

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ**  
**ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΕ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΠΟΡΩΔΕΙΣ ΔΟΜΕΣ**

**ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΧΑΤΖΗΜΑΝΩΛΗΣ (1224)**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:**

**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ Σ. ΚΙΚΚΙΝΙΔΗΣ**

**ΚΟΖΑΝΗ (ΙΟΥΛΙΟΣ, 2015)**



## Περίληψη

Στο πλαίσιο των ακαδημαϊκών υποχρεώσεων για την ανάληψη του διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού, η παρούσα εργασία επικεντρώνεται σε υπολογιστικές προσομοιώσεις φαινομένων μεταφοράς σε ψηφιοποιημένες ετερογενείς δομές, με τη χρήση κατάλληλου προγραμματιστικού αλλά και CFD λογισμικού. Στο πρώτο μέρος της εργασίας, στο κεφάλαιο 1 γίνεται μια εισαγωγή στο πρόβλημα και τις βασικές έννοιες που το ορίζουν, ενώ στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται συνοπτικά ο εξοπλισμός και τα λογισμικά που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διάρκεια της μελέτης.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας αναπτύσσεται η διαδικασία παραγωγής των υπολογιστικών πλεγμάτων ορισμένων γεωμετρικών σχημάτων (π.χ. σφαίρα) και ρεαλιστικών πορωδών δομών. Στο κεφάλαιο 3, γίνεται χρήση εξειδικευμένου προγραμματιστικού κώδικα στο λογισμικό MATLAB για τη δημιουργία των γεωμετρικών σωμάτων και στο κεφάλαιο 4 παράγεται το τελικό υπολογιστικό πλέγμα με τη βοήθεια του προγράμματος ICEM CFD.

Στο τρίτο μέρος διεξάγονται οι υπολογιστικές προσομοιώσεις και αξιολογούνται ως προς την ακρίβειά τους, έχοντας ως κριτήρια συγκεκριμένα μαθηματικά μοντέλα. Στο κεφάλαιο 5 ορίζονται τα μαθηματικά πρότυπα που διέπουν τα φαινόμενα μεταφοράς των μελετώμενων εφαρμογών, καθώς και οι κατάλληλες παραδοχές – προσαρμογές που γίνονται ως απόρροια των περιορισμών που ανέκυψαν. Στο κεφάλαιο 6 καταστρώνονται τα υπολογιστικά μοντέλα με τη χρήση του CFD επιλυτή Fluent, ενώ τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αξιολογούνται κατάλληλα στο κεφάλαιο 7.

Ως κατακλείδα, στο κεφάλαιο 8 σχολιάζεται η συνολική απόδοση της μεθόδου, ενώ ταυτόχρονα εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα και προτάσεις για την αντιμετώπιση του δυσκολιών που προέκυψαν.

## **Abstract**

As part of the academic requirements for undertaking the Diploma in Mechanical Engineering, the present thesis focuses on numerical simulations of transport phenomena in digitized porous structures, using appropriate programming and CFD software. In the first part of the thesis, Chapter 1 gives an introduction to the problem and the basic concepts that define it, while in Chapter 2 the equipment and software that will be used during the study is summarized.

In the second part of the thesis the production process of computing grids of certain geometric shapes (e.g. sphere) and realistic porous structures is developed. In Chapter 3, a dedicated computer code in MATLAB software to create geometric objects is used and in Chapter 4 the final computing grid is produced with the help of the program ICM CFD.

In the third part numerical simulations are conducted and evaluated as to their accuracy, having as criteria specific mathematical models. Chapter 5 sets out the mathematical standards governing the transport phenomena of the studied applications and the appropriate assumptions - adjustments made as a result of the limitations encountered. In Chapter 6 these standards are implemented using CFD solver Fluent, and the results of simulations adequately assessed in Chapter 7.

Concluding, in Chapter 8 the overall performance of the method is discussed, while providing useful conclusions and proposals to address the difficulties encountered.

## Ευχαριστίες

Θεωρώ χρέος μου να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους ανθρώπους που άφησαν το στίγμα τους στην ολοκλήρωση της εργασίας, καθώς χωρίς αυτούς δε θα τα είχα καταφέρει. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω καθηγητές μου, Ε.Σ. Κικκινίδη και Μ.Γ. Πολίτη, για την εμπιστοσύνη που έδειξαν στο πρόσωπό μου προτρέποντας την ενασχόλησή μου με ένα πρωτόγνωρο για μένα θέμα, για την απίστευτη υπομονή που επέδειξαν και τη στήριξη που προσέφεραν σε όλη τη διάρκεια εκπόνησής της, και για την αρωγή τους σε όλα τα τεχνικά ζητήματα που ανέκυψαν, με στοχευμένες συμβουλές και πληθώρα επιστημονικού υλικού. Φυσικά, δεν παραγνωρίζω τη συμβολή των γονέων μου και τους ευχαριστώ εκ βάθους καρδιάς για τις ανείπωτες θυσίες που έχουν κάνει για να φτάσω σε αυτό το σημείο, και για τον τρόπο που διαχειρίστηκαν τις στιγμές αδυναμίας μου σε όλο αυτό το διάστημα. Τέλος, οφείλω να αποδώσω τις ευχαριστίες μου και σε όλους τους κοντινούς μου ανθρώπους που με το δικό τους τρόπο συνέβαλλαν στην επίτευξη αυτού του στόχου.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στο Πρόβλημα .....	1
Κεφάλαιο 2: Λογισμικά και υπολογιστικό σύστημα .....	3
2.1 Επιλογή λογισμικών – κριτήρια.....	3
2.2 Παρουσίαση του λογισμικού MATLAB.....	5
2.3 Παρουσίαση του λογισμικού ICEM CFD.....	5
2.4 Παρουσίαση του λογισμικού Fluent .....	6
2.5 Πρόσθετο λογισμικό: CFD – Post .....	6
2.6 Υπολογιστικό σύστημα .....	7
Κεφάλαιο 3: Παραγωγή και εξαγωγή δομών.....	9
3.1 Βασικές έννοιες - ορισμοί.....	9
3.2 Παρουσίαση μεθόδου .....	10
3.3 Επιλογές αρχείων εισαγωγής και εξαγωγής.....	11
3.3.1 Αρχείο εισαγωγής: δυαδικό αρχείο κειμένου (binary text file) .....	11
3.3.2 Αρχείο εξαγωγής: αρχείο στερεολιθογραφικού τύπου (stereolithography file) .....	12
3.4 Υπολογιστικός Κώδικας.....	12
3.4.1 Προετοιμασία υπολογιστικού περιβάλλοντος.....	13
3.4.2 Εισαγωγή / Δημιουργία γεωμετρίας.....	13
3.4.2.1 Ανάγνωση αρχείου .....	14
3.4.2.2 Δημιουργία γεωμετρικών τόπων.....	15
3.4.2.2.1 Δίσκος / Κύλινδρος.....	15
3.4.2.2.2 Κυβοειδές με τυχαία κατανεμημένα στοιχεία .....	16
3.4.3 Μετάφραση και επεξεργασία στον τρισδιάστατο χώρο .....	18
3.4.4 Μεταφορά στο πρότυπο όψεων – κορυφών.....	20
3.4.5 Οπτικοποίηση και εξαγωγή του αντικειμένου .....	21
3.5 Παραδείγματα – Εφαρμογές.....	21
3.5.1 Στρωτή ροή κατά μήκος αγωγού .....	21
3.5.2 Παραγωγή δύο ημισφαιρίων εντός κυβικού όγκου.....	23
3.6 Συμπεράσματα.....	24

3.6.1 Κυλινδρικός αγωγός .....	24
3.6.2 Ημισφαίρια εντός κυβικού όγκου .....	26
Κεφάλαιο 4: Δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος .....	27
4.1 Γενική περιγραφή της διαδικασίας .....	27
4.2 Παρουσίαση και βελτιστοποίηση περιβάλλοντος .....	28
4.3 Δημιουργία πλεγμάτων .....	30
4.3.1 Εισαγωγή, έλεγχος και επεξεργασία γεωμετρίας .....	30
4.3.2 Οριοθέτηση πεδίου ανάλυσης.....	32
4.3.3 Παραγωγή πλέγματος .....	34
4.3.3.1 Μέθοδοι παραγωγής πλεγμάτων.....	34
4.3.3.2 Διαδικασία παραγωγής πλέγματος.....	35
4.3.4 Έλεγχος ποιότητας πλέγματος .....	36
4.3.5 Εξαγωγή πλέγματος στο Fluent .....	41
4.4 Εφαρμογές.....	41
4.4.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού.....	41
4.4.2 Ελεύθερη ροή γύρω από σφαίρα.....	42
4.4.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων.....	44
4.4.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής.....	45
Κεφάλαιο 5: Μαθηματικό υπόβαθρο.....	47
5.1 Βασικές αρχές.....	47
5.1.1 1 <sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα: αρχή διατήρησης της μάζας .....	47
5.1.2 2 <sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα: αρχή διατήρησης της ορμής .....	48
5.2 Στρωτή και τυρβώδης ροή: αριθμός Reynolds .....	48
5.2.1 Ροές χαμηλού Re .....	49
5.2.2 Ροές υψηλού Re.....	49
5.3 Οριακές συνθήκες.....	50
5.3.1 Συνθήκες μη – ολίσθησης (no – slip conditions) .....	51
5.3.2 Συνθήκες μηδενικής ροής (no – flux conditions).....	51
5.4 Υπολογιστικά μοντέλα και κριτήρια.....	51

5.4.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού.....	51
5.4.2 Ροή γύρω από σφαίρα.....	52
5.4.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων.....	55
5.4.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής.....	57
Κεφάλαιο 6: Υπολογιστική προσομοίωση .....	59
6.1 Εκκίνηση του προγράμματος.....	59
6.2 Προετοιμασία μοντέλου .....	59
6.2.1 Εισαγωγή και έλεγχος πλέγματος .....	60
6.2.2 Συνθήκες ροής.....	61
6.2.3 Ιδιότητες και οριακές συνθήκες.....	61
6.2.4 Μέθοδοι και έλεγχος επίλυσης .....	63
6.2.5 Μεταβλητές Ελέγχου και Αρχικοποίηση .....	65
6.2.6 Εξαγωγή αποτελεσμάτων .....	66
Κεφάλαιο 7: Αποτελέσματα .....	68
7.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού .....	68
7.2 Ροή γύρω από σφαίρα.....	70
7.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων .....	78
7.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής.....	84
Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα.....	89
8.1 Παραγωγή γεωμετρίας.....	89
8.2 Παραγωγή πλέγματος.....	90
8.3 Υπολογιστική προσομοίωση .....	91
8.4 Αποτελέσματα .....	91
8.5 Προτάσεις για το μέλλον .....	92
Βιβλιογραφία.....	94
Παράρτημα Α: Υπολογιστικός Κώδικας Μετασχηματισμού Σωμάτων στο MATLAB .....	97
Παράρτημα Β: Διαδικασία παραγωγής πλέγματος .....	100



## Ονοματολογία Συμβόλων

$A$	Συνολική επιφάνεια σωματιδίων ( $m^2$ )	$Re_h$	Υδραυλικός αριθμός Reynolds (-)
$A_{proj}$	Προβαλλόμενη επιφάνεια σφαίρας ( $m^2$ )	$Re_p$	Σωματιδιακός αριθμός Reynolds (-)
$b$	Λόγος ταχυτήτων (-)	$R_h$	Υδραυλική ακτίνα (m)
$C_2$	Συντελεστής απωλειών αδράνειας ( $m^{-2}$ )	$u_\infty$	Ταχύτητα εισόδου στο χώρο ανάλυσης (m/s)
$C_d$	Συντελεστής οπισθέλκουσας (-)	$u_{max}$	Μέγιστη ταχύτητα (m/s)
$D_h$	Υδραυλική διάμετρος (m)	$u_s$	Επιφανειακή ταχύτητα (m/s)
$D_{pipe}$	Διάμετρος αγωγού (m)	$V$	Συνολικός όγκος σωματιδίων ( $m^3$ )
$D_{p,eq}$	Διάμετρος ισοδύναμου σφαιριδίου (m)	<b>Ελληνικά σύμβολα</b>	
$D_{sp}$	Διάμετρος σφαίρας (m)	$\Delta P = P_o - P_L$	Πτώση πίεσης (Pa)
$F$	Δύναμη οπισθέλκουσας (N)	$\varepsilon$	Κλάσμα κενού (πορώδες) (-)
$f_{pipe}$	Συντελεστής τριβής αγωγού (-)	$\mu$	Δυναμικό ιξώδες (kg/ms)
$g$	Επιτάχυνση βαρύτητας ( $m/s^2$ )	$\rho$	Πυκνότητα ρευστού ( $kg/m^3$ )
$I$	Ένταση τύρβης (-)		
$k$	Συντελεστής διαπερατότητας ( $m^2$ )		
$L$	Χαρακτηριστικό μήκος (m)		



## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στο Πρόβλημα

Η σημερινή εποχή δικαιολογημένα χαρακτηρίζεται ως η εποχή της Πληροφορικής, καθώς σημειώνονται αλματώδεις πρόοδοι στην ανάπτυξη των μέσων τεχνολογίας, με τα προϊόντα αυτά να αποκτούν δυσθεώρητες μέχρι πρότινος δυνατότητες. Στην επιστήμη του Μηχανικού η πρόοδος αυτή συνάδει με τη ανάγκη για ακριβή αναπαράσταση των αρχών ποικίλων φαινομένων και κατά συνέπεια της πρόβλεψης ορισμένων εξ' αυτών, όπως για παράδειγμα η φόρτιση σε ένα κτίριο υπό συνθήκες σεισμού, ή η απόδοση ενός βιομηχανικού φίλτρου σωματιδίων. Ειδικά δε στον κλάδο της Ρευστομηχανικής, όπου έννοιες σαν την τύρβη είναι αδύνατο να καθοριστούν πλήρως, λόγω της φύσεως αυτών, η χρήση εξελιγμένων υπολογιστικών συστημάτων για την υποστήριξη των ερευνών είναι επιβεβλημένη.

Η χρήση των συστημάτων αυτών οδήγησε στην άνθιση του κλάδου της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (Computational Fluid Dynamics, CFD), δηλαδή του κλάδου που ασχολείται με την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που εκφράζουν μαθηματικά τα πεδία ροής, με τη χρήση αριθμητικών μεθόδων και ηλεκτρονικού υπολογιστή (Μπεργελές, 2012). Ο πυρήνας του στηρίζεται στην ανάπτυξη προγραμματιστικού περιεχομένου (κώδικα) για τα υπάρχοντα θεωρητικά μοντέλα που διέπουν τα εν λόγω φαινόμενα και συνήθως πλαισιώνεται από προσιτό γραφικό περιβάλλον. Όπως γίνεται αντιληπτό, η προσομοίωση ενός φαινομένου με δεδομένα που εισάγονται από το ανθρώπινο στοιχείο δεν είναι πάντα εφικτή και σε καμία περίπτωση δεν υποκαθιστά την εκτέλεση ρεαλιστικών πειραμάτων. Στο βαθμό όμως που είναι δυνατή η χρήση ενός τόσο ισχυρού εργαλείου, του οποίου μάλιστα τα αποτελέσματα είναι αρκετά ικανοποιητικά, η ενασχόληση με αυτό θεωρείται αναγκαία.

Μία επιτυχής προσομοίωση αυτού του τύπου αποτελείται από τρία μέρη, τη μελετώμενη γεωμετρία, το υπολογιστικό πλέγμα και τα κατάλληλα πρότυπα. Για το καθένα από αυτά έχει αναπτυχθεί πληθώρα λογισμικών, με διαφορετική κάθε φορά προσέγγιση. Μέχρι στιγμής όμως, το μεγαλύτερο εμπόδιο που συναντάται δεν αφορά το καθαρά ρευστομηχανικό τμήμα, καθώς τα πρότυπα και τα αποτελέσματά τους προέρχονται από αιώνες παρατηρήσεων και πειραματικών μετρήσεων, αλλά η δημιουργία του κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος και συνεπώς της κατάλληλης γεωμετρίας<sup>1</sup>. Ενώ για απλές γεωμετρίες τα διαθέσιμα προγράμματα κρίνονται αρκετά ανεπτυγμένα και ικανά να ανταπεξέλθουν σε καθημερινής χρήσης υπολογιστές, η αναπαράσταση ακανόνιστων δομών με σημαντικές ανομοιομορφίες τόσο στην πυκνότητα στερεού όσο και στις διαστάσεις των εσωτερικών

---

<sup>1</sup> <https://www.cfdengine.com/blog/what-next-for-cfd>

χαρακτηριστικών δημιουργεί την ανάγκη για υψηλών επιδόσεων (άρα και κόστους) εξοπλισμό, με στόχο πάντα την επίτευξη της απαιτούμενης ακρίβειας.

Στα πλαίσια των ακαδημαϊκών υποχρεώσεων του γράφοντα, η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στη διερεύνηση μιας πιθανής γεφύρωσης αυτού του χάσματος μεταξύ απλών και σύνθετων γεωμετριών με τη χρήση ψηφιακών αντικειμένων. Συγκεκριμένα, θα διεξαχθούν υπολογιστικές προσομοιώσεις για την πρόβλεψη ρευστομηχανικών φαινομένων σε ψηφιοποιημένα σχήματα, που κυμαίνονται από έναν κυλινδρικό αγωγό σε μία πλήρως ακανόνιστη πορώδη δομή.

Περί ων ο λόγος, ψηφιοποιημένα θεωρούνται τα σχήματα που έχουν υποστεί μεταφορά στον ψηφιακό χώρο και αναπαρίστανται με αριθμητικά ψηφία. Ενδεικτικές ψηφιοποιημένες μορφές αντικειμένων είναι οι λογικοί πίνακες, όπου ισχύει η συνθήκη στερεού και μη στερεού. Αντίστοιχα, ετερογενείς θεωρούνται οι δομές που στην κλίμακα μελέτης τους δε θεωρούνται συμπαγείς και οι πόροι τους είναι αρκετά μεγάλοι για να επιτρέψουν τη διέλευση ρευστού. Κατά μία έννοια όλες οι δομές είναι ετερογενείς αφού ακόμα και σε επίπεδο κρυσταλλικών δομών, ο μέγιστος συντελεστής πλήρωσης δεν ξεπερνά το 0.74, το οποίο και αντιστοιχεί σε εξαγωνικής διάταξης κρυσταλλικές μικροδομές (Callister, 2008), υποδηλώνοντας την ύπαρξη ικανού πορώδους. Σε μακροσκοπικό επίπεδο όμως οι γεωμετρικές ιδιότητες ενός πορώδους μέσου συναντώνται σε δομές όπως οι σπόγγοι και οι σχιστόλιθοι. Η μελέτη πορωδών δομών είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην εξόρυξη κοιτασμάτων πετρελαίου, τη γεωλογία (Berg, 2013) και στις τεχνολογίες καταλυτικών συστημάτων (Aarnes *et al.*, 2007; McCabe *et al.*, 2008).

Η επιλογή του συγκεκριμένου αντικειμένου μελέτης δεν αποσκοπεί εξ' ολοκλήρου στην ανάπτυξη μιας γενικής μεθοδολογίας, καθώς τίθενται περιορισμοί ισχύος που αναμένεται να επηρεάσουν την ποιότητα των αποτελεσμάτων, όμως τα συμπεράσματα που εξάγονται από αυτή τη διαδικασία αποτελούν ένα σημείο αναφοράς προς αυτή την κατεύθυνση.

## Κεφάλαιο 2: Λογισμικά και υπολογιστικό σύστημα

Η κατάστροφη μίας μεθοδολογίας απλής στην κατανόηση και συνάμα αποδοτικής λειτουργίας και παραγωγής αξιόπιστων αποτελεσμάτων είναι μια δύσκολη πρόκληση, ειδικά όταν ο επιχειρών στερείται της απαιτούμενης εμπειρίας. Ένας από τους παράγοντες που καλείται να διαχειριστεί είναι η διαθεσιμότητα του υπολογιστικού εξοπλισμού σε επίπεδο λογισμικού και υλικού και η επιλογή του καλύτερου δυνατού συνδυασμού, για τον οποίο και γίνεται σύντομος λόγος στο παρόν κεφάλαιο.

### 2.1 Επιλογή λογισμικών – κριτήρια

Η προτεινόμενη μέθοδος καταρτίζεται από τρία σκέλη διαφορετικής φύσεως, τα οποία και αριθμούνται παρακάτω:

1. Παραγωγή 3-D αντικειμένου από την ανάγνωση εξωτερικού αρχείου ή από την εκ του μηδενός δημιουργία τυποποιημένων σχημάτων.
2. Μεταφορά του αντικειμένου σε λογισμικό παραγωγής κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος (Meshing software)
3. Εισαγωγή του πλέγματος σε λογισμικό υπολογιστικής προσομοίωσης ρευστομηχανικών φαινομένων (CFD solver).

Στην προσπάθεια απλοποίησης της διαδικασίας, έγινε μια αναζήτηση των πιθανών λύσεων, με προτεραιότητα το μειωμένο αριθμό προγραμμάτων. Το ευτυχές (και ταυτόχρονα δυστυχές) γεγονός είναι ότι υπάρχει σωρεία εμπορικών προγραμμάτων που μπορούν να διαχειριστούν τα προαναφερθέντα σκέλη, με διαφορετικές όμως προσεγγίσεις. Άμεσα, αυτό επιβάλλει την προσεκτική επιλογή των λογισμικών βάσει της προσέγγισης που ακολουθείται στην εργασία.

Πέραν των μεμονωμένων δυνατοτήτων, τα επιλεγόμενα προγράμματα στο σύνολό τους οφείλουν να πληρούν συγκεκριμένα κριτήρια για την ομαλή εξέλιξη της ανάλυσης. Αυτά είναι κατά σειρά προτεραιότητας η υποστήριξη διασύνδεσης, η παροχή εκπαιδευτικών αδειών και η ευκολία χρήσης. Ο λόγος που δε δίνεται ιδιαίτερη βάση στο τελευταίο σχετίζεται με την προσπάθεια που καταβάλλεται για την εκμάθησή των. Αναφέρεται ότι πριν την ενασχόληση με την εργασία και πέραν κάποιων βασικών γνώσεων προγραμματισμού δεν υπήρχε σχετική γνώση των προγραμμάτων που επιλέχθηκαν οπότε η εκμάθηση έγινε εκ του μηδενός.

Με τον όρο «υποστήριξη διασύνδεσης» εκφράζεται η δυνατότητα συνεργασίας ενός προγράμματος με τύπους αρχείων προερχόμενων από τα υπόλοιπα προγράμματα. Ειδικά για την περίπτωση των εμπορικών προγραμμάτων, τα οποία διαθέτουν κατά κόρον ιδιόκτητους τύπους αρχείων, η ικανοποίηση της διασύνδεσης αποτελεί βρόμμετρο για την επιλογή των προγραμμάτων.

Το δεύτερο στοιχείο που χρήζει προσοχής είναι η παροχή εκπαιδευτικών αδειών. Καθώς η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μέρος των ακαδημαϊκών υποχρεώσεων του γράφοντα, η χρήση εμπορικών προγραμμάτων με εκπαιδευτικές άδειες είναι καταλυτική για την ανεμπόδιστη εκπόνηση της εργασίας εντός και εκτός του χώρου του πανεπιστημίου.

Τέλος, η ευκολία χρήσης συνίσταται τόσο στη διαχείριση των εργαλείων του προγράμματος, όσο και στην παροχή κατάλληλου βοηθητικού εγχειριδίου. Τα περισσότερα εμπορικά προγράμματα παρέχουν το εγχειρίδιο αυτό, προϋποθέτοντας όμως τη γνώση των βασικών αρχών λειτουργίας, ή σε μεμονωμένες περιπτώσεις το εγχειρίδιο να χρησιμοποιείται μόνο ως συλλογή παραδειγμάτων. Είναι φυσικό επακόλουθο λοιπόν ότι καταναλώνεται πολύτιμος χρόνος για την εκμάθηση της λειτουργίας των προγραμμάτων, γεγονός που προλαμβάνεται με την επιλογή εύχρηστου λογισμικού.

Με βάση τις παραπάνω απαιτήσεις, προκρίνονται τα εξής προγράμματα για το κάθε σκέλος της εργασίας:

1. Προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB
2. Παραγωγός πλεγμάτων ICEM CFD
3. Επιλυτής ANSYS Fluent

## 2.2 Παρουσίαση του λογισμικού MATLAB

Το MATLAB αντιπροσωπεύει μία γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου και ταυτόχρονα ένα διαδραστικό γραφικό περιβάλλον στο οποίο μπορεί κανείς να παράξει υπολογιστικό κώδικα στις περισσότερες διαδεδομένες γλώσσες προγραμματισμού. Αναπτύχθηκε από την εταιρεία MathWorks και διακρίνεται για το ευπαρουσίαστο γραφικό περιβάλλον (ειδικότερα των πρόσφατων εκδόσεων), την πληθώρα πρόσθετων εργαλείων που επιτρέπουν την εντρυφήση σε όλους τους τομείς της επιστήμης, αλλά και τις ομολογουμένως απίστευτες δυνατότητες προγραμματισμού που περιορίζονται μόνο από τις γνώσεις του χρήστη. Απόδειξη αυτών είναι η ευρεία χρήση του από χιλιάδες ανθρώπους από τον κόσμο της επιστήμης και η κυριαρχία του στην κατηγορία.

Η χρήση του MATLAB επιλέχθηκε για δύο λόγους. Αφενός η ουδέτερη φύση του σε συνδυασμό με τον κατάλληλο προγραμματισμό, επιτρέπει την ομαλή σύνδεση αυτού με άλλα εμπορικά ή μη λογισμικά. Αφετέρου, λόγω της ελευθερίας που παρέχει, είναι διαθέσιμη μία κοινότητα χρηστών στην οποία μπορεί ο καθένας να επιλύσει προβλήματα και να ανταλλάξει κώδικα, με απώτερο στόχο τη διευκόλυνση. Για παράδειγμα, η σύνδεση του MATLAB με το ICEM θα γίνει με τη χρήση κώδικα από τη συγκεκριμένη κοινότητα.

## 2.3 Παρουσίαση του λογισμικού ICEM CFD

Το ICEM CFD της ANSYS είναι ένας surface – based παραγωγός πλεγμάτων που σύμφωνα με την εταιρεία είναι σε θέση να παράξει υψηλής ποιότητας και ακρίβειας υπολογιστικό πλέγμα από σχεδόν κάθε γνωστή μορφή γεωμετρίας<sup>2</sup>, συμπεριλαμβανομένης και της μορφής αρχείων .stl, που θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Ταυτόχρονα, σχεδιάστηκε με στόχο να καλύψει όλο το φάσμα των διαθέσιμων επιλυτών. Στα θετικά του στοιχεία συγκαταλέγονται και η ποικιλία μεθόδων επίτευξης δομημένου και μη πλέγματος, ο μεγάλος αριθμός εργαλείων δημιουργίας, ελέγχου και επιδιόρθωσης γεωμετριών και πλεγμάτων, ενώ ως κύριο μειονέκτημα μπορεί να θεωρηθεί η εκμάθησή του λόγω της διαφορετικής του προσέγγισης και της έλλειψης πολλών αυτοματοποιήσεων.

Η επιλογή του ICEM στηρίχθηκε στην ελευθερία κινήσεων που προσφέρει το περιβάλλον του και στην ευκολία διαχείρισης του πλέγματος στο στάδιο παραγωγής του. Αν και υπάρχουν πιο αυτοματοποιημένες λύσεις (π.χ. SpaceClaim Direct Modeler), παρατηρήθηκε ότι απαιτούν περισσότερο χρόνο για την παραγωγή του πλέγματος και φυσικά περισσότερους υπολογιστικούς πόρους, κάτι που δεν είναι επιθυμητό.

---

<sup>2</sup> <http://www.ansys.com/Products/Other+Products/ANSYS+ICEM+CFD>

## 2.4 Παρουσίαση του λογισμικού Fluent

Το Fluent είναι προϊόν της ομώνυμης εταιρείας και ενσωματώνεται στο πακέτο εργαλείων της ANSYS. Είναι ένας επιλυτής ρευστομηχανικών φαινομένων (CFD Solver) που στηρίζεται στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων, στην οποία το πεδίο ροής χωρίζεται σε μικρότερους όγκους και επιλύεται τοπικά η εξίσωση διατήρησης ως φαίνεται παρακάτω:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi V \cdot dA = \oint_A \Gamma \nabla \phi \cdot dA + \int_V S_\phi dV$$

Διακρίνεται για το ευρύ φάσμα μοντέλων που μπορεί να διαχειριστεί, όπως η προσομοίωση ροής σε μηχανές εσωτερικής καύσης, η πρόβλεψη φαινομένων διάχυσης κ.ά., αλλά και για την απλότητα και ευκολία χρήσης παρά την πολύπλοκη φύση των μελετώμενων προβλημάτων.

Η επιλογή του κρίθηκε στην προτίμηση του γράφοντα, καθώς και το εγγενές πρόγραμμα επίλυσης της ANSYS, το CFX, είναι σε θέση να αντιμετωπίσει κατάλληλα τα προβλήματα που συζητούνται στην παρούσα εργασία. Η ευκολία εκμάθησης και χρήσης του σε συνδυασμό με το πληρέστατο βοηθητικό εγχειρίδιο συνέβαλλαν στην τελική επιλογή.

## 2.5 Πρόσθετο λογισμικό: CFD – Post

Παρόλο που το Fluent διαθέτει όλα τα απαραίτητα εργαλεία για την οπτική απεικόνιση των αποτελεσμάτων (π.χ. προφίλ ταχυτήτων, ροϊκές γραμμές), προτείνεται η χρήση του εξειδικευμένου προγράμματος που παρέχεται από την ANSYS, το CFD – Post. Η επιλογή του συνδέεται πρωτίστως με τη δυνατότητα ταυτόχρονης προβολής περισσότερων της μίας περιπτώσεων για το ίδιο μοντέλο, επιτρέποντας την εξαγωγή συγκριτικών διαγραμμάτων. Ένα άλλο στοιχείο που ίσως για δυνατότερους υπολογιστές να μην είναι άξιο αναφοράς είναι η εξοικονόμηση υπολογιστικής μνήμης σε σχέση με τη χρήση του Fluent, πιθανώς λόγω του τερματισμού του solver. Η εκμάθησή του απαιτεί σχεδόν μηδαμινή προσπάθεια, ενώ υπάρχει πληθώρα εργαλείων για την οπτική και μη αναπαράσταση μεταβλητών όπως η ταχύτητα και η στροβιλότητα.



## 2.6 Υπολογιστικό σύστημα

Η μεγαλύτερη πρόκληση στην παρούσα εργασία αποδείχθηκε η χρήση ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή παλαιότερης τεχνολογίας και συνεπώς χαμηλών επιδόσεων, η οποία επέδρασε αρνητικά στην εκπόνηση της εργασίας.

Αναλυτικότερα, ο Η/Υ περιελάμβανε έναν διπύρηνιο επεξεργαστή στα 2.83 GHz και συνολική φυσική μνήμη 4GB, τύπου DDR2. Ενδεχομένως η επεξήγηση του συστήματος να μην άπτεται των στόχων της εργασίας, όμως οι περιορισμοί που τέθηκαν στην εκπόνηση της εργασίας προήλθαν κυρίως από την αδυναμία του συστήματος να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις των πιο λεπτομερών αναλύσεων. Ενδεικτικά σημειώνεται ότι οι περισσότερες εκ των αναλύσεων, ακόμα και στις απλούστερες μορφές τους, υπερέβαιναν το 80% της φυσικής μνήμης.

Φυσικά, η χρήση ενός περιορισμένων δυνατοτήτων συστήματος ήταν κατά μία έννοια ευεργετική, καθώς συνετέλεσε στην τελική επιλογή των προαναφερθέντων λογισμικών και προσέφερε τροφή για σκέψη σχετικά με την υπέρβαση των προβλημάτων που εισήγαγε. Τελικά, η μεθοδολογία που καταστρώθηκε και που αναλύεται στα επόμενα κεφάλαια εφαρμόστηκε με επιτυχία στον εν λόγω Η/Υ, επιβεβαιώνοντας μάλιστα ότι μπορεί να επεκταθεί σε ισχυρότερα συστήματα και σε μεγαλύτερης κλίμακας προσομοιώσεις.



## Κεφάλαιο 3: Παραγωγή και εξαγωγή δομών

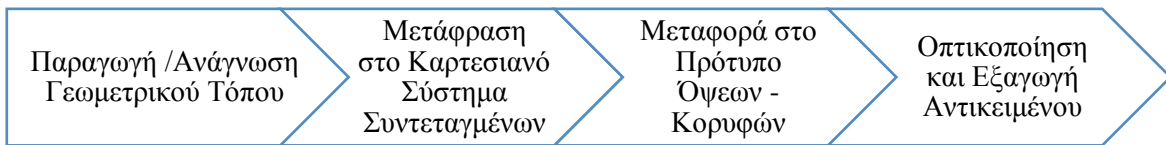
### 3.1 Βασικές έννοιες - ορισμοί

Για την ευκολότερη κατανόηση του περιεχομένου του κεφαλαίου, δίνονται οι παρακάτω ορισμοί των βασικότερων εννοιών – ορολογιών που αναφέρονται στη συνέχεια με αλφαβητική σειρά.

- Δυαδικό (binary): σύστημα ή αρχείο το οποίο εκφράζεται με δύο μόνο τιμές, 0 και 1. Συναντάται στη γλώσσα των υπολογιστών, και ανάλογα με τη χρήση του, οι τιμές αποκτούν διαφορετική ερμηνεία.
- Διατεταγμένη (ordered): κατηγορία δομών των οποίων τα στοιχεία ή επιμέρους σώματα είναι οριοθετημένα στο χώρο και δύνανται να εκφραστούν μέσω κάποιας μαθηματικής διατύπωσης. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν κατ' εξαίρεση και ορισμένες ψευδο-τυχαίες δομές, για τις οποίες εφαρμόζεται κάποια περιοδική συνθήκη. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι όλα τα γεωμετρικά σχήματα (π.χ. σφαίρα).
- Πεδίο ορισμού (domain): ο χώρος στον οποίο πραγματοποιείται η εκάστοτε ανάλυση. Περιλαμβάνει τη στερεή γεωμετρία και το συμπληρωματικό της κενό χώρο. Μπορεί να έχει οποιοδήποτε σχήμα.
- Τυχαία (random): κατηγορία δομών οι οποίες δεν μπορούν να εκφραστούν με κάποια μαθηματική διατύπωση. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν κατ' εξαίρεση και οι ψευδο-τυχαίες δομές που δεν εμπίπτουν σε κάποια άλλη κατηγορία. Ειδικότερα στα πλαίσια της εργασίας, ψευδο-τυχαίες δομές παράγονται από τις γεννήτριες αριθμών του MATLAB. Ενδεικτικά παραδείγματα της κατηγορίας είναι οι σπόγγοι.
- Ψηφιοποίηση (digitization): η – προσεγγιστική – απόδοση ενός πραγματικού αντικειμένου στον ψηφιακό χώρο, με τη χρήση υπολογιστικών μεθόδων. Ψηφιοποιημένο θεωρείται το σώμα που έχει προκύψει από αυτές τις διαδικασίες μεταφοράς.

### 3.2 Παρουσίαση μεθόδου

Η πιστότητα ενός ψηφιοποιημένου σχήματος είναι άμεσα εξαρτώμενη από τη μέθοδο και ποιότητα κατασκευής του. Τα περισσότερα εμπορικά λογισμικά προβαίνουν σε ψηφιοποίηση υπαρκτών δομών μέσω της λήψης δισδιάστατων φωτογραφιών, είτε κατά μήκος, είτε γύρω από άξονα, και μετέπειτα επεξεργασία τους (επικόλληση, φιλτράρισμα κ.ά.) παράγοντας το επιθυμητό σχήμα. Η μέθοδος που προτείνεται στην παρούσα εργασία αποφεύγει τη χρήση ειδικού εξοπλισμού, τουλάχιστον για τα μελετώμενα πρότυπα, και προβαίνει στην κατασκευή των δομών μέσω εξειδικευμένου κώδικα στο MATLAB. Αρχικά, παράγονται οι γεωμετρικοί τόποι είτε μέσω της κατάλληλης μαθηματικής διατύπωσης για διατεταγμένες δομές, είτε με τη χρήση μιας τροποποιημένης γεννήτριας αριθμών για τυχαία γεωμετρία. Το παραγόμενο αποτέλεσμα και στις δύο περιπτώσεις είναι δυαδικού τύπου, επομένως τα σχήματα μεταφέρονται σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, ενώ για την πλήρη αποτύπωσή τους επαναφέρονται στο δυαδικό σύστημα και χρησιμοποιείται το πρότυπο όψεων – κορυφών (faces / vertices). Τελικό στάδιο στη διαδικασία είναι η αποθήκευση σε εξωτερικό αρχείο που υποστηρίζεται από τα λογισμικά πλεγματοποίησης, και προαιρετικά η οπτική απεικόνιση του παραγόμενου σχήματος. Τα παραπάνω αναφέρονται συνοπτικά στο κάτωθι διάγραμμα:



Σχήμα 3.1: Βήματα παραγωγής ψηφιοποιημένων δομών

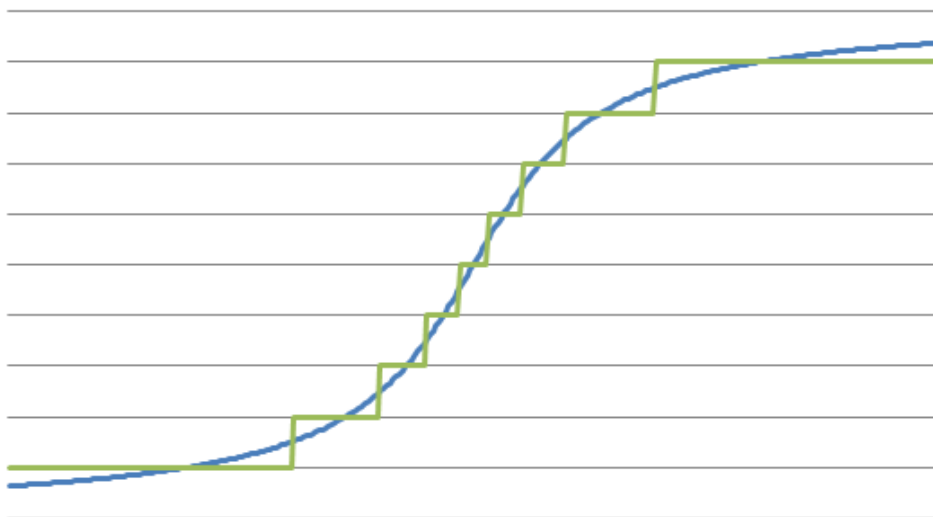
Βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου που ακολουθήθηκε είναι η ομοιομορφία στην παραγωγή οποιασδήποτε γεωμετρίας, ενώ υπερτερεί ως προς τα πρότυπα στα οποία στηρίχθηκε σε θέματα ταχύτητας. Επιπρόσθετα, δίνεται η δυνατότητα εισαγωγής κάποιου συγκεκριμένου σχήματος από εξωτερική πηγή, χωρίς να υπάρχει κάποια αλλαγή στη διαδικασία.

### 3.3 Επιλογές αρχείων εισαγωγής και εξαγωγής

Η εισαγωγή και εξαγωγή των παραγόμενων δομών είναι ισχυρά εξαρτώμενη από τη δυνατότητα υποστήριξης των διαφόρων τύπων αρχείων από τα εμπορικά λογισμικά, καθιστώντας την προσεκτική επιλογή των αρχείων καθοριστική για την έκβαση της εργασίας. Από την πληθώρα τύπων αρχείων αποκλείστηκαν οι τύποι που προορίζονται για αποκλειστική χρήση συγκεκριμένων προγραμμάτων, αλλά και όλες οι μορφές αρχείων που κρίνονται ασύμφορες σε θέματα μεγέθους και σε θέματα τρισδιάστατου περιεχομένου, όπως τα πρότυπα εικόνων. Εν τέλει, για την εισαγωγή των δομών επιλέχθηκε το δυαδικό αρχείο κειμένου και για την εξαγωγή το στερεολιθογραφικού τύπου αρχείο. Στα υποκεφάλαια που ακολουθούν, παρουσιάζονται οι επιλεγμένοι τύποι αρχείων καθώς και οι θετικές και αρνητικές ιδιαιτερότητές τους.

#### 3.3.1 Αρχείο εισαγωγής: δυαδικό αρχείο κειμένου (binary text file)

Βάσει του ορισμού στην ενότητα 3.1, δυαδικό είναι το αρχείο που απαρτίζεται από δύο και μόνο τιμές, συγκεκριμένα τις τιμές 0 και 1. Η δημιουργία ενός τέτοιου αρχείου είναι απλή, με τη χρήση ενός οποιουδήποτε κειμενογράφου και ενός αρχείου κειμένου (π.χ. .dat), ενώ οι πληροφορίες που παρέχει έχουν θετική και αρνητική επίπτωση στην καταλληλότητά του. Στα θετικά στοιχεία συγκαταλέγονται το σημαντικά μικρότερο μέγεθος αρχείου (1 byte / χαρακτήρα) και η ευκολία στην αναγνώριση και επεξεργασία των εμπεριεχόμενων δομών. Στα αρνητικά του στοιχεία περιλαμβάνεται η έλλειψη πληροφοριών για λεπτομέρειες του σχήματος όπως εσοχές ή πολύπλοκες καμπύλες, και ιδιότητες όπως το υλικό, το χρώμα, η ακριβής τοποθέτηση στο χώρο κ.ά.



Σχήμα 3.2: Μια πραγματική καμπύλη (μπλε γραμμή) και η ψηφιακή αναπαράστασή της (πράσινη γραμμή).

### 3.3.2 Αρχείο εξαγωγής: αρχείο στερεολιθογραφικού τύπου (stereolithography file)

Κύρια κριτήρια για την επιλογή του αρχείου εξαγωγής ήταν η υποστήριξη του προτύπου όψεων – κορυφών και η συνεργασία με τα εμπορικά λογισμικά. Ιδανικά για την περίπτωση κρίνονται τα αρχεία στερεολιθογραφικού τύπου, με την κατάληξη stl. Το ακρωνύμιο stl έχει διττή σημασία, και όπως αναφέρεται στην ηλεκτρονική εγκυκλοπαίδεια Wikipedia<sup>3</sup>, μπορεί να αναφέρεται στην ομώνυμη τεχνική παραγωγής γεωμετριών (STereoLithography, στερεολιθογραφία) ή στην ψηφιδωτή μορφή του σχήματος (Standard Tessellation Language). Χρησιμοποιείται κυρίως για την απεικόνιση σωμάτων που προορίζονται για εκτύπωση (3D printing) και το πρότυπο γραφής του φαίνεται στο σχήμα 3.3.

```
UINT8[80] - Header
UINT32 - Number of triangles

foreach triangle
  REAL32[3] - Normal vector
  REAL32[3] - Vertex 1
  REAL32[3] - Vertex 2
  REAL32[3] - Vertex 3
  UINT16 - Attribute byte count
end

facet normal  $n_x$   $n_y$   $n_z$ 
  outer loop
    vertex  $v1_x$   $v1_y$   $v1_z$ 
    vertex  $v2_x$   $v2_y$   $v2_z$ 
    vertex  $v3_x$   $v3_y$   $v3_z$ 
  endloop
endfacet
```

Σχήμα 3.3: Πρότυπο γραφής του αρχείου, σε binary (αριστερά) και ASCII (δεξιά) μορφή.

## 3.4 Υπολογιστικός Κώδικας

Έχοντας ως γνώμονα τη μεθοδολογία που σχολιάστηκε προηγουμένως, και με τις περισσότερες έννοιες αποσαφηνισμένες, παρουσιάζεται ο υπολογιστικός κώδικας που δημιουργήθηκε για την εισαγωγή, αναπαράσταση και εγγραφή των δομών, ως πρόδρομο στάδιο της διαδικασίας ανάλυσης. Ως πρότυπο χρησιμοποιήθηκε ο παρόμοιος στη λογική αλλά πολυπλοκότερος στη δομή κώδικας του B. Drach<sup>4</sup> για την απόδοση γεωμετριών από σαρώσεις αξονικού τομογράφου, με σημαντικές όμως τροποποιήσεις σε καθαρά υπολογιστικά ζητήματα για την αξιοποίηση των δυνατοτήτων του λογισμικού.

<sup>3</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/STL\\_\(file\\_format\)](https://en.wikipedia.org/wiki/STL_(file_format))

<sup>4</sup> <http://unh.edu/cc-composites/muct-processing/index.html>

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά του προτεινόμενου κώδικα είναι η υψηλή ταχύτητα εκτέλεσης, η ακρίβεια των παραγόμενων ψηφιοποιημένων σχημάτων και η διαδραστικότητα που προσφέρεται στους χρήστες. Η υψηλή ταχύτητα πιστώνεται στις αρκετές ώρες που αφιερώθηκαν για την αντιμετώπιση των λεγόμενων “bottlenecks”, δηλαδή πηγών καθυστέρησης, με τη χρήση εσωτερικών εντολών του MATLAB (όπου αυτή κρίθηκε απαραίτητη) και την αξιοποίηση λογικών συνθηκών έναντι αριθμητικών. Για τον έλεγχο αυτών, ο profiler του MATLAB συνεισέφερε τα μέγιστα στον εντοπισμό των πηγών καθυστέρησης, αλλά και στη σύγκριση των χρόνων εκτέλεσης πριν και μετά τις τροποποιήσεις. Η ακρίβεια των σχημάτων οφείλεται στις κατάλληλες μεθόδους αναπαράστασης των σχημάτων, που προέκυψαν τόσο από το πρότυπο του Drach όσο και από την πολύωρη αναζήτηση στο Διαδίκτυο, και ειδικότερα στο MATLAB Central. Τέλος, η διαδραστικότητα του κώδικα προέκυψε έπειτα από μελέτη των ομοιοτήτων και διαφορών της μεθόδου για τις διάφορες δομές. Καθώς η μοναδική διαφορά έγκειται στο στάδιο εισαγωγής, θεωρήθηκε σκόπιμη η χρήση διαλόγων που προσφέρουν την απαιτούμενη ευελιξία στο χρήστη. Στις επόμενες ενότητες εξηγείται το περιεχόμενο του τελικού κώδικα, ο οποίος δίδεται στο παράρτημα Α.

### 3.4.1 Προετοιμασία υπολογιστικού περιβάλλοντος

Το πρώτο βήμα αφορά αποκλειστικά την προετοιμασία του υπολογιστικού περιβάλλοντος για την εκτέλεση του κώδικα. Αυτή συνίσταται στην αποδέσμευση της μνήμης του υπολογιστή από μεταβλητές (variables), διαγράμματα (figures) και μηνύματα στο παράθυρο εντολών (command window), η οποία γίνεται με τις εντολές *clear*, *close all* και *clc* αντίστοιχα. Ταυτόχρονα, για τη διευκόλυνση της ανάλυσης προστίθενται δύο παράμετροι, ο συντελεστής κλίμακας *sf* για την δημιουργία σχημάτων με μη ακέραιες διαστάσεις και το αναγνωριστικό γεωμετριών *geom\_type*, το οποίο καθορίζει και τη δομή που εισάγεται ή παράγεται. Τιμή ίση με 0 συμβολίζει την ανάγνωση αρχείου, με 1 επιλέγεται η δημιουργία δίσκου και με 2 η δημιουργία κύβου τυχαίας κατανομής.

### 3.4.2 Εισαγωγή / Δημιουργία γεωμετρίας

Πατώντας το F5 στο πληκτρολόγιο ή το κουμπί *Run* στο μενού του Editor, εκτελείται ο κώδικας και εμφανίζεται το πρώτο μήνυμα διαλόγου που δίνει στο χρήστη την επιλογή εισαγωγής εξωτερικού αρχείου ή την παραγωγή ορισμένων σχημάτων. Στην παρούσα φάση οι διαθέσιμες επιλογές περιορίζονται στον κυκλικό δίσκο και τα παράγωγά του, και έναν κύβο τυχαίας κατανομής στοιχείων. Ο διάλογος στήθηκε με τη χρήση της εντολής *input*, που αναγνωρίζει έναν πληκτρολογημένο αριθμό, χαρακτήρα ή οποιοδήποτε συνδυασμό αυτών, ως απάντηση στο κατάλληλο μήνυμα που εμφανίζεται

στην οθόνη. Πολύ χρήσιμη ιδιαιτερότητά της είναι η χρήση εισαγωγικών για όλες τις μεταβλητές τύπου χαρακτήρα, καθώς επιτρέπει την ύπαρξη κλαδικών συνθηκών, είναι όμως δεσμευτική όσον αφορά τον τρόπο γραφής των μεταβλητών. Για την αντιμετώπιση του ζητήματος, προστέθηκε μια συνθήκη ελέγχου της εισαγόμενης μεταβλητής, και προαιρετικά ένα πλήκτρο διαφυγής για λόγους οργάνωσης. Αυθαίρετα, επιλέγεται το πλήκτρο *Enter*. Ο έλεγχος γίνεται με την λογική συνθήκη *ischar*, που ελέγχει αν το όρισμά της είναι χαρακτήρας ή όχι. Στην περίπτωση εξωτερικού αρχείου, η συνθήκη είναι αληθής και εκτελείται το αντίστοιχο τμήμα κώδικα, ενώ για οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, εμφανίζεται το δεύτερο μήνυμα διαλόγου.

### 3.4.2.1 Ανάγνωση αρχείου

Στην περίπτωση που εισάγεται εξωτερικό αρχείο, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία, ενώ συνοπτικά παρουσιάζεται στον κώδικα του σχήματος 3.6.

1. Ανάγνωση του αρχείου μέσω της εντολής *dlmread*. Αποτελεί συντομογραφία της έννοιας *delimited read*, και χρησιμοποιείται για την ανάγνωση αρχείων που περιλαμβάνουν διαχωριστικό σύμβολο μεταξύ των στοιχείων.
2. Υπολογισμός των διαστάσεων του χωρίου με τη χρήση της *size*, που μετρά τον αριθμό γραμμών και στηλών ενός πίνακα, και μετασχηματισμός αυτών στο χώρο, με την αναδιάταξη της συστοιχίας των επιπέδων. Στη συνέχεια καταμετράται ο αριθμός των στοιχείων που περιλαμβάνονται εντός του πίνακα, είτε με την εντολή *numel* (συντομογραφία του *number of elements*), είτε μέσω του πολλαπλασιασμού  $xy$ . Λαμβάνοντας υπόψιν τις συμβάσεις γραφής αρχείων, η τρίτη διάσταση  $z$  υπολογίζεται από τη διαίρεση του αριθμού των στοιχείων με τη μεγαλύτερη εκ των δύο διαστάσεων. Στο σημείο αυτό διαφαίνεται και η ευελιξία που αναφέρθηκε για τις δύο συμβάσεις. Τέλος, αναδημιουργείται ο πίνακας, δεχόμενοι και πάλι τη σύμβαση περί εγγραφής. Στις περιπτώσεις που μελετώνται στην εργασία, τα κυβοειδή πεδία, οι τελικές διαστάσεις θα έχουν τη μορφή  $n \cdot n \cdot z$  ή  $m \cdot m \cdot z$  ανάλογα με τον αριθμό γραμμών και στηλών. Αν οι γραμμές είναι της μορφής  $XZ$ , τότε  $X = Z$ , αλλιώς αν οι στήλες είναι της μορφής  $YZ$  τότε  $Y = Z$ . Η διαδικασία αυτή είναι επεκτάσιμη για οποιονδήποτε αριθμό διαστάσεων, αλλά κρίνεται σκόπιμο να αναθεωρηθεί ο αλγόριθμος τελικής διαστασιοποίησης για μη κυβοειδή χωρία, αν κριθεί αναγκαίο.
3. Αντικατάσταση του γεωμετρικού τόπου με τη χρήση των εντολών *reshape* και *permute*. Η πρώτη αναλαμβάνει το μετασχηματισμό του πίνακα βάσει των τελικών διαστάσεων, ενώ η



δεύτερη μετακινεί τις διαστάσεις του πίνακα έχοντας ως πρότυπο τη σύμβαση γραφής του αρχείου. Πρακτικά, λόγω της  $(xz)y$  τα περιεχόμενα εγγράφονται με τη σειρά  $x, z, y$ . Η εντολή *permute* διορθώνει το ζήτημα με την αντιστροφή των διαστάσεων  $z, y$  ώστε τελικά η δομή να ακολουθεί την κλασική μορφή  $x, y, z$ . Ο τελικός πίνακας εγγράφεται στον προηγούμενο προς όφελος της διαθέσιμης μνήμης, ενώ οι διαστάσεις αποθηκεύονται σε ξεχωριστό πίνακα για ταχύτερη πρόσβαση.

### 3.4.2.2 Δημιουργία γεωμετρικών τόπων

Στο ενδεχόμενο που δεν επιλέγεται κάποιο αρχείο, που ισοδυναμεί με το πάτημα του Enter, εμφανίζεται το δεύτερο μήνυμα διαλόγου με τις διαθέσιμες επιλογές για δημιουργία ενσωματωμένων δομών, σύμφωνα με το αναγνωριστικό γεωμετρίας που ορίστηκε στην ενότητα 3.4.1. Το μήνυμα διαλόγου εμφανίζεται πάλι με τη χρήση της *input*, όμως δεν έχει συμπεριληφθεί πλήκτρο διαφυγής, καθώς θεωρείται δεδομένο ότι στο σημείο αυτό ο χρήστης θέλει να προχωρήσει στην δημιουργία ενός σχήματος. Εντούτοις, πατώντας τον συνδυασμό πλήκτρων *Ctrl + c*, ο κώδικας τερματίζεται αυτόματα από το MATLAB εμφανίζοντας το κατάλληλο μήνυμα.

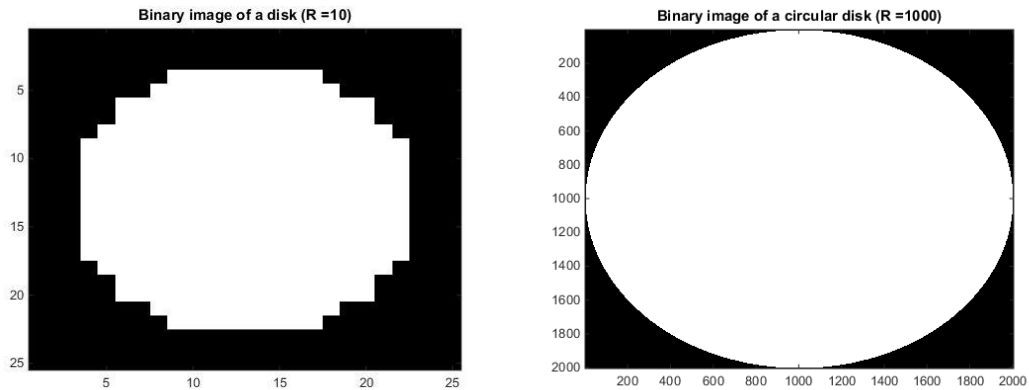
#### 3.4.2.2.1 Δίσκος / Κύλινδρος

Αν επιλέγεται η δημιουργία δίσκου, δηλαδή *geom\_type* = 1, τότε από κατάλληλο μήνυμα διαλόγου ορίζεται η ακτίνα  $r_u$  σε αδιάστατες μονάδες και αυτόματα όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές προσαρμόζονται παραμετρικά ως προς την ακτίνα, όπως το κέντρο και οι διαστάσεις του χώρου μελέτης. Επιπρόσθετα, δίνεται μια μεταβλητή εξώθησης του δίσκου *extr* για το σχηματισμό κυλίνδρου. Στη συνέχεια, στήνεται το αριθμητικό πλέγμα με την εντολή *meshgrid* και επιλύεται η ανισότητα του τύπου (3.1).

$$(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 < r_u^2 \quad (3.1)$$

Η ανισότητα επιλέχθηκε με στόχο την απλοποίηση του σχήματος στα άκρα, καθώς λόγω ακεραιότητας των μεταβλητών, μόνο 4 σημεία ανά δίσκο πληρούν την ισότητα, προκαλώντας αχρείαστη πολυπλοκότητα στο σχήμα. Θα αποδειχθεί στην ενότητα 3.6 ότι η παραδοχή αυτή δεν επιφέρει σημαντικές αλλαγές στην ακρίβεια του σχήματος. Σημειώνεται ακόμα ότι η ανισότητα είναι λογικού τύπου, οπότε ο παραγόμενος πίνακας είναι δυαδικός – λογικός. Οπτικά, το αποτέλεσμα παρουσιάζεται

με την εντολή *image* και ο αντίστοιχος χρωματισμός με την εντολή *colormap* που στηρίζεται στο πρότυπο RGB.



Σχήμα 3.4: Πάνω, ο κώδικας παραγωγής του δίσκου. Κάτω, οπτική αναπαράσταση του δίσκου για ακτίνα 10 και 1000 pix.

Έχοντας παράξει το δίσκο, και με ενεργή τη μεταβλητή της εξώθησης, χρησιμοποιείται η εντολή *repmat* που δημιουργεί αντίγραφα του πίνακα στις τρεις διαστάσεις σύμφωνα με τον αριθμό αντιγράφων που ορίζει ο χρήστης, για το σχηματισμό συμπαγούς κυλίνδρου. Αν επιλέγεται και αλλαγή της κλίμακας, τότε υπολογίζεται εκ νέου ο συντελεστής μέσω της σχέσης (3.2) όπου  $sf_o$  είναι ο αρχικός συντελεστής κλίμακας, ίσος με τη μονάδα και  $r_o$  η τελική ακτίνα, χωρίς δέσμευση για τις μονάδες μέτρησης.

$$sf = sf_o \frac{r_o}{r_u} \quad (3.2)$$

#### 3.4.2.2.2 Κυβοειδές με τυχαία κατανεμημένα στοιχεία

Αν επιλέγεται η δημιουργία του κυβοειδούς δηλαδή *geom\_type* = 2, τότε από κατάλληλο μήνυμα διαλόγου ορίζονται οι τρεις διαστάσεις, και στο σημείο αυτό παρουσιάζεται η πρόταση του γράφοντα για την παραγωγή δυαδικού τρισδιάστατου πίνακα, που βάσει σχετικού διαγράμματος κρίνεται αποτελεσματική και αξιόπιστη.

Οι βασικές εντολές του MATLAB που σχετίζονται με τυχαίους αριθμούς παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω:

- *rand* : διαλέγει και εμφανίζει μια τιμή από την απλή ομοιόμορφη κατανομή στο ανοιχτό διάστημα  $(0,1)$ .
- *randi* : διαλέγει και εμφανίζει μια ακέραια τιμή μεταξύ του 1 και του μέγιστου ακεραίου που ορίζει ο χρήστης.
- *randn* : διαλέγει και εμφανίζει μια τιμή από την κανονική κατανομή.

Το ισχυρότερο μειονέκτημά τους είναι η έλλειψη πλήρους τυχειότητας στην αλληλουχία αριθμών, καθότι στηρίζονται σε ψευδο-τυχαίες γεννήτριες αριθμών. Η έλλειψη αυτή διορθώνεται με τη χρήση ενός φίλτρου που ουσιαστικά αποτελεί εφαρμογή των παραπάνω εντολών. Σε ξεχωριστό αρχείο στο MATLAB, στήθηκε ένα μικρό πρόγραμμα (σχήμα 3.5) που αξιολογεί την τυχειότητα των αποτελεσμάτων πριν και μετά την τροποποίηση. Λόγω ομοιότητας των τριών εντολών χρησιμοποιείται μόνο η μία εξ αυτών, η *rand*.

```
clear; close all; clc

domS = [30 30 30];

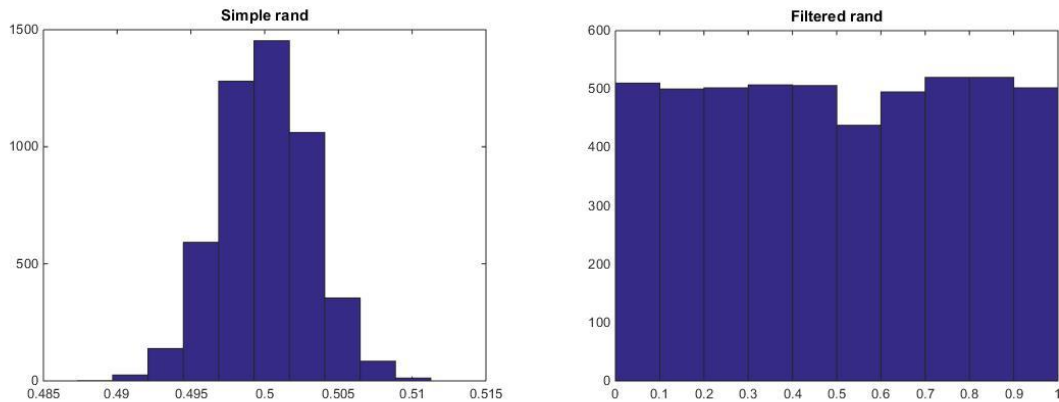
% Method 1: simple rand
for i = 1:5000
    O1 = round (rand(domS));
    I1 = find (O1 == 1);
    percent(i) = numel(I1)/prod(domS,2);

% Method 2: filtered rand
    O2 = rand(domS) > rand;
    I2 = find (O2 == 1);
    percent2(i) = numel(I2)/prod(domS,2);
end

figure(1), hist(percent), title('Simple rand')
figure(2), hist(percent2), title('Filtered rand')
```

Σχήμα 3.5: Η γεννήτρια ισοπίθανων τυχαίων δομών

Στον παραπάνω κώδικα, η εντολή *prod* πολλαπλασιάζει τα περιεχόμενα ενός πίνακα κατά γραμμές ή στήλες, η *find* εντοπίζει όλα τα στοιχεία που ικανοποιούν μια συνθήκη και η *hist* δημιουργεί ιστογράμματα. Κριτήριο για την αποτελεσματικότητα του φίλτρου είναι το ποσοστό των στερεών στοιχείων στον κύβο, ενώ τα ιστογράμματα παρουσιάζονται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 3.6: Κατανομή των ποσοστών πριν (αριστερά) και μετά (δεξιά) την εισαγωγή του φίλτρου, για 5000 επαναλήψεις.

Τα ιστογράμματα επαληθεύουν τη χρησιμότητα και αποτελεσματικότητα του φίλτρου. Ενώ πριν την εισαγωγή του ακολουθείται κανονική κατανομή με μέση τιμή το 0.5, το οποίο ήταν και το αναμενόμενο, μετά την εισαγωγή αυτού τα ποσοστά κατανέμονται ομοιόμορφα, με πιθανότητα σχηματισμού ίση με 1 δια τον αριθμό κλάσεων. Συνεπάγεται ότι για μια συγκεκριμένη πυκνότητα στοιχείων απαιτείται η κατάλληλη προεργασία, ενώ το φίλτρο μπορεί να αντικατασταθεί από οποιαδήποτε γνωστή τιμή, επιδρώντας στην μεροληπτικότητα της μεθόδου.

### 3.4.3 Μετάφραση και επεξεργασία στον τρισδιάστατο χώρο

Οι εξεταζόμενες δομές, αν και σαφώς καθορισμένες στον ψηφιακό χώρο, δεν παρέχουν στοιχεία για τον αντίστοιχο πραγματικό. Επομένως είναι απαραίτητη η μετάφραση των θέσεων των στοιχείων σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων, με προεπιλεγμένο το καρτεσιανό. Η μετάφραση γίνεται με την εντολή *ind2sub* όπου οι θέσεις των στοιχείων αντιστοιχίζονται σε τρεις συντεταγμένες, σύμφωνα με τον τύπο (3.3). Με  $P$  συμβολίζεται το στοιχείο του πίνακα και με  $A, B$  οι διαστάσεις του πεδίου στις δύο αντίστοιχες διευθύνσεις. Θεωρείται δεδομένο ότι στο όρισμα της εντολής εισάγονται οι διαστάσεις του πεδίου ορισμού της γεωμετρίας, σε όλες τις διευθύνσεις. Για την ευκολότερη και ταχύτερη πρόσβαση, οι συντεταγμένες που προκύπτουν συμπύσσονται σε έναν πίνακα ώστε το κάθε σημείο να είναι πλήρως καθορισμένο σε μία γραμμή.

$$P = Az + By + x \quad (3.3)$$

Το στάδιο που προαναφέρθηκε είναι κατά βάση μεταβατικής φύσεως, αφού συνεισφέρει στην ορθή μετατόπιση της γεωμετρίας, αν και τα σημεία που εξάγονται μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυτούσια σε άλλες εφαρμογές. Ο λόγος της μετατόπισης αυτής σχετίζεται με την πρόληψη της αποκοπής στερεής γεωμετρίας κατά την δημιουργία του συνόλου όψεων και κορυφών, ζήτημα που θα γίνει εμφανές στις επόμενες σελίδες.

Η μετατόπιση της γεωμετρίας επιτυγχάνεται εύκολα με την εύρεση του θεωρητικού σημείου με τους ελάχιστους δείκτες και μετακίνηση των σημείων ως προς αυτό, συν δύο θέσεις για την πρόληψη της αποκοπής. Στον κώδικα αυτό εκφράζεται χωριστά για κάθε διεύθυνση για λόγους ευκρίνειας. Η κίνηση αυτή επάγει την ανάγκη νέας διαστασιολόγησης της δομής, με τη χρήση της εντολής *range*, που βάσει ονόματος υπολογίζει το εύρος μιας μεταβλητής. Σημειώνεται ότι καθώς το πρώτο σημείο δεν έχει ληφθεί υπόψιν στην *range*, στις διαστάσεις προστίθεται η τιμή 1.

Επόμενο βήμα είναι η ανακατασκευή του χώρου, σύμφωνα με τις νέες διαστάσεις. Για την εξοικονόμηση πόρων, και δεδομένου ότι ο χώρος είναι δυαδικός, χρησιμοποιείται η εντολή *false*, με όρισμα τις διαστάσεις της γεωμετρίας προσαυξημένες κατά δύο, και αντίστοιχα η εγγραφή της γεωμετρίας με την εντολή *true*. Στο σημείο αυτό, παρατηρήθηκε μια έντονη καθυστέρηση στον κώδικα, η οποία πιστώθηκε στην αργή αναζήτηση του στοιχείου στον πίνακα μέσω των τριών συντεταγμένων. Παρόλο που οι συντεταγμένες συμπύχθηκαν σε έναν και μόνο πίνακα, η διαδικασία εγγραφής προϋπέθετε έναν ασύμφορο επαναληπτικό βρόχο για την εγγραφή κάθε σημείου χωριστά. Αντί αυτού, προτιμήθηκε η αντίστροφη μετάφραση των σημείων από το καρτεσιανό σύστημα στον ψηφιακό χώρο και ταυτόχρονη εγγραφή των, λαμβάνοντας όμως υπόψιν την προηγούμενη επεξεργασία. Με μαθηματικούς όρους, η μετατροπή επιτυγχάνεται ως εξής:

$$P = (z - 1)(dx + 2)(dy + 2) + (y - 1)(dx + 2) + x \quad (3.4)$$

Στην παραπάνω σχέση οι μεταβλητές  $P, z, y, x$  έχουν ήδη οριστεί και με  $dx, dy$  είναι οι διαστάσεις του αντικειμένου. Με τις προσαρμογές που εισάχθηκαν εξασφαλίζεται ότι η γεωμετρία βρίσκεται εντός του χώρου και συμμετρικά ως προς τα όριά του. Συνοπτικά, όλα τα παραπάνω βήματα απεικονίζονται στο σχήμα 3.12.

### 3.4.4 Μεταφορά στο πρότυπο όψεων – κορυφών

Η παραγωγή του τελικού ψηφιοποιημένου αντικειμένου στηρίζεται στη χρήση μεθόδων αναπαραγωγής όψεων και κορυφών, ως οριοθέτες των τριγωνικών ψηφιδωτών της γεωμετρίας. Αρχικά, ορίζεται το πλέγμα με την επέκταση της *meshgrid*, την *ndgrid*, και στη συνέχεια προσφέρονται δύο επιλογές για την παραγωγή του σχήματος. Ο λόγος για τις υπορουτίνες *isosurface* και *MarchingCubes* που καταγράφουν όλα τα στοιχεία μιας ισοεπιφανειακής καμπύλης της μορφής  $f(x, y, z) = c$ , χρησιμοποιώντας γραμμικές παρεμβολές μεταξύ όλων των στοιχείων. Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται οι βασικές πληροφορίες για τις δύο μεθόδους, όμως λόγω περιορισμένης πρόσβασης στα ενδότερα των υπορουτινών που προσφέρονται από το MATLAB, δε θα γίνει υπολογιστική σύγκριση. Η επιλογή της εκάστοτε μεθόδου γίνεται με την ενεργοποίηση ή απενεργοποίηση μιας παραμέτρου εν ονόματι *iso*, ενώ οι κορυφές που προκύπτουν στρογγυλοποιούνται στον πλησιέστερο ακέραιο με στόχο την ακρίβεια της γεωμετρίας, αλλά και σε αλλαγή κλίμακας αν είναι επιθυμητό. Τα βήματα αυτά παρουσιάζονται στο σχήμα 3.13, στην επόμενη σελίδα.

Πίνακας 3.1: Βασικές πληροφορίες των μεθόδων παραγωγής αντικειμένων

Μέθοδος	<i>isosurface</i>	<i>MarchingCubes</i>
Εκδότης	MATLAB	Peter Hammer <sup>5</sup>
Τύπος	Γραμμική Παρεμβολή	Γραμμική Παρεμβολή
Αλγόριθμος	<i>Isosurf.mex</i>	Βαίνοντες κύβοι
Προτεινόμενη σταθερά	0.5	0.99 ή 0.01
Προτεινόμενη χρήση	Τήρηση διαστάσεων	Τήρηση σχημάτων

Η αποθήκευση των παραγόμενων δομών γίνεται στη μορφή [F,V] όπου F θεωρούνται οι όψεις που ορίζουν το κάθε τρίγωνο, δοσμένες σε τριάδες, και V οι αντίστοιχες κορυφές, σε μορφή καρτεσιανών συντεταγμένων. Για λόγους ευκολίας, οι δύο αυτές μεταβλητές συμπύσσονται σε μορφή struct, ωφελώντας και την οπτική αναπαράσταση και την τελική εγγραφή της γεωμετρίας.

<sup>5</sup> <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32506-marching-cubes>

### 3.4.5 Οπτικοποίηση και εξαγωγή του αντικειμένου

Με την ολοκλήρωση των διαδικασιών αναγνώρισης / δημιουργίας του επιθυμητού σχήματος, τελικό στάδιο στο προγραμματιστικό τμήμα της εργασίας είναι η εξαγωγή του σε κατάλληλο τύπο αρχείου. Από την ενότητα 3.3.3 κατέστη σαφής η επιλογή αρχείου τύπου stl, η δημιουργία του οποίου επιτυγχάνεται με τη ρουτίνα stlwrite<sup>6</sup>, που ακολουθεί τα πρότυπα του σχήματος 3.3. ενώ παρέχει και πλήθος επιλογών για τα εγγραφόμενα τρίγωνα. Η εξαγωγή γίνεται προαιρετικά και με τη χρήση νέου διαλόγου, παρόμοιου στη λογική με τον διάλογο εισαγωγής.

## 3.5 Παραδείγματα – Εφαρμογές

Στην παρούσα ενότητα παρατίθενται δύο εφαρμογές για την επαλήθευση της μεθόδου, με συνοπτική επεξήγηση των βημάτων. Η πρώτη εφαρμογή είναι παρμένη από το βοηθητικό εγχειρίδιο του ANSYS Fluent, και επικεντρώνεται στη στρωτή ροή κατά μήκος αμελητέου πάχους κυλινδρικού αγωγού, για την εξέταση της ακρίβειας του παραγόμενου σχήματος. Η δεύτερη αφορά το σχηματισμό δύο ημισφαιρίων εντός κυβικού όγκου και κρίνεται κατάλληλη για τη σύγκριση των μεθόδων σχηματισμού των αντικειμένων.

### 3.5.1 Στρωτή ροή κατά μήκος αγωγού

Το πρότυπο πείραμα VMFL005 ανήκει στην κατηγορία των Fluid Verification Manuals, εγχειριδίων αξιολόγησης ρευστομηχανικών αναλύσεων βάσει προκαθορισμένων συνθηκών και οδηγιών. Αναφέρεται ότι τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από το λογισμικό του Fluent συμβαδίζουν σχεδόν απόλυτα με το θεωρητικό εκτιμώμενο αποτέλεσμα, συνεπώς θεωρούνται άκρως αξιόπιστα για την σύγκριση που ακολουθεί, καθότι όσα σφάλματα προκύψουν θα πηγάζουν από ανακρίβειες σε προηγούμενα βήματα. Στο σχήμα 3.7 δίνεται τμήμα της σελίδας του εγχειριδίου, με τις γεωμετρικές διαστάσεις του αγωγού.

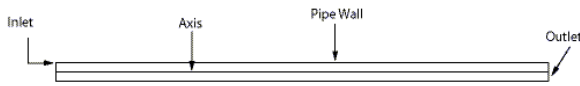
---

<sup>6</sup> <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/20922-stlwrite-write-binary-or-ascii-files>

### Test Case

Fully developed laminar flow in a circular tube is modeled. Reynolds number based on the tube diameter is 500. Only half of the axisymmetric domain is modeled.

Figure 05.1: Flow Domain



Material Properties	Geometry	Boundary Conditions
Density = 1 kg/m <sup>3</sup> Viscosity = 1e-5 kg/m-s	Length of the pipe = 0.1 m Radius of the pipe = 0.00125 m	Fully developed laminar velocity profile at inlet with an average velocity of 2.00 m/s

### Analysis Assumptions and Modeling Notes

The flow is steady. A fully developed laminar velocity profile is prescribed at the inlet. Hagen-Poiseuille equation is used to determine the pressure drop analytically.

Σχήμα 3.7: Πρότυπο πείραμα VMFL005, ANSYS Fluent.

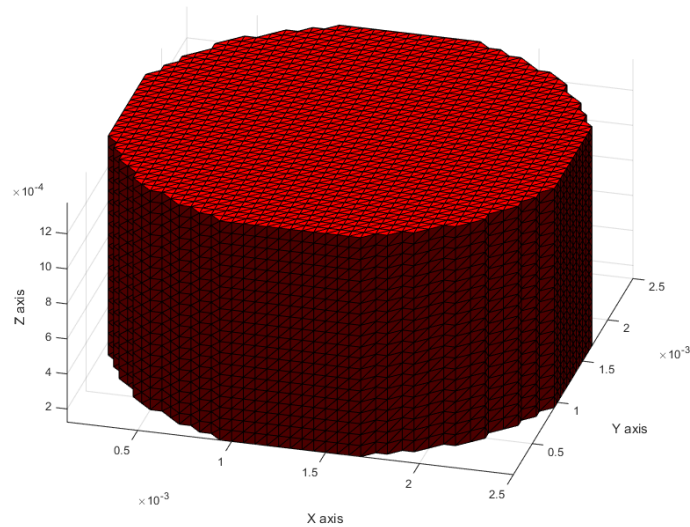
Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί μια σημαντική παραδοχή για το αντικείμενο. Υπό κανονικές συνθήκες, θα έπρεπε να αναπαραχθεί ένας κυλινδρικός αγωγός αμελητέου πάχους. Το πάχος όμως αυτό δεν συμβαδίζει με τη μέθοδο, αφού κάθε σημείο που παράγεται έχει μέγεθος 1 pixel. Αντί αυτού, θα παραχθεί το εσωτερικά κινούμενο ρευστό, το οποίο έχει τις ίδιες διαστάσεις με τον περιβάλλοντα αγωγό, όμως δεν υπόκειται στον περιορισμό αυτό. Η διαδικασία παραγωγής του ρευστού κυλίνδρου ακολουθεί πιστά τα βήματα της ενότητας 3.4, ενώ η μόνη προεργασία που απαιτείται αφορά τον καθορισμό των βασικών παραμέτρων, σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3.2: Καθορισμός παραμέτρων για το σχηματισμό κυλίνδρου

Παράμετρος	Σύμβολο	Τιμή
Μήκος κυλίνδρου [m] (πρότυπο)	$L_o$	0.1
Ακτίνα κυλίνδρου [m] (πρότυπο)	$r_o$	0.00125
Ακτίνα κυλίνδρου [-] (χρήστης)	$r_u$	20
Παράμετρος εξώθησης	$extr$	1
Αναγνωριστικό μεθόδου παραγωγής αντικειμένου.	$iso$	0



Για την εκτέλεση του κώδικα αρκεί το πλήκτρο F5, καθώς και οι σωστές επιλογές στα μηνύματα διαλόγου, ήτοι το πλήκτρο Enter και το πλήκτρο 1 αντίστοιχα για την παραγωγή του κυλίνδρου, και το επιθυμητό όνομα του αρχείου εξαγωγής στο οποίο θα αποθηκευτεί το αντικείμενο. Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται ο κύλινδρος σε όψη  $45^\circ$  ως προς το επίπεδο  $YZ$ .



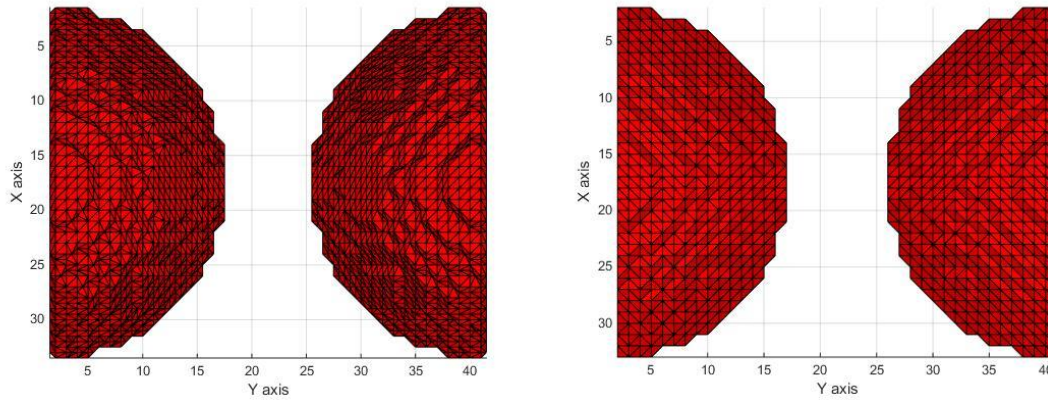
Σχήμα 3.8: Τμήμα του ψηφιοποιημένου κυλίνδρου του προτύπου.

### 3.5.2 Παραγωγή δύο ημισφαιρίων εντός κυβικού όγκου

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή της ενότητας, η δεύτερη εφαρμογή επικεντρώνεται στο σχηματισμό δύο ημισφαιρίων εντός κυβικού όγκου. Αποδεικνύεται δόκιμη εφαρμογή καθώς εξυπηρετεί δύο σκοπούς:

- Επιτρέπει την χρήση μιας γεννήτριας σφαιρών εγνωσμένης αξίας, που παρασχέθηκε από τον κ. Κικκινίδη και ακολουθεί την ίδια αρχή με την εξίσωση (3.1), στις τρεις διαστάσεις.
- Αποτελεί αξιόπιστο κριτήριο για τη σύγκριση των δύο μεθόδων που παρουσιάζονται στην ενότητα 3.4.4.

Στην περίπτωση αυτή, η διαδικασία παραγωγής διαφοροποιείται μόνο στο τμήμα εισαγωγής, καθώς πλέον υπάρχει εξωτερικό αρχείο τύπου κειμένου σύμφωνα με τα πρότυπα της ενότητας 3.3.1. Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζονται τα βήματα εκτέλεσης και το τελικό παραγόμενο σχήμα σε όψη κάθετη στο επίπεδο  $YZ$ , για κάθε μέθοδο χωριστά.



Σχήμα 3.9: Αποτύπωση των ημισφαιρίων με α) *isosurface* και β) *MarchingCubes*.

### 3.6 Συμπεράσματα

Με την παραγωγή των σχημάτων της ενότητας 3.5, ολοκληρώνεται το προγραμματιστικό τμήμα της εργασίας, το οποίο αποδίδει χρήσιμα συμπεράσματα για τις δυνατότητες παραγωγής ψηφιοποιημένων σχημάτων στο λογισμικό MATLAB χωρίς τη χρήση εξοπλισμού οπτικής σάρωσης και φυσικά πραγματικών αντικειμένων.

Πρωταρχικό κριτήριο για την αποτελεσματικότητα της μεθόδου είναι η ακρίβεια των παραγόμενων δομών, αφού επηρεάζουν σημαντικά την ποιότητα και την αξιοπιστία των ρευστομηχανικών αναλύσεων που ακολουθούν. Από την ανάλυση των σχημάτων 3.8 και 3.9 παρατηρείται μια απόκλιση στις διαστάσεις των σχημάτων ως προς τις αναμενόμενες, η οποία αποδίδεται στις παραδοχές που έγιναν κατά την παραγωγή των αντικειμένων.

#### 3.6.1 Κυλινδρικός αγωγός

Για το μεν κύλινδρο, η απόκλιση πιστώνεται στην παραδοχή αφαίρεσης των περιφερειακών σημείων του δίσκου, που όμως κρίνεται σκόπιμη για την καθαρότητα του αντικειμένου και δεν επιφέρει αξιοπρόσεκτες μεταβολές στην ποιότητά του. Στον παρακάτω τύπο δίνεται η σχετική απόκλιση ψηφιοποιημένου δίσκου ως προς έναν κυκλικό δίσκο ίδιων διαστάσεων ως συνάρτηση της επιλεγμένης από το χρήστη ακτίνας  $r_u$ , με εμφανή την αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ ακτίνας και απόκλισης, καθώς η αύξηση της ακτίνας επιφέρει την μείωση της επίδρασης των περιφερειακών σημείων στην ακρίβεια του δίσκου.

$$\frac{\Delta r}{r_o} = 1 - \frac{(r_u - 1) \cdot sf}{r_o} \xrightarrow{3.2} \frac{\Delta r}{r_o} = 1 - \left(1 - \frac{1}{r_u}\right) \rightarrow \boxed{\frac{\Delta r}{r_o} = \frac{1}{r_u}} \quad (3.5)$$

Εκ πρώτης όψεως, η εν λόγω σχέση προάγει την επιλογή μεγάλων δίσκων με σημαντική σμίκρυνση της γεωμετρίας για την επίτευξη υψηλής πιστότητας του αντικειμένου. Η θεώρηση αυτή είναι ελλιπής, καθώς πρέπει να ενσωματωθεί στη σχέση ο παράγοντας του μεγέθους του αντικειμένου.

Στη γενική μορφή του κώδικα, η δημιουργία του κυλίνδρου γίνεται άνευ γεωμετρικών περιορισμών, αφού το μήκος του κυλίνδρου  $L_u$  είναι ίσο με τον αριθμό των αντιγράφων του δίσκου  $N_{disk}$  μείον 1. Κατ' εξαίρεση, το παράδειγμα 3.5.1 υπόκειται στους γεωμετρικούς περιορισμούς του πίνακα 3.3, καθώς πρέπει να πληροί την αρχή της γεωμετρικής ομοιότητας. Από την ανάλυση των διαστάσεων προκύπτει ο λόγος  $\lambda$  του μήκους του κυλίνδρου ως προς την ακτίνα του, ο οποίος και πρέπει να τηρηθεί για την παραγωγή του σωστού σχήματος. Λόγω της ψηφιοποίησης η γεωμετρική ομοιότητα παραβιάζεται, όμως εμπίπτει στα αναμενόμενα σφάλματα ακριβείας. Το μαθηματικό σκέλος των παραπάνω δίνεται στην ακόλουθη παραμετρική ως προς την ακτίνα  $r_u$  έκφραση.

$$\left. \begin{array}{l} L_u = N_{disk} - 1 \\ \frac{L_u}{r_u} = \frac{L_o}{r_o} = \lambda \end{array} \right\} \rightarrow N_{disk} = \lambda r_u + 1 \quad (3.6)$$

Όπως γίνεται αντιληπτό, για τη διατήρηση της γεωμετρικής ομοιότητας του σχήματος η αύξηση της ακτίνας συνεπάγεται δραστικά μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων, γεγονός που δυσχεραίνει την ταχεία εκτέλεση του κώδικα. Προχωρώντας ένα βήμα παραπέρα και συνδυάζοντας τις δύο εκφράσεις, προκύπτει μια σχέση που συνδέει τη σχετική απόκλιση με τον αριθμό των δίσκων στον κύλινδρο, και απεμπλέκεται από την επίδραση της ακτίνας  $r_u$ .

$$\boxed{\frac{\Delta r}{r_o} = \frac{\lambda}{(N_{disk} - 1)}} \quad (3.7)$$

Βάσει της σχέσης αυτής, φαίνεται καθαρά η αναλογική σχέση μεταξύ επιθυμητής ακρίβειας του σχήματος στη μία διάσταση και του αριθμού των περιεχόμενων στοιχείων, εκφρασμένων από τον αριθμό των δίσκων. Το συμπέρασμα που συνάγεται από τα προαναφερθέντα αφορά την εύρεση της χρυσής τομής μεταξύ ακριβούς αναπαράστασης και ταχείας παραγωγής του αντικειμένου, η οποία τομή καθορίζεται από το χρήστη με την κατάλληλη προεργασία.

### 3.6.2 Ημισφαίρια εντός κυβικού όγκου

Για την αξιολόγηση των δύο μεθόδων αρκεί η μελέτη του σχήματος 3.17, όπου οι διαφορά στην ποιότητα των ημισφαιρίων είναι ξεκάθαρη. Ενώ και οι δύο μέθοδοι είναι ακριβείς στην παραγωγή των δύο ημισφαιρίων, λόγω της χρησιμοποιημένης γεννήτριας, παρατηρούνται δύο βασικά σημεία στα οποία αναδεικνύονται οι ιδιαιτερότητες της κάθε μεθόδου.

Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 3.4.4, οι δύο μέθοδοι χρησιμοποιούν γραμμικές παρεμβολές για την παραγωγή των τριγώνων, και μετά από πλήθος δοκιμών παρατηρήθηκε ότι οι συντεταγμένες αυτών μετατοπίζονται κατά απόλυτο αριθμό ίσο με τη σταθερά μεταβάλλοντας τις διαστάσεις του σώματος κατά  $1-2c$ . Με δεδομένες και τις επιλογές του πίνακα 3.1. οι απόλυτες μετατοπίσεις είναι για την κάθε μέθοδο 0.5 και 0.99/0.01 αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι η ρουτίνα *isosurface* λόγω της επιλεγμένης σταθεράς διατηρεί τις αρχικές διαστάσεις του σώματος, ενώ η *MarchingCubes* επιφέρει αλλαγές. Ειδικά για την τελευταία, εφαρμόζεται και η στρογγυλοποίηση των συντεταγμένων, ώστε τελικά οι διαστάσεις διαφέρουν κατά  $\pm 1$  στοιχείο.

Ο λόγος που επιλέχθηκαν διαφορετικές σταθερές για την κάθε μέθοδο σχετίζεται με την ποιότητα της τελικής γεωμετρίας. Η χρήση της σταθεράς 0.5 προσθέτει ομαλά κεκλιμένα τρίγωνα στην περιφέρεια της γεωμετρίας ειδικά στη διεύθυνση  $z$ , όπως προκύπτει και από το σχήμα, ενώ θα έπρεπε να παράγει κάθετες γωνίες μεταξύ των αξόνων.

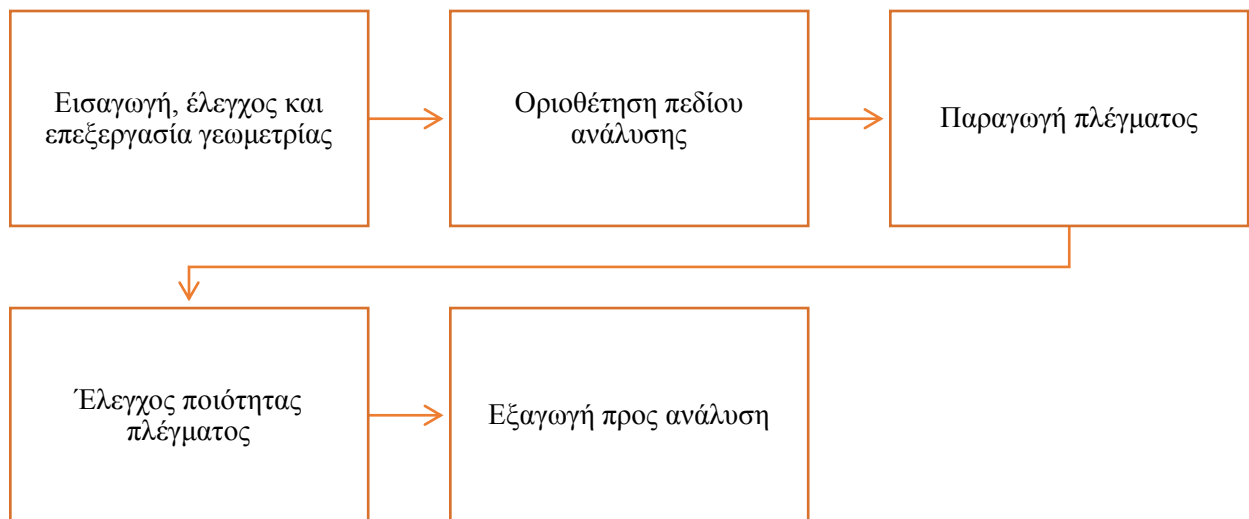
Το δεύτερο και σημαντικότερο στοιχείο στο οποίο οι μέθοδοι διαφέρουν είναι η συμμετρία. Και στα δύο σχήματα είναι ευδιάκριτες οι ακμές των τριγώνων για τα δύο ημισφαίρια, όμως είναι διαφορετικά κατανομημένες. Λόγω της περιορισμένης πρόσβασης στους αλγόριθμους της *isosurface*, δεν μπορεί να προσδιοριστεί πλήρως η αιτία, όμως εικάζεται ότι η υπορουτίνα αυτή έχει μία και μοναδική φορά δημιουργίας των τριγώνων. Δεν αποτελεί εμπόδιο για τη δημιουργία ενός σώματος, όμως σε παραπάνω σώματα και ιδιαίτερα συμμετρικά όπως αυτά του παραδείγματος 3.5.2 προκαλεί ασυμμετρίες στα τρίγωνα, δυσχεραίνοντας της διαδικασία παραγωγής του πλέγματος. Αντίθετα, η υπορουτίνα *MarchingCubes* δημιουργεί τα τρίγωνα βάσει του κάθε ανεξάρτητου αντικειμένου, επιτρέποντας την ύπαρξη πλήρως συμμετρικών αντικειμένων. Στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας η επιλογή της *MarchingCubes* αποδεικνύεται καθοριστική για το σχηματισμό των πλεγμάτων, καθώς αναπτύσσεται η σχετική διαδικασία με το λογισμικό ICEM CFD.

## Κεφάλαιο 4: Δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος

Στο προηγούμενο κεφάλαιο δόθηκε η μεθοδολογία με την οποία ένα ψηφιακό, δυαδικής μορφής αντικείμενο αποκτά γεωμετρική υπόσταση στον τρισδιάστατο χώρο. Για την ανάλυση όμως των φαινομένων μεταφοράς, είναι απαραίτητη η δημιουργία ενός υπολογιστικού πλέγματος στο οποίο και θα επιλυθούν οι εξισώσεις που τα διέπουν. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας δημιουργίας του πλέγματος με το λογισμικό ICEM CFD, ενώ παρουσιάζονται κάποια παραδείγματα τα οποία απαιτούν ειδικό χειρισμό και κυρίως ιδιαίτερη προσοχή από το χρήστη.

### 4.1 Γενική περιγραφή της διαδικασίας

Όπως και στο κεφάλαιο 2, ως εισαγωγικό τμήμα του κεφαλαίου, και για την ευκολότερη κατανόηση των όσων ακολουθούν, δίνεται η διαγραμματική μορφή της αλληλουχίας των κινήσεων που συντελούν στην πλεγματοποίηση των σωμάτων. Ταυτόχρονα, δίνονται κάποιες κατευθυντήριες γραμμές που ωφελούν σημαντικά τη διαδικασία και που προέκυψαν από την προκαταρκτική μελέτη του βοηθητικού εγχειριδίου.



Σχήμα 4.1: Διαγραμματική απεικόνιση της διαδικασίας πλεγματοποίησης

Από την παρατήρηση του σχήματος γίνεται αντιληπτή η άμεση συσχέτιση του τελικού πλέγματος με τον τρόπο δημιουργίας του. Για παράδειγμα, αν το πεδίο ανάλυσης οριστεί λανθασμένα ή με ελαττωματικά στοιχεία (π.χ. οπές, ανακριβές σύστημα συντεταγμένων), το παραγόμενο υπολογιστικό πλέγμα θα είναι επίσης λανθασμένο, και σε πολλές περιπτώσεις καθιστά αδύνατη τη συνέχιση της διαδικασίας ανάλυσης. Εντούτοις, η αλυσίδα αυτή έχει κάποιες δικλίδες ασφαλείας που εμφανίζονται στα στάδια 1 και 4, όπου γίνεται έλεγχος των παραγόμενων στοιχείων (γεωμετρία, χώρος, πλέγμα). Μέσω αυτών, και με τη χρήση των εργαλείων του λογισμικού, είναι δυνατή η διόρθωση τυχόν λανθασμένων τμημάτων της γεωμετρίας ή του πλέγματος και νέα εκτέλεση της διαδικασίας.

Ένα άλλο μέρος της διεργασίας που πρέπει να τονιστεί αφορά το στάδιο 3, δηλαδή την παραγωγή του πλέγματος. Όπως θα φανεί και στη συνέχεια, οι διαθέσιμες μέθοδοι είναι αρκετές και δεν υπάρχουν γενικοί κανόνες ως προς την επιλογή. Αντίθετα, η επιλεγόμενη μέθοδος εξαρτάται από τη γεωμετρία των προβλημάτων και την προτίμηση του χρήστη.

## 4.2 Παρουσίαση και βελτιστοποίηση περιβάλλοντος

Προτού ξεκινήσει η διαδικασία της πλεγματοποίησης, κρίνεται σκόπιμο να γίνει μια προεργασία στο περιβάλλον του ICEM CFD, προς όφελος της ομαλότερης και ταχύτερης εκτέλεσης των βημάτων που αναφέρονται στο σχήμα 4.1. Τονίζεται ότι όλες οι αλλαγές εφαρμόζονται με επανεκκίνηση του προγράμματος.

- Αρχικά, θεωρείται αυτονόητη η εκκίνηση του προγράμματος, η οποία ανοίγει ένα παράθυρο εντολών τύπου MS-DOS και ένα γραφικό περιβάλλον.

**Προσοχή!** Μολονότι κατά τη διάρκεια της χρήσης του λογισμικού ο χρήστης δε θα ασχοληθεί με το παράθυρο εντολών, απαγορεύεται **αυστηρά** ο τερματισμός του, καθώς μέσω αυτού εκτελούνται οι μέθοδοι παραγωγής πλεγμάτων.

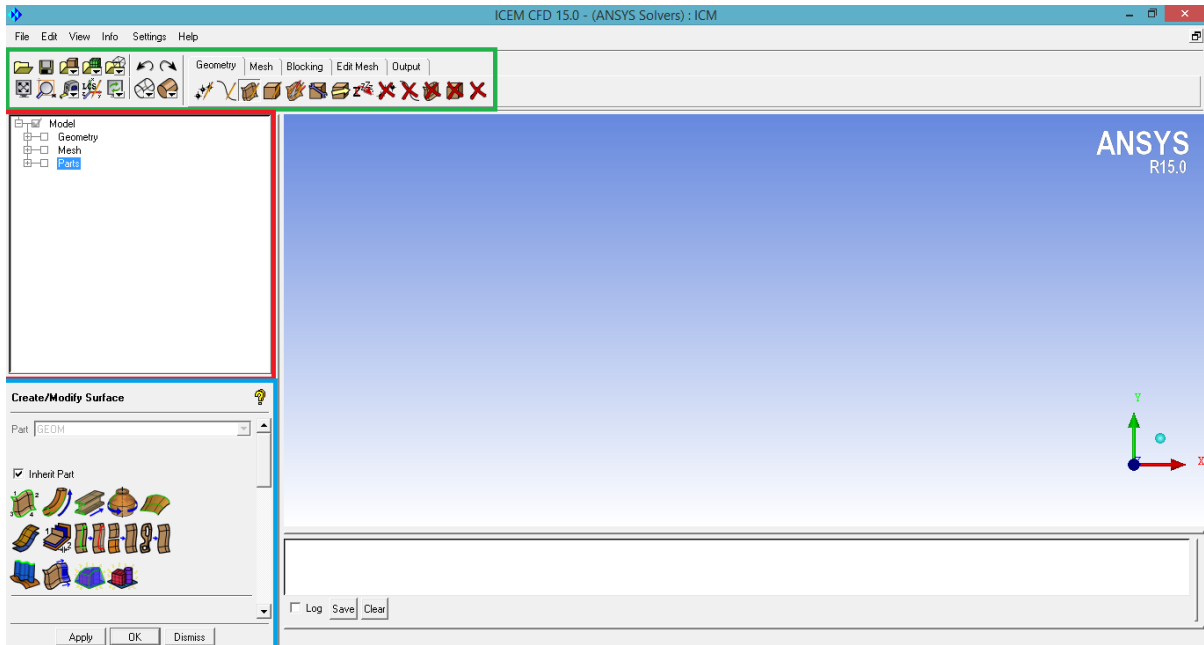
- Στο μενού **Settings** → **General** → **Number of Processors** καταγράφεται ο αριθμός των επεξεργαστικών πυρήνων που διατίθεται ο χρήστης να αφιερώσει στο πρόγραμμα. Σημειώνεται ότι δε συμπεριλαμβάνονται επεξεργαστές καρτών γραφικών. Προτείνεται ο μέγιστος δυνατός αριθμός. Οι υπόλοιπες ρυθμίσεις μπορούν να παραμείνουν στην προεπιλεγμένη κατάσταση.

- Στο μενού **Settings** → **Product** υπάρχει η δυνατότητα επιλεκτικής φόρτωσης τμημάτων του λογισμικού, προς όφελος της διαθέσιμης μνήμης. Προτείνεται η επιλογή **ANSYS Solvers – CFD Version**. Προαιρετικά, το γραφικό περιβάλλον μπορεί να αλλάξει από το υπο-μενού **GUI Style**. Οι υπόλοιπες ρυθμίσεις μπορούν να παραμείνουν στην προεπιλεγμένη κατάσταση.
- Δε συστήνεται ενασχόληση με τα υπόλοιπα μενού, καθώς οι προεπιλεγμένες ρυθμίσεις θεωρούνται ικανοποιητικές.

Έχοντας προβεί στις απαραίτητες τροποποιήσεις, η εκκίνηση του προγράμματος οδηγεί σε ένα πολύπλοκο εκ πρώτης όψεως περιβάλλον, το οποίο όμως είναι εξαιρετικά απλό. Καταρχάς, στα αριστερά βρίσκεται το βασικό δενδροδιάγραμμα (σχήμα 4.2, κόκκινο) το οποίο περιλαμβάνει όλες τις γεωμετρίες και πλέγματα που δημιουργούνται. Με την ανάπτυξη ενός project, όπως ονομάζεται το αρχείο του προγράμματος, περισσότεροι κλάδοι αποκαλύπτονται που εκπροσωπούν τα επιμέρους στοιχεία του. Ενδεικτικά αναφέρονται οι κλάδοι **Geometry** και **Mesh**, με προφανή ερμηνεία, ενώ κυρίαρχο ρόλο έχει ο κλάδος **Part**, μέσω του οποίου περιγράφεται ένα αντικείμενο στην ολότητά του. Πάνω από αυτό βρίσκεται η κύρια εργαλειογραμμή (σχήμα 4.2, πράσινο), από όπου γίνονται όλες οι διεργασίες παραγωγής πλέγματος. Συγκεκριμένα, κάθε καρτέλα είναι δομημένη με βάση το αντικείμενο μελέτης, που κατά σειρά είναι τα παρακάτω:

- Geometry → Γεωμετρία
- Mesh → Μη δομημένο πλέγμα
- Blocking → Δομημένο πλέγμα
- Edit Mesh → Επεξεργασία πλέγματος
- Output → Εξαγωγή

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι καθότι υπάρχει ένας τεράστιος αριθμός εργαλείων για την αποτελεσματική παραγωγή γεωμετριών και πλεγμάτων, στα πλαίσια της εργασίας η χρήση των βασικότερων εξ' αυτών κρίνεται αποδοτική. Στην περίπτωση που κάποιος θέλει να πειραματιστεί με τα υπόλοιπα εργαλεία, συστήνεται ανεπιφύλακτα η μελέτη του βοηθητικού εγχειριδίου.



Σχήμα 4.2: Διάκριση των εργαλειογραμμών

### 4.3 Δημιουργία πλεγμάτων

Έχοντας ολοκληρώσει τις προκαταρκτικές ενέργειες, η διαδικασία δημιουργίας υπολογιστικών πλεγμάτων μπορεί να λάβει χώρα, σύμφωνα με τα στάδια του σχήματος 4.1. Στην ενότητα αυτή θα γίνει μια περιγραφή των βημάτων που ακολουθούνται, με μία σημαντική παραδοχή. Καθώς τα διάφορα σώματα που μελετώνται (κύλινδρος ρευστού, σφαίρα, συνάθροιση σφαιριδίων, ρεαλιστικό πορώδες μέσο) διαφέρουν στη μορφολογία τους, οι λέξεις «γεωμετρία» και «πλέγμα» θα αναφέρονται σε όλα τα αντίστοιχα αντικείμενα, ενώ οποιαδήποτε παραλλαγή/τροποποίηση της διαδικασίας θα συμπεριληφθεί στην ενότητα 4.4. Για λόγους απλότητας, οι οπτικές αναπαραστάσεις της διαδικασίας τοποθετήθηκαν στο Παράρτημα Β. Ενδεικτικά χρησιμοποιείται το παράδειγμα της σφαίρας.

#### 4.3.1 Εισαγωγή, έλεγχος και επεξεργασία γεωμετρίας

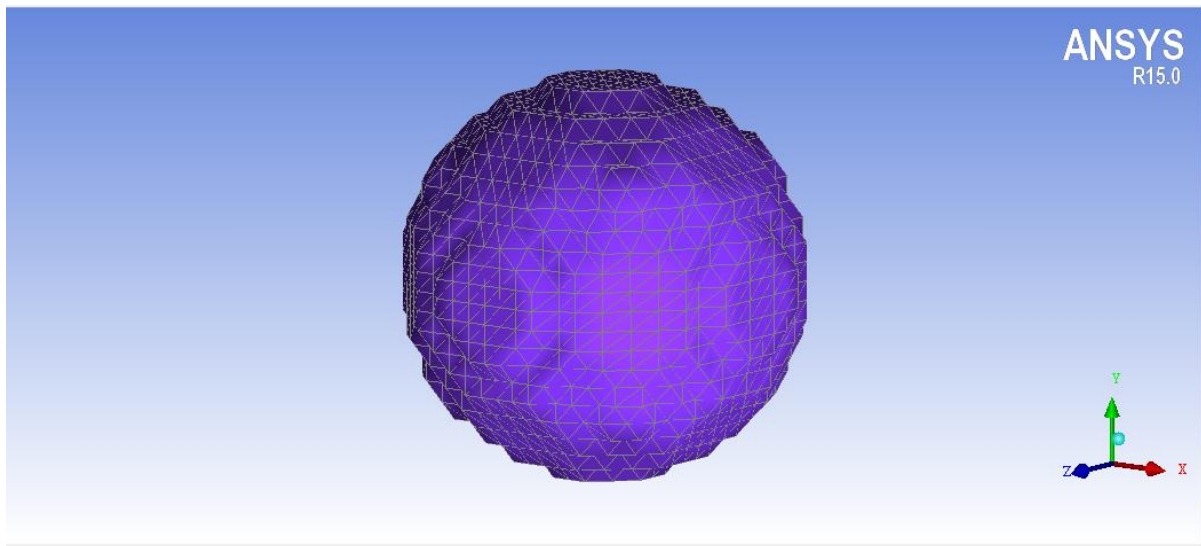
Το πρώτο βήμα στη δημιουργία ενός πλέγματος είναι η εισαγωγή της θεμέλιας (underlying) γεωμετρίας, που στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας προέρχεται από την περιγραφόμενη στο κεφάλαιο 2 διαδικασία. Στο ICEM, ο τρόπος εισαγωγής της γεωμετρίας είναι αρκετά απλός. Συγκεκριμένα, στο μενού **File** → **Import Geometry** → **Faceted** → **STL** εμφανίζεται το παράθυρο του εξερευνητή (explorer) από το οποίο μπορεί κανείς να εντοπίσει την επιθυμητή γεωμετρία. Λόγω



του τρόπου που προγραμματίστηκε η αποθήκευση της γεωμετρίας στο MATLAB, όλα τα αντικείμενα βρίσκονται στον ίδιο φάκελο με τα εκτελέσιμα.

Κατά την εισαγωγή, υπάρχει μια πιθανότητα να μην εμφανιστεί η γεωμετρία. Δεν αποτελεί λόγω ανησυχίας, καθώς βάσει των ρυθμίσεων του ICEM, όταν ξεπεραστεί ένας αριθμός επιφανειών στο εισαγόμενο αντικείμενο, αυτό αποκρύπτεται εντελώς ώστε να μην επιβαρυνθεί ο υπολογιστής. Για την εμφάνιση του αντικειμένου, αρκούν δύο κινήσεις:

1. Στην κύρια εργαλειογραμμή επιλέγεται η απεικόνιση των αντικειμένων ως wireframe που είναι λιγότερο απαιτητική σε γραφικούς πόρους. Στο αντίστοιχο βέλος, υπάρχει η δυνατότητα απεικόνισης είτε του γενικού περιγράμματος, είτε όλων των υπαρκτών επιφανειών.
2. Στο δενδροδιάγραμμα, ανοίγοντας τον κλάδο **Geometry**, παρατηρεί κανείς 3+1 στοιχεία, κατά σειρά **Points**, **Curves**, **Surfaces** και **Bodies**. Πατώντας στο αντίστοιχο κουτάκι, εμφανίζεται και το κατάλληλο στοιχείο στην οθόνη.



Σχήμα 4.3: Εισαγωγή γεωμετρίας, όψη τύπου wireframe.

Με φορτωμένη τη γεωμετρία, επιλέγεται το εργαλείο **Build Topology**, στην καρτέλα **Geometry**. Το εργαλείο αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την τελική ποιότητα του πλέγματος, καθώς εξάγει τις καμπύλες και τα σημεία που χαρακτηρίζουν το αντικείμενο. Σύμφωνα με το βοηθητικό εγχειρίδιο, η ύπαρξη των οδηγών καμπυλών και σημείων είναι καταλυτική, ειδικά σε περιπτώσεις αντικειμένων με απότομες καμπές. Πράγματι, οι δυαδικές γεωμετρίες και γενικότερα οι faceted ανήκουν σε αυτή την κατηγορία. Στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται υπάρχουν ένα πλήθος ρυθμίσεων. Εκ του

συνόλου αυτών, και έπειτα από δοκιμές, οι μόνες που κρίθηκαν σκόπιμες να τροποποιηθούν είναι το κουτί **Inherit Part** και η τιμή **Tolerance**. Η μεν πρώτη αναλαμβάνει να προσθέσει στο κάθε αντικείμενο τις καμπύλες και σημεία που το οριοθετούν. Αν δεν επιλεγθεί το κουτί, τότε πρέπει να υποδηλωθεί διαφορετικό ή καινούριο Part στο οποίο θα προστεθούν τα στοιχεία. Η δεύτερη χρησιμοποιείται ως κριτήριο αποδοχής, δηλαδή αποδέχεται μόνο στοιχεία των οποίων η απόσταση είναι μεγαλύτερη από την εισαγόμενη από το χρήστη ανοχή. Προτείνεται το κουτί να είναι ενεργό και η τιμή ανοχής να είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από το ήμισυ της ελάχιστης απόστασης. Κατ' εξαίρεση, η τελευταία μπορεί να αφεθεί στην προεπιλεγμένη τιμή, καθώς το λογισμικό αυτόματα υπολογίζει μια ενδεικτική τιμή. Στο ενδεχόμενο που η γεωμετρία παραβιάζεται, εμφανίζεται κατάλληλο μήνυμα στην οθόνη.

Στο σημείο αυτό αναφέρεται η εξής παρατήρηση: από δοκιμές προέκυψε ότι η προσθήκη των καμπυλών και των σημείων σε ξεχωριστά αντικείμενα επιδρά αρνητικά στην ποιότητα του πλέγματος. Η επίδραση αυτή γίνεται πιο εμφανής σε περισσότερα του ενός σώματα, όπου το λογισμικό δεν εφαρμόζει σωστά τις μεθόδους πλεγματοποίησης στα όριά τους και προβαίνει στη δημιουργία υπολογιστικών στοιχείων (elements) με απότομες καμπές. Συνεπώς, η επιλογή **Inherit Part** κρίνεται σχεδόν αναγκαία για τα παραγόμενα πλέγματα.

Με την ολοκλήρωση του βήματος αυτού, το στάδιο 1 μπορεί να θεωρηθεί πλήρες. Συστήνεται όμως ένας προκαταρκτικός έλεγχος των αποτελεσμάτων με το εργαλείο **Check Geometry**. Το εργαλείο αυτό είναι αρκετά χρήσιμο στον εντοπισμό κακών ακμών, επιφανειών, ή και οπών στη γεωμετρία. Η συντόμευσή του βρίσκεται στην καρτέλα **Geometry**.

### 4.3.2 Οριοθέτηση πεδίου ανάλυσης

Επόμενο στάδιο στη διαδικασία παραγωγής πλέγματος είναι η οριοθέτηση του πεδίου ανάλυσης και ροής. Αυτό περιλαμβάνει τη δημιουργία του κατάλληλου χώρου γύρω από το αντικείμενο, μαζί με τα απαραίτητα σύνορα, αλλά και του ρέοντος σώματος. Στις περιπτώσεις που μελετώνται στην εργασία, τα μόνα σύνορα που απαιτούνται είναι οι επιφάνειες εισόδου και εξόδου και το πλαϊνό τοίχωμα.

Η μέθοδος δημιουργίας του πεδίου είναι αρκετά απλή και εφαρμόζεται σε όλες τις δομές με τον ίδιο τρόπο, όμως λόγω της διαφορετικότητάς τους, ακολουθεί η γενική περιγραφή της και στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται αναλυτικά οι διάφορες παραλλαγές. Τα βήματα που απαιτούνται είναι τα εξής:

1. Στο μενού **Geometry** → **Create/Modify Surface** επιλέγεται η συντόμευση **Standard Shapes** και με τις κατάλληλες επιλογές δημιουργείται ο περιβάλλον χώρος.
2. Με ενεργές στην οθόνη μόνο τις επιφάνειες, δεξιά κλικ στον κλάδο **Parts** → **Create Part** .
3. Στο παράθυρο που εμφανίζεται στην οθόνη ξεχωρίζουν 4 κουμπιά, που αντιπροσωπεύουν κατά σειρά τα σημεία, τις καμπύλες, τις επιφάνειες και τα σώματα. Αν στο βήμα 2 δεν έχουν αποκρυφθεί τα υπόλοιπα στοιχεία, προτείνεται να απενεργοποιηθούν τα αντίστοιχα κουμπιά στο παράθυρο, ώστε να μην επιλεγεί εκ παραδρομής κάποιο στοιχείο που δεν είναι επιφάνεια.
4. Όπως περιγράφει και στο βοηθητικό μήνυμα, επιλέγεται η επιφάνεια, ενώ στο παράθυρο που βρίσκεται στα αριστερά, επιλέγεται το όνομα του αντικείμενου στο οποίο θα αποθηκευτεί η επιφάνεια. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τις επιφάνειες εισόδου και εξόδου, ενώ για τα πλαϊνά τοιχώματα αρκεί η μετονομασία του αντίστοιχου Part. Σημειώνεται ότι το κάθε στοιχείο μετακινείται από το ένα αντικείμενο στο άλλο, δεν αντιγράφεται. Επιπρόσθετα, το ICEM αναγνωρίζει και διαγράφει τα κενά Parts, ώστε θα πρέπει ο χρήστης να είναι ιδιαίτερα προσεκτικός κατά τη διαδικασία αυτή.
5. Στο μενού **Geometry** → **Create Body** δημιουργείται το Part που περιλαμβάνει το ρευστό σώμα. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγεται το όνομα του σώματος και η θέση στην οποία θα βρίσκεται. Χρειάζεται επισταμένη προσοχή στη θέση του σώματος, καθώς πρέπει να βρίσκεται σε περιοχή εντός του χώρου ανάλυσης, και εκτός των παρεμβαλλόμενων στερεών σωμάτων.

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τροποποιήσεις που έγιναν στη διαδικασία, σύμφωνα με τις ανάγκες της εκάστοτε περίπτωσης, και που θα αναλυθούν στην ενότητα του κάθε παραδείγματος χωριστά.

**Πίνακας 4.1: Τροποποιήσεις στη διαδικασία οριοθέτησης χώρου**

<i>Γεωμετρία</i>	<i>Κύλινδρος</i>	<i>Σφαίρα</i>	<i>Συν. Σφαιριδίων</i>	<i>Ετερογενής Δομή</i>
<i>Τροποποίηση</i>	<i>Έλλειψη χώρου</i>	<i>Εκτεταμένος χώρος</i>	<i>Χώρος ίσος με το σώμα</i>	<i>Χώρος ίσος με το σώμα</i>
<i>Αιτία</i>	<i>Προκαθορισμένος από τη γεωμετρία</i>	<i>Ελεύθερη ροή γύρω από σφαίρα</i>	<i>Μελέτη τοπικών φαινομένων</i>	<i>Μελέτη τοπικών φαινομένων</i>

### 4.3.3 Παραγωγή πλέγματος

Με την ολοκλήρωση της διαδικασίας οριοθέτησης της γεωμετρίας και του πεδίου ανάλυσης, είναι εφικτή η μετάβαση στο στάδιο της δημιουργίας υπολογιστικών πλεγμάτων. Η σημαντικότητά του είναι καταλυτική για την έκβαση των αναλύσεων που ακολουθούν, επομένως αφιερώθηκαν πολλές ώρες στον καθορισμό της καλύτερης συμβιβαστικής λύσης μεταξύ ποιότητας και υπολογιστικού κόστους. Στις επόμενες σελίδες, θα γίνει μια συνοπτική περιγραφή των διαθέσιμων μεθόδων και θα οριστούν τα απαραίτητα βήματα για την επιτυχή παραγωγή των πλεγμάτων.

#### 4.3.3.1 Μέθοδοι παραγωγής πλεγμάτων

Οι βασικότερες μέθοδοι που προσφέρονται από το λογισμικό ICEM CFD για την παραγωγή των υπολογιστικών πλεγμάτων παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα με τις βασικές ιδιότητες της κάθε μεθόδου, καθώς και την αξιολόγησή τους ως προς την ποιότητα, τον αριθμό των στοιχείων του πλέγματος και την ταχύτητα δημιουργίας του.

Πίνακας 4.2: Περιγραφή βασικών μεθόδων

Μέθοδος	<i>Octree</i>	<i>Delaunay / A.F.</i>	<i>Hexa</i>	<i>Cartesian</i>
Τύπος Μεθόδου	<i>Top-Down</i>	<i>Bottom-Up</i>	<i>Bottom-Up</i>	<i>Top-Down</i>
Τρόπος Λειτουργίας	Επαναληπτική διαίρεση χώρου	Σταδιακή ανάπτυξη πλέγματος	Σταδιακή ανάπτυξη πλέγματος	Καρτεσιανή διακριτοποίηση
Ποιότητα	Καλή	Καλή	Άριστη	Εξαρτώμενη από γεωμετρία
Τύπος Στοιχείων	<i>Tri</i> (τρίγωνα) – <i>Tetra</i> (τετράεδρα)	<i>Tri</i> (τρίγωνα) – <i>Tetra</i> (τετράεδρα)	<i>Quad</i> (τετράγωνα) – <i>Hexa</i> (οκτάεδρα)	<i>Quad</i> (τετράγωνα) – <i>Hexa</i> (οκτάεδρα)
Χρόνος Παραγωγής	Μικρός	Μικρός/Μεσαίος	Πολύ μεγάλος	Μεσαίος
Αριθμός Στοιχείων	Εξαρτώμενος από χρήστη	Εξαρτώμενος από χρήστη	Εξαρτώμενος από χρήστη	Εξαρτώμενος από χρήστη

Για την επιλογή της μεθόδου λήφθηκαν υπόψιν το βοηθητικό εγχειρίδιο, η ποιότητα του πλέγματος που μπορεί να επιτευχθεί και η αναγκαία συνοχή που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των προβλημάτων, καθώς η χρήση μίας και μοναδικής μεθόδου απομακρύνει τον παράγοντα του πλέγματος από τις όποιες αποκλίσεις εμφανιστούν στα αποτελέσματα. Με βάση αυτά, επιλέγεται η μέθοδος Octree, καθώς είναι ικανή να αποτυπώσει σωστά τα ψηφιοποιημένα σχήματα που μελετώνται και με την κατάλληλη ρύθμιση των στοιχείων παράγεται ένα πολύ καλής ποιότητας πλέγμα.

#### 4.3.3.2 Διαδικασία παραγωγής πλέγματος

Με καθορισμένο το πεδίο ανάλυσης και έχοντας ορίσει την επιθυμητή μέθοδο από την προηγούμενη παράγραφο, τα βήματα που ακολουθούνται για την διαδικασία παραγωγής του πλέγματος είναι τα εξής:

1. Στην καρτέλα **Mesh** της κύριας εργαλειογραμμής εμφανίζονται 5 συντομεύσεις. Η πρώτη από αυτές ονομάζεται **Global Mesh Setup** και περιλαμβάνει όλες τις γενικές ρυθμίσεις ενός πλέγματος, όπως ενδεικτικά τη δυνατότητα πύκνωσης του πλέγματος σε ακμές και καμπύλες (proximity/curvature).
2. Στην υπο-καρτέλα **Global Mesh Setup** → **Tetra/Mixed** επιλέγεται το κουτί **Smooth Mesh**. Στα παράθυρα που ακολουθούν, είναι προεπιλεγμένος ο αριθμός επαναλήψεων (5), καθώς και η απαιτούμενη ελάχιστη ποιότητα στοιχείων (element quality, 0.4). Προτείνεται να μην αυξηθούν οι επαναλήψεις, καθώς δεν παρατηρείται σημαντική βελτίωση στην ποιότητα του πλέγματος μετά το σημείο αυτό. Σαν υποσημείωση αναφέρεται ότι τελικά η ελάχιστη ποιότητα είναι κάτω από το 0.4, όμως αυτή αφορά ένα σχεδόν αμελητέο ποσοστό στοιχείων, αν και εφόσον το συνολικό πλέγμα είναι καλό.
3. Αν επιλέγεται περιοδική ροή, είναι δόκιμο να μην επιλεγεί στο στάδιο αυτό η εξομάλυνση του πλέγματος. Ακόμα και αν το ICEM μπορεί να εξομαλύνει περιοδικές όψεις, η πιθανότητα ανομοιομορφίας μεταξύ αυτών είναι υπαρκτή και μπορεί να εμποδίσει τη συνθήκη περιοδικότητας. Επιπρόσθετα, στο παράθυρο με τίτλο **Offset** ορίζονται οι τιμές  $dx, dy, dz$  για τις οποίες εφαρμόζεται η συνθήκη. Από διάφορες δοκιμές, εξήχθη το συμπέρασμα ότι το εργαλείο αυτό μπορεί να λειτουργήσει για μονοδιάστατη μεταφορική περιοδικότητα και για οποιαδήποτε αξονοσυμμετρική περιοδικότητα.
4. Παρόλο που υπάρχουν αρκετά εργαλεία ακόμα στην καρτέλα, δεν αφορούν τα πεπραγμένα του γράφοντα, επομένως η διαδικασία συνεχίζεται με τη δεύτερη συντόμηση, **Part Mesh Setup**. Στο παράθυρο που εμφανίζεται, υπάρχει ένα σύνολο μεταβλητών που καθορίζουν το τελικό πλέγμα. Για τους σκοπούς της εργασίας, δεν απαιτείται ιδιαίτερη ρύθμιση του συνόλου

αυτού, αλλά μεμονωμένη και πολύ συγκεκριμένη ρύθμιση του μέγιστου μεγέθους των στοιχείων, την ύπαρξη ή μη πλέγματος για το οριακό στρώμα με την επιλογή **Prism**, και την επιλογή τοιχωμάτων. Στην κατηγορία **Max Size** εισάγεται το μέγιστο μέγεθος που μπορεί να έχει ένα στοιχείο. Πρέπει όμως να ληφθεί υπόψη ότι λόγω της ιδιαιτερότητας της μεθόδου, το μέγεθος αυτό θα προσαρμοστεί σε κάποιο πολλαπλάσιο του 8, οπότε επιβάλλεται ο αυστηρός έλεγχος της εισαγόμενης τιμής ώστε να διασφαλιστεί η καλύτερη δυνατή ποιότητα.

5. Όσον αφορά το αντικείμενο εντός του ρευστού, υπάρχουν δύο επιλογές για τον ορισμό του τοιχώματός του, οι οποίες και το διαχωρίζουν από τον κύριο όγκο του ρευστού. Όπως περιγράφουν και τα ονόματά τους, οι δύο επιλογές προσδίδουν στο στερεό την ιδιότητα του εσωτερικού τοιχώματος (Internal Wall) και του διαχωριστικού τοιχώματος (Split Wall). Παρόλο που τα περισσότερα εγχειρίδια δείχνουν την προτίμησή τους στο εσωτερικό τοίχωμα, αποδείχθηκε ότι το διαχωριστικό τοίχωμα είναι πιο ακριβές στην αναπαράσταση στερεών όγκων εντός ρευστού, και αποτρέπει τη δημιουργία αγκαθιών (spikes) στα όρια του χώρου που καταλαμβάνονται από στερεό. Συνεπώς επιλέγεται το κουτί του **Split Wall**.
6. Πατώντας στην τελευταία συντόμευση, εμφανίζεται το παράθυρο έναρξης της διαδικασίας. Σε αυτό υπάρχουν οι εντολές για την επιλογή μεθόδου, αλλά και των αντικειμένων από τα οποία θα παραχθεί το πλέγμα. Συνήθως επιλέγονται όλα τα αντικείμενα του ίδιου πεδίου, όμως στο ενδεχόμενο που πρέπει να πυκνωθούν κάποιες όψεις, μπορούν να επιλεγθούν μεμονωμένα. Επίσης, παρέχεται η δυνατότητα χρήσης κάποιου υπάρχοντος πλέγματος. Αυτό είναι και το τελευταίο απαιτούμενο βήμα για την παραγωγή ενός πλέγματος στο ICEM.

#### 4.3.4 Έλεγχος ποιότητας πλέγματος

Στην ενότητα αυτή πραγματοποιείται ο έλεγχος της ποιότητας του πλέγματος, ώστε να διασφαλιστεί ότι η επίδρασή του στις αναλύσεις που ακολουθούν είναι αμελητέα. Ταυτόχρονα, δίνονται κάποιες συμβουλές για την επιδιόρθωση τυχόν σφαλμάτων.

Καταρχάς, στο κεντρικό παράθυρο που βρίσκεται χαμηλά στην οθόνη υπάρχουν όλες οι πληροφορίες για την πρόοδο του πλέγματος και τα όποια σφάλματα προκύψουν, ως προκαταρκτικός έλεγχος. Για τον κυρίως έλεγχο του πλέγματος θα χρησιμοποιηθούν πέντε (5) κριτήρια αξιολόγησης. Αυτά είναι κατά σειρά:

- Αριθμός στοιχείων (Element Number)
- Ποιότητα στοιχείων (Element Quality)
- Λόγος πλευρών (Aspect Ratio)
- Λοξότητα (Equiangle Skewness)
- Ορθοκανονική ποιότητα (Orthogonal Quality)

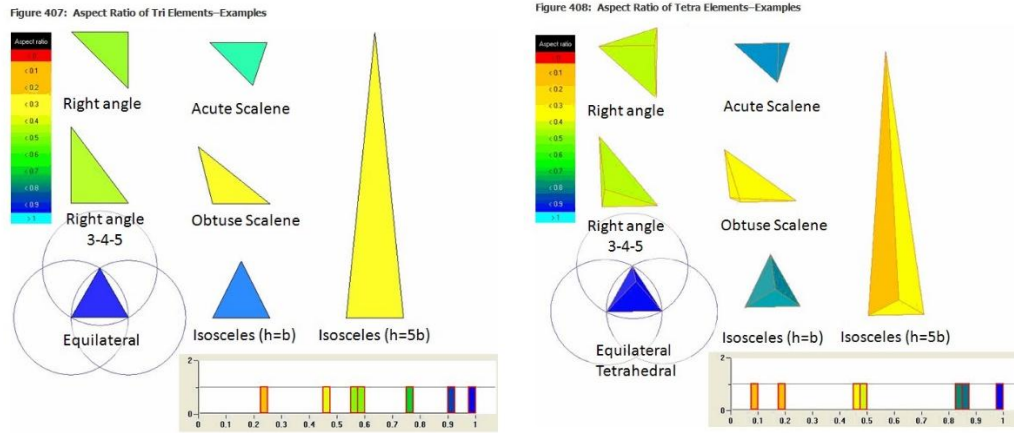
Ο αυξημένος αριθμός κριτηρίων αφορά τόσο τη γενική χρησιμότητα του πλέγματος σε άλλα λογισμικά, όσο και τις συγκεκριμένες απαιτήσεις του Fluent. Αποδεικνύεται ότι ειδικά για τον πεπλεγμένο επιλυτή του λογισμικού, τα δύο σημαντικότερα κριτήρια είναι ο λόγος πλευρών και η λοξότητα, και γενικότερα για το πρόγραμμα απαιτείται και η ορθοκανονική ποιότητα.

Ο αριθμός των στοιχείων (Element Number) είναι ένα αρκετά απλό μέτρο ελέγχου του πλέγματος, αν και αμφιλεγόμενης ερμηνείας. Κατά κανόνα, αυξημένος αριθμός πλέγματος, και εντός λογικών πλαισίων, συνεπάγεται την πιο ακριβή προσέγγιση των φαινομένων, άρα και της πιο ακριβούς ανάλυσης ροής. Ειδικότερα σε φαινόμενα τυρβώδους ροής, όπου σχηματίζονται δίνες, ένα πυκνό πλέγμα είναι ικανότερο να αποτυπώσει την εμφάνισή τους σε σχέση με ένα πιο αραιό πλέγμα. Αναφερόμενοι σε λογικά πλαίσια, η χρήση ενός υπερβολικά μεγάλου αριθμού στοιχείων όχι μόνο δε συνεισφέρει στην ακρίβεια, όμως επιβαρύνει το υπολογιστικό σύστημα λόγω μεγέθους και δημιουργεί τεράστια σφάλματα στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, λόγω λανθασμένων συνθηκών. Όπως γίνεται αντιληπτό, ο καθορισμός του αριθμού αυτού εξαρτάται από την εφαρμογή και τις επικρατούσες συνθήκες. Στα πλαίσια της εργασίας, ένα πλέγμα μεγέθους έως και  $4 \cdot 10^6$  στοιχείων κρίνεται αρκετό για τις αναλύσεις που ακολουθούν.

Η ποιότητα των στοιχείων (Element Quality) είναι ένα κριτήριο που προσφέρει μια γενική εικόνα του πλέγματος και η σημασία του περιορίζεται στο βαθμό που εξετάζεται αυτή. Αριθμητικά, ταυτίζεται με το κριτήριο του βασικού λόγου πλευρών. Σύμφωνα με αυτόν, για τα μεν τρίγωνα υπολογίζεται ως το πηλίκο της (4.1) ενώ για τα τετράεδρα εφαρμόζεται η (4.2). Υπολογισμός του μέσου όρου όλων των στοιχείων αποδίδει τη μέση συνολική ποιότητα. Καθώς το εύρος κυμαίνεται από 0 έως 1, προτιμάται η υψηλότερη δυνατή τιμή.

$$Aspect\ Ratio = \left( \frac{A}{L_{max}} \right)_{actual} / \left( \frac{A}{L_{max}} \right)_{ideal} \quad (4.1)$$

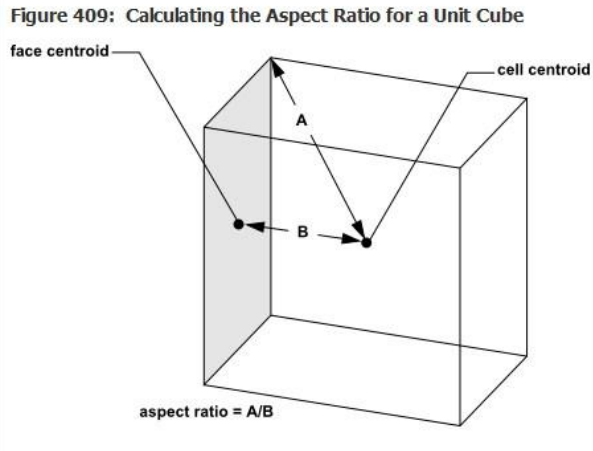
$$Aspect\ Ratio = \left( \frac{V}{R_{circ.}^3} \right)_{actual} / \left( \frac{V}{R_{circ.}^3} \right)_{ideal} \quad (4.2)$$



Σχήμα 4.4: Υπολογισμός ποιότητας

Το κριτήριο του λόγου πλευρών (Aspect Ratio) μπορεί να εκφραστεί με δύο τρόπους, το βασικό και τον εξειδικευμένο για το Fluent. Ο πρώτος έχει ήδη αναφερθεί, επομένως στην παράγραφο αυτή αναλύεται η εξειδικευμένη μορφή του. Σύμφωνα με το εγχειρίδιο, μετρούνται οι αποστάσεις των κόμβων ενός στοιχείου από το κέντρο τους, οι αποστάσεις των κέντρων των όψεων από το κέντρο του στοιχείου και υπολογίζεται ο λόγος μέγιστης προς ελάχιστη απόσταση. Αντίθετα με τα περισσότερα κριτήρια, ο λόγος αυτός προτιμάται να είναι το δυνατόν μικρότερος. Πέρα ότι επιτρέπει τη χρήση της πεπλεγμένης μεθόδου, μικρότερος λόγος μεταφράζεται σε ισότροπα κελιά ή στοιχεία, επομένως βελτιώνεται η συμπεριφορά του πλέγματος.





Σχήμα 4.5: Υπολογισμός λόγου πλευρών

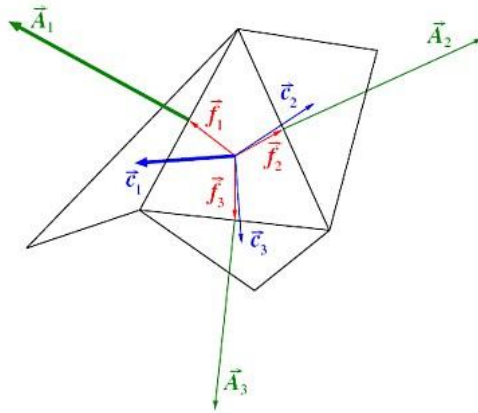
Η λοξότητα αφορά την κλίση των ακμών ενός στοιχείου ως προς το ιδεατό. Και σε αυτή την περίπτωση, ως ιδεατό θεωρείται ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα κανονικό τετράεδρο, ενώ η λοξότητα προκύπτει από τη σχέση (4.3). Σύμφωνα με τον τύπο, προτιμάται μια τιμή που να προσεγγίζει τη μονάδα.

$$\text{Element equiangle skew} = 1.0 - \max \left( \frac{Q_{\max} - Q_e}{180 - Q_e}, \frac{Q_e - Q_{\min}}{Q_e} \right) \quad (4.3)$$

$Q_{\max}$  = μέγιστη γωνία όψης ή στοιχείου,  $Q_{\min}$  = ελάχιστη γωνία όψης ή στοιχείου,  $Q_e$  = γωνία ιδεατού στοιχείου (60° για τρίγωνο, 90° για τετράγωνο)

Όπως αναφέρει και το όνομά του, το κριτήριο της ορθοκανονικής ποιότητας σχετίζεται με την ορθοκανονικότητα ενός στοιχείου. Ο υπολογισμός γίνεται με βάση τα συνημίτονα των γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ των διανυσμάτων που είναι κάθετα στις όψεις και των διανυσμάτων που είναι κάθετα στο διάνυσμα κέντρου – όψεων. Η ερμηνεία του γίνεται πιο εμφανής στο παρακάτω σχήμα, ενώ οι επιθυμητές τιμές προσεγγίζουν τη μονάδα. Στο σχήμα 4.13 με A συμβολίζονται τα ανύσματα που είναι κάθετα στις όψεις, με C τα διανύσματα που συνδέουν τα κέντρα των κελιών και με F τα διανύσματα κέντρου – όψεων. Υπολογίζονται τα συνημίτονα των γωνιών που σχηματίζονται και ως ποιότητα λαμβάνεται η ελάχιστη τιμή.

Figure 414: Vectors Used to Compute Orthogonal Quality for a Cell



Σχήμα 4.6: Ορθοκανονική ποιότητα ενός κελιού

Παρόλο που έχουν οριστεί τα πέντε κριτήρια, είναι δόκιμος ο οπτικός έλεγχος του πλέγματος, καθώς αποφεύγεται ο έλεγχος των κριτηρίων σε περίπτωση που το πλέγμα έχει σχηματιστεί λανθασμένα. Για την πραγμάτωσή του, υπάρχει η εντολή **Mesh Cut Plane**, στο μενού View. Αυτή επιτρέπει την διδιάστατη αναπαράσταση του πλέγματος σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Στο παράθυρο που εμφανίζεται μπορούν να ρυθμιστούν τόσο η διεύθυνση κίνησης και το κάθετο προς αυτήν πλέγμα. Λόγω προεπιλογής και εξοικονόμησης πόρων από τα γραφικά, στο πλέγμα δεν εμφανίζονται τα στοιχεία όγκου, άρα πρέπει να ενεργοποιηθούν από το δένδροδιάγραμμα. Αν το πλέγμα έχει δημιουργηθεί σωστά, τότε μέσα στο ρευστό θα πρέπει να έχουν δημιουργηθεί οπές, οι οποίες αντιστοιχούν στο παρεμβαλλόμενο στερεό.

Θεωρώντας ότι ο οπτικός έλεγχος είναι θετικός, μέσω της καρτέλας Edit Mesh που βρίσκεται στην κύρια εργαλειογραμμή μπορεί το πλέγμα να αξιολογηθεί ως προς τα προαναφερθέντα κριτήρια. Ανάμεσα σε όλα τα διαθέσιμα εργαλεία επεξεργασίας του πλέγματος, η τέταρτη συντόμευση είναι αυτή που αφορά τον έλεγχο. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγονται τα στοιχεία και το κριτήριο προς αξιολόγηση. Καθώς οι καμπύλες υπάρχουν μόνο για τη σωστή οριοθέτηση της γεωμετρίας, δε χρειάζεται να αξιολογηθούν. Στο κεντρικό παράθυρο που εμφανίζεται δίνονται αριθμητικά και γραφικά οι κατανομές των κριτηρίων. Το ICEM δεν έχει καλό γραφικό σύστημα για μεγάλες κατανομές, όμως οι χρωματισμοί του σε συνδυασμό με τις αριθμητικές πληροφορίες αρκούν για να εξαχθούν συμπεράσματα. Η γραφική κλίμακα ξεκινά από το κόκκινο και καταλήγει στο μπλε, υποδηλώνοντας αύξηση του μεγέθους. Συνεπάγεται ότι είναι επιθυμητή η μη εμφάνιση θερμών

χρωμάτων (κατά σειρά κόκκινο, πορτοκαλί, κίτρινο) ή έστω η ύπαρξη λίγων κίτρινων στοιχείων. Εξαίρεση αποτελεί ο λόγος πλευρών για τον οποίο υπάρχει η αντίθετη απαίτηση, με προτίμηση σε στοιχεία κοντά στη μονάδα. Κάτι τέτοιο στα πλέγματα της εργασίας δεν συναντάται, οπότε συμβιβαστικά αρκεί η επικράτηση των θερμών χρωμάτων.

#### 4.3.5 Εξαγωγή πλέγματος στο Fluent

Το παρόν στάδιο αποτελεί το τελευταίο στην αλυσίδα του σχήματος 4.1 και επικεντρώνεται στη μεταφορά του παραχθέντος πλέγματος από το ICEM στο Fluent. Επί της ουσίας είναι η αποθήκευση του πλέγματος σε μορφή που υποστηρίζεται από το δεύτερο. Για την επίτευξη αυτού αρκεί η συντόμηση Write Input της καρτέλας Output, στην κύρια εργαλειογραμμή. Στο παράθυρο που εμφανίζεται δίνονται τα λογισμικά στα οποία δύναται να εξαχθεί το πλέγμα, και στη συνέχεια η δυνατότητα αποθήκευσης των συνοριακών συνθηκών. Καθώς είναι προτιμότερο αυτές να οριστούν απευθείας στο Fluent, μπορεί να γίνει παράλειψη του βήματος, και στο επόμενο παράθυρο διαλόγου δίνεται ένα πλήθος επιλογών για τον τύπο του αρχείου που εξάγεται. Στα πλαίσια της εργασίας δε χρειάζεται τροποποίηση των αρχικών ρυθμίσεων και το μόνο που απαιτείται είναι το όνομα του εξαγόμενου αρχείου. Η διαδικασία της μετάφρασης είναι χρονοβόρα, και συνοδεύεται τα απαραίτητα μηνύματα στο κεντρικό παράθυρο.

**Προσοχή!** Η εμφάνιση του μηνύματος “**Done**” δε σηματοδοτεί την ολοκλήρωση της διαδικασίας, αλλά την έναρξη της μετάφρασης. Ο τερματισμός γίνεται αντιληπτός με το μήνυμα “**Done with translation**”.

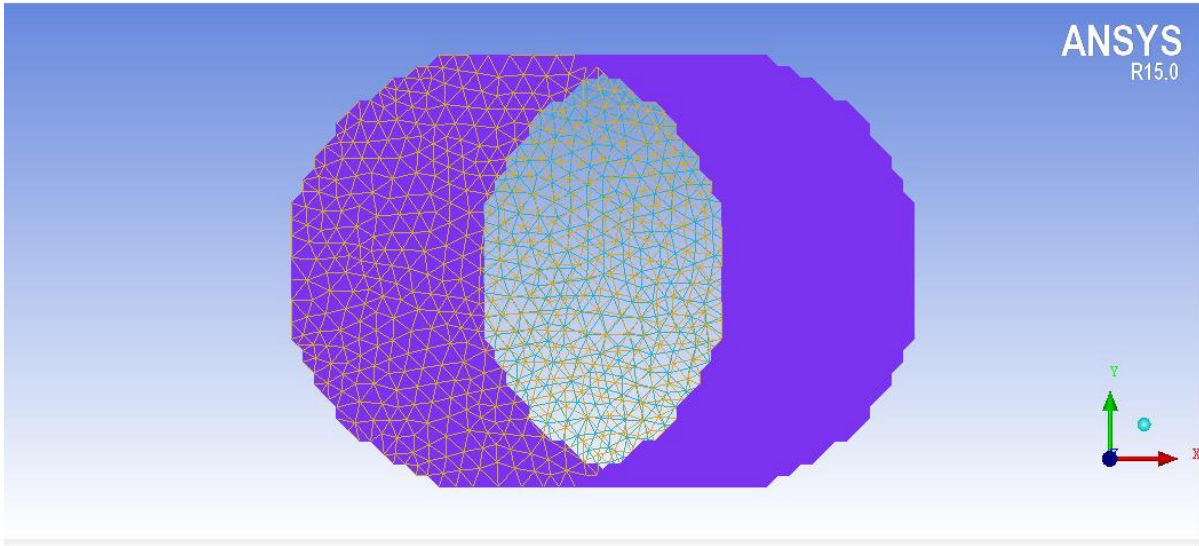
### 4.4 Εφαρμογές

#### 4.4.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού

Όπως έγινε αντιληπτό από το κεφάλαιο 2, το κυλινδρικό στοιχείο που καλείται να μελετηθεί είναι το ρευστό εντός του αγωγού. Εξαιτίας όμως της λειτουργίας του ICEM που υποχρεώνει το ρευστό να παρεμβάλλεται εντός κλειστού χώρου επιφανειών (πεδίο ανάλυσης), καθίσταται δυνατή η ανάλυση του αρχικού μοντέλου, ήτοι του αγωγού και του περικλειόμενου ρευστού. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η πλαϊνή όψη του κυλίνδρου και ο συνοπτικός πίνακας των μεγεθών.

**Πίνακας 4.3: Τιμές μετρούμενων μεγεθών για τον κύλινδρο**

Number	Quality		Eq. Skewness		Aspect Ratio		Ortho. Quality	
	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average
2066134	0.308	0.712	0.267	0.683	2.000	4.707	0.432	0.846



*Σχήμα 4.7: Το τελικό πλέγμα του κυλίνδρου, σε πλαϊνή όψη.*

Τα αποτελέσματα κρίνονται ικανοποιητικά, βάσει των αριθμών. Το μοναδικό σημείο που απαιτεί προσοχή τόσο για τον κύλινδρο όσο και για τα υπόλοιπα σώματα είναι οι τοπικές παραμορφώσεις των στοιχείων κοντά στις ακμές των σχημάτων, που δυσχεραίνουν την ποιότητα του πλέγματος. Η προτεινόμενη λύση είναι η σμίκρυνση των στοιχείων, με άμεση συνέπεια την αύξηση του αριθμού τους.

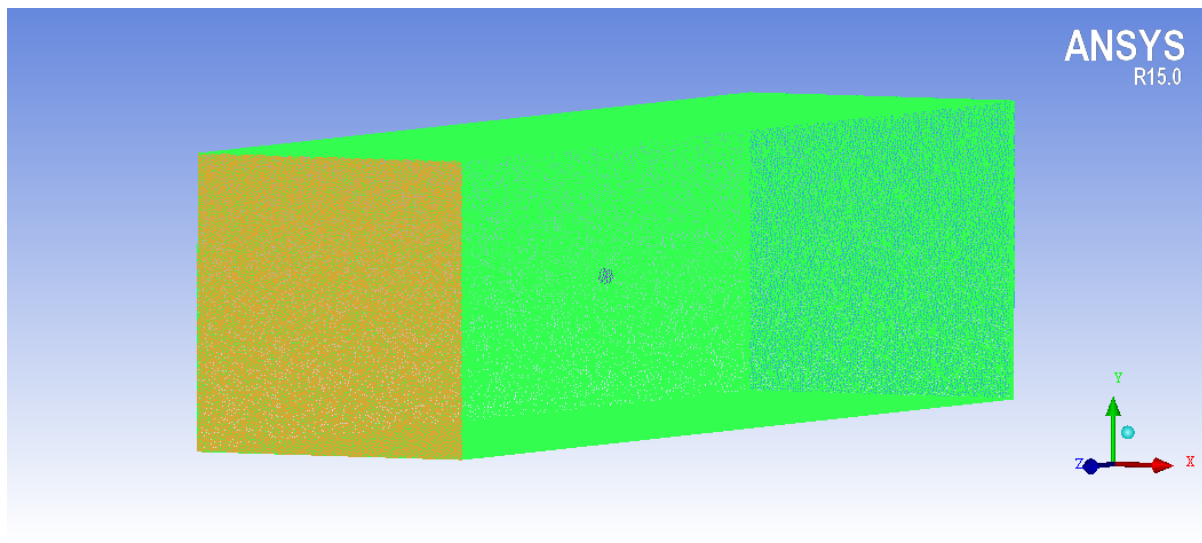
#### **4.4.2 Ελεύθερη ροή γύρω από σφαίρα**

Για τη δημιουργία ελεύθερης ροής γύρω από τη σφαίρα απαιτείται ο περιβάλλον χώρος του πίνακα 4.1, δηλαδή ένας μεγεθυμένος κύβος με την απόσταση των πλαϊνών τοιχωμάτων να κυμαίνεται από 20 έως και 200 διαμέτρους της σφαίρας για έρπουσες ροές, ανάλογα με την ταχύτητα του ρευστού. Η απαίτηση αυτή πιστώνεται στο θεωρητικό υπόβαθρο της Ρευστομηχανικής, όπου τονίζεται η επίδραση των ροών χαμηλής ταχύτητας σε μεγάλη έκταση από το εμπόδιο (Τσαγγάρης, 2005). Η τροποποίηση λοιπόν που γίνεται στην περίπτωση αυτή είναι η εξής:

Κατά την εισαγωγή της σφαίρας, γίνεται πρώτα η οριοθέτηση του πεδίου και μετά η δημιουργία της τοπολογίας, καθώς υπάρχει ισχυρή επίδραση του αριθμού οντοτήτων και του χρόνου της διαδικασίας. Το αποτέλεσμα φυσικά δεν αλλάζει, αν και είναι προτιμότερο να ακολουθηθεί κατά γράμμα η αλληλουχία που αναφέρεται στην εργασία, καθώς οι περιπτώσεις που μελετώνται είναι απλές εφαρμογές και δεν εκφράζουν το σύνολο. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η πλαϊνή όψη του χώρου, και ο συνοπτικός πίνακας των μεγεθών.

**Πίνακας 4.4:** Τιμές μετρούμενων μεγεθών για την περίπτωση σφαίρας

Number	Quality		Eq. Skewness		Aspect Ratio		Ortho. Quality	
	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average
1866613	0.359	0.725	0.271	0.702	2.000	4.685	0.441	0.855



*Σχήμα 4.7:* Το τελικό πλέγμα του συνολικού πεδίου, σε πλαϊνή όψη.

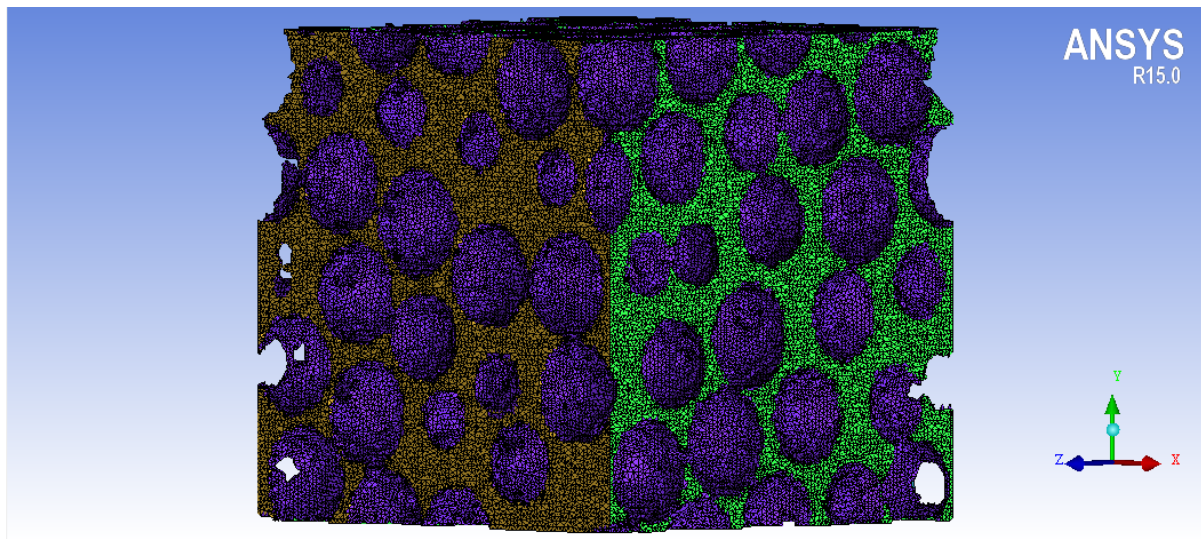
Μια παρατήρηση που αφορά το συγκεκριμένο παράδειγμα συνδέεται με το μέγεθος της σφαίρας. Δεδομένου ότι η γεωμετρία είναι ψηφιοποιημένη, και θεωρώντας ότι γίνεται διαχείριση ενός αδιάστατου πεδίου ανάλυσης (αντίθετα με τον κύλινδρο), κρίθηκε δόκιμο να περιοριστεί το μέγεθος των στοιχείων της στη μονάδα, ώστε να συμβαδίζει κατά το δυνατόν με τη γεωμετρία. Όσο αυξάνεται το μέγεθος της σφαίρας, το μέγεθος αυτό οφείλει να παραμείνει σταθερό ώστε να μη χαθεί πολύτιμη πληροφορία για τη διαμόρφωση των επιφανειών.

#### 4.4.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων

Η δημιουργία μιας συνάθροισης σφαιριδίων αποτελεί μια ψηφιοποιημένη αναπαράσταση ενός πορώδους υλικού και για τη δημιουργία κατάλληλου πλέγματος θεωρείται ένας βασικός κορμός στον οποίο θα μπορούν να προστεθούν επιπλέον τμήματα γύρω από αυτόν. Για τη μελέτη που ακολουθεί, μόνο ο κορμός, δηλαδή η συνάθροιση, είναι απαραίτητο. Σε περιπτώσεις τυρβώδους ροής, προστίθεται κατάλληλο πεδίο ροής και τα αντίστοιχα πλέγματα συνενώνονται. Στο ICEM, το πλέγμα παράγεται χωρίς κάποια τροποποίηση ως προς τη διαδικασία της μίας σφαίρας, με εξαίρεση το μέγεθος του πεδίου, που ισοδυναμεί με το μέγεθος της συνάθροισης. Στο σχήμα 4.8 αποδίδονται το τελικό πλέγμα και τα γραφήματα ποιότητας των στοιχείων, κατά τα πρότυπα των προηγούμενων εφαρμογών. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η πλαϊνή όψη της συνάθροισης και ο συνοπτικός πίνακας των μεγεθών.

Πίνακας 4.5: Τιμές μετρούμενων μεγεθών για τη συνάθροιση

Number	Quality		Eq. Skewness		Aspect Ratio		Ortho. Quality	
	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average
1750949	0.276	0.763	0.241	0.730	2.000	4.264	0.362	0.867



Σχήμα 4.8: Το τελικό πλέγμα της συνάθροισης, σε πλαϊνή όψη.

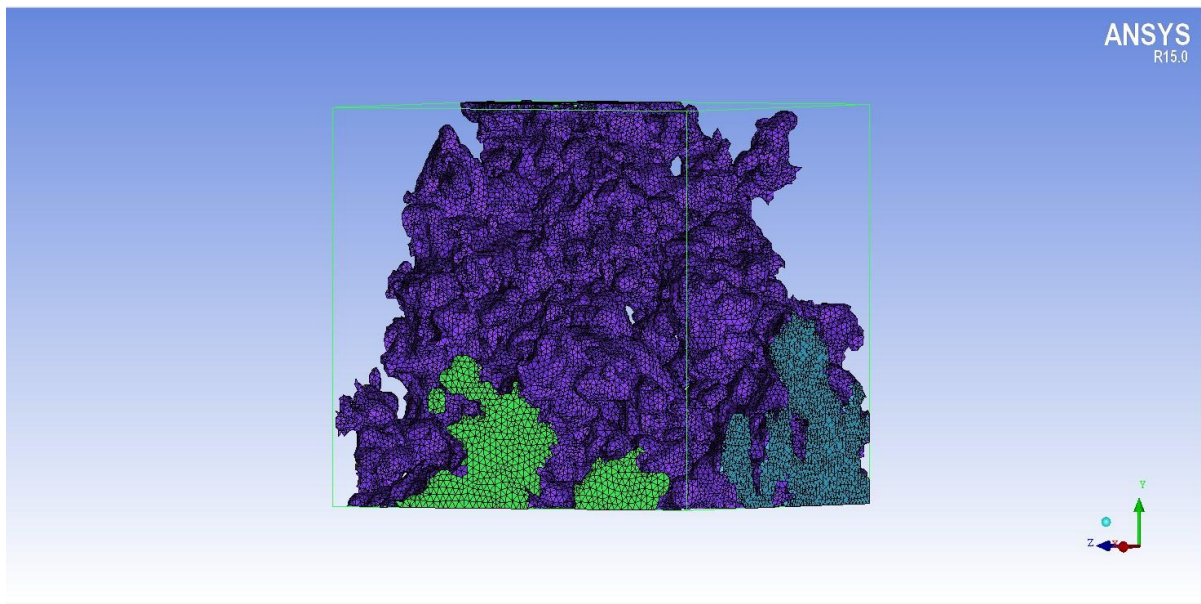
Σύμφωνα με τα γραφήματα, παρατηρείται μια συνολική μείωση της ποιότητας του πλέγματος. Η οριοθέτηση του χώρου στα σύνορα της συνάθροισης και η ύπαρξη έντονων καμπυλών στις επιφάνειες του χώρου, προστιθέμενες στο σχετικά αραιό πλέγμα, επιφέρουν απότομες αλλαγές στο μέγεθος και τη φορά των στοιχείων, συνεπώς και στην ποιότητά τους. Εντούτοις, η συνολική εικόνα του πλέγματος κρίνεται αποδεκτή, βάσει των αριθμών που παρέχονται από τα γραφήματα.

#### 4.4.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής

Η χρήση μίας ετερογενούς δομής δε διαφέρει από την περίπτωση της συνάθροισης, επομένως ακολουθείται η ίδια διαδικασία, με εξαίρεση την εμφάνιση μόνο των επιφανειών που άπτονται του ρευστού στο τελικό πλέγμα. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η πλαϊνή όψη του πορώδους μέσου και ο συνοπτικός πίνακας των μεγεθών.

**Πίνακας 4.6:** Τιμές μετρούμενων μεγεθών για την πορώδη δομή

Number	Quality		Eq. Skewness		Aspect Ratio		Ortho. Quality	
	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average	Minimum	Average
1213877	0.264	0.743	0.44	0.710	2.000	4.360	0.358	0.857



Σχήμα 4.9: Το τελικό πλέγμα της δομής, σε πλαϊνή όψη.

Κρίνοντας από τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του πλέγματος, η πολυπλοκότητα ενός τέτοιου σώματος είναι διαχειρίσιμη, γεγονός όμως που δεν εξασφαλίζει την πιστότητα της εισαγμένης γεωμετρίας. Συγκρίνοντάς τα όμως με τα αντίστοιχα των υπολοίπων εφαρμογών, μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτό.

Για τις προσομοιώσεις που ακολουθούν, είναι απαραίτητη η μέτρηση του όγκου και της επιφάνειας του ρευστού και των σωματιδίων (ή του πορώδους μέσου), που επιτυγχάνεται ως εξής:

- Θεωρώντας γνωστό τον όγκο του χώρου, στο μενού **Info** → **Mesh Area/Volume** μετράται ο όγκος των στοιχείων του ρευστού και από τη διαφορά των δύο προκύπτει ο όγκος του μέσου. Ταυτόχρονα, διαίρεση των δύο δίνει ως πηλίκο το πορώδες του υλικού.
- Στο μενού **Info** → **Surface Area** μετρώνται οι επιφάνειες των στοιχείων των τοιχωμάτων ανά αντικείμενο. Υπό κανονικές συνθήκες σε ένα αντικείμενο αντιστοιχεί μία τιμή, όμως λόγω της συνένωσης των τοιχωμάτων, δίνεται αναλυτικά η επιφάνεια όλων των επιμέρους τοιχωμάτων. Κρατείται μόνο η τιμή του υλικού.

Στο σημείο αυτό η μεταφορά του πεδίου ανάλυσης από την γεωμετρική του μορφή στην υπολογιστική θεωρείται ολοκληρωμένη, και το αντικείμενο της μελέτης μεταφέρεται για ανάλυση στο λογισμικό Fluent.



## Κεφάλαιο 5: Μαθηματικό υπόβαθρο

Η ανάλυση ρευστομηχανικών και γενικότερων φαινομένων στηρίζεται κατά βάση σε πειραματικές μεθόδους, πλην όμως αυτές καλούνται να επιβεβαιώσουν ή να καταρρίψουν ένα θεωρητικό υπόβαθρο το οποίο περιγράφει και ερμηνεύει τα επικρατούντα χαρακτηριστικά ενός φαινομένου. Η χρήση των υπολογιστικών συστημάτων για την προσομοίωση των φαινομένων αυτών επιβάλλει την κατάστρωση του εν λόγω υποβάθρου για την επίτευξη αξιόλογης ακρίβειας. Στο παρόν κεφάλαιο δομείται η σύνδεση μεταξύ υπολογιστικού πλέγματος και αριθμητικής προσομοίωσης με την εισαγωγή των κατάλληλων μαθηματικών διατυπώσεων προς διερεύνηση και, ενδεχομένως, επαλήθευση.

### 5.1 Βασικές αρχές

Κυριότερη προϋπόθεση για ένα ορθό μαθηματικό μοντέλο είναι η απόδοση ενός ρεαλιστικού προτύπου το οποίο θα ανταποκρίνεται σε πραγματικά προβλήματα. Ενδεικτικό παράδειγμα είναι η διατήρηση της ενέργειας, καθώς είναι γνωστό ότι δεν δημιουργείται και δεν καταστρέφεται, αλλά μεταφέρεται και μετατρέπεται. Στις περιπτώσεις που μελετώνται δύο είναι οι βασικές αρχές που πρέπει να τηρηθούν. Αυτές είναι η διατήρηση της μάζας, ή εξίσωση της συνέχειας, και η διατήρηση της ορμής.

#### 5.1.1 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα: αρχή διατήρησης της μάζας

Η βασική εξίσωση της συνέχειας αποτελεί παραλλαγή του 1<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα και ορίζει ότι το αλγεβρικό σύνολο της διερχόμενης από τις επιφάνειες κλειστού όγκου μάζας είναι ίσο με μηδέν. Η αναλυτική έκφραση δίνεται στη διαφορική μορφή του στη σχέση (5.1α), όπου  $\rho$ ,  $\vec{u}$  είναι η πυκνότητα και η ταχύτητα του ρευστού:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (5.1\alpha)$$

Θεωρώντας ασυμπίεστο ρευστό ( $\rho = \text{const.}$ ), η εξίσωση της συνέχειας απλοποιείται στην εξής μορφή:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (5.1\beta)$$

### 5.1.2 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα: αρχή διατήρησης της ορμής

Ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα ορίζει ότι η οποιαδήποτε μεταβολή στην ορμή ενός ρευστού προκαλείται από τη συνισταμένη των ενεργουσών σε αυτό δυνάμεων. Το μαθηματικό ανάλογο της θεωρίας αυτής δίνεται στη διαφορική, γενική του μορφή ως εξής:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{u})\vec{u} + \nabla^T\vec{u} \cdot \rho\vec{u} = \rho\vec{g} + \nabla\vec{\sigma} \quad (5.2a)$$

Όπου  $\vec{g}$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $\vec{\sigma}$  είναι ο τανυστής των τάσεων που ασκούνται στο ρευστό. Λαμβάνοντας εκ νέου υπόψιν ασυμπίεστο ρευστό και εισάγοντας τη θεώρηση Νευτώνειου ρευστού, μπορεί κανείς να απλοποιήσει το παραπάνω ισοζύγιο παράγοντας το γνωστό σύστημα εξισώσεων Navier – Stokes το οποίο δίνεται στη διανυσματική του μορφή:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^2\vec{u} \quad (5.2b)$$

Στο αριστερό μέλος της εξίσωσης εμφανίζεται η ολική παράγωγος της ορμής, ενώ ανάλυση του δεξιού μέλους αποκαλύπτει τις τρεις κατηγορίες δυνάμεων που ενεργούν στο ρευστό, που είναι κατά σειρά οι δυνάμεις βαρύτητας, οι δυνάμεις πίεσης και οι δυνάμεις ιξώδους.

Ο συνδυασμός των εξισώσεων (5.1β) και (5.2β) δημιουργεί ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων με αγνώστους το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}$  και την πίεση  $P$  και αποτελεί το βασικό μαθηματικό μοντέλο στο οποίο πρέπει όλες οι εφαρμογές της εν λόγω εργασίας να υπάγονται σε ρευστομηχανικό επίπεδο.

## 5.2 Στρωτή και τυρβώδης ροή: αριθμός Reynolds

Δεύτερη προϋπόθεση για την ανάπτυξη του κατάλληλου μαθηματικού προτύπου είναι ο εντοπισμός των πιο εμφανών χαρακτηριστικών της ροής ώστε να προσαρμοστούν καλύτερα οι σχέσεις 5.1 και 5.2. Για αρκετούς αιώνες διεξαγόταν πλήθος πειραμάτων για τον εντοπισμό αυτών των χαρακτηριστικών, όμως λόγω διαφορετικών συνθηκών ανάλυσης τα αποτελέσματα συχνά ήταν αντιφατικά. Η αντιμετώπιση προήλθε από την αρχή της ομοιότητας, που επιβάλλει τη σύνδεση των παραμέτρων των διαφόρων συνθηκών με τη χρήση αδιάστατων αριθμών. Ο σημαντικότερος εξ' αυτών είναι ο αριθμός Reynolds και εκφράζει την αναλογία των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις ιξώδους. Μαθηματικά, δίνεται στην εξίσωση 5.3 και αποτελεί το βασικό κριτήριο για το χαρακτηρισμό μίας ροής σε στρωτή ή τυρβώδη.

$$\text{Re}_L = \frac{\rho u L}{\mu} \quad (5.3)$$

Στην παραπάνω εξίσωση  $L$  είναι το χαρακτηριστικό μήκος του σχήματος,  $\rho$  και  $\mu$  η πυκνότητα και το δυναμικό ιξώδες αντίστοιχα του ρευστού, ενώ με  $u$  συμβολίζεται η χαρακτηριστική ταχύτητα στο χώρο ανάλυσης. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη εξαρτώνται από το είδος της εφαρμογής και το φαινόμενο που μελετάται.

### 5.2.1 Ροές χαμηλού Re

Στις περιπτώσεις που ο αριθμός Re είναι χαμηλός, οι δυνάμεις αδρανείας θεωρούνται αμελητέες και η κίνηση του ρευστού επηρεάζεται από τις δυνάμεις ιξώδους που αναπτύσσονται κοντά στα στερεά τοιχώματα. Συνήθως οι ταχύτητες που επικρατούν είναι αρκετά χαμηλές, ώστε τα αλληπάλληλα στρώματα ρευστού να ολισθαίνουν μεταξύ τους και το σύνολο να ρέει ομαλά γύρω η παράλληλα στις στερεές επιφάνειες, με αποτέλεσμα η ροή αυτή να ονομάζεται **στρωτή** (laminar). Ειδική κατηγορία αυτής αποτελούν οι λεγόμενες **έρπουσες ροές** (creeping flows), οι οποίες συναντώνται κυρίως σε πειράματα ιξωδομετρίας, στα κυκλοφορικά συστήματα διάφορων ζωντανών οργανισμών, σε ετερογενείς δομές κ.ά., και χαρακτηρίζονται από ισχυρότατες δυνάμεις ιξώδους, τέτοιες που κοντά στα όρια των τοιχωμάτων η σχετική ταχύτητα του ρευστού είναι σχεδόν μηδενική (βλ. εξ. 5.5).

### 5.2.2 Ροές υψηλού Re

Σε αντίθεση με τις στρωτές ροές, οι ροές υψηλού Re χαρακτηρίζονται από την ισχυρή επίδραση των δυνάμεων αδράνειας. Οι ταχύτητες που επικρατούν είναι υψηλές, σε σχέση πάντα με τις αντίστοιχες των στρωτών ροών και παρατηρούνται αυξημένες διαταραχές της ροής υπό τη μορφή δινών, οι οποίες απορροφούν κινητική ενέργεια από την κύρια ροή για τη διατήρησή τους. Το σύνολο αυτών των διαταραχών εκφράζεται με την έννοια της **τύρβης** (turbulence) και ο ακριβής μαθηματικός καθορισμός της είναι ένα από τα μείζονα, δυσεπίλυτα θέματα της Ρευστομηχανικής. Αντί αυτής κρίνεται σκοπιμότερη η μελέτη των μετρούμενων ιδιοτήτων της, μέρος των οποίων αποτελεί και η **ένταση τύρβης** (turbulence intensity). Η ένταση τύρβης είναι ένα μέγεθος που εκφράζει την απόκλιση των δευτερευουσών ροών από την κύρια. Στη γενική της μορφή δίνεται από την εξίσωση (5.4α), ενώ για τις εφαρμογές που μελετώνται είναι χρησιμότερη η εμπειρική εξίσωση (5.4β).

$$I = \frac{u_{rms}}{\bar{u}} \quad (5.4\alpha)$$

$$I = 0.16 \text{Re}_h^{-0.125} \quad (5.4\beta)$$

Στις παραπάνω σχέσεις ορίζονται η μέση τετραγωνική ρίζα των αποκλίσεων των ταχυτήτων  $u_{rms}$ , η μέση ταχύτητα της κύριας ροής  $\bar{u}$  και ο αριθμός Re με βάση την ισοδύναμη υδραυλική διάμετρο ενός αγωγού  $\text{Re}_h$ , σύμφωνα με τον ορισμό της (5.3)

Για όλες τις περιπτώσεις όπου επικρατούν συνθήκες τυρβώδους ροής, απαιτείται ένα επιπλέον σύνολο εξισώσεων για την ποσοτικοποίηση των ιδιοτήτων της τύρβης. Στα πλαίσια της εργασίας κρίνεται αρκετή η χρήση του συνόλου εξισώσεων του μοντέλου  $k-\varepsilon$ , ενός ημι-εμπειρικού μοντέλου ευρείας χρήσης που στηρίζεται στη μέτρηση των μεγεθών κινητικής ενέργειας τύρβης ( $k$ ) και ρυθμού διάχυσης τύρβης ( $\varepsilon$ ). Το εν λόγω μοντέλο έχει ως σοβαρότερο μειονέκτημα την εμπειρική κατασκευή της εξίσωσης διάχυσης, για αυτό και ως διόρθωση προτείνεται η χρήση του *Realizable*  $k-\varepsilon$ , ενός μοντέλου που περιλαμβάνει μια μαθηματική προέλευση του ρυθμού διάχυσης με βάση τις υπάρχουσες εκφράσεις του συνολικού συστήματος εξισώσεων και που υπάγεται σε φυσικούς περιορισμούς της τυρβώδους ροής. Η ακριβής επεξήγηση των μοντέλων τύρβης που χρησιμοποιούνται περιγράφονται πληρέστερα στο εγχειρίδιο χρήσης του ANSYS Fluent, ενώ δίνονται οι βασικές μορφές των εξισώσεων ( $k$ ) και ( $\varepsilon$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + P_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} P_b + S_\varepsilon$$

### 5.3 Οριακές συνθήκες

Η τρίτη απαίτηση για τη σωστή ανάπτυξη μαθηματικών προτύπων αφορά τη χρήση των κατάλληλων οριακών συνθηκών, δηλαδή συνθηκών που εφαρμόζονται ειδικά για τα χωρικά και χρονικά όρια του συστήματος. Στα πλαίσια της εργασίας προσομοιάζονται μόνιμες (σταθερές στο χρόνο) ροές, επομένως δεν γίνεται αναφορά στις αρχικές συνθήκες, δηλαδή τις συνθήκες που αφορούν τη μεταβλητή του χρόνου  $t$ , αλλά για τους αγνώστους που αναφέρθηκαν στην ενότητα 5.1.2 ορίζονται οι **συνοριακές συνθήκες**. Οι συνοριακές συνθήκες κατηγοριοποιούνται με τη σειρά τους σε δύο είδη, τις συνθήκες μη – ολίσθησης και τις συνθήκες μηδενικής ροής.

### 5.3.1 Συνθήκες μη – ολίσθησης (no – slip conditions)

Για τις περισσότερες συνεκτικές ροές είναι γεγονός ότι πολύ κοντά σε στερεές επιφάνειες, όπως είναι για παράδειγμα τα όρια ενός χώρου ανάλυσης, οι δυνάμεις ιξώδους που επενεργούν στο ρευστό είναι αρκετά ισχυρές ώστε αυτό να παραμένει ακίνητο τοπικά. Αυτό υποδηλώνει τη μη – ολίσθηση του ρευστού ως προς το τοίχωμα και χάρη σε αυτή την παρατήρηση ερμηνεύτηκε η ύπαρξη του λεγόμενου οριακού στρώματος. Χρησιμοποιώντας όρους της υπολογιστικής ρευστομηχανικής (Szymkiewicz, 2013), η συνθήκη αυτή είναι τύπου Dirichlet και εκφράζεται σύμφωνα με τον κάτωθι τύπο:

$$\vec{u}_{wall} = 0 \quad (5.5)$$

### 5.3.2 Συνθήκες μηδενικής ροής (no – flux conditions)

Οι συνθήκες αυτού του τύπου συναντώνται κυρίως σε αντικείμενα μελέτης που αναπαράγονται με περιοδικό τρόπο, επομένως τα φαινόμενα που επικρατούν επαναλαμβάνονται στο διηλεκές. Στις περιπτώσεις αυτές θεωρείται ότι η επιφάνεια εξόδου του ρευστού από την πρώτη ισοδυναμεί με την επιφάνεια εισόδου της δεύτερης, η δεύτερη επιφάνεια εξόδου με την τρίτη επιφάνεια εισόδου και η ταύτιση συνεχίζεται. Ως συνέπεια αυτού, η ροή διαμέσου των επιφανειών δε μεταβάλλεται. Προσεγγίζοντας και πάλι τη συνθήκη μέσω της υπολογιστικής ρευστομηχανικής, προκύπτει ότι αυτή είναι τύπου Neumann και ισχύει:

$$\frac{\vec{Q}}{\vec{n}} = 0 \xrightarrow{\rho, A = \text{const.}} \frac{\partial \vec{u}_n}{\partial n} = \vec{0} \quad (5.6)$$

## 5.4 Υπολογιστικά μοντέλα και κριτήρια

### 5.4.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού

Στην περίπτωση ροής εντός του (κυλινδρικού) αγωγού, το βασικό πρότυπο ροής (εξ. 5.1 και 5.2) είναι αρκετό, καθώς η γεωμετρία είναι αρκετά απλή και το πεδίο ανάλυσης δεν επιφέρει κάποια πολυπλοκότητα. Από τις οδηγίες του πειράματος, ο αριθμός Re με βάση τη διάμετρο του αγωγού είναι ίσος με 500, ενώ ο κρίσιμος αριθμός Re για κυλινδρικό αγωγό που οδηγεί σε μεταβατική ροή είναι περίπου 2300 (Γούλας, 2001). Συνεπώς χρησιμοποιείται μοντέλο στρωτής ροής, με συνθήκες no – slip.

Ως κριτήριο για την ακρίβεια του ψηφιοποιημένου σχήματος θα θεωρηθεί η πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού, καθώς υπάρχει αναλυτική λύση η οποία επιβεβαιώνεται από το Fluent για τέλειο κύλινδρο. Η λύση αυτή προέρχεται από επίλυση του βασικού προτύπου σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων, η οποία δίδει την εξίσωση των Hagen – Poiseuille όπως στην εξ. (5.7).

$$\Delta P = \frac{16\mu L}{D_{pipe}^2} u_{max} \quad (5.7)$$

Στην παραπάνω,  $D_{pipe}$  θεωρείται η διάμετρος του πραγματικού αγωγού, καθώς χρήση του ορισμού της υδραυλικής διαμέτρου παράγει το εν λόγω μέγεθος ασχέτως της ακρίβειας του ψηφιοποιημένου σχήματος, ενώ  $u_{max}$  είναι η μέγιστη αναπτυσσόμενη ταχύτητα κατά την έξοδο από τον αγωγό.

#### 5.4.2 Ροή γύρω από σφαίρα

Για τους σκοπούς της εργασίας θα πραγματοποιηθεί μελέτη της ροής γύρω από ψηφιοποιημένη σφαίρα σε ένα μεγάλο εύρος αριθμών Re που καλύπτουν τόσο στρωτή όσο και τυρβώδη ροή. Αρχικά θα γίνει συγκριτική μελέτη ορισμένων σφαιρών, στα πλαίσια των επιτρεπόντων υπολογιστικών πόρων. Στη συνέχεια θα μελετηθεί η επίδραση της ψηφιοποίησης στην εξαγωγή του συντελεστή αντίστασης, ενός αδιάστατου συντελεστή που εκφράζει την αντίσταση που προβάλλει ένα σώμα στην κύρια ροή.

Αρχική πρόθεση του γράφοντα ήταν η δημιουργία κυβικού πεδίου ανάλυσης με πλευρά μήκους 100 διαμέτρων της ένθετης σφαίρας το οποίο επιτρέπει τη χρήση μοντέλου ελεύθερης ροής (Γούλας, 2001). Λόγω περιορισμών στην υπολογιστική ισχύ, και για τη διατήρηση της μεγαλύτερης δυνατής λεπτομέρειας κοντά στη σφαίρα, προτιμήθηκε ένα τετραγωνικής διατομής πεδίο με λόγο διαστάσεων ως προς τη διάμετρο της σφαίρας ίσο με 20 στη διατομή και 80 κατά μήκος του αγωγού. Καθώς ο συμβιβασμός αυτός προκαλεί σημαντικές επιδράσεις από τα τοιχώματα του περιορισμένου χώρου, επιλέχθηκε η χρήση του προτύπου ροής εντός τετραγωνικού αγωγού στην προσπάθεια να περιοριστούν τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης. Με βάση τα παραπάνω δημιουργείται η ανάγκη εύρεσης κατάλληλης συσχέτισης των δύο μοντέλων. Αρχικά, θεωρούνται γνωστοί οι αριθμοί Re που αντιπροσωπεύουν το εκάστοτε μοντέλο:

$$Re_p = \frac{\rho u_{max,p} D_{sp}}{\mu} \quad (5.8)$$

$$Re_{h,box} = \frac{\rho u_{sc} D_{h,box}}{\mu} \quad (5.9)$$

Στο σημείο αυτό μπορεί να γίνει εμφανές το πλεονέκτημα του παραμετρικού χώρου, που απομπλέκει τον παράγοντα του μεγέθους της σφαίρας αφού είναι γνωστή η σχέση μεταξύ της υδραυλικής διαμέτρου του αγωγού και της διαμέτρου του σωματιδίου ( $D_{h,box} = L_{sq,duct} = 20 \cdot D_{sp}$ ). Ταυτόχρονα, λόγω του τρόπου κατάστρωσης του χώρου ανάλυσης, η κατανομή ταχυτήτων κατά μήκος του αγωγού δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη της σφαίρας, τουλάχιστον σε μεγάλες αποστάσεις. Βάσει αυτής,  $u_{\infty} = bu_{\max,p}$  με το συντελεστή  $b$  να κυμαίνεται από 0.5 για στρωτές ροές έως και 0.88 για τυρβώδεις, όπως παρατηρήθηκε από τη βιβλιογραφία (McCabe *et al.*, 2008) αλλά και τις αναλύσεις που διεξήχθησαν. Διαιρώντας κατά μέλη τις (5.8) και (5.9) και λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω προκύπτει η συσχέτιση που εκφράζει το μικτό μοντέλο ροής:

$$Re_h = 20b Re_{sp} \quad (5.10)$$

Μια μικρή αβεβαιότητα που αναμένεται να εισάγει το προτεινόμενο μοντέλο είναι η πιθανή μη ικανοποίηση της συνθήκης πλήρως ανεπτυγμένης ροής, λόγω του ανακριβή προσδιορισμού του συντελεστή  $b$  από τη βιβλιογραφία. Η αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος επιτυγχάνεται είτε με την πρόβλεψη της κατάλληλης τιμής, είτε με αναγωγή στην επιθυμητή τελική ταχύτητα  $u_{\max,sp}$ .

Ως κριτήριο για την αξιολόγηση τόσο της επίδρασης του σχήματος όσο και του προτεινόμενου μοντέλου κρίνεται καταλληλότερος ο προαναφερθείς συντελεστής οπισθέλκουσας  $C_d$ . Η γενική έκφραση του συντελεστή δίνεται από τον τύπο (5.11) με  $F$  να λογίζεται ως η συνολική δύναμη που ασκείται λόγω φαινομένων αδρανείας και ιξώδους και με  $A_{proj}$  η προβαλλόμενη επιφάνεια σε επίπεδο κάθετο στη ροή.

$$C_d = \frac{2F}{\rho u_{\max,p}^2 A_{proj}} \quad (5.11)$$

Ο άνω συντελεστής αντίστασης αποτελεί σημαντικότατο μέγεθος, όμως ο ακριβής προσδιορισμός του δεν είναι εύκολος, ειδικά σε περιοχές τυρβώδους ροής. Για τη μέτρησή του είναι απαραίτητες ορισμένες παραδοχές που στηρίζονται είτε σε πειραματικά δεδομένα, είτε σε σημαντικές απλοποιήσεις του προβλήματος.

Η πρώτη παραδοχή που γίνεται συνδέεται με τις περιοχές πολύ χαμηλών ταχυτήτων, ήτοι των ερπουσών ροών καθώς είναι οι πιο απλοποιημένες μορφές στρωτής ροής. Στις περιοχές αυτές ισχύει ο νόμος του Stokes (Τσαγγάρης, 2005), όπου η συνολική δύναμη αντίστασης υπολογίζεται ως εξής:

$$F_{stokes} = 3\pi\mu_{\max,sp} D_{sp} \quad (5.12)$$

Συνδυάζοντας τις (5.11) και (5.12) προκύπτει ο συντελεστής αντίστασης για τις ροές Stokes:

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \quad (5.13)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να τονιστεί ότι ενώ περιγράφει αποτελεσματικά το φαινόμενο για πολύ χαμηλές ταχύτητες, η εφαρμογή του περιορίζεται σε  $Re \leq 1$ . Επιπρόσθετα, διακρίνονται οι επιμέρους

συντελεστές αντίστασης μορφής  $C_{d,form} = \frac{8}{Re_p}$  και ιξώδους  $C_{d,visc.} = \frac{16}{Re_p}$ .

Η δεύτερη παραδοχή προέρχεται από πειραματικά δεδομένα (Bird *et al.*, 2002) που θεωρούν ένα σταθερό συντελεστή αντίστασης για την περιοχή τυρβώδους ροής ( $C_d = 0.44, 5 \cdot 10^2 < Re_p < 10^5$ ).

Λαμβάνοντας υπόψη τις δύο παραδοχές, απομένει ο ορισμός του συντελεστή για τη μεταβατική περιοχή, όπου τα φαινόμενα στρωτής και τυρβώδους ροής αλληλεπιδρούν. Αρκετοί επιστήμονες έχουν καταστρώσει ειδικές συναρτήσεις για το συντελεστή αντίστασης βασισμένοι σε πειραματικά δεδομένα που εξάγονται είτε με τη χρήση στατιστικών μεθόδων, είτε με αριθμητική προσέγγιση. Για τους σκοπούς της εργασίας επιλέγεται η εξίσωση (5.14) (Bird *et al.*, 2002) που ισχύει για  $Re_p < 6000$  και σύμφωνα με την οποία:

$$C_d = \left( \sqrt{\frac{24}{Re_p}} + 0.5407 \right)^2 \quad (5.14)$$

Λόγω της δυσκολίας σωστού ορισμού του συντελεστή b, υπάρχει η πιθανότητα υπερεκτίμησης ή υποεκτίμησης της ταχύτητας ανάντη της σφαίρας ως προς την αναμενόμενη, οδηγώντας σε σφάλματα μέτρησης του συντελεστή οπισθέλκουσας. Για την πρόβλεψη αυτής, ακολουθούνται τα εξής στάδια:

1. Υπολογίζεται ο συντελεστής βάσει της εξίσωσης (5.11), μετρώντας την δύναμη αντίστασης, και ταυτόχρονα μετράται η ταχύτητα  $u_{\max,sp}$ .
2. Ο συντελεστής  $C_d$  ανάγεται στο θεωρητικό αναμενόμενο βάσει της (5.13), λαμβάνοντας υπόψιν την αναλογία της μετρούμενης και της θεωρητικής ταχύτητας.
3. Γίνεται η τελική διόρθωση σύμφωνα με την (5.14).



### 5.4.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων

Κύριος στόχος της παρούσας μελέτης είναι η κατά το δυνατόν ρεαλιστικότερη προσομοίωση ροής διαμέσου πορωδών δομών. Αντίθετα όμως με τις προηγούμενες εφαρμογές, οι οποίες καλύπτουν το φάσμα των οργανωμένων δομών, δεν υπάρχουν ακριβή μοντέλα για τον προσδιορισμό των βασικών χαρακτηριστικών μιας τέτοιας ροής όπως η πτώση πίεσης.

Στην προσπάθεια να γεφυρωθεί το κενό μεταξύ οργανωμένων και τυχαίων δομών προτείνεται ως συνδετικός κρίκος η προσομοίωση ροής διαμέσου ενός συνάθροισης σφαιριδίων, το οποίο αναπαρίσταται ως ένα σύνολο σφαιριδίων όμοιας η τυχαίας διαμέτρου, τυχαία τοποθετημένα στο χώρο ώστε η δομή τους να προσεγγίζει ένα τυχαίο πορώδες μέσο. Ο λόγος που επιλέγεται το μοντέλο αυτό είναι η δυνατότητα χρήσης αναλυτικών εκφράσεων για τη μέτρηση των χαρακτηριστικών της ροής.

Η αρχική θεώρηση που γίνεται προσομοιάζει τη συνάθροιση σφαιριδίων με ένα σύνολο κυλινδρικών αγωγών, για το οποίο είναι γνωστές οι αναλυτικές εκφράσεις για την πτώση πίεσης. Η δεύτερη θεώρηση που γίνεται είναι ότι οι σφαίρες είναι σημαντικά μικρότερες του μήκους του χώρου ανάλυσης. Δυστυχώς, λόγω περιορισμού στην υπολογιστική ισχύ δεν ήταν δυνατό να παραχθεί κατάλληλο πλέγμα με αυτή την υπόθεση. Επομένως αναμένονται κάποια σφάλματα στα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

Ως κριτήριο για την αξιολόγηση της επίδρασης της ψηφιοποίησης θα χρησιμοποιηθεί η πτώση πίεσης κατά μήκος του χώρου ανάλυσης και θα υπολογιστεί με τη χρήση του συλλογισμού που ακολουθείται στο βιβλίο των Bird *et al.* (2002).

Είναι γνωστό ότι στη γενική του μορφή, ο συντελεστής τριβής για εμπόδιο στη ροή, θεωρώντας ισοδύναμη σφαίρα ορίζεται ως:

$$f = \frac{1}{4} \left( \frac{D_{p,eq.}}{L} \right) \left( \frac{P_0 - P_L}{0.5 \rho u_s^2} \right) \quad (5.15)$$

Όπου  $L$  το μήκος του χώρου ανάλυσης,  $D_{p,eq.}$  η ισοδύναμη διάμετρος σφαιριδίου (ο ορισμός δίνεται παρακάτω) και  $u_s$  η επιφανειακή ταχύτητα, δηλαδή η ταχύτητα που θα είχε το ρευστό αν κάλυπτε όλο το χώρο. Αντίστοιχα, η πτώση πίεσης κατά μήκος αγωγού δίνεται ως εξής:

$$P_0 - P_L = \frac{1}{2} \rho \bar{u}_{pipe}^2 \left( \frac{L}{R_h} \right) f_{pipe} \quad (5.16)$$

Με  $R_h$  την υδραυλική ακτίνα του ισοδύναμου αγωγού, και την  $\bar{u}_{pipe}$  ταχύτητα εντός του αγωγού, ενώ ταυτόχρονα είναι γνωστός και ο αριθμός  $Re$  του αγωγού (εξ. 5.9). Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω προκύπτει ότι:

$$f = \frac{1}{4\varepsilon^2} \left( \frac{D_p}{R_h} \right) f_{pipe} \quad (5.17)$$

Στην παραπάνω σχέση εισάγεται η έννοια του πορώδους  $\varepsilon$ , για το οποίο ισχύει  $u_s = \bar{u}_{pipe}\varepsilon$ . Με τη χρήση του πορώδους είναι δυνατή η ανάπτυξη μιας έκφρασης και για την υδραυλική ακτίνα, που μετά από ένα σύνολο πράξεων προκύπτει:

$$R_h = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{V}{A} \quad (5.18)$$

με  $A$  και  $V$  να αποτελούν την επιφάνεια και τον όγκο της συνάθροισης, ο οποίος εν προκειμένω υπολογίζεται στο ICM. Οι δύο μεταβλητές χρησιμοποιούνται και για την εξαγωγή της ισοδύναμης διαμέτρου  $D_{p,eq}$ , αφού:

$$D_{p,eq} = 6 \frac{V}{A} \quad (5.19)$$

Η έκφραση αυτή είναι βάσιμη, αφού για την υπόθεση μίας ιδανικής σφαίρας  $D_{p,eq} = D_{sp}$ . Η αντικατάσταση των εξισώσεων δίνει:

$$f = \frac{3}{2} \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) f_{tube} \quad (5.20)$$

Στο στάδιο αυτό είναι αρκετό να βρεθούν αναλυτικές εκφράσεις για το συντελεστή αντίστασης του αγωγού.

Α. Για την περίπτωση στρωτής ροής και βάσει βιβλιογραφίας, ισχύει  $f_{tube} = 16/Re_h$  για κυλινδρικούς αγωγούς, ενώ για μη κυλινδρικές επιφάνειες ισχύει  $f_{tube} = 33.3 \bar{Re}_h$ . Συνεπώς η πτώση πίεσης στο σύστημα δίνεται στην εξίσωση (5.21) των *Blake – Kozeny* ή *Carman – Kozeny* και ισχύει για  $Re_p < 1$  και  $\varepsilon \leq 0.5$ , όπου  $Re_p$  είναι ο αριθμός  $Re$  με βάση την ισοδύναμη διάμετρο του χαρακτηριστικού σφαιρικού σωματιδίου, σύμφωνα με την εξ. 5.22:

$$\frac{P_0 - P_L}{L} = 150 \frac{\mu u_s}{D_{p,eq}^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \quad (5.21)$$

$$\text{Re}_p = \frac{D_{p,eq} \rho u_s}{\mu(1-\varepsilon)} \quad (5.22)$$

Β. Για την περίπτωση τυρβώδους ροής ακολουθείται παρόμοια διαδικασία αναζήτησης του κατάλληλου συντελεστή. Από τη μελέτη που έγινε για ροές γύρω από μία σφαίρα, συμπεράστηκε ότι ο συντελεστής τριβής σταθεροποιείται και είναι ανεξάρτητος του αριθμού  $\text{Re}$ . Η ίδια αρχή είναι αληθής και για την περίπτωση του αγωγού και η μια αποδεκτή τιμή για το συντελεστή είναι 7/12. Συνεπώς η πτώση πίεσης στο σύστημα εκφράζεται με την εξίσωση (5.23) των *Burke – Plummer* και ισχύει για  $\text{Re}_p > 1000$ .

$$\frac{P_0 - P_L}{L} = \frac{7}{4} \frac{\rho u_s^2}{D_{p,eq}} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (5.23)$$

Γ. Είναι προφανές ότι στη μεταβατική περιοχή υπάρχει αλληλεπίδραση των δύο ροών, επομένως υπέρθεση των δύο σχέσεων θα δώσει την τελική έκφραση για το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για την ανάλυση της συνάθροισης, για όλα τα εύρη  $\text{Re}$ , που είναι η εξίσωση του *Ergun*. Συνήθως προτιμάται η αδιάστατη μορφή της, και επιτρέπει τον εύκολο υπολογισμό των συντελεστών τριβής για τις δύο συνιστώσες.

$$\left( \frac{P_0 - P_L}{\rho u_s^2} \right) \left( \frac{D_{p,eq}}{L} \right) \left( \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right) = \frac{150}{\text{Re}_p} + \frac{7}{4} \quad (5.24)$$

#### 5.4.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της ενότητας, ο προσδιορισμός αναλυτικών εκφράσεων για ένα τυχαίο πορώδες μέσο είναι πρακτικά αδύνατος. Για το λόγο αυτό, στις προσομοιώσεις που ακολουθούν για το πορώδες μέσο θα προσεγγίζονται με τις αρχές και εκφράσεις που αναπτύχθηκαν για τα συσσωματώματα σφαιριδίων, αποδεχόμενοι τις όποιες αποκλίσεις προκύψουν. Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι η άνιση κατανομή του υλικού στο χώρο αναμένεται να προκαλέσει και διαφορετική κατανομή της τοπικής πτώσης πίεσης, κάτι που για τη θεώρηση ομοιόμορφων αγωγών δεν ευσταθεί. Στα πλαίσια όμως της παρούσας εργασίας επικρατεί το στοιχείο της παρατήρησης, της οποίας στα συμπεράσματα θα αποτελέσουν το έναυσμα για την παραγωγή ποιοτικότερων και ακριβέστερων ψηφιακών σχημάτων.



## Κεφάλαιο 6: Υπολογιστική προσομοίωση

Μέχρι στιγμής, έχουν εισαχθεί τα σώματα προς μελέτη, παράχθηκαν τα αντίστοιχα υπολογιστικά πλέγματα και καταστρώθηκαν τα μαθηματικά που καλούνται να περιγράψουν τα φαινόμενα μεταφοράς. Το σύνολο αυτών όμως αποτελεί το θεωρητικό τμήμα της εργασίας, το οποίο δεν είναι το ζητούμενο στην εργασία. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η μετάβαση στο πειραματικό μέρος, καθώς όλα τα παραπάνω υποβάλλονται στη διαδικασία αξιολόγησης με την εκτέλεση υπολογιστικών προσομοιώσεων, στο λογισμικό Fluent.

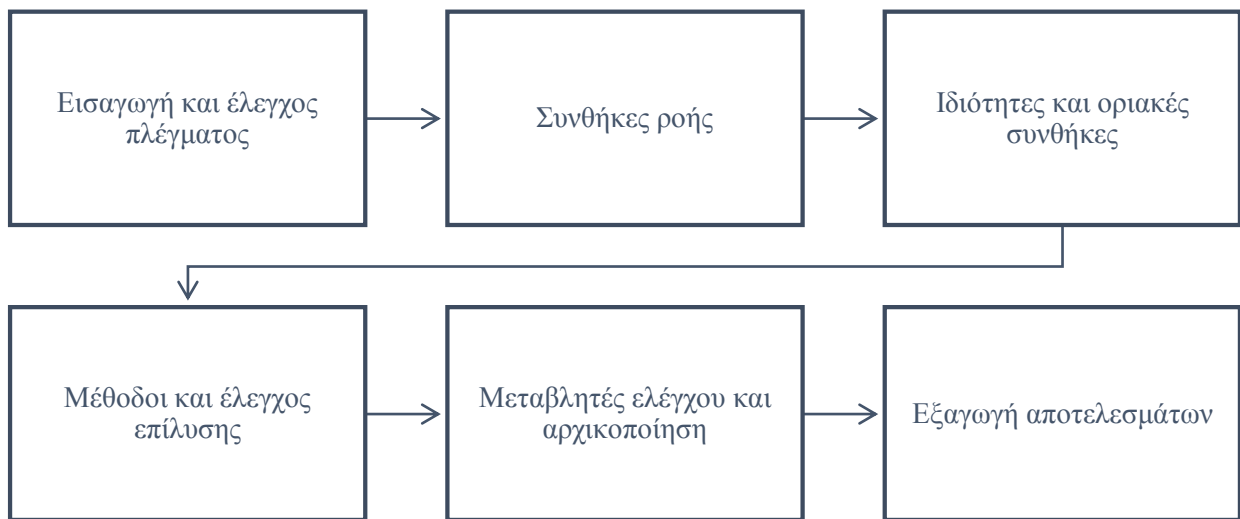
### 6.1 Εκκίνηση του προγράμματος

Σε αντίθεση με τα υπόλοιπα χρησιμοποιούμενα προγράμματα, η χρήση του Fluent προϋποθέτει την επίγνωση των διαθέσιμων υπολογιστικών πόρων που μπορούν να δεσμευτούν. Κατά την εκκίνηση του προγράμματος εμφανίζεται στο χρήστη ένα παράθυρο ρυθμίσεων που αφορούν τη δέσμευση κεντρικών (CPU) και γραφικών (General Purpose GPU) επεξεργαστικών πυρήνων, όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.1. Στη δεξιά στήλη εμφανίζεται η σχετική ρύθμιση, η οποία διακρίνεται σε σειριακή (serial) και παράλληλη (parallel) χρήση ενός ή περισσότερων πυρήνων αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι ως διαθέσιμοι πυρήνες (cores) είναι οι εγκατεστημένοι. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι επιμερισμός του συνολικού φορτίου σε περισσότερους πυρήνες μεταφράζεται σε ταχύτερη εξαγωγή αποτελεσμάτων.

Ένας άλλος παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψιν είναι η διαθέσιμη υπολογιστική μνήμη. Ανάλογα με το πλέγμα, το μοντέλο προσομοίωσης και τις μεθόδους επίλυσης μπορεί το υπολογιστικό σύστημα να καταρρεύσει λόγω εξάντλησης της συνολικής διαθέσιμης μνήμης. Το πρόβλημα αυτό επιβαρύνεται στην περίπτωση που επιλέγεται διπλή ακρίβεια αποτελεσμάτων.

### 6.2 Προετοιμασία μοντέλου

Η διαδικασία προετοιμασίας των υπολογιστικών μοντέλων είναι εύκολη υπόθεση, καθώς οι ελάχιστες απαιτούμενες ρυθμίσεις για τον πλήρη καθορισμό αυτού βρίσκονται συγκεντρωμένες σε μία εργαλειογραμμή και τοποθετημένες κατά σειρά προτεραιότητας. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται συνοπτικά στο σχήμα 6.2, ενώ στη συνέχεια θα γίνει μια προσπάθεια ανάλυσης των βημάτων, αν και το βοηθητικό εγχειρίδιο του Fluent είναι εξαιρετικά κατανοητό, με σωρεία λεπτομερειών και παραδειγμάτων.



Σχήμα 6.2: Συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας.

### 6.2.1 Εισαγωγή και έλεγχος πλέγματος

Προτού αρχίσει η εισαγωγή των συνθηκών ανάλυσης, κρίνεται σκόπιμος ένας επιπλέον έλεγχος του πλέγματος για τη διόρθωση τυχόν σφαλμάτων ή και μία μικρή βελτίωση της ποιότητάς του. Η εισαγωγή του πλέγματος γίνεται στο μενού **File** → **Read** → **Mesh**, ενώ ο έλεγχός του πραγματοποιείται είτε επιλέγοντας **Check** και **Report Quality**, στην καρτέλα **General**, είτε πληκτρολογώντας στο παράθυρο κειμένου τις εντολές “**mesh/check**” και “**mesh/quality**”. Στο σημείο αυτό πρέπει να δοθεί έμφαση στον τρόπο γραφής, ο οποίος βρίσκεται εντός εισαγωγικών. Σε περίπτωση αμφιβολίας, πληκτρολογώντας “**mesh**” και ενόσω στο μενού πατώντας Enter εμφανίζονται οι διάφορες επιλογές του, δύο εκ των οποίων είναι και οι αναγραφόμενες.

Στην ιδανική περίπτωση που το πλέγμα έχει παραχθεί σωστά από το ICEM, στο παράθυρο κειμένου εμφανίζονται μηνύματα που αφορούν τις γεωμετρικές ιδιότητές του και την ποιότητά του, με βάση την ορθοκανονική ποιότητα και το λόγο πλευρών. Σε κάθε άλλη περίπτωση εμφανίζονται τα σχετικά προειδοποιητικά μηνύματα, καθώς και η προτεινόμενη διόρθωση υπό τη μορφή εντολής κειμένου. Στα πλέγματα που εισήχθησαν το συχνότερο μήνυμα που εμφανίστηκε σχετιζόταν με τη χαμηλή ποιότητα ορισμένων κελιών, η οποία διορθώθηκε με την εντολή “**mesh/repair-improve/improve-quality**”.

## 6.2.2 Συνθήκες ροής

Θεωρώντας ότι το πλέγμα είναι κατάλληλο, η διαδικασία συνεχίζεται με την επιλογή του κατάλληλου επιλυτή (solver) και του μοντέλου ροής. Στην καρτέλα **General** υπάρχουν οι επιλογές που αφορούν τον solver και τη γενική φύση της ροής. Εκ προεπιλογής, το Fluent ρυθμίζεται για τη προσομοίωση μόνιμης ασυμπίεστης ροής σε απόλυτο σύστημα συντεταγμένων, γεγονός που συμβαδίζει με τις απαιτήσεις των αναλύσεων που ακολουθούν, οπότε δε χρειάζεται κάποια αλλαγή σε αυτές.

Στην καρτέλα **Models** (σχ. 6.4) υπάρχει ένα δεύτερο σετ επιλογών, το οποίο επικεντρώνεται στη χρήση των μαθηματικών μοντέλων που περιγράφουν τα φαινόμενα της ροής. Στο παράθυρο που εμφανίζεται προσφέρονται τα διαθέσιμα μοντέλα, καθώς και οι διορθωτικοί συντελεστές που προέρχονται από εμπειρικά δεδομένα. Λόγω έλλειψης πείρας, αλλά και βάσει των οδηγιών του προγράμματος, οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται αποδεκτοί, καθώς ανταποκρίνονται με ικανοποιητική ακρίβεια σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών. Συνεπώς, για τις προσομοιώσεις που ακολουθούν αρκεί η επιλογή των μοντέλων. Τα δύο μοντέλα που επιλέγονται είναι για τη μεν στρωτή ροή το ομώνυμο **Laminar** και για τις περιπτώσεις τυρβώδους ροής επιλέγεται το **Realizable k-ε** με την επιλογή **Enhanced Wall Treatment** και τη χρήση της επιλογής **Pressure Gradient Effects**, ώστε να συμπεριληφθούν στις εξισώσεις οι κλίσεις πίεσης σε όλα τα τοιχώματα.

## 6.2.3 Ιδιότητες και οριακές συνθήκες

Το επόμενο και κυριότερο βήμα της διαδικασίας είναι ο καθορισμός των ρευστομηχανικών ιδιοτήτων τόσο του ρευστού όσο και του πορώδους μέσου ή του γεωμετρικού σχήματος. Ξεκινώντας από το ρευστό, στην καρτέλα **Materials** επιλέγεται το κινούμενο ρευστό είτε μέσα από τη βάση δεδομένων του Fluent, είτε με τη χειροκίνητη εισαγωγή του με τη μορφή ιδιοτήτων όπως η πυκνότητα και το δυναμικό ιξώδες. Καθώς οι αναλύσεις που ακολουθούν επικεντρώνονται στο γεωμετρικό σκέλος της διαδικασίας και την επίδραση της ψηφιακής μορφολογίας των στερεών, η επιλογή του ρευστού δεν διαδραματίζει κάποιο ρόλο στην ποιότητα των αποτελεσμάτων. Για λόγους απλότητας ως ρευστό επιλέγεται ο αέρας.

Έχοντας καθορίσει τις παραμέτρους του ρευστού, πρέπει να ακολουθηθεί η αντίστοιχη διαδικασία με τις συνοριακές συνθήκες που επικρατούν στα τοιχώματα. Στην καρτέλα **Boundary Conditions** είναι εφικτή η εισαγωγή των κατάλληλων συνθηκών. Μια μικρή αλλά χρήσιμη παρατήρηση είναι η αυτόματη αναγνώριση συνοριακών συνθηκών από τα ονόματα των επιφανειών, που επιβεβαιώνει την πρόταση που έγινε στο κεφάλαιο 4, στο στάδιο οριοθέτησης του χώρου. Ο έλεγχος μπορεί να γίνει με επιλογή μίας επιφάνειας και παρατήρηση της συνοριακής συνθήκης που αναγράφεται στο πεδίο **Type**.

Στο ίδιο πεδίο είναι εφικτή η αλλαγή συνοριακής συνθήκης σε περίπτωση αναντιστοιχίας ή σε περίπτωση μη αναγνωρίσιμης ονομασίας. Στο παράθυρο επεξεργασίας της συνοριακής συνθήκης υπάρχουν επιλογές αντίστοιχες με εκείνες του ρευστού, όμως στα πλαίσια της εργασίας δεν απαιτούνται συνθήκες πέραν αυτών της διατήρησης της ορμής. Οι περιπτώσεις που διακρίνονται είναι τρεις:

A. Ταχύτητα εισόδου (**velocity-inlet**): στο σχετικό αναδυόμενο παράθυρο οι μόνες διαθέσιμες επιλογές είναι ο τρόπος εισαγωγής της ταχύτητας και η σχετική πίεση που επικρατεί στην είσοδο. Ενδιαφέρον παρουσιάζει μόνον η πρώτη και από τις τρεις διαθέσιμες επιλογές κρίνεται δοκιμότερη η επιλογή **Magnitude and Direction**. Ο λόγος έχει να κάνει με την αρχικοποίηση του προβλήματος. Παρατηρήθηκε έπειτα από δοκιμές ότι όταν η ταχύτητα δίνεται με τον τρόπο **Normal to Boundary** δημιουργούνται απειροστικά μικρές μεν, υπαρκτές δε, συνιστώσες της ταχύτητας εισόδου εγκάρσια της ροής, οι οποίες οδήγησαν σε επιβράδυνση της σύγκλισης. Αντίθετα, επιβάλλοντας τη μονοδιάστατη ροή προς την επιφάνεια εισόδου, το σύστημα αποκρίθηκε γρηγορότερα. Επίσης, υπενθυμίζεται ότι για τις περιπτώσεις πορώδους υλικού οποιασδήποτε μορφής χρησιμοποιείται το μέγεθος της πραγματικής ταχύτητας, όπως αναλύεται στο κεφ. 5.

B. Πίεση εξόδου (**outlet-vent**): η συνοριακή συνθήκη αυτή αποτελεί τη γενική μορφή συνθήκης πίεσης εξόδου και λαμβάνει υπόψη συντελεστές απωλειών. Ο λόγος που επιλέχθηκε έναντι της απλούστερης **pressure-outlet** ήταν η αυτόματη αναγνώριση. Προκειμένου να θεωρηθεί σωστή, θα πρέπει στο σχετικό παράθυρο επεξεργασίας να οριστεί συντελεστής απωλειών 0, ή απλούστερα να αλλάξει ο τύπος της συνθήκης. Σε κάθε περίπτωση, το αποτέλεσμα δεν μεταβάλλεται. Σημειώνεται ότι υπάρχει και μία τρίτη συνθήκη που φαινομενικά είναι κατάλληλη (**outflow**), όμως παρατηρήθηκε το αντίθετο. Για τις περιπτώσεις των απλών προσομοιώσεων σε πλέγματα με επίπεδα συμμετρίας ή άξονα συμμετρίας προτείνεται η χρήση της επιλογής **Radial Equilibrium Pressure Distribution**, ήτοι αξιοποίησης της εξίσωσης ακτινικής συμμετρίας για την ταχύτερη σύγκλιση.

Γ. Οριακά τοιχώματα (**wall**): για το μεν στερεό, η συνοριακή συνθήκη θεωρείται δεδομένη και είναι η συνθήκη μη – ολίσθησης, δεδομένου μάλιστα ότι αυτό είναι ακίνητο. Είναι προεπιλεγμένη από το Fluent οπότε δε χρειάζεται κάποια επέμβαση. Για τα δε τοιχώματα του χώρου ανάλυσης μπορούν να εφαρμοστούν τόσο η συνθήκη μη – ολίσθησης όσο και η συνθήκη μηδενικής ροής. Δυστυχώς η δεύτερη δε δύναται να εφαρμοστεί για δύο λόγους. Πρώτον, για τις περιπτώσεις των γεωμετρικών σχημάτων η εισαγωγή της είναι άσκοπη και άστοχη. Δεύτερον, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 5, η εισαγωγή της εξαρτάται από την ύπαρξη κάποιου επιπέδου συμμετρίας ή περιοδικότητας, κάτι που δεν συναντάται σε ρεαλιστικά (τυχαία δομημένα) πορώδη υλικά.



Για τις περιπτώσεις τυρβώδους ροής, και μόνο για τις επιφάνειες εισόδου και εξόδου, απαιτείται και ο καθορισμός των μεγεθών της τύρβης. Μεταβαίνοντας στα παράθυρα επεξεργασίας παρατηρείται ότι για το μοντέλο k-ε υπάρχουν 4 τρόποι εισαγωγής της τύρβης. Λόγω της ύπαρξης αναλυτικών εκφράσεων, από το διαθέσιμο πεδίο επιλέγεται η εισαγωγή τύρβης μέσω των μεγεθών **Intensity and Hydraulic Diameter**.

Ένα προαιρετικό βήμα στη διαδικασία είναι η εισαγωγή των χαρακτηριστικών μεγεθών του προβλήματος, η οποία λαμβάνει χώρα στην καρτέλα **Reference Values**, και επιτρέπει στο Fluent να εξάγει κάποια μεγέθη βάσει θεωρίας, όπως για παράδειγμα ο συντελεστής οπισθέλκουσας  $C_d$  (εξ. 5.10). Είναι προφανές ότι τα εισαγόμενα μεγέθη πρέπει να αντιστοιχούν στο πρόβλημα ώστε τα αποτελέσματα να θεωρούνται αξιόπιστα.

#### 6.2.4 Μέθοδοι και έλεγχος επίλυσης

Μέχρι στιγμής τα βήματα που πράχθηκαν ήταν συνδεδεμένα με τον ορισμό του ρευστομηχανικού μοντέλου και των συνθηκών του. Για την ολοκλήρωση όμως της διαδικασίας προετοιμασίας απαιτείται και η ρύθμιση του επιλυτή για τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια αποτελεσμάτων.

Οι μέθοδοι που περιλαμβάνονται στο Fluent διακρίνονται σε διαχωρισμένες (segregated) και πεπλεγμένες (coupled). Η βασική διαφορά των δύο έγκειται στο βαθμό σύμπλεξης των εξισώσεων ταχύτητας και πίεσης. Στις μεν διαχωρισμένες επιλύεται πρώτα η εξίσωση της συνέχειας (εξ. 5.1β) και τα αποτελέσματά της εισάγονται ως δεδομένα στις εξισώσεις Navier – Stokes (εξ. 5.2β). Αντίθετα στις πεπλεγμένες επιλύονται και οι δύο σχέσεις ταυτόχρονα. Οι διαχωρισμένες μέθοδοι που προσφέρονται από το Fluent είναι τρεις<sup>7</sup>:

- SIMPLE (Semi – Implicit Method for Pressure – Linked Equations)
- SIMPLEC (Semi – Implicit Method for Pressure – Linked Equations – Consistent)
- PISO (Pressure – Implicit with Splitting of Operators)

Εκ των τριών, και συγκεκριμένα για τα προβλήματα που μελετούνται, προτιμάται η **PISO**. Η εν λόγω μέθοδος αποτελεί επέκταση της SIMPLE, προσθέτοντας διορθωτικά βήματα τόσο για την ταχύτητα όσο και για την πίεση. Παρόλο που απαιτεί αυξημένο υπολογιστικό χρόνο ανά επανάληψη, προσφέρει ταχύτερη και ακριβέστερη σύγκλιση, ενώ δεν επιβαρύνει σημαντικά τον υπολογιστή από πλευράς απαιτούμενων πόρων. Η πεπλεγμένη μέθοδος δεν χρήζει ιδιαίτερης ανάλυσης καθώς είναι γνωστός ο

---

<sup>7</sup><http://web.stanford.edu/class/me469b/handouts/incompressible.pdf>

τρόπος επίλυσης ενός πεπλεγμένου συστήματος εξισώσεων, αξίζει όμως να τονιστεί ότι είναι σημαντικά πιο απαιτητική (~2x διαθέσιμη μνήμη) και ενώ κατά κανόνα οδηγεί σε ταχύτερη σύγκλιση, υπάρχει η πιθανότητα τα αποτελέσματα να μην είναι ρεαλιστικά, κάτι που παρατηρήθηκε στην περίπτωση ροής γύρω από σφαίρα. Αντίθετα προτείνεται ως η καταλληλότερη μέθοδος για τις πιο σύνθετες γεωμετρίες, αν και στην εργασία δεν κατέστη εφικτή λόγω περιορισμών ισχύος.

Πέρα από τις μεθόδους επίλυσης, σημαντική βαρύτητα δίνεται και στη διακριτοποίηση του χώρου. Η διακριτοποίηση ωφελεί τον ακριβή υπολογισμό των όρων ανώτερης τάξης, όπως οι όροι διάχυσης της ροής, οι παράγωγοι των ταχυτήτων και οι κλίσεις πίεσης, ενώ τα αντίστοιχα σχήματα παρεμβολής χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη των τιμών ταχύτητας και πίεσης στις όψεις του κάθε υπολογιστικού κελιού, έχοντας ως δεδομένες τις αντίστοιχες τιμές στα κέντρα τους. Στην παρούσα ανάλυση το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στα σχήματα παρεμβολής, καθώς η προεπιλεγμένη μέθοδος (**Least Squares Cell Based**) είναι η ποιοτικά καλύτερη και υπολογιστικά συμφερότερη άρα δε χρειάζεται επέμβαση. Παρακάτω δίνεται η τελική επιλογή αυτών για τον υπολογισμό της πίεσης και των υπόλοιπων μεταβλητών.

A. Πίεση (**Pressure**): Το βασικό σχήμα παρεμβολής (**Standard**) εκτελείται με τη χρήση σταθμισμένων μέσων όρων και κρίνεται ικανοποιητικό για τις απλές περιπτώσεις των γεωμετρικών σχημάτων που μελετώνται, αν και τελικά προτιμήθηκε η μεγαλύτερη ακρίβεια του σχήματος 2<sup>ης</sup> τάξης κεντρικών πεπερασμένων διαφορών (**2<sup>nd</sup> Order Central Difference Scheme, CDS**). Η επιλογή ισχύει για όλα τα σχήματα, καθώς όλες οι αναλύσεις σχετίζονται με ροή γύρω και διαμέσου γεωμετρίας, άσχετα με τις ιδιότητές της.

B. Ορμή, k-ε (**Momentum, TKE, TDR**): Εκ προεπιλογής, για τον υπολογισμό της ορμής και των τυρβωδών μεγεθών χρησιμοποιούνται τα συστήματα πρόσθιων πεπερασμένων διαφορών 2<sup>ης</sup> και 1<sup>ης</sup> τάξης αντίστοιχα. Και πάλι για λόγους ακρίβειας προτιμάται η χρήση 2<sup>ης</sup> τάξης για όλα τα μεγέθη. Επιπρόσθετα, για τα πορώδη μέσα είναι επιθυμητή η χρήση του λεγόμενου **3<sup>rd</sup> Order MUSCL Scheme**. Το σχήμα αυτό ακολουθεί την ίδια αρχή με το σχήμα MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws)<sup>8</sup>, δηλαδή ένα υβριδικό σχήμα μεταξύ κεντρικών και πρόσθιων πεπερασμένων διαφορών. Στα πλεονεκτήματά του συγκαταλέγεται η ικανότητα πρόβλεψης απότομων αλλαγών στην ορμή οι οποίες εμφανίζονται συχνά σε πορώδη υλικά.

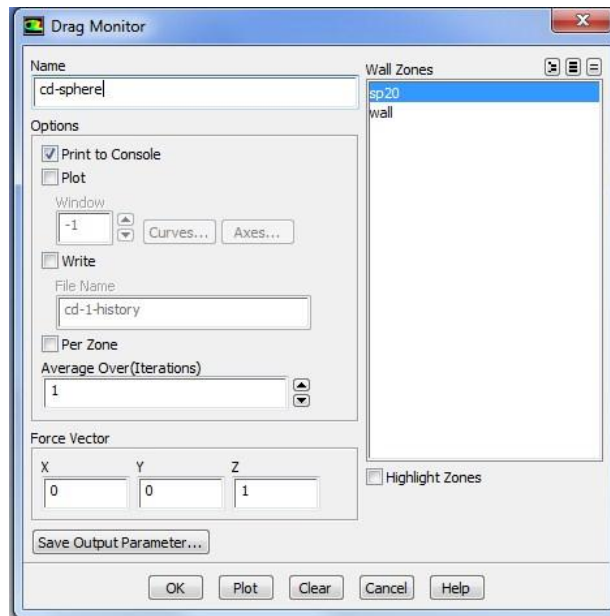
---

<sup>8</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/MUSCL\\_scheme](https://en.wikipedia.org/wiki/MUSCL_scheme)

## 6.2.5 Μεταβλητές Ελέγχου και Αρχικοποίηση

Τελικό στάδιο στην προετοιμασία της ανάλυσης είναι η εισαγωγή ορισμένων μεταβλητών ελέγχου, ή κριτηρίων όπως αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 5. Παρόλο που ο έλεγχος σύγκλισης της εξίσωσης συνέχειας είναι σημαντικός, δεν προσφέρει καμία πληροφορία για τη φύση των φαινομένων, επομένως είναι απαραίτητη η χρήση των κατάλληλων μεταβλητών. Για παράδειγμα, το στοιχείο που μελετάται στη ροή γύρω από είναι το μέγεθος του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ . Η εισαγωγή τέτοιων στοιχείων γίνεται στην καρτέλα Monitors, στα σχετικά για την εκάστοτε περίπτωση παράθυρα. Στο παράδειγμα του  $C_d$ , στο πρώτο παράθυρο με τίτλο **Residuals, Statistics and Force Monitors**, πατώντας **Create** είναι δυνατή η εισαγωγή του συντελεστή, αρκεί βέβαια να οριστεί στο τοίχωμα της σφαίρας και με το σωστό διάνυσμα της ασκούμενης δύναμης. Οπτικά η διαδικασία δίνεται στο σχήμα 6.3.

Θεωρητικά, με αυτό τον τρόπο ο συντελεστής μπορεί να υπολογιστεί βάσει της εξ. 5.10. Στην πράξη, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, αλλά και παρατηρώντας την άνω εξίσωση, μπορεί κανείς να αντιληφθεί ότι δεν έχει οριστεί ακόμα η προβαλλόμενη επιφάνεια. Η παράλειψη αυτή διορθώνεται είτε γνωρίζοντας εκ των προτέρων την τιμή της, έστω και προσεγγιστικά, ή ζητώντας από το Fluent να την υπολογίσει, αφού όμως έχει ολοκληρωθεί η αρχικοποίηση του προβλήματος, όπως θα εξηγηθεί σε επόμενη ενότητα. Με παρόμοιο τρόπο μπορούν να εισαχθούν και άλλες μεταβλητές, όπως για παράδειγμα η παροχή μάζας στις επιφάνειες εισόδου και εξόδου.



Σχήμα 6.3. Ορισμός συντελεστή αντίστασης  $C_d$  ως μεταβλητή ελέγχου.

Ένα άλλο στοιχείο που πρέπει να τονιστεί είναι η ρύθμιση της επιθυμητής ακρίβειας. Το Fluent είναι προρυθμισμένο να θεωρεί την ανάλυση ολοκληρωμένη όταν η σχετική διαφορά των τιμών των δύο πιο πρόσφατων επαναλήψεων είναι μικρότερη από  $10^{-3}$ , δηλαδή επιτυγχάνεται ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων. Για τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν η ακρίβεια αυτή θεωρείται ικανοποιητική, ενώ διαπιστώθηκε ότι η αύξηση της ακρίβειας δεν επέφερε κάποιο όφελος, αλλά αντίθετα κατέστησε τις αναλύσεις σημαντικά πιο χρονοβόρες. Είναι προφανές ότι ανάλογη ακρίβεια πρέπει να επιτευχθεί και για τις μεταβλητές ελέγχου, κάτι που διεκπεραιώνεται στο παράθυρο με τίτλο **Convergence Monitors**.

Θεωρώντας ότι όλα τα παραπάνω βήματα έχουν τηρηθεί, είναι δυνατή η αρχικοποίηση του προβλήματος και συνεπώς η προσομοίωση της ροής. Στην καρτέλα **Solution Initialization** εμφανίζονται δύο επιλογές αρχικοποίησης, καθώς και η δυνατότητα χειροκίνητης εισαγωγής αρχικών τιμών. Η συνηθέστερη και προτεινόμενη για όλες τις εφαρμογές μέθοδος είναι η απλή αρχικοποίηση (**Standard**) από την επιφάνεια εισόδου που είναι και η μόνη για την οποία παρέχονται δεδομένα. Σε περίπτωση που χρησιμοποιείται η πεπλεγμένη μέθοδος επίλυσης συνίσταται η χρήση της υβριδικής αρχικοποίησης (**Hybrid Initialization**), η οποία χρησιμοποιεί ένα σχήμα κατανομής ταχυτήτων σε είσοδο και έξοδο με μέση τιμή ίση με τη δοσμένη στις συνοριακές συνθήκες και συντελεί στην ταχύτερη σύγκλιση της μεθόδου. Στην παρούσα εργασία δεν χρησιμοποιείται η πεπλεγμένη μέθοδος, καθώς δεν λαμβάνει υπόψιν πορώδη υλικά και αποτυγχάνει να περιγράψει σωστά τις πιέσεις εξόδου μακριά από τα αντικείμενα, άρα δεν υπάρχει λόγος χρήσης και του υβριδικού σχήματος αρχικοποίησης.

### 6.2.6 Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Στο σημείο αυτό, το υπολογιστικό μοντέλο θεωρείται πλήρως καθορισμένο και μπορεί να εκτελεστεί η προσομοίωση, όμως προτείνεται ένας τελικός έλεγχος όλων των παραμέτρων για λόγους ασφάλειας και εξοικονόμησης υπολογιστικού χρόνου, καθώς οποιοδήποτε εσφαλμένο μοντέλο συνηθώς αργεί να δείξει σημάδια απόκλισης, εκτός βέβαια από ειδικές περιστάσεις ανορθόδοξης μεθοδολογίας. Στην καρτέλα **Run Calculations**, εισάγεται ένας σεβαστός αριθμός επαναλήψεων, που επιλέγεται εμπειρικά και πατώντας **Check Case** εκτελείται ο κατάλληλος έλεγχος, με μηνύματα για παραλείψεις και σφάλματα να εμφανίζονται αυτόματα στην οθόνη, τονίζοντας μάλιστα την κατάλληλη διόρθωση. Αν και ο έλεγχος αυτός είναι επιτυχής, τότε η προετοιμασία του υπολογιστικού μοντέλου ολοκληρώνεται και δύναται να εκκινήσει η προσομοίωση.

Με το πέρας της προσομοίωσης ακολουθεί η εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Αρχικά, προτείνεται η αποθήκευση των αποτελεσμάτων τόσο για τα συγκριτικά διαγράμματα που είναι λογικά επακόλουθα μίας προσομοίωσης, όσο και για τη μελλοντική χρήση, μέσω της εντολής **File → Write → Case and**

**Data.** Σημειώνεται ότι αν χρησιμοποιείται το ίδιο μοντέλο παραπάνω φορές, η αποθήκευση του αντίστοιχου Case μπορεί να γίνει μία φορά και για όλες τις υπόλοιπες να χρησιμοποιηθεί η εντολή **File** → **Write** → **Data**. Εν συνεχεία, στην καρτέλα **Results** προσφέρονται εργαλεία για την απεικόνιση διαγραμμάτων, προφίλ ταχυτήτων αλλά και τη μέτρηση ορισμένων μεγεθών. Ειδικά για το τελευταίο, προτείνεται η μελέτη του βοηθητικού εγχειριδίου, καθώς η ανάλυση όλων των διαθέσιμων υπολογισμών δεν αφορά τη παρουσιαζόμενη διαδικασία. Φυσικά, παραμένει το ερώτημα για τον υπολογισμό της προβαλλόμενης επιφάνειας. Η πληροφορία αυτή βρίσκεται στην καρτέλα **Reports** → **Projected Areas**. Όπως ειπώθηκε και στην ενότητα 6.2.5, αρκεί η εισαγωγή του σωστού διανύσματος και επιπέδου.

Με την αποθήκευση των αποτελεσμάτων η διαδικασία υπολογιστικής προσομοίωσης ψηφιοποιημένων δομών ολοκληρώνεται. Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας και εξάγονται τα κυριότερα συμπεράσματα εφ' όλης της ύλης.

## Κεφάλαιο 7: Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις, ενώ ακολουθεί σχολιασμός τους για τις μεμονωμένες περιπτώσεις μέσω αριθμητικών και οπτικών αναπαραστάσεών τους.

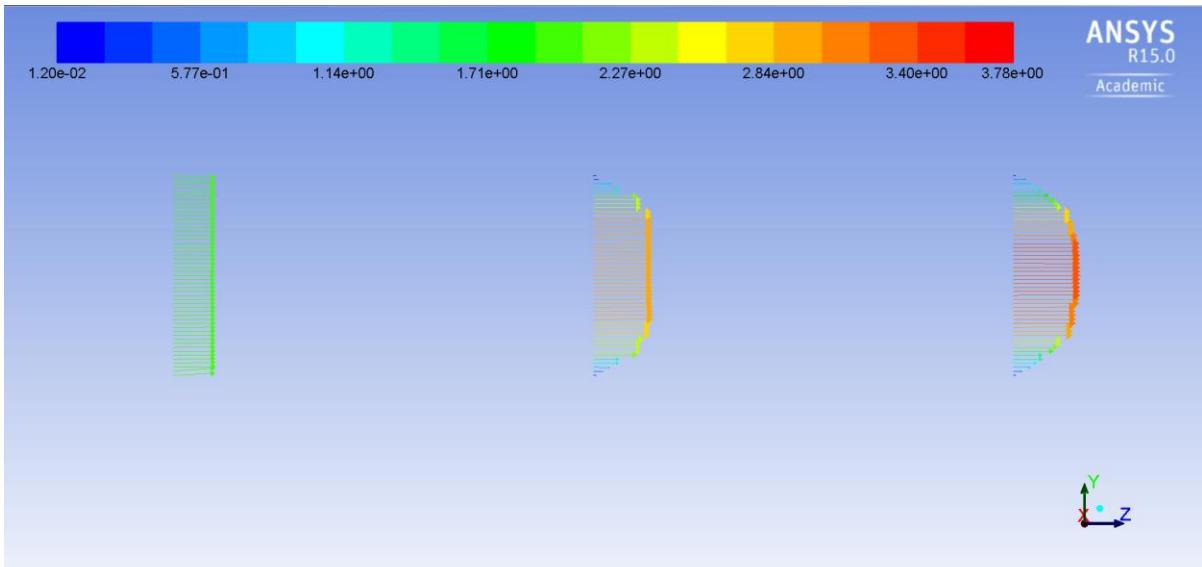
### 7.1 Ροή εντός κυλινδρικού αγωγού

Η αναπαραγωγή του πειράματος VMFL005 με τη χρήση του ψηφιοποιημένου κυλινδρικού αγωγού θεωρείται η απλούστερη των περιπτώσεων που μελετώνται στην εργασία και χρησιμοποιήθηκε ως οδηγός για την προσομοίωση των πολυπλοκότερων δομών, προσφέρει όμως μια ικανοποιητική πρώτη εικόνα για την αποδοτικότητα της παρουσιαζόμενης μεθοδολογίας.

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές της τελικής αναπτυσσόμενης ταχύτητας στο κέντρο του αγωγού  $u_{\max}$  και της αντίστοιχης πτώσης πίεσης όπως αυτή υπολογίζεται στην εξ. (5.7). Ταυτόχρονα, παρατίθεται η κατανομή ταχυτήτων στην είσοδο και την έξοδο του αγωγού, όπου συναντάται η επιθυμητή συμπεριφορά, ήτοι η ακτινικής συμμετρίας και παραβολικής μορφής ανάπτυξη της ροής.

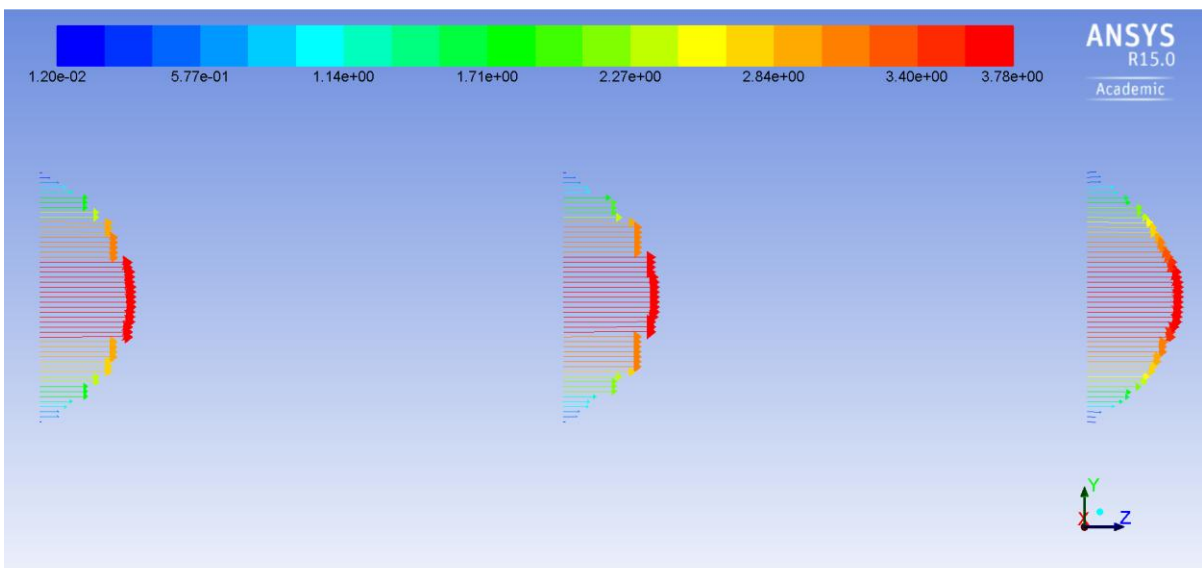
Πίνακας 7.1: Θεωρητικές και πειραματικές τιμές πτώσης πίεσης εντός αγωγού

	Μέγιστη ταχύτητα [m/s] (Fluent)	Πτώση πίεσης [Pa] (εξ. 5.7)	Πτώση πίεσης [Pa] (Fluent)
Ιδανικός κύλινδρος	4	10.24	10.22
Ψηφιοποιημένος κύλινδρος ( $r_u = 20$ )	3.77	9.66	9.62



Velocity Vectors Colored By Z Velocity (m/s)

Jul 10, 2015  
ANSYS Fluent 15.0 (3d, dp, pbns, lam)



Velocity Vectors Colored By Z Velocity (m/s)

Jul 10, 2015  
ANSYS Fluent 15.0 (3d, dp, pbns, lam)

Σχήμα 7.1: Προφίλ ταχυτήτων κατά μήκος του αγωγού. Είσοδος (πάνω) και έξοδος (κάτω) του αγωγού.

## 7.2 Ροή γύρω από σφαίρα

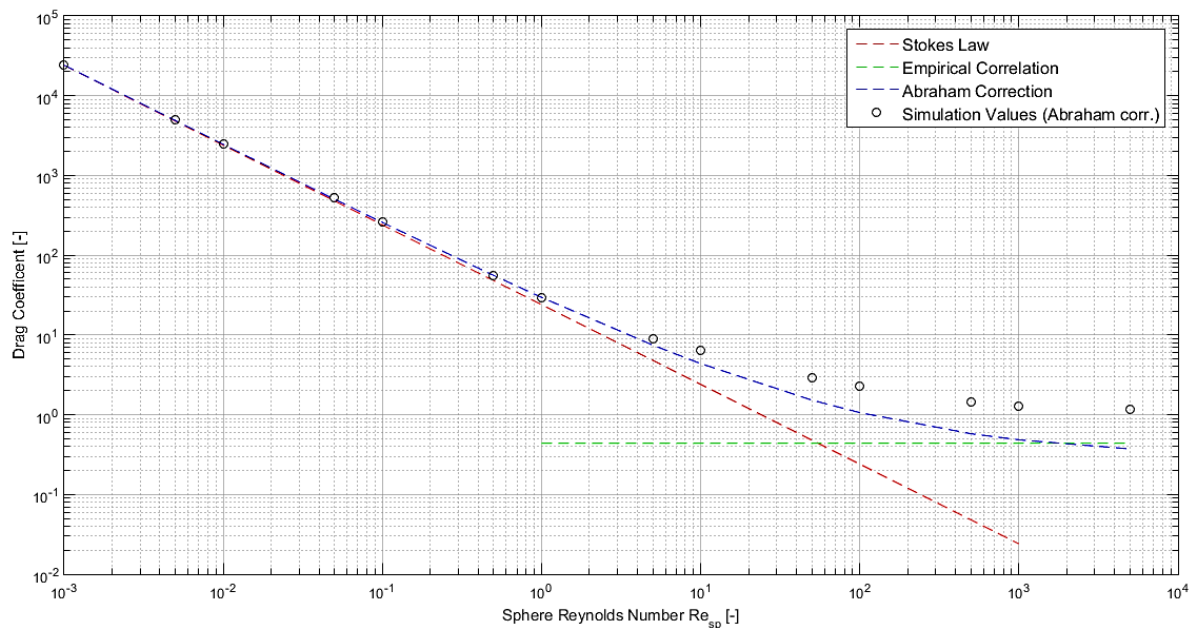
Κατά τη διάρκεια μελέτης του φαινομένου αυτού, και προτού καταστρωθεί το μοντέλο προσομοίωσης, διεξήχθη μια προκαταρκτική αξιολόγηση του επιπέδου λεπτομέρειας που προσφέρει η χρήση διαφορετικού μεγέθους σφαιρών, στηριζόμενη σε δύο παράγοντες. Ο πρώτος αφορά την ύπαρξη έντονων ακμών που δεδομένα υπάρχουν σε μία ψηφιοποιημένη δομή και που οδηγούν στην εμφάνιση περισσότερων του ενός σημείων αποκολλήσεων της ροής, προκαλώντας λανθασμένες συμπεριφορές. Ο δεύτερος συνδέεται με το συντελεστή σφαιρικότητας  $\Phi$ , που βάσει ονόματος δείχνει το βαθμό ομοιότητας της ψηφιοποιημένης σφαίρας ως προς μία τέλεια σφαίρα ιδίου όγκου. Γίνεται αντιληπτό ότι οι δύο παράγοντες είναι αντικρουόμενοι, αφού μεγαλύτερη σφαίρα αποτελείται από περισσότερες ακμές και προσεγγίζει καλύτερα μια ιδανική σφαίρα, όμως η επίδραση των ακμών στη δημιουργία αποκολλήσεων είναι σαφώς κρισιμότερη, οπότε επιλέγεται για την ανάλυση μία σφαίρα διαμέτρου 20 pixels.

Πέραν όμως του μεγέθους της σφαίρας, απαιτείται και η χρήση ενός ευρέος φάσματος αριθμών  $Re$  για την πρόβλεψη του χαρακτηριστικού συντελεστή αντίστασης, τόσο σε περιοχές έρπουσας ροής όσο και σε τυρβώδεις ροές. Για την ικανοποίηση της άνω συνθήκης, επιλέχθηκαν 14 τιμές που κυμαίνονται από  $Re_p = 0.001$  μέχρι  $Re_p = 5000$  και τα αριθμητικά αποτελέσματα παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα και στο αντίστοιχο διάγραμμα.



*Πίνακας 7.2: Θεωρητικές και πειραματικές τιμές συντελεστών αντίστασης*

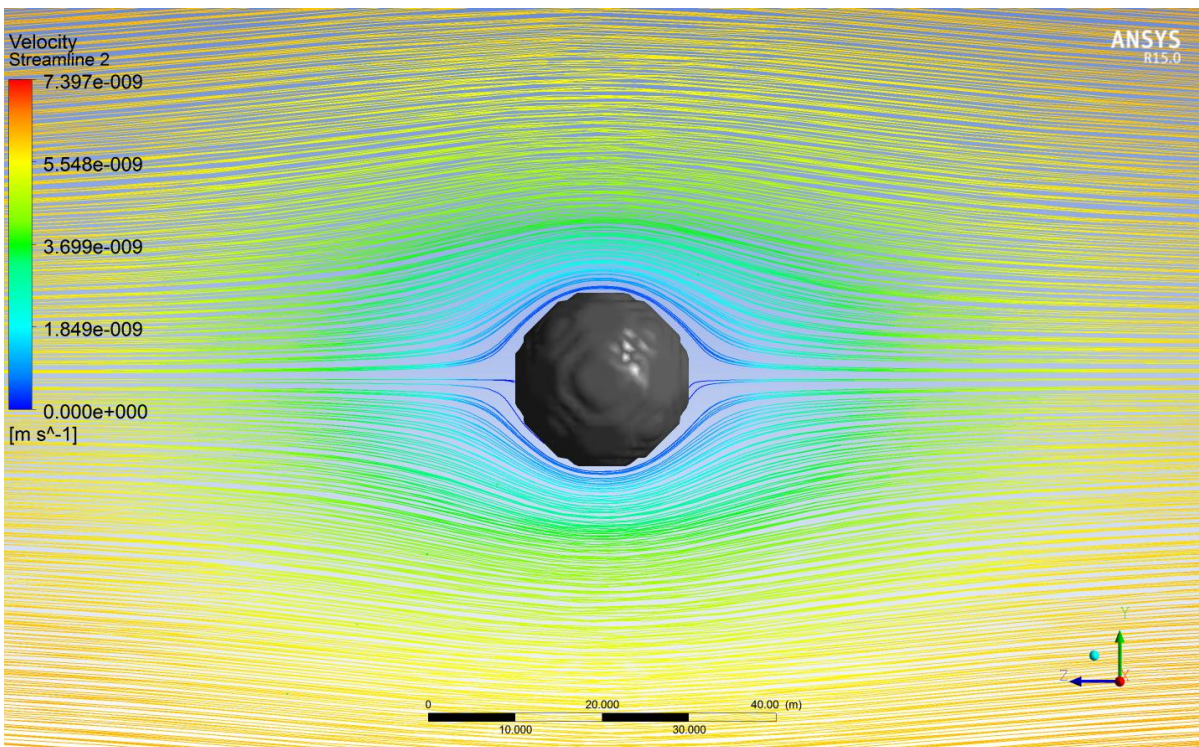
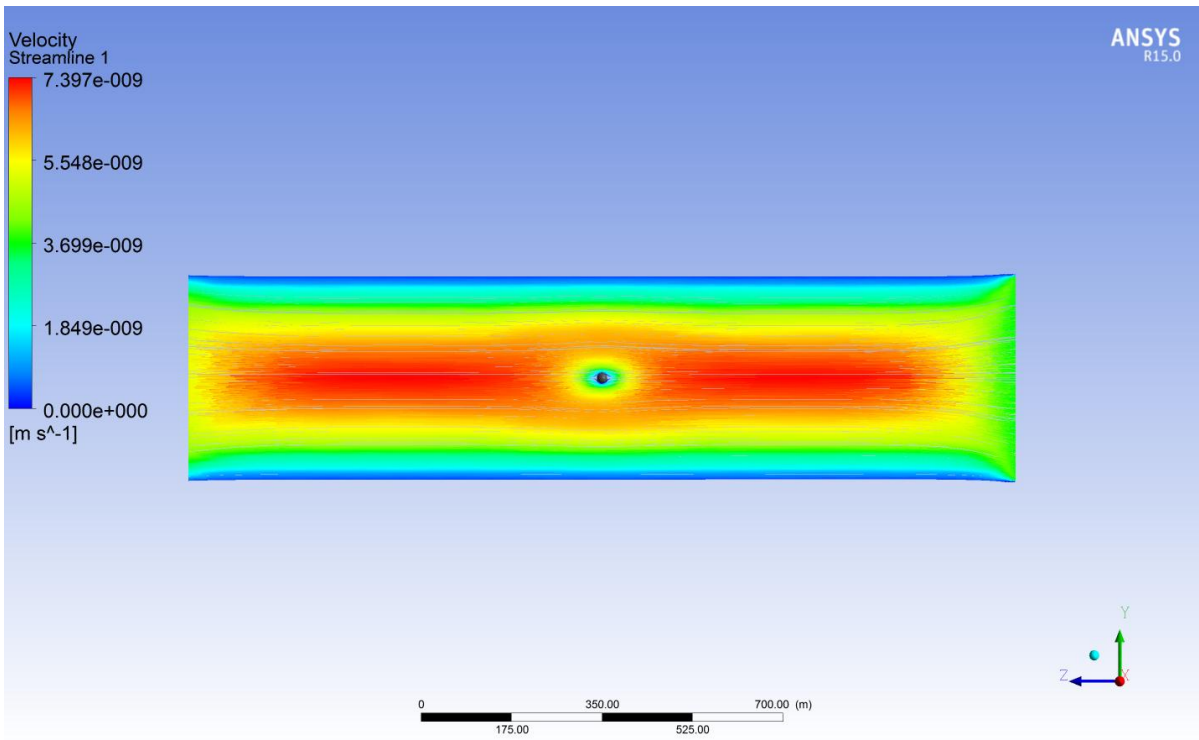
<i>Re [-]</i>	<i>Stokes</i> (Εξ. 5.13)	<i>Abraham</i> (Εξ. 5.14)	<i>Empirical</i> ( <i>Cd</i> = 0.44)	<i>Simulation</i> ( <i>Stokes</i> )	<i>Simulation</i> ( <i>Abraham</i> )
0.001	24000	-	-	24471	-
0.005	4800	-	-	4972	-
0.01	2400	-	-	2427.3	-
0.05	480	-	-	495.16	-
0.1	240	-	-	241.24	-
0.5	48	-	-	48.11	-
1	24	-	-	23.85	-
5	-	7.4616	-	6.088	9.05
10	-	4.3677	-	4.017	6.476
50	-	1.5216	-	1.342	2.887
100	-	1.0621	-	0.926	2.25
500	-	0.5773	0.44	0.426	1.42
1000	-	0.4839	0.44	0.351	1.28
5000	-	0.3721	0.44	0.293	1.171



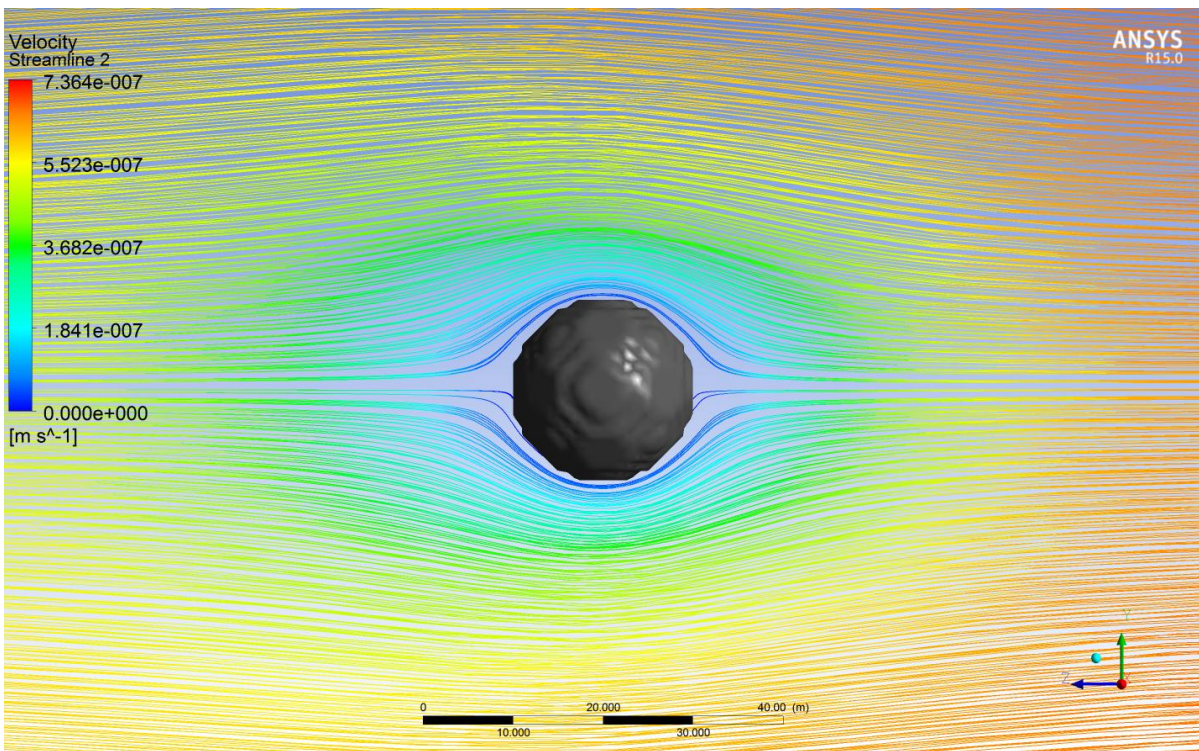
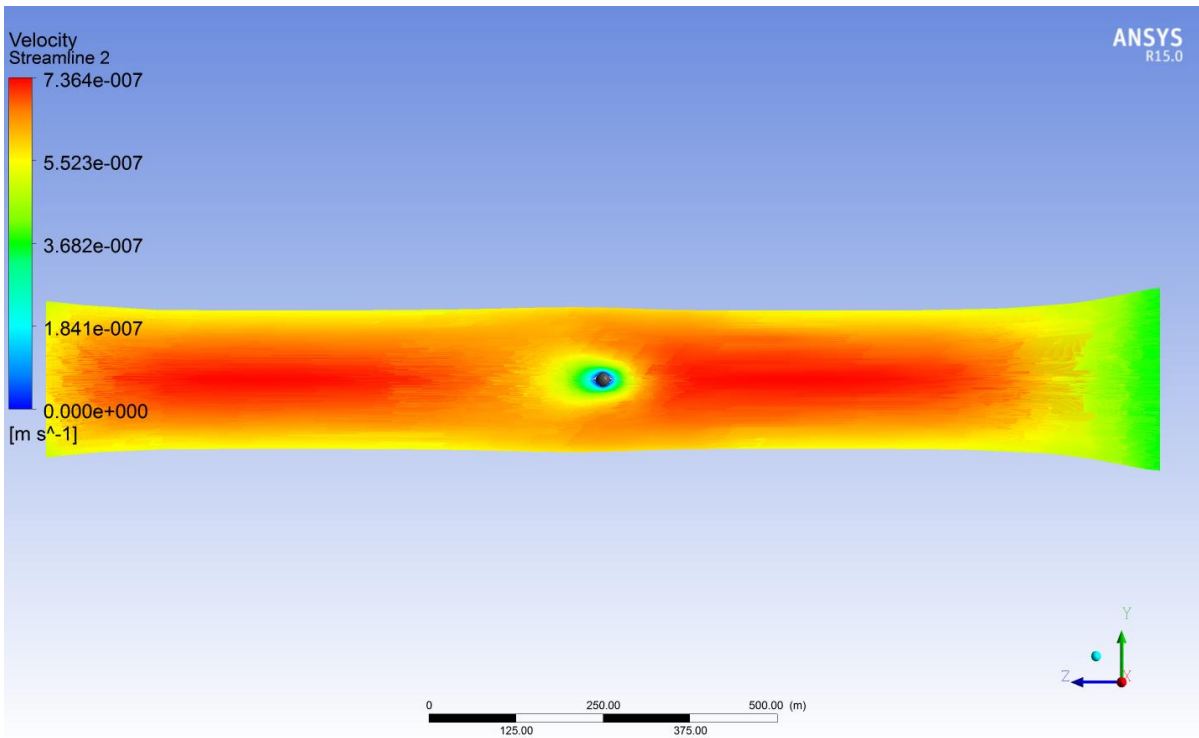
Σχήμα 7.2: Τιμές συντελεστή αντίστασης ως προς τον αριθμό  $Re$ . Λογαριθμική κλίμακα.

Από τη μελέτη του γραφήματος μπορεί κανείς να συμπεράνει το εξής: ενώ η σφαίρα ανταποκρίνεται στις χαμηλές περιοχές (στρωτή ροή), με συνεχή αύξηση του αριθμού  $Re$  ακολουθεί και ανάλογη απόκλιση από την αναμενόμενη τιμή. Παρόλο που οι μετρήσεις δείχνουν να συμφωνούν με τη θεωρία στις υψηλότερες περιοχές (τυρβώδης ροή), υπενθυμίζεται ότι η σχέση του *Stokes* δεν εφαρμόζεται για τόσο υψηλές ταχύτητες. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψιν και τη διόρθωση του *Abraham* παρατηρείται ένας συντελεστής 2-3 φορές μεγαλύτερος, γεγονός που επαληθεύεται και σε άλλα πειράματα (McCabe *et al.*, 2008). Η βασικότερη αιτία για την απόκλιση αυτή φέρεται να είναι η γεωμετρία της σφαίρας, η οποία περιλαμβάνει διακριτές και σχετικά απότομες αλλαγές στον προσανατολισμό των επιφανειών, άρα και των ασκούμενων σε αυτές δυνάμεων. Άμεση συνέπεια είναι η αύξηση της αντίστασης μορφής και επομένως του συνολικού συντελεστή.

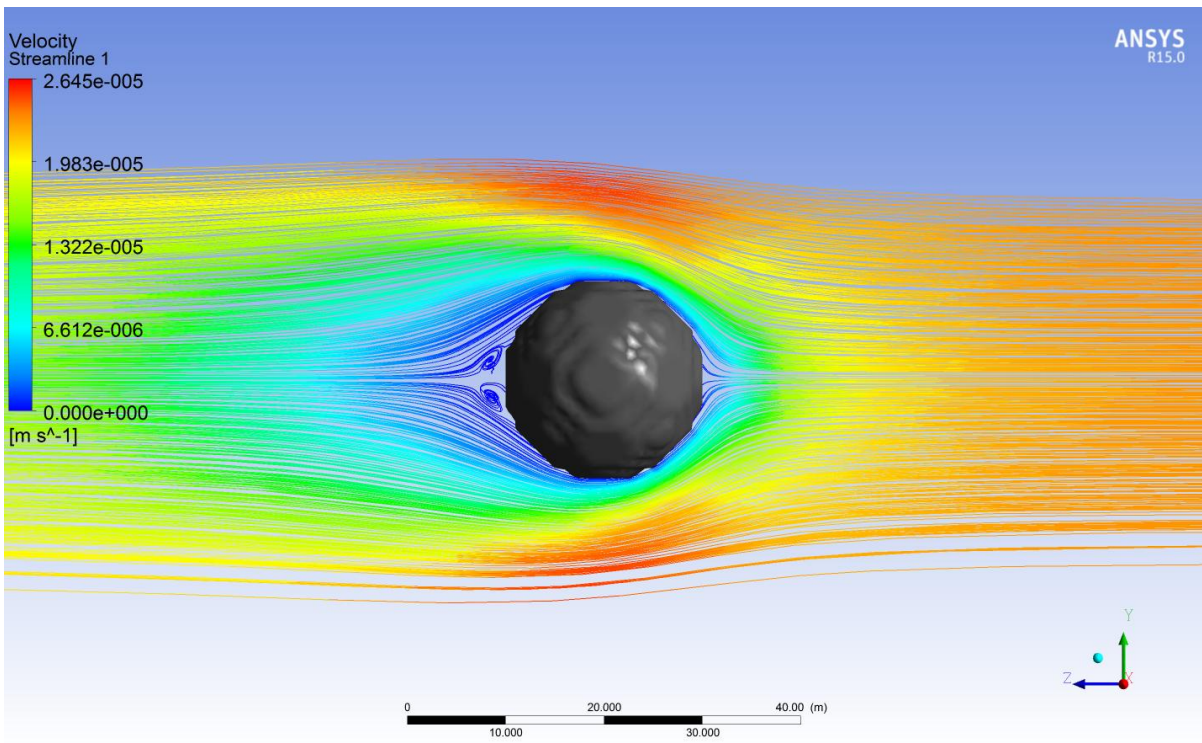
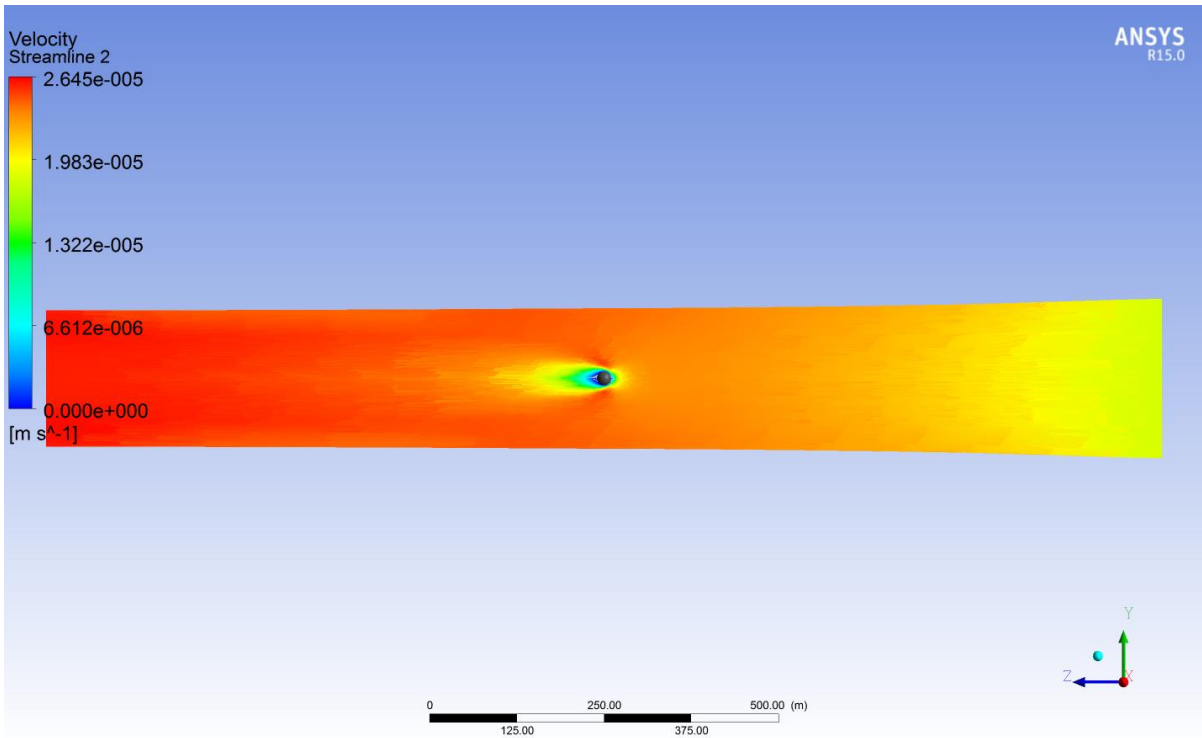
Στις επόμενες σελίδες δίνεται ποιοτική αναπαράσταση των ροϊκών γραμμών για ορισμένες τιμές του  $Re$ , σε όλο το φάσμα που μελετήθηκε. Βάσει των σχημάτων παρατηρείται η θεωρητικά προβλεπόμενη συμπεριφορά του ρευστού, δηλαδή η μετάβαση από συμμετρικές ροές ανάντη και κατάντη της σφαίρας στην ανάπτυξη τακτικών δινών. Οι μόνες διαφορές που παρατηρούνται αφορούν τα σημεία αποκόλλησης, που λόγω του χώρου ανάλυσης δεν μετακινούνται κατά το αναμενόμενο.



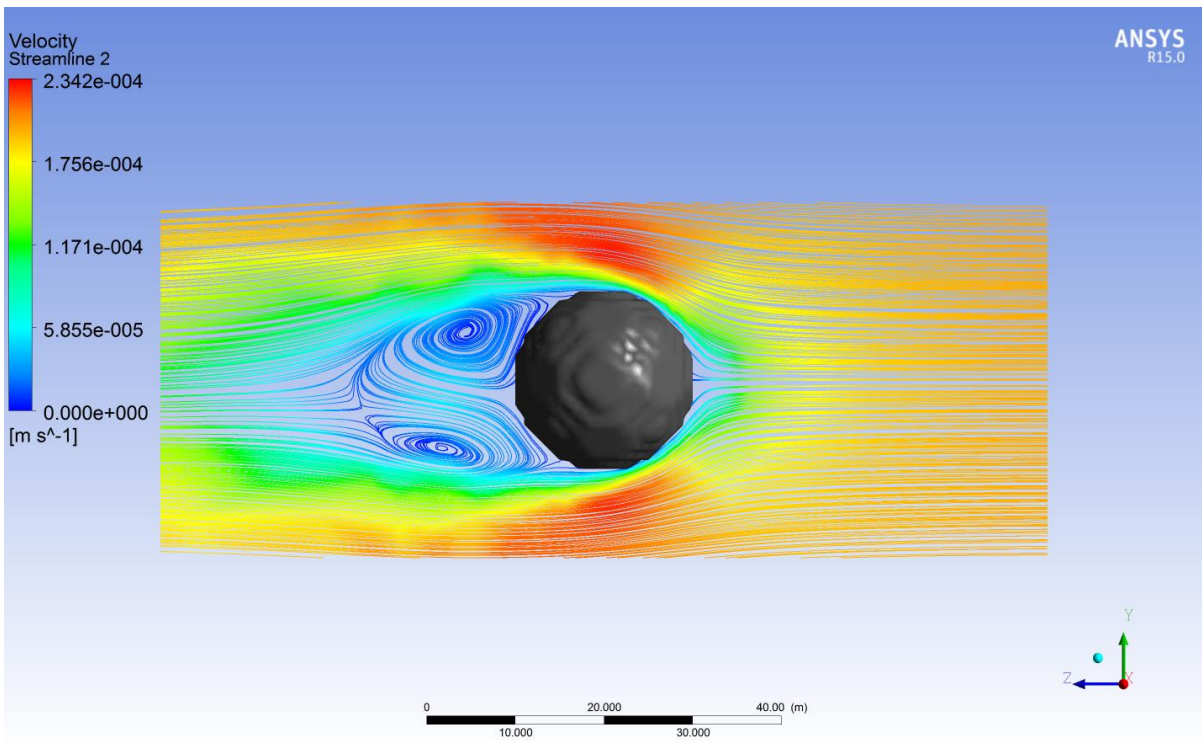
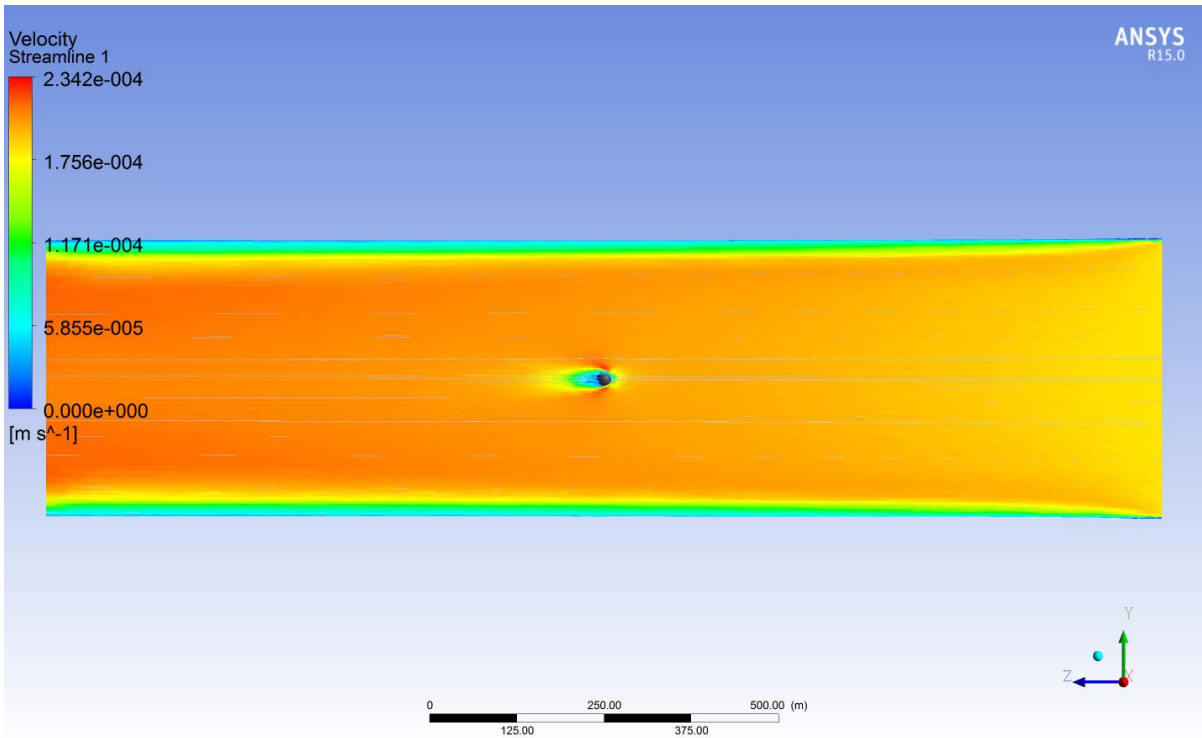
Σχήμα 7.3: Ροϊκές γραμμές γύρω από μία σφαίρα. ( $Re = 0.01$ )



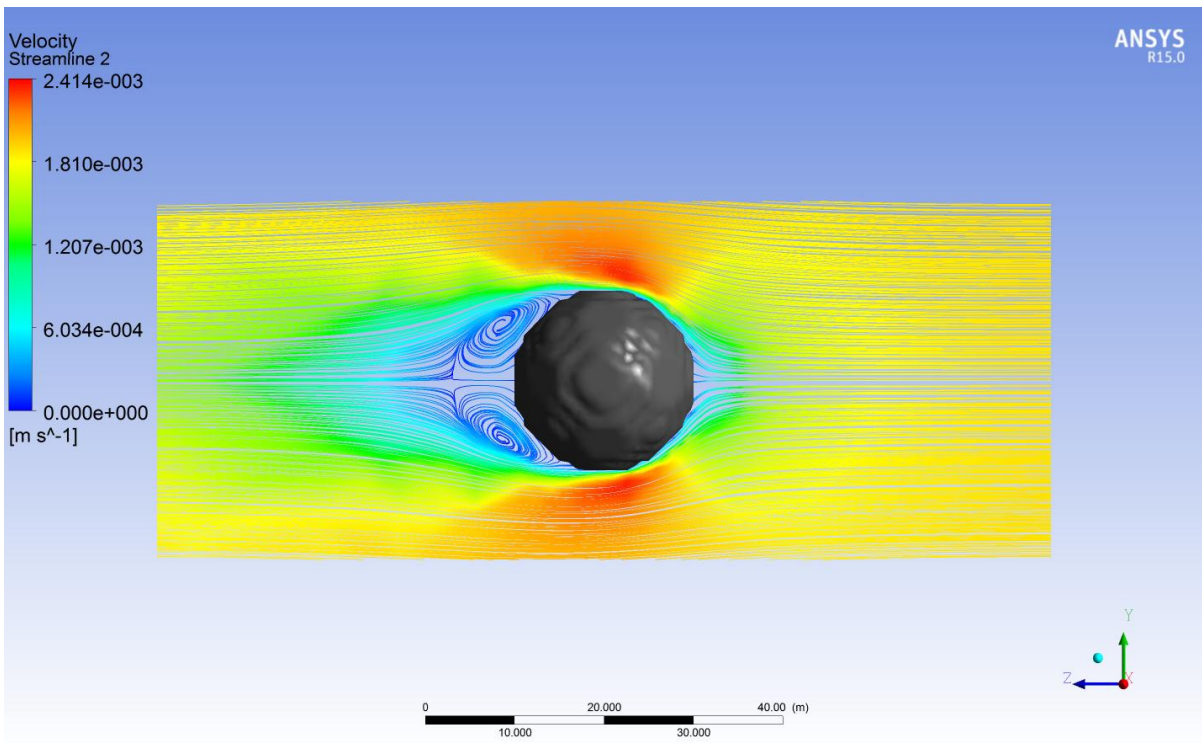
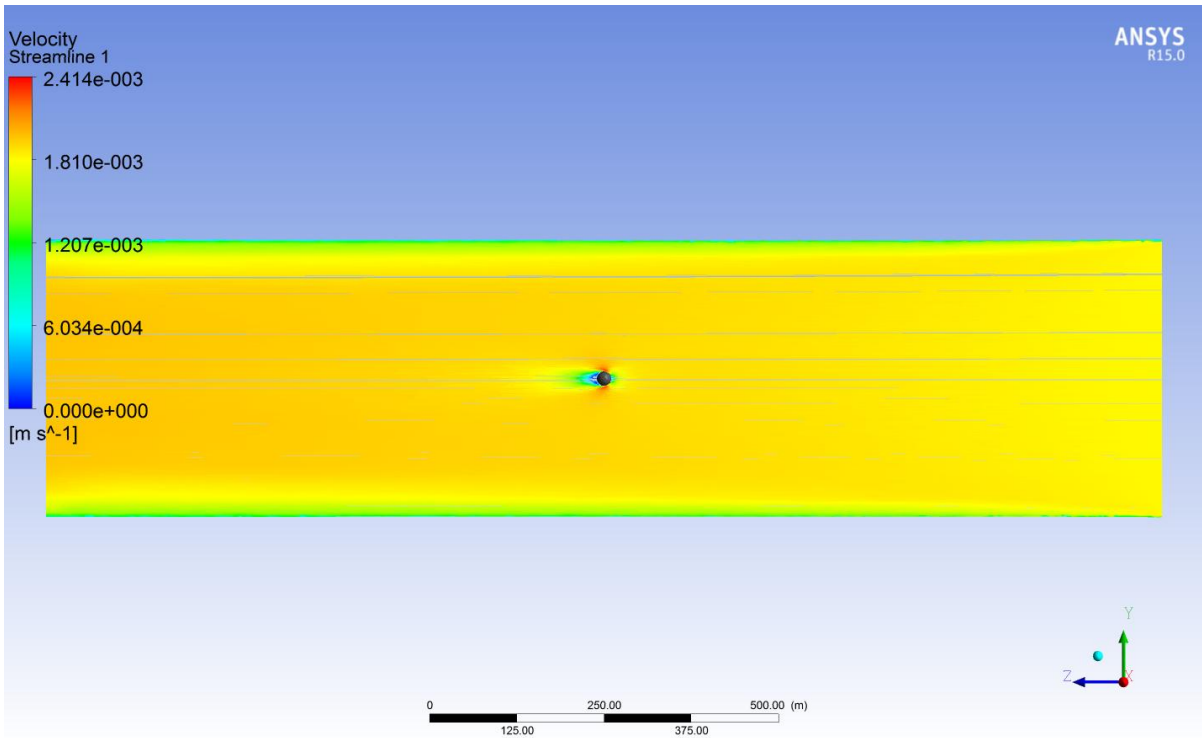
Σχήμα 7.4: Ροϊκές γραμμές γύρω από μία σφαίρα. ( $Re = 1$ )



Σχήμα 7.5: Ροϊκές γραμμές γύρω από μία σφαίρα. ( $Re = 50$ )



Σχήμα 7.6: Ροϊκές γραμμές γύρω από μία σφαίρα. ( $Re = 500$ )



Σχήμα 7.7: Ροϊκές γραμμές γύρω από μία σφαίρα. ( $Re = 5000$ )

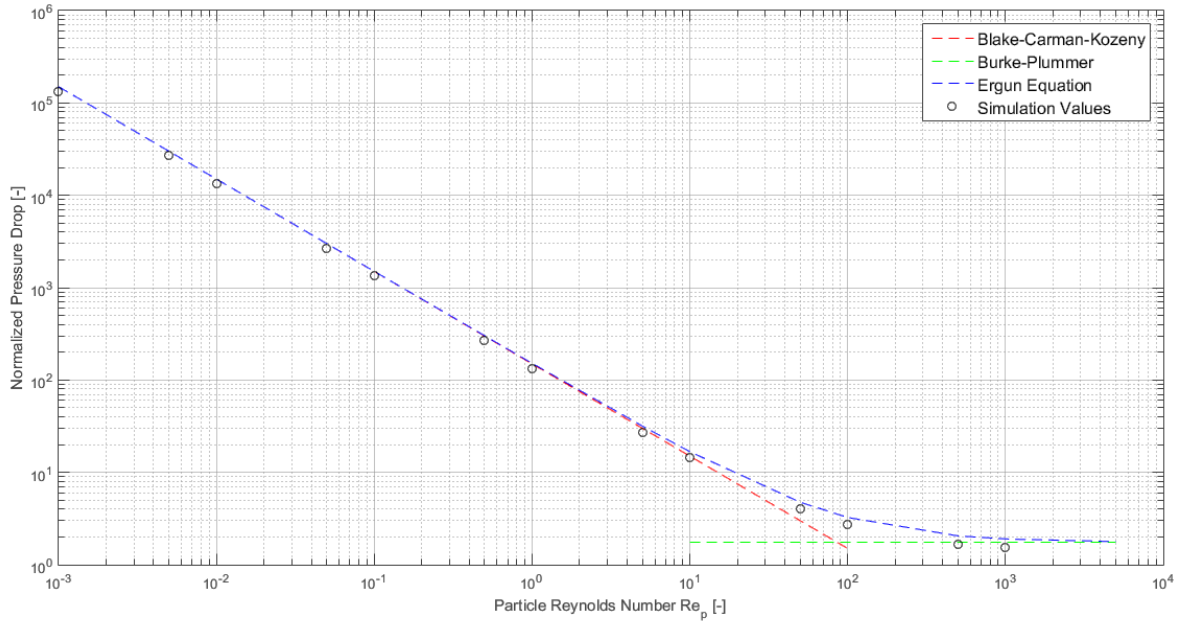
### 7.3 Ροή διαμέσου συνάθροισης σφαιριδίων

Μέχρι στιγμής, η συμπεριφορά των ψηφιοποιημένων απλών σωμάτων δείχνει να προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό το θεωρητικό πρότυπο, όμως για να αξιολογηθεί πλήρως η αποδοτικότητα της μεθοδολογίας η μελέτη πιο σύνθετων δομών ήταν επιβεβλημένη. Ακολουθώντας τη δομή των προηγούμενων εφαρμογών, παρατίθενται τα αριθμητικά αποτελέσματα για την πτώση πίεσης όπως αυτή υπολογίστηκε στην εξ. (5.24) και μετρήθηκε από το Fluent, ενώ στο διπλανό διάγραμμα δίνεται ο συντελεστής τριβής του συστήματος.

**Πίνακας 7.3: Θεωρητικές και πειραματικές τιμές πτώσης πίεσης σε συνάθροιση σφαιριδίων**

$Re[-]$	<i>Ergun Equation</i> [ $10^{-12} Pa$ ]	<i>Simulation</i> [ $10^{-12} Pa$ ]
0.001	2.9002	2.583
0.005	14.502	12.596
0.01	29.005	25.82
0.05	145.09	128.07
0.1	290.36	258.17
0.5	1458.6	1262.3
1	2934	2589.4
5	15347	12916
10	32385	27408
50	229600	192100
100	628370	504023
500	9909000	8065300
1000	36736000	31387000
5000	860390000	Diverged!!!





Σχήμα 7.8: Συντελεστής τριβής ισοδύναμων αγωγών  $f$

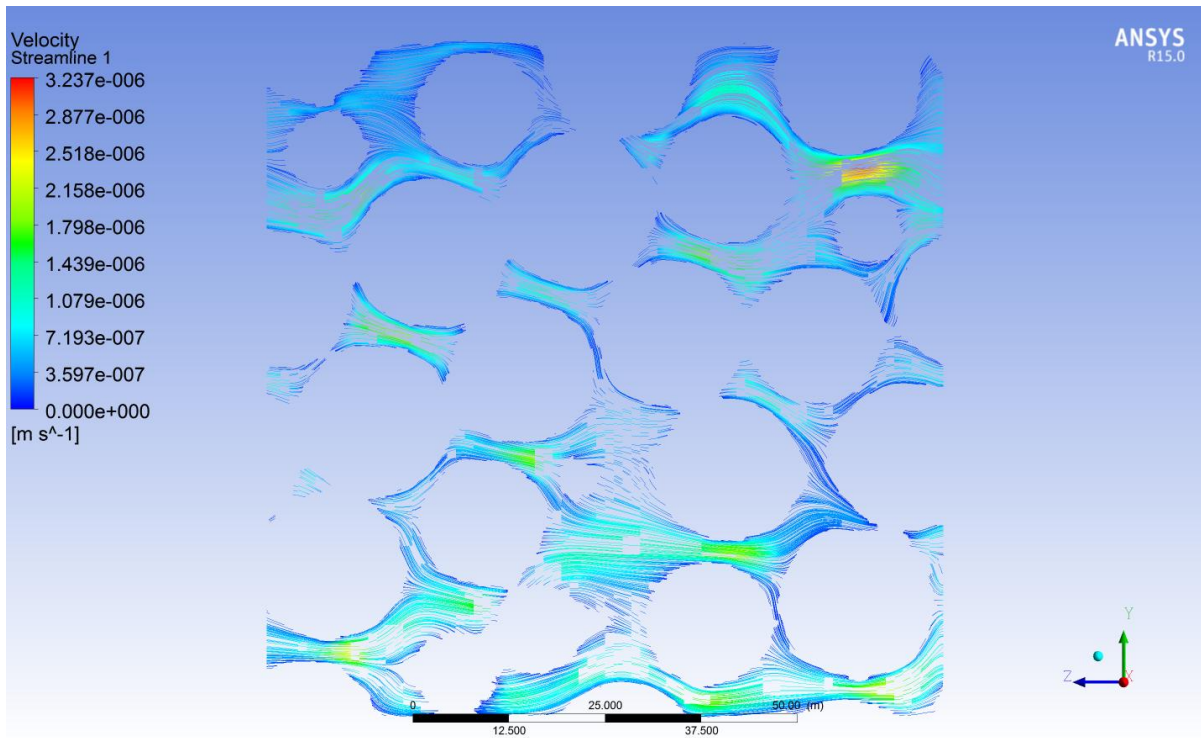
Η μελέτη του πίνακα και του σχετικού διαγράμματος αποδίδει πλήρως τη συμπεριφορά του ψηφιοποιημένου σχήματος, ενώ εξάγονται πολύ χρήσιμα συμπεράσματα τόσο για τη μορφολογία της δομής, όσο και για τις συνθήκες ροής. Αρχικά, σημειώνεται η αποτυχία της προσομοίωσης για  $Re_p = 5000$  και ο λόγος είναι σχετικά απλός. Ο αντίστοιχος υδραυλικός αριθμός  $Re_h$  που υπολογίζεται ως  $2/3$  του  $Re_p$ , είναι περίπου 3333, δηλαδή πάνω από τον κρίσιμο αριθμό  $Re$  στρωτής ροής σε αγωγό ( $Re_{h,cr} = 2000 \sim 2300$ ) (Rhodes, 2008). Πράγματι, επιπλέον δοκιμές σε εκείνη την περιοχή έδωσαν ένα οριακά σταθερό σύστημα με πολύ αργή σύγκλιση, το οποίο όμως δεν αναφέρεται ακριβώς λόγω αυτής της οριακής σταθερότητας.

Αν εξαιρεθεί το παραπάνω φαινόμενο, η γενική συμπεριφορά του σχήματος είναι ικανοποιητική, έχοντας μάλιστα κατά νου ότι δεν πρόκειται για ορθά δομημένο χώρο ανάλυσης. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης απέδωσαν μικρότερες από τις αναμενόμενες πτώσεις πίεσης κατά  $10 - 20 \%$ , με τη διαφορά αυτή να πιστώνεται σε δύο γεωμετρικούς παράγοντες. Αφενός, η χρήση ψηφιοποιημένων σφαιρών, όπως και στην περίπτωση της μεμονωμένης σφαίρας, οδηγεί σε αυξημένη αντίσταση στη ροή, επίτευξη χαμηλότερων ταχυτήτων, αυξημένες πιέσεις κατά μήκος του χώρου και συνεπώς μικρότερη πτώση. Αφετέρου, η χρήση ενός χώρου ανάλυσης με μικρό λόγο μήκους κύβου / διαμέτρου σφαιριδίου δεν επιτρέπει την πλήρη ανάπτυξη του φαινομένου, καταλήγοντας σε μικρότερες διαφορές πίεσης.

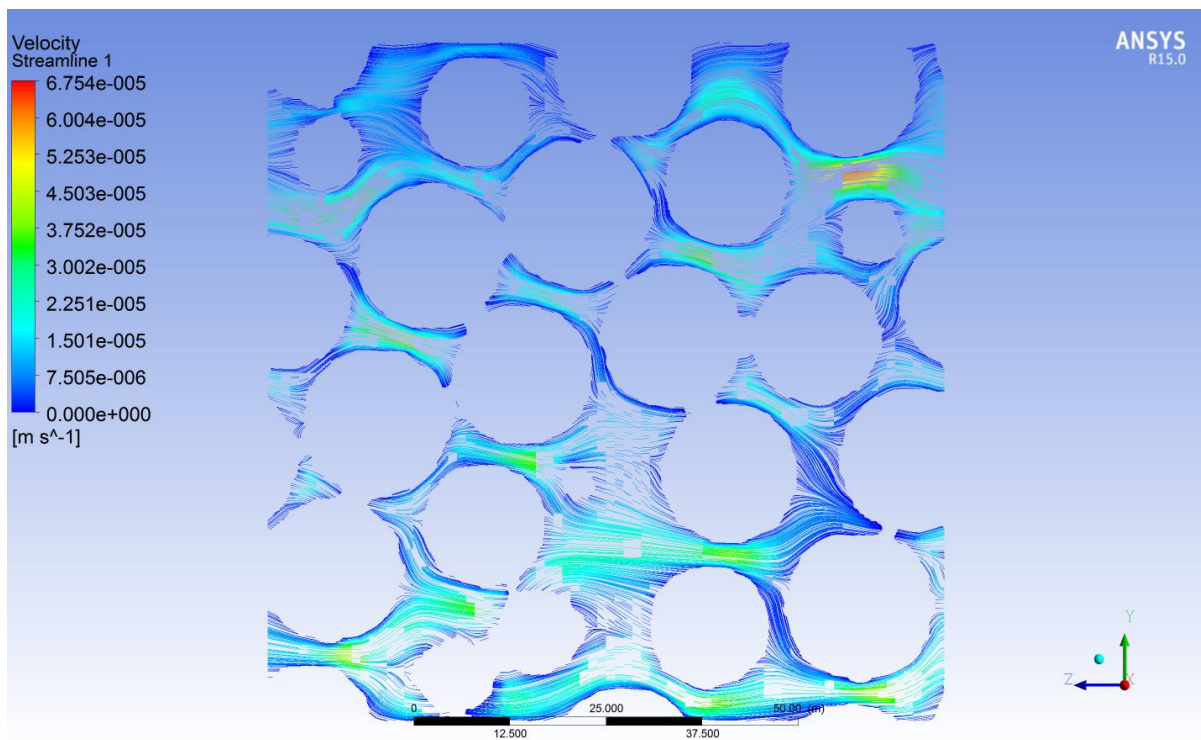
Τέλος, ένας παράγοντας που ενδεχομένως να επηρέασε τα αποτελέσματα είναι η αδυναμία υποστήριξης περιοδικών συνθηκών λόγω της ανομοιομορφίας της γεωμετρίας στα όρια του χώρου. Παρόλο που η επίδρασή τους είναι αμελητέα όσον αφορά τις συνθήκες εισόδου, σύμφωνα με τους Ατμακίδη και Kenig (2009), η πιθανή ανάπτυξη της περιοδικής ροής να επέτρεπε την εξαγωγή καλύτερων αποτελεσμάτων.

Στις επόμενες σελίδες ακολουθούν διαγράμματα ροϊκών γραμμών για τη συνάθροιση για διάφορες συνθήκες ροής, με το εύρος ταχυτήτων να περιορίζεται τοπικά. Η έλλειψη του στερεού οφείλεται σε οπτικούς καθαρά λόγους, ενώ παρόμοια συμπεριφορά θεωρείται ότι εμφανίζεται και σε όλα τα υπόλοιπα τμήματα του σώματος. Η κατανομή ταχυτήτων αποδίδεται για το επίπεδο  $YZ$ , στο ήμισυ του πλάτους  $X$ . Για την αντιμετώπιση των ροϊκών γραμμών, (στρωτές), ενώ για τις περιοχές τυρβώδους ροής μπορούν να αποδοθούν διαγράμματα αντίστοιχα με τις κατανομές ταχυτήτων.

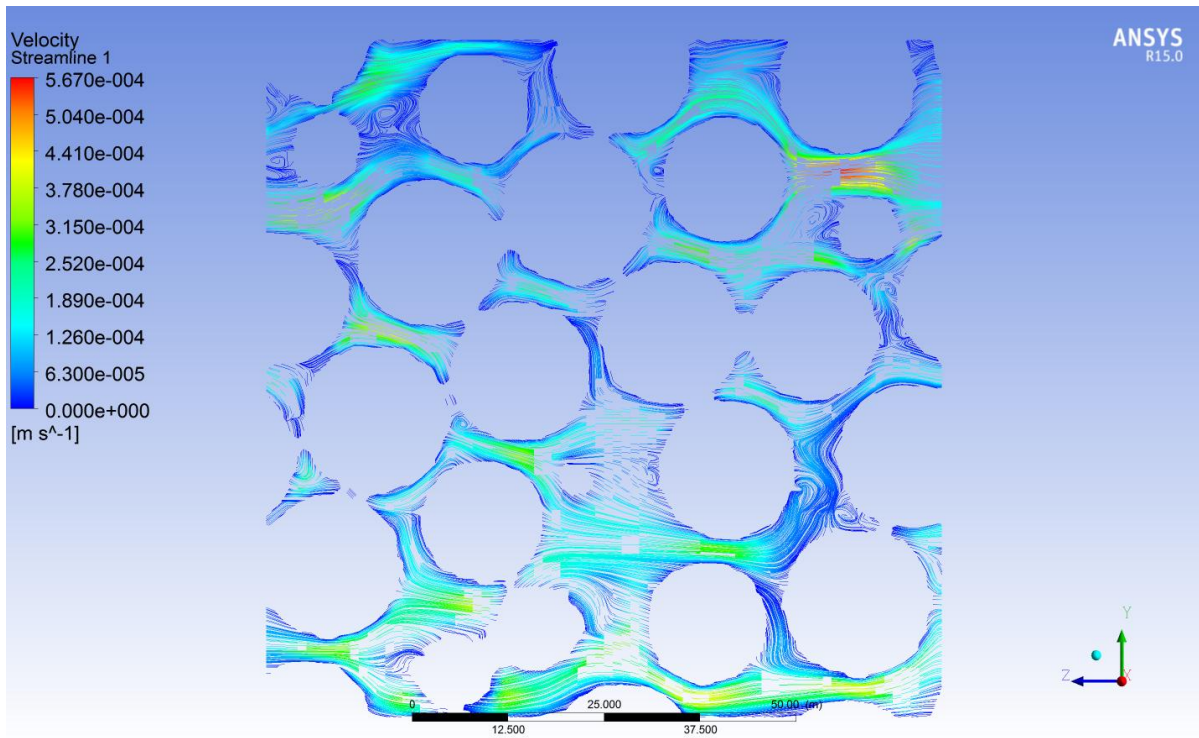
Η μελέτη τους επιβεβαιώνει τις θεωρητικές προβλέψεις της συμπεριφοράς του ρευστού κατά την ανάπτυξη της ροής. Αρχικά παρατηρείται η εμφάνιση δινών που αυξάνουν σε ένταση αναλογικά με την αύξηση του αριθμού  $Re$ . Μάλιστα φαίνεται η συμπεριφορά αυτή να ακολουθεί τα πρότυπα της μίας σφαίρας, αν και για να επαληθευτεί η υπόθεση θεωρούνται απαραίτητες περισσότερες δοκιμές. Επιπρόσθετα, εντοπίζεται η επίδραση των σχετικά μεγάλων σφαιρών στη δημιουργία στενώσεων τύπου ακροφυσίου, ενώ στα πλαϊνά τοιχώματα παρατηρούνται τοπικές επιταχύνσεις λόγω της συνθήκης μη – ολίσθησης. Ενδεχομένως αυτές να εξαλείφονταν με τη χρήση περιοδικών συνθηκών ή συνθηκών μηδενικής ροής.



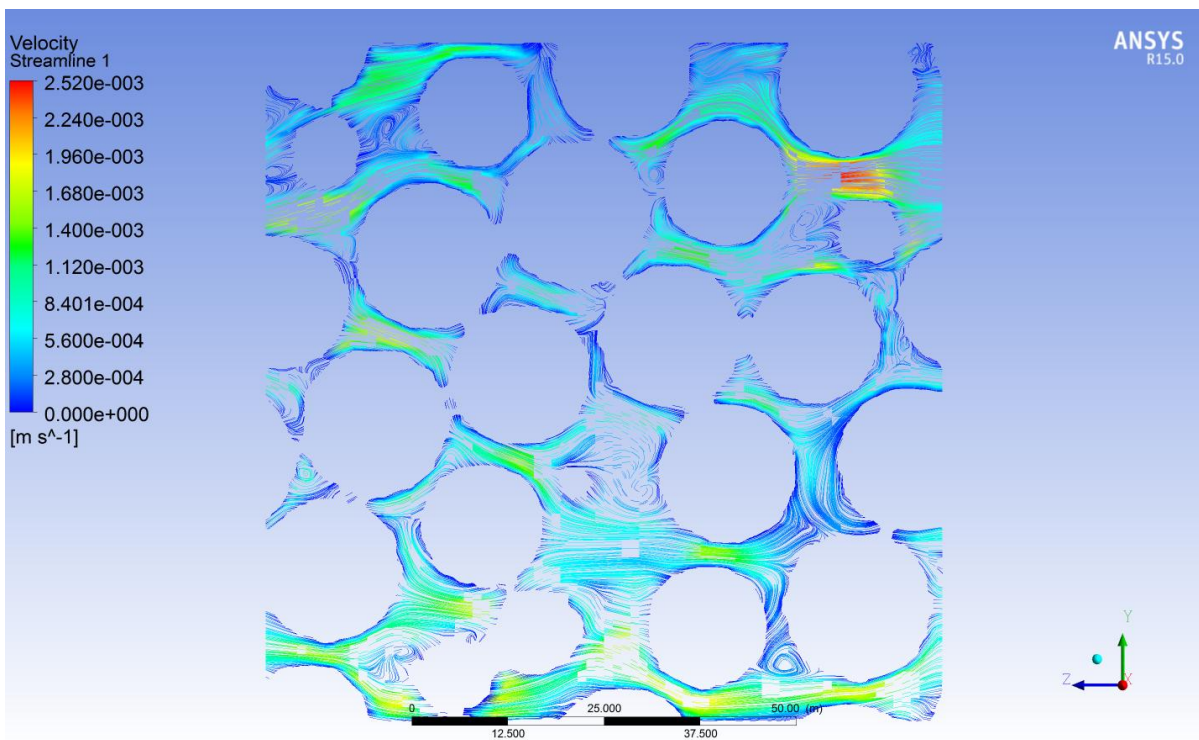
Σχήμα 7.9: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της συνάθροισης ( $Re = 0.5$ ).



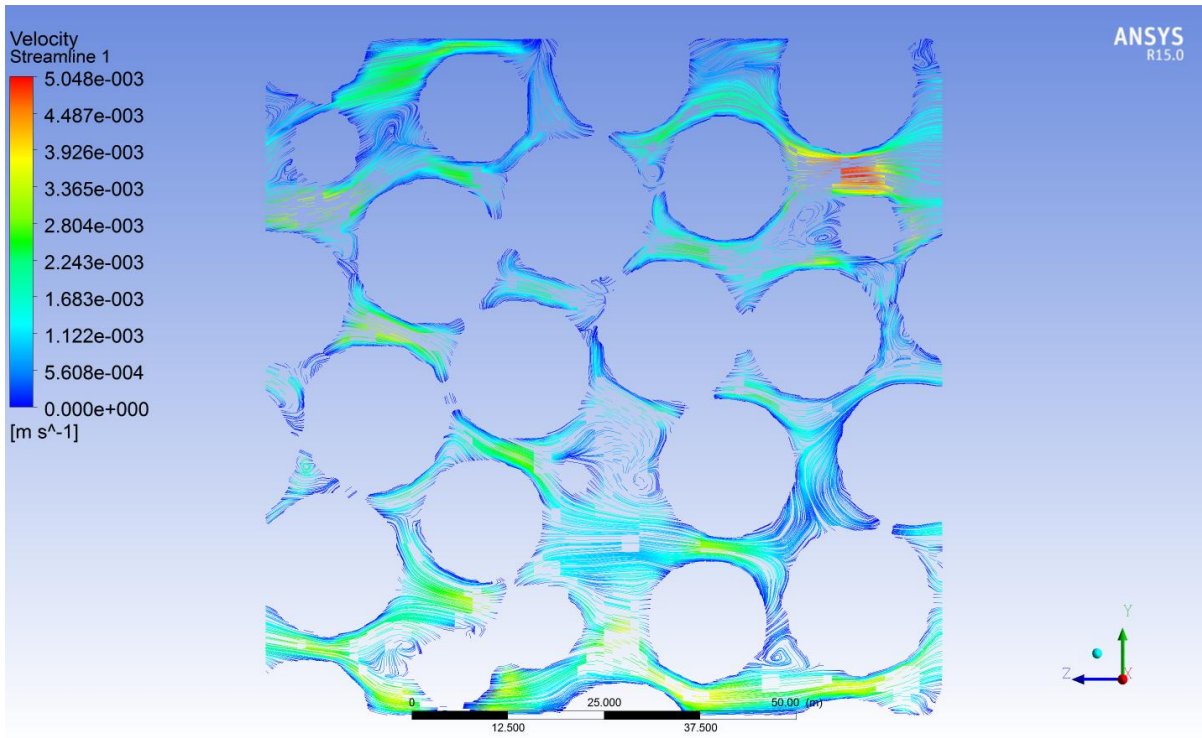
Σχήμα 7.10: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της συνάθροισης ( $Re = 10$ ).



Σχήμα 7.11: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της συνάθροισης ( $Re = 100$ ). Παρατηρείται η εμφάνιση δινών.



Σχήμα 7.12: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της συνάθροισης ( $Re = 500$ ). Παρατηρείται η εμφάνιση εντονότερων δινών.



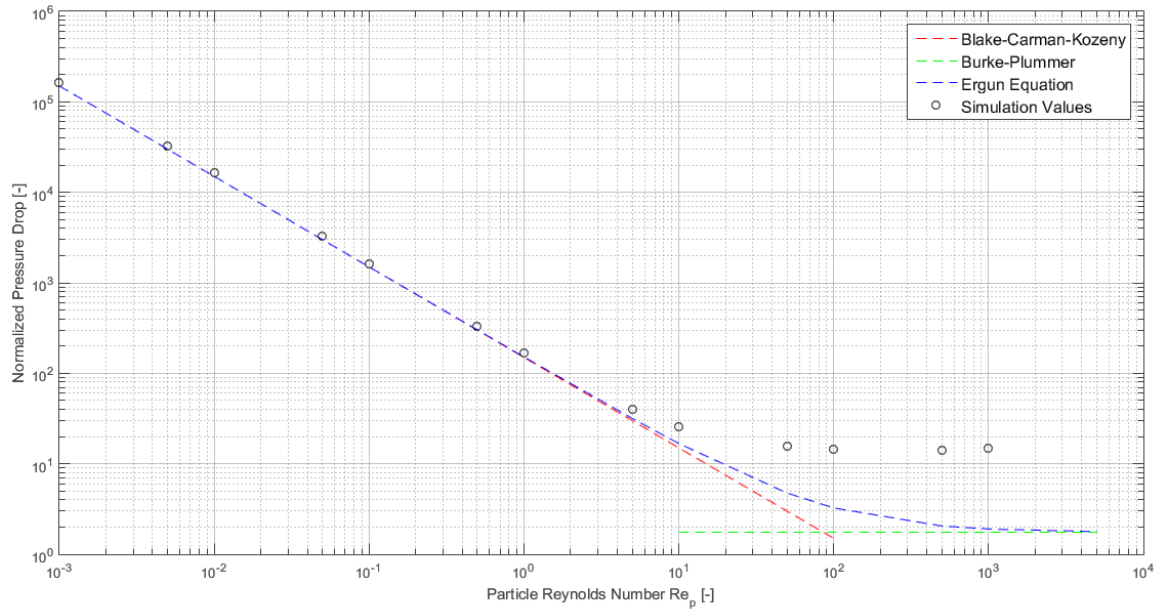
Σχήμα 7.13: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της συνάθροισης ( $Re = 1000$ ). Διαφαινονται οι αυξημένες έντασης δίνες.

## 7.4 Ροή διαμέσου ετερογενούς δομής

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 5, η προσέγγιση που ακολουθείται για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του ετερογενούς μέσου είναι παρόμοια με την αντίστοιχη της συνάθροισης, καθώς και στις δύο περιπτώσεις ακολουθούνται οι ίδιες παραδοχές. Εξαιτίας της χαμηλής συσχέτισης των δύο γεωμετριών αναμένονται εμφανείς διαφορές στον τρόπο ανάπτυξης της ροής και στις μετρήσεις των χαρακτηριστικών όπως η πτώση πίεσης. Σηριζόμενοι στις προηγούμενες ενότητες, παρακάτω δίνονται ο πίνακας με τις πτώσεις πίεσης και το διάγραμμα του αδιάστατου συντελεστή τριβής.

**Πίνακας 7.4: Θεωρητικές και πειραματικές τιμές πτώσης πίεσης σε ετερογενή δομή**

<i>Re</i> [-]	<i>Ergun Equation</i> [ $10^{-12}$ Pa]	<i>Simulation</i> [ $10^{-12}$ Pa]
0.001	6.4568	7.004
0.005	32.285	34.688
0.01	64.574	70.075
0.05	323.02	349.76
0.1	646.42	700.93
0.5	3247.2	3521.43
1	6532	7150.9
5	34167	43232.5
10	72100	111540
50	511150	1672300
100	1399000	6218100
500	22060000	153539100
1000	81785000	632148700
5000	1915400000	Diverged!!!



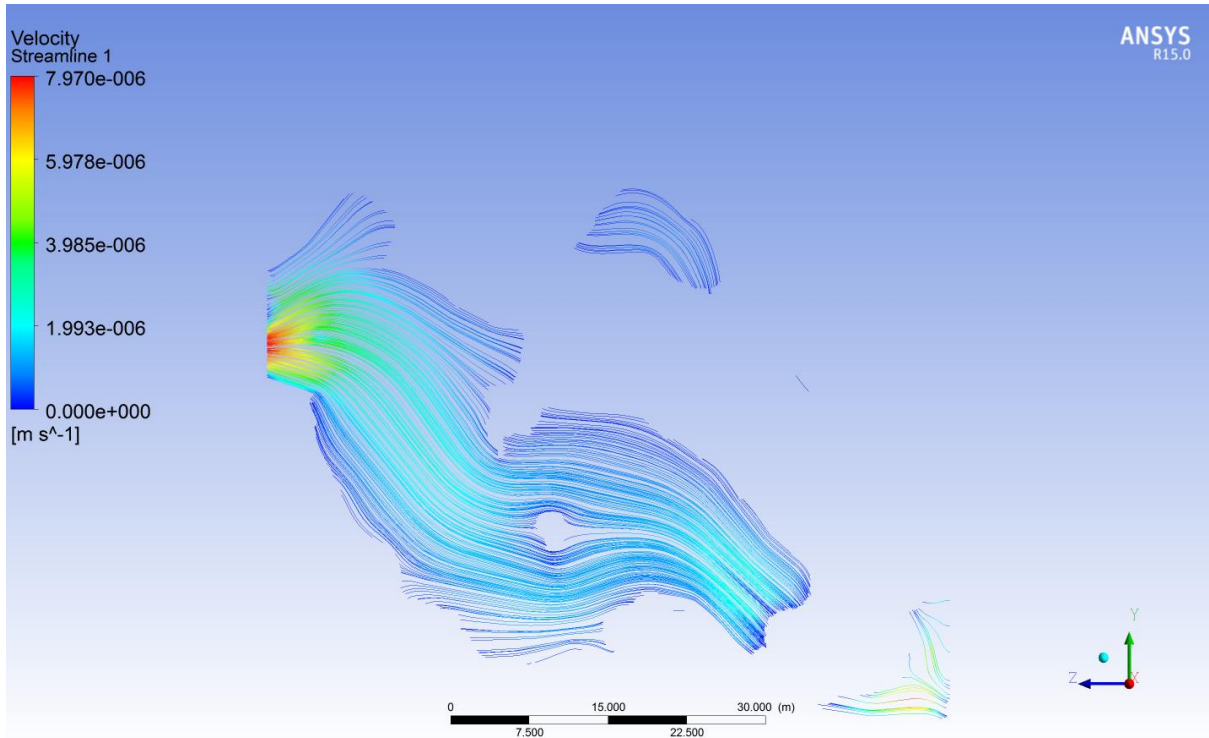
Σχήμα 7.14: Συντελεστής τριβής ισοδύναμων αγωγών  $f$

Η μελέτη του πίνακα και του διαγράμματος φανερώνει μια αποτυχία του μοντέλου να προβλέψει τη συμπεριφορά του ρευστού μέσα από το ετερογενές υλικό για όλες τις περιοχές πέραν της καθαρά στρωτής. Η κακή εκτίμηση των τιμών είναι αναμενόμενη. Το μοντέλο του υδραυλικού αναλόγου, δηλαδή η χρήση ισοδύναμων αγωγών δεν μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση της ετερογενούς δομής, καθώς η παραδοχή σταθερού πορώδους σε όλο το χώρο είναι αξιωματικά λανθασμένη. Αντίθετα, η θεώρηση αυτή αγνοεί όλες τις επιδράσεις της γεωμετρίας στην ανάπτυξη δευτερευουσών διαδρομών, οι οποίες φέρονται σε μεγαλύτερους αριθμούς  $Re$  να προκαλούν εγκάρσιες ροές και δίνες, απορροφώντας σημαντικά ποσά ενέργειας από τη ροή, παράγοντας τα άνω αποτελέσματα.

Εντούτοις, η ποιοτική συμπεριφορά του ρευστού δεν απέχει από το μαθηματικό πρότυπο, καθώς φαίνεται να σταθεροποιείται η τιμή του συντελεστή τριβής. Αδιαμφισβήτητα ο αριθμός δοκιμών δεν αποτελεί καθολικό κριτήριο, όμως η ενδεχόμενη αύξηση των ταχυτήτων εντός της δομής μπορεί να προκαλεί τοπικά ανεπτυγμένες ροές, άρα και συμπεριφορά αδρανειακής φύσης.

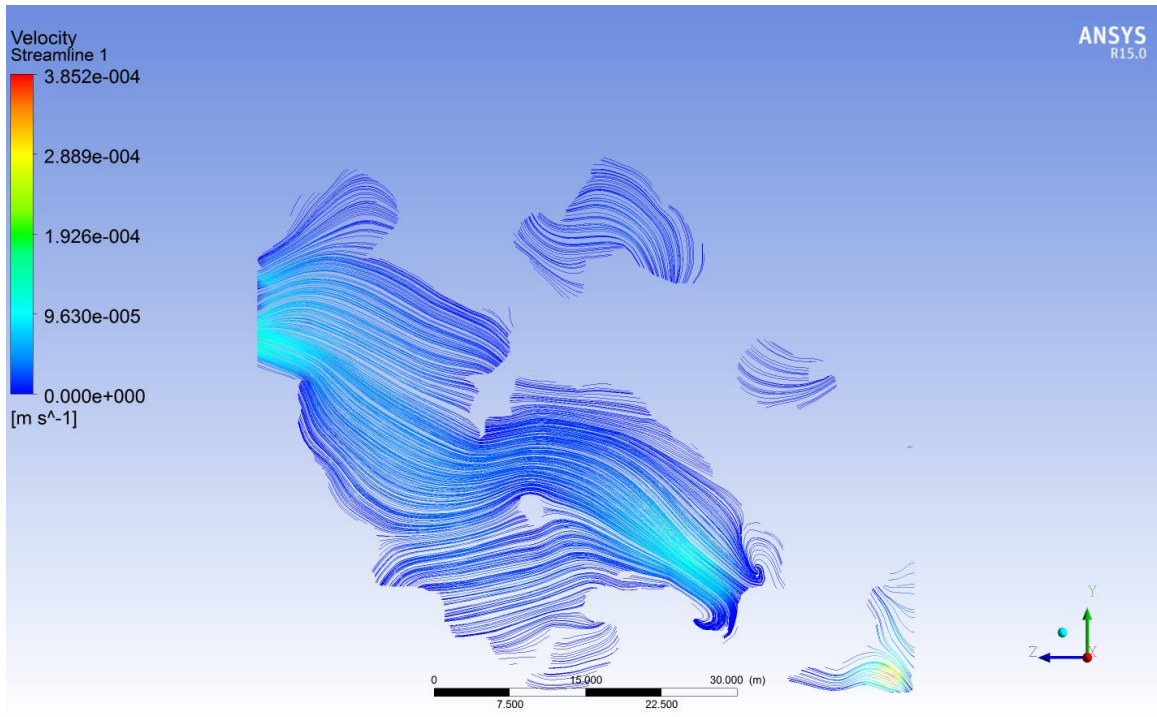
Ένα άλλο στοιχείο που δύναται να έχει επηρεάσει τα αποτελέσματα είναι η χρήση ενός κακού πλέγματος. Η αναφορά του δε σχετίζεται με την ποιότητα των στοιχείων αλλά με την κατανομή του. Στο κεφάλαιο 4 έχει παρουσιαστεί το παραγόμενο πλέγμα που αντιπροσωπεύει τη ροή. Γεωμετρικά αυτό αντιστοιχεί περίπου στο 35 – 40% του χώρου ανάλυσης, που είναι αποδεκτό, όμως η κατανομή αυτού είναι άνιση, πιθανώς επηρεάζοντας τον τρόπο ανάπτυξης της συνολικής ροής. Αντίθετα, η κατανομή στη συνάθροιση είναι ομοιόμορφη, εξ' ου και η επίτευξη μιας αποδεκτής σύγκλισης.

Στις επόμενες σελίδες ακολουθούν διαγράμματα ροϊκών γραμμών για το πορώδες μέσο για διάφορες συνθήκες ροής, με το εύρος ταχυτήτων να περιορίζεται τοπικά. Η έλλειψη του στερεού οφείλεται σε οπτικούς καθαρά λόγους. Η κατανομή ταχυτήτων αποδίδεται για το επίπεδο YZ, στο ήμισυ του πλάτους X.

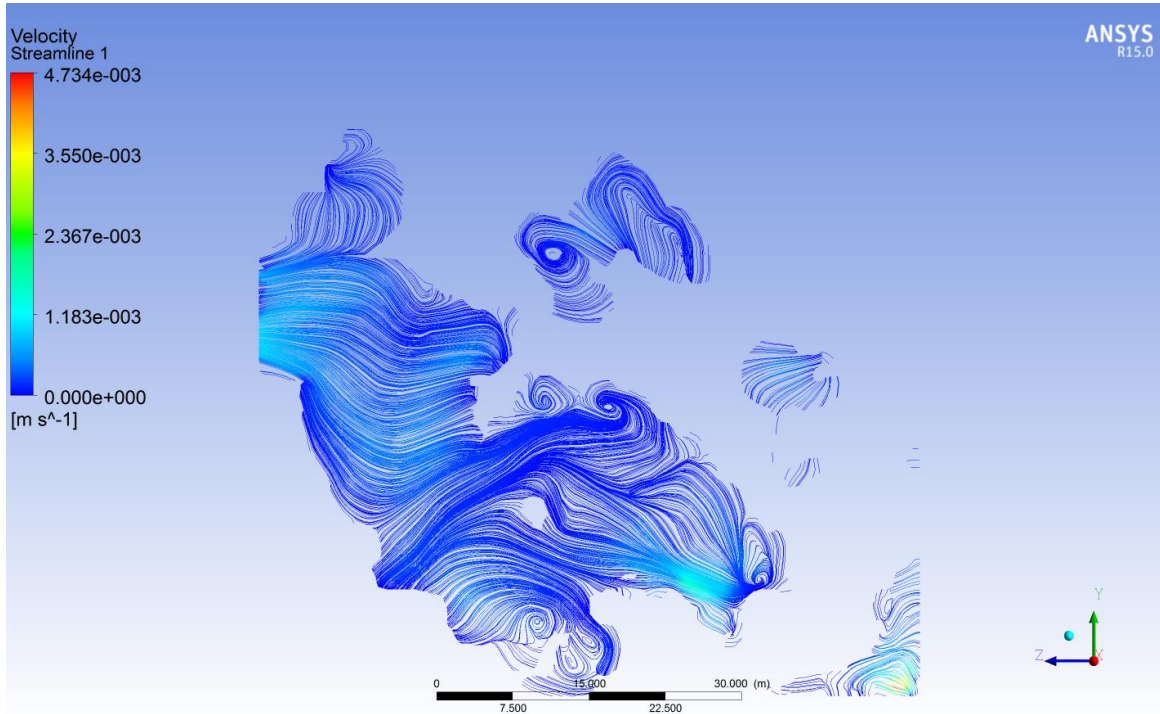


Σχήμα 7.15: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της ετερογενούς δομής ( $Re = 0.5$ ).

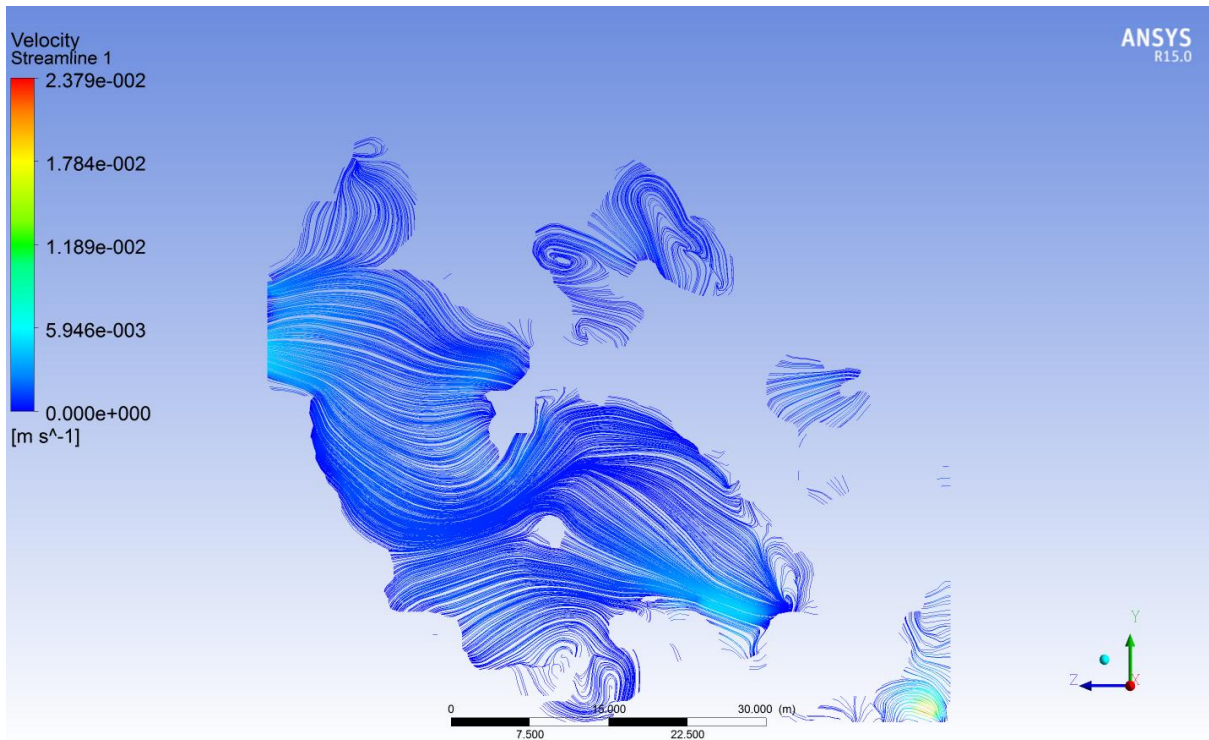




Σχήμα 7.16: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της ετερογενούς δομής ( $Re = 10$ ).



Σχήμα 7.17: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της ετερογενούς δομής ( $Re = 100$ ). Παρατηρείται η ανάπτυξη των δινών.



Σχήμα 7.15: Ανάπτυξη των ροϊκών γραμμών εντός της ετερογενούς δομής ( $Re = 500$ ).

## Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ελέγχθηκε η δυνατότητα προσομοίωσης ρευστομηχανικών φαινομένων μεταφοράς σε υπολογιστικό περιβάλλον με τη χρήση ψηφιοποιημένων δομών. Ο αρχικός στόχος προέβλεπε μόνο τυχαίες ετερογενείς δομές, όμως προτιμήθηκε να γίνει μια ομαλή μετάβαση από έναν κυλινδρικό αγωγό, συγκεκριμένα του πειράματος VMFL005, μέσω της προσομοίωσης ροής γύρω από μία σφαίρα και διαμέσου ενός συνάθροισης σφαιριδίων.

Η διαδικασία περιελάμβανε τη χρήση τόσο υπολογιστικού κώδικα, όσο και εμπορικών προγραμμάτων επομένως όσον αφορά το εύρος γνώσεων που αποκτήθηκαν, μπορεί αδιαμφισβήτητα να κριθεί επιτυχής. Η πρόκληση κατάστρωσης ενός πλάνου βασιζόμενου σε λογισμικά με σχεδόν μηδενική εμπειρία υπήρξε κινητήριος δύναμη για διαρκείς αναζητήσεις στα βοηθητικά εγχειρίδια και το Διαδίκτυο, αν και αναμενόμενα στέρησε σημαντικό χρόνο από τα πιο ουσιώδη στοιχεία της μελέτης, όπως η εφαρμογή της μεθόδου σε περισσότερες εφαρμογές και η εξέταση άλλων εναλλακτικών.

### 8.1 Παραγωγή γεωμετρίας

Στο κεφ. 3 προτάθηκε ένας υπολογιστικός κώδικας για τη μετατροπή ενός δυαδικού πίνακα σε τρισδιάστατη γεωμετρία τύπου .stl. Η επιλογή αρχείων υπήρξε καθοριστική για την ποιότητα του παραγόμενου σώματος και εισήγαγε περιορισμούς στα διαθέσιμα λογισμικά. Για παράδειγμα, προτιμήθηκαν λογισμικά που παρέχουν εκπαιδευτική άδεια, ώστε να προαχθούν μετέπειτα έρευνες στο θέμα σε ακαδημαϊκά πλαίσια. Ταυτόχρονα, επιλέχθηκαν αρχεία που μπορούν να δημιουργηθούν προγραμματιστικά, περιορίζοντας τα διαθέσιμα εργαλεία. Η ενδεχόμενη άρση ενός περιορισμού θα επέτρεπε την επιλογή άλλων λογισμικών, η οποία διαπιστώθηκε πως δεν ήταν αναγκαία. Για παράδειγμα, ένα αρχείο τύπου .stl θα μπορούσε να εισαχθεί στο Solidworks, ένα πρόγραμμα επεξεργασίας CAD, και να αποθηκευτεί σε αρχείο συμβατό με τον εγγενή παραγωγό πλεγμάτων της ANSYS, το Meshing. Σε αυτή την περίπτωση, η χρήση ενός προγράμματος για την απλή μετατροπή ενός αρχείου σε μία άλλη μορφή θεωρείται άσκοπη. Η καλύτερη λύση σε αυτή την περίπτωση θα ήταν η επιλογή άλλου τύπου αρχείου. Πράγματι, στις δυνατότητες όλων των προγραμμάτων της ANSYS συμπεριλαμβάνεται η ανάπτυξη μικροεφαρμογών, οπότε θα μπορούσε να διερευνηθεί αυτή η περίπτωση μελλοντικά.

Όσον αφορά την ποιότητα των παραγόμενων σωμάτων, η απάντηση δεν είναι σαφής. Παρατηρήθηκε ότι η αναπαράσταση μεμονωμένων σωμάτων ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητική, στο μέτρο που μπορεί μία ψηφιακή γεωμετρία να επιτύχει τέτοιο αποτέλεσμα, και στο κεφ. 3 υπολογίστηκε η απόκλιση του σχήματος στη μία διάσταση. Το μέγεθος αυτό αυξάνει στις τρεις διαστάσεις, όμως δεν μετρήθηκε κάποιο επιλήψιμο σφάλμα. Αντίθετα, μεμπτά σφάλματα μετρήθηκαν κατά την αναπαράσταση των πολυπλοκότερων σωμάτων, τα οποία με μεγάλη βεβαιότητα οφείλονται στον τρόπο ανακατασκευής της γεωμετρίας στη μορφή του εξαγωγίμου αρχείου. Όλες οι μέθοδοι γραφικής αναπαράστασης ψηφιακών γεωμετριών χρησιμοποιούν τεχνικές παρεμβολής ώστε να προβλέψουν τις όψεις ενός σώματος. Στις περιπτώσεις που τα σώματα συνδέονται με κάποιο είδος «κινών στερεού», ή απλά έχουν λίγα κοινά σημεία επαφής, το ενδεχόμενο αποκοπής, αφαίρεσης ή παράκαμψης ορισμένων στοιχείων φέρεται να είναι επικρατές. Δοκιμές σε περισσότερα είδη σωμάτων πιθανώς να επέτρεπαν την εξαγωγή κάποιου ασφαλέστερου συμπεράσματος, όμως τα μέχρι στιγμής παραχθέντα σώματα οδηγούν στην άνω υπόθεση. Περί αποδείξεώς της, βάσει της σύμβασης που ορίστηκε στο κεφ. 3 για το στερεό και το ρευστό, αλλά και του ορισμού του πορώδους στο κεφ.5, για τη συνάθροιση που μελετήθηκε το ψηφιακό πορώδες μετρήθηκε ίσο με 34.1% ενώ το πορώδες του πλεγματοποιημένου σώματος μετρήθηκε 41.81%. Αντίστοιχα, για την τυχαία πορώδη δομή μετρήθηκαν τιμές 32.1% και 35.6%. Το φαινόμενο αυτό έχει παρατηρηθεί και στην εργασία των Klaas, Beall και Shephard (2013), οι οποίοι περιγράφουν όλα τα σφάλματα διακριτοποίησης που ενέχει η προτεινόμενη εργασία.

## 8.2 Παραγωγή πλέγματος

Στο κεφ. 4 εξηγήθηκε αναλυτικά η διαδικασία παραγωγής ενός πλέγματος με δεδομένη γεωμετρία, με το τελικό αποτέλεσμα να κρίνεται αξιοπρεπές, παρόλο που υπάρχουν επιφυλάξεις για το αν η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε απέδωσε τη μέγιστη δυνατή ποιότητα. Ένα παράδοξο που προέκυψε κατά την αξιολόγηση όλων των προσφερόμενων μεθόδων αφορούσε την καρτεσιανή μέθοδο. Σύμφωνα με το εγχειρίδιο του ICEM, η Cartesian Body-fitted χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο προσέγγισης των κόμβων του πλέγματος σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Άμεσα λοιπόν θα έπρεπε, σε θεωρητικό επίπεδο, να παράγει το καλύτερο πλέγμα, δεδομένου ότι οι εισαγόμενες γεωμετρίες είναι σε δοσμένες σε αυτή τη μορφή. Αντίθετα, παρατηρήθηκε η εξαφάνιση του εσωτερικού στερεού. Αυτή ήταν και η λογική που εν τέλει προτιμήθηκε η Octree. Από τα σχήματα που βρίσκονται στο τέλος του κεφαλαίου μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι η μέθοδος λειτούργησε.

Μια παράμετρος που επέδρασε αρνητικά στην ποιότητα των πλεγμάτων ήταν η περιορισμένη υπολογιστική ισχύς. Ο αργός επεξεργαστής και η περιορισμένη μνήμη δεν κατέστησαν δυνατή τη χρήση μικρότερων στοιχείων κοντά στα σημεία καμπής και στις διεπιφάνειες στερεού – ρευστού, που θα οδηγούσε σε αυξημένη ποιότητα πλέγματος και ίσως σε καλύτερη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Ειδικότερα για την προσομοίωση της συνάθροισης που απαιτείτο ένας αρκετά μεγαλύτερος χώρος, ή έλλειψη ισχύος οδήγησε στα αποτελέσματα του κεφ. 7, τα οποία είναι μεν ακριβή αλλά επιδέχονται βελτίωσης.

### 8.3 Υπολογιστική προσομοίωση

Όσον αφορά το υπολογιστικό/πειραματικό στάδιο της διαδικασίας, δεν υπήρξε κάποιο απρόοπτο γεγονός. Το Fluent αποδείχθηκε ιδιαίτερα εύχρηστο, ενώ η πρόβλεψη της συμπεριφοράς του ρευστού ήταν επιτυχής. Ο μοναδικός παράγοντας που λειτούργησε αρνητικά ήταν και πάλι η υπολογιστική ισχύς. Είτε όσον αφορά το μέγεθος του πλέγματος, είτε την επιλογή των μεθόδων επίλυσης, η χρήση περιορισμένων πόρων οδήγησε σε σημαντικά μεγαλύτερους χρόνους εκτελέσεων. Εντούτοις, η εξαγωγή αποτελεσμάτων συνάγει το συμπέρασμα ότι τα μέχρι στιγμής πεπραγμένα στην εργασία ευσταθούν και δύνανται να εφαρμοστούν σε μεγαλύτερη κλίμακα.

### 8.4 Αποτελέσματα

Η ανάλυση που έγινε στο κεφ. 7 σχετικά με την ποιότητα των αποτελεσμάτων και τη γενική συμπεριφορά του ρευστού επιβεβαιώνει την ορθότητα της διαδικασίας. Εντούτοις, οι αποκλίσεις που παρατηρήθηκαν δεν φαίνεται να είναι αριθμητικής φύσεως, αλλά σχετίζονται με την ποιότητα της γεωμετρίας. Πράγματι, τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για τα μεμονωμένα σώματα συνάδουν με τις θεωρητικές προβλέψεις με ικανοποιητική ακρίβεια, ενώ η αύξηση της πολυπλοκότητας της γεωμετρίας μεταφράστηκε σε αποκλίσεις των μετρούμενων μεγεθών που ορίστηκαν ως κριτήρια. Λαμβάνοντας υπόψιν τον κοινό τρόπο διεξαγωγής των αναλύσεων, το πιθανότερο ενδεχόμενο για αυτές τις αποκλίσεις είναι οι κακές εκτιμήσεις που συμβαίνουν στις απότομες αλλαγές κλίσεις των γεωμετριών. Για παράδειγμα, αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι η αύξηση της αντίστασης προήλθε από την αντίσταση μορφής, λόγω των κάθετων στη ροή επιφανειών. Επί των πιο σύνθετων γεωμετριών, συζητήθηκε και στο κεφ. 5 ότι η υπολογιστική προσομοίωση διαμέσου μιας ετερογενούς δομής δεν μπορεί να είναι ακριβής λόγω έλλειψης κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων. Αναπόφευκτα τα αποτελέσματα που προέκυψαν ενέχουν κάποια σφάλματα στη θεωρία, όμως και σε αυτή την περίπτωση, η επίδραση της γεωμετρίας στη δημιουργία περιοχών υψηλής αντίστασης είναι εμφανής.

Παρόλο που η παραπάνω ανάλυση αποδίδει ευθύνες κυρίως στο γεωμετρικό σκέλος, σύμφωνα με τον Baker (2011) και τις πηγές στις οποίες στηρίχθηκε, η αδυναμία σωστής πρόβλεψης της πτώσης πίεσης θα μπορούσε να οφείλεται και στο μαθηματικό πρότυπο, ήτοι την εξίσωση Ergun. Όπως πολύ σωστά τονίζεται, οι αριθμητικοί συντελεστές της εξίσωσης δύναται να πρέπει να υπολογίζονται για την κάθε κλίση ξεχωριστά, ενώ δίνεται βάση και στην υπόθεση αγωγών μεγάλου μήκους και μικρών διαμέτρων, που λόγω των υπολογιστικών περιορισμών, δεν εφαρμόζεται στην εν λόγω εργασία. Πράγματι, σε τέτοιου είδους κλίμακα επικρατούν φαινόμενα ανισοκατανομής της ροής και ισχυρή επίδραση των τοιχωμάτων, για τα οποία και η πρόταση του Reichelt (1972) δείχνει να αποδίδει καλύτερα, βάσει της έρευνας των Ατμακίδη και Kenig (2009), αλλά και των Einfeld και Schnitzlein (2001). Δυστυχώς, οι εξωτερικές επιφάνειες των μελετώμενων γεωμετριών θα ανήγαγαν το πρόβλημα της ροής σε φαινόμενα μεταξύ ακίνητων πλακών, αυξάνοντας σημαντικά τη δυσκολία διαχείρισης των μαθηματικών. Εν τέλει, ακόμα και αν το περιγραφόμενο μαθηματικό πρότυπο επιδέχεται σημαντικές βελτιώσεις, η εκτενής βιβλιογραφική έρευνα του Baker, αλλά και η αντίστοιχη του Cheng (2011) αποδεικνύει ότι δεν υπάρχει κάποια καθολική διόρθωση. Αντίθετα, οι όποιες εμπειρικές συσχετίσεις οφείλουν να προσαρμόζονται στην εκάστοτε περίπτωση, εξ' ου και ο λόγος που δεν μελετήθηκαν πιθανές εναλλακτικές.

Ειδικά για την περίπτωση της ετερογενούς δομής, οι Yazdchi και Luding (2012) επιβεβαιώνουν τις υποθέσεις του γράφοντα για την αποτυχία του μοντέλου, καθώς οι σημερινές αριθμητικές μέθοδοι περιορίζονται σε μικρά και περιοδικά συστήματα, τα οποία φυσικά δεν αντιστοιχούν σε μια ρεαλιστική δομή. Στην ίδια μελέτη διαπίστωσαν ότι οι εμπειρικοί συντελεστές της εξίσωσης Ergun, οι οποίοι στηρίζονται στο μέγεθος του δαιδαλώδους (tortuosity), δηλαδή του μεγέθους που περιγράφει την πολυπλοκότητα των διαδρομών εντός της δομής, είναι εξαρτώμενοι από την ταχύτητα της ροής, που επαναφέρει το ζήτημα της εξατομίκευσής των.

## 8.5 Προτάσεις για το μέλλον

Συνοψίζοντας, το κυριότερο πρόβλημα που επηρέασε την έκβαση των προσομοιώσεων και που συναντήθηκε σε όλα τα στάδια μελέτης εξακολουθεί να παραμένει και η πρόκληση προς υπέρβαση, δηλαδή η δημιουργία κατάλληλης ψηφιακής γεωμετρίας για την εκτέλεση υπολογιστικών προσομοιώσεων υψηλής ακρίβειας και πιστότητας. Στην παρούσα εργασία έγινε μια απόπειρα σύνδεσης της δυαδικής γεωμετρίας με τον τρισδιάστατο κόσμο, με μία σχετική επιτυχία. Η διαδικασία αυτή εισήγαγε σφάλματα τα οποία αφορούν τη διαφορά φύσης που έχουν μεταξύ τους η πηγή και το αποτέλεσμα.

Κατά τη γνώμη του γράφοντα, δύο είναι οι κύριες επιλογές που προτείνονται στην παρούσα φάση. Η πρώτη αφορά την ολοκληρωτική αλλαγή της ακολουθούμενης πορείας. Η διαδικασία στηρίχθηκε εξ' αρχής στη χρήση προγραμματιστικού περιβάλλοντος για την ανακατασκευή της γεωμετρίας, η οποία αποδεικνύεται περιοριστική σε θέματα συμβατότητας με άλλα λογισμικά. Αντίθετα, φαντάζει λογικότερη η επιλογή μιας πιο συμβατής τεχνολογίας ανακατασκευής γεωμετριών, συνοδευόμενη από την κατάλληλη εμπειρία.

Η δεύτερη προϋποθέτει γνώσεις προγραμματισμού που μακράν υπερβαίνουν το επίπεδο του υπάρχοντος κώδικα, και επικεντρώνεται στην εξ' ολοκλήρου υπολογιστική προσομοίωση των φαινομένων σε προγραμματιστικό περιβάλλον. Η επιλογή αυτή λύνει τόσο το θέμα συμβατότητας, αφού δε χρειάζονται μετατροπές αρχείων ή άλλα προγράμματα που μπορεί να αποβούν δύσκληστα, όσο και το θέμα της ποιοτικά κατώτερης γεωμετρίας. Στην περίπτωση αυτή, η δυσκολία έγκειται στην ορθή κατάστρωση των μαθηματικών μοντέλων και των μεθόδων επίλυσης. Ορισμένοι επιστήμονες έχουν ήδη προβεί στην αυτοματοποίηση μέρους της αναφερόμενης διαδικασίας (Persson *et al.*, 2011; Aarnes *et al.*, 2007). Αν κάποια από αυτές τις προτάσεις δεν είναι εφικτή, τότε προτείνεται η βελτιστοποίηση του κώδικα ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερη εγγραφή της γεωμετρίας.

Εν κατακλείδι, το εν λόγω εγχείρημα πέτυχε τους στόχους που ετέθησαν και θα ήταν δόκιμο να χρησιμοποιηθεί ως ερέθισμα για την ενασχόληση με το μείζον ζήτημα που πραγματεύεται, επεκταμένο σε άλλους τομείς της επιστήμης και με σαφώς πολυπλοκότερες γεωμετρίες, πάντα υποβοηθούμενο από τους κατάλληλους υπολογιστικούς πόρους.

## Βιβλιογραφία

- AARNES J.G., GIMSE T. & LIE K.-A. (2007). An Introduction to the Numerics of Flow in Porous Media using MATLAB, *Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization*, pp. 265-306
- ATMAKIDIS TH., KENIG E.Y. (2009). CFD – based Analysis of the Wall Effect on the Pressure Drop in Packed Beds with Moderate Tube/Particle Diameter Ratios in the Laminar Flow Regime, *Chemical Engineering Journal*, **155**, pp. 404 – 410, DOI: 10.1016/j.cej.2009.07.057
- BAKER M.J. (2011). *CFD Simulation of flow Through Packed Beds using the Finite Volume Technique*, University of Exeter
- BERG A. (2013). *Numerisk och Experimentell Studie av Fluidströmning i Porösa Medier under Laddning av Stratifierad Värmelagringstank*, Karlsruhe Institute of Technology, EGI-2013-028MSC
- BIRD R.B., STEWART W.E. & LIGHTFOOT E.N. (2002). *Transport Phenomena 2<sup>nd</sup> edition*, Wiley & Sons, Inc.
- CHENG N.-S.
- EISFELD B., SCHNITZLEIN K. (2001). The Influence of Confining Walls on the Pressure Drop in Packed Beds, *Chemical Engineering Science*, **56**, pp. 4321-4329
- KLAAS O., BEALL M.W. & SHEPHARD M.S. (2013). Construction of Models and Meshes of Heterogenous Material Microstructures from Image Data, *Image – Based Geometric Modeling and Mesh Generation*, DOI: 10.1007/978-94-007-4255-0\_10
- PERSSON P.-O., STRANG G. (2004). A Simple Mesh Generator in MATLAB, *SIAM Review*, **46** (2), pp. 329-345
- RHODES M. (2008). *Introduction to Particle Technology 2<sup>nd</sup> edition*, Wiley & Sons, Inc.
- SZYMKIEWICZ A. (2013). Modelling Water Flow in Unsaturated Porous Media, *GeoPlanet: Earth and Planetary Sciences*, DOI: 10.1007/978-3-642-23559-7\_2
- YAZDCHI K, LUDING S. (2012). Towards Unified Drag Laws for Inertial Flow through fibrous Materials, *Chemical Engineering Journal*, DOI: 10.1016/j.cej.2012.06.140



CALLISTER W.D. (2008). *Επιστήμη και Τεχνολογία των Υλικών*, 5<sup>η</sup> έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2008

McCABE W.L., SMITH J.C. & HARRIOTT P. (2002). *Βασικές Διεργασίες Χημικής Μηχανικής*, 6<sup>η</sup> Έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2002

ΓΟΥΛΑΣ Α.Κ. (1986). *Μηχανική Ρευστών*, Εκδόσεις Γιαχούδη – Γιαπούλη, Θεσσαλονίκη 1986

ΜΠΕΡΓΕΛΕΣ Γ. (2006). *Υπολογιστική ρευστομηχανική*, 2<sup>η</sup> έκδοση, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2006

ΤΣΑΓΓΑΡΗΣ Σ. (1995). *Μηχανική των Ρευστών*, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 1995



# Παράρτημα Α: Υπολογιστικός Κώδικας Μετασχηματισμού Σωμάτων στο MATLAB

Στο παράρτημα αυτό δίδεται ο υπολογιστικός κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για το μετασχηματισμό των μελετώμενων σωμάτων, χωρισμένος σύμφωνα με τις ενότητες του κεφ. 3.

## 1: Εκκαθάριση περιβάλλοντος

```
clear; close all; clc
```

```
sf = 1;  
geom_type = 0;
```

## 2: Ανάγνωση / Κατασκευή Σώματος

```
fin = input('Select input file or press Enter to proceed to generation: ');  
if ischar(fin)  
    geom = dlmread(fin, ',');  
    disp('Reading file...')  
  
    [ydim, xdim] = size(geom);  
    zdim = numel(geom)/max(xdim, ydim);  
    if max(xdim, ydim) == xdim  
        xdim = zdim;  
    else  
        ydim = zdim;  
    end  
    geom = permute(reshape(geom, xdim, ydim, zdim), [1 3 2]);  
  
    domS = [xdim ydim zdim];  
else  
    disp('Proceeding to generation...')  
    geom_type = input('Select type of geometry: 1 for disk, 2 for random: ');  
  
    if geom_type == 1  
        ru = input('Select disk radius (unitless): ');  
        disp('Generating disk...')  
        domS = [2*ru+5 2*ru+5];  
        origin = ceil(0.5*domS);  
        extr = 1;  
  
        [xi, yi] = meshgrid(1:domS(1), 1:domS(2));
```

```

disk =(xi - origin(1)).^2 + (yi - origin(2)).^2 < ru.^2;
figure(1),image(disk),colormap([0 0 0; 1 1 1]),...
    title(strcat('Binary image of a disk (R =',num2str(ru),''))

    if extr
        disp('Extruding...')
        sf = sf*0.00125/ru;
        Ndisk = (0.1/sf) + 1;
        disk = repmat(disk,1,1,Ndisk);
    end
    geom = disk;
else
    disp('Generating cuboid...')
    domS = [50 50 50];
    filt = rand;
    rmat = rand(domS)>filt;
    geom = rmat;
end
end
end

```

%VMFL005, ANSYS Fluent

### 3: Μεταφορά στο Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων

```

p = find(geom == 1);
[px,py,pz] = ind2sub(domS,p);
p = [px,py,pz];
clearvars px py pz

p(:,1) = p(:,1)-min(p(:,1))+2;
p(:,2) = p(:,2)-min(p(:,2))+2;
p(:,3) = p(:,3)-min(p(:,3))+2;

dx = max(p(:,1))-min(p(:,1))+1;
dy = max(p(:,2))-min(p(:,2))+1;
dz = max(p(:,3))-min(p(:,3))+1;

M = false(dx+2,dy+2,dz+2);
p = (p(:,3)-1).*(dx+2)*(dy+2)+(p(:,2)-1).*(dx+2)+p(:,1);
M(p) = true;

```

#### 4. Μεταφορά στο πρότυπο όψεων – κορυφών

```
[xg,yg,zg] = ndgrid(1:dx+2,1:dy+2,1:dz+2);
iso = 0;
if ~(iso)
    [F,V] = MarchingCubes(xg,yg,zg,M,0.99);
else
    [F,V] = isosurface(xg,yg,zg,M,0.99);
end
Por.faces = F
Por.vertices = round(V)*sf;
```

#### 5. Οπτική αναπαράσταση και εξαγωγή

```
figure(2)
set(patch(Por),'facecolor','red','edgecolor','black'),...
    xlabel('X axis'), ylabel('Y axis'), zlabel('Z axis'),...
    lighting flat, material dull, camlight('headlight'),axis image, grid on, box off

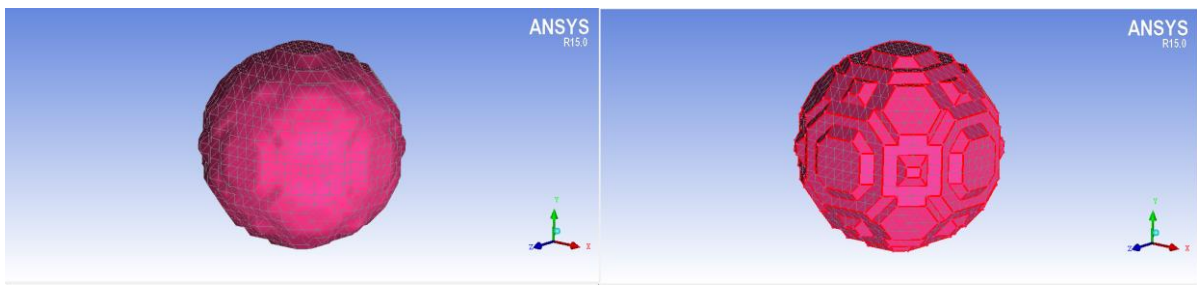
fout = input('Select output file or press Enter to exit: ');
if ischar(fout)
    stlwrite(fout,Por)
end

clearvars xg yg zg
```

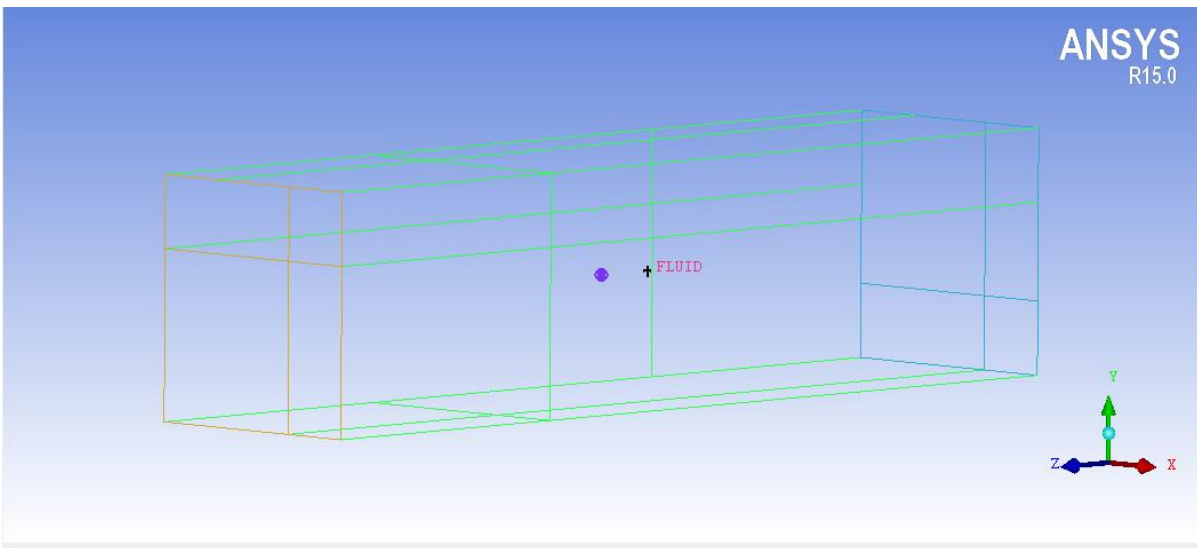
## Παράρτημα Β: Διαδικασία παραγωγής πλέγματος

Στο παράρτημα αυτό δίνονται οπτικές αναπαραστάσεις της πλήρους διαδικασίας παραγωγής πλέγματος από την εισαγωγή της ψηφιοποιημένης γεωμετρίας. Ως ενδεικτικό παράδειγμα χρησιμοποιείται η περίπτωση της σφαίρας, ενώ οι εικόνες αποτυπώνουν τη γεωμετρία μετά από κάθε κρίσιμο βήμα.

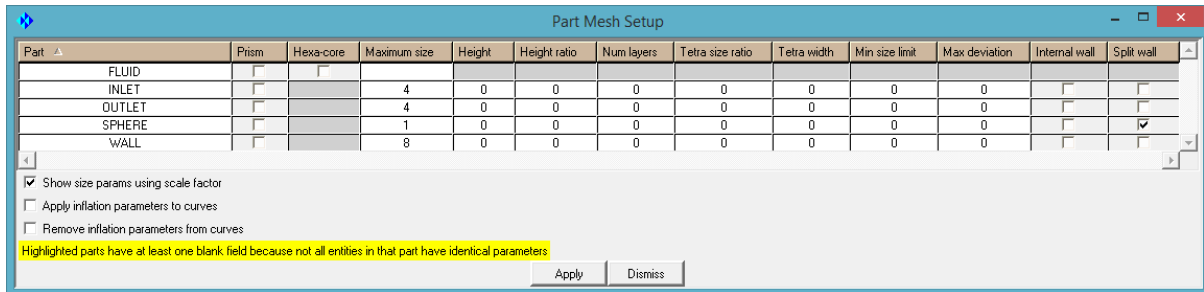
### 1. Εισαγωγή γεωμετρίας, πριν και μετά την τοπολογία



### 2. Οριοθέτηση πεδίου ανάλυσης



#### 4. Καθορισμός παραμέτρων στοιχείων πλέγματος



#### 5. Τομή του πλέγματος στην περιοχή της σφαίρας, σε όψη wireframe

