ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: Β΄ ΗΛΙΚΙΑΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ (13-18 ετών)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η κατανόηση γεωμετρικών όρων από δίγλωσσους μαθητές.

Μπρόζου Μελαχροινή-Μελίνα
Α.Ε.Μ. 819

Επιβλέπων Καθηγητής: Λεμονίδης Χαράλαμπος, Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε./Π.Δ.Μ

Εξεταστές: Γρίβα Ελένη, Καθηγήτρια Π.Τ.Δ.Ε./Π.Δ.Μ
Σταθοπούλου Χαρούλα, Καθηγήτρια Π.Τ.Ε.Α./Π.Θ.

Θεσσαλονίκη, 24/01/2022

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Λεμονίδη Χαράλαμπο. Ο κ. Λεμονίδης είχε ιδιαίτερα υποστηρικτικό ρόλο. Τόσο οι πολύτιμες γνώσεις του, οι σημαντικές του επισημάνσεις, προτάσεις και τοποθετήσεις όσο και η κατανόηση που έδειξε στις επαγγελματικές και προσωπικές υποχρεώσεις στάθηκαν η μεγαλύτερη βοήθεια στην πορεία εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Θα ήθελα επιπλέον να ευχαριστήσω τις δύο καθηγήτριες, την κα. Γρίβα Έλένη και την κα. Σταθοπούλου Χαρούλα για τη συνεισφορά τους στο τελικό στάδιο της διόρθωσης.

Επιπλέον, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους όσους ανήκουν στην οικογένεια της Αρχιμηδείου που εκτός την άμεση άδεια διεξαγωγής προσφέρθηκαν να αναλώσουν από τον πολύτιμο χρόνο τους για την οργάνωση και πραγματοποίηση της έρευνας από απόσταση.

Τέλος, οφείλω ένα τεράστιο ευχαριστώ στην οικογένειά μου που με στήριξε τόσο συναισθηματικά όσο και πρακτικά καθ' όλη τη διάρκεια της συγγραφής της εργασίας μου.

Χωρίς τη βοήθεια όλων των παραπάνω δε θα μπορούσα να ολοκληρώσω με επιτυχία το πρόγραμμα αυτό, το διατμηματικό μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών «Διδακτική των Μαθηματικών».

Σας ευχαριστώ όλους πολύ.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη

Τόσο ο σημαντικός ρόλος της γλώσσας στην εκμάθηση των μαθηματικών κατά τα σχολικά χρόνια όσο και η σημασία της μαθηματικής ορολογίας στη μεθοδολογία και την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών είναι γεγονός. Στην παρούσα εργασία σκοπό έχουμε να διερευνήσουμε την ικανότητα των δίγλωσσων μαθητών να κατανοούν τους γεωμετρικούς όρους που διδάσκονται στο μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας σε μία δεύτερη γλώσσα για αυτούς, κι όχι στη μητρική.

Θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας ήταν η έρευνα του Atebe (2008). Το εργαλείο συλλογής δεδομένων που χρησιμοποίησε ο Atebe ήταν το Terminology Plane Geometry Test (TPGT), ένα ερωτηματολόγιο με 60 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής. Το ερωτηματολόγιο αρχικά μεταφράστηκε στα ελληνικά και κατόπιν προσαρμόστηκε στις ανάγκες της παρούσας έρευνας. Η συλλογή των δεδομένων έλαβε χώρα τον Απρίλιο του 2019 αφού πρώτα μετατράπηκε σε ηλεκτρονικό ερωτηματολόγιο μέσω του Google Forms. Οι συμμετέχοντες στην έρευνα ήταν 50 μαθητές της 9ης τάξης του Archimedean Upper Conservatory, το Ελληνικό charter σχολείο στο Μαϊάμι της Φλόριντα, στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής. Σύμφωνα με τα κύρια αποτελέσματα της εργασίας οι μαθητές είχαν ικανοποιητικό βαθμό κατανόησης των γεωμετρικών όρων, με υψηλότερη επίδοση στις ερωτήσεις οπτικού τύπου έναντι όσων δίνονταν σε μορφή κειμένου. Μάλιστα βρέθηκε θετική συσχέτιση των επιδόσεων στους δύο τύπους ερωτήσεων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον είχε η ανάλυση των απαντήσεων διαχωρίζοντας τους γεωμετρικούς όρους σε ομόηχους και μη ομόηχους στις δύο γλώσσες διδασκαλίας στο AUC, τα Αγγλικά και τα Ελληνικά. Η μελέτη έδειξε ότι οι 50 μαθητές παρουσίασαν χαμηλότερη επίδοση στους ομόηχους γεωμετρικούς όρους κι επομένως η διδασκαλία των ελληνικών δε φάνηκε να τους βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών όρων.

Τα θέματα που τίθενται προς συζήτηση έχουν ως σημείο αναφοράς τη δυναμική της Ελληνικής γλώσσας στη διδασκαλία και κατανόηση της Γεωμετρίας στα ελληνικά σχολεία του εξωτερικού. Η συνεισφορά της Ελληνικής γλώσσας στη δομή της Ευκλείδειας Γεωμετρίας είναι αδιαμφισβήτητη και μία στοχευμένη χρήση των ελληνικών παράλληλα με τη σχολική γεωμετρία θεωρείται αναγκαία.

Λέξεις κλειδιά: διγλωσσία, ορολογία, Ελληνικά, Ευκλείδεια Γεωμετρία

Abstract

Both the language's significant role in learning mathematics during school years and the importance of math terminology in methodizing and developing pupils' geometric thinking, are a fact. In this paper we aim to explore the bilingual students' ability in understanding the terminology used in Euclidean Geometry class, at a second language but not their mother tongue.

The theoretical framework of this paper is Atebe's research, which took place in 2008. The questionnaire that Atebe first used was the Terminology Plane Geometry Test (TPGT), a questionnaire consisted of 60 multiple choice questions. This research instrument was first translated in Greek language and then modified based on our research needs. The questionnaires were send and filled out online in google form. The research participants were 50 ninth grade students from Archimedean Upper Conservatory, the Greek charter school in Miami, Fl in USA. Data were collected on April, 2019. According to the main results, the students seem to better understand the visual type of questions rather than in text form. In fact, there is a positive correlation between these two types of questions. Of particular interest was the data analysis while grouping the geometric terms to cognate and non cognate words in English and Greek, the two formal teaching languages at AUC. The study showed that this group of 50 students have had a lower performance in cognate geometric terms, therefore learning Greek did not seem to help them better understand the geometric terms.

The under discussion topics have a point of reference, the dynamic of the Greek language in teaching and understanding Geometry in Greek schools abroad. The importance of the Greek language in teaching Euclidean Geometry at school is undebatable and a targeted use of Greek language in parallel with school geometry is considered necessary.

Keywords: bilingualism, terminology, Greek, Euclidean Geometry

Συντομογραφίες

Ελληνόγλωσσες

ΑΑ = Αύξων αριθμός

ΕΛΕΤΟ = Ελληνική Εταιρεία Ορολογίας

ΛΠ = Λεκτική περιγραφή

ΟΑ = Οπτική απεικόνιση

ΟΕΔΒ = Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων

ΚΕΠΑ = Κοινό Ευρωπαϊκό Πλαίσιο Αναφοράς

ΗΠΑ = Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής

Ξενόγλωσσες

AUC = Archimedean Upper Conservatory

SPSS = Statistical Package for Social Sciences

TPGT = Terminology on Plane Geometry Test

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Ένα μεγάλο μέρος της ορολογίας στα μαθηματικά στηρίζεται στην ίδια τη γλώσσα και τις έννοιες και νοήματα που αυτή δίνει. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η εκμάθηση των Μαθηματικών και η εκμάθηση της γλώσσας είναι βαθιά συνυφασμένες (Pimm 1987, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013).

Εισαγωγή και δομή της εργασίας

Τη δεκαετία του 1970, με την πρωτοποριακή για εκείνα τα χρόνια έρευνά τους, οι Austin και Howson (1979) επέστησαν την προσοχή στη γλώσσα ως το ‘κλειδί’ στην εκμάθηση των μαθηματικών. Λίγο αργότερα, ο Pimm (1987) τόνιζε ότι η γλώσσα είναι μία από τις σημαντικότερες περιοχές για την έρευνα σχετικά με τη μαθηματική εκπαίδευση και είκοσι χρόνια αργότερα ο Morgan (2007) υποστήριξε πως η μελέτη της γλώσσας και της επικοινωνίας στην εκπαίδευση των μαθηματικών συνεπάγεται τη μελέτη της πολυγλωσσίας (δύο ή περισσότερες γλώσσες) και αντίστροφα.

Είναι πλέον αποδεκτό πως τα μαθηματικά δεν είναι «άγλωσσα», αφού αποτελούνται από συγκεκριμένο λεξιλόγιο, συντακτική δομή και λόγο που μάλιστα διαφέρει από πολιτισμό σε πολιτισμό (Barton & Neville-Barton, 2003). Σε μελέτες τους οι Jones (2009) και Ní Ríordáin και O'Donoghue (2009) διερευνώντας τη διδασκαλία των μαθηματικών σε δίγλωσσους μαθητές τόνισαν πως η αδύναμη γνώση της γλώσσας διδασκαλίας παρεμποδίζει την επιτυχημένη απόδοση. Η παρούσα εργασία εστιάζει στην κατανόηση των γεωμετρικών όρων σε μαθητές δίγλωσσους με γλώσσα διδασκαλίας την ελληνική.

Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο κεφάλαιο του θεωρητικού πλαισίου παρουσιάζονται οι έννοιες της διγλωσσίας και της δίγλωσσης εκπαίδευσης. Γίνεται εκτενής αναφορά στα προγράμματα δίγλωσσης εκπαίδευσης και πιο συγκεκριμένα στα ελληνικά τσάρτερ σχολεία της Αμερικής. Για το Archimedean Charter School δίνονται περισσότερες λεπτομέρειες καθώς πρόκειται για το σχολείο όπου λαμβάνει χώρα η έρευνα της εργασίας αυτής. Η ιδιαιτερότητα του ότι διδάσκεται η Ευκλείδεια Γεωμετρία στα Ελληνικά προκάλεσε το ενδιαφέρον μου για έρευνα. Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσεται επίσης ο ρόλος της γλώσσας στη διδασκαλία των μαθηματικών σε δίγλωσσα σχολικά περιβάλλοντα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο του θεωρητικού πλαισίου αναλύονται οι έννοιες της ορολογίας και των όρων και στη συνέχεια εστιάζουμε στη διδασκαλία των όρων της Γεωμετρίας. Επίσης, παρουσιάζονται σχετικές έρευνες.

Το ερευνητικό μέρος χωρίζεται σε τρία κεφάλαια. Στο πρώτο (κεφάλαιο τρία) παρουσιάζεται η έρευνα ως προς τους στόχους, τα ερευνητικά ερωτήματα και τις υποθέσεις. Περιγράφεται εκτενώς η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε δηλαδή η επιλογή του συγκεκριμένου ερευνητικού εργαλείου, του δείγματος και η διαδικασία πραγματοποίησης της έρευνας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση και ανάλυση των δεδομένων που παραλάβαμε από τα συμπληρωμένα ερωτηματολόγια.

Ακολουθούν στο πέμπτο κεφάλαιο τα συμπεράσματα, η συζήτηση και οι περιορισμοί της έρευνας. Στα συμπεράσματα απαντώνται τα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας και στο τέλος του κεφαλαίου τίθενται νέες προτάσεις ερευνητικού ενδιαφέροντος.

Η εργασία ολοκληρώνεται με τη βιβλιογραφία και τα παραρτήματα. Στα παραρτήματα ο αναγνώστης θα βρει την άδεια χρήσης του ερωτηματολογίου TPGT, το ερωτηματολόγιο (στα ελληνικά), τους καταλόγους εικόνων, διαγραμμάτων και πινάκων και όλα τα αποτελέσματα ανά κατηγορίες ανάλυσης του προγράμματος SPSS.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.

1.1 Η έννοια της διγλωσσίας

Ο όρος διγλωσσία έχει διαφορετική αναφορά στην ελληνική απ' ότι στη διεθνή βιβλιογραφία. Για την ελληνική πραγματικότητα, και την καθημερινή γλώσσα, ο όρος διγλωσσία χρησιμοποιείται τόσο για την ατομική (bilingualism) όσο και για την κοινωνική (diglossia) μορφή αυτής, σε αντίθεση με τη διεθνή βιβλιογραφία όπου γίνεται διαχωρισμός των δύο παραπάνω μορφών. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η προσέγγιση του Grosjean (1985), κατά τον οποίο ένα άτομο ορίζεται ως δίγλωσσο όταν έχει πλήρως ανεπτυγμένες ικανότητες ομιλίας και ακοής σε δύο γλώσσες - και πιθανότατα σε ένα τρίτο σύστημα που αποτελεί συνδυασμό των δύο γλωσσικών συστημάτων - στο βαθμό που απαιτείται από τις ατομικές και περιβαλλοντικές του ανάγκες (Shin, 2013).

Σε μια απόπειρα ιστορικής αναδρομής του ορισμού της, διαπιστώνεται ότι η διγλωσσία είναι τόσο παλιά όσο και η ανάπτυξη της γλώσσας (Τριάρχη – Herrmann & Χατζηδήμου, 2005). Αξιοσημείωτο είναι ότι ο Beardsmore έως το 1982 είχε καταγράψει περίπου τριάντα πέντε ορισμούς για τη διγλωσσία (Beardsmore, 1982). Η διατύπωση νέων ορισμών συνεχίζεται μέχρι τις μέρες μας. Το πλήθος των ορισμών που παρέχει η βιβλιογραφία, αποκαλύπτει ότι η διγλωσσία έχει ποικίλες διαστάσεις, οι οποίες βρίσκονται σε διαρκή εξέλιξη. Κάποιοι από τους ορισμούς έχουν ως προϋπόθεση την άριστη γνώση των δύο γλωσσών, ενώ αντίθετα κάποιοι άλλοι δε λαμβάνουν υπόψη το επίπεδο γλωσσομάθειας του δίγλωσσου ατόμου. Σε κάθε περίπτωση, η έννοια της διγλωσσίας αναφέρεται στην ικανότητα ενός ατόμου να επικοινωνεί σε δύο γλώσσες.

Συνέπεια του μεγάλου πλήθους των ορισμών για τη διγλωσσία αποτελεί και το εξίσου μεγάλο πλήθος ορισμών για τη δίγλωσση εκπαίδευση.

1.2 Δίγλωσση εκπαίδευση

1.2.1 Προγράμματα δίγλωσσης εκπαίδευσης

Ο όρος Δίγλωσση Εκπαίδευση αναφέρεται σε προγράμματα που έχουν σχεδιαστεί με στόχο να προωθηθούν οι διγλωσσικές ικανότητες των μαθητών σε όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσής τους ώστε να εξελιχθούν σε ισόρροπα δίγλωσσα άτομα (Σακελλαροπούλου, 2007). Είναι γεγονός πως με την πάροδο του χρόνου αναπτύχθηκαν πολλοί και διαφορετικοί τύποι προγραμμάτων δίγλωσσης εκπαίδευσης. Η ποικιλία οφείλεται στο γεγονός ότι τα προγράμματα αυτά υποστηρίζουν διαφορετικούς στόχους για τη γλωσσική ανάπτυξη των παιδιών παρέχοντας αντίστοιχες πρακτικές σε μια σειρά μοντέλων γλώσσας - εκπαίδευσης (Ball, 2010). Τα προγράμματα αυτά ποικίλουν ποιοτικά (σε σχέση με το είδος του μαθήματος ή της δραστηριότητας που γίνεται μέσω κάθε γλώσσας) αλλά και ποσοτικά (σε σχέση με τον αριθμό των ωρών που διατίθενται στην κάθε γλώσσα).

Τόσο στην ελληνική όσο και στη ξένη βιβλιογραφία, έχει πολλές φορές επιχειρηθεί να γίνει κατηγοριοποίηση και κατάταξη των διαφόρων μορφών δίγλωσσης εκπαίδευσης (Νικολάου, 2011). Κατά τους Cazden και Snow, πρόκειται για ένα απλό όνομα σχετικά με ένα σύνθετο φαινόμενο (Cazden & Snow, 1990). Το 2001 ο Baker κατασκευάζει έναν πίνακα όπου αναφέρει δέκα διαφορετικούς τύπους δίγλωσσης εκπαίδευσης (βλ. Πίνακα 1). Από τους δέκα αυτούς βασικούς τύπους διαπιστώνουμε ότι ορισμένοι έχουν ως κύριο εκπαιδευτικό και γλωσσικό στόχο τη μονογλωσσία και αφομοίωση (με χρήση μιας μόνο γλώσσας μέσα στην τάξη) ενώ άλλοι τύποι δίγλωσσης εκπαίδευσης έχουν στόχο τη διατήρηση της πολιτιστικής και γλωσσικής κληρονομιάς των μαθητών που περιλαμβάνει η εκάστοτε σχολική τάξη (κι επομένως προάγουν την πολυπολιτισμικότητα μέσα σε αυτήν). Πρόκειται για δύο ξεχωριστές περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση, γίνεται χρήση μίας γλώσσας σε καθένα από τα περιβάλλοντα (σχολικό, οικογενειακό) που ζει το παιδί. Η επίσημη διδασκαλία, αυτή που λαμβάνει χώρα στη σχολική τάξη, πραγματοποιείται σε διαφορετική γλώσσα από αυτήν που χρησιμοποιείται πέραν του σχολικού περιβάλλοντος για παράδειγμα μέσα από δραστηριότητες στο οικογενειακό ή φιλικό περιβάλλον. Σε αυτή την περίπτωση οι πολιτιστικές και φυλετικές μειονότητες θυσιάζουν τις ώρες του σχολείου τους παραδοσιακούς τρόπους ζωής και υιοθετούν τον κυρίαρχο. Στη δεύτερη περίπτωση οι ομάδες σε μειονότητα διατηρούν στον υψηλότερο δυνατό βαθμό τους παραδοσιακούς τρόπους ζωής ακόμα και μέσα στο σχολικό περιβάλλον. Εκεί, έχουν τη δυνατότητα να μιλούν τη μητρική τους γλώσσα αλλά και μία δεύτερη γλώσσα, ξένη προς την πρώτη. Για κάθε μία από αυτές τις δύο κατηγορίες προγραμμάτων υπάρχει πληθώρα μοντέλων εκπαίδευσης ανάλογα με το μαθητικό πληθυσμό που απευθύνεται και τη γλώσσα που χρησιμοποιείται στην τάξη, όπως φαίνεται στον Πίνακα 1.

	Μοντέλο Εκπαίδευσης	**Μαθητικός πληθυσμός που απευθύνεται**	**Γλώσσα που χρησιμοποιείται στην τάξη**	**Εκπαιδευτικός και γλωσσικός στόχος**
1	Εκπαίδευση Εμβύθισης (Δομημένη Εμβάπτιση)	Γλωσσικές Μειονότητες	Πλειονοτική Γλώσσα	Αφομοίωση Μονογλωσσία
2	Εμβύθιση με μεταβατικές / αντισταθμιστικές τάξεις	Γλωσσικές Μειονότητες	Πλειονοτική Γλώσσα που ενισχύεται σε μεταβατικές / αντισταθμιστικές τάξεις	Αφομοίωση Μονογλωσσία
3	Απομονωτική Εκπαίδευση	Γλωσσικές Μειονότητες	Μειονοτική Γλώσσα χωρίς δικαίωμα επιλογής	Αφομοίωση Μονογλωσσία
4	Μεταβατική Δίγλωσση Εκπαίδευση	Γλωσσικές Μειονότητες	Προσωρινή χρήση της μητρικής γλώσσας με προοδευτική επικράτηση της πλειονοτικής γλώσσας	Αφομοίωση Μονογλωσσία
5	Διαχωριστική Εκπαίδευση	Γλωσσικές Μειονότητες	Μειονοτική Γλώσσα από επιλογή	Διαχωρισμός Μονογλωσσία
6	Εξελικτική Δίγλωσση Εκπαίδευση γλωσσικής διατήρησης και κληρονομιάς	Γλωσσικές Μειονότητες	Διγλωσσία με έμφαση στη Μειονοτική Γλώσσα	Διατήρηση της πολιτιστικής και γλωσσικής κληρονομιάς Διγλωσσία
7	Δίγλωσση Εκπαίδευση σε κυρίαρχες γλώσσες	Γλωσσική Πλειονότητα	Δύο (ή περισσότερες) κυρίαρχες γλώσσες	Διατήρηση, πλουραλισμός, εμπλουτισμός / Διγλωσσία
8	Κύρια Εκπαίδευση (με διδασκαλία μιας ξένης γλώσσας)	Γλωσσική Πλειονότητα	Πλειονοτική Γλώσσα με διδασκαλία μιας ξένης γλώσσας	Περιορισμένος εμπλουτισμός Περιορισμένη Διγλωσσία
9	Αμφίδρομη Δίγλωσση Εκπαίδευση	Γλωσσική Μειονότητα και Πλειονότητα	Μειονοτική και Πλειονοτική Γλώσσα	Διατήρηση, πλουραλισμός, εμπλουτισμός / Διγλωσσία
10	Δίγλωσση Εκπαίδευση Εμβάπτισης	Γλωσσική Πλειονότητα	Έμφαση στη ξένη γλώσσα (αρχικά)	Πλουραλισμός, εμπλουτισμός / Διγλωσσία

Πίνακας 1. Τύποι δίγλωσσης εκπαίδευσης σύμφωνα με τον Baker (2001, σελ. 277)

1.2.2 Η περίπτωση της Αμερικής (τα ελληνικά charter schools)

Σε πολυπολιτισμικά σχολικά περιβάλλοντα του εξωτερικού όπως αυτό της Αμερικής, προγράμματα δίγλωσσης εκπαίδευσης δημιουργήθηκαν αρκετά (Σακελλαροπούλου, 2007). Στην πλειοψηφία τους, βασική αρχή έχουν τη διδασκαλία των επιμέρους μαθημάτων του αναλυτικού προγράμματος μέσω δύο γλωσσών και όχι τη διδασκαλία των ίδιων των γλωσσών ως γνωστικά αντικείμενα (Σκούρτου, 2002).

Δίγλωσσες τάξεις ενταγμένες στο εκπαιδευτικό σύστημα της Αμερικής αποτελούν και οι τάξεις των σχολείων τσάρτερ (charter schools). Τα τσάρτερ σχολεία δε μπορούν να χαρακτηριστούν ακριβώς δημόσια σχολεία, αλλά σίγουρα ούτε ιδιωτικά. Πρόκειται για ημερήσια σχολεία επιδοτούμενα από τις αμερικανικές αρχές, που όμως δε λογοδοτούν απευθείας στην πολιτεία, αλλά σε ένα τοπικό Διοικητικό Εκπαιδευτικό Συμβούλιο. Ο άμεσος έλεγχος από αυτό το Διοικητικό Συμβούλιο συχνά τα καθιστά περισσότερο αποτελεσματικά, διότι διατηρούν την ευελιξία τους απέναντι στην κρατική γραφειοκρατία και αυτό τους δίνει τη δυνατότητα να έχουν επιλογές στη διαμόρφωση της ίδιας της διδακτέας ύλης.

Ένα τέτοιου είδους πρόγραμμα δίγλωσσης εκπαίδευσης υπηρετούν και τα ελληνικά τσάρτερ σχολεία. Η υποχρεωτική διδασκαλία της Ελληνικής Γλώσσας και μια σειρά από άλλες καινοτομίες τα κάνει εξαιρετικά δημοφιλή στις μέρες μας. Η ιδιαιτερότητά τους τα καθιστά αξιόλογα φυτώρια της Ελληνικής Γλώσσας και του Πολιτισμού καθώς τα σχολεία αυτά δεν απευθύνονται αποκλειστικά σε μαθητές των ομογενών αλλά σε όλους τους Αμερικανούς. Για όλους τους μαθητές η φοίτηση είναι δωρεάν. Τα ελληνικά τσάρτερ σχολεία της Αμερικής συχνά τιτλοφορούνται Ακαδημίες για τις τάξεις του Δημοτικού, με πρώτο συνθετικό το όνομα σπουδαίων προσωπικοτήτων του αρχαίου ελληνικού κόσμου. Έτσι έχουμε την Plato Academy, Archimedean Academy, Athenian Academy, Pythagoras Academy, Socrates Academy κ.ά.

Από την παραπάνω λίστα ελληνικών τσάρτερ σχολείων, θα γίνει μία σύντομη αναφορά στη λειτουργία του Archimedean charter school, καθώς πρόκειται για το σχολείο που με ενέπνευσε στην πραγματοποίηση αυτής της ερευνητικής εργασίας.

Στο Archimedean Upper Conservatory (AUC) δηλαδή στο λύκειο του συγκεκριμένου τσάρτερ σχολείου εργάστηκα για δύο σχολικές χρονιές, 2012-2013 και 2013-2014 διδάσκοντας την Ευκλείδεια Γεωμετρία από το βιβλίο του ΟΕΔΒ. Το αξιοσημείωτο είναι πως ελάχιστοι μαθητές έχουν καταγωγή από την Ελλάδα, παρόλο που διδάσκονταν την Ευκλείδεια Γεωμετρία στα ελληνικά. Η μεγάλη πλειοψηφία των παιδιών που φοιτούν εκεί είναι ισπανόφωνοι Αμερικανοί (Σκούρτου, Ε., & Κούρτη-Καζούλλη, Β., 2015). Η Αποστολή και ο Στόχος των Αρχιμήδειων Σχολείων είναι να μυήσουν το νεαρό νου στην τέχνη του σκέπτεσθαι μέσω της διδασκαλίας των

Μαθηματικών και της Ελληνικής Γλώσσας. Τα Σχολεία της Αρχιμηδείου προσφέρουν στους μαθητές τους ένα διπλό αναλυτικό πρόγραμμα:

- ✓ Το Αμερικανικό Αναλυτικό Πρόγραμμα με μαθήματα κορμού όπως η Γλώσσα, τα Μαθηματικά, η Μουσική, η Ζωγραφική, οι Κοινωνικές Σπουδές και Επιστήμες. Τα μαθήματα διδάσκονται στα αγγλικά στη βάση ενός ανταγωνιστικού αναλυτικού προγράμματος κάτω από την εποπτεία και τους κανόνες της Πολιτείας της Φλόριντα των ΗΠΑ.
- ✓ Το Ελληνικό Αναλυτικό Πρόγραμμα με 2 συγκεκριμένα μαθήματα, τα Μαθηματικά και τα Ελληνικά. Η Ελληνική Γλώσσα χρησιμοποιείται ως "γλωσσικό όχημα" με σκοπό να προσφέρει στους μαθητές ένα ευρωπαϊκού τύπου αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά, με ασκήσεις ανάπτυξης αντί ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής, που να ενισχύει το Αμερικανικό Αναλυτικό Πρόγραμμα. Οι μαθητές διδάσκονται καθημερινά μία ώρα Ελληνικά και μία ώρα Μαθηματικά στα ελληνικά. Για την πιστοποίηση του επιπέδου ελληνομάθειας, οι μαθητές προετοιμάζονται κατάλληλα και παίρνουν μέρος στις ανάλογες εξετάσεις. Τα επίπεδα ελληνομάθειας, όπως περιγράφονται στο Κοινό Ευρωπαϊκό Πλαίσιο Αναφοράς για τη γλώσσα (ΚΕΠΑ) είναι 6, τα εξής: Α1, Α2, Β1, Β2, Γ1 και Γ2. Το επίπεδο Α1 είναι το πρώτο επίπεδο με τις πιο βασικές γνώσεις. Σημειώνουμε πως το επίπεδο ελληνομάθειας του μαθητή δεν περιγράφει το αντίστοιχο επίπεδο γνώσεων για τα ελληνικά μαθηματικά. Για παράδειγμα, ένας μαθητής που έχει πιστοποιητικό επιπέδου Α1 μπορεί να έχει μία άριστη απόδοση στην Ευκλείδεια Γεωμετρία, την Τριγωνομετρία ή τα Διακριτά Μαθηματικά (μαθήματα Μαθηματικών που διδάσκονται στα ελληνικά στην Αρχιμήδειο) ή και το αντίθετο.

Και τα δύο προγράμματα είναι υποχρεωτικά για όλους τους μαθητές από το προνήπιο μέχρι και τη δωδέκατη τάξη. Η διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Αρχιμήδειο επιδιώκεται να είναι μόνον η ελληνική και μόνον από Έλληνα καθηγητή. Αυτό άλλωστε επιβάλλεται κι από τις οδηγίες του υπουργείου κι ενισχύεται από ολόκληρο το πλαίσιο λειτουργίας του σχολείου από τα πρώτα χρόνια εισαγωγής των μαθητών στις τάξεις του δημοτικού. Η μάθηση της γλώσσας και της ελληνικής μαθηματικής ορολογίας είναι θέμα που αφορά τους μαθητές. Ο εκπαιδευτικός θέλει τα παιδιά όχι μόνο να μάθουν Μαθηματικά, αλλά και να μπορούν να μιλούν την επίσημη μαθηματική γλώσσα και μάλιστα στα ελληνικά.

Η Αρχιμήδειος ένα σχολείο που ξεκίνησε να λειτουργεί το 2002, χάρη στο πάθος, το συντονισμό και τον αλτρουισμό μιας ομάδας Ελλήνων, όπως ο καθηγητής Μαθηματικών του FIU (Florida International University) και νυν πρόεδρος του Διοικητικού Δρ Γεώργιος Καυκούλης. Το σχολείο βρίσκεται σε μια μεσοαστική περιοχή και περίπου το 50% των μαθητών βρίσκονται σύμφωνα με τα κριτήρια της Πολιτείας κάτω από το όριο της φτώχειας. Κατά τα έτη 2017-18 το 26% των αποφοίτων εισήχθησαν στα 25 καλύτερα πανεπιστήμια της χώρας. Το 46% μπήκε στα 50 καλύτερα, 59% στα 100 καλύτερα και το 96% μπήκε σε κάποιο πανεπιστήμιο. Αυτός προφανώς και ο λόγος που το Αρχιμήδειο Ανώτερο Κονσερβατόριο βρέθηκε στην 300η θέση (ανάμεσα σε 2.368) των πιο απαιτητικών σχολείων όλης της Αμερικής που δημιουργείται κάθε χρόνο από την «Washington Post». Λίγα χρόνια πριν το Δημοτικό και το Γυμνάσιο τιμήθηκαν από το ομοσπονδιακό υπουργείο Παιδείας με το βραβείο Blue Ribbon, ενώ το σχολείο συμμετέχει με επιτυχία σε μια σειρά διαγωνισμών όπως η Ολυμπιάδα Επιστημών - στην οποία το Λύκειο χρίστηκε πρωταθλητής τη Πολιτείας. Οι πρωτιές και οι συνεχόμενες επιτυχίες του σχολείου είναι από τότε δεδομένες και αναμενόμενες.

Τα σχολεία της Αρχιμηδείου λειτουργούν ως Δημόσια Καταστατικά Σχολεία της Νομαρχίας του Μαϊάμι Ντέηντ (Miami-Dade County), της Πολιτείας της Φλόριντα των ΗΠΑ υπό την επωνυμία Archimedean Academy, Inc. και αποτελούν έναν μη κερδοσκοπικού χαρακτήρα οργανισμό.

1.3 Διδασκαλία των Μαθηματικών και διγλωσσία

Στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης, ο όρος διγλωσσία αναφέρεται στην κατάσταση εκείνη όπου το άτομο μπορεί και χρησιμοποιεί περισσότερα από ένα από τα γλωσσικά του ρεπερτόρια κατά τη διάρκεια μαθηματικών συζητήσεων ή όταν εκτελεί αριθμητικούς υπολογισμούς (Moschkovich, 2007, Moschkovich, 2009, όπως αναφ. στο Farsani, 2014).

Η Moschkovich (όπως αναφέρεται σε Ξενοφώντος, 2017) κάνει τη διάκριση ανάμεσα στην εναλλαγή γλωσσών και την εναλλαγή κωδίκων (code switching), με την πρώτη να αποτελεί ένα εξατομικευμένο γνωστικό φαινόμενο που αναφέρεται στη χρήση δύο γλωσσών κατά την εκτέλεση γραπτών ή νοερών υπολογισμών, και τη δεύτερη να αφορά στην πρακτική χρήσης δύο ή περισσότερων γλωσσών για σκοπούς επικοινωνίας. Σύμφωνα με τον Clarkson, κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, η εναλλαγή γλωσσών πραγματοποιείται κυρίως ασυνείδητα και απρογραμμάτιστα, και τις περισσότερες φορές δε γίνεται αντιληπτή από τον εκπαιδευτικό (Clarkson, 2007). Από την άλλη μεριά σχετικά με την εναλλαγή κωδίκων, ο φλαμανδικής καταγωγής Beardsmore αναλύοντας για χρόνια τις αρχές που διέπουν τη διγλωσσία αναφέρει πως η εναλλαγή κωδίκων δεν είναι αυθόρμητη αλλά ορίζεται από κανόνες κι εξαρτάται από παράγοντες όπως το θέμα, το στόχο και τα πλαίσια της ομιλίας (Beardsmore, 1982). Σύμφωνα με τους Bullock και Toribio (2009), η εναλλαγή κωδίκων χρησιμοποιείται από δίγλωσσα άτομα (όχι κατά ανάγκη από όλα) υπό τον συνειδητό έλεγχό τους, και περιλαμβάνει από την εισαγωγή μίας λέξης μέχρι τη μεταποίηση της γλώσσας σε μεγάλα τμήματα της ομιλίας. Ερευνητικά πορίσματα δείχνουν πως όταν η εναλλαγή γλωσσών οδηγείται από τον εκπαιδευτικό στοχευμένα προς την εναλλαγή κωδίκων τότε η κατανόηση, η επάρκεια, και η επίδοση των αλλόγλωσσων μαθητών στα μαθηματικά βελτιώνονται σημαντικά (Botes &Mji, 2010, Bose & Choudhury, 2010).

Στην πενταετή έρευνά της η Planas, εξετάζοντας μαθητές ηλικίας από 12 έως 16 ετών από την Αργεντινή, την Κολομβία, το Εκουαδόρ, το Μεξικό, το Περού και τη Βενεζουέλα παρατήρησε ότι οι μαθητές αυτοί χρησιμοποιούσαν δύο γλώσσες κατά την εκμάθηση μαθηματικών, τα Ισπανικά και τα Καταλανικά. Οι συζητήσεις των μαθητών έδειξαν πως το μαθηματικό περιεχόμενο και η γλώσσα επικοινωνίας χτίζονταν διαδραστικά. Οι μαθητές εμφάνισαν τρεις πρακτικές εκμάθησης, οι οποίες περιελάμβαναν την προσοχή στο λεξιλόγιο των μαθηματικών, την εφεύρεση όρων και τη μετάφραση λέξης προς λέξη. Οι παραπάνω πρακτικές, σύμφωνα με την ανάλυση της Planas, επεξηγούν την αλληλεπίδραση μεταξύ της χρήσης γλωσσών και της δημιουργίας ευκαιριών μάθησης στη δίγλωσση τάξη και ποικίλουν ανάλογα με το εάν η γλώσσα διδασκαλίας είναι άκαμπτη ή ευέλικτη, εννοώντας πως ο προσανατολισμός της γλώσσας - πηγή δίνει το νόημα στην ανάλυση της δίγλωσσης τάξης (Planas, 2014). Η γλώσσα που χρησιμοποιείται στα σχολικά μαθηματικά προκαλεί σημαντικά μαθησιακά εμπόδια στους δίγλωσσους μαθητές, διότι καλούνται όχι μόνο να ερμηνεύσουν τη μαθηματική γλώσσα, αλλά και να τη χρησιμοποιήσουν για να μιλήσουν για τα μαθηματικά που σκέφτονται και κάνουν (Secada, 1998). Οι Ní Ríordáin et al. (2015) εξηγούν ότι τα εν λόγω εμπόδια οδηγούν τους δίγλωσσους μαθητές στο να αναζητούν αντίστοιχες λέξεις στη μητρική τους γλώσσα, που είναι πιθανό μάλιστα να μην υπάρχουν. Οι Hajer, M., & Norén παρατηρούν πως οι μαθητές με μητρική γλώσσα διαφορετική από τη γλώσσα διδασκαλίας παρουσιάζουν δυσκολίες σε δεξιότητες ακρόασης, ανάγνωσης και παραγωγής γραπτού κειμένου αλλά και συμμετοχής σε μαθηματικές συζητήσεις (Hajer, M., & Norén, E., 2017).

Ενδιαφέρον, επομένως, παρουσιάζει ο ρόλος της γλώσσας διδασκαλίας σε δίγλωσσες τάξεις μαθηματικών καθώς αυτή λειτουργεί ως εργαλείο σκέψης που βοηθά τα παιδιά να κατασκευάσουν νοήματα μέσω της ανάπτυξής της σε εμπειρίες πολιτισμικής αλληλεπίδρασης και διαπροσωπικής επικοινωνίας (Garcia, 2005). Στη Γερμανία περίπου το 20% των μαθητών αναγκάζονται να μαθαίνουν τα Μαθηματικά σε μια γλώσσα που δεν είναι η μητρική, καθώς οι περισσότεροι από αυτούς είναι παιδιά δεύτερης ή τρίτης γενιάς μεταναστών. Εκείνο που έχει μεγαλύτερο αντίκτυπο στις επιδόσεις τους στα Μαθηματικά, δεν είναι η μεταναστευτική κατάσταση αλλά η επάρκεια της γλώσσας διδασκαλίας και αξιολόγησης (Prediger et al. 2013, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013).

Οι Short & Echevarria πιστεύουν πως για τους δίγλωσσους μαθητές η ανάπτυξη δεξιοτήτων σε υψηλό επίπεδο επάρκειας της δεύτερης γλώσσας μπορεί να διαρκέσει αρκετά χρόνια μετά την άφιξη των μαθητών (Short & Echevarria, 2016). Σύμφωνα με τον Cummins, παρόλο που η απόκτηση γνωστικής και ακαδημαϊκής ικανότητας για την πρώτη γλώσσα είναι 2 με 3 χρόνια, για τη δεύτερη γλώσσα σε επίπεδο φυσικού ομιλητή φτάνει τα 5 κι άλλοτε τα 7 χρόνια (Cummins, 2005).

Σύμφωνα με το Boulet (2007) ο ρόλος που παίζει η γλώσσα στη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών είναι ένας από τους σημαντικότερους στη μαθηματική εκπαίδευση. Ο Barwell (2009) αναρωτιέται τι μπορεί να γίνει ώστε να διευκολυνθούν οι πολύγλωσσοι μαθητές και να συμμετέχουν ενεργά κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών. Υποστηρίζει πως είναι δύσκολο να κρατηθεί ισορροπία ανάμεσα στη συγκέντρωσή τους στα μαθηματικά και τη γλώσσα, όπου γλώσσα δεν εννοείται μόνο το λεξιλόγιο και οι μαθηματικές εκφράσεις, αλλά και ο ακαδημαϊκός τρόπος ομιλίας ο οποίος μάλιστα για τα μαθηματικά, όπως σημειώνει, είναι αυστηρά ουδέτερος χωρίς χρωματισμούς της φωνής, παύσεις, έμφαση, θαυμασμό κ.ά. Μία προσέγγιση είχε κάνει ήδη, εννέα χρόνια νωρίτερα, σε έργο του ο Cummins, ο οποίος τόνιζε τη σημασία της ακαδημαϊκής γλώσσας στο χώρο της εκπαίδευσης (Cummins, 2000), σημειώνοντας πως η επικοινωνία συνδέεται άμεσα με τη μάθηση και αυτή εξαρτάται από το νόημα (Krashen 1981, Cummins 2000, Wells 1999). Σε μαθητές, επομένως, όπου η ακαδημαϊκή γλώσσα δεν είναι επαρκώς ανεπτυγμένη, η «εστίαση στο νόημα» αποτελεί το κλειδί στη διδασκαλία.

Το ερώτημα που προκύπτει είναι εάν υπάρχει συγκεκριμένη γλώσσα μέσω της οποίας η διδασκαλία των Μαθηματικών μπορεί να γίνει με μεγαλύτερη ‘επιτυχία’ (μικρότερο χρόνο, εις βάθους κατανόηση) κι αν ναι, για την Άλγεβρα η γλώσσα αυτή είναι ίδια ή διαφορετική από ότι στη Γεωμετρία; Η διερεύνηση του ρόλου της γλώσσας που χρησιμοποιείται στην τάξη των μαθηματικών οδηγεί παρακάτω στην ανάλυση της δομής της γλώσσας και την ανάδειξη της δυναμικής των μαθηματικών όρων, ως τα κύρια στοιχεία της, ως τους θεμέλιους λίθους της επικοινωνίας των μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.

Ο Pierre van Hiele (1986) έγραψε: "Ένας ορισμός μιας έννοιας είναι εφικτός μόνο αν γνωρίζουμε, σε κάποιο βαθμό, αυτό που πρέπει να οριστεί."

2.1 Η δομή της γλώσσας των μαθηματικών

Οι Schleppegrell και O'Hallaron μελέτησαν τα χαρακτηριστικά της γλώσσας (Schleppegrell & O'Hallaron, 2011) και διαχώρισαν τρεις τύπους: την καθημερινή γλώσσα, τη γλώσσα της σχολικής εκπαίδευσης και την τεχνική γλώσσα (Prediger, Clarkson, & Bose, 2016). Για τα μαθηματικά, οι Pimm (1987, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013), Freudenthal (2002) και άλλοι, περιγράφουν την προσεκτική μετάβαση από την άτυπη καθημερινή γλωσσική ποικιλία στην τεχνική γλωσσική ποικιλία (τυπική) ως τη σημαντικότερη φάση εκ' των των τριών (Prediger et al. 2012, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013). Πρόκειται για τη σχολική γλωσσική ποικιλία δηλαδή τη γλώσσα που χρησιμοποιείται στο σχολείο (Schleppegrell 2004, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013).

Διάγραμμα 1. Μετάβαση γλωσσικής ποικιλίας για τα Μαθηματικά

Εξετάζοντας τις γραμματικές κανονικότητες της σχολικής γλωσσικής ποικιλίας, η Schleppegrell παρατηρεί πως παρουσιάζει αυστηρό λεξιλόγιο (στη Γεωμετρία λέξεις όπως υποτείνουσα, ισοσκελές, παραλληλόγραμμο, περίμετρος, περίκεντρο κ.ά.), πυκνές φράσεις (στη Γεωμετρία φράσεις όπως προσκείμενες στη βάση γωνίες, όπερ έδει δείξαι, έστω τρίγωνο κ.ά.) και χρήση συγκεκριμένων ρημάτων (στη Γεωμετρία ρήματα όπως βαίνει, εφάπτεται, φέρω κ.ά.) (Schleppegrell, 2007, σελ. 142). Πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι η συνοπτική κι ακριβής γλώσσα των Μαθηματικών (Mutunga & Pimm, 1987, Breakwell, 1992, όπως αναφ. στο Wanjiru, B. N., 2015), είναι μία εξειδικευμένη διεθνής γλώσσα με συντακτικές και ρητορικές δομές (Njoroge, 2003). Οι ρητορικές δομές αποτελούνται από τους όρους, τα αξιώματα και τα θεωρήματα (Aiken, 1972) περιλαμβάνοντας το λεξιλόγιο και τα σύμβολα (Wanjiru, B. N., 2015). Κατά τη Moschkovich, η αυστηρότητα του μαθηματικού κώδικα επικοινωνίας είναι ο λόγος που η απλή γνώση του τεχνικού λεξιλογίου δεν είναι αρκετή για να κατορθώσουν οι δίγλωσσοι μαθητές να συμμετέχουν ενεργά στον μαθηματικό διάλογο που αναπτύσσεται στην τάξη (Moschkovich, 2007).

Στο σχολείο τα Μαθηματικά δεν είναι αμιγώς συμβολική γλώσσα. Η σχολική γλωσσική ποικιλία από τη μία περιλαμβάνει τη χρήση αριθμών και συμβόλων (‘√’ = ρίζα, ‘∩’ = τομή, ‘∈’ = ανήκει, ‘∞’ = άπειρο κ.ά.), που μάλιστα είναι κοινά σε πολλά εκπαιδευτικά συστήματα, κι από την άλλη εστιάζει στη λύση προβλημάτων κι αποδεικτικών ασκήσεων όπου μεγάλη σημασία έχει η γλώσσα επικοινωνίας και η ανταλλαγή απόψεων με ακρίβεια νοήματος. Η γλώσσα είναι κάτι περισσότερο από ένα εργαλείο αναπαράστασης κι επικοινωνίας. Είναι ένα εργαλείο σκέψης και κατασκευής γνώσης μέσω της σύνδεσης εννοιών (Fang, Z., & Schleppegrell, 2010, όπως αναφ. στο Prediger & Wessel, 2013).

Δίνοντας προσοχή στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί εμπλέκουν τους μαθητές στην εξερεύνηση των μαθηματικών εννοιών, ο Boulet εξετάζει τη γλώσσα που χρησιμοποιείται για την περιγραφή των μαθηματικών διαδικασιών, την ανάγνωση και την ερμηνεία της σημειογραφίας αλλά και τον ορισμό των μαθηματικών όρων. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η επικοινωνία είναι βασικός παράγοντας στην οικοδόμηση της κατανόησης και με στόχο να αποκαλύψει το πως η γλώσσα επηρεάζει τη μάθηση, δίνει μια σειρά παραδειγμάτων που χρησιμοποιούνται συνήθως μέσα στην τάξη, όπως το εξής: οι μαθητές διδάσκονται να διαβάζουν το 123 ως εκατόν είκοσι τρία και όχι ως ένα, δύο, τρία. Συμπεραίνει ότι όπως στις στρατηγικές ανάγνωσης αποδίδεται συγκεκριμένο νόημα σε συμβολισμούς και γραφές θα πρέπει επίσης, από τα πρώτα κιόλας σχολικά χρόνια, οι μαθητές να ενθαρρύνονται να ερμηνεύουν οποιονδήποτε μαθηματικό όρο με γλώσσα που να διευκρινίζει το νόημά του (Boulet, 2007).

2.2 Η έννοια της ορολογίας και των όρων

Σύμφωνα με τον Dubuc (1985) ορολογία είναι η τέχνη του να εντοπίζουμε, να αναλύουμε και εν ανάγκη να δημιουργούμε το λεξιλόγιο που απαιτεί μια ορισμένη δραστηριότητα, έτσι ώστε αυτό να ανταποκρίνεται στις ανάγκες των ομιλητών για ακριβή έκφραση κι επικοινωνία. Μία δεκαετία σχεδόν αργότερα, ο Halliday (1993, όπως αναφ. Λέκκα, 2004) οριοθετεί την ορολογία ως ένα σύνολο μονάδων έκφρασης κι επικοινωνίας που επιτρέπει τη μεταφορά της εξειδικευμένης γνώσης. Μάλιστα αναφέρει πως η χρήση συγκεκριμένης ορολογίας πηγάζει από την ανάγκη κατασκευής μιας τεχνικής γλώσσας μέσω της οποίας κάθε επιστήμη θα έχει την δυνατότητα να αναδομεί την πραγματικότητα και να μετασχηματίζει την κοινή εμπειρία σε εξειδικευμένη γνώση. Επομένως, ο όρος ορολογία χρησιμοποιείται για την περιγραφή του λεξιλογίου ενός συγκεκριμένου τομέα όπως η βιοχημεία, η αρχιτεκτονική, η κοινωνιολογία, η γλωσσολογία, η πληροφορική κ.ά. (Παπαβασιλείου, 2001). Συμπερασματικά, ορολογία είναι το σύνολο των όρων που ανήκουν στην ειδική γλώσσα ενός ορισμένου θεματικού πεδίου (Βαλεοντής και Μάντζαρη, 2006). Ποιος είναι όμως ο ορισμός του όρου;

Η λέξη όρος αφορά έννοιες που ανήκουν σε εξειδικευμένο λεξιλόγιο και χρησιμοποιούνται σε μια συγκεκριμένη επιστήμη ή επάγγελμα. Οι όροι δεν εξαρτώνται από τα συμφραζόμενα και το ύφος των κειμένων, αλλά είναι ουδέτεροι. Επομένως, οι όροι δεν χρησιμοποιούνται στην καθημερινότητα παρά μόνο σε εξειδικευμένα κείμενα, για παράδειγμα σε επιστημονικά εγχειρίδια, βιβλία, άρθρα και λεξικά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο από όσους έχουν ειδική γνώση κι εμπειρία, διαφορετικά το ενδεχόμενο να αλλάξει το νόημα είναι σχεδόν βέβαιο. Βασική ιδιότητα ενός όρου είναι η πληροφορικότητά του, δηλαδή η σαφώς οριοθετημένη σημασία του έτσι ώστε να μην επέρχεται σύγχυση με άλλους όρους και τις εννοιολογικές τους αναφορές. Ο όρος είναι η λεκτική κατασήμανση μιας γενικής έννοιας σε ένα ειδικό θεματικό πεδίο. Πιο συγκεκριμένα για τα μαθηματικά, ο όρος αναφέρεται σε μία λέξη η οποία δίνει όνομα σε μία αυστηρώς ορισμένη μαθηματική έννοια όπως το πηλίκο, η χορδή, η δύναμη, το εμβαδόν κ.ά. (Wanjiru, 2015) και η ορολογία, αντίστοιχα, είναι εκείνο το σύστημα επικοινωνίας (το σύνολο των κατασημάνσεων) το οποίο περιλαμβάνει ένα σύνολο μαθηματικών όρων, συμβόλων και δομών (Mbugua, 2012).

Η διαδικασία κατά την οποία μια λέξη ή έκφραση της κοινής γλώσσας μετασχηματίζεται σε όρο ονομάζεται οροποίηση (terminologization) και οι ειδικοί που ασχολούνται με αυτό είναι οι ορολόγοι και οι λεξικογράφοι. Οι ορολόγοι περιγράφουν με ακρίβεια και οριοθετούν την έννοια με κύριο μέλημά τους την αποφυγή αμφισημίας. Στηριζόμενοι στα πορίσματα των ορολόγων, οι λεξικογράφοι ρόλο έχουν να απλουστεύσουν τον ορισμό χωρίς όμως να αλλοιώσουν τα βασικά γνωρίσματά του. Χαρακτηριστική ικανότητα των τελευταίων είναι αυτή της πύκνωσης του λόγου. Η κατασήμανση, δηλαδή η διεθνής τυποποίηση, γίνεται με το πρότυπο ISO 1087-1:2000). Στο πρότυπο ISO 704.2000 υπάρχουν γενικές συστάσεις για τη σύνδεση των εννοιών με τους όρους, και αυτές είναι η γλωσσική καταλληλότητα, η γλωσσική οικονομία και η παραγωγικότητα.

Η διαδικασία εμπλουτισμού της γλώσσας μέσω της δημιουργίας νέων όρων από τη μία και η μετάδοση της γνώσης μέσω αυτών από την άλλη είναι μια συνεχής και κυκλική διαδρομή ανάμεσα στη γλώσσα και τη γνώση, απεικόνιση που δίδεται παρακάτω, όπως παρουσιάζεται στο επίσημο site της Ελληνικής Εταιρίας Ορολογίας.

Εικόνα 1. Η «αέναη» διαδρομή από τη Γνώση στη Γλώσσα και αντίστροφα, μέσω της Ορολογίας

Η χρησιμότητα των όρων είναι αδιαμφισβήτητη. Οι όροι είναι η κωδικοποιημένη γνώση και η κατανόησή τους είναι σημαντική. Με τη σωστή χρήση τους μειώνεται η ασάφεια και οι παρανοήσεις κι επομένως διευκολύνεται η επικοινωνία. Οι όροι αποτελούν βασικό γλωσσικό πόρο, απαραίτητο στο σχολικό περιβάλλον. Κάθε μαθητής πρέπει να είναι εξοπλισμένος με συγκεκριμένες θεμελιώδεις έννοιες, πρέπει δηλαδή να γνωρίζει συγκεκριμένους όρους για κάθε γνωστικό αντικείμενο, τόσο για τα γλωσσικά μαθήματα όσο και για τα μη γλωσσικά μαθήματα, όπως αυτό της Γεωμετρίας.

2.3 Διδασκαλία των όρων της Γεωμετρίας

Σύμφωνα με τον Bloom (1956) για οποιονδήποτε επιστημονικό τομέα ο βασικότερος τύπος γνώσης είναι η ορολογία του. Για τη Γεωμετρία, αναγνωρίζουμε τη σημασία που έχει η κατανόησή της καθώς αυτή είναι απαραίτητη για τη σωστή γεωμετρική κατασκευή κι αναπαράσταση του γεωμετρικού κειμένου. Οι Winicki και Leikin (2000) επιχείρησαν να αναλύσουν τα μαθηματικά και διδακτικά χαρακτηριστικά του ορισμού ενός όρου σημειώνοντας ότι ο βέλτιστος ορισμός μιας έννοιας είναι εκείνος που είναι μαθηματικά σωστός και διδακτικά κατάλληλος.

Το 2006 ο Owens μελετώντας τα standards της Βιρτζίνια των ΗΠΑ, αναγνωρίζει την ανάγκη για αλλαγή στη μέθοδο διδασκαλίας της μαθηματικής ορολογίας. Το δείγμα της έρευνας που διεξήγαγε αποτελούνταν από 140 εκπαιδευτικούς και 250 γονείς και το κύριο ερώτημα ήτανε η άποψή τους σχετικά με την επαρκή ή όχι κατάρτιση της μαθηματικής ορολογίας των μαθητών και παιδιών τους αντίστοιχα. Αποκαλύπτεται ότι το 86% των εκπαιδευτικών θεωρεί ότι οι μαθητές που μπαίνουν στην όγδοη τάξη δεν είναι επαρκώς προετοιμασμένοι για τη σωστή χρήση της μαθηματικής ορολογίας με το 95% να πιστεύει ότι αυτό συμβαίνει διότι οι ορισμοί των σχολικών εγχειριδίων δεν είναι εύκολο να κατανοηθούν. Παράλληλα, το 74% των γονέων θεωρεί ότι το παιδί τους δεν είχε φτάσει στο ίδιο επίπεδο γνώσης της μαθηματικής ορολογίας που απαιτούσε η τάξη που φοιτούσε και το 95% εξέφρασε την επιθυμία να δει ένα οργανωμένο μαθηματικό λεξικό ορολογίας στο σχολικό βιβλίο (Owens, 2006).

Τα μαθηματικά βιβλία στο πίσω μέρος τους, φιλοξενούν πολλές φορές ειδικά γλωσσάρια ορολογίας, δηλαδή αλφαβητικούς καταλόγους όρων με σύντομους ορισμούς για τους όρους αυτούς. Στόχος είναι να βοηθήσουν τους αναγνώστες στην εύκολη κι άμεση επαφή με τον κάθε όρο που περιλαμβάνει το βιβλίο ώστε να αποφευχθεί η περίπτωση λάθους ερμηνείας και χρήσης τους μετέπειτα (Ginev, D., Iancu, M., Jucovshi, C., Kohlhase, A., Kohlhase, M., Oripov, A., ... & Wiesing, T., 2016). Παρόλα αυτά, σύμφωνα με τον Genz (2006), πολλοί μαθητές γυμνασίου δε μαθαίνουν σωστά τους όρους της γεωμετρίας. Αυτό φαίνεται να συμβαίνει διότι στηρίζονται στην απομνημόνευση του ορισμού του όρου κι όχι στην εννοιολογική του υπόσταση. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα σχετικά με τον όρο ‘παραλληλόγραμμο’. Σύμφωνα με αυτό, παρόλο που ένας μαθητής μπορεί να έχει διδαχθεί και να είναι σε θέση να απαγγείλει τον τυπικό ορισμό ενός παραλληλογράμμου ως τετράπλευρο με παράλληλες πλευρές, την ίδια στιγμή μπορεί να μην θεωρεί τα ορθογώνια, τα τετράγωνα και τους ρόμβους ως τέτοια, δεδομένου ότι για αυτούς η εικόνα ενός παραλληλογράμμου είναι μία, στην οποία δεν επιτρέπονται για παράδειγμα όλες οι γωνίες ή οι πλευρές να είναι ίσες (Vinner, 1991). Σε μελέτη του Ubuz (2006) σχετικά με τις αντιλήψεις των μαθητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τα πολύγωνα και τα τετράπλευρα όπως αυτά παρουσιάζονται στα σχολικά βιβλία γεωμετρίας, διαπιστώθηκε ότι η επικρατέστερη αιτία που οδηγεί τους μαθητές στο να παρουσιάζουν προβλήματα κατανόησης των όρων αποτελεί η περίπτωση όπου στο σχολικό εγχειρίδιο παρέχεται ένα στιγμιότυπο του όρου αντί της γενικής απεικόνισής του. Έτσι, όταν οι μαθητές επικεντρώνονται αποκλειστικά στην οπτική απεικόνιση (μιας ειδικής περίπτωσης αντί της γενικευμένης) για να κατανοήσουν και να μάθουν το νέο γεωμετρικό όρο, αυτό οδηγεί σε παρερμηνείες και προβλήματα στην εννοιολογική κατάκτηση της αντίστοιχης ορολογίας.

Το 1980 οι Vinner και Hershkowitz μελετώντας τις έννοιες της Γεωμετρίας μίλησαν για το concept definition (ορισμός έννοιας) και το concept image (εικόνα έννοιας). Ένα χρόνο αργότερα οι Tall και Vinner (1981) εισάγουν τους ορισμούς αυτών, ως εξής:

■ Ορισμός έννοιας (concept definition) είναι το λεκτικό σύνολο που προσδιορίζει την έννοια.

■ Εικόνα έννοιας (concept image) είναι η γνωστική δομή που σχετίζεται με την έννοια και περιλαμβάνει τις νοητικές εικόνες και τις ιδιότητες αυτής. Θα μπορούσε να είναι οπτική αναπαράσταση σε περίπτωση που η έννοια το επιτρέπει, όπως στην περίπτωση των γεωμετρικών όρων.

Ο Vinner υποστηρίζει πως υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ του 'ορισμού' και της 'εικόνας'. Περιγράφοντας τις έννοιες αυτές ως κελιά (cells) διευκρινίζει ότι πρόκειται για δύο ανεξάρτητες γνωστικές δομές που όμως επηρεάζουν η μία την άλλη. Έτσι, το κελί της 'εικόνας έννοιας' μπορεί να παραμείνει κενό όσο δεν προσδίδεται νόημα στον 'ορισμό έννοιας', όπως για παράδειγμα όταν ο ορισμός της έννοιας έχει απλά απομνημονευτεί χωρίς να έχει αποδοθεί σε αυτόν νόημα. Η τοποθέτηση αυτή ενισχύει το γεγονός ότι το πρώτο πράγμα που επικαλείται κανείς στο μυαλό του δεν είναι η λεκτική μορφή αλλά η οπτική απεικόνιση του όρου (Vinner, 1991, σελ. 68-70).

Ευθύνη για τα προβλήματα κατανόησης των γεωμετρικών όρων που παρουσιάζονται κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας έχει και ο εκπαιδευτικός. Όταν ο εκπαιδευτικός δυσκολεύεται να εξηγήσει την έννοια των μαθηματικών όρων απλά και με ακρίβεια, πέραν του ίδιου του ορισμού του όρου, χρησιμοποιώντας μόνο την αυστηρή γλώσσα των μαθηματικών, αυτό επίσης μπερδεύει τα παιδιά. Προκειμένου να αποφευχθούν οι μερικώς ή και πλήρως λανθασμένες ιδέες των μαθητών για τους γεωμετρικούς όρους, να παρακαμφθούν οι προβληματικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους και να επιτύχει ένα βαθμό ομοιομορφίας, ο καθηγητής καταφεύγει συχνά στην a priori παράδοση του ορισμού των όρων και κατόπιν στην επεξήγηση μέσω της εφαρμογής του. O Ohtani (1996) ισχυρίζεται ότι η άμεση διδασκαλία των ορισμών της γεωμετρίας είναι μια μέθοδος με πολλές πρακτικές λειτουργίες κι εστιάζει στα πλεονεκτήματα μεταξύ των οποίων και ο έλεγχος των μαθητών από τον δάσκαλο. Στον αντίποδα βρίσκεται ένα σύνολο επιστημόνων οι οποίοι διαφωνούν με την παραπάνω τακτική διδασκαλίας και υποστηρίζουν πως καθώς οι ορισμοί των γεωμετρικών όρων εκφράζουν το εννοιολογικό τους περιεχόμενο, ο δάσκαλος θα πρέπει να δίνει έμφαση ακριβώς σε αυτό. Ήδη από το 1908 ο Benchara Blandford (Griffiths & Howson, 1974, σελ. 216-217) έγραφε:

> Για μένα, φαίνεται μια ριζικά λανθασμένη μέθοδος, σίγουρα στη γεωμετρία, αν όχι και σε άλλα μαθήματα, να γίνεται πρώτα η παράδοση έτοιμων ορισμών στα παιδιά με σκοπό την απομνημόνευση, και στη συνέχεια να γίνεται η επεξήγηση. Η σταδιακή κατασκευή ενός εύχρηστου ορισμού μέσα από την ίδια τη δραστηριότητα του παιδιού που διεγείρεται από τα κατάλληλα ερωτήματα είναι τόσο ενδιαφέρουσα όσο και πολύ εκπαιδευτική.

Όμοια, ο Freudenthal (1973) επέκρινε την τότε παραδοσιακή πρακτική της άμεσης παροχής των ορισμών γεωμετρίας υποστηρίζοντας ότι οι περισσότεροι ορισμοί δεν είναι προκαταρκτικοί, αλλά το τελικό στάδιο της οργάνωσης του νου σε μία συγκεκριμένη έννοια. Ο Vinner (1991) συμπλήρωσε πως οι ορισμοί των όρων πρέπει να είναι ελάχιστοι. Με αυτό εννοούσε ότι οι ορισμοί δεν πρέπει να περιέχουν μέρη που μπορούν να συναχθούν μαθηματικά από άλλους ορισμούς. Για παράδειγμα, εάν κάποιος αποφασίσει να ορίσει ένα ορθογώνιο στην Ευκλείδεια Γεωμετρία μέσω των γωνιών του, είναι προτιμότερο να οριστεί ως τετράπλευρο με 3 ορθές γωνίες και όχι ως τετράπλευρο με 4 ορθές γωνίες (εάν ένα τετράπλευρο έχει 3 ορθές γωνίες τότε και η τέταρτη γωνία του είναι επίσης ορθή γωνία). Υποστήριξε πως για την κατανόηση των γεωμετρικών ορισμών και των εννοιών που σχετίζονται με αυτές, είναι σημαντικό να εμπλέξουμε τους μαθητές στη διαδικασία προσδιορισμού τους. Μάλιστα, μπορούμε να διακρίνουμε δύο διαφορετικούς τύπους προσδιορισμού των εννοιών, τον περιγραφικό (a posteriori) και τον εποικοδομητικό (a priori) ορισμό. Σύμφωνα με τον Freudenthal (1973) ο περιγραφικός ορισμός ενός όρου σκιαγραφεί ένα γνωστό αντικείμενο ξεχωρίζοντας μερικές χαρακτηριστικές ιδιότητες, οι οποίες είναι ήδη γνωστές, ενώ ο εποικοδομητικός ορισμός ενός όρου είναι περισσότερο δημιουργικός διότι διαμορφώνει νέα αντικείμενα από τα ήδη οικεία (De Villiers, M., 1998).

Σε κάθε περίπτωση, ο μαθητής θα πρέπει να ενθαρρύνεται, αρχικά να εκφράζει τις γεωμετρικές έννοιες με δικές του λέξεις, βαθμιαία όμως να χρησιμοποιεί την ορολογία της Γεωμετρίας με σωστό τρόπο ώστε να είναι σε θέση να τη χρησιμοποιεί κατάλληλα και να επικοινωνεί τις ιδέες του με ακρίβεια. Ο De Villiers (όπως αναφέρουν οι Webb, P., & Feza, N., 2005), δηλώνει ότι η απόκτηση τεχνικών όρων (ορολογία) είναι το κλειδί για την επιτυχία στη μάθηση της γεωμετρίας. Όταν το παιδί επικοινωνεί με την ομιλία σημαίνει ότι μια σειρά λογικών διεργασιών έχει ήδη πραγματοποιηθεί, όπως η ομαδοποίηση αντικειμένων, η αφαίρεση των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων, η σύνδεση των αντικειμένων με ονόματα (Τζεκάκη, Μ., & Καλαϊτζίδου, Σ. 1998). Ωστόσο, ο ρόλος του δασκάλου στην προώθηση παραγωγικού μαθηματικού λόγου στην τάξη είναι κεντρικός. Εκτός από την ευθύνη που έχει για τη δημιουργία ευκαιριών για τους μαθητές ώστε να συμμετέχουν σε συζητήσεις, εξερεύνηση, διαπραγμάτευση και ανταλλαγή γνώσεων (Manouchehri & Enderson, 1999), η χρήση της ορολογίας από τον ίδιο τον καθηγητή στην τάξη των μαθηματικών αποτελεί πρότυπο για μία αποτελεσματική επικοινωνία.

Μία από τις πιο κατάλληλες στιγμές για την εισαγωγή νέας ορολογίας είναι όταν ο μαθητής έχει παρατηρήσει και ξεχωρίσει ένα νέο φαινόμενο/στοιχείο/έννοια και φυσικά απαιτείται ένας όρος για να τον επικοινωνήσει μέσα στο σχολικό περιβάλλον, τονίζει ο Small (2009). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι όταν οι μαθητές μικρών τάξεων χρησιμοποιούν χειρονομίες προκειμένου να επικοινωνήσουν την έννοια για την οποία η ορολογία δεν έχει ακόμα αναπτυχθεί όπως για παράδειγμα όταν θέλουν να μιλήσουν για το τετράγωνο και το ορθογώνιο (Bussi, M. G. B., & Baccaglini-Frank, A., 2015). Η ανάγκη διδασκαλίας του νέου όρου όμως είναι εμφανής. Σύμφωνα με τον Pegg (1995) οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να εισάγουν τη σωστή ορολογία επιτρέποντας παράλληλα τη χρήση της άτυπης γλώσσας από το πρώτο ακόμα επίπεδο Van Hiele (από τα πέντε αναπτυξιακά επίπεδα σχετικά με την κατανόηση κι εφαρμογή γεωμετρικών εννοιών).

Ο Murray υποστηρίζει ότι η πρόοδος επιταχύνεται όταν οι μαθητές τηρούν αρχείο του λεξιλογίου που μαθαίνουν και όταν έχουν συχνές ευκαιρίες να χρησιμοποιήσουν το λεξιλόγιο αυτό (Murray, 2004). Ο Owens συμπληρώνει ότι κάθε τάξη χρειάζεται ένα μαθηματικό λεξικό όρων και σημειώνει πως εάν στους μαθητές διδάσκονται μαθηματικοί όροι από τα πρώτα χρόνια της σχολικής τους ζωής, όπως τα χρόνια που φοιτούν στο νηπιαγωγείο, και κατακτούν τη μαθηματική ορολογία χρόνο με το χρόνο, τότε η επίδοσή τους θα είναι πολύ πιο υψηλή και θα είναι έτοιμοι για τις απαιτήσεις του Λυκείου (Owens, 2006).

Συμπερασματικά, οι όροι, οι φράσεις και τα σύμβολα είναι απαραίτητα για την επικοινωνία των μαθηματικών ιδεών και η ευχέρεια χρήσης τους είναι ζωτικής σημασίας για την εκμάθηση των μαθηματικών, σύμφωνα με τις απαιτούμενες παιδαγωγικές δεξιότητες του 21ου αιώνα (Rubenstein & Thompson, 2002). Η κατανόηση της μαθηματικής ορολογίας αποτελεί το πρώτο και βασικότερο κομμάτι για τη διαδικασία των μαθηματικών διότι μεταδίδει τις έννοιες και οδηγεί στην επικοινωνία με ακριβή και σαφή τρόπο. Και τότε, η ευχέρεια στη γλώσσα παρέχει πρόσβαση σε ολόκληρο τον κόσμο των μαθηματικών (Esty, 1992, σελ. 32).

2.4 Σχετικές έρευνες

Έρευνες σχετικά με τη διγλωσσία στο σχολικό περιβάλλον έχουνε γίνει πολλές, ελάχιστες όμως εστιάζουν στο μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Ακόμα πιο λίγες είναι αυτές οι οποίες πραγματεύονται τη δυναμική της ορολογίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και την επιρροή που αυτή έχει στην κατανόηση του γεωμετρικού κειμένου στους δίγλωσσους μαθητές. Παρακάτω παρουσιάζονται σε χρονολογική σειρά σχετικές έρευνες κρατώντας, κατά το δυνατόν, υψηλό βαθμό συνάφειας με το περιεχόμενο της παρούσας έρευνας.

Μία σπουδαία έρευνα στο πλαίσιο της σχολικής γεωμετρίας πραγματοποιήθηκε από τον Usiskin το 1982. Ο Usiskin, καθηγητής στο πανεπιστήμιο του Σικάγο, διηύθυνε το ερευνητικό πρόγραμμα με τίτλο «Γνωστική Ανάπτυξη και Επίδοση στη Γυμνασιακή Γεωμετρία (Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry, CDASSG)», ένα πρόγραμμα που σχεδιάστηκε προκειμένου να διερευνηθούν συσχετίσεις ανάμεσα στα επίπεδα γνωστικής ανάπτυξης (μοντέλο Van Hiele), τις επιδόσεις των μαθητών και την τυπική ύλη της γυμνασιακής γεωμετρίας (Usiskin, 1982). Το CDASSG project διήρκησε τρία χρόνια και στην έρευνα πήρανε μέρος 2699 μαθητές από 13 επιλεγμένα σχολεία των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής ώστε να καλυφθεί ένα μεγάλο εύρος από το πολυπολιτισμικό σύνολο των κατοίκων της. Οι μαθητές, το 96% αυτών ηλικίας 14 έως 17 ετών (grade 7-12), ήταν εγγεγραμμένοι στο ετήσιας διάρκειας μάθημα της Γεωμετρίας και αξιολογήθηκαν δύο φορές, μία φορά στην πρώτη εβδομάδα του σχολικού έτους και μία δεύτερη τέσσερις εβδομάδες πριν από το τέλος του σχολείου. Το τεστ αξιολόγησης που χρησιμοποιήθηκε κατασκευάστηκε βάσει των επιπέδων Van Hiele και αποτελούνταν από 25 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, 5 ερωτήματα για κάθε ένα από τα 5 επίπεδα Van Hiele. Παρόλο που η κατανόηση των γεωμετρικών όρων δεν αποτέλεσε τον κύριο ερευνητικό στόχο, στην έρευνά του ο Usiskin ανάμεσα στα 13 συμπεράσματα, σημειώνει τα δύο παρακάτω:

Συμπέρασμα 10. Πολλοί μαθητές δε μαθαίνουν ούτε τις απλούστερες γεωμετρικές έννοιες στις πρώτες τάξεις του γυμνασίου. Έτσι, μεγάλο ποσοστό μαθητών δε γνωρίζει τις έννοιες αυτές όταν αποφοιτούν από αυτό.

Συμπέρασμα 11. Πολλοί μαθητές ολοκληρώνουν το μάθημα της Γεωμετρίας χωρίς να έχουν εξοικειωθεί με τη βασική ορολογία που περιλαμβάνει.

Εμπνευσμένος από το έργο του Usiskin, το 2003 ο Siyepu διεξάγει μελέτη με θέμα τη χρήση των επιπέδων Van Hiele στη διερεύνηση των προβλημάτων που συναντούν οι μαθητές όταν διδάσκονται τον κύκλο. Στην έρευνα έλαβαν μέρος 21 μαθητές της 11ης τάξης ενός σχολείου της Νοτίου Αφρικής ηλικίας από 16 έως 21 ετών. Πρόκειται για μια μελέτη περίπτωσης κατά την οποία χρησιμοποιήθηκαν φύλλα εργασίας, ένα ερωτηματολόγιο (ο Siyepu χρησιμοποίησε τις 20 από τις 25 ερωτήσεις του ερωτηματολογίου του Usiskin), γραπτά τεστ και συνεντεύξεις. Η έρευνα έδειξε πως η πλειοψηφία των μαθητών της ομάδας του δείγματος παρουσιάζει έλλειψη κατανόησης σε αρκετούς γεωμετρικούς όρους που σχετίζονται με τον κύκλο, όροι όπως το τόξο, η χορδή, η εφαπτομένη, οι εγγεγραμμένες γωνίες, οι εξωτερικές γωνίες και τα ημικύκλια. Ανάμεσα στους λόγους που αιτιολογούν την κατάσταση αυτή, ο Siyepu αναφέρει τα γλωσσικά προβλήματα (Siyepu, 2005). Σημειώνει ότι, συχνά είναι δύσκολο να προσδιοριστεί εάν ένας μαθητής αντιμετωπίζει δυσκολίες στην κατανόηση μιας έννοιας λόγω της έλλειψης γλωσσικών δεξιοτήτων ή λόγω της έλλειψης μαθηματικών δεξιοτήτων.

Ο Siyepu για τη διερεύνηση της κατανόησης των τεχνικών μαθηματικών εννοιών/όρων χρησιμοποίησε το ερωτηματολόγιο, τα αποτελέσματα του οποίου έδειξαν ότι οι 6 από τους 21 μαθητές απάντησαν σωστά σε ποσοστό 50-69%, ενώ 9 μαθητές έλαβαν εξαιρετικά ποσοστά κι επομένως είχαν αρκετά καλή γνώση γεωμετρικών όρων. Τα ποσοστά των τελευταίων ήταν: 70%; 75%; δύο στο 80%, ένα στο 85%, τρία στο 95% και ένα στο 100% (Siyepu, 2005, σελ. 89). Σχετικά με την επίδοση των μαθητών ως προς την εννοιολογική κατανόηση το χαμηλότερο ποσοστό παρατηρείται για την έννοια ‘κάθετες ευθείες’ (28,9%), ενώ τα δύο υψηλότερα ποσοστά σημειώνονται για τους όρους ‘παραπληρωματικές γωνίες’ (95,2%) και ‘διάμετρος’ (80,9%). Οι όροι ‘ορθή γωνία’, ‘τόξο’, ‘εφαπτομένη’, ‘διχοτόμος’, ‘ακτίνα’ και ‘ισόπλευρο τρίγωνο’ παρουσιάζουν ποσοστά γύρω στο 65% (Siyepu, 2005, σελ. 90). Αξιοσημείωτο είναι επίσης το γεγονός ότι παρόλο που για τον όρο ισοσκελές τρίγωνο σημειώνεται ποσοστό κατανόησης 80,9%, για τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου ο βαθμός κατανόησης πέφτει στο 38,2%, πιθανά λόγω γλωσσικών προβλημάτων. Η ικανότητα ερμηνείας λεκτικών δηλώσεων σε μαθηματικά σύμβολα ή σχήματα απαιτεί γλωσσική κατανόηση των γεωμετρικών όρων. Η εννοιολογική κατανόηση της ορολογίας και η ικανότητα των μαθητών να κάνουν σύντομες συνεπαγωγές είναι μια δύσκολη διαδικασία για τους ομιλητές, ειδικά σε μία δεύτερη γλώσσα. Για αυτούς, ο ρόλος της γλώσσας είναι ζωτικής σημασίας. Σε πολλές χώρες όπως η Νότια Αφρική, τα αγγλικά έχουν γίνει επίσημη γλώσσα καθώς και γλώσσα διδασκαλίας και μάθησης σε πολλά σχολεία και πανεπιστήμια (Young, 1995). Η χρήση της αγγλικής γλώσσας στις τάξεις μαθηματικών της Νοτίου Αφρικής εντείνει το πρόβλημα της εκμάθησης του ίδιου του μαθήματος καθώς είναι δύσκολο οι μαθητές να κατανοήσουν ταυτόχρονα την αγγλική γλώσσα αλλά και τη γλώσσα των μαθηματικών (Siyepu, 2005).

Συνέχεια στο έργο του, δίνει ο Atebe ο οποίος εξετάζει το επίπεδο κατανόησης των γεωμετρικών όρων σε μαθητικούς πληθυσμούς της Νιγηρίας και Νότιας Αφρικής, χρησιμοποιεί μάλιστα στην έρευνά του δύο ερωτήσεις από το ερωτηματολόγιο του Usiskin. Γνωρίζοντας ότι στις περιοχές αυτές τα μαθηματικά θεωρούνται βασικό κομμάτι της επιστημονικής και τεχνολογικής προόδου του έθνους (South Africa, Department of Education [DoE], 1995; 2003; Federal Republic of Nigeria [FRN], Ministry of Education [MoE], 1985), ο Atebe εξετάζει τις δυσκολίες (π.χ. παρερμηνείες, αόριστη ορολογία και προβλήματα ταξινόμησης των σχημάτων) που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στη σχολική γεωμετρία. Για τον έλεγχο της κατανόησης της ορολογίας κατασκευάζεται το TPGT, για το οποίο θα γίνει αναλυτική περιγραφή παρακάτω (βλ. ενότητα 3.4.1). Στα αποτελέσματα της έρευνας, άξιο αναφοράς είναι ότι το 44,17% των μαθητών είχε περιορισμένη γνώση βασικών γεωμετρικών όρων. Ο Atebe αναγνωρίζει πως η Γεωμετρία περιλαμβάνει έναν αριθμό τεχνικών όρων και προσδοκά να γίνει εξέταση της δομής της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ώστε να προσφέρει κάποιους χρήσιμους δείκτες σχετικά με τη διδασκαλία αυτής (Atebe, 2008).

Για τον Wanjiru, σκοπός της μελέτης του ήταν να διερευνηθεί η επίδραση που έχει η διδασκαλία του λεξιλογίου των μαθηματικών στην επίδοση των μαθητών στο μάθημα αυτό (Wanjiru, 2015). Επιλέχτηκαν 2 σχολεία από τα 257 γυμνάσια και λύκεια της Κομητείας Murang'a στην Κένυα και αντίστοιχα το δείγμα αποτέλεσαν 216 μαθητές από ένα σύνολο 98.200 μαθητών της περιοχής. Στην έρευνα έλαβαν μέρος κι 6 καθηγητές Μαθηματικών. Χρησιμοποιήθηκαν 7 εργαλεία συλλογής δεδομένων, τα 6 αφορούσαν τους μαθητές και το ένα τους καθηγητές. Η διαδικασία ήταν η εξής: αρχικά στάλθηκε στους καθηγητές ένα email όπου τους ζητήθηκε να επιλέξουν από μία λίστα μαθηματικών όρων τους όρους/στόχο, και κατόπιν σε ένα δεύτερο email να σημειώσουν το βαθμό δυσκολίας του κάθε όρου σε κλίμακα από 1 έως 5. Ο βαθμός δυσκολίας αντιστοίχιζε το 1 στο "δεν αποτελεί πρόβλημα" και το 5 στο "αποτελεί πολύ μεγάλη δυσκολία στους περισσότερος μαθητές". Οι καθηγητές βαθμολόγησαν τους όρους επίσης ως προς τον αντίκτυπο που μπορεί να έχει η εξέταση των όρων αυτών στην επιτυχία ενός τεστ με το 1 να αντιστοιχίζεται στο "δεν έχει καθόλου αντίκτυπο" και το 5 στο "έχει το μέγιστο αντίκτυπο". Από τη λίστα αφαιρέθηκαν όσοι όροι συγκεντρωτικά παρουσίασαν πολύ μεγάλο σκορ (ακραία μεγάλες τιμές). Από την τελική επιλογή των 10 μαθηματικών όρων, οι 4 αναφέρονταν σε γεωμετρικές έννοιες. Οι όροι αυτοί ήταν η χορδή, το πολύγωνο, οι μοίρες και το εμβαδόν.

Το πρόγραμμα είχε διάρκεια 10 εβδομάδες και οι μαθητές κάθε σχολείου χωρίζονταν σε δύο ομάδες, 54 ατόμων η καθεμιά, την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου. Οι πειραματικές ομάδες διδάσκονταν το μαθηματικό λεξιλόγιο έχοντας πρόσβαση στο www.amathsdictionaryforkids.com και παράλληλα, για το ίδιο χρονικό διάστημα, οι ομάδες ελέγχου διδάσκονταν το μαθηματικό λεξιλόγιο χρησιμοποιώντας μόνο τον ορισμό. Ο ρυθμός διδασκαλίας της ορολογίας ήταν ένας όρος ανά μάθημα κι έτσι οι δύο ομάδες διδάχτηκαν 10 μαθηματικούς όρους στο διάστημα των 10 εβδομάδων. Το κύριο συμπέρασμα του Wanjiru ήταν ότι υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ της διδασκαλίας του μαθηματικού λεξιλογίου και των επιδόσεων των μαθητών στα Μαθηματικά. Πέραν αυτού όμως ο ερευνητής έκανε τις εξής παρατηρήσεις:

- Οι δίγλωσσοι μαθητές που γνωρίζουν Αγγλικά (γλώσσα διδασκαλίας και η δεύτερη γλώσσα για τους μαθητές) φαίνεται να έχουν καλύτερες επιδόσεις στα Μαθηματικά από μαθητές που δε γνωρίζουν την Αγγλική γλώσσα.

- Υπήρξε σημαντική διαφορά μεταξύ του φύλου του μαθητή και της επίδοσής τους στην ορολογία των Μαθηματικών. Τα κορίτσια είχαν σημαντικά υψηλότερες επιδόσεις από τα αγόρια στο τεστ ορολογίας των Μαθηματικών.

Συμπερασματικά ο Wanjiru αναφέρει ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα και για να κατέχει κάποιος άπταιστα τη γλώσσα αυτή, πρέπει να κατανοεί το 'λεξιλόγιό' του (Wanjiru, 2015).

Την κατανόηση της ορολογίας της γεωμετρίας μελέτησαν και οι Jogymol Alex και Kuttikkattu J. Mammen το 2015 με μια ομάδα πρωτοετών φοιτητών του Μαθηματικού τμήματος σε πανεπιστήμιο της Νότιας Αφρικής. Η έρευνα έδειξε ότι το 64% των φοιτητών είχε καλή γνώση της βασικής ορολογίας και η καλή τους επίδοση αποδόθηκε περισσότερο σε ερωτήσεις που περιείχαν οπτικές απεικονίσεις (ποσοστό 68%), έναντι αυτών που παρουσιάστηκαν λεκτικά (ποσοστό 59%) (Alex, J., & Mammen, K. J., 2018).

Τα αποτελέσματα μιας πιο πρόσφατης έρευνας, αυτής των Huai, C. S., & Oo, W. W. (2020) δείχνουν πως υπάρχει θετική συσχέτιση της κατανόησης της μαθηματικής ορολογίας και της επίδοσης των μαθητών. Πιο συγκεκριμένα, για το δείγμα των 600 μαθητών που φοιτούσαν στην 10η τάξη, δείγμα από 12 λύκεια της περιφέρειας Yangon στη Βιρμανία, υπολογίστηκε συντελεστής συσχέτισης ίσος με .682 κι επομένως όταν η κατανόηση των μαθητών για τη μαθηματική ορολογία είναι χαμηλή, η επίδοσή τους στα μαθηματικά είναι εξίσου χαμηλή. Από την άλλη πλευρά, αν οι μαθητές κατανοούν τη μαθηματική ορολογία τότε τα μαθηματικά επιτεύγματά τους είναι επίσης υψηλά. Η ορολογία είναι κομβικό συστατικό της μαθηματικής επιτυχίας (Seethaler, Fuchs, Star, & Bryant, 2011, παρατίθεται στο Wanjiru, 2015), και η γενική γνώση της μαθηματικής ορολογίας μπορεί να προβλέψει τη μαθηματική απόδοση του μαθητή σε μεγάλο βαθμό (Walt, 2009, παρατίθεται στο Wanjiru, 2015).

Συμπερασματικά, σε αντίθεση με την καθημερινή ζωή, η επικοινωνία για συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες γίνεται αποκλειστικά και μόνο με τη χρήση ορολογίας. Η ακρίβεια των όρων που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά είναι αναγκαία για την επίλυση ασκήσεων, την επεξήγηση και για την ανταλλαγή ιδεών. Διαφορετικά ενδέχεται να προκύψουν λάθη. Για παράδειγμα, δε χρειάζεται να συμβουλευτούμε κάποιον ορισμό για να καταλάβουμε την πρόταση "από όλα τα χρώματα το αγαπημένο μου είναι το μπλε". Ωστόσο, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τους αντίστοιχους ορισμούς στη πρόταση "από όλα τα ορθογώνια με την ίδια (ίση) περίμετρο το τετράγωνο είναι αυτό με το μέγιστο εμβαδό" (Vinner, S., 2002). Η χρήση της κατάλληλης ορολογίας των γεωμετρικών εννοιών είναι απαραίτητη για την αποφυγή παρερμηνειών, κατά συνέπεια η διερεύνηση της κατανόησης γεωμετρικών όρων από δίγλωσσους μαθητές όπου η δεύτερη γλώσσα αποτελεί τη γλώσσα διδασκαλίας θεωρείται αναγκαία.

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.

3.1 Στόχος και σημασία της έρευνας

Στόχος της έρευνας

Στόχος της παρούσας έρευνας είναι η εκτίμηση της ικανότητας των δίγλωσσων μαθητών να κατανοούν την ορολογία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας όταν αυτή διδάσκεται στη δεύτερη και όχι στη μητρική τους γλώσσα.

Σημασία της έρευνας

Η έρευνα αυτή αποσκοπεί στη διερεύνηση της ικανότητας των μαθητών του Archimedean Upper Conservatory (βαθμίδα λυκείου στο ελληνικό charter school στο Μαϊάμι των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής), να απαντούν σωστά σε ερωτήσεις εξέτασης των γεωμετρικών όρων όταν η εξέταση γίνεται στην ελληνική γλώσσα. Στο σχολείο αυτό δε φοιτούν μόνο μαθητές ελληνικής καταγωγής. Το μεγαλύτερο ποσοστό είναι παιδιά από το Μαϊάμι, τη Βενεζουέλα, το Πουέρτο Ρίκο, το Μεξικό, την Ινδία, την Κίνα κτλ. Είναι μαθητές που μαθαίνουν την ελληνική γλώσσα και γίνονται κάτοχοι πτυχίου ελληνομάθειας, γνωρίζοντας ταυτόχρονα και τον ελληνικό πολιτισμό. Η επιλογή διεξαγωγής της έρευνας σε δείγμα δίγλωσσων μαθητών της Αμερικής με δεύτερη γλώσσα την ελληνική γίνεται για πρώτη φορά.

Η ιδιαιτερότητα λειτουργίας των charter schools εκφράζει κατ' επέκταση και την ιδιαιτερότητα του εκπαιδευτικού έργου που καλούνται οι καθηγητές να πράξουν. Παρόλο που γίνεται χρήση των ελληνικών βιβλίων Ευκλείδειας Γεωμετρίας του ΟΕΔΒ, δε δίδεται αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών από το Υπουργείο Παιδείας της Ελλάδας κι επομένως το έργο των καθηγητών που εργάζονται σε τέτοιες θέσεις είναι συχνά περίπλοκο και δύσκολο. Τα συμπεράσματα από την έρευνα θα μπορούσαν να αποτελέσουν οδηγό για έναν καλύτερο σχεδιασμό της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας για τα ελληνικά charter schools που λειτουργούν εκτός συνόρων. Η προσέγγιση της κατάλληλης διδακτικής μεθόδου θα ενισχύσει θετικά το έργο των καθηγητών που εργάζονται σε αυτά, και κατά συνέπεια την επίδοση των δίγλωσσων μαθητών, καθώς αυτή θα βασίζεται περισσότερο στην ουσιαστική κατανόηση της ορολογίας παρά στην επιφανειακή και παροδική γνώση.

3.2 Ερευνητικά ερωτήματα

Τέσσερα είναι τα ερευνητικά ερωτήματα, τα παρακάτω:

1. Ποιος είναι ο βαθμός κατανόησης των γεωμετρικών όρων από δίγλωσσους μαθητές που διδάσκονται Ευκλείδεια Γεωμετρία στη δεύτερη γλώσσα, τα ελληνικά;
2. Υπάρχει συσχέτιση της ικανότητας των μαθητών να απαντούν σωστά στις ερωτήσεις ορολογίας σε ‘γραπτή/λεκτική’ μορφή (χωρίς σχήμα) και σε αυτές σε ‘οπτική’ μορφή (με σχήμα);
3. Υπάρχει συσχέτιση της επίδοσης των μαθητών στις γενικές γεωμετρικές γνώσεις και της επίδοσής τους στις ερωτήσεις κατανόησης γεωμετρικών όρων;
4. Υπάρχει διαφορά στην επίδοση των μαθητών για τους όρους που είναι ομόηχοι στις δύο γλώσσες (αγγλικά-ελληνικά) σε σχέση με αυτούς που δεν είναι;

3.3 Υποθέσεις της έρευνας

Οι βασικές υποθέσεις της παρούσας έρευνας είναι:

1. Οι δίγλωσσοι μαθητές δεν κατανοούν τους γεωμετρικούς όρους της Ευκλείδειας Γεωμετρίας που διδάσκονται στο σχολείο σε γλώσσα διαφορετική από τη μητρική.
2. Οι μαθητές με υψηλή επίδοση στις ερωτήσεις ορολογίας σε λεκτική περιγραφή παρουσιάζουν υψηλή επίδοση και στις ερωτήσεις ορολογίας σε οπτική απεικόνιση.
3. Οι μαθητές με υψηλή επίδοση στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων παρουσιάζουν υψηλή επίδοση και στις ερωτήσεις εξέτασης της ορολογίας.

4. Η επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις όπου οι κατά εξέταση όροι είναι ομόηχοι στις δύο γλώσσες (αγγλικά-ελληνικά) είναι υψηλότερη από αυτές που δεν είναι.

3.4 Μεθοδολογία της έρευνας

3.4.1 Το εργαλείο της έρευνας

Η έρευνα είναι ποσοτική και το εργαλείο διερεύνησης είναι το σταθμισμένο τεστ πολλαπλής επιλογής Terminology in Plane Geometry Test (TPGT).

Το τεστ TPGT χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 2008 από τον Humphrey Uyouyo Atebe, παράλληλα με άλλα τρία τεστ, για τις ανάγκες της διδακτορικής του διατριβής. Την κατασκευή του TPGT είχε αναλάβει ο επόπτης καθηγητής του Atebe, Prof. Marc Schäfer, και το σκεπτικό ήταν η διερεύνηση της κατανόησης των βασικών τεχνικών όρων που συναντώνται στη σχολική γεωμετρία (Schäfer, 2003, σ.45). Ένα μεγάλο μέρος του ερωτηματολογίου στηρίχτηκε στη δομή και το περιεχόμενο του ερωτηματολογίου του Usiskin (1982, σελ. 161), γνωστό και ως Entering Geometry Student test (EG), κι ένα μικρότερο στο Third International Mathematics and Science Study test (TIMSS) (βλ. Brombacher, 2001). Μάλιστα, οι ερωτήσεις με ΑΑ 36 και 51 είναι δανεισμένες από το πρώτο και η ερώτηση με ΑΑ 19 από το δεύτερο τεστ. Καμία από τις παραπάνω τρις ερωτήσεις δεν είναι ερώτηση ορολογίας, ο Schäfer όμως υποστήριξε πως τις συμπεριέλαβε για να ελέγξει τους χαμηλής επίδοσης μαθητές άλλων εθνικοτήτων (βλέπε ενότητα 3.4.1.1 σε Atebe).

Σχετικά με την επιλογή κατασκευής ενός κλειστού τύπου ερωτηματολόγιο, ο ίδιος επιχειρηματολογεί λέγοντας ότι πολλά ερευνητικά εργαλεία όπως τα ερωτηματολόγια ανοιχτού τύπου δεν αντικατοπτρίζουν επαρκώς τη χωρική αντίληψη του ατόμου. Η κατασκευή ενός δομημένου ερωτηματολογίου, δηλαδή ενός ερωτηματολογίου με προκαθορισμένες και τυποποιημένες ερωτήσεις, επιτρέπουν στον ερευνητή να πάρει αποτελέσματα μέσα από αντίστοιχα περιορισμένου πλήθους κι εύρους απαντήσεις (Cohen et al., 2000). Ένα τέτοιο ερευνητικό εργαλείο θεωρείται καθόλα αντικειμενικό διότι εξαλείφονται πιθανές ασάφειες στις απαντήσεις (έναντι των ερωτήσεων ανοιχτού τύπου). Επίσης, το περιεχόμενο του ερωτηματολογίου ικανοποιεί συγκεκριμένες προδιαγραφές, οι οποίες ακολουθούν κανόνες γλωσσικής επάρκειας, σύμφωνα πάντα με τα ερωτήματα και τις υποθέσεις της έρευνας. Μετά από τους αυστηρούς ελέγχους, τη δοκιμαστική εφαρμογή και τις αναθεωρήσεις (Κασσωτάκης Μ., 2010) που πραγματοποίησε ο καθηγητής Schäfer για τη στάθμιση του τεστ και τη χρήση του στην έρευνα του Atebe το 2008, το TPGT χρησιμοποιήθηκε αργότερα και από τους Jogymol Alex και Kuttikkattu J.Mammen (Alex, J., & Mammen, K. J., 2018). Αυτή τη φορά το τεστ δε χρησιμοποιήθηκε σε σχολικό πληθυσμό αλλά σε δείγμα πρωτοετών φοιτητών του τμήματος μαθηματικής εκπαίδευσης.

Εμείς επικοινωνήσαμε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου με τον καθηγητή Marc Schäfer, ο οποίος παραχώρησε την άδεια χρήσης του TPGT για τη διεξαγωγή και της δικής μας έρευνας (βλ. Παράρτημα Ι).

Η μορφή του ερωτηματολογίου

Το ερωτηματολόγιο, στη μορφή που κατασκευάστηκε και χρησιμοποιήθηκε για την έρευνα που διεξήγαγε ο Atebe, είχε δύο τμήματα: Το πρώτο τμήμα, το οποίο συγκέντρωνε βιογραφικά στοιχεία, όπως το όνομα του μαθητή, το όνομα του σχολείου, την ηλικία, το φύλο και την τάξη, και το δεύτερο τμήμα το οποίο αποτελούνταν από 60 ερωτήσεις γεωμετρίας.

Για την παρούσα έρευνα, στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου προσθέσαμε μία ακόμα ερώτηση σχετικά με το επίπεδο ελληνομάθειας του μαθητή. Σημειώνεται ότι στην Αρχιμήδειο όλοι οι μαθητές, από τα προνήπια μέχρι και τη δωδέκατη τάξη, διδάσκονται μία ώρα την ημέρα την Ελληνική Γλώσσα υποχρεωτικά, ως ένα από τα βασικά σχολικά μαθήματα. Στο ερωτηματολόγιο προσθέσαμε κι ένα τρίτο μέρος. όπου οι μαθητές καλούνταν να σημειώσουν το επίπεδο δυσκολίας του ερωτηματολογίου, αρχικά ως προς τη γλώσσα και στη συνέχεια ως προς τα μαθηματικά. Για το βαθμό δυσκολίας χρησιμοποιήσαμε την κλίμακα Likert των 5 βαθμών, με το 1 να εκφράζει το ‘πολύ εύκολο επίπεδο’ και το 5 να εκφράζει το ‘πολύ δύσκολο επίπεδο’ (βλ. Παράρτημα ΙΙ).

Το περιεχόμενο του (δεύτερου τμήματος του) ερωτηματολογίου

Το περιεχόμενο του κύριου μέρους του ερωτηματολογίου εστιάζει στην εξέταση γεωμετρικών όρων, πλην κάποιων μεμονωμένων ερωτήσεων οι οποίες αποτελούν ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων. Οι ερωτήσεις μπορούν να ταξινομηθούν σε τρία βασικά μέρη της ύλης: τον κύκλο, τα τρίγωνα και τετράπλευρα, και τις γραμμές και γωνίες. Τα μέρη αυτά παρουσιάζονται παρακάτω ταξινομημένα σε τρις στήλες αντίστοιχα (όπως αναγράφεται στο Atebe, H. U., & Schafer, M. 2010, σελ.57).

Κύκλος	**Τρίγωνα και τετράπλευρα**	**Γραμμές και γωνίες**
Ακτίνα	Ισόπλευρο	Οξεία γωνία
Χορδή	Ισοσκελές	Ορθή γωνία
Διάμετρος	Σκαληνό	Αμβλεία γωνία
Εφαπτομένη	Ορθογώνιο τρίγωνο	Μη κυρτή γωνία
Τόξο	Όμοια τρίγωνα	Εναλλάξ γωνίες
Κυκλικός τομέας	Ύψος τριγώνου	Κατά κορυφήν γωνίες
Εγγεγραμμένο τετράπλευρο	Εμβαδό ορθογωνίου τριγώνου	Συμπληρωματικές γωνίες
Ομόκεντροι κύκλοι	Πλήθος πλευρών τριγώνου	Παραπληρωματικές γωνίες
	Πλήθος πλευρών τετραπλεύρου	Εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες
	Διαγώνιοι τετραπλεύρου	Παράλληλες ευθείες
	Άξονες συμμετρίας	Κάθετες ευθείες

Πίνακας 2. Ταξινόμηση των όρων του TPGT σε τρία βασικά μέρη της ύλης

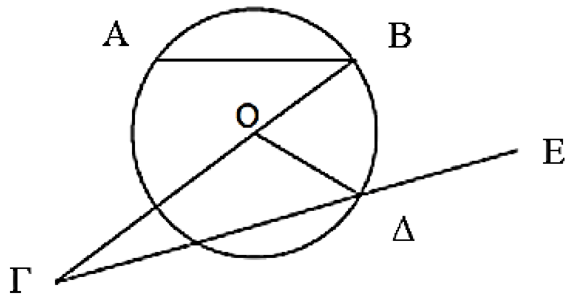
Σύμφωνα με τον Atebe, για κάθε όρο που περιέχεται στο ερωτηματολόγιο έχουν κατασκευαστεί δύο πανομοιότυπες ερωτήσεις μία σε 'γραπτή/λεκτική' μορφή (χωρίς σχήμα) και μία σε 'οπτική' μορφή (με σχήμα). Οι δύο εννοιολογικά ίδιες αλλά δομικά διαφορετικές ερωτήσεις αποτελούν ένα ζεύγος ομόλογων ερωτήσεων και είναι διάσπαρτες στο ερωτηματολόγιο έτσι ώστε να βρίσκονται η μία μακριά από την άλλη. Για παράδειγμα, η ερώτηση 1 (λεκτική) και η ερώτηση 10 (οπτική) σχηματίζουν ένα ζεύγος ομόλογων ερωτήσεων και αντιστοιχούν στον όρο "χορδή". Ομοίως, οι ερωτήσεις 6 (οπτική) και 23 (λεκτική) σχηματίζουν ένα άλλο ομόλογο ζεύγος ερωτήσεων και αναφέρονται στον όρο "ομόκεντροι κύκλοι". Τα δύο αυτά παραδείγματα παρουσιάζονται παρακάτω (βλ. Εικόνα 2 και Εικόνα 3), όπως ακριβώς δίνονται στο online ερωτηματολόγιο.

Ο σκοπός του πανομοιότυπου ζεύγους ερωτήσεων είναι να ελεγχθεί το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, δηλαδή να ελεγχθεί η ύπαρξη συσχέτισης στην ικανότητα των μαθητών να απαντούν σωστά στις ερωτήσεις σε ‘γραπτή/λεκτική’ μορφή (χωρίς σχήμα) και σε αυτές που ελέγχουν την κατανόηση του ίδιο γεωμετρικού όρου σε ‘οπτική’ μορφή (με σχήμα). Για παράδειγμα, ο μαθητής που επιλέγει τη σωστή απάντηση σε ερώτηση με γραπτή/λεκτική μορφή επιλέγει επίσης τη σωστή απάντηση στην ομόλογη ερώτηση με οπτική μορφή; Κι αντίστροφα, ο μαθητής που επιλέγει τη σωστή απάντηση σε ερώτηση με οπτική μορφή επιλέγει επίσης τη σωστή απάντηση στην ομόλογη ερώτηση με γραπτή/λεκτική μορφή;

1. Πώς ονομάζεται η ευθεία γραμμή που ενώνει οποιαδήποτε δύο σημεία της περιφέρειας ενός κύκλου;

- ◯ τόξο
- ◯ διάμετρος
- ◯ ακτίνα
- ◯ χορδή

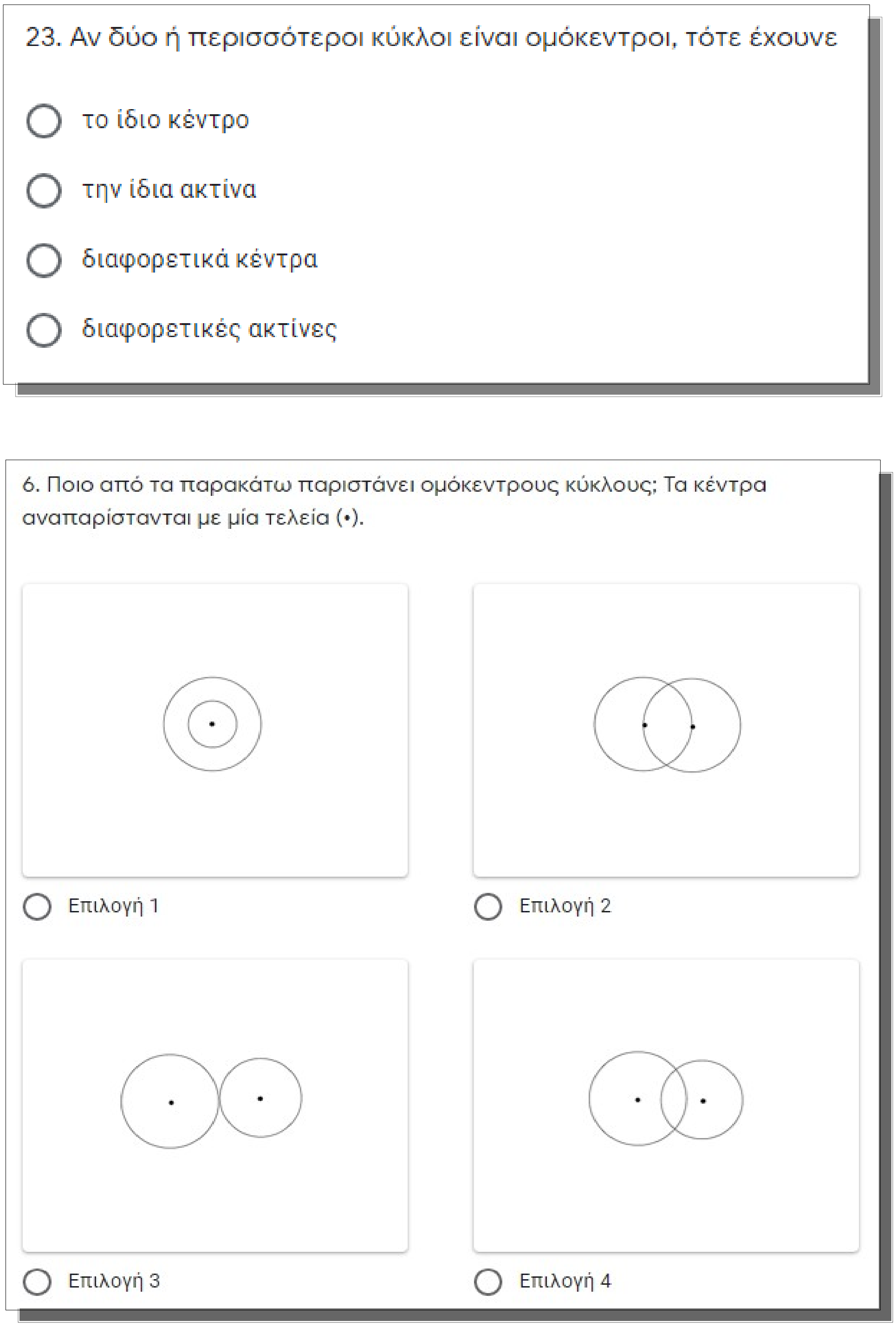
10. Στο παρακάτω σχήμα, Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Ποιο ευθύγραμμο τμήμα παριστάνει τη χορδή;



- ◯ ΟΔ
- ◯ ΑΒ
- ◯ ΓΕ
- ◯ ΓΔ

Εικόνα 2. Το ζεύγος εξέτασης του όρου “χορδή”

ερώτηση 1 (λεκτική) κι ερώτηση 10 (οπτική)



Εικόνα 3. Το ζεύγος εξέτασης του όρου “ομόκεντροι κύκλοι” ερώτηση 6 (οπτική) κι ερώτηση 23 (λεκτική)

Η αντιστοιχία των ομόλογων ερωτήσεων για κάθε έναν όρο του Πίνακα 2 παρουσιάζεται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 3. Στον πίνακα αυτό, δίπλα από κάθε όρο αναγράφονται σε μία παρένθεση δύο αριθμοί. Ο πρώτος αριθμός αντιστοιχεί στον αύξοντα αριθμό (ΑΑ) της ερώτησης που δόθηκε με τη λεκτική περιγραφή και ο δεύτερος αριθμός αντιστοιχεί στον ΑΑ της ερώτησης που δόθηκε με οπτική απεικόνιση. Με λίγα λόγια, για κάθε όρο βλέπουμε το εξής:

όρος (Λεκτική Περιγραφή, Οπτική Απεικόνιση)

Έτσι για παράδειγμα, για τον όρο ‘ακτίνα’ ο μαθητής εξετάζεται στις ερωτήσεις 3 και 14. Στην ερώτηση 3 η εξέταση γίνεται με λεκτική περιγραφή (ΛΠ) κι επομένως ζητείται από το μαθητή να επιλέξει την πρόταση που περιγράφει σωστά τον όρο (ορισμό ή ιδιότητα του όρου), ενώ στην ερώτηση 14 η εξέταση γίνεται με οπτική απεικόνιση (ΟΑ), δηλαδή ζητείται από το μαθητή να αναγνωρίσει τον όρο σε δοσμένο σχήμα.

Κύκλος	**Τρίγωνα και τετράπλευρα**	**Γραμμές και γωνίες**
Ακτίνα (3,14)	Ισόπλευρο (47,20)	Οξεία γωνία (25,8)
Χορδή (1,10)	Ισοσκελές (11,48)	Ορθή γωνία (27,22)
Διάμετρος (5,24)	Σκαληνό (9,54)	Αμβλεία γωνία (55,34)
Εφαπτομένη (7,30)	Ορθογώνιο τρίγωνο (45,28)	Μη κυρτή γωνία (21,4)
Τόξο (29,56)	Όμοια τρίγωνα (57,32)	Εναλλάξ γωνίες (49,52)
Κυκλικός τομέας (59,2)	Ύψος τριγώνου (53,44)	Κατά κορυφήν γωνίες (13,16)
Εγγεγραμμένο τετράπλευρο (15,38)	Εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου (-,51)	Συμπληρωματικές γωνίες (35,42)
Ομόκεντροι κύκλοι (23,6)	Πλήθος πλευρών τριγώνου (-,12)	Παραπληρωματικές γωνίες (39,58)
	Πλήθος πλευρών τετραπλεύρου (33,41)	Εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες (43,60)
	Διαγώνιοι τετραπλεύρου (-,41)	Παράλληλες ευθείες (37,50)
	Άξονες συμμετρίας (17,40)	Κάθετες ευθείες (31,18)

Πίνακας 3. Αντιστοίχιση των ερωτήσεων σε ΛΠ/ΟΑ ανά όρο (κατά Atebe)

Κατά την αντιστοίχιση των ερωτήσεων σε ΛΠ/ΟΑ παρατηρήθηκε ότι για τους 30 συνολικά γεωμετρικούς όρους, βρέθηκαν μόνον 27 συμπληρωμένα ζεύγη ομόλογων ερωτήσεων. Πιο αναλυτικά, για τους 8 γεωμετρικούς όρους της ενότητας ‘κύκλος’ βρέθηκαν σε πλήρη αντιστοίχιση 16 ομόλογες ερωτήσεις ΛΠ και ΟΑ. Όμοια και για τους 11 γεωμετρικούς όρους της ενότητας ‘γραμμές και γωνίες’, βρέθηκαν 22 ομόλογες ερωτήσεις. Αντίθετα, για την ενότητα ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’ της δεύτερης στήλης, σε πλήρη αντιστοίχιση λεκτικών και οπτικών ερωτήσεων βρέθηκαν οι 8 (από τους 11 συνολικά κατά Atebe) γεωμετρικοί όροι. Για τους υπόλοιπους τρις βρέθηκε μόνον η ερώτηση ΟΑ. Οι περιπτώσεις αυτές είναι το ‘εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου’ (με ΑΑ 51, σύμφωνα και με τον Schafer πρόκειται ερώτηση γενικών γνώσεων), το ‘πλήθος πλευρών τριγώνου’ (με ΑΑ 12, πρόκειται για ερώτηση γενικών γνώσεων) και ‘οι διαγώνιοι τετραπλεύρου’ (ερώτηση με ΑΑ 41). Άξιο αναφοράς είναι επίσης ότι για τις ερωτήσεις με ΑΑ 19, 26, 36, 46 δε μπόρεσε να γίνει αντιστοίχιση σε κανέναν όρο από τους 30 συνολικά που αναφέρονται στον πίνακα 2, .

Για τις ανάγκες της παρούσας έρευνας έγιναν οι εξής πέντε προσαρμογές:

- Η ερώτηση 41 αναφέρεται ταυτόχρονα στο ‘πλήθος πλευρών τετραπλεύρου’ και στις ‘διαγωνίους του τετραπλεύρου’. Αποφασίστηκε να δηλωθεί ως ερώτηση ΟΑ για το ‘πλήθος πλευρών τετραπλεύρου’ για το οποίο είχε βρεθεί ερώτηση ΛΠ κι επομένως αφαιρέθηκε το ‘διαγώνιοι τετραπλεύρου’.
- Αφαιρέθηκε η ερώτηση 26. Πρόκειται για ερώτηση ΟΑ. Οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν πόσες πλευρές και πόσες διαγώνιες βλέπουν σε δοσμένο τρίγωνο. Η ερώτηση είχε πιθανά περιληφθεί στο TPGT για να εξετάσει εάν οι μαθητές κατανοούν τον όρο ‘διαγώνιος’ δια τούτο η σωστή απάντηση είναι η τρίτη: 3 πλευρές και 0 διαγώνιοι. Σε μία προσπάθεια συσχέτισης της ερώτησης με ΑΑ 26 (σε τρίγωνο) και της αντίστοιχής της σε τετράπλευρο (ερώτηση 41) για τον έλεγχο κατανόησης του όρου ‘διαγώνιος’, παρατηρούμε ότι πρόκειται για δύο ερωτήσεις ΟΑ κι έτσι οδηγούμαστε στο να αφαιρέσουμε και την ερώτηση 26 από το σώμα των 60 ερωτήσεων του TPGT.
- Οι ερωτήσεις με ΑΑ 33 και 41 θα θεωρηθούν ζεύγος ομόλογων ερωτήσεων και θα αντιστοιχηθούν στο ‘πλευρές τετραπλεύρου’, το οποίο θα μετονομάσουμε ‘τετράπλευρο’.
- Αφαιρέθηκε η ερώτηση 46. Πρόκειται για ερώτηση ΛΠ χωρίς ομόλογη ΟΑ κι αποφασίστηκε να αφαιρεθεί από το σώμα των 60 ερωτήσεων του TPGT.

- Παρατηρούμε ότι οι ερωτήσεις με ΑΑ 12, 19, 36 και 51 δεν εξετάζουν την κατανόηση γεωμετρικών όρων. Πρόκειται για ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων (ο Schäfer δεν είχε αναφέρει την ερώτηση με ΑΑ 12). Αυτές οι τέσσερις ερωτήσεις θα αφαιρεθούν από το σώμα των 60 ερωτήσεων του TPGT και θα εξεταστούν χωριστά, ελέγχοντας την επίδοση των μαθητών σε αυτές. Τα αποτελέσματά τους θα συγκριθούν με εκείνα των ερωτήσεων που ελέγχουν αποκλειστικά την κατανόηση της ορολογίας.

Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω, ο πίνακας αντιστοίχισης των ομόλογων ερωτήσεων ανά όρο στον οποίο θα στηριχτεί η έρευνά μας θα είναι ο πίνακας 4.

Κύκλος	**Τρίγωνα και τετράπλευρα**	**Γραμμές και γωνίες**
Ακτίνα (3,14)	Ισόπλευρο (47,20)	Οξεία γωνία (25,8)
Χορδή (1,10)	Ισοσκελές (11,48)	Ορθή γωνία (27,22)
Διάμετρος (5,24)	Σκαληνό (9,54)	Αμβλεία γωνία (55,34)
Εφαπτομένη (7,30)	Ορθογώνιο τρίγωνο (45,28)	Μη κυρτή γωνία (21,4)
Τόξο (29,56)	Όμοια τρίγωνα (57,32)	Εναλλάξ γωνίες (49,52)
Κυκλικός τομέας (59,2)	Ύψος τριγώνου (53,44)	Κατά κορυφήν γωνίες (13,16)
Εγγεγραμμένο τετράπλευρο (15,38)	Τετράπλευρο (33,41)	Συμπληρωματικές γωνίες (35,42)
Ομόκεντροι κύκλοι (23,6)	Άξονες συμμετρίας (17,40)	Παραπληρωματικές γωνίες (39,58)
		Εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες (43,60)
		Παράλληλες ευθείες (37,50)
		Κάθετες ευθείες (31,18)

Πίνακας 4. Αντιστοίχιση των ερωτήσεων σε ΛΠ/ΟΑ ανά όρο

Το ερωτηματολόγιο δόθηκε στους μαθητές σε ηλεκτρονική μορφή Google Form εφόσον αρχικά μεταφράστηκε στα ελληνικά (βλ. Παράρτημα ΙΙ). Κατά τη μετάφρασή του σημειώθηκαν αρκετοί γεωμετρικοί όροι ομόηχοι στις δύο γλώσσες διδασκαλίας της Αρχιμηδείου, τα Ελληνικά και τα Αγγλικά. Ο πίνακας που ακολουθεί περιλαμβάνει τους 27 υπό εξέταση γεωμετρικούς όρους του ερωτηματολογίου, ταξινομημένους σε ομόηχους και μη ομόηχους. Εντοπίστηκαν 7 ομόηχοι και 20 μη ομόηχοι.

Ομόηχοι		Μη ομόηχοι	
Χορδή	Chord	Ακτίνα	Radius
Διάμετρος	Diameter	Εφαπτομένη	Tangent
Ομόκεντροι κύκλο	Concentric Circles	Τόξο	Arc
Ισοσκελές	Isosceles	Κυκλικός τομέας	Circular Sector
Σκαληνό	Scalene	Εγγεγραμμένο τετράπλευρο	Cyclic Quadrilateral
Άξονες συμμετρίας	Axis of Symmetry	Ισόπλευρο	Equilateral
Παράλληλες ευθείες	Parallel lines	Ορθογώνιο	Right Triangle
		Όμοια τρίγωνα	Similar Triangles
		Ύψος τριγώνου	Height
		Τετράπλευρο	Quadrilateral
		Οξεία γωνία	Acute angle
		Ορθή γωνία	Right angle
		Αμβλεία γωνία	Obtuse angle
		Μη κυρτή γωνία	Reflex Angle
		Εναλλάξ γωνίες	Alternate Angles
		Κατά κορυφήν γωνίες	Vertically Opposite Angles
		Συμπληρωματικές γωνίες	Complementary Angles
		Παραπληρωματικές γωνίες	Supplementary Angles
		Εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες	Corresponding Angles
		Κάθετες ευθείες	Perpendicular lines

Πίνακας 5. Ταξινόμηση των γεωμετρικών όρων σε ομόηχους και μη ομόηχους

3.4.2 Το δείγμα της έρευνας

Στην έρευνα συμμετείχαν 50 μαθητές. Με έκπληξη παρατηρήθηκε πως στο δείγμα τυχαία υπήρξαν 25 κορίτσια και 25 αγόρια, γεγονός που αξίζει να σημειωθεί καθώς παράλληλα στην έρευνά του ο Atebe τόνιζε πως ενώ η αρχική του πρόθεση ήτανε η συμμετοχή ίσου αριθμού μαθητών από τα δύο φύλα, τα τελικά νούμερα διέφεραν με

39 αγόρια και 33 κορίτσια για τους Νιγηριανούς μαθητές και 31 αγόρια και 41 κορίτσια για τους μαθητές της Νοτίου Αφρικής (Atebe, 2008, σελ, 86). Τον Απρίλιο του 2019, όταν δηλαδή έλαβε χώρα η έρευνα, οι μαθητές ήταν ηλικίας από 13 έως 15 ετών. Πιο συγκεκριμένα, υπήρξε ένας μαθητής 13 ετών, 18 μαθητές ήταν 14 ετών και οι υπόλοιποι 31 μαθητές ήταν 15 ετών. Όλοι τους φοιτούσαν στο grade 9 στο Archimedean Upper Conservatory στο Μαϊάμι της Φλόριντα των ΗΠΑ.

3.4.3 Η ερευνητική διαδικασία

Η διαδικασία συλλογής των δεδομένων πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας. Τονίζουμε πως μία διδακτική ώρα για τα σχολεία της Αρχιμηδείου ποικίλει σε διάρκεια, άλλες διδακτικές ώρες διαρκούν 50 λεπτά, άλλες 55 κι άλλες 65 λεπτά της ώρας. Επιλέχτηκε να πραγματοποιηθεί η συμπλήρωση των ερωτηματολογίων στην διδακτική ώρα διάρκειας 65 λεπτών. Στην αρχή δόθηκαν οι απαραίτητες επεξηγήσεις από τους συναδέλφους καθηγητές μαθηματικών στο AUC κι έτσι ο καθαρός χρόνος συμπλήρωσης ήτανε 50 λεπτά, όσο δηλαδή και στην έρευνα του Atebe.

Ζητήθηκε από τους μαθητές να συμπληρώσουν το ερωτηματολόγιο σύμφωνα με όσα έχουν διδαχτεί στο μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στα ελληνικά χωρίς τη χρήση λεξικού ή τη μετάφραση από τον επιβλέποντα καθηγητή. Οι επιβλέποντες καθηγητές ενημέρωσαν τους μαθητές για το σκοπό της δραστηριότητας, σημείωσαν ότι δε θα υπάρχει ανταμοιβή για τη συμμετοχή τους κι επιβεβαίωσαν πως η ανωνυμία των δεδομένων θα ήταν εγγυημένη. Τόνισαν ότι οι μαθητές όφειλαν να αποτυπώσουν με τις απαντήσεις τους τις πραγματικές τους γνώσεις χωρίς το φόβο του βαθμού και της αλλοίωσης του σχολικής τους εικόνας.

Για τη βαθμολόγηση του τεστ ακολουθήθηκε ακριβώς η ίδια κλίμακα πόντων που χρησιμοποίησε και ο Atebe στην έρευνά του. Κάθε ερώτηση αντιστοιχεί σε έναν πόντο. Έχοντας αφαιρέσει τις ερωτήσεις με ΑΑ 26 και 46 η συνολική βαθμολογία για κάθε μαθητή αναμένεται να κυμανθεί από 0 έως 58 πόντους. Πιο συγκεκριμένα, οι 54 ερωτήσεις που θα ελέγχουν την κατανόηση των 27 γεωμετρικών όρων θα συγκεντρώνουν από 0 έως 54 πόντους και οι τέσσερις ερωτήσεις που θα εξεταστούν χωριστά (οι ερωτήσεις με ΑΑ 12,19,36 και 51) προκειμένου να ελεγχθεί η επίδοση των μαθητών στην κατανόηση γενικών γεωμετρικών γνώσεων θα συγκεντρώνουν από 0 έως 4 πόντους.

Για τη διεξαγωγή της έρευνας ζητήθηκε άδεια από το σχολείο. Τόσο ο πρόεδρος της Αρχιμηδείου κύριος Καυκούλης Γεώργιος, με τον οποίο δίδασκα σε συνδιδασκαλία την Ευκλείδεια Γεωμετρία στα ελληνικά, όσο και ο γενικός διοικητικός διευθυντής κύριος Μπαρδούτσος Δημήτριος, έδωσαν άμεσα και χωρίς δεύτερη σκέψη την άδεια διεξαγωγής της έρευνας σε κλίμα άριστης συνεργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας σχετικά με τις γνώσεις των μαθητών σε βασικούς γεωμετρικούς όρους. Αρχικά έγινε μετατροπή των βαθμών του TPGT σε κλίμακα ποσοστών επί τοις εκατό (%) και ποσοτική ανάλυση μέσω του Microsoft Excel, όμοια με την αντίστοιχη ανάλυση των δεδομένων στην έρευνα που διεξήγαγε ο Atebe. Κατόπιν, έγινε επιπλέον επεξεργασία στο στατιστικό πρόγραμμα SPSS (Statistical Package for Social Sciences).

Μερικά από τα πλεονεκτήματα χρήσης σταθμισμένου τεστ στην εκπαίδευση είναι η αντικειμενικότητα, η εγκυρότητα και η αποτελεσματική αξιολόγηση από τον ερευνητή εκπαιδευτικό. Επιπλέον, είναι ιδιαίτερα βραχυτελής διαδικασία, επειδή ο τύπος των ερωτημάτων που επιλέγεται, συνήθως πολλαπλής επιλογής, συλλέγεται, διορθώνεται κι ερμηνεύεται σε σύντομο χρονικό διάστημα ακόμα κι όταν χρησιμοποιείται για την εξέταση μεγάλου αριθμού εξεταζόμενων (Τσοπάνογλου Α. 2010).

Παρακάτω αναλύονται σε ενότητες τα δεδομένα που πήραμε από τις συμπληρωμένες φόρμες των 50 μαθητών. Στόχος μας είναι η απάντηση στα τέσσερα ερευνητικά ερωτήματα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 3.2. Αρχικά, θα διερευνηθεί ο βαθμός κατανόησης 27 γεωμετρικών όρων (1ο ερευνητικό ερώτημα), με ταξινόμηση σε τρία τμήματα ως εξής:

1. Για τον κύκλο θα εξετάσουμε 8 γεωμετρικούς όρους,
2. Για τα τρίγωνα και τετράπλευρα θα εξετάσουμε 8 γεωμετρικούς όρους, και
3. Για τις γραμμές και γωνίες θα εξετάσουμε 11 γεωμετρικούς όρους.

Κατόπιν, θα ελεγχθεί η ύπαρξη συσχέτισης της ικανότητας των μαθητών να απαντούν σωστά σε ερωτήσεις ΛΠ και ΟΑ (2ο ερευνητικό ερώτημα). Στη συνέχεια, θα ελεγχθεί η ύπαρξη συσχέτισης στην επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις ορολογίας και σε αυτές γενικών γεωμετρικών γνώσεων (3ο ερευνητικό ερώτημα). Τέλος, θα εξεταστεί η διαφορά στην επίδοση των μαθητών σε γεωμετρικούς όρους ομόηχους και μη με τα ελληνικά (4ο ερευνητικό ερώτημα).

4.1 Γενική επίδοση και χαρακτηριστικά των συμμετεχόντων στο TPGT

Η γενική επίδοση των μαθητών στο TPGT περιγράφεται με το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της συνολικής μέσης βαθμολογίας τους. Ο Πίνακας 6 συνοψίζει την επίδοση των συμμετεχόντων σε δύο κλίμακες, στην κλίμακα βαθμολόγησης 0-58 και στην εκατοστιαία 0-100 (% ποσοστό). Στον πίνακα, εκτός από τη μέση τιμή των συνολικών βαθμολογιών περιλαμβάνονται επίσης οι τιμές της ελάχιστης και της μέγιστης βαθμολογίας όπως επίσης και της τυπικής απόκλισης.

	Μέση τιμή	**Τυπική απόκλιση**	**Ελάχιστη τιμή**	**Μέγιστη τιμή**
Κλίμακα 0-58	39,38	9,62	14	54
Ποσοστά %	67,9	16,59	24	93

Πίνακας 6. Γενική επίδοση των 50 συμμετεχόντων

Σύμφωνα με τον πίνακα, η γενική επίδοση των μαθητών στο TPGT είναι 67,9%, ένα ποσοστό το οποίο καθορίζει τη θέση των τιμών στο χώρο και το οποίο επηρεάζεται από ακραίες τιμές (Bennie, Blake & Fitton, 2006, όπως αναφέρεται σε Atebe). Στο δείγμα των 50 μαθητών υπάρχουν 27 διαφορετικές βαθμολογίες. Παρατηρήσαμε ότι κανένας μαθητής δεν έλαβε βαθμολογία κάτω από 14 σε αντίθεση με τις 14 τελευταίες τιμές στην κλίμακα 0-58, βαθμολογία πάνω από 44, την οποία έχουνε επιτύχει 17 μαθητές. (το 1/3 περίπου των μαθητών). Για να αποσαφηνιστεί εάν οι ακραίες τιμές της έρευνας προκαλούν ή όχι πρόβλημα στην ερμηνεία που δίνει η μέση τιμή, ελέγξαμε εάν το δείγμα είναι ομοιογενές (Daramola, 1998, όπως αναφέρεται σε Atebe). Η εξέταση της ομοιογένειας επιτυγχάνεται από την τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας CV. Για τις τιμές που ελήφθησαν από τα 50 ερωτηματολόγια ο συντελεστής μεταβλητότητας CV είναι ίσος με 0,2442623, κι επομένως σε ποσοστό επί τοις εκατό και στρογγυλοποίηση στα δύο δεκαδικά ψηφία είναι ίσος με 24,43%. Το ποσοστό αυτό ξεπερνά το 10% κι επομένως το δείγμα δεν είναι ομοιογενές. Κατά συνέπεια η μέση τιμή δεν είναι αντιπροσωπευτική των βαθμολογιών της ομάδας (Daramola, 1998). Οι ακραίες τιμές που ελήφθησαν δείχνουν να επηρεάζουν αρκετά τη γενική επίδοση των μαθητών στο TPGT.

Στη συνέχεια ελέγξαμε την κανονικότητα. Εξετάστηκε η τιμή Shapiro-Wilk p. Στον Πίνακα 7 παρατηρούμε ότι $p=.066$ ($>.05$) κι επομένως έχουμε κανονική κατανομή των 50 βαθμολογιών στο TPGT.

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Γεν.Επίδοση	,094	50	,200*	,957	50	,066

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Πίνακας 7. Πίνακας ελέγχου κανονικότητας

Η σχετικά υψηλή τιμή της μέσης τιμής (67,9%) είναι μια ένδειξη ότι η ομάδα των μαθητών που πήρε μέρος στην έρευνα είχε καλό επίπεδο γνώσεων της ορολογίας της σχολικής γεωμετρίας, πολύ μεγαλύτερο τουλάχιστον από τις δυο ομάδες της έρευνας του Atebe, όπου αντίστοιχα η μέση τιμή τους ήταν 40,49% και 47,85%. Σημειώνεται ότι οι ερωτήσεις που αποτελούν το TPGT είναι σε μεγάλο βαθμό ερωτήσεις του πρώτου επίπεδου van Hiele κι επομένως στο σύνολό του είναι μια απλή δοκιμασία γνώσης για τους πιο απλούς γεωμετρικούς όρους που συναντώνται στη σχολική γεωμετρία. Εγείρεται όμως ο προβληματισμός για το εάν η καλή εικόνα που παρατηρήθηκε πιο πάνω οφείλεται σε πολύ υψηλές βαθμολογίες Ελλήνων μαθητών του δείγματος σε σχέση με αυτές των δίγλωσσων μαθητών. Η ιδιαιτερότητα της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στα ελληνικά αποτελεί μεγάλο πλεονέκτημα για τα ελληνόπουλα που φοιτούν στην Αρχιμήδειο. Από τα δεδομένα που λάβαμε στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου, χαρακτηριστικά είναι τα δύο παρακάτω.

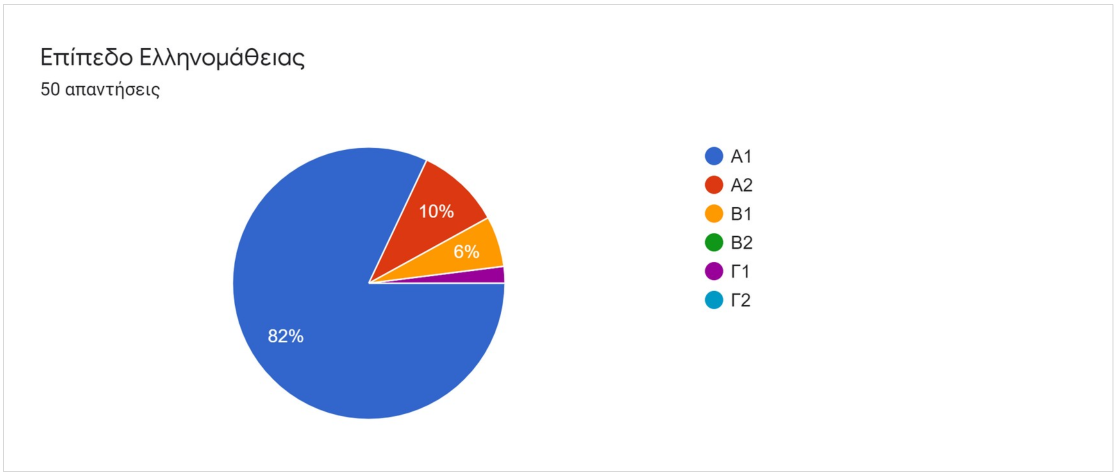
Α. Στην ερώτηση σχετικά με την εθνικότητα/καταγωγή των μαθητών, δεν υπήρξε απάντηση 'καταγωγή ελληνική' παρόλο του ότι στην ηλεκτρονική μορφή του ερωτηματολογίου η Ελλάδα δίνονταν ως τέταρτη επιλογή μετά το Μαΐάμι, τη Βενεζουέλα και το Πουέρτο Ρίκο. Στο ερωτηματολόγιο δίνονταν επίσης η επιλογή να πληκτρολογήσουν οι μαθητές την απάντησή τους εάν αυτή δε περικλείονταν μέσα στις τέσσερις πρώτες. Στην πλειοψηφία τους οι μαθητές ήταν από το Μαΐάμι (43 μαθητές), ενώ έχουμε 2 μαθητές από τη Βενεζουέλα και κατόπιν από 1 μαθητή για τις απαντήσεις Πουέρτο Ρίκο, Νικαράγουα, Περού και Κολομβία, Περού και Σλοβενία, και Κολομβία (βλ. πίνακα 8).

Ανατρέχοντας μάλιστα στα ονόματα των μαθητών, παρόλο που βρέθηκε ένα ονοματεπώνυμο καθαρά ελληνικό, ο συγκεκριμένος μαθητής δηλώνει καταγωγή από το Πουέρτο Ρίκο. Ο μαθητής ήταν και ο μοναδικός που δήλωσε επίπεδο ελληνομάθειας Γ1, παρόλο του ότι στο τρίτο μέρος του ερωτηματολογίου, σχετικά με το επίπεδο δυσκολίας ως προς τη γλώσσα, δήλωσε το μέγιστο βαθμό δυσκολίας 5 (στην κλίμακα 1-5). Επίσης, η βαθμολογία του γραπτού του δεν ήταν ακραία υψηλή, έλαβε βαθμό 47 στα 58, δηλαδή γενική επίδοση σε ποσοστιαία κλίμακα 81%.

Εθνικότητα/Καταγωγή	**Μαθητές**	**Ποσοστό**
Μαϊάμι	43	86%
Βενεζουέλα	2	4%
Πουέρτο Ρίκο	1	2%
Νικαράγουα	1	2%
Περού και Κολομβία	1	2%
Περού και Σλοβενία	1	2%
Κολομβία	1	2%
Σύνολο	**50**	**100%**

Πίνακας 8. Εθνικότητα/Καταγωγή σε ποσοστιαία κλίμακα

Β. Η δεύτερη παρατήρηση σχετίζεται με το επίπεδο ελληνομάθειας των μαθητών του δείγματος. Το 82% των μαθητών δήλωσαν πως βρίσκονται στο πρώτο μόλις επίπεδο ελληνομάθειας Α1 (βλ. Διάγραμμα 3). Το ποσοστό αυτό είναι ιδιαίτερα υψηλό, και σε συνδυασμό με το ακριβώς επόμενο επίπεδο, το επίπεδο Α2, αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία των απαντήσεων φτάνοντας σε ποσοστό 92%.



Διάγραμμα 3. Επίπεδο Ελληνομάθειας σε ποσοστιαία κλίμακα

Αυτό σημαίνει ότι οι 46 από τους 50 μαθητές που έλαβαν μέρος στην έρευνα είχαν περιορισμένη γνώση της ελληνικής γλώσσας. Τα επίπεδα ελληνομάθειας Α1 και Α2 (Α1:Στοιχειώδης Γνώση, Α2: Βασική Γνώση) θεωρούνται σημαντικά για την επικοινωνία, όπως περιγράφονται στο Κοινό Ευρωπαϊκό Πλαίσιο Αναφοράς για τις Γλώσσες (ΚΕΠΑ), όμως περιορίζονται σε πολύ συγκεκριμένα πλαίσια αυτής. [1]

Συμπερασματικά, το υπό εξέταση δείγμα δίγλωσσων μαθητών για τους οποίους η ελληνική γλώσσα αποτελεί καθολικά τη δεύτερη γλώσσα επικοινωνίας, παρουσίασε

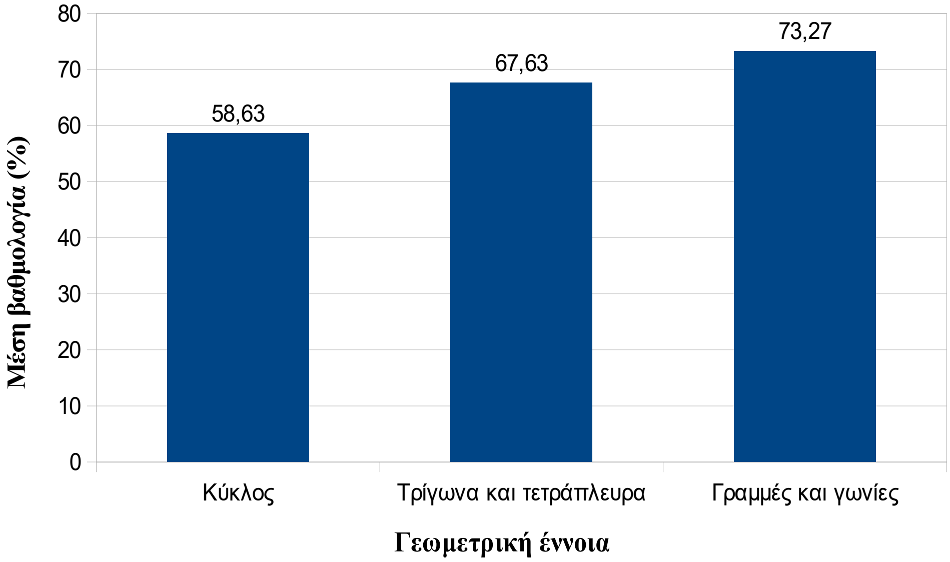
1 Στο επίπεδο Α1 οι μαθητές διδάσκονται ανάγνωση και γραφή της ελληνικής γλώσσας με λεξιλόγιο που περιορίζεται στους χαιρετισμούς και σε πληροφορίες για την οικογένεια, τα τρόφιμα, το ρουχισμό, τα χρώματα, τα μέσα μεταφοράς, τα ενδιαφέροντά τους και ότι άλλο μπορεί να περιλαμβάνει ένας φιλικός διάλογος. Με την κατάκτηση του επιπέδου Α1 ο μαθητής πρέπει να μπορεί να καταλαβαίνει και να χρησιμοποιεί το λεξιλόγιο που αντιστοιχεί στις καταστάσεις επικοινωνίας που περιγράφτηκαν, και στις οποίες μπορεί να εμπλακεί, για να εκπληρώσει τις καθημερινές του επικοινωνιακές ανάγκες. Σ' αυτό το επίπεδο ο μαθητής διαθέτει ένα στοιχειώδες ρεπερτόριο λέξεων και απλών εκφράσεων που σχετίζονται με τα προσωπικά στοιχεία και συγκεκριμένες καθημερινές καταστάσεις. Η κατανόηση γραπτού λόγου περιορίζεται σε απλά κείμενα σχετικά με οικεία θέματα. Ο μαθητής που κατέχει επίπεδο ελληνομάθειας Α1 είναι σε θέση να παρακολουθεί την εξέλιξη μιας σύντομης και απλής ιστορίας, να κατανοεί το γενικό νόημα ενός απλού κειμένου, να υποθέτει την έννοια κάποιων άγνωστων λέξεων από τα συμφραζόμενα και να μπορεί να ακολουθεί σύντομες, απλά γραμμένες οδηγίες, ιδιαίτερα αν υπάρχει οπτική υποστήριξη (εικονογραφημένες ιστορίες, χάρτες, εικόνες χρήσης αντικειμένων κτλ.).

Στο επίπεδο Α2 οι μαθητές εμπλουτίζουν το λεξιλόγιό τους ώστε να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα και σε ζητήματα πέραν των απλών καθημερινών αναγκών τους. Ο λόγος τους γίνεται πιο τυπικός και είναι ευκολότερη η παρακολούθηση και συμμετοχή τους στα μαθήματα της τάξης, κατανοώντας τις οδηγίες των δασκάλων τους και τα βασικά στοιχεία από το περιεχόμενο των σχολικών τους εγχειριδίων. Σχετικά με την κατανόηση γραπτού λόγου ο μαθητής που κατέχει επίπεδο ελληνομάθειας Α2 έχει την ικανότητα να διαβάζει πολύ μικρά απλά κείμενα και να βρίσκει συγκεκριμένες προβλέψιμες πληροφορίες σε γνώριμα θέματα.

μία καλή εικόνα ως προς τη γενική επίδοση στο ερωτηματολόγιο των 58 ερωτήσεων.

4.2 Επίδοση ανά γεωμετρική έννοια

Για τη διερεύνηση του βαθμού κατανόησης των γεωμετρικών όρων υπολογίστηκε η μέση βαθμολογία για κάθε μία από τις τρις ενότητες/γεωμετρικές έννοιες του TPGT. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο διάγραμμα 4.



Διάγραμμα 4. Μέση βαθμολογία (σε % ποσοστό) ανά έννοια

Σύμφωνα με αυτό, το χαμηλότερο ποσοστό αντιστοιχεί στις ερωτήσεις που εξετάζουν τους γεωμετρικούς όρους της έννοιας ‘κύκλος’ και είναι 58,63%. Εννέα ποσοστιαίες μονάδες πιο υψηλά βρίσκεται η ενότητα ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’ με τη μέση βαθμολογία να είναι 67,63%. Τέλος, το μεγαλύτερο ποσοστό είναι αυτό που αντιστοιχεί στους σχετικές με τις ‘γραμμές και γωνίες’ όρους, με ποσοστό 73,27%. Η διαφορά της επίδοσης που παρατηρήθηκε στους μέσους όρους των τριών ενοτήτων διερευνήθηκε επιπλέον με τον έλεγχο ύπαρξης στατιστικά σημαντικής διαφοράς μεταξύ τους.

Το πρώτο βήμα της ανάλυσης είναι ο έλεγχος της ύπαρξης ακραίων τιμών από τα αντίστοιχα θηκογράμματα. Παρατηρούμε ότι υπάρχει μία ακραία τιμή (ξεκινούμε από την πιο μακρινή) στην ενότητα ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’. Αντιστοιχεί σε ποσοστό 2% (<10%) κι επομένως δε χρειάζεται να γίνει μετασχηματισμός αφαίρεσης. Όμοια, για την ενότητα ‘κύκλος’ όπου υπάρχουν δύο ακραίες τιμές, το ποσοστό είναι 4%

(<10%) κι επομένως και πάλι δε χρειάζεται να γίνει μετασχηματισμός. Κατόπιν, εξετάσαμε εάν οι μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή.

Tests of Normality

	Ενότητα	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Βαθμολογία	1	,141	50	,014	,964	50	,136
	2	,164	50	,002	,916	50	,002
	3	,174	50	,001	,900	50	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Πίνακας 9. Πίνακας ελέγχου κανονικότητας ανά ενότητα/γεωμετρική έννοια

Σύμφωνα με τον πίνακα 9, η Shapiro-Wilk p-τιμή σε επίπεδο σημαντικότητας α=5% είναι p=.136 (>.05) για την ενότητα 'κύκλος', p=.002 (<.05) για την ενότητα 'τρίγωνα και τετράπλευρα' και p=.000 (<.05) για την ενότητα 'γραμμές και γωνίες'. Παρατηρούμε ότι μόνον η πρώτη μεταβλητή ακολουθεί κανονική κατανομή. Για τις μεταβλητές 'τρίγωνα και τετράπλευρα' και 'γραμμές και γωνίες', οι οποίες δεν ακολουθούν κανονική κατανομή σε επίπεδο σημαντικότητας α=5%, συνεχίσαμε τον έλεγχο με το μη παραμετρικό Wilcoxon Test.

Ranks

	Ενότητα	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Βαθμολογία	2	50	33,36	1668,00
	3	50	67,64	3382,00
	Total	100		

Test Statistics[a]

	Βαθμολογία
Mann-Whitney U	393,000
Wilcoxon W	1668,000
Z	-5,938
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable: Ενότητα

Πίνακας 10. Wilcoxon Test ('τρίγωνα και τετράπλευρα', 'γραμμές και γωνίες')

Ο έλεγχος έδωσε τιμές Z=-5.938 και p=.000<.05 οπότε σε επίπεδο σημαντικότητας α=5%, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, δηλαδή υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στο μέσο όρο της επίδοσης στην ενότητα 'τρίγωνα και τετράπλευρα' και στο μέσο όρο της ενότητας 'γραμμές και γωνίες'. Επομένως, ο βαθμός κατανόησης ενός μαθητή στους όρους της έννοιας 'τρίγωνα και τετράπλευρα' φαίνεται να επηρεάζεται σημαντικά από το βαθμό κατανόησης των όρων που περιλαμβάνει η έννοια ‘γραμμές και γωνίες’.

Τέλος, για τη διερεύνηση της ύπαρξης στατιστικά σημαντικής διαφοράς των τριών μέσων όρων μαζί, κάναμε χρήση της ANOVA και συμπληρωματικά το Tukey’s test για τον εντοπισμό ποιων ακριβώς κατηγοριών οι μέσοι όροι ευθύνονται για τη διαφορά.

ANOVA

Βαθμολογία

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1259,853	2	629,927	55,434	,000
Within Groups	1670,440	147	11,364		
Total	2930,293	149			

Πίνακας 11. ANOVA (‘κύκλος’, ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’, ‘γραμμές και γωνίες’)

Σύμφωνα με τον πίνακα 11, υπάρχει σημαντική διαφορά σε τουλάχιστον μία από τις ενότητες καθώς σε επίπεδο σημαντικότητας α=5% λάβαμε sig.=.000<.05. Στο δεύτερο επίπεδο ανάλυσης μέσω του Tukey’s test, παρατηρούμε ότι οι γεωμετρικές έννοιες ‘κύκλος’ και ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’ (οι ενότητες 1 και 2 στον πίνακα 12) αποτελούν το πρώτο υποσύνολο όταν στο δεύτερο υποσύνολο υπάρχει μόνο η έννοια ‘γραμμές και γωνίες’. Επομένως, δεν υπάρχει σημαντική στατιστική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των ενοτήτων 1-2, ενώ υπάρχει ανάμεσα στους μέσους όρους των ενοτήτων 3-1 και 3-2.

Βαθμολογία

Tukey B[a]

Ενότητα	N	Subset for alpha = 0.05	
		1	2
1	50	9,3800	
2	50	10,8200	
3	50		16,1200

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 50,000.

Πίνακας 12. Tukey’s (‘κύκλος’, ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’, ‘γραμμές και γωνίες’)

Συμπερασματικά, η μελέτη της επίδοσης των μαθητών της παρούσας έρευνας ανά γεωμετρική έννοια έδειξε ότι σε επίπεδο σημαντικότητας α=5% δεν υπάρχει σημαντική στατιστική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των ενοτήτων ‘κύκλος’ και ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’ κι επομένως ο βαθμός κατανόησης ενός μαθητή στους όρους της έννοιας ‘κύκλος’ φαίνεται να μην επηρεάζεται σημαντικά από το βαθμό κατανόησης στους όρους που περιλαμβάνει η έννοια ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’. Από την άλλη, υπάρχει σημαντική στατιστική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των εννοιών ‘γραμμές και γωνίες’ και ‘κύκλος’, όπως επίσης και ανάμεσα στους μέσους όρους των εννοιών ‘γραμμές και γωνίες’ και ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’. Έτσι, ο βαθμός κατανόησης ενός μαθητή στους όρους της έννοιας ‘γραμμές και γωνίες’ φαίνεται να επηρεάζεται σημαντικά από το βαθμό κατανόησης των όρων που περιλαμβάνει η έννοια ‘κύκλος’ και της έννοιας ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’. Παρακάτω μελετώνται αναλυτικά οι μέσες βαθμολογίες των γεωμετρικών όρων ξεχωριστά για καθεμία από τις τρεις ενότητες/έννοιες.

4.2.1 Κατανόηση των όρων της έννοιας ‘κύκλος’

Με σκοπό τη διερεύνηση του βαθμού κατανόησης των 8 γεωμετρικών όρων που σχετίζονται με την έννοια του κύκλου, έγινε ανάλυση των μέσων όρων των βαθμολογιών που πέτυχαν οι μαθητές σε αυτούς. Εξετάστηκαν συνολικά 16 ερωτήσεις, δύο ερωτήσεις για κάθε όρο, μία σε λεκτική και μία σε οπτική μορφή. Πρόκειται για τους όρους ακτίνα, χορδή, διάμετρος, εφαπτομένη, τόξο, κυκλικός τομέας, εγγεγραμμένο τετράπλευρο και ομόκεντροι κύκλοι. Οι μέσες βαθμολογίες των μαθητών για κάθε έναν από τους παραπάνω όρους του κύκλου που περιλαμβάνονται στο TPGT παρουσιάζονται στον Πίνακα 13.

Γεωμετρικός όρος		**Μέση βαθμολογία (σε % ποσοστό)**
Ελληνική ορολογία	**Αγγλική ορολογία**	
Διάμετρος	Diameter	73
Χορδή	Chord	70
Ομόκεντροι κύκλοι	Concentric Circles	65
Ακτίνα	Radius	64
Εφαπτομένη	Tangent	59
Τόξο	Arc	54
Κυκλικός τομέας	Circular Sector	45
Εγγεγραμμένο τετράπλευρο	Cyclic Quadrilateral	39

Πίνακας 13. Μέσες βαθμολογίες (σε %) ανά γεωμετρικό όρο της έννοιας ‘κύκλος’

Σύμφωνα με το πίνακα, το μικρότερο ποσοστό παρουσίασε ο όρος εγγεγραμμένο τετράπλευρο, μόλις 39%, αριθμός που εκφράζει το μικρό βαθμό κατανόησης του όρου. Αντίθετα, το μεγαλύτερο ποσοστό παρουσιάζει ο όρος διάμετρος (73%), κι επομένως ο βαθμός κατανόησης για τον όρο αυτό είναι αρκετά υψηλός. Δεύτερος σε υψηλό ποσοστό μέσης βαθμολογίας είναι ο όρος χορδή με ποσοστό 70% και τρίτος ο όρος ομόκεντροι κύκλοι με ποσοστό 66%. Παρατηρούμε ότι δυο από τους οκτώ όρους έφεραν ποσοστά μέσων βαθμολογιών κάτω του 50%, αλλά και όλοι τους κάτω του 75% εκφράζοντας μέτριες μέσες βαθμολογίες μαθητών, γεγονός που ερμηνεύει το χαμηλό μέσο όρο στο σύνολο των ερωτήσεων για την έννοια ‘κύκλος’, όπως φάνηκε προηγουμένως στο διάγραμμα 4.

Αξιοσημείωτο είναι επίσης ότι για αυτούς τους 3 πρώτους σε ποσοστά όρους οι ελληνικές λέξεις διάμετρος, χορδή και ομόκεντροι κύκλοι χρησιμοποιούνται με ομόηχες λέξεις και στη διεθνή βιβλιογραφία ως εξής: diameter, chord και concentric circles αντίστοιχα. Αντίθετα, λέξεις που κατέλαβαν τις υπόλοιπες θέσεις στη λίστα, όπως η λέξη ακτίνα η οποία στα αγγλικά ονομάζεται radius, η εφαπτομένη που ονομάζεται tangent, το τόξο το οποίο ονομάζεται arc κτλ, δε συνδέονται ηχητικά με λέξεις της πρώτης γλώσσας επικοινωνίας, τα αγγλικά, και πιθανά αυτό να αποτελεί τροχοπέδη στην εύκολη αποτύπωσή στη μνήμη των μαθητών και κατ’ επέκταση κατανόηση κι εκμάθησή τους.

Συνολικά, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι είχαμε ένα μέτριο επίπεδο γνώσης της ορολογίας που σχετίζεται με τη γεωμετρική έννοια του κύκλου.

4.2.2 Κατανόηση των όρων της έννοιας ‘τρίγωνα-τετράπλευρα’

Προκειμένου να προσδιοριστεί ο βαθμός κατανόησης των 8 γεωμετρικών όρων που σχετίζονται με την έννοια ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’, έγινε αντίστοιχα ανάλυση στους μέσους όρους των 16 ερωτήσεων που αναφέρονται σε αυτούς. Πρόκειται για τους όρους ισόπλευρο, ισοσκελές, σκαληνό και ορθογώνιο τρίγωνο, όμοια τρίγωνα, ύψος τριγώνου, τετράπλευρο και άξονες συμμετρίας. Οι μέσες βαθμολογίες των μαθητών για κάθε έναν από τους παραπάνω όρους παρουσιάζονται στον Πίνακα 14.

Τα αποτελέσματα του πίνακα δείχνουν ότι οι μαθητές της παρούσας έρευνας παρουσίασαν υψηλό βαθμό κατανόησης στους όρους τετράπλευρο, ισοσκελές τρίγωνο και ορθογώνιο τρίγωνο. Για τον όρο ισοσκελές στη διεθνή βιβλιογραφία χρησιμοποιείται αντίστοιχα η λέξη isosceles κι αυτό πιθανά να αποτελεί το λόγο για τον οποίο η έννοια αυτή σημειώνει αρκετά υψηλό ποσοστό στη μέση βαθμολογία της. Από την άλλη μεριά, ο άξονας συμμετρίας φάνηκε να είναι από τους πιο άγνωστους όρους για τους μαθητές, με ποσοστό μέσης βαθμολογίας το 56%. Η περίπτωση αυτή προκαλεί ενδιαφέρον διότι πρόκειται για ομόηχες εκφράσεις στην ελληνική και στην αγγλική γλώσσα (άξονες συμμετρίας και axis of symmetry).

Γεωμετρικός όρος		**Μέση βαθμολογία (σε % ποσοστό)**
Ελληνική ορολογία	**Αγγλική ορολογία**	
Τετράπλευρο	Equilateral	78
Ισοσκελές	Isosceles	74
Ορθογώνιο τρίγωνο	Right Triangle	72
Ισόπλευρο	Equilateral	71
Ύψος τριγώνου	Height	69
Σκαληνό	Scalene	61
Όμοια τρίγωνα	Similar Triangles	60
Άξονες συμμετρίας	Axis of Symmetry	56

Πίνακας 14. Μέσες βαθμολογίες (σε %) ανά γεωμετρικό όρο της έννοιας 'τρίγωνα και τετράπλευρα'

Αντίθετα, το μεγαλύτερο ποσοστό σημείωσε ο όρος τετράπλευρο του οποίου η ονομασία στην αγγλική κι ελληνική γλώσσα απέχει ηχητικά πολύ. Όμοια και για τον τρίτο σε υψηλό ποσοστό όρο, το ορθογώνιο τρίγωνο. Ο υψηλός βαθμός κατανόησης αυτών των δύο μη ομόηχων όρων όπως επίσης και ο χαμηλός βαθμός του ομόηχου που ήρθε τελευταίο στη λίστα (βλ. πίνακα 14) αποτελεί μια ένδειξη ότι δεν υπάρχει διαφορά στην επίδοση μεταξύ ομόηχων και μη ομόηχων όρων.

Τέλος, για κανέναν όρο δε λάβαμε ποσοστό κάτω από 50% κι επομένως η γνώση των γεωμετρικών όρων για την έννοια 'τρίγωνα και τετράπλευρα' είναι συνολικά ικανοποιητική.

4.2.3 Κατανόηση των όρων της έννοιας 'γραμμές-γωνίες'

Η ανάλυση που παρουσιάζεται στην ενότητα αυτή αφορά την επίδοση των μαθητών και κατ' επέκταση το βαθμό κατανόησης των όρων που συνδέονται με τις γραμμές και τις γωνίες. Υπάρχουν συνολικά 22 ερωτήσεις στο TPGT για τους εξής 11 όρους: οξεία, ορθή και αμβλεία γωνία, μη κυρτή γωνία, εναλλάξ γωνίες, κατά κορυφήν, συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες, εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες, παράλληλες και κάθετες ευθείες. Οι μέσες βαθμολογίες που έφεραν οι μαθητές σε αυτές τις ερωτήσεις φαίνονται στον Πίνακα 15.

Γεωμετρικός όρος		**Μέση βαθμολογία (σε % ποσοστό)**
Ελληνική ορολογία	**Αγγλική ορολογία**	
Ορθή γωνία	Right angle	97
Κατά κορυφήν γωνίες	Vertically Opposite Angles	93
Οξεία γωνία	Acute angle	80
Αμβλεία γωνία	Obtuse angle	76
Κάθετες ευθείες	Perpendicular lines	74
Μη κυρτή γωνία	Reflex Angle	68
Εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες	Corresponding Angles	68
Παράλληλες ευθείες	Parallel lines	66
Εναλλάξ γωνίες	Alternate Angles	65
Παραπληρωματικές γωνίες	Supplementary Angles	63
Συμπληρωματικές γωνίες	Complementary Angles	56

Πίνακας 15. Μέσες βαθμολογίες (σε %) ανά γεωμετρικό όρο της έννοιας ‘γραμμές και γωνίες’

Σύμφωνα με αυτόν, οι μαθητές παρουσίασαν άριστη επίδοση δε δύο όρους, στον όρο ορθή γωνία και στον όρο κατά κορυφήν γωνίες, με ποσοστό μέσης βαθμολογίας 97% και 93% αντίστοιχα. Ακολουθούν οι όροι οξεία γωνία, αμβλεία γωνία και κάθετες ευθείες, όλοι τους με ποσοστά μέσης βαθμολογίας άνω του 75% και κατά συνέπεια με βαθμό κατανόησης πολύ υψηλό. Στον αντίποδα, το χαμηλότερο ποσοστό σημειώθηκε για τον όρο συμπληρωματικές γωνίες (56%) και το δεύτερο χαμηλότερο για τον όρο παραπληρωματικές γωνίες (63%). Σημειώνεται επίσης ότι ο όρος παράλληλες ευθείες που αντιστοιχεί σε ομόηχη λέξη στην αγγλική γλώσσα, παρουσιάζει ένα μέτριο ποσοστό μέσης βαθμολογίας κι έρχεται 8η στη σειρά με άλλες 7 μη ομόηχους όρους να προηγούνται αυτής με μεγαλύτερα ποσοστά μέσης βαθμολογίας.

Για τη γεωμετρική έννοια ‘γραμμές και γωνίες’ καταγράφτηκαν δύο άριστες (>90) μέσες βαθμολογίες, στοιχείο που δε σημειώθηκε σε καμία από τις δύο πρώτες ενότητες. Παρόλα αυτά δεν είναι αυτές οι τιμές μεμονωμένα υπεύθυνες και για την υψηλότερη μέση τιμή της έννοιας αυτής, καθώς 4 από τους 11 όρους παρουσίασαν τιμές πάνω από 75%, όταν για την έννοια ‘τρίγωνα και τετράπλευρα’ υπήρξε μόνο ένας όρος στους 8 με ποσοστό πάνω από 75% ενώ στην έννοια ‘κύκλος’ δε βρέθηκε κανένας όρος με μέση βαθμολογία πάνω από 75%.

Στο σύνολο των όρων, οι μαθητές παρουσίασαν τις παρακάτω επιδόσεις.

Άριστη επίδοση (90%-100%)	**Καλή επίδοση (70%-89%)**	**Μέτρια επίδοση (50%-69%)**	**Κακή επίδοση (0%-49%)**
Ορθή γωνία	Οξεία γωνία	Ύψος τριγώνου	Κυκλικός τομέας
Κατά κορυφήν	Τετράπλευρο	Μη κυρτή	Εγγ. τετράπλευρο
	Αμβλεία γωνία	Εντός εκτός κι επί τ’ αυτά	
	Κάθετες ευθείες	Παράλληλες	
	Ισοσκελές	Εναλλάξ γωνίες	
	Διάμετρος	Ομόκεντροι	
	Ορθογώνιο	Ακτίνα	
	Ισόπλευρο	Παραπληρωματικές	
	Χορδή	Σκαληνό	
		Όμοια τρίγωνα	
		Εφαπτομένη ευθεία	
		Συμπληρωματικές	
		Άξονες συμμετρίας	
		Τόξο	

Πίνακας 16. Ταξινόμηση των όρων σύμφωνα με την επίδοσή τους

Η ταξινόμηση των όρων σύμφωνα με την επίδοσή τους αποτυπώνει και τη γενική επίδοση των 50 μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα, επιβεβαιώνοντας τη μέση τιμή των βαθμολογιών (ποσοστό 67,9%, βλ. πίνακα 6).

Απαντώντας στο 1ο ερευνητικό ερώτημα, ο βαθμός κατανόησης των 27 γεωμετρικών όρων από δίγλωσσους μαθητές που διδάσκονται Ευκλείδεια Γεωμετρία στη δεύτερη γλώσσα, τα ελληνικά, είναι ικανοποιητικός. Οι μαθητές που συμμετείχαν σε αυτήν την έρευνα έδειξαν από μέτρια έως καλή γνώση της γεωμετρικής ορολογίας με τα ποσοστά των μέσων βαθμολογιών να είναι ως εξής:

- ✓ Στον κύκλο το ποσοστό των μέσων βαθμολογιών για τους 8 γεωμετρικούς όρους που περιλαμβάνει ήταν 58,63%.
- ✓ Στα τρίγωνα και τετράπλευρα το ποσοστό των μέσων βαθμολογιών για τους 8 γεωμετρικούς όρους που περιλαμβάνει ήταν 67,63%.
- ✓ Στις γραμμές και γωνίες το ποσοστό των μέσων βαθμολογιών για τους 11 γεωμετρικούς όρους που περιλαμβάνει ήταν 73,27%.

Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε πως το μεγαλύτερο ποσοστό που σημειώθηκε για την έννοια των γραμμών και γωνιών συμβαίνει λόγω του ότι αυτές θεωρούνται θεμελιώδεις έννοιες οι οποίες διδάσκονται στην αρχή του σχολικού έτους και κατόπιν ενσωματώνονται στα κεφάλαια που ακολουθούν και απαντώνται συχνότερα. Αντίστοιχα το μικρότερο ποσοστό που σημειώθηκε για την έννοια του κύκλου, θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι συμβαίνει διότι ο κύκλος χρησιμοποιείται πολύ πιο σπάνια στο σχολικό εγχειρίδιο σε σχέση με τις άλλες δύο έννοιες, για τις οποίες αφιερώνεται ένα μεγάλο μέρος της ύλης του σχολικού βιβλίου.

Αξιοσημείωτη σε κάθε περίπτωση είναι η ύπαρξη ομόηχων όρων στις δύο γλώσσες διδασκαλίας που άλλοτε φέρνουν υψηλά ποσοστά μέσων βαθμολογιών, άλλοτε μέτρια και σε λίγες περιπτώσεις χαμηλά. Αξίζει παρακάτω να γίνει διερεύνηση του ρόλου που μπορεί να παίζει ένα τέτοιο γεγονός στην επίδοση των μαθητών της Αρχιμηδείου. Υπάρχει διαφορά στην επίδοση των μαθητών για τους όρους που είναι ομόηχοι στις δύο γλώσσες σε σχέση με αυτούς που δεν είναι; (βλ. ενότητα 4.5).

4.3 Συσχέτιση επίδοσης σε ερωτήσεις λεκτικής και οπτικής μορφής

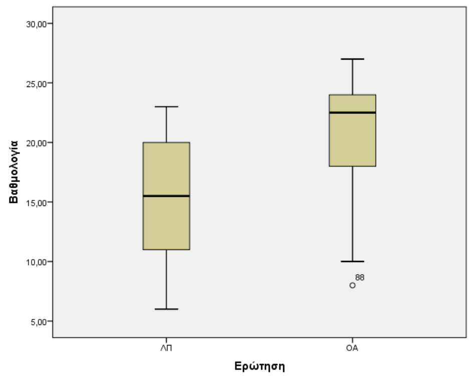
Σε αυτήν την ενότητα θα διερευνηθεί η ύπαρξη συσχέτισης στην ικανότητα των μαθητών να απαντούν σωστά στις ερωτήσεις κατανόησης των 27 γεωμετρικών όρων όταν αυτές δίνονται με σχήμα και χωρίς σχήμα. Για το σκοπό αυτό έγινε αρχικά διαχωρισμός της συνολικής βαθμολογίας σε δύο κατηγορίες, στη βαθμολογία των ερωτήσεων Λεκτικής Περιγραφής και τη βαθμολογία των ερωτήσεων Οπτικής Απεικόνισης. Κατόπιν, οργανώθηκε πίνακας περιγραφικών στατιστικών τιμών, με τις τιμές να δίνονται σε δύο κλίμακες, στην κλίμακα βαθμολόγησης 0-27 και στην εκατοστιαία 0-100 (% ποσοστό). Στον πίνακα 17 για τα δύο είδη ερωτήσεων σημειώνονται η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση, η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή.

		Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
ΛΠ	**0-27**	15,16	4,81	6	23
	%	56,15%	17,81%	22,22%	85,19%
ΟΑ	**0-27**	21,16	4,52	8	27
	%	78,37%	16,74%	29,63%	100%

Πίνακας 17. Επίδοση των 50 συμμετεχόντων ανά μορφή ερώτησης (ΛΠ/ΟΑ)

Ο μέσος όρος των βαθμολογιών για τις ερωτήσεις Λεκτικής Περιγραφής του δείγματος των 50 μαθητών ήταν 15,46 (στην κλίμακα βαθμολόγησης 0-27) με ελάχιστη τιμή το 6 και μέγιστη το 23, ενώ για τις ερωτήσεις Οπτικής Απεικόνισης ο μέσος όρος ήταν 21,16, η ελάχιστη τιμή 8 και η μέγιστη 27. Η τελευταία μέγιστη τιμή αντιστοιχίζεται σε άριστη επίδοση (ποσοστό 100%) του μαθητή, δηλαδή σε σωστή απάντηση όλων των ερωτήσεων ορολογίας που δόθηκαν με σχήμα.

Πριν προχωρήσουμε στον έλεγχο της συσχέτισης των δύο μεταβλητών θα εξετάσουμε την ύπαρξη ακραίων τιμών και την κανονικότητα. Από τα αντίστοιχα θηκογράμματα, παρατηρούμε ότι υπάρχει μία ακραία τιμή για τις ερωτήσεις ΟΑ. Αντιστοιχεί σε ποσοστό 3,7% (<10%) κι επομένως δε θα χρειαστεί να γίνει μετασχηματισμός, οπότε θα προχωρήσουμε ελέγχοντας εάν οι μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή.



Διάγραμμα 5. Θηκογράμματα ανά μορφή ερώτησης (ΛΠ/ΟΑ)

Tests of Normality

	Ερώτηση	Kolmogorov-Smirnov[a] Statistic	df	Sig.	Shapiro-Wilk Statistic	df	Sig.
Βαθμολογία	ΛΠ	,103	50	,200*	,961	50	,097
	ΟΑ	,158	50	,003	,925	50	,004

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Πίνακας 18. Έλεγχος κανονικότητας ανά μορφή ερώτησης ΛΠΟΑ

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η Shapiro-Wilk p-τιμή σε επίπεδο σημαντικότητας α=5% είναι p=.097 (>.05) για τις ερωτήσεις ΛΠ, και p=.004 (<.05) για τις ερωτήσεις ΟΑ. Αυτό σημαίνει ότι οι απαντήσεις των μαθητών στις ερωτήσεις που δίδονται με τη μορφή κειμένου ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αντίθετα, για τις ερωτήσεις που δίδονται με οπτική απεικόνιση, οι απαντήσεις των μαθητών δεν ακολουθούν κανονική κατανομή.

Δια τούτου θα χρειαστεί να προβούμε σε έναν ακόμα έλεγχο, τον έλεγχο ύπαρξης στατιστικά σημαντικής διαφοράς των τιμών. Τον έλεγχο αυτό πραγματοποιούμε μέσω του Wilcoxon τεστ.

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between ΛΠ and ΟΑ equals 0.	Related-Samples Wilcoxon Signed Rank Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Πίνακας 19. Wilcoxon τεστ ανά μορφή ερώτησης ΛΠ/ΟΑ

Η τιμή Wilcoxon τεστ p βρέθηκε .000 (<.05) σε επίπεδο σημαντικότητας α=5%, επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται κι άρα υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στη βαθμολογία των ερωτήσεων που δίδονται σε Λεκτική Περιγραφή και σε αυτές που δίδονται σε Οπτική Απεικόνιση. Σύμφωνα με τα παραπάνω, θα λέγαμε πως η οπτική απεικόνιση δείχνει να επηρεάζει την απόφαση των μαθητών να επιλέξουν τη σωστή απάντηση. Δια τούτο, θα εξετάσουμε την συσχέτιση των δύο μεταβλητών μέσω του δείκτη γραμμικής συσχέτισης r-Pearson.

Correlations

			ΛΠ	ΟΑ
Spearman's rho	ΛΠ	Correlation Coefficient	1,000	,857**
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	50	50
	ΟΑ	Correlation Coefficient	,857**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	50	50

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Πίνακας 20. Συσχέτιση κατά Spearman's στην επίδοση σε ερωτήσεις ΛΠ/ΟΑ

Από τον πίνακα 20 συμπεραίνουμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτιση μεταξύ των σωστών απαντήσεων της λεκτικής και της οπτικής μορφής. Η ανάλυση έδειξε ότι $r(50)=.857$ και $p=.000<0.01$. Ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman's (.857) είναι θετικός αριθμός και αρκετά κοντά στο ένα. Ο θετικός συντελεστής συντελεστής συσχέτισης σημαίνει ότι ένας μαθητής ο οποίος απάντησε σωστά σε μια ερώτηση λεκτικού τύπου έχει μεγάλη πιθανότητα να απάντησε επίσης σωστά και σε αυτήν που παρουσιάζεται οπτικά, και αντίστροφα. Επιπλέον η p-τιμή είναι ίση με $p=0.000<0.01$ κι επομένως το αποτέλεσμα είναι στατιστικά σημαντικό, δηλαδή η υπόθεση της μη ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μπορεί να απορριφθεί.

Απαντώντας στο 2ο ερευνητικό ερώτημα, υπάρχει συσχέτιση της ικανότητας των μαθητών να απαντούν σωστά στις ερωτήσεις ορολογίας σε 'γραπτή/λεκτική' μορφή (χωρίς σχήμα) και σε αυτές σε 'οπτική' μορφή (με σχήμα). Οι μαθητές που συμμετείχαν σε αυτήν την έρευνα είχαν καλύτερη επίδοση στις ερωτήσεις ΟΑ, με μέσο όρο βαθμολογίας 21,16 στα 27 για τις ερωτήσεις ΟΑ έναντι 15,16 στα 27 για τις ερωτήσεις ΛΠ. Μάλιστα σημειώθηκε μέγιστη τιμή 27 στα 27 για τις ερωτήσεις ΟΑ έναντι 23 στα 27 για τις ερωτήσεις ΛΠ. Η στατιστική ανάλυση των δεδομένων επιβεβαίωσε την ύπαρξη στατιστικά σημαντικής διαφοράς μεταξύ των δύο μορφών ερωτήσεων. Επίσης, η μεταξύ τους ισχυρή θετική συσχέτιση εκφράζει ότι η καλή επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις ΛΠ συνεπάγει μεγάλη πιθανότητα να εκδηλωθεί και μία καλή επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις ΟΑ και αντίστροφα, μία καλή επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις ΟΑ έχει μεγάλη πιθανότητα να εκδηλωθεί και μία καλή επίδοση των μαθητών σε ερωτήσεις ΛΠ.

4.4 Συσχέτιση επίδοσης σε ερωτήσεις γενικών γνώσεων κι ερωτήσεις ορολογίας

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.4.1, σύμφωνα με τις προσαρμογές που έγιναν στο ερωτηματολόγιο, από το σώμα των 60 ερωτήσεων του TPGT έχουν διαγραφεί δύο ερωτήσεις και για τις υπόλοιπες 58 έχει γίνει ο διαχωρισμός σε 54 ερωτήσεις ορολογίας και 4 ερωτήσεις γενικών γνώσεων. Δεδομένου ότι κάθε σωστή απάντηση αντιστοιχεί σε έναν πόντο, οι 54 ερωτήσεις που ελέγχουν την κατανόηση των 27 γεωμετρικών όρων συγκεντρώνουν από 0 έως 54 πόντους ενώ οι τέσσερις ερωτήσεις γενικών γνώσεων συγκεντρώνουν από 0 έως 4 πόντους. Σε αυτήν την ενότητα θα διερευνηθεί η ύπαρξη συσχέτισης στην επίδοση των μαθητών του δείγματος στις δύο αυτές ομάδες ερωτήσεων.

Αρχικά, για κάθε μία από αυτές τις δύο ομάδες, βρέθηκε η μέση βαθμολογία που πέτυχαν οι μαθητές. Κατόπιν, χωρίστηκαν οι μαθητές σε αυτούς που πετυχαίνουν υψηλή επίδοση (μεγαλύτερη της μέσης τιμής) και σε αυτούς που πετυχαίνουν χαμηλή επίδοση (μικρότερη της μέσης τιμής). Στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων, οι μαθητές είχαν μέση βαθμολογία 2,6 (65%) και στις ερωτήσεις κατανόησης γεωμετρικών όρων η μέση βαθμολογία ήταν 36,98 (68,48%). Σύμφωνα με αυτά τα δεδομένα, για την πρώτη ομάδα ερωτήσεων βρέθηκαν 22 μαθητές με βαθμολογία κάτω από τη μέση τιμή (κάτω από 2,6 στα 4 ή διαφορετικά κάτω από 65%) και 28 μαθητές με βαθμολογία πάνω από αυτήν (άνω από 2,6 στα 4 ή διαφορετικά άνω από 65%), ποσοστά 44% και 56% αντίστοιχα. Επίσης, για τις ερωτήσεις ορολογίας βρέθηκαν 21 μαθητές με βαθμολογία κάτω από τη μέση τιμή (κάτω από 36,98 στα 54 ή διαφορετικά κάτω από 68,48%) και 29 μαθητές με βαθμολογία πάνω από αυτήν (άνω από 36,98 στα 54 ή διαφορετικά άνω από 68,48%), ποσοστά 42% και 58% αντίστοιχα (βλ. πίνακες 21 και 22).

	Χαμηλή επίδοση	Υψηλή επίδοση
Ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων	44 %	56%
Ερωτήσεις ορολογίας	42%	58%

Πίνακας 21. Ποσοστό μαθητών ανά επίδοση και κατηγορία ερώτησης

Οι 22 μαθητές με βαθμολογία κάτω από τη μέση τιμή στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων αντιστοιχούν σε ποσοστό 44% και οι 28 μαθητές με βαθμολογία πάνω από τη μέση τιμή στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων αντιστοιχούν στο υπόλοιπο 56%. Επίσης, οι 21 μαθητές με βαθμολογία κάτω από τη μέση τιμή στις ερωτήσεις ορολογίας αντιστοιχούν σε ποσοστό 42% και οι υπόλοιποι 29 μαθητές με βαθμολογία πάνω από τη μέση τιμή στις ερωτήσεις ομολογίας αντιστοιχούν σε ποσοστό 58%.

Αναλύοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 21, έχουμε τα εξής: εάν δεν υπήρχε καθόλου συσχέτιση θα αναμέναμε να έχουμε 9 μαθητές (αντί 18) με χαμηλή επίδοση στις δύο κατηγορίες ερωτήσεων, 13 μαθητές (αντί 4) που να παρουσιάζουν υψηλή επίδοση για τις ερωτήσεις ορολογίας και χαμηλή επίδοση στις ερωτήσεις γενικών γνώσεων, 12 (αντί 3) μαθητές που να παρουσιάζουν χαμηλή επίδοση για τις ερωτήσεις ορολογίας και υψηλή επίδοση στις ερωτήσεις γενικών γνώσεων και τέλος 16 μαθητές (αντί 25) με υψηλή επίδοση και στις δύο κατηγορίες ερωτήσεων.

ΓενικώνΓνώσεων * Ορολογίας Crosstabulation

			Ορολογίας		
			Χαμηλής Επίδοσης	Υψηλής Επίδοσης	Total
Γενικές Γεωμετρικές Γνώσεις	Χαμηλής Επίδοσης	Count	18	4	22
		Expected Count	9,2	12,8	22,0
	Υψηλής Επίδοσης	Count	3	25	28
		Expected Count	11,8	16,2	28,0
Total		Count	21	29	50
		Expected Count	21,0	29,0	50,0

Πίνακας 22. Αριθμός μαθητών ανά επίδοση και κατηγορία ερώτησης

Προκειμένου να ελεγχθεί εάν οι πραγματικές τιμές του δείγματός μας διαφέρουν επαρκώς από τις αναμενόμενες ώστε η συσχέτισή τους να θεωρηθεί σημαντική στατιστικά, προχωρήσαμε στο Chi-Square Test.

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	25,569[a]	1	,000		
Continuity Correction[b]	22,734	1	,000		
Likelihood Ratio	28,099	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	25,058	1	,000		
N of Valid Cases	50				

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 9,24.

b. Computed only for a 2x2 table

Πίνακας 23. Συσχέτιση κατά Chi-Square Test της επίδοσης στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων και της επίδοσης στις ερωτήσεις ορολογίας

Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρατηρήσαμε την τιμή του συντελεστή συσχέτισης p=.000 (<.001) κι επομένως υπάρχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση των δύο μεταβλητών. Άρα η υπόθεση της μη ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μπορεί να απορριφθεί, κι έτσι οι δύο μεταβλητές δεν είναι ανεξάρτητες. Τέλος, η μεταξύ τους σχέση ορίζεται ως ισχυρή θετική συσχέτιση διότι ο συντελεστής συσχέτισης Phi βρέθηκε .715, δηλαδή θετικός αριθμός κοντά στο 1.

Symmetric Measures

		Value	Approximate Significance
Nominal by Nominal	Phi	,715	,000
	Cramer's V	,715	,000
N of Valid Cases		50	

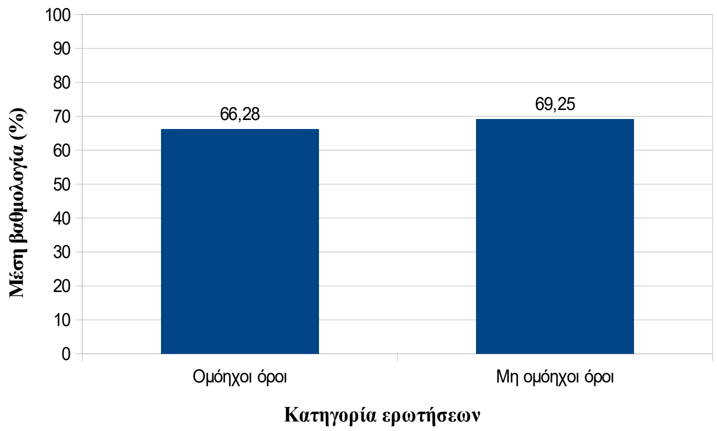
Πίνακας 24. Συσχέτιση κατά Phi και Cramer's V της επίδοσης στις ερωτήσεις γενικών γνώσεων και της επίδοσης στις ερωτήσεις ορολογίας

Απαντώντας στο 3ο ερευνητικό ερώτημα, υπάρχει συσχέτιση της επίδοσης των μαθητών στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων και της επίδοσής τους στις ερωτήσεις κατανόησης γεωμετρικών όρων. Η μεταξύ τους ισχυρή θετική συσχέτιση δηλώνει ότι η υψηλή επίδοση ενός μαθητή σε ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων έχει μεγάλη πιθανότητα να συνδυαστεί με μία υψηλή επίδοση σε ερωτήσεις ορολογίας. Και αντίστροφα, μία υψηλή επίδοση του μαθητή σε ερώτηση ορολογίας συνδέεται με μεγάλη πιθανότητα στο να έχει ο μαθητής μία υψηλή επίδοση και σε ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων.

4.5 Επίδοση σε ερωτήσεις ορολογίας, ομόηχες και μη (αγγλικά/ελληνικά)

Κατά την ανάλυση του βαθμού κατανόησης των γεωμετρικών όρων στις ενότητες 4.2.1, 4.2.2. και 4.2.3 παρατηρήθηκε ότι σε κάποιες περιπτώσεις όροι ομόηχοι στις δύο γλώσσες διδασκαλίας έφεραν υψηλά ποσοστά μέσης βαθμολογίας ενώ σε κάποιες άλλες το ποσοστό αυτών ήταν το κατώτερο στη λίστα. Σε αυτήν την ενότητα θα διερευνηθεί εάν υπάρχει διαφορά στην επίδοση των μαθητών όταν εξετάζονται σε γεωμετρικούς όρους ομόηχους και μη ομόηχους στα ελληνικά και αγγλικά.

Όταν στην ενότητα 3.4.1 γινόταν παρουσίαση του ερωτηματολογίου, ανάμεσα στους 27 υπό εξέταση γεωμετρικούς όρους εντοπίστηκαν 7 ομόηχοι όροι για τις δύο γλώσσες διδασκαλίας στην Αρχιμήδειο. Για τους ομόηχους και μη ομόηχους όρους οργανώθηκε ο πίνακας 5 (βλ. ενότητα 3.4.1) και για κάθε μία από τις δύο αυτές ομάδες ερωτήσεων του TPGT υπολογίσαμε τη μέση βαθμολογία. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω, στο διάγραμμα 5. Σύμφωνα με αυτό, η πρώτη ομάδα ερωτήσεων, δηλαδή η ομάδα των 14 ερωτήσεων που αντιστοιχούν στους 7 ομόηχους όρους του ερωτηματολογίου, παρουσίασε χαμηλότερο ποσοστό από τη δεύτερη, δηλαδή την ομάδα των 40 ερωτήσεων που αντιστοιχούν στους 20 μη ομόηχους όρους του. Το ποσοστό της πρώτης ομάδας ήταν 66,28% έναντι της δεύτερης που ήταν 3 ποσοστιαίες μονάδες υψηλότερο δηλαδή 69,25%.



Διάγραμμα 6. Μέση βαθμολογία (σε % ποσοστό) ανά ομάδα όρων, ομόηχων και μη

Κατόπιν, έγινε έλεγχος ύπαρξης ακραίων τιμών κι εφόσον στα αντίστοιχα θηκογράμματα (βλ. παράρτημα ΙΙΙ) δε βρέθηκαν τέτοιες τιμές προχωρήσαμε στην εξέταση για το εάν οι μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή.

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Ομόηχοι	,182	50	,000	,929	50	,005
ΜΗομόηχοι	,093	50	,200*	,972	50	,272

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Πίνακας 25. Έλεγχος κανονικότητας ανά ομάδα όρων, ομόηχων και μη

Σύμφωνα με τον πίνακα 25, έχουμε Shapiro-Wilk p τιμή ίση με .005 (<.05) για την ομάδα των ομόηχων όρων και p=.272 (>.05) για την ομάδα μη ομόηχων όρων. Επομένως, σε επίπεδο σημαντικότητας α=5%, κανονική κατανομή ακολουθεί μόνον η δεύτερη μεταβλητή δηλαδή η ομάδα των απαντήσεων που αντιστοιχούν στις ερωτήσεις μη ομόηχων γεωμετρικών όρων. Στον έλεγχο ύπαρξης στατιστικά σημαντικής διαφοράς των τιμών με το μη παραμετρικό Wilcoxon Test, η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται διότι σε επίπεδο σημαντικότητας α=5% ισχύει p=.000 (<.05) (βλ. πίνακα 26). Επομένως, συμπεραίνουμε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στην επίδοση των ερωτήσεων που εξετάζουν ομόηχους όρους από αυτές που εξετάζουν μη ομόηχους όρους.

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between Ομόηχοι and ΜΗομόηχοι equals 0.	Related-Samples Wilcoxon Signed Rank Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Πίνακας 26. Wilcoxon τεστ ανά κατηγορία ερώτησης (εξέταση ομόηχου ή μη ομόηχου όρου)

Επιπλέον από τον πίνακα των περιγραφικών στατιστικών μέτρων (βλ. παράρτημα ΙΙΙ) προκύπτει ότι η πληθυσμιακή διάμεσος της επίδοσης για μη ομόηχους όρους είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη (median=28) από αυτήν της επίδοσης για ομόηχους όρους (median=10) και τα αποτελέσματα δεν μπορούν να γενικευτούν στις μέσες τιμές.

Μια πρώτη προσπάθεια ανάλυσης κι ερμηνείας είχε γίνει στις προαναφερθείσες ενότητες 4.2.1, 4.2.2. και 4.2.3. Εκεί είχε παρατηρηθεί ότι για την έννοια ΄κύκλος' τις τρις πρώτες θέσεις σε καλύτερη μέση βαθμολογία κατείχαν οι όροι διάμετρος, χορδή και ομόκεντροι κύκλοι, και για την έννοια 'τρίγωνα και τετράπλευρα' τη δεύτερη θέση κατείχε ο όρος ισοσκελές. Στον αντίποδα, για την έννοια 'τρίγωνα και τετράπλευρα' την τελευταία θέση πήρε ο όρος άξονες συμμετρίας, και για την έννοια 'γραμμές και γωνίες' την 8η θέση (στο σύνολο 11 όρων) πήρε ο όρος παράλληλες ευθείες. Πρόκειται για ομόηχους στις δύο γλώσσες διδασκαλίας όρους. Από την άλλη πλευρά, εστιάζοντας στους μη ομόηχος όρους, τις δύο χαμηλότερες θέσεις για την έννοια ΄κύκλος' κατείχαν οι όροι κυκλικός τομέας κι εγγεγραμμένο τετράπλευρο. Μάλιστα παρουσίασαν ιδιαίτερα χαμηλές τιμές μέσων βαθμολογιών, κάτω από 50%. Στον αντίποδα, παρατηρήθηκαν κάποιες εξαιρετικές επιδόσεις για την έννοια 'γραμμές και γωνίες' με τις 7 πρώτες σε βαθμολογία θέσεις να καταλαμβάνουν μη ομόηχοι όροι, στις δύο πρώτες θέσεις, δε, να σημειώνονται ποσοστά μέσων βαθμολογιών άνω του 90%.

Συμπερασματικά, ξεκάθαρες διαφορές στις επιδόσεις των ομόηχων όρων από τους μη ομόηχους δεν παρατηρήθηκε. Η καλή εικόνα που παρουσιάστηκε για τους ομόηχους στην έννοια 'κύκλος 'άλλαξε στο ακριβώς αντίθετο για αυτούς της έννοιας 'γραμμές και γωνίες'. Η δυσκολία κατανόησης ή /και εκμάθησης των μη ομόηχων όρων οφείλεται, όπως αναφέρθηκε στο θεωρητικό πλαίσιο, και στη δυσκολία του καθηγητή να εξηγήσει το νέο όρο. Στην περίπτωσή μας, σπουδαίο εργαλείο στα χέρια του εκπαιδευτικού είναι η ίδια η φύση της Ελληνικής γλώσσας. Η ελληνική γλώσσα είναι πλούσια και παραγωγική. Εκτός του ότι έχει δανείσει στις άλλες γλώσσες πλήθος λέξεων, έχει τη δυνατότητα να παράγει συνεχώς νέους όρους και λέξεις με τα προθηματατοειδή και επιθηματοειδή λεξικά στοιχεία της. Στη Γεωμετρία προθέματα που συχνά απαντώνται είναι τα παρακάτω:

αντι-, (όπως αντιδιαμετρικά)

ημί-, (όπως ημιπερίμετρος)

ομοιο-, (όπως ομόκετροι)

ορθό-, (όπως ορθογώνιο)

πολύ-, (όπως πολύγωνο)

τρι-, (όπως τρίγωνο)

δια-, (όπως διαγώνιος) κ.α.

Σε όλα τα παραπάνω, το νόημα της παραγόμενης λέξης είναι αυτό που προτάσσουν τα δύο συνθετικά. Η δυναμική της ελληνικής γλώσσας βρίσκεται πίσω στο χρόνο, στις ρίζες των λέξεων και την ετυμολογία τους. Για παράδειγμα η λέξη 'οξεία' σημαίνει κάτι οξύ δηλαδή μυτερό, η λέξη 'κέντρο' είχε ως αρχική σημασία το κεντρί, την αιχμή, το αγκάθι, από το <κεντέω/ω και παραγωγικό τέρμα -ρον> κι επιλέχτηκε από την αιχμηρή μύτη του διαβήτη. Η λέξη 'χορδή' χρησιμοποιούνταν στον πληθυντικό (χορδαί) κι αναφέρονταν στα έντερα που τα χρησιμοποιούσαν για τις χορδές των μουσικών οργάνων, και η λέξη 'κάθετος' προέρχεται από το ρήμα καθίημι <κατά+ίημι> δηλαδή αφήνω κάτι να πέσει, ρίχνω κάτω προς τη Γη (Μαρίνης Σ., 2016).

Απαντώντας στο 4ο ερευνητικό ερώτημα, υπάρχει διαφορά στην επίδοση των μαθητών όταν εξετάζονται σε γεωμετρικούς όρους ομόηχους και μη ομόηχους. Τόσο ο μέσος όρος όσο και η διάμεσος των μέσων βαθμολογιών για τους μη ομόηχους όρους είναι υψηλότερα από τις αντίστοιχες τιμές για τους ομόηχους, κάτι που προκαλεί εντύπωση καθώς στο σχολείο τα παιδιά διδάσκονται ελληνικά.

Θα μπορούσε να πει κανείς πως εάν κατά τη διδασκαλία της ορολογίας γινόταν ανάλυση της ετυμολογίας των όρων, τότε ο βαθμός κατανόησης θα μεγάλωνε, η εξοικείωση των μαθητών με αυτές θα γινόταν πιο γρήγορα και τέλος η λέξη θα έμενε στη μακρόχρονη μνήμη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.

5.1 Συμπεράσματα

Σε αυτήν την έρευνα παρουσιάστηκε μια εις βάθος ανάλυση κι ερμηνεία των επιδόσεων των 50 δίγλωσσων μαθητών του AUC που έλαβαν μέρος στην έρευνα τον Απρίλιο του 2019. Τα κύρια ευρήματα, τα σχετικά με τα ερευνητικά ερωτήματα και υποθέσεις, είναι τα ακόλουθα.

- Οι δίγλωσσοι μαθητές δείχνουν να κατανοούν τη Γεωμετρία που διδάσκονται στο σχολείο, σε γλώσσα διαφορετική από τη μητρική. Το συνολικό ποσοστό μέσης βαθμολογίας στο, προσαρμοσμένο στις ανάγκες της παρούσας έρευνας, TPGT ήταν 67,9%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται ικανοποιητικό, κι επομένως οι μαθητές που έλαβαν μέρος σε αυτή τη μελέτη είχαν μία καλή εικόνα επίδοσης στο ερωτηματολόγιο των 58 ερωτήσεων.

- Οι μαθητές παρουσίασαν την ίδια περίπου επίδοση στις ερωτήσεις ορολογίας και στις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων. Οι μέσες βαθμολογίες ήταν 68,48% για την πρώτη ομάδα ερωτήσεων και 65% για τη δεύτερη ομάδα. Επίσης, σχεδόν το ίδιο ποσοστό μαθητών σημείωσαν βαθμολογία πάνω από το μέσο όρο. Για τις ερωτήσεις ορολογίας, υψηλή επίδοση δηλαδή πάνω από το μέσο όρο βαθμολογιών είχε το 56% των μαθητών, και για τις ερωτήσεις γενικών γεωμετρικών γνώσεων υψηλή επίδοση είχε το 58% των μαθητών. Βρέθηκε ισχυρή θετική συσχέτιση της επίδοσης των μαθητών στις δύο ομάδες ερωτήσεων κι επομένως για κάποιο μαθητή με καλή επίδοση στις 4 ερωτήσεις γενικών γνώσεων έχουμε μεγάλη πιθανότητα να λάβουμε καλή επίδοση και στις 54 ερωτήσεις κατανόησης γεωμετρικών όρων, και αντίστροφα.

- Τα αποτελέσματα στις μέσες βαθμολογίες των δύο τύπων ερωτήσεων κατανόησης γεωμετρικών όρων, (ερωτήσεις λεκτικής περιγραφής και οπτικής απεικόνισης) παρουσίασαν διαφορά 22 ποσοστιαίων μονάδων, με τις ερωτήσεις οπτικής απεικόνισης να λαμβάνουν το υψηλότερο ποσοστό. Επίσης, βρέθηκε ισχυρή θετική συσχέτιση της επίδοσης των μαθητών στους δύο τύπους ομόλογων ερωτήσεων που σημαίνει ότι εάν κάποιος μαθητής είχε καλή επίδοση στις 27 ερωτήσεις κατανόησης της ορολογίας σε μορφή κειμένου υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ο μαθητής αυτός να έχει καλή επίδοση και στις αντίστοιχες 27 ερωτήσεις κατανόησης της ορολογίας σε οπτική απεικόνιση, και αντίστροφα.

- Οι μαθητές είχαν καλύτερη γνώση της ορολογίας που σχετίζεται με τη γεωμετρική έννοια των γραμμών και των γωνιών παρά των όρων που σχετίζονται με τις έννοιες του κύκλου, των τριγώνων και των παραπλεύρων. Στο σύνολο των όρων, άριστη επίδοση (πάνω από 90%) σημειώθηκε για τους όρους της ορθής γωνίας και των κατά κορυφήν γωνιών. Στο αντίποδα, οι μαθητές είχαν κακή επίδοση (κάτω από 50%) για τους όρους του κυκλικού τομέα και του εγγεγραμμένου τετραπλεύρου. Το γεγονός αυτό φανερώνει πως ο βαθμός κατανόησης των γεωμετρικών όρων γίνεται δυσκολότερος για τους μαθητές, όσο αυτοί οι όροι αναφέρονται σε πιο πολύπλοκες γεωμετρικές κατασκευές.

- Η ταξινόμηση των 27 γεωμετρικών όρων σε λέξεις ομόηχες και μη ομόηχες στις δύο γλώσσες διδασκαλίας και η σύγκριση των απαντήσεων που έδωσαν οι μαθητές, έδειξε ότι δεν υπάρχει ιδιαίτερη διαφορά των μέσων όρων (μάλιστα η πρώτη ομάδα ερωτήσεων είχε χαμηλότερο ποσοστό από τη δεύτερη) των επιδόσεων στις δύο αυτές ομάδες, υπάρχει όμως στις διαμέσους τους. Μετά από στατιστικό έλεγχο, παρατηρήθηκε ότι υπήρχε στατιστικά σημαντική διαφορά των τιμών των δύο ομάδων με τη δεύτερη μόνο ομάδα να ακολουθεί κανονική κατανομή. Πιο συγκεκριμένα για την ενότητα του κύκλου, οι όροι της διαμέτρου, της χορδής και των ομόκεντρων κύκλων (ομόηχες στις δύο γλώσσες διδασκαλίας) κατέλαβαν τις τρις πρώτες θέσεις σε βαθμολογία ενώ οι 5 μη ομόηχοι όροι κατέλαβαν τις υπόλοιπες. Διαφορετική εικόνα είχαμε για τους όρους της ενότητας των τριγώνων και τετράπλευρων. Οι ομόηχοι όροι κατέλαβαν διάσπαρτες θέσεις σε βαθμολογία στο σύνολο των οκτώ όρων της ενότητας αυτής. Ο όρος του ισοσκελούς ήρθε στη δεύτερη θέση, ο όρος σκαληνό στην έκτη θέση και οι άξονες συμμετρίας κατέλαβαν την τελευταία θέση. Τέλος, για την ενότητα των γραμμών και γωνιών, ο μοναδικός ομόηχος όρος, οι παράλληλες ευθείες, είχανε την όγδοη θέση ανάμεσα σε άλλους 11 όρους της ενότητας αυτής.

Ακολουθεί συζήτηση των παραπάνω ευρημάτων κι ερμηνειών της έρευνας.

5.2 Συζήτηση

Πολλοί ερευνητές (Kazima, 2008, Setati & Barwell, 2008) υποστηρίζουν ότι οι μαθητές που μαθαίνουν μαθηματικά σε μια δεύτερη γλώσσα αντιμετωπίζουν περισσότερες δυσκολίες στην κατανόηση του μαθήματος από τους φυσικούς ομιλητές, ειδικά όταν το περιεχόμενο παρουσιάζεται σε μορφή κειμένου (Adetula, 1990, Bernardo, 1999). Ένας πρωταρχικής σημασίας παράγοντας αναγνωσιμότητας ενός κειμένου, τον οποίο και αναφέρουν πολλοί ερευνητές, είναι το λεξιλόγιο. Τα συστατικά του λεξιλογίου όπως για παράδειγμα το μήκος των λέξεων, τα προθέματα και τις καταλήξεις και το εξειδικευμένο λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται σε ορισμούς σε συνδυασμό με την πολυπλοκότητα ή μη, της σύνταξης και της γραμματικής του κάθε κειμένου επηρεάζουν την αναγνωσιμότητά του.

Η κατανόηση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην ελληνική γλώσσα από δίγλωσσους μαθητές για τους οποίους τα ελληνικά δεν είναι η μητρική τους γλώσσα, αποτέλεσε τον γενικό προβληματισμό στην παρούσα έρευνα. Σε ένα πρώτο επίπεδο διερεύνησης ελέγχθηκε η ύπαρξη συσχέτισης για τους δύο τύπους ερώτησης που δομούν το ελληνικά μεταφρασμένο TPGT, τις ερωτήσεις λεκτικού και οπτικού τύπου. Σχετικά με τη σημασία των οπτικών απεικονίσεων αντί των λεκτικών περιγραφών, ο Duval (1999) υποστηρίζει ότι η μαθηματική κατανόηση προκύπτει από τη σύμπραξη δύο τουλάχιστον λειτουργικών ποικιλιών, τη φυσική γλώσσα και τα σημειωτικά συστήματα (σύμβολα και απεικονίσεις). Οι αναπαραστάσεις διαδραματίζουν τόσο σημαντικό ρόλο στην κατανόηση της μαθηματικής γλώσσας και του μαθηματικού περιεχομένου, που γίνονται απαραίτητος κρίκος της διαδικασίας αντικειμενικοποίησης (Smith, 2006). Σύμφωνα με τους Cunningham και Roberts (2010), όταν βρισκόμαστε στη διαδικασία να προσπαθήσουμε να θυμηθούμε μία έννοια, δεν είναι συνήθως ο ορισμός της έννοιας που έρχεται πρώτος στο μυαλό, αλλά οι προηγούμενες εμπειρίες με διαγράμματα, σχήματα και παραδείγματα που σχετίζονται με την έννοια. Κατά συνέπεια, για να εμβαθύνει ένας μαθητής στη μάθηση των μαθηματικών πρέπει να αποκτήσει τις ικανότητες ερμηνείας και χρήσης των συστημάτων αυτών συγχρόνως για να μπορεί να προσδιορίζει ένα αντικείμενο σε κάθε μορφή αναπαράστασης, λεκτική και οπτική (Temple & Doerr, 2012).

Σε δεύτερο επίπεδο διερεύνησης ελέγχθηκε η διαφορά της επίδοσης των ομόηχων και μη ομόηχων γεωμετρικών όρων στα Ελληνικά και στα Αγγλικά. Σχετικά με τη σημασία της γλώσσας διδασκαλίας των μαθηματικών, ένα από τα πλεονεκτήματα της ελληνικής γλώσσας είναι ότι χρησιμοποιείται ευρέως στη Γεωμετρία σε παγκόσμιο επίπεδο. Ενδιαφέρον έχει η παρατήρηση του ιστορικού των Μαθηματικών Heath T. (1921) για το πλεονέκτημα των Ελλήνων που μαθαίνουν Μαθηματικά. Ο Heath αναφέρει ότι σχεδόν όλοι οι βασικοί όροι στην ορολογία των Μαθηματικών είναι ελληνικοί ή λατινικές μεταφράσεις από τα ελληνικά, για παράδειγμα bi-sector, tri-angle κτλ. Σε έρευνα των Γρίβα και Στάμου το 79% των ερωτηθέντων εκπαιδευτικών υποστηρίζουν ότι η σχολική επίδοση του δίγλωσσου μαθητή στα μαθηματικά δε δείχνει να συνδέεται με τη γλωσσική επάρκειά του διότι τα μαθηματικά είναι οικουμενική γλώσσα και βασίζεται στη λογική. Εκείνοι οι λίγοι όμως που δήλωσαν το αντίθετο (μόλις 15 από τους 86), αναγνωρίζουν τη δυσκολία κατανόησης στις περιπτώσεις που η ερώτηση δίδεται με τη μορφή κειμένου (Γρίβα & Στάμου, 2014).

Κατά τη διερεύνηση των μέσων βαθμολογιών ανά έννοια δε λάβαμε ποσοστό κάτω του 50%, κάτι που είχε σημειωθεί στην έρευνα του Atebe και για τις τρεις έννοιες. Εκεί τα ποσοστά είναι πολύ πιο χαμηλά, ακολουθούν όμως και πάλι την ίδια σειρά με τους κύκλους να είναι μάλλον η πιο δύσκολη κατηγορία για τους μαθητές και οι γραμμές και γωνίες η πιο εύκολη. Αυτά τα αποτελέσματα είναι εν μέρει συνεπή με εκείνα των Kouba et al. (όπως αναφέρεται στο Clements & Battista, 1992, σελ. 421) οι οποίοι ανέφεραν ότι στην Αμερική, η απόδοση των μαθητών στο προσδιορισμό κοινών γεωμετρικών σχημάτων, όπως παράλληλες γραμμές είναι ικανοποιητική, αλλά ότι η γνώση των μαθητών για ορισμένους βασικούς γεωμετρικούς όρους που σχετίζονται με την έννοια του κύκλου είναι ανεπαρκής.

Την πρώτη θέση στο βαθμό κατανόησης των όρων που αναφέρονται στην έννοια του κύκλου καταλαμβάνει και για τις δύο έρευνες ο όρος διάμετρος, με ποσοστό 58,5% για την έρευνα που διεξήγαγε ο Atebe και 73% για την παρούσα έρευνα. Αντίθετα, στην έρευνα του Atebe το χαμηλότερο ποσοστό παρουσίασε ο όρος ακτίνα, ένας όρος του οποίου το ποσοστό ήτανε το τέταρτο καλύτερο για την έρευνα του δείγματος στο Μαϊάμι. Αυτά τα αποτελέσματα βρέθηκαν να είναι συνεπή με εκείνα των Kouba et al.

(όπως αναφέρεται στους Clements & Battista,1992, σ. 421) οι οποίοι αναφέρουν ότι στα αμερικανικά γυμνάσια η απόδοση των μαθητών στον προσδιορισμό γεωμετρικών όρων όπως η διάμετρος, είναι καλή, αλλά σε όρους όπως η ακτίνα η απόδοση των μαθητών είναι ανεπαρκής. Από την άλλη, σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της έρευνας του Siyepu (2005, σελ. 77–78) για τον οποίο επίσης οι μαθητές δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν την ακτίνα μεταξύ άλλων τμημάτων ενός κύκλου (το 33% των 21 μαθητών της έρευνάς του στη Νότια Αφρική), παρατηρείται εξίσου χαμηλό ποσοστό και για τον όρο χορδή (το 38% των μαθητών), τη δεύτερη καλύτερη σε ποσοστό μέσης βαθμολογίας για τη δική μας έρευνα.

Σχετικά με το βαθμό κατανόησης των όρων που αναφέρονται στην έννοια των γραμμών και γωνιών την πρώτη θέση καταλαμβάνει και για τις δύο έρευνες ο όρος της ορθής γωνίας. Για την έρευνα που διεξήγαγε ο Atebe το ποσοστό ήταν 58,5% και για την παρούσα έρευνα 97%. Όμοια, την τελευταία θέση παρατηρείται ότι καταλαμβάνει και για τις δύο έρευνες ο όρος των συμπληρωματικών γωνιών. Για την ομάδα των μαθητών από τη Νιγηρία το ποσοστό ήτανε 20%, για εκείνους από τη Νότιο Αφρική ήτανε 21% και για τη δική μας έρευνα το ποσοστό έφτασε το 56%. Μεγάλη αντίθεση παρατηρείται για τον όρο 'κάθετες ευθείες'. Για την έρευνα του Atebe ο όρος αυτός καταλαμβάνει τη δεύτερη χαμηλότερη θέση (ποσοστά 25% και 35% για τις δύο υπό έρευνα ομάδες του) και κατά συνέπεια οι μαθητές παρουσιάζουν μικρό βαθμό κατανόησης. Το ίδιο υποστηρίζουν και οι Clements και Battista (1992) όπου οι γνώσεις των μαθητών για κάθετες γραμμές αναφέρθηκαν ανεπαρκείς (βλ. Κεφάλαιο 2, ενότητα 2.7.3.6). Απεναντίας, στην παρούσα έρευνα το ποσοστό μέσης βαθμολογίας ανέρχεται στο 74% καταλαμβάνοντας την πέμπτη καλύτερη θέση.

5.3 Περιορισμοί της έρευνας

Περιορισμός 1: Η συμπλήρωση των ερωτηματολογίων έγινε κατά τη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας ανάμεσα σε μαθήματα του ωρολογίου προγράμματος της Αρχιμηδείου. Η έρευνα που διεξήγαγε ο Atebe έλαβε χώρα μετά το πέρας των διδακτικών ωρών, γεγονός που καθιστά τους μαθητές περισσότερο συγκεντρωμένους καθώς ένα πιθανό διαγώνισμα ή ένα δύσκολο μάθημα στις επόμενες διδακτικές ώρες αποτελούν παράγοντες διάσπασης αλλά και αίσθημα άρνησης και δυσφορίας. Στην έρευνα που διεξήγαμε εμείς κάτι τέτοιο ήτανε αδύνατο, καθώς μετά τα μαθήματα οι περισσότεροι μαθητές συμμετέχουν σε after school προγράμματα.

Περιορισμός 2: Οι μαθητές που έλαβαν μέρος στην έρευνα ήταν περίπου οι μισοί όσων αρχικά θέλαμε να συμμετάσχουν. Λόγω της διεξαγωγής παράλληλα άλλων εξετάσεων στην Ακαδημία ο αριθμός των μαθητών ελαττώθηκε. Την ημέρα διεξαγωγής της έρευνας η υπεύθυνη του προγράμματος σπουδών κα. Όλγα Μπαρδούτσου με ενημέρωσε πως θα παραλάβω συνολικά 50 συμπληρωμένα ερωτηματολόγια.

Περιορισμός 3: Ο αρχικός σχεδιασμός της έρευνας ήταν η διερεύνηση του βαθμού κατανόησης των γεωμετρικών όρων από μαθητές δίγλωσσους και μη δίγλωσσους. Στο δείγμα των 50 μαθητών δε βρέθηκε μαθητής ελληνικής καταγωγής. Έτσι η έρευνα περιορίστηκε σε λιγότερες συγκρίσεις των δεδομένων που λάβαμε από τα συμπληρωμένα ερωτηματολόγια.

Ωστόσο, προσπάθησα να ξεπεράσω τις πιθανές δυσκολίες και περιορισμούς και να ενσωματώσω τα πολυάριθμα διαφορετικά ευρήματα σε μια ενιαία αφήγηση δημιουργώντας μια αίσθηση συνοχής.

5.4 Τομείς για μελλοντική έρευνα

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1, η πρωτοτυπία της παρούσας έρευνας έγκειται στο γεγονός ότι πραγματοποιήθηκε σε ένα ελληνικό charter school της Αμερικής σε δείγμα δίγλωσσων μαθητών με δεύτερη γλώσσα την ελληνική. Δεδομένης της απουσίας αντίστοιχης προηγούμενης έρευνας, τα ευρήματά της μπορούν να θεωρηθούν προσωρινά. Ως εκ τούτου, ενδέχεται να χρειαστεί περαιτέρω έρευνα ώστε να επιβεβαιωθεί η αξιοπιστία στα αποτελέσματα αυτής της πρωτοβουλίας, παρόλο που «καμία μελέτη δεν μπορεί να αναπαραχθεί ακριβώς, ανεξάρτητα από τις μεθόδους και το σχεδιασμό που χρησιμοποιούνται» λόγω της μεταβαλλόμενης φύσης της ανθρώπινης συμπεριφοράς (Schäfer, 2003).

Μια μελλοντική έρευνα θα ήταν ωφέλιμο:

- να πραγματοποιηθεί σε περισσότερα ελληνικά charter schools του εξωτερικού
- να πραγματοποιηθεί σε μεγαλύτερο δείγμα μαθητών
- το δείγμα να περιλαμβάνει μαθητές δίγλωσσους και μη, ώστε να συγκριθούν οι επιδόσεις των δύο ομάδων

- να διερευνηθεί η κατανόηση των γεωμετρικών όρων σε σχέση με τις μητρικές γλώσσες των μαθητών

Απώτερος στόχος είναι να πραγματοποιηθεί πλήρης και σύγχρονος σχεδιασμός του διδακτικού υλικού της Ευκλείδειας Γεωμετρίας για τα ελληνικά charter schools που λειτουργούν εκτός συνόρων. Ερωτηθείς για τη στήριξη από το ελληνικό κράτος, ο κ. Μπαρδούτσος δηλώνει ευγνώμων για κάθε βοήθεια. «Μας έχουν βοηθήσει με την απόσπαση των εκπαιδευτικών πολλές φορές με βιβλία και διδακτικό υλικό. Δυστυχώς, όμως, το εκπαιδευτικό υλικό είναι δομημένο για τα ελληνόπουλα που ζουν κι ακολουθούν το εκπαιδευτικό σύστημα της Ελλάδας και δεν ανταποκρίνεται στις ανάγκες των κατοίκων του εξωτερικού. Το επίπεδο των ομογενών ή των ξένων που διδάσκονται την Ελληνική δε μπορεί να είναι το ίδιο με αυτό των Ελλήνων. Πιστεύουμε ότι η ελληνική κυβέρνηση κάνει το καλύτερο που μπορεί. Υπάρχει όμως σίγουρα χώρος για βελτίωση. Είναι καλό να θυμόμαστε ότι οι 1.300 μαθητές που θα αποφοιτήσουν, θα είναι 1.300 φιλέλληνες, που θα βρεθούν σε καίρια σημεία της ελεύθερης ή της κρατικής αγοράς, θετικά προδιατεθειμένοι σε θέματα που αφορούν στον Ελληνισμό».

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ξένη Βιβλιογραφία

Adetula, L. O. (1990). Language factor: Does it affect children's performance on word problems?. *Educational Studies in Mathematics*, *21*(4), 351-365.

Aiken, L. R. (1972). Language factors in learning Mathematics. *Review of Educational Research,* 42 (3), 359-385.

Alex, J., & Mammen, K. J. (2018). Students' understanding of geometry terminology through the lens of Van Hiele theory. *Pythagoras, 39(1),* 1-8.

Atebe, H. U. (2008). *Student's van Hiele levels of geometric thought and conception in plane geometry: a collective case study of Nigeria and South Africa* (Doctoral dissertation, Rhodes University).

Atebe, H. U., & Schafer, M. (2010). Beyond teaching language: towards terminological primacy in learners' geometric conceptualisation. *Pythagoras*, *2010*(71), 53-64.

Austin, J. L., & Howson, A. G. (1979). Language and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 10*, 161–197.

Baker, C. (2001). μετάφραση Αλεξανδροπούλου Α. Εισαγωγή στη διγλωσσία και τη δίγλωσση εκπαίδευση, Αθήνα, Gutenberg.

Ball, J. (2010). *Educational Equity for Children from Diverse Language Backgrounds: Mother Tongue-Based Bilingual Or Multilingual Education In The Early Years,* Presentation to UNESCO International Symposium: Translation and Cultural Mediation, Paris: UNESCO, 22-23 February 2010.

Beardsmore, H. (1982). *Bilingualism: Basic Principles*. Tieto Ltd., Bank House, 8a Hill Road, Clevedon Avon BS21 7HH England (9.50 British pounds-hard cover, 4.45 British pounds-paperback).

Barwell, R. (2009). Multilingualism in mathematicsclassrooms: An introductory discussion. In R.Barwell (Ed.), Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives (pp. 1–13). Clevedon: Multilingual Matters.

Bernardo, A. B. (1999). Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, *19*(2), 149-163.

Bose, A., & Choudhury, M. (2010). Language Negotiation In a Multilingual Mathematics Classroom: An Analysis. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 93-100). Fremantle: MERGA.

Botes, H. &Mji, A. (2010). *Language diversity in the mathematics classroom: does a learner companion make a difference? South African Journal of Education,* 30, 123-138.

Brombacher, A. (2001). How would students perform on TIMSS? In C. Pourmara, Graven M. Dickson (Eds.), Proceedings of the Seventh National Congress of the association for mathematics Education of South Africa (AMESA), University of Witwatersrand, 2, 11-19.

Boulet, G. (2007). How does language impact the learning of mathematics? Let me count the ways. *Journal of Teaching and Learning*, *5*(1).

Bullock, B. E. and Toribio, A. J. (2009). Themes in the study of code-switching. In Bullock, B. E. and Toribio, A. J. (eds). The Cambridge Handbook of Linguistic Codeswitching. Cambridge: Cambridge University Press.

Bussi, M. G. B., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. ZDM, 47(3), 391-405.

Cazden, C. B., & Snow, C. E. (1990). English plus: Issues in bilingual education. The Annals of the *American Academy of Political and Social Science, Newbury Park, CA: Sage Publications.*

Clarkson,P.C. (2007). Australian Vietnamese students learning mathematics: High abi lity bilingual and their use of their languages. Educational Studies in Mathematics, 64, 191-215.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook on mathematics teaching and learning (pp. 420–464). New York: Macmillan.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). Research methods in education [5 th edn] London: Routledge Falmer. *Teaching in higher education*, *41*, 21.

Cummins, J. (2000). Language, Power and Pedagogy: Bilingual Children in the Crossfire. New York: Multilingual Matters.

Cummins, J. (2005). Teaching for cross-language transfer in dual language education: Possibilities and pitfalls. In *TESOL Symposium on dual language education: Teaching and learning two languages in the EFL setting* (pp. 1-18). Estambul: Universidad BogaziciTurquía.

Cunningham, R. F., & Roberts, A. (2010). Reducing the Mismatch of Geometry Concept Definitions and Concept Images Held by Pre-Service Teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define?. In *PME CONFERENCE* (Vol. 2, pp. 2-248).

Dubuc, R. (1985). Manuel pratique de terminologie (1er édition). Quebec.

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning.

Esty, W. W. (1992). Language concepts of mathematics. Focus on Learning Problems in Mathematics, 14(4), 31-54.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational Task (Dordrecht, The Netherlands: Reidel).

Freudenthal, H. (2002). Revisiting mathematics education. China lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Garcia, E. (2005). *Teaching and learning in two languages: bilingualism & schooling in the United States.* NY: Teachers College Press.

Genz, R. L. (2006). Determining High School Geometry Students' Geometric Understanding Using van Hiele Levels: Is There a Difference Between Standards-based Curriculum Students and NonStandards-based Curriculum Students?.

Ginev, D., Iancu, M., Jucovshi, C., Kohlhase, A., Kohlhase, M., Oripov, A., ... & Wiesing, T. (2016, July). The SMGloM project and system: towards a terminology and ontology for mathematics. In International Congress on Mathematical Software (pp. 451-457). Springer, Cham.

Griffiths, H.B. & Howson, A.G. (1974). Mathematics: Society and Curricula. Cambridge University Press.

Grosjean, F. (1985). The bilingual as a competent but specific speaker-hearer. *Journal of Multilingual & Multicultural Development*, *6*(6), 467-477.

Hajer, M., & Norén, E. (2017). Teachers' knowledge about language in mathematics professional development courses: from an intended curriculum to a curriculum in action.

Halliday, M.A.K., & Martin, J.R. (1993). Writing science: Literacy and discursive power. London: Falmer Press.

Heath, T. (1921). Mathematics and Astronomy, in R.W. Livingstone (ed.), The Legacy of Greece. Oxford University Press.

Huai, C. S., & Oo, W. W. (2020). The influence of Mathematical terminology on student's achievement at the high school level (Doctoral dissertation, MERAL Portal).

Jones, D. V. (2009). Bilingual mathematics classrooms in Wales. In R. Barwell (Ed.), Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives (pp. 113–127). Clevedon: Multilingual Matters.

Kazima, M. (2008). Mother tongue policies and mathematical terminology in the teaching of mathematics. *Pythagoras*, *2008*(1), 53-63.

Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for research in Mathematics Education*, *20*(2), 147-158.

Krashen, S. D. (1981). *Second language acquisition and second language learning*. University of Southern California.

Manouchehri, A., & Enderson, M. C. (1999). Promoting mathematical discourse: learning from classroom examples. Mathematics Teaching in the Middle School, 4(4), 216.

Mbugua, Z. K. (2012). "Influence of Mathematical Language on Achievement in Mathematics by Secondary School Students in Kenya." International Journal of Education and Information Studies, vol.1, 1-7.

Morgan, C. (2007). Who is not multilingual now? *Educational Studies in Mathematics, 64*, 239–242.

Moschkovich, J. (2007). Bilingual mathematics learners: How views of language, bilingual learners, and mathematical communication impact instruction. In N. Nasir & P. Cobb (Eds.), *Diversity, equity, and access to mathematical ideas* (pp. 89-104). New York:Teachers College Press.

Moschkovich, J. (2007). Using Two Languages When Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 64*, 121-144.

Murray, M. (2004). Teaching Mathematics Vocabulary in Context, Portsmouth: Reed Elsevier.

Ní Ríordáin, M., & O'Donoghue, J. (2009). The relationship between performance on mathematical word problems and language proficiency for students learning through the medium of Irish. Educational Studies in Mathematics, 71, 43–64.

Njoroge, B. (2003). The Relationship between Mathematical Language and Students' Performance in Mathematics in Nairobi Province, Kenya. Unpublished M.Ed Thesis, Kenyatta University, Nairobi.

Ohtani, M. (1996). Telling definitions and conditions: An ethnomethodological study of sociomathematical activity in classroom interaction. Proceedings of PME 20 (Valencia, Spain), Vol 4, pp. 75-82.

Owens, B. (2006). *The language of mathematics: Mathematical terminology simplified for classroom use* (Doctoral dissertation, East Tennessee State University).

Pegg, J. (1995). Learning and teaching geometry. In L. Grimison & J. Pegg (Eds.), Teaching secondary mathematics: Theory into practice (pp. 87–103). Sydney: Harcourt and Brac.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. London: Routledgeand Kegal Paul.

Planas, N. (2014). One speaker, two languages: Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *87*(1), 51-66.

Prediger, S., Clarkson, P., & Bose, A. (2016). Purposefully relating multilingual registers: Building theory and teaching strategies for bilingual learners based on an integration of three traditions. In R. Barwell, P. Clarkson, A. Halai, M. Kazima, J. Moschkovich, N. Planas, . . . M. Villavicencio Ubillús (Eds.), *Mathematics education and language diversity: The 21st ICMI study*, pp. 193–215). Heidelberg: Springer.

Prediger, S. & Wessel, L. (2013). Fostering German-language learners' constructions of meanings for fractions-design and effects of a language- and mathematics-integrated intervention, Springerlink.com.

Rubenstein, R. N. & Thompson, D. R. (2002). Understanding and supporting children's Mathematical vocabulary development. Teaching children Mathematics, 107-112.

Schäfer, M. (2003). The impact of learners' spatial capacity and worldviews on their spatial conceptualisation: A case study. Unpublished doctoral thesis, Curtin University of Technology, Perth.

Schleppegrell, M. (2007). The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. *Reading & Writing Quarterly*, *23*, 139–159.

Schleppegrell, M. J., & O'Hallaron, C. L. (2011). Teaching academic language in L2 secondary settings. *Annual Review of Applied Linguistics, 31*, 3–18.

Secada, W. G. (1998). School mathematics for language enriched pupils. *Creating Florida's multilingual global work force: Educational policies and practices for students learning English as a new language.* Tallahassee: Florida Department of Education.

Setati, M., & Barwell, R. (2008). Making mathematics accessible for multilingual learners: guest editorial. *Pythagoras*, *2008*(1), 2-4.

Siyepu, S. W. (2005). *The Use of Van Hiele's Theory to Explore Problems Encountered in Circle Geometry: A Grade 11 Case Study* (Doctoral dissertation, Rhodes University).

Shin, S. J. (2013). *Bilingualism in Schools and Society*. NY and London: Routledge.

Short, D., & Echevarria, J. (2016). *Developing academic language with the SIOP*

Model. Boston: Pearson Allyn & Bacon.
Small, M. (2009). Good Questions: Great Ways to Differentiate Mathematics Instruction. Teachers College Press.
Smith, J. D. (2006). *Mal'cev varieties* (Vol. 554). Springer.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limit and continuity. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.

Temple, C., & Doerr, H. M. (2012). Developing fluency in the mathematical register through conversation in a tenth-grade classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *81*(3), 287-306.

Ubuz, B. (2006). Student conceptions and textbook messages: Polygons. Proceedings of PME 30, 1, 347.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*, University of Chicago.

Wanjiru, B. N. (2015). Effects of Mathematical Vocabulary Instructions on Students' Achievement in Mathematics in Secondary Schools of Murang'acounty. Murang, Educational Communication and Technology Department.

Webb, P., & Feza, N. (2005). Assessment standards, Van Hiele levels, and grade seven learners' understandings of geometry. *Pythagoras*, *2005*(62), 36-47.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socio-cultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.

Winicki-Landman, G., & Leikin, R. (2000). *On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. For the learning of Mathematics,* 20(1), 17-21.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In Tall, D. (Ed). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer.

Vinner, S. (2002). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Springer, Dordrecht.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), Proceedings of the 4th Annual Meeting for the Psychology of Mathematics Education (pp. 177–184). Berkeley, CA: PME.

Young, D. (1995). The role and status of the first language in education in a multilingual society. In K. Heugh, A. Siegruhn, and A. Pluddemann (Eds.). Multilingual education for South Africa (pp 63-69). Johannesburg: Heinemann.

<u>Ελληνική Βιβλιογραφία</u>

Βαλεοντής, Κ., Μάντζαρη, Ε. (2006). Η γλωσσική διάσταση της Ορολογίας: Αρχές και μέθοδοι σχηματισμού των όρων, 1st Athens International Conference on Translation and Interpretation. Translation: Between Art and Social Science.

Γρίβα, Ε., & Στάμου, Α. (2014). Ερευνώντας τη διγλωσσία στο σχολικό περιβάλλον: Οπτικές εκπαιδευτικών, μαθητών και μεταναστών γονέων. *Θεσσαλονίκη:* Δέσποινα Κυριακίδη.

Λέκκα, Β. (2004). Επιστημονικός λόγος: Η επικοινωνιακή διάσταση, στο Μ. Κατσογιάννου και Ε. Ευθυμίου (επιμ.) Ελληνική ορολογία: Έρευνα και εφαρμογές, Αθήνα: Καστανιώτης.

Νικολάου, Γ. (2011). Διαπολιτισμική διδακτική. Το νέο περιβάλλον. Βασικές αρχές. Αθήνα: Πεδίο.

Παπαβασιλείου, Π. (2001). «Ορολογία - Σύντομη ιστορική αναδρομή και σύγχρονη πραγματικότητα», Ανακοίνωση στο 3ο Συνέδριο «Ελληνική Γλώσσα και Ορολογία» της Ελληνικής Εταιρείας Ορολογίας (ΕΛΕΤΟ), Αθήνα.

Πούγγουρας Π. (2006). Η συμβολή της ορολογίας στην μετάφραση ειδικών κειμένων: το παράδειγμα μίας ορολογικής εργασίας με αντικείμενο την ειδική γλώσσα της Κρυπτολογίας.

Σακελλαροπούλου, Ε. (2007). Διγλωσσία και τρόποι διαχείρισής της στην εκπαιδευτική πράξη. από τα πρακτικά του 2ου Εκπαιδευτικού Συνεδρίου Γλώσσα, Σκέψη και Πράξη στην Εκπαίδευση, 19–21 Οκτωβρίου, Ιωάννινα.

Σκούρτου, Ε. (2002). Δίγλωσσοι Μαθητές στο ελληνικό Σχολείο, στο: Επιστήμες Αγωγής, Θεματικό Τεύχος 2002, (11-20).

Σκούρτου, Ε., & Κούρτη-Καζούλλη, Β. (2015). Διγλωσσία και διδασκαλία της ελληνικής ως δεύτερης γλώσσας. Αθήνα: ΣΕΑΒ.

Τζεκάκη, Μ., & Καλαϊτζίδου, Σ. (1998). Ερευνητικό Πρόγραμμα Ανάπτυξης Πρωτομαθηματικών Εννοιών. *Ερευνώντας τον κόσμο του παιδιού*, *3*, 72-83.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I: Άδεια χρήσης του TPGT

Permission to use the Terminology on Plane Geometry Test

Melina Brozou
προς m.schafer

Dear all,

I am a math teacher working on my master degree project.
Subject: 'Understanding the geometrical terms: bilingual and non-bilingual students'.
Professor: Lemonodis Charalambos
Location: Thessaloniki, Greece

I am interested in using the Terminology on Plane Geometry Test. The school I chose is the Archimedean Upper Conservatory, a greek charter school in Miami, FL. It is one of the top schools among others, I had the honor to work there from 2012 to 2014 and I am still amazed of the academic excellence of the non-greek students who study Euclidean Geometry in Greek language.

I would appreciate it if you could give me the permission to use the TPGT and it would be a pleasure to share the results with you.

Sincerely,
Melina Brozou

Marc Schafer
προς εγώ

Dear Melina
You are welcome to use the test, as long as you acknowledge it appropriately, and I would love to read your results.
Good luck with your work and kind regards
Marc

Professor Marc Schäfer (PhD)
SARChI Chair in Mathematics Education
Education Department
Rhodes University
South Africa
m.schafer@ru.ac.za

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ: Εργαλείο συλλογής δεδομένων/Το ερωτηματολόγιο

Τεστ Ορολογίας στην Ευκλείδεια Γεωμετρία (ΤΟΕΓ)

ΤΕΣΤ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (ΤΟΕΓ)

Ημερομηνία: …………………….
Επιτρεπόμενος Χρόνος: 50 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ:
Μη ξεκινήσετε μέχρι να σας το ανακοινώσουν.
Όση ώρα περιμένετε, παρακαλώ συμπληρώστε κατάλληλα τα παρακάτω κενά.

Ονοματεπώνυμο: ……………………………………………………………………
Όνομα σχολείου: …………………………………………………………………...
Τάξη: ……………………………………………………………………………...
Ηλικία: ……………………………………………………………………………
Φύλο: ……………………………………………………………………………..
Εθνικότητα/Καταγωγή: …………………………………………………………

Πρόκειται για ένα αντικειμενικό τεστ. Συνολικά περιέχει **εξήντα (60) ερωτήσεις**. Σας ζητείται να **απαντήσετε όλες** τις ερωτήσεις. **Μην σημειώστε τις απαντήσεις σας σε αυτό το φυλλάδιο.**
Κάθε ερώτηση έχει τέσσερις (4) πιθανές απαντήσεις, Α έως Δ. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση για κάθε ερώτηση και σημειώστε την με μολύβι στο φύλλο απαντήσεων στο χώρο που φέρει το ίδιο γράμμα με την επιλογή που έχετε επιλέξει. **Δώστε μόνο μία απάντηση σε κάθε ερώτηση.**

Τα **σχήματα δεν είναι κατ' ανάγκη** στην κατάλληλη κλίμακα.

1. Πώς ονομάζεται η ευθεία γραμμή που ενώνει οποιαδήποτε δύο σημεία της περιφέρειας ενός κύκλου;

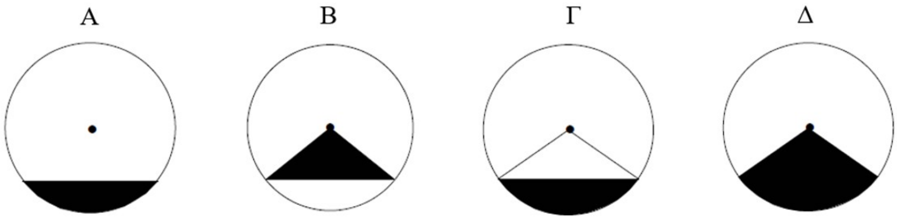
Α. τόξο

Β. διάμετρος

Γ. ακτίνα

Δ. χορδή

2. Ποια από τις παρακάτω σκιασμένες περιοχές παριστάνει κυκλικό τομέα;



3. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις περιγράφει καλύτερα την ακτίνα ενός κύκλου;

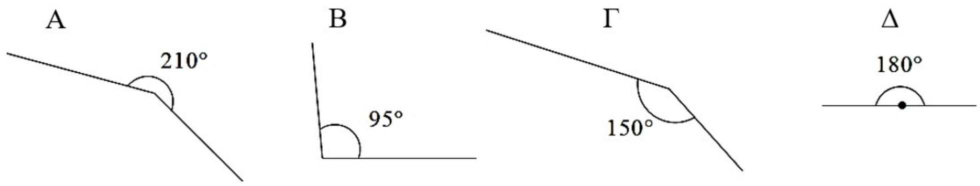
Α. Η ευθεία γραμμή που σχεδιάζεται από το κέντρο ενός κύκλου μέχρι ένα οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

Β. Η ευθεία γραμμή που διέρχεται από το κέντρο ενός κύκλου.

Γ. Η ευθεία γραμμή που ενώνει δύο οποιαδήποτε σημεία της περιφέρειας του κύκλου.

Δ. Η ευθεία γραμμή που ακουμπάει έναν κύκλο σε ένα και μόνον ένα σημείο.

4. Ποια από τις παρακάτω γωνίες είναι μη κυρτή γωνία;



5. Ποιο είναι το όνομα της χορδής που διέρχεται από το κέντρο ενός κύκλου;

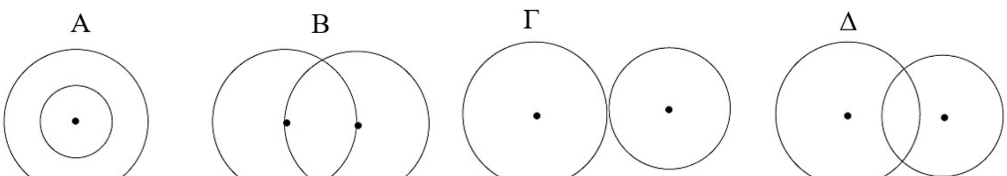
Α. Εφαπτομένη

Β. Ακτίνα

Γ. Τόξο

Δ. Διάμετρος

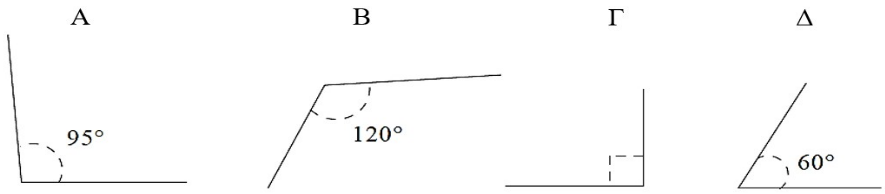
6. Ποιο από τα παρακάτω παριστάνει ομόκεντρους κύκλους; Τα κέντρα αναπαρίστανται με μία τελεία (•).



7. Ποιο είναι το όνομα της ευθείας γραμμής που ακουμπά έναν κύκλο σε ένα και μόνο σημείο, ανεξάρτητα από το πόσο προεκτείνεται στα δύο άκρα;

Α. Εφαπτομένη
Β. Χορδή
Γ. Διάμετρος
Δ. Περίμετρος

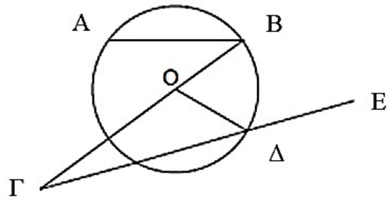
8. Ποια από τις παρακάτω είναι οξεία γωνία;



9. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι **αληθής** για ένα σκαληνό τρίγωνο;

Α. Είναι αναγκαστικά οξυγώνιο τρίγωνο
Β. Δε μπορεί να είναι ορθογώνιο τρίγωνο
Γ. Δεν έχει δύο ίσου μεγέθους πλευρές
Δ. Πρέπει να είναι αμβλυγώνιο τρίγωνο

10. Στο σχήμα, Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Ποιο ευθύγραμμο τμήμα παριστάνει τη χορδή;

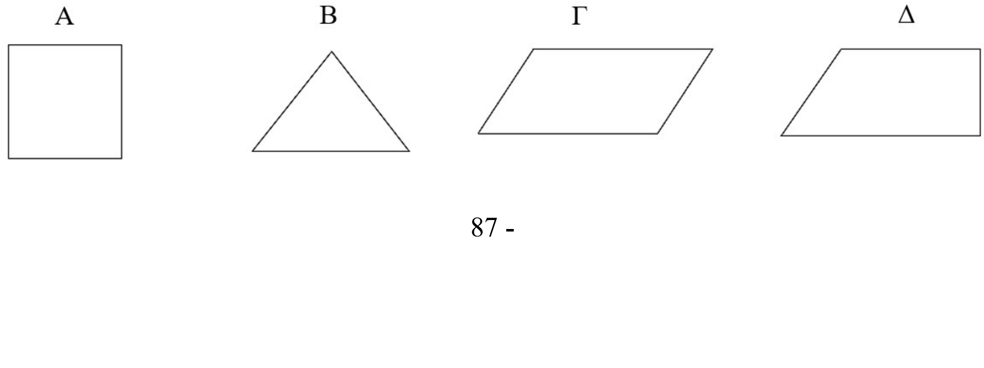


Α. ΟΔ
Β. ΑΒ
Γ. ΓΕ
Δ. ΓΔ

11. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι **αληθής** για ένα ισοσκελές τρίγωνο;

Α. Δε μπορεί να είναι αμβλυγώνιο τρίγωνο
Β. Δύο από τις γωνίες του πρέπει αναγκαστικά να έχουνε άθροισμα 90 °
Γ. Δε μπορεί να είναι ορθογώνιο τρίγωνο
Δ. Δύο από τις πλευρές του πρέπει αναγκαστικά να έχουνε ίσο μέτρο

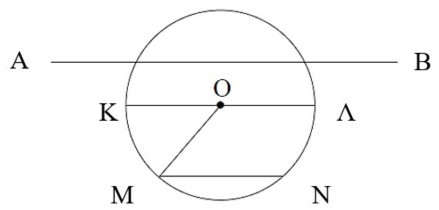
12. Ένα από τα παρακάτω σχήματα δεν ανήκει στην ίδια κατηγορία σχημάτων με τα υπόλοιπα. Ποιο είναι αυτό;



13. Ποιο είναι **αληθές**; Εάν δύο ευθείες γραμμές τέμνονται, τότε οι κατά κορυφήν γωνίες είναι

Α. ορθές γωνίες
Β. ίσες
Γ. συμπληρωματικές
Δ. παραπληρωματικές

14. Στο σχήμα, Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Ποιο ευθύγραμμο τμήμα παριστάνει την ακτίνα;

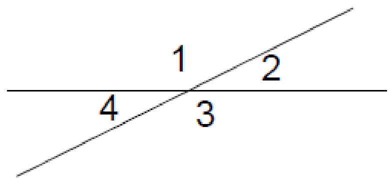


Α. ΑΒ
Β. ΚΟΛ
Γ. ΜΝ
Δ. ΟΛ

15. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις περιγράφει καλύτερα το εγγεγραμμένο τετράπλευρο;

Α. Είναι ένα ορθογώνιο μέσα στο οποίο εγγράφεται ένας κύκλος
Β. Είναι ένας κύκλος μέσα στον οποίο εγγράφεται ένα ορθογώνιο
Γ. Είναι ένα τετράπλευρο μέσα στο οποίο εγγράφεται ένας κύκλος
Δ. Είναι ένας κύκλος μέσα στο οποίο εγγράφεται ένα τετράπλευρο

16. Χρησιμοποιήστε το παρακάτω σχήμα για να προσδιορίσετε το ζεύγος των κατά κορυφήν γωνιών.



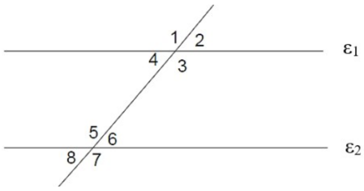
Α. 1 και 3
Β. 2 και 3
Γ. 3 και 4
Δ. 1 και 2

17. Η ευθεία γραμμή που διαιρεί ένα γεωμετρικό σχήμα σε δύο ίδια μισά ονομάζεται

Α. διαγώνιος
Β. άξονας συμμετρίας
Γ. ύψος
Δ. διχοτόμος

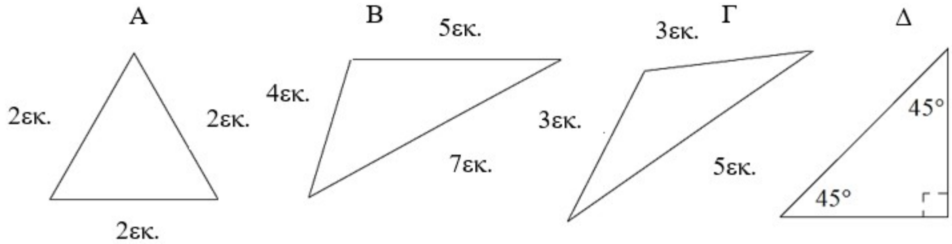
18. Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη έχει ευθείες κάθετες;

19. Στο σχήμα, οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Δύο γωνίες των οποίων τα μεγέθη έχουνε άθροισμα 180 ° είναι



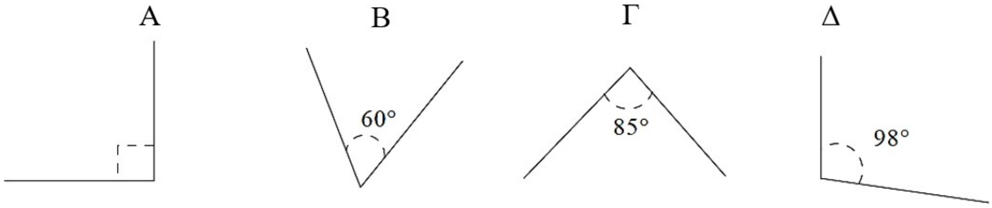
Α. 2 και 4
Β. 4 και 5
Γ. 5 και 7
Δ. 2 και 8

20. Ποιο από τα παρακάτω τρίγωνα είναι ισόπλευρο;



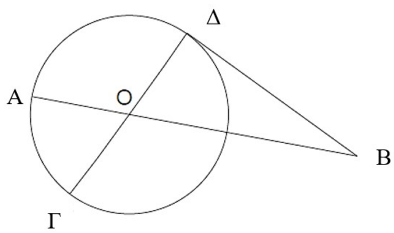
21. Μη κυρτή γωνία είναι η γωνία η οποία
Α. είναι μεγαλύτερη από 90 °, αλλά μικρότερη από 180 °
Β. 180 °
Γ. είναι μεγαλύτερη από 180 °, αλλά μικρότερη από 360 °
Δ. 360 °

22. Ποια από τις παρακάτω παριστάνει ορθή γωνία;



23. Αν δύο ή περισσότεροι κύκλοι είναι ομόκεντροι κύκλοι, τότε έχουνε
Α. ίδιο κέντρο
Β. ίδια ακτίνα
Γ. διαφορετικά κέντρα
Δ. διαφορετικές ακτίνες

24. Στο σχήμα, Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Ποιο από τα παρακάτω είναι διάμετρος;



Α. ΑΟΒ
Β. ΔΒ
Γ. ΓΟΔ
Δ. ΟΒ

25. Οξεία γωνία είναι αυτή που είναι

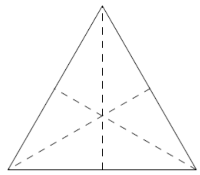
Α. λιγότερο από 90 °

Β. 90 °

Γ. μεγαλύτερη από 90 °, αλλά μικρότερη από 180 °

Δ. 180 °

26. Πόσες πλευρές και διαγώνιοι υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα;



Α. 3 πλευρές, 3 διαγώνιοι

Β. 0 πλευρές, 3 διαγώνιοι

Γ. 3 πλευρές, 0 διαγώνιοι

Δ. 0 πλευρές, 0 διαγώνιοι

27. Ορθή γωνία είναι αυτή η οποία

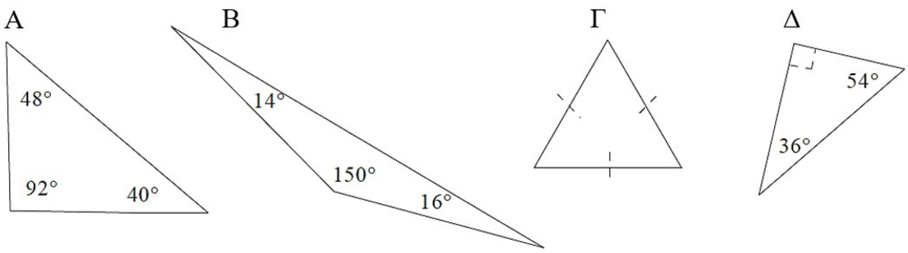
Α. λιγότερο από 90 °

Β. 90 °

Γ. μεγαλύτερη από 90 °, αλλά μικρότερη από 180 °

Δ. 180 °

28. Ποιο από τα παρακάτω είναι ορθογώνιο τρίγωνο;



29. Τόξο κύκλου είναι

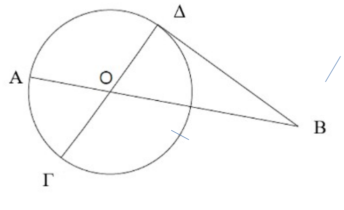
Α. το ίδιο με την περιφέρεια κύκλου

Β. η περιοχή ανάμεσα σε δύο ακτίνες

Γ. ένα μέρος της περιφέρειας του κύκλου

Δ. το ημικύκλιο

30. Στο σχήμα, Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Ποιο από τα παρακάτω είναι εφαπτομένη;



Α. ΑΟΒ

Β. ΔΒ

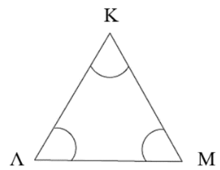
Γ. ΓΟΔ

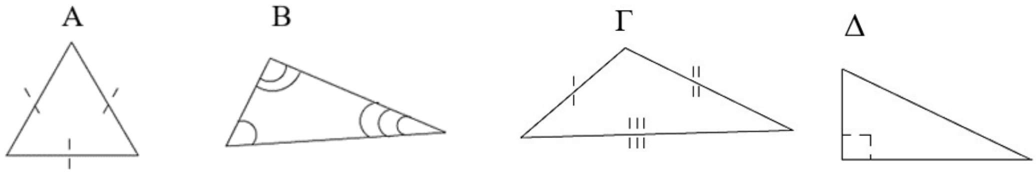
Δ. ΟΒ

31. Ποιο είναι **σωστό**; Αν δύο ευθείες είναι κάθετες η μία στην άλλη, τότε οι δύο ευθείες

Α. είναι επίσης παράλληλες η μία με την άλλη
Β. τέμνονται σχηματίζοντας κάθετες γωνίες
Γ. τέμνονται στα μέσα τους
Δ. έχουνε το ίδιο μέτρο

32. Ποιο από τα παρακάτω τρίγωνα είναι όμοιο με το τρίγωνο ΚΛΜ

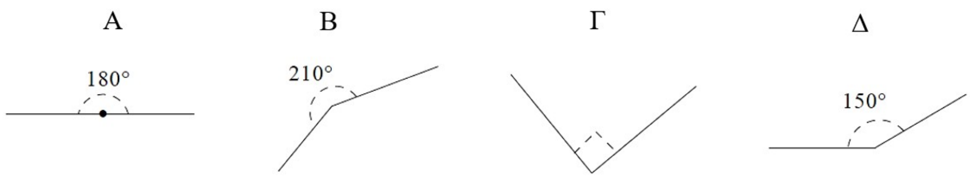




33. Ποιο είναι σωστό; Ένα πολύγωνο που έχει τέσσερις πλευρές περιγράφεται καλύτερα ως

Α. ορθογώνιο
Β. παραλληλόγραμμο
Γ. τετράπλευρο
Δ. τραπέζιο

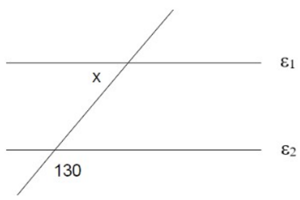
34. Αναγνωρίστε την αμβλεία γωνία στα παρακάτω σχήματα.



35. Δύο γωνίες λέμε ότι είναι συμπληρωματικές αν

Α. το άθροισμά τους είναι 180°
Β. είναι κατά κορυφήν γωνίες
Γ. το άθροισμά τους είναι 90°
Δ. είναι εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες

36. Οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες. Ποιο είναι το μέτρο της γωνίας x;

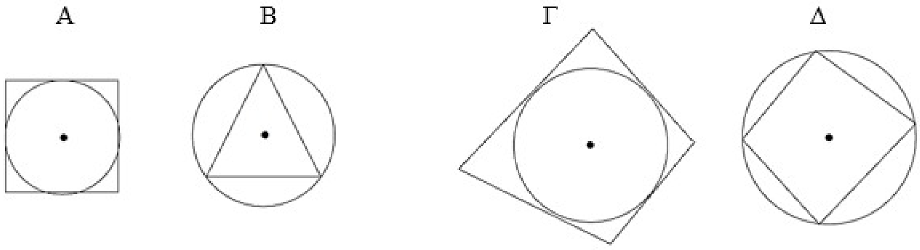


Α. 30°
Β. 40°
Γ. 50°
Δ. 130°

37. Ποιο είναι **σωστό**; Αν δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε

Α. έχουν ίσο μήκος
Β. είναι επίσης κάθετες
Γ. έχουν κοινή αρχή
Δ. έχουνε σταθερή απόσταση μεταξύ τους

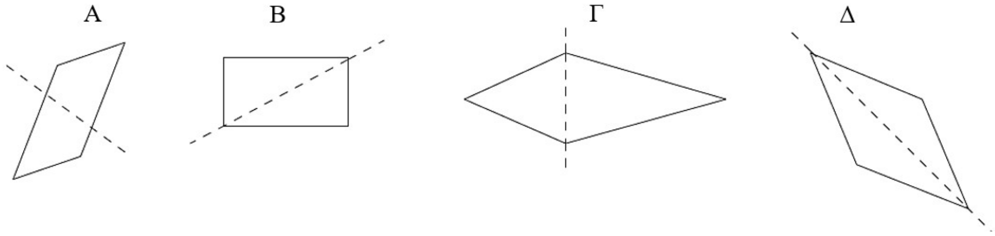
38. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα παριστάνει εγγεγραμμένο τετράπλευρο;



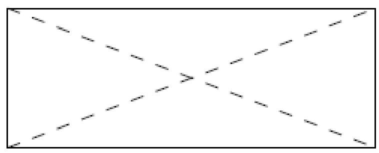
39. Δύο γωνίες λέμε ότι είναι παραπληρωματικές, εάν

Α. το άθροισμά τους είναι 180 °
Β. είναι εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες
Γ. το άθροισμά τους είναι 90 °
Δ. είναι κατά κορυφήν γωνίες

40. Αν οι διακεκομμένες γραμμές (- - -) παριστάνουν άξονες συμμετρίας, σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα ο άξονας συμμετρίας έχει σχεδιαστεί σωστά;

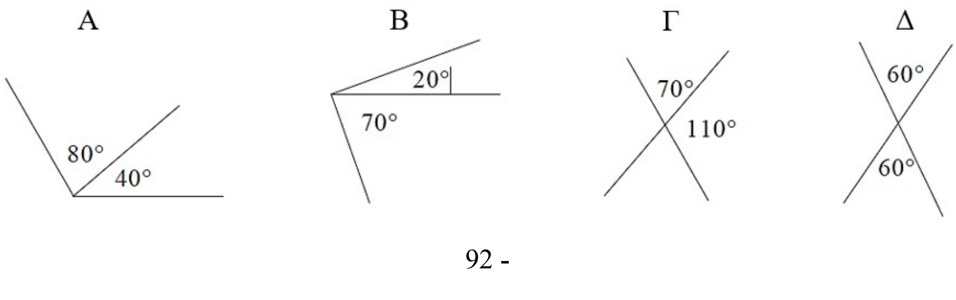


41. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Πόσες πλευρές και διαγώνιες έχει το σχήμα;



Α. 4 πλευρές, 3 διαγώνιοι
Β. 6 πλευρές, 0 διαγώνιοι
Γ. 4 πλευρές, 2 διαγώνιοι
Δ. 6 πλευρές, 2 διαγώνιοι

42. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα απεικονίζει συμπληρωματικές γωνίες;



43. Μια ευθεία που κόβει ένα σύνολο από γραμμές ονομάζεται τέμνουσα. Ποιο είναι **αλήθεια** για τις εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες; Αν δύο ή περισσότερες παράλληλες γραμμές κόβονται από μία τέμνουσα, τότε οι εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες

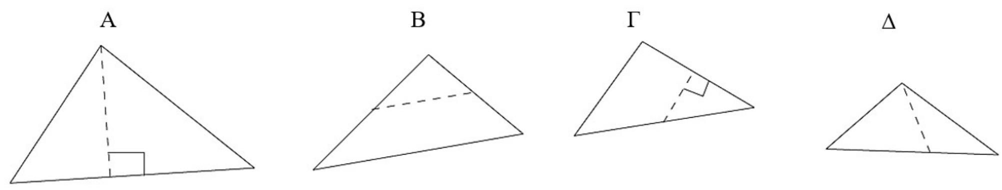
Α. είναι ίσες

Β. έχουν άθροισμα 90 °

Γ. είναι ίσες ως εφεξής γωνίες

Δ. έχουν άθροισμα 180 °

44. Αναγνωρίστε το τρίγωνο στο οποίο έχει σχεδιαστεί σωστά το ύψος.



45. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι **αληθής** για ένα ορθογώνιο τρίγωνο;

Α. Μία από τις γωνίες του μπορεί να είναι αμβλεία γωνία.

Β. Έχει δύο γωνίες που είναι συμπληρωματικές.

Γ. Δε μπορεί να είναι ισοσκελές τρίγωνο.

Δ. Έχει δύο γωνίες που είναι παραπληρωματικές.

46. Μια ευθεία που κόβει ένα σύνολο από γραμμές ονομάζεται τέμνουσα. Ποιο είναι **αλήθεια**; Αν δύο ή περισσότερες παράλληλες γραμμές κόβονται από μία τέμνουσα, τότε

Α. οι εντός κι επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες

Β. οι εφεξής γωνίες είναι συμπληρωματικές

Γ. οι εντός κι επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές

Δ. οι εφεξής γωνίες είναι ίσες

47. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις **δεν είναι αληθής** για ένα ισόπλευρο τρίγωνο;

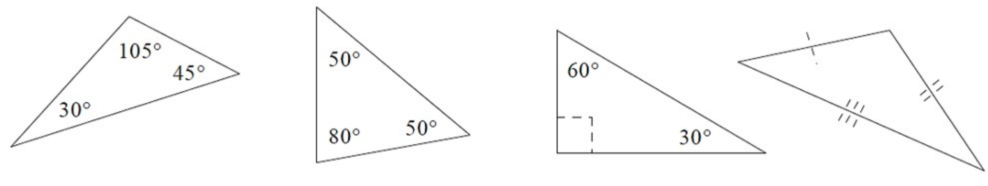
Α. Όλες οι γωνίες του πρέπει έχουν το ίδιο μέτρο.

Β. Έχει μία γωνία της οποίας το μέτρο είναι 90 °.

Γ. Είναι αναγκαστικά οξυγώνιο τρίγωνο.

Δ. Όλες οι πλευρές του πρέπει έχουν το ίδιο μέτρο.

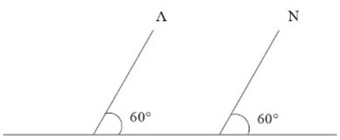
48. Αναγνωρίστε το ισοσκελές τρίγωνο στα παρακάτω σχήματα.



49. Μια ευθεία που κόβει ένα σύνολο από γραμμές ονομάζεται τέμνουσα. Ποιο είναι **αλήθεια** για τις εναλλάξ γωνίες; Αν δύο ή περισσότερες παράλληλες γραμμές κόβονται από μία τέμνουσα, τότε οι εναλλάξ γωνίες είναι

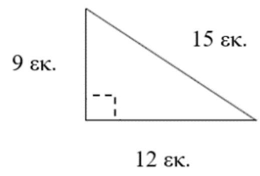
Α. ίσες
Β. συμπληρωματικές
Γ. παραπληρωματικές
Δ. μη κυρτές

50. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Ποια πρόταση είναι **αληθής**;



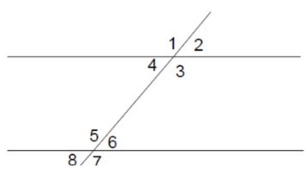
Α. οι ΚΛ και ΜΝ είναι παράλληλες
Β. οι ΚΛ και ΜΝ είναι κάθετες
Γ. οι ΚΛ και ΜΝ πρέπει να έχουν το ίδιο μέτρο
Δ. οι ΚΛ και ΜΝ θα τέμνουν η μία την άλλη με γωνία ίση με 60 °

51. Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου που φαίνεται παρακάτω;



Α. 36 τ.εκ.
Β. 54 τ.εκ.
Γ. 108 τ.εκ.
Δ. 1620 τ.εκ.

52. Αναγνωρίστε ένα ζεύγος εναλλάξ γωνιών στο σχήμα που φαίνεται παρακάτω.

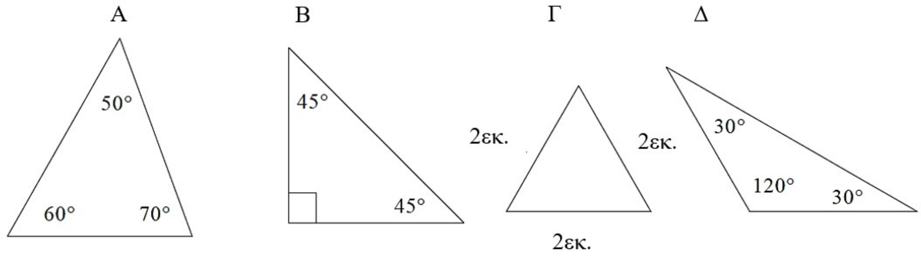


Α. 1 και 3
Β. 3 και 5
Γ. 2 και 4
Δ. 1 και 5

53. Ποιο είναι **σωστό**; Η κάθετη γραμμή που σχεδιάζεται από μία γωνία ενός τριγώνου προς την πλευρά που βρίσκεται απέναντι από τη γωνία ονομάζεται

Α. άξονας συμμετρίας
Β. διαγώνιος
Γ. ύψος
Δ. διχοτόμος

54. Ποιο από τα παρακάτω είναι σκαληνό τρίγωνο;



55. Το μέτρο μιας αμβλείας γωνίας είναι

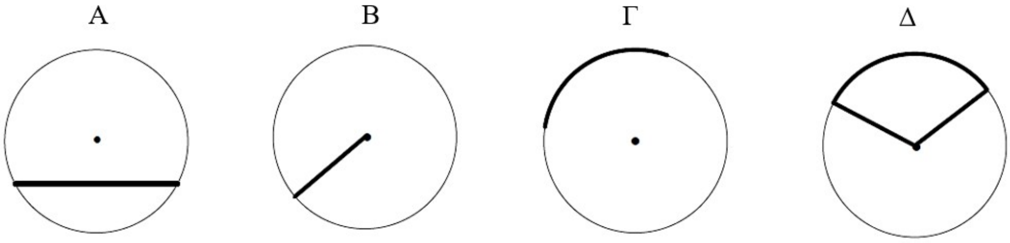
Α. μεγαλύτερο από180 °, αλλά μικρότερο από 360 °

Β. 360 °

Γ. μεγαλύτερο από90 °, αλλά μικρότερο από 180 °

Δ. 180 °

56. Σε ένα από τα παρακάτω σχήματα, το τόξο παριστάνεται από μία χοντρή γραμμή. Ποιο είναι αυτό;



57. Ποιο από τα παρακάτω είναι **αλήθεια** σχετικά με δύο όμοια τρίγωνα;

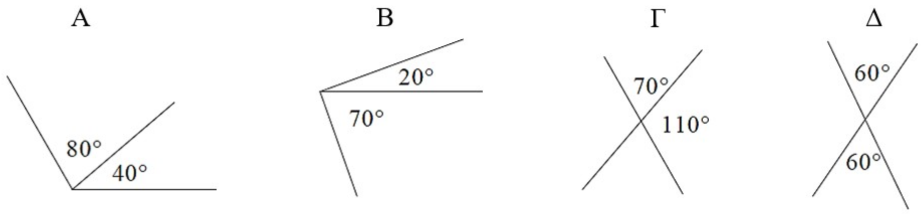
Α. Είναι αναγκαστικά ίσα.

Β. Οι αντίστοιχες πλευρές τους είναι αναγκαστικά ίσες.

Γ. Οι αντίστοιχες γωνίες τους είναι αναγκαστικά ίσες.

Δ. Έχουνε ίσα εμβαδά.

58. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα απεικονίζει παραπληρωματικές γωνίες;



59. Η περιοχή ενός κύκλου που περικλείεται από δύο ακτίνες (που δε σχηματίζουν διάμετρο) και ένα τόξο, ονομάζεται

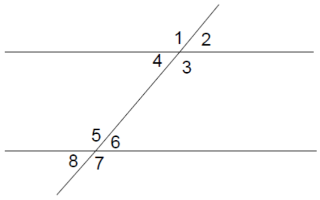
Α. μήκος τόξου

Β. κυκλικός τομέας

Γ. κυκλικό τμήμα

Δ. περίμετρος κυκλικού τμήματος

60. Αναγνωρίστε ένα ζεύγος εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνιών στο σχήμα που φαίνεται παρακάτω.



Α. 1 και 3
Β. 3 και 5
Γ. 2 και 4
Δ. 1 και 5

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ: Κατάλογοι Εικόνων-Διαγραμμάτων-Πινάκων

ΕΙΚΟΝΕΣ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ: Στατιστικά αποτελέσματα SPSS

Γενική επίδοση

Descriptives

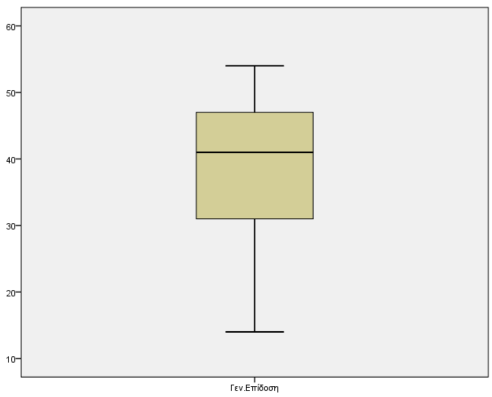
			Statistic	Std. Error
Γεν.Επίδοση	Mean		39,38	1,360
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	36,65	
		Upper Bound	42,11	
	5% Trimmed Mean		39,68	
	Median		41,00	
	Variance		92,526	
	Std. Deviation		9,619	
	Minimum		14	
	Maximum		54	
	Range		40	
	Interquartile Range		17	
	Skewness		-,468	,337
	Kurtosis		-,523	,662

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Γεν.Επίδοση	,094	50	,200*	,957	50	,066

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction



Επίδοση ανά γεωμετρική έννοια

Descriptives

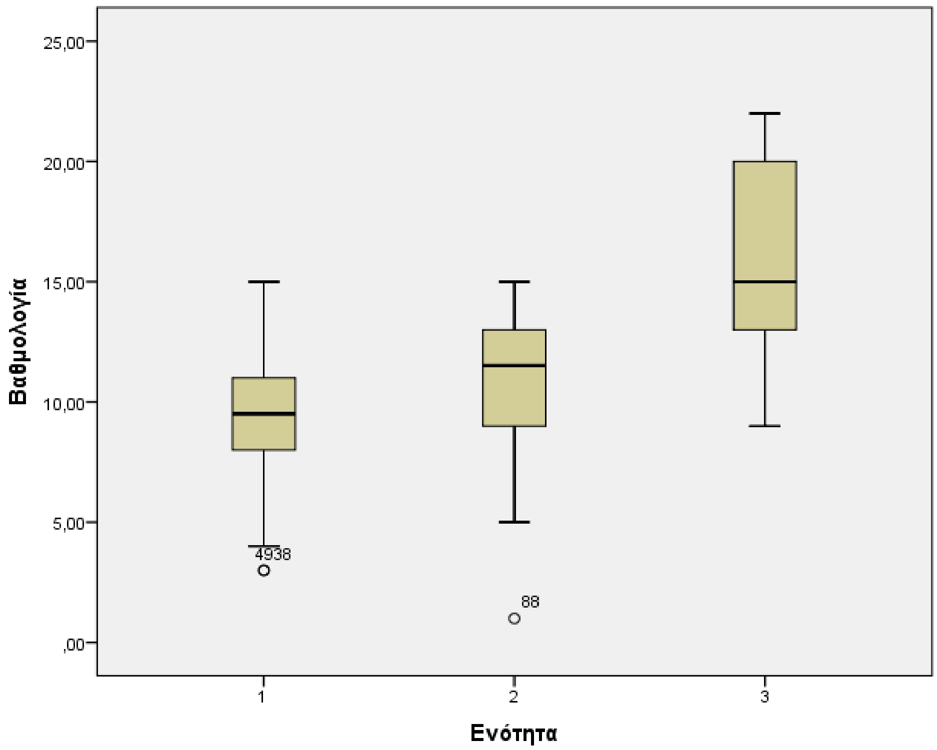
	Ενότητα			Statistic	Std. Error
Βαθμολογία	1	Mean		9,3800	,43414
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	8,5076	
			Upper Bound	10,2524	
		5% Trimmed Mean		9,4222	
		Median		9,5000	
		Variance		9,424	
		Std. Deviation		3,06987	
		Minimum		3,00	
		Maximum		15,00	
		Range		12,00	
		Interquartile Range		3,25	
		Skewness		-,282	,337
		Kurtosis		-,483	,662
	2	Mean		10,8200	,41570
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	9,9846	
			Upper Bound	11,6554	
		5% Trimmed Mean		11,0111	
		Median		11,5000	
		Variance		8,640	
		Std. Deviation		2,93946	
		Minimum		1,00	
		Maximum		15,00	
		Range		14,00	
		Interquartile Range		4,00	
		Skewness		-1,102	,337
		Kurtosis		1,426	,662
	3	Mean		16,1200	,56615
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	14,9823	
			Upper Bound	17,2577	
		5% Trimmed Mean		16,1667	
		Median		15,0000	
		Variance		16,026	
		Std. Deviation		4,00326	
		Minimum		9,00	

	Maximum	22,00	
	Range	13,00	
	Interquartile Range	7,25	
	Skewness	,028	,337
	Kurtosis	-1,466	,662

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Ενότητα	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Βαθμολογία	1	,141	50	,014	,964	50	,136
	2	,164	50	,002	,916	50	,002
	3	,174	50	,001	,900	50	,000

a. Lilliefors Significance Correction



Λεκτική Περιγραφή - Οπτική Απεικόνιση

Descriptives

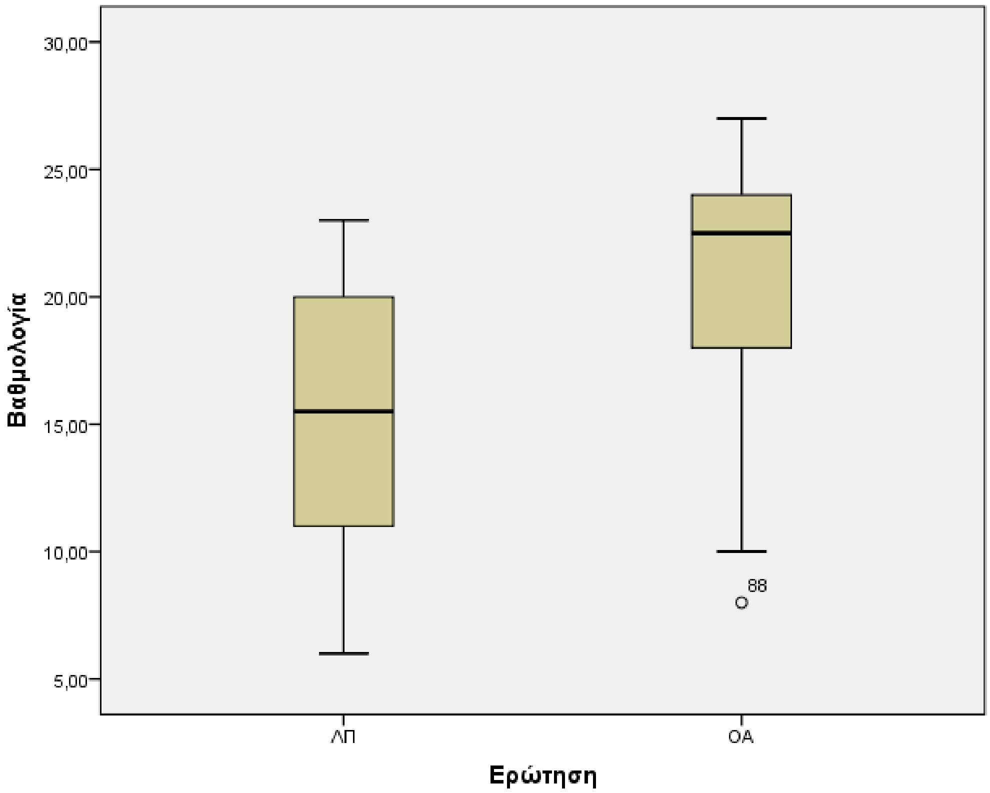
	Ερώτηση			Statistic	Std. Error
Βαθμολογία	ΛΠ	Mean		15,1600	,68055
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	13,7924	
			Upper Bound	16,5276	
		5% Trimmed Mean		15,2000	
		Median		15,5000	
		Variance		23,158	
		Std. Deviation		4,81223	
		Minimum		6,00	
		Maximum		23,00	
		Range		17,00	
		Interquartile Range		9,00	
		Skewness		-,100	,337
		Kurtosis		-1,038	,662
	ΟΑ	Mean		21,1600	,63911
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	19,8757	
			Upper Bound	22,4443	
		5% Trimmed Mean		21,4667	
		Median		22,5000	
		Variance		20,423	
		Std. Deviation		4,51917	
		Minimum		8,00	
		Maximum		27,00	
		Range		19,00	
		Interquartile Range		6,25	
		Skewness		-,919	,337
		Kurtosis		,497	,662

Tests of Normality

	Ερώτηση	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Βαθμολογία	ΛΠ	,103	50	,200*	,961	50	,097
	ΟΑ	,158	50	,003	,925	50	,004

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction



Correlations

		ΛΠ	ΟΑ
ΛΠ	Pearson Correlation	1	,810**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	50	50
ΟΑ	Pearson Correlation	,810**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	50	50

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between ΛΠ and OA equals 0.	Related-Samples Wilcoxon Signed Rank Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Correlations

			ΛΠ	OA
Spearman's rho	ΛΠ	Correlation Coefficient	1,000	,857**
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	50	50
	OA	Correlation Coefficient	,857**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	50	50

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Correlations

		ΛΠ	OA
ΛΠ	Pearson Correlation	1	,810**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	50	50
OA	Pearson Correlation	,810**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	50	50

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Γενικών γνώσεων ερωτήσεις - Ερωτήσεις ορολογίας

Descriptives

	Ερωτήσεις			Statistic	Std. Error
Επιδόσεις	Γενικών Γνώσεων	Mean		,56	,071
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,42	
			Upper Bound	,70	
		5% Trimmed Mean		,57	
		Median		1,00	
		Variance		,251	
		Std. Deviation		,501	
		Minimum		0	
		Maximum		1	
		Range		1	
		Interquartile Range		1	
		Skewness		-,249	,337
		Kurtosis		-2,020	,662
	Ορολογίας	Mean		,58	,071
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,44	
			Upper Bound	,72	
		5% Trimmed Mean		,59	
		Median		1,00	
		Variance		,249	
		Std. Deviation		,499	
		Minimum		0	
		Maximum		1	
		Range		1	
		Interquartile Range		1	
		Skewness		-,334	,337
		Kurtosis		-1,969	,662

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Ερωτήσεις	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Επιδόσεις	Γενικών Γνώσεων	,370	50	,000	,632	50	,000
	Ορολογίας	,380	50	,000	,627	50	,000

a. Lilliefors Significance Correction

ΓενικώνΓνώσεων * Ορολογίας Crosstabulation

Count

		Ορολογίας		
		Χαμηλής Επίδοσης	Υψηλής Επίδοσης	Total
ΓενικώνΓνώσεων	Χαμηλής Επίδοσης	18	4	22
	Υψηλής Επίδοσης	3	25	28
Total		21	29	50

ΓενικώνΓνώσεων * Ορολογίας Crosstabulation

			Ορολογίας		
			Χαμηλής Επίδοσης	Υψηλής Επίδοσης	Total
ΓενικώνΓνώσεων	Χαμηλής Επίδοσης	Count	18	4	22
		Expected Count	9,2	12,8	22,0
	Υψηλής Επίδοσης	Count	3	25	28
		Expected Count	11,8	16,2	28,0
Total		Count	21	29	50
		Expected Count	21,0	29,0	50,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	25,569[a]	1	,000		
Continuity Correction[b]	22,734	1	,000		
Likelihood Ratio	28,099	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	25,058	1	,000		
N of Valid Cases	50				

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 9,24.

b. Computed only for a 2x2 table

Επίδοση * Ερώτηση Crosstabulation

			Ερώτηση		
			Γενικών γνώσεων	Ορολογίας	Total
Επίδοση	Χαμηλή	Count	18	4	22
		Expected Count	9,2	12,8	22,0
		% within Επίδοση	81,8%	18,2%	100,0%
		% within Ερώτηση	85,7%	13,8%	44,0%
		% of Total	36,0%	8,0%	44,0%
	Υψηλή	Count	3	25	28
		Expected Count	11,8	16,2	28,0
		% within Επίδοση	10,7%	89,3%	100,0%
		% within Ερώτηση	14,3%	86,2%	56,0%
		% of Total	6,0%	50,0%	56,0%
Total		Count	21	29	50
		Expected Count	21,0	29,0	50,0
		% within Επίδοση	42,0%	58,0%	100,0%
		% within Ερώτηση	100,0%	100,0%	100,0%
		% of Total	42,0%	58,0%	100,0%

Ομόηχοι όροι - Μη ομόηχοι όροι

Descriptives

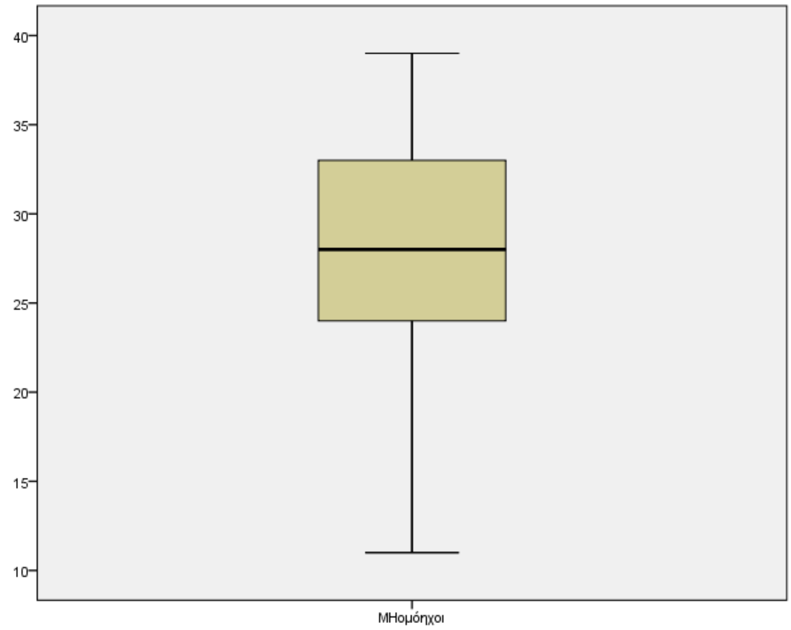
			Statistic	Std. Error
Ομόηχοι	Mean		9,28	,412
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	8,45	
		Upper Bound	10,11	
	5% Trimmed Mean		9,40	
	Median		10,00	
	Variance		8,491	
	Std. Deviation		2,914	
	Minimum		3	
	Maximum		14	
	Range		11	
	Interquartile Range		4	
	Skewness		-,568	,337
	Kurtosis		-,489	,662
ΜΗομόηχοι	Mean		27,70	,918
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	25,85	
		Upper Bound	29,55	
	5% Trimmed Mean		27,91	
	Median		28,00	
	Variance		42,173	
	Std. Deviation		6,494	
	Minimum		11	
	Maximum		39	
	Range		28	
	Interquartile Range		10	
	Skewness		-,421	,337
	Kurtosis		-,437	,662

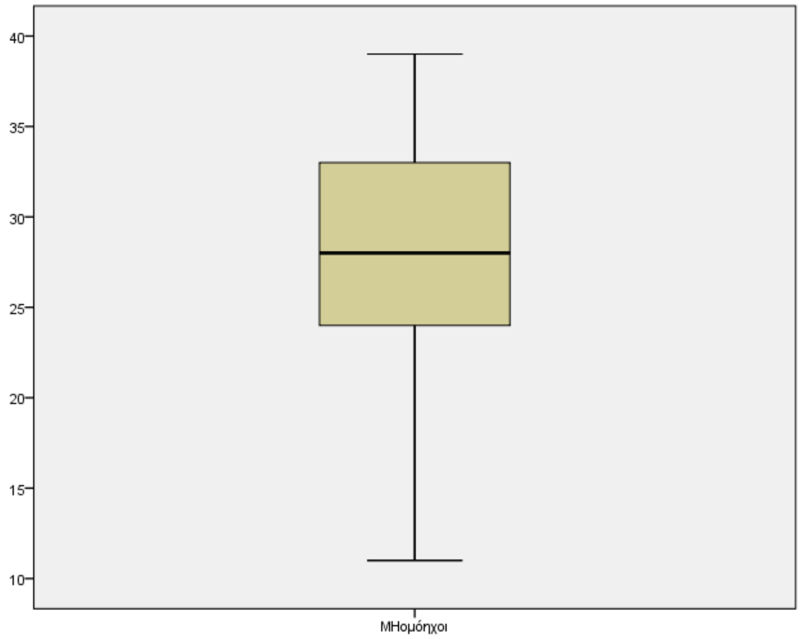
Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Ομόηχοι	,182	50	,000	,929	50	,005
ΜΗομόηχοι	,093	50	,200*	,972	50	,272

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction


40
35
30
25
20
15
10
ΜΗομόηχοι


40
35
30
25
20
15
10
ΜΗομόηχοι