

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



---

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ  
ΤΗΣ Α' ΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ  
ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΑΠΟ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ  
ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

---

Πτυχιακή Εργασία  
της Μαρίας Κούστα  
ΑΕΜ 4679

ΦΛΩΡΙΝΑ,  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2021-2022

## Φύλλο Εξέτασης

1. Επόπτης:

Βαθμός:

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

2. Δεύτερος Βαθμολογητής:

Βαθμός:

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

Γενικός Βαθμός:

Η συγγραφέας Κούστα Μαρία (ΑΕΜ 4679) βεβαιώνει ότι το περιεχόμενο του παρόντος έργου είναι αποτέλεσμα προσωπικής εργασίας και ότι έχει γίνει η κατάλληλη αναφορά στις εργασίες τρίτων, όπου κάτι τέτοιο ήταν απαραίτητο, σύμφωνα με τους κανόνες της ακαδημαϊκής δεοντολογίας.

## Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη.....	3
Abstract .....	3
Πρόλογος .....	4
Εισαγωγή.....	4
Θεωρητικό μέρος.....	7
<i>Ο ρόλος των σχολικών βιβλίων στο μάθημα των μαθηματικών.....</i>	7
<i>Οι μαθητές και οι μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά: Παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοσή τους.....</i>	8
<i>Μοντέλα ανάλυσης των σχολικών βιβλίων.....</i>	9
<i>Έρευνες για τη χρήση των σχολικών εγχειριδίων από μαθητές και μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά .....</i>	12
<i>Σκοπός της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα .....</i>	13
Μεθοδολογία .....	14
<i>Υλικό της έρευνας και μέθοδος δειγματοληψίας .....</i>	14
<i>Ερευνητικό εργαλείο.....</i>	14
<i>Διαδικασία .....</i>	21
<i>Σχέδιο ανάλυσης.....</i>	22
<i>Εγκυρότητα και αξιοπιστία.....</i>	22
<i>Πεδίο εφαρμογής και περιορισμοί της μεθοδολογίας .....</i>	23
Αποτελέσματα .....	23
<i>Συμπεράσματα.....</i>	61
Συζήτηση.....	67
<i>Περιορισμοί της έρευνας.....</i>	69
<i>Προτάσεις για μελλοντικές έρευνες .....</i>	69
Βιβλιογραφία.....	71
Παράρτημα.....	79

## Περίληψη

Σκοπός της παρούσας έρευνας, είναι η μελέτη των σχολικών βιβλίων ως προς τη χρήση τους από τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Συγκεκριμένα, εξετάζεται αν προλαμβάνουν και αντιμετωπίζουν τις μαθησιακές δυσκολίες και αν υποστηρίζουν τους/ τις εκπαιδευτικούς στο σχεδιασμό ενός διαφοροποιημένου μαθήματος. Η επιλογή του θέματος προέκυψε, καθώς πολυάριθμες και διαχρονικές έρευνες αναγνωρίζουν τον ρόλο των σχολικών βιβλίων ως βασικό μέσο διδασκαλίας. Επιπρόσθετα, η όλο και αυξανόμενη ευαισθητοποίηση που αποκτά το ζήτημα της διαφορετικής ετοιμότητας και της ενεργής συμμετοχής στην κατάκτηση της γνώσης, προκάλεσαν την απορία για την επιρροή που μπορεί να ασκούν τα βιβλία στη διαμόρφωση ενός μαθήματος με ίσες ευκαιρίες για όλα τα παιδιά. Για το εμπειρικό μέρος της εργασίας, σχεδιάστηκε ερευνητικό εργαλείο που αποτελούταν από δεκατρία κριτήρια. Τα κριτήρια αυτά, συνδέονται με τη διδασκαλία ατόμων με μαθησιακές δυσκολίες και προέκυψαν από τις έρευνες των Agaliotis (2012), Bryant et al. (2008) και Jitendra et al. (2005). Μετά το σχεδιασμό του ερευνητικού εργαλείου, αναζητήθηκαν τα κριτήρια αυτά στα βιβλία της Α' δημοτικού. Τα αποτελέσματα ήταν ικανοποιητικά και φανέρωσαν πως σημαντικό για την αποτελεσματική διδασκαλία είναι το βιβλίο εκπαιδευτικού. Εκείνο, καθώς παρουσιάζει περισσότερες δραστηριότητες και πληροφορίες για τους/ τις εκπαιδευτικούς, βοηθάει να οργανωθεί ένα διαφοροποιημένο μάθημα όπου οι μαθητές και οι μαθήτριες, ανεξαρτήτως ρυθμού και ετοιμότητας, μπορούν να συμμετέχουν ενεργά. Τα αποτελέσματα αυτά, στοχεύουν στην ευαισθητοποίηση σχετικά με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν μερικοί/-ές στα μαθηματικά και στην παρότρυνση των εκπαιδευτικών να αναδιαμορφώνουν τη διδασκαλία τους μέχρι να προκύψουν τα καλύτερα για όλους μαθησιακά αποτελέσματα.

Λέξεις κλειδιά

Ανάλυση σχολικών βιβλίων, μαθητές/ μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, διδακτικά μέσα, βιβλία μαθηματικών

## Abstract

The aim of the current study was to evaluate the textbook use of students with math difficulties. It is evaluated whether they prevent and address learning difficulties and if they support teachers in the design of a differentiated course.

Previous research recognizes the role of textbooks as a basic means of teaching and in addition with the ever-increasing awareness of different learning types, arises the question of how the textbooks can influence students learning opportunities. The research tool for the analysis, was consisting of thirteen criteria, that are known to be critical factors when teaching people with learning disabilities. They were derived from the researches of Agaliotis (2012), Bryant et al. (2008) and Jitendra et al. (2005). After the design of the framework, the math textbooks of the first grade in Greece were analyzed. The results showed that most of the criteria are present in the textbook and that the teacher's book plays an important role when it comes to effective teaching. As this textbook presents more activities and information for teachers, it helps them to organize a differentiated course where students can actively participate. These results aim to raise awareness of the difficulties that some face in mathematics and to encourage teachers to restructure the teaching process until the best learning outcomes are obtained.

#### Keywords

Textbook analysis, students with math difficulties, learning materials, mathematics textbooks

## Πρόλογος

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Προγράμματος Σπουδών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας για το ακαδημαϊκό έτος 2021-2022. Η επιλογή του θέματος προέκυψε από την παρατήρηση φίλων που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση και εφαρμογή των μαθηματικών, καθώς και την παρακολούθηση αντίστοιχου μαθήματος κατά τη διάρκεια των σπουδών μου. Στο σημείο αυτό, οφείλω να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες προς τον επιβλέποντα της εργασίας, τον κύριο Χαράλαμπο Λεμονίδη, για την καθοδήγηση και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε.

## Εισαγωγή

Η ιστορία των μαθηματικών ξεκίνησε πριν από περίπου τέσσερεις χιλιάδες χρόνια (Obasi, 2020), κατά τα οποία τα μαθηματικά υποστηρίζουν την ανάπτυξη και άλλων επιστημών, καθιστώντας τα βασικό στοιχείο της επιστημονικής κληρονομιάς του ανθρώπου (Dejić & Mihajlonić, 2014). Επιπροσθέτως, η σημαντικότητα της επιστήμης αυτής, πηγάζει από το γεγονός ότι οι μαθηματικές

πράξεις συναντώνται στην καθημερινότητα (Hadar, 2017), ορίζοντας αναγκαία την κατάκτηση των βασικών της δεξιοτήτων (Kroesbergen et al., 2007; Reid et al., 2013). Η σπουδαιότητα των μαθηματικών αναγνωρίστηκε και από την εκπαιδευτική κοινότητα, καθώς όταν οι μαθητές και οι μαθήτριες έρχονται σε καθημερινή επαφή με τα μαθηματικά, καλλιεργούν δεξιότητες ενεργών πολιτών (Reid et al., 2013). Συνεπώς, ο σκοπός της διδασκαλίας του μαθήματος για όλες τις τάξεις υποχρεωτικής φοίτησης είναι οι μαθητές και οι μαθήτριες να εφαρμόζουν την κατακτημένη γνώση σε ένα πλαισιωμένο περιβάλλον (Boaler, 1993). Όμως, πρέπει να αναφερθεί πως μερικοί/-ές δυσκολεύονται σε αυτό. Η αποτυχία, που συνοδεύει συνήθως αυτές τις δυσκολίες, έχει ως αποτέλεσμα τη χαμηλή αυτοπεποίθηση και τα ελάχιστα κίνητρα, τα οποία, επηρεάζουν τα μαθησιακά αποτελέσματα (Radyuli et al., 2020). Έτσι, δημιουργείται ένας φαύλος κύκλος που οδηγεί στην αποστροφή των ατόμων από την επιστήμη αυτή. Ευθύνη της εκπαιδευτικής κοινότητας είναι να προλαμβάνει τις δυσκολίες στα μαθηματικά, ελέγχοντας όλους τους παράγοντες που επηρεάζουν τα μαθησιακά αποτελέσματα, μαζί με εκείνους και το σχολικό βιβλίο. Αναφορικά με το τελευταίο, έχουν αυξηθεί ραγδαία οι έρευνες τις τελευταίες τέσσερις δεκαετίες (Fan et al., 2013), όμως, φανερώνουν πως τα βιβλία δεν πληρούν ικανοποιητικά τα κριτήρια που συνδέονται με τη διδασκαλία παιδιών με μαθησιακές δυσκολίες. Τέλος, εστιάζοντας στα δεδομένα της Ελλάδας, τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες καλούνται να επεξεργαστούν τα βιβλία γενικής ετοιμότητας (Agaliotis, 2012). Το γεγονός αυτό, οδηγεί στην ανάγκη κριτικής ανάλυσής τους.

Η παρούσα έρευνα στοχεύει στην μελέτη των βιβλίων της Α' δημοτικού στα μαθηματικά, καθώς είναι μια σημαντική τάξη για την πρόληψη και αντιμετώπιση των δυσκολιών. Για τη σφαιρική προσέγγιση της εργασίας, παρουσιάζεται πρώτα η βιβλιογραφική ανασκόπηση στην οποία παρουσιάζονται πληροφορίες σχετικά με το ρόλο του βιβλίου στα μαθηματικά καθώς και τα χαρακτηριστικά εμπόδια των μαθητών/ μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες. Επιπρόσθετα παρουσιάζονται προηγούμενες έρευνες ανάλυσης βιβλίων και τα ερευνητικά μοντέλα που εφαρμόστηκαν σε αυτές. Τέλος, γίνεται αναφορά στη χρήση των βιβλίων από τους μαθητές/ τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες. Επίσης, δηλώνονται τα ερευνητικά ερωτήματα που σχετίζονται με την αποτελεσματικότητα των σχολικών βιβλίων στην πρόληψη και αντιμετώπιση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά καθώς και με την υποστήριξη που προσφέρουν τα βιβλία στους/ στις

εκπαιδευτικούς στη διαμόρφωση ενός εποικοδομητικού μαθήματος. Έπειτα, ακολουθεί η μεθοδολογία και τα αποτελέσματα. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων γίνεται για κάθε μάθημα περιληπτικά και αναλυτικά σε πίνακες. Τέλος, αναφέρονται τα συμπεράσματα της έρευνας και η συζήτηση, όπου πραγματοποιείται περιληπτικός σχολιασμός των αποτελεσμάτων και προτάσεις για μελλοντικές έρευνες.

## Θεωρητικό μέρος

### *Ο ρόλος των σχολικών βιβλίων στο μάθημα των μαθηματικών*

Η σημασία των σχολικών βιβλίων στην τάξη έχει αποδειχθεί από πολλές έρευνες, στις οποίες τα χαρακτηρίζουν ως σημαντικό μέσο για την πραγματοποίηση της διδασκαλίας και για την κατάκτηση της γνώσης (Csíkos, 2016; Fan, 2013; Macintyre & Hamilton, 2010; Nathan et al., 2002; Ogan-Bekiroglu, 2007; Okeeffe, 2013; Pepin et al., 2001; Rezat, 2009; Sievert et al., 2019; Törnroos, 2005). Χάρη στην οργανωμένη αλληλουχία των ιδεών και πληροφοριών, προσφέρουν ευκαιρίες στους μαθητές και στις μαθήτριες να κατακτήσουν τη νέα γνώση (Freeman & Porter, 1989; Sievert et al., 2019) και να υιοθετήσουν ένα συγκεκριμένο μαθησιακό στυλ (Fagginger Auer et al., 2016), όπου εξοικειώνονται με τη χρήση στρατηγικών (Sievert et al., 2019). Συγκεκριμένα, αναφορικά με τα βιβλία των μαθηματικών, υποστηρίχθηκε πως συνδέονται με την ολοκληρωμένη μάθηση (Hadar, 2017) και την μαθησιακή επιτυχία (Sievert et al., 2019; Törnroos, 2005). Ακόμα, υποστηρίχθηκε ότι βοηθούν τους/ τις εκπαιδευτικούς στη διαμόρφωση ενός εποικοδομητικού μαθήματος, προσφέροντάς τους προτάσεις για παιδαγωγικές πρακτικές (Nathan et al., 2002).

*«Ο πραγματικός σκοπός των βιβλίων είναι να παγιδεύσει το μυαλό για να το αναγκάσει να σκεφτεί μόνο του»*, είχε πολύ εύστοχα επισημάνει ο Christopher Morley (1890-1957), υποστηρίζοντας ότι τα βιβλία, πρέπει να προκαλούν τους αναγνώστες να προβληματίζονται και να αναζητούν απαντήσεις μέσα από τη δική τους έρευνα. Αντίστοιχα, τα βιβλία των μαθηματικών, οφείλουν να προκαλούν τους/ τις εκπαιδευτικούς να συλλογίζονται κριτικά για το σχεδιασμό ενός εποικοδομητικού μαθήματος και τους μαθητές/ τις μαθήτριες να κατακτούν ενεργά τη γνώση. Ωστόσο, έρευνες έδειξαν πως η πραγματικότητα διαφέρει αρκετά. Φανερώθηκε πως οι εκπαιδευτικοί βασίζονται σε υπερβολικό βαθμό στο σχολικό βιβλίο, εστιάζοντας περισσότερο στην πραγματοποίηση των δραστηριοτήτων παρά στη βαθύτερη κατανόηση των εννοιών και δεξιοτήτων (Nikolakaki et al., 2012). Οι εκπαιδευτικοί που διδάσκουν μαθηματικά, βασίζονται στα βιβλία και στη δομή τους για να υλοποιήσουν το μάθημα (Johansson, 2003), φτάνοντας συχνά στη συνήθεια να ακολουθούν τα βιβλία ακόμα και ως προς τη σειρά των ενοτήτων και τον χρόνο που αφιερώνουν σε εκείνες (Csíkos, 2016).



***Οι μαθητές και οι μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά: Παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοσή τους***

Τα μαθηματικά είναι μια επιστήμη με την οποία έρχονται όλοι σε επαφή όσο φοιτούν στο σχολείο. Το μάθημα αυτό διδάσκεται σε σχεδόν καθημερινή βάση στην πλειοψηφία των μαθητών/ μαθητριών που βρίσκονται κάτω από την ηλικία των 12 ετών. Σε αυτό τον πληθυσμό, υπάρχει πιθανότητα 6,5% να συμμετέχουν άτομα με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά (Desoete et al., 2004; Gross-Tsur et al., 1996; Lewis et al., 2010; Ostad, 1997), δηλαδή άτομα που δυσκολεύονται να κατακτήσουν τις μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες, έτσι ώστε να επιλύουν με επιτυχία τα προβλήματα (Geary, 2004; Karagiannakis et al., 2014). Η εκδήλωση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά συμβαίνει με διάφορους τρόπους (Silver et al., 1999). Οι μαθητές/ μαθήτριες με δυσκολίες στα μαθηματικά μπορεί να παρουσιάζουν σωματικές βλάβες, γνωστικά ή συναισθηματικά προβλήματα και γενικές δυσκολίες μάθησης (Gross-Tsur et al., 1996; Reid et al., 2013; Scherer et al., 2016). Τέλος, υπάρχει περίπτωση να παρουσιαστούν μαθησιακές δυσκολίες μετά από κάποια ασθένεια ή τραυματισμό (Scherer et al., 2016).

Προκύπτει ότι οι παράγοντες που οδηγούν στις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά είναι διάφοροι. Ωστόσο, μερικές δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα άτομα αυτά είναι κοινές και χαρακτηριστικές. Ένα βασικό ζήτημα είναι η κατάκτηση των στρατηγικών και των δεξιοτήτων (Garnett & Fleischner, 1983; Ostad, 1997). Συγκεκριμένα, δεν κατακτώνται βασικές αρχές μέτρησης, έτσι ώστε να διευκολυνθεί η επίλυση προβλημάτων και, παράλληλα, παρατηρείται αδυναμία ανάκτησης αριθμητικών γεγονότων από τη μακροπρόθεσμη μνήμη. Έτσι, οδηγούνται σε διαδικαστικά λάθη (Geary, 2004) και αποτυγχάνουν στην επίλυση των προβλημάτων (Garnett & Fleischner, 1983; Ostad, 1997). Ακόμα, αξίζει να αναφερθεί η έρευνα των Bryant et al. (2000), η οποία μελέτησε τις εννιά πιο χαρακτηριστικές συμπεριφορές μαθητών και μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Κατά την έρευνά τους προέκυψε πως τα άτομα αυτά δυσκολεύονται στην επίλυση γραπτών προβλημάτων με περισσότερες από μία πράξεις, δεν έχουν την ικανότητα να κρίνουν λογικά μια απάντηση, ούτε θυμούνται με ακρίβεια τις σχέσεις μεταξύ των αριθμητικών συμβόλων και όρων. Επιπρόσθετα, αδυνατούν να τοποθετούν με ακρίβεια τους αριθμούς στο χώρο κατά τη γραπτή εκτέλεση αριθμητικών πράξεων, καθώς και να μεταφέρουν μονάδες από στήλη σε στήλη. Επίσης, δυσκολεύονται να πραγματοποιήσουν νοερούς

υπολογισμούς, επειδή δεν κάνουν χρήση ευέλικτων στρατηγικών. Τέλος, κάνουν λάθη στη γραφή των λέξεων, των αριθμών και των αριθμητικών συμβόλων.

Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών, αξίζει να αναφερθεί ο ρόλος του σχολικού βιβλίου, το οποίο πρέπει να σχεδιαστεί και να επιλεγεί με σύνεση (Van Den Ham & Heinze, 2018). Τις τελευταίες δεκαετίες οι ερευνητές έχουν στρέψει το ενδιαφέρον τους και στα βιβλία των μαθηματικών (Fan et al., 2013). Το έντονο αυτό ενδιαφέρον, δεν μπορεί να θεωρηθεί τυχαίο καθώς η ανάλυσή των βιβλίων βοηθάει να γίνει αντιληπτό πώς τα χρησιμοποιούν οι μαθητές και οι μαθήτριες αλλά και πώς οργανώνουν και υλοποιούν οι εκπαιδευτικοί τις διδακτικές ώρες (Rezat, 2009). Συνεπώς, η ανάλυση των βιβλίων είναι κρίσιμη για την αύξηση της μαθησιακής επιτυχίας (Fan, 2013; Törnroos, 2005).

### ***Μοντέλα ανάλυσης των σχολικών βιβλίων***

Η έρευνα των Jitendra et al. (2005) αποτελούταν από δύο ερευνητικά ερωτήματα. Το πρώτο αναφερόταν στο βαθμό στον οποίο κάλυπταν οι δραστηριότητες των βιβλίων της Γ' δημοτικού τους μαθησιακούς στόχους για την τάξη αυτή, ενώ το δεύτερο αν ικανοποιούσαν τα εκπαιδευτικά κριτήρια. Για να απαντηθούν τα ερευνητικά ερωτήματα, μελετήθηκαν πέντε βιβλία των μαθηματικών που εφαρμόζονταν στις ΗΠΑ. Για την πρώτη έρευνα, αξιολογήθηκαν οι δραστηριότητες ως προς την επίλυση των προβλημάτων, την αιτιολόγηση, την επικοινωνία μαθηματικών γνώσεων και εννοιών, τη συνάφεια και τις αναπαραστάσεις. Για το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, δόθηκε έμφαση στα χαρακτηριστικά που είναι κρίσιμα για τους μαθητές/ τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες. Τα κριτήρια αυτά είχαν τους εξής τίτλους: σαφήνεια του διδακτικού στόχου, διδασκαλία εννοιών και δεξιοτήτων, διδασκαλία προαπαιτούμενων γνώσεων, σαφήνεια διδακτικών επεξηγήσεων, επάρκεια παραδειγμάτων και αντιπαραδειγμάτων, ευκαιρίες για ανεξάρτητη εξάσκηση, επαρκής επανάληψη και αποτελεσματική ανατροφοδότηση. Αναφορικά με το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, φανερώθηκε ότι πολύ συχνά παρουσιάζονται προβλήματα προς επίλυση, στα μισά μαθήματα υπάρχουν δραστηριότητες αιτιολόγησης και παρουσιάζεται ικανοποιητικός αριθμός δραστηριοτήτων με αναπαραστάσεις. Ωστόσο, σπάνια ζητείται από τους μαθητές και τις μαθήτριες να δημιουργήσουν ή να εντοπίσουν τις αναπαραστάσεις που θα τους οδηγήσουν στην επίλυση του προβλήματος, ενώ λίγες είναι οι δραστηριότητες που απαιτούν την επικοινωνία της μαθηματικής γνώσης. Αναφορικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, φανερώθηκε πως ο

στόχος είναι σε όλα τα μαθήματα σαφής, παρουσιάζεται ικανοποιητικός βαθμός δραστηριοτήτων όπου γίνεται αναθεώρηση της προαπαιτούμενης γνώσης και επανάληψη. Ακόμα, γίνεται κατανοητή διδασκαλία των νέων εννοιών ή δεξιοτήτων και ανατροφοδότηση. Επιπρόσθετα τα κριτήρια σαφήνεια διδακτικών επεξηγήσεων και ανεξάρτητη μάθηση κρίθηκαν πως ικανοποιούνται πλήρως. Τέλος, σχετικά με τα παραδείγματα, δεν παρουσιάστηκαν αρκετά, ενώ δεν βρέθηκαν καθόλου αντιπαραδείγματα στα σχολικά βιβλία.

Οι Sood και Jitendra (2007), μελέτησαν τέσσερα σχολικά εγχειρίδια της πρώτης τάξης των ΗΠΑ, όπου τα τρία ήταν παραδοσιακά και το ένα βασισμένο σε νέες πρακτικές. Σκοπός της έρευνας ήταν να μελετηθεί η διδασκαλία της αίσθησης των αριθμών. Τα κριτήρια που εφάρμοσαν ήταν οι μεγάλες ιδέες, η ρητή διδασκαλία, η ανατροφοδότηση και η ανασκόπηση. Διαπιστώθηκε πως τα παραδοσιακά βιβλία προσέφεραν περισσότερες ευκαιρίες για την κατανόηση των σχέσεων των αριθμών, ενώ το αναθεωρημένο βιβλίο εστίασε στη σύνδεση μαθηματικών με τα βιώματα των παιδιών. Τέλος, διατυπώθηκε το συμπέρασμα πως τα παραδοσιακά βιβλία προσέφεραν πιο σαφή διδασκαλία και περισσότερες ευκαιρίες για εξάσκηση.

Στην έρευνά τους, οι Bryant et al. (2008) μελέτησαν τα 4 πιο δημοφιλή βιβλία της σχολικής χρονιάς 2004-2005 του Τέξας από το νηπιαγωγείο, την πρώτη και τη δεύτερη τάξη, για να προσδιορίσουν αν περιλαμβάνονται τα κρίσιμα χαρακτηριστικά της διδασκαλίας. Τα χαρακτηριστικά ήταν η σαφήνεια του στόχου, οι δεξιότητες και έννοιες που κατακτήθηκαν, η χρήση υλικού και αναπαραστάσεων, η εκπαιδευτική προσέγγιση, τα παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν, οι ευκαιρίες εξάσκησης, η ανασκόπηση των προαπαιτούμενων μαθηματικών δεξιοτήτων, η διόρθωση και η ανατροφοδότηση, το λεξιλόγιο, οι στρατηγικές και ο έλεγχος προόδου. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης έδειξαν ότι, ενώ οι τάξεις αυτές είναι κρίσιμες για την επιτυχή μάθηση των μαθηματικών, τα χαρακτηριστικά της αποτελεσματικής διδασκαλίας δεν ενσωματώθηκαν πλήρως στα σχολικά αυτά βιβλία. Δεδομένου ότι η διδασκαλία σε αυτές τις τάξεις είναι σημαντική για την επιτυχή σταδιοδρομία στα μαθηματικά, τα ευρήματα της μελέτης φανέρωσαν ότι πρέπει να ενισχυθεί το μάθημα με τα χαρακτηριστικά της έρευνας. Τα πορίσματα αυτά, πρέπει να κάνουν τους/ τις εκπαιδευτικούς προσεκτικούς/-ές ως προς τον τρόπο που χρησιμοποιούν τα σχολικά βιβλία και να προετοιμάζονται κατάλληλα, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η συμμετοχή όλων.

Μια άλλη έρευνα που εστιάζει στην ανάλυση των βιβλίων ως προς τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά είναι εκείνη του Agaliotis (2012). Σκοπός της ήταν να διασαφηνίσει το βαθμό στον οποίο υποστηρίζουν τα σχολικά βιβλία της γλώσσας και των μαθηματικών της Α', Β' και Γ' δημοτικού στην Ελλάδα τη διδασκαλία των μαθητών/ μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες. Για να πραγματοποιηθεί η έρευνα, χρησιμοποιήθηκαν τα κριτήρια της σαφήνειας του στόχου, της εξάσκησης προαπαιτούμενων γνώσεων, της σαφήνειας των διδακτικών επεξηγήσεων, της επάρκειας σαφών παραδειγμάτων, της διδασκαλίας επιπρόσθετων εννοιών ή δεξιοτήτων, της καθοδηγούμενης και ανεξάρτητης μάθησης και της επανάληψης. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως τα βιβλία των μαθηματικών ικανοποιούν εν μέρη τα κριτήρια, ωστόσο για τη διδασκαλία μαθητών/ μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά συνίσταται η διασαφήνιση του στόχου και των επεξηγήσεων, η διδασκαλία μίας έννοιας ή δεξιότητας καθώς και η συχνή επανάληψη.

Στην έρευνά τους, οι Van Garderen et al. (2012) μελέτησαν το βαθμό στον οποίο συμπεριλαμβάνουν τα βιβλία των μαθηματικών δραστηριότητες που υποστηρίζουν τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες να αναπτύξουν τη δεξιότητα επεξεργασίας αναπαραστάσεων. Για την έρευνα αυτή, μελέτησαν τέσσερα βιβλία της Στ' δημοτικού και τέσσερα βιβλία της Α' Γυμνασίου του Τέξας, της Φλόριντα και της Καλιφόρνια, αναλύοντας τις αναπαραστάσεις τους. Οι δύο κατηγορίες αναπαραστάσεων που μελετήθηκαν, ήταν οι διδακτικές, οι οποίες ήταν εκείνες που προσέφεραν πληροφορίες για την επίλυση του προβλήματος και οι αναπαραστάσεις εφαρμογής, οι οποίες απαιτούσαν τη συμπλήρωση ή το σχεδιασμό τους από τους μαθητές και τις μαθήτριες. Τα συμπεράσματα της έρευνας ήταν πως υπήρχαν λίγες ρητές οδηγίες για τη δημιουργία αναπαραστάσεων και πως δεν παρουσιάζονταν πολλές ευκαιρίες για την επεξεργασία αναπαραστάσεων εφαρμογής.

Οι Sievert et al. (2019) στην έρευνά τους μελέτησαν πόσες ευκαιρίες μάθησης παρουσιάζονται στα σχολικά βιβλία στα μαθήματα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης πολυψήφων αριθμών. Ακόμα, ερευνήθηκε η επίδραση που ασκεί το σχολικό βιβλίο στην προσαρμοστική ικανότητα των παιδιών της Γ' δημοτικού. Μελετήθηκαν τρία βιβλία για την Α' και Β' δημοτικού και τέσσερα βιβλία για τη Γ' δημοτικού. Για την ανάλυση, δόθηκε έμφαση στο είδος και στην ποσότητα των

δραστηριοτήτων που καλούνται να λύσουν οι μαθητές και οι μαθήτριες. Τα αποτελέσματα φανέρωσαν πως υπάρχει σχέση μεταξύ των ευκαιριών μάθησης που παρουσιάζονται στα βιβλία και στα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, σημειώθηκε πως η μαθησιακή διαδικασία επηρεάζεται από την τήρηση του προγράμματος σπουδών από τα σχολικά βιβλία.

Στην πρόσφατη έρευνά τους, οι Lee & Shin (2021) αξιολόγησαν τα προσαρμοσμένα ψηφιακά εγχειρίδια μαθηματικών των Γ', Δ', Ε' και ΣΤ' τάξεων της Νότιας Κορέας με βάση τις παγκόσμιες οδηγίες σχεδίασης μαθήματος (Universal Design for Learning). Για να πραγματοποιήσουν την έρευνα βασίστηκαν σε τρεις κατηγορίες κριτηρίων με υποκατηγορίες. Οι τρεις βασικές ήταν η παροχή πολλαπλών μέσων αναπαράστασης, η δράση και έκφραση και η ενεργή συμμετοχή. Τα αποτελέσματα της έρευνας φανέρωσαν πως τα ψηφιακά βιβλία επιτρέπουν στους μαθητές και στις μαθήτριες να περιηγούνται εύκολα στο περιεχόμενο του μαθήματος. Παρέχουν πολλαπλές επιλογές διαχείρισης των ψηφιακών μέσων και διαφοροποιούν τη διδασκαλία, παρουσιάζοντας διαφορετικά παραδείγματα για ανεξάρτητη ή καθοδηγούμενη μάθηση. Ακόμα, τα ψηφιακά βιβλία των μαθηματικών στην Νότια Κορέα υποστηρίζουν τους μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά ως προς την οπτική παρουσίαση της ύλης, όμως υστερούν στην παροχή εναλλακτικών ακουστικών μέσων.

### ***Έρευνες για τη χρήση των σχολικών εγχειριδίων από μαθητές και μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά***

Ενώ υπάρχουν έρευνες που αναφέρουν τη σημαντικότητα της επιλογής των κατάλληλων βιβλίων (Ogan-Bekiroglu, 2007) και πως εκείνα πρέπει να είναι σχεδιασμένα για την πραγματοποίηση μιας εποικοδομητικής διδασκαλίας (Nathan et al., 2002), τα αποτελέσματα πολλών ερευνών επέστρεψαν αρνητικά πορίσματα. Συγκεκριμένα, φανερώθηκε πως τα βιβλία δεν υποστηρίζουν τους εκπαιδευτικούς να παρέχουν στα παιδιά την κατάλληλη διαφοροποιημένη διδασκαλία και πως είναι ανεπαρκή για να τα επεξεργάζονται παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες (Agaliotis, 2012; Carnine, 1991; Carnine et al., 1997; Freeman & Porter, 1989; Jitendra et al., 2005). Επιπρόσθετα, τονίστηκε από τους Jitendra et al. (2005) πως η ακαταλληλότητα των σχολικών βιβλίων συμβάλλει στη διεύρυνση του χάσματος των ικανοτήτων των παιδιών γενικής ετοιμότητας και εκείνων με μαθησιακές δυσκολίες. Τα αποτελέσματα αυτά, οδήγησαν στο συμπέρασμα πως η διδασκαλία των μαθηματικών, και μαζί με εκείνη τα σχολικά βιβλία, χρήζει άμεσης

αξιολόγησης και αναδιαμόρφωσης (Carnine, 1991; Sood & Jitendra, 2007), έτσι ώστε να επιτευχθούν τα καλύτερα δυνατά μαθησιακά αποτελέσματα (Macintyre & Hamilton, 2010). Για να συμβεί αυτό, είναι πολύ σημαντικό να αναγνωριστούν οι πιθανές δυσκολίες σε μικρή ακόμα τάξη, καθώς οι ηλικίες 5 έως 7 θεωρούνται οι πιο κρίσιμες στην κατάκτηση της μαθηματικής σκέψης (Bryant et al., 2008). Επίσης, είναι σημαντικό, κατά τη συγγραφή των σχολικών βιβλίων, να λαμβάνονται υπόψη τα χαρακτηριστικά αυτά που είναι κρίσιμα για τη διδασκαλία ατόμων με μαθησιακές δυσκολίες, έτσι ώστε να τα επεξεργάζονται με μεγαλύτερη ευκολία και αποτελεσματικότητα καθώς και να υποστηρίζουν τους/ τις εκπαιδευτικούς να διαφοροποιούν τη διδασκαλία (Jones et al., 1997)

### ***Σκοπός της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα***

Με βάση τα παραπάνω ευρήματα, προέκυψε η ανάγκη ανάλυσης των βιβλίων των μαθηματικών της Α' δημοτικού που εφαρμόζονται στα ελληνικά σχολεία. Έτσι, σκοπός της εν λόγω έρευνας είναι να μελετήσει το βαθμό στον οποίο υποστηρίζουν και προλαμβάνουν τα βιβλία αυτά τους μαθητές και τις μαθήτριες που αντιμετωπίζουν ή τείνουν να αποκτήσουν μαθησιακές δυσκολίες και, παράλληλα, να φανερώσει τον ρόλο που έχει το βιβλίο εκπαιδευτικού για την υλοποίηση ενός αποτελεσματικού μαθήματος. Ο σκοπός επιτυγχάνεται με τη βοήθεια των παρακάτω ερευνητικών ερωτημάτων:

1. Σε ποιο βαθμό υποστηρίζει το ελληνικό σχολικό βιβλίο της Α' δημοτικού τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά;
2. Σε τι βαθμό προλαμβάνει το βιβλίο αυτό τις μαθησιακές δυσκολίες;
3. Σε τι βαθμό υποστηρίζουν τα βιβλία της Α' τάξης, συμπεριλαμβανομένου και το βιβλίο εκπαιδευτικού, που εφαρμόζονται στο ελληνικό δημόσιο δημοτικό σχολείο, στη διαμόρφωση ενός εποικοδομητικού μαθήματος για μαθητές και μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά;

## Μεθοδολογία

### *Υλικό της έρευνας και μέθοδος δειγματοληψίας*

Το υλικό της έρευνας είναι τα σχολικά βιβλία των μαθηματικών της Α' δημοτικού του δημόσιου ελληνικού σχολείου. Η επιλογή του βιβλίου έγινε με αφορμή την έρευνα των Bryant et al. (2008), οι οποίοι ανέφεραν πως το νηπιαγωγείο και οι δύο πρώτες τάξεις του δημοτικού είναι πολύ σημαντικές για τη δημιουργία γερών βάσεων στα μαθηματικά. Ακόμα, τόνισαν πως αν σε αυτές τις κρίσιμες ηλικίες δεν αναγνωριστούν και αντιμετωπιστούν τα εμπόδια των παιδιών, μπορεί να αναπτυχθούν μαθησιακές δυσκολίες. Συνεπώς, επιλέχθηκε να αναλυθούν δέκα μαθήματα τα οποία προέκυψαν από τη σύγκριση των στόχων των μαθημάτων και του αναλυτικού προγράμματος σπουδών.

### *Ερευνητικό εργαλείο*

Για τη διεξαγωγή της ανάλυσης συλλέχθηκαν τα χαρακτηριστικά που πρέπει να περιλαμβάνει ένα βιβλίο για να υποστηρίξει τους μαθητές/ τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Στη συνέχεια, ορίστηκε ο τρόπος αξιολόγησης των χαρακτηριστικών. Τέλος, αναλύθηκαν συγκεκριμένα μαθήματα, των οποίων τα αποτελέσματα συμπληρώθηκαν σε πίνακες. Η συγκεκριμένη μέθοδος εφαρμόζεται από την πλειοψηφία των ερευνητών που αναλύουν σχολικά εγχειρίδια (Agaliotis, 2012; Bryant et al., 2008; Jitendra et al., 2005; Lee & Shin, 2021). Η επιλογή του συγκεκριμένου ερευνητικού εργαλείου δεν είναι τυχαία. Η μέθοδος συλλογής δεδομένων παρέχει άμεσα και γρήγορα αποτελέσματα, μπορούν να συλλεχθούν πληροφορίες για μεγάλο πληθυσμό και τα ποσοτικά αποτελέσματα είναι πιο εύκολο να γενικευτούν και να οδηγήσουν σε ένα σαφές συμπέρασμα. Ωστόσο, μέσα από αυτή τη μέθοδο δεν προκύπτουν δεδομένα, τα οποία μπορούν να δώσουν πιο λεπτομερείς πληροφορίες, όπως είναι η άποψη των εκπαιδευτικών και των μαθητών/ μαθητριών για τη βοήθεια που τους παρέχουν τα βιβλία.

Για την εν λόγω έρευνα, αποδείχθηκαν ιδιαίτερης σημασίας οι μελέτες των Agaliotis (2012), Bryant et al. (2008) και Jitendra et al. (2005), καθώς μελέτησαν τα σχολικά βιβλία ως προς το βαθμό που ανταποκρίνονται σε μαθητές/ μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες. Πολλά από τα κριτήρια που μελέτησαν ήταν κοινά. Συγκεκριμένα, η σαφήνεια του στόχου, η επάρκεια σαφών παραδειγμάτων, η επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης, η ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων καθώς και η διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών ή

δεξιοτήτων ήταν παρούσες σε όλες τις έρευνες. Οι Bryant et al. (2008) μελέτησαν και τη χρήση αναπαραστάσεων, τη διδασκαλία εννοιών και στρατηγικών και την παρατήρηση της προόδου. Ο Agaliotis (2012) μελέτησε την αναθεώρηση της κατακτημένης γνώσης και την επάρκεια της καθοδηγούμενης μάθησης. Ακόμα, οι Jitendra et al. (2005) και οι Bryant et al. (2008) αναφέρθηκαν στην ανατροφοδότηση δηλαδή στην επικοινωνιακή διόρθωση των λαθών. Τέλος, οι Bryant et al. (2008) και ο Agaliotis (2012) αναφέρθηκαν στη διδακτική προσέγγιση. Έτσι, για τη συγκεκριμένη έρευνα, επιλέχθηκαν όλα τα κριτήρια, που συνολικά ήταν δεκατρία και αναγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

**1. Σαφήνεια του διδακτικού στόχου.** Το πρώτο βήμα για το σχεδιασμό ενός μαθήματος μαθηματικών είναι να τεθούν οι στόχοι (Reeve, 1925), οι οποίοι οφείλουν να είναι σαφείς. Μια κατανοητή ως προς τους στόχους διδασκαλία αυξάνει την πιθανότητα των μαθητών και μαθητριών να συμμετέχουν σε ανώτερες μαθησιακές δραστηριότητες, να αυξήσουν τα κίνητρα και το ενδιαφέρον για τη μάθηση και να αναπτύξουν τις ικανότητές τους (Seidel et al., 2005). Στην έρευνα των Seidel et al. (2005), φανερώθηκε πως κατά τη διάρκεια μίας σχολικής χρονιάς όπου δινόταν ιδιαίτερη προσοχή στη σαφήνεια του στόχου, υπήρξε ανάπτυξη της απόδοσης των μαθητών και μαθητριών. Τα ευρήματα αυτά μπορούν να συνδεθούν άμεσα με μαθητές και μαθήτριες που κινδυνεύουν να αποκτήσουν ή έχουν μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, καθώς η σαφήνεια του στόχου βοηθάει να έχουν καλύτερη οργάνωση του περιεχομένου. Για τη συγκεκριμένη έρευνα, δινόταν ο βαθμός 0, αν στο μάθημα δεν παρουσιαζόταν στόχος. Ο βαθμός 1 δινόταν όταν αναγραφόταν αλλά δεν διατυπωνόταν ξεκάθαρα, ενώ βαθμολογούταν με 2, αν παρουσιαζόταν ο στόχος με σαφήνεια.

**2. Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων.** Ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο για όλους τους μαθητές και μαθήτριες είναι η παρουσίαση παραδειγμάτων στην τάξη. Ωστόσο, η έλλειψή τους επηρεάζει περισσότερο τα άτομα που έχουν μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, παρά άτομα γενικής ετοιμότητας, τα οποία έχουν και πάλι ευκαιρίες να πετύχουν υψηλά μαθησιακά αποτελέσματα (Jones et al., 1997). Με βάση τις έρευνες των Agaliotis, (2012), Bryant et al., (2008) και Jitendra et al., (2005), προκύπτει ότι τρία παραδείγματα ανά μάθημα είναι κατάλληλα για την επιτυχημένη διδασκαλία. Με τον ίδιο τρόπο ακολούθησε η εν λόγω έρευνα και μελέτησε την ποσότητα των παραδειγμάτων που παρουσιάζονταν στα μαθήματα. Αν το μάθημα δεν παρουσίαζε παράδειγμα, αξιολογούταν με 0. Αν



παρουσιάζονταν ένα ή δύο παραδείγματα, βαθμολογούταν με 1, ενώ αν παρουσιάζονταν περισσότερα από τρία παραδείγματα, αξιολογούταν με 2.

**3. Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης.** Ως ανεξάρτητη μάθηση χαρακτηρίζεται ο χρόνος όπου οι μαθητές και οι μαθήτριες λύνουν προβλήματα μόνοι/-ες τους. Ο ρόλος του/ της εκπαιδευτικού σε αυτή τη χρονική στιγμή είναι να παρακολουθεί την πρόοδό τους και να παρέχει επεξηγήσεις (Gagnon & Maccini, 2005). Τα οφέλη της ανεξάρτητης μάθησης είναι φανερά τόσο σε μαθητές/ μαθήτριες με γενική ετοιμότητα, όσο και σε παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, καθώς αυξάνονται φανερά τα γνωστικά κατορθώματα (Wijaya et al., 2015). Ενώ, αξίζει να τονιστεί πως για τους μαθητές/ τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες, είναι σημαντικό να συμμετέχουν ενεργά στην κατάκτηση της γνώσης (Lee & Shin, 2021). Στην έρευνα των Jitendra et al., (2005) χαρακτηρίζονται ως δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης εκείνες που έχουν τίτλους αντίστοιχους με «Εξάσκηση», «Ανεξάρτητη Εξάσκηση», «Προσπάθησε μόνος/ μόνη σου». Στην παρούσα έρευνα παρατηρήθηκε πως στο βιβλίο εκπαιδευτικού σημειώνονται δραστηριότητες ως εφαρμογής και εμπέδωσης, ενώ στα βιβλία που επεξεργάζονται οι μαθητές/ μαθήτριες παρουσιάζουν την εικόνα μιας μέλισσας. Οι δραστηριότητες αυτές θεωρήθηκαν ευκαιρίες για ανεξάρτητη μάθηση. Ακόμα, από τις έρευνες των Agaliotis, (2012), Bryant et al., (2008) και Jitendra et al., (2005) προκύπτει ότι κρίνονται αναγκαίες οι τρεις δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης για να πάρει το μάθημα την άριστη βαθμολογία. Συνεπώς, στην παρούσα έρευνα, αν το μάθημα δεν περιλάμβανε δραστηριότητα ανεξάρτητης μάθησης, βαθμολογούταν με 0. Αν παρουσιάζονταν μέχρι δύο δραστηριότητες, αξιολογούταν με 1, ενώ, αν το μάθημα παρουσίαζε τρεις ή περισσότερες δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης, έπαιρνε τη βαθμολογία 2.

**4. Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων.** Οι προαπαιτούμενες γνώσεις επηρεάζουν σημαντικά τα μαθησιακά αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει επειδή η νέα γνώση διαμορφώνεται και συνδυάζεται με την σχετική προϋπάρχουσα και έτσι ο μαθητής/ η μαθήτρια κατακτάει τη γνώση (Rach & Ufer, 2020). Συνεπώς, η ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων αλλά και η διαμόρφωση του μαθήματος με βάση εκείνες είναι από τους πιο σημαντικούς παράγοντες που επηρεάζουν την μετέπειτα σταδιοδρομία στα μαθηματικά (Hailikari et al., 2008). Με βάση τις έρευνες που λειτούργησαν ως πρότυπο της συγκεκριμένης, διεξήχθη το συμπέρασμα πως η κατάλληλη ανασκόπηση

προαπαιτούμενων γνώσεων ή δεξιοτήτων σημαίνει την αναφορά και την εξάσκησή τους. Συνεπώς, η παρούσα έρευνα βαθμολόγησε με 0 το μάθημα εάν δεν υπήρχε δραστηριότητα που να εξασκεί τις προαπαιτούμενες γνώσεις, μήτε έκανε μια σύντομη αναφορά σε εκείνες. Ακόμα, αξιολόγησε με 1 το μάθημα αν γινόταν αναφορά, ωστόσο δεν παρουσιαζόταν δραστηριότητα ή το αντίθετο. Τέλος, βαθμολογούσε το μάθημα με 2 αν συμπεριλάμβανε την αναφορά και έστω μια δραστηριότητα επανάληψης της γνώσης/ δεξιότητας.

**5. Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών ή δεξιοτήτων.** Σύμφωνα με την έρευνα των Bryant et al. (2008), ένα αποτελεσματικό μάθημα που λαμβάνει υπόψη του και τους μαθητές/ τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες εστιάζει στη διδασκαλία μίας μόνο έννοιας ή δεξιότητας κάθε φορά. Η παρούσα έρευνα ακολούθησε την άποψη αυτή και συνεπώς, εάν διδάσκονταν ανά μάθημα παραπάνω από 2 έννοιες ή δεξιότητες, βαθμολογούταν με 0. Αν στο μάθημα διδάσκονταν 2 έννοιες ή δεξιότητες, βαθμολογούταν με 1. Τέλος, αν διδασκόταν η έννοια ή δεξιότητα, που βασιζόταν στον στόχο της ενότητας, βαθμολογούταν με 2.

**6. Χρήση των αναπαραστάσεων και εποπτικών μέσων.** Η χρήση των εποπτικών μέσων βοηθάει στην αποτελεσματική παρουσίαση και κατανόηση της μαθηματικής έννοιας (Λεμονίδης, 2016). Ως εποπτικά μέσα ορίζονται συγκεκριμένα αντικείμενα ή εικόνες που απεικονίζουν μαθηματικές έννοιες (Lafay et al., 2019). Τα μέσα αυτά μπορούν να οργανωθούν ή να ομαδοποιηθούν από τους μαθητές και τις μαθήτριες για να αναπαραστήσουν μια μαθηματική σχέση (Maccini & Gagnon, 2000). Έτσι, κρίνεται σημαντικό να εντάσσονται στη διδασκαλία ειδικά σχεδιασμένα αντικείμενα, όπως είναι τα blocks, ή αντικείμενα καθημερινής χρήσης, όπως είναι τα χάρτινα πιάτα (Bouck & Park, 2018). Η χρήση των αναπαραστάσεων και των εποπτικών μέσων κατά τη διάρκεια του μαθήματος είναι σημαντική καθώς βοηθάει τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες (Lafay et al., 2019) να οπτικοποιήσουν το πρόβλημα, την έννοια ή τη δεξιότητα που διδάσκονται (Uttal et al., 1997). Όταν χρησιμοποιούνται τα μέσα αυτά, μπορούν να οργανώσουν οπτικά τις πληροφορίες και να αναγνωρίσουν τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών εννοιών και των πληροφοριών του κειμένου (Lee & Shin, 2021). Συνεπώς, αυξάνονται τα μαθησιακά αποτελέσματα (Lafay et al., 2019). Στην παρούσα έρευνα, αν το μάθημα περιλάμβανε έως μία δραστηριότητα με εποπτικά μέσα, αξιολογούταν με 0. Αν το μάθημα παρουσίαζε δύο ή τρεις

δραστηριότητες με αναπαραστάσεις, βαθμολογούταν με 1. Αν το μάθημα είχε περισσότερες από τρεις δραστηριότητες που να συνοδεύονται από τη χρήση αναπαραστάσεων, αξιολογούταν με 2.

**7. Διδακτική προσέγγιση.** Το κριτήριο αυτό προέκυψε από τις έρευνες των Bryant et al. (2008) και Agaliotis (2012). Οι δύο αυτές έρευνες κάνουν αναφορά στη σημασία της ρητής διδασκαλίας, η οποία είναι σημαντική για τη διδασκαλία μαθητών/ μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες (Gersten et al., 2009) και είναι αποτελεσματική όταν εφαρμόζεται καθημερινά (Doabler & Fien, 2013). Η ρητή διδασκαλία αναφέρεται στη σαφή περιγραφή των βημάτων, έτσι ώστε να φωτιστούν και οι στρατηγικές (Darch et al., 1984). Επιπρόσθετα, οι Bryant et al. (2008) μελέτησαν αν οι δραστηριότητες βασίζονται στην ανακαλυπτική μέθοδο. Η ανακαλυπτική μέθοδος, εστιάζει στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών και μαθητριών. Αρχικό και βασικότερο βήμα της είναι η παρουσίαση ενός προβλήματος. Το πρόβλημα αυτό, αν βασίζεται στις γνώσεις και στις εμπειρίες των παιδιών, παρακινεί το ενδιαφέρον τους και τους ωθεί να συμμετέχουν ενεργά στην επίλυσή του. Κάθε στάδιο της ανακαλυπτικής μεθόδου έχει σημαντική επίδραση στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης, στην κατανόηση των εννοιών καθώς και στην καλύτερη διατήρηση της πληροφορίας. Ακόμα, αναπτύσσεται η ικανότητα σχηματισμού λογικού συμπεράσματος και διερεύνησης και επιπρόσθετα καλλιεργείται η κριτική σκέψη (Kamaluddin & Widjajanti, 2019). Επίσης, εφόσον οι μαθητές και οι μαθήτριες ενδιαφέρονται για το γνωστικό αντικείμενο και οι ίδιοι/ ίδιες θεωρούν πως κατακτούν με επιτυχία τη νέα γνώση (Balim, 2009), η ανακαλυπτική μέθοδος έχει θετικές επιδράσεις στα κίνητρα και στην αυτορρύθμιση (Kamaluddin & Widjajanti, 2019). Στην παρούσα έρευνα, εξετάστηκε η διδακτική προσέγγιση κάθε μαθήματος ως προς τη ρητή και την ανακαλυπτική μέθοδο. Αν οι δραστηριότητες δεν βασίστηκαν σε καμία από τις δύο μεθόδους, τότε το μάθημα αξιολογούταν με 0. Αν οι δραστηριότητες βασίστηκαν μόνο στην ανακαλυπτική μέθοδο, τότε το μάθημα βαθμολογούταν με 1. Τέλος, η ενότητα βαθμολογούταν με 2, αν οι οδηγίες ήταν σαφείς και οι δραστηριότητες βασίζονταν στην ανακαλυπτική μέθοδο.

**8. Ανατροφοδότηση.** Στην έρευνα των Bryant et al., (2008) και Jitendra et al., (2005), έγινε αναφορά στη διορθωτική ανατροφοδότηση (scaffolding), συνεπώς επιλέχθηκε να μελετηθεί ως κριτήριο και στην παρούσα. Όταν πραγματοποιείται διορθωτική ανατροφοδότηση, εξετάζονται τα τμήματα της δραστηριότητας όπου

υπάρχει λάθος. Η δράση αυτή επηρεάζει θετικά τα μαθησιακά αποτελέσματα, καθώς οι μαθητές και οι μαθήτριες πραγματοποιούν αυτοαξιολόγηση (Zubaidah et al., 2021). Από τις παραπάνω έρευνες προκύπτει ότι μια ολοκληρωμένη ανατροφοδότηση συμβαίνει όταν γίνεται αναφορά σε ένα πιθανό λάθος που κάνουν οι μαθητές/ μαθήτριες καθώς και βήματα ή κανόνες που οδηγούν στη σωστή επίλυση. Στην εν λόγω έρευνα μελετήθηκαν οι σημειώσεις που υποδεικνύουν πιθανά λάθη, βήματα που βοηθούν στην επιτυχή επίλυση των δραστηριοτήτων ή κανόνες. Αν το μάθημα δεν περιλάμβανε στοιχεία που βοηθούν τους μαθητές/ τις μαθήτριες να λύσουν τις δραστηριότητες, τότε βαθμολογούταν με 0. Αν το μάθημα αναφερόταν σε ένα πιθανό λάθος, βήματα ή κανόνες για την επίλυση, τότε αξιολογούταν με 1. Τέλος βαθμολογούταν με 2, όταν ανέφερε τόσο ένα πιθανό λάθος, όσο και κάποιας μορφής υποστήριξη που οδηγεί τους μαθητές και τις μαθήτριες στην επίλυση του προβλήματος.

**9. Διδασκαλία εννοιών.** Για να αριστεύσει κανείς στα μαθηματικά είναι σημαντικό να κατακτήσει το σχετικό λεξιλόγιο. Αρχικά, διευκολύνει την ενεργή συμμετοχή στην γνωστική διαδικασία και κατά δεύτερον, διαμορφώνεται μια καλύτερη αίσθηση των δραστηριοτήτων, των εννοιών και των δεξιοτήτων (Riccomini et al., 2015). Έτσι, όταν υπάρχει ο στόχος οι μαθητές και οι μαθήτριες να προοδεύσουν στα μαθηματικά, πρέπει να δημιουργηθούν γερές βάσεις, οι οποίες ξεκινούν με το λεξιλόγιο. Συνεπώς, προκύπτει πως αν δεν κατακτηθεί, μπορεί να παρουσιαστούν μαθησιακές δυσκολίες (Morin & Franks, 2009). Στη συγκεκριμένη έρευνα, αν το μάθημα δεν περιλάμβανε διασαφήνιση της διδασκόμενης έννοιας, βαθμολογούταν με 0. Αν υπήρχε αναφορά στην έννοια, αλλά η περιγραφή της ήταν ελλιπής, κρινόταν με 1. Αν παρουσιαζόταν η έννοια και η επεξήγησή της, θεωρούταν ολοκληρωμένη και αξιολογούταν με 2.

**10. Ανάπτυξη στρατηγικών.** Όλοι οι άνθρωποι χρησιμοποιούν στρατηγικές και η συχνότητα είναι τόσο μεγάλη, που συμβαίνει ασυνείδητα (Reid et al., 2013). Ωστόσο, η διδασκαλία τους είναι δύσκολη (Bicknell-Holmes & Hoffman, 2000), ειδικά σε μαθητές και μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Τότε, πρέπει να ληφθούν υπόψη τα γνωστικά και συναισθηματικά προβλήματα, τα πιθανά προβλήματα αυτορρύθμισης καθώς και η δυσκολία τους να επεξεργάζονται άμεσα μεγάλο όγκο πληροφοριών (Reid et al., 2013). Σημαντικό είναι, οι μαθητές και οι μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες να γνωρίζουν ποια είναι η πιο κατάλληλη στρατηγική για κάθε πρόβλημα και να την εφαρμόζουν αυτόματα και

με άνεση (Reid et al., 2013). Στην εν λόγω έρευνα, αν δεν αναγράφονταν αναλυτικά στρατηγικές που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές και οι μαθήτριες, αξιολογούταν το μάθημα με 0. Αν γινόταν αναφορά, η οποία όμως ήταν συνοπτική, βαθμολογούταν με 1. Τέλος, αν η αναφορά ήταν σαφής και επεξηγούσε τα βήματα, έπαιρνε το βαθμό 2.

**11. Παρατήρηση της προόδου.** Όσο πιο λεπτομερής είναι η παρατήρηση της προόδου, τόσο πιο θετικά είναι τα μαθησιακά αποτελέσματα (Lambert et al., 2014). Ακόμα, αξίζει να αναφερθεί πως σε αυτή την παρατήρηση, πρέπει να συμμετέχουν και οι μαθητές/ μαθήτριες που κινδυνεύουν να αποκτήσουν ή έχουν μαθησιακές δυσκολίες (Furey & Loftus-Rattan, 2022). Οι Bryant et al. (2008), για την ανάλυση του συγκεκριμένου κριτηρίου, έθεσαν την ερώτηση αν δίνεται σε κάθε μάθημα η ευκαιρία στον/ στην εκπαιδευτικό να εκτιμήσει αν κατέκτησαν οι μαθητές/ μαθήτριες το διδακτικό περιεχόμενο. Με βάση την ερώτηση αυτή και την άποψή τους, πως μια τέτοια δραστηριότητα πρέπει να πραγματοποιείται στο τέλος του μαθήματος, εξετάστηκαν στην παρούσα έρευνα οι τελευταίες δραστηριότητες κάθε μαθήματος τόσο στο βιβλίο του μαθητή όσο και στο τετράδιο εργασιών. Αν δεν υπήρχε δραστηριότητα παρατήρησης προόδου, τότε αξιολογούταν το μάθημα με 0. Αν υπήρχε μία, βαθμολογούταν με 1. Ενώ, εάν υπήρχαν δύο ή περισσότερες δραστηριότητες, βαθμολογούταν με 2.

**12. Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης.** Η καθοδηγούμενη μάθηση αναφέρεται στην διαδικασία όπου οι μαθητές και οι μαθήτριες εφαρμόζουν τη νέα γνώση υπό την επίβλεψη του/ της εκπαιδευτικού (Gagnon & Maccini, 2005). Στην εν λόγω έρευνα σημειώθηκαν αντίστοιχες δραστηριότητες με εκείνες που στο βιβλίο εκπαιδευτικού κατηγοριοποιούνται ως προσανατολισμός, εκμαίευση και επισημοποίηση της νέας γνώσης. Αν ένα μάθημα δεν παρουσίαζε δραστηριότητα καθοδηγούμενης μάθησης, βαθμολογούταν με 0. Αν παρουσίαζε μία ή δύο, αξιολογούταν με 1. Τέλος, αν παρουσιάζονταν τρεις ή παραπάνω δραστηριότητες, βαθμολογούταν με 2.

**13. Επανάληψη κατακτημένης γνώσης.** Η επανάληψη βοηθάει στην καλύτερη εννοιολογική αποσαφήνιση και διατήρηση της νέας γνώσης. Οι μαθητές και οι μαθήτριες που πραγματοποιούν συχνά επανάληψη, παρουσιάζουν αυξημένες μαθησιακές επιδόσεις και καλύτερη μακρόχρονη διατήρηση της πληροφορίας (Lomibao & Ombay, 2017). Στην παρούσα έρευνα, παρατηρήθηκε πως οι δραστηριότητες επανάληψης σημειώνονται στα βιβλία που επεξεργάζονται οι

μαθητές και οι μαθήτριες με το σύμβολο του ελέφαντα. Ακόμα, υπάρχουν δραστηριότητες νοερών υπολογισμών που αναφέρονται σε ήδη κατεκτημένη γνώση. Αυτές οι δραστηριότητες θεωρήθηκαν επίσης επανάληψης. Αν το μάθημα δεν παρουσίαζε δραστηριότητα επανάληψης, βαθμολογούταν με 0. Αν παρουσίαζε μία ή δύο δραστηριότητες και σχετικές πληροφορίες, αξιολογούταν με 1. Ενώ έπαιρνε την άριστη βαθμολογία 2, όταν η επανάληψη των σημαντικότερων πληροφοριών ήταν ολοκληρωμένη και παρουσίαζε τρεις ή περισσότερες δραστηριότητες.

### **Διαδικασία**

Για την πραγματοποίηση της έρευνας, μελετήθηκε το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών των μαθηματικών της Α' δημοτικού (*Πρόγραμμα Σπουδών Για Τα Μαθηματικά Στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση*, 2003), έτσι ώστε να διασαφηνιστούν οι διδακτικοί στόχοι του μαθήματος σε αυτή την τάξη. Οι στόχοι αναγράφονται αναλυτικά στον πίνακα 1 στο παράρτημα. Εφόσον μελετήθηκαν οι στόχοι που δίνονται από το αναλυτικό πρόγραμμα, συγκρίθηκαν με εκείνους των μαθημάτων του βιβλίου. Τέλος, επιλέχθηκαν τα μαθήματα, που είχαν πολλούς κοινούς στόχους με εκείνους του αναλυτικού προγράμματος. Επίσης, στην έρευνά τους, οι Van Garderen et al. (2012) χώρισαν το βιβλίο προς ανάλυση σε τέσσερα σημεία εστίασης. Τα σημεία αυτά ήταν οι τροχιές μάθησης, οι οποίες είναι: Αριθμοί και Σύστημα Αρίθμησης, Πράξεις και Αλγεβρική Σκέψη, Μετρήσεις και Στοχαστικά μαθηματικά, Χώρος και γεωμετρία (Λεμονίδης, 2019). Με βάση, την προαναφερθείσα έρευνα, επιλέχθηκαν μαθήματα από όλες τις τροχιές μάθησης και σημειώθηκαν στην ανάλυση του κάθε μαθήματος.

Επιπροσθέτως, αξίζει να σημειωθεί ο τρόπος με τον οποίο σχεδιάζεται και υλοποιείται το μάθημα των μαθηματικών στην Ελλάδα. Το βασικό μέσο διδασκαλίας είναι το σχολικό εγχειρίδιο. Υπάρχει το βιβλίο του μαθητή [BM] και το τετράδιο εργασιών [TE], τα οποία επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Το βιβλίο του μαθητή περιλαμβάνει κατά μέσο όρο τρεις δραστηριότητες, ενώ το τετράδιο εργασιών μπορεί να παρουσιάσει από τρεις έως και έξι δραστηριότητες. Επιπρόσθετα, υπάρχει το βιβλίο εκπαιδευτικού [BE], το οποίο περιλαμβάνει όλες τις ενότητες των προαναφερθέντων, μαζί με λεπτομερείς πληροφορίες για τον τρόπο πραγματοποίησης της διδασκαλίας, εισαγωγικές ή συμπληρωματικές δραστηριότητες και τρόπους ανατροφοδότησης και αξιολόγησης. Για κάθε μάθημα, αναγράφονται οι επιδιωκόμενοι στόχοι καθώς και η ενότητα με τις

διδασκαλικές οδηγίες, όπου αναφέρονται προϋπάρχουσες γνώσεις και πιθανές δυσκολίες των παιδιών. Επιπλέον, παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής με τις δραστηριότητες ταξινομημένες σε φάσεις, ενώ αναφέρεται συνήθως μία δραστηριότητα βιωματικής προσέγγισης. Τέλος, σημειώνεται συχνά στις δραστηριότητες μια πιθανή δυσκολία που μπορεί να αντιμετωπίσουν οι μαθητές/μαθήτριες αλλά και πρακτικές αντιμετώπισής της. Για την υλοποίηση του μαθήματος, πραγματοποιούνται αρχικά οι εισαγωγικές δραστηριότητες που περιγράφονται στο βιβλίο εκπαιδευτικού καθώς έχουν βιωματικό και ανακαλυπτικό χαρακτήρα ως προς την νέα έννοια. Ακολουθούν οι πρώτες δραστηριότητες στο βιβλίο του μαθητή, καθώς αποτελούν τη συνέχεια των εισαγωγικών βιωματικών δραστηριοτήτων. Τέλος, πραγματοποιούνται οι δραστηριότητες από το τετράδιο εργασιών. Κρίνεται, λοιπόν, απαραίτητη η μελέτη και των τριών βιβλίων για να δημιουργηθεί μια σφαιρική άποψη. Έτσι, επιλέχθηκαν δέκα μαθήματα, των οποίων οι στόχοι αντιστοιχούν σε εκείνους του Αναλυτικού Προγράμματος και καλύπτουν μια διαφορετική τροχιά μάθησης. Στη συνέχεια, ένα προς ένα, αναλύθηκαν οι δραστηριότητες από όλα τα βιβλία ως προς τα κριτήρια που τέθηκαν στη μεθοδολογία.

### ***Σχέδιο ανάλυσης***

Για την ανάλυση, σχεδιάστηκαν δέκα πίνακες στους οποίους σημειώθηκαν τα κριτήρια, οι δραστηριότητες που συνδέονταν με εκείνα, σχόλια και η βαθμολογία τους. Στη συνέχεια, δημιουργήθηκε ένας συγκεντρωτικός, στον οποίο σημειώθηκαν οι τελικές βαθμολογίες και ο μέσος όρος ανά κριτήριο (πίνακας 12). Με βάση τον μέσο όρο, σημειώθηκε στην ανάλυση των αποτελεσμάτων, αν το κριτήριο πληρούταν ικανοποιητικά. Αν ήταν 0 έως 0,60, τότε θεωρήθηκε πως το κριτήριο δεν ικανοποιήθηκε. Αν ο μέσος όρος ήταν 0,61 έως 1,30, τότε θεωρήθηκε πως το κριτήριο πληρείται. Αν η μέση βαθμολογία ήταν 1,31 έως 2, θεωρήθηκε πως το κριτήριο πληρείται ικανοποιητικά.

### ***Εγκυρότητα και αξιοπιστία***

Για την εγκυρότητα της έρευνας, πραγματοποιήθηκε τρεις φορές η ανάλυση των συγκεκριμένων μαθημάτων. Η πρώτη ανάλυση ήταν η πρακτική εφαρμογή των κριτηρίων και λειτούργησε ως έλεγχος για τη σαφήνεια της περιγραφής του ερευνητικού εργαλείου. Ύστερα, μελετήθηκαν ξανά οι έρευνες που λειτούργησαν ως πρότυπο για να διασαφηνιστούν τα κριτήρια. Η δεύτερη ανάλυση πραγματοποιήθηκε αφού έγιναν οι κατάλληλες διορθώσεις ως προς την περιγραφή

των κριτηρίων και τον τρόπο βαθμολόγησης. Τα αποτελέσματα της δεύτερης ανάλυσης δεν παρουσίασαν σημαντικές διαφορές με την πρώτη. Ωστόσο, παρατηρήθηκαν περισσότερα κριτήρια και εμπλουτίστηκαν τα αποτελέσματα. Τέλος, πραγματοποιήθηκε έλεγχος από τον επόπτη της εργασίας.

### ***Πεδίο εφαρμογής και περιορισμοί της μεθοδολογίας***

Καθώς η εν λόγω έρευνα είναι βασισμένη σε αντίστοιχες του εξωτερικού (Agaliotis, 2012; Bryant et al., 2008; Jitendra et al., 2005) και τα κριτήρια δεν περιορίζονται στην τάξη ή στο γνωστικό αντικείμενο, μπορεί να εφαρμοστεί σε ποικίλα σχολικά βιβλία παγκοσμίως. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι η ανάλυση των σχολικών βιβλίων δεν σημαίνει πως δημιουργείται μια σαφής εικόνα για την διεξαγωγή της διδασκαλίας. Τα βιβλία δίνουν μόνο τις κατευθυντήριες γραμμές, ενώ η πραγματοποίηση ενός επιτυχημένου και κατανοητού για όλους μαθήματος, βασίζεται σημαντικά στις πρακτικές των εκπαιδευτικών. Επίσης, σημειώνεται πως αν και οι περισσότερες ενότητες αποτελούσαν κατά μέσο όρο από τέσσερις δραστηριότητες στο βιβλίο του μαθητή και στο τετράδιο εργασιών, υπήρχαν ενότητες με λιγότερες δραστηριότητες. Αυτό σημαίνει, πως αν η βαθμολογία είχε ως κριτήριο έναν μεγαλύτερο αριθμό δραστηριοτήτων, για τη συγκεκριμένη ενότητα το αποτέλεσμα ήταν χαμηλό και, συνεπώς, η αξιολόγηση δεν ήταν δίκαια. Ωστόσο, αυτές οι περιπτώσεις σημειώθηκαν στους πίνακες της ανάλυσης.

## **Αποτελέσματα**

Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζονται οι αναλύσεις δέκα μαθημάτων. Αντικείμενα ανάλυσης αποτελούν το βιβλίο του μαθητή, το τετράδιο εργασιών καθώς και το βιβλίο εκπαιδευτικού.

### ***Ανάλυση 1.*** Μάθημα 1. Προσανατολισμός στον χώρο

Στόχοι μαθήματος:

- Προσανατολισμός με σημείο αναφοράς τον εαυτό τους
- Προσανατολισμός με σημείο αναφοράς που βρίσκεται έξω από τον εαυτό τους
- Χρήση γλωσσικών εκφράσεων που περιέχουν τους εξής όρους: «μέσα», «έξω», «δίπλα», «ανάμεσα», «πάνω», «κάτω», «μπροστά», «πίσω», «δεξιά», «αριστερά»

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος:



- Εντοπισμός, περιγραφή και αναπαράσταση θέσεων, διευθύνσεων και διαδρομών ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς, με τη χρήση ποικίλων χωρικών εννοιών

Τροχιά μάθησης: Χώρος και γεωμετρία

Κατά την ανάλυση του πρώτου μαθήματος, παρατηρήθηκε πως διασαφηνίζεται ο στόχος, καθώς αναγράφεται στο βιβλίο του μαθητή στην κάτω μεριά της σελίδας. Ακόμα, δεν διδάσκονται επιπλέον έννοιες ή δεξιότητες, ενώ εκείνες που σχετίζονται με το στόχο του μαθήματος μελετώνται μέσα από τις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων. Επιπρόσθετα, παρουσιάζονται πέντε δραστηριότητες ανεξάρτητης και τρεις καθοδηγούμενης μάθησης, ένα παράδειγμα, μία δραστηριότητα ανασκόπησης προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, ενώ υπάρχει και δραστηριότητα παρατήρησης προόδου. Τέλος, παρουσιάζεται συμπληρωματική δραστηριότητα που στοχεύει στην επανάληψη της γνώσης. Όλες βασίζονται στη ρητή και ανακαλυπτική μέθοδο, ενώ πολλές από εκείνες συνοδεύονται από εικονικές αναπαραστάσεις. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Τα παιδιά κινούνται και προσανατολίζονται στον χώρο.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1 ΒΕ	Αρχικά προτείνεται στο ΒΕ να γίνει η περιγραφή της διαδρομής από τον/ την εκπαιδευτικό και μετά την κάνουν και οι μαθητές/ μαθήτριες.	1	1

Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	2,3 BM 1,2,3 TE	Δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης.	5	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	Εισαγωγική δραστηριότητα BE	Αναφορά των εννοιών, βιωματική προσέγγιση.	1	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται επιπλέον έννοιες/ διαδικασίες	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1,2,3 BM 1,2,3 TE Εισαγωγική και συμπληρωμ. BE	Εικονικές αναπαραστάσεις και κίνηση	8	2
Διδακτική προσέγγιση	3 BM 1,2 TE	Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται με σαφήνεια οι οδηγίες. Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική	2
Ανατροφοδότηση	-	Στο BM και TE δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης.	0	0

		Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.		
Διδασκαλία εννοιών	3 ΒΜ 1,2 ΤΕ Εισαγωγική και συμπληρωμ. ΒΕ	Οι έννοιες: «μέσα», «έξω», «δίπλα», «ανάμεσα», «πάνω», «κάτω», «μπροστά», «πίσω», «δεξιά», «αριστερά» διδάσκονται κατά την επεξεργασία των δραστηριοτήτων.	5	1
Ανάπτυξη στρατηγικών	0	Δεν διασαφηνίζονται στρατηγικές.	0	0
Παρατήρηση προόδου	3 ΒΜ	Οι μαθητές και οι μαθήτριες εργάζονται ατομικά και εκτελούν τη δραστηριότητα, από την οποία προκύπτει αν κατανόησαν τις έννοιες «μέσα», «ανάμεσα» και «επάνω».	1	1
Επάρκεια	1,2 ΒΜ	Χαρακτηρίζονται	3	2

καθοδηγούμενης μάθησης	Εισαγωγική ΒΕ	στο ΒΕ ως δραστηριότητες εκμαίευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.		
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	Συμπληρωμ. ΒΕ	Προτείνεται συμπληρωματική δραστηριότητα όπου γίνεται επανάληψη της νέας γνώσης.	1	1

### *Ανάλυση 2.* Μάθημα 2. Γεωμετρικά σχήματα

Στόχοι μαθήματος:

- Αναγνώριση της φόρμας και σωστή ονομασία των επίπεδων σχημάτων (τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο, κύκλος)
- Αναγνώριση της φόρμας και σωστή ονομασία των στερεών σωμάτων (τριγωνική πυραμίδα, κύβος, στερεό ορθογώνιο, κύλινδρος, σφαίρα)
- Αντίληψη των σχημάτων μέσα από τις διάφορες αισθήσεις

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος:

- Περιγραφή απλών επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων
- Κατασκευή γνώριμων επίπεδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων με διάφορα μέσα και σχολιασμός ιδιοτήτων
- Σύνδεση επίπεδων και στερεών σχημάτων
- Αναγνώριση τρισδιάστατων κατασκευών από διαφορετικές οπτικές γωνίες

Τροχιά μάθησης: Χώρος και Γεωμετρία

Από τη δεύτερη ανάλυση προέκυψε ότι ο στόχος του μαθήματος αναφέρεται και είναι σαφής. Οι δραστηριότητες συνοδεύονται όλες από εικονικές αναπαραστάσεις και βασίζονται στις δύο μεθόδους διδασκαλίας, δηλαδή τη ρητή και την ανακαλυπτική. Σχετικά με τις έννοιες, δεν διδάσκονται επιπρόσθετες, ενώ η βασική παρουσιάζεται στο βιβλίο του μαθητή μέσα από την απεικόνισή της. Αναφορικά με τις δραστηριότητες, παρουσιάζεται η εισαγωγική που στοχεύει στην ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, τρεις

καθοδηγούμενης μάθησης, τέσσερις ανεξάρτητης μάθησης και δύο για την παρατήρηση της προόδου. Τέλος, το τετράδιο εργασιών παρουσιάζει ένα παράδειγμα. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 3.

Πίνακας 3

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Οι μαθητές διακρίνουν τα διάφορα γεωμετρικά σχήματα με βάση τη μορφή τους και τα ονομάζουν.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1 TE	Παράδειγμα για τον τρόπο επίλυσης της δραστηριότητας.	1	1
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	1,2,3,4 TE	Δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης.	4	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	Εισαγωγική ΒΕ	Στο ΒΕ προτείνεται δραστηριότητα, όπου απαιτείται η κοινωνική γνώση και εκμαιοεύεται η νέα.	1	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Διδάσκονται αυστηρά οι έννοιες: τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο,	0	2

		κύκλος, πυραμίδα, κύβος, στερεό ορθογώνιο, κύλινδρος, σφαίρα		
Χρήση αναπαραστάσεων	1,2 ΒΜ 1,2,3,4 ΤΕ Εισαγωγική ΒΕ	Εικονικές αναπαραστάσεις	7	2
Διδακτική προσέγγιση	1,2 ΒΜ 2,4 ΤΕ	Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται με σαφήνεια οι οδηγίες. Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική	2
Ανατροφοδότηση	-	Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες καθώς και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	2 ΒΜ	Γίνεται η αναπαράσταση της έννοιας και η ονομασία της.	1	2
Ανάπτυξη	-	Δεν	0	0

στρατηγικών		διασαφηνίζονται στρατηγικές.		
Παρατήρηση προόδου	3,4 TE	Οι δραστηριότητες αυτές επιτρέπουν στον/ στην εκπαιδευτικό να εκτιμήσει τις γνώσεις των μαθητών/ μαθητριών ως προς τα γεωμετρικά σχήματα.	2	2
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1,2 BM Εισαγωγική BE	Χαρακτηρίζονται στο BE ως δραστηριότητες εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	3	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	Δεν υπάρχει δραστηριότητα που να σκοπεύει μόνο στην επανάληψη της γνώσης. Ωστόσο, συχνά υπάρχουν μαθήματα που αφιερώνονται στην επανάληψη.	0	0

### Ανάλυση 3. Μάθημα 3. Σύγκριση και εκτίμηση ποσοτήτων

Στόχοι μαθήματος:

- Σύγκριση και εκτίμηση ποσοτήτων από το 1 μέχρι το 5
- Αντιστοίχιση «ένα προς ένα» ή χρήση των αριθμών για τη σύγκριση ποσοτήτων
- Προφορική αρίθμηση μέχρι το 10

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος:

- Καταμέτρηση πραγματικών αντικειμένων και αντικειμένων σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων
- Ανάπτυξη στρατηγικών μέτρησης

Τροχιά μάθησης: Αριθμοί και σύστημα αρίθμησης

Η ανάλυση αυτή επέστρεψε πως αναγράφονται ο στόχος του μαθήματος και μερικών δραστηριοτήτων. Αναφορικά με τις δραστηριότητες, βασίζονται στη ρητή και στην ανακαλυπτική μέθοδο και συνοδεύονται από εικονικές αναπαραστάσεις. Υπάρχουν τέσσερα παραδείγματα που βοηθούν στην επίλυση των προβλημάτων καθώς και τρεις δραστηριότητες για την ανάπτυξη στρατηγικών. Επίσης, παρουσιάζονται τέσσερις δραστηριότητες για την ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων, έξι ανεξάρτητης και τρεις καθοδηγούμενης μάθησης. Τέλος, σχετικά με τη διδασκαλία των εννοιών, δεν διδάσκονται επιπρόσθετες από το μάθημα έννοιες, ενώ η δεξιότητα που καλλιεργείται στο συγκεκριμένο μάθημα είναι η εκτίμηση των ποσοτήτων. Συνεπώς, οι αριθμοί που παρουσιάζονται, θεωρούνται διδασκαλία εννοιών. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 4.

Πίνακας 4

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Τα παιδιά συγκρίνουν και εκτιμούν τις ποσότητες. Οι μαθητές αριθμούν προφορικά μέχρι</i>	3	2



		το 5. Οι μαθητές αριθμούν προφορικά μέχρι το 10, ξεκινώντας από διάφορους αριθμούς.		
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1,2,5,6 TE	Τα παραδείγματα παρουσιάζουν τον τρόπο επίλυσης των δραστηριοτήτων.	4	2
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	1,2,3,5,6,7 TE	Στο BE σημειώνεται επιπλέον δραστηριότητα εφαρμογής και εμπέδωσης η 4TE.	6	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	1,2 BM Εισαγωγικές BE	Αντιστοίχιση του ερεθίσματος με απεικόνιση ή αριθμό και απαγγελία των αριθμών 1 έως 5.	4	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται επιπλέον έννοιες ή δεξιότητες.	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1,2,3,4 BM 1,2,3,5,6,7 TE Εισαγωγικές BE	Χρήση εικονικών αναπαραστάσεων, αντικείμενα, όπως για παράδειγμα καρέκλες.	12	2

<p>Διδακτική προσέγγιση</p>	<p>1,5,6 TE</p>	<p>Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται με σαφήνεια οι οδηγίες, οι οποίες βοηθούν στην επίλυση του προβλήματος. Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύνουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.</p>	<p>Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική</p>	<p>2</p>
<p>Ανατροφοδότηση</p>	<p>-</p>	<p>Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.</p>	<p>0</p>	<p>0</p>
<p>Διδασκαλία εννοιών</p>	<p>2 ΒΜ</p>	<p>Η διδασκόμενη δεξιότητα είναι η εκτίμηση των ποσοτήτων. Έτσι, οι αριθμοί που παρουσιάζονται,</p>	<p>1</p>	<p>2</p>

		θεωρούνται διδασκαλία εννοιών.		
Ανάπτυξη στρατηγικών	3,4 ΒΜ 5 ΤΕ	Καλλιεργείται η αντιστοίχιση ένα προς ένα. Στη δραστηριότητα 5 γίνεται σαφής περιγραφή της στρατηγικής.	3	2
Παρατήρηση προόδου	-	Δεν υπάρχουν δραστηριότητες παρατήρησης προόδου.	0	0
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1 ΒΜ Εισαγωγικές ΒΕ	Χαρακτηρίζονται στο ΒΕ ως δραστηριότητες επισημοποίηση της νέας γνώσης.	3	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	Δεν υπάρχει δραστηριότητα που να σκοπεύει μόνο στην επανάληψη της γνώσης. Ωστόσο, συχνά γίνονται μαθήματα που αφιερώνονται στην επανάληψη.	0	0

**Ανάλυση 4.** Μάθημα 12. Σύγκριση αριθμών- Τα σύμβολα =, > και <

Στόχοι μαθήματος:

- Εξάσκηση στη χρήση των συμβόλων =, > και < προκειμένου να συγκριθούν ποσότητες και αριθμοί
- Κατάκτηση της σειράς των αριθμών μέχρι το 10
- Εξάσκηση στην ανάγνωση και στη γραφή των αριθμολέξεων μέχρι το 5

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος:

- Αναγνώριση του συμβόλου της ισότητας ως σχέση ανάμεσα σε σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις
- Διεύρυνση της έννοιας της ισότητας και ανισότητας σε διάφορα πλαίσια: αριθμητικά, μεγεθών και συμβολική διατύπωση της σχέσης
- Σύγκριση αριθμών και πραγματοποίηση των πράξεων με τη χρήση κατάλληλων συμβόλων

Τροχιά μάθησης: Αριθμοί και σύστημα αρίθμησης

Κατά την ανάλυση φανερώθηκε πως δηλώνεται ο στόχος του μαθήματος, καθώς αναγράφεται στο κάτω μέρος της σελίδας του βιβλίου μαθητή. Αναφορικά με τις δραστηριότητες, υπάρχουν δύο οι οποίες εστιάζουν στην ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, τρεις που εφαρμόζονται για την καθοδηγούμενη μάθηση, πέντε οι οποίες προσφέρουν ευκαιρίες για ανεξάρτητη μάθηση και δύο που υποστηρίζουν τους/ τις εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν την πρόοδο των παιδιών. Ακόμα, μέσα από τις δραστηριότητες, παρουσιάζονται τρία παραδείγματα. Η φύση των δραστηριοτήτων είναι ανακαλυπτική. Τέλος, δεν παρουσιάζονται άλλες έννοιες πέρα από τις άμεσα συνδεδεμένες με το μάθημα. Εκείνες, αναλύονται με σαφήνεια στο βιβλίο του μαθητή, όπου παρουσιάζονται με εικόνες της καθημερινότητας αλλά και με μαθηματικά σύμβολα. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 5.

Πίνακας 5

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Τα παιδιά χρησιμοποιούν τα σύμβολα = , &gt; και &lt; για να</i>	1	2

		<i>συγκρίνουν αριθμούς.</i>		
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1,2 BM 2 TE	Παρουσιάζεται ο τρόπος επίλυσης των προβλημάτων. Δίνονται παραδείγματα για τις έννοιες.	3	2
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	3 BM 2,3,5,6 TE	Στο ΒΕ σημειώνεται ακόμα ότι οι εξής δραστηριότητες είναι εμπέδωσης και εφαρμογής: 4BM και 1,4 TE	5	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	1 TE Εισαγωγική ΒΕ	<i>Βρίσκω τον αριθμό που βρίσκεται πριν και μετά.</i> Βιωματική προσέγγιση νέας γνώσης με βοήθεια της κοινωνικής.	2	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Οι έννοιες που διδάσκονται είναι αυστηρά οι «μεγαλύτερο από», «ίσο με», «μικρότερο από» καθώς και οι συμβολισμοί του.	0	2

Χρήση αναπαραστάσεων	1,2 ΒΜ 2,5 ΤΕ Εισαγωγική ΒΕ	Εικονικές αναπαραστάσεις	5	2
Διδακτική προσέγγιση	2,5 ΤΕ	Οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ανακαλυπτική	1
Ανατροφοδότηση	-	Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	2 ΒΜ	Οι έννοιες που διδάσκονται είναι οι «μεγαλύτερο από», «ίσο με», «μικρότερο από» καθώς και οι συμβολισμοί τους. Σαφής περιγραφή των εννοιών καθώς αναγράφονται,	1	2

		παρουσιάζονται με εικόνες της καθημερινότητας και με μαθηματικά σύμβολα.		
Ανάπτυξη στρατηγικών	-	Δεν αναγράφονται στρατηγικές.	0	0
Παρατήρηση προόδου	5,6 TE	Προσφέρουν ευκαιρία ανεξάρτητης μάθησης της σύγκρισης αριθμών.	2	2
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1 BM 2 TE Εισαγωγική ΒΕ	Χαρακτηρίζονται στο ΒΕ ως δραστηριότητες εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	3	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	Δεν υπάρχει δραστηριότητα που να σκοπεύει μόνο στην επανάληψη της γνώσης. Ωστόσο, συχνά υπάρχουν μαθήματα που αφιερώνονται στην επανάληψη.	0	0

### Ανάλυση 5. Μάθημα 27. Μοτίβα

Στόχοι μαθήματος:

- Αναγνώριση, σύγκριση και ανάλυση μοτίβων
- Παρατήρηση της εξέλιξης και της διαδοχής καταστάσεων σε ένα μοτίβο
- Αναπαραγωγή ή συνέχεια ενός μοτίβου
- Περιγραφή και επεξήγηση μιας σειράς σε ένα μοτίβο

Αντίστοιχοι στόχοι Αναλυτικού Προγράμματος:

- Αναγνώριση της ύπαρξης μιας κανονικότητας
- Συμπλήρωση επαναλαμβανόμενων κανονικοτήτων
- Περιγραφή και αιτιολόγηση επαναλαμβανόμενων κανονικοτήτων
- Κατασκευή επαναλαμβανόμενων κανονικοτήτων

Τροχιά μάθησης: Χώρος και γεωμετρία

Στην παρούσα ανάλυση, φανερώθηκε πως αναγράφεται ο στόχος στην αρχή του μαθήματος. Αναφορικά με τις δραστηριότητες, βασίζονται στην ανακαλυπτική μέθοδο και επτά συνοδεύονται από εικονικές αναπαραστάσεις. Ακόμα, παρουσιάζεται μία δραστηριότητα παρατήρησης προόδου, έξι ανεξάρτητης και δύο καθοδηγούμενης μάθησης. Επιπλέον, υπάρχουν τρία παραδείγματα που φανερώνουν τον τρόπο επίλυσης της δραστηριότητας. Τέλος, δεν διδάσκονται επιπρόσθετες έννοιες, και εκείνες που είναι σχετικές με την ενότητα παρουσιάζονται μέσα από τις εκφωνήσεις. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 6.

Πίνακας 6

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	NAI	<i>Οι μαθητές παρατηρούν, αναλύουν και συμπληρώνουν μοτίβα.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	2 ΒΜ 2,3 ΤΕ	Παρουσιάζεται ο τρόπος επίλυσης των προβλημάτων.	3	2



Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	2,3 BM 1,2,3,4 TE	Στο ΒΕ σημειώνεται ακόμα ως εμπέδωσης και εφαρμογής η δραστηριότητα 1BM	6	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/δεξιοτήτων	-	Δεν προέκυψαν στο μάθημα αντίστοιχες δραστηριότητες.	0	0
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται επιπλέον έννοιες ή διαδικασίες.	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1,2,3 BM 1,2,3,4 TE Εισαγωγικές ΒΕ	Εικονικές αναπαραστάσεις, αντικείμενα και ρυθμικά μοτίβα	8	2
Διδακτική προσέγγιση	1,3 BM 1,3,4 TE	Οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ανακαλυπτική	1
Ανατροφοδότηση	-	Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες	0	0

		και τα τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.		
Διδασκαλία εννοιών	1 ΒΜ 4 ΤΕ	Η έννοια που διδάσκεται είναι το «μοτίβο» και συναντάται στις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων.	2	1
Ανάπτυξη στρατηγικών	-	Δεν αναγράφονται στρατηγικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Ωστόσο, δεν υπάρχουν στρατηγικές που διδάσκονται στα μοτίβα.	0	0
Παρατήρηση προόδου	4 ΤΕ	Οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται να σχεδιάσουν ένα μοτίβο, έτσι φανερώνεται και η κατάκτηση της έννοιας.	1	1
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1 ΒΜ Εισαγωγική ΒΕ	Χαρακτηρίζονται στο ΒΕ ως δραστηριότητες εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	2	1

Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	0	Δεν υπάρχει δραστηριότητα που να στοχεύει μόνο στην επανάληψη της γνώσης. Ωστόσο, υπάρχουν πολλά μαθήματα που αφιερώνονται στην επανάληψη.	0	0
-------------------------------	---	--	---	---

**Ανάλυση 6.** Μάθημα 42. Προσθέσεις με υπέρβαση της δεκάδας

Στόχοι μαθήματος:

- Εξοικείωση με τη μέθοδο της υπέρβασης της δεκάδας στην πρόσθεση

Αντίστοιχοι στόχοι Αναλυτικού Προγράμματος:

- Διερεύνηση και δημιουργία αθροιστικών καταστάσεων
- Διερεύνηση συνδυασμών που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των αριθμών ως το 10 και των δεκάδων ως το 100
- Εκτέλεση νοερών και γραπτών προσθέσεων και αφαιρέσεων χρησιμοποιώντας τα σύμβολα με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς

Τροχιά μάθησης: Πράξεις και αλγεβρική σκέψη

Στο συγκεκριμένο μάθημα παρατηρείται ότι διατυπώνεται με σαφήνεια ο βασικός στόχος και η διδασκόμενη στρατηγική. Επίσης, δίνονται κατάλληλες ευκαιρίες ανεξάρτητης και καθοδηγούμενης μάθησης, οι οποίες βασίζονται στη ρητή και στην ανακαλυπτική μέθοδο διδασκαλίας. Υπάρχει η εισαγωγική δραστηριότητα που στοχεύει στην ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, δύο δραστηριότητες παρατήρησης προόδου και ένα παράδειγμα. Δεν διδάσκονται επιπρόσθετες έννοιες και δεξιότητες, ενώ οι έννοιες του μαθήματος διδάσκονται με σαφήνεια. Ακόμα, οι αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται είναι εικονικές. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει διδασκόμενη έννοια, αλλά στρατηγική της συμπλήρωσης της δεκάδας. Συνεπώς, αξιολογείται ο βαθμός που διασαφηνίζεται η στρατηγική.

Πίνακας 7

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Οι μαθητές ασκούνται στην εκτέλεση των προσθέσεων με τη μέθοδο της υπέρβασης της δεκάδας</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	2 TE Εισαγωγική BE	Παράδειγμα για να φανερωθεί ο τρόπος επίλυσης της δραστηριότητας ενώ στην εισαγωγική ο/η εκπαιδευτικός παρουσιάζει την στρατηγική.	2	1
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	3,4 BM 2,4,5 TE	Στο BE σημειώνονται ακόμα ως εμπέδωση και εφαρμογή, οι δραστηριότητες: 2 BM και 1,3 TE	5	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/δεξιοτήτων	Εισαγωγική BE	Δραστηριότητα που απαιτεί και την περιγραφή του τρόπου σκέψης.	1	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/διαδικασιών	-	Στόχος του μαθήματος είναι η εξάσκηση στην υπέρβαση της δεκάδας με τη στρατηγική της	0	2

		συμπλήρωσής της. Όλες οι δραστηριότητες εστιάζουν στον στόχο.		
Χρήση αναπαραστάσεων	1,3 BM Εισαγωγική BE	Εικονικές αναπαραστάσεις, βάσεις και άβακας.	3	1
Διδακτική προσέγγιση	1,3 BM 2 TE	Οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών και έχουν σαφή περιγραφή των βημάτων.	Μέθοδοι: Ανακαλυπτική και ρητή	2
Ανατροφοδότηση	-	Στο BM και TE δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο BE υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	1 BM 2 TE Εισαγωγική BE	Δεν διδάσκεται έννοια, αλλά η στρατηγική της συμπλήρωσης της δεκάδας. Συνεπώς, αξιολογείται ο βαθμός που διασαφηνίζεται η στρατηγική.	Η περιγραφή της στρατηγικής συμβαίνει μέσα από την περιγραφή και την επεξεργασία δραστηριοτήτων.	2
Ανάπτυξη στρατηγικών	1,2,4 BM 2,5 TE	Πραγματοποιείται περιγραφή και	Γίνεται σαφής περιγραφή των	2

	Εισαγωγική ΒΕ	εξάσκηση της στρατηγικής για τη συμπλήρωση της δεκάδας.	βημάτων στις δραστηριότητες 1ΒΜ και 2 ΤΕ. Οι υπόλοιπες 3 δραστηριότητες εξασκούν τη δεξιότητα συμπλήρωσης της δεκάδας.	
Παρατήρηση προόδου	3,5 ΤΕ	Ανεξάρτητα κάθε παιδί υπολογίζει αθροίσματα που ξεπερνούν τη δεκάδα. Μάλιστα, στην τρίτη δραστηριότητα «παρουσιάζουν προφορικά τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισαν»	2	2
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1 ΒΜ Εισαγωγική ΒΕ	Χαρακτηρίζονται στο ΒΕ ως δραστηριότητες εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	2	1
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	Ακολουθεί μάθημα επανάληψης	0	0

### *Ανάλυση* 7. Μάθημα 54. Μέτρηση μεγεθών

Στόχοι μαθήματος:

- Μέτρηση του μήκους με μη συμβατικές μονάδες μέτρησης
- Μέτρηση της επιφάνειας και της χωρητικότητας
- Εφαρμογή των μετρήσεων σε αριθμούς μέχρι το 50
- Πρώτη επαφή με συμβατικές μονάδες μέτρησης, όπως είναι το μέτρο και το λίτρο

Αντίστοιχοι στόχοι Αναλυτικού Προγράμματος:

- Ανάλυση και σύνθεση μηκών σε δύο ή περισσότερα μέρη
- Εφαρμογή επικαλύψεων με και χωρίς επανάληψη, με μη τυπικές και τυπικές μονάδες
- Εκτίμηση και σύγκριση μηκών
- Έμμεση σύγκριση χωρητικότητας δύο δοχείων
- Αναγνώριση της ανάγκης χρήσης τυπικών μονάδων μέτρησης
- Πραγματοποίηση άμεσων και έμμεσων συγκρίσεων επιφανειών
- Σύνδεση επικαλύψεων με αριθμητικό αποτέλεσμα

Τροχιά μάθησης: Μετρήσεις και στοχαστικά μαθηματικά

Κατά τη συγκεκριμένη ανάλυση προέκυψε ότι αναγράφεται με σαφήνεια ο στόχος του μαθήματος στη σελίδα του βιβλίου μαθητή. Οι δραστηριότητες βασίζονται στην ανακαλυπτική και τη ρητή μέθοδο διδασκαλίας. Παρουσιάζονται τρεις δραστηριότητες καθοδηγούμενης και πέντε ανεξάρτητης μάθησης, μία δραστηριότητα επανάληψης, μία ανασκόπησης προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, μία επανάληψης και μία παρατήρησης προόδου. Ακόμα, τέσσερεις δραστηριότητες συνοδεύονται από εικονικές αναπαραστάσεις και σε μία παρουσιάζεται παράδειγμα. Αναφορικά με τη διδασκαλία εννοιών, δεν διδάσκονται επιπρόσθετες έννοιες παρά μόνο αυτές που είναι άμεσα συνδεδεμένες με το μάθημα, οι οποίες συναντώνται στις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων. Επιπρόσθετα, οι στρατηγικές που διδάσκονται είναι η μέτρηση με μη συμβατικές μονάδες μέτρησης και η αντιστοίχιση ένα προς ένα και παρουσιάζονται μέσα από τις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 8.

Πίνακας 8

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Οι μαθητές μετρούν μήκη, επιφάνειες και χωρητικότητα με μη συμβατικές και συμβατικές μονάδες μέτρησης.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1 TE	Παρουσιάζεται ο τρόπος επίλυσης των προβλημάτων.	1	1
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	3 BM 1,2,3,4 TE	Δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης.	5	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	1 BM	Λειτουργεί ως εισαγωγική δραστηριότητα και βασίζεται στην κοινωνική γνώση.	1	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται άλλες έννοιες ή διαδικασίες.	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1,2,3 BM 1 TE	Εικονικές αναπαραστάσεις, αντικείμενα.	4	2
Διδακτική προσέγγιση	1 BM 2,5 TE	Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται με	Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική	2



		<p>σαφήνεια οι οδηγίες, οι οποίες βοηθούν στην επίλυση του προβλήματος.</p> <p>Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.</p>		
Ανατροφοδότηση	-	<p>Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης.</p> <p>Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα</p>	0	0
Διδασκαλία εννοιών	1,2 ΒΜ 1,2,3 ΤΕ	<p>Η βασική δεξιότητα που διδάσκεται στο μάθημα αυτό, είναι η εφαρμογή των αριθμών 0 έως 50 στη μέτρηση συνεχών μεγεθών.</p>	5	1

		Συναντώνται οι σχετικές έννοιες στις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων.		
Ανάπτυξη στρατηγικών	1,2,3 ΒΜ 1,4 ΤΕ	Οι στρατηγικές που διδάσκονται είναι η μέτρηση με μη συμβατικές μονάδες μέτρησης και η αντιστοίχιση ένα προς ένα. Παρουσιάζονται μόνο μέσα από τις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων.	5	1
Παρατήρηση προόδου	4 ΤΕ	Οι μαθητές/μαθήτριες εφαρμόζουν τη νέα γνώση που σχετίζεται με τις μη συμβατικές μονάδες μέτρησης.	1	1
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1,2,4 ΒΜ	Χαρακτηρίζονται στο ΒΕ ως δραστηριότητα εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	3	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	5 ΤΕ	Ενώ το μάθημα αφιερώνεται στις μετρήσεις,	1	1

		υπάρχει δραστηριότητα που αναφέρεται στη γεωμετρία.		
--	--	--	--	--

### *Ανάλυση 8.* Μάθημα 56. Εισαγωγή στη συμμετρία

Στόχοι μαθήματος:

- Εμπειρική εισαγωγή σε αντικείμενα, εικόνες και σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς άξονα
- Συμπλήρωση ενός σχήματος για να γίνει συμμετρικό
- Νοητική αναπαράσταση της συμμετρίας και έλεγχός της

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος

- Αναγνώριση συμμετρικών δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων και σχημάτων με άξονες συμμετρίας
- Εντοπισμός αξόνων συμμετρίας
- Κατασκευή συμμετρικών σχημάτων και αναπαραγωγή συμμετρικών μοτίβων
- Μελέτη των ιδιοτήτων της συμμετρίας

Τροχιά μάθησης: Χώρος και γεωμετρία

Τα αποτελέσματα της παρούσας ανάλυσης επέστρεψαν ότι ο στόχος αναγράφεται με σαφήνεια στο βιβλίο που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Οι δραστηριότητες βασίζονται στη ρητή και στην ανακαλυπτική μέθοδο και συνοδεύονται από εικονικές αναπαραστάσεις. Υπάρχουν τρεις προτεινόμενες εισαγωγικές δραστηριότητες στο βιβλίο εκπαιδευτικού, οι οποίες στοχεύουν στην ανασκόπηση των προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων, μία δραστηριότητα παρατήρησης προόδου, πέντε δραστηριότητες καθοδηγούμενης και έξι ανεξάρτητης μάθησης, ενώ παρουσιάζεται και ένα παράδειγμα. Σχετικά με τη διδασκαλία των εννοιών, δεν διδάσκονται επιπρόσθετες. Ενώ, οι άμεσα συσχετιζόμενες διδάσκονται μέσα από τις εκφωνήσεις. Ακόμα, αναφορικά με την επανάληψη της κατακτημένης γνώσης, δεν υπάρχει δραστηριότητα που να στοχεύει στην επανάληψη στη συμμετρία. Ωστόσο, παρουσιάζονται δύο δραστηριότητες όπου οι μαθητές και οι μαθήτριες κάνουν εξάσκηση σε ήδη κατακτημένες δεξιότητες στην πρόσθεση και στην αφαίρεση. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 9.

Πίνακας 9

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Οι μαθητές εισάγονται και ασκούνται στην έννοια της αξονικής συμμετρίας.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1 ΒΜ	Παράδειγμα συμμετρικής εικόνας και παράδειγμα που παρουσιάζει τον τρόπο επίλυσης της δραστηριότητας.	1	1
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	3,4 ΒΜ 1,2,4,5 ΤΕ	Στο ΒΕ σημειώνονται ως δραστηριότητες εμπέδωσης και εφαρμογής οι δραστηριότητες: 2 ΒΜ και 3 ΤΕ	6	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	Εισαγωγικές ΒΕ	Δραστηριότητες που βασίζονται στην κοινωνική γνώση.	3	1
Διδασκαλία επιρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται άλλες έννοιες ή δεξιότητες.	0	2
Χρήση	1,3,4 ΒΜ	Εικονικές	8	2

αναπαραστάσεων	1,5 TE Εισαγωγικές ΒΕ	αναπαραστάσεις, αντικείμενα.		
Διδακτική προσέγγιση	1,3,4 ανακαλυπτικές 1,2,4 TE ρητές	Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται με σαφήνεια οι οδηγίες, οι οποίες βοηθούν στην επίλυση του προβλήματος. Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική	2
Ανατροφοδότηση	-	Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	3,4 ΒΜ 2,4 ΤΕ	Η έννοια που διδάσκεται είναι η «συμμετρία/ συμμετρικό» και	4	1

		συναντάται μόνο στις εκφωνήσεις.		
Ανάπτυξη στρατηγικών	-	Στη συμμετρία δεν υπάρχουν στρατηγικές.	0	0
Παρατήρηση προόδου	4 TE	Οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται να συμπληρώσουν τη συμμετρία, το οποίο αποτελεί τον βασικό στόχο του μαθήματος.	1	1
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1,3 BM Εισαγωγικές BE	Χαρακτηρίζονται στο BE ως δραστηριότητα εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	5	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	2 BM 3 TE	Γίνεται εξάσκηση στην πρόσθεση και στην αφαίρεση που ήδη έχει διδαχθεί.	2	1

**Ανάλυση 9.** Μάθημα 58. Οι αριθμοί μέχρι το 100- Χρήμα

Στόχοι μαθήματος:

- Συστηματοποίηση της γνώσης σχετικά με τη μέτρηση, τη γραφή και την ανάγνωση των αριθμών μέχρι το 100
- Διάκριση των μονάδων από τις δεκάδες
- Διάταξη των αριθμών
- Εξοικείωση με τα νομίσματα

Αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος:

- Αναγνώριση αριθμών (μέχρι το 100) χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης
- Διερεύνηση των σχέσεων των αριθμών αρχικά μέχρι το 20 και στη συνέχεια μέχρι το 100, ανάλυση και σύνθεση των αριθμών μέχρι το 100
- Εκτίμηση ποσοτήτων μέχρι 50 αντικειμένων
- Διερεύνηση και δημιουργία αθροιστικών καταστάσεων
- Διερεύνηση και συνδυασμός αριθμών που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των αριθμών ως το 10 και των δεκάδων ως το 100
- Πραγματοποίηση νοερών και γραπτών προσθέσεων και αφαιρέσεων με τη χρήση συμβόλων με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς

Τροχιά μάθησης: Αριθμοί και σύστημα αρίθμησης

Η ανάλυση φανέρωσε ότι παρουσιάζεται με σαφήνεια ο στόχος του μαθήματος στο βιβλίο που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Οι δραστηριότητες βασίζονται στην ανακαλυπτική και ρητή διδασκαλία, έξι εκ των οποίων προορίζονται για δραστηριότητες καθοδηγούμενης και τέσσερις για ανεξάρτητης μάθησης, δύο δραστηριότητες για την παρατήρηση της προόδου και τρεις για την ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων. Ακόμα, παρουσιάζονται τρία παραδείγματα που φανερώνουν τον τρόπο επίλυσης των δραστηριοτήτων, ενώ εφαρμόζονται αναπαραστάσεις σε έξι δραστηριότητες, που βοηθούν στην κατανόηση της νέας γνώσης και στην επεξεργασία των δραστηριοτήτων. Επιπλέον, παρατηρήθηκε πως δεν διδάσκονται άλλες έννοιες ή δεξιότητες κατά την ενότητα αυτή. Το συγκεκριμένο μάθημα στοχεύει στην κατάκτηση δεξιοτήτων παρά εννοιών. Συγκεκριμένα, εστιάζει στη χρήση των αριθμών μέχρι το 100. Συνεπώς, αξιολογήθηκε ο βαθμός που διασαφηνίζονται οι απαιτούμενες πράξεις με τους αριθμούς μέχρι το 100. Στη δραστηριότητα 1 του βιβλίου μαθητή, υπάρχει πλαίσιο με τίτλο «μαθαίνω» όπου γίνεται διασαφήνιση της σχέσης του 10 με το 100. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 10.

Πίνακας 10

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Ασκούμε τους μαθητές στη χρήση των αριθμών μέχρι</i>	1	2

		<i>το 100.</i>		
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	3,4 BM 5 TE	Φανερώνεται ο τρόπος επίλυσης.	3	2
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	2,3,5,6 TE	Στο ΒΕ υπάρχουν επιπρόσθετα δραστηριότητες εμπέδωσης και εφαρμογής: 2 Β, 1,4 TE	4	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	Εισαγωγικές ΒΕ	Βιοματικές που βασίζονται στην κοινωνική και προηγούμενη γνώση.	3	2
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται άλλες έννοιες ή δεξιότητες.	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1 BM 2,5 TE Εισαγωγικές ΒΕ	Εικονικές αναπαραστάσεις, αριθμητήρια	6	2
Διδακτική προσέγγιση	1,2 BM 1 TE	Μέσα από τις εκφωνήσεις δίνονται σαφείς οδηγίες, που βοηθούν στην επίλυση του προβλήματος. Ακόμα, οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των	Μέθοδος: ρητή και ανακαλυπτική	2



		παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.		
Ανατροφοδότηση	-	Στο ΒΜ και ΤΕ δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο ΒΕ υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	1 ΒΜ	Στη δραστηριότητα 1 του ΒΜ, υπάρχει πλαίσιο με τίτλο «μαθαίνω» όπου γίνεται διασαφήνιση της σχέσης του 10 με το 100. Στο ΒΕ σημειώνεται πως αναφέρεται προφορικά η έννοια.	1	2
Ανάπτυξη στρατηγικών	-	Μέσα από τις δραστηριότητες πρόσθεσης και αφαίρεσης αριθμών χωρίς την	0	0

		<p>υπέρβαση της δεκάδας, εξασκούνται στρατηγικές. Ωστόσο, δεν διασαφηνίζονται ποιες πρέπει να καλλιεργηθούν. Στο BE δίνονται παραδείγματα στρατηγικών και προωθείται η συζήτησή τους μέσα στην τάξη.</p>		
Παρατήρηση προόδου	5,6 TE	<p>Οι δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης απαιτούν την εφαρμογή της νέας γνώσης σε πλαισιωμένα και αποπλαισιωμένα μαθηματικά.</p>	2	2
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1,3,4 BM Εισαγωγικές BE	<p>Χαρακτηρίζονται στο BE ως δραστηριότητες εκμείευσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.</p>	6	2
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	<p>Δεν παρατηρήθηκαν αντίστοιχες δραστηριότητες.</p>	0	0

### *Ανάλυση 10.* Μάθημα 59. Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση

Στόχοι μαθήματος:

- Εισαγωγή σε στοιχειώδεις καταστάσεις πολλαπλασιασμού, κατά τις οποίες ο πολλαπλασιασμός αντιμετωπίζεται ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση
- Ενασχόληση με καταστάσεις επανάληψης που αναφέρονται στην άμεση εμπειρία του παιδιού
- Ενασχόληση με τα πολλαπλάσια των αριθμών 3 και 4
- Άσκηση προφορικής αρίθμησης ανά 3 και ανά 4
- Άσκηση σε εμπειρικές καταστάσεις μοιρασιάς σε ίσα μέρη

Αντίστοιχοι στόχοι Αναλυτικού Προγράμματος:

- Μέτρηση μέχρι το 100 και με βήματα εμπρός και πίσω (ανά 2, 5, 10)
- Ομαδοποίηση αντικειμένων σε δυάδες, πεντάδες και δεκάδες. Εύρεση διπλού και μισού μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών
- Διαμοιρασμός αντικειμένων σε δυάδες, τριάδες

Τροχιά μάθησης: Πράξεις και αλγεβρική σκέψη

Η ανάλυση επέστρεψε πως παρουσιάζεται ο στόχος του μαθήματος στο βιβλίο που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Ακόμα, αναφορικά με τις δραστηριότητες, βασίζονται στην ανακαλυπτική μέθοδο ενώ παράλληλα εφαρμόζονται δισδιάστατες και τρισδιάστατες αναπαραστάσεις. Παρουσιάζονται δύο δραστηριότητες καθοδηγούμενης και τέσσερις ανεξάρτητης μάθησης, δύο δραστηριότητες ανασκόπησης προαπαιτούμενης γνώσης, μία δραστηριότητα παρατήρησης προόδου και δύο παραδείγματα που φανερώνουν τον τρόπο επίλυσης των δραστηριοτήτων. Ακόμα, μέσα από δύο δραστηριότητες, γίνεται η επεξήγηση της στρατηγικής της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης. Τέλος, δεν διδάσκονται επιπλέον έννοιες, παρά μόνο εκείνες που βρίσκονται σε άμεση συνάφεια με τον στόχο. Εκείνος αναφέρεται ως υποσημείωση στα βιβλία που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Τα αναλυτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 11.

Πίνακας 11

Κριτήρια	Δραστηριότητες	Σχόλια	Σύνολο δραστηριοτήτων	Βαθμολογία
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	ΝΑΙ	<i>Εξασκούμε τους μαθητές σε εμπειρικές καταστάσεις πολλαπλασιασμού με τη μορφή της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης και διαίρεσης με τη μορφή της μοιρασιάς.</i>	1	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	3,4 ΒΜ	Παραδείγματα που παρουσιάζουν τον τρόπο επίλυσης των δραστηριοτήτων.	2	1
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	2,3,4,5 ΤΕ	Στο ΒΕ σημειώνονται επιπλέον δραστηριότητες εμπέδωσης και εφαρμογής: 2,3,4ΒΜ και 1ΤΕ	4	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	2 ΒΜ Εισαγωγική ΒΕ	Γίνεται επανάληψη της αρίθμησης ανά 5 και ανά 10 μέχρι το 100. Επίσης, πραγματοποιείται αφήγηση ιστορίας.	2	1

Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	-	Δεν διδάσκονται άλλες έννοιες ή δεξιότητες.	0	2
Χρήση αναπαραστάσεων	1 BM 3,4,5 TE Εισαγωγική BE	Εικονικές αναπαραστάσεις, αντικείμενα, δάκτυλα, ζωγραφιές	5	2
Διδακτική προσέγγιση	1 BM 1,2,3,4,5 TE ανακαλυπτικές	Οι δραστηριότητες ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών, καθώς βασίζονται στις εμπειρίες τους και απαιτείται η ενεργή συμμετοχή τους.	Μέθοδος: ανακαλυπτική	1
Ανατροφοδότηση	-	Στο BM και TE δεν υπάρχουν στοιχεία ανατροφοδότησης. Στο BE υπάρχουν διδακτικές οδηγίες και τεστ αξιολόγησης για κάθε ενότητα.	0	0
Διδασκαλία εννοιών	1 TE	Οι έννοιες αναφέρονται μόνο ως υποσημείωση στα βιβλία και στο BE.	1	1
Ανάπτυξη στρατηγικών	3,4 BM Εισαγωγική BE	Επεξηγείται η στρατηγική όπου πραγματοποιείται	3	2

		επαναλαμβανόμενη πρόσθεση. Ακόμα, στο ΒΕ αναφέρονται και άλλες στρατηγικές, χωρίς όμως να υποχρεώνουν τους/τις εκπαιδευτικούς να τις διδάξουν.		
Παρατήρηση προόδου	5 TE	Η δραστηριότητα αυτή αποτελεί πρόβλημα που βασίζεται στο στόχο του μαθήματος, δηλαδή την επεξεργασία πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων.	1	1
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	1 ΒΜ Εισαγωγική ΒΕ	Χαρακτηρίζεται στο ΒΕ ως δραστηριότητα εκμείυσης και επισημοποίηση της νέας γνώσης.	2	1
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	-	Δεν βρέθηκε δραστηριότητα επανάληψης.	0	0

### **Συμπεράσματα**

Στην παρούσα έρευνα αναλύθηκαν τα βιβλία των μαθηματικών ως προς τα χαρακτηριστικά που συνδέονται με τη διδασκαλία μαθητών και μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες. Για την καλύτερη ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων, μελετήθηκαν ξεχωριστά το κάθε χαρακτηριστικό. Παράλληλα,

μελετήθηκε το βιβλίο εκπαιδευτικού για τη δημιουργία μιας σφαιρικής εικόνας όσον αφορά την πρόταση των συγγραφέων για την πραγματοποίηση του μαθήματος. Αφού συμπληρώθηκαν οι πίνακες με τις βαθμολογίες των κριτηρίων, σημειώθηκαν τα σχόλια της ανάλυσης. Παράλληλα, σχεδιάστηκε συγκεντρωτικός πίνακας (πίνακας 12), έτσι ώστε να προκύψει ο Μέσος Όρος [ΜΟ]. Τέλος, έγινε η συγγραφή των αποτελεσμάτων για κάθε χαρακτηριστικό, όπου αναφέρονται η χαμηλότερη και υψηλότερη βαθμολογία, ο ΜΟ καθώς και γενικότερες παρατηρήσεις και σχόλια. Από τα συνολικά δέκα μαθήματα που μελετήθηκαν, τα τέσσερα ήταν από την τροχιά μάθησης «χώρος και γεωμετρία». Επίσης, τρία ήταν από την τροχιά «αριθμοί και σύστημα αρίθμησης». Ενώ, ένα ήταν από την τροχιά «μετρήσεις και στοχαστικά μαθηματικά» και τα τελευταία δύο από την τροχιά «πράξεις και αλγεβρική σκέψη».

Πίνακας 12

Κριτήρια	Αναλύσεις										Συνολική βαθμολογία	ΜΟ
	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>		
Σαφήνεια διδακτικού στόχου	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2
Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1	14	1,4
Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2
Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων	2	2	2	2	0	2	2	1	2	1	16	1,6
Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2
Χρήση αναπαραστάσεων	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	19	1,9
Διδακτική προσέγγιση	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	17	1,7
Ανατροφοδότηση	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Διδασκαλία εννοιών	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	15	1,5
Ανάπτυξη στρατηγικών	0	0	2	0	0	2	1	0	0	2	7	0,7
Παρατήρηση προόδου	1	2	0	2	1	2	1	1	2	1	13	1,3
Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης	2	2	2	2	1	1	2	2	2	1	17	1,7
Επανάληψη κατακτημένης γνώσης	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3	0,3



**1. Σαφήνεια του διδακτικού στόχου.** Η ανάλυση των μαθημάτων, έδειξε πως πάντα αναγράφεται ο στόχος του μαθήματος στο βιβλίο που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες. Μάλιστα, σε συγκεκριμένα μαθήματα, όπως στο μάθημα 3, αναγράφονται οι στόχοι των δραστηριοτήτων. Έτσι, προκύπτει πως όλα τα μαθήματα καλύπτουν πλήρως το κριτήριο, το οποίο απέκτησε μέσο όρο 2.

**2. Επάρκεια σαφών παραδειγμάτων.** Τα μαθήματα που αναλύθηκαν παρουσίαζαν συχνά ικανοποιητικές ποσότητες παραδειγμάτων. Για την ακρίβεια, 4 μαθήματα παρουσίαζαν περισσότερα από τρία παραδείγματα. Ενώ, 6 μαθήματα παρουσίαζαν 1 έως 2 παραδείγματα. Τα αποτελέσματα αυτά σχημάτισαν τον ικανοποιητικό μέσο όρο της βαθμολογίας 1,4.

**3. Επάρκεια ευκαιριών ανεξάρτητης μάθησης.** Για να βαθμολογηθεί μια δραστηριότητα ως ανεξάρτητη μάθηση, πρέπει να αναγράφεται ως τέτοια στο βιβλίο του μαθητή και στο τετράδιο εργασιών. Παρατηρήθηκε πως όλα τα μαθήματα περιλαμβάνουν περισσότερες από 3 δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης, σχηματίζοντας τον άριστο μέσο όρο 2. Ακόμα, σημειώνεται πως στο βιβλίο εκπαιδευτικού προτείνονται και επιπλέον δραστηριότητες ανεξάρτητης μάθησης, δίνοντας την επιλογή του τρόπου διεξαγωγής στον/ στην εκάστοτε εκπαιδευτικό.

**4. Ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων/ δεξιοτήτων.** Από την ανάλυση προκύπτει πως οι δραστηριότητες ανασκόπησης των προηγούμενων γνώσεων προκύπτουν κυρίως από τις εισαγωγικές δραστηριότητες που προτείνονται στο βιβλίο εκπαιδευτικού. 7 μαθήματα παρουσίασαν με λεπτομέρεια τις γνώσεις που απαιτούνται και τις συνδύαζαν με τουλάχιστον μία δραστηριότητα. 2 μαθήματα παρουσίασαν μόνο δραστηριότητες, ενώ 1 μάθημα δεν παρουσίασε καθόλου ανασκόπηση προαπαιτούμενων γνώσεων. Προέκυψε ο ικανοποιητικός μέσος όρος 1,6. Στο σημείο αυτό, αξίζει να σημειωθεί πως στο βιβλίο εκπαιδευτικού αναφέρονται οι προηγούμενες γνώσεις που έχουν οι μαθητές και οι μαθήτριες για το εκάστοτε μάθημα.

**5. Διδασκαλία επιπρόσθετων εννοιών/ διαδικασιών.** Τα βιβλία που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες δίνουν ιδιαίτερη βάση στη διδασκαλία της έννοιας/ δεξιότητας του μαθήματος. Όπως δείχνει και ο μέσος όρος, ο οποίος είναι 2, κανένα μάθημα δεν διδάσκει επιπλέον έννοιες ή δεξιότητες.

**6. Χρήση αναπαραστάσεων.** Οι δραστηριότητες των ενοτήτων, συνδυάζονται πολύ με τις εικονικές αναπαραστάσεις. Συγκεκριμένα, 9 μαθήματα παρουσίαζαν τρεις ή και περισσότερες δραστηριότητες με τη χρήση αναπαραστάσεων. Ενώ, ένα μάθημα παρουσίασε 3 δραστηριότητες. Έτσι, προέκυψε ο μέσος όρος της βαθμολογίας 1,9, που δηλώνει πως το κριτήριο ικανοποιείται πλήρως. Ακόμα, αξίζει να σημειωθεί ότι στις περισσότερες ενότητες, προτείνεται στο βιβλίο εκπαιδευτικού, μία ή δύο εισαγωγικές δραστηριότητες με άλλα μέσα, όπως είναι ο άβακας ή αντικείμενα της καθημερινότητας.

**7. Διδακτική προσέγγιση.** Από την ανάλυση των μαθημάτων προκύπτει πως οι δραστηριότητες βασίζονται πάντα στην ανακαλυπτική μέθοδο, ενώ μόνο τρία δεν περιλαμβάνουν και τη ρητή. Στα περισσότερα, δηλαδή στα 7 από τα 10 μαθήματα, οι δραστηριότητες είναι βασισμένες και στις δύο μεθόδους. Έτσι, σχηματίζεται για το κριτήριο αυτό ο μέσος όρος των 1,7, που θεωρείται ικανοποιητικός. Στο σημείο αυτό, αξίζει να αναφερθεί πως η δομή των μαθημάτων βασίζεται κυρίως στη μέθοδο Συγκεκριμένο Εικονικό Αφηρημένο [ΣΕΑ], που προτείνεται από τις σύγχρονες θεωρίες για τη διδασκαλία των μαθηματικών (Bouck & Park, 2018). Οι μαθητές και οι μαθήτριες έρχονται σε επαφή με το γνωστικό αντικείμενο, βλέποντας, ακούγοντας και ακουμπώντας το (Witzel et al., 2008). Κατά την ανάλυση, παρατηρήθηκε πως στην αρχή των μαθημάτων υπήρχε συνήθως μια δραστηριότητα που βασιζόταν σε αληθινές ή ρεαλιστικές αναπαραστάσεις. Στη συνέχεια παρουσιάζονταν δραστηριότητες με εικονικές αναπαραστάσεις και στο τέλος του μαθήματος, υπήρχαν δραστηριότητες που απαιτούσαν τη χρήση αποπλαισιωμένων μαθηματικών.

**8. Ανατροφοδότηση.** Το κριτήριο για τη βαθμολόγηση του χαρακτηριστικού αυτού, όπως έκαναν και οι Bryant et al., (2008) και Jitendra et al., (2005), ήταν να υπάρχει σημείωση στη σελίδα με σημαντικούς κανόνες ή βήματα. Η δομή των βιβλίων προς ανάλυση όμως διέφερε και αυτό οδήγησε στη χαμηλή βαθμολογία του κριτηρίου. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί πως στο βιβλίο εκπαιδευτικού αναφέρονται οι πιθανές παρερμηνείες ή δυσκολίες που έχουν τα παιδιά σχετικά με το γνωστικό αντικείμενο καθώς και προτείνονται τεστ για κάθε ενότητα. Θα μπορούσε, λοιπόν, να συμπεραθεί πως αναμένεται η ανατροφοδότηση να γίνει από τον/ την εκπαιδευτικό.

**9. Διδασκαλία εννοιών.** Η κάλυψη του συγκεκριμένου κριτηρίου διαφοροποιείται ανά τις ενότητες. Από τα μαθήματα που μελετήθηκαν, τα πέντε έκαναν σαφή αναφορά στη διδασκόμενη έννοια, ενώ τα πέντε τη δίδαξαν μέσα από την επεξεργασία των δραστηριοτήτων. Ακόμα, αξίζει να αναφερθεί η περίπτωση όπου δεν υπήρξε διδασκόμενη έννοια, αλλά δεξιότητα. Όπως ήταν η ένατη ανάλυση. Συνεπώς, μελετήθηκε ο τρόπος με τον οποίο διασαφηνίζεται η δεξιότητα, δημιουργώντας μια παραλλαγή του χαρακτηριστικού. Έτσι, προέκυψε ο μέσος όρος 1,5, ο οποίος δηλώνει ότι πληρείται το κριτήριο.

**10. Ανάπτυξη στρατηγικών.** Η μελέτη του συγκεκριμένου κριτηρίου επέστρεψε πως τρία μαθήματα διδάσκουν με σαφήνεια στρατηγικές, ενώ ένα αναφέρεται σε στρατηγικές χωρίς να τις διδάσκει αναλυτικά. Τα υπόλοιπα μαθήματα φαίνεται να μη τις διδάσκουν, διαμορφώνοντας, έτσι, έναν σχετικά χαμηλό μέσο όρο. Στο σημείο αυτό, υπενθυμίζεται ότι επιλέχθηκαν μαθήματα από όλες τις τροχιές μάθησης. Μάλιστα, τα μαθήματα της τροχιάς χώρου και γεωμετρίας ήταν τρία. Επομένως, μελετήθηκαν ενότητες όπου δεν υπήρχε η δυνατότητα διδασκαλίας στρατηγικών, όπως για παράδειγμα ήταν το μάθημα «Μοτίβα». Ακόμα, στην πρώτη τάξη του δημοτικού, η διδασκαλία στρατηγικών είναι περιορισμένη, όπως είναι το παράδειγμα διδασκαλίας του πολλαπλασιασμού. Η μοναδική στρατηγική που μπορεί να καλλιεργηθεί σε αυτή τη φάση, είναι η επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.

**11. Παρατήρηση προόδου.** Η ανάλυση του κριτηρίου έδειξε πως ένα μόνο μάθημα δεν παρουσίαζε δραστηριότητα παρατήρησης προόδου. Όσον αφορά τα άλλα εννέα μαθήματα, παρατηρήθηκε πως η πλειοψηφία των δραστηριοτήτων βρίσκονταν στο τετράδιο εργασιών. Υπήρχαν από μία έως δύο δραστηριότητες, σχηματίζοντας τον μέσο όρο 1,3. Επίσης, αξίζει να αναγνωριστεί πως το βιβλίο εκπαιδευτικού αναφέρει τις δυσκολίες των παιδιών και υπογραμμίζει με ποιους τρόπους μπορούν να υποστηριχθούν οι μαθητές/ μαθήτριες. Ακόμα, στο τέλος του βιβλίου παρουσιάζεται μια ενότητα με τίτλο «Αξιολόγηση», όπου αναγράφονται σαφείς οδηγίες για τον τρόπο παρατήρησης της προόδου και τις έννοιες και διαδικασίες που πρέπει να κατακτήσουν τα παιδιά σε κάθε ενότητα. Συνεπώς, δίνεται η ευχέρεια στους/ στις εκπαιδευτικούς να προσαρμόσουν τη διδασκαλία στο επίπεδο της εκάστοτε τάξης.

**12. Επάρκεια καθοδηγούμενης μάθησης.** Για τη σαφή πραγματοποίηση της έρευνας, σημειώθηκαν ως δραστηριότητες καθοδηγούμενης μάθησης, εκείνες που χαρακτηρίζονται στο βιβλίο εκπαιδευτικού ως δραστηριότητες προσανατολισμού, εκμείευσης και επισημοποίησης της νέας γνώσης. Παρατηρήθηκε πως όλες οι ενότητες συμπεριλάμβαναν δραστηριότητες καθοδηγούμενης μάθησης. Τρία μαθήματα συμπεριλάμβαναν έως δύο δραστηριότητες, ενώ τα άλλα επτά μαθήματα περιείχαν τρεις. Συνεπώς, προκύπτει ο ικανοποιητικός μέσος όρος των 1,7.

**13. Επανάληψη κατακτημένης γνώσης.** Το κριτήριο αυτό μελετούσε πόσες δραστηριότητες επανάληψης υπήρχαν σε κάθε μάθημα. Ωστόσο, η δομή των βιβλίων αυτών είναι τέτοια, έτσι ώστε κάθε επτά μαθήματα να αφιερώνονται δύο στην επανάληψη. Έτσι προέκυψε ένας χαμηλότερος μέσος όρος, στον οποίο δεν λαμβάνεται υπόψη πως περίπου μία φορά την εβδομάδα αφιερώνεται ένα μάθημα στην επίλυση προβλημάτων με βάση τη νέα γνώση και το επόμενο σε δραστηριότητες ρουτίνας.

Τέλος, αναφορικά με το βιβλίο εκπαιδευτικού αξίζει να αναφερθεί πως για την ανάλυση 3 και 6 αναφέρονται οι στρατηγικές που πρέπει να διδαχθούν στα συγκεκριμένα μαθήματα. Η ανάλυση 7 είναι το μοναδικό από τα εξεταζόμενα μαθήματα που δεν παρουσιάζει βιωματική εισαγωγική δραστηριότητα, ενώ στην ανάλυση 10 δεν παρουσιάζονται διδακτικές οδηγίες. Ακόμα, για τις αναλύσεις 1,2,3,4,6 και 7 παρουσιάζεται δραστηριότητα με τη χρήση CD.

## Συζήτηση

Η παρούσα εργασία μελέτησε το βαθμό στον οποίο υποστηρίζουν τα σχολικά βιβλία της Α' δημοτικού τους μαθητές και τις μαθήτριες που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα μαθηματικά και αν προλαμβάνουν την ανάπτυξη νέων περιπτώσεων. Τα αποτελέσματα φανέρωσαν πως οι μαθητές και οι μαθήτριες μπορούν να βοηθηθούν να κατακτήσουν τη νέα γνώση και να θέσουν σταθερά θεμέλια για μια καλή σταδιοδρομία μέσα από τη μελέτη των βιβλίων. Συγκεκριμένα, τα 10 από τα 13 κριτήρια που θεωρούνται κρίσιμα για τη διδασκαλία ατόμων με μαθησιακές δυσκολίες, πληρούνται και συναντώνται συχνά στα σχολικά βιβλία της Α' τάξης του ελληνικού δημόσιου σχολείου, υποστηρίζοντας έτσι τους μαθητές και τις μαθήτριες με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά να συμμετέχουν ενεργά και με επιτυχία στο μάθημα. Επίσης,

φανερώθηκε ότι το βιβλίο εκπαιδευτικού κατέχει σημαντικό ρόλο στην εξαγωγή ενός έγκυρου αποτελέσματος. Έτσι απαντάται το τρίτο ερευνητικό ερώτημα, το οποίο συσχετιζόταν με το βιβλίο εκπαιδευτικού και το ρόλο του στη διαμόρφωση ενός εποικοδομητικού για όλους/ όλες μαθήματος. Τα αποτελέσματα φανέρωσαν πως εκείνο παρουσιάζει στρατηγικές, πιθανές δυσκολίες και προϋπάρχουσες ιδέες, γίνεται σαφής περιγραφή της δομής του μαθήματος και των δραστηριοτήτων, υποδεικνύοντας μια διαφοροποιημένη διδασκαλία. Ακόμα, τα τρία κριτήρια που δεν συναντώνται συχνά στα βιβλία που επεξεργάζονται οι μαθητές και οι μαθήτριες, καλύπτονται από το βιβλίο εκπαιδευτικού. Έτσι, περιλαμβάνεται το κεφάλαιο αξιολόγησης στο τέλος του βιβλίου, όπου δίνεται για κάθε ενότητα ενδεικτικό διαγώνισμα και σχόλια με δυσκολίες που μπορεί να παρουσιαστούν για κάθε δραστηριότητα. Επιπλέον, το κριτήριο της διδασκαλίας στρατηγικών δεν παρουσίασε υψηλό μέσο όρο, γεγονός που οφείλεται και στο δείγμα της έρευνας. Αρχικά, αναλύθηκαν μαθήματα γεωμετρίας και κατά δεύτερων, η τάξη που επιλέχθηκε για την ανάλυση δεν έχει το γνωστικό υπόβαθρο για την καλλιέργεια σύνθετων στρατηγικών. Λαμβάνοντας υπόψη το βιβλίο εκπαιδευτικού και μελετώντας τη δομή των βιβλίων, παρατηρείται πως είναι εφικτό να πραγματοποιηθεί ένα αποτελεσματικό μάθημα για μαθητές/ μαθήτριες με δυσκολίες στα μαθηματικά. Τα βιβλία αποτελούν την κατευθυντήρια γραμμή για το σχεδιασμό και προσφέρουν τα κατάλληλα ερεθίσματα στους εκπαιδευτικούς να υποστηρίξουν τους διάφορους ρυθμούς και ετοιμότητες. Ωστόσο, υπενθυμίζεται πως τα βιβλία δεν μπορούν να αντικαταστήσουν το έργο των εκπαιδευτικών, ούτε να διορθώσουν πιθανά κενά που δημιουργούνται από τις διδακτικές μεθόδους. Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας μπορούν εύκολα να συνδεθούν με την έρευνα του Agalioitis (2012). Ωστόσο, ενώ η έρευνά του παρουσίασε ως σχόλιο ότι πρέπει να γίνεται καλύτερη διασαφήνιση του στόχου, να διδάσκεται μόνο μία έννοια ή δεξιότητα ανά μάθημα και η διδακτική προσέγγιση να βασίζεται περισσότερο στη ρητή διδασκαλία, τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας διαφέρουν. Κρίνεται πως ο στόχος διατυπώνεται με σαφήνεια στα βιβλία και δίνεται ιδιαίτερη προσοχή να διδάσκεται μία έννοια ή δεξιότητα ανά μάθημα. Ωστόσο, στην έρευνα του Agalioitis (2012) υποστηρίχθηκε πως πρέπει να πραγματοποιείται πιο συχνά επανάληψη, η οποία πρόταση έρχεται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα της παρούσας. Τα αποτελέσματα αυτά φανερώνουν τη σημασία ευαισθητοποίησης σχετικά με τις δυσκολίες στα μαθηματικά και την ανάγκη

ισότιμης συμμετοχής όλων στο μάθημα. Ακόμα, η έρευνα στοχεύει στην ανάδειξη της πρώιμης ανίχνευσης μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά και του σχεδιασμού προγράμματος παρέμβασης.

### ***Περιορισμοί της έρευνας***

Η εν λόγω έρευνα ακολούθησε τη μεθοδολογία των προαναφερθέντων ερευνητών (Agaliotis, (2012); Bryant et al., (2008); Jitendra et al., (2005)), όμως, καθώς κάθε έρευνα είναι μοναδική, παρουσιάστηκαν περιορισμοί οι οποίοι είναι άξιοι αναφοράς. Καταρχάς, μελετήθηκαν μόνο τα βιβλία της Α' δημοτικού, αγνοώντας τη δομή που παρουσιάζεται στα άλλα βιβλία. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί πως η συγγραφική ομάδα των βιβλίων δεν είναι ίδια για όλες τις τάξεις. Αυτό σημαίνει πως η λογική και η δομή των βιβλίων της Α' δημοτικού δεν συναντάται στις άλλες τάξεις, εκτός από εκείνη της Γ', τα οποία τυχαίνει να γράφτηκαν από την ίδια ομάδα. Επιπρόσθετα, οφείλεται να αναγνωριστεί πως η έρευνα βασίστηκε σε 10 μαθήματα. Μέσα από αυτά, έγινε σαφής η δομή και η λογική του σχεδιασμού. Ωστόσο, το υλικό είναι περιορισμένο και μια πιο εκτενής ανάλυση μπορεί να προσέφερε περισσότερες πληροφορίες. Επιπλέον, αξίζει να αναφερθεί πως τα βιβλία στις ελληνικές τάξεις, ειδικά για την περίπτωση των δημοτικών σχολείων, αποτελούν τις κατευθυντήριες γραμμές, όμως δεν ακολουθούνται πιστά από τους/ τις εκπαιδευτικούς. Ακόμα και η επιστημονική κοινότητα υποστηρίζει πως πρέπει ο/ η εκπαιδευτικός να διαφοροποιεί το μάθημα από τα βιβλία και να προσθέτει υλικό που να ταιριάζει στην εκάστοτε τάξη. Έτσι, όπως είχαν αναφέρει και οι Van Den Ham και Heinze (2018), η πραγματοποίηση του μαθήματος διαφέρει καθώς η ερμηνεία αλλά και η χρήση των σχολικών βιβλίων από τους εκπαιδευτικούς είναι διαφορετική, μη επιτρέποντας στην έρευνα να καταλήξει σε ένα απόλυτο συμπέρασμα για την πραγματοποίηση διαφοροποιημένου μαθήματος. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι δεν έχουν διερευνηθεί οι απόψεις των εκπαιδευτικών, μαθητών και μαθητριών, οι οποίες θα έδιναν μια πρακτική διάσταση στην έρευνα, διασαφηνίζοντας την αποτελεσματικότητα των βιβλίων στα μαθηματικά.

### ***Προτάσεις για μελλοντικές έρευνες***

Επέκταση στην έρευνα θα μπορούσαν να αποτελέσουν οι παράμετροι που δεν μελετήθηκαν στη συγκεκριμένη. Καταρχάς, αξίζει να μελετηθούν όλα τα βιβλία που συναντούν οι μαθητές και οι μαθήτριες στο δημοτικό σχολείο. Η πρόταση αυτή προέκυψε και από έρευνα του Fan (2013) καθώς παρατηρήθηκε ότι οι

εμπειρικές έρευνες είναι λίγες, αλλά και στην παρούσα, καθώς τα βιβλία δεν σχεδιάστηκαν από την ίδια συγγραφική ομάδα. Πολύ κρίσιμα είναι τα βιβλία της Β' δημοτικού, εφόσον οι Bryant et al., (2008) ανέφεραν τη σημαντικότητα των δύο πρώτων τάξεων για τη σωστή δόμηση της μαθηματικής γνώσης. Ακόμα, αξίζει να μελετηθούν τα άλλα μέσα με τα οποία γίνεται η διδασκαλία των μαθηματικών στις σύγχρονες τάξεις. Ήδη στην πλατφόρμα του Υπουργείου Παιδείας, προτείνεται σε μερικές τάξεις το ηλεκτρονικό βιβλίο. Ενώ σε άλλες χώρες εφαρμόζεται η χρήση των ηλεκτρονικών μέσων για την υποστήριξη μαθητών και μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες (Lee & Shin, 2021), η οποία έχει αναγνωριστεί να φέρνει θετικά και ανώτερα μαθησιακά αποτελέσματα (Lewis et al., 2010). Συγκεκριμένα, για την Α' δημοτικού προτείνεται CD με τίτλο «Αριθμητική Περιήγηση» καθώς και διαδικτυακές πηγές, έτσι ώστε να εμπλουτιστεί το μάθημα. Συνεπώς, θα ήταν εύλογο να επεκταθεί η έρευνα και για τα ελληνικά σχολεία, μελετώντας το ηλεκτρονικό υλικό που προσφέρεται για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Τέλος, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί έρευνα στα ελληνικά σχολεία, όπου οι εκπαιδευτικοί, οι μαθητές και οι μαθήτριες να δηλώνουν το βαθμό ικανοποίησής τους από τα βιβλία, συμπληρώνοντας έτσι την παρούσα έρευνα.

## Βιβλιογραφία

- Agaliotis, I. (2012). Evaluating Greek primary school textbooks used to teach students with learning disabilities. *Aula Abierta*, 40(3), 47–54. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3994535.pdf><https://dialnet.unirioja.es/servlet/extart?codigo=3994535>
- Balim, A. G. (2009). The Effects of Discovery Learning on Students ' Success and Inquiry Learning Skills. *Eurasian Journal of Educational Research*, 35, 1–20.
- Bicknell-Holmes, T., & Hoffman, P. S. (2000). Elicit, engage, experience, explore: Discovery learning in library instruction. *Reference Services Review*, 28(4), 313–322. <https://doi.org/10.1108/00907320010359632>
- Boaler, J. (1993). Encouraging the transfer of “school” mathematics to the “real world” through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, 25(4), 341–373. <https://doi.org/10.1007/BF01273906>
- Bouck, E. C., & Park, J. (2018). Students with disabilities. *Education and Treatment of Children*, 41(1), 65–106. <https://doi.org/10.4324/9781003071426-11>
- Bryant, B. R., Bryant, D. P., Kethley, C., Kim, S. A., Pool, C., & Seo, Y. J. (2008). Preventing mathematics difficulties in the primary grades: The critical features of instruction in textbooks as part of the equation. *Learning Disability Quarterly*, 31(1), 21–35. <https://doi.org/10.2307/30035523>
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., Gersten, R., Scammacca, N., & Chavez, M. M. (2008). Mathematics intervention for first- and second-grade students with mathematics difficulties: The effects of tier 2 intervention delivered as booster lessons. *Remedial and Special Education*, 29(1), 20–32. <https://doi.org/10.1177/0741932508318665>
- Bryant, Diane Pedrotty, Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33(2), 168-177,199. <https://doi.org/10.1177/002221940003300205>
- Carnine, D. (1991). Reforming mathematics instruction: The role of curriculum



- materials. *Journal of Behavioral Education*, 1(1), 37–57.  
<https://doi.org/10.1007/BF00956753>
- Carnine, D., Jitendra, A. K., & Silbert, J. (1997). A descriptive analysis of mathematics curricular materials from a pedagogical perspective: A case study of fractions. *Remedial and Special Education*, 18(2), 66–81.  
<https://doi.org/10.1177/074193259701800201>
- Csíkos, C. (2016). Strategies and performance in elementary students' three-digit mental addition. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 123–139.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-015-9658-3>
- Darch, C., Carnine, D., & Gersten, R. M. (1984). Explicit Instruction in Mathematics Problem Solving. *Journal of Educational Research*, 77(6), 351–359.
- Dejić, M., & Mihajlović, A. M. (2014). History of Mathematics and Teaching Mathematics. *Teaching Innovations*, 27(3), 15–30.
- Desoete, A., Roeyers, H., & De Clercq, A. (2004). Children with Mathematics Learning Disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 50–61.  
<https://doi.org/10.1177/00222194040370010601>
- Doabler, C. T., & Fien, H. (2013). Explicit Mathematics Instruction: What Teachers Can Do for Teaching Students With Mathematics Difficulties. *Intervention in School and Clinic*, 48(5), 276–285. <https://doi.org/10.1177/1053451212473151>
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., Van Putten, C. M., Béguin, A. A., & Heiser, W. J. (2016). Multilevel Latent Class Analysis for Large-Scale Educational Assessment Data: Exploring the Relation Between the Curriculum and Students' Mathematical Strategies. *Applied Measurement in Education*, 29(2), 144–159.  
<https://doi.org/10.1080/08957347.2016.1138959>
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 45(5), 765–777.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM - International Journal on Mathematics*

- Education*, 45(5), 633–646. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Freeman, D. J., & Porter, A. C. (1989). Do Textbooks Dictate the Content of Mathematics Instruction in Elementary Schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403–421. <https://doi.org/10.3102/00028312026003403>
- Furey, J., & Loftus-Rattan, S. M. (2022). Actively Involving Students With Learning Disabilities in Progress Monitoring Practices. *Intervention in School and Clinic*, 57(5), 329–337. <https://doi.org/10.1177/10534512211032618>
- Gagnon, J. C., & Maccini, P. (2005). Direct instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Technical Report*, 15. <https://doi.org/10.1177/0143034393141003>
- Garnett, K., & Fleischner, J. E. (1983). Automatization and basic fact performance of normal and learning disabled children. *Learning Disability Quarterly*, 6(2), 223–230. <https://doi.org/10.2307/1510801>
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15. <https://doi.org/10.1177/00222194040370010201>
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242. <https://doi.org/10.3102/0034654309334431>
- Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 38, 25–33.
- Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55(October), 153–166. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.002>
- Hailikari, T., Nevgi, A., & Komulainen, E. (2008). Academic self-beliefs and prior knowledge as predictors of student achievement in Mathematics: A structural model. *Educational Psychology*, 28(1), 59–71. <https://doi.org/10.1080/01443410701413753>
- Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., Dipipi-Hoy, C., Sczesniak, E.,

- Sokol, N. G., & Xin, P. Y. (2005). Adherence to mathematics professional standards and instructional design criteria for problem-solving in mathematics. *Exceptional Children*, 71(3), 319–337. <https://doi.org/10.1177/001440290507100307>
- Johansson, M. (2003). *As the Potentially Implemented Curriculum By*.
- Jones, E. D., Wilson, R., & Bhojwani, S. (1997). Mathematics Instruction for Secondary Students with Learning Disabilities. *JOURNAL OF LEARNING DISABILITIES*, 30(2), 151–163.
- Kamaluddin, M., & Widjajanti, D. B. (2019). The Impact of Discovery Learning on Students' Mathematics Learning Outcomes. *Journal of Physics: Conference Series*, 1320, 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1320/1/012038>
- Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8(1 FEB), 1–5. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00057>
- Kroesbergen, E. H., Van de Rijt, B. A. M., & Van Luit, J. E. H. (2007). Working Memory and Early Mathematics: Possibilities for Early Identification of Mathematics Learning Disabilities. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities*, 20(July), 1–19. [https://doi.org/10.1016/S0735-004X\(07\)20001-1](https://doi.org/10.1016/S0735-004X(07)20001-1)
- Lafay, A., Osana, H. P., & Valat, M. (2019). Effects of Interventions with Manipulatives on Immediate Learning, Maintenance, and Transfer in Children with Mathematics Learning Disabilities: A Systematic Review. *Education Research International*, 2019, 1–21. <https://doi.org/10.1155/2019/2142948>
- Lambert, R., Algozzine, B., & Mc Gee, J. (2014). Effects of Progress Monitoring on Math Performance of At-Risk Students. *British Journal of Education, Society & Behavioural Science*, 4(4), 527–540. <https://doi.org/10.9734/bjesbs/2014/7259>
- Lee, O., & Shin, M. (2021). Universal Design for Learning in Adapted National-level Digital Mathematics Textbooks for Elementary School Students with Disabilities. *Exceptionality*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/09362835.2021.1938062>
- Lewis, P., Noble, S., & Soiffer, N. (2010). Using accessible math textbooks with

- students who have learning disabilities. *ASSETS'10 - Proceedings of the 12th International ACM SIGACCESS Conference on Computers and Accessibility, January 2010*, 139–146. <https://doi.org/10.1145/1878803.1878829>
- Lomibao, L. S., & Ombay, S. O. (2017). Does Repetition with Variation Improve Students' Mathematics Conceptual Understanding and Retention? *International Journal of Science and Research*, 6(6), 2131–2137. <https://doi.org/10.21275/ART20174479>
- Maccini, P., & Gagnon, J. C. (2000). Best practices for teaching mathematics to secondary students with special needs. *Focus on Exceptional Children*, 32(5), 1–22. <https://doi.org/10.17161/foec.v32i5.6919>
- Macintyre, T., & Hamilton, S. (2010). Mathematics learners and mathematics textbooks: A question of identity? Whose curriculum? Whose mathematics? *The Curriculum Journal*, 21(1), 3–23. <https://doi.org/10.1080/09585170903558224>
- Morin, J. E., & Franks, D. J. (2009). Why Do Some Children Have Difficulty Learning Mathematics? Looking at Language for Answers. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 54(2), 111–118. <https://doi.org/10.1080/10459880903217861>
- Nathan, M. J., Long, S. D., & Alibali, M. W. (2002). The Symbol Precedence View of Mathematical Development: A Corpus Analysis of the Rhetorical Structure of Textbooks. *Discourse Processes*, 33(1), 1–21. [https://doi.org/10.1207/s15326950dp3301\\_01](https://doi.org/10.1207/s15326950dp3301_01)
- Nikolakaki, M., Dossa, K., & Moraiti, T. (2012). School knowledge, cross-curricularity and teamwork teaching in the Greek primary school: Mathematics education as discursive practice. *Curriculum Journal*, 23(2), 247–260. <https://doi.org/10.1080/09585176.2012.678711>
- Obasi, C. V. (2020). Modeling The Use of History of Mathematical Thought in Mathematics Instruction. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML)*, 3(1), 1–3. <https://doi.org/10.29103/mjml.v3i1.2299>
- Ogan-Bekiroglu, F. (2007). To what degree do the currently used physics textbooks meet the expectations? In *Journal of Science Teacher Education* (Vol. 18, Issue

- 4). <https://doi.org/10.1007/s10972-007-9045-8>
- Okeeffe, L. (2013). A Framework for Textbook Analysis. *International Review of Contemporary Learning Research*, 2(1), 1–13. <https://doi.org/10.12785/irclr/020101>
- Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, 67(3), 345–357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1997.tb01249.x>
- Pepin, B., Haggarty, L., & Keynes, M. (2001). Mathematics textbooks and their use in english, french and german classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 33(5), 158–175. <https://doi.org/10.1007/BF02656616>
- Rach, S., & Ufer, S. (2020). Which Prior Mathematical Knowledge Is Necessary for Study Success in the University Study Entrance Phase? Results on a New Model of Knowledge Levels Based on a Reanalysis of Data from Existing Studies. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 6(3), 375–403. <https://doi.org/10.1007/s40753-020-00112-x>
- Radyuli, P., Wijaya, I., & Ulfina, I. (2020). Correlation of Self-Confidence and Student Learning Motivation Against Learning Outcomes of Class X Digital Simulation. *Journal of Education Research and Evaluation*, 4(2), 216–220. <https://doi.org/10.23887/jere.v4i2.23095>
- Reeve, W. D. (1925). Objectives in th Teaching of Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 18(7), 358–405.
- Reid, R., Lienemann, T. O., & Haganan, J. L. (2013). Strategy Instruction for Students with Learning Disabilities. In K. R. Harris & S. Graham (Eds.), *The Guilford Press* (2nd ed.). The Guilford Press. <https://doi.org/10.1097/00011363-198012000-00009>
- Rezat, S. (2009). The Utilization of Mathematics Textbooks As Instruments for Learning. *Proceedings of CERME*, 1260–1269.
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The Language

- of Mathematics: The Importance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading and Writing Quarterly*, 31(3), 235–252. <https://doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995>
- Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L., & Opitz, E. M. (2016). Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education. *Assistance of Students with Mathematical Learning Difficulties: How Can Research Support Practice?*, 48(5), 249–259. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0800-1>
- Seidel, T., Rimmele, R., & Prenzel, M. (2005). Clarity and coherence of lesson goals as a scaffold for student learning. *Learning and Instruction*, 15(6), 539–556. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.08.004>
- Sievert, H., van den Ham, A. K., Niedermeyer, I., & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 74(2019), 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006>
- Silver, C. H., Pennett, H. D. L., Black, J. L., Fair, G. W., & Balise, R. R. (1999). Stability of arithmetic disability subtypes. *Journal of Learning Disabilities*, 32(2), 108–119. <https://doi.org/10.1177/002221949903200202>
- Sood, S., & Jitendra, A. K. (2007). A comparative analysis of number sense instruction in reform-based and traditional mathematics textbooks. *Journal of Special Education*, 41(3), 145–157. <https://doi.org/10.1177/00224669070410030101>
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315–327. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005>
- Uttal, D. H., Scudder, K. V., & DeLoache, J. S. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18(1), 37–54. [https://doi.org/10.1016/S0193-3973\(97\)90013-7](https://doi.org/10.1016/S0193-3973(97)90013-7)
- Van Den Ham, A., & Heinze, A. (2018). Studies in Educational Evaluation Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school

- students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133–140. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>
- Van Garderen, D., Scheuermann, A., & Jackson, C. (2012). Developing representational ability in mathematics for students with learning disabilities: A content analysis of grades 6 and 7 textbooks. *Learning Disability Quarterly*, 35(1), 24–38. <https://doi.org/10.1177/0731948711429726>
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 89(1), 41–65. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9595-1>
- Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008). Implementing CRA with secondary students with learning disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 43(5), 270–276. <https://doi.org/10.1177/1053451208314734>
- Zubaidah, R., Fitriawan, D., Yusmin, E., Nursangaji, A., & Mirza, A. (2021). Corrective Feedback, Self-Esteem and Mathematics Learning Outcomes Zubaidah. *Al- Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), 121–132.
- Λεμονίδης, Χ. (2016). Στην τροχιά των ρητών. Εκδόσεις Κυριακίδη
- Λεμονίδης, Χ. (2019). Πρότυπο βιβλίο μαθηματικών Β' Δημοτικού- Μαθηματικά της φύσης και της ζωής. Εκδόσεις Κυριακίδη
- Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση*. (2003). <http://ebooks.edu.gr/info/newps/Μαθηματικά/Μαθηματικά — Δημοτικό.pdf>

## Παράρτημα

Πίνακας 1

Στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος για την Α' Δημοτικού	
Αρ1. Απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς μέχρι το 100 (ψηφία και λέξεις).	Αρ2. Αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 100) χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης.
Αρ3. Καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων κι αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης	Αρ4. Μετρούν μέχρι το 100 και μετρούν με βήματα εμπρός και πίσω (ανά 2, 5, 10).
Αρ5. Συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς (μέχρι το 100) και βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού (μέχρι το 100) στην αριθμογραμμή.	Αρ6. Διερευνούν τις σχέσεις των αριθμών αρχικά μέχρι το 20 και στη συνέχεια μέχρι το 100, αναλύουν και συνθέτουν αριθμούς μέχρι το 100.
Αρ7. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. Βρίσκουν την αξία θέσης των αριθμών στους διψήφιους αριθμούς (και του μηδενός).	Αρ8. Εκφράζουν εκτίμηση για ποσότητες μέχρι 50 αντικειμένων.
Αρ9. Διερευνούν και δημιουργούν αθροιστικές καταστάσεις.	Αρ10. Διερευνούν συνδυασμούς που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των αριθμών ως το 10 και των δεκάδων ως το 100.
Αρ11. Κάνουν νοερές και γραπτές προσθέσεις και αφαιρέσεις χρησιμοποιώντας τα σύμβολα με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς.	Αρ12. Ομαδοποιούν αντικείμενα σε δυάδες, πεντάδες και δεκάδες. Βρίσκουν το διπλάσιο (και το μισό) μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών.
Αρ13. Μοιράζουν αντικείμενα σε δυάδες, τριάδες και καταμετρούν.	Αρ14. Συγκρίνουν δύο ποσότητες με απλή σχέση μεγέθους $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{4}$ και περιγράφουν τη σχέση λεκτικά



	(μισή/διπλάσια...).
Αρ15. Χωρίζουν εμπράγματα διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 2, 4, 8. Χωρίζουν εμπράγματα και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10.	A1. Αναγνωρίζουν την ύπαρξη μιας κανονικότητας.
A2. Συμπληρώνουν, επαναλαμβανόμενες κανονικότητες.	A3. Περιγράφουν και εξηγούν επαναλαμβανόμενες κανονικότητες και τη διαδικασία δημιουργίας τους.
A4. Κατασκευάζουν επαναλαμβανόμενες κανονικότητες.	A5. Δημιουργούν και περιγράφουν αντιστοιχίες.
A6. Αναγνωρίζουν, αναπαριστάνουν και περιγράφουν σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλομένων μεγεθών.	A7. Αντιλαμβάνονται το σύμβολο της ισότητας ως σχέση ανάμεσα σε σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις.
A8. Εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση.	A9. Διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να δημιουργείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση.
A10. Διερευνούν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διάφορα πλαίσια: αριθμητικά, μεγεθών και διατυπώνουν τη σχέση συμβολικά.	A11. Συγκρίνουν αριθμούς και κάνουν πράξεις με αυτούς χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα σύμβολα.
Γ1. Εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές στο χώρο ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς, με τη χρήση ποικίλων χωρικών εννοιών.	Γ2. Αναγνωρίζουν και δημιουργούν οικείους χάρτες, εντοπίζοντας θέσεις και διαδρομές.
Γ3. Επικαλύπτουν το επίπεδο με διάφορα σχήματα και μελετούν απλές σχέσεις.	Γ4. Εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα.

Γ5. Προσεγγίζουν τις δισδιάστατες συντεταγμένες με τη χρήση αυθαίρετων συμβόλων.	Γ6. Αναγνωρίζουν και ταξινομούν επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά σε ποικιλία θέσεων, μεγεθών και προσανατολισμών.
Γ7. Περιγράφουν απλά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση όρων όπως κορυφή και πλευρά.	Γ8. Κατασκευάζουν γνώριμα επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα με διάφορα μέσα και συζητούν ιδιότητες.
Γ9. Συνδέουν επίπεδα και στερεά σχήματα προσεγγίζοντας έδρες και ακμές.	Γ10. Συνθέτουν και αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη.
Γ11. Παρατηρούν μετατοπίσεις και στροφές (90, 180, 360) και μπορούν να προβλέψουν το αποτέλεσμα.	Γ12. Αναγνωρίζουν συμμετρικά δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα και σχήματα με άξονες συμμετρίας. Εντοπίζουν τους άξονες.
Γ13. Κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα και συνεχίζουν συμμετρικά μοτίβα.	Γ14. Προσεγγίζουν τις ιδιότητες της συμμετρίας.
Γ15. Αναγνωρίζουν τρισδιάστατες κατασκευές από διαφορετικές οπτικές γωνίες.	Γ16. Πραγματοποιούν κατασκευές τρισδιάστατων καταστάσεων από εικόνες, σχέδια ή άλλες αναπαραστάσεις.
M1. Συγκρίνουν γωνίες με την ορθή.	M2. Αναγνωρίζουν ίσες γωνίες με άμεση σύγκριση.
M3. Πραγματοποιούν έμμεσες συγκρίσεις και διατάξεις ίσων και άνισων μηκών.	M4. Αναλύουν και συνθέτουν μήκη σε δύο ή περισσότερα μέρη.
M5. Πραγματοποιούν επικαλύψεις με και χωρίς επανάληψη, με μη τυπικές και τυπικές μονάδες.	M6. Συνδέουν τις επικαλύψεις ή τις επαναλήψεις με το αριθμητικό αποτέλεσμα.
M7. Διαπιστώνουν την ανάγκη χρήσης τυπικών μονάδων μέτρησης και πραγματοποιούν μετρήσεις μήκους με	M8. Χρησιμοποιούν χάρακα για να μετρήσουν μήκος.

τυπικές μονάδες.	
M9. Εκτιμούν και συγκρίνουν μήκη	M10. Πραγματοποιούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις επιφανειών.
M11. Πραγματοποιούν συγκρίσεις με ανάλυση και σύνθεση απλών επιφανειών	M12. Κάνουν επικαλύψεις επιφανειών με μη τυπικές ή τυπικές μονάδες μέτρησης.
M13. Συνδέουν την επικάλυψη με ένα αριθμητικό αποτέλεσμα.	M14. Χρησιμοποιούν τετράγωνα 1 cm και 1dm για να δομήσουν ορθογώνιες περιοχές σε γραμμές και στήλες.
M15. Εκτιμούν το μέγεθος απλών επιφανειών και κάνουν συγκρίσεις.	M16. Συγκρίνουν έμμεσα τη χωρητικότητα δύο δοχείων.
M17. Συγκρίνουν όγκους κατασκευών που αποτελούνται από μικρό αριθμό δομικών υλικών.	M18. Μετρούν το πλήθος των κύβων που δομούν μια απλή κατασκευή ή γεμίζουν ένα κουτί.
M19. Εκτιμούν τον όγκο απλών στερεών και κάνουν συγκρίσεις.	Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (κατηγορικά)
Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν (υλικά, καταμέτρηση με γραμμές)	Σ3. Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διαγράμματα όπως τα ραβδογράμματα.
Σ4. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε μία άλλη.	Σ5. Συγκρίνουν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων.
Π1. Περιγράφουν όλα τα δυνατά αποτελέσματα (δειγματικός χώρος) σε απλά πειράματα τύχης ενός σταδίου.	Π2. Χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο άδικο (τριών ή περισσότερων ενδεχομένων).
Π3. Συνδυάζουν μικρό αριθμό αντικειμένων.	Π4. Περιγράφουν ένα ενδεχόμενο ως βέβαιο, πιθανό, απίθανο, αδύνατο.