



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Διπλωματική Εργασία

του

ΛΙΒΑ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥ

**Παραλληλοποίηση αλγορίθμου πεπερασμένων
διαφορών για προβλήματα ακουστικής**

Επιβλέπων Καθηγητής: Θεόδωρος Ζυγκιρίδης

Κοζάνη, Μάρτιος 2016

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάμε την υλοποίηση της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου, FDTD για προβλήματα ακουστικής καθώς και την παραλληλοποίηση του εν λόγω κώδικα στις GPUs. Στην εισαγωγή της διπλωματικής γίνεται αναφορά στις μεθόδους ακουστικών μοντέλων καθώς και στην ραγδαία ανάπτυξη του προγραμματισμού στις GPUs τα τελευταία χρόνια.

Η διπλωματική εργασία ξεκινάει με την παρουσίαση της θεωρίας για διάδοση ακουστικών κυμάτων. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος FDTD για δισδιάστατες γεωμετρίες και οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται, ενώ στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται αναφορά στα βασικά στοιχεία για την γλώσσα προγραμματισμού CUDA, η οποία και χρησιμοποιήθηκε για την παραλληλοποίηση του κώδικα σε GPU.

Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου FDTD στα προβλήματα ακουστικής. Η εφαρμογή της μεθόδου FDTD αντιστοιχεί στην εύρεση της κατανομής της πίεσης και των συνιστωσών της ταχύτητας του ακουστικού κύματος. Αρχικά η εφαρμογή της μεθόδου γίνεται στον ελεύθερο χώρο με τη χρήση σημειακής πηγής στο κέντρο του, όπου η υλοποίηση πραγματοποιήθηκε με τις γλώσσες προγραμματισμού Matlab και CUDA με σκοπό την επίτευξη επιτάχυνσης στους υπολογισμούς. Στη συνέχεια η μέθοδος FDTD εφαρμόζεται σε κυματοδηγό τόσο ορθογώνια όσο και κυκλικής διατομής για την εύρεση της κατανομής της πίεσης και των συνιστωσών της ταχύτητας των ακουστικών ρυθμών αλλά και των συχνοτήτων αποκοπής τους. Η υλοποίηση σε αυτό το πρόβλημα πραγματοποιήθηκε με τη γλώσσα προγραμματισμού Matlab. Τέλος, η μέθοδος FDTD εφαρμόζεται σε ορθογώνια δομή η οποία έχει κοιλότητα με εγκοπές στο κάτω μέρος της. Οι παράμετροι του βάθους της κοιλότητας και των διαστάσεων των εγκοπών μεταβάλλονται με σκοπό τη μελέτη της ανάκλασης του ακουστικού κύματος από το κάτω τοίχωμα. Η υλοποίηση πραγματοποιήθηκε με τις γλώσσες Matlab και CUDA, ενώ για την επίτευξη επιτάχυνσης στους υπολογισμούς η υλοποίηση σε CUDA συγκρίνεται με την ίδια υλοποίηση σε γλώσσα C.

Abstract

In this dissertation we study the implementation of Finite Difference Time Domain method, FDTD for acoustic problems and the parallelization of the code on GPUs. The introduction of the dissertation makes reference to the methods of acoustic modeling and the rapid development of programming on GPUs in recent years.

The dissertation begins with the presentation of the theory for propagation of the acoustic waves. Then the FDTD method is presented for two-dimensional geometries and the boundary conditions that were used while at the end of the chapter, reference is being made to the basic concepts of CUDA programming language which was used for the parallelization of code on GPUs.

The 3th chapter presents the results of the implementation of FDTD method to acoustic problems. The application of FDTD method corresponds to finding the distribution of pressure and velocity components of the acoustic wave. Initially the method is applied in free space using a point source at its center, where the implementation was performed with programming languages Matlab and CUDA for achieving speedup in calculations. Then the FDTD method is applied in both rectangular cross-section and circular cross-section waveguide for finding the distribution of pressure and velocity components of the acoustical modes and their cut-off frequencies. The implementation of this problem was performed with the programming language Matlab. Finally, the FDTD method is applied in a rectangular structure with a slatted cavity at its bottom. The parameters of the cavity depth and the dimensions of the slats are changed in order to study the reflection of the acoustic wave from the bottom wall. The implementation was performed with programming languages Matlab and CUDA, while for achieving speedup in calculations the implementation in CUDA is compared with the same implementation in C.

Περιεχόμενα

| | |
|--|----|
| Πρόλογος..... | 2 |
| Abstract | 3 |
| 1. Εισαγωγή..... | 6 |
| 1.2 Σκοπός της εργασίας | 7 |
| 2. Περί κυμάτων και υπολογιστικών μονάδων γραφικής επεξεργασίας (GPUs)..... | 9 |
| 2.1 Ακουστικό κύμα..... | 9 |
| 2.2 Ανάκλαση κύματος σε τοιχώματα..... | 10 |
| 2.3 Περίθλαση | 12 |
| 2.4 Αντήχηση | 13 |
| 2.4.1 Αντήχηση σε σωληνώσεις..... | 13 |
| 2.4.2 Αντηχείο Helmholtz | 14 |
| 2.4.3 Κατανεμημένα αντηχεία Helmholtz..... | 16 |
| 2.5 Απορρόφηση | 17 |
| 2.6 Μέθοδοι επίλυσης ακουστικών προβλημάτων..... | 18 |
| 2.6.1 Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (FDTD)..... | 19 |
| 2.6.2 Διακριτοποίηση των ακουστικών εξισώσεων με τη μέθοδο FDTD..... | 20 |
| 2.6.3 Διακριτοποίηση της γενικής μορφής της ακουστικής διάδοσης με τη μέθοδο FDTD | 22 |
| 2.6.4 Εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών στα σύνορα..... | 23 |
| 2.7 Κάρτες επεξεργασίας γραφικών (GPU) | 25 |
| 2.7.1 Η γλώσσα προγραμματισμού CUDA..... | 27 |
| 3. Εφαρμογή της μεθόδου | 30 |
| 3.1 Υλοποίηση ακουστικού κύματος στον ελεύθερο χώρο με σημειακή πηγή στο κέντρο του χώρου..... | 30 |

| | |
|---|----|
| 3.2 Υλοποίηση σε κυματοδηγούς ορθογώνιας και κυκλικής διατομής..... | 34 |
| 3.3 Εφαρμογή σε ορθογώνια δομή με κοιλότητα με εγκοπές | 42 |
| 3.3.1 Υλοποίηση με Matlab..... | 44 |
| 3.3.2 Υλοποίηση σε μονάδες επεξεργασίας γραφικών..... | 61 |
| 4. Συμπεράσματα..... | 69 |
| Βιβλιογραφία..... | 73 |

1. Εισαγωγή

Ο τρόπος με τον οποίο τα ηχητικά κύματα αλληλεπιδρούν στην επαφή τους με διάφορες επιφάνειες, διαφορετικών σχημάτων και δομών, αποτελεί αντικείμενο μελέτης με μεγάλο ενδιαφέρον στον τομέα της ακουστικής. Λαμβάνεται υπόψη στον αρχιτεκτονικό σχεδιασμό, στην παραμετρική ανάλυση αμφιθεάτρων και των ακουστικών δωματίων. Τα υλικά, τα σχήματα και οι δομές καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο απορροφάται, ανακλάται ή μεταφέρεται η ηχητική ενέργεια. Καθορίζουν επίσης το βαθμό και την ποιότητα της χωροχρονικής διασποράς που υπάρχει στις ανακλάσεις. Αυτοί οι παράγοντες στη συνέχεια συμβάλλουν σε μία γκάμα σημαντικών ακουστικών ιδιοτήτων που γίνονται αντιληπτές, όπως είναι ο χρόνος αντήχησης, η διάχυση του ακουστικού πεδίου και γενικώς ο τρόπος με τον οποίο η ηχητική πηγή γίνεται αντιληπτή από έναν ακροατή.

Οι μέθοδοι ακουστικών μοντέλων μπορούν να χωριστούν σε δύο βασικές κατηγορίες: γεωμετρικές και κυματικές. Οι γεωμετρικές μέθοδοι μοντελοποιούν τον ήχο ως ηχητικές ακτίνες που ταξιδεύουν σε ευθείες διόδους και ανακλώνται κάθε φορά που συναντούν κάποια κατοπτρική επιφάνεια. Η υπόθεση της ύπαρξης της ηχητικής ακτίνας είναι μια επαρκής προσέγγιση σε υψηλές συχνότητες, για την οποία τα μήκη κύματος είναι μικρά σε σχέση με τα εμπόδια που κατά κανόνα μπορούν να βρίσκονται σε ένα ακουστικό διάστημα. Παρόλα αυτά, η υπόθεση των ευθειών διόδων σε χαμηλές συχνότητες καθίσταται λιγότερο αποτελεσματική εξαιτίας της έλλειψης των μοντέλων για τις επιδράσεις της διάθλασης. Πολλές γεωμετρικές μέθοδοι π.χ. ο εντοπισμός της ακτίνας, βασίζονται επίσης στον υπολογισμό της ενέργειας περισσότερο παρά της πίεσης, με αποτέλεσμα να αγνοούνται φαινόμενα παρεμβολής. Αφετέρου, οι κυματικές μέθοδοι βασίζονται στη διακριτοποίηση της κυματικής εξίσωσης και μοντελοποιούν την κυματική φύση του ήχου απευθείας, που ενδογενώς περιλαμβάνει τα αποτελέσματα της περίθλασης καθώς και την παρεμβολή. Η πρόκληση των κυματικών μεθόδων βρίσκεται στις απαιτήσεις για αυξημένη υπολογιστική ισχύ και μνήμη που συχνά περιορίζουν το εύρος ζώνης των πρακτικών προσομοιώσεων σε μεγάλο βαθμό κάτω από το ανώτατο όριο της ανθρώπινης ακοής.

Οι μέθοδοι της παραπάνω ενότητας είναι υπολογιστικά “ακριβές” σε κόστος υπολογιστικού χρόνου. Για το λόγο αυτό, αν και είναι δυνατή η παραλληλοποίηση των

μεθόδων αυτών με συμβατικές μεθόδους τύπου OpenMP, MPI, δύναται να χρησιμοποιηθούν οι δυνατότητες των σύγχρονων μονάδων επεξεργασίας γραφικών (Graphical Processing Units ή GPU). Ο προγραμματισμός σε GPUs ήδη από το 2006 έχει αρχίσει να αναπτύσσεται ραγδαία καθώς οι GPUs είναι μικρού κόστους αλλά μπορούν να προσφέρουν σημαντικές επιταχύνσεις εφόσον ο κώδικας έχει σχεδιαστεί σωστά. Επιπλέον, επειδή κάθε σημερινός υπολογιστής (είτε σταθερός είτε φορητός) διαθέτει μία τέτοια κάρτα γραφικών δίνεται η δυνατότητα πραγματοποίησης παράλληλων υπολογισμών υψηλής απόδοσης, χωρίς να απαιτείται η πρόσβαση σε συστοιχίες (clusters) για παράλληλους υπολογισμούς. Το τελευταίο είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε περιπτώσεις χρησιμοποίησης των εν λόγω αλγορίθμων για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο (realtime).

1.2 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η υλοποίηση της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου, FDTD και η μελέτη της μετάδοσης του ήχου – μέσω της μεταβολής της πίεσης- για προβλήματα ακουστικής. Επιπλέον, σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παραλληλοποίηση του εν λόγω κώδικα σε GPU. Στο παρόν κεφάλαιο που αποτελεί την εισαγωγή, αναλύεται ο σκοπός της εργασίας και γίνεται μία σύντομη ιστορική αναδρομή στη βιβλιογραφία. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται πρώτα μία εισαγωγή στην θεωρία διάδοσης κυμάτων καθώς και στο είδος των συνοριακών συνθηκών που χρησιμοποιούνται. Έπειτα παρουσιάζεται η μέθοδος FDTD για δισδιάστατες (2D) γεωμετρίες. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται και η παρουσίαση του προβλήματος που επιλύουμε. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση των αριθμητικών αποτελεσμάτων για κάθε περίπτωση που εξετάστηκε ξεχωριστά καθώς και για την παραλληλοποίηση σε μονάδες γραφικής επεξεργασίας. Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου καθώς και για την επιτάχυνση που επιτυγχάνεται.

2. Περί κυμάτων και υπολογιστικών μονάδων επεξεργασίας γραφικών (GPUs)

2.1 Ακουστικό κύμα

Οι ακουστικές εξισώσεις στις δύο διαστάσεις είναι,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.2)$$

όπου p είναι η ακουστική πίεση, t ο χρόνος, ρ η πυκνότητα, c η ταχύτητα του ήχου, ∇ είναι ο τελεστής ανάδελτα, και \mathbf{v} η ταχύτητα μετάδοσης του κύματος.

Παίρνοντας τη χρονική παράγωγο της (2.1) και χρησιμοποιώντας την αλλαγμένη ως προς την τάξη της χρονικής και χωρικής διαφοροποίησης, απόκλιση της (2.2) έχουμε τη γενική μορφή της ακουστικής διάδοσης του κύματος,

$$c^2 \nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

Για ένα κύμα, η πίεση είναι συνάρτηση του χρόνου και μίας χωρικής διάστασης κάθετης στην διεύθυνση μετάδοσης του κύματος. Κάθε επίπεδο που είναι κάθετο στην διεύθυνση μετάδοσης του κύματος έχει σταθερή πίεση και γι' αυτό ονομάζεται "μέτωπο". Για την παραγωγή ενός τέτοιου κύματος, είναι αναγκαία μία πηγή άπειρης διάστασης γι' αυτό και τα κύματα που υπάρχουν στην πραγματικότητα είναι μόνο κατά προσέγγιση επίπεδα.

Για ένα επίπεδο κύμα κατά την x -διεύθυνση η εξ. (2.3) γράφεται,

$$c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Η γενική λύση της εξ. (2.4) είναι η,

$$p(x, t) = F(ct - x) + G(ct + x) \quad (2.5)$$

όπου F και G είναι συναρτήσεις με ορισμένες δεύτερες παραγώγους. Η F αντιπροσωπεύει ένα κύμα που κινείται κατά την θετική διεύθυνση και η G

αντιπροσωπεύει ένα κύμα που κινείται κατά την αρνητική διεύθυνση. Επίσης η ταχύτητα μετάδοσης του κύματος είναι,

$$v(x, t) = \frac{1}{\rho c} [F(ct - x) + G(ct + x)] \quad (2.6)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του περιβάλλοντος μέσου. Από τις εξ. (2.5) και (2.6) φαίνεται ότι για ένα κύμα που κινείται κατά την θετική διεύθυνση ($G = 0$) ο λόγος της πίεσης και της ταχύτητας είναι ανεξάρτητος της συχνότητας,

$$\frac{p}{v} = \rho c \quad (2.7)$$

Ο λόγος αυτός ονομάζεται “χαρακτηριστική αντίσταση” (characteristic impedance) του κύματος. Θέτοντας $G = 0$ στην εξ. (2.5) και θεωρώντας μία αρμονική συνάρτηση εξαρτώμενη από το χώρο και το χρόνο (συνημιτονοειδής συνάρτηση) και χρησιμοποιώντας μιγαδική αναπαράσταση έχουμε,

$$p(x, t) = P e^{i(\omega t - kx)} \quad (2.8)$$

όπου P είναι το πλάτος (μέγιστη τιμή) της πίεσης, $\omega = 2\pi f$ είναι η συχνότητα και $k = 2\pi f/c$ ο κυματαριθμός.

2.2 Ανάκλαση κύματος σε τοιχώματα

Θεωρούμε ένα κύμα που διαδίδεται σε ένα χώρο απείρων διαστάσεων και το οποίο προσπίπτει σε ένα τοίχωμα. Η άπειρη γεωμετρία είναι απαραίτητη προκειμένου να αμεληθούν οποιαδήποτε φαινόμενα σκέδασης από τοιχώματα. Η πρόσπτωση του κύματος πάνω στο τοίχωμα μπορεί εν μέρει να ανακλαθεί και εν μέρει να απορροφηθεί. Οι ιδιότητες ανάκλασης του τοιχώματος χαρακτηρίζονται από το μιγαδικό συντελεστή ανάκλασης,

$$R = |R| e^{i\varphi} \quad (2.9)$$

όπου $|R|$ είναι η μεταβολή του πλάτους και φ η μεταβολή της φάσης που συντελείται κατά την πρόσπτωση του κύματος. Και τα δύο παραπάνω μεγέθη εξαρτώνται από τη γωνία πρόσπτωσης και τη συχνότητα του κύματος. Το ποσοστό της απώλειας ενέργειας κατά την ανάκλαση του κύματος περιγράφεται από τον συντελεστή απορρόφησης,

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (2.10)$$

Μία δεδομένη τιμή πίεσης σε κάποιο τοίχωμα λειτουργεί σαν πηγή, η οποία παράγει μία ταχύτητα με διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του τοιχώματος. Ο λόγος της πίεσης αυτής προς την παραγόμενη ταχύτητα καλείται αντίσταση τοιχώματος και δίνεται από:

$$Z_w = \frac{p}{v_n} \quad (2.11)$$

όπου v_n είναι η τιμή της παραγόμενης ταχύτητας. Εν γένει, η αντίσταση έχει μιγαδική τιμή και είναι συνάρτηση της γωνίας πρόσπτωσης του κύματος. Η ειδική αντίσταση τοιχώματος ορίζεται ως,

$$\xi_w = \frac{Z_w}{\rho c} \quad (2.12)$$

όπου ρc είναι η χαρακτηριστική αντίσταση του περιβάλλοντος μέσου. Θεωρώντας ένα κύμα που κινείται κάθετα προς τοίχωμα - που βρίσκεται στο $x = 0$ - κατά την x -διεύθυνση, η τιμή της ακουστικής πίεσης του προσπίπτοντος κύματος κατά την πρόσπτωση με το τοίχωμα είναι,

$$p_\pi(x, t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad (2.13)$$

Χρησιμοποιώντας την εξ. (2.7) η ταχύτητα δίνεται από τη σχέση,

$$v_\pi(x, t) = \frac{P_0}{\rho c} e^{i(\omega t - kx)} \quad (2.14)$$

Όμοια για το ανακλώμενο κύμα, η πίεση και η ταχύτητα του ανακλώμενου κύματος δίνονται από τις σχέσεις,

$$p_\alpha(x, t) = R P_0 e^{i(\omega t + kx)} \quad (2.15)$$

και

$$v_\alpha(x, t) = -R \frac{P_0}{\rho c} e^{i(\omega t + kx)} \quad (2.16)$$

Στο σύνορο του τοιχώματος ($x = 0$), η πίεση και η ταχύτητα είναι υπερθέσεις του προσπίπτοντος και ανακλώμενου κύματος ως,

$$p(0, t) = (1 + R) P_0 e^{i\omega t} \quad (2.17)$$

και

$$v(0, t) = (1 - R) \frac{P_0}{\rho c} e^{i\omega t} \quad (2.18)$$

Διαιρώντας τις εξ. (2.17) και (2.18),

$$Z_w = \rho c \frac{1 + R}{1 - R} \quad (2.19)$$

Αντικαθιστώντας στην εξ. (2.12) τότε εξάγεται η ειδική αντίσταση τοιχώματος,

$$\xi_w = \frac{1 + R}{1 - R} \quad (2.20)$$

Επιλύοντας την εξ. (2.20) ως προς τον συντελεστή ανάκλασης,

$$R = \frac{\xi_w - 1}{\xi_w + 1} \quad (2.21)$$

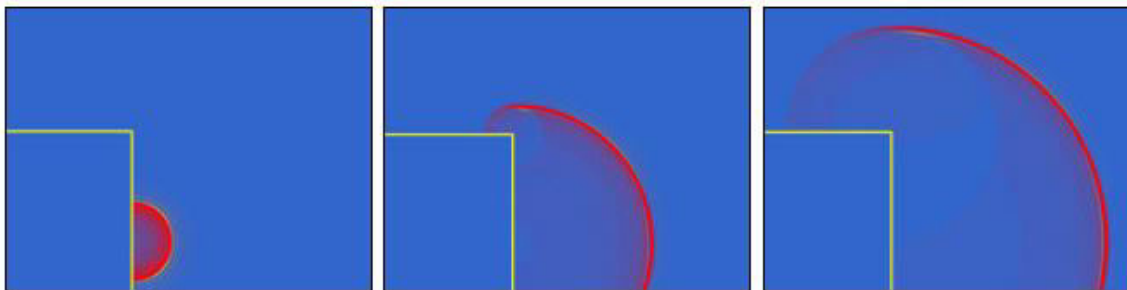
Για κύματα προσπίπτοντα υπό γωνία πάνω στην επιφάνεια τοιχώματος η εξ. (2.21) γράφεται,

$$R(\theta) = \frac{\xi_w \cos\theta - 1}{\xi_w \cos\theta + 1} \quad (2.22)$$

όπου θ είναι η γωνία πρόσπτωσης και δείχνει την απόκλιση από την κάθετη πρόσπτωση.

2.3 Περίθλαση

Η περίθλαση είναι φαινόμενο της διάδοσης των κυμάτων. Είναι μία από τις περιπτώσεις στις οποίες το κύμα εκτρέπεται από την πηγή του εξαιτίας της ύπαρξης εμποδίου. Το φαινόμενο αυτό είναι ιδιαίτερα έντονο για μήκη κύματος που είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις διαστάσεις του εμποδίου. Η περίθλαση είναι το φαινόμενο που εξασφαλίζει τη συνέχεια της πίεσης όταν το μέτωπο διασπαστεί από διάφορα εμπόδια. Από πρακτική άποψη αυτό σημαίνει ότι σε πολλές πραγματικές καταστάσεις ο ήχος ακούγεται ακόμη και αν δεν υπάρχουν άμεσες ή κατοπτρικές ανακλάσεις.



Εικόνα 2.1: Το φαινόμενο της περίθλασης. Το ηχητικό κύμα φτάνει και σε περιοχές που δεν είναι ορατές από την πηγή εξαιτίας εμποδίων [1].

Στην εικόνα 2.1 απεικονίζεται το φαινόμενο της περίθλασης. Η πηγή βρίσκεται στο σύνορο του τοιχώματος. Καθώς το κύμα μεταδίδεται και προσεγγίζει την άνω γωνία του τετραγώνου, η συνέχεια στην πίεση δεν επιτρέπει την διάσπαση του μετώπου με αποτέλεσμα το ηχητικό κύμα να φτάνει και στις περιοχές που δεν είναι “ορατές” από την πηγή. Η μοντελοποίηση της περίθλασης είναι πολύ σημαντική στις ρεαλιστικές προσομοιώσεις, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που η απευθείας δίοδος προς την ακουστική πηγή είναι αποφραγμένη και δεν υπάρχουν επιφάνειες στις οποίες ο ήχος μπορεί να ανακλαστεί και έτσι να φτάσει στο δέκτη. Τέτοιες περιπτώσεις είναι οι προσομοιώσεις σε ανοιχτά πεδία (π.χ. εξωτερικοί χώροι). Σε αυτές τις περιπτώσεις το φαινόμενο της περίθλασης είναι το μόνο που μπορεί να δώσει πληροφορία στο δέκτη σχετικά με τον πομπό.

2.4 Αντήχηση

Η αντήχηση είναι αυτή που δίνει στον ήχο το χαρακτηριστικό του ηχόχρωμα. Σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητή η ακριβής μετάδοση του ήχου, η στατική αντήχηση μπορεί να λειτουργεί προβληματικά. Τέτοιου είδους αντηχήσεις μπορεί να δημιουργήσουν ηχοχρώματα που εκδηλώνονται ως εγχοπές ή κορυφές στο ηχητικό φάσμα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται μερικοί συνήθεις μηχανισμοί ακουστικής αντήχησης.

2.4.1 Αντήχηση σε σωληνώσεις

Σε μία σωλήνωση ο ήχος μεταφέρεται ως επίπεδο κύμα εάν οι διαστάσεις της σωλήνωσης είναι μικρές σε σχέση με το μήκος κύματος. Όταν το ακουστικό κύμα προσπίπτει πάνω σε ένα σύνορο που παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση, τότε το κύμα ανακλάται. Το ποσοστό του κύματος που ανακλάται εξαρτάται από τις αντιστάσεις των δύο περιοχών. Μεγάλη διαφορά στις αντιστάσεις έχουν ως αποτέλεσμα το μεγαλύτερο μέρος του κύματος να ανακλάται. Η συνοριακή συνθήκη για ένα “σκληρό” σύνορο επιβάλλει η μεταβολή της πίεσης να είναι μηδέν σε αυτό το σύνορο. Η “απελευθέρωση” της πίεσης σε αυτό το σύνορο επιβάλλει η πίεση να γίνεται μηδέν σε αυτό το σύνορο. Συνεχόμενες ανακλάσεις μεταξύ των δύο άκρων της σωλήνωσης προκαλεί αντηχήσεις

των οποίων οι συχνότητες παρεμβάλλονται σε φάσεις. Σε αυτές τις συχνότητες στάσιμα κύματα δημιουργούνται μέσα στη σωλήνωση. Οι υπόλοιπες συχνότητες αλληλοαναιρούνται και η μέση τιμή τους τείνει στο μηδέν. Για μία “κλειστή-κλειστή” ή “ανοιχτή- ανοιχτή” τύπου σωλήνωση οι συχνότητες αντήχησης είναι [2],

$$f_n = \frac{nc}{2l} \quad (2.23)$$

όπου $n = 1, 2, 3, \dots$ και l το μήκος της σωλήνωσης. Η διαφορά μεταξύ των δύο αυτών περιπτώσεων είναι ότι στην περίπτωση του “ανοιχτού” τύπου σωλήνωσης, η μέγιστη πίεση στην θεμελιώδη συχνότητα εμφανίζεται στο κέντρο της σωλήνωσης αντί για τα άκρα. Αυτό συμβαίνει διότι οι συνοριακές είναι τύπου “απελευθέρωσης” της πίεσης. Στην πραγματικότητα όμως τα ανοιχτά άκρα έχουν πεπερασμένες αντιστάσεις, οπότε η πίεση δεν είναι ακριβώς μηδέν. Για την διόρθωση αυτή, απαιτούνται διορθώσεις στα ανοιχτά άκρα της σωλήνωσης που οδηγούν το ακουστικό μήκος της σωλήνωσης να είναι μεγαλύτερο από το πραγματικό (φυσικό) της μήκος. Τέλος, για την περίπτωση “ανοιχτού-κλειστού” τύπου σωλήνωσης οι συχνότητες αντήχησης είναι [2],

$$f_n = \frac{(2n - 1)c}{4l} \quad (2.24)$$

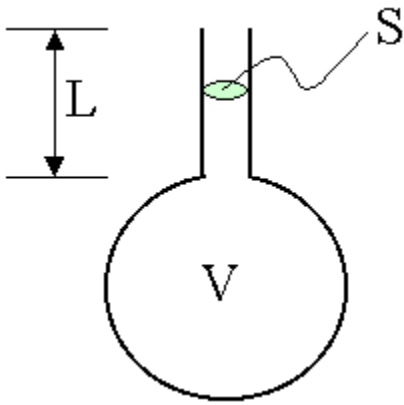
όπου $n = 1, 2, 3, \dots$ και l το μήκος της σωλήνωσης.

2.4.2 Αντηχείο Helmholtz

Σε πολλά μηχανικά συστήματα αναπτύσσονται δυνάμεις οι οποίες επιστρέφουν το σύστημα στην ισορροπία του εάν αυτή διαταραχθεί από π.χ. μία μικρή μετατόπιση. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το εκκρεμές ή το σύστημα ελατηρίου-μάζας. Όταν το σύστημα ελατηρίου-μάζας αρχίσει να κινείται τότε ταλαντώνεται μεταξύ δύο ακραίων σημείων μεταξύ τακτικών διαστημάτων μέχρις ότου η δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου εξαλειφτεί οπότε το σύστημα επιστρέφει στην ισορροπία. Η συχνότητα που αντιστοιχεί στο κανονικό διάστημα της ταλάντωσης είναι η συχνότητα αντήχησης του συστήματος και εξαρτάται από τη μάζα και την ακαμψία του ελατηρίου.

Ένας έγκλειστος όγκος αέρα συμπεριφέρεται όπως το ελατήριο στο παραπάνω παράδειγμα. Ο αέρας στα ανοίγματα ενός τέτοιου όγκου συμπεριφέρεται σαν την μάζα

του παραπάνω παραδείγματος. Οπότε κλειστά συστήματα (κοιλότητες) παρουσιάζουν αντήχηση. Η κατανόηση της αντήχησης είναι πολύ σημαντική στη κατανόηση των ακουστικών ιδιοτήτων τοιχωμάτων που σχηματίζουν κοιλότητες. Σημαντική έννοια στην ακουστική είναι το αντηχείο Helmholtz - το οποίο απεικονίζεται στην εικόνα 2.2 – στο οποίο έγκλειστος αέρας συμπιέζεται από ένα πιστόνι αέρα στο λαιμό του δοχείου και δρα ως μάζα. Η ακαμψία του αέρα προσδιορίζεται από τον ολικό όγκο του αέρα ενώ το σχήμα του όγκου είναι αυθαίρετο.



Εικόνα 2.2: Το αντηχείο Helmholtz [1].

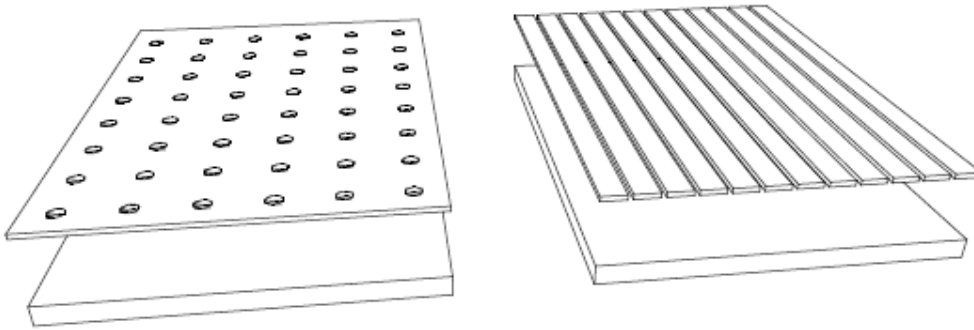
Η συχνότητα αντήχησης είναι [2],

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{Vl}} \quad (2.25)$$

όπου V είναι ο όγκος του έγκλειστου αέρα, S είναι η επιφάνεια του λαιμού (βλ. Εικ. 2.2) και l το μήκος του. Αντηχεία Helmholtz χρησιμοποιούνται σε μπάσα ηχεία και ως απορροφητές χαμηλών συχνοτήτων (basstraps). Η κατασκευή ενός αντηχείου Helmholtz από ένα ηχείο, επεκτείνει το εύρος των χαμηλών συχνοτήτων του ηχείου ρυθμίζοντας το έτσι ώστε οι χαμηλής συχνότητας εκπομπές να είναι κοντά στην συχνότητα αντήχησης. Σε αντίθεση, ένα basstrap, απορροφά επιλεγμένες συχνότητες και τυπικά χρησιμοποιείται για την απομάκρυνση ανεπιθύμητων αντηχήσεων.

2.4.3 Κατανεμημένα αντηχεία Helmholtz

Δομές με όγκους αέρα που έχουν ανοίγματα με μορφή πολλαπλών οπών ή ραγών ονομάζονται κατανεμημένα αντηχεία Helmholtz [3]. Αυτές οι δομές χρησιμοποιούνται για την δημιουργία απορροφητών, με την εφαρμογή στρωμάτων πορωδών υλικών στην κοιλότητα π.χ ακριβώς πίσω από το πλαίσιο (panel), προκειμένου να παρέχουν ένα μηχανισμό που μετατρέπει την ακουστική ενέργεια σε θερμότητα. Στην εικόνα 2.3 φαίνονται δύο τύποι τέτοιων δομών.



Εικόνα 2.3: Κατανεμημένα αντηχεία Helmholtz. (Αριστερά) Πλαίσιο με οπές και (Δεξιά) πλαίσιο με εγκοπές [1].

Και για τις δύο δομές, η συχνότητα αντήρησης υπολογίζεται από,

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{l(d + \Delta d)}} \quad (2.26)$$

όπου l είναι το βάθος της κοιλότητας, d είναι το πάχος του πλαισίου, και $\varepsilon = S/S_0$ είναι το πορώδες, δηλαδή το ποσοστό της “ανοιχτής επιφάνειας” στο πλαίσιο. Το S και το S_0 είναι το σύνολο της ανοιχτής επιφάνειας και την συνολικής αντίστοιχα. $\Delta d = 2a\delta = b\delta$ είναι η διόρθωση στο άκρο για το μήκος του αέριου εμβόλου και εξαρτάται από τη γεωμετρία των ανοιγμάτων. Το a είναι η ακτίνα της κυκλικής οπής και b το πλάτος τετραγωνικής οπής/ράγας. Εν γένει, σχετικά με τη διόρθωση στα άκρα, στη βιβλιογραφία δεν υπάρχει κάποια γενική λύση. Για οπές, η διόρθωση άκρου είναι [4],

$$\delta = 0.8(1 - 1.47\varepsilon^{1/2} + 0.47\varepsilon^{3/2}) \quad (2.27)$$

Για τετραγωνικές οπές, χρησιμοποιώντας μία ενεργή διάμετρο $1.13b$ ισχύει η σχέση που προτείνεται στην [5]. Για εγκοπές η διόρθωση άκρου δίνεται από [6],

$$\Delta d = -\frac{2b}{\pi} \ln\left[\sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{2}\right)\right] \quad (2.28)$$

Η συχνότητα αντήχησης της δομής μπορεί να ρυθμιστεί σε μια συγκεκριμένη συχνότητα μεταβάλλοντας τις παραμέτρους σχεδίασης.

2.5 Απορρόφηση

Οι συνοριακές συνθήκες απορρόφησης είναι ένα σημαντικό ζήτημα για την έρευνα στις εφαρμογές, και ένας αριθμός προσεγγίσεων έχουν προταθεί [6][7][8]. Η πιο δημοφιλής συνοριακή συνθήκη πρώτης τάξης έχει προταθεί από τον Mur [6]. Η πρώτη τάξης συνοριακή συνθήκη Mur βασίζεται στο ότι, σε ένα σύνορο, π.χ έστω στο σύνορο τετραγωνικού υπολογιστικού χωρίου με $x = 0$, υπάρχουν μόνο σκεδαζόμενα κύματα που ταξιδεύουν κατά την αρνητική διεύθυνση x , τότε η συνθήκη Mur είναι,

$$\left[\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t}\right]_{x=0} = 0 \quad (2.29)$$

Οι ακόλουθοι συμβολισμοί χρησιμοποιούνται για την κατανόηση των χωρικών μετατοπίσεων,

$$p(x, y, t) = p(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t) = p_{i,j}^n \quad (2.30)$$

όπου i, j οι χωρικοί δείκτες και n ο χρονικός δείκτης. Τα μεγέθη των χωρικών βημάτων είναι ίσα $\Delta x = \Delta y = \delta$. Αντικαθιστώντας τις παραγώγους στην (2.29) με πεπερασμένες διαφορές και χρησιμοποιώντας διακριτοποίηση της (2.30) προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση,

$$p_{i,j}^n = p_{i+1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \delta}{c\Delta t + \delta} [p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^{n-1}] \quad (2.31)$$

Για το απέναντι σύνορο όπου $x = x_{max}$ έχουμε ομοίως την ακόλουθη έκφραση,

$$p_{i,j}^n = p_{i-1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \delta}{c\Delta t + \delta} [p_{i-1,j}^n - p_{i,j}^{n-1}] \quad (2.32)$$

Για το άνω σύνορο όπου $y = y_{max}$ έχουμε,

$$p_{i,j}^n = p_{i,j-1}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \delta}{c\Delta t + \delta} [p_{i,j-1}^n - p_{i,j}^{n-1}] \quad (2.33)$$

ενώ για το κάτω σύνορο όπου $y=0$ έχουμε,

$$p_{i,j}^n = p_{i,j+1}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \delta}{c\Delta t + \delta} [p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^{n-1}] \quad (2.34)$$

Για τον υπολογισμό της πρώτης τάξης συνοριακής συνθήκης Mur για τις συνιστώσες της ταχύτητας, στις παραπάνω εκφράσεις η ακουστική πίεση p αντικαθίσταται από τις συνιστώσες της ταχύτητας v_x, v_y .

2.6 Μέθοδοι επίλυσης ακουστικών προβλημάτων

Η περιοχή έρευνας που ασχολείται με την προσομοίωση ακουστικών προβλημάτων και με τη προσομοίωση πομπών και δεκτών συχνά αποκαλείται εικονική ακουστική (virtual acoustics). Ένας κλάδος έρευνας της ακουστικής είναι η δημιουργία και αναπαραγωγή ήχου μέσω υπολογιστικών δεδομένων (auralization) [9]. Στην παρούσα εργασία προσομοιώνεται μόνο το μέσο και οι δομές του. Σε όλες τις προσομοιώσεις, οι πηγές είναι κατά κανόνα προς όλες τις κατευθύνσεις και οι δέκτες είναι σημεία στα οποία μετράται η διακύμανση της πίεσης.

Κάτω από το πρίσμα των προσομοιώσεων ακουστικής, η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από την τελική εφαρμογή, τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους καθώς και την επιθυμητή ακρίβεια. Για παράδειγμα, ηλεκτρονικά παιχνίδια και πολυμέσα απαιτούν σε πραγματικό χρόνο (real-time) προσομοιώσεις και γι' αυτό δεν απαιτούν μεγάλη ακρίβεια στους υπολογισμούς. Από την άλλη μεριά, η πρόβλεψη της ακουστικής σε δωμάτια δεν απαιτεί υπολογισμούς σε πραγματικό χρόνο αλλά απαιτεί μεγάλη ακρίβεια προκειμένου να εξαχθούν χρήσιμα επιστημονικά συμπεράσματα.

Στόχος των προσομοιώσεων ακουστικής είναι η εύρεση της παλμικής απόκρισης, ή συνάρτηση μεταφοράς, που χαρακτηρίζει την μετάδοση του ήχου μεταξύ ενός σημειακού πομπού και ενός σημειακού δέκτη στο χώρο. Για τις κυματικές μεθόδους, η υπολογιστική πολυπλοκότητα είναι η ίδια καθόλη τη διάρκεια υπολογισμού της παλμικής απόκρισης. Για τις γεωμετρικές μεθόδους, η υπολογιστική πολυπλοκότητα αυξάνεται με την παρόδου του χρόνου καθώς ο αριθμός των μεμονωμένων σημείων ανάκλασης σε κλειστό χώρο είναι περίπου ανάλογος του τετραγώνου του χρόνου [10].

Μια κύρια πρόκληση στην ακουστική μοντελοποίηση είναι ότι είναι δύσκολο να επιτευχθεί υψηλής ακρίβειας αποτελέσματα με τη χρήση μίας ενιαίας μεθόδου για όλους

τους τύπους προβλημάτων. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί υβριδικές μέθοδοι που χρησιμοποιούν διαφορετικές μεθόδους για τον υπολογισμό των διαφορετικών μερών (χρόνος/συχνότητα) της παλμικής απόκρισης. Για παράδειγμα, μια υβριδική μέθοδος που έχει αναπτυχθεί [11] χρησιμοποιεί ένα 3D ψηφιακό πλέγμα κυματοδηγού (DWM) για τον υπολογισμό της χαμηλής συχνότητας του γρήγορης απόκρισης του παλμού και ένα 2D DWM για την καθυστερημένη απόκριση και την ανίχνευση δέσμης (ray-tracing) για τις υψηλές συχνότητες. Επιπλέον, έχει προταθεί υβριδική μέθοδος [12] που θα μπορούσε να συνδυάσει τις καλύτερες διαφορετικές μεθόδους: κυματικές μεθόδους για χαμηλές συχνότητες, μέθοδο πηγή-εικόνας για το πρώτο μέρος, και μια ενεργειακή μέθοδο μεταφοράς για το καθυστερημένο μέρος της απόκρισης για τις μεσαίες και υψηλές συχνότητες. Αυτή η προσέγγιση θα ήταν επωφελής για τη βελτιστοποίηση της αποτελεσματικότητας και της ακρίβειας [13]. Μια επισκόπηση των διαφόρων μεθόδων προσομοίωσης για τον υπολογισμό της παλμικής απόκρισης δίνεται στο [10].

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι στην βιβλιογραφία για την μοντελοποίηση ακουστικών προβλημάτων. Συγκεκριμένα και όσων αφορά τις γεωμετρικές μεθόδους χρησιμοποιούνται οι: μέθοδος πηγή-εικόνας (Image-source method) [14][15], ανίχνευση δέσμης (ray-tracing) [16][17] και η μέθοδος “ακτινοβολίας” (radiosity method) [18]. Όσων αφορά τις κυματικές μεθόδους χρησιμοποιούνται οι: μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (Finite difference time-domain method – FDTD) [19][20], η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (finite elements) [18], η μέθοδος συνοριακών στοιχείων (boundary elements) [4] και η προσαρμοσμένη ορθογώνια διάσπαση (adaptive rectangular decomposition) [21]. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου η οποία αναλύεται στη συνέχεια.

2.6.1 Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (FDTD)

Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου ή FDTD είναι ένα αριθμητικό σχήμα για την προσομοίωση της διάδοσης των κυμάτων σε μία ή περισσότερες διαστάσεις. Η μέθοδος προέρχεται από το πεδίο του ηλεκτρομαγνητισμού [22] και αργότερα προσαρμόστηκε στην ακουστική. Η βασική αρχή της είναι η

διακριτοποίηση των πρώτης τάξης χωρικών και χρονικών παραγώγων των ακουστικών εξισώσεων προσεγγίζοντάς τις με τις κεντρικές πεπερασμένες διαφορές πρώτης τάξης. Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων εξαρτάται κυρίως από το πόσο πυκνή είναι η διακριτοποίηση που έχει πραγματοποιηθεί.

Η FDTD έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε μια ποικιλία προβλημάτων στην ακουστική. Στις εργασίες [23] και [24], η μονοδιάστατη μέθοδος εφαρμόστηκε στην μοντελοποίηση με ορειχάλκινα όργανα. Στις εργασίες [25] και [26], η δισδιάστατη μέθοδος χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη διαχυτών, και συγκεκριμένα για τον υπολογισμό του χρόνου διάδοσης και τον προσδιορισμό των συντελεστών διάχυσης και σκέδασης. Η τρισδιάστατη FDTD έχει χρησιμοποιηθεί π.χ. για τη μελέτη του γνωστού φαινομένου “seat-dip” [27] [28] και με την μέθοδο δέσμης ανίχνευσης στη μελέτη της ακουστικής του αρχαίου Θεάτρου της Επιδαύρου [29].

2.6.2 Διακριτοποίηση των ακουστικών εξισώσεων με τη μέθοδο FDTD

Η Εξ. (2.1) πιο αναλυτικά γράφεται,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \quad (2.35)$$

και η Εξ. (2.2) αναλύεται ως,

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.36)$$

και

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.37)$$

Όπως χρησιμοποιήθηκαν οι συμβολισμοί στην (2.30) για την ακουστική πίεση για την κατανόηση των χωρικών μετατοπίσεων, έτσι χρησιμοποιούνται και οι παρακάτω συμβολισμοί για τις συνιστώσες της ταχύτητας,

$$v_x(x, y, t) = v_x(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t) = v_{x_{i,j}}^n \quad (2.38)$$

$$v_y(x, y, t) = v_y(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t) = v_{y_{i,j}}^n \quad (2.39)$$

Αντικαθιστώντας τις παραγώγους στην (2.35) με πεπερασμένες διαφορές και χρησιμοποιώντας διακριτοποίηση των Εξ. (2.30), (2.38) και (2.39) θεωρώντας $\Delta x = \Delta y = \delta$ προκύπτει η εξίσωση,

$$p_{i,j}^n = p_{i,j}^{n-1} - \rho c^2 \frac{\Delta t}{\delta} (v_{x_{i,j}}^{n-1} - v_{x_{i-1,j}}^{n-1} + v_{y_{i,j}}^{n-1} - v_{y_{i,j-1}}^{n-1}) \quad (2.40)$$

Η ταχύτητα του ήχου αναλύεται ως,

$$c = c_r c_0 \quad (2.41)$$

όπου c_r η σχετική ταχύτητα του ήχου και c_0 η background ταχύτητα του ήχου. Η background ταχύτητα του ήχου αντιστοιχεί στην γρηγορότερη ταχύτητα μετάδοσης σε κάθε τοποθεσία στο πλέγμα έτσι ώστε $c_r \leq 1$. Έτσι ο συντελεστής της (2.40) και λαμβάνοντας υπόψιν τη χωρική εξάρτηση της πυκνότητας του αέρα γράφεται,

$$\rho_{i,j} c^2 \frac{\Delta t}{\delta} = \rho_{i,j} c_r^2 c_0 \lambda \quad (2.42)$$

όπου λ ο αριθμός Courant και ισούται με,

$$\lambda = \frac{c_0 \Delta t}{\delta} \quad (2.43)$$

Έτσι, προκύπτει η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης για την ακουστική πίεση,

$$p_{i,j}^n = p_{i,j}^{n-1} - \rho_{i,j} c_r^2 c_0 \lambda (v_{x_{i,j}}^{n-1} - v_{x_{i-1,j}}^{n-1} + v_{y_{i,j}}^{n-1} - v_{y_{i,j-1}}^{n-1}) \quad (2.44)$$

Αντικαθιστώντας τις παραγώγους στην (2.36) με πεπερασμένες διαφορές και χρησιμοποιώντας διακριτοποίηση των Εξ. (2.30) και (2.38) θεωρώντας $\Delta x = \Delta y = \delta$ προκύπτει η εξίσωση,

$$v_{x_{i,j}}^n = v_{x_{i,j}}^{n-1} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\delta} (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) \quad (2.45)$$

Ο συντελεστής της (2.44) δεν περιλαμβάνει τον αριθμό Courant, οπότε για να γίνει αυτό πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με τη background ταχύτητα του ήχου και προκύπτει,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\delta} = \frac{1}{\rho c_0} \lambda \quad (2.46)$$

Παίρνουμε το μέσο όρο των πυκνοτήτων για κάθε πλευρά του κόμβου πίεσης (η έκφραση «κάθε πλευρά» υποδεικνύει τον προσανατολισμό της συγκεκριμένης συνιστώσας της ταχύτητας). Έτσι ο συντελεστής της (2.44) γράφεται,

$$\frac{1}{\frac{\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}}{2} c_0} \lambda = \frac{2\lambda}{(\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}) c_0} \quad (2.47)$$

Επομένως, προκύπτει η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης για την x συνιστώσα της ταχύτητας,

$$v_{x_{i,j}}^n = v_{x_{i,j}}^{n-1} - \frac{2\lambda}{(\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}) c_0} (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) \quad (2.48)$$

Ομοίως για την y συνιστώσα της ταχύτητας προκύπτει,

$$v_{y_{i,j}}^n = v_{y_{i,j}}^{n-1} - \frac{2\lambda}{(\rho_{i,j+1} + \rho_{i,j}) c_0} (p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) \quad (2.49)$$

2.6.3 Διακριτοποίηση της γενικής μορφής της ακουστικής διάδοσης με τη μέθοδο FDTD

Όπως είδαμε από την (2.3), σε 2D ισότροπο μέσο η διάδοση ακουστικού κύματος περιγράφεται από την κυματική εξίσωση που για καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων γράφεται,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \quad (2.50)$$

Οι δεύτερης-τάξης μερικές παράγωγοι μπορούν να προσεγγιστούν με πεπερασμένες διαφορές. Έτσι, η εξ. (2.50) γράφεται σε διακριτοποιημένη μορφή,

$$\frac{p_{i,j}^{n+1} - 2p_{i,j}^n + p_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2} = c^2 \left(\frac{p_{i+1,j}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \quad (2.51)$$

όπου Δt είναι το χρονικό βήμα, $\Delta x, \Delta y$ τα χωρικά βήματα σε κάθε διεύθυνση, $p_{i,j}^n$ είναι η μεταβλητή προς επίλυση, n είναι ο χρονικός δείκτης και i, j οι χωρικοί δείκτες. Επιλύοντας την εξ. (2.51) ως προς την μεταβλητή $p_{i,j}^{n+1}$ θεωρώντας ότι $\Delta x = \Delta y = \delta$, γράφεται,

$$p_{i,j}^{n+1} = \lambda^2 (p_{i+1,j}^n + p_{i-1,j}^n + p_{i,j+1}^n + p_{i,j-1}^n - 4p_{i,j}^n) + 2p_{i,j}^n - p_{i,j}^{n-1} \quad (2.52)$$

όπου λ είναι ο αριθμός Courant.

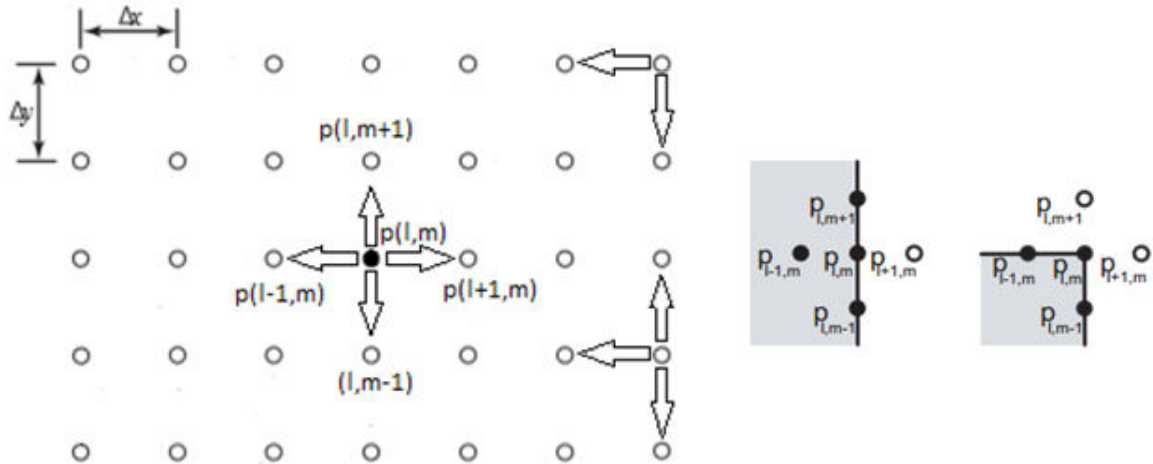
Για την επιλογή του χωρικού βήματος και χρησιμοποιώντας την εξ. (2.43),

$$\Delta x = \frac{c}{f_c \lambda} \quad (2.53)$$

όπου $f_c=1/\Delta t$ είναι η συχνότητα δειγματοληψίας του συστήματος.

2.6.3 Εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών στα σύνορα

Σε ένα διδιάστατο πρόβλημα, κάθε κόμβος έχει τέσσερις γείτονες. Στα σύνορα λοιπόν, είτε ένας είτε δύο γείτονες (γωνιακά σημεία) δεν υπάρχουν. Οι κόμβοι αυτοί ονομάζονται φανταστικοί κόμβοι (ghost nodes). Για εσωτερικά σημεία δεν υπάρχουν φανταστικοί κόμβοι και χρησιμοποιείται η γενική εξίσωση (2.52). Στα σύνορα του πεδίου πρέπει να εφαρμόζονται ταυτόχρονα και η κυματική εξίσωση, αλλά και οι συνοριακές συνθήκες.



Εικόνα 2.4: (Αριστερά) Σχηματική απεικόνιση εσωτερικού, συνοριακού (δεξί σύνορο) και γωνιακού (πάνω δεξιά) κόμβου πίεσης σε μια ορθογώνια διάταξη μαζί με τους γείτονές τους. (Δεξιά) Απεικόνιση του συνοριακού και γωνιακού κόμβου πίεσης μαζί με τους φανταστικούς κόμβους τους (λευκοί) [30].

Σε περίπτωση που δεν υπάρχει κάποιος γειτονικός κόμβος, οι φανταστικοί κόμβοι πρέπει να αφαιρεθούν από την εξίσωση εφαρμόζοντας τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες για προβλήματα τέτοιου είδους είναι οι [30],

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -c_{\xi w} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.54)$$

για το δεξί ($x=x_{max}$) και αριστερό σύνορο ($x=0$) και,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -c\xi_w \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.55)$$

για το άνω ($y=y_{max}$) και κάτω σύνορο ($y=0$), όπου ξ_w είναι η ειδική αντίσταση του συγκεκριμένου συνόρου (τοιχώματος). Προσεγγίζοντας τις μερικές παραγώγους της σχέσης (2.54) με κεντρικές πεπερασμένες διαφορές προκύπτει η σχέση,

$$\frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -c\xi_w \frac{p_{i+1,j}^n - p_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \quad (2.56)$$

Το σημείο που δεν ανήκει στο υπολογιστικό χωρίο είναι το φανταστικό σημείο (ghost point) $p_{i+1,j}^n$. Επιλύοντας ως προς το φανταστικό σημείο προκύπτει η σχέση,

$$p_{i+1,j}^n = p_{i-1,j}^n - \frac{1}{\xi_w \lambda} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n-1}) \quad (2.57)$$

Η σχέση (2.57) για το φανταστικό σημείο χρησιμοποιείται στην εξίσωση (2.52) για να προκύψει τελικά η σχέση,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{2\lambda^2 p_{i-1,j}^n + \left(\frac{\lambda}{\xi_w} - 1\right) p_{i,j}^{n-1} + \lambda^2 (p_{i,j+1}^n + p_{i,j-1}^n) + 2(1 - 2\lambda^2) p_{i,j}^n}{1 + \frac{\lambda}{\xi_w}} \quad (2.58)$$

η οποία και χρησιμοποιείται αντί για τη (2.52) στα δεξιά σύνορα. Κατά αντίστοιχο τρόπο προκύπτουν οι σχέσεις για το αριστερό σύνορο,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{2\lambda^2 p_{i+1,j}^n + \left(\frac{\lambda}{\xi_w} - 1\right) p_{i,j}^{n-1} + \lambda^2 (p_{i,j+1}^n + p_{i,j-1}^n) + 2(1 - 2\lambda^2) p_{i,j}^n}{1 + \frac{\lambda}{\xi_w}} \quad (2.59)$$

το πάνω σύνορο,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{2\lambda^2 p_{i,j-1}^n + \left(\frac{\lambda}{\xi_w} - 1\right) p_{i,j}^{n-1} + \lambda^2 (p_{i+1,j}^n + p_{i-1,j}^n) + 2(1 - 2\lambda^2) p_{i,j}^n}{1 + \frac{\lambda}{\xi_w}} \quad (2.60)$$

και το κάτω σύνορο,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{2\lambda^2 p_{i,j+1}^n + \left(\frac{\lambda}{\xi_w} - 1\right) p_{i,j}^{n-1} + \lambda^2 (p_{i+1,j}^n + p_{i-1,j}^n) + 2(1 - 2\lambda^2) p_{i,j}^n}{1 + \frac{\lambda}{\xi_w}} \quad (2.61)$$

Ιδιαίτερη φροντίδα θα πρέπει επίσης να λαμβάνεται στην περίπτωση που κάποιο σημείο είναι γωνιακό και έχει δύο φανταστικά σημεία, π.χ. βρίσκεται στην πάνω και

δεξιά γωνία. Στην περίπτωση αυτή τα φανταστικά σημεία για το σημείο (i,j) είναι τα: $(i,j+1)$ και τα $(i+1,j)$. Για το φανταστικό σημείο $(i+1,j)$ η σχέση που εφαρμόζεται είναι η (2.54) ενώ για το φανταστικό σημείο $(i,j+1)$ εφαρμόζεται η (2.55) από την οποία προκύπτει,

$$p_{i,j+1}^n = p_{i,j-1}^n - \frac{1}{\xi_w \lambda} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n-1}) \quad (2.62)$$

Έτσι για το σύνορο που αντιστοιχεί στην πάνω και δεξιά γωνία αντικαθίστανται οι σχέσεις (2.57) και (2.62) στη σχέση (2.52) για να προκύψει η,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{2\lambda^2(p_{i-1,j}^n + p_{i,j-1}^n) + \left(\frac{\lambda}{\xi_{w,1}} + \frac{\lambda}{\xi_{w,2}} - 1\right)p_{i,j}^{n-1} + 2(1 - 2\lambda^2)p_{i,j}^n}{1 + \frac{\lambda}{\xi_{w,1}} + \frac{\lambda}{\xi_{w,2}}} \quad (2.63)$$

όπου $\xi_{w,1}$ η ειδική αντίσταση του δεξιού τοιχώματος και $\xi_{w,2}$ η ειδική αντίσταση του πάνω τοιχώματος.

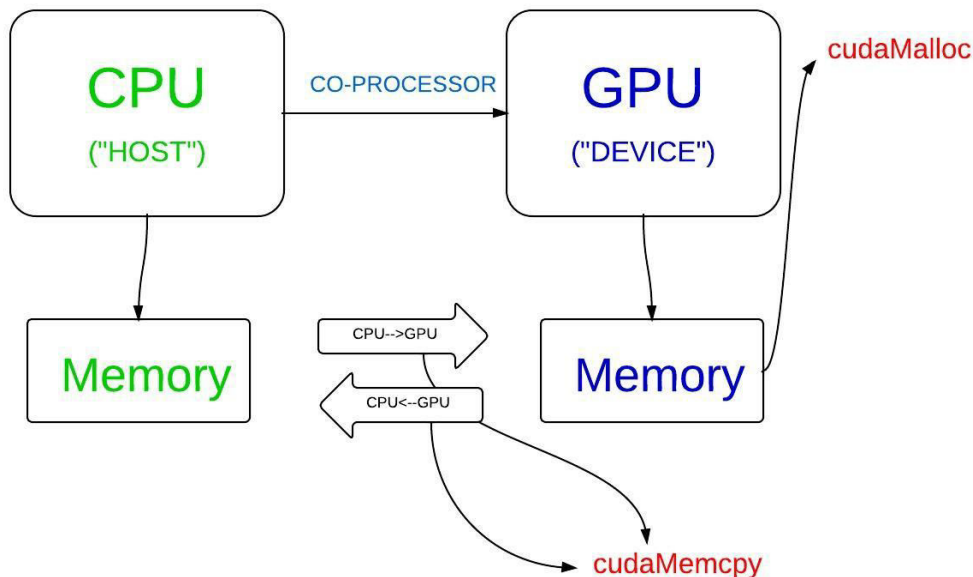
2.7 Μονάδες επεξεργασίας γραφικών (GPU)

Οι Μονάδες Επεξεργασίας Γραφικών – Graphics Processing Units (GPUs) – παραδοσιακά χρησιμοποιούνταν για γραφικές εφαρμογές κυρίως σε παιχνίδια υπολογιστών. Η αρχιτεκτονική των GPUs διαφέρει σημαντικά από την αντίστοιχη των CPUs και ειδικότερα των νεότερων multi-core CPUs. Κατά κανόνα οι GPUs αποτελούνται από εκατοντάδες επεξεργαστές SIMD (Single Instruction Multiple Data) οι οποίοι προσφέρουν τη δυνατότητα εκτέλεσης παράλληλων λειτουργιών. Αντίθετα ο αριθμός των επεξεργαστών ακόμη και των πιο εξελεγμένων multi-core CPUs είναι δραματικά μικρότερος. Στην Εικόνα 2.5 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα αρχιτεκτονικού μοντέλου GPU σε σύγκριση με την αρχιτεκτονική της CPU.



Εικόνα 2.5: Σύγκριση αρχιτεκτονικών CPU και GPU [31].

Αυτή η ξεχωριστή αρχιτεκτονική των GPUs σύντομα οδήγησε στην αξιοποίηση των GPU πέρα από τις γραφικές εφαρμογές και σε γενικότερης χρήσης εφαρμογές/υπολογισμούς (General Purpose computation on GPU (GPGPU) [27], [28]. Οι GPUs με τη χρήση πολύ-πυρήνων (many-core), είναι ικανές να πετύχουν υψηλή απόδοση στους παράλληλους υπολογισμούς. Σήμερα οι GPUs είναι γενικής χρήσης παράλληλοι επεξεργαστές για την υποστήριξη διεπαφών σε γλώσσες προγραμματισμού όπως η C.

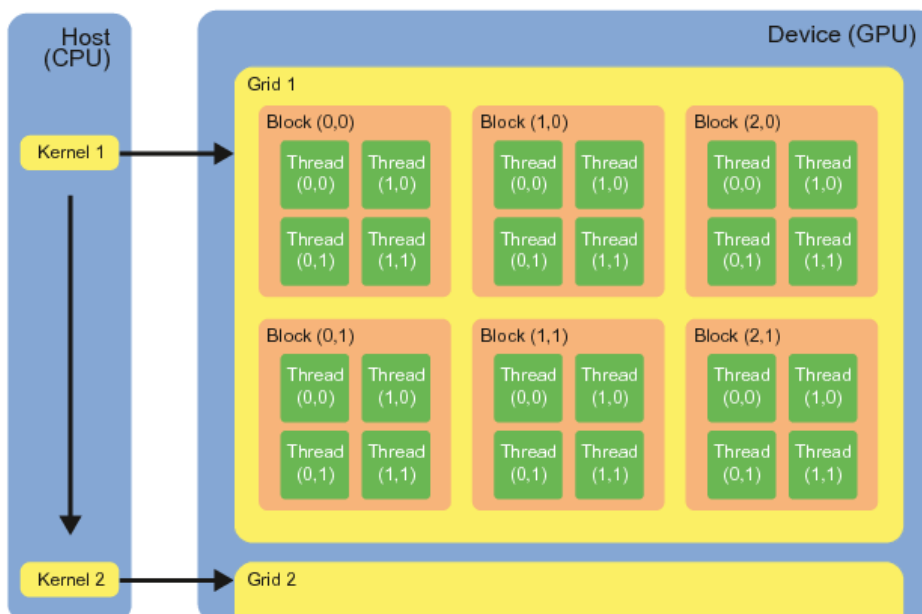


Εικόνα 2.6: Διάγραμμα ροής επεξεργασίας σε CUDA [31]

Η ραγδαία εξέλιξη του προγραμματισμού σε GPUs για επιστημονικές εφαρμογές οφείλεται κυρίως στην ανάπτυξη γλωσσών για GPGPUs όπως η NVIDIA CUDA [27], [29], η ATI CTM [29] και το OpenCL [32]. Η CUDA από την NVIDIA είναι ίσως η πιο διαδεδομένη για εφαρμογές GPU. Βασίζεται σε μια επεκταμένη έκδοση της γλώσσας C και υποστηρίζεται σε προϊόντα NVIDIA. Στο Σχήμα 2.6 παρουσιάζεται ένα διάγραμμα για τη ροή επεξεργασίας στη CUDA. Αρχικά γίνεται η αντιγραφή δεδομένων από την κύρια μνήμη στη μνήμη GPU. Έπειτα η CPU δίνει εντολή για εφαρμογή της διαδικασίας στη GPU. Στη συνέχεια η GPU εκτελεί παράλληλα σε κάθε επεξεργαστή τους υπολογισμούς και τέλος γίνεται η αντιγραφή των αποτελεσμάτων από τη μνήμη της GPU στην κύρια μνήμη.

2.7.1 Η γλώσσα προγραμματισμού CUDA

Ο παράλληλος υπολογισμός αποτελεί την συνεταιριστική και ταυτόχρονη επεξεργασία δεδομένων από περισσότερους από ένα επεξεργαστές που αποσκοπεί στη γρήγορη επίλυση σύνθετων υπολογιστικών προβλημάτων [33], [34]. Η βασική διαφορά μεταξύ του παράλληλου και σειριακού υπολογισμού έγκειται στο γεγονός ότι σε ένα συνηθισμένο σειριακό επεξεργαστή η επεξεργασία μπορεί να γίνεται κάθε φορά σε μια



Εικόνα 2.7: Διάγραμμα ροής επεξεργασίας σε CUDA [31]

φυσική τοποθεσία. Σε μια παράλληλη όμως μηχανή η επεξεργασία μπορεί να γίνει ταυτόχρονα σε πολλές τοποθεσίες.

Οι GPUs πρόσφατα άρχισαν να χρησιμοποιούνται στην επίλυση επιστημονικών προβλημάτων αξιοποιώντας τις πολυ-πύρηνες αρχιτεκτονικές τους. Αν και οι GPUs από παλιά είχαν την δυνατότητα παράλληλων υπολογισμών, δεν παρείχαν το έδαφος για την χρησιμοποίησή τους σε επιστημονικούς υπολογισμούς καθώς (α) δεν υποστήριζαν υπολογισμούς διπλής ακρίβειας (double precision), που δεν ήταν αναγκαίοι στα γραφικά και γενικά στον προγραμματισμό ηλεκτρονικών παιχνιδιών (videogames) και (β) δεν υπήρχε κάποια προγραμματιστική γλώσσα υψηλού επιπέδου, όπως η C, για τον προγραμματισμό τους. Οι νέες αρχιτεκτονικές των GPUs σε συνδυασμό με την ανάπτυξη της Compute Unified Device Architecture (CUDA) έδωσαν την δυνατότητα στην επιστημονική κοινότητα για τη χρησιμοποίησή τους σε παράλληλους υπολογισμούς.

Η CUDA ουσιαστικά παρέχει συναρτήσεις γραμμένες σε C που επιτρέπουν την επικοινωνία (μεταφορά δεδομένων) από τις GPUs στις CPUs και αντίστροφα καθώς και υψηλού επιπέδου εργαλεία για τον προγραμματισμό στις GPUs. Η υλοποίηση του παράλληλου αλγορίθμου στις GPUs υλοποιείται μέσω κατάλληλων συναρτήσεων, των λεγόμενων Kernels. Στην Εικόνα 2.7 φαίνεται ένα τέτοιο Kernel. Σε κάθε Kernel αντιστοιχίζεται ένα πλέγμα, “grid” το οποίο υποδιαιρείται σε “blocks” που περιέχει τα νήματα, “threads”. Για παράδειγμα στην Εικόνα 2.7 το grid είναι 2x3 και κάθε block of threads είναι 2x2. Τα μέγιστα μεγέθη καθορίζονται από την αρχιτεκτονική της GPU. Κάθε block του grid έχει μια μοναδική ταυτότητα, blockID, μέσα στο οποίο κάθε thread έχει και αυτό με τη σειρά του μια μοναδική ταυτότητα, threadID. Όλα τα threads εκτελούν τον ίδιο κώδικα, παράλληλα αλλά πάνω σε διαφορετικά δεδομένα. Κάθε thread έχει τη δική του θέση μνήμης όπου αποθηκεύει τα αποτελέσματα κάθε υπολογισμού.

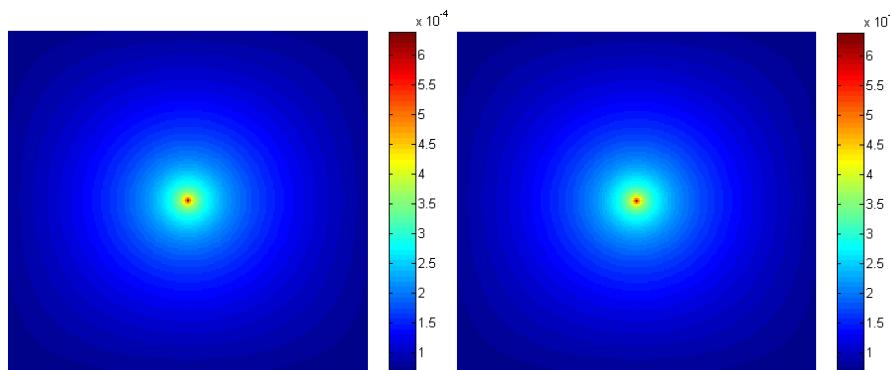
3. Εφαρμογή της μεθόδου

3.1 Υλοποίηση ακουστικού κύματος στον ελεύθερο χώρο με σημειακή πηγή στο κέντρο του χώρου

Αρχικά η FDTD υλοποιείται στον ελεύθερο χώρο με σημειακή πηγή στο κέντρο του χώρου. Συγκεκριμένα το πλέγμα είναι 201x201 κόμβοι, το μέσο διάδοσης είναι αέρας (ταχύτητα διάδοσης $c=340\text{m/s}$ και σχετική ταχύτητα διάδοσης $c_r=1$) και η πυκνότητα του αέρα είναι σταθερή και ίση με $\rho=1.2250\text{kg/m}^3$. Ο συνολικός αριθμός των χρονικών βημάτων είναι $n_{max}=500$ και ο αριθμός Courant είναι $\lambda=0.7$. Στην πηγή η διέγερση που προστίθεται είναι παλμική της μορφής,

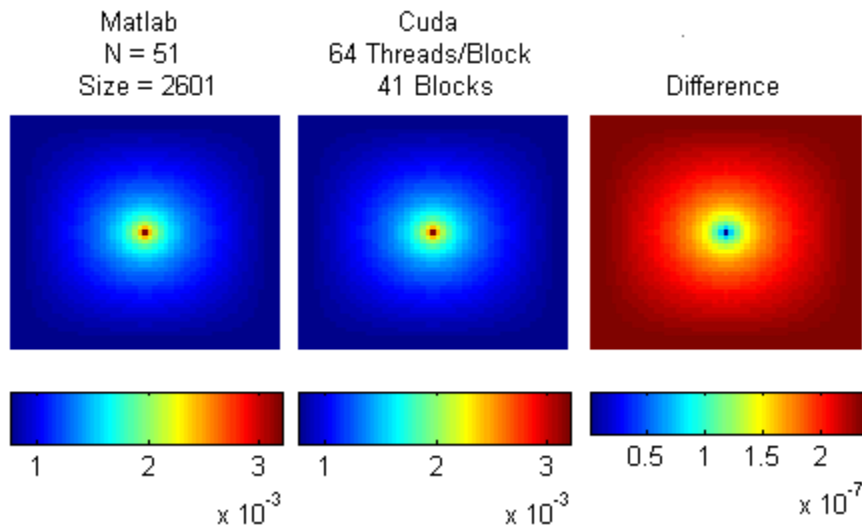
$$source = 2 * (2\pi T f) \quad (3.1)$$

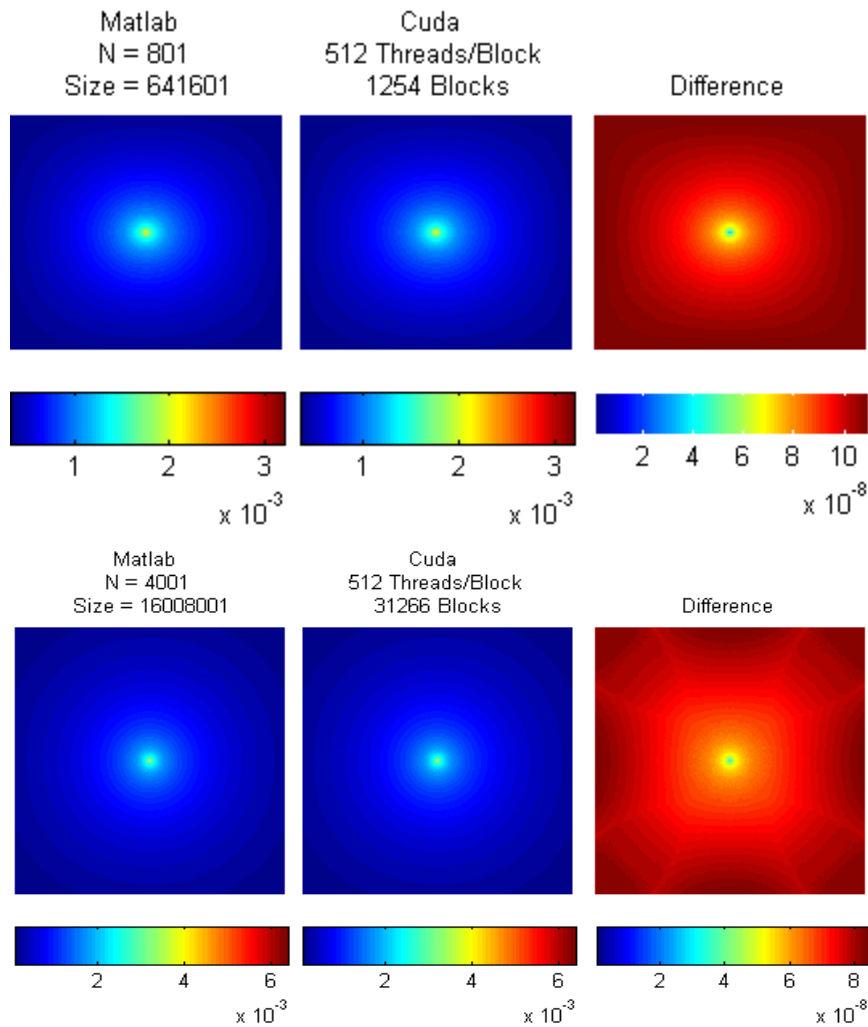
όπου T το χρονικό διάστημα και $f=50\text{KHz}$ η συχνότητα. Το μήκος κύματος είναι $c/f=0.0068\text{m}$. Τα χωρικά βήματα είναι $\Delta x=\Delta y=0.001\text{m}$. Επομένως η πυκνότητα διακριτοποίησης είναι 6.8 κελιά ανά μήκος κύματος. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης και των συνιστωσών της ταχύτητας είναι οι διακριτοποιημένες εξισώσεις (2.44), (2.48) και (2.49). Στην περίπτωση αυτή οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται είναι Mur 1^{ης} τάξης για κάθε σύνορο (Εξ. (2.31)-(2.34)). Ο ίδιος κώδικας υλοποιείται σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab αλλά και στη γλώσσα CUDA για τον προγραμματισμό στις κάρτες γραφικών.



Εικόνα 3.1: Αποτελέσματα για την κατανομή της πίεσης στον ελεύθερο χώρο με την υλοποίηση σε Matlab (αριστερά) και σε CUDA (δεξιά). Τα αποτελέσματα είναι ταυτόσημα.

Στον κώδικα της CUDA ο υπολογισμός σε κάθε σημείο του πλέγματος πραγματοποιείται από ένα thread της κάρτας γραφικών μέσω ενός kernel. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγονται τα χρονοβόρα “forloops”. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούνται συνολικά 6 kernels. Ο υπολογισμός της κατανομής της ακουστικής πίεσης p πραγματοποιείται σε ένα kernel και ο υπολογισμός των συνιστωσών της ταχύτητας v_x και v_y πραγματοποιείται σε διαφορετικό kernel. Επίσης η επιβολή των συνοριακών συνθηκών Mur 1^{ης} τάξης για την πίεση και για κάθε συνιστώσα της ταχύτητας πραγματοποιείται σε 3 διαφορετικά Kernels. Στο 6^ο kernel πραγματοποιείται η ενημέρωση (update) των χρονικών βημάτων της πίεσης και των συνιστωσών της ταχύτητας. Σε κάθε kernel χρησιμοποιήθηκαν 158 blocks και 256 threads/block. Για λόγους βελτιστοποίησης όλοι οι πίνακες είναι προτιμότερο να αποθηκεύονται ως μονοδιάστατα διανύσματα και επομένως οι διαστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν για το grid είναι gridDim = 158x1 blocks και οι διαστάσεις των blocks είναι blockDim = 256x1 threads. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 40448 threads για κάθε kernel. Παρακάτω θα δούμε τις δύο υλοποιήσεις για διαφορετικά πλέγματα και στην υλοποίηση CUDA για διαφορετικά blocks και threads/blocks.





Εικόνα 3.2: Αποτελέσματα για την κατανομή της πίεσης στον ελεύθερο χώρο με την υλοποίηση σε Matlab (αριστερά), σε CUDA (κέντρο) και η διαφορά τους (δεξιά) για διαφορετικά πλέγματα και υλοποίηση (threads/blocks) σε CUDA.

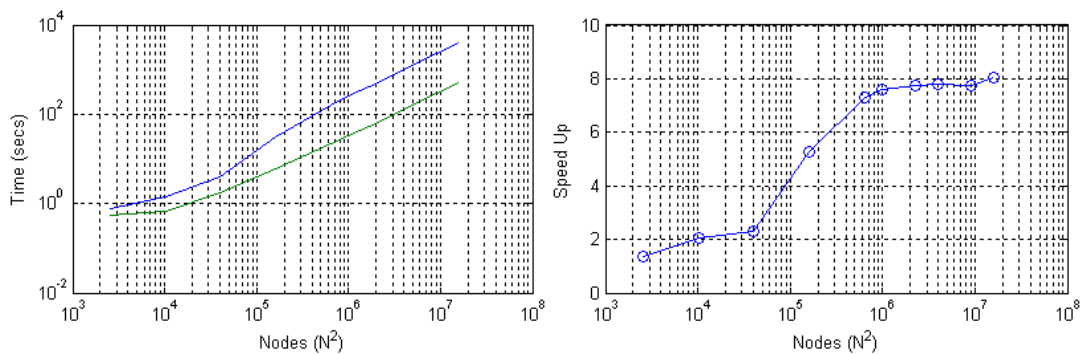
Τα αποτελέσματα τόσο με τη Matlab όσο και με την CUDA υλοποίηση είναι σε συμφωνία ιδιαίτερα καθώς το μέγεθος του αριθμητικού πλέγματος N του προβλήματος αυξάνεται. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 10 διαφορετικά πλέγματα ($N=51,101,201,401,801,1001,1501,2001,3001,4001$), 3 από τα οποία φαίνονται στην εικ. 3.2. Για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν 2500 χρονικά βήματα εκτός από το πλέγμα με $N=4001$ όπου χρησιμοποιήθηκαν 5000 χρονικά βήματα. Η διαφορά στις τιμές μεταξύ των δύο υλοποιήσεων αποδίδεται στην υλοποίηση της

αριθμητικής διπλής ακρίβειας στις GPUs αλλά χρειάζεται περαιτέρω ανάλυση προκειμένου να τεμκηριωθεί η αιτία αυτής της διαφοράς.

Πίνακας 3.1: Χρόνοι εκτέλεσης και επιτάχυνση που επιτυγχάνεται για τις υλοποιήσεις Matlab και CUDA.

| Πλέγμα ($N \times N$) | Matlab (sec) | CUDA (sec) | Speedup |
|----------------------------|-----------------|---------------|---------|
| 51x51 | 0.7445 | 0.4850 | 1.5351 |
| 101x101 | 1.4489 | 0.6905 | 2.0984 |
| 201x201 | 4.1042 | 1.7686 | 2.3206 |
| 401x401 | 30.5023 | 5.8086 | 5.2513 |
| 801x801 | 160.0993 | 21.8652 | 7.3221 |
| 1001x1001 | 250.6880 | 32.9182 | 7.6155 |
| 1501x1501 | 562.6210 | 72.5224 | 7.7579 |
| 2001x2001 | 999.8599 | 128.4350 | 7.7849 |
| 3001x3001 | 2.2259e+003 | 286.7325 | 7.7630 |
| 4001x4001 | 3.9834e+003 | 496.2153 | 8.0275 |

Η μέγιστη επιτάχυνση που επιτεύχθηκε με την χρήση της CUDA σε σχέση με την Matlab, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.1 είναι $\sim 8x$. Βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος του αριθμητικού πλέγματος, αυξάνεται και η επιτάχυνση.



Εικόνα 3.3: (Αριστερά) Χρόνος εκτέλεσης του κώδικα με Matlab (μπλε καμπύλη) και χρόνος εκτέλεσης με CUDA (πράσινη καμπύλη). (Δεξιά) Επιτάχυνση που επιτεύχθηκε με την CUDA σε σχέση με τη Matlab.

3.2 Υλοποίηση σε κυματοδηγούς ορθογώνιας και κυκλικής διατομής

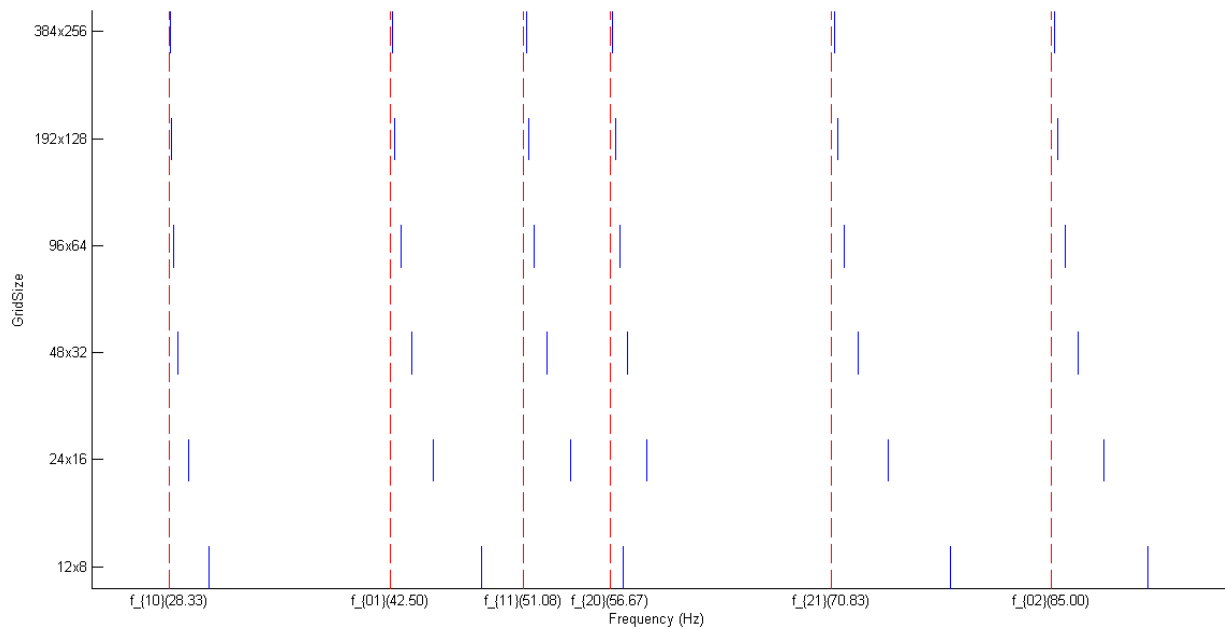
Η FDTD εφαρμόζεται στη συνέχεια σε κυματοδηγούς ορθογώνιας και κυκλικής διατομής. Το πρόβλημα αντιστοιχεί στην εύρεση των συχνοτήτων αποκοπής των κυματοδηγών και στην εύρεση των κατανομών του πεδίου της πίεσης και των συνιστωσών της ταχύτητας στην εγκάρσια διατομή του ακουστικού κυματοδηγού, ο οποίος θεωρείται ως ένα δισδιάστατο αντηχείο. Μετά την εισαγωγή διέγερσης στην διατομή του κυματοδηγού, η συνολική πίεση μπορεί να εκφραστεί ως μια υπέρθεση των ρυθμών (modes), των οποίων οι συχνότητες αποκοπής περιλαμβάνονται στο φάσμα του παλμού στο πεδίο του χρόνου. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά, οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και το θεωρητικό πλαίσιο που υλοποιήθηκε [35] περιγράφονται παρακάτω.

Κυματοδηγοί ορθογώνιας διατομής

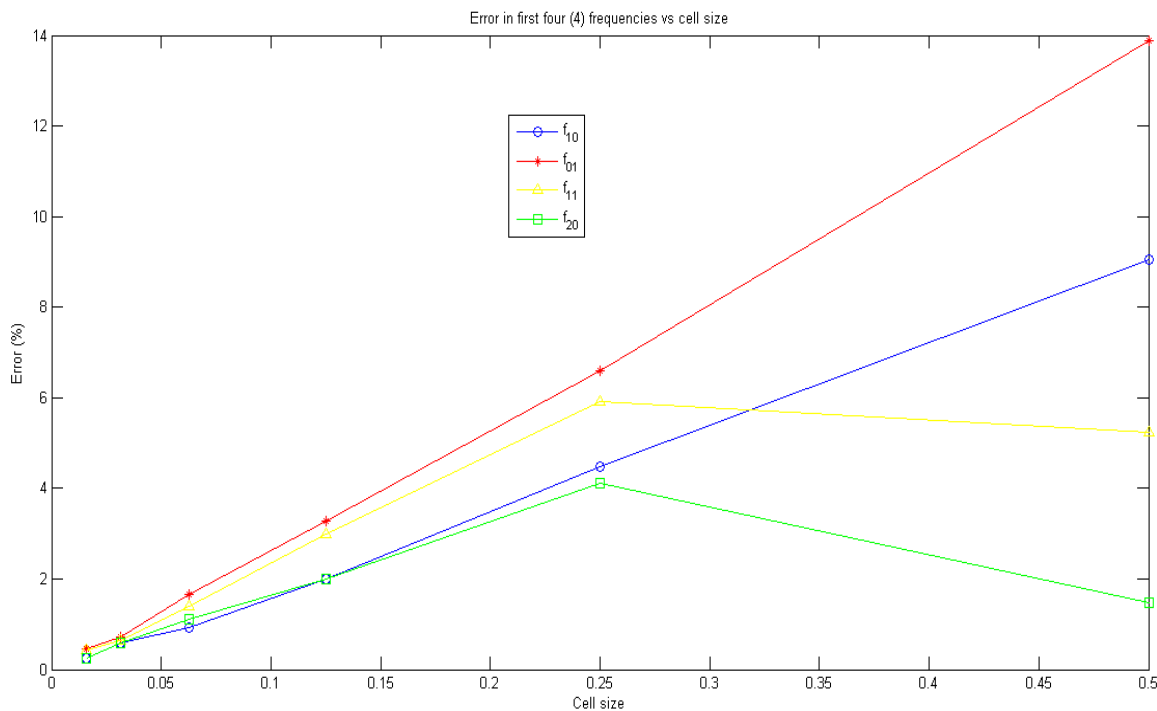
Οι διαστάσεις του κυματοδηγού ορθογώνιας διατομής είναι $6.0 \times 4.0 \text{ m}^2$ και η ανάλυση πραγματοποιήθηκε με έξι διαφορετικές διακριτοποιήσεις. Ο ορθογώνιος κυματοδηγός διακριτοποιείται με 12×8 , 24×16 , 48×32 , 96×64 , 192×128 και 384×256 πλέγματα χρησιμοποιώντας τετραγωνικά κελιά. Ο συνολικός αριθμός των χρονικών βημάτων αυξάνεται σε κάθε πλέγμα ώστε να έχουμε την ίδια διακριτότητα στην απόκριση συχνότητας. Όσο μεγαλύτερο είναι το πλέγμα τόσο μειώνεται η διαμέριση του πλέγματος (μέγεθος κελιού) Δh και επομένως και το χρονικό βήμα Δt ($\Delta t = 0.7 \cdot \Delta h / c$, $c = 340 \text{ m/s}$). Για να έχουμε την ίδια ακρίβεια στη συχνότητα, $\Delta f = 1 / N \Delta h$, θα πρέπει επομένως να αυξηθεί ο αριθμός των χρονικών βημάτων N . Συγκεκριμένα, ο αριθμός των χρονικών βημάτων που χρησιμοποιήθηκαν είναι 9714 για το πλέγμα 12×8 , 19429 για το 24×16 , 38857 για το 48×32 , 77714 για το 96×64 , 155429 για το 192×128 και 310857 για το 384×256 . Η συνοριακή συνθήκη που επιβάλλεται είναι ο μηδενισμός της κάθετης στο τοίχωμα συνιστώσας της ταχύτητας, δηλαδή μηδενική μεταβολή της πίεσης κατά την

κάθετη διεύθυνση στο τοίχωμα. Η αρχική συνθήκη για το πρόβλημα είναι μηδενική κατανομή εκτός από σημειακές διεγέρσεις όπου δόθηκαν οι τιμές 1 και -1 στα σημεία αυτά τα οποία είναι τυχαία επιλεγμένα.

Τα αποτελέσματα εκτίμησης συχνοτήτων φαίνονται στην Εικ. 3.4. Είναι κατανοητό ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος του πλέγματος τόσο οι υπολογιζόμενες συχνότητες συγκλίνουν προς τις αναλυτικές οι τιμές των οποίων έχουν ληφθεί από την εργασία [36].



Εικόνα 3.4: Εκτιμώμενες συχνότητες αποκοπής (μπλε) για όλα τα πλέγματα του ορθογώνιου κυματοδηγού και απόκλιση από τις αναλυτικές (θεωρητικές) τιμές (κόκκινες).



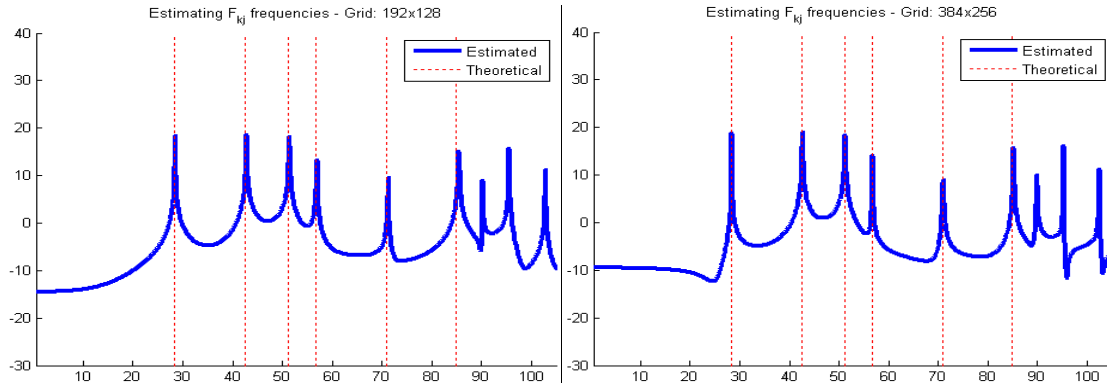
Εικόνα 3.5: Το υπολογιστικό σφάλμα σε σχέση με το μέγεθος του πλέγματος (υπολογιστικού κελιού) για τον ορθογώνιο κυματοδηγό.

Πίνακας 3.2: Υπολογιζόμενες συχνότητες και το σφάλμα σε σχέση με τις πραγματικές τιμές.

| Πλέγμα ($N_x \times N_y$) | f_{10} | % | f_{01} | % | f_{11} | % | f_{20} | % |
|--------------------------------|----------|------|----------|-------|----------|------|----------|------|
| 12x8 | 30.90 | 9.06 | 48.40 | 13.89 | 48.40 | 5.24 | 57.50 | 1.47 |
| 24x16 | 29.60 | 4.47 | 45.30 | 6.59 | 54.10 | 5.91 | 59.00 | 4.12 |
| 48x32 | 28.90 | 2.00 | 43.90 | 3.29 | 52.60 | 2.98 | 57.80 | 2.00 |
| 96x64 | 28.60 | 0.94 | 43.20 | 1.65 | 51.80 | 1.41 | 57.30 | 1.12 |
| 192x128 | 28.50 | 0.59 | 42.80 | 0.71 | 51.40 | 0.63 | 57.00 | 0.59 |
| 384x256 | 28.40 | 0.24 | 42.70 | 0.47 | 51.30 | 0.43 | 56.80 | 0.24 |
| Analytical | 28.33 | | 42.50 | | 51.08 | | 56.67 | |

Τα δεδομένα της Εικ. 3.4 έχουν συγκεντρωθεί και σε μορφή Πίνακα (βλ. Πίνακα 3.2) για τις τέσσερις πρώτες υπολογιζόμενες συχνότητες μαζί με το σφάλμα από την

πραγματική τιμή (βλ. Εικ. 3.5). Από τον Πίνακα 3.2 είναι κατανοητό ότι τα πλέγματα 192x128 και 384x256 είναι οι καλύτερες επιλογές καθώς προσφέρουν τα καλύτερα αποτελέσματα (πιο κοντά στις πραγματικές τιμές). Έχουν όμως μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος.



Εικόνα 3.6: Σύγκριση των υπολογιζόμενων συχνοτήτων για το πλέγμα 192x128 (αριστερά) και το πλέγμα 384x256 (δεξιά) σε συνάρτηση με θεωρητικές προβλέψεις.

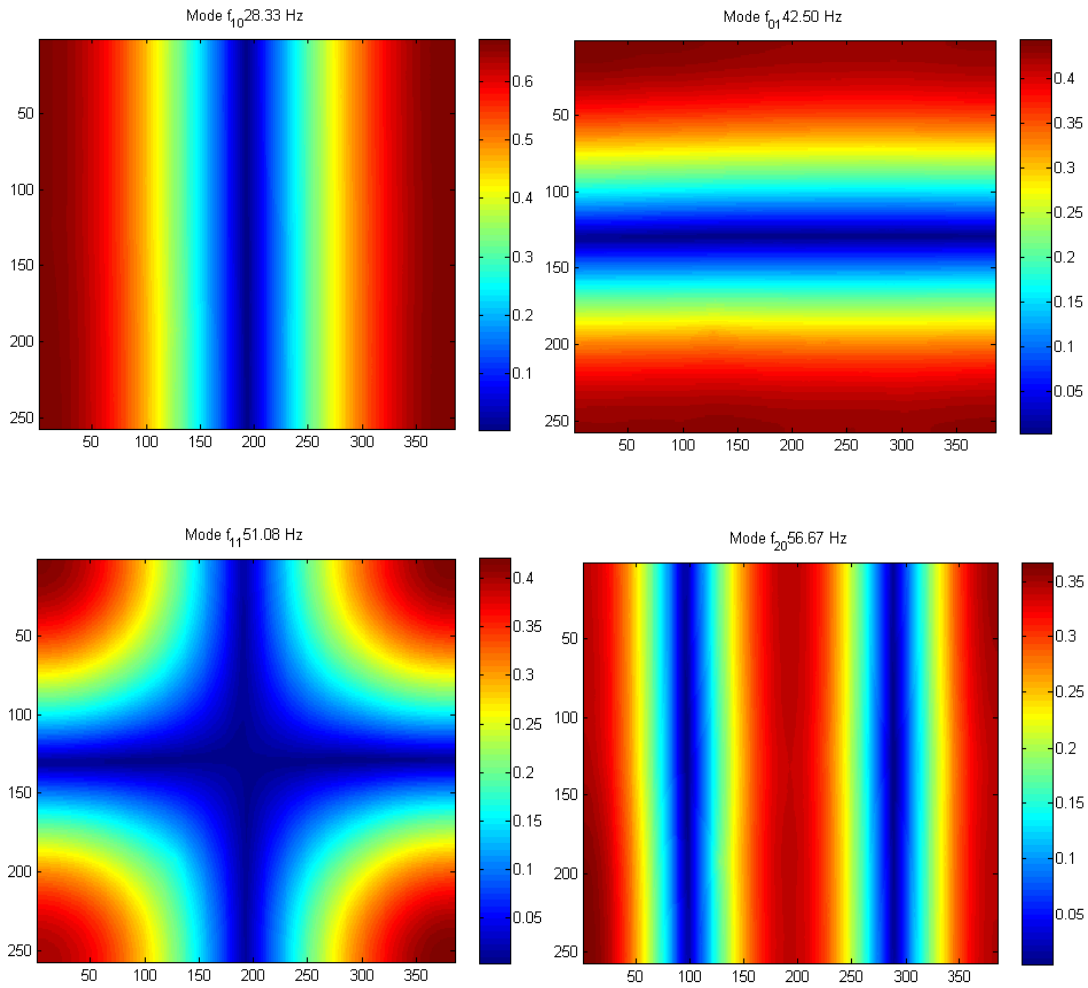
Στην Εικ. 3.6 φαίνονται πάλι οι υπολογιζόμενες συχνότητες για τα πλέγματα 192x128 και 384x256 πόσο κοντά είναι στις θεωρητικές τιμές. Συγκεκριμένα εφαρμόστηκε μετασχηματισμός Fourier για την απεικόνιση με κορυφές.

Έπειτα επιβάλλεται διέγερση της μορφής,

$$p_{in} = \sin(2\pi f n \Delta t) * \left(j = \frac{N_y}{2} \right) * \left(i = \frac{N_x}{2} \right) \quad (3.2)$$

όπου (i,j) το σημείο του πλέγματος (κέντρο του αριθμητικού πλέγματος), (N_x, N_y) το μέγεθος του πλέγματος, Δt το χρονικό βήμα, n ο διακριτός χρόνος και f η συχνότητα του ρυθμού. Η συνοριακή συνθήκη είναι ίδια, δηλαδή μηδενική μεταβολή της πίεσης κατά την κάθετη διεύθυνση στο τοίχωμα. Στην Εικ. 3.7 φαίνονται οι μορφές για κάθε ρυθμό στο πλέγμα 384x256 που υπολογίστηκαν λαμβάνοντας την μέγιστη τιμή ως προς το χρόνο για κάθε σημείο του πλέγματος,

$$p_{max}(x, y) = \max p_t(x, y) \quad (3.3)$$



Εικόνα 3.7: Μορφές για κάθε ρυθμό στο πλέγμα 384x256 από διέγερση της μορφής της εξ. (3.2)

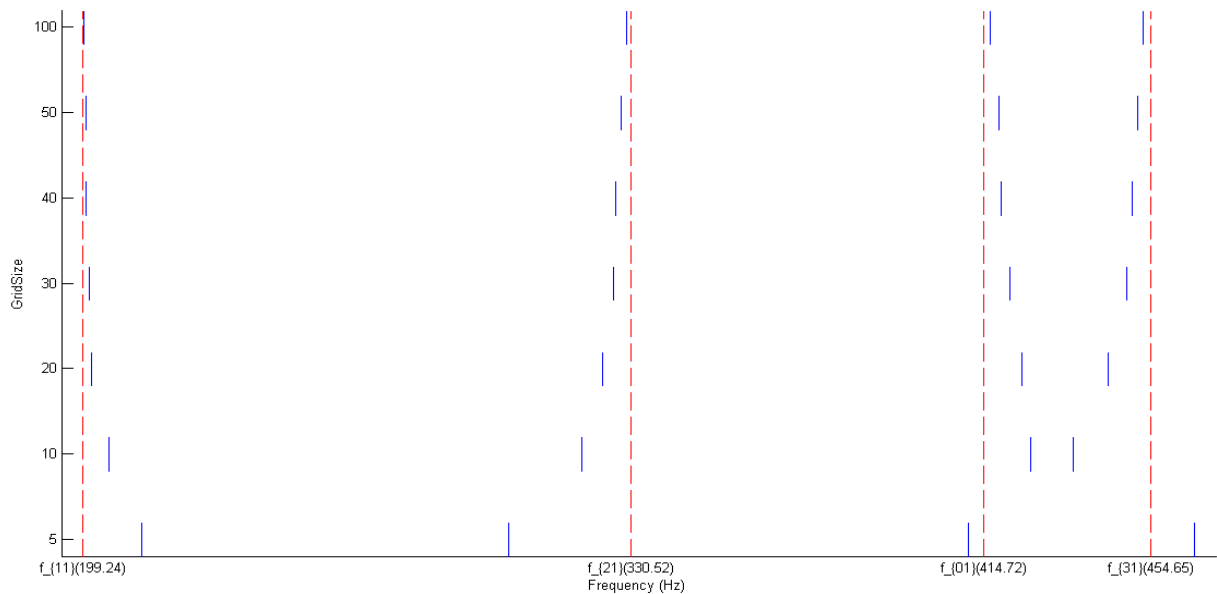
Κυματοδηγοί κυκλικής διατομής

Ο κυματοδηγός κυκλικής διατομής έχει ακτίνα $r = 0.5$ m. Η συνοριακή συνθήκη που επιβάλλεται είναι ίδια με του κυματοδηγού ορθογώνιας διατομής και η αρχική συνθήκη ήταν μηδενική κατανομή πίεσης σε όλο το χώρο εκτός από σημειακές διεγέρσεις, όπου δόθηκαν οι τιμές 1 και -1 στα σημεία αυτά τα οποία είναι τυχαία επιλεγμένα.

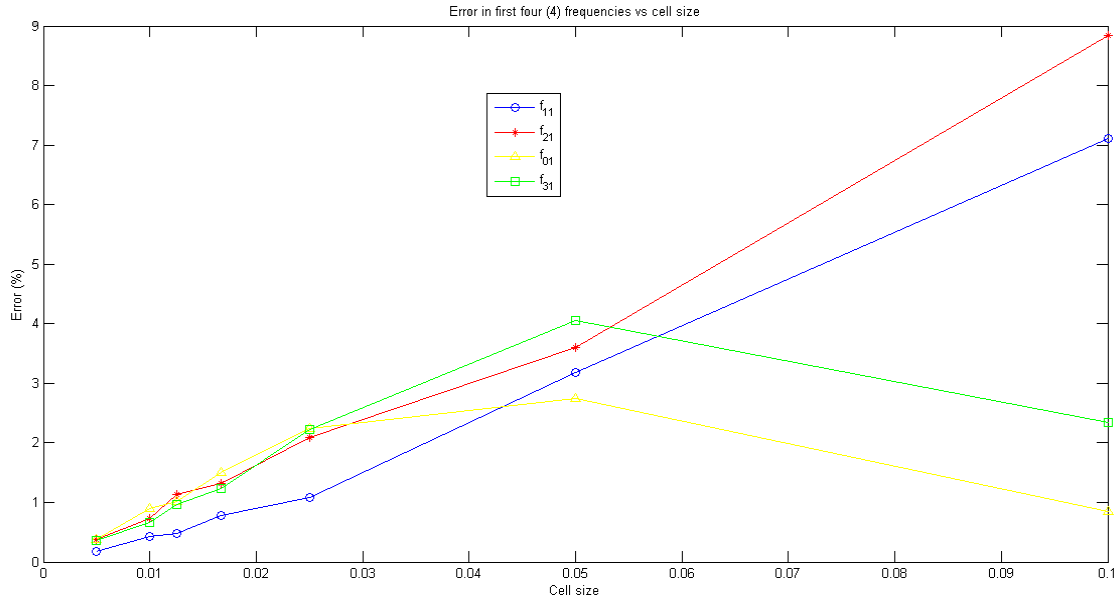
Θεωρήθηκε τετραγωνικό πλέγμα διαμέρισης (μέγεθος κελιού) Δh με $r/\Delta h = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100$ ή αλλιώς επτά διαφορετικά τετραγωνικά πλέγματα 10x10, 20x20,

40x40, 60x60, 80x80, 100x100 και 200x200 αντίστοιχα ($\Delta x = \Delta y = \Delta h$ και χρονικό βήμα $\Delta t = 0.7 \cdot \Delta h / c$, $c = 340 \text{m/s}$). Ο συνολικός αριθμός των χρονικών βημάτων αυξάνεται σε κάθε πλέγμα ώστε να έχουμε την ίδια ακρίβεια στην απόκριση συχνότητας. Όσο μεγαλύτερο είναι το πλέγμα τόσο μειώνεται η διαμέριση του πλέγματος Δh και επομένως και το χρονικό βήμα Δt . Για να έχουμε την ίδια ακρίβεια στη συχνότητα, $\Delta f = 1 / N \Delta h$, θα πρέπει επομένως να αυξηθεί ο αριθμός των χρονικών βημάτων N . Συγκεκριμένα, ο αριθμός των χρονικών βημάτων που χρησιμοποιήθηκαν είναι 48571 για το πλέγμα 10x10, 97143 για το 20x20, 194286 για το 40x40, 291429 για το 60x60, 388571 για το 80x80, 485714 για το 100x100 και 971429 για το 200x200. Τα αποτελέσματα εκτίμησης συχνοτήτων φαίνονται στην Εικ. 3.8.

Τα πλέγματα που φαίνονται είναι της μορφής $r/\Delta h$. Είναι κατανοητό ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος του πλέγματος τόσο οι υπολογιζόμενες συχνότητες συγκλίνουν προς τις αναλυτικές οι τιμές των οποίων έχουν ληφθεί από την εργασία [36].



Εικόνα 3.8: Εκτιμώμενες συχνότητες αποκοπής (μπλε) για όλα τα πλέγματα του κυκλικού κυματοδηγού και απόκλιση από τις αναλυτικές (θεωρητικές) τιμές (κόκκινες).

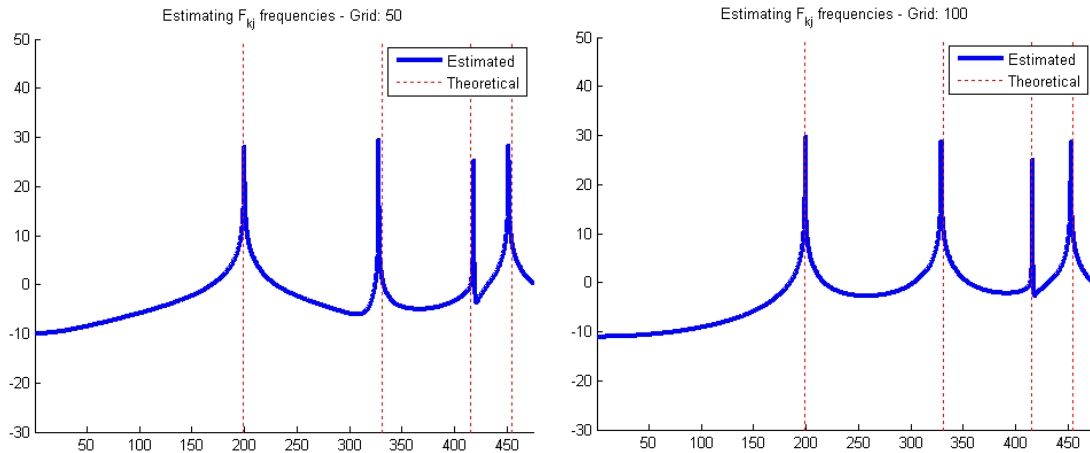


Εικόνα 3.9: Το υπολογιστικό σφάλμα σε σχέση με το μέγεθος του πλέγματος (υπολογιστικού κελιού) για κυκλικό κυματοδηγό.

Πίνακας 3.3: Υπολογιζόμενες συχνότητες και το σφάλμα σε σχέση με τις πραγματικές τιμές.

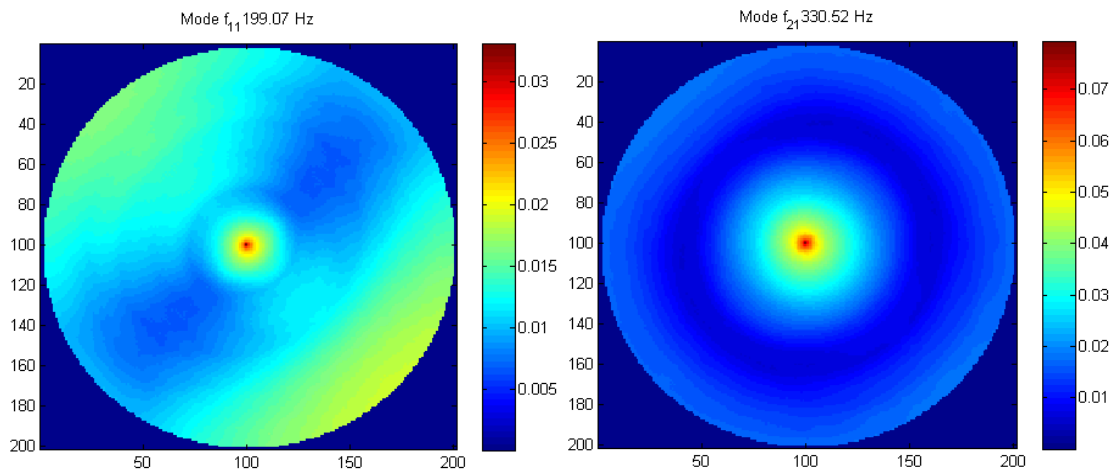
| Πλέγμα ($r/\Delta h$) | f_{11} | % | f_{21} | % | f_{01} | % | f_{31} | % |
|----------------------------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|
| 5 | 213.40 | 7.11 | 301.30 | 8.84 | 411.20 | 0.85 | 465.30 | 2.34 |
| 10 | 205.60 | 3.19 | 318.60 | 3.61 | 426.10 | 2.74 | 436.20 | 4.06 |
| 20 | 201.40 | 1.08 | 323.60 | 2.09 | 424.00 | 2.24 | 444.50 | 2.23 |
| 30 | 200.80 | 0.78 | 326.20 | 1.31 | 421.00 | 1.51 | 449.00 | 1.24 |
| 40 | 200.20 | 0.48 | 326.80 | 1.13 | 418.90 | 1.01 | 450.30 | 0.96 |
| 50 | 200.10 | 0.43 | 328.10 | 0.73 | 418.40 | 0.89 | 451.60 | 0.67 |
| 100 | 199.60 | 0.18 | 329.30 | 0.37 | 416.30 | 0.38 | 453.00 | 0.36 |
| Analytical | 199.24 | | 330.52 | | 414.72 | | 454.65 | |

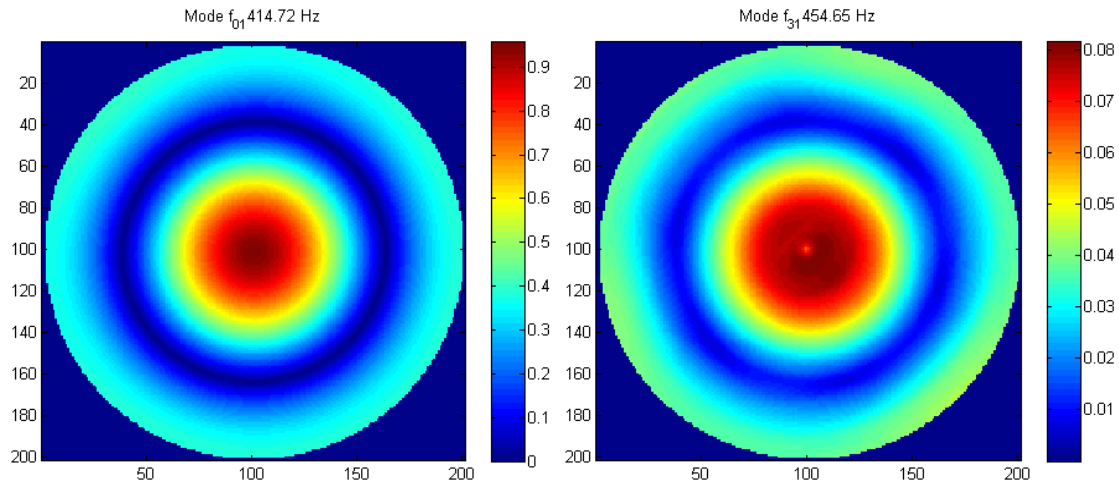
Τα δεδομένα της Εικ. 3.8 έχουν συγκεντρωθεί και σε μορφή Πίνακα (βλ. Πίνακα 3.3) για τις τέσσερις πρώτες υπολογιζόμενες συχνότητες μαζί με το σφάλμα από την πραγματική τιμή (βλ. Εικ. 3.9). Από τον Πίνακα 3.3 είναι κατανοητό ότι τα πλέγματα $r/\Delta h = 50$ (100x100) και $r/\Delta h = 100$ (200x200) είναι οι καλύτερες επιλογές καθώς προσφέρουν τα καλύτερα αποτελέσματα (πιο κοντά στις πραγματικές τιμές). Έχουν όμως μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος.



Εικόνα 3.10: Σύγκριση των υπολογιζόμενων συχνοτήτων για το πλέγμα $r/\Delta h = 50$ (αριστερά) και το πλέγμα $r/\Delta h = 100$ (δεξιά) σε συνάρτηση με θεωρητικές προβλέψεις.

Στην Εικ. 3.10 φαίνονται πάλι οι υπολογιζόμενες συχνότητες για τα πλέγματα $r/\Delta h = 50$ και $r/\Delta h = 100$ πόσο κοντά είναι στις θεωρητικές τιμές. Συγκεκριμένα εφαρμόστηκε μετασχηματισμός Fourier για την απεικόνιση με κορυφές.



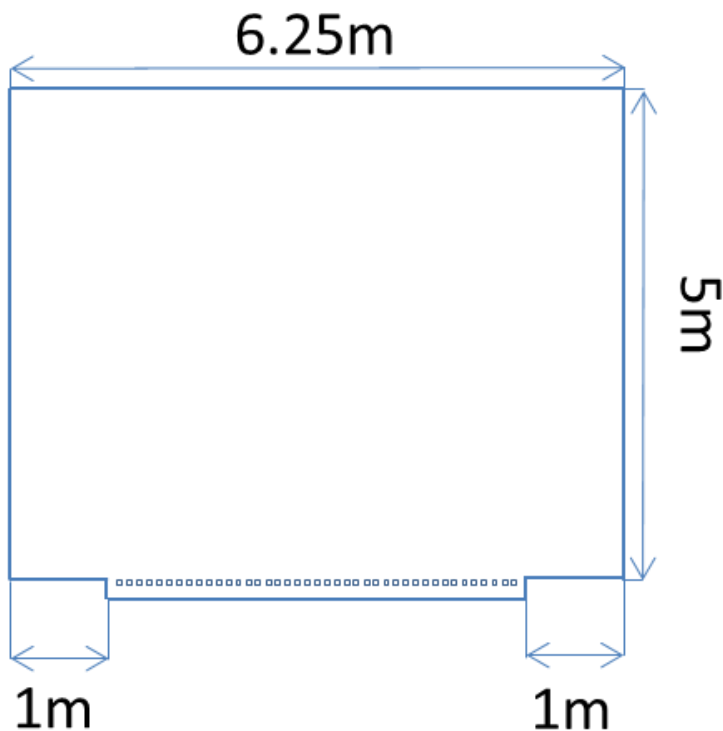


Εικόνα 3.11: Μορφές για κάθε ρυθμό στο πλέγμα 200x200 ($r/\Delta h = 100$) από διέγερση της μορφής της εξ. (3.2)

Στην Εικ. 3.11 φαίνονται οι μορφές για κάθε ρυθμό που υπολογίστηκαν λαμβάνοντας την μέγιστη τιμή ως προς το χρόνο για κάθε σημείο του πλέγματος (βλ. Εξ. (3.3)) για διέγερση της μορφής της Εξ. (3.2).

3.3 Εφαρμογή σε ορθογώνια δομή με κοιλότητα με εγκοπές

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης ακουστικού κύματος σε δισδιάστατη γεωμετρία ορθογώνιας δομής στην οποία προστίθεται στο κάτω μέρος της μια κοιλότητα με εγκοπές. Το πλαίσιο με τις εγκοπές λειτουργεί σαν κατανεμημένο αντηχείο Helmholtz. Οι διαστάσεις της δομής δίνονται στην Εικ. 3.12. Το βάθος της κοιλότητας δεν απεικονίζεται στην εικόνα, καθώς είναι παράμετρος που μεταβάλλεται. Στην εργασία αυτή εξετάζονται βάθη 10, 20 και 40 cm. Οι διαστάσεις των εγκοπών είναι 5x5 cm και απέχουν μεταξύ τους 5 cm.



Εικόνα 3.12: Σχηματική απεικόνιση της δισδιάστατης γεωμετρίας της ορθογώνιας δομής και των διαστάσεων αυτής.

Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος αυτού εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες Εξ. (2.43)-(2.46), στις οποίες μεταβάλλοντας την τιμή της ειδικής αντίστασης, ξ_w , εφαρμόζονται συνθήκες τοιχώματος πλήρους ανάκλασης ή απορρόφησης [1]. Για τα σύνορα που βρίσκονται πάνω, αριστερά και δεξιά του υπολογιστικού χωρίου, εφαρμόζονται απορροφητικές συνοριακές συνθήκες. Αυτό πραγματοποιείται για την μείωση της επίδρασης της διάθλασης μεταξύ του πλαισίου με κοιλότητα και των συνόρων αυτών. Η τιμή της ειδικής αντίστασης των συνόρων αυτών από την Εξ. (2.20) είναι: $\xi_w = \frac{1+0.001}{1-0.001}$, όπου $R=0.001$ ο συντελεστής ανάκλασης (Επειδή η τιμή της ειδικής αντίστασης είναι περίπου ίση με 1, τα σύνορα είναι απορροφητικά [30]). Στα σύνορα πλήρους ανάκλασης, τα οποία βρίσκονται στο κάτω μέρος του υπολογιστικού χωρίου, όπως επίσης και στα τοιχώματα των εγκοπών η αντίστοιχη τιμή της ειδικής αντίστασης είναι $\xi_w = \frac{1+0.95}{1-0.95}$. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης είναι οι διακριτοποιημένες εξισώσεις (2.52) (για τους εσωτερικούς

κόμβους) και (2.58), (2.59), (2.60), (2.61) (για τους συνοριακούς κόμβους). Οι εξισώσεις αυτές χρησιμοποιούν 3 βήματα ($n-1, n, n+1$). Το $n-1$ αντιστοιχεί στο πρώτο χρονικό βήμα όπου $t=0$, το n αντιστοιχεί στο δεύτερο χρονικό βήμα όπου $t=\Delta t$ (Δt είναι το μέγεθος του χρονικού βήματος) και το $n+1$ αντιστοιχεί στην ανανέωση των χρονικών βημάτων για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης.

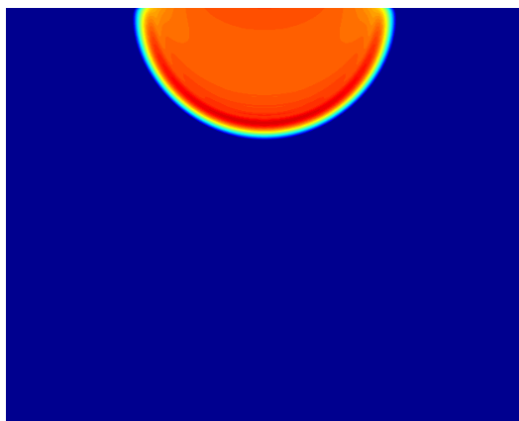
Η διέγερση έχει τη μορφή,

$$p(x, y) = e^{-\left(\frac{\left(x - \frac{\max(x)}{2}\right)^2 + |y - \max(y)|^2}{\frac{\max(x)}{0.1} \max(y)}\right)} \quad (3.4)$$

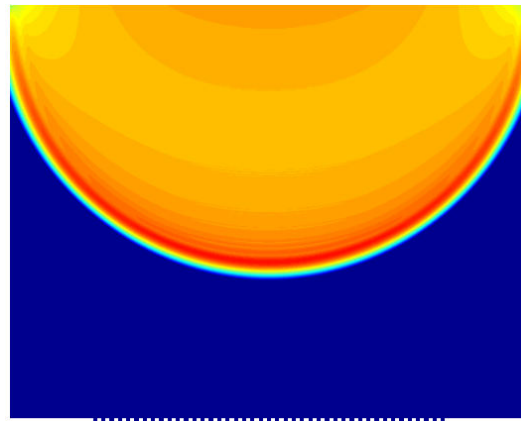
Η μορφή της διέγερσης είναι εκθετική με πολύ μικρή διασπορά για να προσεγγίζει αφενός τη σημειακή διέγερση, και αφετέρου για να επιτρέπει την προσέγγιση των αριθμητικών παραγώγων (ειδικά κατά τα πρώτα χρονικά βήματα της προσομοίωσης) με ακρίβεια [37].

3.3.1 Υλοποίηση με Matlab

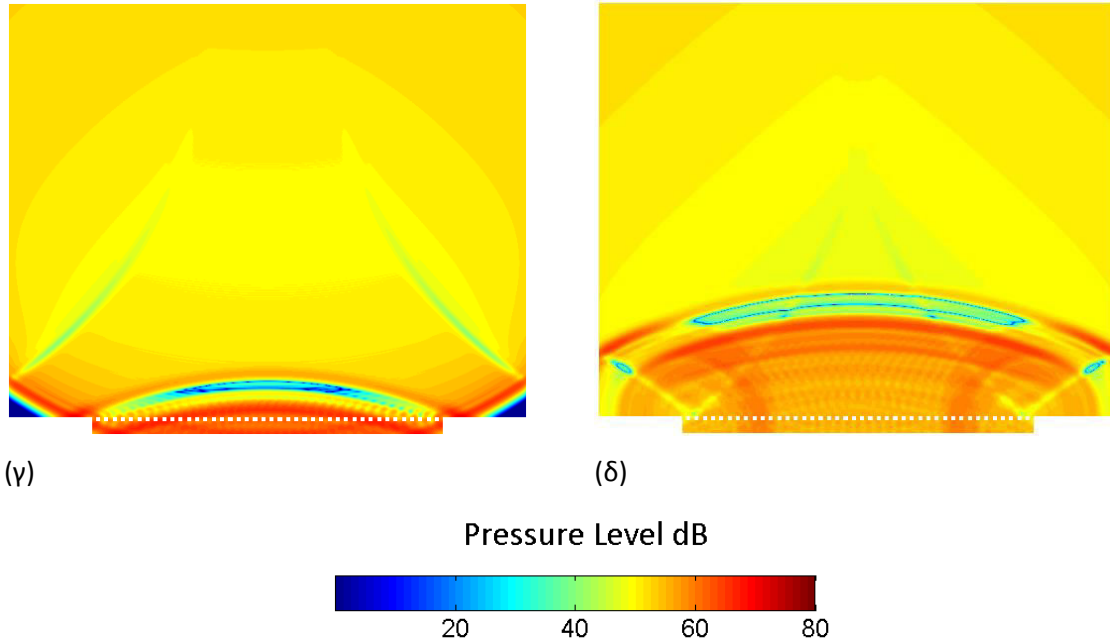
Τα χρονικά βήματα που χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση του ακουστικού παλμού στην Εικ. 3.13 είναι 250 (α), 500 (β), 850 (γ) και 1000 (δ), ενώ για την απεικόνιση της εξέλιξης της μέσης πίεσης για διαφορετικές αποστάσεις αποδεκτών από τα όρια της κοιλότητας στην Εικ. 3.14, τα χρονικά βήματα είναι 2500.



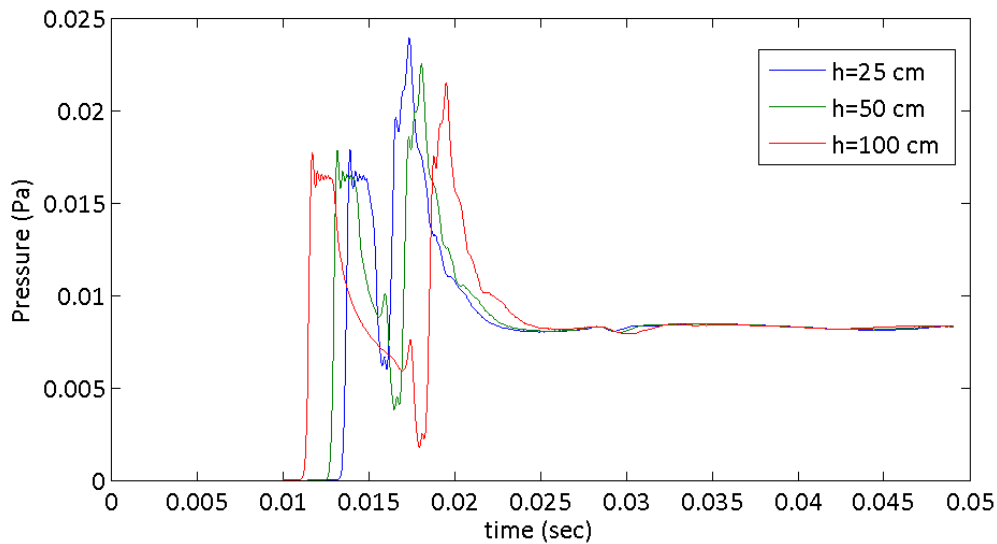
(α)



(β)



Εικόνα 3.13: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec.

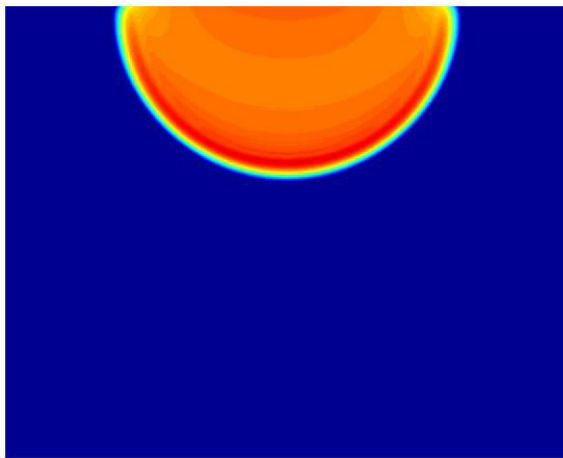


Εικόνα 3.14: Εξέλιξη της μέσης πίεσης για διαφορετικές αποστάσεις από το άνω όριο της κοιλότητας όταν η οριζόντια θέση των ακροδεκτών είναι στα όρια της κοιλότητας.

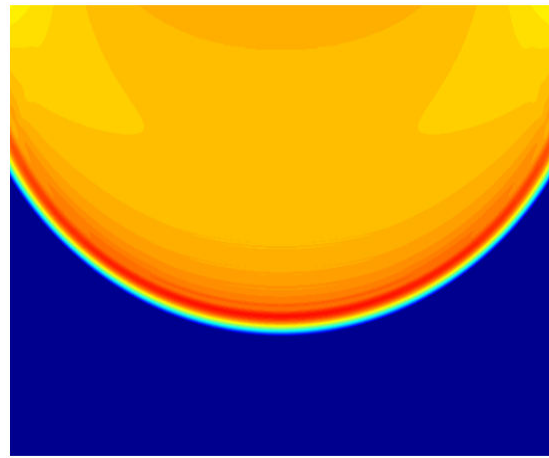
Όπως είναι αναμενόμενο οι αποδέκτες σε απόσταση 100 cm από την κοιλότητα αντιλαμβάνονται ταχύτερα τη μεταβολή της πίεσης, ακολουθούν οι αποδέκτες σε απόσταση 50 cm και τέλος οι αποδέκτες σε απόσταση 25 cm από την κοιλότητα. Το

δεύτερο κύμα λόγω της ανάκλασης γίνεται πρώτα αντιληπτό στους αποδέκτες που βρίσκονται πιο κοντά στην κοιλότητα, το οποίο είναι ενισχυμένο σε σχέση με το πρώτο κύμα. Αντίστοιχα, οι αποδέκτες σε απόσταση 100 cm δέχονται με μεγαλύτερη καθυστέρηση το ενισχυμένο δεύτερο κύμα από ανάκλαση, αλλά η πίεση που αντιλαμβάνονται είναι μικρότερη σε σχέση με τους αποδέκτες σε μικρότερη απόσταση από την κοιλότητα.

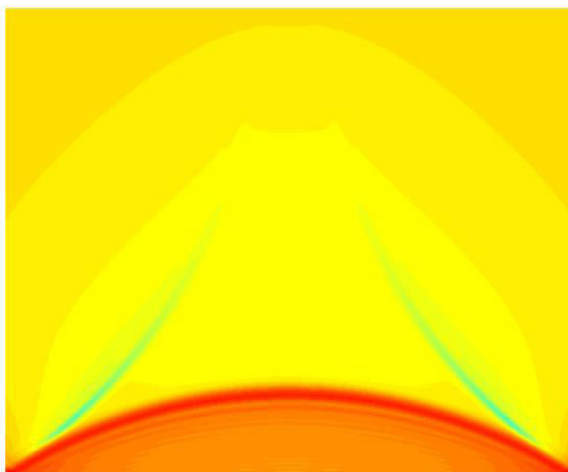
Η επίδραση της γεωμετρίας στη διάδοση του ακουστικού παλμού γίνεται πιο εμφανής αν το κάτω (νότιο) σύνορο της γεωμετρίας αντικατασταθεί από τοίχωμα που ανακλά πλήρως τον παλμό (χωρίς κοιλότητα). Η σύγκριση γίνεται σε χρόνους στους οποίους τα αντίστοιχα στιγμιότυπα δίνονται στο ακόλουθο σχήμα:



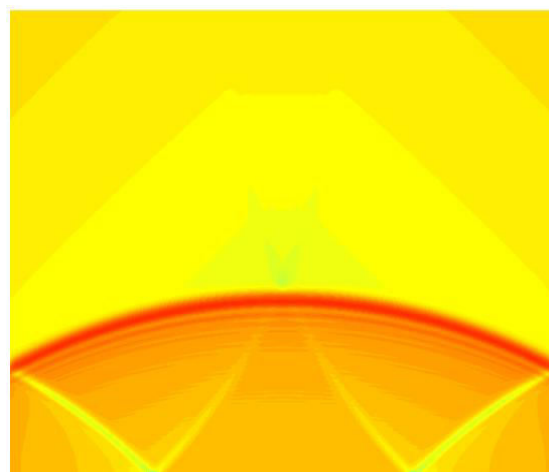
(α)



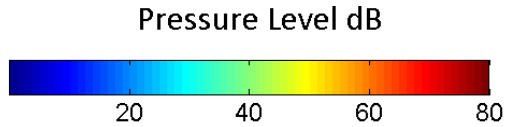
(β)



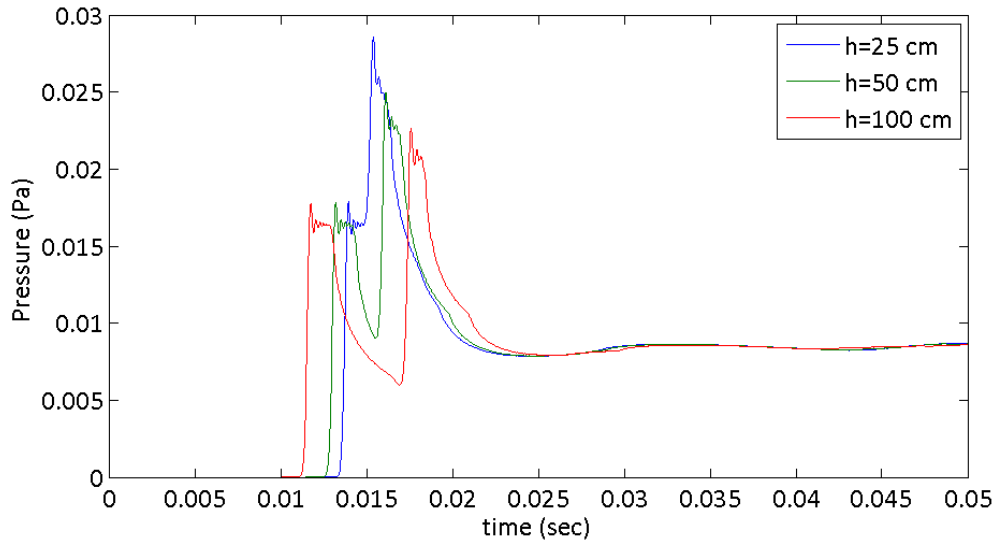
(γ)



(δ)

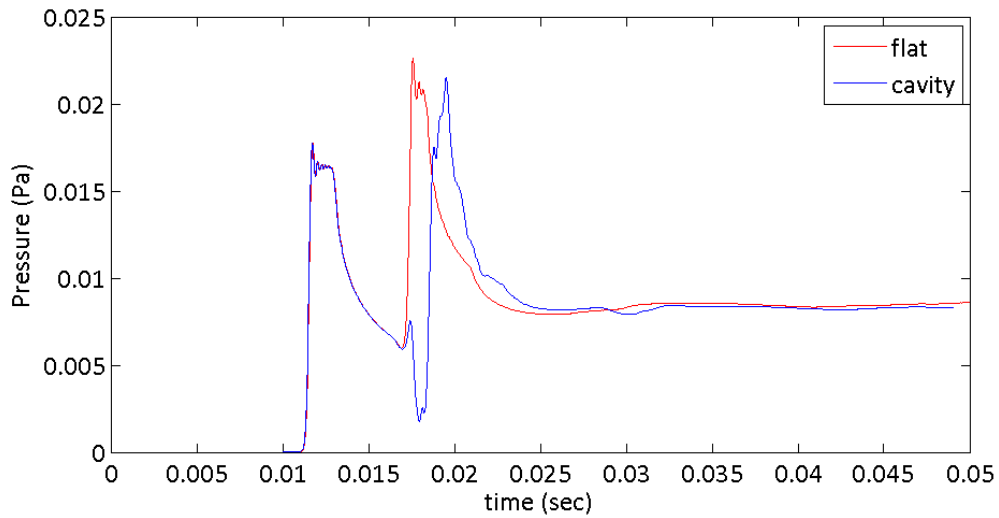


Εικόνα 3.15: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec.



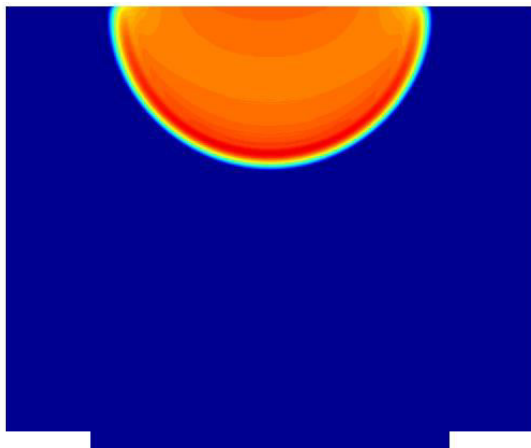
Εικόνα 3.16: Εξέλιξη της μέσης πίεσης για διαφορετικές αποστάσεις από το κάτω σύνορο (τοίχωμα).

Στο ακόλουθο διάγραμμα μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι η χρήση της κοιλότητας μειώνει την ένταση του ανακλώμενου ήχου σε σχέση με τη δομή που δεν υπάρχει κοιλότητα. Όσο απομακρύνεται ο ακροδέκτης από την κοιλότητα (100cm), τόσο η διαφορά στη μείωση της ανακλώμενης πίεσης για τις δύο παρακάτω περιπτώσεις μικραίνει.

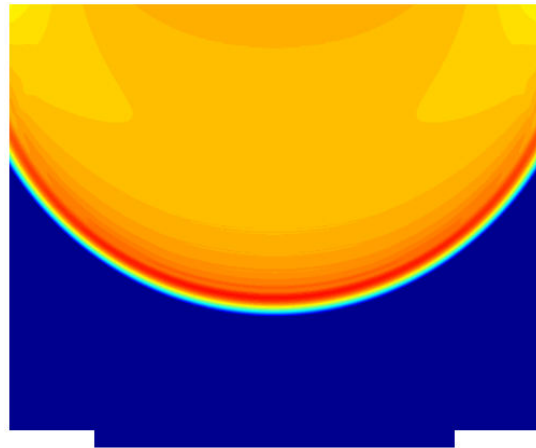


Εικόνα 3.17: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο στην περίπτωση που υπάρχει κοιλότητα (cavity μπλε γραμμή) και στην περίπτωση που δεν υπάρχει (flat κόκκινη γραμμή).

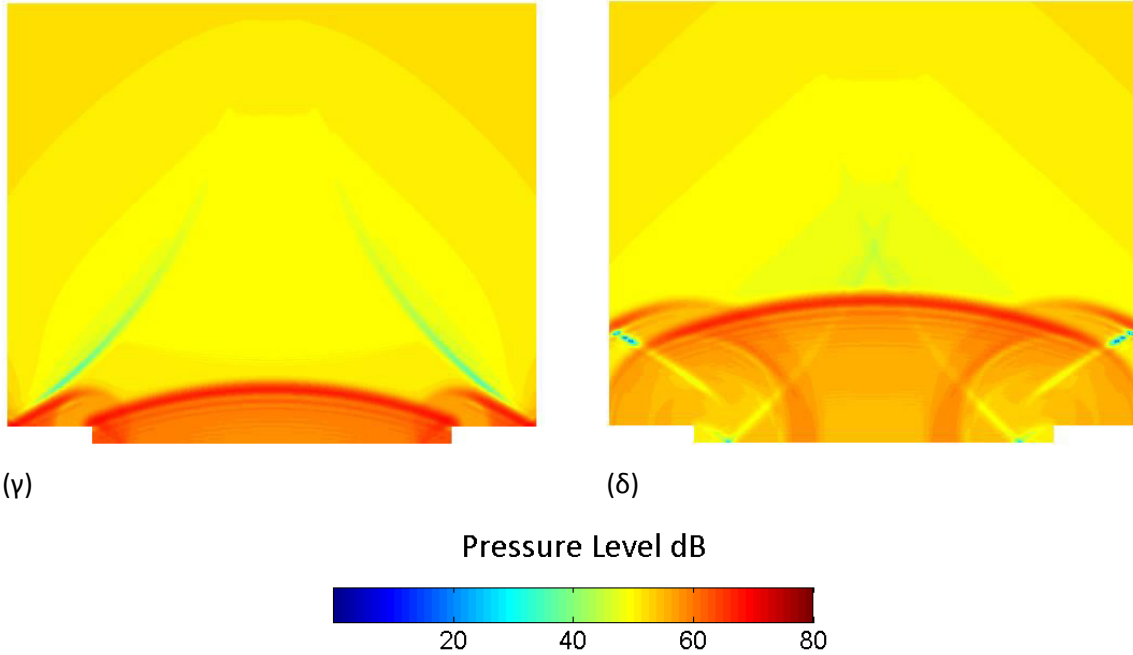
Επιπλέον, παρουσιάζεται η περίπτωση στην οποία το υπολογιστικό πεδίο περιλαμβάνει την κοιλότητα χωρίς όμως τις εγχοπές



(α)

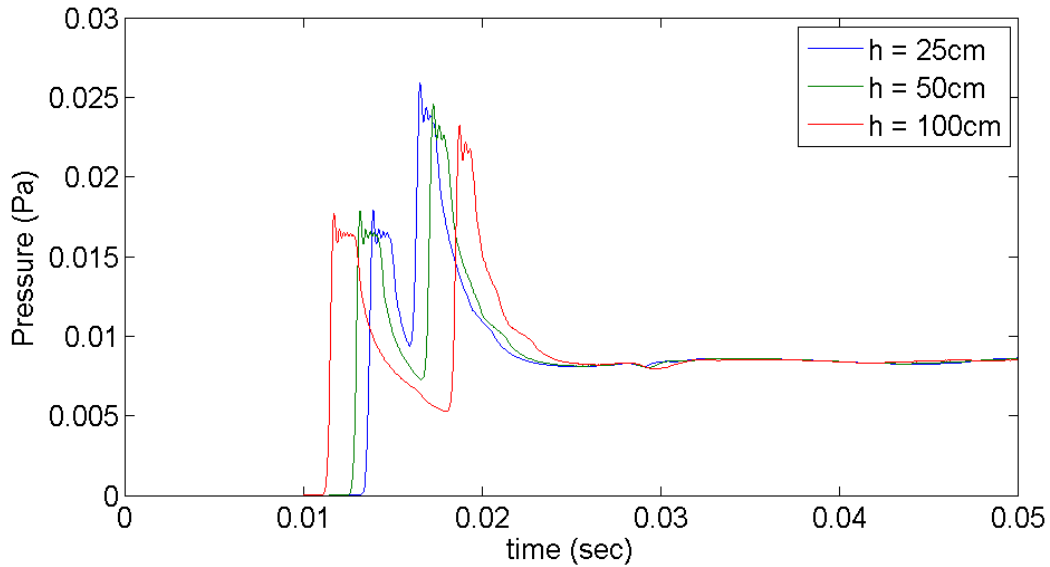


(β)



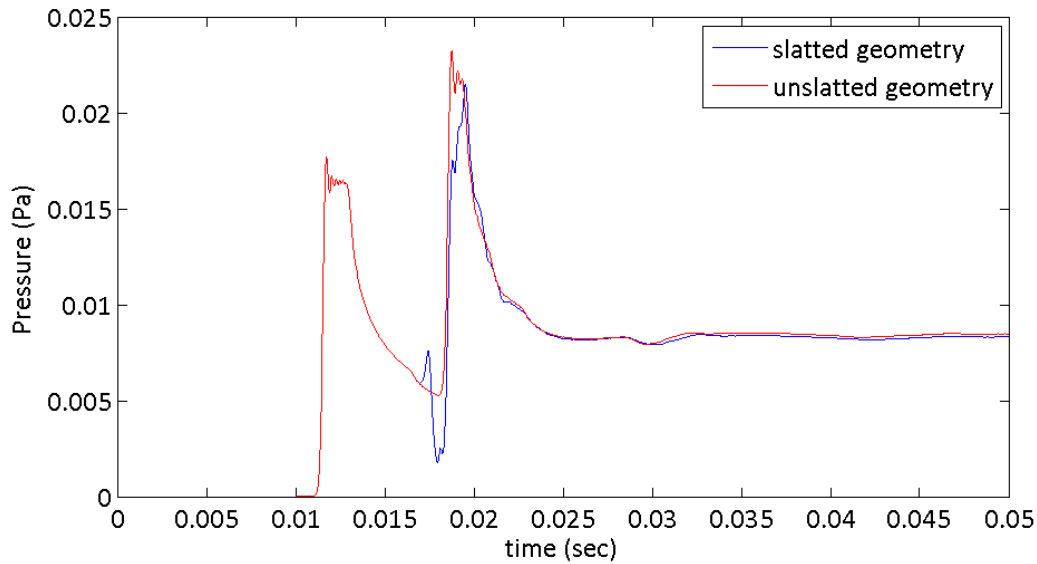
Εικόνα 3.18: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec για την περίπτωση πεδίου με κοιλότητα χωρίς εγκοπές.

Και εδώ είναι εμφανές ότι καθώς οι αποδέκτες απομακρύνονται από το κάτω σύνορο η ένταση του ανακλώμενου κύματος μειώνεται.



Εικόνα 3.19: Εξέλιξη της μέσης πίεσης για διαφορετικές αποστάσεις από το κάτω σύνορο για χώρο με κοιλότητα χωρίς εγκοπές.

Στην Εικ. 3.20 απεικονίζεται η σύγκριση της εξέλιξης της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο όταν η γεωμετρία έχει κοιλότητα με εγκοπές (slatted) και όταν έχει κοιλότητα χωρίς εγκοπές (unslatted geometry). Στην περίπτωση αυτή διαπιστώνεται ότι παρουσία εγκοπών η ένταση του ανακλώμενου κύματος μειώνεται σε σχέση με την περίπτωση της κοιλότητας χωρίς εγκοπές.



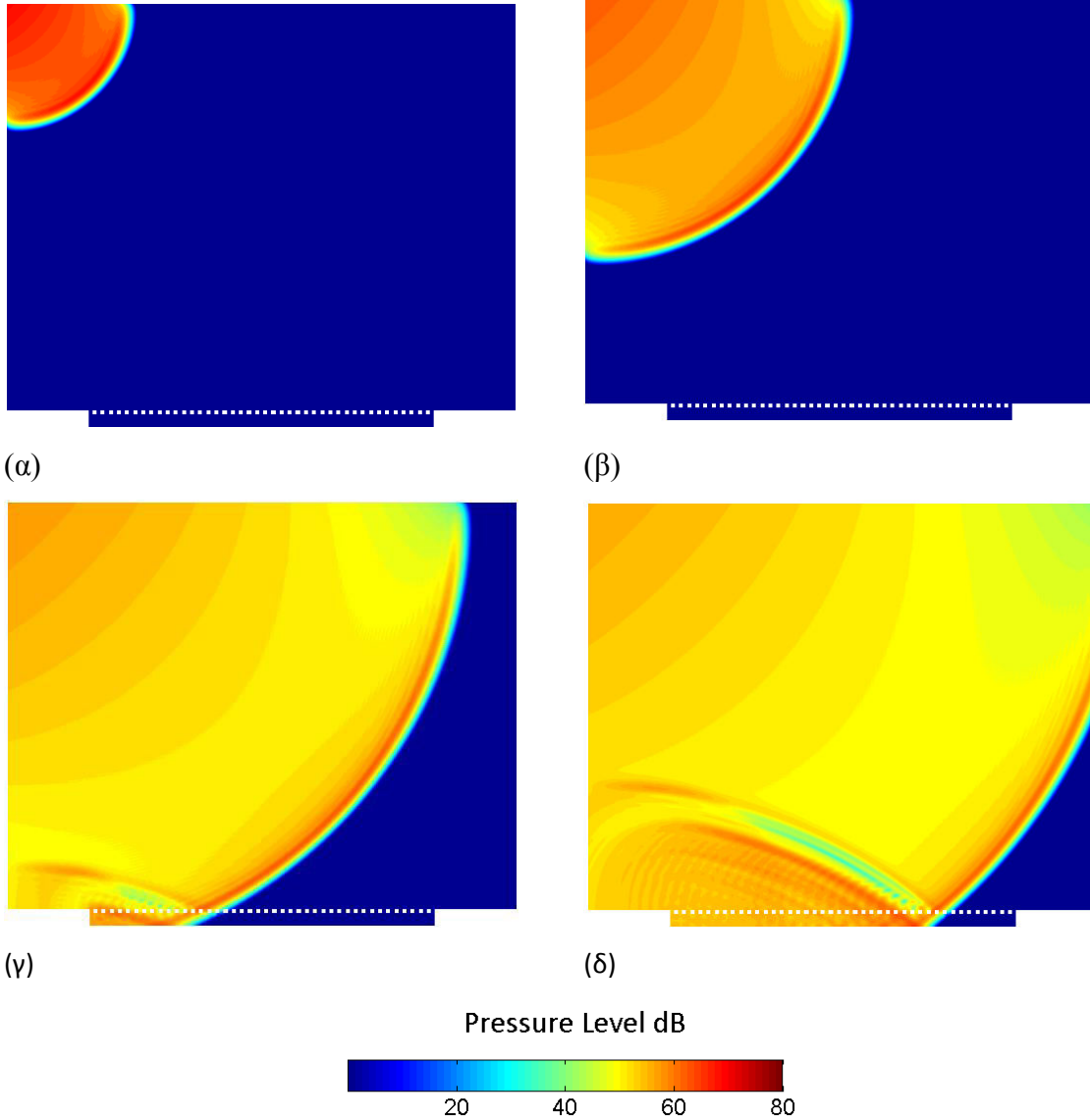
Εικόνα 3.20: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο όταν ο χώρος έχει κοιλότητα με εγκοπές (μπλε καμπύλη) και όταν έχει κοιλότητα χωρίς εγκοπές (κόκκινη καμπύλη).

Επίδραση της θέσης της ακουστικής πηγής

Η διέγερση έχει τη μορφή,

$$p(x, y) = e^{-\left(\frac{x^2}{\max(x)} + \frac{|y - \max(y)|^2}{\max(y)}\right)} \quad (3.5)$$

δηλαδή είναι στην πάνω αριστερή γωνία του υπολογιστικού πεδίου.

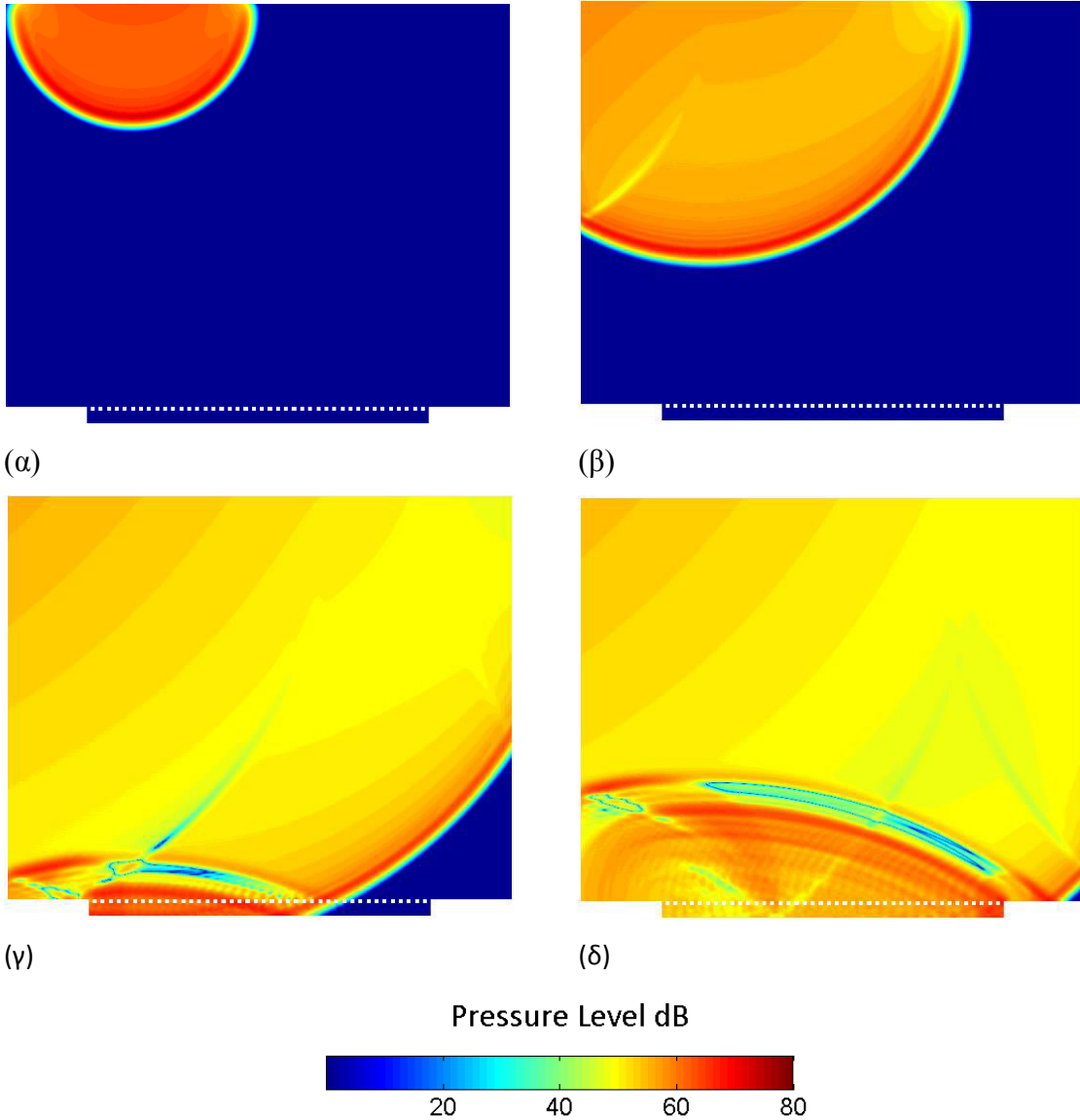


Εικόνα 3.21: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec, όταν η πηγή του ακουστικού παλμού βρίσκεται στην άνω αριστερή γωνία του υπολογιστικού πεδίου.

Όταν η διέγερση έχει τη μορφή,

$$p(x, y) = e^{-\left(\frac{\left(\frac{x - \max(x)}{4} \right)^2 + \left[\frac{y - \max(y)}{\max(y)} \right]^2}{0.1} \right)} \quad (3.6)$$

η αντίστοιχη εξέλιξη δίνεται στην Εικόνα 3.22.

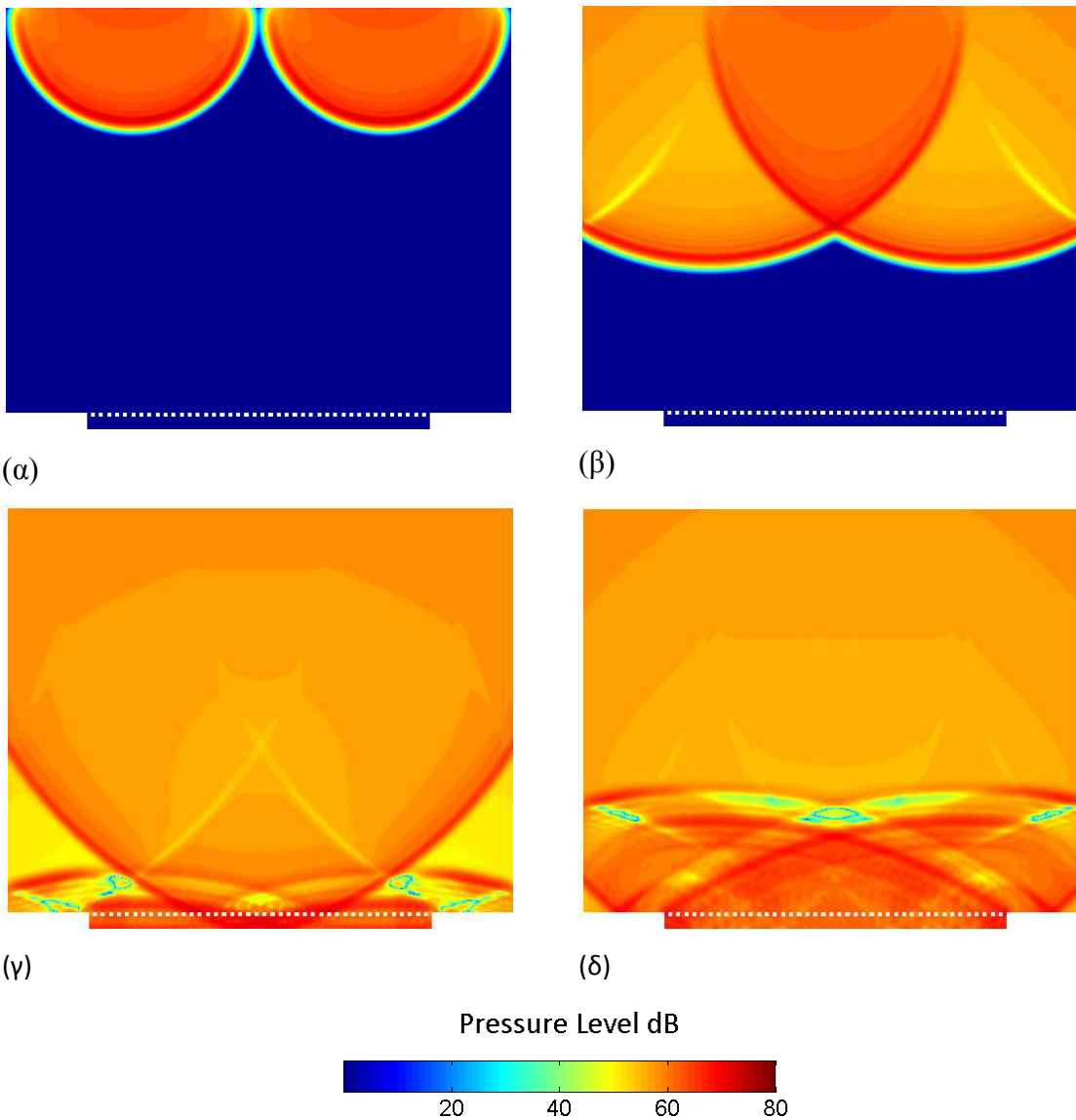


Εικόνα 3.22: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec, όταν η πηγή του ακουστικού παλμού βρίσκεται στο μέσο του αριστερού πάνω συνόρου.

Στην περίπτωση που η διέγερση πραγματοποιείται σε δύο διαφορετικά σημεία ταυτόχρονα και συγκεκριμένα στην περίπτωση που η διέγερση έχει τη μορφή,

$$p(x, y) = e^{-\left(\frac{\left(\frac{x - \max(x)}{4}\right)^2 + \frac{[y - \max(y)]^2}{\max(y)}}{0.1}\right)} + e^{-\left(\frac{\left(x - \frac{3}{4}\max(x)\right)^2 + \frac{[y - \max(y)]^2}{\max(y)}}{0.1}\right)} \quad (3.7)$$

τα επίπεδα του ακουστικού παλμού εξελίσσονται ως εξής,



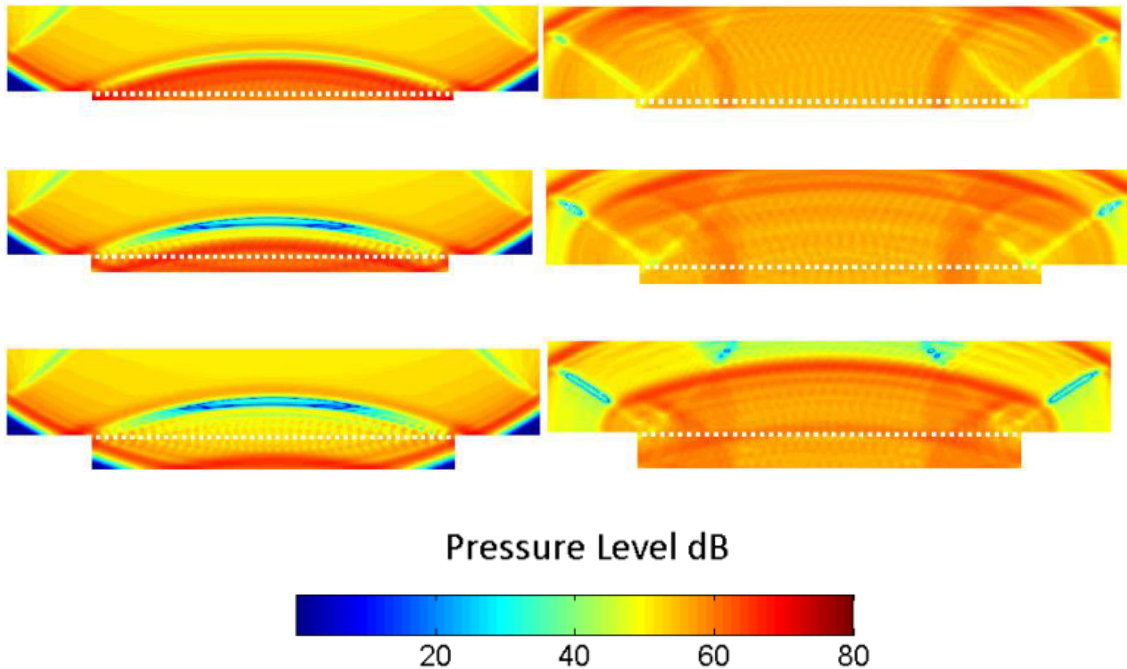
Εικόνα 3.23: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους (α) $t = 5$ msec, (β) $t = 10$ msec, (γ) $t = 17$ msec και (δ) $t = 20$ msec, όταν η διέγερση πραγματοποιείται ταυτόχρονα σε δύο διαφορετικά σημεία στο άνω σύνορο.

Επίδραση του βάθους της κοιλότητας

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η επίδραση του βάθους της κοιλότητας στην κατανομή των επιπέδων του ακουστικού κύματος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και συγκεκριμένα σε χρονικές στιγμές που είναι μεταγενέστερης της ανάκλασης του κύματος στις σανίδες που καλύπτουν την κοιλότητα. Η διέγερση έχει τη μορφή της Εξ. (3.4), και εξετάζονται βάθη 10, 20 και 40 cm.

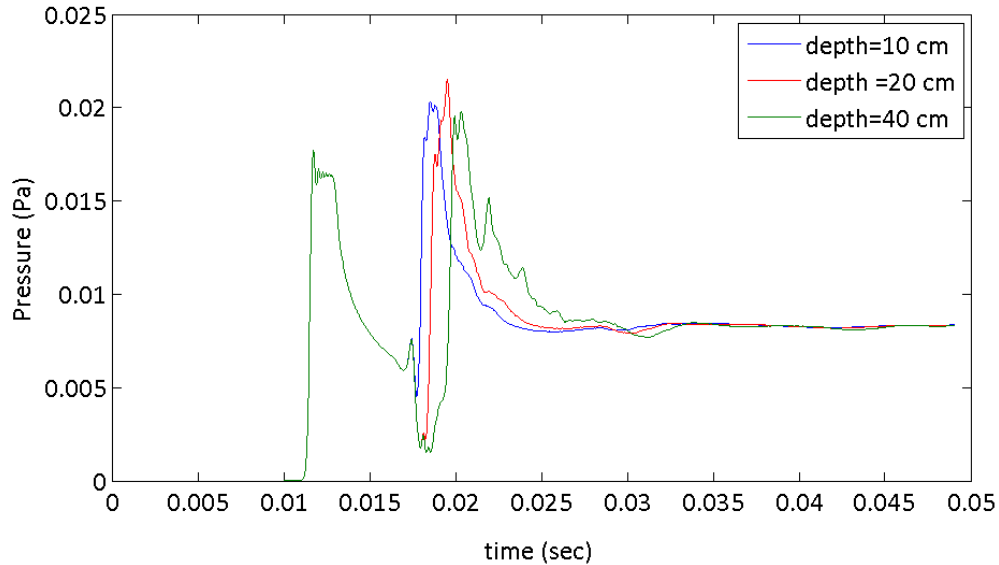
$t = 17 \text{ msec}$

$t = 20 \text{ msec}$



Εικόνα 3.24: Στιγμιότυπα ακουστικού παλμού σε χρόνους $t = 17 \text{ msec}$ και $t = 20 \text{ msec}$ για διαφορετικά βάθη κοιλότητας (από πάνω προς τα κάτω), 10 cm, 20 cm και 40 cm.

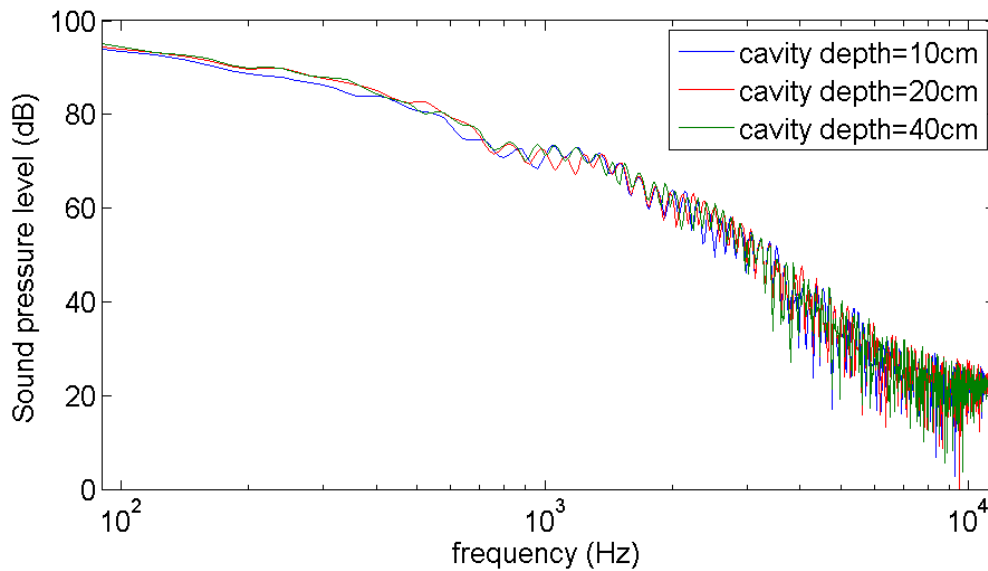
Τα χρονικά βήματα για τα διαφορετικά βάθη κοιλότητας που χρησιμοποιούνται είναι 850 (αριστερά) και 1000 (δεξιά).



Εικόνα 3.25: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο (άνω σύνορο κοιλότητας) για διαφορετικά βάθη κοιλοτήτων.

Στην περίπτωση αυτή κανείς διαπιστώνει ότι αυξάνοντας το βάθος κοιλοτήτας, αυξάνεται η καθυστέρηση στη λήψη του ανακλώμενου κύματος, αφενός, αφετέρου παρατηρείται ότι για 40 cm η ένταση του ανακλώμενου κύματος είναι μικρότερη σε σχέση με βάθη 10 και 20 cm.

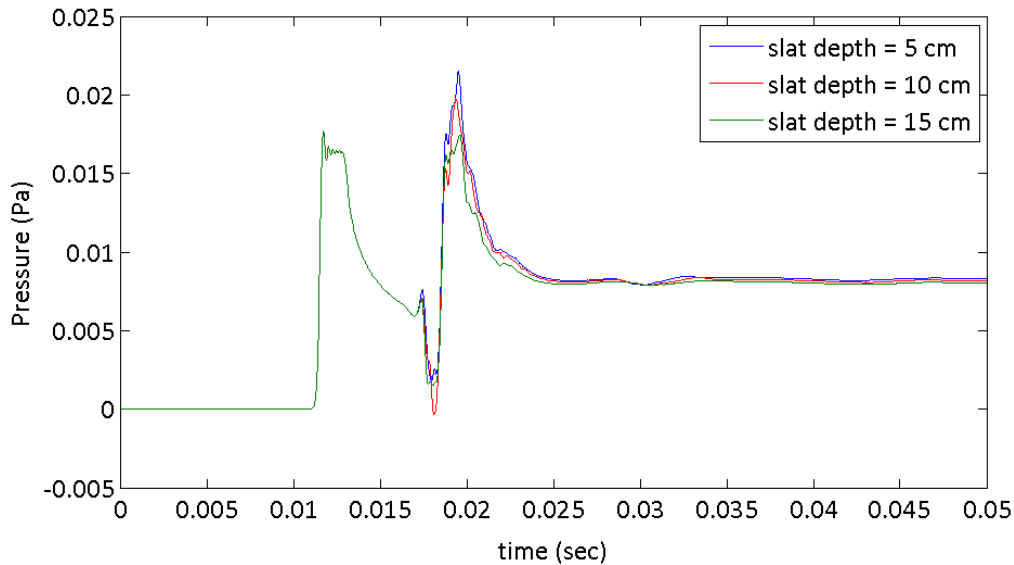
Στην Εικ. 3.26 απεικονίζεται το επίπεδο της μέσης ακουστικής πίεσης (dB) στο πεδίο της συχνότητας. Για την απεικόνιση αυτή αφαιρείται από την πίεση η πίεση στην περίπτωση που το ακουστικό κύμα κινείται ελεύθερο στο χώρο (χωρίς ανακλάσεις, $R=0$) και στη συνέχεια εφαρμόζεται ένα φίλτρο Hann [1]. Το φίλτρο Hann χρησιμοποιείται για καλύτερη ανάλυση της συχνότητας αφαιρώντας τις ανεπιθύμητες ανακλάσεις και φιλτράροντας τις ψηλές συχνότητες οι οποίες είναι πηγή αριθμητικών σφαλμάτων. Ακολούθως εφαρμόζεται μετασχηματισμός Fourier στο φιλτραρισμένο σήμα και απεικονίζεται το μέτρο (εντολή `abs` στο Matlab). Εδώ διαπιστώνει κανείς ότι η κοιλότητα βάθους 10 cm αντανακλά λιγότερο τις χαμηλές συχνότητες σε σχέση με τις κοιλοότητες υψηλότερων βαθών.



Εικόνα 3.26: Απεικόνιση του μέσου επιπέδου ακουστικής πίεσης στο πεδίο των συχνοτήτων σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικά βάθη κοιλοτήτων.

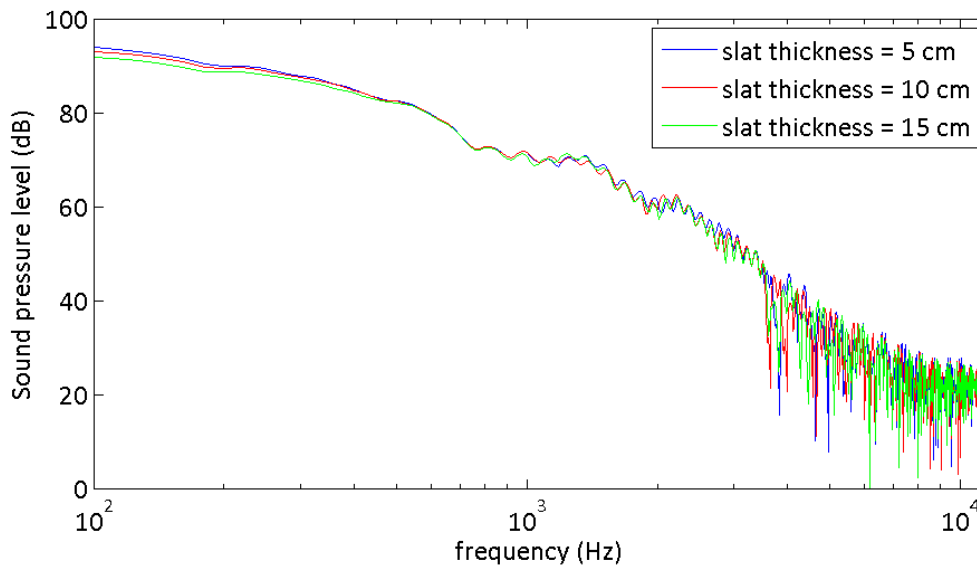
Επίδραση του βάθους των εγκοπών της κοιλότητας

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η επίδραση του βάθους των εγκοπών της κοιλότητας και συγκεκριμένα εξετάζονται οι περιπτώσεις βάθους 5, 10 και 15 cm. Το ποσοστό κάλυψης της κοιλότητας είναι 50% όπως στην προηγούμενη περίπτωση. Στην Εικ. 3.27 παρατηρείται μείωση της ανακλώμενης πίεσης καθώς το βάθος των εγκοπών αυξάνεται (μέση πίεση σε χρόνο περίπου 0.02 sec).



Εικόνα 3.27: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικά βάθη εγκοπών.

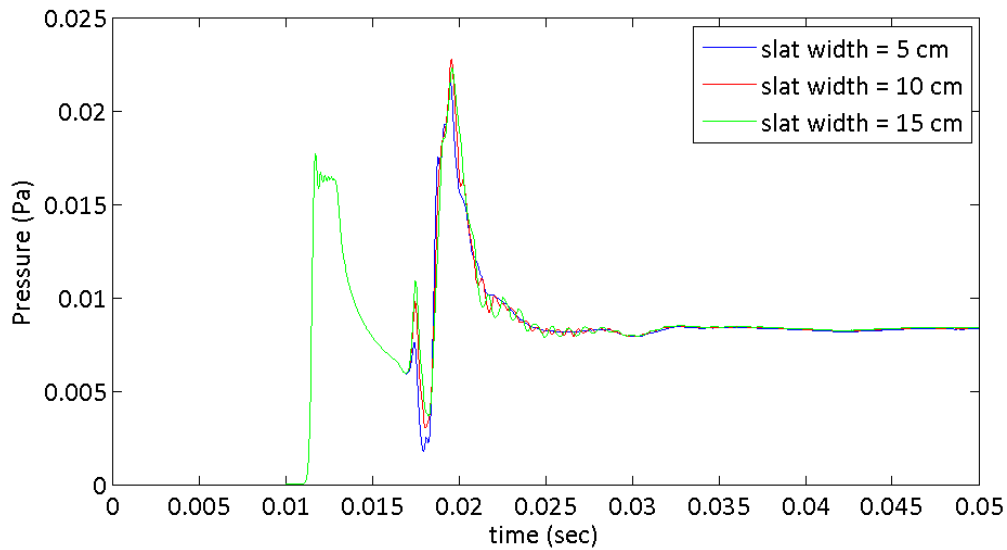
Στο πεδίο των συχνοτήτων η σύγκριση για τα διαφορετικά βάθη των εγκοπών απεικονίζεται στην Εικ. 3.28. Η πίεση κανονικοποιείται αφαιρώντας την πίεση στην περίπτωση που το ακουστικό κύμα κινείται ελεύθερο. Η κανονικοποίηση αυτή πραγματοποιείται για να λαμβάνεται υπόψη μόνο η επίδραση της ανάκλασης από το κάτω τοίχωμα. Το γράφημα αυτό προκύπτει εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό Fourier χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `fft` του MATLAB. Επιπλέον, αναφέρουμε ότι για το σήμα εφαρμόσαμε ένα φίλτρο Hann (συνάρτηση `hann` του Matlab). Το βάθος των εγκοπών δείχνει να επηρεάζει περισσότερο τη δυνατότητα ανάκλασης χαμηλών συχνοτήτων και συγκεκριμένα για μικρότερο βάθος εγκοπών η δυνατότητα ανάκλασης χαμηλών συχνοτήτων είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τα μεγαλύτερα βάθη εγκοπών.



Εικόνα 3.28: Απεικόνιση του μέσου επιπέδου ακουστικής πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικά βάθη εγκοπών στο πεδίο των συχνοτήτων.

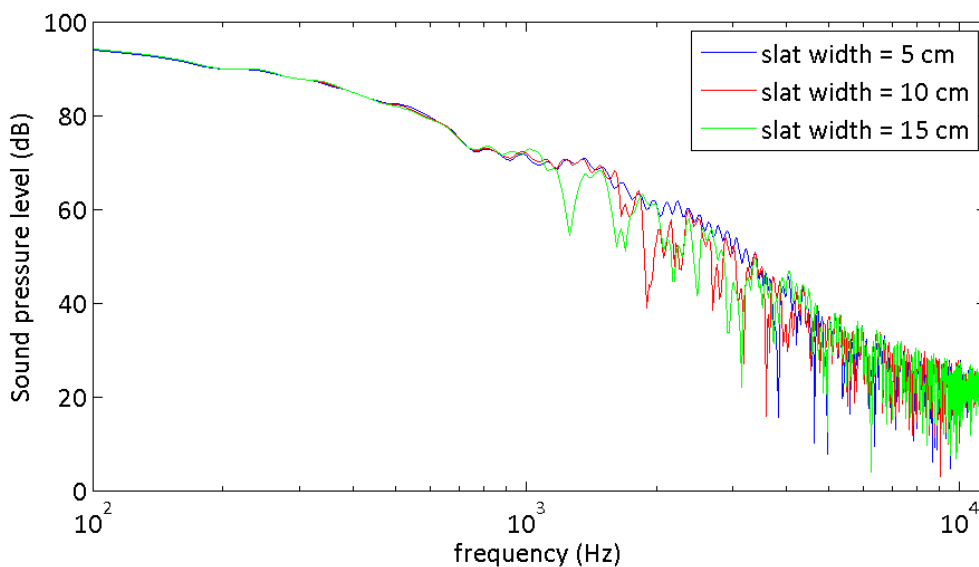
Επίδραση του πλάτους των πλακών της κοιλότητας

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η επίδραση του πλάτους των πλακών της κοιλότητας όταν το βάθος τους είναι σταθερό και ίσο με 5 cm. Συγκεκριμένα, εξετάζονται οι περιπτώσεις που το πλάτος των πλακών είναι 5, 10 και 15 cm. Το ποσοστό κάλυψης της κοιλότητας είναι 50%, δηλαδή αντίστοιχα διαμορφώνεται η απόσταση μεταξύ των πλακών (5, 10 και 15 cm, αντίστοιχα). Στην περίπτωση αυτή παρατηρείται ότι η ανακλώμενη πίεση στην περίπτωση που το πλάτος των πλακών είναι 10cm και 15 cm είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την περίπτωση που το πλάτος είναι 5cm.



Εικόνα 3.29: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικά πλάτη πλακών.

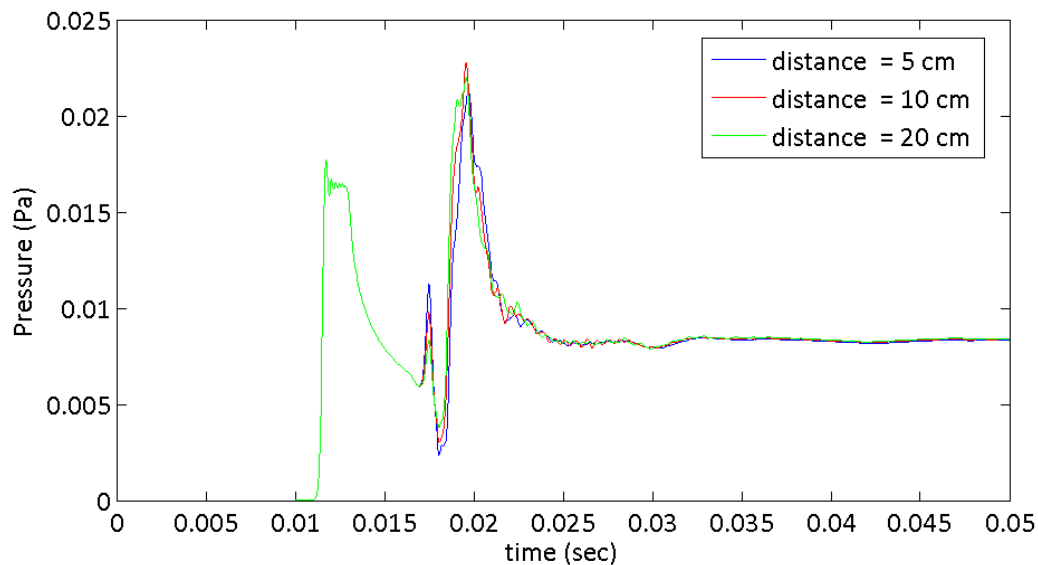
Η σύγκριση στο πεδίο των συχνοτήτων παρουσιάζεται στην Εικ. 3.30. Εδώ διαπιστώνει κανείς ότι όταν το πλάτος των πλακών είναι 15 cm, μειώνεται η δυνατότητα ανάκλασης συχνοτήτων στην περιοχή των ~1kHz, ενώ αντίστοιχα για 10 cm η περιοχή συχνοτήτων στην οποία η δυνατότητα ανάκλασης είναι πιο περιορισμένη είναι στα ~2 kHz.



Εικόνα 3.30: Απεικόνιση του μέσου επιπέδου ακουστικής πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικά πλάτη εγκοπών στο πεδίο των συχνοτήτων.

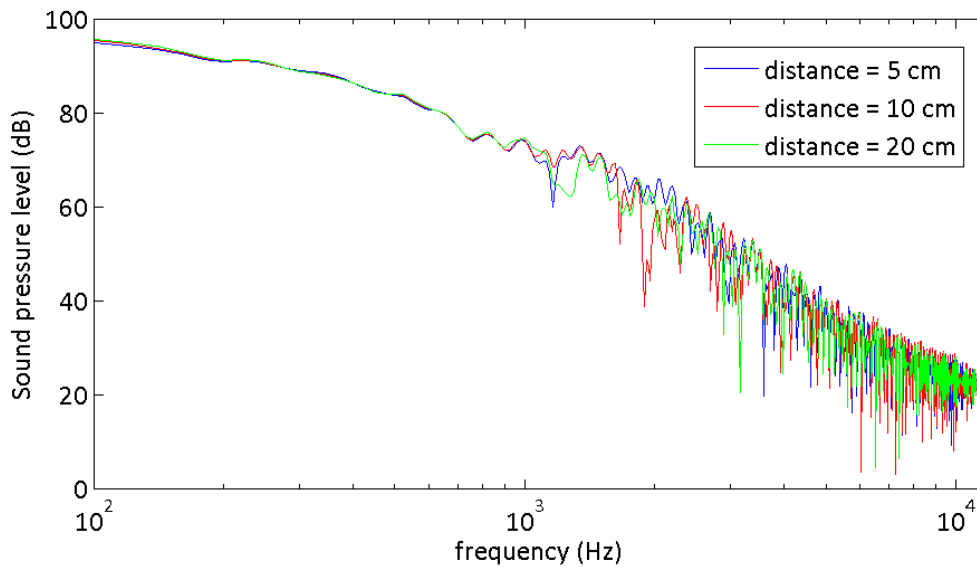
Επίδραση του ποσοστού κάλυψης της κοιλότητας από πλάκες

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η επίδραση του ποσοστού κάλυψης της κοιλότητας από πλάκες. Στα προηγούμενα αποτελέσματα το ποσοστό κάλυψης είναι 50% θεωρώντας ότι το πλάτος των πλακών είναι ίσο με την απόσταση μεταξύ των πλακών. Για τη μεταβολή του ποσοστού κάλυψης χρησιμοποιούνται πλάκες πλάτους 10 cm και εξετάζονται περιπτώσεις που η απόσταση μεταξύ τους είναι: 5 cm (ποσοστό κάλυψης ~67%), 10 cm (ποσοστό κάλυψης 50%) και 20 cm (ποσοστό κάλυψης ~33%). Στην Εικ. 3.31 παρατηρείται μείωση της ανακλώμενης πίεσης όταν η απόσταση των πλακών είναι 5cm σε σχέση με τις αποστάσεις 10cm και 20cm.



Εικόνα 3.31: Εξέλιξη της μέσης πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ των πλακών και πλάτος πλακών 10cm.

Στο πεδίο των συχνοτήτων η σύγκριση απεικονίζεται στην Εικ. 3.32. Παρατηρείται ότι σε συχνότητα ~1 kHz η δυνατότητα ανάκλασης των συχνοτήτων μειώνεται για μικρή απόσταση μεταξύ των πλακών (5cm), ενώ στα ~2 kHz η δυνατότητα ανάκλασης μειώνεται για απόσταση μεταξύ των πλακών, 10 cm.



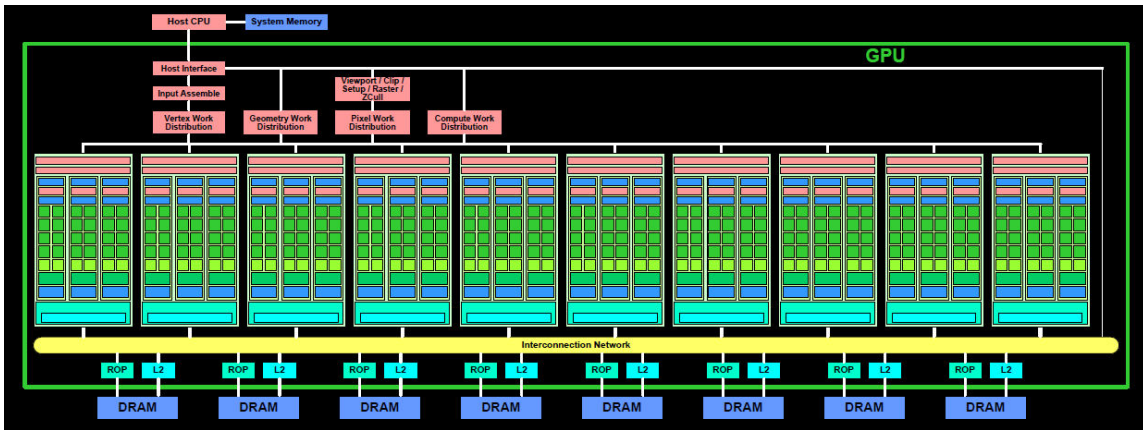
Εικόνα 3.32: Απεικόνιση του μέσου επιπέδου ακουστικής πίεσης σε απόσταση 100 cm από το κάτω σύνορο για διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ των πλακών στο πεδίο των συχνοτήτων.

3.3.2 Υλοποίηση σε μονάδες επεξεργασίας γραφικών

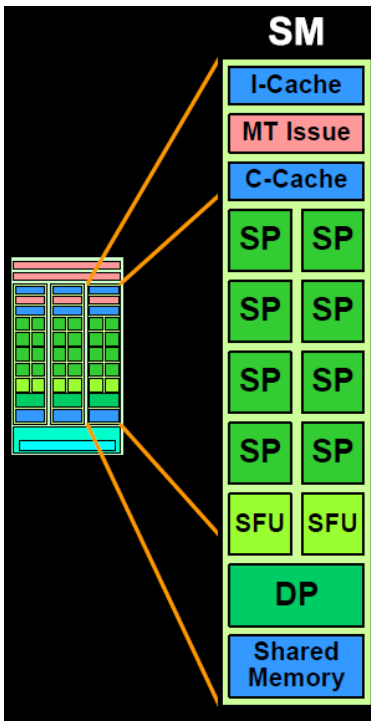
Ο κώδικας που αναπτύχθηκε για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος παραλληλοποιείται με την γλώσσα CUDA για τον προγραμματισμό στις κάρτες επεξεργασίας γραφικών (GPU). Σκοπός είναι να επιτευχθεί η μέγιστη επιτάχυνση και να διερευνηθεί η αποδοτικότητα της υλοποίησης.

Αρχιτεκτονική των GPUs

Η αρχιτεκτονική μίας GPU με μεγαλύτερη λεπτομέρεια φαίνεται στην Εικ. 3.33. Η “καρδιά” της GPU είναι οι λεγόμενοι stream multiprocessors (SM), ένας από αυτούς της Εικ. 3.33 φαίνεται στην Εικ. 3.34. Όπως φαίνεται και από την Εικ. 3.34 κάθε SM αποτελείται από μία μνήμη τύπου Cache, μία μονάδα οδηγό των νημάτων (Multithread Instruction Unit), 8 stream processors (SP), 2 μονάδες ειδικών συναρτήσεων (Special Function Units), μία μονάδα υποστήριξης αριθμητικής διπλής ακρίβειας (Double Precision Unit) και μία κοινή μνήμη (shared memory).



Εικόνα 3.33: Σχηματική αναπαράσταση της GPU [38].



Εικόνα 3.34: Stream Multiprocessor [38]

ΟΙ GPUs όπως προαναφέρθηκε, λειτουργούν ως SIMD (Single Instruction Multiple Data) μηχανές, δηλαδή πραγματοποιούν τις ίδιες εντολές πάνω σε διαφορετικά δεδομένα. Η επιτάχυνση επιτυγχάνεται μέσω των πολλών νημάτων που μπορούν ταυτόχρονα να πραγματοποιήσουν τις εντολές αυτές. Ο αριθμός των νημάτων μπορεί να φτάσει αρκετές εκατοντάδες εκατομμυρίων.

Δομή κώδικα CUDA και διαφορές με τον κώδικα της C

Εστιάζοντας στη δομή του κώδικα CUDA τα βασικά στοιχεία μπορεί να αναλυθούν ως εξής:

1. Συνάρτηση wrapper:

wrapper(p1, leftNeigh, rightNeigh, topNeigh, bottomNeigh, type, ksw1, ksw2, size, nBlocks, 256);

Ο wrapper σαν κύριο σκοπό του έχει την επικοινωνία μεταξύ κωδίκων γραμμένων σε C και κώδικες που περιέχουν εντολές CUDA. Οι μεν έχουν κατάληξη .c, .cpp, .h, .hpp ενώ οι δε .cu ή .cuh. Για την μεταγλώττιση στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται ένα τυπικός μεταγλωττιστής (compiler) π.χ.ο gcc ή ο g++. Για την μεταγλώττιση των .cu ή .cuh είναι χρησιμοποιείται ο nvcc, ο compiler της Nvidia. Για το λόγο αυτό δημιουργούνται αρχεία που λειτουργούν ως “διάλογοι επικοινωνίας” μεταξύ των διαφορετικών αρχείων. Ο wrapper είναι μιας τέτοιας μορφής. Διαθέτει όλες τις συναρτήσεις που πρέπει να γίνουν compile με τον nvcc αλλά ταυτόχρονα αποτελεί και την βασική συνάρτηση που μπορεί να καλέσει ο χρήστης από έναν κώδικα που γίνεται compile με τον τυπικό compiler.

2. Kernels

Τα kernels είναι οι συναρτήσεις οι οποίες εκτελούνται αποκλειστικά στην GPU. Συνολικά στο πρόβλημα χρησιμοποιήθηκαν 3 kernels. Ο υπολογισμός της κατανομής της ακουστικής πίεσης στους εσωτερικούς κόμβους του προβλήματος πραγματοποιείται σε ένα kernel, ενώ ο υπολογισμός της ακουστικής πίεσης στα σύνορα (δεξί, αριστερό, πάνω, κάτω) αλλά και στις γωνίες του προβλήματος πραγματοποιείται σε διαφορετικό kernel. Στο 3^ο kernel πραγματοποιείται η ανανέωση (update) των χρονικών βημάτων της ακουστικής πίεσης. Στην συνέχεια φαίνεται το 1^ο kernel που χρησιμοποιήθηκε στο πρόβλημα. Η λέξη __global__ σημαίνει ότι αυτά μπορεί ο χρήστης να τα καλέσει από

την CPU (host) χρησιμοποιώντας CUDA σχήματα (<<< ... >>>). Π.χ. μέσα στον wrapper η

```
__global__ void p_kernel(double*, double*, double*, int*, int*, int*, int*, int*,  
double*, double*);
```

καλείται ως

```
p_kernel << < block_size, thread_size >> >(d_dp1, d_dp2, d_dp3, d_iLeft, d_iRight,  
d_iTop, d_iBottom, d_iType, d_dKsiw1, d_dKsiw2);
```

Σε κάθε kernel χρησιμοποιήθηκαν 314 blocks και 256 threads/block. Επομένως συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 80384 threads για κάθε kernel.

3. Δέσμευση και μεταφορά πληροφορίας από τον host στην GPU.

Πριν εκτελεστεί το kernel πρέπει να δεσμευτεί χώρος μνήμης στην GPU και έπειτα τα δεδομένα από την CPU να μεταφερθούν στην GPU. Για την δέσμευση του χώρου στην GPU χρησιμοποιείται στον wrapper η εντολή:

```
cudaMalloc((void**)&d_dp1, size*sizeof(double));
```

Η συνάρτηση αυτή δεσμεύει χώρο στην GPU τύπου “double” και χωρικότητας size ενώ διαχειρίζεται από τον δείκτη d_dp1. Η μεταφορά των δεδομένων από την CPU στην GPU γίνεται μέσω της

```
cudaMemcpy(d_dp1, dp1, size * sizeof(double), cudaMemcpyHostToDevice);
```

Η συνάρτηση αυτή μεταφέρει τα δεδομένα όγκου size * sizeof(double) από την CPU (host) στην GPU,

cudaMemcpyHostToDevice. Από την GPU στην CPU η μεταφορά γίνεται μέσω της

```
cudaMemcpy(dp1, d_dp3, size*sizeof(double), cudaMemcpyDeviceToHost);
```


Έχοντας υπόψη την παραπάνω γενική δομή, πέραν των διαφορών αποθήκευσης της πληροφορίας και μεταφοράς από και προς την GPU οι διαφορές εστιάζονται στον τρόπο που οι GPUs πραγματοποιούν τις πράξεις και συγκεκριμένα τον τρόπο που ο χρήστης έχει πρόσβαση στους δείκτες των πινάκων.

Παρακάτω φαίνονται οι βασικές συναρτήσεις υπολογισμού της πίεσης γραμμένες σε C/CUDA και C.

Κώδικας GPU:

```
1. __global__ void p_kernel(double* d_dp1, double* d_dp2, double* d_dp3, int*
d_iLeft, int* d_iRight, 2. int* d_iTop, int* d_iBottom, int* d_iType, double* d_dKsiw1,
double* d_dKsiw2)
3. {
4.     int i = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
5.
6.     //Sampling frequency
7.     double fs = 50*1.e+3; // Hz
8.     // Nodal spacing
9.     double dx = 1.e-2; // in meters
10.    //Speed of sound
11.    double c = 340.00; // m / sec
12.    // Courant number(for 2D this has to be lower than 1 / sqrt(2))
13.    double lamda = c / (dx*fs);
14.
15.    If (d_iType[i] == 0) {
16.        d_dp3[i] = lamda*lamda*(d_dp2[d_iBottom[i]] - 4.0*d_dp2[i] +
d_dp2[d_iTop[i]] + \
17.        d_dp2[d_iLeft[i]] + d_dp2[d_iRight[i]]) + 2.0*d_dp2[i] - d_dp1[i];
18.    }
19. }
```

Κώδικας CPU:

```
1. for (int i = 0; i < size; i++){
2.     if (d_iType[i] == 0)
3.         d_dp3[i] = lamda*lamda*(d_dp2[d_iBottom[i]] - 4.0*d_dp2[i] +
d_dp2[d_iTop[i]] +
4.     d_dp2[d_iLeft[i]] + d_dp2[d_iRight[i]]) + 2.0*d_dp2[i] - d_dp1[i];
5. }
```

Από τους δύο κώδικες φαίνεται ο τρόπος παραλληλοποίησης στην GPU. Το “for loop” (γραμμή 1) του κώδικα της C στην CPU αντικαθίσταται ουσιαστικά με την έκφραση $i = \text{threadIdx.x} + \text{blockIdx.x} * \text{blockDim.x}$ στον κώδικα της C/CUDA (γραμμή 4). Η έκφραση αυτή δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να έχει πρόσβαση στα στοιχεία των πινάκων μέσω της ταυτότητας του thread και να αποφεύγει το χρονοβόρο for loop της C. Στον κώδικα της C/CUDA κάθε thread με ID, $i = \text{threadIdx.x} + \text{blockIdx.x} * \text{blockDim.x}$ χειρίζεται ένα στοιχείο του πίνακα d_dp3 και κάνει τις πράξεις για αυτό. Γενικά η δομή των πινάκων στην CUDA δεν αλλάζει, δηλαδή μπορούν να αποθηκευτούν δισδιάστατοι, τρισδιάστατοι και N-διάστατοι πίνακες. Για λόγους βελτιστοποίησης όλοι οι πίνακες είναι προτιμότερο να αποθηκεύονται ως μονοδιάστατα διανύσματα.

Επιτάχυνση που επιτεύχθηκε

Για να πάρουμε αξιόπιστα αποτελέσματα, η υλοποίηση με C/CUDA συγκρίθηκε με την ίδια υλοποίηση σε C. Έτσι επιτεύχθηκε και η μέγιστη επιτάχυνση.

Αρχικά, παράγεται από την υλοποίηση με MATLAB ένα αρχείο .txt, το οποίο περιέχει τις τιμές του διανύσματος $p(:,1)$ μαζί με τους γείτονες του κάθε κόμβου στο πλέγμα καθώς και το είδος του κόμβου (εσωτερικός, συνοριακός ή γωνιακός). Έπειτα το αρχείο αυτό διαβάζεται από τον κώδικα CUDA/C και γίνονται υπολογισμοί τόσο για τη CUDA όσο και για τη C. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, σε κάθε kernel στην CUDA χρησιμοποιήθηκαν 314 blocks και 256 threads/block. Οι τιμές της πίεσης γράφονται σε δύο διαφορετικά αρχεία .data για την υλοποίηση σε CUDA και C.

Τέλος, γίνεται υπολογισμός των χρόνων εκτέλεσης των δύο υλοποιήσεων και έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση που επιτυγχάνεται. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν 6 διαφορετικά μεγέθη πλέγματος ($Size=321474,384074,509274,634474,947474,1260474$) και η επιτάχυνση επιτεύχθηκε για 2500 χρονικά βήματα.

Πίνακας 3.4: Χρόνοι εκτέλεσης και επιτάχυνση που επιτυγχάνεται για τις υλοποιήσεις C και CUDA.

| Μέγεθος πλέγματος (κόμβοι) | C (sec) | CUDA (sec) | Speedup |
|----------------------------|---------|------------|---------|
| 321474 | 26.065 | 1.772 | 14.7093 |
| 384074 | 29.964 | 2.011 | 14.9000 |
| 509274 | 39.753 | 2.649 | 15,0068 |
| 634474 | 49.645 | 3.107 | 15.9784 |
| 947474 | 71.145 | 4.285 | 16.6032 |
| 1260474 | 96.875 | 5.777 | 16.7691 |

Η μέγιστη επιτάχυνση που επιτεύχθηκε με την χρήση της CUDA σε σχέση με την C, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.4 είναι ~17x. Βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος του αριθμητικού πλέγματος, αυξάνεται και η επιτάχυνση.

4. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετάται υπολογιστικά η μετάδοση του ήχου για προβλήματα ακουστικής. Για την μελέτη εφαρμόζεται η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (FDTD) – η οποία ανήκει στις κυματικές μεθόδους - σε δύο διαστάσεις (2D). Ο κώδικας παραλληλοποιείται σε κάρτες γραφικής επεξεργασίας με σκοπό την επιτάχυνση των υπολογισμών.

Αρχικά η προς υλοποίηση μέθοδος διερευνήθηκε σε γνωστά προβλήματα ελεύθερου χώρου με σημειακή πηγή αλλά και κυματοδηγών τόσο ορθογώνιας όσο και κυκλικής διατομής. Τα αποτελέσματα είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τις θεωρητικές προβλέψεις ιδιαίτερα στην περίπτωση κυματοδηγών ορθογώνιας διατομής. Επίσης, διερευνήθηκε πόσο ισχυρή και αξιόπιστη είναι η μέθοδος όσον αφορά το περιβάλλον προγραμματισμού και την υλοποίηση σε Matlab και C/CUDA. Έτσι, παρατηρήθηκε ότι καθώς αυξάνεται το μέγεθος του πλέγματος των προβλημάτων, τα αποτελέσματα τόσο με τη Matlab όσο και με την C/CUDA υλοποίηση είναι σε συμφωνία.

Στην συνέχεια, η μελετώμενη δομή αποτελείται από ένα ορθογώνιο πεδίο στο οποίο προστίθεται μια κοιλότητα με εγκοπές στο πάνω μέρος της. Παρόμοιες δομές χρησιμοποιούνται σε αίθουσες συναυλιών, όπου είναι επιθυμητό να μην κυριαρχούν οι ισχυρές ανακλάσεις στις θέσεις κοντά στα τοιχώματα. Η πρόβλεψη του τρόπου με τον οποίο ανακλάται ο ήχος δεν είναι εύκολη ειδικά στην περίπτωση που χρησιμοποιείται μια τέτοια κοιλότητα με εγκοπές και για το σκοπό αυτό εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, έτσι ώστε να απεικονισθεί η κατανομή της πίεσης στον αέρα σε διάφορες περιπτώσεις διεγέρσεων. Αρχικά, μελετήθηκε η διασπορά της διέγερσης στο χώρο όταν υπάρχει κοιλότητα με εγκοπές και όταν δεν υπάρχει και διαπιστώθηκε ότι ο ανακλώμενος ήχος στην περίπτωση της κοιλότητας είναι μειωμένος σε σχέση με την περίπτωση που δεν υπάρχει κοιλότητα. Στη συνέχεια μελετήθηκαν και άλλες περιπτώσεις ακουστικών διεγέρσεων σε διάφορες θέσεις του υπολογιστικού χωρίου, όπως επίσης και η περίπτωση στην οποία πραγματοποιείται ταυτόχρονη διέγερση σε διαφορετικά σημεία του χώρου.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης η μελέτη των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της κοιλότητας με εγκοπές. Συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή

μελετήθηκε η επίδραση του βάθους της κοιλότητας και διαπιστώθηκε ότι αυξάνοντας το βάθος της κοιλότητας αυξάνεται η χρονοκαθυστέρηση στη λήψη του ανακλώμενου ακουστικού κύματος. Αυξάνοντας το βάθος σε 40 cm διαπιστώνει κανείς ότι η ένταση του ανακλώμενου κύματος είναι μειωμένη σε αποδέκτες που βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη απόσταση από το τοίχωμα, σε σχέση με περιπτώσεις που το βάθος είναι μικρότερο. Επίσης εξετάστηκε η επίδραση του βάθους και πλάτους των εγκοπών καθώς και της απόστασης μεταξύ των εγκοπών. Στην περίπτωση του βάθους των εγκοπών, παρατηρήθηκε μειωμένη ένταση του ανακλώμενου κύματος στους αποδέκτες καθώς αυξάνεται το βάθος, ενώ στις περιπτώσεις του πλάτους των εγκοπών και της απόστασης μεταξύ τους, παρατηρείται μειωμένη ένταση του ανακλώμενου κύματος στους αποδέκτες για μικρότερο πλάτος (5cm) και μικρότερη απόσταση μεταξύ των εγκοπών (5cm) αντίστοιχα.

Συνεπώς, πραγματοποιώντας κανείς υπολογισμούς πεπερασμένων διαφορών για τη μετάδοση του ακουστικού κύματος, μπορεί κανείς να διαπιστώσει την επίδραση των διαφόρων γεωμετρικών παραμέτρων και να σχεδιάσει την καλύτερη δυνατή γεωμετρία έτσι ώστε (λαμβάνοντας υπόψη γεωμετρικούς περιορισμούς) να έχει την καλύτερη δυνατή ακουστική σε συναυλιακούς, συνεδριακούς ή θεατρικούς χώρους.

Όσον αφορά την παραλληλοποίηση σε κάρτες γραφικών, οι χρόνοι εκτέλεσης για τις δύο υλοποιήσεις σε GPU (C/CUDA) και CPU (C) δείχνουν ότι η μέγιστη επιτάχυνση που επιτυγχάνεται για το πρόβλημά μας είναι ~17x. Αυτό προκύπτει εξαιτίας της βασικής διαφοράς των GPU με τις CPU, δηλαδή της ύπαρξης πολλών νημάτων (threads) που μπορούν να πραγματοποιήσουν ταυτόχρονα σε πολλές τοποθεσίες τις εντολές στη GPU. Ο αριθμός των νημάτων μπορεί να φτάσει αρκετές εκατοντάδες εκατομμυρίων. Στο πρόβλημά μας χρησιμοποιήθηκαν 314 blocks και 256 threads ανά block, αφού τόσα είναι συμβατά για την εκτέλεση των kernels.

Τέλος, περιγράφηκε η διαδικασία υλοποίησης του κώδικα CUDA. Χρησιμοποιείται η συνάρτηση wrapper μέσω της οποίας επικοινωνούν οι κώδικες γραμμένοι σε C και CUDA αλλά και οι συναρτήσεις kernels οι οποίες εκτελούνται μόνο στην GPU. Για να εκτελεστούν οι συναρτήσεις αυτές, χρειάζεται η χρησιμοποίηση ειδικών εντολών της CUDA για δέσμευση και μεταφορά της πληροφορίας από τον host στην GPU (cudaMalloc, cudaMemcpy). Ένα άλλο πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό του

κώδικα CUDA είναι ότι δίνει τη δυνατότητα στον χρήστη να έχει πρόσβαση στα στοιχεία των πινάκων μέσω της ταυτότητας των blocks (blockIdx) των threads (threadIdx) αλλά και τις διαστάσεις των block of threads (blockDim). Έτσι, αποφεύγονται χρονοβόρα for loop της C.

Βιβλιογραφία

- [1] Aki Haapaniemi, Simulation of Acoustic Wall Reflections Using the Finite-Difference Time-Domain Method, Master's Thesis, Aalto University, School of Electrical Engineering, 2012.
- [2] M. Long. Architectural Acoustics. Elsevier, first edition, 2006.
- [3] T. E. Vigran. Building Acoustics. Taylor & Francis, first edition, 2008.
- [4] T. J. Cox and P. D'Antonio. Acoustic Absorbers and Diffusers: Theory, design and application. Taylor & Francis, second edition, 2009.
- [5] T. J. Schultz. Acoustical Uses For Perforated Metals: Principles and Applications. Industrial Perforators Association, Inc., 1986.
- [6] G. Mur, Absorbing boundary conditions for the finite approximation of the time-domain EM Field equations, IEEE Trans. Electromagn. Compat., EMC-23, 377-382, 1981.
- [7] J. Fang and K.K. Mei, "A super-absorbing boundary algorithm for solving electromagnetic problems by time-domain finite difference method, in Proc. 1988 IEEE AP-S Int. Symp., Syracuse NY, 472-475, 1988.
- [8] C.J.Railton and E.M. Daniel, Comparison of the effect of discretization on absorbing boundary algorithms in the finite difference time domain method, Electronic Letters, 628, 1891-1893, 1992.
- [9] M. Kleiner, B.-I. Dalenbäck, and P. Svensson. Auralization – an overview. J.Audio Eng. Soc., 41:861–875, 1993.
- [10] U. P. Svensson and U. R. Kristiansen. Computational modelling and simulation of acoustic spaces. In AES 22nd International Conference on Virtual, Synthetic and Entertainment Audio, pages 1–20, 2002.

- [11] D. Murphy, M. Beeson, S. Shelley, A. Moore, and A. Southern. Hybrid room impulse response synthesis in digital waveguide mesh based room acoustics simulation. In Proc. of the 11th Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFx-08), Espoo, Finland, September 2008.
- [12] A. Southern, S. Siltanen, and L. Savioja. Spatial room impulse responses with a hybrid modelling method. In AES 130th Convention, London, UK, May 2011. AES Preprint 8385.
- [13] S. Siltanen, T. Lokki, and L. Savioja. Rays or waves? Understanding the strengths and weaknesses of computational room acoustics modeling techniques. In Proc. of ISRA, Melbourne, Australia, August 2010.
- [14] J. B. Allen and D. A. Berkley. Image method for efficiently simulating smallroom acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.*, 65:943–950, 1979.
- [15] J. Borish. Extension of the image model to arbitrary polyhedra. *J. Acoust. Soc. Am.*, 75:1827–1836, 1984.
- [16] A. Krokstad, S. Strøm, and S. Sørsdal. Calculating the acoustical room respo by the use of a ray tracing technique. *J. Sound Vib.*, 8:118–125, 1968.
- [17] H. Kuttruff. *Room Acoustics*. Taylor & Francis, fifth edition, 2009.
- [18] E.-M. Nosal, M. Hodgson, and I. Ashdown. Improved algorithms and methods for room sound-field prediction by acoustical radiosity in arbitrary polyhedral rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116:970–980, 2004.
- [19] D. Botteldooren. Finite-difference time-domain simulation of low-frequency room acoustic problems. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98:3302–3308, 1995.
- [20] L. Savioja, T. Rinne, and T. Takala. Simulation of room acoustics with a 3-D finite difference mesh. In Proc. Int. Computer Music Conf., pages 463–466, Aarhus, Denmark, September 1994.

- [21] N. Raghuvanshi, R. Narain, and M. C. Lin. Efficient and accurate sound propagation using adaptive rectangular decomposition. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 15:789–801, 2009.
- [22] K. S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, 1966.
- [23] S. Bilbao. Time domain simulation of brass instruments. In *Forum Acusticum*, Aalborg, Denmark, June 2011.
- [24] S. Bilbao. Modelling of brass instrument valves. In *Proc. of the 14th Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFx-11)*, pages 337–343, Paris, France, September 2011.
- [25] J. Redondo, R. Picó, B Roig, and M. R. Avis. Time domain simulation of sound diffusers using finite-difference schemes. *Acta Acustica United with Acustica*, 93:611–622, 2007.
- [26] J. Redondo, R. Picó, M. R. Avis, and T. J. Cox. Prediction of the random incidence scattering coefficient using a FDTD scheme. *Acta Acustica United with Acustica*, 95:1040–1047, 2009.
- [27] J. LoVetri, D. Mardare, and G. Souloudre. Modeling of the seat dip effect using the finite-difference time-domain method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100:2204–2212, 1996.
- [28] T. Lokki, A. Southern, and L. Savioja. Studies on seat dip effect with 3D FDTD modeling. In *Forum Acusticum*, pages 1517–1522, Aalborg, Denmark, June 2011.
- [29] T. Lokki, A. Southern, S. Siltanen, and L. Savioja. Studies of Epidaurus with a hybrid room acoustics modelling method. In *The Acoustics of Ancient Theatres Conference*, Patras, Greece, September 2011.
- [30] K. Kowalczyk. Boundary and medium modelling using compact finite difference schemes in simulations of room acoustics for audio and architectural design applications, Queen’s University Belfast, November 2008.

- [31] Ian Buck, Bernard Deschizeaux, Mark Harris, John Owens, Jim Phillips, John Stone, “High Performance Computing with CUDA”, <http://gpgpu.org/sc2007/>
- [32] Tomasz Stefański, Stefan Benkler, Nicolas Chavannes and Niels Kuster, “OpenCL-based acceleration of the FDTD method in computational electromagnetic”, August 2012.
- [33] Χρύσης Γεωργίου, “Σημειώσεις Μαθήματος ΕΠΛ 431 – Σύνθεση Παράλληλων Αλγόριθμων, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, 2008”, <http://www2.cs.ucy.ac.cy/~chryssis/EPL431/>
- [34] JaJa Joseph, An Introduction to Parallel Algorithms, Addison-Wesley Publishing Company, Reprinted November 1992
- [35] Παναγιώτης Γιαννακέρης, Υλοποίηση της συμπαγούς μεθόδου FDTD για την μελέτη προβλημάτων κυματοδότησης, Διπλωματική εργασία, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πολυτεχνική σχολή, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, 2015.
- [36] E. A. Navarro, J. Segura, R. Sanchis, A. Soriano, Solving 2D acoustic ducts and membranes by using FDTD method, Electronic Journal «Technical Acoustics» <http://www.ejta.org>, 2008, 18
- [37] J.H. Ehrlich, Time domain modeling of acoustic propagation with acoustic propagator and absorbing boundary conditions, Euronoise 7, Paris, 2008.
- [38] Ashu Rege, An Introduction to Modern GPU Architecture, NVIDIA Corporation 2008.

