



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ-ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: Α΄ ΗΛΙΚΙΑΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**«Δυσκολίες παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης στην πρόιμη μαθηματική επάρκεια.
Σύγκριση δυσκολιών προνηπίων-νηπίων.»**

της

Αμοιρίδου Ελένη

A.E.M: 1000

Επιβλέπων καθηγητής: : Γεώργιος Μπάρμπας, Επ. καθηγητής ΤΕΠΑΕ/ΑΠΘ
Εξεταστές: Μαρία Καλδρυμίδου Καθηγήτρια Π.Τ.Ν./Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
Μαριάννα Τζεκάκη, Καθηγήτρια ΤΕΠΑΕ/ Α.Π.Θ.

Θεσσαλονίκη, 2022

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Εισαγωγή	5
Θεωρητικό Μέρος	
Πρώιμη μαθηματική επάρκεια	7
Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου.....	8
Η Λογικομαθηματική γνώση (Piaget).....	10
Προσεγγίσεις της μαθηματικής επάρκειας.....	11
Διαφορές μαθηματικής επάρκειας προνηπίων-νηπίων.....	15
Δυσκολίες στις λογικές διεργασίες και στην πρώτη αρίθμηση.....	19
Ερευνητικά δεδομένα στην Ελλάδα.....	22
Σημαντικότητα έρευνας	26
Ερευνητικό μέρος	26
Μέθοδος.....	26
Δείγμα.....	27
Εργαλείο συλλογής δεδομένων.....	27
Επίπεδα μαθηματικής επάρκειας στην προσχολική ηλικία.....	29
Διαδικασία.....	30
Εγκυρότητα.....	30
Αξιοπιστία.....	30
Επεξεργασία δεδομένων.....	31
Αποτελέσματα	31
Αξιοπιστία κριτηρίου.....	31
Επίπεδο Επάρκειας προνηπίων-νηπίων.....	31
Κατανομή προνηπίων-νηπίων στα επίπεδα.....	31
Παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια.....	33
Προνήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια.....	33
Νήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια.....	40
Σύγκριση προνηπίων- νηπίων.....	45
Συσχέτιση αποτελεσμάτων με το Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου.....	54
Συζήτηση	55
Περιορισμοί	57
Βιβλιογραφία	58

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους ανθρώπους που στάθηκαν αρωγοί σε αυτή μου την προσπάθεια.

Πρωτίστως θέλω να ευχαριστήσω τον επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Επιστημών Προσχολικής Αγωγής και Εκπαίδευσης του ΑΠΘ κ. Γ. Μπάρμπα και επιβλέποντα ακαδημαϊκό της παρούσας εργασίας για την συστηματική και συνεχή υποστήριξη και καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια διεξαγωγή της.

Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τις συναδέλφους, τα παιδιά και τους γονείς τους για την εμπιστοσύνη και την βοήθεια τους στην υλοποίηση αυτής της έρευνας.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω θερμά το οικογενειακό και φιλικό μου περιβάλλον που στήριξαν αυτή μου την προσπάθεια.

Περίληψη

Στην παρούσα έρευνα γίνεται προσπάθεια διερεύνησης των δυσκολιών των παιδιών προσχολικής ηλικίας στην πρώιμη μαθηματική επάρκεια. Συγκεκριμένα με την βοήθεια του Κριτηρίου Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης γίνεται προσπάθεια πρώτον να εντοπιστούν οι μαθηματικές έννοιες στις οποίες εμφανίζουν δυσκολίες τα παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια και δεύτερον να διερευνηθούν οι δυσκολίες των προνήπιων στα μαθηματικά και να συγκριθούν με την επίδοση των νηπίων προκειμένου να διερευνηθεί κατά πόσο υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στο επίπεδο της μαθηματικής επάρκειας των δύο ηλικιακών ομάδων οι οποίες φοιτούν στο ίδιο τμήμα. Η μελέτη εστιάζει στην έναρξη της σχολικής χρονιάς και στην μαθηματική επάρκεια που έχουν τα παιδιά εκείνη την χρονική στιγμή. Συνεπώς, χορηγήθηκε το Κριτήριο Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης σε ένα δείγμα 70 παιδιών προσχολικής ηλικίας, εκ των οποίων τα 35 ήταν προνήπια και τα 35 νήπια, και πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις των αποτελεσμάτων. Τα ευρήματα έδειξαν ότι πρώτον τα παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια δυσκολεύονται και στις λογικές διεργασίες αλλά και σε δραστηριότητες καταμέτρησης και εμφανίζουν δυσκολία αξιοποίησης των πληροφοριών και έλλειψη χρήσης στρατηγικών. Δεύτερον ότι ανάμεσα στα προνήπια και στα νήπια εμφανίζεται στατιστικά σημαντική διαφορά στο επίπεδο της μαθηματικής επάρκειας κατά την έναρξη της σχολικής χρονιάς. Απόρροια του δεύτερου αποτελέσματος είναι η σημαντικότητα της προσχολικής εκπαίδευσης για τα μαθηματικά και η ανάγκη διαφοροποιημένης διδασκαλίας για τις δύο ηλικιακές ομάδες.

Λέξεις κλειδιά: πρώιμη μαθηματική επάρκεια, προσχολική ηλικία, έννοια του αριθμού, λογικές διεργασίες.

Abstract

This research tries to investigate the difficulties faced by pre-school age children in early mathematical competence. More specifically, using the Utrecht Early Mathematical Competence Test there is an attempt to locate the mathematical concepts, in which students with low mathematical competency face difficulties and, secondly, to investigate the difficulties of prekindergarten students in mathematics, as well as compare them to the kindergarten students' performance, in order to analyze whether there is a statistically significant difference between the level of mathematical competence of the two age groups of the same class. The study focuses on the beginning of the school year and the mathematical competence that students demonstrate at that specific time. Therefore, the Utrecht Early Mathematical Competence Test was distributed to a sample of 70 pre-school age children, from which 35 were prekindergarten and 35 kindergarten students, the results of which were analyzed. First of all, the findings showed that children with low mathematical competency also face difficulties in logical operations and counting activities. They also show inability to deploy information and lack of strategy use. Secondly, a statistically significant difference is found between prekindergarten and kindergarten students regarding their level of mathematical competence at the beginning of the school year. **A corollary of the second result is the importance of pre-primary education as regards mathematics and the need for differentiated education for both age groups.**

Keywords: early mathematical competence, preschool age, number sense, logical operations

Εισαγωγή

Η σημασία της εκπαίδευσης στα μαθηματικά στις μικρές ηλικίες έχει κερδίσει την αυξανόμενη προσοχή παγκοσμίως (Lee and Pant, 2017). Τα τελευταία χρόνια έρευνες έχουν παρουσιάσει δεδομένα που υποστηρίζουν ότι τα παιδιά αρχίζουν να αναπτύσσουν μαθηματικές ικανότητες από την βρεφική ηλικία ως μέρος τη φυσικής πορείας της ανάπτυξης (Butterwoth, 2005). Αυτά τα δεδομένα βοήθησαν να απομυθοποιηθούν οι πεποιθήσεις ότι τα παιδιά δεν είναι έτοιμα να μάθουν μαθηματικά στα προνήπια (Weiland et al, 2012). Έρευνες μελέτησαν την διαχρονική σχέση ανάμεσα στην δεξιότητες στην πρώτη αρίθμηση (καταμέτρηση, γνώση αριθμού κ.α.) και την μετέπειτα πορεία μαθηματικής μάθησης και έχουν δείξει ότι υπάρχει επίδραση αυτών των δεξιοτήτων στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια μαθηματική επιτυχία (Jordan et al. 2009). Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τα δεδομένα των ερευνών που υποδεικνύουν ότι η μαθηματική επάρκεια όταν τα παιδιά εισέρχονται στο νηπιαγωγείο και κατά την διάρκεια της φοίτησης σε αυτό είναι ισχυρός προβλεπτικός παράγοντας για την μετέπειτα ακαδημαϊκή πορεία (Duncan et al., 2007) αλλά και στην ενήλικη ζωή και στην επαγγελματική τους σταδιοδρομία (Ryoo et al. 2014) δείχνει την ανάγκη για την μελέτη της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας ήδη από τα προνήπια. Η αυξανόμενη προσοχή στην μαθηματική επάρκεια γίνεται εμφανής και από την ανάπτυξη των μαθηματικών προγραμμάτων για μαθητές σχολικής (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) και προσχολικής ηλικίας (Clements & Sarama, 2004 αναφορά στο Lembke & Foegen, 2009).

Στην Ελλάδα τα τελευταία χρόνια έχει καθιερωθεί η δίχρονη προσχολική εκπαίδευση, δεν αναφέρονται ακριβείς χρονολογίες καθώς η ισχύς δεν ήταν η ίδια για όλη την επικράτεια, συνεπώς τα παιδιά εισέρχονται στην επίσημη προσχολική εκπαίδευση στην ηλικία των 4 ετών έως την ηλικία των 6 ετών. Δηλαδή η υποχρεωτική προσχολική εκπαίδευση διαρκεί δύο χρόνια. Τα παιδιά αυτών των ηλικιών προνήπια και νήπια φοιτούν στο ίδιο τμήμα με το ίδιο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών.

Σύμφωνα με τον Clements et al (2008, αναφορά στο Weiland et al 2012) υπάρχουν σημαντικές διαφορές στην πρώιμη αρίθμηση ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες και είναι σημαντικό να μελετηθούν και να εντοπίζονται προκειμένου να είναι γνωστές και να γίνεται η κατάλληλη διδακτική παρέμβαση.

Ιδιαίτερα οι μαθητές με ελλείψεις στην πρώτη αρίθμηση πιθανόν να μην αναπτύξουν τις εννοιολογικές δομές που απαιτούνται για να προχωρήσουν στην κατανόηση των δυσκολότερων μαθηματικών εννοιών. Παρόλο που η κατάκτηση των ανώτερων μαθηματικών λειτουργεί ως θεμέλιο για την επαγγελματική αποκατάσταση στις επιστήμες και στην τεχνολογία (Geary, 1994 αναφορά στο Jordan et al, 2006), πολλοί μαθητές δεν φτάνουν ποτέ

αυτό το επίπεδο. Κάποια παιδιά σταδιακά μαθαίνουν να αποφεύγουν όλες τις καταστάσεις που εμπεριέχουν μαθηματικά και μπορεί να αναπτύξουν ακόμα μαθηματικά άγχη και φοβίες (Ginsburg, 1997)

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται αυξανόμενο ενδιαφέρον για τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά, ένας λόγος είναι επειδή σχετίζονται με την ευρύτερη έρευνα σχετικά με γνωστική μαθηματική ανάπτυξη τους (Geary et al, 2000).

Κατά συνέπεια η ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας είναι σημαντικός στόχος και όπως προκύπτει και από την έρευνα τα προγράμματα παρέμβασης μπορούν να βελτιώσουν τα επίπεδα απόδοσης των μαθητών με χαμηλές επιδόσεις (Dowker, 2005; Van Luit & Schopman, 2000).

Προκειμένου όμως να μπορέσουν να δημιουργηθούν οι κατάλληλες παρεμβάσεις κρίνονται απαραίτητες οι διαχρονικές και οι συγχρονικές έρευνες για την κατανόηση πώς οι δυσκολίες στα μαθηματικά αναπτύσσονται και αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου (Jordan, Kaplan & Hanich, 2002). Παραδείγματος χάριν στις έρευνες του Geary και των συνεργατών του έχει αναδειχθεί ότι κάποιες δυσκολίες στα μαθηματικά μειώνονται με την πάροδο της σχολικής ζωής ενώ κάποιες άλλες παραμένουν και χαρακτηρίζονται από βασικά γνωστικά ελλείμματα (Geary, 1990; Geary, Brown, & Samaranayake, 1991; Geary, Hamson, & Hoard, 2000)

Η ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων είναι πολλή σημαντική για την μετέπειτα σχολική προσαρμογή των παιδιών. Όπως αναφέρουν οι έρευνες η κατάκτηση της πρώτης δεκάδας και των εννοιών που αυτή εμπεριέχει είναι σημαντική πριν προχωρήσουν τα παιδιά στο δημοτικό σχολείο (Van de Walle, 2004). Με βάση τον Οδηγό Νηπιαγωγού (Δαφέρμου, Κουλούρη & Πασαγιάννη, 2006) βασικό στάδιο κάθε οργανωμένης και συστηματικής δράσης, η οποία έχει ως χαρακτηριστικά τον σχεδιασμό, τον προγραμματισμό και την εφαρμογή στην πράξη, είναι η αξιολόγηση. Τα αποτελέσματα μιας σταθμισμένης αξιολόγησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να γίνει σύγκριση των επιδόσεων των παιδιών ως προς ένα κριτήριο με τις αντίστοιχες των συμμαθητών τους, συμβάλλοντας έτσι στην προσπάθεια των εκπαιδευτικών για έγκαιρο εντοπισμό των αναγκών των παιδιών και να σχεδιάζουν κατάλληλα εκπαιδευτικά προγράμματα (Ράλλη κ.α., 2013)

Συνεπώς κρίνεται αναγκαία η μελέτη της μαθηματικής επάρκειας των προνηπίων η διερεύνηση των δυσκολιών τους και η σύγκριση τους με τα νήπια με το ανάλογο επίπεδο μαθηματικής επάρκειας. Δηλαδή να μελετηθούν τα παιδιά που εισέρχονται στην επίσημη εκπαίδευση που είναι το νηπιαγωγείο ως προνήπια και η εξέλιξη τους πριν την είσοδο στο δημοτικό, δηλαδή ως νήπια. Η μελέτη αυτή θα βοηθήσει στην συλλογή πληροφοριών και την ανάλυση τους έτσι ώστε μετέπειτα να μπορέσουν σε επόμενες έρευνες να δημιουργηθούν κατάλληλες διδακτικές

παρεμβάσεις οι οποίες θα ανταπεξέρχονται στις ανάγκες των προνηπίων και των νηπίων προκειμένου να κατακτηθούν οι μαθηματικές έννοιες που κρίνονται απαραίτητες για τον μαθητή που ξεκινάει την σχολική ζωή.

Θεωρητικό πλαίσιο

Πρώιμη Μαθηματική Επάρκεια

Η επάρκεια αφορά στην αποτελεσματική χρήση των γνώσεων, των δεξιοτήτων και των στρατηγικών που κατέχει ένα άτομο, προκειμένου να επιλύσει καταστάσεις σε διάφορα πλαίσια. (Blomhoj & Jensen, 2003; Μπαρμπας & Βερμέουλεν, 2008).

Συγκεκριμένα όσον αφορά την μαθηματική επάρκεια, σημαίνει ότι το άτομο πρέπει να γνωρίζει, να κατανοεί, να κάνει και να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά σε μια πληθώρα καταστάσεων και πλαισίων όπου τα μαθηματικά έχουν ή ενδέχεται να έχουν κάποιο ρόλο (Niss, 2002). Η μαθηματική επάρκεια περιλαμβάνει την κατάκτηση των βασικών μαθηματικών δεξιοτήτων και την χρήση αυτών προκειμένου να επιλυθούν προβλήματα στην πραγματική ζωή (Fuchs, Fuchs & Courey, 2005). Συνεπώς η μαθηματική επάρκεια μπορεί να αποσαφηνιστεί ως η ικανότητα του ατόμου να αναπτύξει και να εφαρμόσει την μαθηματική σκέψη προκειμένου να επιλύει ένα εύρος προβλημάτων σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής (Recommendation of the European Parliament and of the Council, όπως αναφέρεται στο Μπαρμπας & Βερμέουλεν, 2008) σε διάφορες ενδο-μαθηματικές ή και εξω-μαθηματικές καταστάσεις και πλαίσια στα οποία τα μαθηματικά έχουν ή θα μπορούσαν να διαδραματίσουν κάποιο ρόλο (Niss, 2002). Η ανάπτυξη της μαθηματικής επάρκειας απαιτεί μια βαθιά και έγκυρη γνώση των αριθμητικών εννοιών και σχέσεων, συνεπώς δίνεται έμφαση τόσο στη διαδικασία και στη δράση όσο και στη γνώση. Η μαθηματική επάρκεια συμπεριλαμβάνει, την ικανότητα αλλά και τη θέληση της χρήσης μαθηματικών τρόπων σκέψης (λογική και χωρική σκέψη) και αναπαραστάσεων (τύπους, μοντέλα, κατασκευές κ.α.) (Μπαρμπας & Βερμέουλεν, 2008).

Σύμφωνα με τους Van de Rijt, Van Luit & Pennings (όπως αναφέρεται στο Μπαρμπας & Βερμέουλεν, 2008, σ. 7) «Η πρώιμη μαθηματική επάρκεια αναφέρεται στο σύνολο των γνώσεων και των δεξιοτήτων που αποτελούν προϋπόθεση για να εισαχθεί αποτελεσματικά ένα παιδί προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας στα σχολικά μαθηματικά της τυπικής εκπαίδευσης». Καθότι η βάση των σχολικών μαθηματικών σε αυτές της ηλικίες είναι η επεξεργασία αριθμητικών εννοιών και σχέσεων, οι προαναφερθείσες γνώσεις και δεξιότητες έχουν να κάνουν κατά βάση με την οικοδόμηση της έννοιας του αριθμού. Συνεπώς προκειμένου να αξιολογηθεί η πρώιμη μαθηματική επάρκεια ενός παιδιού οι Van de Rijt και

Van Luit (1997) υποστηρίζουν, με βάση τις θεωρίες της λογικομαθηματικής σκέψης και της ανάπτυξης της έννοιας του αριθμού, ότι πρέπει να ληφθούν υπόψη οι δεξιότητες της σύγκρισης, της ταξινόμησης, της αντιστοίχισης, της σειριοθέτησης (σχεσιακές δεξιότητες) αλλά και η χρήση λέξεων αρίθμησης, δομημένη καταμέτρηση, αποτελεσματική καταμέτρηση και γενική γνώση των αριθμών (δεξιότητες καταμέτρησης). Οι παραπάνω κατηγορίες αναλύονται παρακάτω στο θεωρητικό μέρος και θα αναλυθούν με παραδείγματα στην παρουσίαση του εργαλείου συλλογής δεδομένων. Τα παιδιά τα οποία έχουν αναπτύξει στον αναμενόμενο για την ηλικία βαθμό τις παραπάνω έννοιες τότε θα είναι σε ένα καλό επίπεδο πρώιμης μαθηματικής επάρκειας.

Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (2014)

Το ισχύον πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών για το νηπιαγωγείο οργανώνεται με βάση την 10χρονη υποχρεωτική εκπαίδευση καθώς όταν δημιουργήθηκε δεν υπήρχε η δίχρονη υποχρεωτική προσχολική εκπαίδευση. Η οργάνωση του στηρίχθηκε στη λογική των ‘τροχιών’ ανάπτυξης εννοιών και διεργασιών. Οι τροχιές οργανώνουν την πορεία που θα ακολουθήσει η μαθησιακή εμπειρία των παιδιών προκειμένου να δημιουργηθεί η αντίστοιχη διδακτική προετοιμασία που είναι απαραίτητη. Θεωρείται ότι σύμφωνα με αυτόν τον τρόπο οργάνωσης θα ξεπεραστούν οι παλιές αντιλήψεις της κατάτμησης των επιδιωκόμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων κατά ηλικία και θα επιτραπεί η δημιουργία ενός συνεχούς στην ανάπτυξη των μαθηματικών ιδεών και θα υποστηριχθεί η βαθμιαία οικοδόμηση τους στην αντίληψη των μαθητών. Οι άξονες με τις τροχιές είναι οι εξής πέντε:

Αριθμοί και πράξεις: Φυσικοί αριθμοί ως το 10 και πράξεις

Χώρος και Γεωμετρία: Προσανατολισμός στο χώρο, γεωμετρικά σχήματα, μετασχηματισμοί και οπτικοποίηση

Εισαγωγή στην Αλγεβρική σκέψη: Κανονικότητες και ισότητες

Μετρήσεις: Εισαγωγή στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, όγκου και χωρητικότητας

Στοχαστικά Μαθηματικά: Οργάνωση δεδομένων και εισαγωγή στην πιθανότητα

Η μαθηματική επάρκεια των προνηπίων που εισέρχονται πρώτη φορά στην υποχρεωτική εκπαίδευση αφορά κυρίως άτυπες γνώσεις του οικογενειακού τους περιβάλλοντος οι οποίες στηρίζονται συνήθως στην πρώτη αρίθμηση και στην αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων. Τα υπόλοιπα αναμένεται να οικοδομηθούν κατά την διάρκεια της φοίτησης τους στην υποχρεωτική προσχολική εκπαίδευση. Συνεπώς, η έρευνα και το εργαλείο εστιάζει κυρίως

στην σύγκριση των λογικών διεργασιών και της πρώτης αρίθμησης των δύο αυτών ηλικιακών ομάδων και αυτή χαρακτηρίζεται ως μαθηματική επάρκεια για τα παιδιά αυτής της ηλικίας, δηλαδή των παιδιών που τώρα εισέρχονται στην τυπική εκπαίδευση. Ακόμη, αυτοί οι πέντε τομείς δεν έχουν την ίδια βαρύτητα στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών της προσχολικής και της μετέπειτα δημοτικής εκπαίδευσης. Η βαρύτητά δίνεται στον αριθμό, οπότε οι δεξιότητες και ικανότητες τις οποίες πρέπει να έχει κατακτήσει ένα παιδί για να μπορεί να ανταπεξέλθει και θα κληθεί να ανταπεξέλθει στα σχολικά μαθηματικά, αφορούν το αριθμητικό δεκαδικό σύστημα με όλες τις σχέσεις και τις ιδιότητες που αναπτύσσονται.

Παρακάτω λοιπόν αναφέρονται οι στόχοι των ενοτήτων του Προγράμματος οι οποίοι σχετίζονται με το εργαλείο και την έρευνα.:

Φυσικοί αριθμοί

Αριθμητικά σύμβολα

Αρ1: Να απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς μέχρι το 10

Άμεση αναγνώριση

Αρ2: Να αναγνωρίζουν αριθμητικές ποσότητες χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης

Καταμέτρηση ποσοτήτων

Αρ3: Να καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων μέχρι το 10

Αρ4: Να συγκρίνουν και διατάσσουν ποσότητες και αριθμούς και

Διάταξη ποσοτήτων και αριθμών

Αρ4: Αναφέρεται παραπάνω

Πρόσθεση-Αφαίρεση

Αρ6: Να προσεγγίζουν τις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση

Χώρος και Γεωμετρία

Γεωμετρικά σχήματα

Αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση επίπεδων και στερεών

Γ4: Να αναγνωρίζουν και να ταξινομούν τα βασικά επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση γενικά χαρακτηριστικά και σε ποικιλία θέσεων, μεγεθών και γεωμετρικών σχημάτων προσανατολισμών

Μέτρηση μήκους

Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις:

M1 Να πραγματοποιούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις όπως και διατάξεις ίσων και άνισων μηκών.

Εισαγωγή στην Αλγεβρική σκέψη

A4: Να διευρύνουν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διαφορετικά πλαίσια (στόχος από γεωμετρία, μέτρηση και αριθμούς

Στοχαστικά μαθηματικά

Στατιστική

Σ2 : Να συλλέγουν δεδομένα και να τα οργανώνουν χρησιμοποιώντας υλικά

Λογικομαθηματική γνώση

Σύμφωνα με τον Piaget η γνώση διακρίνεται σε κοινωνική, φυσική και λογικομαθηματική. Η κοινωνική γνώση και η φυσική γνώση προέρχονται από τον εξωτερικό κόσμο η πρώτη προέρχεται από τον ενήλικα και η δεύτερη από τις φυσικές ιδιότητες των αντικειμένων. Το παιδί προκειμένου να ανακαλύψει τις φυσικές ιδιότητες των αντικειμένων πρέπει να επενεργήσει πάνω σ' αυτά και να παρατηρήσει και να αξιολογήσει τις αντιδράσεις τους στις ενέργειές του. Ωστόσο, υποστηρίζει ότι μόνο μέσα από τις εμπειρίες των αισθήσεων δεν γίνεται να φτάσει το παιδί στην καθαρή γνώση, χρειάζεται η πληροφόρηση της αισθητηριακής εμπειρίας να οργανώνεται σε ένα λογικομαθηματικό πλαίσιο συλλογισμών με την προσωπική δράση του παιδιού. Συνεπώς, κατά την διαδικασία συγκράτησης της φυσικής γνώσης σημαντικό μηχανισμό αποτελεί η απλή αφαίρεση (όπου αφαιρούνται οι ιδιότητες, που παρατηρούνται μέσα στα πράγματα ή γενικά στην εξωτερική πραγματικότητα). Η δράση του παιδιού στα αντικείμενα, οι συσχετίσεις που δημιουργεί και οι συλλογισμοί που προκύπτουν συγκροτούν την λογικομαθηματική γνώση. Έτσι η λογικομαθηματική γνώση δημιουργείται με τη σκεπτόμενη αφαίρεση και έχει ως πηγή το ίδιο το υποκείμενο.

Σύμφωνα με τον Piaget η γνωστική ανάπτυξη των παιδιών χωρίζεται σε στάδια στην παρούσα έρευνα θα παρουσιαστεί μόνο το στάδιο της προ-λογικής σκέψης καθώς αφορά και της ηλικίας με τις οποίες ασχολείται. Κατά τη διαισθητική περίοδο (3-7 ετών), όπως αναφέρει το υποστάδιο της προ-λογικής σκέψης ο Piaget, τα παιδιά εμφανίζουν τρεις βασικές ικανότητες να σχηματίζουν λογικές κατηγορίες, να διακρίνουν σχέσεις και να χειρίζονται αριθμητικές έννοιες. Πιο συγκεκριμένα το παιδί σ' αυτό το ηλικιακό στάδιο είναι σε θέση να ταξινομεί αντικείμενα με βάση κάποια ιδιότητα. Επιπροσθέτως, ξεκινάει να διακρίνει σχέσεις ομοιότητας και διαφοράς καθώς και να χρησιμοποιεί αριθμούς και να διατάσσει σύνολα με βάση την ποσότητα τους. Ακόμη, αρχίζει να μην λαμβάνει υπόψη του ορισμένα εξωτερικά στοιχεία των πραγμάτων και να αντιλαμβάνεται τις αριθμητικές σχέσεις και είναι σε θέση να

αριθμεί διάφορα αντικείμενα και να παράγει ένα άθροισμα διαφορετικών αντικειμένων. (Παρασκευόπουλος,1984). Συνεπώς, σε αυτήν την ηλικία θεωρείται ότι εισέρχονται οι έννοιες της σύγκρισης, της ταξινόμησης και της διάταξης οι οποίες θα αναλυθούν περαιτέρω σε επόμενο κεφάλαιο.

Προσεγγίσεις της μαθηματικής επάρκειας

Σημαντικό ρόλο στα μαθηματικά του νηπιαγωγείου κατέχει η αρίθμηση. Ωστόσο δεν υπάρχει σαφής συμφωνία για την έννοια της “αίσθησης του αριθμού” ή τους παράγοντες που συμβάλλουν στην ανάπτυξη της. Αρχικά, ο φυσικός αριθμός ορίζεται μέσα από την έννοια των ισοδύναμων συνόλων όπου υπάρχει το απόλυτο που αφορά την πληθικότητα και το τακτικό που είναι η σχέση διάταξης ανάμεσα στις πληθικότητες, δηλαδή μια ακολουθία ποσοτήτων που έχει σχέση με την αρίθμηση των στοιχείων. Επιπλέον, η έννοια του αριθμού εμπεριέχει το νόημα του αριθμού, τις αναπαραστάσεις του, τις σχέσεις μεταξύ των αριθμών, το σχετικό μέγεθος των αριθμών, και την ικανότητα χρήσης τους για την επίλυση προβλημάτων.

Όσον αφορά την οικοδόμηση της έννοιας του αριθμού υπάρχουν κυρίως δύο προσεγγίσεις. Μία θεωρητική προσέγγιση είναι αυτή που θεωρεί ότι οι λογικομαθηματικές διεργασίες, που αναφέρθηκαν παραπάνω (σύγκριση, ταξινόμηση, διάταξη, αντιστοίχιση), είναι θεμέλια της ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού. Σύμφωνα με τους υποστηρικτές αυτής της άποψης η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού αναπτύσσεται μαζί με την ανάπτυξη της λογικής σκέψης όπου αναμένεται από το παιδί να μπορεί να πραγματοποιήσει λογικές σκέψεις και να εξάγει λογικά συμπεράσματα προκειμένου να είναι σε θέση να κατακτήσει την έννοια του αριθμού (Van de Rijt et al, 2003). Η θεωρία αυτή βασίζεται στην μελέτη του Piaget ο οποίος περιέγραψε τις λειτουργίες της διατήρησης, της διάταξης και της ταξινόμησης ως βασικές προϋποθέσεις για να οδηγηθούν τα παιδιά ηλικιών έξι με επτά ετών στην ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού (Piaget αναφορά στο Van de Rijt et al., 1999).

Ο αριθμός, σύμφωνα με τον Piaget, είναι μια έννοια την οποία το άτομο την κτίζει με την προσωπική του ικανότητα να σκέπτεται πάρα την διδάσκεται από το περιβάλλον. Ακόμη, την έννοια του αριθμού την συνθέτουν η αρχή της διατήρησης του αριθμού, η αντιστοίχιση, η ταξινόμηση και η διάταξη. Η αρχή της διατήρησης, η πιο γνωστή αρχή του Piaget, αναφέρεται στην γνώση ότι ένα σύνολο αντικειμένων μπορεί να αλλάξει μόνο με πρόσθεση ή αφαίρεση. Όλες οι υπόλοιπες αλλαγές είναι άσχετες (π.χ. αλλαγή απόστασης αντικειμένων). Τα παιδιά που αποτυγχάνουν σε έργα διατήρησης θεωρείται από τον Piaget ότι δεν είναι σε θέση να διαχειριστούν ποσότητες σαν σταθερά μέσα από άσχετες μεταβολές. Συνεπώς ένα παιδί που

δεν έχει κατακτήσει την έννοια της διατήρησης, υπολείπεται και στην κατάκτηση ποσοτικών εννοιών και συνεπώς συμπεραίνεται ότι δεν έχει κατακτήσει ακόμη την έννοια του αριθμού.

Ένα επίσης βασικό στοιχείο στην προσέγγιση του Piaget είναι ότι οι ποσότητες μπορούν να διαταχθούν από την μικρότερη στην μεγαλύτερη. Συνεπώς για να κατακτήσει κάποιος τη φύση αυτής της διάταξης πρέπει να κατανοήσει έναν βασικό λογικό κανόνα, την “μεταβατικότητα”. Για παράδειγμα εάν η ποσότητα A είναι μεγαλύτερη από την B, και η B μεγαλύτερη από την Γ, συνεπάγεται ότι η A είναι μεγαλύτερη από τη Γ. Σε περίπτωση που δεν γίνεται κατανοητή αυτή η σχέση των γειτονικών αριθμών, η γνώση των απόλυτων αριθμών δεν είναι ολοκληρωμένη. Τα παραπάνω είναι προϋποθέσεις για την βασικότερη μαθηματική δραστηριότητα την αρίθμηση. Το παιδί που θα έχει κατακτήσει αυτές τις προ αριθμητικές δεξιότητες είναι σε θέση να διατηρήσει τον αριθμό και έχει αναπτύξει την έννοια του (Van de Rijt et al, 2003). Σύμφωνα με τους Van de Rijt et al (1999) η έννοια του αριθμού δεν σχετίζεται με την απλή ονομασία των αριθμών με τη σειρά ή άλλων ειδικών δεξιοτήτων αρίθμησης.

Από μία δεύτερη θεωρητική άποψη δεν υπάρχει ξεκάθαρα σχέση μεταξύ την ανάπτυξης του αριθμού και της ανάπτυξης των λογικών διεργασιών. Σε αντίθεση, η αίσθηση του αριθμού πιστεύεται ότι είναι κάτι το οποίο αναπτύσσεται σταδιακά μέσα από της εμπειρίες αρίθμησης του παιδιού (Van de Rijt et al, 2003). Η καταμέτρηση θεωρείται ως μια πολύπλοκη έννοια με επίπεδα από το συγκεκριμένο ως το αφηρημένο μέσα σε ένα σχεσιακό πλαίσιο

Το παραπάνω το υποστηρίζει η προσέγγιση της Gelman (1972) η οποία άσκησε κριτική στο έργο του Piaget και μέσα από μελέτες υποστήριξε την ύπαρξη λογικής ικανότητας και στα παιδιά μικρότερης ηλικίας και αντέκρουσε τα συμπεράσματα του Piaget στο έργο της διατήρησης.

Η Gelman, διατύπωσε τις παρακάτω πέντε φάσεις για την ανάπτυξη της δεξιότητας της καταμέτρησης:

1. *Ακουστική καταμέτρηση*

Περίπου στην ηλικία των 3 ετών τα παιδιά απαγγέλουν τις αριθμολέξεις

2. *Μη συγχρονισμένη Καταμέτρηση*

Στο 4ο έτος επικρατεί η μη συγχρονισμένη καταμέτρηση όπου τα παιδιά απαγγέλουν και δείχνουν αντικείμενα αλλά μπορεί να δείξουν κάποιο δύο φορές ή να “πηδήξουν” κάποιο χωρίς να το μετρήσουν. Όταν θα μπορούν να δείχνουν και να μετρούν συγχρονισμένα θα έχουν επιτύχει την συγχρονισμένη καταμέτρηση.

3. *Δομημένη Καταμέτρηση*

Περίπου στην ηλικία των 4μισή ετών τα παιδιά οργανώνουν τα αντικείμενα προκειμένου να τα καταμετρήσουν, όταν αυτά δεν είναι δομημένα. Όπως για παράδειγμα να τοποθετούν στην άκρη αυτά που μέτρησαν.

4. Αποτελεσματική Καταμέτρηση

Τα παιδιά περίπου στην ηλικία των 5 ετών ξέρουν ότι πρέπει να αρχίσουν με το ένα, ότι όλα τα υλικά πρέπει να μετρηθούν μία φορά και πως ο αριθμός που θα πουν στο τέλος είναι αυτός που δείχνει τη συνολική ποσότητα. Συνεπώς, σε αυτήν την φάση είναι βασικό να αντιστοιχίζουν “ένα προς ένα” τους αριθμούς με τα αντικείμενα.

5. Συντομευμένη Καταμέτρηση

Στην τελευταία φάση τα παιδιά κάνουν χρήση διαφόρων στρατηγικών για την καταμέτρηση, με βάση την αναγνώριση αριθμητικών δομών, όπως για παράδειγμα στο ζάρι. Με αυτήν την στρατηγική χρησιμοποιούν την γνωστή δομή και καταμετρούν από εκεί και μετά. Η φάση αυτή θα μπορούσε να αποτελεί επέκταση και εξειδίκευση της δομημένης καταμέτρησης. (Μπάρμπας κ.α., 2008)

Τα παιδιά ηλικίας 5 και 6 ετών είναι σε θέση να επιλύουν δραστηριότητες διατήρησης της ποσότητας και αντιστοίχισης μέσω της χρήσης της δεξιότητας της καταμέτρησης. Με βάση την περιγραφή των φάσεων εξέλιξης της δεξιότητας της καταμέτρησης, αναμένεται από τα παιδιά 4 ετών και πάνω να έχουν διανύσει τις πρώτες δύο και να βρίσκονται σε φάση ανάπτυξης των επομένων. Συνεπώς, η εκτίμηση του επίπεδου της ανάπτυξης της καταμέτρησης των παιδιών ασχολείται με τις τρεις τελευταίες φάσεις (Μπάρμπας κ.α., 2008).

Τα τελευταία χρόνια κυριαρχεί θέση η οποία αναφέρει ότι οι λογικές διαδικασίες του Piaget και η καταμέτρηση δεν πρέπει να διαχωρίζονται καθώς και οι δύο μαζί χτίζουν την έννοια της αίσθησης του αριθμού, αλληλοσυμπληρώνοντας η μία την άλλη. Με αυτήν την οπτική η αίσθηση του αριθμού αναδιατυπώνεται από τη θεωρητική κατασκευή της πρώιμης αρίθμησης (Van de Rijt et al, 2003). Η υπόθεση είναι ότι τόσο οι λογικές διαδικασίες του Piaget όσο και οι δεξιότητες καταμέτρησης συνεισφέρουν στην ανάπτυξη της πρώιμης αρίθμησης. Ωστόσο, οι δεξιότητες καταμέτρησης συνεισφέρουν περισσότερο επειδή οι δεξιότητες σε μία λειτουργία του Piaget σχετίζονται με την λογική σκέψη γενικά.

Συμπερασματικά από τις παραπάνω έρευνες προκύπτει ότι οι λογικές διαδικασίες του Piaget (η διάταξη, η ταξινόμηση, η αντιστοίχιση και η διατήρηση του αριθμού) και οι δεξιότητες

αρίθμησης σχετίζονται μεταξύ τους και συμβάλλουν στην ανάπτυξη της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας.

Με βάση αυτήν την τρίτη θεωρητική προσέγγιση κατασκευάστηκε το Utrecht Early Mathematical Competence Scales, (Van Luit, Van de Rijt and Pennings, 1994) και όπως ονομάζεται στα ελληνικά Ψυχομετρικό Κριτήριο Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης (Μπάρμπας και Βερμέουλεν, 2008), το οποίο είναι και το εργαλείο που θα χρησιμοποιηθεί και στην παρούσα έρευνα. Βασισμένο στην παραπάνω υπόθεση διακρίνονται οκτώ κατηγορίες στην πρώιμη μαθηματική επάρκεια οι οποίες στην έρευνα των Van de Rijt, Van Luit και Pennings (1999) αποσαφηνίζονται ως εξής:

1) *Σύγκριση*

Αυτή η πτυχή αναφέρεται στην χρήση εννοιών όπου πραγματοποιείται μία σύγκριση ανάμεσα σε δύο άνισες απόλυτες ή τακτικές ή μετρήσιμες καταστάσεις. Όπως για παράδειγμα η χρήση εννοιών ψηλότερο, χαμηλότερο, περισσότερο κλπ.

2) *Ταξινόμηση*

Εννοείται η ομαδοποίηση αντικειμένων ως ένα σύνολο με βάση ένα ή περισσότερα κοινά χαρακτηριστικά.

3) *Αντιστοίχιση*

Αυτή η κατηγορία αναφέρεται στην ένα προς ένα αντιστοίχιση δύο συνόλων αντικειμένων τα οποία παρουσιάζονται ταυτόχρονα.

4) *Σειριοθέτηση (Διάταξη)*

Η τοποθέτηση σε σειρά αντικειμένων ή συνόλων σύμφωνα με ένα ή περισσότερα δοσμένα χαρακτηριστικά ή ιδιότητες.

5) *Χρήση λέξεων αρίθμησης*

Στην ενότητα αυτή εμπεριέχεται η χρήση των αριθμολέξεων με την σειρά μέχρι το 20. Οι αριθμολέξεις μελετάται αν χρησιμοποιούνται τόσο σε αύξουσα όσο και σε φθίνουσα σειρά και ξεκινώντας την αρίθμηση και από έναν δοσμένο αριθμό και μετά.

6) *Δομημένη καταμέτρηση*

Αναφέρεται η καταμέτρηση αντικειμένων σε οργανωμένη ή όχι διάταξη με την χρήση, συνήθως, του δαχτύλου για να δείχνει ή να τοποθετεί τα αντικείμενα προκειμένου να διευκολυνθεί στην καταμέτρηση.

7) *Αποτελεσματική καταμέτρηση*

Στην ενότητα αυτή εννοείται η ακριβής καταμέτρηση αντικειμένων και στην αναφορά του τελευταίου αριθμού για απάντηση χωρίς να επιτρέπεται να δείχνει με το δάχτυλο ή να χειρίζεται τα αντικείμενα.

8) Γενική γνώση των αριθμών

Η τελευταία ενότητα αναφέρεται στην εφαρμογή της αρίθμησης σε καθημερινές καταστάσεις οι οποίες παρουσιάζονται σε ζωγραφιές. Όπως η χρήση ζαριών για ένα επιτραπέζιο παιχνίδι.

Κάθε κατηγορία έργων από τις παραπάνω παρέχει την δικιά της συνεισφορά στην ανάπτυξη της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας. Οι λειτουργίες αυτές θεωρούνται απαραίτητες για την εισαγωγή των παιδιών στην τυπική εκπαίδευση (Tzouriadou, Barbas, Bonti, 2002). Με βάση τα παραπάνω έχει δημιουργηθεί και το ψυχομετρικό εργαλείο το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα έρευνα και θα παρουσιαστεί σε επόμενο κεφάλαιο.

Διαφορές μαθηματικής επάρκειας προνηπίων- νηπίων

Πολλά παιδιά αναπτύσσουν άτυπες ή διαισθητικές μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες πριν αρχίσουν την επίσημη εκπαίδευση (Clements & Sarama, 2004: Ginsburg, 2002: Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001 αναφορά στο Clarke et al 2006). Τα παιδιά εμπλέκονται σε διάφορων ειδών καθημερινές δραστηριότητες οι οποίες εμπεριέχουν μαθηματικά (Anderson, 1997 αναφορά στο Clarke et al 2006) και συνεπώς αναπτύσσουν ένα εύρος από ανεπίσημη γνώση. Από την βρεφική ηλικία μέχρι την προσχολική, τα παιδιά αναπτύσσουν βασικές δεξιότητες, έννοιες και κατανοήσεις που αφορούν τους αριθμούς και τα μαθηματικά (Clarke et al 2006).

Οι Litkowski et al (2020) συγκέντρωσαν τα δεδομένα από 6 έρευνες, οι οποίες με το ίδιο εργαλείο συλλογής δεδομένων ασχολήθηκαν με την μαθηματική ικανότητα των παιδιών από 3 έως 5,5 χρονών, και τα ανέλυσαν με σημείο αναφοράς την ηλικιακή ομάδα. Η μελέτη όσον αφορά το δείγμα που αφορά και τις ηλικιακές ομάδες με τις οποίες ασχολείται και η παρούσα έρευνα έδειξε ότι:

Στην *ένα προς ένα αντιστοίχιση* το 86,3% των παιδιών 4 ετών απάντησαν σωστά στην ένα προς ένα αντιστοίχιση του 3 αλλά μόνο το 27,3% στην ένα προς ένα αντιστοίχιση του 16. Αντίστοιχα τα ποσοστά στην ηλικία των 5 ήταν 95,9% και 54,1%.

Στην *πληθικότητα* στην ερώτηση “πόσα είναι” με ποσότητα το 16, το 51,8% των παιδιών ηλικίας 4 ετών απάντησε σωστά και στην ηλικία των 5 ετών το 64,7%. Ενώ στην ερώτηση “δώσε μου τόσα” το 15,6% μπόρεσε να δώσει σωστά ένα υποσύνολο 16 αντικειμένων στην ηλικία των 4 ετών και το 32,8% στην ηλικία των 5 ετών.

Σε *προσθετικό πρόβλημα* με σωστή απάντηση “2+2” μόνο το 19,1% των παιδιών 4 ετών απάντησε σωστά και το 33,7% των παιδιών ηλικίας 5 ετών. Σε πρόβλημα αφαίρεσης “4-1” το 20,4% των προνηπίων απάντησε σωστά και το 35,3% των νηπίων.

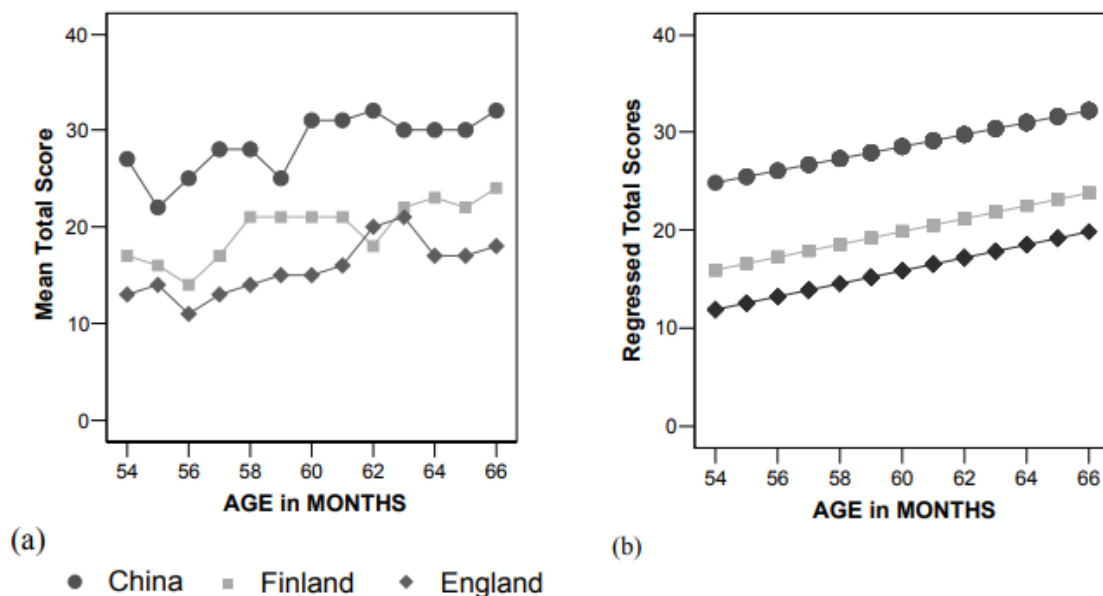
Από την έρευνα προέκυψε ότι οι κατηγορίες των ερωτήσεων είχαν στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ τους. Συγκεκριμένα η επίδοση των παιδιών στην ένα προς ένα αντιστοίχιση είχε υψηλή συσχέτιση με τα έργα πληθικότητας. Και η προφορική αρίθμηση είναι σημαντική συσχέτιση με την πληθικότητα επίσης.

Από την έρευνα τους λοιπόν προκύπτει ότι όσον αφορά την προφορική αρίθμηση είναι θεμελιώδης για την ανάπτυξη μετέπειτα της ταξινόμησης και της διάταξης. Όσον αφορά την ένα προς ένα αντιστοίχιση τα παιδιά ως 4 ετών θα πρέπει να μπορούν να αντιστοιχίσουν με σύνολα των 5 ενώ στην ηλικία των 5 σύνολο των 11. Επίσης, ως προς την ένα προς ένα αντιστοίχιση η έρευνα δείχνει ότι υπάρχει μεγάλη αύξηση στην επίδοση των παιδιών από την ηλικία των 3 ετών ως την ηλικία των 5 ετών.

Οι Aubrey et al (2008) πραγματοποίησαν μια έρευνα για την μαθηματική επάρκεια παιδιών ηλικίας από 4,5 ετών έως 5,5 ετών στην Κίνα, την Φινλανδία και την Αγγλία. Καθώς η παρούσα έρευνα ασχολείται με την σύγκριση ανάμεσα στις ηλικίες, θα γίνει μελέτη μόνο αυτών των στοιχείων της έρευνας των Aubrey et al (2008). Στα διαγράμματα της εικόνας 1 παρουσιάζεται η πορεία ανάπτυξης της εκάστοτε χώρας σύμφωνα με την ηλικία, σε όλες τις χώρες διακρίνεται η διαφορά προνηπίων- νηπίων στον μέσο όρο της μαθηματικής του επάρκειας.

Εικόνα 1

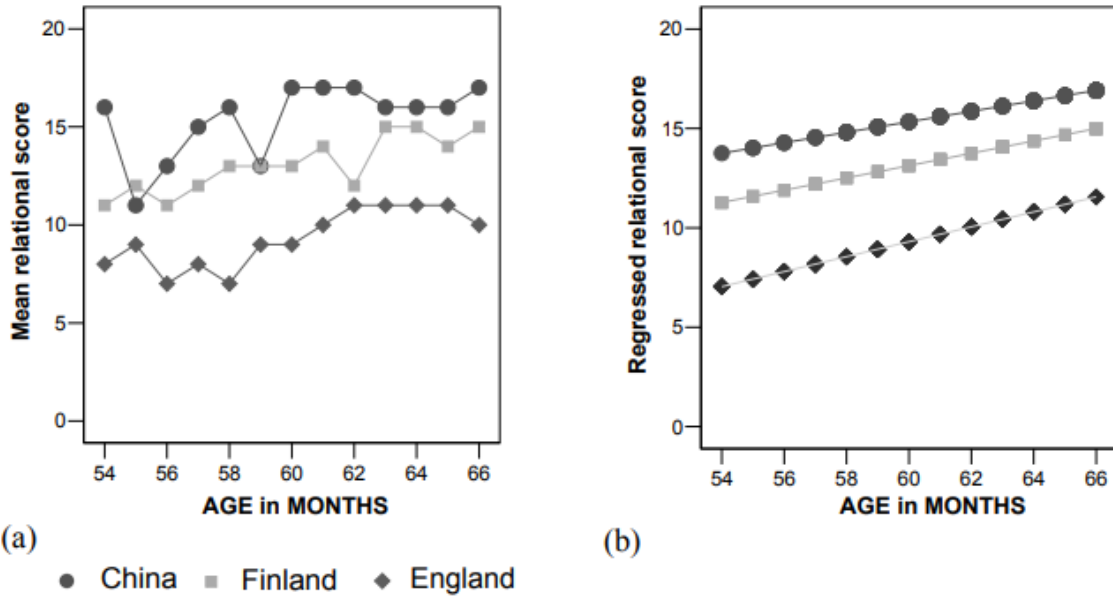
Διαγράμματα μέσου όρου και ανοδικής βαθμολογίας της συνολικής βαθμολογίας



Στην εικόνα 2 παρουσιάζεται ο μέσος όρος των σχεσιακών δραστηριοτήτων και εδώ εμφανίζεται διαφορά ανάμεσα στα νήπια και στα προνήπια

Εικόνα 2

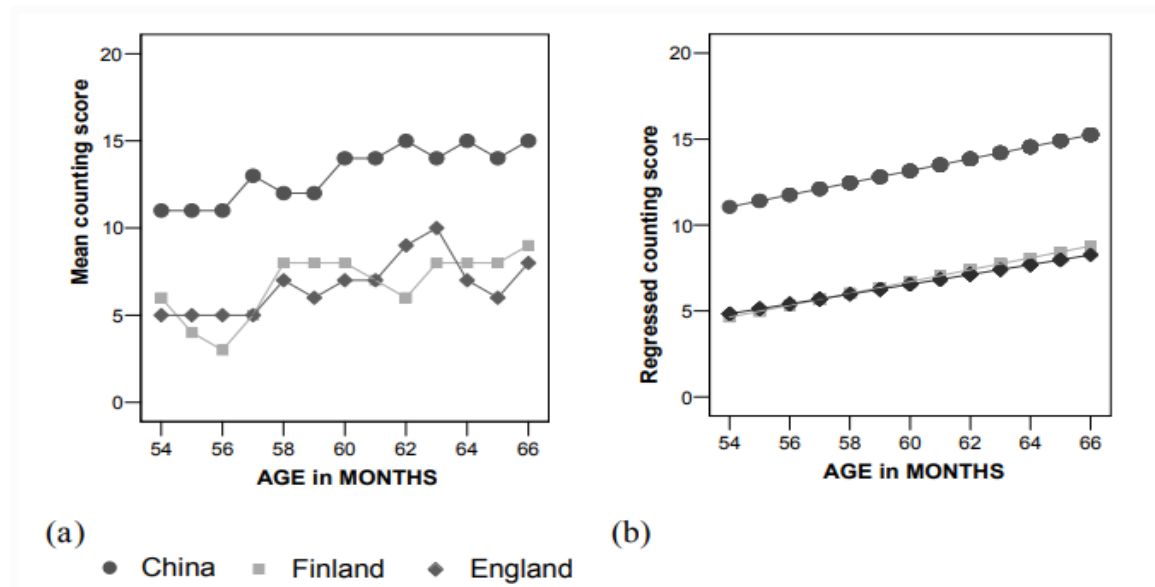
Μέσος όρος και ανοδική βαθμολογία των σχεσιακών δραστηριοτήτων



Στην εικόνα 3 παρουσιάζονται τα διαγράμματα του μέσου όρου και της ανοδικής βαθμολόγησης των δραστηριοτήτων καταμέτρησης.

Εικόνα 3

Μέσος όρος και ανοδική βαθμολόγηση δραστηριοτήτων καταμέτρησης



Σε όλα τα παραπάνω διαγράμματα της έρευνας παρουσιάζεται η επίδοση των παιδιών ανά ηλικία και χώρα. Αυτό που παρατηρείται όπως είναι φυσικό ότι σε όλες τις χώρες τα νήπια εμφανίζουν υψηλότερη επίδοση από τα προνήπια. Ωστόσο η έρευνα δεν περνάει σε περαιτέρω μελέτη στο κατά πόσο είναι στατιστικά σημαντική ή όχι αυτή διαφορά.

Οι Patel και Canobi (2010) πραγματοποίησαν μία έρευνα για τον ρόλο των αριθμολέξεων στην έννοια της πρόσθεσης και της επίλυση προβλημάτων στα παιδιά ηλικίας 4 και 5 ετών. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά των 5 ετών είχαν πολύ καλύτερες επιδόσεις από τα παιδιά των 4 ετών.

Οι Clarke et al (2006) πραγματοποίησαν μια έρευνα σε παιδιά τα οποία εισερχόταν στην προπαρασκευαστική τάξη όπως την αναφέρει το άρθρο (νηπιαγωγείο για τα ελληνικά δεδομένα) όπου τα παιδιά μπορούν να ξεκινήσουν εφόσον έχουν κλείσει τα 5 έτη πριν τον Απρίλιο της σχολικής χρονιάς που είναι να φοιτήσουν, ωστόσο τα περισσότερα παιδιά είναι το λιγότερο 5 ετών όταν ξεκινούν το σχολείο κατά 86%. Η διεξαγωγή της έρευνας έγινε με ατομική συνέντευξη με την χρήση φύλλων εργασίας στην αρχή και στο τέλος της σχολικής χρονιάς. Η συνέντευξη περιείχε καταμέτρηση, ομαδοποίηση, ταξινόμηση και αντιστοίχιση. Από την έρευνα προέκυψε ότι τα περισσότερα παιδιά εισέρχονται στο σχολείο με γνώση των χρωμάτων και την ικανότητα να φτιάχνουν και να μετρούν μικρά σύνολα. Ο τακτικός αριθμός (να δείξουν το 3ο και 5ο αντικείμενο) αποδείχθηκε πολύ δύσκολο στην έναρξη της χρονιάς ενώ υπήρξε σημαντική αύξηση επιτυχίας στο τέλος της χρονιάς. Όσον αφορά την άμεση εκτίμηση μόνο το 9% των παιδιών μπόρεσε να αναγνωρίσει το 9 ως σύνολο κουκίδων (3*3*3, στην περιοχή γίνεται από την τηλεόραση χρήση αυτού του λογότυπου) στην αρχή ενώ στο τέλος το ποσοστό επιτυχίας έφτασε στο 44%. Στην *ένα προς ένα αντιστοίχιση* δεν υπήρξε σημαντική διαφορά στην αρχή και στο τέλος της χρονιάς καθώς εξαρχής η επιτυχία ήταν 92%. Στην ταξινόμηση από το μικρότερο στο μεγαλύτερο με την χρήση τεσσάρων αντικειμένων το ποσοστό επιτυχίας έφτανε αρχικά στο 50% και στο τέλος 91%. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι στην αρχή της χρονιάς μόνο το 57% μπορούσε να αριθμήσει ως το 20 ενώ στο τέλος μπορούσε το 96%. Στην καταμέτρηση 20 αντικειμένων αρχικά πέτυχε το 39% ενώ στο τέλος της χρονιάς το 90%. Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα αναδεικνύουν την διαφορά που έχουν τα προνήπια στην αρχή της προσχολικής τους ζωής (προνήπια) ως το τέλος (νήπια). Κάτι που υποστηρίζει και η έρευνα των Weiland και Yoshikawa (2013), οι οποίοι τονίζουν την θετική επίδραση που έχει στην μαθηματική ανάπτυξη των προνηπίων η συμμετοχή τους στην προσχολική εκπαίδευση.

Συμπερασματικά από τις παραπάνω έρευνες προκύπτει ότι όπως είναι αναμενόμενο υπάρχουν διαφορές στην επίδοση στα μαθηματικά ανάμεσα στα προνήπια και στα νήπια γεγονός όμως

αναμενόμενο λόγω της ηλικίας. Οι διαφορές αυτές από τα παραπάνω δεδομένα υπάρχουν και στις λογικές διεργασίες (σύγκριση, ταξινόμηση, αντιστοίχιση 1 προς 1, διάταξη) και στις δραστηριότητες απαρίθμησης και καταμέτρησης. Ωστόσο αυτό που παρατηρείται είναι ότι και τα προνήπια και τα νήπια μπορούν να ανταπεξέλθουν ανάλογα με τον βαθμό δυσκολίας των ερωτήσεων.

Δυσκολίες στις λογικές διεργασίες και στην πρώτη αρίθμηση

Σύμφωνα με τον Geary (2004) υπολογίζεται ότι περίπου το 5-8% των παιδιών σχολικής ηλικίας παρουσιάζουν κάποια μορφή δυσκολίας στην κατανόηση των μαθηματικών. Ο ρόλος της αίσθησης του αριθμού τονίζεται καθώς οι δυσκολίες στην κατανόηση των μαθηματικών προκύπτουν από ελλείμματα στην επεξεργασία της έννοια του αριθμού (Mazzocco & Thompson, 2005). Η πρώτη επίσημη επαφή των παιδιών με την έννοια του αριθμού είναι στο νηπιαγωγείο. Συνεπώς, οι έρευνες για τις Μαθησιακές Δυσκολίες στα μαθηματικά υποστηρίζουν την πρόωμη ανίχνευση και παρέμβαση και την σημαντικότητα τους σε παιδιά προσχολικής ηλικίας (Gester, Jordan & Flojo, 2005). Οι Jordan et al. (2006) εντόπισαν ότι η αίσθηση του αριθμού που έχει κατακτήσει ο μαθητής στο νηπιαγωγείο είναι δυνατός καταλύτης για την εξέλιξη που θα έχει στα μαθηματικά στην πρώτη δημοτικού ενώ οι Sood & Jitendra (2008) υποστηρίζουν ότι σχετίζεται και με την μετέπειτα μαθηματική επιτυχία. Παράλληλα, χαμηλή αριθμητική επάρκεια σχετίζεται μεταγενέστερες δυσκολίες στα μαθηματικά (Jordan et al., 2006).

Τα νήπια έχουν έρθει ήδη σε επαφή με την έννοια του αριθμού από το περιβάλλον τους (Butterworth, 2005), όμως σημαντικό είναι να μπορούν να συνδέουν τις συμβολικές αναπαραστάσεις των αριθμών με τις ανάλογες ποσότητες (Gester, Jordan & Flojo, 2005).

Το πιο σημαντικό στοιχείο στην αριθμητική μάθηση είναι η κατανόηση των αριθμών και των σχέσεων της πρώτης δεκάδας. Ο άνετος χειρισμός τους είναι απαραίτητη προϋπόθεση για όλα τα στοιχεία που ακολουθούν. Οι παλιότερες προσεγγίσεις όπου τα παιδιά μαθαίνουν τυπικά χωρίς κατανόηση αυτών των σχέσεων οδήγησε πολλά από αυτά σε σημαντικές αριθμητικές υστερήσεις στους πολυψήφιους αριθμούς και τις πράξεις (Verschaffel & DeCorte, όπως αναφέρεται στο Geary, 2004).

Τα αποτελέσματα ερευνών υποστηρίζουν ότι οι βασικές αριθμητικές ικανότητες (αναγνώριση αριθμητικών συμβόλων, μέγεθος αριθμού κλπ.) των περισσότερων παιδιών με δυσκολία, αν και συνήθως καθυστερεί, επιτυγχάνεται σε μεγάλο βαθμό, τουλάχιστον στην επεξεργασία των πρώτων αριθμών (Badian, 1983; Geary, 1993; Geary, Hoard, & Hamson, 1999; Gross-Tsur et al., 1996 όπως αναφέρονται στο Geary 2004).

Τα γνωστικά προβλήματα ανάπτυξης εμφανίζονται με δυσκολίες στην κατανόηση των αριθμών και των αριθμητικών σχέσεων, στη χρήση αποτελεσματικών μετρήσεων και στρατηγικών υπολογισμού, στην επίλυση των προβλημάτων, στην επίλυση αριθμητικών συνδυασμών (Bryant et al., 2008). Επιπλέον ως πιθανοί δείκτες αναφέρονται η αριθμητική επίγνωση, η ανάγνωση, η εργαζόμενη μνήμη, η ταχύτητα επεξεργασίας και η οπτικο-χωρική αντίληψη (Geary et al., 2000).

Συγκεκριμένα για την έννοια του αριθμού και την ικανότητα για απαρίθμηση, τα νήπια μπορεί να εμφανίζουν αδυναμίες στην ταξινόμηση, στη διάταξη, στη διατήρηση καθώς και στην κατανόηση και επεξεργασία αριθμητικών μεγεθών (Geary et al., 2000). Στην έρευνα τους οι Geary et al (2000) αναδείχθηκε ότι μαθητές της Α΄ και της Β΄ τάξης του δημοτικού με δυσκολίες στα μαθηματικά πραγματοποιούσαν συστηματικά λάθη σε σχέση με την διάταξη αντικειμένων ενός συνόλου προς μέτρηση. Ειδικότερα, ανέφεραν ότι τα αντικείμενα έπρεπε να είναι διατεταγμένα σε σειρά και προς μία κατεύθυνση προκειμένου να απαριθμηθούν, δηλαδή όπως φάνηκε και από την έρευνα των Geary et al (1992) τα παιδιά θεωρούν ότι το να είναι στη σειρά τα αντικείμενα σχετίζεται με το αποτέλεσμα στην ποσότητα. Αναπτυξιακά καθυστερούν στην κατανόηση των ουσιαστικών και των ανούσιων χαρακτηριστικών της καταμέτρησης και δεν έχουν τις σχετικές δεξιότητες για να εντοπίσουν συγκεκριμένες μορφές λάθους στην καταμέτρηση. Επίσης η ερευνά τους έδειξε ότι το 76% των λαθών στην καταμέτρηση ήταν όταν το πρώτο αντικείμενο μετρήθηκε δύο φορές. Ακόμη, ένα λάθος που παρατηρείται είναι ότι οι μαθητές στην απαρίθμηση συνεχίζουν να προφέρουν τις αριθμολέξεις παρόλο που έχουν εξαντληθεί τα αντικείμενα που μετρούν (Geary et al, 1992). Συνεπώς, διαφαίνεται ότι η διαφορά στην γνώση της αρίθμησης των παιδιών με χαμηλή μαθηματική επάρκεια σε σχέση με τα υπόλοιπα δεν εδρεύει στην κατανόηση μιας συγκεκριμένης αρχής αλλά στην κατανόηση των απαραίτητων και μη χαρακτηριστικών της αρίθμησης και στην δεξιότητα εντοπισμού του λάθους της διπλής μέτρησης ενός αντικειμένου. Επιπλέον, αναφέρεται ότι η αναπτυξιακή καθυστέρηση στην κατανόηση των χαρακτηριστικών της καταμέτρησης και των σχετικά φτωχών δεξιοτήτων στον εντοπισμό λάθους συνεισφέρουν στις φτωχές υπολογιστικές ικανότητες.

Επιπλέον, η έλλειψη γνώσεις των ονομάτων των αριθμών της πρώτης δεκάδας έχει ως αποτέλεσμα να μην μπορούν να αναγνωρίσουν τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο. Το ζητούμενο είναι οι μαθητές να γνωρίζουν ότι υπάρχει ένα προς ένα αντιστοιχία (καταμέτρηση), οι αριθμοί έχουν σταθερή σειρά και ότι ο τελευταίος αριθμός αντιπροσωπεύει το πλήθος (αρχή της πληθικότητας). Τα παραπάνω τα παιδιά με δυσκολίες καταφέρνουν να τα κατακτήσουν στην προσχολική ηλικία (όχι πάντα), εκεί που δυσκολεύονται ακόμη πιο πολύ και

καθυστερούν είναι ότι η καταμέτρηση μπορεί να ξεκινάει από διαφορετικά σημεία με πιο ευέλικτο τρόπο (Geary, 2006).

Σε μια άλλη έρευνα του Geary (2004) πολλά παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια πραγματοποιούν λάθη κατά την διαδικασία, όπως για παράδειγμα να μπερδευτούν στην απλή αρίθμηση. Ωστόσο συνήθως αυτή η δυσκολία βελτιώνεται στα σχολικά χρόνια και δεν παραμένει ως σταθερή μαθηματική δυσκολία.

Όσον αφορά την ικανότητα της άμεσης εκτίμησης μιας ποσότητας τα περισσότερα νήπια μπορούν να εκτιμήσουν ή να καθορίσουν αναπαραστάσεις, χωρίς να μετρήσουν, οι οποίες έχουν πλήθος το πολύ ως τρία αντικείμενα (National Research Council, 2009). Πολλά νήπια μπορούν να εντοπίσουν ανάμεσα σε δύο σύνολα αντικειμένων ποιο έχει τα περισσότερα, ωστόσο το επίπεδο δυσκολίας ποικίλει με βάση την αριθμητική απόσταση ανάμεσα σ' αυτά τα δύο σύνολα. Οι Gersten, Jordan and Flojo (2005) παρατήρησαν ότι η δυσκολία στην γρήγορη ανάκληση ενός αριθμητικού στοιχείου είναι ένα σημάδι των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά, ωστόσο δεν είναι πρόβλημα να αναμένεται τα νήπια να μπορούν να επιδείξουν τέτοια αυτοματοποίηση στις υπολογιστικές σκέψεις.

Τέλος, σε αυτό το σημείο θεωρείται καλό να παρατεθεί ο πίνακας από την έρευνα των Aunio et al (2009) (βλ. Εικόνα 4), αν και η έρευνα τους ασχολείται με άλλο θέμα, όπου φαίνεται ότι τόσο τα παιδιά με δυσκολίες, τα παιδιά διαφορετικής γλώσσας και τα παιδιά που χρησιμοποιήθηκαν ως ομάδα ελέγχου με χαμηλή μαθηματική απόδοση φαίνεται ότι έχουν καλύτερη απόδοση στις σχεσιακές δεξιότητες από ότι στις ικανότητες καταμέτρησης.

Εικόνα 4

Σχεσιακές δραστηριότητες και δραστηριότητες καταμέτρησης

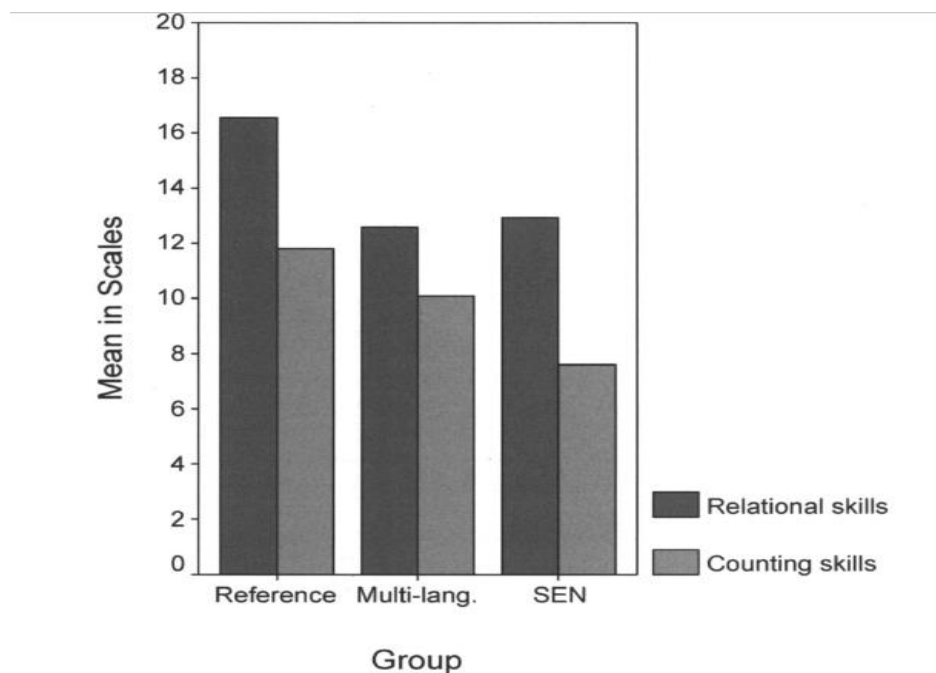


Figure 1. Children's means on the relational and counting scales

Τα δεδομένα για τις δυσκολίες δεν ασχολούνται με τα προνήπια αλλά τα νήπια και την πρώτη Δευτέρα δημοτικού.

Ερευνητικά δεδομένα στην Ελλάδα

Στην έρευνα τους οι Γαγάτσης και Λεμονίδης (1994) διερεύνησαν τις γνώσεις νηπίων και παιδιών πρώτης δημοτικού για τις γνώσεις τους στην αριθμητική ακολουθία. Στα ευρήματα εμφανίζεται ότι στην ερώτηση “μέτρα όσο πιο πολύ μπορείς;” τα παιδιά ηλικίας από 4-4.05 σε ποσοστό 54% δεν έφταναν ως το 10, σε ποσοστό 30,5% κατάφεραν να μετρήσουν ανάμεσα ως πριν το 14 και μόνο το 15,5% έφτανε ως το 20 και δεν υπήρχαν παιδιά που να αριθμούν περισσότερο. Στα παιδιά ηλικίας από 4.06-4.11 ήδη παρατηρείται σημαντική διαφορά καθώς μειώνεται το ποσοστό των νηπίων που αριθμούν ως το 10 στο 20,5%, από 10 έως 14 παραμένει περίπου το ίδιο 27,5%, αυξάνεται σε 24% ως το 20 και ένα ποσοστό 27,5% μπορεί να αριθμήσει προφορικά και περισσότερο από το 20. Τα νήπια ηλικίας 5.00-5.05 πλέον μόνο το 13% μετρά μόνο ως το 10, το 15% ως το 14, το 24% ως το 20 και το 38% αριθμεί περισσότερο από το 20. Τέλος, στο ηλικικό φάσμα από 5.06-5.11 έχουμε μειώσει στο 5% να αριθμούν ως

το 10, παραμένει γύρω στο 15,5% ως το 14 και 23,5% ως το 20 και 55,5 % των παιδιών αριθμούν περισσότερο από το 20 (βλ. Εικόνα 5).

Όσον αφορά την προφορική αρίθμηση 2-2 (2,4,6...) αναδείχθηκε ότι στο νηπιαγωγείο υπήρξε, με ελάχιστες εξαιρέσεις, πλήρης αδυναμία να το επιτύχουν και στις περισσότερες φορές δεν καταλάβαιναν το ζητούμενο. Τέλος, σχετικά με την αντίστροφη αρίθμηση εμφανίστηκε ότι ήταν δύσκολο να καταμετρηθεί για τα νήπια και τα παιδιά της πρώτης είχαν μεγάλη δυσκολία και όσα το κατάφερναν μπορούσαν να αριθμήσουν από το 10 και κάτω.

Εικόνα 5

Ηλικία και επίδοση στην αρίθμηση

Μέγεθος/ Ηλικία	v<1 0	10≤v v<14	14≤v v<20	20≤v v<30	30≤v v<72	72≤v v<101	101≤v v<201	201≤v
4- 4*5 ¹	54	30,5	15,5	0	0	0	0	0
4*6-4*11	20,5	27,5	24	27,5	0	0	0	0
5- 5*5	13	15	24	33,5	11	3,5	0	0
5*6-5*11	5	15,5	23,5	26,5	18,5	8	2,5	0
6- 6*5	8,5	25	8,5	25	25	0	0	8,5

Η Καρούση (2018) ερεύνησε την ικανότητα της άμεσης εκτίμησης σε παιδιά από 3 έως 6 ετών, μέσω 10 λεπτής ατομικής συνέντευξης, με την χρήση καρτών οι οποίες είχαν κουκίδες σε διάφορες ποσότητες και σχηματισμούς και τις οποίες παρουσίαζαν στα παιδιά για 1 δευτερόλεπτο. Τα ευρήματα έδειξαν ότι τα παιδιά 3-4 ετών είχαν ευκολία στην άμεση εκτίμηση του αριθμού 2 και 3 σε γραμμική διάταξη ενώ στους υπόλοιπους σχηματισμούς είχαν σημαντική δυσκολία. Τα παιδιά ηλικίας 4-5 ετών ήταν σε θέση να εκτιμήσουν άμεσα ποσότητες τους αριθμούς 2 και 3 τόσο σε γραμμική διάταξη όσο και σε τριγωνικό σχηματισμό και τον αριθμό 4 σε σχηματισμό ζαριού. Τέλος, τα παιδιά ηλικίας 5-6 ετών, είχαν εμφανώς μεγαλύτερη ευκολία και πέρα από τους σχηματισμούς ου αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ηλικιακή ομάδα μπορούσαν να εκτιμήσουν άμεσα και τον αριθμό 4 στην μορφή ζαριού. Συνοπτικά, τα αποτελέσματα της έρευνας αναδεικνύουν την συσχέτιση της ηλικίας με την ευκολία και την ανάπτυξη της δεξιότητας της άμεσης εκτίμησης.

Η Ράλλη κ.α. (2013) χρησιμοποιώντας την Κλίμακα Αξιολόγησης Δεξιοτήτων Παιδιών Προσχολικής Ηλικίας (Ράλλη & Κασσωτάκη, 2012) αξιολόγησαν τις δεξιότητες των παιδιών στο τέλος του νηπιαγωγείου (5-6 ετών) και επανέλαβαν το κριτήριο περίπου ένα χρόνο μετά. Στην κατηγορία “Μαθηματικές δεξιότητες” του κριτηρίου, η οποία μας ενδιαφέρει, αξιολογούνται η αρίθμηση, η ομαδοποίηση, η διάταξη, οι χωρικές έννοιες, οι χρονικές έννοιες και όπως αναφέρεται άλλες μαθηματικές έννοιες. Στην έρευνα τους κατέληξαν ότι οι

μαθηματικές δεξιότητες των νηπίων είναι ισχυροί προβλεπτικοί παράγοντες ιδίως οι έννοιες της αρίθμησης, της ομαδοποίησης, της διάταξης, οι έννοιες χρόνου και άλλες μαθηματικές έννοιες. Ως άλλες μαθηματικές έννοιες νοείται στην συγκεκριμένη έρευνα η επίλυση προβλημάτων.

Η Δεσλή (2011) μελέτησε τον τρόπο με τον οποίο τα νήπια αντιμετωπίζουν καταστάσεις υπολογιστικής εκτίμησης με την χρήση δύο έργων. Το πρώτο έργο ζητούσε από τα παιδιά να κρίνουν τις εκτιμήσεις από άλλα παιδιά και στο δεύτερο, το οποίο σχετίζεται περισσότερο με την παρούσα έρευνα, ζητούσε να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα προσθέσεων οι οποίες παρουσιάστηκαν μέσα από δύο συνθήκες. Στην πρώτη τους δίνεται το άθροισμα ενώ στην δεύτερη όχι. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα νήπια μπορούν να επιτύχουν υπολογιστικές εκτιμήσεις σε οικείες καθημερινές καταστάσεις που αφορούν πρόσθεση, πριν την σχολική εκπαίδευση. Ακόμη, η ικανότητα εκτίμησης τους είναι καλύτερη όταν την παράγουν τα ίδια παρά όταν κρίνουν διαφορετικών προσώπων και τέλος αναδεικνύεται η σημαντικότητα του πλαισίου καθώς τα παιδιά παράγουν καλύτερες εκτιμήσεις όταν αυτές αφορούν οικείες καταστάσεις τις καθημερινής ζωής.

Στην έρευνα της Skoumpourdi (2010) για τον τρόπο που χρησιμοποιούν τα νήπια τα βοηθητικά μέσα προκειμένου να λύσουν προβλήματα βρέθηκε ότι στην ηλικία των 5 ετών τα παιδιά με την χρήση των κύβων, ή με τα δάχτυλα ή νοερά εμφανίστηκε ότι σε αυτήν την ηλικία με την χρήση των κύβων μπορούν να επιτύχουν στην επίλυση προσθετικών προβλημάτων ενώ νοερά το ποσοστό ήταν μηδαμινό. Όσον αφορά και στην διαδικασία επίλυσης προβλημάτων αφαίρεσης πάλι με την χρήση κύβων υπάρχει επιτυχία σε βαθμό 40% σε αντίθεση με την επίλυση με νοερό τρόπο όπου δεν υπάρχει καθόλου επιτυχία. Ωστόσο, παρατηρείται ότι στην διαδικασία της αφαίρεσης εμφανίζουν γενικά χαμηλότερη επιτυχία. Παρόμοια έργα θα χρησιμοποιηθούν και στην παρούσα έρευνα και προκειμένου να μελετηθεί και η ικανότητα των προνηπίων στην επίλυση προσθετικών ή προβλημάτων αφαίρεσης και να συγκριθεί με την ικανότητα των νηπίων.

Στην διδακτορική του διατριβή ο Κοτοπούλης (2004) συγκρίνει την ανάπτυξη των νηπίων, των παιδιών της πρώτης δημοτικού και των παιδιών της δεύτερα δημοτικού όσον αφορά τις μαθηματικές έννοιες ομαδοποίησης-ταξινόμησης, αντιστοίχιση ένα προς ένα και ισοδυναμία συνόλων, διάταξη σε σειρά, έννοια της διατήρησης, αριθμοακολουθία και αρίθμηση-Μέτρηση, έννοια του αριθμού (απόλυτος και τακτικός) και λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης. Από την έρευνα αυτή τα αποτελέσματα των δέκα νηπίων που συμμετείχαν, με ηλικιακό εύρος από 5.01-5.09, τα οποία αφορούν και την παρούσα έρευνα είναι τα εξής:

Τα νήπια, φαίνεται να εμφανίζουν αδυναμία στις σύνθετες ομαδοποιήσεις (30%) επιτυχία. Τόσο σε αυτές με την χρήση δύο κριτηρίων (μέγεθος, χρώμα ή μέγεθος και υλικό κατασκευής) όσο και σε αυτές με την χρήση ενός κριτηρίου και της άρνησης ενός δεύτερου.

Όσον αφορά στην ισοδυναμία συνόλων κατευθύνονται με διαισθητικό τρόπο και δεν την κατανοούν ακόμα, παρόλο που φαίνεται ότι έχουν εισαχθεί στην έννοια της ένα προς ένα αντιστοίχισης αντικειμένων.

Σε σχέση με την διάταξη τα νήπια τώρα ξεκινούν να δομούν την αριθμητική σειρά των αντικειμένων.

Τα νήπια έχουν μια σφαιρική και εποπτική αντίληψη της έννοιας της διατήρησης του αριθμού. Οι κρίσεις τους βασίζονται στην διαίσθηση και η διατήρηση αριθμητικών ποσοτήτων χάνεται όταν δεν υπάρχει εποπτικό υλικό.

Τα παιδιά αυτής της ηλικίας μπορούν να υπολογίσουν την πληθικότητα συλλογών με υλικά και εικονικές παραστάσεις μέσα στη δεκάδα. Ωστόσο, αυτή η ικανότητα μειώνεται σε συλλογές με πάνω από 10 στοιχεία και σε συνάρτηση με την διάταξη. Συχνό φαινόμενο είναι ότι τα παιδιά είτε να ξεχνούν είτε να επαναλαμβάνουν αριθμολέξεις.

Τα νήπια μέσα στην πρώτη δεκάδα μπορούν να απαγγέλουν τις αριθμολέξεις ανοδικά κάτι που δυσκολεύει όσο ανεβαίνουν στην εικοσάδα. Επιπλέον η καθοδική αρίθμηση εμφανίζει περισσότερες δυσκολίες.

Τέλος, η έρευνα εμφανίζει στα αποτελέσματα της ότι τα νήπια δεν έχουν οικοδομήσει τις έννοιες της απόλυτης και της τακτικής σημασίας του αριθμού, συνεπώς και την έννοια του αριθμού.

Συμπερασματικά από τις παραπάνω έρευνες προκύπτει ότι τα προνήπια και τα νήπια εμφανίζουν διαφορές οι οποίες κυρίως είναι λόγω της διαβάθμισης της δυσκολίας των μαθηματικών δραστηριοτήτων που τους ζητήθηκαν. Επιπλέον, τονίζεται η χρήση εποπτικών μέσων στην επιτυχία επίλυσης προβλημάτων. Όσον αφορά της έννοιες της σύγκρισης, της ταξινόμησης και της διάταξης δεν βρέθηκαν έρευνες παρά μόνο του Κοτοπούλη (2004) από την οποία αυτό που διαφαίνεται είναι η δυσκολία των νηπίων στην ομαδοποίηση αντικειμένων με δύο κριτήρια ή με ένα κριτήριο και άρνησης ενός δεύτερου.

Σημαντικότητα έρευνας

Συνεπώς, με βάση την παραπάνω βιβλιογραφική ανασκόπηση και το γεγονός ότι πλέον υπάρχει η δίχρονη υποχρεωτική προσχολική εκπαίδευση οδηγεί στην ανάγκη έρευνας η οποία πρώτον να μελετά σε ένα σύνολο λογικομαθηματικών έργων και έργων καταμέτρησης τις δυσκολίες των παιδιών με χαμηλή μαθηματική επάρκεια προκειμένου να χρησιμοποιηθούν αυτά τα ευρήματα στην διδασκαλία αυτών των παιδιών. Δεύτερον, να πραγματοποιηθεί μια σύγκριση προνηπίων και νηπίων για να εντοπιστούν οι τομείς στους οποίους εμφανίζεται σημαντική διαφορά ανάμεσα στην επίδοση των δύο αυτών ηλικιακών ομάδων οι οποίες φοιτούν στο ίδιο τμήμα έτσι ώστε να είναι πιο εφικτή η ανάλογη διαφοροποιημένη διδασκαλία. Στο σημείο αυτό καλό είναι να αναφερθεί ότι τα προηγούμενα δύο χρόνια δεν επικρατούσε η συνηθισμένη κανονικότητα των παιδιών εξαιτίας του κλεισίματος των σχολείων για μεγάλα χρονικά διαστήματα, γεγονός που μπορεί να επηρεάζει τα αποτελέσματα της έρευνας

Ερευνητικό Μέρος

Στόχος: Να διερευνηθούν οι δυσκολίες των παιδιών προσχολικής ηλικίας χαμηλής μαθηματικής επάρκειας και να συγκριθούν οι δυσκολίες στην πρώιμη μαθηματική επάρκεια των προνηπίων και των νηπίων.

Ερευνητικά ερωτήματα

1. Σε ποιες μαθηματικές δεξιότητες εμφανίζουν δυσκολίες τα παιδιά προσχολικής ηλικίας χαμηλής μαθηματικής επάρκειας;
2. Σε ποιες μαθηματικές δεξιότητες παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση στην επίδοση των προνηπίων-νηπίων κατά την είσοδο τους στο νηπιαγωγείο;

Μέθοδος

Η έρευνα μπορεί να χαρακτηριστεί και ποσοτική και ποιοτική καθώς τα δεδομένα που συλλέχθηκαν αναλύθηκαν και ποσοτικά και ποιοτικά. Ποσοτικά πραγματοποιήθηκε μια σύγκριση για την εύρεση στατιστικής σημαντικότητας στην επίδοση των προνηπίων και των νηπίων στο σύνολο του κριτηρίου και στα επιμέρους έργα του. Ποιοτικά πραγματοποιήθηκε μια ανάλυση με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης για τον τρόπο επίλυσης των έργων του κριτηρίου. Ωστόσο, πρέπει να αναφερθεί ότι ηλικιακές αυτές ομάδες δεν χωρίζονται σε διαφορετικά ηλικιακά τμήματα.

Δείγμα

Το δείγμα αποτελείται από 70 παιδιά προσχολικής ηλικίας από τα οποία τα 38 είναι αγόρια και τα 32 κορίτσια. Επίσης, τα παιδιά χωρίζονται σε 35 προνήπια δηλαδή ηλικιακές ομάδες από 4.00-4.05 (19 παιδιά) και 4.06-4.11 (16 παιδιά) και 35 νήπια, δηλαδή ηλικιακές ομάδες 5.00-5.05 (18 παιδιά) και 5.06-5.11 (17 παιδιά). Η έρευνα μελετά τις επιδόσεις ανάμεσα στα προνήπια και στα νήπια ωστόσο το κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε χωρίζει τα παιδιά στις παραπάνω ηλικιακές ομάδες. Από τα προνήπια συνολικά τα αγόρια είναι 22 και τα κορίτσια 14 ενώ στα νήπια τα αγόρια είναι 16 και τα κορίτσια 19. Το δείγμα συλλέχθηκε με βολική δειγματοληψία (Creswell, 2011) και όλα τα παιδιά που συμμετέχουν φοιτούν σε νηπιαγωγεία της δυτικής Θεσσαλονίκης. Τέλος για όλα τα παιδιά που συμμετείχαν στην έρευνα ζητήθηκε και δόθηκε γραπτή άδεια από τους γονείς τους, στην οποία υπάρχει εξήγηση για την έρευνα και την διαδικασία.

Πίνακας 1

Δημογραφικά χαρακτηριστικά του συνολικού πληθυσμού

	Προνήπια	Νήπια	Σύνολο	Ποσοστό
Αγόρια	22	16	38	54,63%
Κορίτσια	13	19	32	45,7%
Σύνολο	35	35	70	100%

Εργαλείο συλλογής δεδομένων

Ως εργαλείο συλλογής δεδομένων στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε το Κριτήριο Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης (Van Luit et al., 2006). Το εργαλείο προσαρμόστηκε και σταθμίστηκε για τα Ελληνικά δεδομένα από τους Μπάρμπα και Βερμέουλεν (2008), προκειμένου να είναι κατάλληλο να μετράει την πρώιμη μαθηματική επάρκεια των παιδιών προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας. Το κριτήριο βασίζεται στην προσέγγιση των Van de Rijt et al (2003) που αναπτύξαμε στο θεωρητικό μέρος.

Το κριτήριο περιέχει 8 κατηγορίες έργων και η κάθε κατηγορία περιλαμβάνει 5 έργα, σύνολο 40 έργα. Αναλόγως το έργο χρησιμοποιείται κάποιο υλικό όπως εικόνες, μολύβι (αντιστοίχιση), κύβοι ή μπορεί να είναι καθαρά προφορική η απάντηση. Το παιδί βαθμολογείται με βάση τις σωστές απαντήσεις σε αυτά τα 40 έργα, κάθε σωστή απάντηση

βαθμολογείται με 1. Στη συνέχεια αυτός ο βαθμός μετατρέπεται σε βαθμό επάρκειας και δείχνει με βάση την ηλικία του παιδιού το επίπεδο της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας του. Τα επίπεδα της μαθηματικής επάρκειας είναι 5 (Ε κατώτερο -Α ανώτερο). Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι συγκρίνονται τα επίπεδα στα οποία βρίσκονται τα προνήπια και τα νήπια.

Παρακάτω αναφέρονται συνοπτικά οι κατηγορίες έργων στις οποίες χωρίζεται το εργαλείο και το τι ζητείται από το παιδί στην καθεμία.

Σύγκριση

Η έννοια αυτή αφορά την σύγκριση αντικειμένων τόσο στα ποιοτικά όσο και στα ποσοτικά τους χαρακτηριστικά. Δηλαδή κατά πόσο τα παιδιά έχουν κατακτήσει και χρησιμοποιούν έννοιες για την σύγκριση άνισων καταστάσεων όπως τα περισσότερα, τα λιγότερα, πιο χαμηλά κ.α.

Ταξινόμηση

Ταξινόμηση αντικειμένων με ένα ή δύο κριτήρια με διαφορετικό βαθμό δυσκολίας σε κάθε έργο.

Αντιστοίχιση

Αναφέρεται στην σύγκριση ποσοτήτων με την “ένα προς ένα” αντιστοίχιση. Με αυτόν τον τρόπο εκτιμάται κατά πόσο τα παιδιά μπορούν να συσχετίζουν τα αντικείμενα δύο συνόλων με την “ένα προς ένα” αντιστοίχιση.

Σειριοθέτηση.

Αφορά την διάταξη αντικειμένων με βάση ενός ή περισσότερων κριτηρίων με διαφορετικό βαθμό δυσκολίας.

Χρήση λέξεων αρίθμησης

Η κατηγορία αυτή αναφέρεται στην ικανότητα χρήσης των αριθμολέξεων με την σειρά μέχρι το 20. Οι αριθμολέξεις μελετάται αν χρησιμοποιούνται τόσο σε αύξουσα όσο και σε φθίνουσα σειρά και ξεκινώντας την αρίθμηση και από έναν δοσμένο αριθμό και μετά.

Δομημένη καταμέτρηση

Αναφέρεται η καταμέτρηση αντικειμένων σε οργανωμένη ή όχι διάταξη με την χρήση, συνήθως, του δαχτύλου για να δείχνει ή να τοποθετεί τα αντικείμενα προκειμένου να διευκολυνθεί στην καταμέτρηση.

Αποτελεσματική καταμέτρηση

Στην ενότητα αυτή εννοείται η ακριβής καταμέτρηση αντικειμένων και στην αναφορά του τελευταίου αριθμού για απάντηση χωρίς να επιτρέπεται να δείχνει με το δάχτυλο ή να χειρίζεται τα αντικείμενα.

Γενική γνώση των αριθμών

Η τελευταία ενότητα αναφέρεται στην εφαρμογή της αρίθμησης σε καθημερινές καταστάσεις οι οποίες παρουσιάζονται σε ζωγραφιές. Όπως για παράδειγμα η χρήση ζαριών για ένα επιτραπέζιο παιχνίδι.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ψυχομετρικό εργαλείο αφορά το επίπεδο των παιδιών και αυτό θα συγκριθεί και όχι την επάρκεια καθώς δια μέσου της ηλικίας εντοπίζεται το επίπεδο. Όπως θα εξηγηθεί και παρακάτω ένα προνήπιο με την ίδια επάρκεια με ένα νήπιο δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, καθώς λαμβάνεται υπόψη η ηλικία.

Όσον αφορά το ερευνητικό εργαλείο της έρευνας συσχετίζοντας το με αυτό το πρόγραμμα σπουδών στηρίζεται κυρίως στην ενότητα «Αριθμοί και Πράξεις» και λιγότερο στις ενότητες «Χώρος και Γεωμετρία» και «Μετρήσεις», «Αλγεβρική σκέψη» (1 προς 1 αντιστοίχιση) και τις «Στοχαστικά Μαθηματικά» (στις γενικές γνώσεις απαιτείται οργάνωση των πληροφοριών και χρήση κατάλληλης στρατηγικής για την επίλυση του προβλήματος). Το γεγονός αυτό οφείλεται και στο γεγονός ότι μεγαλύτερη βάση δίνεται στην επεξεργασία των αριθμών και των σχέσεων του καθόλη την προσχολική και σχολική ζωή των παιδιών.

Επίπεδα μαθηματικής επάρκειας στην προσχολική ηλικία

Η παρούσα εργασία χρησιμοποιεί το εργαλείο Πρώιμης μαθηματικής επάρκειας της Ουτρέχτης (Μπάρμπας & Βερμέουλεν, 2008). Συνεπώς, τα παιδιά σύμφωνα με τα αποτελέσματα τους θα καταταχθούν σε 5 επίπεδα τα οποία είναι τα εξής:

“Επίπεδο E: πολύ αδύναμο έως αδύναμο (στη συνολική κατάταξη των βαθμών επάρκειας των παιδιών μιας ηλικιακής ομάδας, το επίπεδο αυτό αντιστοιχεί με το κατώτερο 10 % των βαθμών επάρκειας)

Επίπεδο Δ: αδύναμο έως μέτριο (στη συνολική κατάταξη των βαθμών επάρκειας των παιδιών μιας ηλικιακής ομάδας, το επίπεδο αυτό αντιστοιχεί με τους βαθμούς επάρκειας που κυμαίνονται πάνω από το κατώτερο 10 % και κάτω από το ανώτερο 75 % των βαθμών επάρκειας)

Επίπεδο Γ: μέτριο έως αρκετά καλό (στη συνολική κατάταξη των βαθμών επάρκειας των παιδιών μιας ηλικιακής ομάδας, το επίπεδο αυτό αντιστοιχεί με το 25 % των βαθμών που βρίσκονται αμέσως κάτω από τη διάμεσο).

Επίπεδο Β: αρκετά καλό έως καλό (στη συνολική κατάταξη των βαθμών επάρκειας των παιδιών μιας ηλικιακής ομάδας, το επίπεδο αυτό αντιστοιχεί με το 25 % των βαθμών που βρίσκονται αμέσως πάνω από τη διάμεσο).

Επίπεδο Α: καλό έως πολύ καλό (στη συνολική κατάταξη των βαθμών επάρκειας των παιδιών μιας ηλικιακής ομάδας, το επίπεδο αυτό αντιστοιχεί με το ανώτερο 25 % των βαθμών επάρκειας)” (Μπάρμπας & Βερμέουλεν, 2008).

Διαδικασία

Στους συμμετέχοντες χορηγήθηκε ατομικά το Ψυχομετρικό Κριτήριο Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης (Μπάρμπας & Βερμέουλεν, 2008). Η κάθε ατομική αξιολόγηση διήρκεσε περίπου μισή ώρα. Η αξιολόγηση λάμβανε χώρο σε ήσυχο μέρος του σχολείου με παρουσία μόνο της ερευνήτριας και του εκάστοτε παιδιού. Οι απαντήσεις καταγράφονται στο φύλλο εξεταστή. Η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε τους μήνες Νοέμβριο και Δεκέμβριο του 2021.

Εγκυρότητα

Η εγκυρότητα εννοιολογικής κατασκευής του εργαλείου προέρχεται από την έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί για την στάθμιση του (Μπάρμπας και Βερμέουλεν, 2008). Η εγκυρότητα περιεχομένου προκύπτει από το γεγονός ότι το κριτήριο αξιολογεί το επίπεδο του κάθε παιδιού στις 4 λογικές διεργασίες του Piaget και στην πρώιμη αρίθμηση κάτι το οποίο υποστηρίχτηκε στο θεωρητικό πλαίσιο ότι καλύπτει το κύριο μέρος της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας και διερευνά τα ερωτήματα της έρευνας.

Αξιοπιστία

Η αξιοπιστία του εργαλείου προκύπτει από την στάθμιση του και σύμφωνα με τον δείκτη αξιοπιστίας Cronbach's Alpha το επίπεδο αξιοπιστίας είναι 0,87 (Μπάρμπας και Βερμέουλεν, 2008). Ως προς την αξιοπιστία δείγματος, προκειμένου η έρευνα να είναι αξιόπιστη συλλέχθηκαν δεδομένα με τον ίδιο αριθμό ατόμων στην κάθε ηλικιακή ομάδα (νήπια-προνήπια) και ο τρόπος χορήγησης πραγματοποιήθηκε από την ερευνήτρια σύμφωνα με τις οδηγίες του σταθμισμένου εργαλείου. Επιπροσθέτως, πραγματοποιήθηκε και έλεγχος αξιοπιστίας του κριτηρίου στην έρευνα μας η οποία θα αναφερθεί παρακάτω.

Επεξεργασία δεδομένων

Η ποσοτική ανάλυση δεδομένων πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα IBM SPSS Statistics 27.0.1 όπως προαναφέρθηκε οι δύο ομάδες έχουν παρόμοια κατανομή (βλ. Πίνακα 2). Η ανάλυση, στο κεφάλαιο για τις δυσκολίες των παιδιών χαμηλής μαθηματικής επάρκειας προκειμένου να εντοπιστούν τα έργα στα οποία εμφανίζουν τα περισσότερα παιδιά με δυσκολία, έγινε με περιγραφική στατιστική (Συχνότητα). Στο κεφάλαιο που πραγματοποιείται σύγκριση μεταξύ προνηπίων- νηπίων πραγματοποιήθηκε μη παραμετρικός έλεγχος στα δείγματα προκειμένου να βρεθεί εάν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ομάδες στο σύνολο της επάρκειας και στα επιμέρους έργα. Η ποιοτική ανάλυση των δεδομένων έγινε με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης όπου είχαν καταγραφεί οι στρατηγικές των παιδιών προκειμένου να απαντήσουν τις ερωτήσεις. Στο σημείο αυτό καλό είναι να αναφερθεί ότι λόγω της ποσότητας του δείγματος στην ανάλυση των δεδομένων ομαδοποιήθηκαν τα επίπεδα E και Δ, τα οποία θα αφορούν τα παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια, και τα επίπεδα A και B τα οποία αφορούν το καλό επίπεδο μαθηματικής επάρκειας

Αποτελέσματα

Αξιοπιστία κριτηρίου

Ο έλεγχος αξιοπιστίας του κριτηρίου για την συγκεκριμένη έρευνα πραγματοποιήθηκε με την χρήση του δείκτη αξιοπιστίας Cronbach's Alpha. Ο δείκτης στην ανάλυση για το σύνολο των σαράντα έργων του κριτηρίου έδειξε ένα υψηλό επίπεδο αξιοπιστίας 0,843.

Επίπεδο Επάρκειας προνηπίων- νηπίων

Σύμφωνα με τον μη παραμετρικό έλεγχο (Mann-Whitney Test) η στατιστική διαφορά στο επίπεδο επάρκειας των προνηπίων συγκριτικά με αυτή των νηπίων είναι οριακά στατιστικά σημαντική ($p=0.029$).

Κατανομή προνηπίων-νηπίων στα 5 επίπεδα

Από τα 35 προνήπια τα 4 από αυτά κατατάσσονται στο επίπεδο E (11,4%), τα 8 στο επίπεδο Δ (22,9%), τα 15 στο επίπεδο Γ (42,9%), τα 7 στο επίπεδο B (20%) και 1 στο επίπεδο A(2,9%) μαθηματικής επάρκειας. Συνεχίζοντας από τα 35 νήπια 1 βρίσκεται στο επίπεδο E (2,9%), 7 στο επίπεδο Δ (20%), 9 στο επίπεδο Γ(25,9%), 16 στο επίπεδο B (45,7%) και 2 στο επίπεδο A(5,7%). Από τα παραπάνω δεδομένα παρατηρείται ότι πάνω από τα μισά προνήπια (77,1%) βρίσκονται σε επικινδυνότητα προς χαμηλό επίπεδο μαθηματικής επάρκειας ενώ στα νήπια (51,4%) οριακά πάνω από τα μισά παιδιά βρίσκονται στα υψηλά επίπεδα μαθηματικής

επάρκειας. Κάτι το οποίο φαίνεται και πιο καθαρά όταν ομαδοποιούμε τα επίπεδα επάρκειας σε τρία, χαμηλό, μεσαίο και υψηλό.

Πίνακας 2

Κατανομή του δείγματος στα 5 επίπεδα μαθηματικής επάρκειας

Ηλικία	Ε	Δ	Γ	Β	Α	Σύνολο
Προνήπιο	4	8	15	7	1	35
% επί του συνόλου των προνηπίων	11,4%	22,9%	42,9%	20,0%	2,9%	
Νήπιο	1	7	9	16	2	35
% επί του συνόλου των νηπίων	2,9%	20%	25,7%	45,7%	5,7%	
Σύνολο	5	15	24	23	3	70
	7,1%	21,4%	34,3%	32,9%	4,3%	100%

Καθώς η έρευνα θα ασχοληθεί και με τα παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας και τις δυσκολίες τους οι ομάδες χωρίστηκαν σε τρεις. Από το Ε έως το Δ είναι τα επίπεδα που δηλώνουν από την πολύ χαμηλή ως την χαμηλή μαθηματική επάρκεια, το επίπεδο Γ δηλώνει την επικινδυνότητα προς μέτρια πρόωμη μαθηματική επάρκεια, η οποία μπορεί να οφείλεται σε εξωγενείς ή ενδογενείς λόγους, ενώ τα επίπεδα Β και Α δηλώνουν ένα εύρος από αρκετά καλή έως πολύ καλή. Συνεπώς κρίθηκε σκόπιμο να χωριστούν οι ομάδες των επιπέδων σε τρεις όπου Ε και Δ να είναι η χαμηλή, η Γ η μεσαία και Β και Α η καλή. Η κατανομή του δείγματος στα 3 επίπεδα έχει ως εξής: Στο χαμηλό επίπεδο (Ε-Δ) υπάρχουν 12 προνήπια από τα 35 (34,3%) και 8 νήπια στα 35 (22,9%). Στο μεσαίο επίπεδο (Γ) υπάρχουν 15 προνήπια από τα 35 (42,9%) και 9 νήπια από τα 35 (25,7%). Τέλος στο καλό επίπεδο (Β-Α) κατατάσσονται 8 προνήπια από τα 35 (22,9%) και 18 νήπια από τα 35 (51,4%)

Πίνακας 3

Κατανομή του δείγματος στα 3 επίπεδα μαθηματικής επάρκειας

Ηλικία		E-Δ	Γ	B-A	Σύνολο
Προνήπιο	N	12	15	8	35
	% επί του συνόλου προνηπίων	34,3%	42,9%	22,9%	
Νήπιο	N	8	9	18	35
	% επί του συνόλου των νηπίων	22,9%	25,7%	51,4%	
Σύνολο δείγματος		20	24	26	70
		28,5%	34,3%	37,2%	100%

Παιδιά με χαμηλή μαθηματική επάρκεια

Στην μελέτη των δυσκολιών των παιδιών με χαμηλή μαθηματική επάρκεια θα εξαιρεθούν τα έργα στα οποία το σύνολο των παιδιών έχει χαμηλή επίδοση, καθώς αυτό υποδεικνύει ότι δεν είναι δυσκολία μόνο των παιδιών με χαμηλή μαθηματική επάρκεια αλλά πιθανόν συντρέχουν άλλοι παράγοντες που θα συζητηθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Τα έργα τα οποία θα αναλυθούν παρουσιάζονται στον πίνακα 4 για τα προνήπια και στον πίνακα 5 για τα νήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια.

α. Προνήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα έργα και οι δυσκολίες που εμφανίζουν τα προνήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια. Από την ανάλυση θα εξαιρεθούν πρώτον τα έργα όπου στο σύνολο των προνηπίων υπάρχει χαμηλή επίδοση και δεύτερον θα εξαιρεθούν τα έργα στα

οποία σε ποσοστό μεγαλύτερο του 70% των προνηπίων με χαμηλή μαθηματική επάρκεια απάντησαν σωστά (βλ. πίνακα 4).

Πίνακας 4

Παρουσίαση συχνοτήτων προνηπίων Ε-Δ επιπέδου

	Λάθος	%	Σωστό	%	Σύνολο	%
Έργο 2	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 4	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 5	6	50%	6	50%	12	100%
Έργο 7	6	50%	6	50%	12	100%
Έργο 8	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 9	12	100%	0	0	12	100%
Έργο 13	9	75%	3	25%	12	100%
Έργο 14	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 16	9	75%	3	25%	12	100%
Έργο 18	8	66,7%	4	33,3%	12	100%
Έργο 21	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 22	9	75%	3	25%	12	100%
Έργο 23	12	100%	0	0	12	100%
Έργο 26	10	83,3%	2	16,7%	12	100%
Έργο 27	9	75%	3	25%	12	100%
Έργο 28	12	100%	0	0	12	100%
Έργο 29	11	91,7%	1	8,3%	12	100%
Έργο 31	9	75%	3	25%	12	100%
Έργο 33	12	100%	0	0	12	100%
Έργο 36	7	58,3%	5	41,7%	12	100%
Έργο 38	12	100%	0	0	12	100%
Έργο 39	11	91,7%	1	8,3%	12	100%

Σύγκριση

Έργο 2: “Πιο χοντρός από”

Στο έργο 2 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχουν εικόνες από ίδιους σε χαρακτηριστικά

ανθρώπους και ζητείται από τα παιδιά να δείξουν τον πιο χοντρό από αυτόν που βρίσκεται μέσα σε ένα πλαίσιο.

Έργο 4: “ Λιγότερα από”

Στο έργο 4 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχουν εικόνες από ίδιους σε χαρακτηριστικά ινδιάνους με διαφορετικό αριθμό φτερών στο κεφάλι τους. Ζητείται από τα παιδιά να δείξουν αυτόν που έχει λιγότερα φτερά από τον ινδιάνο που βρίσκεται σε πλαίσιο.

Έργο 5: “Τα λιγότερα”

Στο έργο 5 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (50%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχουν κουτιά με μπίλιες σε διάφορες ποσότητες (όχι μεγαλύτερη του 7) και διατάξεις και ζητείται από τα παιδιά να δείξουν το κουτί με τις λιγότερες. Τα προνήπια με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης έδειξαν άμεσα κάποιο κουτί χωρίς κάποια εμφανή στρατηγική (π χ καταμέτρηση).

Συμπερασματικά παρατηρείται στην ηλικιακή ομάδα των προνηπίων εμφανίζεται δυσκολία και στην σύγκριση απλών εννοιών όπως το πιο χοντρός. Ενώ στην έννοια του λιγότερου όπου θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν άμεση εκτίμηση ή να μετρήσουν, είναι πιο αναμενόμενη η δυσκολία τους καθώς η δοκιμασία πραγματοποιήθηκε στην αρχή της χρονιάς και τα παιδιά πιθανόν δεν είχαν έρθει σε επαφή με τέτοιου τύπου προβλήματα. Επιπροσθέτως παρατηρείται ότι οι απαντήσεις τους δίνονται με οπτικοαντιληπτική επεξεργασία, η οποία όμως στα συγκεκριμένα έργα δεν επαρκεί.

Ταξινόμηση

Έργο 7: “Σύνολο σχημάτων (5 τετράγωνα-καθόλου τρίγωνα)”

Στο έργο 7 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (50%) απάντησαν λάθος. Στο συγκεκριμένο έργο τα παιδιά έπρεπε να εντοπίσουν από τα δοσμένα σύνολα εκείνο το οποίο είχε 5 τετράγωνα και καθόλου τρίγωνα. Στην ουσία θα αρκούσε απλά να βρουν ποιο σύνολο δεν έχει τρίγωνα καθώς όλα τα υπόλοιπα ασχέτως ποσότητας είχαν τρίγωνα. Παρατηρείται λοιπόν, μία δυσκολία στην σωστή επεξεργασία και αξιοποίηση των δεδομένων που τους δόθηκαν.

Έργο 8 'Δείξε όλους τους γκρι κύκλους'

Στο έργο 8 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης είτε παρέλειψαν κάποιον κύκλο είτε έδειξαν και κάποιον με άσπρο χρώμα, είτε έδειχναν κάποιον παραπάνω φορές και μία περίπτωση όπου έδειξε όλα τα γκρι σχήματα. Συνεπώς, παρατηρείται ότι υπήρχε η αναγνώριση σχήματος και χρώματος αλλά δεν υπήρχε συστηματική επεξεργασία της εικόνας για τον εντοπισμό τους. Επίσης γίνεται φανερή η δυσκολία χρήσης και επεξεργασίας όταν τους δίνονται δύο κριτήρια.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι τα προνήπια δυσκολεύονται στην συστηματική επεξεργασία των δεδομένων τους, ιδίως όταν τους δίνονται δύο κριτήρια και στην συγκράτηση των χρηστικών δεδομένων.

Αντιστοίχιση

Έργο 13: "Αντιστοίχιση συνόλων με το ίδιο πλήθος αντικειμένων"

Στο έργο 13 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 9 (75%) απάντησαν λάθος. Παρατηρείται ότι οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα προνήπια χαμηλού επιπέδου ήταν στις ποσότητες 3-3, 4-4 και 5-5, δηλαδή γινόταν αντιστοίχιση 3-4, 4-5 και 5-4. Παρατηρείται λοιπόν ότι δυσκολία τους εξαρτάται από τον βαθμό δυσκολίας του έργου και όχι από το είδος της ερώτησης.

Έργο 14: "Εντοπισμός του συνόλου όπου ισχύει 1-1 αντιστοιχία- Έργο διατήρησης της ποσότητας"

Στο έργο 14 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Στα παιδιά ζητήθηκε να δείξουν το σύνολο όπου είναι τόσες οι κότες όσες και τα αυγά. Παρόλο που προτάθηκε στα παιδιά εάν θέλουν να χρησιμοποιήσουν το μολύβι για να τραβήξουν γραμμές, δεν το χρησιμοποίησαν απλά έδειξαν κοιτώντας πρώτα τις εικόνες. Παρατηρείται έλλειψη χρήσης κάποιας στρατηγικής για την εύρεση του σωστού, καθώς απλά έδειχναν μια εικόνα με οπτικοαντιληπτικό τρόπο. Ωστόσο σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι το πλήθος των αντικειμένων ήταν από 10 έως 11 όποτε για την ηλικία αυτή ίσως θα έπρεπε να επαναληφθεί το συγκεκριμένο έργο με μικρότερες ποσότητες για να μπορέσει να μελετηθεί ποια είναι η δυσκολία τους, καθώς σε μικρότερες ποσότητες μπορεί είχαν διαφορετικό τρόπο επίλυσης.

Συμπερασματικά, στην αντιστοίχιση αντίστοιχου πλήθους εμφανίζουν δυσκολία σε σύνολα από 3 και πάνω και σε μεγαλύτερα σύνολα (κότες και αυγά), όπου δεν χρειάζεται να μετρήσουν

δεν χρησιμοποιούν κάποια στρατηγική για την επίλυση αλλά απαντούν με οπτικοαντιληπτικό τρόπο.

Σειριοθέτηση (Διάταξη)

Έργο 16: Να δείξουν το σύνολο με τα αντικείμενα από το μεγαλύτερο στο μικρότερο

Στο έργο 16 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 9 (75%) απάντησαν λάθος Σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης οι δυσκολίες είναι οι εξής: α) Πρώτο μήλο μεγάλο-δεύτερο μικρό, θεωρούν ότι πληροί τα κριτήρια χωρίς να δώσουν σημασία στα υπόλοιπα μήλα, έλλειψης γνώσης της έννοιας της διάταξης, β) Πρώτο μήλο μεγάλο ασχέτως θέσης των υπολοίπων, συγκράτηση μόνο της μιας πληροφορίας, γ) Πρώτο μήλο μικρό, συγκράτηση της τελευταίας πληροφορίας χωρίς ουσιαστική επεξεργασία της.

Έργο 18: εντοπισμός συνόλου όπου τα αντικείμενα είναι τοποθετημένα από το μικρότερο και πιο ανοιχτό στο μεγαλύτερο και πιο σκούρο.

Στο έργο 18 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 8 (66,7%) απάντησαν λάθος Με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης υπήρχαν λάθη δύο κατηγοριών είτε επέλεξαν την εικόνα που έδειχνε τα ζητούμενα ως πρώτο και δεύτερο χωρίς να ληφθεί υπόψη η θέση των υπολοίπων, είτε έδειχναν εικόνα με λάθος δεδομένα (πρώτος κύκλος μεγαλύτερος και ανοιχτός). Παρατηρείται δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας της διάταξης και στην συγκράτηση και χρήση των πληροφοριών.

Συμπερασματικά τα προνήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας δεν φαίνεται να έχουν κατακτήσει την έννοιας της διάταξης και η δυσκολία τους αυξάνεται όταν γίνεται χρήση δύο κριτηρίων.

Χρήση λέξεων αρίθμησης

Έργο 21: Αρίθμηση μέχρι το 20

Στο έργο 21 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό ζητείται από τα παιδιά να αριθμήσουν μέχρι το 20. Οι δυσκολίες που εμφανίζουν είναι είτε ότι χάνουν κάποια αριθμολέξη, ή ότι δεν ξέρουν να μετρούν μέχρι το 20 και σταματάνε πιο πριν. Οι δυσκολίες αυτές εντοπίζονται και μέσα στην πρώτη δεκάδα για κάποια παιδιά.

Έργο 22: Εύρεση ενός συνόλου με την ζητούμενη ποσότητα

Στο έργο 22 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 9 (75%) απάντησαν λάθος. Στο συγκεκριμένο έργο ανάμεσα από τέσσερα εικόνες με κουκίδες έπρεπε να δείξουν αυτήν με τις 7 (οι κουκίδες είχαν διάταξη 3-3,3-1-3, 3-2-3, 3-3-3). Τα προνήπια απαντούσαν είτε με οπτικοαντιληπτική επεξεργασία, είτε μετρώντας αλλά συχνά υπήρχε λάθος στην καταμέτρηση (παράλειψη κουκίδας ή διπλής μέτρησης). Συνεπώς εμφανίζεται αδυναμία στην ηλικία των προνηπίων χρήση στρατηγικής (δισαισθητικές απαντήσεις) και αδυναμία στην ένα προς ένα καταμέτρηση.

Συμπερασματικά, τα προνήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας δυσκολεύονται στην απλή αρίθμηση ως το 20 και στην καταμέτρηση συνόλου αντικειμένων λιγότερων των 10.

Δομημένη καταμέτρηση

Έργο 26: Καταμέτρηση “16 κύβων σε 4 σειρές των τεσσάρων”

Στο έργο 26 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 10 (83,3%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες των προνηπίων χαμηλής μαθηματικής επάρκειας σε αυτό το έργο είναι λάθη στην αρίθμηση (παραλείπουν αριθμολέξεις, τις μπερδεύουν, δεν ξέρουν να αριθμούν μέχρι το 16), λάθη στην απαρίθμηση δείχνουν δύο φορές τον ίδιο κύβο ή παραλείπουν κάποιο, και στην καταμέτρηση δεν έχουν κατακτήσει την αρχή της πληθικότητας.

Έργο 27: Καταμέτρηση “9 κύβοι σε σχήμα κύκλου”

Στο έργο 27 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 9 (75%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες των παιδιών σε αυτό το έργο είναι ίδιες με το προηγούμενο και εμφανίζεται και η διπλή μέτρηση του πρώτου κύβου.

Συμπερασματικά. καθώς τα προνήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας δεν καταφέρνουν να απαγγείλουν τους αριθμούς ως το 20 είναι επόμενο και στις δραστηριότητες καταμέτρησης να μην μπορούν να επιτύχουν. Επίσης, από τα έργα 22 και 27 παρατηρείται ότι στην ηλικία των προνηπίων χαμηλής μαθηματικής επάρκειας υπάρχει δυσκολία στην καταμέτρηση αντικειμένων και κάτω από την δεκάδα.

Αποτελεσματική καταμέτρηση

Έργο 31: Δίνονται 15 κύβοι και ζητείται να βάλουν τους 11 σε σειρά.

Στο έργο 31 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 9 (75%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα προνήπια ήταν να τοποθετήσουν όλους τους κύβους, να τοποθετήσουν λιγότερους ή περισσότερους λόγω λάθους στην καταμέτρηση και λάθη στην χρήση αριθμολέξεων.

Γενική γνώση αριθμών

Έργο 36: Κουτιά με καραμέλες

Στο έργο 31 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (58,3%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχει η εικόνα από ένα άσπρο και ένα μαύρο κουτί. Ο εξεταστής πληροφορεί τα παιδιά ότι το μαύρο κουτί έχει 9 καραμέλες και το άσπρο 13 και ζητάει να του δείξουν αυτό που έχει τις περισσότερες, σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι οι καραμέλες δεν φαίνονται. Τα προνήπια άμεσα έδειχναν ένα από τα δύο κουτιά, πιθανή δυσκολία στο συγκεκριμένο έργο είναι η έλλειψη γνώσης διάταξης των αριθμών που εμφανίζεται και στα προηγούμενα έργα και η δυσκολία νοερής επεξεργασίας χωρίς την χρήση οπτικού υλικού.

Έργο 39: Καταμέτρηση με κρυφή εικόνα

Στο Έργο 39 από τα 12 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 11 (91,7%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό δίνεται μια εικόνα με μια πολυκατοικία που έχει 9 παράθυρα εκ των οποίων το ένα το κρύβει ένα δέντρο. Τα παιδιά καλούνται να βρουν πόσα είναι τα παράθυρα της πολυκατοικίας, και τους δείχνονται κάποια παράθυρα προς αποφυγή μη κατανόησης της εικόνας. Οι δυσκολίες που εμφανίστηκαν ήταν παράλειψη του κρυμμένου παραθύρου και λάθη στην απαρίθμηση και στην καταμέτρηση.

Συμπερασματικά στην κατηγορία γενική γνώση των αριθμών οι δυσκολίες που εμφανίζουν τα προνήπια σχετίζονται με τις γενικότερες δυσκολίες στην πρώτη αρίθμηση οι οποίες εμφανίστηκαν στις προηγούμενες κατηγορίες έργων, στην δυσκολία των λογικών διεργασιών όπως η αντιστοίχιση 1 προς 1, και στην έλλειψη χρήσης στρατηγικών.

Συνοψίζοντας, τα προνήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας δείχνουν να χρησιμοποιούν την οπτικολανθιπητική επεξεργασία προκειμένου να απαντήσουν σε αυτό που τους ζητείται. Παρουσιάζουν έλλειψη χρήσης άλλων στρατηγικών και η δυσκολία τους αυξάνεται όταν

υπάρχουν περισσότερα από ένα κριτήρια. Επιπροσθέτως, δεν φαίνεται να έχουν κατακτήσει την έννοια της διάταξης και δεν έχουν οικοδομήσει δεξιότητες καταμέτρησης στην πρώτη δεκάδα.

β. Νήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα έργα και οι δυσκολίες που εμφανίζουν τα νήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια. Παρομοίως με τα προνήπια, θα εξαιρεθούν τα έργα όπου στο σύνολο τους τα νήπια εμφάνισαν χαμηλή επίδοση και τα έργα όπου τα νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας απάντησαν σε ποσοστό πάνω από το 70% σωστά. Τα έργα τα οποία θα αναλυθούν εμφανίζονται στον πίνακα 5.

Πίνακας 5

Παρουσίαση συχνότητας νηπίων χαμηλού επιπέδου

	Λάθος	%	Σωστό	%	Σύνολο	%
Έργο 9	7	87,5%	1	12,5%	8	100%
Έργο 12	3	35,5%	5	62,5%	8	100%
Έργο 13	6	75%	2	25%	8	100%
Έργο 14	4	50%	4	50%	8	100%
Έργο 16	4	50%	4	50%	8	100%
Έργο 18	4	50%	4	50%	8	100%
Έργο 23	8	100%	0	0	8	100%
Έργο 26	5	62,5%	3	37,5%	8	100%
Έργο 28	6	75%	2	25%	8	100%
Έργο 29	6	75%	2	25%	8	100%
Έργο 31	5	62,5%	3	37,5%	8	100%
Έργο 33	7	87,5%	1	12,5%	8	100%
Έργο 36	4	50%	4	50%	8	100%
Έργο 38	6	75%	2	25%	8	100%
Έργο 39	4	50%	4	50%	8	100%

Ταξινόμηση

Έργο 9: “Έντοπισμός ανθρώπων με 1 χαρακτηριστικό και 1 ιδιότητα που λείπει”

Στο Έργο 9 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 7 (87,5%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό υπήρχαν άνθρωποι με διάφορα χαρακτηριστικά (φορούσαν ή όχι τσάντα, γυαλιά κλπ.). Τα παιδιά έπρεπε να δείξουν όλους όσοι κρατούσαν τσάντα αλλά δεν φορούσαν γυαλιά. Οι δυσκολίες που εμφανίζονται στα νήπια χαμηλού επιπέδου σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης ήταν η παράλειψη ανθρώπων που πληρούσαν τα κριτήρια ή η κατάδειξη ανθρώπων που πληρούσαν το ένα μόνο κριτήριο (κυρίως παράβλεπαν το αφαιρετικό στοιχείο). Παρατηρείται έλλειψη συστηματικότητας στην επεξεργασία του προβλήματος και ιδιαίτερη δυσκολία στην συγκράτηση της ιδιότητας που έπρεπε να λείπει. Το έργο αυτό σε σχέση με τα προηγούμενα παρόμοια στα οποία τα παιδιά είχαν καλή επίδοση παρουσιάζει μια πιο σύνθετη δυσκολία καθώς υπάρχει μεγάλο πλήθος πληροφοριών τις οποίες το παιδί πρέπει να παραβλέψει και συγχρόνως να συγκρατήσει τα δύο κριτήρια που του δόθηκαν. Συνεπώς, τα νήπια με χαμηλή μαθηματική επάρκεια εμφανίζουν δυσκολίες στην ταξινόμηση όσο ο βαθμός δυσκολίας του έργου αυξάνεται.

Αντιστοίχιση

Έργο 12: “Τόσα-όσα” (απεικόνιση του 5 και του 6 στα ζάρια, δίνονται 15 κύβους)

Στο έργο 12 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 3 (35,5%) απάντησαν λάθος. Σε αυτό το έργο δίνεται στα παιδιά ένα φύλλο στο οποίο απεικονίζονται η διάταξη ζαριού του 5 και του 6 και ζητείται από το παιδί να τοποθετήσει τόσους κύβους όσες και οι κουκίδες (είτε πάνω στην εικόνα είτε δίπλα). Τα παιδιά σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης, στην διάταξη του 5, δεν τοποθετούσαν κύβο στην μεσαία κουκίδα.

Έργο 13: “Αντιστοίχιση συνόλων με το ίδιο πλήθος αντικειμένων”

Στο έργο 13 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (75%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό τα παιδιά έπρεπε σε μια εικόνα να αντιστοιχίσουν τα κεριά με το κηροπήγιο που είχε την ανάλογη ποσότητα θηκών. Παρατηρείται ότι οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα νήπια χαμηλού επιπέδου ήταν στις ποσότητες, 4-4 και 5-5, δηλαδή γινόταν αντιστοίχιση 4-5 και 5-4 .

Έργο 14: " Εντοπισμός του συνόλου όπου ισχύει 1-1 αντιστοιχία "

Στο έργο 14 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 4 (50%) απάντησαν λάθος. Στα παιδιά ζητήθηκε να δείξουν το σύνολο όπου είναι τόσες οι κότες όσες και τα αυγά. Παρόλο που προτάθηκε στα παιδιά εάν θέλουν να χρησιμοποιήσουν το μολύβι για να τραβήξουν γραμμές, δεν το χρησιμοποίησαν είτε έδειξαν κοιτώντας πρώτα τις εικόνες είτε τράβηξαν νοερή γραμμή με το δάχτυλό τους. Η δυσκολία που εμφανίζεται είναι στις απαντήσεις με οπτικοαντιληπτικό τρόπο όπου χωρίς εμφανή στρατηγική (καταμέτρηση ή αντιστοίχιση) απάντησαν δείχνοντας μια εικόνα.

Συμπερασματικά, στην αντιστοίχιση αντίστοιχου πλήθους εμφανίζουν δυσκολία σε σύνολα από 4 και πάνω και σε μεγαλύτερα σύνολα (κότες και αυγά), όπου δεν χρειάζεται να μετρήσουν δεν χρησιμοποιούν κάποια στρατηγική για την επίλυση αλλά απαντούν με οπτικοαντιληπτική επεξεργασία.

Σειριοθέτηση (Διάταξη)

Έργο 16: Να δείξουν το σύνολο με τα αντικείμενα από το μεγαλύτερο στο μικρότερο

Στο έργο 16 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 4 (50%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε υπάρχουν 4 εικόνες όπου υπάρχουν στην κάθε εικόνα 4 μήλα διαφορετικού μεγέθους το καθένα το ένα δίπλα στο άλλο και σε μία από αυτές τα μήλα είναι σε διάταξη από το μεγαλύτερο στο μικρότερο. Από τα 4 αυτά νήπια οι δυσκολίες που εμφανίζονται είναι οι εξής: α) Πρώτο μήλο μεγάλο- δεύτερο μικρό, θεωρούν ότι πληροί τα κριτήρια χωρίς να δώσουν σημασία στα υπόλοιπα μήλα, έλλειψης γνώσης της έννοιας της διάταξης, β) Πρώτο μήλο μεγάλο ασχέτως θέσης των υπολοίπων, συγκράτηση μόνο της μιας πληροφορίας,

Έργο 18: εντοπισμός συνόλου όπου τα αντικείμενα είναι τοποθετημένα από το μικρότερο και πιο ανοιχτό στο μεγαλύτερο και πιο σκούρο.

Στο έργο 18 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 4 (50%) απάντησαν λάθος. Με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης υπήρχαν λάθη δύο κατηγοριών είτε επέλεξαν την εικόνα που έδειχνε τα ζητούμενα ως πρώτο και δεύτερο χωρίς να ληφθεί υπόψη η θέση των υπολοίπων, είτε έδειχναν εικόνα με λάθος δεδομένα (πρώτος κύκλος μεγαλύτερος και ανοιχτός). Παρατηρείται δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας τη διάταξης όταν τους δίνονται δύο κριτήρια και στην συγκράτηση και χρήση των πληροφοριών.

Συμπερασματικά, τα μισά από τα νήπια χαμηλού επιπέδου δυσκολεύονται να εντοπίσουν ένα σύνολο αντικειμένων στην ζητούμενη διάταξη, και στην διαχείριση των πληροφοριών που τους δίνονται.

Χρήση λέξεων αρίθμησης

Έργο 23: Αρίθμηση από 9-15

Στο έργο 23 και τα 8 (100%) νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες που εμφάνισαν ήταν ότι άρχιζαν να μετρούν από το 1, δυσκολευόταν να ξεκινήσουν από το δοσμένο αριθμό, και κάποια από αυτά εμφάνιζαν και λάθη στην αρίθμηση ή δεν έφταναν ως το 15.

Δομημένη καταμέτρηση

Έργο 26: Καταμέτρηση “16 κύβων σε 4 σειρές των τεσσάρων”

Στο έργο 26 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 5 (62,5%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες που εμφανίζονται σε αυτό το έργο είναι λάθη στην απαρίθμηση δείχνουν δύο φορές τον ίδιο κύβο ή παραλείπουν κάποιο, και στην καταμέτρηση δεν έχουν κατακτήσει την αρχή της πληθικότητας.

Έργο 28 Καταμέτρηση “20 κύβοι ανακατεμένα”

Στο έργο 28 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (75%) απάντησαν λάθος. Σε αυτό το έργο τοποθετήθηκαν επάνω στο τραπέζι 20 κύβοι ανακατεμένοι και ζητήθηκε από τα παιδιά να τους μετρήσουν, τα παιδιά είχαν το δικαίωμα να τους δείχνουν ή και να τους αλλάζουν θέση. Στο συγκεκριμένο έργο σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης τα νήπια, πραγματοποιούν λάθη στην απαρίθμηση, στην καταμέτρηση και δεν χρησιμοποιούν κάποια στρατηγική (π.χ. να τοποθετήσουν στην άκρη τα κύβους που μέτρησαν). Ωστόσο, πιθανόν οφείλεται και στο πλήθος των αντικειμένων του συγκεκριμένου έργου.

Έργο 29: Άμεση εκτίμηση δύο ζαριών διάταξης 4 και 5

Στο έργο 28 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (75%) απάντησαν λάθος. Σύμφωνα με την Καφούση (2018) τα παιδιά της ηλικίας αυτής μπορούν να εκτιμήσουν άμεσα τον αριθμό 4 σε διάταξη ζαριού συνεπώς το έργο αυτό έχει πιο αυξημένη δυσκολία καθώς τους ζητείται να συγκρατήσουν συγχρόνως και την διάταξη του 4 και του 5.

Συμπερασματικά παρατηρείται ότι στα νήπια χαμηλού επιπέδου υπάρχουν δυσκολίες στην απαρίθμηση, στην καταμέτρηση και στην χρήση στρατηγικών.

Αποτελεσματική καταμέτρηση

Έργο 31: Δίνονται 15 κύβοι και ζητείται να βάλουν τα 11 σε σειρά.

Στο Έργο 31 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 5 (62,5%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα νήπια ήταν να τοποθετήσουν όλους τους κύβους, να τοποθετήσουν λιγότερους ή περισσότερους λόγω λάθους στην καταμέτρηση.

Έργο 33: Καταμέτρηση 15 κύβων σε διάταξη 3x5 χωρίς να δείξουν ή να πιάνουν

Στο Έργο 33 από τα 8 νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 5 (62,5%) απάντησαν λάθος. Οι δυσκολίες που εμφανίζουν τα παιδιά σε αυτό το έργο είναι η παράλειψη ή η διπλή μέτρηση. Στην κατηγορία αυτή των έργων παρατηρείται σημαντική δυσκολία των νηπίων χαμηλής μαθηματικής επάρκειας στην καταμέτρηση όταν δεν έχουν την δυνατότητα να δείχνουν.

Γενική γνώση αριθμών

Έργο 36: Κουτιά με καραμέλες

Στο έργο 36 από τα 8 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 4 (50%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό σε ένα φύλλο εργασίας υπάρχει η εικόνα από ένα άσπρο και ένα μαύρο κουτί. Ο εξεταστής πληροφορεί τα παιδιά ότι το μαύρο κουτί έχει 9 καραμέλες και το άσπρο 13 και ζητάει να του δείξουν αυτό που έχει τις περισσότερες. Τα νήπια άμεσα έδειχναν ένα από τα δύο κουτιά, πιθανή δυσκολία στο συγκεκριμένο έργο είναι η έλλειψη γνώσης της αξίας θέσης ψηφίου και ίσως η δυσκολία στο συγκεκριμένο έργο οφείλεται στο γεγονός ότι ήταν μεγαλύτερο του 10 το ένα πλήθος.

Έργο 38: Πρόβλημα πρόσθεσης

Στο έργο 38 από τα 8 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 6 (75%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό παρουσιάζεται ένα προσθετικό πρόβλημα στα παιδιά με την βοήθεια εικόνων. “(Ο Εξ δείχνει την πάνω αριστερά εικόνα με τις 8 κότες.) Ένας άνθρωπος είχε αυτές εδώ τις 8 κότες. Μετά αγόρασε άλλες 2. (Ο Εξ δείχνει την πάνω δεξιά εικόνα με τις 2 κότες.) Πόσες κότες έχει τώρα; Δείξε μου την εικόνα με τη σωστή απάντηση. (Ο Εξ δείχνει την κάτω σειρά με τις εικόνες.)”. Οι δυσκολίες που εμφανίζονται στα νήπια χαμηλού επιπέδου είναι η αδυναμία κατανόησης του προβλήματος, δεν ήξεραν πως να το λύσουν και η έλλειψη χρήσης στρατηγικής δεν χρησιμοποίησαν την καταμέτρηση των εικόνων για να βρουν το αποτέλεσμα.

Έργο 39

Στο Έργο 39 από τα 8 παιδιά χαμηλής μαθηματικής επάρκειας τα 4 (50%) απάντησαν λάθος. Στο έργο αυτό δίνεται μια εικόνα με μια πολυκατοικία που έχει 9 παράθυρα εκ των οποίων το ένα το κρύβει ένα δέντρο. Τα παιδιά καλούνται να βρουν πόσα είναι τα παράθυρα της πολυκατοικίας, και τους δείχνονται κάποια παράθυρα προς αποφυγή μη κατανόησης της εικόνας. Η δυσκολία που εμφανίστηκε ήταν παράλειψη του κρυμμένου παραθύρου.

Συνοψίζοντας στα νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας παρατηρείται εμφάνιση δυσκολιών στην απαρίθμηση και στην καταμέτρηση σε σύνολα με πλήθος περισσότερο των 10 αντικειμένων, έλλειψη συστηματικότητας στην επεξεργασία του προβλήματος και στην διαχείριση των πληροφοριών που τους δίνονται, καθώς και έλλειψη χρήσης στρατηγικής για την επίλυση τους.

Σύγκριση προνηπίων-νηπίων

Το ενδιαφέρον της έρευνας εστιάζει στις δυσκολίες των παιδιών της προσχολικής ηλικίας, για τον λόγο αυτό δεν θα γίνει περαιτέρω ανάλυση πρώτον στα έργα στα οποία και οι δύο ηλικιακές ομάδες των παιδιών εμφανίζουν καλή επίδοση, δηλαδή που απάντησαν σε ποσοστό από 70% και πάνω του συνόλου της η κάθε ηλικιακή ομάδα. Αυτά τα έργα είναι 8 από τα 40. Δεύτερον, καθώς το κριτήριο έχει σταθμιστεί για τις ηλικίες από 4 έως 7 χρονών υπάρχει διαβάθμιση στην δυσκολία των έργων με αποτέλεσμα να υπάρχουν έργα στα οποία εμφανίζεται αποτυχία μεγαλύτερη του 73% στο σύνολο των παιδιών. Σύμφωνα με τον Παπαναστασίου (2013) ο μοιρασμός των μαθητών σε κατηγορίες καλής, μέσης και χαμηλής επίδοσης πρέπει να μοιράζεται ως 27%-46-27%. Στην παρούσα εργασία το 73% αντιστοιχεί σε 25 παιδιά στα 35, όμως μέσα από παρατήρηση των αποτελεσμάτων θα αφαιρεθούν και όσα έργα απέτυχαν έως και 24 παιδιά ανά ομάδα και δεν εμφανίζεται ανάμεσα τους στατιστικά σημαντική διαφορά. Επομένως και αυτά τα έργα θα εξαιρεθούν από περαιτέρω ανάλυση. Συνεπώς, θα γίνει σύγκριση μόνο στα έργα στα οποία εμφανίζεται στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες, χωρίς η ομάδα των νηπίων να έχει χαμηλή επίδοση (σύμφωνα με τα αποτελέσματα δεν ισχύει σε κάποιο έργο το αντίστροφο). Τα έργα αυτά παρουσιάζονται στον πίνακα 6.

Πίνακας 6*Έργα με στατιστικά σημαντική διαφορά Προνήπιων-Νηπίων*

Έργο	Νήπια Λάθος%	Νήπια Λάθος N=35	Προνήπια Λάθος%	Προνήπια Λάθος N=35	p	Z
5	22,9	8	48,6	17	0,026	-2,229
7	5,7	2	28,6	10	0,012	-2,519
8	20	7	42,9	15	0,041	-2,045
9	51,4	18	74,3	26	0,049	-1,965
13	42,9	15	74,3	26	0,008	-2,650
14	34,3	12	62,9	22	0,018	-2,374
16	17,1	6	54,3	19	0,001	-3,220
18	28,6	10	54,3	19	0,030	-2,168
21	14,3	5	40%	14	0,016	-2,402
22	3	8,6	57,1%	20	<0,001	-4,295
23	48,6	17	91,4%	32	<0,001	3,884
26	28,6	10	57,1	20	0,016	-2,398
27	25,7	9	54,3	19	0,015	-2,422
28	65,7	23	94,3	33	0,003	-2,967
29	62,9	22	91,4	32	0,005	-2,826
31	25,7	9	62,9	22	0,002	-3,106
33	51,4	18	94,3	33	<0,001	-4,003
38	45,7	16	97,1	34	<0,001	-4,728

Σύγκριση

Έργο 5: “Κουτί με λιγότερα μπαλάκια- θέση/πλήθος”

Στο έργο αυτό υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,026$, $Z=-2,229$). Στο έργο 5 λοιπόν παρατηρείται σημαντική δυσκολία των προνηπίων να εντοπίσουν από τα δοσμένα κουτιά με μπίλιες (1 κουτί με 5 μπίλιες, 2 με έξι με άλλη διάταξη και ένα με 7 μπίλιες), όπου οι μπίλιες σε κάθε κουτί είχαν διαφορετική διάταξη (απόσταση μεταξύ τους, θέση), σε πιο από όλα υπάρχουν οι λιγότερες και να το δείξουν. Στο έργο αυτό μπορούσαν τα παιδιά εάν το ήθελαν να μετρήσουν τις μπίλιες, χωρίς όμως να τους προταθεί ως στρατηγική, σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης κανένα παιδί δεν μπόρεσε στην διαδικασία να μετρήσει τις μπίλιες και έδειχναν είτε πολύ άμεσα ένα κουτί είτε κατόπιν οπτικής παρατεταμένης παρατήρησης όλων των κουτιών. Συνεπώς παρατηρείται για την ηλικιακή ομάδα των προνηπίων ότι σχεδόν τα μισά δεν χρησιμοποίησαν στρατηγική για να εντοπίσουν την σωστή απάντηση.

Συμπερασματικά, στην κατηγορία έργων σύγκριση δεν υπήρξε στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ομάδες για τις έννοιες ψηλότερο, πιο χοντρός, χαμηλότερη (Έργα 1,2,3). Ωστόσο, ανάμεσα στο έργο 4, όπου τα παιδιά έπρεπε να βρουν τον ινδιάνο με τα λιγότερα φτερά από τον δοσμένο, και στο Έργο 5 που έπρεπε να βρουν πιο από όλα τα κουτιά είναι αυτό με τις λιγότερες μπίλιες, παρατηρείται δυσκολία των προνηπίων στο δεύτερο. Συνεπώς, φαίνεται ότι όταν έχουν ένα οπτικό μέτρο σύγκρισης αποδίδουν καλύτερα. Ενώ στην περίπτωση που δεν έχουν παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική δυσκολία συγκριτικά με τα νήπια.

Ταξινόμηση

Έργο 7: “Σύνολο σχημάτων (5 τετράγωνα-καθόλου τρίγωνα)”

Στο έργο αυτό παρατηρείται στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,011$, $Z=-2,519$). Οι δύο ομάδες είχαν συνολικά καλή επίδοση. Στο συγκεκριμένο έργο τα παιδιά έπρεπε να εντοπίσουν από τα δοσμένα σύνολα εκείνο το οποίο είχε 5 τετράγωνα και καθόλου τρίγωνα. Στην ουσία θα αρκούσε απλά να βρουν ποιο σύνολο δεν έχει τρίγωνα καθώς όλα τα υπόλοιπα ασχέτως ποσότητας είχαν τρίγωνα. Παρατηρείται λοιπόν, μία δυσκολία στην σωστή επεξεργασία και αξιοποίηση των δεδομένων που τους δόθηκαν.

Έργο 8 ‘Δείξε όλους τους γκρι κύκλους’

Στο Έργο 8 υπάρχει οριακά στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,039$, $Z=-2,045$). Τα προνήπια σε ποσοστό 42% απάντησαν λάθος ενώ τα νήπια σε ποσοστό 20%. Στο έργο αυτό τα παιδιά έπρεπε σε ένα φύλλο εργασίας το οποίο περιείχε διάφορα σχήματα, σε διαφορετικά μεγέθη, άσπρα ή γκρι να δείξουν μόνο τους γκρι κύκλους. Παρατηρείται και εδώ δυσκολία στα προνήπια τα οποία με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης είτε παρέλειψαν κάποιον κύκλο είτε έδειξαν και κάποιον με άσπρο χρώμα, είτε έδειχναν κάποιον παραπάνω φορές και μία περίπτωση όπου έδειξε όλα τα γκρι σχήματα. Συνεπώς, παρατηρείται ότι υπήρχε η αναγνώριση σχήματος και χρώματος αλλά δεν υπήρχε συστηματική επεξεργασία της εικόνας για τον εντοπισμό τους.

Έργο 9 “Εντοπισμός ανθρώπων με 1 χαρακτηριστικό και 1 ιδιότητα που λείπει”

Στο Έργο 9 υπάρχει οριακά στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,048$, $Z=-1,965$). Τα προνήπια σε ποσοστό 74% απάντησαν λάθος ενώ τα νήπια σε ποσοστό 51%. Παρατηρείται αύξηση της δυσκολίας και στις δύο ηλικιακές ομάδες ιδιαίτερα στα προνήπια. Συνεπώς, παρατηρείται ότι τα προνήπια παρουσιάζουν σημαντική δυσκολία στο συγκεκριμένο έργο. Στο έργο αυτό υπήρχαν άνθρωποι με διάφορα χαρακτηριστικά (φορούσαν ή όχι τσάντα, γυαλιά κλπ.). Τα παιδιά έπρεπε να δείξουν όλους όσοι κρατούσαν τσάντα αλλά δεν φορούσαν γυαλιά. Οι δυσκολίες που εμφανίστηκαν στο σύνολο των προνηπίων σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης ήταν η παράλειψη ανθρώπων που πληρούσαν τα κριτήρια ή η κατάδειξη ανθρώπων που πληρούσαν το ένα μόνο κριτήριο (κυρίως παρέβλεπαν το αφαιρετικό στοιχείο). Παρατηρείται πάλι έλλειψη συστηματικότητας στην επεξεργασία του προβλήματος και ιδιαίτερη δυσκολία στην συγκράτηση της ιδιότητας που έπρεπε να λείπει.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι τα προνήπια δυσκολεύονται στην συστηματική επεξεργασία των δεδομένων τους και στην συγκράτηση των χρηστικών δεδομένων, δηλαδή εμφανίζουν δυσκολία όταν τους δίνονται δύο κριτήρια ταυτόχρονα. Επίσης ανάμεσα στα έργα 8 και 9, όπου στο έργο 9 προστίθεται και η χρήση αφαιρετικού δεδομένου (δεν φοράνε γυαλιά) παρατηρείται μεγαλύτερη δυσκολία, αυτό πιθανώς οφείλεται στο γεγονός πρώτον στην δυσκολία συγκράτησης του δεδομένου που λείπει και ότι σε αυτό το έργο υπάρχουν περισσότερες πληροφορίες στις εικόνες που πρέπει να ξεχωρίσουν τα παιδιά. Τα αποτελέσματα αυτών των δύο έργων συμφωνούν και με τα ευρήματα της έρευνας του Κοτοπούλη (2004) όπου τα νήπια σε παρόμοιο ποσοστό εμφάνιζαν αδυναμία στην

ομαδοποίηση με την χρήση δύο κριτηρίων και με την χρήση ενός κριτηρίου και την άρνηση ενός δεύτερου.

Αντιστοίχιση

Έργο 13: “Αντιστοίχιση συνόλων με το ίδιο πλήθος αντικειμένων”

Στο Έργο 13 υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,008$, $Z=-2,650$). Στο έργο 13 τα παιδιά καλούνται να ενώσουν με μία γραμμή (χρήση μολυβιού) το κερύ ή τα κερύ με τα αντίστοιχα κηροπήγια (1-1,2-2..5-5). Παρατηρείται ότι οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα προνήπια ήταν κυρίως στις ποσότητες 4-4 και 5-5, δηλαδή γινόταν αντιστοίχιση 4-5 και 5-4 πιο σπάνια υπάρχει εμφανίζεται και για την αντιστοίχιση 3-3 να γίνεται 3-4 κλπ.

Έργο 14: “Εντοπισμός του συνόλου όπου ισχύει 1-1 αντιστοιχία”

Στο Έργο 14 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,017$, $Z=-2,374$). Στο συγκεκριμένο έργο δίνονται 3 σύνολα όπου επάνω είναι οι κότες και από κάτω είναι τα αυγά. Σε κάποια σύνολα είναι περισσότερες οι κότες σε κάποια τα αυγά και οι αποστάσεις μεταξύ των αυγών δεν είναι ίδιες σε κάθε σύνολο. Στα παιδιά ζητήθηκε να δείξουν το σύνολο όπου είναι τόσες οι κότες όσες και τα αυγά. Παρόλο που προτάθηκε στα παιδιά εάν θέλουν να χρησιμοποιήσουν το μολύβι για να τραβήξουν γραμμές, ελάχιστα το χρησιμοποίησαν. Κάποια έδειχναν πάνω κάτω με το δάχτυλο και άλλα με το “μάτι”. Παρατηρείται και πάλι στα προνήπια έλλειψη χρήσης κάποιας στρατηγικής για την εύρεση του σωστού, τα περισσότερα απλά έδειχναν μια εικόνα με διαισθητικό τρόπο.

Συμπερασματικά, στην αντιστοίχιση αντίστοιχου πλήθους εμφανίζουν δυσκολία σε σύνολα από 4 και πάνω και σε μεγαλύτερα σύνολα (κότες και αυγά), όπου όμως δεν χρειάζεται να μετρήσουν, δεν χρησιμοποιούν κάποια στρατηγική για την επίλυση αλλά απαντούν με οπτικοαντικληπτικό τρόπο. Σύμφωνα με τον Κοτοπούλη (2004) τα παιδιά στην ηλικία των 5 ετών αν και δείχνουν να έχουν κατανοήσει την “ένα προς ένα αντιστοιχία”, κατευθύνονται κυρίως από την διαίσθησή τους και δεν κατανοούν ακόμα την ισοδυναμία συνόλων.

Σειριοθέτηση (Διάταξη)

Έργο 16: Να δείξουν το σύνολο με τα αντικείμενα από το μεγαλύτερο στο μικρότερο

Στο Έργο 16 υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,001$, $Z=-3,220$). Παρατηρείται ιδιαίτερη δυσκολία στην ομάδα των προνηπίων. Τα προνήπια στο σύνολο τους εμφανίζουν δυσκολία στο να εντοπίσουν από δοσμένα σύνολα με 4 μήλα σε ποιο τοποθετούνται από το μεγαλύτερο στο μικρότερο. Σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης οι δυσκολίες είναι οι εξής: α) Πρώτο μήλο μεγάλο- δεύτερο μικρό, θεωρούν ότι πληροί τα κριτήρια χωρίς να δώσουν σημασία στα υπόλοιπα μήλα, έλλειψης γνώσης της έννοιας της διάταξης, β) Πρώτο μήλο μεγάλο ασχέτως θέσης των υπολοίπων, συγκράτηση μόνο της μιας πληροφορίας, γ) Πρώτο μήλο μικρό, συγκράτηση της τελευταίας πληροφορίας χωρίς ουσιαστική επεξεργασία της.

Έργο 18: εντοπισμός συνόλου όπου τα αντικείμενα είναι τοποθετημένα από το μικρότερο και πιο ανοιχτό στο μεγαλύτερο και πιο σκούρο.

Στο Έργο 18 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,029$, $Z=-2,168$). Τα προνήπια παρουσιάζουν χαμηλότερη επίδοση στο συγκεκριμένο έργο. Παρατηρούνται λοιπόν δυσκολίες στα προνήπια. Με βάση το πρωτόκολλο παρατήρησης υπήρχαν λάθη δύο κατηγοριών είτε επέλεξαν την εικόνα που έδειχνε τα ζητούμενα ως πρώτο και δεύτερο χωρίς να ληφθεί υπόψη η θέση των υπολοίπων, είτε έδειχναν εικόνα με λάθος δεδομένα (πρώτος κύκλος μεγαλύτερος και ανοιχτός). Παρατηρείται δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας τη διάταξης και στην συγκράτηση και χρήση των πληροφοριών.

Συμπερασματικά, τα προνήπια εμφανίζουν δυσκολία στην συγκράτηση και χρήση δύο πληροφοριών και στην έννοια της διάταξης. Σύμφωνα με τον Κοτοπούλη (2004) τα νήπια τώρα ξεκινούν να δομούν την έννοια της διάταξης των αντικειμένων. Πιθανόν εάν έπρεπε τα ίδια να τοποθετήσουν αντικείμενα σε διάταξη να υπήρχαν διαφορετικά αποτελέσματα.

Χρήση λέξεων αρίθμησης

Έργο 21: Αρίθμηση μέχρι το 20

Στο Έργο 21 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,016$, $Z=-2,402$). Οι δυσκολίες που εμφανίζουν τα προνήπια είναι είτε ότι χάνουν κάποια αριθμολέξη, ή ότι δεν ξέρουν να μετρούν μέχρι το 20 και σταματάνε πιο πριν. Σύμφωνα με τους Γαγάτση και Λεμονίδη (1994) τα παιδιά στην ηλικία των 4 σχεδόν τα

μισά παιδιά δεν μπορούν να μετρήσουν ως το 14 και αυτό αλλάζει σημαντικά με την πάροδο του χρόνου.

Έργο 22: Εύρεση ενός συνόλου με την ζητούμενη ποσότητα

Στο Έργο 22 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p < 0,001$, $Z = -4,295$). Στο συγκεκριμένο έργο ανάμεσα από τέσσερις εικόνες με κουκίδες έπρεπε να δείξουν αυτήν με τις 7 (οι κουκίδες είχαν διάταξη 3-3,3-1-3, 3-2-3, 3-3-3). Τα προνήπια απαντούσαν είτε διαισθητικά, είτε μετρώντας αλλά συχνά υπήρχε λάθος στην καταμέτρηση (παράλειψη κουκίδας ή διπλής μέτρησης). Συνεπώς εμφανίζεται αδυναμία στην ηλικία των προνηπίων χρήσης στρατηγικής (οπτικοαντιληπτικές απαντήσεις) και αδυναμία στην ένα προς ένα καταμέτρηση.

Έργο 23: Αρίθμηση από 9-15

Στο Έργο 23 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p < 0,004$, $Z = -3,884$). Τα παιδιά που έδωσαν λάθος απαντήσεις άρχιζαν να μετρούν από το 1, δυσκολευόταν να ξεκινήσουν από το δοσμένο αριθμό, και επιπλέον εμφάνιζαν και λάθη στην αρίθμηση ή και δεν έφταναν ως το 15.

Συμπερασματικά, δεδομένου του ότι τα προνήπια δυσκολεύονται στην αρίθμηση ως το 14 (Έργο 21), είναι επόμενο και στο Έργο 23 να δυσκολευτούν στην αρίθμηση από δοσμένο αριθμό. Επιπλέον, σύμφωνα με το Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου στόχος είναι να απαγγέλουν ως το 10 κάτι όμως που όπως φαίνεται μπορούν να το επιτύχουν τα περισσότερα νήπια και μεγάλο ποσοστό των προνηπίων.

Δομημένη καταμέτρηση

Έργο 26: Καταμέτρηση “16 κύβους σε 4 σειρές των τεσσάρων”

Στο Έργο 26 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p = 0,016$, $Z = -2,398$). Οι δυσκολίες των προνηπίων σε αυτό το έργο είναι λάθη στην αρίθμηση (παραλείπουν αριθμολέξεις, τις μπερδεύουν), λάθη στην απαρίθμηση δείχνουν δύο φορές τον ίδιο κύβο ή παραλείπουν κάποιον, και στην καταμέτρηση δεν έχουν κατακτήσει την αρχή της πληθικότητας.

Έργο 27: Καταμέτρηση “9 κύβοι σε σχήμα κύκλου”

Στο Έργο 27 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,015, Z=-2,422$). Εδώ παρατηρείται κυρίως η δυσκολία διπλής μέτρησης στον πρώτο κύβοο.

Έργο 28 Καταμέτρηση “20 κύβους ανακατεμένους”

Στο Έργο 28 τοποθετήθηκαν επάνω στο τραπέζι 20 κύβοι ανακατεμένοι και ζητήθηκε από τα παιδιά να τους μετρήσουν, τα παιδιά είχαν το δικαίωμα να τους δείχνουν ή και να τους αλλάζουν θέση. Παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,003, Z=-2,967$). Τα προνήπια εμφανίζουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση, ωστόσο παρατηρείται σημαντική δυσκολία και στην ηλικιακή ομάδα των νηπίων. Στο συγκεκριμένο έργο σύμφωνα με το πρωτόκολλο παρατήρησης τα προνήπια, με βάση και τα προηγούμενα δεδομένα, πραγματοποιούν λάθη στην απαρίθμηση, στην καταμέτρηση και δεν χρησιμοποιούν κάποια στρατηγική (π.χ. να τοποθετήσουν στην άκρη τους κύβους που μετρήσαν).

Έργο 29: Άμεση εκτίμηση δύο ζαριών διάταξης 4 και 5

Στο Έργο 29 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,004, Z=-2,826$). Τα προνήπια εμφανίζουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση, ωστόσο παρατηρείται σημαντική δυσκολία και στην ηλικιακή ομάδα των νηπίων. Σύμφωνα με την Καφούση (2018) τα παιδιά της ηλικίας αυτής μπορούν να εκτιμήσουν άμεσα τον αριθμό 4 σε διάταξη ζαριού συνεπώς τα αποτελέσματα συμφωνούν.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες στην κατάκτηση της αρχής της πληθικότητας. Καθώς τα προνήπια δεν καταφέρνουν να απαγγείλουν τους αριθμούς ως το 20 είναι επόμενο και στις δραστηριότητες καταμέτρησης να μην μπορούν να επιτύχουν. Επίσης, από τα έργα 22 και 27 παρατηρείται ότι στην ηλικία των προνηπίων υπάρχει δυσκολία στην καταμέτρηση αντικειμένων και κάτω από την δεκάδα.

Αποτελεσματική καταμέτρηση

Έργο 31: Δίνονται 15 κύβοι και ζητείται να βάλουν τους 11 σε σειρά.

Στο Έργο 31 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p=0,002$, $Z=-3,106$). Οι δυσκολίες που εμφάνισαν τα προνήπια ήταν να τοποθετήσουν όλους τους κύβους, να τοποθετήσουν λιγότερους ή περισσότερους λόγω λάθους στην καταμέτρηση και λάθη στην χρήση αριθμολέξεων.

Έργο 33: Καταμέτρηση 15 κύβων σε διάταξη 3x5 χωρίς δείξιμο

Στο Έργο 33 παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p<0,001$, $Z=-4,003$). Τα προνήπια σε αυτό το έργο παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση από αυτήν των νηπίων δεν φαίνεται η διάταξη 3*5 να τα βοήθησε καθώς τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με την τοποθέτηση των κύβων στη σειρά. Σε αντίθεση τα νήπια με αυτήν την διάταξη εμφάνισαν καλύτερα αποτελέσματα αν και πάλι είναι σχετικά χαμηλή η επίδοση.

Στην κατηγορία αυτή των έργων παρατηρείται σημαντική δυσκολία και στις δύο ομάδες, η δυσκολία αυτή ήταν αναμενόμενη στην ηλικία των προνηπίων καθώς όπως έχει εμφανισθεί και σε προηγούμενα έργα δυσκολεύονται ακόμα στην χρήση των αριθμολέξεων πάνω από την δεκάδα, στην καταμέτρηση κάτω από την δεκάδα και γενικότερα δεν υπάρχει κατάκτηση στην αρχή της πληθικότητας. Επιπροσθέτως όμως παρατηρείται και η δυσκολία των νηπίων στην καταμέτρηση χωρίς δείξιμο.

Γενική γνώση αριθμών

Έργο 38: Προσθετικό πρόβλημα

Στο έργο 38 σχεδόν όλα τα προνήπια απάντησαν λάθος, παρατηρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες ($p<0,001$, $Z=-4,728$). Στο έργο αυτό παρουσιάζεται ένα προσθετικό πρόβλημα στα παιδιά με την βοήθεια εικόνων. “(Ο Εξ δείχνει την πάνω αριστερά εικόνα με τις 8 κότες.) Ένας άνθρωπος είχε αυτές εδώ τις 8 κότες. Μετά αγόρασε άλλες 2. (Ο Εξ δείχνει την πάνω δεξιά εικόνα με τις 2 κότες.) Πόσες κότες έχει τώρα; Δείξε μου την εικόνα με τη σωστή απάντηση. (Ο Εξ δείχνει την κάτω σειρά με τις εικόνες.)”. Τα προνήπια έδειξαν πλήρης αδυναμία στην λύση του προβλήματος.

Συσχέτιση αποτελεσμάτων με το Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου (2014)

Αρχίζοντας από τον στόχο *Αρ1*: “Να απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς μέχρι το 10” η έρευνα μελετά μόνο την απαγγελία στο έργο 21 όπου ζητείται η αρίθμηση μέχρι το 20. Εδώ παρατηρείται ότι τα παιδιά της ηλικίας των νηπίων υπερβαίνουν αυτόν τον στόχο από την αρχή της σχολικής χρονιάς καθώς σχεδόν όλα τα νήπια αρίθμησαν σωστά μέχρι το 20 και ήδη τα προνήπια τον έχουν επιτύχει (δηλαδή απαγγελία ως το 10). Συνεπώς οι δυνατότητες νηπίων προνήπιων, αν και υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα τους, είναι μεγαλύτερες από αυτήν που τίθεται ως στόχος τους προγράμματος.

Όσον αφορά τον στόχο *Αρ2*: Να αναγνωρίζουν αριθμητικές ποσότητες χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης, μέσα από τα έργα 5, 13 και 14 παρατηρείται ότι τα προνήπια λειτουργούν με έναν οπτικοαντιληπτικό τρόπο, χωρίς να χρησιμοποιούν στρατηγικές και τα περισσότερα αποτυγχάνουν με στατιστικά σημαντική διαφορά σε σχέση με τα νήπια.

Καταμέτρηση ποσοτήτων

Αρ3: Να καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων μέχρι το 10

Έμμεσα από τα έργα 5 και 13 παρατηρείται ότι τα προνήπια εμφανίζουν δυσκολία στην καταμέτρηση κάτω από 10 αντικείμενα. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και στα έργα 22, 26,27 και 28 τα οποία αφορούν καθαρά την καταμέτρηση σε διάφορες διατάξεις. Παρόλο που στα περισσότερα έργα ζητείται η καταμέτρηση περισσότερων των 10 αντικειμένων από το πρωτόκολλο παρατήρησης παρατηρείται ότι αρκετά προνήπια παρουσιάζουν δυσκολία και στην καταμέτρηση κάτω από την δεκάδα. Αυτό σχετίζεται και με τον πρώτο στόχο της απαγγελίας των αριθμολέξεων καθώς και εκεί παρατηρούνται ακόμα λάθη. Αντίθετα, τα νήπια εμφανίζουν σημαντικά καλύτερη επίδοση στην καταμέτρηση στην πρώτη δεκάδα και αρκετά από αυτά και μεγαλύτερους αριθμούς.

Αρ4: Να συγκρίνουν και να διατάσσουν ποσότητες και αριθμούς και παριστούν στην αριθμογραμμή

Στο έργο 5 και στο έργο 14 ζητείται από τα παιδιά να συγκρίνουν ποσότητες και πάλι αν και στο έργο 5 υπάρχει καλή επίδοση στα προνήπια συναντάται στατιστικά σημαντική διαφορά με την επίδοση των νηπίων.

Αρ6: Να προσεγγίζουν τις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση

Όσον αφορά την προσέγγιση πράξεων πρόσθεσης και αφαίρεσης εμφανίζεται σημαντική δυσκολία και στις δύο ηλικιακές ομάδες μέσα από τα έργα 35, 37 και 38. Τα νήπια

παρουσιάζουν κάπως καλύτερη επίδοση αλλά με βάση τον στόχο του προγράμματος η επίδοση τους μπορεί να θεωρηθεί αρκετά χαμηλή.

Γ4: Να αναγνωρίζουν και να ταξινομούν τα βασικά επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση γενικά χαρακτηριστικά και σε ποικιλία θέσεων, μεγεθών και γεωμετρικών σχημάτων προσανατολισμών.

Μέσα από τα έργα 7 και 8 παρατηρείται αν τα παιδιά μπορούν να αναγνωρίσουν τα βασικά σχήματα (τετράγωνο, κύκλο, τρίγωνο) σε γενικές γραμμές παρατηρείται αρκετά καλή επίδοση και στις δύο ομάδες ωστόσο και εδώ υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα τους.

Συμπερασματικά παρατηρείται ότι τα νήπια λόγω του ότι έχουν φοιτήσει ήδη μια χρονιά στην υποχρεωτική εκπαίδευση έχουν στατιστικά σημαντική διαφορά από τα προνήπια σε πάρα πολλές μαθηματικές έννοιες. Αυτό πρώτον δείχνει την σημαντικότητα της προσχολικής εκπαίδευσης αλλά δημιουργεί το ερώτημα εάν θα έπρεπε αυτές οι δύο ηλικιακές ομάδες να φοιτούν στο ίδιο ή σε διαφορετικά τμήματα προκειμένου να καλύπτονται περισσότερο οι εκπαιδευτικές τους ανάγκες. Το ερώτημα αυτό θα μπορούσε πιθανόν να απαντηθεί με διαχρονική πειραματική έρευνα σύγκρισης με προνήπια και νήπια που φοιτούν στο ίδιο τμήμα και αντίστοιχα που φοιτούν σε διαφορετικά τμήματα.

Συζήτηση

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν πρώτον να εντοπιστεί κατά πόσο η διαφορά της μαθητικής επάρκειας των προνηπίων με αυτή των νηπίων είναι στατιστικά σημαντική κατά την είσοδο τους στο νηπιαγωγείο και συνεπώς τι μπορεί να σημαίνει αυτό για το τμήμα.

Δεύτερον, να εντοπιστούν οι μαθηματικές έννοιες στις οποίες παρουσιάζουν δυσκολία τα παιδιά προσχολικής ηλικίας με χαμηλή μαθηματική επάρκεια και τρίτον να εντοπιστούν οι μαθηματικές έννοιες στις οποίες παρουσιάζεται στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στο σύνολο των δύο ηλικιακών ομάδων. Η έρευνα, λοιπόν, επικεντρώνεται στο κατά πόσο είναι στατιστικά σημαντική αυτή η διαφορά, σε ποιες μαθηματικές δεξιότητες και τι μπορεί αυτό να σημαίνει για τα παιδιά των δύο διαφορετικών ηλικιακών ομάδων και διαφορετικών επιπέδων μαθηματικής επάρκειας τα οποία παρακολουθούν το ίδιο τμήμα, συνεπώς και την ίδια διδασκαλία.

Όσον αφορά το πρώτο κομμάτι τα προνήπια με τα νήπια εμφανίστηκε ότι έχουν στατιστικά σημαντική διαφορά στο επίπεδο της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας, στο σημείο αυτό καλό

είναι να υπενθυμιστεί ότι η βαθμολογία μετατρέπεται σε μαθηματική επάρκεια και η μαθηματική επάρκεια σε μαθηματικό επίπεδο σύμφωνα με την ηλικία των παιδιών. Συνεπώς ήταν αναμενόμενο να υπάρχει διαφορά στην βαθμολογία του κριτηρίου ανάμεσα στις δύο ηλικιακές ομάδες αλλά δεν ήταν αναμενόμενο να εμφανιστεί στατιστικά σημαντική διαφορά στο επίπεδο της μαθηματικής επάρκειας. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ανάλυση ανά έργο της διαφορά των δύο ηλικιακών ομάδων συνεπάγεται ότι ναι μεν τονίζεται η σημαντικότητα της προσχολικής αγωγής καθώς φαίνεται η διαφορά των νηπίων τα οποία φοιτούν για δεύτερη χρονιά στην υποχρεωτική εκπαίδευση αλλά δημιουργείται και ο προβληματισμός για το κατά πόσο είναι εφικτό στα ελληνικά δεδομένα να μπορεί να πραγματοποιηθεί η διδασκαλία με τρόπο τέτοιο που να καλύπτει και να αναπτύσσει στον καλύτερο δυνατό βαθμό της μαθηματικές ανάγκες των δύο ηλικιακών ομάδων.

Όσον αφορά τα προνήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας οι δυσκολίες τους ξεκινάνε από τις βασικές λογικομαθηματικές διεργασίες οι οποίες είναι πολύ σημαντικές για την μετέπειτα κατάκτηση των επόμενων εννοιών, συνεπώς χρήζουν συστηματικής διδακτικής παρέμβασης για την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης. Παρομοίως και τα νήπια χαμηλής μαθηματικής επάρκειας αν και εμφανίζουν λιγότερες δυσκολίες στις λογικομαθηματικές έννοιες καθώς δεν εμφάνισαν δυσκολίες στην κατηγορία έργων “Σύγκριση” αλλά εμφάνισαν στις υπόλοιπες κατηγορίες αυτό που παρατηρείται περισσότερο είναι η ανάγκη η διδασκαλία τους να τους ενισχύσει στο πως να επεξεργάζονται και να χρησιμοποιούν τις πληροφορίες που τους δίνονται.

Τέλος, τα νήπια με τα προνήπια εμφανίζουν στατιστικά σημαντική διαφορά σε ένα μεγάλο εύρος έργων που ξεκινάει από τις λογικομαθηματικές ικανότητες με ιδιαίτερο βάρος στην ταξινόμηση και στην διάταξη και εντείνεται στις δραστηριότητες καταμέτρησης. Συνεπώς γίνεται πιο σαφής η εικόνα των αναγκών της εκάστοτε ηλικιακής ομάδας και είναι σημαντικό με βάση αυτήν να προετοιμάζεται η ανάλογη διδακτική παρέμβαση.

Ωστόσο, σημαντικό είναι να τονισθεί στο σημείο αυτό ότι η διαβάθμιση της δυσκολίας που έχει το κριτήριο. Γεγονός που σημαίνει ότι τα προνήπια σε έργα μικρότερης δυσκολίας σε κάποια έννοια μπορούν να ανταπεξέλθουν (σύγκριση με ένα κριτήριο, καταμέτρηση μικρότερων συνόλων κ.α.). Αυτό συνεπάγεται ότι διαφορές των παιδιών προκύπτουν από τον βαθμό δυσκολίας των έργων. Συνεπώς, σε μια διδασκαλία μέσα στην τάξη θα πρέπει να εντοπίζει το επίπεδο των προνηπίων και των νηπίων και να υπάρχει διαβάθμιση στην διδακτική των μαθηματικών εννοιών.

Η χρήση του κριτηρίου μπορεί να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό να καταγράψει την ανάπτυξη της πρώιμης μαθηματικής επάρκειας των παιδιών μέσω της σύγκρισης της επίδοσης του

εκάστοτε παιδιού με την επίδοση της αντίστοιχης ηλικιακής ομάδας. Επιπροσθέτως επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να παρατηρεί την μαθηματική εξέλιξη του παιδιού, τα σημεία στα οποία δυσκολεύεται και συνεπώς να οργανώνει αναλόγως την διδασκαλία του. Για παράδειγμα μελετώντας τα αποτελέσματα του κριτηρίου πριν και μετά από μία διδακτική παρέμβαση ο εκπαιδευτικός είναι σε θέση να κρίνει εάν ο μαθητής κατέκτησε ένα υψηλότερο επίπεδο πρώιμης μαθηματικής επάρκειας (Van Luit et al, 1994).

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, θεωρείται σημαντικό να πραγματοποιηθούν διαχρονικές έρευνες προκειμένου να παρατηρηθεί η μαθηματική εξέλιξη των παιδιών από την ηλικία των προνηπίων ως το τέλος της προσχολικής εκπαίδευσης.

Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που εμφανίζει η έρευνα είναι πρώτον ότι το δείγμα επιλέχθηκε μέσω βολικής δειγματοληψίας από συγκεκριμένη περιοχή. Συνεπώς τα αποτελέσματα της έρευνας δεν μπορούν με ασφάλεια να γενικευτούν για τον ευρύτερο πληθυσμό των παιδιών προσχολικής αγωγής της Ελλάδας

Δεύτερον, η παρούσα έρευνα διεξήχθη μετά από ένα δύσκολο διάστημα όπου τα σχολεία είχαν κλείσει τα προηγούμενα 2 χρόνια για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Συνεπώς το επίπεδο της μαθηματικής επάρκειας των παιδιών πιθανόν να επηρεάστηκε από αυτήν την κατάσταση. Συνεπώς καλό θα ήταν να επαναληφθεί μετά από κάποιο χρονικό διάστημα προκειμένου να εμφανιστεί ή όχι αυτή η επιρροή των κλειστών σχολείων στην πρώιμη μαθηματική επάρκεια των παιδιών.

Βιβλιογραφία

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics* 47, 125–143.
- Aubrey, C., Godfrey, R., Pan, Y., & Liu, Y. (2008). Children's early numeracy in England, Finland and People's Republic of China. *International Journal of Early Years Education*, 16(3), 203–221
- Aunio, P. Hautamäki, J., Sajaniemi, N., & Van Luit, J. E. H. (2009). Early Numeracy in Low-Performing Young Children *British Educational Research Journal* 35, (1), 25-46.
- Blomhoj, M. & Jensen, T.M. (2003). Developing mathematical modeling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its application*, 22, (3), 123-139.
- Briars, D. J. and Siegler, R. S. (1984) 'A featural analysis of preschoolers' counting knowledge'. *Developmental Psychology* 20: 607–18
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., Gersten, R., Scammacca, N. & Chavez, M.M. (2008). Mathematics Intervention for First and Second Grade Students With Mathematics Difficulties. *Remedial and Special Education*, 29 (1),20-32.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3–18.
- Γαγάτσος, Α. & Λεμονίδης, Χ.(1994). Προφορική αρίθμηση: Μια βασική και χρήσιμη γνώση που η διδασκαλία την αγνοεί. *Περιοδικό Διάσταση*, Τεύχος 4, σ. 30-40.
- Clarke, B., Clarke, D., & Cheeseman J. (2006). The Mathematical Knowledge and Understanding Young Children Bring to School. *Mathematics Education Research Journal* 2006, 18 (1), 78–102.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (Eds.). (2004). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum
- Clements, D.H., Sarama, J.H. and Liu, X.H. (2008). Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch model: The research-based early mathematics assessment. *Educational Psychology*, 28(4): 457–482.
- Creswell, J. W. (2011). Η έρευνα στην εκπαίδευση: Σχεδιασμός, διεξαγωγή και αξιολόγηση της ποσοτικής και ποιοτικής έρευνας. Αθήνα: Ίων / Έλλην.
- Δαφέρμου, Χαρά, Κουλούρη, Πηνελόπη & Μπασαγιάννη, Ελευθερία (2006). Οδηγός Νηπιαγωγού: Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί- δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-ΠΙ, ΟΕΔΒ.

- Δεσλή, Δ. (2011). Ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης από παιδιά προσχολικής ηλικίας. *ENEΔIM*, 105-114.
- Dowker, A. (2005). Early Identification and Intervention for Students With Mathematics Difficulties. *Journal Learn Disabilities.*, 38,324-332.
- Duncan, G.J., Claessens, A., Huston, A.C., Pagani, L.S., Engel, M., Sexton, H., ... and Japel, C. 2007. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6): 1428–1446.
- Fuchs LS, Fuchs D, Courey SJ (2005). Curriculum-Based Measurement of Mathematics Competence: From Computation to Concepts and Applications to Real-Life Problem Solving. *Assessment for Effective Intervention*.30(2):33-46.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103–119
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Olah, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics disabilities. *Child Development*, 77, 153–175.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850
- Geary, D. C. (1993). ‘Mathematical disabilities: cognition, neuropsychological and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345–62.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, III1 – III6.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304
- Godfrey, R. & Aubrey C. (2001) ASSESSING EARLY MATHEMATICAL DEVELOPMENT, *Research in Mathematics Education*, 3 (1), 55-68,
- Καρούση, Σ. (2018). Άμεση Εκτίμηση Ποσοτήτων από Παιδιά 3-6 ετών. *Έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών*, 0(2), 9-28.
- Κοτοπούλης, Θ.Β. (2004). Η οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης των νηπίων και η ανάπτυξη της στους μαθητές των Α΄ και Β΄ τάξεων του δημοτικού σχολείου. (Διδακτορική Διατριβή). Ανακτήθηκε από:
<https://thesis.ekt.gr/thesisBookReader/id/21615#page/1/mode/2up>

- Lee, J., & Pant, M. D. (2017). Analyses of children's mathematics proficiency from ECLS-K 1998 and 2010 cohorts: why early mathematics? *Contemporary Issues in Early Childhood*, 18(1), 99–103.
- Lembke, E. & Foegen, A. (2009). Identifying Early Numeracy Indicators for Kindergarten and First-Grade Students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 24(1), 12–20.
- Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A., & Purpura, D. J. (2020). When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge. *Journal of Experimental Child Psychology*, 195
- Mazzocco, M. M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 152–155.
- Miller SP, Mercer CD (1997). Educational Aspects of Mathematics Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30,(1),47-56.
- Μπάρμπας, Γ. & Βερμέουλεν, Φ. (2008). Ψυχομετρικό κριτήριο μαθηματικής επάρκειας για παιδιά και εφήβους. Στο πλαίσιο του έργου ΕΠΕΑΕΚ «Ψυχομετρική - διαφορική αξιολόγηση παιδιών και εφήβων με μαθησιακές δυσκολίες». Θεσσαλονίκη: ΑΠΘ
- National Research Council. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academic Press.
- National Research Council (2009). *Strengthening Forensic Science in the United States: A Path Forward*. Washington, DC: The National Academy Press.
- Niss, M (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. Στο A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education, 115-124. Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.
- Παπαναστασίου Κ., (2015), Μέτρηση και αξιολόγηση στην εκπαίδευση, Λευκωσία.
- Παρασκευόπουλος Ι. (1984). 'Εξελικτική ψυχολογία' τόμοι 1,2. Αθήνα.
- Patel, P. & Canobi, K.H., (2010). The role of number words in preschoolers' addition concepts and problem-solving procedures, *Educational Psychology*, 30(2), 107– 124.
- Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου Αναθεωρημένη Έκδοση (2014). «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – Νέο Πρόγραμμα Σπουδών».Υπουργείο Παιδείας & Θρησκευμάτων Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Αθήνα:
- U.S. Department of Education. (1997). *Mathematics equals opportunity: White paper prepared for U. S. Secretary of Education Richard W. Riley*. Washington, DC: Author.

- Ράλλη, Α. Τσαούση Δ. & Μαριδάκη-Κασσωτάκη Αι. (2013). Η προβλεπτική εγκυρότητα της Κλίμακας Αξιολόγησης Δεξιοτήτων Παιδιών Προσχολικής Ηλικίας. *Ερευνώντας τον κόσμο του παιδιού*, 12, 50-64.
- Ryoo, J. H., Molfese, V. J., Heaton, R., Zhou, X., Brown, E. T., Prokasky, A., & Davis, E. (2014). Early mathematics skills from prekindergarten to first grade: score changes and ability group differences in Kentucky, Nebraska, and Shanghai samples. *Journal of Advanced Academics*, 25(3), 162–188.
- Sood, S., & Jitendra, A. K. (2008). A comparative analysis of number sense instruction in reform-based and traditional mathematics text-books. *Journal of Special Education*, 41, 145–157.
- Skoumpourdi, C. (2010). Kindergarten mathematics with ‘Pepe the Rabbit’: how kindergartners use auxiliary means to solve problems. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(3), 299–307.
- Tzouriadou, M., Barbas, G., & Bonti, E. (2002). Socio-cultural environment as a factor of differentiation in mathematical reasoning. *Psychology*, 9, 281–294.
- Van de Rijt, B., Godfrey, R., Aubrey, C., Van Luit, J. E. H., Hasemann, K., Tancig, S. Kavkler, M. and Magajna L., & Tzouriadou, M. (2003). the development of early numeracy in Europe. *Journal of early childhood research*. 1(2):155–180.
- Van de Rijt, B.A.M., Van Luit, J.E.H., & Pennings, A. H (1999). The construction of the Utrecht early mathematical competence scales. *Educational and Psychological Measurement*, 59 (2), 289-309
- Van de Walle, J.A., Lovin, L.H, Karp, K.S. & Bay Williams, J.M. (2017). *Μαθηματικά από το Νηπιαγωγείο ως το Γυμνάσιο*. Αθήνα: Gutenberg.
- Van Luit, J.E.H., & Schopman, E.A.M. (2000). Improving early numeracy of young children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 21, 27—40.
- Van Luit, J.E.H., Van de Rijt, B.A.M., & Pennings, A.H. (1994). *Utrechtse Getalbegrip Toets [Utrecht Test of Number Sense]*. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.
- Weiland, C., & Yoshikawa, H. (2013). Impacts of a prekindergarten program on children’s mathematics, language, literacy, executive function, and emotional skills. *Child Development*, 11.
- Weiland, C., Wolfe, C. B., Hurwitz, M. D., Clements, D. H., Sarama, J. H., Yoshikawa, H. (2012). Early mathematics assessment: Validation of the short form of a prekindergarten and kindergarten mathematics measure. *Educational Psychology*, 32(3), 311–333.

