αυτό το επίπεδο όμως, όπου το μαθηματικό παιχνίδι παίρνει τον ρόλο της εξάσκησης, οι συμμετέχοντες στην παρούσα έρευνα εκπαιδευτικοί δεν φαίνεται να πείθονται ότι αυτό είναι αρκετό και μπορεί να εκπληρώσει το σκοπό του, καθώς οι ίδιοι αμέσως μετά από την αξιοποίηση μαθηματικών παιχνιδιών εξάσκησης εντάσσουν στη διδασκαλία τους και τις ασκήσεις των βιβλίων ή/και συμπληρωματικών φύλλων εργασίας που διανέμουν στους μαθητές τους. Τελικά, οι αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών δείχνουν άλλοτε μια σχετική αβεβαιότητα ως προς τι είναι κατάλληλο να κάνουν κι άλλοτε μια επιφανειακή προσέγγιση που δείχνει να χρησιμοποιούν το ΜΠ περισσότερο για διασκέδαση των παιδιών και λιγότερο για μαθησιακούς σκοπούς. Το εύρημα πιθανόν να εξηγεί και τις απόψεις που διαμορφώνουν τα ίδια, επηρεασμένα από την άρρητη μεν αλλά έκδηλη αντίληψη των εκπαιδευτικών. Πράγματι, σε μια προηγούμενη έρευνα (Δεσλή, 2015) λίγο μεγαλύτεροι μαθητές φάνηκε να μην αναγνωρίζουν τη σχέση μαθηματικής μάθησης και παιχνιδιού. Η άποψη τους βέβαια μεταβάλλεται μετά από την εμπειρία τους με μία διδασκαλία βασισμένη στο μαθηματικό παιχνίδι, γεγονός που αναδεικνύει την αναγκαιότητα για σχεδιασμένη ένταξη του παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο (Δέσλη, 2015).

Λιγότεροι από τους μισούς εκπαιδευτικούς αυτής της έρευνας αναγνωρίζουν τη ρεαλιστική διάσταση που προσφέρει το μαθηματικό παιχνίδι. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι ίδιοι δεν αντιλαμβάνονται πλήρως τη σύνδεσή του με μία διδασκαλία βασισμένη στην πραγματικότητα των παιδιών, κατά την οποία ο μαθητής ανακατασκευάζει τη γνώση μέσω της συνεργασίας και της επικοινωνίας, όπως αυτή που παρουσιάστηκε από τον Freudenthal (Λεμονίδης, 2003) και άρα δεν αντιλαμβάνονται τη σύνδεση με διαδικασίες οριζόντιας μαθηματοποίησης. Η παρούσα υπόθεση ενισχύεται και με τα ευρήματα που προέκυψαν σχετικά με την επικρατέστερη μορφή ΜΠ που οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν ανάμεσα στα τρία είδη, ελεύθερο παιχνίδι, κατευθυνόμενο από τον εκπαιδευτικό και κατευθυνόμενο από κοινού (Pyle et al., 2017). Στο σύνολό τους οι εκπαιδευτικοί φαίνεται ότι επικεντρώθηκαν στο παιχνίδι που δημιουργείται και κατευθύνεται από τους ίδιους, άλλοτε μέσω σαφών παραδειγμάτων και άλλοτε μέσα από τα λεγόμενα και συμφραζόμενά τους. Έτσι, η σύνδεση του ΜΠ με την καθημερινότητα και τα ενδιαφέροντα των μαθητών δεν επιτυγχάνεται, καθώς δεν λαμβάνεται υπόψη η κατάλληλη διδακτική στιγμή (teachable moment) της καθημερινότητας των παιδιών, στην οποία ο εκπαιδευτικός θα παρατηρήσει προσεκτικά το παιχνίδι των παιδιών και τις διάφορες δραστηριότητές τους, με σκοπό να εντοπίσει εκείνη την αυθόρμητη, αναδυόμενη κατάσταση, η οποία δύναται να προωθήσει τη μάθησή τους (Ginsburg, 2008). Αντί δηλαδή να συμπεριλάβουν τους μαθητές στην από κοινού δημιουργία και κατεύθυνση του ΜΠ, οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν ως επί το πλείστον αυστηρά δομημένα μαθηματικά παιχνίδια που έχουν προσχεδιάσει, κατά τα οποία οι ίδιοι καθοδηγούν την πορεία μέσα από συγκεκριμένες ερωτήσεις και επισημάνσεις στους μαθητές, χωρίς να δίνεται ιδιαίτερη ευελιξία και ελευθερία σε αυτούς να διαμορφώσουν την ροή ή να διαπραγματευτούν τους κανόνες. Έτσι, σύμφωνα με τους ορισμούς που έχουν δοθεί για το ΜΠ στη βιβλιογραφία (Holton et al., 2001' Helenius et al., 2016), δεν ικανοποιούνται βασικά χαρακτηριστικά, όπως η δημιουργικότητα, η ευελιξία και η εφευρετικότητα του παίκτη-μαθητή στις αποφάσεις για την εξέλιξη του παιχνιδιού και τη διαπραγμάτευση των κανόνων. Συνεπώς, θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε τις προτάσεις των εκπαιδευτικών αυτής της έρευνας περισσότερο ως

διασκεδαστικές διδακτικές ασκήσεις, οι οποίες αν και θεωρούνται από αυτούς ως καταστάσεις με νόημα για τους μαθητές και επιδιώκουν την ενεργή εμπλοκή τους, τις περισσότερες φορές απαιτούν αποσπασματικές ενέργειες στις οποίες τα παιδιά ήδη έχουν εξασκηθεί (π.χ. απομνημόνευση προπαίδειας). Οι ενέργειες αυτές όμως δεν εμπεριέχουν ουσιαστική νοητική δράση από τους μαθητές που θα μπορούσε να τους οδηγήσει σε ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης και κατά συνέπεια σε γενικεύσεις.

Τα ευρήματα αυτά, αναδεικνύουν ενδιαφέρουσες πτυχές του επαγγελματικού προφίλ των εκπαιδευτικών των πρώτων τάξεων του δημοτικού, δεδομένου πάντα ότι αντιλήψεις και πρακτικές αποτελούν αλληλεξαρτώμενες έννοιες. Ωστόσο, όπως κάθε ποιοτική έρευνα περιορισμένης έκτασης, όπως η παρούσα, εμπεριέχει μια σειρά από περιορισμούς αλλά και στοιχεία αβεβαιότητας για τη διατύπωση γενικών συμπερασμάτων με βάση τις απόψεις που διατυπώθηκαν από τους συμμετέχοντες εκπαιδευτικούς. Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν 12 εκπαιδευτικοί που εργάζονται ή έχουν εργαστεί μέσα στα τελευταία 2 έτη, στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Το περιορισμένο δείγμα δεν επιτρέπει την γενίκευση των αποτελεσμάτων, αλλά μόνο την ανάδειξη σημαντικών ζητημάτων που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων, τα οποία θα μπορούσαν μελλοντικά να μελετηθούν σε μεγαλύτερο δείγμα εκπαιδευτικών. Σημαντική ιδιαιτερότητα αποτέλεσαν επίσης οι συνθήκες υλοποίησης των συνεντεύξεων. Η πλειοψηφία των συνεντεύξεων πραγματοποιήθηκαν εν μέσω της πανδημίας του covid-19, με μεθόδους εξ αποστάσεως επικοινωνίας, γεγονός που δεν επέτρεψε μία αμεσότητα μεταξύ ερευνήτριας και συνεντευξιζόμενων.

Οι συνεντεύξεις γενικότερα παρείχαν πλούσιο και πολύ υλικό με αποτέλεσμα, να υπάρχει ο κίνδυνος μεροληψίας της ερευνήτριας. Αν και έγινε προσπάθεια να αποφευχθεί κάθε είδους υποκειμενικότητας της ερευνήτριας, αυτό ίσως να αποτελεί και το βασικό στοιχείο αδυναμίας μίας ποιοτικής μελέτης, καθώς δεν υπάρχουν αυστηρά κωδικοποιημένες τεχνικές επεξεργασίας των δεδομένων.

Από την άλλη μεριά, τόσο τα ευρήματα της έρευνας όσο και οι παραπάνω περιορισμοί υπαγορεύουν συγκεκριμένες ερευνητικές προεκτάσεις. Ως πιθανή προέκταση αυτής της έρευνας, θα ήταν χρήσιμο η μεθοδολογία και η ερευνητική διαδικασία να επεκταθεί σε μεγάλο αριθμό εκπαιδευτικών από διαφορετικές περιοχές της χώρας προκειμένου τα ευρήματα της να αποκτήσουν μεγαλύτερη εγκυρότητα και αξιοπιστία. Επιπλέον, θα μπορούσε να μελετηθεί η συσχέτιση των ευρημάτων με το ακαδημαϊκό και επαγγελματικό προφίλ των εκπαιδευτικών, δεδομένου ότι υπήρξαν σημεία ενδιαφέροντος στα ευρήματα, όσον αφορά τις αντιλήψεις και τις πρακτικές μεταξύ εκπαιδευτικών που εργάζονται σε δημόσια σχολεία και εκπαιδευτικών που εργάζονται σε ιδιωτικά σχολεία. Τέλος, θα ήταν χρήσιμο να γίνει μία πιο εξειδικευμένη και εστιασμένη έρευνα στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί εντάσσουν στην τάξη, τα μαθηματικά παιχνίδια στα οποία αναφέρονται, μέσω συστηματικής παρατήρησης της διδασκαλίας τους, προκειμένου να διερευνηθούν πιο εκτεταμένα ο ρόλος και οι ενέργειες τους σε μία τέτοια διδακτική προοπτική.

Γενικότερα, θεωρείται απαραίτητη η περαιτέρω έρευνα κυρίως στην Ελλάδα, όπου οι αντίστοιχες έρευνες είναι περιορισμένες και με μεγαλύτερο δείγμα που θα επιτρέψει τη δημιουργία γενικεύσεων. Άλλωστε, δύναται να αποτελέσει αφορμή για περαιτέρω διερεύνηση των αντιλήψεων και των πρακτικών των εκπαιδευτικών Δημοτικού και σε άλλες μαθησιακές περιοχές σχετικά με την αξιοποίηση του παιχνιδιού και γενικότερα την παιδαγωγική του παιχνιδιού.

Τέλος, μέσα από τη διερεύνηση των αντιλήψεων και πρακτικών των εκπαιδευτικών σχετικά με το μαθηματικό παιχνίδι, αντανάκλαται η εκπαίδευσή τους, οι βασικές και μετέπειτα σπουδές τους αλλά και προγράμματα επιμόρφωσης που

συμβάλλουν στη διαμόρφωση των επαγγελματικών τους δεξιοτήτων. Τα δεδομένα αυτά υποδεικνύουν περαιτέρω διερεύνηση σχετικά με την αρχική εκπαίδευση και την επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών καθώς και το που αυτές θα πρέπει να στηρίζονται ώστε οι ίδιοι να διαμορφώνουν αντιλήψεις και πρακτικές που θα είναι θεμελιωμένες σε σύγχρονες παιδαγωγικές και διδακτικές προσεγγίσεις που δίνουν αξία σε μία υψηλού επιπέδου μαθηματική εκπαίδευση στις πρώτες τάξεις του δημοτικού.

## Βιβλιογραφία

- Aljojo, N. (2018). The Design and Implementation of a Mathematics Game-Base Learning Application for Primary Students. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 12(3), 142. <https://doi.org/10.3991/ijim.v12i3.8739>
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C. (1997). *International Handbook of Mathematics Education: Part 1*. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0>
- Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing – beyond dichotomization between play and teaching. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 469–480. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2018.1487162>
- Bruner, J., Jolly, A., & Sylva, K. (1967). *Play: Its Role in Development and Evolution*. United States of America: Penguin Books Ltd. (e-Book, 2017 International Psychotherapy Institute, ανακτήθηκε από [https://www.researchgate.net/profile/Kathy\\_Sylva/publication/328486788\\_Play\\_its\\_role\\_in\\_development\\_and\\_evolution/links/5bd0755592851cabf26467aa/Play-its-role-in-development-and-evolution.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Kathy_Sylva/publication/328486788_Play_its_role_in_development_and_evolution/links/5bd0755592851cabf26467aa/Play-its-role-in-development-and-evolution.pdf), 14/3/2020)
- Buehl, M. & Beck, J. (2014). The relationship between teachers' beliefs and teachers' practices. Στο Fives, H. & Gill, M. G., *International Handbook of Research on Teachers' Beliefs* (σσ. 66-84). Taylor & Francis. [https://books.google.gr/books?id=M\\_JTBAAAQBAJ](https://books.google.gr/books?id=M_JTBAAAQBAJ)
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Demirbilek, M., & Tamer, S. L. (2010). Math teachers' perspectives on using educational computer games in math education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 709–716. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.222>
- Dunphy, E. (2009). Early childhood mathematics teaching: Challenges, difficulties and priorities of teachers of young children in primary schools in Ireland. *International Journal of Early Years Education*, 17(1), 3–16. <https://doi.org/10.1080/09669760802699829>
- Edith Cowan University, O'Rourke, J., Main, S., Edith Cowan University, Hill, S., & Edith Cowan University. (2017). Technology in the Classroom: Improving Automaticity in Mental-maths in Primary-aged Students. *Australian Journal of Teacher Education*, 42(10), 50–70. <https://doi.org/10.14221/ajte.2017v42n10.4>

- Edo, M., Planas, N., & Badillo, E. (2009). Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325–341. <https://doi.org/10.1080/13502930903101537>
- Faizura Ahmad Fuadi, N., Fakri Othman, M., & Senan, N. (2018). Perception of Mathematics Game's Design for Primary School: Based on Teachers' Opinions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1049, 012085. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1049/1/012085>
- Fokides, E. (2018). Digital educational games and mathematics. Results of a case study in primary school settings. *Education and Information Technologies*, 23(2), 851–867. <https://doi.org/10.1007/s10639-017-9639-5>
- Fray, B., Schmitt, V., & Allen, J. (2012). Defining Authentic Classroom Assessment. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 17(2).
- Ginsburg, H. (2006). *Mathematical Play and Playful Mathematics: A Guide for Early Education*. 145–165. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195304381.003.0008>
- Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics Education for Young Children: What It is and How to Promote It. *Social Policy Report*, 22(1), 1–24. <https://doi:10.1002/j.2379-3988.2008.tb00054.x>
- Gutiérrez, R. (2013). The Sociopolitical Turn in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>
- Heiland, H. (2000). Friedrich Frobel. Στο *Δεκαπέντε Παιδαγωγοί: Σταθμοί στην ιστορία της παιδαγωγικής σκέψης*. Μεταίχμιο.
- Helenius, O., Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2016). When is preschool children's play mathematical? Στο T. Meaney, O. Helenius, M. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Eds.), *Mathematics Education in the early Years: Results from the POEM2 conference, 2014* (σσ. 139-156). New York: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_8)
- Holton, D. D., Ahmed, A., Williams, H., & Hill, C. (2001). On the importance of mathematical play. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(3), 401–415. <https://doi.org/10.1080/00207390118654>
- Hwa, S. P. (2018). *Pedagogical Change in Mathematics Learning: Harnessing the Power of Digital Game-Based Learning*. 21(4), 259–276.
- Hyvonen, P. T. (2011). Play in the School Context? The Perspectives of Finnish Teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 36(8). <https://doi.org/10.14221/ajte.2011v36n8.5>
- Jay, J., Knaus, M., Curtin University, & Edith Cowan University. (2018). Embedding Play-Based Learning into Junior Primary (Year 1 and 2) Curriculum in WA. *Australian Journal of Teacher Education*, 43(1), 112–126. <https://doi.org/10.14221/ajte.2018v43n1.7>
- Juric, P., Brkic Bakaric, M., & Matetic, M. (2018). Design and Implementation of Anonymized Social Network-based Mobile Game System for Learning



- Mathematics. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 13(12), 83. <https://doi.org/10.3991/ijet.v13i12.8762>
- Lin, C.-H., & Chen, C.-M. (2016). Developing spatial visualization and mental rotation with a digital puzzle game at primary school level. *Computers in Human Behavior*, 57, 23–30. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.12.026>
- Marshall, L., & Swan, P. (2009). GAMES: A CATALYST FOR LEARNING OR BUSY WORK? In *Mathematics: It's mine: Proceedings of the 22nd Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers Inc.* Adelaide, S. Aust.: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Martlew, J., Stephen, C., & Ellis, J. (2011). Play in the primary school classroom? The experience of teachers supporting children's learning through a new pedagogy. *Early Years*, 31(1), 71–83. <https://doi.org/10.1080/09575146.2010.529425>
- McGrath, C. (2010). *Supporting Early Mathematical Development: Practical Approaches to Play-Based Learning* (1st ed.). <https://doi.org/10.4324/9780203855560>
- Moyles, J. R. (2007). *The excellence of play*. Milton Keynes: Open University Press.
- Perera, H., Hewagamage, K. P., & Weerasinghe, T. A. (2017). Game based learning as a supplementary approach in teaching mathematics. *2017 Seventeenth International Conference on Advances in ICT for Emerging Regions (ICTer)*, 1–7. <https://doi.org/10.1109/ICTER.2017.8257799>
- Prat, D. D. (1992). Conceptions of teaching. *Adult Education Quarterly*, 42(4), 203–220. <https://doi.org/10.1177/074171369204200401>
- Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. *On the Horizon*, 9(5), 1–6. <https://doi.org/10.1108/10748120110424816>
- Pyle, A., & Danniels, E. (2017). A Continuum of Play-Based Learning: The Role of the Teacher in Play-Based Pedagogy and the Fear of Hijacking Play. *Early Education and Development*, 28(3), 274–289. <https://doi.org/10.1080/10409289.2016.1220771>
- Pyle, A., DeLuca, C., & Danniels, E. (2017). A scoping review of research on play-based pedagogies in kindergarten education. *Review of Education*, 5(3), 311–351. <https://doi.org/10.1002/rev3.3097>
- Ranz-Smith, D. J. (2007). Teacher Perception of Play: In Leaving No Child Behind Are Teachers Leaving Childhood Behind? *Early Education & Development*, 18(2), 271–303. <https://doi.org/10.1080/10409280701280425>
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). Building Blocks and Cognitive Building Blocks. *American Journal of Play*, 1(3), 313–337.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009b). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>
- Singer, D. G., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2006). *Play = Learning*. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195304381.001.0001>

- Tondeur, J., Hermans, R., van Braak, J., & Valcke, M. (2008). Exploring the link between teachers' educational belief profiles and different types of computer use in the classroom. *Computers in Human Behavior*, 24(6), 2541–2553. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2008.02.020>
- Tsai, C.-H., & Yen, J.-C. (2016). Effect of an Equivalent Fractions Digital Game on the Learning Outcome, Motivation, and Flow Types among Elementary School Students. *2016 International Conference on Educational Innovation through Technology (EITT)*, 70–75. <https://doi.org/10.1109/EITT.2016.21>
- Ucus, S. (2015). Elementary School Teachers' Views on Game-based Learning as a Teaching Method. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 186, 401–409. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.216>
- Van de Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας Μαθηματικά* (Β. Αράπογλου, μετ.). Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.
- Vogt, F., Hauser, B., Stebler, R., Rechsteiner, K., & Urech, C. (2018). Learning through play – pedagogy and learning outcomes in early childhood mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 589–603. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2018.1487160>
- Vygotsky, L. S. (1967). Play and Its Role in the Mental Development of the Child. *Soviet Psychology*, 5(3), 6–18. <https://doi.org/10.2753/RPO1061-040505036>
- Wickstrom, H., Pyle, A., & DeLuca, C. (2019). Does Theory Translate into Practice? An Observational Study of Current Mathematics Pedagogies in Play-Based Kindergarten. *Early Childhood Education Journal*, 47(3), 287–295. <https://doi.org/10.1007/s10643-018-00925-1>
- Worthington, M., & van Oers, B. (2016). Pretend play and the cultural foundations of mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(1), 51–66. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2015.1120520>
- Γρηγορίου, Α. (2017). Το παιχνίδι στην εκπαιδευτική διαδικασία—Οι απόψεις των εκπαιδευτικών (Μεταπτυχιακή εργασία). Ανακτήθηκε από <https://repo.lib.duth.gr/jspui/bitstream/123456789/10825/1/GrigoriouAthanasia.pdf>
- Δεσλή, Δ. (2015). Κάνοντας μαθηματικά μέσα από παιχνίδι: οι αλλαγές στις απόψεις των μαθητών. *Πρακτικά 1<sup>ο</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή «Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες»*. Επιμ. Σκουμπουρδή, Χ. & Σκουμιάς, Μ. (σσ. 759-769). Ρόδος.
- Ελληνική Στατιστική Αρχή. (2018). Δημοτικά (σχ. Πληθυσμός, μονάδες, προσωπικό) (Εναρξη-Λήξη)/2018: Πίνακας 08L. Διδακτικό Προσωπικό των Δημοτικών Σχολείων κατά Φύλο, Έτος Γέννησης, Φορέα, Περιφέρει και Νομό-Λήξη. Ανακτήθηκε από <https://www.statistics.gr/el/statistics/-/publication/SED12/>
- Ίσαρη, Φ. & Πουρκός, Μ. (2015). *Ποιοτική Μεθοδολογία Έρευνας. Εφαρμογές στην Ψυχολογία και στην Εκπαίδευση (e-book)*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.
- Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ». (2003). *Μαθηματικά Α' Δημοτικού. Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής*. Βιβλίο Δασκάλου.

- Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ». (2003). Μαθηματικά Β' Δημοτικού. Βιβλίο Δασκάλου.
- Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και Πράξη στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις ΤΟΠΟΣ.
- Λεμονίδης, Χ. (2003). *Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2003). Διαθεματικό ενιαίο πλαίσιο προγραμμάτων σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και αναλυτικά προγράμματα σπουδών (Α.Π.Σ) υποχρεωτικής εκπαίδευσης: ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ Μαθηματικών. Ανακτήθηκε από <http://www.pi-schools.gr/programs/depps/>
- Παπανδρέου, Μ. (2020). Συμμετοχική Μάθηση στην Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία: Κατανοώντας τις γλώσσες των παιδιών και ενισχύοντας τη συμμετοχή τους σε διαδικασίες μάθησης και έρευνας. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Σοφία.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2015). *Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών (e-book)*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2009). Ο ρόλος του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση: Ανταγωνιστικές στάσεις και ψευδαίσθηση ομοθυμίας. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 47, 139-154. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 47, 139-154.
- Συμεού, Λ. (2007). Εγκυρότητα και αξιοπιστία στην ποιοτική έρευνα: Παρουσίαση, αιτιολόγηση και πράξη. *Πρακτικά 5<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Παιδαγωγικής Εταιρίας Ελλάδας «25 χρόνια Παιδαγωγικής Εταιρίας Ελλάδας»*. (Τομ. 2, σσ. 333-339). Θεσσαλονίκη: Α/φοί Κυριακίδη.
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg.
- Τζεκάκη, Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Αλλάζοντας την τάξη των Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.
- Τζεκάκη, Μ. (2011). Μαθηματική Δραστηριότητα και Μαθηματικά Έργα. Κεντρική Ομιλία στο Καλδρυμίδου, Μ. & Βαμβακούση, Ξ. (επιμ.) *Πρακτικά του 4<sup>ου</sup> Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών* (σ. 51-66). Ιωάννινα, ΕΝΕΔΙΜ-Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.
- Τσιουλή, Μ., & Παπανδρέου, Μ. (2019). Διερευνώντας το αυθόρμητο 'Μαθηματικό παιχνίδι' των παιδιών στο νηπιαγωγείο. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, 0(12), 42-62. <http://dx.doi.org/10.12681/enedim.21171>
- Τσιώλης, Γ. (2014). *Μέθοδοι και τεχνικές ανάλυσης στην ποιοτική έρευνα*. Αθήνα: Κριτική.

## Παράρτημα

### Κάλεσμα προς τους εκπαιδευτικούς για συμμετοχή στην έρευνα

Αγαπητέ/ή συνάδελφε,

Στα πλαίσια μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας στο Διαπανεπιστημιακό Μεταπτυχιακό πρόγραμμα «Διδακτική των Μαθηματικών» (<https://mathmast.uowm.gr/>), διεξάγω μία μελέτη για την εκτίμηση των αντιλήψεων και πρακτικών αναφορικά με το μαθηματικό παιχνίδι. Η μελέτη αυτή αφορά εν ενεργεία εκπαιδευτικούς Α' ή/και Β' τάξεων του δημοτικού ή με προϋπηρεσία στις τάξεις αυτές τα τελευταία 2 έτη.

Η συμμετοχή σας είναι εθελοντική. Τα στοιχεία και οι απαντήσεις σας είναι εμπιστευτικές, δεν θα δημοσιοποιηθούν και θα χρησιμοποιηθούν αποκλειστικά για ερευνητικούς σκοπούς. Η συμμετοχή σας είναι απαραίτητη για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης μελέτης και αφορά δύο φάσεις στην έρευνα.

#### Α' Φάση

- Σας παρακαλώ να απαντήσετε στις ερωτήσεις της φόρμας: [https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf3u1BX9qML0yxh8DnrxgEebp-nNYM9fGF5JuEOuYEZQsp1wA/viewform?usp=sf\\_link](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf3u1BX9qML0yxh8DnrxgEebp-nNYM9fGF5JuEOuYEZQsp1wA/viewform?usp=sf_link)
- Σε ένα αρχείο word σας παρακαλώ *να περιγράψετε ένα μαθηματικό παιχνίδι που έχετε αξιοποιήσει στη διδασκαλία σας αυτή τη χρονιά ή την προηγούμενη. Περιγράψετε αναλυτικά σε ποια φάση της διδασκαλίας το εισαγάγατε στους μαθητές σας και ποια διαδικασία ακολουθήσατε για τη διενέργειά του.*

#### Β' Φάση

- Ολιγόλεπτη συνέντευξη με την ερευνήτρια μέσω είτε skype ή άλλου τεχνολογικού εργαλείου είτε δια ζώσης *υπό συνεννόηση* πάντα με τον συνεντευξιαζόμενο για το διαθέσιμο χρόνο και το μέσο επικοινωνίας

Σας ευχαριστούμε εκ των προτέρων για τη συμμετοχή σας και το διαθέσιμο χρόνο σας. Ονομάζομαι Μπιλιαδέρη Λαμπρινή και είμαι υπεύθυνη για τη συλλογή των δεδομένων που αφορούν τη μελέτη αυτή, ενώ η επιβλέπουσα καθηγήτρια αυτής της ερευνητικής εργασίας είναι η Μαρία Παπανδρέου, Επίκουρη καθηγήτρια στο ΤΕΠΑΕ του ΑΠΘ.

Με εκτίμηση,

Λαμπρινή Μπιλιαδέρη

### Οδηγός συνέντευξης-Ερωτήσεις

#### **Ερωτήσεις σχετικά με την γραπτή περιγραφή**

- Σε ποια τάξη το υλοποιήσατε; (Α ή Β)
- Τι είναι αυτό που το κάνει παιχνίδι;
- Πως σας ήρθε η ιδέα για αυτό το παιχνίδι; Ήταν δική σας ιδέα; Ή πήρατε το έναυσμα από κάποια ασχολία των παιδιών;
- Υπήρξε κάποια αρχική αναφορά στις έννοιες της ανισότητας πριν ξεκινήσετε το παιχνίδι αυτό;
- Τι ήξεραν ήδη οι μαθητές; (π.χ. Να μετρούν το σύνολο των ψαριών στις δύο πλευρές; Να χρησιμοποιούν το σύμβολο της ανισότητας σωστά;)

- Το παιχνίδι λειτούργησε ως εξάσκηση ή ως εναρκτήρια δραστηριότητα σε μία νέα έννοια, αυτή της ισότητας;
- Για ποιο λόγο το ενσωματώσατε σε αυτή τη φάση;
- Πως αντιδρούσατε όταν κάποιος μαθητής έβαζε την φάλαινα λανθασμένα;
- Υπήρχε ανατροφοδότηση;
- Υπήρξε στο τέλος κάποιου είδους αποτίμησης; Ελέγξατε με κάποιον τρόπο την κατανόηση της έννοιας από τους μαθητές; Πως;
- Πως εκτιμάτε τη συναισθηματική-κοινωνική εμπλοκή των μαθητών στο συγκεκριμένο παιχνίδι;
- Πως εκτιμάτε τη μαθηματική εμπλοκή των μαθητών στο συγκεκριμένο παιχνίδι;

### 1<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα

- Σύγχρονες προσεγγίσεις για τη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών μιλάνε για 'μαθηματικό παιχνίδι' Εσείς πως θα το ορίζατε; (τι σημαίνει δηλαδή για εσάς;)
- Μπορείτε να μου δώσετε κάποια παραδείγματα;  
*(εδώ μπορεί να σε ρωτήσει δηλαδή θες να σου πω κάποια μαθηματικά παιχνίδια; Εδώ μπορείς να πεις ναι αλλά θα χρειαστεί να πας πιο βαθιά πχ σου λέει ένα X ή Ψ παιχνίδι. Πρέπει να την ρωτήσεις Πείτε μου τι χαρακτηριστικά έχει αυτό παιχνίδι που το κάνουν μαθηματικό; Όστε μετά τα παραδείγματα, να μπορέσεις να φτάσεις στην ερώτηση Δηλαδή τι χαρακτηριστικά πρέπει να έχει ένα παιχνίδι για να είναι μαθηματικό; )*
- Συμφωνείτε με την άποψη ότι το μαθηματικό παιχνίδι μπορεί να συμβάλει στη μάθηση των μαθηματικών; Αν όχι γιατί; Αν ναι πως με ποιο τρόπο γίνεται αυτό;
- Ποια είναι τα όρια διασκέδασης και μάθησης σε ένα μαθηματικό παιχνίδι;
- Υπάρχουν κάποιες έννοιες- ενότητες μαθηματικών (που διδάσκονται στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού (π.χ. αριθμοί, πράξεις γεωμετρία)) που θεωρείται ότι η διδασκαλία τους ταιριάζει περισσότερο με αυτό που λέμε ΜΠ;
- Υπάρχει κάποια συγκεκριμένη κατηγορία-είδος παιχνιδιών που θεωρείτε καταλληλότερη για τα μαθηματικά στις μικρές τάξεις;

### 2<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα

- Χρησιμοποιείτε το μαθηματικό παιχνίδι στη διδασκαλία σας;
- Αν ναι με ποιον τρόπο; Αν όχι γιατί;
- Ποια η γνώμη σας για τα προτεινόμενα παιχνίδια που αναγράφονται στο ΑΠ και στα εγχειρίδια δασκάλου και μαθητή; Θεωρείτε ότι εξυπηρετούν τη διδασκαλία των μαθηματικών;
- Από τα προτεινόμενα παιχνίδια που αναγράφονται στο ΑΠ και στα εγχειρίδια, έχετε δοκιμάσει την αξιοποίηση κάποιου/ων;
- Αν όχι γιατί; Αν ναι με ποιον τρόπο; Μπορείτε να μου περιγράψετε αναλυτικά τη διαδικασία που ακολουθείτε; Σε ποια φάση της διδασκαλίας συνήθως το εντάσσετε; Ξεκινάτε ποτέ τη διδασκαλία νέων εννοιών με ένα ΜΠ; Τι κάνετε μετά από ένα ΜΠ;
- Τι παρατηρήσεις έχετε ως προς τα γνωστικά αποτελέσματα και τις αντιδράσεις των παιδιών με το πέρας ενός ΜΠ;
- Χρησιμοποιείτε άλλα παιχνίδια εκτός ΑΠ και εγχειριδίων; Αν ναι, από που κάνετε τις επιλογές σας; Φτιάχνετε δικά σας παιχνίδια;
- Με τι κριτήριο κάνετε τις επιλογές σας για το ΜΠ; Δηλαδή πότε (σε ποιες περιστάσεις) αποφασίζετε να χρησιμοποιήσετε ΜΠ; Από τι άλλο εξαρτάται η



επιλογή σας; Τι χαρακτηριστικά πρέπει να έχει ένα παιχνίδι για να το επιλέξετε/εισαγάγετε στην τάξη;

- Ποιος αποφασίζει και οργανώνει συνήθως το παιχνίδι στην τάξη των μαθηματικών;
- Υπάρχει κάποιου είδους προετοιμασία όταν πρόκειται να αξιοποιηθεί το μαθηματικό παιχνίδι; Αν ναι τι είδους;
- Βλέπετε τους μαθητές σας να παίζουν κάποιο παιχνίδι ομαδικά στο διάλειμμα. Ποιο είναι αυτό; Πείτε ένα παράδειγμα. Θα μπορούσατε να το αξιοποιήσετε με κάποιο τρόπο ούτως ώστε να ενισχύσει τη μαθηματική γνώση των παιδιών;

### **3<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα**

- Εσείς ως μαθήτρια είχατε έρθει ποτέ σε επαφή με το ΜΠ; Συμπαθούσατε τα μαθηματικά ως μάθημα;
- Θεωρείτε ότι η διοίκηση και διεύθυνση σχολείου σας υποστηρίζει αυτού του είδους την προσέγγιση; Με ποιον τρόπο;
- Μοιράζεστε με συναδέλφους σας τις ιδέες για τα μαθηματικά παιχνίδια; Κατά πόσο αυτό είναι χρήσιμο;
- Κατά πόσο το ΑΠ και οι απαιτήσεις του επιτρέπουν την εισαγωγή ΜΠ στη διδασκαλία;
- Νιώθετε ότι υπάρχει πίεση χρόνου για την εισαγωγή ενός ΜΠ;
- Θεωρείτε πως έχετε τα διαθέσιμα υλικά και χώρο για ένα ΜΠ; Υπάρχει κάτι που σας λείπει;
- Υπάρχουν άλλα εμπόδια που πιθανόν συναντάτε και σας εμποδίζουν στην ένταξη του ΜΠ;
- Θα θέλατε να το χρησιμοποιείτε περισσότερο; Τι θα σας βοηθούσε σε αυτό;