

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΤΙΤΛΟ:
ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΜΕΤΑΞΥ ΔΙΑΔΟΧΙΚΩΝ ΒΛΑΒΩΝ
ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΟΜΟΙΩΝ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΟΥΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΜΑΓΚΟΥΡΗΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

ΑΕΜ : 1292

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ

ΕΠΙΚΟΥΡΗ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ, ΣΟΦΙΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΙΔΟΥ

ΚΟΖΑΝΗ 11/2017

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η κατανομή που ακολουθεί ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών βλαβών, κατά τη λειτουργία συστήματος αποτελούμενου από πολλαπλά, στατιστικά όμοια εξαρτήματα, τα οποία θεωρείται ότι λειτουργούν παράλληλα και τίθενται ταυτοχρόνως σε λειτουργία. Συγκεκριμένα για τη μελέτη του παραπάνω προβλήματος αναπτύχθηκε κώδικας σε προγραμματιστικό περιβάλλον, ο οποίος προσομοιώνει τη λειτουργία του συστήματος των εξαρτημάτων και εξάγει δεδομένα σχετικά με τους χρόνους μεταξύ διαδοχικών βλαβών στο σύστημα συνολικά, χρησιμοποιώντας ως εισόδους την κατανομή που ακολουθεί ο χρόνος ζωής κάθε μεμονωμένου εξαρτήματος (η οποία θεωρείται γνωστή) καθώς και το πλήθος των εξαρτημάτων που αποτελούν το υπό μελέτη σύστημα.

Στο σύνολο των εξαρτημάτων εφαρμόζεται πολιτική προληπτικής συντήρησης (Preventive Maintenance) σε συγκεκριμένη ηλικία - η οποία εισάγεται επίσης στο προσομοιωτικό μοντέλο ως δεδομένο - κατά την πάροδο της οποίας θεωρείται ότι επεμβαίνουμε στο εκάστοτε εξάρτημα προληπτικά, χωρίς το τελευταίο να έχει παρουσιάσει βλάβη.

Κατά την επέμβαση σε ένα οποιοδήποτε εξάρτημα - είτε επειδή αυτό παρουσίασε βλάβη, είτε επειδή λειτούργησε για το χρονικό διάστημα που προβλέπεται πριν την προληπτική συντήρηση - θεωρείται ότι το εξάρτημα αντικαθίσταται και κατά συνέπεια επανέρχεται πλήρως στην αρχική του κατάσταση. Επομένως ο χρόνος μέχρι την επόμενη βλάβη του ίδιου εξαρτήματος ακολουθεί τη δεδομένη, γνωστή κατανομή θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή της αντικατάστασης.

Προφανώς, λόγω της ταυτόχρονης θέσης σε λειτουργία όλων των εξαρτημάτων, της στατιστικής ομοιότητας στο χρόνο ζωής τους, καθώς και της εφαρμογής της πολιτικής προληπτικής συντήρησης, κατά τα πρώτα στάδια λειτουργίας του συστήματος ορισμένα εξ' αυτών θα αντικαθίστανται ταυτοχρόνως. Αντίθετα, σε βάθος χρόνου και λόγω της εμφάνισης βλαβών ανά τυχαία χρονικά διαστήματα, το σύστημα θα αποσυντονιστεί και τελικά θα σταθεροποιηθεί και θα επέλθει μία μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.

Αντικείμενο λοιπόν της παρούσης εργασίας, είναι η μελέτη της κατανομής του χρόνου μεταξύ διαδοχικών βλαβών, αφότου επέλθει μόνιμη κατάσταση, καθώς και της διάρκειας της μεταβατικής κατάστασης, κατά το πέρας της οποίας το σύστημα σταθεροποιείται. Επιπλέον θα ερευνηθεί η επίδραση που ασκούν στα προαναφερθέντα οι διάφορες παράμετροι, όπως η κατανομή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, ο χρόνος κατά τον οποίο προβαίνουμε σε προληπτική συντήρηση και το πλήθος των εξαρτημάτων.

Abstract

In the present study, we will look into the distribution that time between successive failures follows, in a system consisting of several statistically identical components which are considered to operate in parallel and are set in operation simultaneously. Specifically, in order to study the above problem, a code was developed in a programming environment, that simulates the functioning of the component system and extracts data concerning the time intervals between successive failures in the system as a whole, using as inputs the lifetime distribution of each component (which is considered to be known) as well as the number of components constituting the system under study.

All components are subjects to a Preventive Maintenance policy at a specified age - which is also imported to the simulation model and is considered to be a known variable - and upon which it is assumed that we proceed with preventively maintaining each component without the latter having been damaged.

All interventions - either because the components were damaged or because they worked for the pre-maintenance period - are considered to be replacements and therefore fully restore the components to the 'as-good-as-new' state. Consequently, the time until the next failure of a replaced component follows the given, known distribution, considering as the beginning of time the moment of the replacement.

Obviously, due to the simultaneous initiation of the operation of all components, the stochastic similarity in their lifetime and the Preventive Maintenance Policy, some of them will be replaced simultaneously during the early stages of the system's operation. Conversely, in the long run and due to the occurrence of breakdowns at random times, the system will destabilize and operate in a steady state.

The purpose of this paper is to study the time distribution between consecutive failures after the system has reached steady state as well as the duration of the transitional time period after which the system stabilizes. In addition, the effect of the various parameters -such as the lifetime distribution of the components, the preventive maintenance age and the number of components- on the results, will be investigated.

Περιεχόμενα

Περίληψη	i
Abstract	ii
Περιεχόμενα	iii
Εισαγωγή	1
Κεφάλαιο 1 ^ο : Βασικές έννοιες	5
1.1. Συντήρηση.....	5
1.1.1. Ορισμός και κατηγορίες συντήρησης	5
1.1.2. Προληπτική συντήρηση (PM)	6
1.2. Αξιοπιστία.....	7
1.2.1. Ορισμός αξιοπιστίας	7
1.2.2. Αστοχία	8
1.2.3. Υπολογισμός Αξιοπιστίας	8
1.3. Σύνθετα Μοντέλα Συντήρησης.....	11
1.3.1. RCM (Reliability Centered Maintenance).....	11
1.3.2. RBM (Risk Based Maintenance).....	11
1.3.3. CMMS (Computerized Maintenance Management System)	12
1.4. Truncated κατανομές.....	12
Κεφάλαιο 2 ^ο : Περιγραφή του προβλήματος.....	15
2.1. Ενδεικτικά διαγράμματα	17
2.2. Παραδοχές.....	19
Κεφάλαιο 3 ^ο : Επεξηγηματική ανάπτυξη του μοντέλου	21
3.1. Βασικά μεγέθη.....	21
3.1.1. Εισαγωγή δεδομένων.....	21
3.1.2. Τιμές βασικών μεγεθών	23
3.1.3. Υπολογισμός θεωρητικής μέσης τιμής.....	23
3.2. Υπολογισμός δεδομένων	24
3.2.1. Υπολογισμός χρόνων αντικατάστασης.....	24
3.2.2 Έλεγχος μηδενικών βλαβών	24

3.2.3. Υπολογισμός χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων	25
3.2.4. Ομαδοποίηση δεδομένων	29
3.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης	30
3.3.1. Εκτίμηση χρόνου μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας	30
3.3.2. Έλεγχος προσαρμογής δεδομένων σε εκθετική κατανομή.....	33
Κεφάλαιο 4 ^ο : Γενικά Αποτελέσματα	35
4.1. Επίδραση παραμέτρων στο χρόνο μετάβασης σε σταθερή κατάσταση	39
4.2. Επίδραση παραμέτρων στην τελική κατανομή	52
4.2.1. Επίδραση στο βαθμό προσαρμογής σε εκθετική κατανομή	52
4.2.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής.....	61
Κεφάλαιο 5 ^ο : Αναλυτική μελέτη της επίδρασης του πλήθους.....	71
5.1. Επίδραση στο χρόνο μετάβασης σε steady state	72
5.2. Επίδραση στην τελική κατανομή	76
5.2.1. Επίδραση στο βαθμό προσαρμογής σε εκθετική κατανομή	76
5.2.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής.....	81
Κεφάλαιο 6 ^ο : Αποκλίσεις από την εκθετική κατανομή	87
6.1. Αποκλίσεις λόγω αρχικής κατανομής	87
6.2 Αποκλίσεις λόγω προληπτικής συντήρησης (PM)	93
6.3. Αλληλεπίδραση κατανομής και προληπτικής συντήρησης.....	95
Κεφάλαιο 7 ^ο : Αναλυτική ερμηνεία των αποτελεσμάτων	99
7.1. Ερμηνεία των αποκλίσεων στα αποτελέσματα	99
7.2. Επαλήθευση υποθέσεων	106
7.3. Συνθήκες προσαρμογής σε εκθετική κατανομή.....	110
Κεφάλαιο 8 ^ο : Μελέτη πολυπληθών συστημάτων	113
8.1. Συμπεριφορά κατανομής με αύξηση του πλήθους.....	113
8.1.1. Βαθμός προσαρμογής σε εκθετική κατανομή	114
8.1.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής.....	117
8.2 Οριακές τιμές πλήθους.....	119
8.3. Προσαρμογή σε εκθετική κατανομή	125
Κεφάλαιο 9 ^ο : Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	133
9.1. Συμπεράσματα.....	133
9.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	134

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	137
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι (Κώδικας)	139
I.1. Βασικά μεγέθη	139
I.1.1. Εισαγωγή δεδομένων.....	139
I.1.2. Τιμές βασικών μεγεθών	141
I.1.3. Υπολογισμός θεωρητικής μέσης τιμής.....	142
I.2. Υπολογισμός δεδομένων	142
I.2.1. Υπολογισμός χρόνων αντικατάστασης.....	142
I.2.2. Έλεγχος μηδενικών βλαβών	143
I.2.3. Υπολογισμός χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων.....	144
I.2.4. Ομαδοποίηση δεδομένων	145
I.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης	146
I.3.1. Εκτίμηση χρόνου μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας.....	146
I.3.2. Έλεγχος προσαρμογής δεδομένων σε εκθετική κατανομή.....	147

Εισαγωγή

Συχνά, σε προβλήματα μελέτης και ελέγχου αποθεμάτων, μία σχετικά ακριβής πρόβλεψη της ζήτησης κάποιου προϊόντος είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιτευχθεί, ειδικά αν το εν λόγω προϊόν εντάσσεται σε ένα σύνολο του οποίου η ζήτηση επηρεάζεται από παροδικές τάσεις, εποχικότητα κ.ά. Είναι βέβαια εφικτό να γίνει κάποια υποτυπώδης πρόβλεψη, βασισμένη όμως σε ένα σχετικά μικρό υποσύνολο των παραγόντων που επηρεάζουν τη ζήτηση, και συνεπώς όχι αρκούντως αξιόπιστη.

Εν αντιθέσει, αν μεταφράσουμε το παραπάνω πρόβλημα σε όρους μίας βιομηχανίας, όπου την έννοια της ζήτησης αντικαθιστά ο ρυθμός εμφάνισης βλαβών σε τμήματα εξοπλισμού (ζήτηση ανταλλακτικών), είναι σχετικά εύκολο να ορίσουμε την κατανομή που ακολουθεί ο χρόνος ζωής κάποιου εξαρτήματος και να βασίσουμε σε αυτήν τη διαχείριση αποθεμάτων των ανταλλακτικών του. Αυτό γιατί οι παράγοντες που επηρεάζουν τώρα τη «ζήτηση» είναι σχετικά περιορισμένοι και - κατά μία έννοια - ευκολότερα προσδιορίσιμοι, ιδιαίτερα στην περίπτωση που το υπό εξέταση εξάρτημα καλείται να επιτελέσει μία πολύ συγκεκριμένη λειτουργία υπό σταθερές συνθήκες. Ασφαλώς, το πλήθος όλων των πιθανών ενδεχομένων που μπορεί να οδηγήσουν σε αστοχία, (δηλαδή σε ζήτηση) παραμένει εξαιρετικά υψηλό. Ωστόσο οι αμελητέες πιθανότητες πραγματοποίησής τους μας επιτρέπουν να τα αγνοήσουμε.

Η κατανομή μπορεί να οριστεί πειραματικά μέσω μετρήσεων ή μπορεί ακόμα να δίνεται από τον κατασκευαστή. Ως εκ τούτου, μία βιομηχανία που χρησιμοποιεί το συγκεκριμένο εξάρτημα μπορεί να προγραμματίσει την παραγγελία ενός ανταλλακτικού όταν ο χρόνος λειτουργίας του ήδη υπάρχοντος φτάσει σε μία ορισμένη τιμή της κατανομής αυτής, στην οποία η αξιοπιστία του (η πιθανότητα δηλαδή να συνεχίσει να λειτουργεί) μειωθεί κάτω από μία ορισμένη στάθμη. Στην έννοια της αξιοπιστίας θα αναφερθούμε στο Κεφάλαιο 1.2.

Γιατί όμως η συγκεκριμένη βιομηχανία να μην καθυστερήσει την παραγγελία μέχρι να αστοχήσει το εκάστοτε εξάρτημα; Ή γιατί να μη διατηρεί ένα μεγάλο αριθμό ανταλλακτικών ώστε να μην υπάρχει ανάγκη παραγγελίας για μεγάλα χρονικά διαστήματα; Η πρώτη προσέγγιση θα ήταν αποδοτική αν ο χρόνος ικανοποίησης των παραγγελιών και το κόστος παραγγελίας ήταν μηδενικά (ενδεχόμενο πρακτικά αδύνατον), αφού έτσι θα επιτυγχάνονταν μηδενική διατήρηση αποθεμάτων απαλείφοντας ουσιαστικά και το κόστος αποθήκευσης. Στην πραγματικότητα, αν ίσχυε η παραπάνω συνθήκη, η προσέγγιση αυτή θα ήταν η βέλτιστη.

Σχετικά με τη δεύτερη προσέγγιση, αυτή ίσως ήταν αποτελεσματική αν θεωρούσαμε μηδενικό κόστος αποθήκευσης των ανταλλακτικών, παρόλο που ακόμα και σε αυτή την περίπτωση, η φυσική φθορά – έστω και σε εκτός λειτουργίας κατάσταση – ίσως μείωνε τελικά το χρόνο ζωής τους.

Συν τοις άλλοις, αν η αποτυχία ενός εξαρτήματος δε γίνει άμεσα αντιληπτή και αυτό παραμείνει εκτός λειτουργίας για ένα διάστημα, σίγουρα θα επέλθει καθυστέρηση της παραγωγικής διαδικασίας. Στην περίπτωση μάλιστα που το συγκεκριμένο εξάρτημα υποστηρίζει τη λειτουργία πολλών άλλων τμημάτων της εγκατάστασης, ίσως η παραμονή του σε κατάσταση εκτός λειτουργίας να επιφέρει ολοκληρωτική κατάρρευση της λειτουργίας της βιομηχανίας. Για το λόγο αυτό, θα ήταν πιο συνετό η συγκεκριμένη βιομηχανία να εφαρμόζει κάποια πολιτική συντήρησης, τουλάχιστον στα τμήματα αυτά του εξοπλισμού της, των οποίων η αστοχία θα οδηγήσει σε καταστροφικές συνέπειες, ή ίσως να αντικαθιστά τα τμήματα αυτά πριν αστοχήσουν, διατηρώντας πάντα την αξιοπιστία τους σε ένα επιθυμητό πλαίσιο. Στη διαδικασία που περιγράφηκε ακριβώς παραπάνω, συνίσταται η έννοια της προληπτικής συντήρησης, στην οποία θα αναφερθούμε αναλυτικά στην υποενότητα 1.1.2.

Μέχρι τώρα έχει γίνει αναφορά αποκλειστικά στον έλεγχο αποθεμάτων ενός μοναδικού εξαρτήματος. Τι θα συνέβαινε όμως στην περίπτωση που ο εξοπλισμός της βιομηχανίας περιελάμβανε δύο ή και περισσότερα πανομοιότυπα εξάρτηματα, των οποίων η διάρκεια ζωής ακολουθούσε την ίδια κατανομή; Σίγουρα μία προσέγγιση θα ήταν να μελετήσουμε το καθένα ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα ακολουθώντας τις ίδιες αρχές που αναλύθηκαν προηγουμένως και ίσως η προσέγγιση αυτή να μην απείχε πολύ από τη βέλτιστη για έναν σχετικά μικρό αριθμό εξαρτημάτων. Όμως για ένα μεγάλο πλήθος εξαρτημάτων, σίγουρα η παραπάνω πολιτική θα οδηγούσε σε πολύ μικρά διαστήματα μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών, δυσανάλογα σε σχέση με τη μέση τιμή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων.

Αν για παράδειγμα η βιομηχανία κατέληγε στο συμπέρασμα, ότι η παραγγελία ενός ανταλλακτικού για ένα εξάρτημα x , πρέπει να πραγματοποιηθεί σε χρόνο α , ενώ η αντίστοιχη παραγγελία για ένα εξάρτημα y , οριστεί σε χρόνο β , με τη διαφορά $\beta - \alpha$ να είναι μόνο μερικές ημέρες, ενώ τα εξάρτηματα παρουσιάζουν βλάβες κατά μέσο όρο κάθε 2 χρόνια – αυτό φυσικά απέχει πολύ από μία βέλτιστη πολιτική.

Από το παραπάνω παράδειγμα προκύπτει, εμμέσως πλην σαφώς, ότι είναι αναγκαίο τα εξάρτηματα να αντιμετωπιστούν σε σύνολο και όχι μεμονωμένα. Προφανώς, δεδομένου ότι κάθε παραγγελία συνεπάγεται και κάποιο κόστος, θα ήταν προτιμότερο να γίνει μία κοινή παραγγελία για τα δύο ανταλλακτικά των εξαρτημάτων x και y . Βέβαια λόγω της στοχαστικότητας στο χρόνο ζωής όλων των εξαρτημάτων, μπορεί τελικά τα συγκεκριμένα

ανταλλακτικά που προορίζονταν για τις θέσεις των x και y , να καταλήξουν σε δύο άλλες τυχαίες θέσεις (επειδή τα εξαρτήματα στις θέσεις αυτές απέτυχαν πρώτα).

Εφόσον τα εξαρτήματα θεωρούνται όμοια, η βιομηχανία δε θα ενδιαφερόταν τόσο για ένα συγκεκριμένο εξάρτημα που εμφάνισε βλάβη, όσο για το γεγονός ότι πράγματι παρουσιάστηκε βλάβη. Επομένως αν ήταν γνωστή η κατανομή του ρυθμού εμφάνισης βλαβών στο σύνολο των εξαρτημάτων, θα ήταν δυνατή και η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής, της σχετικής με τη διαχείριση αποθεμάτων. Στον προσδιορισμό αυτής της κατανομής αποσκοπεί η συγκεκριμένη εργασία.

Κεφάλαιο 1^ο: Βασικές έννοιες

1.1. Συντήρηση.

1.1.1. Ορισμός και κατηγορίες συντήρησης

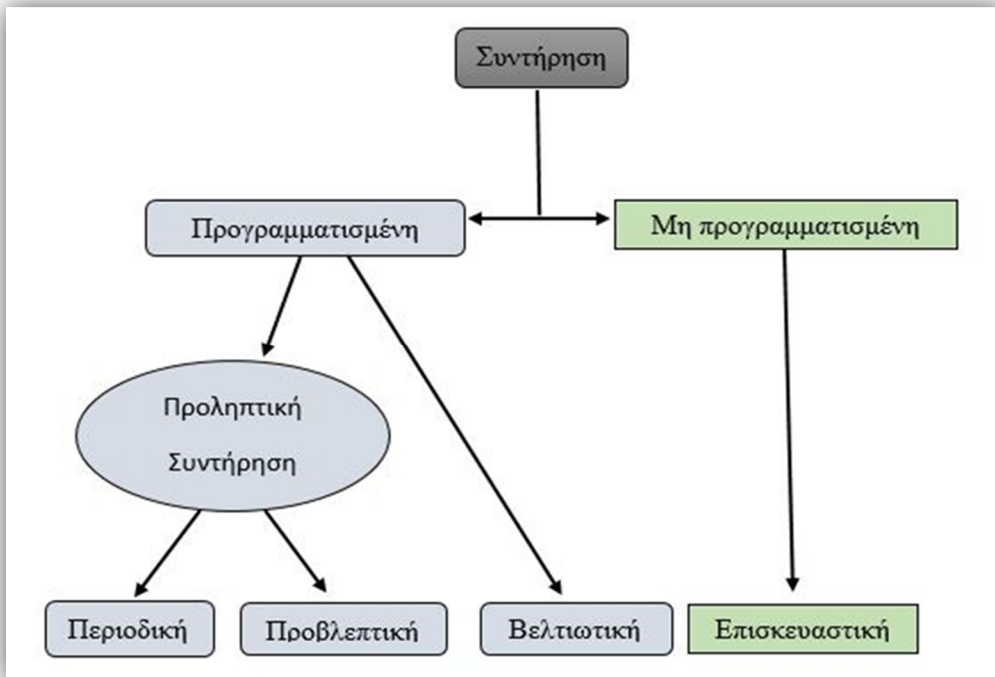
Η συντήρηση μπορεί να ορισθεί ως το σύνολο των διεργασιών στις οποίες υπόκεινται τα διάφορα τμήματα εξοπλισμού, προκειμένου να διατηρούνται σε μία ικανοποιητική κατάσταση λειτουργίας βάσει προδιαγραφών. Ενδεικτικά ορισμένοι από τους στόχους της συντήρησης είναι οι κάτωθι :

- Διατήρηση του εξοπλισμού στην απαιτούμενη στάθμη λειτουργίας.
- Περιορισμός της φθοράς.
- Διασφάλιση μειωμένης πιθανότητας ατυχήματος των εργαζομένων λόγω κακής λειτουργίας εγκαταστάσεων ή εξοπλισμού.
- Ελαχιστοποίηση του κόστους.

Η διαχείριση της συντήρησης θεωρείται θέμα μείζονος σημασίας για τις βιομηχανικές επιχειρήσεις. Η κρισιμότητά του έγκειται τόσο στην επιρροή που ασκεί η διαδικασία συντήρησης στην παραγωγή, όσο και στο κόστος που αυτή συνεπάγεται. Σύμφωνα με τους Paz και Leigh (1994), η πολυπλοκότητα της συνάρτησης της συντήρησης αυξάνεται ανάλογα με την πολυπλοκότητα των λειτουργιών. Ως εκ τούτου, και δεδομένης της ραγδαίας τεχνολογικής εξέλιξης στο σύγχρονο βιομηχανικό περιβάλλον, η μελέτη της διαδικασίας συντήρησης καθίσταται ολοένα και πιο απαιτητική.

Οι δύο κύριες κατηγορίες στις οποίες διακρίνεται η συντήρηση είναι η προγραμματισμένη και η μη προγραμματισμένη. Στη δεύτερη κατηγορία εντάσσεται η πολιτική της επισκευαστικής συντήρησης (Run To Failure - RTF), κατά την εφαρμογή της οποίας δεν επεμβαίνουμε στο σύστημα παρά μόνο σε περίπτωση αστοχίας. Προφανώς η στοχαστικότητα που παρουσιάζει ο χρόνος ζωής κάποιου εξαρτήματος δεν επιτρέπει τον ακριβή προγραμματισμό των διεργασιών της συγκεκριμένης πολιτικής. Στην κατηγορία της προγραμματισμένης συντήρησης κατατάσσονται η βελτιωτική συντήρηση (η οποία εστιάζει στη μείωση κινδύνου αστοχίας, μέσω βελτιώσεων στο σχεδιασμό, χρήση καταλληλότερων υλικών κ.ά.) και η προληπτική συντήρηση (Preventive Maintenance - PM) η οποία με τη σειρά

της μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε περιοδική και προβλεπτική. Στο Σχήμα 1.1 παρουσιάζονται οι διάφορες κατηγορίες συντήρησης.



Σχήμα 1.1: Κατηγορίες συντήρησης

1.1.2. Προληπτική συντήρηση (PM)

Η προληπτική συντήρηση (preventive maintenance) συνίσταται στον προγραμματισμό όλων των απαιτήσεων συντήρησης και στοχεύει, ιδανικά, στην πρόληψη αστοχιών εξοπλισμού ακριβώς πριν εκδηλωθούν. Οι δραστηριότητες της προληπτικής συντήρησης, στη γενική περίπτωση περιλαμβάνουν ελέγχους εξοπλισμού, μερικές ή ολικές επιθεωρήσεις, αντικαταστάσεις καθώς και καταγραφή του ιστορικού συντήρησης του εξοπλισμού. Ο όρος προβλεπτική συντήρηση χρησιμοποιείται για να περιγράψει την πολιτική αυτή, η οποία βασισμένη σε συστήματα μέτρησης και ελέγχου, επιτρέπει τη διάγνωση της τρέχουσας κατάστασης του εξοπλισμού σε πραγματικό χρόνο και ενόσω αυτός βρίσκεται σε κατάσταση λειτουργίας. Σκοπός της είναι η πρόγνωση του ιδανικού χρόνου συντήρησης, ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή παραμονή του εξοπλισμού σε λειτουργία. Αντίθετα αναφερόμενοι σε περιοδική συντήρηση, περιγράφουμε την πολιτική εκείνη κατά την εφαρμογή της οποίας οι επεμβάσεις στο εκάστοτε τμήμα εξοπλισμού πραγματοποιούνται σε ορισμένο χρόνο, ανεξάρτητα από την κατάστασή του στο χρόνο αυτό.

Η φιλοσοφία της προληπτικής συντήρησης μπορεί να αποδοθεί ως ακολούθως: Ο υψηλός βαθμός εξάρτησης μεταξύ του ρυθμού εμφάνισης αστοχιών σε ένα τμήμα εξοπλισμού, σε σχέση με την ηλικία χρήσης του, καθιστά δυνατή τη στατιστική πρόβλεψη του χρόνου αστοχίας του εν λόγω τμήματος. Πράγμα το οποίο σημαίνει πως είναι δυνατόν να υπολογισθεί η πιθανότητα, ένα εξάρτημα να εξακολουθεί να λειτουργεί μετά το πέρας ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος και κατ' επέκταση η συμπληρωματική πιθανότητα, το εξάρτημα να αστοχήσει κατά τη διάρκεια του διαστήματος αυτού. Βάσει της στατιστικής αυτής πρόβλεψης, η εκάστοτε βιομηχανία προβαίνει σε αντικατάσταση ή επιδιόρθωση τμημάτων εξοπλισμού μετά το πέρας συγκεκριμένου χρόνου λειτουργίας, ο οποίος ορίζεται έτσι ώστε να βελτιστοποιείται η παραγωγική διαδικασία με παράλληλη ελαχιστοποίηση του κόστους.

Προφανώς η χρησιμότητα και ο σκοπός της προληπτικής συντήρησης συνίστανται στον περιορισμό εμφάνισης (μη προγραμματισμένων) βλαβών και συνεπώς της επίπτωσης τους στη διαδικασία παραγωγής. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι η εφαρμογή μίας τέτοιας πολιτικής θα οδηγήσει αναμφίβολα – λόγω στατιστικών σφαλμάτων και μη καθοριστικότητας στο χρόνο ζωής των τμημάτων εξοπλισμού – σε περιπτώσεις ενέργειες συντήρησης ή αντικατάστασης. Για το λόγο αυτό, αν παραδείγματος χάριν σε ένα σύστημα είναι ανεκτή η εφαρμογή μίας απλής πολιτικής επιδιόρθωσης κατόπιν εμφάνισης βλάβης (Run To Failure), χωρίς αυτό να συνεπάγεται αύξηση του κόστους, η τελευταία σαφώς προτιμάται, αφού έτσι επιτυγχάνεται η κατά το δυνατόν μέγιστη παραμονή του εξοπλισμού σε λειτουργία.

Δεδομένων των παραπάνω είναι εμφανές ότι η αναγκαία συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται για να έχει νόημα η εφαρμογή μίας πολιτικής προληπτικής συντήρησης, είναι το κόστος αποκατάστασης εξοπλισμού μετά από βλάβη να είναι αισθητά υψηλότερο από το αντίστοιχο κόστος συντήρησης του ίδιου εξοπλισμού.

1.2. Αξιοπιστία

1.2.1. Ορισμός αξιοπιστίας

Η απαίτηση για βελτίωση της διαδικασίας συντήρησης οδήγησε στην εισαγωγή της έννοιας της αξιοπιστίας, η οποία μπορεί να ορισθεί ως η πιθανότητα μηδενικής αστοχίας εξοπλισμού κατά την εκτέλεση μίας προδιαγεγραμμένης διεργασίας, για συγκεκριμένο χρόνο και για δεδομένες συνθήκες λειτουργίας. Είναι δηλαδή - κατά κάποιο τρόπο - η μαθηματική έκφραση σε όρους πιθανότητας της τρέχουσας κατάστασης του εξοπλισμού. Πρακτικά, η έννοια της αξιοπιστίας καθιστά δυνατή τη σύγκριση μεταξύ εναλλακτικών προσεγγίσεων, ώστε οι επί κεφαλής μίας βιομηχανίας να καταλήξουν στο βέλτιστο συνδυασμό επιλογής εξοπλισμού και εφαρμογής πολιτικής συντήρησης.

Η έννοια της αξιοπιστίας πρωτοεμφανίστηκε κατά τη διάρκεια του Β΄ παγκόσμιου πολέμου, όταν η ανάγκη για αξιόπιστα αμυντικά συστήματα οδήγησε στην αύξηση της αξιοπιστίας των πυραύλων (engineering maintenance, B.S. Dhillon 2002), ενώ ως τότε υψηλά επίπεδα αξιοπιστίας επιτυγχάνονταν συχνά εμμέσως, ως απόρροια σχεδιασμού, βασισμένου σε υπέρμετρους συντελεστές ασφαλείας. Αρχικά η αξιοπιστία εκφράζονταν σε ποιοτικούς όρους, για να καθοριστεί τελικά ποσοτικά στις αρχές της δεκαετίας του 1950 (Barlow-Proschan). Αργότερα, η ίδρυση μίας επιτροπής σχετικής με θέματα αξιοπιστίας ηλεκτρονικού εξοπλισμού από το Υπουργείο Εθνικής Αμύνης των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής οδήγησε στην αναγνώριση της αξιοπιστίας ως ανεξάρτητο, εξειδικευμένο, ερευνητικό πεδίο.

1.2.2. Αστοχία

Στον παραπάνω ορισμό της αξιοπιστίας γίνεται αναφορά στην έννοια της αστοχίας, της αδυναμίας δηλαδή κάποιου τμήματος εξοπλισμού να φέρει εις πέρας τη διεργασία για την οποία σχεδιάστηκε. Στη γενική περίπτωση, η υπολειτουργία ενός εξαρτήματος ή τμήματος εξοπλισμού μπορεί να εντάσσεται ή όχι στις αστοχίες, βάσει του αντίκτυπου στο σύνολο της λειτουργίας του συστήματος και διαφόρων άλλων παραμέτρων. Παραδείγματος χάριν μία μικρή διαρροή ρευστού μπορεί να θεωρείται αμελητέα αν το εν λόγω ρευστό είναι νερό, αλλά να εντάσσεται στις αστοχίες αν πρόκειται για κάποιο τοξικό ή εύφλεκτο υγρό. [3. Αξιοπιστία και συντήρηση τεχνολογικών συστημάτων]. Για τις ανάγκες της παρούσης εργασίας ο διαχωρισμός λειτουργίας - αστοχίας αντιμετωπίζεται μέσω μίας δυαδικής προσέγγισης.

1.2.3. Υπολογισμός Αξιοπιστίας

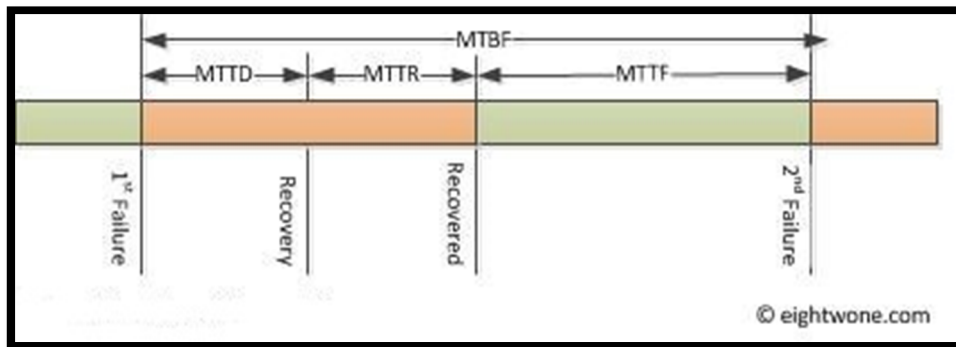
Ο μαθηματικός υπολογισμός της αξιοπιστίας ενός εξαρτήματος απαιτεί τον ορισμό κάποιων βασικών εννοιών:

- **MTTF (Mean Time To Failure)**
Μέσος χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή που το εξάρτημα θα τεθεί σε λειτουργία μέχρις ότου αστοχήσει.
- **MTTD (Mean Time To Diagnose)**
Μέσος χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή που θα παρουσιαστεί βλάβη έως ότου αυτή γίνει αντιληπτή.
- **MTTR (Mean Time To Repair)**
Χρόνος που απαιτείται κατά μέσο όρο για την επαναφορά του εξαρτήματος στην αρχική του κατάσταση, κατόπιν εμφάνισης και εντοπισμού βλάβης.

- MTBF (Mean Time Between Failures)
Μέσος χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών βλαβών. Είναι ουσιαστικά το άθροισμα των τριών παραπάνω χρόνων. (Τιμές του MTBF δίνονται συνήθως από τους κατασκευαστές και προκύπτουν βάσει δοκιμών, εξαιρώντας το χρόνο MTTD, ο οποίος σχετίζεται αποκλειστικά με τη συχνότητα ελέγχων που ακολουθεί η εκάστοτε βιομηχανία για τη διάγνωση βλαβών).
- NFR (Normal Failure Rate)
Μέσος αριθμός αστοχιών ανά μονάδα χρόνου. Υπολογίζεται από τη σχέση :

$$NFR = \frac{1}{MTBF}$$

Στο Σχήμα 1.2 παρουσιάζεται η σχέση μεταξύ των παραπάνω χρόνων.



Σχήμα 1.2: Κύκλος ζωής εξαρτήματος

Σύμφωνα με το Γάλλο μαθηματικό Simeon Denis Poisson (1781-1840), η πιθανότητα ένα ενδεχόμενο που εμφανίζεται σύμφωνα με την κατανομή Poisson να εμφανιστεί X φορές κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος T δίνεται από τη σχέση:

$$P(x = X) = e^{-\lambda T} \frac{(\lambda T)^X}{X!}$$

Όπου λ είναι η συχνότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου ανά μονάδα χρόνου και e η σταθερά Euler:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots \approx 2,71828$$

Αν στην παραπάνω σχέση θέσουμε ως συχνότητα πραγματοποίησης βλάβης ανά μονάδα χρόνου $\lambda = NFR = 1/MTBF$ και θεωρήσουμε ως ενδεχόμενο τη μηδενική αστοχία ($X=0$), τότε προκύπτει ότι:

$$P(x = 0) = e^{-T/MTBF}$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει εύκολα, πως αν για ένα εξάρτημα ο συντελεστής MTBF που δίνει ο κατασκευαστής είναι λόγω χάριν 10 χρόνια, η πιθανότητα μηδενικής βλάβης για 3 χρόνια δηλαδή η αξιοπιστία για 3 χρόνια, είναι:

$$R = e^{-3/10} \approx 0,741 = 74,1 \%$$

Ένας περισσότερο ακριβής προσδιορισμός της αξιοπιστίας, δεδομένου ότι γνωρίζουμε την ακριβή κατανομή του χρόνου ζωής κάποιου εξαρτήματος, είναι ο εξής: η αξιοπιστία του εξαρτήματος σε συγκεκριμένο χρόνο ισούται με το συμπληρωματικό ποσοστό της αθροιστικής της κατανομής του χρόνου ζωής του στο χρόνο αυτό.

Πιο συγκεκριμένα, έστω η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής του χρόνου ζωής του εξαρτήματος $f(t)$. Εφόσον πρόκειται για κατανομή πιθανότητας, προφανώς ισχύει:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (1)$$

Στη συνάρτηση f αντιστοιχεί μία συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας ή συνάρτηση κατανομής F , έτσι ώστε για κάθε τιμή του χρόνου t που μπορεί να λάβει η τυχαία μεταβλητή T , η τιμή της $F(t)$ - δηλαδή στην περίπτωση μας η πιθανότητα το εξάρτημα να έχει αποτύχει κατά τη διάρκεια του διαστήματος t - να ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της f και αριστερά της κάθετης που ορίζει η συγκεκριμένη τιμή t . Δηλαδή ισχύει:

$$F(t) = F(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt \quad (2)$$

Βάσει του ορισμού της αξιοπιστίας που δόθηκε παραπάνω, προκύπτει ότι η αξιοπιστία R του εξαρτήματος στο χρόνο t ισούται με:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_{-\infty}^t f(t) dt \quad (3)$$

και λόγω της (1):

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (4)$$

Βάσει της έννοιας της αξιοπιστίας αναπτύχθηκαν νέα, περισσότερο εξελιγμένα μοντέλα σχετικά με την κατάσταση της βέλτιστης πολιτικής συντήρησης, όπως οι πολιτικές RCM (Reliability Centered Maintenance), RBM (Risk Based Maintenance) και CMMS (Computerized maintenance management system), όροι στους οποίους θα αναφερθούμε εν συντομία παρακάτω.

1.3. Σύνθετα Μοντέλα Συντήρησης

1.3.1. RCM (Reliability Centered Maintenance)

Η μέθοδος RCM μπορεί να θεωρηθεί ως ένα εργαλείο το οποίο, βασιζόμενο στην αξιοπιστία του εξοπλισμού, παρέχει καθοδήγηση στοχεύοντας στην επίτευξη υψηλών προδιαγραφών συντήρησης. Η RCM επιστρατεύει διάφορες πολιτικές συντήρησης, όπως η προληπτική (προβλεπτική και περιοδική), η επισκευαστική (RTF) κ.ά., προκειμένου να εξάγει ένα βέλτιστο συμπέρασμα σχετικά με την πολιτική που πρέπει να ακολουθηθεί.

Η συντήρηση βάσει αξιοπιστίας (RCM), προέρχεται από τη βιομηχανία αερομεταφορών. Στα τέλη της δεκαετίας του 1950 το κόστος συντήρησης σε αυτό τον κλάδο είχε αυξηθεί σε τέτοιο βαθμό, ώστε να δικαιολογείται μία σχετική έρευνα. Οι υπεύθυνοι κατέληξαν σε μία σειρά κατευθυντήριων γραμμών σχετικών με τη συντήρηση των αεροσκαφών, βάσει των οποίων αναπτύχθηκε το πρόγραμμα συντήρησης του αεροσκάφους Boeing 747, το οποίο θα αποτελέσει και το πρώτο «τμήμα εξοπλισμού», η συντήρηση του οποίου βασίστηκε στις αρχές της RCM. Αργότερα η Μέθοδος RCM υιοθετήθηκε από τον αμερικανικό στρατό και την αμερικανική βιομηχανία πυρηνικής ενέργειας.

1.3.2. RBM (Risk Based Maintenance)

Η πολιτική συντήρησης RBM είναι μία προσέγγιση βασισμένη στον κίνδυνο, ο οποίος ορίζεται ως το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης μιας αστοχίας ή ενός γεγονότος γενικότερα, πολλαπλασιασμένης επί τον αντίκτυπο που αυτή θα επιφέρει στη λειτουργία του όλου συστήματος. Βασίζεται στην πεποίθηση ότι ο μεγαλύτερος βαθμός κινδύνου που εμφανίζεται σε μία εγκατάσταση συγκεντρώνεται ως επί το πλείστον σε ένα μόνο υποσύνολο των τμημάτων του εξοπλισμού της και έχει σκοπό να επικεντρώσει τους διαθέσιμους πόρους συντήρησης στο συγκεκριμένο υποσύνολο υψηλού κινδύνου.

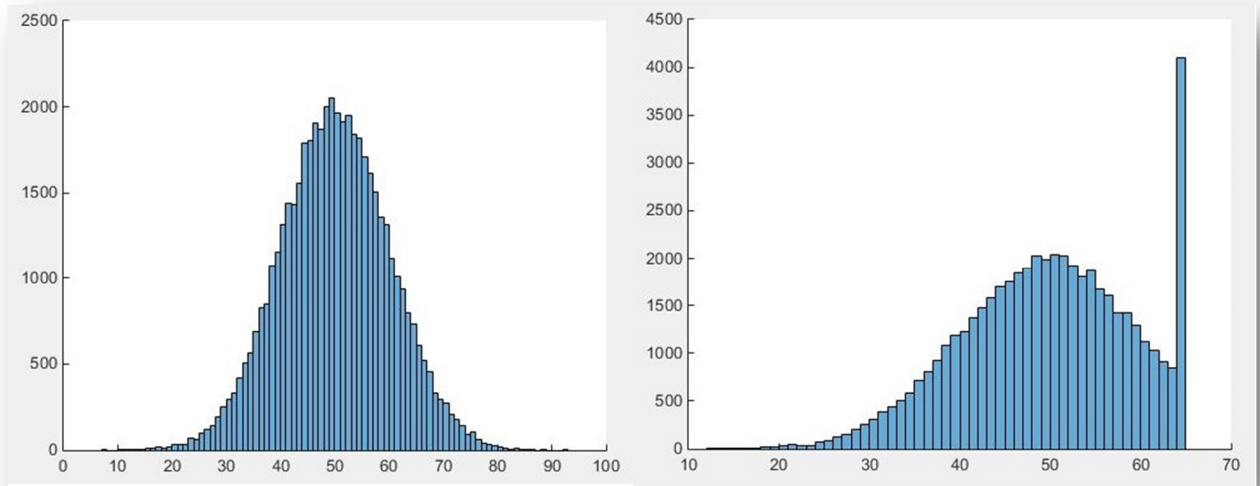
1.3.3. CMMS (Computerized Maintenance Management System)

Πρόκειται για λογισμικά που διατηρούν ηλεκτρονικές βάσεις δεδομένων σχετικές με τις εργασίες συντήρησης μίας βιομηχανίας ή ενός συστήματος γενικότερα. Οι πληροφορίες αυτές αποσκοπούν στην αύξηση της αποτελεσματικότητας της συντήρησης. Επί παραδείγματι, ένα πακέτο CMMS μπορεί να υπολογίζει και να συγκρίνει τα κόστη επισκευής και προληπτικής συντήρησης οδηγώντας ενδεχομένως σε ορθότερη κατανομή των διαθέσιμων πόρων καθώς επίσης και να παράγει έγγραφα, παρέχοντας λεπτομερείς αναφορές ή περιλήψεις δραστηριοτήτων συντήρησης.

Τα λογισμικά CMMS μπορούν να χρησιμοποιηθούν από οποιονδήποτε οργανισμό του οποίου η λειτουργία απαιτεί συντήρηση εξοπλισμού.

1.4. Truncated κατανομές

Κάθε εξάρτημα ή τμήμα εξοπλισμού μπορεί να λειτουργεί αποδοτικά χωρίς διακοπή για ένα χρονικό πλαίσιο που ορίζεται από την κατανομή του χρόνου ζωής του. Η εφαρμογή μίας πολιτικής συντήρησης επηρεάζει την κατανομή αυτή, αφού αν το εξάρτημα επρόκειτο να αστοχήσει και να αντικατασταθεί σε ηλικία μεγαλύτερη από αυτή της προληπτικής συντήρησης, τότε η αντικατάστασή του θα πραγματοποιηθεί τελικά στην εν λόγω ηλικία, οδηγώντας την τελική κατανομή που ακολουθεί τελικά ο χρόνος ζωής του σε μία συγκεντρωμένη πιθανότητα στην τιμή που αντιστοιχεί στην ηλικία της προγραμματισμένης αντικατάστασης. Αν επί παραδείγματι η αρχική κατανομή που ακολουθεί ο χρόνος ζωής του εξαρτήματος είναι μία κανονική με μέση τιμή το 50 και τυπική απόκλιση 10 (Σχήμα 1.3 αριστερά), τότε κατά την εφαρμογή μιας πολιτικής προληπτικής συντήρησης στο εν λόγω εξάρτημα σε ηλικία ίση με 65 μονάδες χρόνου, η κατανομή θα προσαρμοστεί σε μία truncated εκδοχή της αρχικής, η οποία θα παρουσιάζει μία «συγκεντρωμένη πιθανότητα» στην τιμή 65 (Σχήμα 1.3 δεξιά). Η πιθανότητα αυτή ισούται με τη συνολική πιθανότητα να παρουσιαστεί τιμή μεγαλύτερη ή ίση του 65 στην αρχική κατανομή.



Σχήμα 1.3: Κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 10 και truncated εκδοχή της ίδιας κατανομής στο διάστημα $(-\infty, 65)$

Μία truncated κατανομή μπορεί να προκύψει από μία οποιαδήποτε αρχική, θέτοντας απλά ένα σημείο που εμπεριέχεται στην αρχική ως truncation point.

Κεφάλαιο 2^ο: Περιγραφή του προβλήματος

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι ο προσδιορισμός της κατανομής που ακολουθεί ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων σε ένα σύστημα αποτελούμενο από ορισμένο πλήθος στατιστικά όμοιων εξαρτημάτων. Για τη μελέτη της ζητούμενης κατανομής χρησιμοποιείται κώδικας, ο οποίος εξάγει θεωρητικά τιμές της κατανομής αυτής και στη συνέχεια ελέγχεται η εφαρμογή σε αυτές διάφορων γνωστών κατανομών. Θεωρητικά λέγοντας, εννοούμε πως ο υπολογισμός των τιμών βασίζεται σε ορισμένες παραδοχές οι οποίες ίσως επηρεάσουν τα τελικά αποτελέσματα, και οι οποίες θα αναφερθούν παρακάτω. Επειδή οι έλεγχοι κατέληξαν σε απορρίψεις όλων των υποθέσεων προσαρμογής των δεδομένων σε οποιαδήποτε κατανομή εκτός της εκθετικής, θα αναλυθεί μόνο η προσαρμογή στη συγκεκριμένη κατανομή.

Το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε, προκειμένου να εξάγει τις ζητούμενες τιμές, απαιτεί την εισαγωγή ορισμένων δεδομένων. Συγκεκριμένα, είναι αναγκαίος ο ακριβής προσδιορισμός της κατανομής του χρόνου ζωής κάθε μεμονωμένου εξαρτήματος, του πλήθους των εξαρτημάτων καθώς και του χρόνου στον οποίο ορίζεται η προληπτική συντήρηση, έστω T . Ο τελευταίος εισάγεται πριν την έναρξη κάθε προσομοίωσης και παραμένει σταθερός καθ' όλη τη διάρκειά της. Ως εκ τούτου, και βάσει των προλεχθέντων περί συντήρησης, ακολουθείται πολιτική προληπτικής περιοδικής συντήρησης. Συνεπώς, αν κάποιο από τα εξαρτήματα παρουσιάσει βλάβη σε χρόνο συντομότερο του T , θεωρώντας ως χρονική στιγμή 0 τη θέση του εν λόγω εξαρτήματος σε λειτουργία, τότε αφενός η αντικατάσταση του εντάσσεται στις μη προγραμματισμένες και αφετέρου η επόμενη προληπτική του αντικατάσταση ορίζεται σε χρόνο T από τη δεδομένη στιγμή, προϋποθέτοντας φυσικά ότι δε θα αστοχήσει νωρίτερα.

Η εισαγωγή χρόνου προληπτικής συντήρησης εκτός των ορίων της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων θα οδηγήσει είτε σε μηδενισμό των μη προγραμματισμένων αντικαταστάσεων (αν η τιμή του T οριστεί χαμηλότερα από το ελάχιστο όριο της κατανομής), είτε σε μηδενισμό των αντικαταστάσεων λόγω συντήρησης (αν οριστεί υψηλότερα από το μέγιστο όριο). Στην πρώτη περίπτωση καταργείται η στοχαστικότητα, αφού όλες οι αντικαταστάσεις θα γίνουν σε καθορισμένο χρόνο, και δεν υπάρχει ουσία στη μελέτη του συστήματος ως στοχαστικό.

Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση, ουσιαστικά καταργείται η πολιτική προληπτικής συντήρησης και στη θέση της εφαρμόζεται πολιτική επιδιόρθωσης κατόπιν εμφάνισης βλάβης (Run To Failure). Προφανώς τώρα κανένας χρόνος αντικατάστασης δεν είναι καθοριστικός και συνεπώς έχει νόημα η μελέτη της συμπεριφοράς του συστήματος.

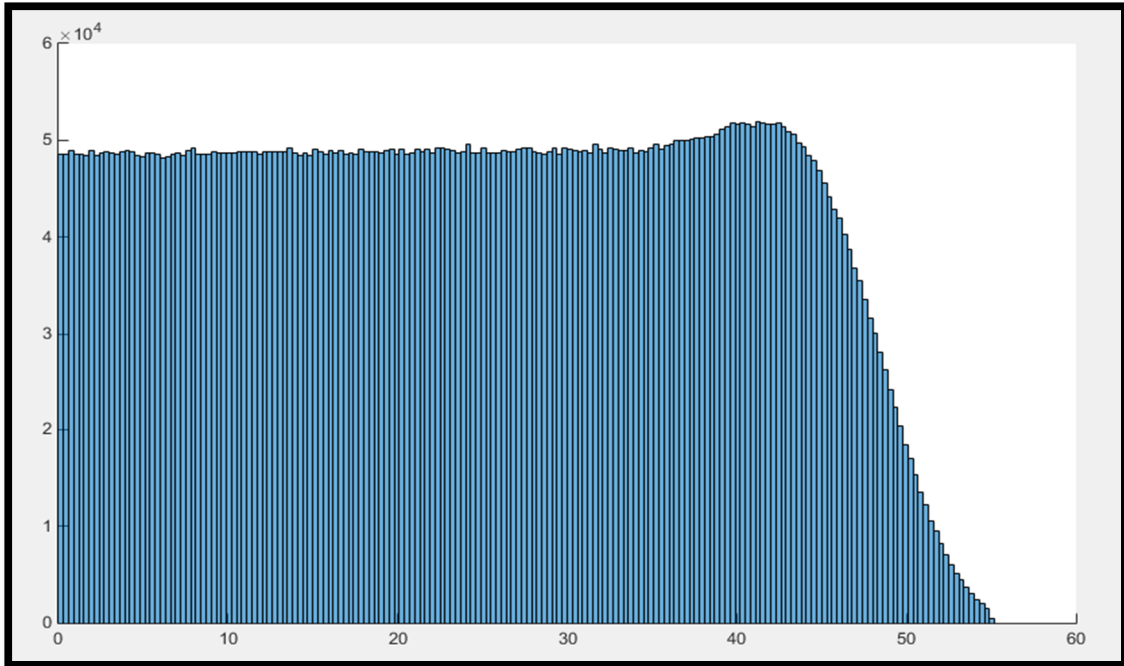
Γενικά, ένα φαινόμενο ή στη δική μας περίπτωση ένα σύστημα, μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ντετερμινιστικό, ως στοχαστικό είτε ως χαοτικό. Η ντετερμινιστική συμπεριφορά πρακτικά σημαίνει ότι ανεξάρτητα από το πλήθος των πειραμάτων που θα διεξαχθούν σχετικά με το φαινόμενο κάτω από τις ίδιες συνθήκες, ή το πλήθος των προσομοιώσεων που θα πραγματοποιηθούν για τη λειτουργία του συστήματος, θα λαμβάνουμε πάντα τα ίδια (απόλυτα προβλέψιμα) αποτελέσματα με «άπειρη» ακρίβεια. Αυτό, όπως είδαμε, συμβαίνει στην περίπτωση εισαγωγής χρόνου T μικρότερου του ελαχίστου ορίου της αρχικής γνωστής κατανομής.

Όταν οι διαδοχικές προσομοιώσεις καταλήγουν σε αποτελέσματα, διαφορετικά μιν, συγκρίσιμα δε και είναι δυνατός ο εντοπισμός «στατιστικών κανονικοτήτων» σε αυτά, τότε το σύστημα μπορεί να μελετηθεί ως στοχαστικό, και σε αυτήν την περίπτωση είναι δυνατή η πρόβλεψη του αποτελέσματος μιας δεδομένης προσομοίωσης σε ένα διάστημα εμπιστοσύνης. Αν τα παραπάνω δεν ισχύουν και δεν έχουμε καμία ένδειξη για το αποτέλεσμα ενός πειράματος ή μίας προσομοίωσης, βασιζόμενοι σε αποτελέσματα προηγθεισών επαναλήψεών τους, τότε το σύστημα ορίζεται ως χαοτικό. Στην πραγματικότητα, τα πάντα είναι - κατά μία έννοια -ντετερμινιστικά, απλώς η αδυναμία μας να διατυπώσουμε και να επιλύσουμε τις εξισώσεις που διέπουν το εκάστοτε φαινόμενο (όπως επί παραδείγματι η καταγραφή και επίλυση μίας εξίσωσης κίνησης για κάθε μόριο κάποιου αερίου που περιλαμβάνεται σε έναν όγκο), οδήγησαν στην ανάπτυξη των δύο άλλων εννοιών. Κατ' αντιστοιχία θα ήταν δυνατόν να υπολογίσουμε με απόλυτη ακρίβεια τα αποτελέσματα μιας δεδομένης προσομοίωσης γνωρίζοντας τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιεί το εκάστοτε λογισμικό αλλά αυτό θα απαιτούσε υπέρμετρα αυξημένο πλήθος υπολογισμών, απλά για να εξάγουμε κάποιον όγκο δεδομένων, τον οποίο το λογισμικό δύναται να παράγει σε λίγα λεπτά.

Δεδομένου ότι όλα τα ενδεχόμενα που θα μπορούσαν να οδηγήσουν κάποιο εξάρτημα σε αστοχία έχουν κατά κάποιο τρόπο συμπεριληφθεί στον προσδιορισμό της κατανομής του χρόνου ζωής του, όταν το σύστημά μας δε συμπεριφέρεται ντετερμινιστικά, τότε μεταπηδάει σε μία κατάσταση στοχαστικής συμπεριφοράς. Έτσι είναι δυνατόν να προσδιορίσουμε κάποια διαστήματα στα οποία κινούνται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων της λειτουργίας του, εντοπίζοντας «στατιστικές κανονικότητες».

2.1. Ενδεικτικά διαγράμματα

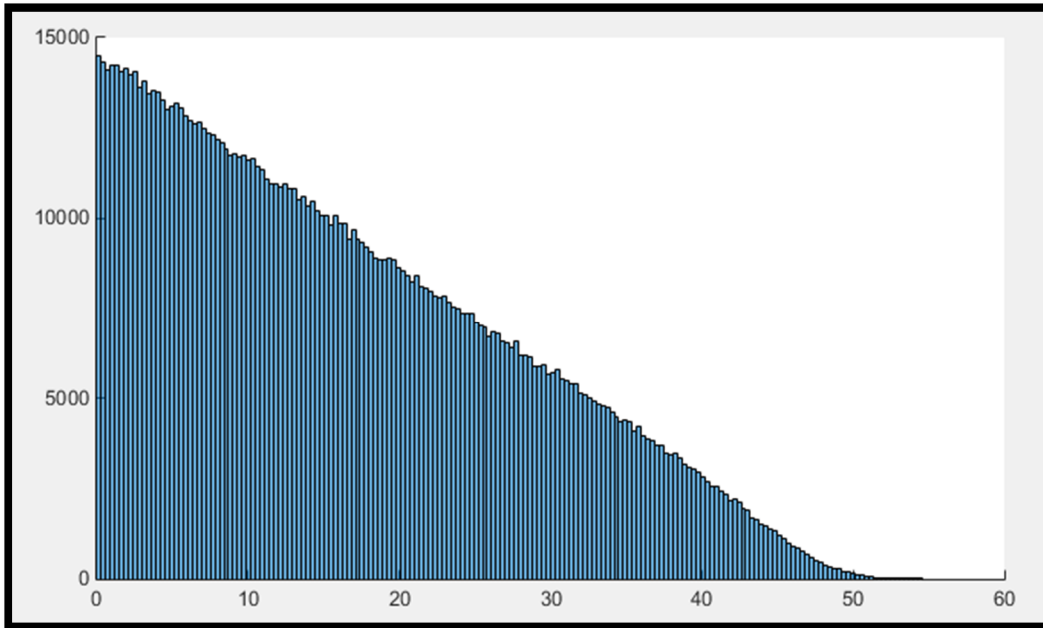
Για ορισμένους συνδυασμούς δεδομένων οι τιμές των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων εξαρτημάτων στο σύστημα δε φαίνεται να ακολουθούν κάποια από τις γνωστές κατανομές. Αυτό βέβαια, δεν καθιστά το σύστημα χαοτικό, αφού η μορφή της κατανομής που προκύπτει παραμένει σε γενικές γραμμές ίδια, ανεξάρτητα από τον αριθμό των προσομοιώσεων για το συγκεκριμένο συνδυασμό δεδομένων.



Σχήμα 2.1: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα αποτελούμενο από 2 εξαρτήματα.

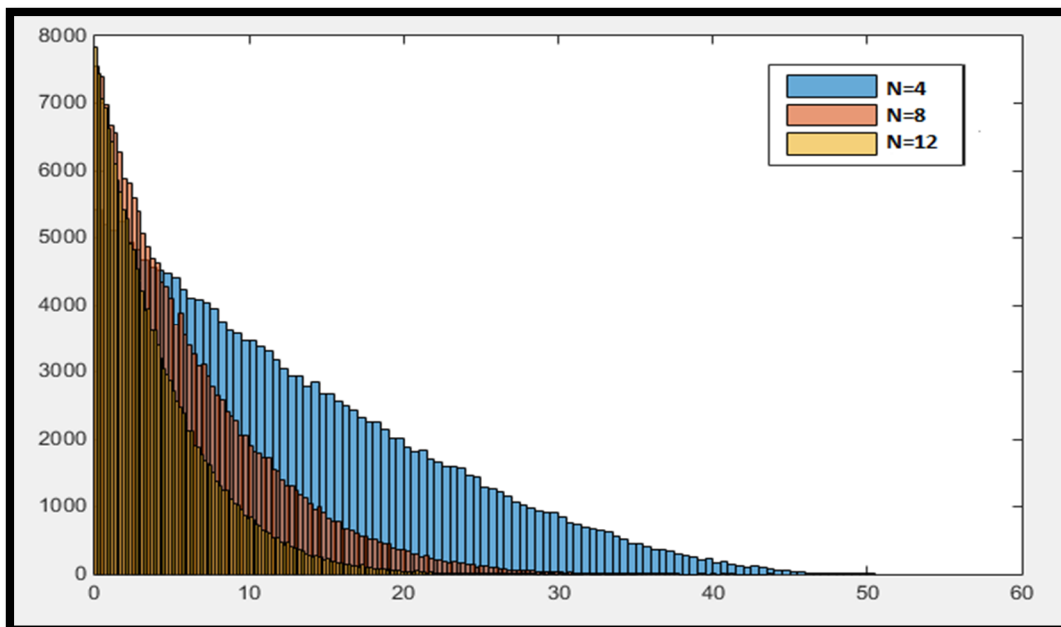
Για παράδειγμα, μία προσομοίωση της λειτουργίας ενός συστήματος δύο μόνο εξαρτημάτων με χρόνο ζωής που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 5, οδηγεί σε μία κατανομή χρόνων μεταξύ διαδοχικών βλαβών της οποίας η μορφή παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1 και δε μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από κάποια γνωστή κατανομή. Στην πράξη αυτή η κατανομή μπορεί να προσεγγιστεί από το συνδυασμό μίας ομοιόμορφης και μίας κανονικής.

Κατ' αντιστοιχία, η προηγούμενη προσομοίωση για τρία όμως όμοια εξαρτήματα, καταλήγει στην κατανομή που παρουσιάζεται στο παρακάτω ιστόγραμμα (Σχήμα 2.2). Το συγκεκριμένο ιστόγραμμα, μπορεί ίσως να περιγραφεί ικανοποιητικά από μία γραμμική φθίνουσα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (τριγωνική κατανομή).



Σχήμα 2.2: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα αποτελούμενο από 3 εξαρτήματα.

Αυξάνοντας το πλήθος των εξαρτημάτων που απαρτίζουν το σύστημα σε 4 , 8 και 12 λαμβάνουμε αντίστοιχα τα ιστογράμματα που παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.3:



Σχήμα 2.3: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε συστήματα αποτελούμενα από 4,8 και 12 εξαρτήματα.

Δηλαδή όσο αυξάνεται το πλήθος των εξαρτημάτων, παρατηρείται μία αύξηση στην κυρτότητα του διαγράμματος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και μία σύγκλιση σε εκθετική κατανομή. Πράγματι σε ορισμένα παρόμοια προβλήματα θεωρείται ότι η κατανομή είναι εκθετική για πλήθος εξαρτημάτων, μεγαλύτερο από μία ορισμένη τιμή.

Αν ισχύει ο παραπάνω ισχυρισμός, το αποτέλεσμα είναι αρκετά βολικό για τη μελέτη της κατανομής, αφού είναι δυνατόν να οδηγηθούμε σε συγκεκριμένα αποτελέσματα για πολυπληθή συστήματα, ενώ ούτως ή άλλως, σε συστήματα αποτελούμενα από λίγα εξαρτήματα μπορούμε πάντα να μελετάμε μεμονωμένα το κάθε εξάρτημα, χωρίς να καταλήγουμε σε υπερβολικές αποκλίσεις από τη βέλτιστη επιλογή πολιτικής (π.χ. διαχείρισης αποθεμάτων).

2.2. Παραδοχές

Για την εξαγωγή τόσο των παραπάνω ιστογραμμάτων όσο και των λοιπών αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται αργότερα, θεωρούνται οι εξής παραδοχές:

- Αρχικά αποδεχόμαστε ότι όλα τα υπό μελέτη εξαρτήματα είναι στατιστικά όμοια, όσον αφορά το χρόνο ζωής τους.
- Επίσης θεωρείται ότι μία οποιαδήποτε αστοχία γίνεται αντιληπτή αμέσως μόλις συμβεί, χωρίς να απαιτείται κάποιος έλεγχος. Επομένως ο συντελεστής MTTD (Mean Time To Diagnose) λαμβάνεται ίσος με 0.
- Σε περίπτωση βλάβης, όπως και στην περίπτωση της προληπτικής συντήρησης το εξάρτημα επιδιορθώνεται πλήρως (π.χ. αντικαθίσταται με ένα όμοιο καινούργιο).
- Τέλος, ο συντελεστής MTTR (Mean Time To Repair) θεωρείται μηδενικός και επομένως το νέο εξάρτημα τίθεται πρακτικά σε λειτουργία την ίδια στιγμή που αστοχεί το προηγούμενο.
(Η παραδοχή αυτή μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα, αν στην πραγματικότητα ο χρόνος MTTR είναι συγκρίσιμος με το χρόνο ζωής των εξαρτημάτων.)

Για την εξαγωγή των διαγραμμάτων του παρόντος κεφαλαίου μόνο, έχει θεωρηθεί εφαρμογή επισκευαστικής συντήρησης (RTF), δηλαδή χρόνος προληπτικής συντήρησης άνω του μεγίστου της δεδομένης κατανομής, και τα ιστογράμματα περιέχουν 180.000 χρόνους μεταξύ αντικαταστάσεων έκαστο, από δεδομένα σε κατάσταση σταθερής λειτουργίας.

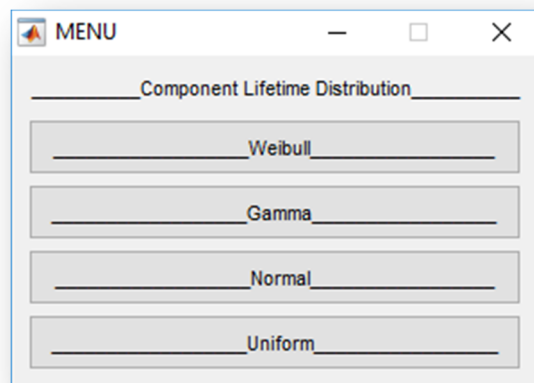
Κεφάλαιο 3^ο: Επεξηγηματική ανάπτυξη του μοντέλου

Για την ανάπτυξη του κώδικα προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Matlab R2014b. Τα τμήματα του κώδικα στα οποία αναφέρονται οι υποενότητες του παρόντος κεφαλαίου παρατίθενται στις αντίστοιχες υποενότητες του παραρτήματος Ι. Το σύμβολο % χρησιμοποιείται για την εισαγωγή σχολίων. Προφανώς ό,τι έπεται του συγκεκριμένου συμβόλου δε λαμβάνεται υπ' όψιν κατά τη ροή του κώδικα.

3.1. Βασικά μεγέθη

3.1.1. Εισαγωγή δεδομένων

Αρχικά δίνεται στο χρήστη η δυνατότητα να επιλέξει την κατανομή του χρόνου ζωής κάθε εξαρτήματος μεταξύ των: Weibull, Gamma, Normal και Uniform μέσω της εντολής `L = menu(...)`. Ό,τι αναγράφεται αρχικά, αμέσως μετά την εντολή `menu` δεν αποτελεί επιλογή αλλά τον τίτλο του αναδυόμενου παραθύρου (εικόνα 3.1). Επομένως αν ο χρήστης επιλέξει την κατανομή Weibull στη μεταβλητή `L` θα εκχωρηθεί η τιμή 1. Αντίστοιχα για την κατανομή Gamma, `L=2` κτλ.



Εικόνα 3.1: Επιλογή αρχικής κατανομής

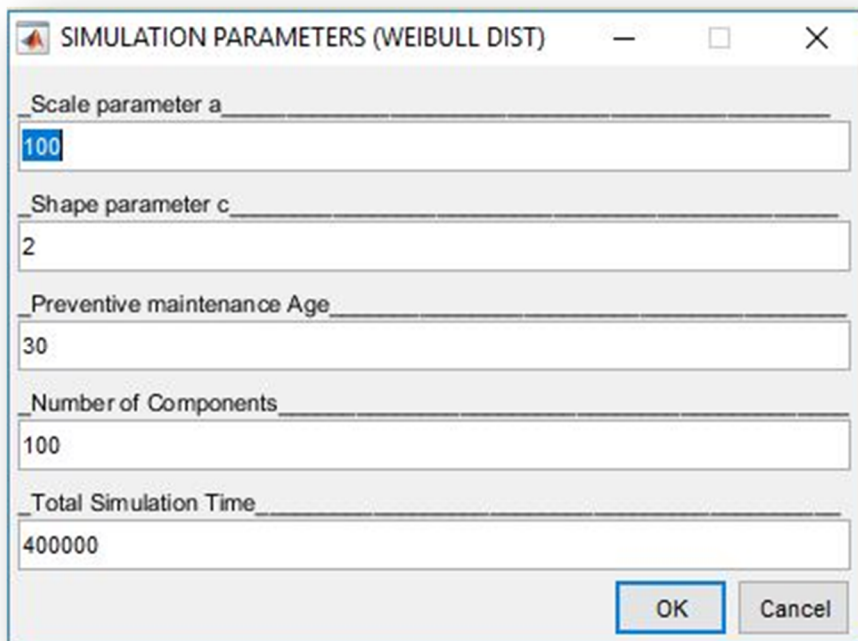
Αμέσως μετά εισάγεται η μεταβλητή `H`, η οποία ελέγχει για τυχόν αρνητικές τιμές σε οποιαδήποτε από τις μεταβλητές, οι οποίες θα οδηγήσουν τον κώδικα σε σφάλματα. Κατόπιν, αν λόγου χάριν επιλεγεί η κατανομή Weibull, ο χρήστης καλείται να ορίσει τον πίνακα `DATA` (εικόνα 3.2), ο οποίος εμφανίζεται με τη μορφή παραθύρου εισαγωγής δεδομένων (`inputdlg`), με τίτλο που ορίζεται από τη μεταβλητή `dlg_title`, επιμέρους καθορισμό κάθε εισαγόμενης

μεταβλητής σύμφωνα με τη στήλη prompt και προεπιλεγμένες τιμές εκείνες που ορίζει η στήλη def.

(Η εντολή num_lines=1 ορίζει απλώς ότι για κάθε μεταβλητή θα υπάρχει μία γραμμή στο παράθυρο, στην οποία ο χρήστης μπορεί να εισάγει τιμή, όπως φαίνεται στην εικόνα.) Οι μεταβλητές που πρέπει να οριστούν στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι οι παράμετροι κλίμακας και μορφής της επιθυμητής Weibull, ο χρόνος στον οποίο προβαίνουμε σε προληπτική συντήρηση, ο αριθμός των εξαρτημάτων και τέλος ο συνολικός αριθμός των ημερών για τις οποίες θέλουμε να προσομοιώσουμε τη λειτουργία του συστήματος των εξαρτημάτων.

Στη συνέχεια ελέγχεται η μη ύπαρξη αρνητικής τιμής μέσω της μεταβλητής H, στην οποία έγινε αναφορά προ ολίγου. Αν βρεθεί αρνητική τιμή επανεμφανίζεται το παράθυρο εισαγωγής δεδομένων, ειδάλλως ο κώδικας εκτελεί τις επόμενες γραμμές εντολών βάσει των δεδομένων πλέον τιμών.

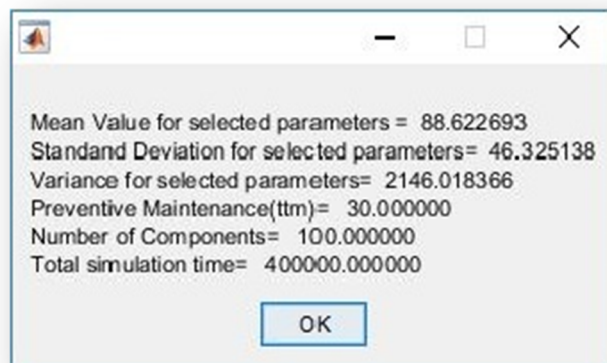
Για τις άλλες κατανομές, η διαδικασία εισαγωγής δεδομένων είναι πανομοιότυπη.



Εικόνα 3.2: Παράθυρο εισαγωγής δεδομένων DATA1

3.1.2. Τιμές βασικών μεγεθών

Ακολούθως ορίζονται οι μεταβλητές M και V, οι οποίες περιέχουν αντίστοιχα τη μέση τιμή και τη μεταβλητότητα της εκάστοτε αρχικής κατανομής και η μεταβλητή Den που περιέχει την τυπική της απόκλιση. Ο κώδικας εμφανίζει ένα παράθυρο με βασικές τιμές που προκύπτουν ή έχουν εισαχθεί αυτούσιες (εικόνα 3.3) πριν προχωρήσει σε υπολογισμούς και μας επιτρέπει να επιστρέψουμε στην αρχή και να επεμβούμε στις τιμές μέσω του ελέγχου της μεταβλητής K.



Εικόνα 3.3: Βασικά μεγέθη της προσομοίωσης.

3.1.3. Υπολογισμός θεωρητικής μέσης τιμής

Έπειτα υπολογίζεται η προσδοκώμενη μέση τιμή της τελικής, ζητούμενης κατανομής. Λογικά, μη λαμβάνοντας υπ' όψιν την εφαρμογή της πολιτικής προληπτικής συντήρησης, η τελική μέση τιμή θα ισούται με τη μέση τιμή της αρχικής κατανομής διαιρεμένη με τον αριθμό του πλήθους των εξαρτημάτων.

Συνυπολογίζοντας την προληπτική συντήρηση, ο χρόνος ζωής κάθε εξαρτήματος ακολουθεί πλέον μία truncated κατανομή η οποία αποτελείται από ένα μέρος της αρχικής (μέχρι την τιμή που προβλέπει η προληπτική συντήρηση) και μία «συγκεντρωμένη πιθανότητα» στην τιμή του χρόνου συντήρησης. Επομένως η προσδοκώμενη μέση τιμή της τελικής κατανομής θα ισούται με το σταθμικό μέσο της μέσης τιμής του εναπομείναντος τμήματος της αρχικής κατανομής και του χρόνου προληπτικής συντήρησης, με συντελεστές την αθροιστική της αρχικής κατανομής στο χρόνο συντήρησης και τη συμπληρωματική της αντίστοιχα.

(ορισμένα άλλα λογισμικά ίσως θεωρούν τον παραπάνω υπολογισμό απλά ως τη μέση τιμή της truncated κατανομής.)

3.2. Υπολογισμός δεδομένων

3.2.1. Υπολογισμός χρόνων αντικατάστασης

Εν συνεχεία, για κάθε ένα από τα N εξαρτήματα υπολογίζονται χρόνοι βλαβών, βάσει της truncated κατανομής, έως ότου αυτοί αθροίσουν σε αριθμό μεγαλύτερο (ή ίσο) του δεδομένου αριθμού ημερών της προσομοίωσης, δημιουργώντας τον πίνακα T . Αξίζει να σημειωθεί ότι για δεδομένο χρόνο προσομοίωσης δε θα προκύψει ο ίδιος αριθμός βλαβών σε κάθε εξάρτημα και προκειμένου να συμπεριληφθούν όλες οι αντικαταστάσεις στους υπολογισμούς, η μία εκ των 2 διαστάσεων του T ορίζεται από το εξάρτημα που εμφάνισε τις περισσότερες βλάβες. (Η άλλη διάσταση προφανώς είναι N). Αν σε ένα εξάρτημα προκύψουν x λιγότερες βλάβες από όσες ορίζει η διάσταση του T , τότε η στήλη που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο εξάρτημα θα περιλαμβάνει μηδενικά στις x τελευταίες θέσεις της (τα οποία εκχωρούνται αυτόματα από το πρόγραμμα στις αντίστοιχες θέσεις).

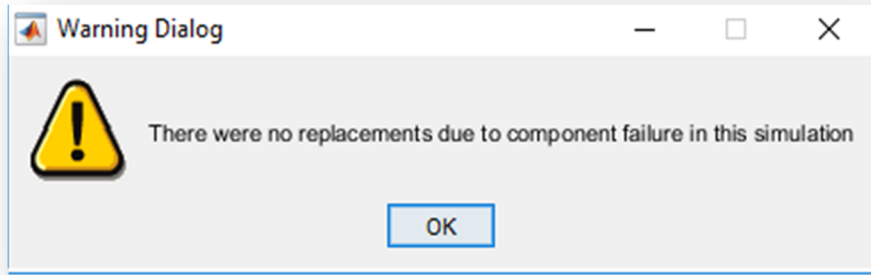
Παράλληλα σε αυτό το τμήμα του κώδικα ορίζεται ο (επίσης 2 διαστάσεων) πίνακας fom (failure or maintenance), ο οποίος βρίσκεται σε πλήρη αντιστοιχία με τον πίνακα T και τα στοιχεία του οποίου λαμβάνουν την τιμή 1 αν μία συγκεκριμένη αντικατάσταση συνέβη λόγω συντήρησης και 0 αν όχι.

3.2.2 Έλεγχος μηδενικών βλαβών

Σε αυτό το σημείο ελέγχεται αν το γινόμενο των διαστάσεων του πίνακα fom ισούται με το ολικό άθροισμα των στοιχείων του. Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας αποτελείται αποκλειστικά από μονάδες, που σημαίνει ότι όλες οι αντικαταστάσεις πραγματοποιήθηκαν λόγω της προληπτικής συντήρησης (Εικόνα 3.4) και δεν έχει νόημα να προβούμε σε περαιτέρω ανάλυση.

Προφανώς για να πραγματοποιηθεί αυτό το ενδεχόμενο, θα πρέπει να έχει εισαχθεί υπερβολικά σύντομος χρόνος προληπτικής συντήρησης σε σχέση με την κατανομή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων και επίσης στην περίπτωση αυτή το κάθε εξάρτημα θα έχει υποστεί τον ίδιο αριθμό αντικαταστάσεων. Αυτό μας επιτρέπει να κάνουμε τον παραπάνω έλεγχο χωρίς τον κίνδυνο να υπάρχουν στον πίνακα μηδενικά, τα οποία δε σημαίνουν ότι η αντικατάσταση πραγματοποιήθηκε λόγω βλάβης, αλλά ότι η συγκεκριμένη αντικατάσταση στο συγκεκριμένο εξάρτημα δε συνέβη ποτέ κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, οπότε και εισήχθησαν αυτόματα στον πίνακα προκειμένου η κάθε στήλη του να περιέχει τον ίδιο αριθμό στοιχείων.

Αν προχωρούσαμε σε υπολογισμούς δεδομένης της παραπάνω συνθήκης, θα οδηγούμασταν σε ένα διάνυσμα με τιμές χρόνων μεταξύ βλαβών που θα περιείχε μόνο 2 τιμές: το 0 και την τιμή t_{tm} (time to maintenance). Προφανώς δε θα είχε νόημα να αναζητήσουμε τη συμπεριφορά της κατανομής των τιμών κάποιου διανύσματος, όταν αυτό περιέχει 2 διακριτές και γνωστές τιμές.



Εικόνα 3.4: Μηδενικές βλάβες

3.2.3. Υπολογισμός χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων

Βάσει του πίνακα T , ο οποίος περιέχει τους χρόνους στους οποίους πραγματοποιήθηκε αντικατάσταση σε κάθε εξάρτημα – θεωρώντας όμως μηδενισμό του χρόνου σε κάθε αντικατάσταση – ορίζεται ο πίνακας TS (Time Sums). Ο πίνακας αυτός περιέχει τους πραγματικούς χρόνους στους οποίους συνέβη αντικατάσταση, λόγω βλάβης ή συντήρησης, θεωρώντας ως εκκίνηση του χρόνου την αρχική, ταυτόχρονη θέση σε λειτουργία όλων των εξαρτημάτων. Κάθε στοιχείο της κάθε στήλης του TS περιέχει το άθροισμα των στοιχείων της αντίστοιχης στήλης του T μέχρι τη συγκεκριμένη θέση, με εξαίρεση τις θέσεις του T που περιέχουν 0 , οι οποίες παραμένουν 0 και στον πίνακα TS .

Για παράδειγμα, έστω ότι προσομοιώνουμε ένα σύστημα τριών εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής, χάριν απλοποίησης, λαμβάνει μόνον ακέραιες τιμές, με μέση τιμή το 8 , ενώ έχουμε θέσει το χρόνο προληπτικής συντήρησης στις 10 χρονικές μονάδες. Αν προσομοιώσουμε το παραπάνω σύστημα για 50 μονάδες χρόνου, ένας ενδεχόμενος συνδυασμός τιμών του πίνακα T (Πίνακας 3.1) είναι ο παρακάτω:

T		
8	10	10
7	10	10
10	8	7
6	9	6
5	10	9
7	9	7
5	0	10
9	0	0

Πίνακας 3.1: Πίνακας T του παραδείγματος

ενώ ο αντίστοιχος πίνακας fom (Πίνακας 3.2) θα είναι:

fom		
0	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	0
0	1	0
0	0	0
0	0	1
0	0	0

Πίνακας 3.2: Πίνακας fom του παραδείγματος

Για το συγκεκριμένο πίνακα T, ο TS (Πίνακας 3.3) που θα δημιουργηθεί θα είναι ο εξής:

TS		
8	10	10
15	20	20
25	28	27
31	37	33
36	47	42
43	56	49
48	0	59
57	0	0

Πίνακας 3.3: Πίνακας TS του παραδείγματος

Ο πίνακας A (Πίνακας 3.4) ορίζεται έτσι, ώστε η πρώτη στήλη του να περιέχει όλες τις τιμές όλων των στηλών του πίνακα TS. Η δεύτερη στήλη περιέχει την τιμή του πίνακα fom που αντιστοιχεί στην αντικατάσταση, που έγινε σε χρόνο που ορίζει το αντίστοιχο στοιχείο της πρώτης στήλης. Δηλαδή στην περίπτωση της προσομοίωσης που ορίσαμε παραπάνω ο πίνακας A θα ήταν:

A	
8	0
15	0
25	1
31	0
36	0
43	0
48	0
57	0
10	1
20	1
28	0
37	0
47	1
56	0
0	0
0	0
10	1
20	1
27	0
33	0
42	0
49	0
59	1
0	0

Πίνακας 3.4: Πίνακας A του παραδείγματος

Κατόπιν ορίζεται ο πίνακας B, ο οποίος περιέχει ακριβώς τα ίδια στοιχεία με τον A με τη διαφορά ότι πλέον έχουν ταξινομηθεί έτσι, ώστε τα στοιχεία της πρώτης στήλης να κατατάσσονται κατά αύξουσα σειρά. Η ταξινόμηση γίνεται με βάση μόνο την πρώτη στήλη. Η δεύτερη στήλη ακολουθεί απλώς την ίδια ταξινόμηση, προκειμένου να διατηρείται η αντιστοιχία μεταξύ του χρόνου μίας ορισμένης αντικατάστασης και της λογικής μεταβλητής που υποδεικνύει αν αυτή συνέβη λόγω βλάβης ή συντήρησης.

Όντας ταξινομημένη, η πρώτη στήλη του πίνακα B περιέχει στις πρώτες θέσεις της όλα τα μηδενικά που είχαν εμφανιστεί αρχικά στον πίνακα T και που – όπως αναφέρθηκε προηγουμένως – σημαίνουν απλώς ότι ορισμένες αντικαταστάσεις για ορισμένα εξαρτήματα δε συνέβησαν ποτέ κατά τη διάρκεια της δεδομένης προσομοίωσης.

Στη μεταβλητή pos εκχωρείται η θέση του πρώτου μη μηδενικού στοιχείου που περιλαμβάνει η πρώτη στήλη του B, και ο πίνακας B1 ορίζεται έτσι ώστε να περιέχει τα στοιχεία του B ξεκινώντας όμως από τη θέση pos. Πρακτικά, η πρώτη τιμή του B1 είναι και ο χρόνος της πρώτης αντικατάστασης.

B	
0	0
0	0
0	0
8	0
10	1
10	1
15	0
20	1
20	1
25	1
27	0
28	0
31	0
33	0
36	0
37	0
42	0
43	0
47	1
48	0
49	0
56	0
57	0
59	1

B1

Πίνακας 3.5: Πίνακες B και B1 του παραδείγματος

Ο μονοδιάστατος πίνακας-στήλη `srttimes` (sorted) ταυτίζεται με την πρώτη στήλη του B1 και δημιουργήθηκε μόνο για απλούστευση του κώδικα. (Δεν είναι απαραίτητος). Το ίδιο ισχύει και για τη στήλη `srtfom` που αποτελείται από τις τιμές της δεύτερης στήλης του B1. Στη συνέχεια ορίζεται ο πίνακας TBSR (Times Between Successive Replacements) που περιέχει τις διαφορές των διαδοχικών στοιχείων του `srttimes`. Ο πίνακας TBSR του παραδείγματος φαίνεται στην εικόνα δεξιά (Πίνακας 3.6) και περιέχει τιμές της ζητούμενης κατανομής, τουλάχιστον μετά το σημείο όπου σταθεροποιείται.

e=6

TBSR
8
2
0
5
5
0
5
2
1
3
2
3
1
5
1
4
1
1
7
1
2

Στη συνέχεια στη μεταβλητή `e` καταχωρείται η θέση του τελευταίου μηδενικού του πίνακα TBSR. Η πρακτική σημασία ενός μηδενικού στο συγκεκριμένο πίνακα είναι ότι οι 2 συγκεκριμένες αντικαταστάσεις (των οποίων η χρονική διαφορά ορίζεται ως τιμή του TBSR) συνέβησαν ακριβώς στον ίδιο χρόνο. Στη γενική περίπτωση, δηλαδή αν αναιρέσουμε την παραδοχή για διακριτές, ακέραιες τιμές στην αρχική κατανομή, αυτό μπορεί να συμβεί μόνο αν δύο ή περισσότερα εξαρτήματα δεν έχουν αστοχήσει ποτέ, μέχρι τη δεδομένη χρονική στιγμή και επομένως όλες οι αντικαταστάσεις που έχουν υποστεί, οφείλονται στην προληπτική συντήρηση .

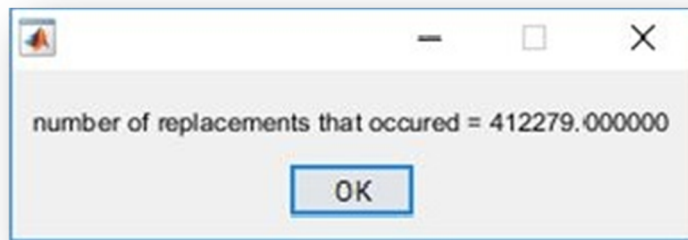
Πίνακας 3.6: Πίνακας TBSR του παραδείγματος

Αυτό ισχύει διότι η πιθανότητα δύο πλήθη τυχαίων τιμών - ακόμα και αν προέρχονται από την ίδια κατανομή - να αθροίσουν σε έναν κοινό αριθμό είναι πρακτικά 0. Συν τοις άλλοις, τον παραπάνω ισχυρισμό υποστηρίζει το γεγονός ότι σε ένα προγραμματιστικό περιβάλλον, οι τυχαίες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται έχουν ένα σχετικά μακροσκελές δεκαδικό μέρος (συνήθως > 10 ψηφία).

Η τιμή της μεταβλητής `e` ορίζει ουσιαστικά ότι οι δύο αντικαταστάσεις με αύξοντα αριθμό `e-1` και `e` είναι οι τελευταίες που πραγματοποιήθηκαν ταυτόχρονα, σε χρόνο `srttimes(e)=srttimes(e-1)`. Πράγματι οι τιμές 5 και 6 του `srttimes` (1^η στήλη του B1) είναι ίσες. Επομένως οι αντικαταστάσεις 5 και 6 είναι οι τελευταίες που πραγματοποιήθηκαν ταυτόχρονα και αυτό συνέβη 20 χρονικές μονάδες [= `srttimes(5)=srttimes(6)`] μετά την έναρξη της προσομοίωσης.

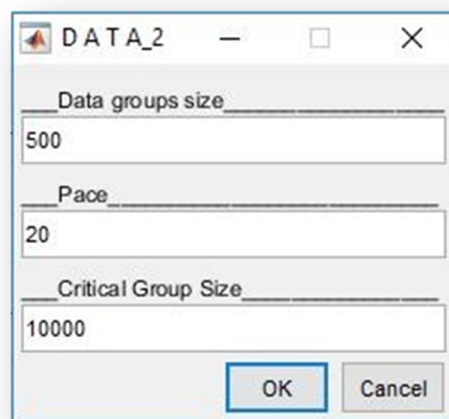
3.2.4. Ομαδοποίηση δεδομένων

Η τιμή της μεταβλητής z ταυτίζεται με το πλήθος των τιμών του διανύσματος TBSR. Ο κώδικας εμφανίζει ένα παράθυρο με την τιμή της μεταβλητής z (Εικόνα 3.5), δηλαδή τον αριθμό των αντικαταστάσεων που πραγματοποιήθηκαν καθ' όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης.



Εικόνα 3.5: Αριθμός αντικαταστάσεων που συνέβησαν κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης

Έπειτα ζητείται να εισαχθούν τιμές στις μεταβλητές C1, C2 και C3 (Εικόνα 3.6) στις οποίες θα αναφερθούμε αμέσως μετά.



Εικόνα 3.6: Παράθυρο εισαγωγής δεδομένων DATA2

Ο μονοδιάστατος πίνακας TBSR χωρίζεται σε τμήματα μεγέθους C1. Συγκεκριμένα για τις ανάγκες αυτού του υπολογισμού αγνοούνται οι τιμές μετά το τελευταίο ακέραιο πολλαπλάσιο της C1. Η μεταβλητή C2 ορίζει το «βήμα» αυτού του διαχωρισμού. Αν $C2=C1$ τότε κάθε τμήμα μεγέθους C1 περιέχει εξ' ολοκλήρου διαφορετικές τιμές σε σχέση με τα

γειτονικά του, ενώ αν $C2 < C1$ κάθε τμήμα περιέχει $C2$ διαφορετικά στοιχεία σε σχέση με το προηγούμενο και τα υπόλοιπα $C1 - C2$ παραμένουν ίδια. Στη συνέχεια τα διάφορα διανύσματα εισάγονται στις στήλες του πίνακα splitBR (split) του οποίου η μία διάσταση είναι προφανώς $C1$, ενώ η άλλη ορίζεται βάσει των z , $C1$ και $C2$ σύμφωνα με τη σχέση :

$$sz = 1 + \left(\text{floor} \left(\frac{z}{C1} \right) - 1 \right) * \frac{C1}{C2}$$

Αν επί παραδείγματι κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης πραγματοποιηθούν 155432 αντικαταστάσεις και εισάγουμε στις μεταβλητές $C1$ και $C2$ την τιμή 1000, τότε:

- Οι 432 τελευταίες θα αγνοηθούν
- Ο πίνακας splitBR θα έχει διαστάσεις 155 X 1000
- Κάθε στήλη του θα περιέχει διαφορετικές τιμές από την προηγούμενη

Ενώ αν για τον ίδιο αριθμό αντικαταστάσεων ορίσουμε $C1 = 1000$ και $C2 = 100$, τότε:

- Οι 432 τελευταίες θα αγνοηθούν
- Ο πίνακας splitBR θα έχει διαστάσεις 1491 X 1000
- Κάθε στήλη του θα περιέχει 100 διαφορετικές τιμές από την προηγούμενη (οι 900 τελευταίες τιμές κάθε στήλης ταυτίζονται με τις 900 πρώτες τιμές της επόμενης)

Ο διαχωρισμός αυτός γίνεται προκειμένου να συγκριθούν τα διάφορα τμήματα του TBSR και να καθοριστεί η θέση στην οποία φαίνεται να σταθεροποιείται ο πίνακας, (προφανώς με ακρίβεια $C2$). Για να μην οδηγηθεί ο κώδικας σε σφάλμα, πρέπει η τιμή της $C1$ να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της τιμής της $C2$. Επίσης για να έχουμε αξιόπιστα αποτελέσματα, θα πρέπει η εκάστοτε τιμή της $C1$ να είναι μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερη από την αντίστοιχη τιμή της z .

3.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης

3.3.1. Εκτίμηση χρόνου μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας

Για τον καθορισμό του σημείου όπου οι τιμές του πίνακα TBSR μεταβαίνουν σε σταθερή κατάσταση, συγκρίνεται το κάθε τμήμα του με το τελευταίο τμήμα μεγέθους $C3$, μεταβλητή στην οποία γενικά δίνεται μία αρκετά αυξημένη τιμή προκειμένου να μην παρουσιαστούν σφάλματα λόγω στοχαστικότητας. Δηλαδή το τελευταίο τμήμα μεγέθους $C3$ θεωρείται ότι βρίσκεται σε steady state. Η παραδοχή αυτή γίνεται, αφενός επειδή όσο περισσότερο απέχει χρονικά μία δεδομένη στιγμή από το σημείο εκκίνησης του χρόνου, τόσο πιθανότερο είναι τα δεδομένα να έχουν σταθεροποιηθεί μέχρι τη στιγμή αυτή και αφετέρου διότι δεν υπάρχουν άλλα πιο αξιόπιστα στατιστικά δεδομένα σχετικά με τη σταθερή αυτή

κατάσταση (εκτός από τη θεωρητική μέση τιμή). Για τον ορισμό του τελευταίου τμήματος δεδομένων δεν αγνοείται καμία τιμή του πίνακα των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων.

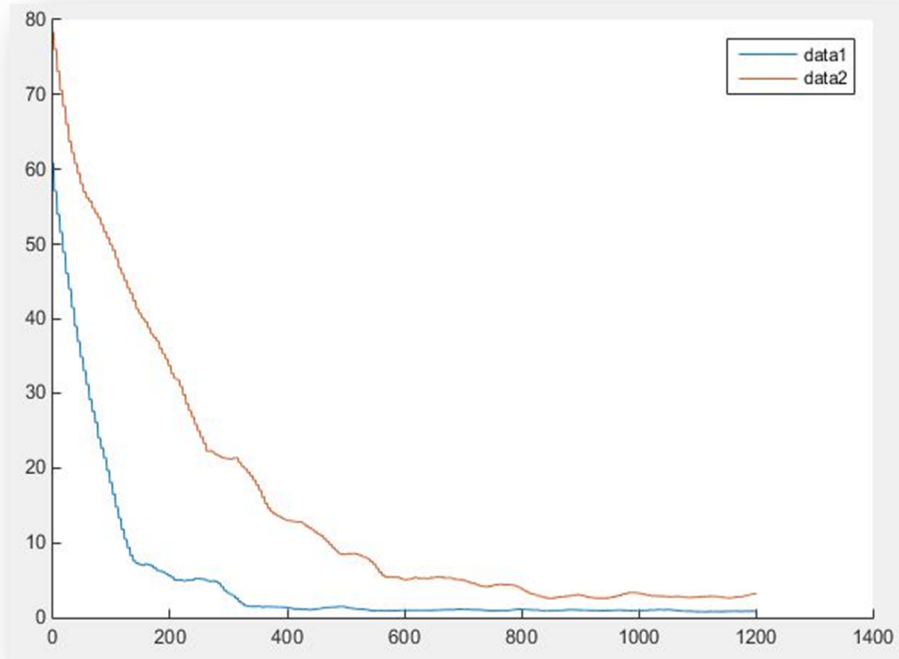
Στη μεταβλητή `var_crit` , εκχωρείται η μεταβλητότητα του τελευταίου τμήματος μεγέθους C3 του πίνακα TBSR και στη συνέχεια στον πίνακα `groups_var` (μεγέθους (sz,1)) εισάγεται η μεταβλητότητα κάθε μίας από τις στήλες του `spITBR`.

Στη μεταβλητή `poscrit` εισάγεται η τιμή του αύξοντα αριθμού του πρώτου τμήματος δεδομένων το οποίο καλύπτει τα κάτωθι κριτήρια:

1. η μεταβλητότητα των τιμών του βρίσκεται στο διάστημα $\text{var_crit} \pm 2\sigma$, όπου σ είναι η τυπική απόκλιση των μεταβλητοτήτων των τμημάτων δεδομένων για λειτουργία σε σταθερή κατάσταση.
2. η μεταβλητότητα των τιμών του αμέσως επόμενου τμήματος δεδομένων βρίσκεται εντός των ορίων του ίδιου διαστήματος.

Επειδή παρατηρήθηκε ότι γενικά οι τιμές ακολουθούν μία φθίνουσα πορεία, συγκλίνοντας στις αντίστοιχες κρίσιμες τιμές, θεωρείται ότι από τη θέση αυτή και έπειτα, η μεταβλητότητα παραμένει στο όριο του $\pm 2\sigma$ εκατέρωθεν της κρίσιμης τιμής και ως εκ τούτου, έχει σταθεροποιηθεί. Η δεύτερη συνθήκη ελέγχεται για να μειωθεί η πιθανότητα λανθασμένης εκτίμησης του χρόνου μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας, στην περίπτωση που ένα τμήμα δεδομένων παρουσιάσει μεταβλητότητα εντός των ορίων ελέγχου λόγω στοχαστικότητας κατά τη διάρκεια της μεταβατικής περιόδου.

Στο Σχήμα 3.1 παρουσιάζεται η κίνηση της μεταβλητότητας των δεδομένων μίας προσομοίωσης λειτουργίας συστήματος 100 εξαρτημάτων για 25.000 χρονικές μονάδες, των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση 4, ενώ η προληπτική συντήρηση έχει οριστεί στις 100 μονάδες χρόνου (`data 1`). Τα δεδομένα `data 2` προέρχονται από μία σχεδόν πανομοιότυπη προσομοίωση, με τη μόνη διαφορά να βρίσκεται στην τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, η οποία εδώ έχει οριστεί 2. Παρατηρούμε ότι μία μείωση στην τυπική απόκλιση και κατ' επέκταση στο λόγο μεταβλητότητας της αρχικής κατανομής οδηγεί σε καθυστέρηση της μετάβασης του συστήματος σε σταθερή κατάσταση. Στην πράξη δε συναντάμε τόσο μικρές μεταβλητότητες σε κατανομές που εκφράζουν χρόνο ζωής, απλά χρησιμοποιήθηκαν εδώ προκειμένου να είναι εμφανές το αποτέλεσμα σχηματικά.



Σχήμα 3.1: Μεταβλητότητα των τμημάτων δεδομένων μεγέθους C1

Στο παραπάνω παράδειγμα οι C1 και C2 έχουν τιμές 1000 και 20 αντίστοιχα, ενώ στην C3 έχει εκχωρηθεί η τιμή 10.000. Επομένως, όπως ορίστηκε παραπάνω, το πρώτο σημείο του διαγράμματος με τετμημένη 1 και τεταγμένη περίπου 61 (data1), αναφέρεται στους χρόνους μεταξύ των αντικαταστάσεων 1-1000 και ορίζει ότι η μεταβλητότητα των τιμών του διαστήματος αυτού είναι 61 (περίπου). Το δεύτερο σημείο αφορά την ομάδα τιμών 21-1020 και ούτω καθ' εξής.

Αφού κάθε μονάδα του οριζόντιου άξονα αναφέρεται σε 1000 αντικαταστάσεις, εκ των οποίων οι 20 είναι νέες για κάθε σημείο (εκτός από το πρώτο το οποίο περιλαμβάνει εκ των πραγμάτων 1000 νέες αντικαταστάσεις εξαρτημάτων) συμπεραίνουμε εύκολα, μέσω του διαγράμματος, ότι και στις 2 προσομοιώσεις συνέβησαν περίπου $1.200 \cdot 20 + 1000 = 25.000$ αντικαταστάσεις.

Πράγματι η αναλυτικά υπολογισθείσα προσδοκώμενη μέση τιμή του αριθμού αντικαταστάσεων ανά μονάδα χρόνου είναι πολύ κοντά στη μονάδα για τη δεδομένη προσομοίωση (0.984 [data1]) και αν προχωρούσαμε σε αναλυτικό υπολογισμό του αριθμού αντικαταστάσεων βάσει αυτής θα καταλήγαμε σε $25.000 / 0.984 = 25.406$ αντικαταστάσεις εξαρτημάτων συνολικά. Στη συγκεκριμένη προσομοίωση συνέβησαν τελικά 25.435 αντικαταστάσεις, παρουσιάζοντας αρκετά μικρή απόκλιση από το θεωρητικό υπολογισμό, ώστε να μπορεί να αποδοθεί στη στοχαστικότητα του συστήματος. Επίσης, όπως αναφέρεται στο παρόν κεφάλαιο, η τελευταία βλάβη κάθε εξαρτήματος συμβαίνει σε χρόνο μεγαλύτερο ή

ίσο του εκάστοτε χρόνου προσομοίωσης, γεγονός στο οποίο μπορεί να αποδοθεί η παραπάνω απόκλιση.

Τελικά, η τιμή που λαμβάνουμε ως αποτέλεσμα από το πρόγραμμα (με ακρίβεια $C2=20$) είναι ότι στην πρώτη περίπτωση η κατάσταση σταθεροποιείται στην αντικατάσταση υπ' αριθμόν 8521 (σημείο $8520/20=426$), ενώ στη δεύτερη απαιτείται ο χρόνος που προηγείται 16040 αντικαταστάσεων και λαμβάνουμε την τιμή 16.041 (σημείο 802). Από τις αντίστοιχες τιμές του διανύσματος $srttimes$ βρίσκουμε ότι το σύστημα λειτουργεί σε steady state μετά από 8449.7 (data1) και 15969 (data2) χρονικές μονάδες.

Θεωρώντας ότι μία μονάδα χρόνου μπορεί να ταυτίζεται με μία ημέρα ή περισσότερο (ανάλογα με τις μονάδες των δεδομένων εισαγωγής), η σταθερή κατάσταση θα επιτυγχάνονταν ίσως μετά από κάποιες δεκάδες χρόνια λειτουργίας, για τα συστήματα των παραπάνω προσομοιώσεων. Δε θα υπήρχε λοιπόν κάποιο άμεσο όφελος στην κατανόηση της συμπεριφοράς τους στο χρόνο αυτό. Στην πράξη εισάγοντας μία κατανομή που προσεγγίζει πολύ περισσότερο την πραγματικότητα, δηλαδή μία κατανομή με μεγαλύτερη μεταβλητότητα, η κατάσταση θα σταθεροποιούταν εξαιρετικά συντομότερα. Στην περίπτωση μάλιστα μίας βιομηχανίας που βρίσκεται ήδη σε λειτουργία, μπορεί να αρθεί η παραδοχή για ταυτόχρονη θέση σε λειτουργία όλων των εξαρτημάτων, οδηγώντας ίσως αυτόματα σε σταθερή κατάσταση.

Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης σχετικά με το χρόνο μετάβασης σε steady state εκχωρείται στη μεταβλητή R1 (Result 1).

3.3.2. Έλεγχος προσαρμογής δεδομένων σε εκθετική κατανομή

Τελικά ο πίνακας TBSRsteady ορίζεται ώστε να περιέχει τα τελευταία 1000 στοιχεία του TBSR. Δηλαδή ο συγκεκριμένος πίνακας περιέχει χρόνους μεταξύ διαδοχικών επεμβάσεων στο σύστημα, αφότου έχει επέλθει μόνιμη κατάσταση και είναι οι τιμές του συγκεκριμένου πίνακα των οποίων η κατανομή ερευνάται στην παρούσα εργασία. Στα δεδομένα του πίνακα αυτού εφαρμόζεται έλεγχος χ^2 προκειμένου να εξεταστεί η προσαρμογή τους σε εκθετική κατανομή.

Στη μεταβλητή R2 (Result 2) εκχωρείται η τιμή της δυαδικής μεταβλητής H, που υποδεικνύει αποδοχή ή απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική και στην R3 (Result 3), η αντίστοιχη τιμή p-value του ελέγχου.

Το πλήθος των στοιχείων του παραπάνω πίνακα είναι επιτηδευμένα περιορισμένο, αφενός γιατί ανεξάρτητα από τη χρονική στιγμή μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας τα τελευταία στοιχεία βρίσκονται σε steady state (με παράλληλη επαλήθευση μέσω διαγραμμάτων) και αφετέρου ο έλεγχος προσαρμογής κάποιας κατανομής με δεδομένες παραμέτρους σε ένα ευρύ σύνολο δεδομένων, απορρίπτει τη μηδενική υπόθεση (προσαρμογής σε κατανομή) πολύ ευκολότερα λόγω αποκλίσεων που μπορεί να

εμφανιστούν, λόγω στοχαστικότητας μεταξύ των θεωρητικά υπολογισθέντων παραμέτρων και αυτών που προκύπτουν μέσω της προσομοίωσης.

Ο κώδικας που αναλύεται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο και παρατίθεται στο παράρτημα Ι αφορά τα αποτελέσματα μίας προσομοίωσης για ένα μόνο συνδυασμό δεδομένων εισαγωγής. Για την εξαγωγή των συμπερασμάτων των επόμενων Κεφαλαίων έχουν χρησιμοποιηθεί παραλλαγές του κώδικα, προκειμένου να εξάγονται αυτόματα πολλαπλά αποτελέσματα για τα ίδια δεδομένα εισαγωγής, καθώς και δεδομένα για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων.

Κεφάλαιο 4^ο: Γενικά Αποτελέσματα

Στο παρόν κεφάλαιο θα διερευνηθεί η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στο χρόνο μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας (steady state) καθώς και στην προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή.

Συγκεκριμένα, στην υποενότητα 4.1 θα μελετηθεί κατά πόσον αλλαγές στη μεταβλητότητα και τον τύπο της αρχικής κατανομής, το πλήθος των εξαρτημάτων, καθώς και την ηλικία στην οποία ορίζεται η προληπτική συντήρηση, επηρεάζουν το χρονικό διάστημα κατά το οποίο απαιτείται να λειτουργήσει το σύστημα, προκειμένου να μεταβεί σε μία στοχαστικά σταθερή κατάσταση. Στην υποενότητα 4.2 θα αναλυθεί κατά πόσον επηρεάζουν οι ίδιες παράμετροι την προσαρμογή των δεδομένων λειτουργίας σε σταθερή κατάσταση, στην εκθετική κατανομή.

Όπως αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι τιμές των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων διαχωρίζονται σε τμήματα μεγέθους $C1$ με βήμα διαχωρισμού $C2$ (μεταβλητές που ορίζονται στον κώδικα). Δηλαδή, αν επί παραδείγματι, $C1=100$ και $C2=10$ τότε το πρώτο διάνυσμα περιέχει τις τιμές των χρόνων μεταξύ διαδοχικών επεμβάσεων στο σύστημα με αύξοντα αριθμό από 1 έως 100, το δεύτερο είναι μετατοπισμένο κατά το βήμα διαχωρισμού και ως εκ τούτου περιέχει τις αντίστοιχες τιμές με αύξοντα αριθμό από 11 έως 110 και ούτω καθεξής.

Δεδομένου ότι η τελική κατανομή είναι άγνωστη, η ασφαλέστερη προσέγγιση για να οδηγηθούμε στο ζητούμενο χρόνο μετάβασης σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας είναι η υπόθεση ότι τα τελευταία δεδομένα προέρχονται από την κατάσταση αυτή. Για το λόγο αυτό ορίζεται ένα κρίσιμο διάνυσμα χρόνων που περιέχει τις τελευταίες $C3$ τιμές των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων. Η μεταβλητή $C3$ ορίζεται επίσης στον κώδικα και είναι κατά προτίμηση αρκετά μεγαλύτερη της $C1$ προκειμένου να αποφευχθούν στατιστικά σφάλματα. Κατόπιν ελέγχεται η σύγκλιση των τιμών καθενός από τα παραπάνω διανύσματα μεγέθους $C1$ προς το τελευταίο.

Γενικά παρατηρήθηκε ότι η μέση τιμή συγκλίνει σε αυτήν της σταθερής κατάστασης σχεδόν κατά την έναρξη της προσομοίωσης, ανεξαρτήτως παραμέτρων και κατά συνέπεια ο έλεγχος της θεωρήθηκε μη αξιόπιστο κριτήριο για τον ορισμό της διάρκειας της μεταβατικής

κατάστασης. Αντίθετα, ο έλεγχος της μέγιστης τιμής που εμφανίζεται σε κάθε ένα από τα τμήματα, δηλαδή ο μέγιστος χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ 2 διαδοχικών επεμβάσεων στο σύστημα δίνει αρκετά πιο αξιόπιστες ενδείξεις σχετικά με τη μετάβαση σε σταθερή κατάσταση. Ωστόσο, όπως διαπιστώθηκε μετά από σχετική διερεύνηση, το μέγεθος αυτό παρουσιάζει σχετικά συχνά ακραίες τιμές οι οποίες δεν είναι αντιπροσωπευτικές για το σύνολο και ο έλεγχός του μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα. (Ο λόγος για τον οποίο το μέγεθος αυτό εμφανίζει ακραίες τιμές θα αναλυθεί στο Κεφάλαιο 6).

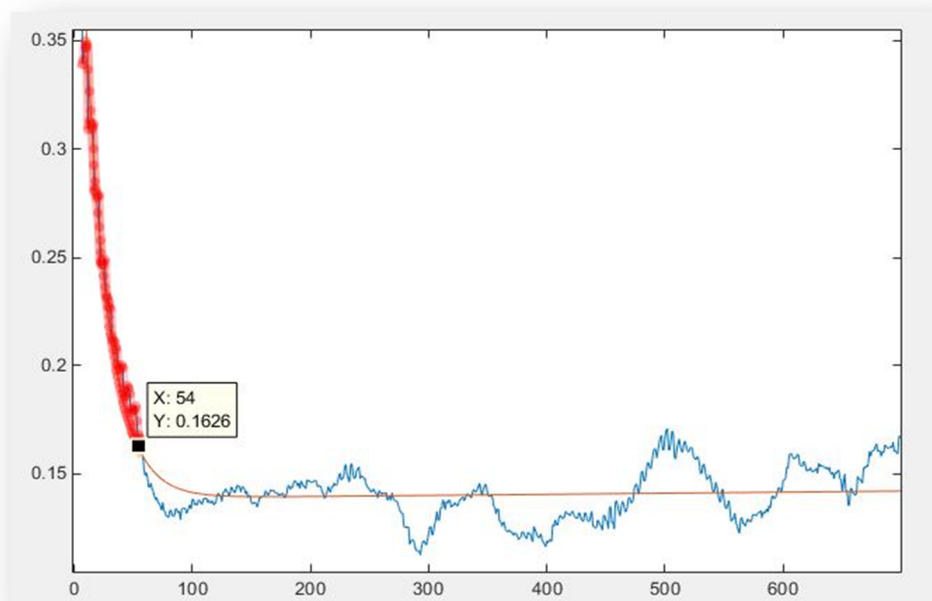
Τελικά για τον έλεγχο έχει επιλεγεί η σύγκριση της μεταβλητότητας των χρόνων μεταξύ διαδοχικών επεμβάσεων, η οποία και δίνει τα πιο ακριβή αποτελέσματα. Σε δεδομένα προερχόμενα από πολλούς διαφορετικούς συνδυασμούς παραμέτρων διαπιστώθηκε ότι η μεταβλητότητα συγκλίνει μεν σε κάποια τιμή, διαφοροποιείται δε κατά ένα ποσοστό για λειτουργία σε σταθερή κατάσταση. Για το λόγο αυτό θεωρείται ότι το σύστημα μεταβαίνει σε σταθερή κατάσταση στο σημείο εκείνο στο οποίο η μεταβλητότητα των τιμών βρίσκεται τόσο κοντά στην κρίσιμη τιμή, όσο το όριο του $\pm 2\sigma$, όπου σ η τυπική απόκλιση των μεταβλητοτήτων των ομάδων τιμών για λειτουργία σε σταθερή κατάσταση. Η σ υπολογίζεται ως η τυπική απόκλιση των μεταβλητοτήτων των τελευταίων 100 ομάδων τιμών μεγέθους C1 (με παράλληλη επαλήθευση, μέσω διαγραμμάτων, της υπόθεσης ότι τα δεδομένα αυτά βρίσκονται όντως σε σταθερή κατάσταση). Γενικά κατά την εκκίνηση λειτουργίας του συστήματος, η μεταβλητότητα των χρόνων μεταξύ επεμβάσεων στο σύστημα λαμβάνει εξαιρετικά υψηλές τιμές, ενώ παρουσιάζει μία φθίνουσα πορεία καθ' όλη τη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης, για να σταθεροποιηθεί τελικά γύρω από την κρίσιμη τιμή κατά το πέρας της μεταβατικής περιόδου.

Εκχώρηση μεγάλων τιμών στη μεταβλητή C1 σε σχέση με το πλήθος εξαρτημάτων μπορεί να οδηγήσει σε αδυναμία του κώδικα να καταλήξει σε αξιόπιστα αποτελέσματα χρόνων μετάβασης σε steady state. Αν για παράδειγμα, οι χρόνοι μεταξύ των πρώτων λίγων δεκάδων αντικαταστάσεων εξαρτημάτων είναι πολύ ανομοιόμορφα κατανεμημένοι, παρουσιάζουν δηλαδή μεγάλη μεταβλητότητα και η C1 έχει τιμή 1000, ίσως η αρχικά αυξημένη μεταβλητότητα των τιμών του πρώτου τμήματος δεδομένων να μην οδηγεί τη μεταβλητότητα του όλου τμήματος σε τιμή εκτός των ορίων ελέγχου, με αποτέλεσμα τη λανθασμένη αποδοχή της υπόθεσης ότι το σύστημα λειτουργεί σε σταθερή κατάσταση εξ' αρχής.

Η σύγκριση της τιμής της C1 με την τιμή του πλήθους εξαρτημάτων αποσκοπεί στην αποφυγή του φαινομένου που παρουσιάζεται μέσω του παρακάτω παραδείγματος: Έστω σύστημα αποτελούμενο από N εξαρτήματα των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί μία οποιαδήποτε κατανομή με αμελητέα μεταβλητότητα σε σχέση με τη μέση τιμή, στο οποίο

εφαρμόζεται πολιτική επισκευαστικής συντήρησης. Κατά τη λειτουργία του συγκεκριμένου συστήματος και σε χρονικά διαστήματα με μέσον κάποιο ακέραιο πολλαπλάσιο της μέσης τιμής της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, θα παρουσιάζονται N αντικαταστάσεις με χρόνους μεταξύ αντικαταστάσεων πολύ κοντά στο 0, οδηγώντας τη μεταβλητότητα κάποιου τμήματος δεδομένων χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων μεγέθους $C1 \leq N$ σε πολύ χαμηλές τιμές. Επομένως, για την αποφυγή λανθασμένων συμπερασμάτων σε σχέση με το χρόνο μετάβασης σε steady state, τα ορίσματα $C1$ και $C2$ του κυλιόμενου παραθύρου ελέγχου μεταβλητοτήτων ορίζονται κατάλληλα για κάθε προσομοίωση σε σχέση με το πλήθος εξαρτημάτων. Επειδή ελέγχονται 2 διαδοχικά τμήματα δεδομένων πρέπει κατ'ελάχιστον $C1+C2 \geq N$. Επομένως, ακόμη και αν $C1 < N$ και η μεταβλητότητα του πρώτου τμήματος βρεθεί λανθασμένα εντός των ορίων ελέγχου, το δεδομένο σημείο θα απορριφθεί λόγω της μεταβλητότητας του 2^{ου} τμήματος. Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων του παρόντος κεφαλαίου, όπως και του Κεφαλαίου 5 η ομαδοποίηση των τιμών γίνεται με όρισμα $C1 > N$ για κάθε επίπεδο τιμών του πλήθους (N).

Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται η φθίνουσα πορεία της μεταβλητότητας των τιμών, καθώς και οι μεταβολές για λειτουργία σε steady state. Τα δεδομένα του συγκεκριμένου διαγράμματος προέρχονται από προσομοίωση συστήματος αποτελούμενου από 100 εξαρτήματα με χρόνο ζωής που ακολουθεί την κατανομή Weibull με παράμετρο κλίμακας ίση με 100 και παράμετρο μορφής ίση με 2. Ο χρόνος προληπτικής συντήρησης έχει οριστεί στις 50 χρονικές μονάδες ενώ για τις δεδομένες παραμέτρους ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων έχει μέση τιμή 88.6 και τυπική απόκλιση 46.3 μονάδες χρόνου. Για το διαχωρισμό των δεδομένων έχουν οριστεί οι μεταβλητές $C1=500$, $C2=20$ και $C3=10.000$ και το σύστημα θεωρείται ότι σταθεροποιείται στη θέση $X=54$ όπως φαίνεται στην εικόνα. Η θέση αυτή αντιστοιχεί στην αντικατάσταση υπ' αριθμόν $1080=54*20=X*C2$, η οποία σύμφωνα με τα δεδομένα της συγκεκριμένης προσομοίωσης πραγματοποιήθηκε 874.7 χρονικές μονάδες περίπου μετά την εκκίνηση λειτουργίας. Ο συνολικός χρόνος για τον οποίο προσομοιώθηκε η λειτουργία του συγκεκριμένου συστήματος ήταν 10.000 μονάδες χρόνου.



Σχήμα 4.1: Μεταβλητότητα των τμημάτων μεγέθους C1 για λειτουργία σε μεταβατική κατάσταση ($X < 54$) και σε steady state ($X > 54$).

Για την εκτίμηση των επιδράσεων των διαφόρων παραμέτρων στα ζητούμενα χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό SPSS. Συγκεκριμένα, μελετήθηκε η επίδραση της αρχικής κατανομής (τύπος κατανομής και μεταβλητότητα), του πλήθους εξαρτημάτων, του θεωρητικού ποσοστού αστοχιών βάσει του χρόνου προληπτικής συντήρησης καθώς και των αλληλεπιδράσεων όλων των παραπάνω.

Αναλυτικότερα, θεωρήθηκαν:

- 4 επίπεδα τιμών της αρχικής κατανομής (Dist): Normal, Weibull, Gamma, Uniform
- 3 επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης (Dev): 2, 7, 15
- 3 επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων (Num): 4, 20, 100
- 2 επίπεδα τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F): 30%, 70% (που καθορίζεται από την ηλικία προληπτικής συντήρησης)

Η μέση τιμή των παραπάνω κατανομών λήφθηκε ίση με 50 για όλους τους συνδυασμούς, δηλαδή ο λόγος μεταβλητότητας έχει τιμές 4% , 14% και 30% αντίστοιχα για κάθε επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης. Από αναλύσεις μεταβλητότητας αποτελεσμάτων προερχόμενων από κατανομές με διάφορες μέσες τιμές, διατηρώντας όμως το λόγο CV σταθερό, διαπιστώθηκε ότι, δεδομένης της συνθήκης αυτής, η μέση τιμή αφενός δεν επηρεάζει τη μορφή της τελικής κατανομής στην οποία προσαρμόζονται τα δεδομένα και αφετέρου, παρόλο που επηρεάζει άμεσα το χρόνο μετάβασης σε steady state, η αναγωγή του χρόνου

αυτού σε κύκλους λειτουργίας τον καθιστά ανεξάρτητο από αυτήν. Φυσικά η μέση τιμή επηρεάζει άμεσα τις παραμέτρους της τελικής κατανομής, όχι όμως τη μορφή της.

Τα παραπάνω επίπεδα τιμών δημιουργούν 18 συνδυασμούς για κάθε μία από τις κατανομές που μελετήθηκαν, δηλαδή συνολικά δημιουργούνται 72 συνδυασμοί. Για κάθε έναν από τους παραπάνω συνδυασμούς πραγματοποιήθηκαν 10 προσομοιώσεις λειτουργίας του συστήματος για κατάλληλα ορισμένο χρόνο ώστε το σύστημα να λειτουργεί σε steady state για ένα μεγάλο ποσοστό του χρόνου αυτού, λαμβάνοντας ως αποτέλεσμα το χρόνο στον οποίο επιτυγχάνεται η σταθερή κατάσταση λειτουργίας βάσει των κριτηρίων που περιγράφηκαν παραπάνω, καθώς και την τιμή της δυαδικής μεταβλητής H , που υποδεικνύει αποδοχή (0) ή απόρριψη (1) της μηδενικής υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή. Επίσης ως έξοδος του κώδικα λαμβάνεται η τιμή p -value του παραπάνω ελέγχου.

4.1. Επίδραση παραμέτρων στο χρόνο μετάβασης σε σταθερή κατάσταση

Για τον προσδιορισμό των επιδράσεων των ανεξάρτητων μεταβλητών στο χρόνο μετάβασης σε σταθερή κατάσταση (T) εφαρμόστηκε ανάλυση μεταβλητότητας Unianova για τα επίπεδα τιμών που αναφέρονται παραπάνω. Οι μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό επιπέδων τιμών παρατίθενται στον πίνακα 4.2.

Ο πίνακας 4.1 περιέχει τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας των δεδομένων. Οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις που ορίζονται στην πρώτη στήλη του πίνακα θεωρείται ότι ασκούν στατιστικά σημαντική επιρροή στην τιμή του χρόνου μετάβασης σε steady state, αν η αντίστοιχη τιμή της στήλης sig (significance) είναι μικρότερη από το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ (0.05).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: T					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	15178499863.786 ^a	71	213781688.222	19.797	.000
Intercept	5384035971.530	1	5384035971.530	498.583	.000
Dist	653214382.899	3	217738127.633	20.163	.000
Num	68351654.694	2	34175827.347	3.165	.043
Dev	6876212742.207	2	3438106371.103	318.382	.000
F	1696415740.985	1	1696415740.985	157.095	.000
Dist * Num	60868035.795	6	10144672.633	.939	.466
Dist * Dev	1132992662.641	6	188832110.440	17.487	.000
Dist * F	634395321.557	3	211465107.186	19.583	.000
Num * Dev	91742081.868	4	22935520.467	2.124	.076
Num * F	11578504.587	2	5789252.294	.536	.585
Dev * F	2481530226.520	2	1240765113.260	114.900	.000
Dist * Num * Dev	135484703.158	12	11290391.930	1.046	.405
Dist * Num * F	47121734.729	6	7853622.455	.727	.628
Dist * Dev * F	1133788364.520	6	188964727.420	17.499	.000
Num * Dev * F	22688033.824	4	5672008.456	.525	.717
Dist * Num * Dev * F	132115673.800	12	11009639.483	1.020	.429
Error	6997535952.633	648	10798666.594		
Total	27560071787.949	720			
Corrected Total	22176035816.419	719			
a. R Squared = .684 (Adjusted R Squared = .650)					

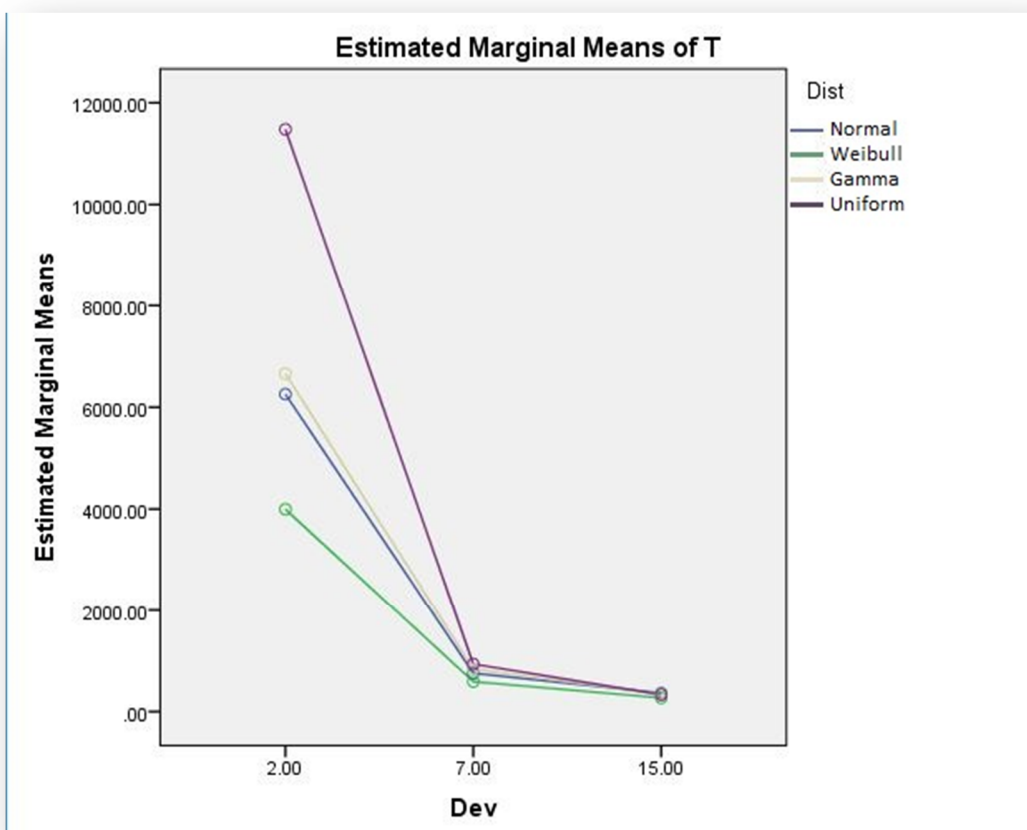
Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα ANOVA για το χρόνο μετάβασης σε steady state

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Descriptive Statistics																
Dependent Variable: T																
Dist	Num	Dev	F	Mean(T)	Std. Deviation	N		Dist	Num	Dev	F	Mean(T)	Std. Deviation	N		
N o r m a l	4	2	30	6667.6441	3774.43592	10		G a m m a	4	2	30	8978.609	6211.45478	10		
			70	1882.2956	1498.1995	10	70				2330.45	1557.98021	10			
		7	30	962.4372	724.92762	10				7	30	1244.367	1570.19691	10		
			70	446.6267	321.23571	10	70				289.5669	308.90264	10			
		15	30	453.7035	509.58678	10				15	30	623.7478	959.43699	10		
			70	351.6475	337.23797	10	70				148.4388	189.1346	10			
	20	2	30	11296.1041	4482.18155	10			20	2	30	8760.496	3551.45355	10		
			70	2726.8122	624.98027	10	70				3434.229	828.06896	10			
		7	30	974.6512	233.49066	10				7	30	1260.124	282.65907	10		
			70	442.7954	183.0051	10	70				295.4999	90.30815	10			
		15	30	418.6746	235.9591	10				15	30	371.2653	171.02844	10		
			70	210.3927	111.36089	10	70				266.329	177.08885	10			
	100	2	30	11305.7772	1795.25981	10			100	2	30	12243.27	2578.46383	10		
			70	3662.2713	828.94652	10	70				4210.209	856.00672	10			
		7	30	1181.7172	307.13057	10				7	30	1433.303	255.91595	10		
			70	522.7645	172.53421	10	70				510.8331	205.55781	10			
		15	30	437.2185	142.19056	10				15	30	439.0199	156.8407	10		
			70	310.9014	163.39976	10	70				201.8672	128.74727	10			
	W e i b u l l	4	2	30	3861.9513	2583.52981	10			U n i f o r m	4	2	30	23168.64	24600.36539	10
				70	1789.0424	1484.5212	10		70				2194.629	1886.56204	10	
			7	30	722.067	869.27503	10					7	30	910.7067	536.23615	10
				70	219.113	165.97423	10		70				575.9907	580.2745	10	
			15	30	164.2414	125.22547	10					15	30	302.7582	221.42238	10
				70	299.265	300.47488	10		70				351.9775	281.12295	10	
20		2	30	5068.3673	2393.14557	10		20	2		30	16271.57	5068.59202	10		
			70	3154.4304	1901.21727	10	70				2946.266	894.28607	10			
		7	30	853.6113	373.02632	10			7		30	1575.277	349.45254	10		
			70	354.8229	176.37404	10	70				276.511	93.9808	10			
		15	30	293.2796	77.18982	10			15		30	339.2465	162.07743	10		
			70	228.4594	195.5898	10	70				193.7799	108.83325	10			
100		2	30	6664.4315	1213.40367	10		100	2		30	20732.03	3440.79758	10		
			70	3434.2759	559.40514	10	70				3548.103	580.43119	10			
		7	30	899.7717	182.17763	10			7		30	1889.364	352.84524	10		
			70	483.0598	178.62774	10	70				385.2776	86.20933	10			
		15	30	394.3968	157.96022	10			15		30	539.3002	304.86341	10		
			70	238.7758	107.61851	10	70				267.5906	169.2805	10			

Πίνακας 4.2: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις του χρόνου μετάβασης σε steady state για τις 10 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

Όλες οι κύριες επιδράσεις και αρκετές από τις αλληλεπιδράσεις των μεταβλητών εμφανίζονται ως στατιστικά σημαντικές όσον αφορά την επιρροή που ασκούν στην τιμή του χρόνου T. Στα επόμενα διαγράμματα παρουσιάζεται σχηματικά η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων. Ο οριζόντιος άξονας περιέχει τις τιμές της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής και ο κάθετος τις τιμές του χρόνου μετάβασης σε steady state σε μονάδες χρόνου λειτουργίας.

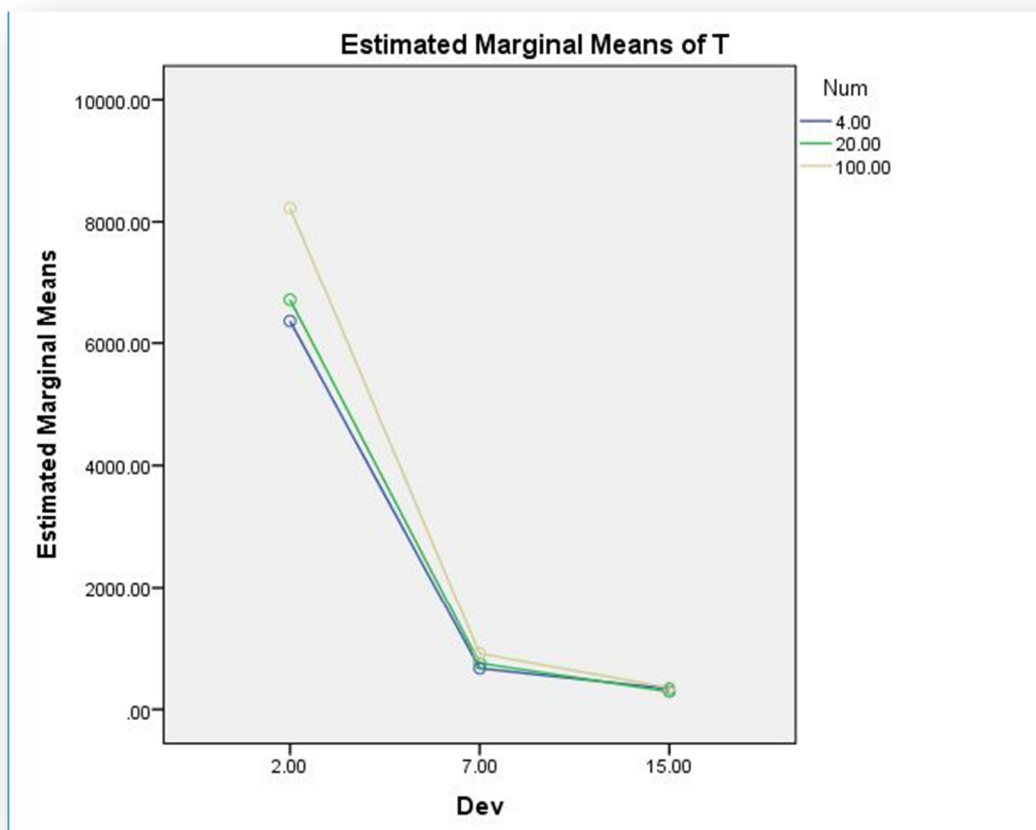


Σχήμα 4.2: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και της αρχικής κατανομής.

Από το παραπάνω διάγραμμα (Σχήμα 4.2) προκύπτει ότι οι χαμηλές τιμές της τυπικής απόκλισης στην αρχική κατανομή οδηγούν σε καθυστέρηση της σταθεροποίησης του συστήματος. Επιπρόσθετα, από το ίδιο διάγραμμα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για μεγάλες τιμές της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής, η ίδια η κατανομή δε φαίνεται να επηρεάζει τη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης. Τέλος, το συγκεκριμένο διάγραμμα συμβαδίζει απόλυτα με τις τιμές του πίνακα 4.1 που ορίζει ότι η επίδραση της τυπικής απόκλισης, της κατανομής και η μεταξύ τους αλληλεπίδραση είναι στατιστικά σημαντικές.

Το Σχήμα 4.3 αναφέρεται στην επίδραση της τυπικής απόκλισης σε συνδυασμό με το πλήθος των εξαρτημάτων που αποτελούν το εκάστοτε σύστημα. Παρατηρούμε ότι τα προηγούμενα συμπεράσματα σχετικά με την επίδραση της αρχικής κατανομής χαρακτηρίζουν

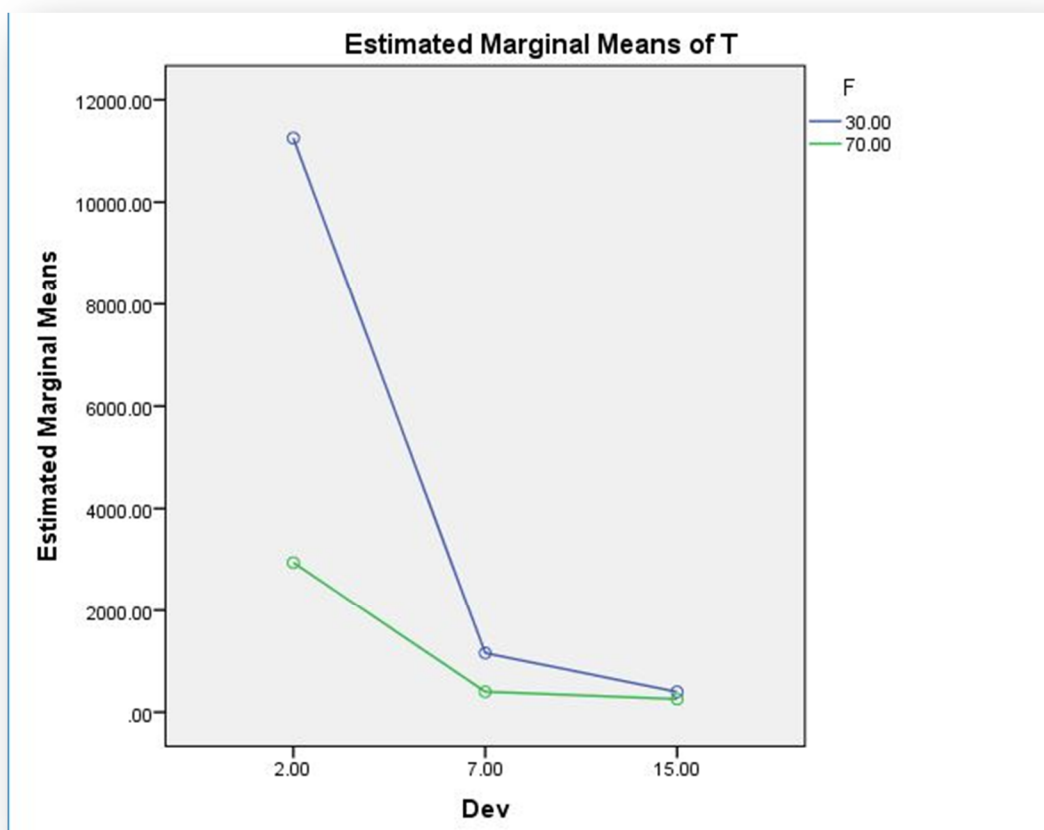
και την επίδραση του πλήθους εξαρτημάτων. Δηλαδή, η τιμή του πλήθους φαίνεται να επηρεάζει τη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης, ως επί το πλείστον για χαμηλές τιμές τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής.



Σχήμα 4.3: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων.

Η επίδραση της ηλικίας προληπτικής συντήρησης στο χρόνο μετάβασης σε steady state παρουσιάζεται μέσω του παρακάτω διαγράμματος (Σχήμα 4.4), επίσης σε συνάρτηση με την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής. Είναι εμφανές ότι στο χαμηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης (ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα $F=30\%$) το διάγραμμα λαμβάνει σταθερά αυξημένες τιμές σε σχέση με το υψηλό. Ακόμα και για τυπική απόκλιση στο υψηλό επίπεδο τιμών, όπου οι τιμές του χρόνου μετάβασης σε σταθερή κατάσταση για τα 2 επίπεδα τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης φαίνεται να μην απέχουν πολύ στο σχήμα, συμπεραίνουμε από τις τιμές του πίνακα 4.2 ότι είναι σταθερά αυξημένες για το χαμηλό επίπεδο τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F). Αυτό ίσως μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι η τυπική απόκλιση της truncated κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων μειώνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού F , καθώς επίσης και στο ότι μείωση του

ποσοστού αυτού συνεπάγεται και ταυτόχρονες αντικαταστάσεις εξαρτημάτων για περισσότερους κύκλους λειτουργίας.

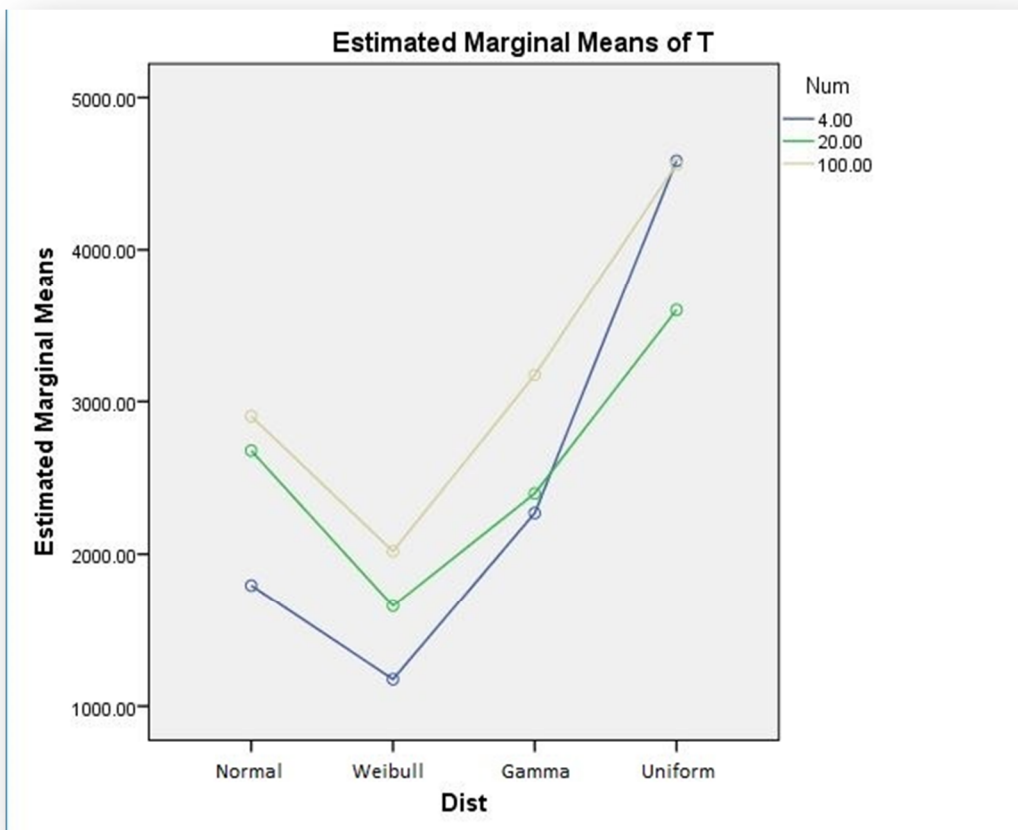


Σχήμα 4.4: Χρόνος μετάβασης σε *steady state* συναρτήσει τυπικής απόκλισης και ποσοστού F , μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα.

Τέλος, παρατίθενται στο Σχήμα 4.5 οι μέσες τιμές του χρόνου που χρειάστηκε να λειτουργήσει το σύστημα προκειμένου να μεταβεί σε σταθερή κατάσταση συναρτήσει του τύπου της αρχικής κατανομής (όχι των παραμέτρων της) και του πλήθους εξαρτημάτων. Το διάγραμμα αυτό παρουσιάζει ενδιαφέρον γιατί ουσιαστικά ορίζει ότι, αν η αρχική κατανομή έχει μία ορισμένη μορφή (π.χ. Weibull), το σύστημα σταθεροποιείται πολύ συντομότερα σε σχέση με το χρόνο που απαιτείται για μία άλλη μορφή κατανομής χρόνου ζωής (π.χ. ομοιόμορφη).

Τα δεδομένα του συγκεκριμένου διαγράμματος σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η μεταβλητότητα κατανέμεται διαφορετικά στις διάφορες καμπύλες πυκνότητας πιθανότητας, οδήγησαν στην υπόθεση ότι οι μεταβολές στη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης ίσως δεν οφείλονται τόσο στη μορφή της κατανομής, όσο στη μεταβλητότητα της truncated κατανομής η οποία προκύπτει - αντικαθιστώντας τις τιμές τις μεγαλύτερες από την ηλικία προληπτικής

συντήρησης κάθε προσομοίωσης με την τιμή της ηλικίας αυτής - και την οποία ακολουθεί τελικά ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων.



Σχήμα 4.5: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει της αρχικής κατανομής και του πλήθους εξαρτημάτων.

Η μεταβλητότητα της κατανομής που προκύπτει από κάποια Weibull με ορισμένη μέση τιμή και μεταβλητότητα, αντικαθιστώντας όλες τις τιμές που είναι μεγαλύτερες από την τιμή x -στην οποία η αθροιστική της κατανομής είναι π.χ. 30% - με την τιμή x , είναι γενικά μεγαλύτερη από τη μεταβλητότητα της κατανομής που προκύπτει αν ακολουθηθεί η ίδια διαδικασία για μία ομοιόμορφη κατανομή με την ίδια μέση τιμή και μεταβλητότητα.

Για το λόγο, αυτό θεωρήθηκε χρήσιμο να πραγματοποιηθεί μία ακόμη ανάλυση μεταβλητότητας, αντικαθιστώντας τις τιμές της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα με την τυπική απόκλιση της truncated κατανομής που προκύπτει, η οποία ούτως ή άλλως είναι συνάρτηση των 2 παραπάνω μεταβλητών.

Συνολικά μελετήθηκαν 4 διαφορετικές κατανομές, με 3 επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης και 2 επίπεδα τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

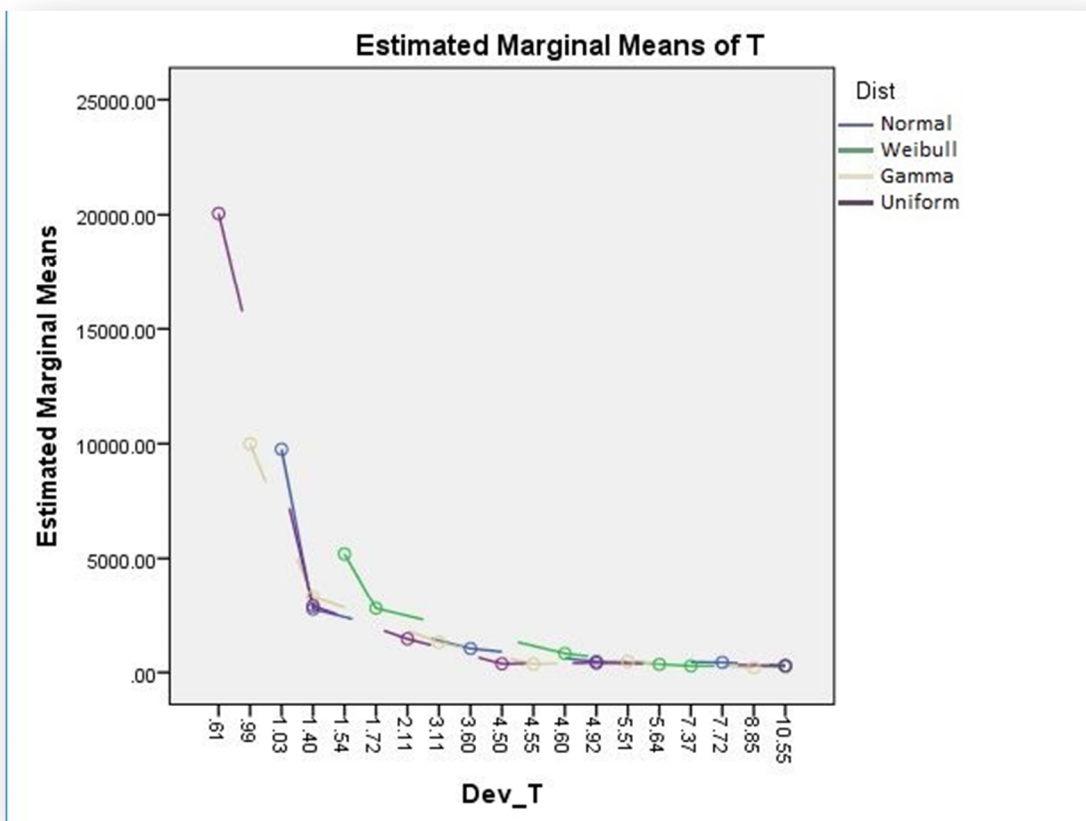
σύστημα για κάθε μία. Επομένως, βάσει των παραπάνω, δημιουργούνται 24 truncated κατανομές και ο παράγοντας της τυπικής απόκλισης των κατανομών αυτών πρέπει να έχει 23 βαθμούς ελευθερίας κατά την εφαρμογή της ANOVA. Αυτό περιορίζει τους βαθμούς ελευθερίας του σφάλματος και καθιστά αδύνατη την ανάλυση μεταβλητότητας. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό, έχει θεωρηθεί ίδια τυπική απόκλιση μεταξύ truncated κατανομών των οποίων η πραγματική τυπική απόκλιση διαφέρει λιγότερο από 0.5%, περιορίζοντας τους βαθμούς ελευθερίας της τυπικής απόκλισης σε 18. Τα αποτελέσματα της εν λόγω προσεγγιστικής ανάλυσης παρατίθενται στον πίνακα 4.2 και επιβεβαιώνουν σε μεγάλο βαθμό την παραπάνω υπόθεση. Συγκεκριμένα το p-value της κύριας επίδρασης της αρχικής κατανομής (sig(Dist)) είναι μεγαλύτερο από 92% υποδεικνύοντας τη μη εξάρτηση του αποτελέσματος από αυτήν. Επιπλέον οι τιμές p-value των αλληλεπιδράσεων 2^{ης} τάξης της κατανομής παρουσιάζουν ελάχιστη τιμή 0.986 με επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$. Η μεταβλητή Dev_T περιέχει τις τιμές των τυπικών αποκλίσεων της εκάστοτε truncated κατανομής που προκύπτει από την αρχική τυπική απόκλιση και το ποσοστό F.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: T					
Source	Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	15178497891.787 ^a	71	213781660.448	19.797	.000
Intercept	6092261016.437	1	6092261016.437	564.168	.000
Dist	5031096.025	3	1677032.008	.155	.926
Num	67363643.977	2	33681821.988	3.119	.045
Dev_T	13953114557.935	18	775173030.996	71.784	.000
Dist * Num	939901.722	6	156650.287	.015	1.000
Dist * Dev_T	305804.229	2	152902.114	.014	.986
Num * Dev_T	440539455.995	36	12237207.111	1.133	.275
Dist * Num * Dev_T	314759.297	4	78689.824	.007	1.000
Error	6997537924.632	648	10798669.637		
Total	27560071787.949	720			
Corrected Total	22176035816.419	719			
a. R Squared = .684 (Adjusted R Squared = .650)					

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα προσεγγιστικής ANOVA για το χρόνο μετάβασης σε steady state.

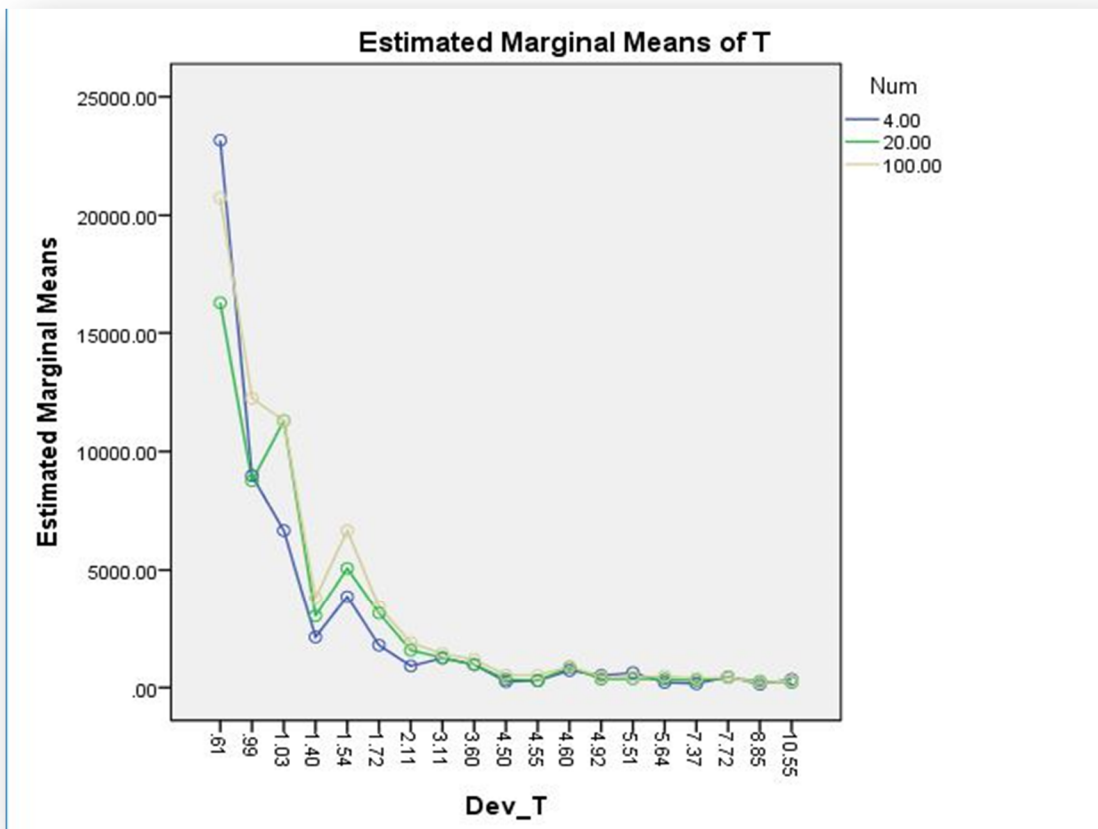
Το Σχήμα 4.6 περιέχει τα διαγράμματα χρόνου μετάβασης σε steady state συναρτήσει της τυπικής απόκλισης της truncated κατανομής και της μορφής της αρχικής κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων. Είναι εμφανές μέσω του διαγράμματος αυτού, ότι η επίδραση

της μορφής της κατανομής είναι αμελητέα και η μείωση των τιμών του T οφείλεται μόνο στην αύξηση της τυπικής απόκλισης. Αυτό βέβαια δε σημαίνει πως η επίδραση της κατανομής είναι εντελώς ασήμαντη, αφού επηρεάζει άμεσα την τυπική απόκλιση της truncated κατανομής που προκύπτει, όπως φαίνεται από την προηγούμενη ανάλυση και συνεπώς επηρεάζει έμμεσα και το χρόνο μετάβασης σε steady state.



Σχήμα 4.6: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει της τυπικής απόκλισης των truncated κατανομών και της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής των εξαρτημάτων.

Η εξάρτηση του χρόνου T από το πλήθος των εξαρτημάτων σε συνάρτηση με την τυπική απόκλιση της truncated κατανομής φαίνεται στο Σχήμα 4.7. Από τα δεδομένα του σχήματος συμπεραίνουμε πως η τιμή του πλήθους εξαρτημάτων επηρεάζει το χρόνο μετάβασης σε steady state περισσότερο για κατανομές με μικρή μεταβλητότητα. Εξαιρώντας τις τιμές της Dev_T που προέκυψαν από το χαμηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής και αναλύοντας τη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων εκ νέου, η τιμή p-value της κύριας επίδρασης του πλήθους, παρόλο που προέκυψε αυξημένη, παρέμεινε στα όρια του επιπέδου σημαντικότητας $\alpha=5\%$.



Σχήμα 4.7: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει της τυπικής απόκλισης της truncated κατανομής και του πλήθους εξαρτημάτων

Ωστόσο, αναλύοντας τα δεδομένα μόνο για το υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης, δηλαδή για τις κατανομές με συντελεστή μεταβλητότητας CV=30%, καμία εκ των επιδράσεων και αλληλεπιδράσεων του πλήθους εξαρτημάτων δεν προέκυψε στατιστικά σημαντική, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα (4.4). Το ίδιο συμπέρασμα θα μπορούσε να εξαχθεί προσεγγιστικά και από το διάγραμμα του Σχήματος 4.3, όπου τα 3 σημεία που προκύπτουν για τα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων, ταυτίζονται πρακτικά στο υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: T					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	3228058.490 ^a	23	140350.369	1.667	.033
Intercept	25051760.574	1	25051760.574	297.470	.000
Num	164311.802	2	82155.901	.976	.379
Dist	28995.983	2	14497.992	.172	.842
Dev_T	1546120.435	4	386530.109	4.590	.001
Num * Dist	48800.173	4	12200.043	.145	.965
Num * Dev_T	986830.192	8	123353.774	1.465	.172
Dist * Dev_T	0.000	0			
Num * Dist *	0.000	0			
Error	18190645.664	216	84215.952		
Total	47070397.334	240			
Corrected Total	21418704.154	239			

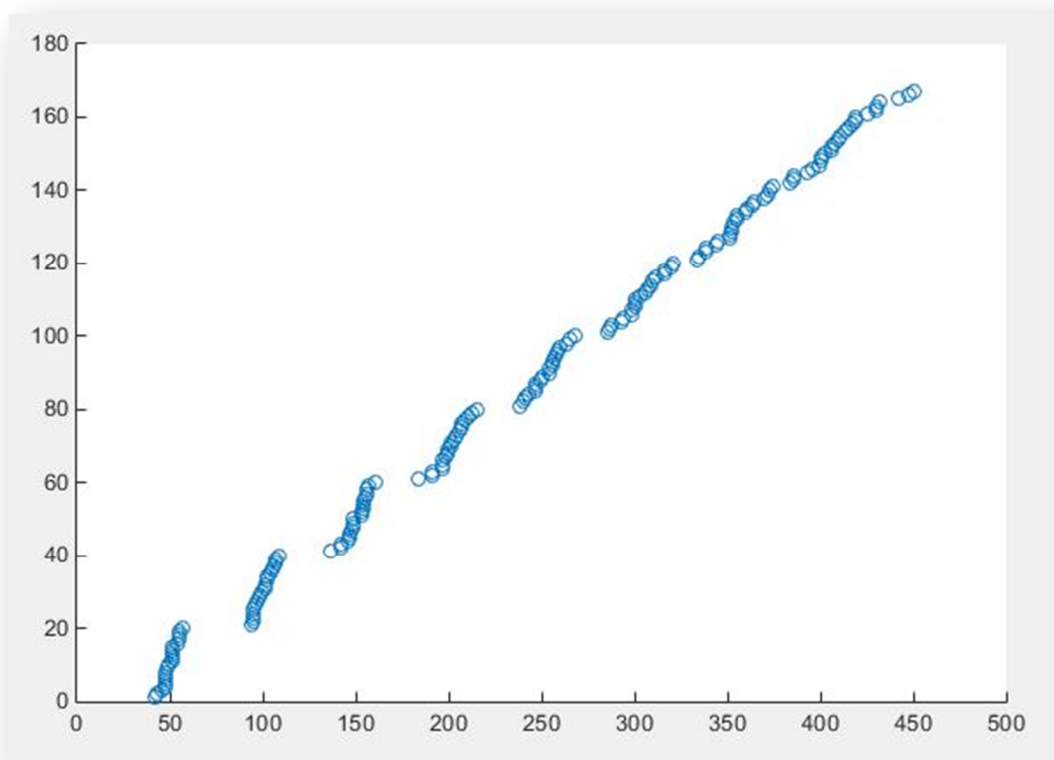
a. R Squared = .151 (Adjusted R Squared = .060)

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα ANOVA για επίπεδα τιμών της Dev_T που προκύπτουν από το υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης

Επομένως, βάσει όλων των παραπάνω, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης κατά το πέρας της οποίας το σύστημα λειτουργεί πλέον σε steady state, είναι συνάρτηση της τυπικής απόκλισης της truncated κατανομής που ακολουθεί ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων, του πλήθους εξαρτημάτων και της αλληλεπίδρασης μεταξύ των ίδιων 2 μεταβλητών, για συστήματα αποτελούμενα από εξαρτήματα των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί κάποια κατανομή με λόγο μεταβλητότητας $CV < \alpha$, όπου βάσει των επιπέδων τιμών που μελετήθηκαν, $\alpha \in (0.14, 0.3)$, για τα δεδομένα επίπεδα τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης. Συγκεκριμένα, δεδομένης της συνθήκης αυτής, η μεταβατική κατάσταση καθίσταται συντομότερη με αύξηση της τυπικής απόκλισης και μείωση του πλήθους εξαρτημάτων. Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί πρακτικά, αν θεωρήσουμε ότι η μικρή μεταβλητότητα των τιμών είναι ένα «μέτρο αντίστασης», το οποίο απαιτείται να ξεπεραστεί προκειμένου το εκάστοτε σύστημα να μεταβεί σε κατάσταση σταθερής λειτουργίας και το οποίο είναι προσασυζημένο κατά έναν συντελεστή, ανάλογο του πλήθους εξαρτημάτων. Παραδείγματος χάριν, αν η μέση τιμή της αρχικής κατανομής είναι M και η τυπική της απόκλιση σ με $\sigma \ll M$, τότε οι πρώτες N επεμβάσεις στο σύστημα, όπου N ο αριθμός του πλήθους εξαρτημάτων, θα πραγματοποιηθούν σε χρονικό διάστημα με μέσο την τιμή M και τυπική απόκλιση σ . Ακολούθως, οι επόμενες N επεμβάσεις θα πραγματοποιηθούν σε διάστημα με μέσον $2M$ και τυπική απόκλιση $> \sigma$, λόγω στοχαστικότητας στους χρόνους εμφάνισης αστοχιών. Αυτή η διαδικασία θα συνεχιστεί μέχρις ότου οι κατανομές των N χρόνων

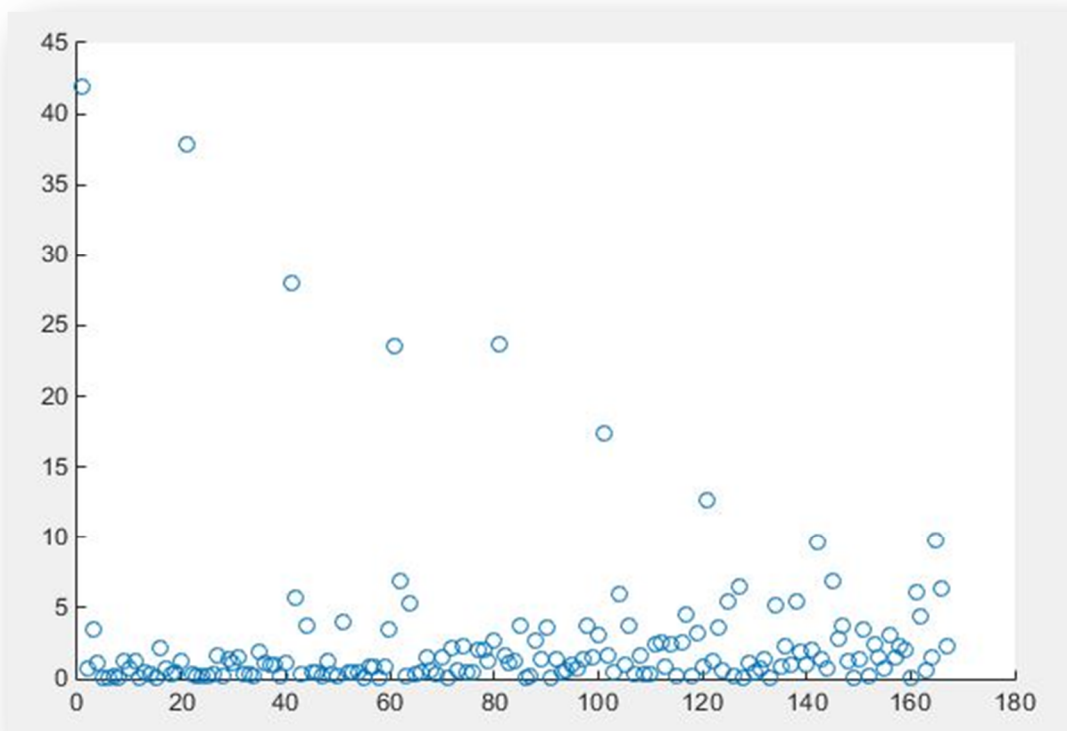
επέμβασης στο σύστημα σε 2 χρονικά διαστήματα με μέσες τιμές kM και $(k+1)M$, $k \in \mathbb{Z}$, συμπέσουν σε μία κοινή κατανομή, σηματοδοτώντας τη μετάβαση σε μία στοχαστικά σταθερή κατάσταση.

Στο Σχήμα 4.8 παρουσιάζονται οι χρόνοι στους οποίους χρειάστηκε να γίνει κάποια αντικατάσταση κατά τη λειτουργία συστήματος αποτελούμενου από 20 εξαρτήματα των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 και λόγο μεταβλητότητας 10%, ενώ ακολουθείται πολιτική RTF. Όπως ήταν αναμενόμενο οι πρώτες 20 επεμβάσεις στο σύστημα συνέβησαν σε χρόνους με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 5, ενώ οι επόμενες 20 σε χρόνους με μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση > 5 . Στους συνολικά 8 κύκλους λειτουργίας του συστήματος που φαίνονται στο σχήμα, παρόλο που παρατηρείται αύξηση στην τυπική απόκλιση, υπάρχει σαφής διακριτοποίηση μεταξύ των κύκλων και το σύστημα θεωρείται ότι δε λειτουργεί σε steady state.



Σχήμα 4.8: Χρόνοι βλαβών / αντικαταστάσεων σε σύστημα αποτελούμενο από 20 εξαρτήματα.

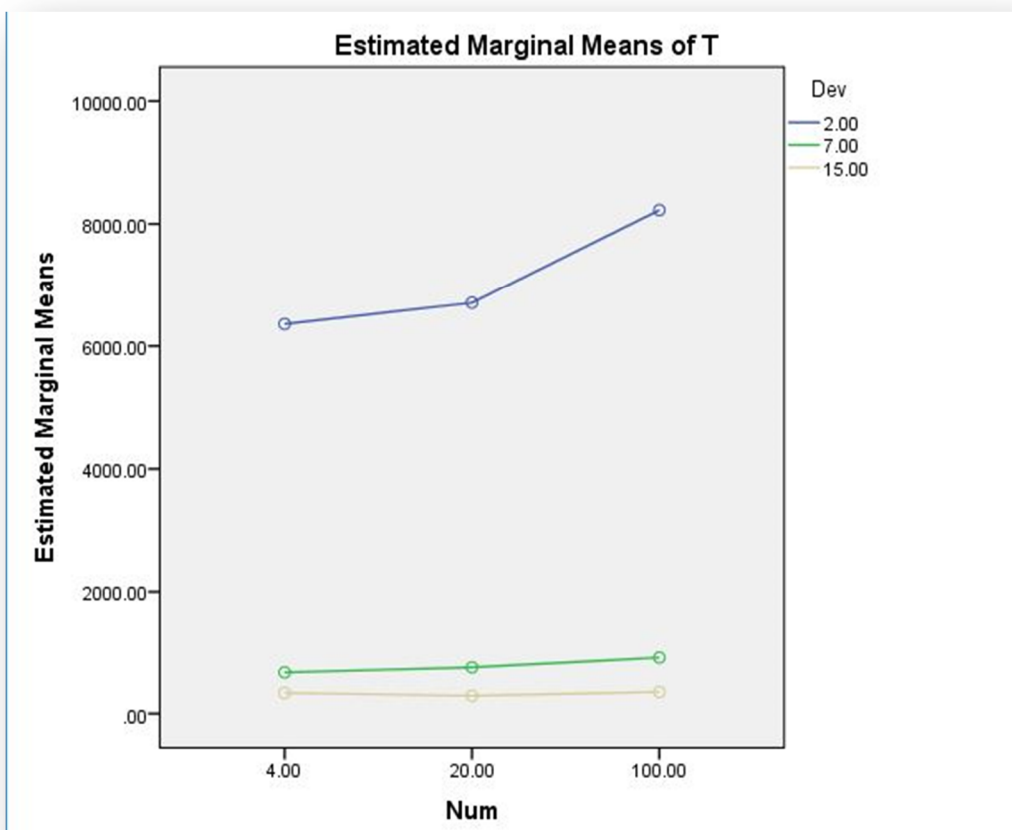
Το Σχήμα 4.9 περιέχει τους χρόνους μεταξύ αντικαταστάσεων στο σύστημα, δηλαδή τις διαφορές των τιμών του παραπάνω Σχήματος (4.8). Είναι εμφανές ότι μεταξύ των κύκλων (πολλαπλάσια του 20) μεσολαβεί ένα δυσανάλογα μεγάλο χρονικό διάστημα, κατά το οποίο δεν εμφανίζεται βλάβη και επομένως τα δεδομένα των χρόνων μεταξύ επεμβάσεων στο σύστημα δεν προσαρμόζονται σε κάποια κατανομή.



Σχήμα 4.9: Χρόνοι μεταξύ βλαβών / αντικαταστάσεων σε σύστημα αποτελούμενο από 20 εξαρτήματα.

Βάσει των αποτελεσμάτων της τελευταίας ανάλυσης μεταβλητότητας (Πίνακας 4.4), η επίδραση του φαινομένου που περιγράφεται παραπάνω ελαχιστοποιείται και μπορεί να αγνοηθεί, αν ο λόγος μεταβλητότητας (CV) της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων έχει τιμή μεγαλύτερη της a . Στην περίπτωση αυτή μπορεί να υποθεθεί ότι το σύστημα πρακτικά λειτουργεί σε steady state εξ' αρχής, αφού σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα 4.2, απαιτήθηκαν για όλους τους συνδυασμούς λιγότεροι από 10 κύκλοι λειτουργίας για σταθεροποίηση του συστήματος, έναντι κάποιων εκατοντάδων για αρχικές κατανομές με μικρό λόγο μεταβλητότητας.

Στο Σχήμα 4.10 φαίνεται η επίδραση του πλήθους των εξαρτημάτων στη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης για κάθε ένα από τα 3 επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης που μελετήθηκαν. Το διάγραμμα προέρχεται από τα ίδια δεδομένα (Πίνακας 4.2).



Σχήμα 4.10: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής.

4.2. Επίδραση παραμέτρων στην τελική κατανομή

4.2.1. Επίδραση στο βαθμό προσαρμογής σε εκθετική κατανομή

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας των δεδομένων, έχοντας θέσει ως ανεξάρτητη τη δυαδική μεταβλητή H , που ορίζει αποδοχή ή απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή και ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις εξής:

- I. Κατανομή (Dist)
- II. Τυπική απόκλιση (Dev)
- III. Ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F)
- IV. Πλήθος εξαρτημάτων (Num)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Για τον έλεγχο καλής προσαρμογής (Goodness of fit) των δεδομένων σε εκθετική κατανομή εφαρμόζεται στατιστικός έλεγχος χ^2 . Το αποτέλεσμα που λαμβάνεται ως έξοδος του κώδικα προσομοίωσης για τη μεταβλητή H είναι: $H=0$ αν η πιθανότητα εμφάνισης των εκάστοτε δεδομένων είναι μεγαλύτερη του 5%, ενώ ισχύει η υπόθεση προσαρμογής σε εκθετική κατανομή και $H=1$ αν η ίδια πιθανότητα είναι μικρότερη του 5%, υποδεικνύοντας απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης. Οι μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό τιμών παρατίθενται στον πίνακα 4.6.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας παρατίθενται στον πίνακα 4.5. Οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις που ορίζονται στην πρώτη στήλη του πίνακα θεωρείται ότι ασκούν στατιστικά σημαντική επιρροή στην τιμή της H, αν η αντίστοιχη τιμή της στήλης sig (significance) είναι μικρότερη από το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ (0.05).

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: H					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	119.350 ^a	71	1.681	18.338	.000
Intercept	211.250	1	211.250	2304.545	.000
Dist	.317	3	.106	1.152	.328
Num	85.258	2	42.629	465.045	.000
Dev	4.633	2	2.317	25.273	.000
F	9.339	1	9.339	101.879	.000
Dist * Num	.442	6	.074	.803	.568
Dist * Dev	1.167	6	.194	2.121	.049
Dist * F	.228	3	.076	.828	.479
Num * Dev	7.033	4	1.758	19.182	.000
Num * F	5.203	2	2.601	28.379	.000
Dev * F	.278	2	.139	1.515	.221
Dist * Num * Dev	1.800	12	.150	1.636	.077
Dist * Num * F	.697	6	.116	1.268	.270
Dist * Dev * F	.856	6	.143	1.556	.158
Num * Dev * F	.406	4	.101	1.106	.353
Dist * Num * Dev * F	1.694	12	.141	1.540	.105
Error	59.400	648	.092		
Total	390.000	720			
Corrected Total	178.750	719			

a. R Squared = .668 (Adjusted R Squared = .631)

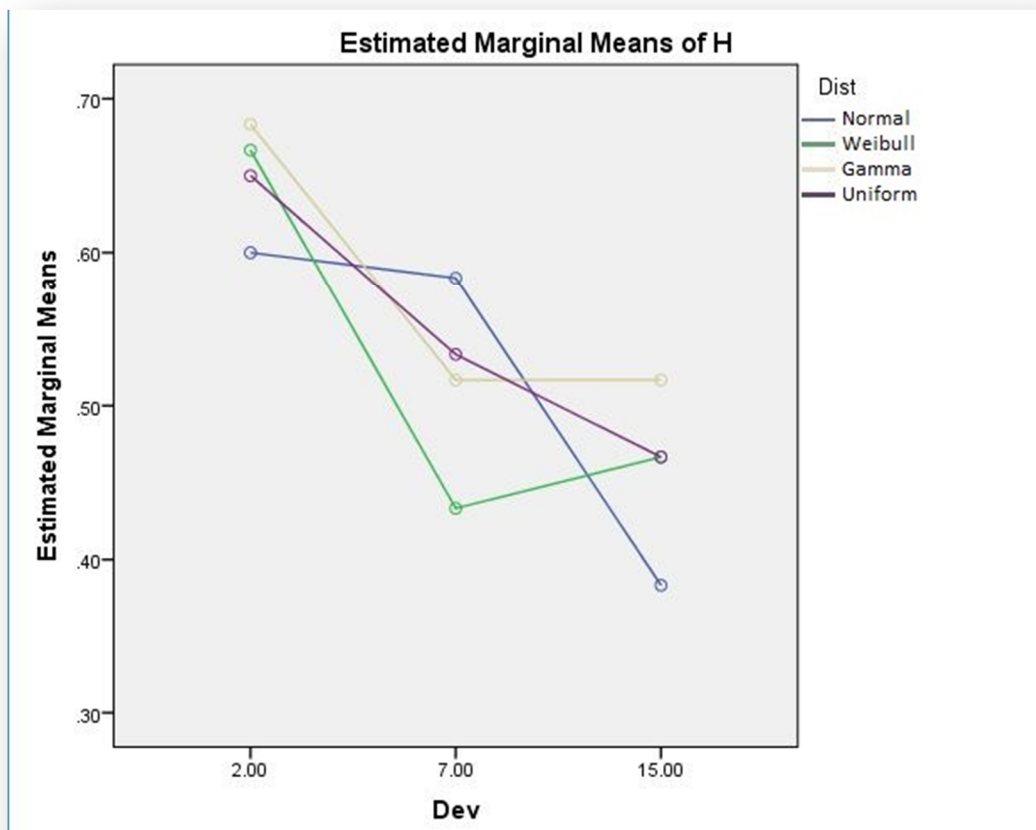
Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα ANOVA για τη δυαδική μεταβλητή H.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Descriptive Statistics															
Dependent Variable: H															
Dist	Num	Dev	F	Mean(H)	Std. Deviation	N		Dist	Num	Dev	F	Mean(H)	Std. Deviation	N	
N o r m a l	4	2	30	1	0	10	G a m m a	4	2	30	1	0	10		
			70	1	0	10				70	1	0	10		
		7	30	1	0	10			7	30	1	0	10		
			70	1	0	10				70	1	0	10		
		15	30	1	0	10			15	30	1	0	10		
			70	1	0	10				70	1	0	10		
	20	2	30	0.9	0.31623	10		20	2	30	0.8	0.42164	10		
			70	0.4	0.5164	10				70	0.7	0.48305	10		
		7	30	1	0	10			7	30	0.6	0.5164	10		
			70	0.1	0.31623	10				70	0.1	0.31623	10		
		15	30	0.2	0.42164	10			15	30	0.5	0.52705	10		
			70	0	0	10				70	0.1	0.31623	10		
	100	2	30	0.3	0.48305	10		100	2	30	0.5	0.52705	10		
			70	0	0	10				70	0.1	0.31623	10		
		7	30	0.4	0.5164	10			7	30	0.4	0.5164	10		
			70	0	0	10				70	0	0	10		
		15	30	0.1	0.31623	10			15	30	0.5	0.52705	10		
			70	0	0	10				70	0	0	10		
	W e i b u l l	4	2	30	1	0		10	U n i f o r m	4	2	30	1	0	10
				70	1	0		10				70	1	0	10
			7	30	1	0		10			7	30	1	0	10
				70	1	0		10				70	1	0	10
			15	30	1	0		10			15	30	1	0	10
				70	1	0		10				70	1	0	10
20		2	30	1	0	10	20	2		30	0.9	0.31623	10		
			70	0.6	0.5164	10				70	0.7	0.48305	10		
		7	30	0.2	0.42164	10		7		30	0.8	0.42164	10		
			70	0.1	0.31623	10				70	0.2	0.42164	10		
		15	30	0.6	0.5164	10		15		30	0.4	0.5164	10		
			70	0	0	10				70	0	0	10		
100		2	30	0.3	0.48305	10	100	2		30	0.3	0.48305	10		
			70	0.1	0.31623	10				70	0	0	10		
		7	30	0.3	0.48305	10		7		30	0.2	0.42164	10		
			70	0	0	10				70	0	0	10		
		15	30	0.1	0.31623	10		15		30	0.3	0.48305	10		
			70	0.1	0.31623	10				70	0.1	0.31623	10		

Πίνακας 4.6: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις της δυαδικής μεταβλητής H για τις 10 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

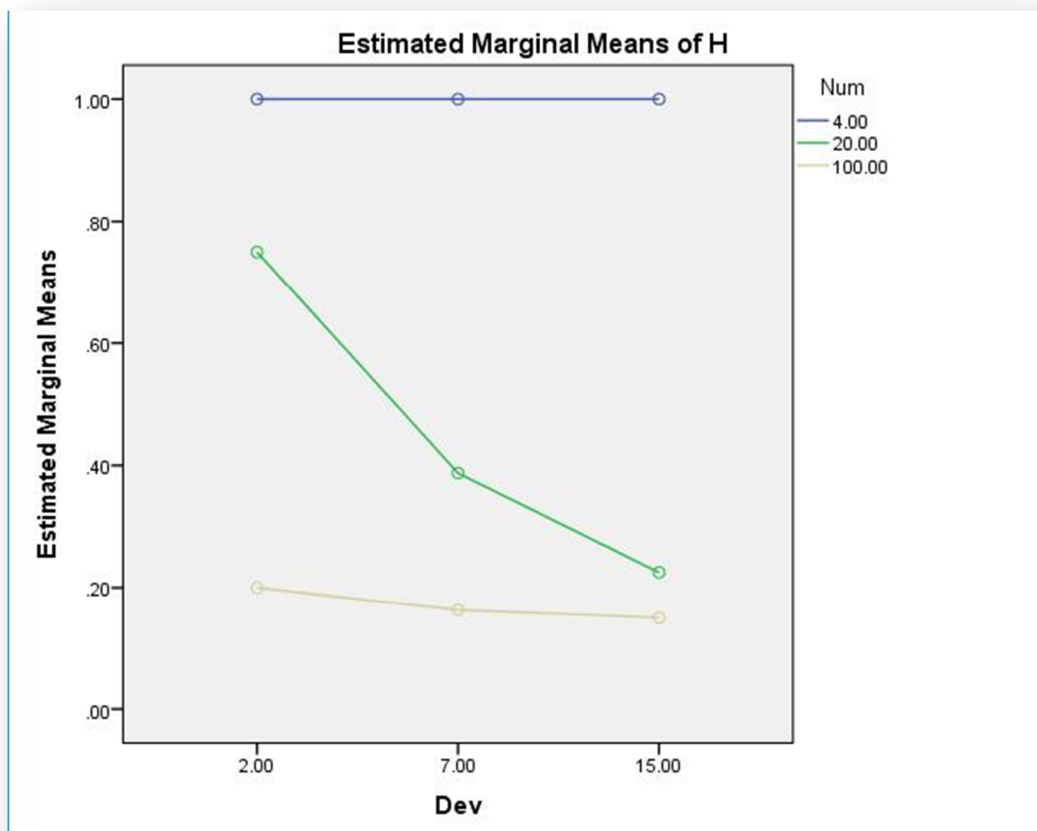
Παρακάτω παρουσιάζεται μία οπτικοποίηση των επιδράσεων των παραμέτρων στη μέση τιμή της H (κάθετος άξονας) με τον οριζόντιο άξονα να περιέχει τις τιμές των τυπικών αποκλίσεων των αρχικών κατανομών των προσομοιώσεων.



Σχήμα 4.11: Μέσες τιμές της H συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και της αρχικής κατανομής.

Στο Σχήμα 4.11 φαίνεται η μεταβολή της μέσης τιμής της H σε συνάρτηση με την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής των εξαρτημάτων για κάθε μία από τις 4 κατανομές που μελετήθηκαν. Υπενθυμίζεται ότι η H λαμβάνει μόνο τις τιμές 0 ή 1 για αποδοχή ή απόρριψη αντίστοιχα της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή. Οι δεκαδικές τιμές που εμφανίζονται στο συγκεκριμένο διάγραμμα, όπως και στα επόμενα, αφορούν μέσες τιμές της H για συνδυασμούς επιπέδων τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών. Είναι εμφανές ότι οι μεταβολές της H που εμφανίζονται στο συγκεκριμένο διάγραμμα, οφείλονται κατά κύριο λόγο στις μεταβολές της τυπικής απόκλισης και δεν εξαρτώνται τόσο από την κατανομή. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει άλλωστε και από τα δεδομένα του πίνακα 4.4: [$\text{sig}(\text{Dist})=0.328 > 0.05$]. Πρακτικά η κλίση του διαγράμματος ερμηνεύεται ως αύξηση της

πιθανότητας αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης με παράλληλη αύξηση της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής.

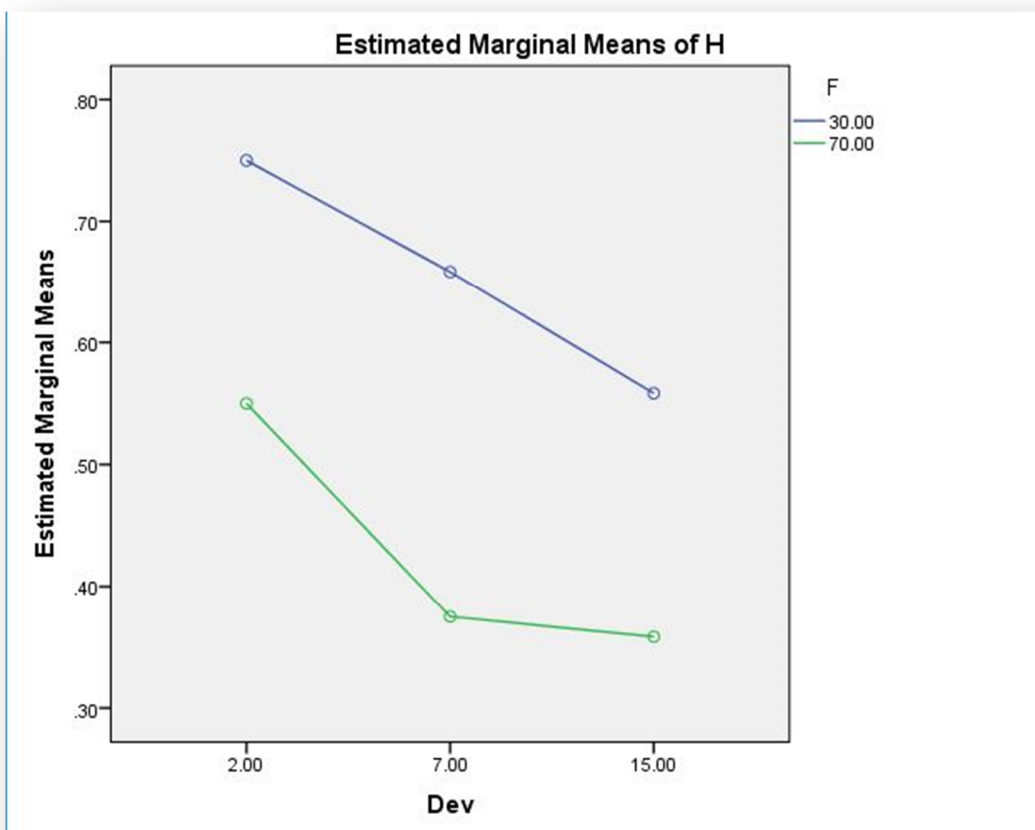


Σχήμα 4.12: Μεταβολές της H συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων

Από το διάγραμμα του Σχήματος 4.12 συμπεραίνουμε ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για πλήθος εξαρτημάτων $N=4$ δεν προσαρμόζονται στην εκθετική κατανομή, αφού ο έλεγχος προσαρμογής χ^2 απέρριψε τη μηδενική υπόθεση ανεξάρτητα από όλα τα άλλα επίπεδα τιμών ($H=1$). Δηλαδή η πιθανότητα να προκύψουν οι δεδομένες τιμές ενώ ισχύει η H_0 υπολογίστηκε $<5\%$ για όλες τις προσομοιώσεις με αυτό το πλήθος εξαρτημάτων. Στην πραγματικότητα, όπως θα δούμε παρακάτω, τα p -values των συγκεκριμένων ελέγχων υπόθεσης είναι κατά μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερα του 0.05, επιτρέποντάς μας να συμπεράνουμε με ακρίβεια ότι οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών βλαβών δεν οδηγούνται σε εκθετική κατανομή για το δεδομένο επίπεδο τιμών του πλήθους. (Ο παραπάνω ισχυρισμός επαληθεύεται εν μέρει και σχηματικά μέσω του ιστογράμματος του Σχήματος 2.3 του Κεφαλαίου 2)

Για τα άλλα 2 επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων, οι προσομοιώσεις κατέληξαν σε ένα ποσοστό αποδοχών της H_0 το οποίο φαίνεται να αυξάνεται (μείωση μέσης τιμής της H) με αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων και αύξηση της τυπικής απόκλισης της αρχικής

κατανομής. Επίσης τα αποτελέσματα του διαγράμματος φαίνεται να επιβεβαιώνουν τη στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων συμβαδίζοντας με τα δεδομένα του πίνακα 4.1 [sig(Dev*Num)=0.00<0.005].



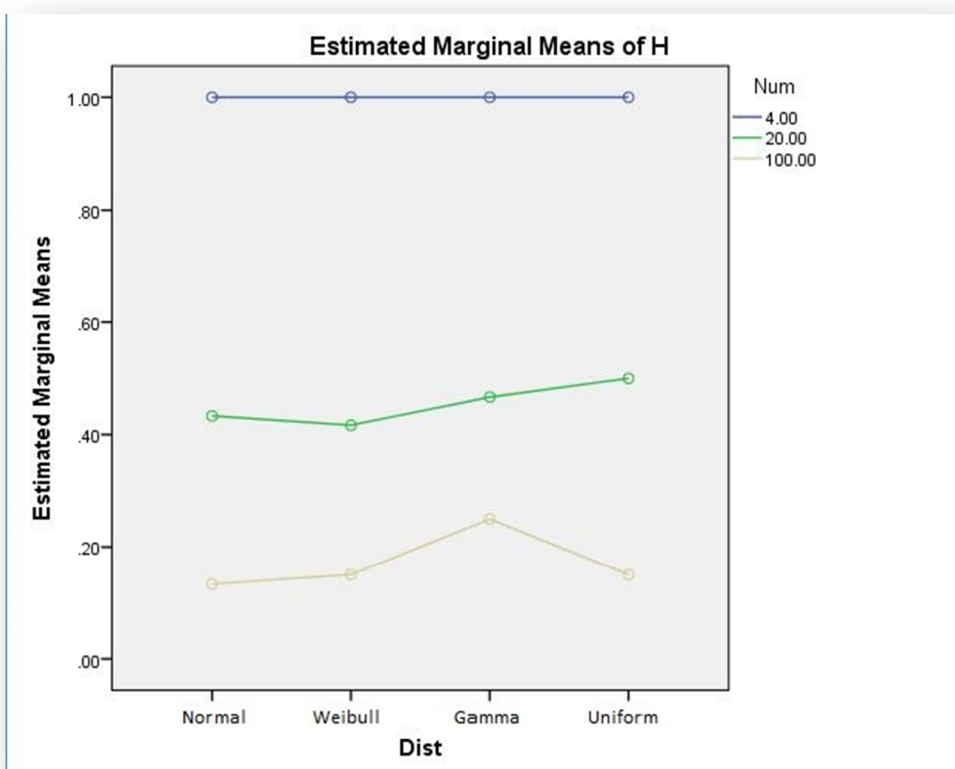
Σχήμα 4.13: Μεταβολές της H συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F)

Στο Σχήμα 4.13 φαίνεται η εξάρτηση της πιθανότητας αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής και του ποσοστού των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα, το οποίο είναι συνάρτηση της ηλικίας στην οποία ορίζεται η προληπτική συντήρηση.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων στην πραγματικότητα δεν ακολουθεί την αρχική κατανομή που ορίζεται αλλά μία truncated κατανομή της οποίας η τυπική απόκλιση δεν έχει τις τιμές που ορίζουν τα επίπεδα τιμών, αλλά μειώνεται σε συνάρτηση με το ποσοστό των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα. Δηλαδή η πραγματική τυπική απόκλιση της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων είναι συνάρτηση της τιμής όχι μόνο του εκάστοτε επιπέδου τιμών της τυπικής απόκλισης, αλλά και του αντίστοιχου επιπέδου τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα, για κάθε

συνδυασμό τιμών, γεγονός που δικαιολογεί τη διαφορά στο ποσοστό αποδοχής της H_0 συναρτήσει του ποσοστού F, αφού μπορεί να μεταφραστεί ως επιρροή της τυπικής απόκλισης της truncated κατανομής. Επιπρόσθετα, μείωση του ποσοστού F συνεπάγεται και μείωση της στοχαστικότητας των τιμών, αφού κατά μέσο όρο, ένα ποσοστό των τιμών που λαμβάνονται ως χρόνοι επέμβασης στο σύστημα ίσο με $100\% - F$, έχει καθορισμένη τιμή ίση με την ηλικία προληπτικής συντήρησης, γεγονός που ίσως οδηγεί τα δεδομένα σε αποκλίσεις από την εκθετική κατανομή. (Στο Κεφάλαιο 6 διερευνώνται αναλυτικά οι αποκλίσεις των δεδομένων από την εκθετική.)

Τέλος, στα Σχήματα 4.14 και 4.15 παρουσιάζεται η μεταβολή της μέσης τιμής της H συναρτήσει της αρχικής κατανομής και του πλήθους εξαρτημάτων, με τον οριζόντιο άξονα να περιέχει αντίστοιχα τις 2 μεταβλητές με τη σειρά που αναφέρθηκαν. Στα σχήματα αυτά φαίνεται η ισχυρή επίδραση του πλήθους εξαρτημάτων στην πιθανότητα αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης.

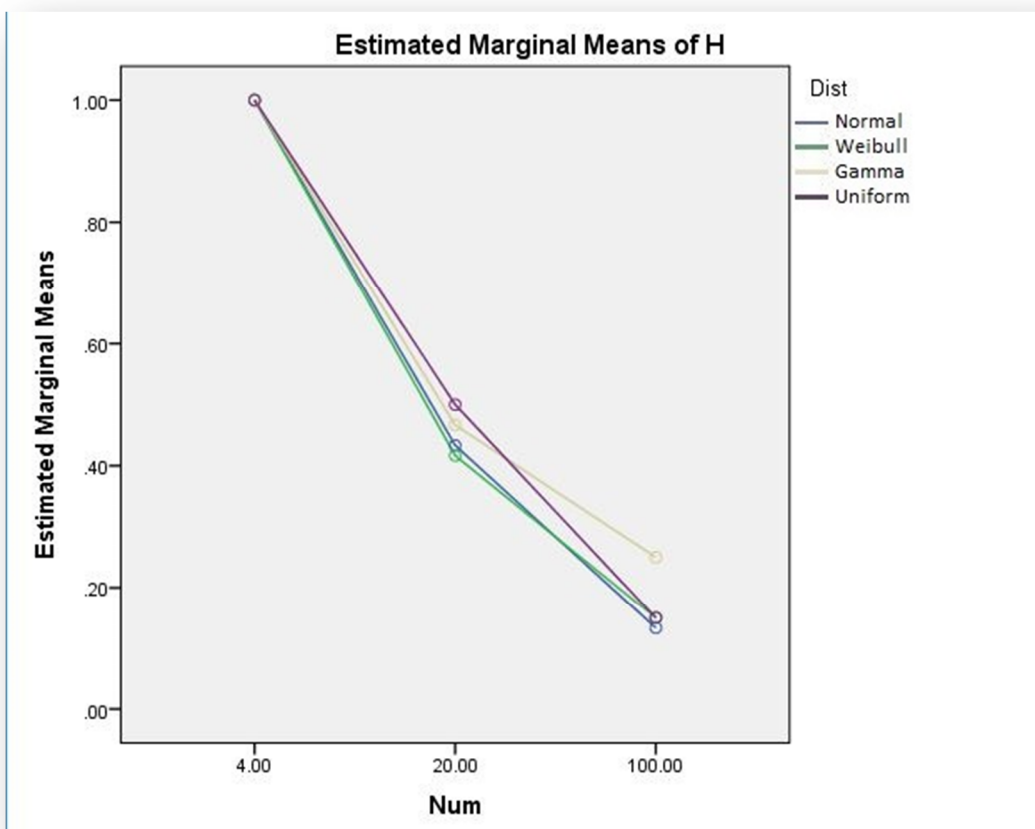


Σχήμα 4.14: Μεταβολές της H συναρτήσει της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής και του πλήθους εξαρτημάτων

Τόσο από τα Σχήματα 4.14 και 4.15, όσο και από τα δεδομένα του πίνακα 4.3($\text{sig}(\text{Dist})=0.328$) παρατηρείται ότι η αρχική κατανομή δεν ασκεί στατιστικώς σημαντική επιρροή στην τιμή της H. Ωστόσο, η αλληλεπίδραση 2^{ης} τάξης της αρχικής κατανομής με την

τυπική απόκλιση εμφανίζεται στα αποτελέσματα οριακά ως στατιστικά σημαντική. (sig(Dist*Dev)=0.49)

Θεωρώντας ότι η μορφή της αρχικής κατανομής δεν επηρεάζει γενικά την τιμή της H , μπορούμε να υποθέσουμε πως η συγκεκριμένη αλληλεπίδραση εμφανίζεται ως σημαντική λόγω της διαφοράς στην τυπική απόκλιση μεταξύ των κατανομών που προκύπτουν τελικά λόγω της προληπτικής συντήρησης ξεκινώντας από διαφορετικούς τύπους κατανομών με κοινή όμως μέση τιμή και τυπική απόκλιση. (Όπως αναλύεται στην προηγούμενη υποενότητα).



Σχήμα 4.15: Μεταβολές της H συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής.

Για το λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε ακόμη μία ανάλυση μεταβλητότητας για τα ίδια δεδομένα, αντικαθιστώντας όμως τα επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα με την τυπική απόκλιση της κατανομής που προκύπτει από το συνδυασμό τους, όπως αναλύεται στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον πίνακα 4.7:

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: H					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	83.107 ^a	47	1.768	20.747	.000
Intercept	116.419	1	116.419	1365.981	.000
Dist	.068	3	.034	.398	.672
Num	57.237	2	28.618	335.788	.000
Dev_T	9.353	18	.850	9.976	.000
Dist * Num	.081	4	.020	.239	.916
Dist * Dev_T	.006	1	.006	.067	.796
Num * Dev_T	8.259	22	.375	4.405	.000
Dist * Num * Dev_T	.016	2	.008	.092	.912
Error	36.818	432	.085		
Total	234.000	480			
Corrected Total	119.925	479			
a. R Squared = .693 (Adjusted R Squared = .660)					

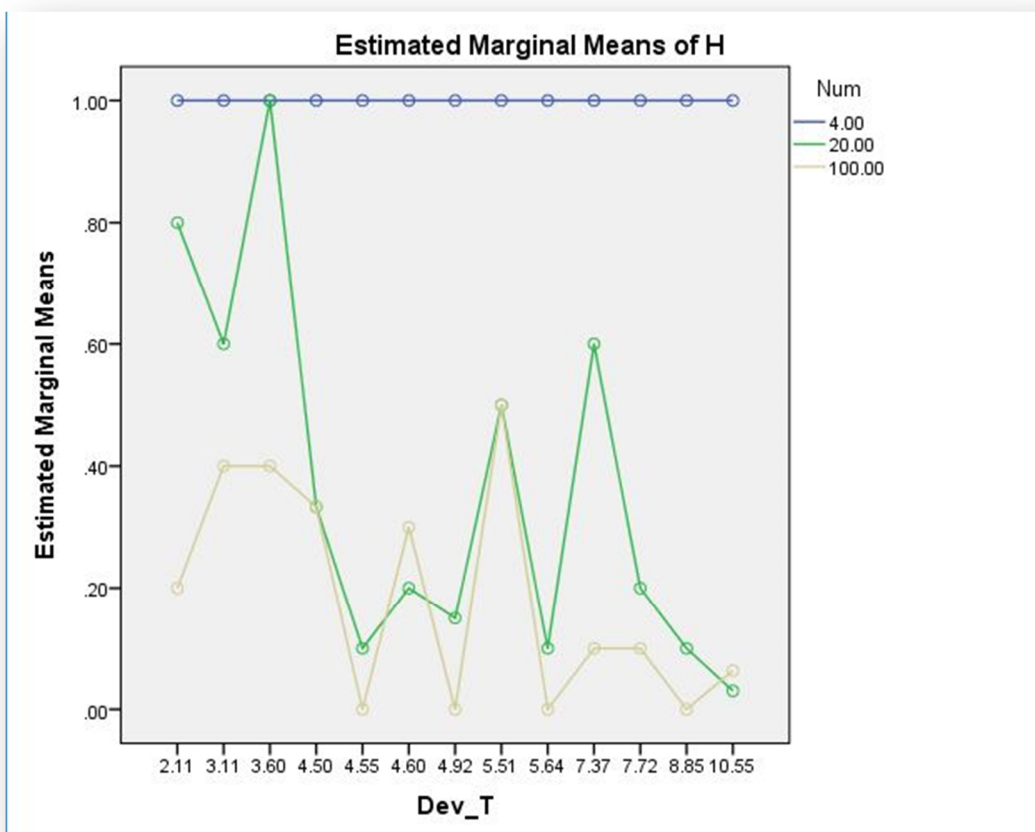
Πίνακας 4.7: Αποτελέσματα ANOVA για τη δυαδική μεταβλητή H

Σε αυτή την περίπτωση όλες οι επιδράσεις της αρχικής κατανομής (κύρια και δευτερεύουσες) δεν είναι στατιστικά σημαντικές.

Δηλαδή η πιθανότητα να γίνει αποδεκτή η υπόθεση προσαρμογής των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων στο σύστημα σε εκθετική κατανομή είναι συνάρτηση μόνο του πλήθους εξαρτημάτων, της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής και της ηλικίας στην οποία ορίζεται η προληπτική συντήρηση καθώς και των αλληλεπιδράσεων 2^{ης} τάξης των ίδιων μεταβλητών. Επιπρόσθετα και δεδομένου ότι η μεταβλητότητα της αρχικής κατανομής και το ποσοστό των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα είναι 2 παράμετροι που ορίζουν την τελική μεταβλητότητα της truncated κατανομής που ακολουθεί ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η πιθανότητα αποδοχής της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή είναι συνάρτηση μόνο της μεταβλητότητας της κατανομής αυτής και του πλήθους των εξαρτημάτων.

Βέβαια, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η μορφή της αρχικής κατανομής επηρεάζει επίσης άμεσα τη μεταβλητότητα της truncated κατανομής που προκύπτει και ως εκ τούτου η επίδρασή της στην πιθανότητα αποδοχής της H δε μπορεί να θεωρηθεί εντελώς ασήμαντη.

Στο Σχήμα 4.16 φαίνεται κατά πόσο έγινε αποδεκτή η μηδενική υπόθεση για τα διάφορα επίπεδα τυπικής απόκλισης των truncated κατανομών και πλήθους εξαρτημάτων.



Σχήμα 4.16: μέσος αριθμός απορρίψεων της μηδενικής υπόθεσης ($H=1$), ανά συνδυασμό τυπικής απόκλισης *truncated* κατανομής και πλήθους εξαρτημάτων.

Οι μέσες τιμές της H στο συγκεκριμένο διάγραμμα, λόγω του περιορισμένου αριθμού προσομοιώσεων ανά συνδυασμό (10), μπορούν να λάβουν τιμές από 0 έως 1 με βήμα 0.1. Παρόλα αυτά παρατηρείται ότι τα δεδομένα συγκλίνουν στην εκθετική κατανομή ($H=0$) όσο αυξάνεται το πλήθος εξαρτημάτων, για τα συγκεκριμένα επίπεδα τιμών. Όπως θα αναλυθεί σε επόμενα κεφάλαια, αυξάνοντας πολύ περισσότερο το πλήθος, τα δεδομένα θα συγκλίνουν στην εκθετική για κάποιους συνδυασμούς παραμέτρων, ενώ για άλλους θα αποκλίνουν.

4.2.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής.

Τα επίπεδα τιμών που ορίστηκαν για τη συγκεκριμένη ανάλυση είναι πανομοιότυπα με τα αντίστοιχα του προηγούμενου κεφαλαίου για κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή. Ως εξαρτημένη μεταβλητή έχει οριστεί η P , η οποία περιέχει τα p-values των ελέγχων χ^2 . Οι μέσες τιμές και οι

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό παραμέτρων παρατίθενται στον πίνακα 4.9. Ο πίνακας 4.8 περιέχει τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: P					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	37.080 ^a	71	.522	11.232	.000
Intercept	34.850	1	34.850	749.510	.000
Dist	.206	3	.069	1.477	.220
Num	21.931	2	10.965	235.829	.000
Dev	1.084	2	.542	11.659	.000
F	5.682	1	5.682	122.204	.000
Dist * Num	.155	6	.026	.555	.767
Dist * Dev	.186	6	.031	.666	.677
Dist * F	.066	3	.022	.473	.702
Num * Dev	2.410	4	.602	12.956	.000
Num * F	3.193	2	1.596	34.332	.000
Dev * F	.227	2	.114	2.445	.088
Dist * Num * Dev	.562	12	.047	1.007	.441
Dist * Num * F	.274	6	.046	.980	.437
Dist * Dev * F	.177	6	.029	.633	.704
Num * Dev * F	.337	4	.084	1.814	.124
Dist * Num * Dev * F	.592	12	.049	1.061	.391
Error	30.130	648	.046		
Total	102.060	720			
Corrected Total	67.210	719			

a. R Squared = .552 (Adjusted R Squared = .503)

Πίνακας 4.8: Αποτελέσματα ANOVA για τα p-value του ελέγχου χ^2

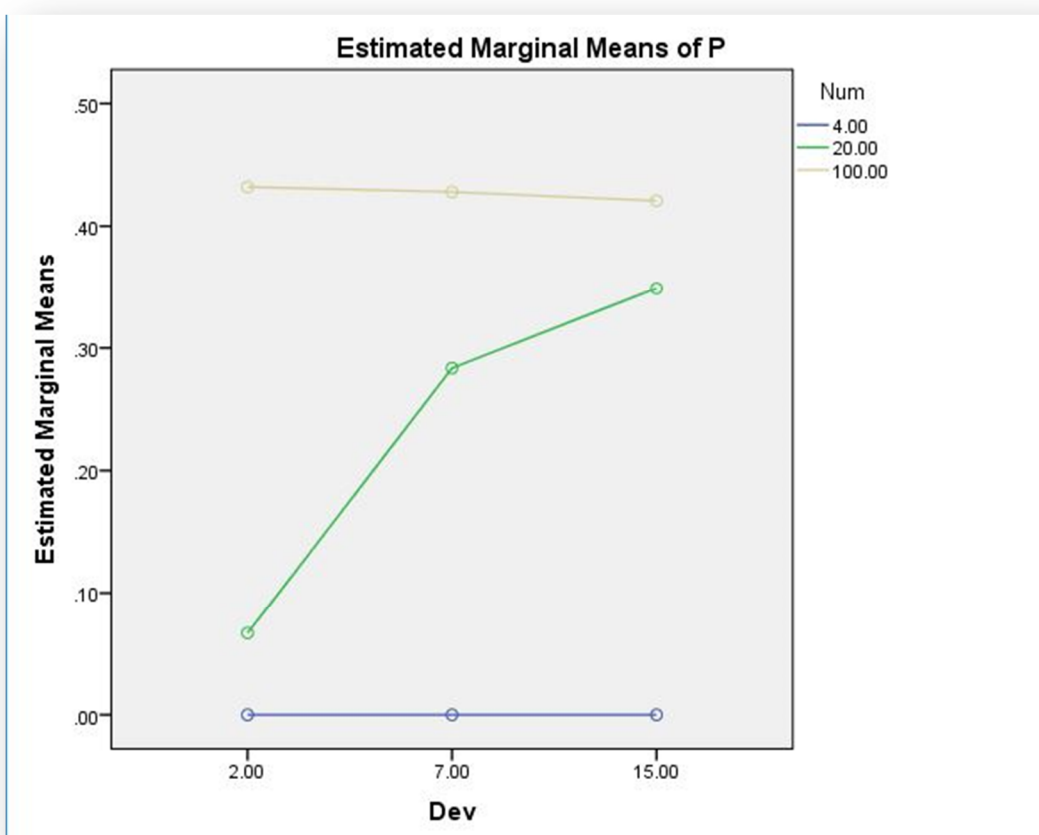
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Descriptive Statistics																		
Dependent Variable: P																		
Dist	Num	Dev	F	Mean(P)	Std. Deviation	N		Dist	Num	Dev	F	Mean(P)	Std. Deviation	N				
N o r m a l	4	2	30	0	0	10		G a m m a	4	2	30	0	0	10				
			70	0	0	10	70				0	0	10					
		7	30	0	0	10				7	30	0	0	10				
			70	0	0	10	70				0	0	10					
			15	30	0	0	10					15	30	0	0	10		
				70	0	0	10				70		0	0	10			
	20	2	30	0.0143	0.03217	10			20	2	30	0.0287	0.04913	10				
			70	0.1693	0.2428	10	70				0.0759	0.11788	10					
		7	30	0.0121	0.01547	10				7	30	0.0752	0.10751	10				
			70	0.5134	0.24951	10	70				0.3844	0.32075	10					
			15	30	0.2401	0.22569	10					15	30	0.2534	0.31688	10		
				70	0.5721	0.32993	10				70		0.2995	0.23999	10			
	100	2	30	0.251	0.31222	10			100	2	30	0.231	0.33847	10				
			70	0.5595	0.23866	10	70				0.4346	0.28406	10					
		7	30	0.2888	0.29117	10				7	30	0.1678	0.16105	10				
			70	0.6383	0.30202	10	70				0.5486	0.31987	10					
			15	30	0.3065	0.21525	10					15	30	0.2287	0.31431	10		
				70	0.5467	0.23626	10				70		0.7061	0.26945	10			
	W e i b u l l	4	2	30	0	0	10			U n i f o r m	4	2	30	0	0	10		
				70	0	0	10		70				0	0	10			
			7	30	0	0	10					7	30	0	0	10		
				70	0	0	10		70				0	0	10			
				15	30	0	0		10					15	30	0	0	10
					70	0	0		10				70		0	0	10	
20		2	30	0.0023	0.00574	10		20	2		30	0.0628	0.17815	10				
			70	0.0537	0.07538	10	70				0.1279	0.21055	10					
		7	30	0.2871	0.30488	10			7		30	0.1623	0.3305	10				
			70	0.4482	0.3495	10	70				0.3857	0.28663	10					
			15	30	0.1848	0.3003	10					15	30	0.2001	0.23844	10		
				70	0.5923	0.33255	10				70		0.4494	0.26712	10			
100		2	30	0.3279	0.24975	10		100	2		30	0.2981	0.33232	10				
			70	0.6224	0.30175	10	70				0.7316	0.30308	10					
		7	30	0.2705	0.27078	10			7		30	0.2916	0.27491	10				
			70	0.641	0.25551	10	70				0.5768	0.36022	10					
			15	30	0.2226	0.21516	10					15	30	0.3145	0.30622	10		
				70	0.5159	0.29401	10				70		0.525	0.32533	10			

Πίνακας 4.9: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις της μεταβλητής P για τις 10 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

Όπως ήταν αναμενόμενο, δεδομένων των αποτελεσμάτων του προηγούμενου κεφαλαίου και της εξάρτησης της δυαδικής μεταβλητής H από την τιμή p -value, η κύρια επίδραση της αρχικής κατανομής όπως και οι αλληλεπιδράσεις της με τις άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές δεν είναι στατιστικά σημαντικές. Επομένως η τιμή p -value του ελέγχου προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή είναι συνάρτηση του πλήθους εξαρτημάτων, της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής και της ηλικίας προληπτικής συντήρησης.

Στο Σχήμα 4.17 φαίνεται η εξάρτηση από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής και το πλήθος εξαρτημάτων.



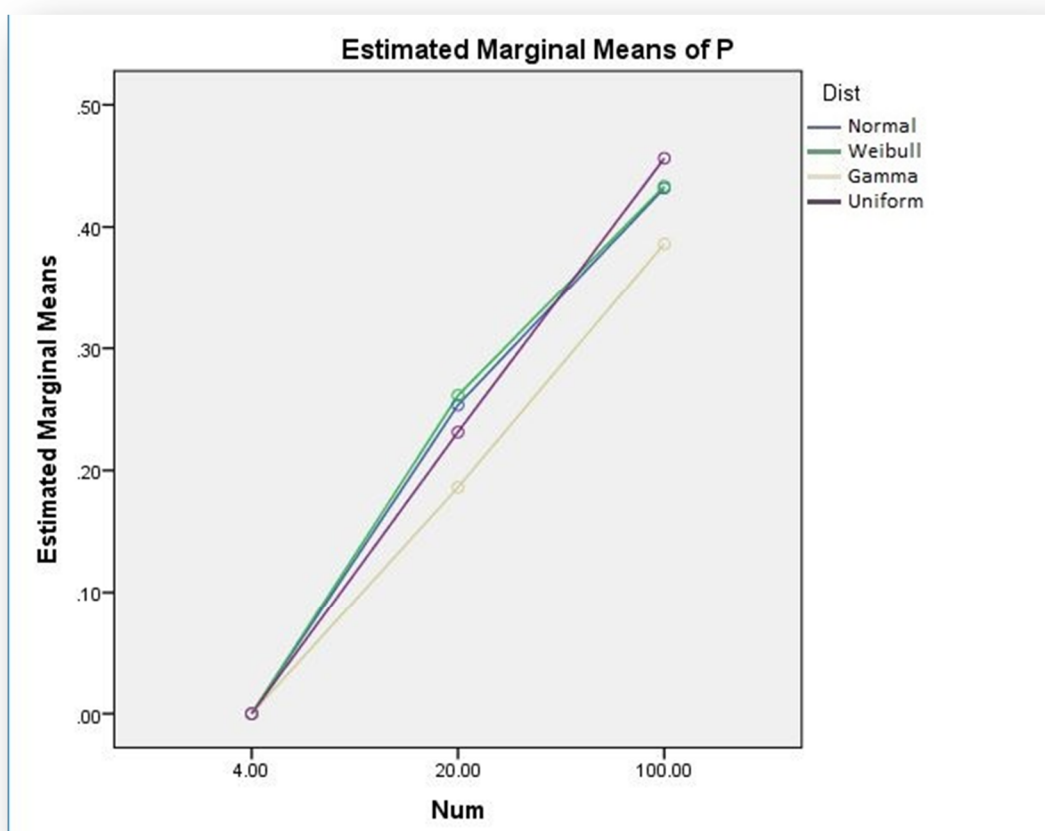
Σχήμα 4.17: Μεταβολές p -value συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων.

Η ευθεία $P=0$ που αντιστοιχεί στο πλήθος εξαρτημάτων $Num = 4$ υποδεικνύει τη μη προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η τυπική απόκλιση φαίνεται να επηρεάζει το αποτέλεσμα του p -value του ελέγχου προσαρμογής, μόνο για το μεσαίο επίπεδο τιμών του πλήθους εξαρτημάτων. Δηλαδή, με βάση το διάγραμμα, υπάρχει μία ορισμένη τιμή του

πλήθους ($N > 20$), πάνω από την οποία παύει να υφίσταται η εξάρτηση μεταξύ του λόγου μεταβλητότητας και της προσαρμογής των χρόνων μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων στο σύστημα σε εκθετική κατανομή. Δεδομένης της αναλογίας μεταξύ πλήθους και p -value του ελέγχου μπορούμε ίσως να υποθέσουμε ότι πάνω από την εν λόγω τιμή, τα δεδομένα θα οδηγούνται στην εκθετική κατανομή, ανεξάρτητα από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής του χρόνου ζωής. Η υπόθεση αυτή θα αναλυθεί παρακάτω.

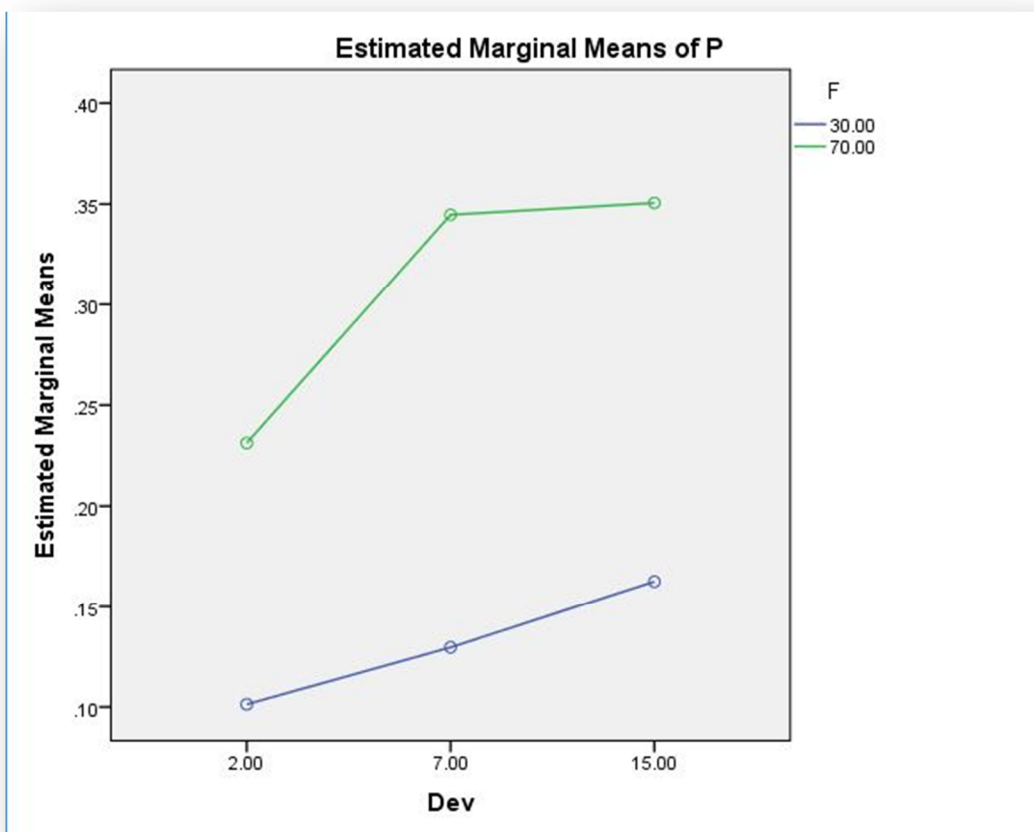
Το Σχήμα 4.18 αφορά τα p -values των ελέγχων προσαρμογής συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της αρχικής κατανομής.



Σχήμα 4.18: Μεταβολές p -value συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της αρχικής κατανομής.

Είναι φανερό ότι η επίδραση της μορφής της αρχικής κατανομής στην εξαρτημένη μεταβλητή είναι αμελητέα, ενώ η επίδραση του πλήθους καθοριστική.

Τέλος, στο Σχήμα 4.19, παρουσιάζεται η κίνηση των p -values σε συνάρτηση με την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής και το ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα. Το αποτέλεσμα φαίνεται να επηρεάζεται και από τις δύο αυτές μεταβλητές.



Σχήμα 4.19: Μεταβολές P-value συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F).

Προκειμένου να ελεγχθεί η υπόθεση που προτείνεται παραπάνω, ότι δηλαδή υπάρχει ένας ορισμένος αριθμός πλήθους εξαρτημάτων πάνω από τον οποίο η προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή δεν επηρεάζεται από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, πραγματοποιήθηκε στα δεδομένα ανάλυση μεταβλητότητας εξαιρώντας το μεσαίο επίπεδο τιμών του πλήθους εξαρτημάτων. (Στο χαμηλό επίπεδο τιμών του πλήθους είναι φανερό ότι το P-value του ελέγχου προσαρμογής δεν επηρεάζεται από την τυπική απόκλιση). Τα αποτελέσματα που παρατίθενται στον πίνακα 4.7 αποδεικνύουν πως η υπόθεση ισχύει, τουλάχιστον για πλήθη εξαρτημάτων μέχρι και 100. Συγκεκριμένα, ανεξάρτητα από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, η πιθανότητα τα δεδομένα να οδηγηθούν σε εκθετική κατανομή είναι συνάρτηση του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα. Επίσης η αλληλεπίδραση των 2 αυτών μεταβλητών είναι στατιστικά σημαντική.

Δηλαδή, όσο μειώνεται η στοχαστικότητα στους χρόνους επέμβασης στο σύστημα με παράλληλη μείωση του ποσοστού F, τα δεδομένα τείνουν να αποκλίνουν από την εκθετική κατανομή. Η αύξηση στοχαστικότητας στους χρόνους οδηγεί τα δεδομένα σε εκθετική, έστω

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

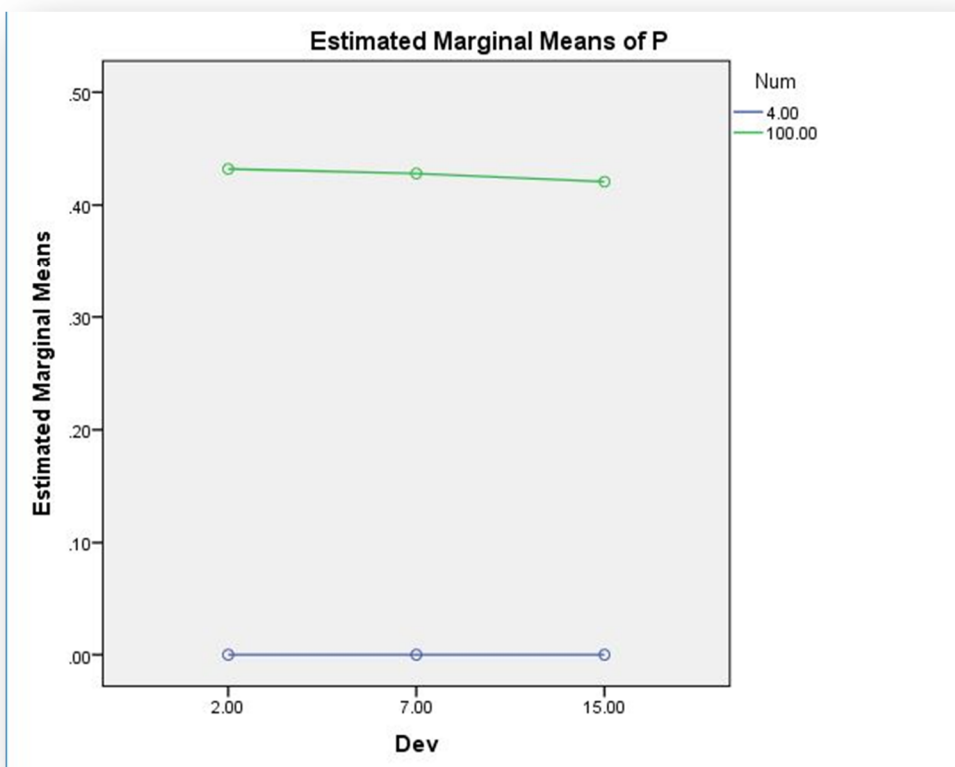
και αν οι τυχαίες τιμές προέρχονται από μία πολύ περιορισμένη καμπύλη πυκνότητας πιθανότητας.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: P					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	29.061 ^a	47	.618	15.146	.000
Intercept	21.869	1	21.869	535.700	.000
Dist	.078	3	.026	.634	.593
Num	21.869	1	21.869	535.699	.000
Dev	.003	2	.001	.032	.969
F	3.084	1	3.084	75.552	.000
Dist * Num	.078	3	.026	.634	.593
Dist * Dev	.233	6	.039	.952	.457
Dist * F	.013	3	.004	.103	.958
Num * Dev	.003	2	.001	.032	.969
Num * F	3.084	1	3.084	75.552	.000
Dev * F	.010	2	.005	.124	.883
Dist * Num * Dev	.233	6	.039	.952	.457
Dist * Num * F	.013	3	.004	.103	.958
Dist * Dev * F	.176	6	.029	.717	.636
Num * Dev * F	.010	2	.005	.124	.883
Dist * Num * Dev * F	.176	6	.029	.717	.636
Error	17.635	432	.041		
Total	68.565	480			
Corrected Total	46.696	479			

a. R Squared = .622 (Adjusted R Squared = .581)

Πίνακας 4.10: Αποτελέσματα ANOVA, μόνο για τα 2 ακραία επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων (4 και 100)

Στα Σχήματα 4.20 και 4.21 φαίνεται η μη εξάρτηση των p value των ελέγχων προσαρμογής από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής και παράλληλα η εξάρτηση από το πλήθος εξαρτημάτων και το ποσοστό F αντίστοιχα.

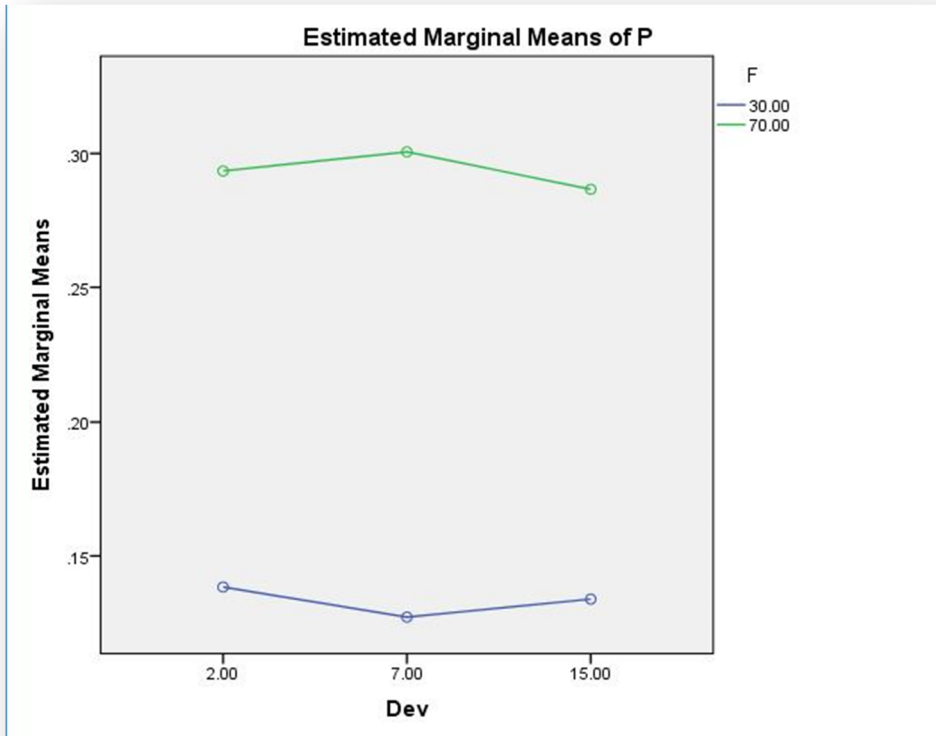


Σχήμα 4.20: P-value συναρτήσεως της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει η τελευταία ανάλυση μεταβλητότητας φαίνεται να ισχύει για τα δεδομένα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων. Ωστόσο δε μπορεί σε καμία περίπτωση να γενικευτεί για συστήματα αποτελούμενα από περισσότερα των 100 εξαρτημάτων.

Στο σχήμα 4.20 παρατηρείται μία ελαφρά, σχεδόν αμελητέα μείωση στα p-values των ελέγχων προσαρμογής με παράλληλη αύξηση στην τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 100. Βάσει των αποτελεσμάτων της τελευταίας ανάλυσης, το γεγονός αυτό μπορεί κάλλιστα να αποδοθεί στη στοχαστικότητα των αποτελεσμάτων. Εντούτοις, όπως θα αναλυθεί στο Κεφάλαιο 7, μπορεί επίσης να αποδοθεί σε κάποια συστηματική αιτία, της οποίας η επιρροή θα ήταν εμφανέστερη αν προχωρούσαμε σε προσομοιώσεις πολυπληθέστερων συστημάτων. (Αποτελέσματα ορισμένων προσομοιώσεων συστημάτων 200 εξαρτημάτων αναλύονται στην υποενότητα 7.2 του Κεφαλαίου 7. Στο Κεφάλαιο 8 θα αναλυθούν συστήματα αποτελούμενα από πολύ περισσότερα εξαρτήματα).

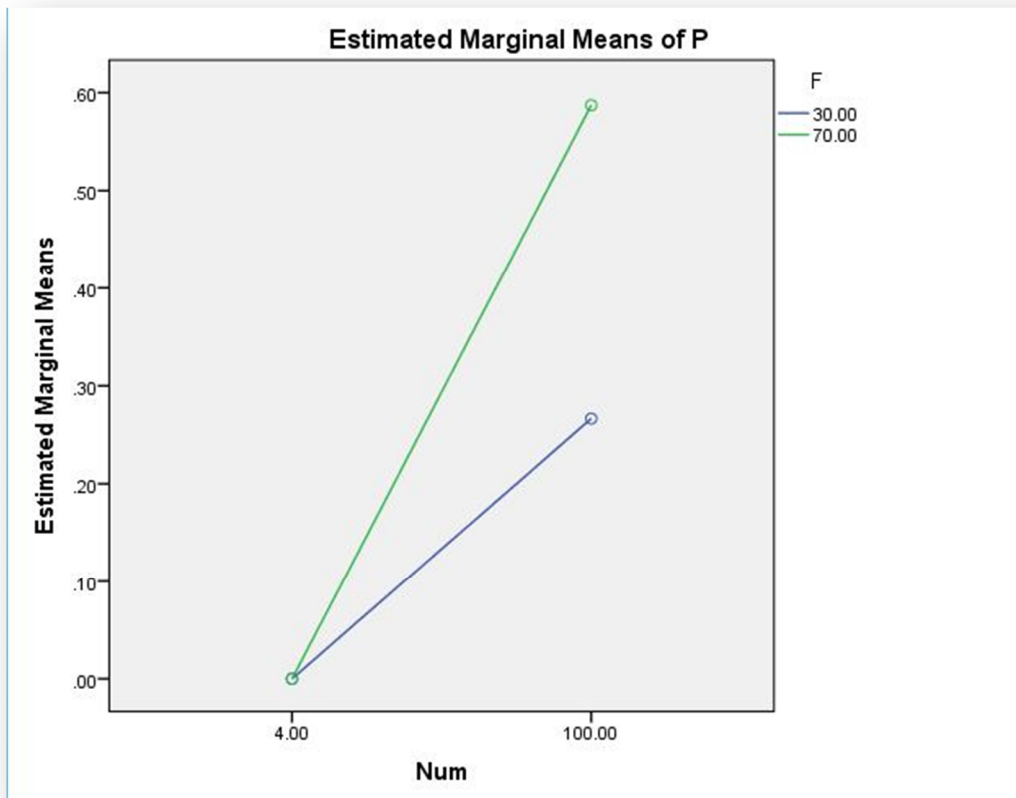
Κατ' αντιστοιχία το διάγραμμα του Σχήματος 4.21, θεωρείται επίσης ότι δε μπορεί να γενικευτεί, για λόγους που θα αναφερθούν στο Κεφάλαιο 6.



Σχήμα 4.21: P-value συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού F

Παρόλα αυτά, το συμπέρασμα είναι χρήσιμο πρακτικά, αφού τα δεδομένα επίπεδα τιμών της ανάλυσης καλύπτουν ένα ευρύτατο φάσμα πραγματικών συστημάτων. Επομένως, καταλήγουμε στο ότι, εκτός της μορφής της κατανομής, η οποία φαίνεται να μην επηρεάζει σημαντικά την προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική, η προσαρμογή αυτή είναι επίσης ανεξάρτητη της τυπικής απόκλισης των χρόνων εμφάνισης βλάβης, αν το πλήθος εξαρτημάτων έχει τιμή μεταξύ κάποιου ελαχίστου ορίου $N_{min}(>20)$ και 100.

Τέλος, στο Σχήμα 4.22 παρουσιάζεται η κίνηση των αποτελεσμάτων συναρτήσει των 2 στατιστικά σημαντικών παραμέτρων της τελευταίας ανάλυσης (Num,F).



Σχήμα 4.22: P-value συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F

Κεφάλαιο 5^ο: Αναλυτική μελέτη της επίδρασης του πλήθους

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλύσεις δεδομένων για περισσότερα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων. Συγκεκριμένα για τις αναλύσεις του συγκεκριμένου κεφαλαίου έχουν θεωρηθεί 24 επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων (5 έως 120 με βήμα 5). Οι διάφορες κατανομές έχουν εξαιρεθεί από την ανάλυση αφού βάσει των αποτελεσμάτων του προηγούμενου κεφαλαίου δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα άμεσα, αλλά μόνο λόγω της επιρροής που ασκούν στην τυπική απόκλιση της truncated κατανομής χρόνου ζωής, η οποία οφείλεται στη διαφοροποιημένη κατανομή της μεταβλητότητας στις διάφορες καμπύλες πυκνότητας πιθανότητας.

Όλα τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο παρόν κεφάλαιο αφορούν αρχική κατανομή Weibull, δεδομένου ότι προσεγγίζει περισσότερο κατανομές χρόνου ζωής. Η μέση τιμή έχει θεωρηθεί ίση με 50 για όλες τις προσομοιώσεις και συνεπώς δεν εμπεριέχεται στην ανάλυση. Τέλος, έχουν θεωρηθεί για την τυπική απόκλιση και το ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα 2 επίπεδα τιμών και ως εκ τούτου οι μεταβλητές αυτές θα έχουν ένα βαθμό ελευθερίας.

Συγκεκριμένα, έχουν θεωρηθεί οι κατανομές Weibull με παραμέτρους κλίμακας 52.95 και 56.23 και παραμέτρους μορφής 8.513 και 2.695 αντίστοιχα. Ο πρώτος συνδυασμός παραμέτρων δημιουργεί μία κατανομή με μέση τιμή ίση με 50 και τυπική απόκλιση 7 και ταυτίζεται με την κατανομή Weibull που μελετήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο για το μεσαίο επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης. Η δεύτερη κατανομή έχει την ίδια μέση τιμή, αλλά η τυπική της απόκλιση είναι αυξημένη κατά 13 μονάδες και ίση με 20. Επομένως οι λόγοι μεταβλητότητας των 2 κατανομών είναι $CV_1=0.14$ για την πρώτη και $CV_2=0.40$ για τη δεύτερη.

Τα επίπεδα τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα έχουν ληφθεί ως 50% και 90% αντίστοιχα με το 2^ο να είναι ορισμένο κοντά στη μονάδα, για να ελεγχθεί η ισχύς της υπόθεσης που προτείνεται στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Συνοψίζοντας, τα επίπεδα τιμών των αναλύσεων του κεφαλαίου αυτού είναι τα εξής:

- 24 επίπεδα τιμών του πλήθους (Num): 5, 10, 15,....., 115, 120.
- 2 επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης (Dev): 7, 20.
- 2 επίπεδα τιμών ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F): 50%, 90%.

Από τα παραπάνω επίπεδα τιμών δημιουργούνται 96 συνδυασμοί για κάθε έναν από τους οποίους πραγματοποιήθηκαν 100 προσομοιώσεις λειτουργίας συστήματος με τα δεδομένα χαρακτηριστικά. Λόγω του αυξημένου αριθμού επιπέδων τιμών του πλήθους, της μικρής διαφοράς μεταξύ τους και της στοχαστικότητας των αποτελεσμάτων, για λιγότερες μετρήσεις ανά συνδυασμό τα αποτελέσματα δεν ήταν εμφανή.

5.1. Επίδραση στο χρόνο μετάβασης σε steady state

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης των δεδομένων έχοντας θέσει ως ανεξάρτητη τη μεταβλητή T που ορίζει το χρόνο μετάβασης του συστήματος σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας. Στον πίνακα 5.1 παρατίθενται τα αποτελέσματα της Uniaovna. Οι μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό επιπέδων τιμών παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: T					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	130018220.775 ^a	95	1368612.850	92.885	0.000
Intercept	519605900.834	1	519605900.834	35264.611	0.000
Num	5137924.135	23	223388.006	15.161	.000
Dev	79790880.037	1	79790880.037	5415.247	0.000
F	34406964.698	1	34406964.698	2335.132	0.000
Num * Dev	1186667.462	23	51594.237	3.502	.000
Num * F	1176517.998	23	51152.956	3.472	.000
Dev * F	7401760.719	1	7401760.719	502.343	.000
Num * Dev * F	917505.726	23	39891.553	2.707	.000
Error	140036549.382	9504	14734.485		
Total	789660670.991	9600			
Corrected Total	270054770.157	9599			

a. R Squared = .481 (Adjusted R Squared = .476)

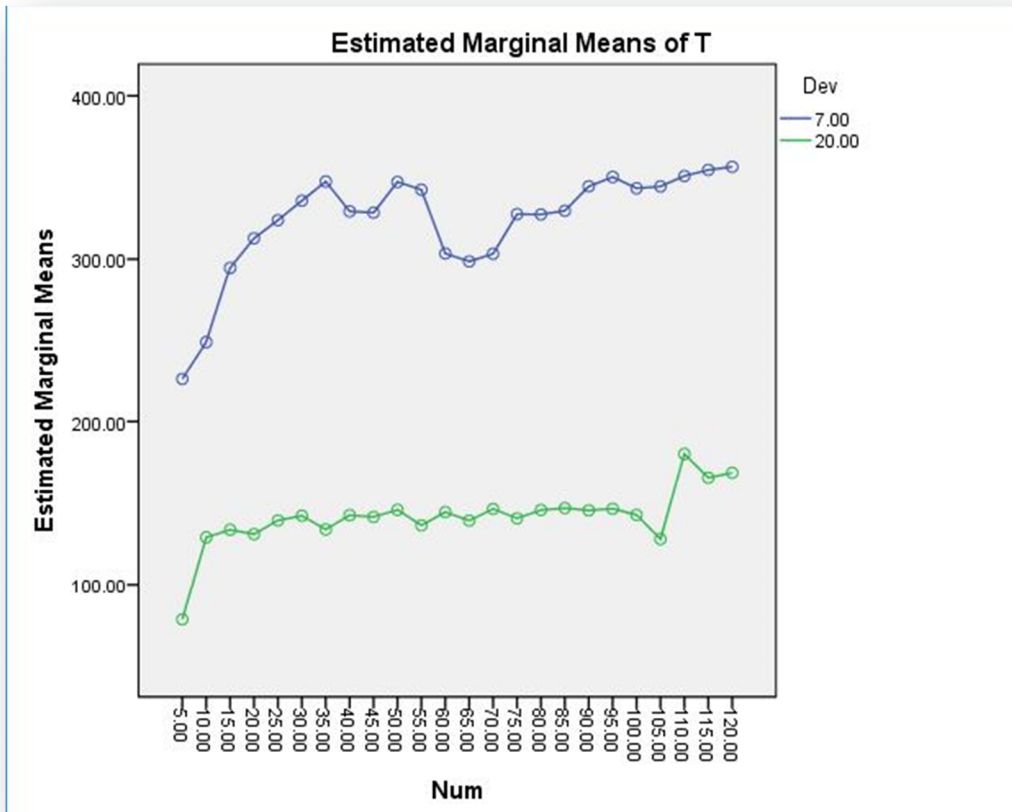
Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα ANOVA για το χρόνο μετάβασης σε steady state

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ

Descriptive Statistics												
Dependent Variable: T												
Num	Dev	F	Mean(T)	Std. Deviation	N		Num	Dev	F	Mean(T)	Std. Deviation	N
5	7	0.5	301.793	466.36092	100		65	7	0.5	398.0631	119.967	100
		0.9	150.386	218.14816	100				0.9	199.1165	75.44577	100
	20	0.5	94.6205	153.71126	100			20	0.5	180.9149	75.61991	100
		0.9	61.83	150.22979	100				0.9	97.7471	70.03357	100
10	7	0.5	287.342	226.03533	100		70	7	0.5	390.327	97.53678	100
		0.9	209.8739	190.41645	100				0.9	216.2637	78.60616	100
	20	0.5	149.4527	179.91529	100			20	0.5	187.1044	85.1813	100
		0.9	108.7321	151.46274	100				0.9	105.8676	82.35538	100
15	7	0.5	388.391	242.82766	100		75	7	0.5	407.978	106.41565	100
		0.9	200.8676	125.66441	100				0.9	247.1307	94.11454	100
	20	0.5	155.1232	127.80413	100			20	0.5	188.5583	61.53391	100
		0.9	112.325	146.94038	100				0.9	92.8522	66.20157	100
20	7	0.5	386.138	211.48164	100		80	7	0.5	415.5989	99.48622	100
		0.9	239.4876	147.83657	100				0.9	239.2056	78.6077	100
	20	0.5	148.2959	105.41494	100			20	0.5	188.7644	68.86919	100
		0.9	113.783	120.40948	100				0.9	102.8731	75.68625	100
25	7	0.5	421.168	174.42678	100		85	7	0.5	419.7001	97.01905	100
		0.9	226.582	141.63639	100				0.9	239.5418	88.92176	100
	20	0.5	166.3097	117.41332	100			20	0.5	197.5313	82.96433	100
		0.9	112.562	109.63111	100				0.9	96.4725	72.60666	100
30	7	0.5	425.566	151.84734	100		90	7	0.5	445.9325	111.8787	100
		0.9	246.0125	147.09816	100				0.9	243.1637	79.19405	100
	20	0.5	181.1067	120.17704	100			20	0.5	190.2737	72.64854	100
		0.9	103.534	79.94497	100				0.9	101.002	73.46077	100
35	7	0.5	449.376	164.33803	100		95	7	0.5	449.7782	107.51139	100
		0.9	245.6779	109.07104	100				0.9	250.8029	80.18044	100
	20	0.5	161.4086	86.19576	100			20	0.5	196.3697	74.37897	100
		0.9	106.3711	86.37368	100				0.9	96.8333	68.294	100
40	7	0.5	411.3716	149.24801	100		100	7	0.5	428.9393	100.35845	100
		0.9	247.1604	118.81388	100				0.9	257.8491	73.90883	100
	20	0.5	172.3414	79.22412	100			20	0.5	189.1494	70.33466	100
		0.9	112.9696	79.0694	100				0.9	96.5446	70.27378	100
45	7	0.5	425.496	142.10598	100		105	7	0.5	431.0018	110.8695	100
		0.9	231.464	107.34179	100				0.9	258.0482	68.7118	100
	20	0.5	178.7792	99.24115	100			20	0.5	177.9638	67.14239	100
		0.9	104.4545	109.19444	100				0.9	77.9721	47.72028	100
50	7	0.5	448.7545	135.31945	100		110	7	0.5	453.5019	108.14916	100
		0.9	245.7827	115.71458	100				0.9	248.3183	74.09881	100
	20	0.5	193.6803	113.67451	100			20	0.5	182.4074	67.96523	100
		0.9	98.177	93.08345	100				0.9	177.7843	52.34068	100
55	7	0.5	409.4377	107.28923	100		115	7	0.5	449.5661	108.4333	100
		0.9	275.586	131.30249	100				0.9	259.7452	78.0961	100
	20	0.5	171.9304	77.20756	100			20	0.5	163.4745	64.80995	100
		0.9	100.8472	73.94638	100				0.9	167.7088	68.28421	100
60	7	0.5	383.9684	105.14362	100		120	7	0.5	445.6356	88.6498	100
		0.9	222.9348	91.70355	100				0.9	267.3821	81.84151	100
	20	0.5	177.5144	86.52505	100			20	0.5	172.8751	72.28719	100
		0.9	111.6446	96.9072	100				0.9	164.2706	71.71311	100

Πίνακας 5.2: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις του χρόνου T για τις 100 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

Το παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 5.1) δείχνει την εξάρτηση του χρόνου μετάβασης σε steady state από το πλήθος εξαρτημάτων και την τυπική απόκλιση της εκάστοτε αρχικής κατανομής.

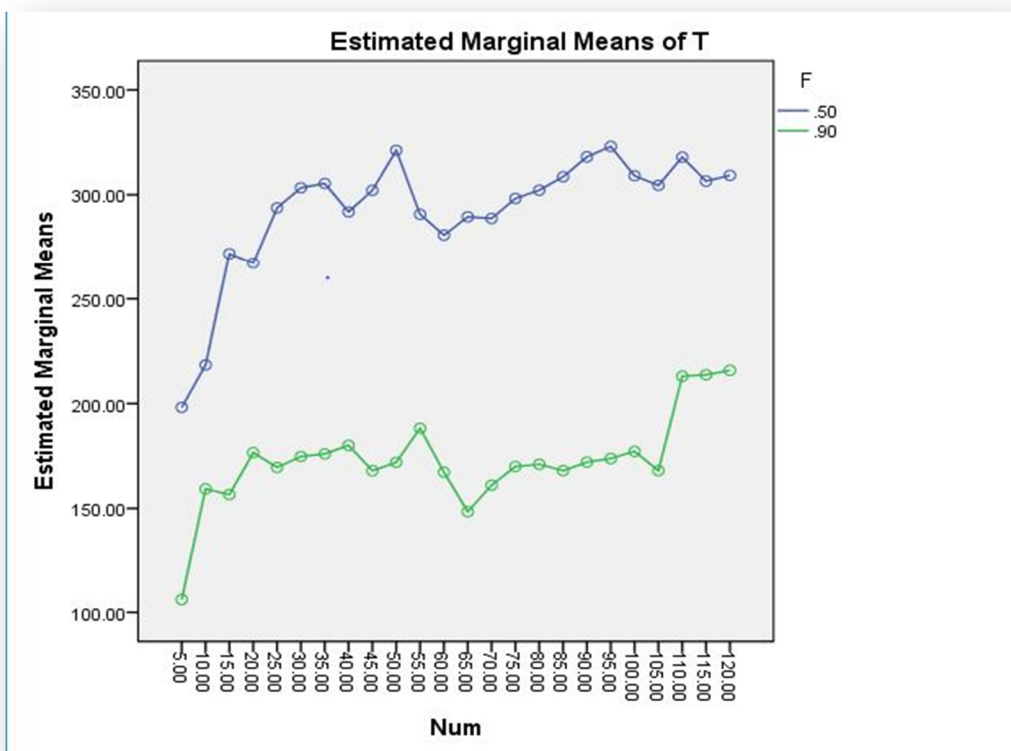


Σχήμα 5.1: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης.

Παρατηρείται ότι το φαινόμενο είναι σε γενικές γραμμές πολύ μεταβλητό. Ωστόσο από το παραπάνω διάγραμμα είναι εμφανές ότι ο μικρός λόγος μεταβλητότητας συνεπάγεται και καθυστέρηση της μετάβασης του συστήματος σε σταθερή κατάσταση, αφού απαιτούνται προσεγγιστικά, βάσει του διαγράμματος, περίπου 4 επιπλέον κύκλοι λειτουργίας (4*50) για σταθεροποίηση του συστήματος στο χαμηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης, σε σχέση με το υψηλό. Επιπλέον, εξαιρουμένων των 2 πρώτων επιπέδων τιμών του πλήθους εξαρτημάτων, το αποτέλεσμα φαίνεται να μην επηρεάζεται τόσο από τη μεταβλητή αυτή. Εντούτοις, από αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν εξαιρώντας ορισμένα επίπεδα τιμών του πλήθους, προέκυψε ότι η επίδρασή του στο χρόνο μετάβασης σε steady state είναι στατιστικά σημαντική. Επομένως, βάσει των παραπάνω, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι για μικρές τιμές του πλήθους εξαρτημάτων (<10) το σύστημα σταθεροποιείται γενικά συντομότερα, ενώ για συστήματα αποτελούμενα από 15 ή περισσότερα εξαρτήματα, μπορεί να θεωρηθεί προσεγγιστικά ότι το πλήθος αυτό δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα του χρόνου μετάβασης σε steady state. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.1, οι μεταβολές του χρόνου που οφείλονται στην

τυπική απόκλιση της κατανομής του χρόνου ζωής είναι πολύ σημαντικότερες από τις αντίστοιχες μεταβολές που επιφέρει μία αλλαγή στο πλήθος εξαρτημάτων που απαρτίζουν το σύστημα, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο της τελευταίας μεταβλητής.

Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζονται οι μεταβολές της διάρκειας της μεταβατικής κατάστασης συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα.



Σχήμα 5.2: Χρόνος μετάβασης σε steady state συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F

Τα παραπάνω σχόλια, σχετικά με την τυπική απόκλιση, φαίνεται να περιγράφουν ικανοποιητικά και την επίδραση του ποσοστού F, αφού τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ποιοτικά την ίδια απόκριση. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι η μείωση και των 2 αυτών παραμέτρων καταλήγει σε κοινό αποτέλεσμα, τη μείωση δηλαδή της τυπικής απόκλισης της εκάστοτε truncated κατανομής. Συν τοις άλλοις, υψηλό ποσοστό προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (δηλαδή χαμηλό ποσοστό F) συνεπάγεται και ταυτόχρονες αντικαταστάσεις για περισσότερους κύκλους λειτουργίας του συστήματος, με φυσικό επακόλουθο την αύξηση στη διάρκεια της μεταβατικής κατάστασης.

Παρόλα αυτά, δεδομένου ότι πλέον έχει εξαιρεθεί από την ανάλυση το χαμηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης που μελετήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και οι κατανομές της ανάλυσης προσεγγίζουν πολύ περισσότερο πραγματικές κατανομές χρόνου ζωής,

καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η μετάβαση σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας επιτυγχάνεται ως επί το πλείστον σε λιγότερους από 6 με 7 κύκλους λειτουργίας του συστήματος. Επομένως μετά το πέρας του διαστήματος αυτού μπορεί να θεωρηθεί ότι οι χρόνοι στους οποίους θα χρειαστεί να γίνει επέμβαση στο εκάστοτε σύστημα ακολουθούν κάποια κατανομή. Για τους συγκεκριμένους λόγους μεταβλητότητας, μέσω σύγκρισης με το χρόνο της τελευταίας ταυτόχρονης βλάβης που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3, προσεγγιστικά καταλήγουμε στο ότι το σύστημα σταθεροποιείται όταν σταματήσουν να συμβαίνουν ταυτόχρονες αντικαταστάσεις λόγω συντήρησης.

5.2. Επίδραση στην τελική κατανομή

5.2.1. Επίδραση στο βαθμό προσαρμογής σε εκθετική κατανομή

Η ανάλυση μεταβλητότητας των τιμών της δυαδικής μεταβλητής H κατέληξε στα αποτελέσματα που παρατίθενται στον πίνακα 5.3. Οι μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό τιμών παρουσιάζονται στον πίνακα 5.4.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: H					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	408.333 ^a	95	4.298	64.879	0.000
Intercept	146.027	1	146.027	2204.176	0.000
Num	391.663	23	17.029	257.039	0.000
Dev	1.500	1	1.500	22.642	.000
F	7.150	1	7.150	107.931	.000
Num * Dev	3.400	23	.148	2.231	.001
Num * F	3.070	23	.133	2.014	.003
Dev * F	.094	1	.094	1.415	.234
Num * Dev * F	1.456	23	.063	.956	.521
Error	629.640	9504	.066		
Total	1184.000	9600			
Corrected Total	1037.973	9599			

a. R Squared = .393 (Adjusted R Squared = .387)

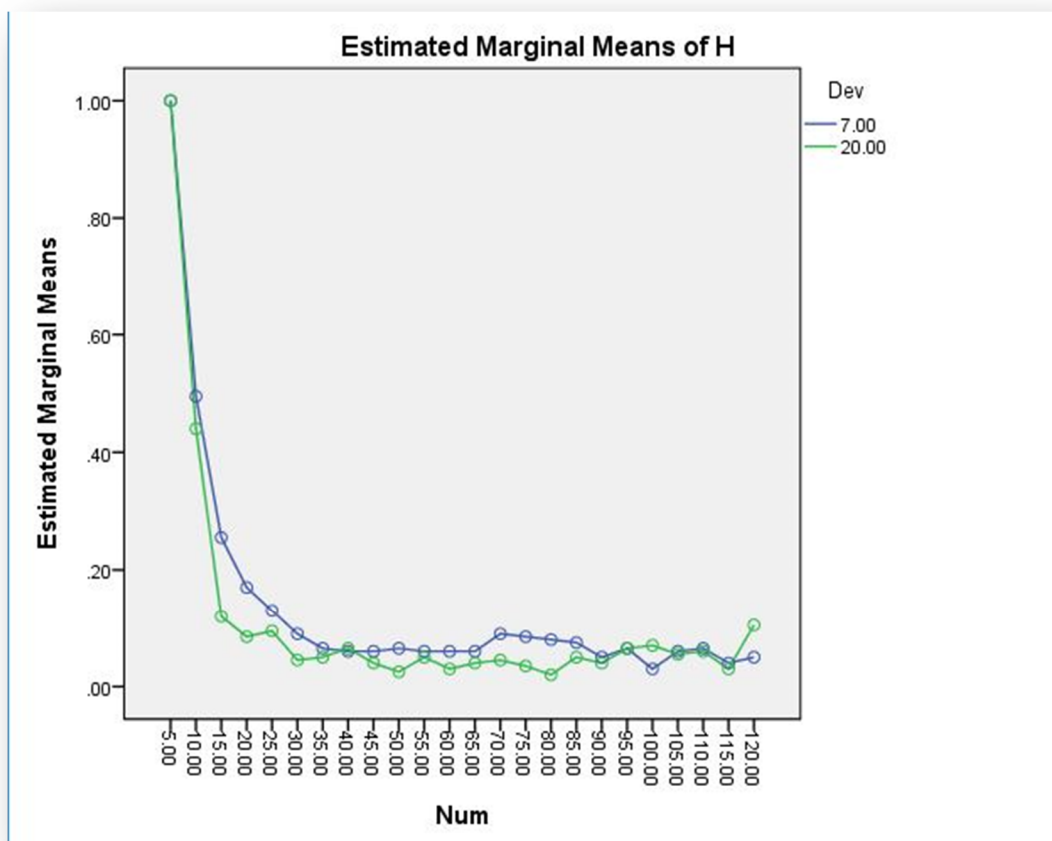
Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα ANOVA για τη μεταβλητή H

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ

Descriptive Statistics												
Dependent Variable: H												
Num	Dev	F	Mean(H)	Std. Deviation	N		Num	Dev	F	Mean(H)	Std. Deviation	N
5	7	0.5	1.0000	0.00000	100		65	7	0.5	.1200	.32660	100
		0.9	1.0000	0.00000	100				0.9	0.0000	0.00000	100
	20	0.5	1.0000	0.00000	100			20	0.5	.0700	.25643	100
		0.9	1.0000	0.00000	100				0.9	.0100	.10000	100
10	7	0.5	.5400	.50091	100		70	7	0.5	.1400	.34874	100
		0.9	.4500	.50000	100				0.9	.0400	.19695	100
	20	0.5	.5000	.50252	100			20	0.5	.0600	.23868	100
		0.9	.3800	.48783	100				0.9	.0300	.17145	100
15	7	0.5	.3100	.46482	100		75	7	0.5	.1200	.32660	100
		0.9	.2000	.40202	100				0.9	.0500	.21904	100
	20	0.5	.1900	.39428	100			20	0.5	.0600	.23868	100
		0.9	.0500	.21904	100				0.9	.0100	.10000	100
20	7	0.5	.2100	.40936	100		80	7	0.5	.0900	.28762	100
		0.9	.1300	.33800	100				0.9	.0700	.25643	100
	20	0.5	.1600	.36845	100			20	0.5	.0200	.14071	100
		0.9	.0100	.10000	100				0.9	.0200	.14071	100
25	7	0.5	.1900	.39428	100		85	7	0.5	.1200	.32660	100
		0.9	.0700	.25643	100				0.9	.0300	.17145	100
	20	0.5	.1300	.33800	100			20	0.5	.0600	.23868	100
		0.9	.0600	.23868	100				0.9	.0400	.19695	100
30	7	0.5	.1500	.35887	100		90	7	0.5	.0800	.27266	100
		0.9	.0300	.17145	100				0.9	.0200	.14071	100
	20	0.5	.0900	.28762	100			20	0.5	.0300	.17145	100
		0.9	0.0000	0.00000	100				0.9	.0500	.21904	100
35	7	0.5	.0700	.25643	100		95	7	0.5	.0800	.27266	100
		0.9	.0600	.23868	100				0.9	.0500	.21904	100
	20	0.5	.0900	.28762	100			20	0.5	.0700	.25643	100
		0.9	.0100	.10000	100				0.9	.0600	.23868	100
40	7	0.5	.0700	.25643	100		100	7	0.5	.0300	.17145	100
		0.9	.0500	.21904	100				0.9	.0300	.17145	100
	20	0.5	.1100	.31447	100			20	0.5	.1000	.30151	100
		0.9	.0200	.14071	100				0.9	.0400	.19695	100
45	7	0.5	.0900	.28762	100		105	7	0.5	.0900	.28762	100
		0.9	.0300	.17145	100				0.9	.0300	.17145	100
	20	0.5	.0500	.21904	100			20	0.5	.0400	.19695	100
		0.9	.0300	.17145	100				0.9	.0700	.25643	100
50	7	0.5	.0800	.27266	100		110	7	0.5	.0900	.28762	100
		0.9	.0500	.21904	100				0.9	.0400	.19695	100
	20	0.5	.0400	.19695	100			20	0.5	.0600	.23868	100
		0.9	.0100	.10000	100				0.9	.0600	.23868	100
55	7	0.5	.1200	.32660	100		115	7	0.5	.0400	.19695	100
		0.9	0.0000	0.00000	100				0.9	.0400	.19695	100
	20	0.5	.0800	.27266	100			20	0.5	.0500	.21904	100
		0.9	.0200	.14071	100				0.9	.0100	.10000	100
60	7	0.5	.0800	.27266	100		120	7	0.5	.0800	.27266	100
		0.9	.0400	.19695	100				0.9	.0200	.14071	100
	20	0.5	.0500	.21904	100			20	0.5	.1300	.33800	100
		0.9	.0100	.10000	100				0.9	.0800	.27266	100

Πίνακας 5.4: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις της μεταβλητής H για τις 100 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

Το διάγραμμα του Σχήματος 5.3 παρουσιάζει την κίνηση της μέσης τιμής της H , συναρτήσει των 2 επιπέδων τιμών της τυπικής απόκλισης, για τα διάφορα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων.

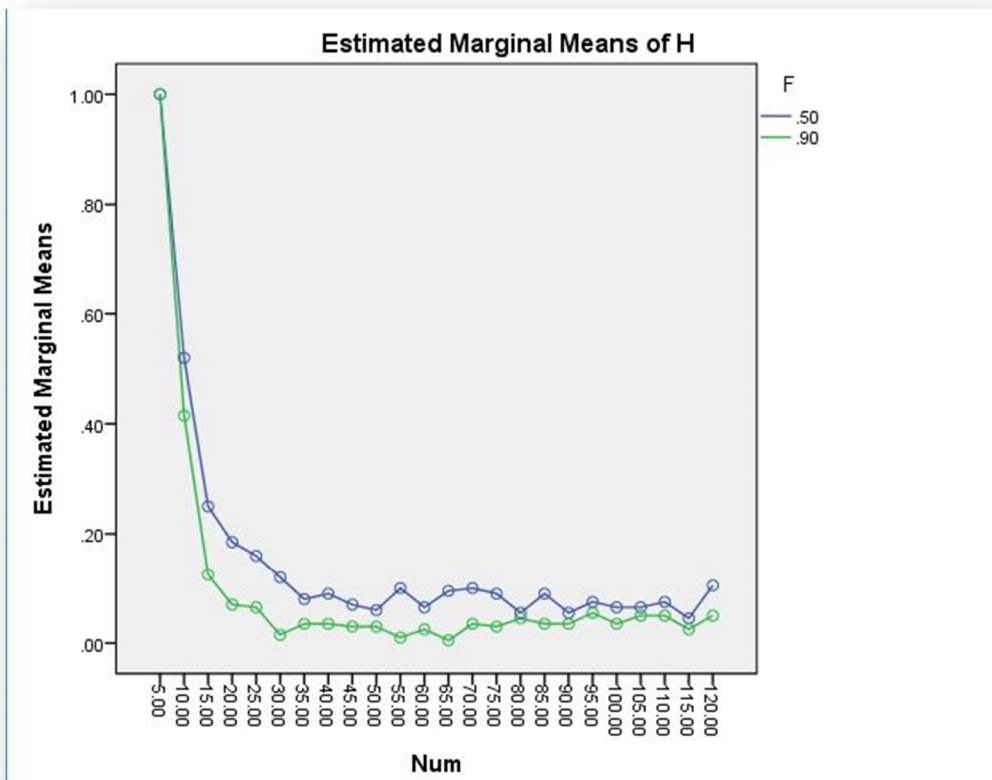


Σχήμα 5.3: Μεταβολή των τιμών της H για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και τυπικής απόκλισης.

Παρατηρούμε ότι η καμπύλη των δεδομένων που προέρχονται από κατανομές με τυπική απόκλιση στο χαμηλό επίπεδο τιμών είναι συστηματικά αυξημένη για τα διάφορα πλήθη εξαρτημάτων έως και 35 περίπου. Δηλαδή το διάγραμμα βρίσκεται σε συμφωνία με το Σχήμα 4.12 του προηγούμενου κεφαλαίου στο οποίο η καμπύλη που αντιστοιχεί σε πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 20, φαίνεται να επηρεάζεται πολύ περισσότερο από αλλαγές της μεταβλητότητας, σε σχέση με εκείνη που αντιστοιχεί σε πλήθος ίσο με 100. Όσον αφορά τα επόμενα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων, τα αποτελέσματα παρουσιάζουν την ίδια ποιοτική απόκριση σε μεταβολές της τυπικής απόκλισης μέχρι και την τιμή 85 του πλήθους, αν και μειωμένη σε σχέση με τα αρχικά επίπεδα τιμών. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι πάνω από την τιμή αυτή του πλήθους εξαρτημάτων, η τυπική απόκλιση της κατανομής δεν επηρεάζει την προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, αφού οι 2 καμπύλες φαίνεται να κινούνται γύρω από έναν κοινό άξονα. Το συμπέρασμα αυτό βέβαια δε μπορεί να γενικευτεί,

αλλά φαίνεται να ισχύει για τα δεδομένα επίπεδα τιμών μέχρι και 115. Στο επίπεδο 120 του πλήθους παρατηρείται μια τάση προς απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης στα δεδομένα τα παρερχόμενα από προσομοιώσεις με την τυπική απόκλιση ορισμένη στο υψηλό επίπεδο τιμών. Στο Κεφάλαιο 7 επιχειρείται η απόδοση της εν λόγω απόκλισης σε κάποια συστηματική αιτία.

Εν αντιθέσει, η μέση τιμή της H προκύπτει αυξημένη (μείωση πιθανότητας αποδοχής), για δεδομένα προερχόμενα από προσομοιώσεις με το ποσοστό F μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα ορισμένο με βάση το χαμηλό επίπεδο τιμών, ανεξάρτητα από το επίπεδο τιμών του πλήθους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.4. Από ενδεικτικές προσομοιώσεις που διεξήχθησαν, για ποσοστά $F = 10\%$ και 15% , το μοντέλο κατέληξε σε απορρίψεις της μηδενικής υπόθεσης H_0 κατά 99% και 96% αντίστοιχα, ανεξάρτητα από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής και με το πλήθος εξαρτημάτων ορισμένο σε κάποιο από τα 24 επίπεδα τιμών που αναφέρονται στην αρχή του κεφαλαίου.

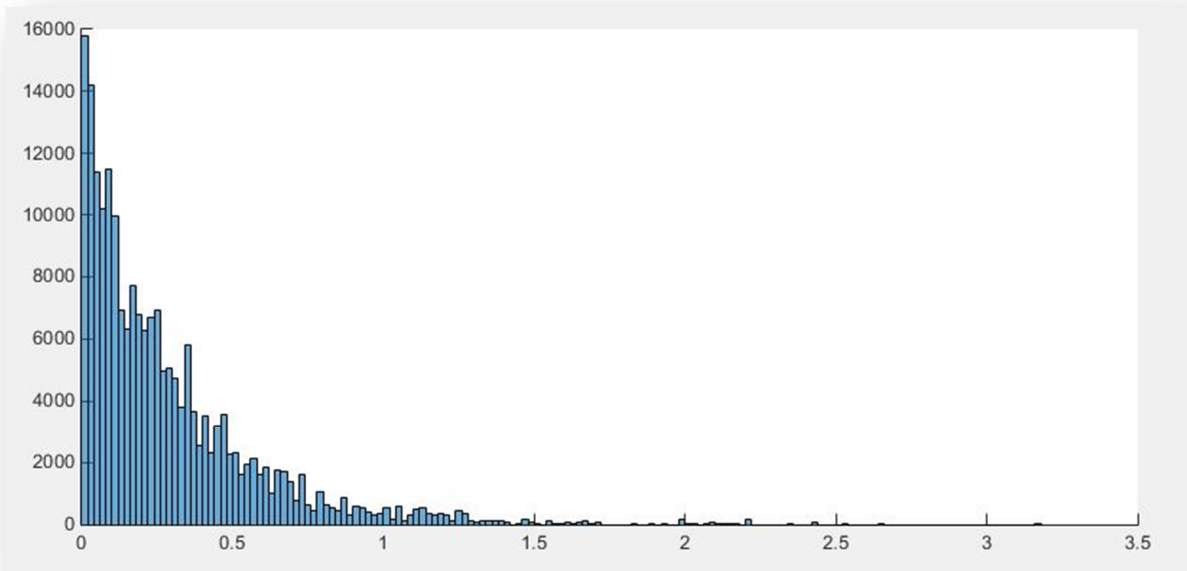


Σχήμα 5.4: Μεταβολή των τιμών της H για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού F .

Βάσει του γεγονότος αυτού, συμπεραίνουμε πως η αύξηση καθοριστικότητας στις τιμές και η ντετερμινιστική - σε μεγάλο βαθμό - συμπεριφορά του συστήματος οδηγεί τα δεδομένα σε μορφές που αποκλίνουν από την εκθετική για επίπεδα τιμών του πλήθους μέχρι και 120

περίπου. Επιπρόσθετα, από το διάγραμμα προκύπτει ότι και αυτό το φαινόμενο είναι εντονότερο σε συστήματα αποτελούμενα από 35 ή λιγότερα εξαρτήματα.

Όμως σε ποια μορφή κατανομής συγκλίνουν τα δεδομένα όσο μειώνεται το ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα; Το ιστόγραμμα του Σχήματος 5.5 περιέχει 180.000 τιμές χρόνων μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων σε σύστημα αποτελούμενο από 100 εξαρτήματα των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί κατανομή Weibull με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 7. Η ηλικία προληπτικής συντήρησης είναι ορισμένη στις 28.4246 χρονικές μονάδες, πράγμα που σημαίνει ότι οι αντικαταστάσεις εξαρτημάτων είναι προγραμματισμένες κατά 99.5% ($F(28.4246) \approx 0.005$). Η λειτουργία του εν λόγω συστήματος προσομοιώθηκε για $5 \cdot 10^5$ μονάδες χρόνου, από τις οποίες οι $7 \cdot 10^4$ περίπου, βάσει των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, απαιτήθηκαν για μετάβαση σε steady state. Ο έλεγχος χ^2 απέρριψε την υπόθεση προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή με p-value ίσο με $1.85 \cdot 10^{-22}$.



Σχήμα 5.5: Χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων σε σύστημα 100 εξαρτημάτων με ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων $F=0.5\%$

Ωστόσο, ακόμα και σε αυτή την περίπτωση, το ιστόγραμμα των δεδομένων για λειτουργία σε σταθερή κατάσταση τείνει περισσότερο στην εκθετική παρά σε οποιαδήποτε άλλη γνωστή κατανομή και ίσως η απόρριψη των υποθέσεων προσαρμογής σε εκθετική να οφείλεται στις αρκετές ακραίες τιμές που εμφανίζονται καθώς και στη συχνότητα εμφάνισης σχετικά μεγάλων τιμών που οδηγεί σε απόκλιση της κυρτότητας του ιστογράμματος από την εκθετική μορφή. Θα επανέλθουμε στο συγκεκριμένο ιστόγραμμα για περαιτέρω ανάλυση στο 7^ο κεφάλαιο. Όπως εξηγείται παρακάτω, η επιλογή πολύ περιορισμένου ποσοστού F οδηγεί

σε αποκλίσεις από την εκθετική μόνο για ορισμένα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων, ενώ για άλλα κατευθύνει τα δεδομένα σε σύγκλιση προς την εκθετική κατανομή (Κεφάλαιο 6).

5.2.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής

Στον πίνακα 5.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας των p-values των ελέγχων προσαρμογής. Τα επίπεδα τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι αυτά που ορίζονται στην αρχή του κεφαλαίου. Ο πίνακας 5.6 περιέχει τις μέσες τιμές και τις τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε συνδυασμό επιπέδων τιμών.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: P					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	185.879 ^a	95	1.957	23.708	0.000
Intercept	2072.582	1	2072.582	25113.548	0.000
Num	156.337	23	6.797	82.362	0.000
Dev	1.748	1	1.748	21.182	.000
F	17.778	1	17.778	215.422	.000
Num * Dev	2.996	23	.130	1.578	.039
Num * F	3.399	23	.148	1.791	.011
Dev * F	.849	1	.849	10.293	.001
Num * Dev * F	2.771	23	.120	1.460	.072
Error	784.350	9504	.083		
Total	3042.811	9600			
Corrected Total	970.229	9599			

a. R Squared = .192 (Adjusted R Squared = .184)

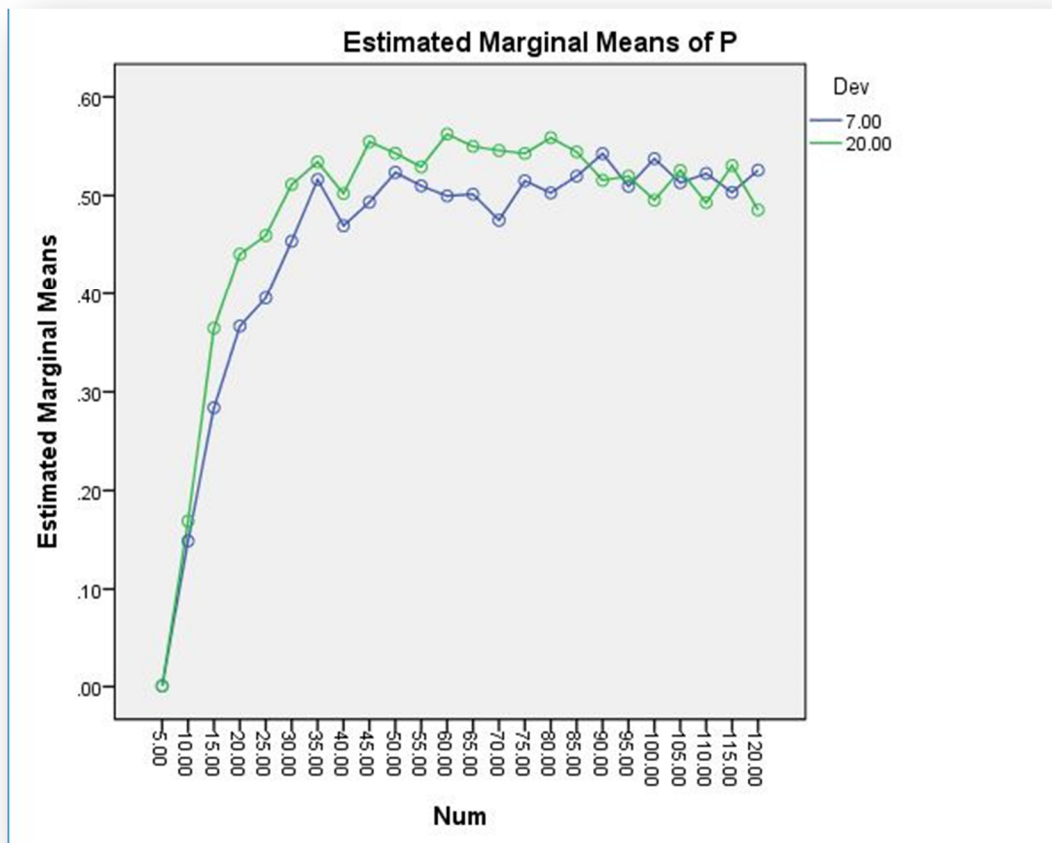
Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα ANOVA για τα p-value του ελέγχου χ^2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ

Descriptive Statistics														
Dependent Variable: P														
Num	Dev	F	Mean(P)	Std. Deviation	N		Num	Dev	F	Mean(P)	Std. Deviation	N		
5	7	0.5	0.0012	0.00572	100		65	7	0.5	0.4515	0.33015	100		
		0.9	0.0003	0.00114	100				0.9	0.5512	0.27205	100		
	20	0.5	0.0005	0.00164	100				20	0.5	0.5142	0.28909	100	
		0.9	0.0007	0.00208	100					0.9	0.5853	0.29112	100	
10	7	0.5	0.112	0.18537	100		70	7	0.5	0.4192	0.30654	100		
		0.9	0.1857	0.25352	100				0.9	0.5307	0.26672	100		
	20	0.5	0.1618	0.22977	100				20	0.5	0.5054	0.30584	100	
		0.9	0.1762	0.21261	100					0.9	0.5859	0.31135	100	
15	7	0.5	0.2439	0.27837	100		75	7	0.5	0.4586	0.31784	100		
		0.9	0.3241	0.2885	100				0.9	0.5713	0.30554	100		
	20	0.5	0.2917	0.26117	100				20	0.5	0.5045	0.29365	100	
		0.9	0.4374	0.27848	100					0.9	0.5809	0.30384	100	
20	7	0.5	0.3357	0.27391	100		80	7	0.5	0.459	0.30223	100		
		0.9	0.3977	0.30831	100				0.9	0.5463	0.31002	100		
	20	0.5	0.3758	0.3139	100				20	0.5	0.5159	0.30841	100	
		0.9	0.5052	0.28872	100					0.9	0.6013	0.29319	100	
25	7	0.5	0.3383	0.29777	100		85	7	0.5	0.4402	0.3133	100		
		0.9	0.4525	0.31423	100				0.9	0.5991	0.30511	100		
	20	0.5	0.4233	0.3074	100				20	0.5	0.4896	0.31058	100	
		0.9	0.4956	0.30034	100					0.9	0.599	0.28446	100	
30	7	0.5	0.4075	0.31558	100		90	7	0.5	0.4929	0.31212	100		
		0.9	0.4997	0.30333	100				0.9	0.592	0.29793	100		
	20	0.5	0.4832	0.30851	100				20	0.5	0.4945	0.28948	100	
		0.9	0.5393	0.27015	100					0.9	0.5365	0.30076	100	
35	7	0.5	0.4668	0.30353	100		95	7	0.5	0.4392	0.30483	100		
		0.9	0.5655	0.28545	100				0.9	0.5795	0.29013	100		
	20	0.5	0.4755	0.30902	100				20	0.5	0.5572	0.2941	100	
		0.9	0.5926	0.26856	100					0.9	0.482	0.28236	100	
40	7	0.5	0.4068	0.28358	100		100	7	0.5	0.4904	0.28057	100		
		0.9	0.5319	0.31079	100				0.9	0.5842	0.25604	100		
	20	0.5	0.4407	0.31401	100				20	0.5	0.4536	0.30404	100	
		0.9	0.5632	0.29144	100					0.9	0.5371	0.30178	100	
45	7	0.5	0.4372	0.2854	100		105	7	0.5	0.4301	0.28299	100		
		0.9	0.5493	0.31933	100				0.9	0.5958	0.29225	100		
	20	0.5	0.5031	0.2855	100				20	0.5	0.5371	0.2957	100	
		0.9	0.6061	0.28971	100					0.9	0.5138	0.30576	100	
50	7	0.5	0.4695	0.30047	100		110	7	0.5	0.5116	0.31134	100		
		0.9	0.5773	0.27982	100				0.9	0.533	0.2847	100		
	20	0.5	0.4984	0.3045	100				20	0.5	0.4844	0.31171	100	
		0.9	0.5872	0.29287	100					0.9	0.501	0.30893	100	
55	7	0.5	0.4392	0.33255	100		115	7	0.5	0.437	0.30257	100		
		0.9	0.5804	0.28134	100				0.9	0.5692	0.29448	100		
	20	0.5	0.4328	0.29223	100				20	0.5	0.5303	0.28052	100	
		0.9	0.6252	0.27794	100					0.9	0.5305	0.27327	100	
60	7	0.5	0.411	0.2939	100		120	7	0.5	0.4701	0.30565	100		
		0.9	0.5882	0.28705	100				0.9	0.5812	0.24927	100		
	20	0.5	0.5094	0.2951	100				20	0.5	0.4855	0.31708	100	
		0.9	0.6154	0.28105	100					0.9	0.4852	0.31218	100	

Πίνακας 5.6: Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις της μεταβλητής P για τις 100 προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

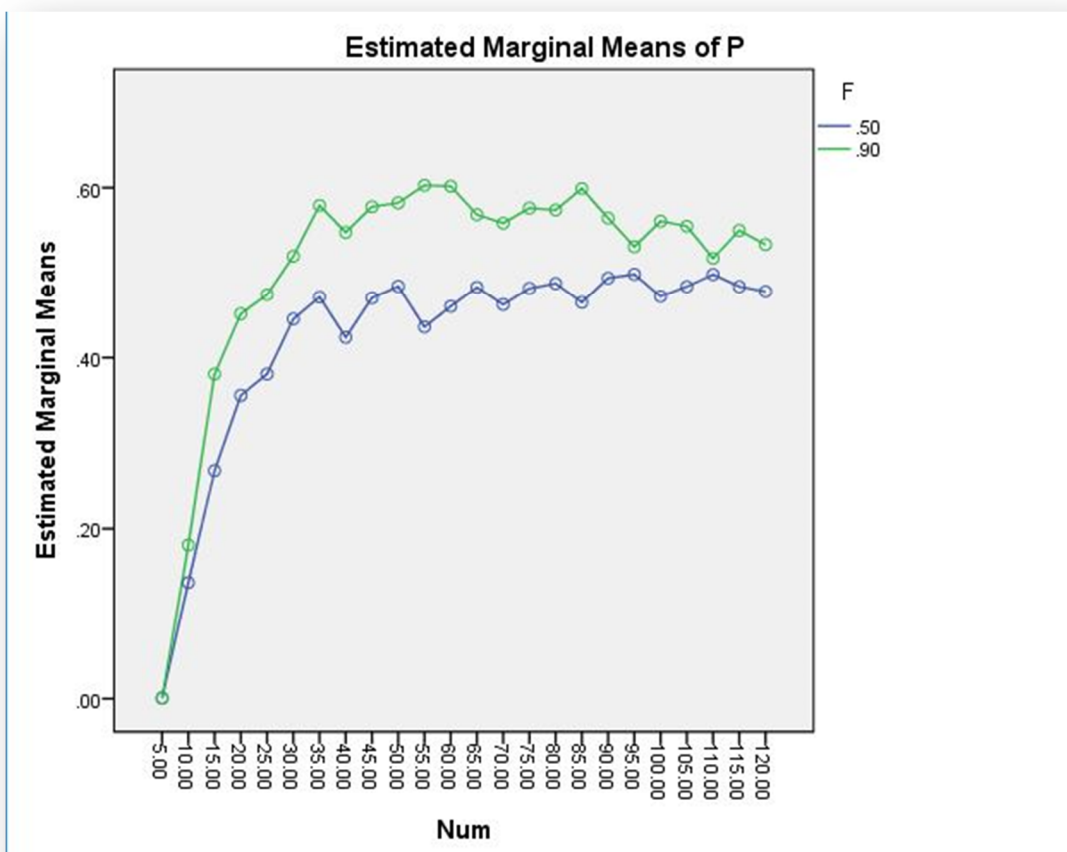
Στο Σχήμα 5.6 φαίνεται η απόκριση του p-value του ελέγχου προσαρμογής σε μεταβολές του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής χρόνου ζωής.



Σχήμα 5.6: P-value συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης.

Όμοια με την προηγούμενη ανάλυση μεταβλητότητας, συμπεραίνουμε πως πάνω από κάποια τιμή του πλήθους εξαρτημάτων, παύει να υφίσταται εξάρτηση μεταξύ της τυπικής απόκλισης και της πιθανότητας αποδοχής της υπόθεσης ότι τα δεδομένα ακολουθούν εκθετική κατανομή, υποστηρίζοντας την υπόθεση που προτείνεται στην υποενότητα 4.2.1 του Κεφαλαίου 4. (Όπως θα αναλυθεί αργότερα, στο 7^ο Κεφάλαιο, η κίνηση των 2 καμπυλών γύρω από έναν κοινό άξονα μπορεί να ερμηνευτεί ως μία μεταβατική κατάσταση, κατά το πέρασ της οποίας η καμπύλη που αντιστοιχεί στη χαμηλή μεταβλητότητα θα βρίσκεται συστηματικά πάνω από την αντίστοιχη της υψηλής. Ήδη από τα δεδομένα επίπεδα τιμών φαίνεται ότι η καμπύλη $Dev=20$ τείνει να μειωθεί με αύξηση του πλήθους, σε αντίθεση με την καμπύλη $Dev=7$). Επιπλέον, το διάγραμμα του παρακάτω σχήματος (Σχήμα 5.7), που παρουσιάζει την κίνηση της P σε συνάρτηση με το πλήθος εξαρτημάτων και το ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F), συμβαδίζει με τα προηγούμενα

αποτελέσματα. Δηλαδή, το ποσοστό F φαίνεται να επηρεάζει την προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή ανεξάρτητα από το πλήθος των εξαρτημάτων που αποτελούν το εκάστοτε σύστημα, δεδομένου ότι δεν υπερβαίνει την τιμή 120. Ωστόσο, παρατηρείται μία σύγκλιση των 2 καμπυλών με αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων, η οποία θα αναλυθεί επίσης στο Κεφάλαιο 7.

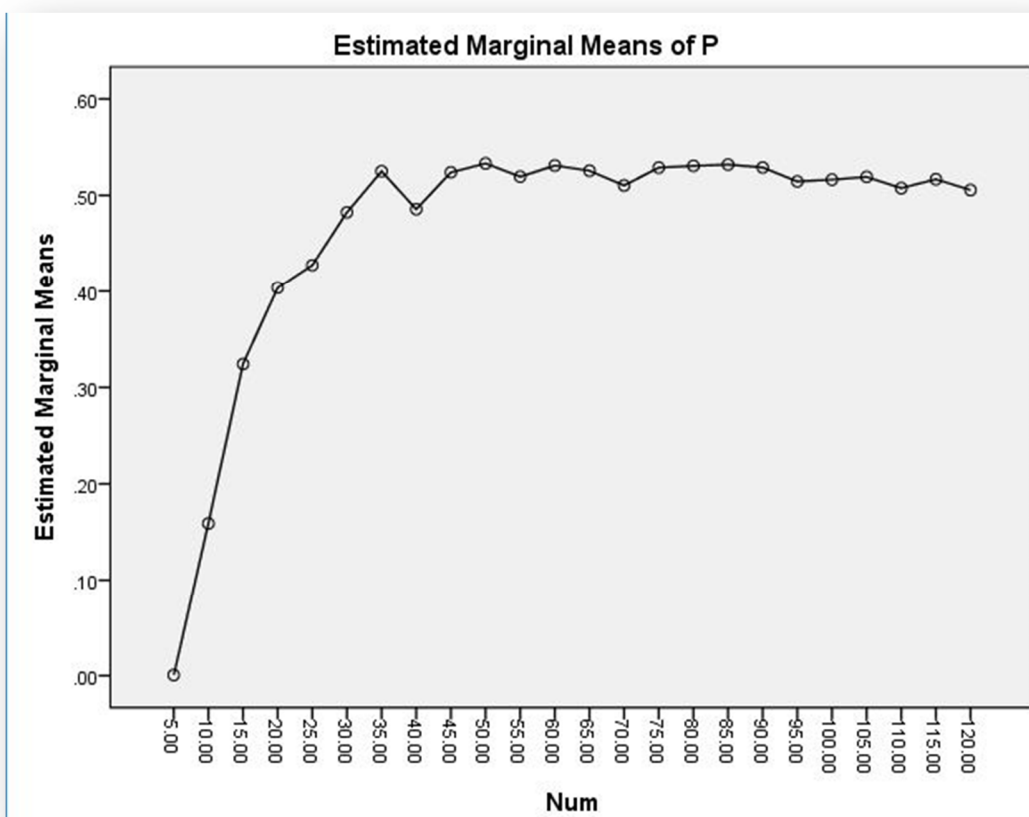


Σχήμα 5.7: P-value συναρτήσεως του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F.

Συγκεκριμένα, όπως αναφέρεται στην προηγούμενη υποενότητα, χαμηλό ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα οδηγεί σε αυξημένη συχνότητα εμφάνισης μεγάλων τιμών στα δεδομένα τα οποία, λόγω των συγκεκριμένων τιμών, αποκλίνουν από την εκθετική κατανομή, για τα επίπεδα τιμών του πλήθους που μελετώνται.

Τέλος, στο Σχήμα 5.8 φαίνεται η γενική τάση προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, συναρτήσεως μόνο του πλήθους εξαρτημάτων. Εξαιρώντας τα επίπεδα τιμών μέχρι και 30-35, η προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή φαίνεται να μην επηρεάζεται από αλλαγές στο πλήθος εξαρτημάτων μέχρι και 120. Ωστόσο οι μέγιστες τιμές των μέσων p-value δεν ξεπερνούν το 0.6 για κανένα επίπεδο τιμών. Μία πιθανή εξήγηση για αυτό θα

μπορούσε να είναι ότι η εκάστοτε εκθετική κατανομή που προκύπτει, προέρχεται από διαφορές στοιχείων πεπερασμένου αριθμού κατανομών.



Σχήμα 5.8: Μέσες τιμές p-value ελέγχου προσαρμογής συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων.

Κατ' αντιστοιχία με το κεντρικό οριακό θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο οι μέσες τιμές η τυχαίων δειγμάτων προερχόμενων από οποιαδήποτε κατανομή, ακολουθούν την κανονική κατανομή όταν $n \rightarrow \infty$, μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα δεδομένα των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε ένα σύστημα, τα οποία ουσιαστικά είναι διαφορές τυχαίων αριθμών προερχόμενων από N κατανομές, θα προσαρμόζονται στην εκθετική όταν το πλήθος εξαρτημάτων N τείνει στο άπειρο. Η υπόθεση αυτή, βάσει των αποτελεσμάτων του 8^{ου} Κεφαλαίου, ισχύει, εφόσον ικανοποιούνται ορισμένες συνθήκες, χωρίς όμως να μπορεί να αποδειχθεί με απόλυτη βεβαιότητα μέσω προσομοιώσεων. Επιπλέον, όπως θα αναλυθεί στα επόμενα κεφάλαια, η ποιότητα προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή δε βελτιώνεται απαραίτητα με παράλληλη αύξηση του πλήθους. Δηλαδή παρουσιάζει φαινομενικά «μη προβλέψιμες» αυξομειώσεις με παράλληλη αύξηση του πλήθους σε πολύ μεγάλες τιμές, οι οποίες όμως μπορούν να αποδοθούν σε συστηματικές αιτίες. Ωστόσο, ακόμη και δεδομένης της παραπάνω υπόθεσης, η κατανομή που προκύπτει για συστήματα

αποτελούμενα από ρεαλιστικούς, πεπερασμένους αριθμούς εξαρτημάτων, τείνει στην εκθετική, αλλά διαφέρει συστηματικά από αυτήν. Για ορισμένους συνδυασμούς παραμέτρων οι αποκλίσεις είναι αμελητέες, οδηγώντας τους ελέγχους προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή σε αποδοχές της μηδενικής υπόθεσης με μέσα p-values κοντά στο 0.6. (Το μέγιστο p-value που προέκυψε στο σύνολο των δεδομένων του παρόντος κεφαλαίου είναι 0.9999 και μάλιστα η τιμή αυτή εμφανίστηκε σε 3 ελέγχους χ^2 για τους συνδυασμούς: 65 εξαρτημάτων με F=90% , 90 και 115 εξαρτημάτων με F=50%. Με βάση τις επόμενες αναλύσεις προκύπτει, όπως θα δούμε, ότι οι συνδυασμοί που οδήγησαν σε τόσο υψηλές τιμές p-value δεν είναι τυχαίοι.)

Οι μεταβλητότητες των δεδομένων που προέκυψαν για τους διάφορους συνδυασμούς επιπέδων τιμών του παρόντος κεφαλαίου, όπως και του προηγούμενου, παρουσιάζουν γενικά αρκετά μεγάλες διαφορές μεταξύ τους. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ότι μειώνει σε ένα βαθμό την αξιοπιστία των αναλύσεων. Ωστόσο, όσον αφορά τα διαγράμματα, αυτά βασίζονται αποκλειστικά στις μέσες τιμές των δεδομένων κάθε συνδυασμού και ως εκ τούτου μπορούν να θεωρηθούν αξιόπιστα.

Συγκεκριμένα, για χρόνο μετάβασης σε steady state τα δεδομένα τα προερχόμενα από προσομοιώσεις με μειωμένη τυπική απόκλιση παρουσιάζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα σε σχέση με τα υπόλοιπα, ιδιαίτερα για τα πρώτα επίπεδα τιμών του πλήθους. Σχετικά με τις αναλύσεις της H, υπάρχουν ορισμένοι συνδυασμοί επιπέδων τιμών στους οποίους λαμβάνει συστηματικά τιμές 0 ή 1, οδηγώντας τη μεταβλητότητα στο 0. Το ίδιο ισχύει και για τη μεταβλητή P των p-values των ελέγχων υπόθεσης.

Κεφάλαιο 6^ο: Αποκλίσεις από την εκθετική κατανομή

6.1. Αποκλίσεις λόγω αρχικής κατανομής

Το γενικό συμπέρασμα όλων των παραπάνω συνοψίζεται στο ότι οι χρόνοι μεταξύ επεμβάσεων σε ένα σύστημα αποτελούμενο από τουλάχιστον 10 εξαρτήματα, τείνουν γενικά στην εκθετική κατανομή. Για πλήθη εξαρτημάτων μικρότερα του 30 με 35 οι αποκλίσεις από την εκθετική μπορούν ίσως να αποδοθούν στην κυρτότητα των ιστογραμμάτων των δεδομένων, όπως δείχνει το Σχήμα 2.3 του Κεφαλαίου 2. Ωστόσο, για πολυπληθέστερα συστήματα, παρατηρήθηκε ότι οι απορρίψεις της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή οφείλονται κατά κύριο λόγο στην αυξημένη συχνότητα εμφάνισης ακραίων τιμών.

Ο χρόνος κατά τον οποίο δεν απαιτείται να γίνει καμία αντικατάσταση σε ένα σύστημα επηρεάζεται θεωρητικά σημαντικότερα από τη σχέση της μέσης τιμής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων και του πλήθους τους. Συγκεκριμένα, αγνοώντας την πολιτική προληπτικής συντήρησης, ο μέσος χρόνος που θα λειτουργεί ένα σύστημα χωρίς να απαιτείται αντικατάσταση σε κάποιο από τα εξαρτήματα που το απαρτίζουν, θα ισούται με τη μέση τιμή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, διαιρεμένη δια το πλήθος τους, ενώ ακολουθείται πολιτική RTF. Ο μέσος χρόνος αυτός μειώνεται ανάλογα με την αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων. Εντούτοις, όπως διαπιστώθηκε, οι μέγιστες τιμές του εν λόγω χρόνου δε μειώνονται αντίστοιχα. Επί παραδείγματι, αν ένα σύστημα αποτελείται από 2 εξαρτήματα με μέση διάρκεια ζωής 2000 χρονικές μονάδες, ακολουθώντας μία ομοιόμορφη κατανομή με ελάχιστη τιμή ίση με 0 και μέγιστη ίση με 4000, τότε προφανώς ο χρόνος «συνεχόμενης λειτουργίας» του συστήματος θα έχει μέση τιμή 1000 και κάποια ορισμένη μεταβλητότητα, λόγω της οποίας θα εμφανίζονται ανά διαστήματα ακραίες τιμές στα δεδομένα χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων. Ο μέγιστος δυνατός χρόνος συνεχόμενης λειτουργίας του εν λόγω συστήματος θα είναι θεωρητικά 4000 μονάδες χρόνου, στην απίθανη περίπτωση που τα 2 εξαρτήματα αφενός αντικατασταθούν ταυτόχρονα και αφετέρου λειτουργήσουν για 4000 μονάδες χρόνου έκαστο, στον επόμενο κύκλο λειτουργίας.

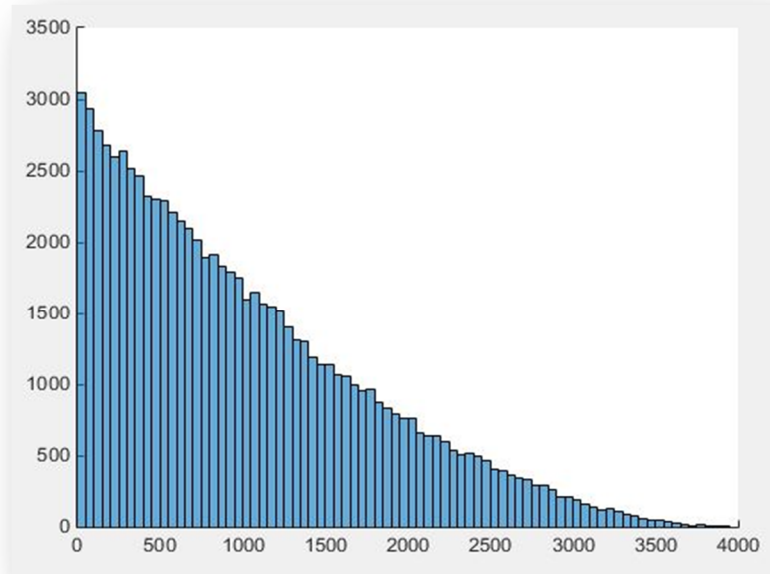
Με βάση τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, ένα αντίστοιχο σύστημα αποτελούμενο από 4 εξαρτήματα όμοια με τα προηγούμενα, θα λειτουργεί «συνεχόμενα» για 500 χρονικές μονάδες κατά μέσο όρο, με αμελητέα μεν, υπαρκτή δε πιθανότητα να

λειτουργήσει συνεχόμενα επίσης για 4000 μονάδες χρόνου. Δηλαδή, η διάρκεια ενός θεωρητικού «απόλυτα μέγιστου κύκλου» συνεχόμενης λειτουργίας θα είναι πάντα η μέγιστη τιμή της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, ανεξάρτητα από το πλήθος τους. Βέβαια, η πιθανότητα πραγματοποίησης του εν λόγω κύκλου είναι πρακτικά 0 ακόμη και για σύστημα αποτελούμενο από 2 μόνο εξαρτήματα.

Θεωρώντας το μέσο χρόνο λειτουργίας του συστήματος στον οποίο δεν απαιτείται κάποια αντικατάσταση ως τη μέση τιμή της κατανομής που ακολουθούν οι χρόνοι μεταξύ αντικαταστάσεων συμπεραίνουμε, με βάση τα παραπάνω, ότι λόγω χάριν για το σύστημα 2 εξαρτημάτων του παραδείγματος και θεωρητικά άπειρο χρόνο λειτουργίας, η μέγιστη δυνατή τιμή που θα συναντάται στα δεδομένα των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων είναι 4 φορές μεγαλύτερη από τη μέση (4000/1000). Αντίστοιχα για το σύστημα τεσσάρων εξαρτημάτων ο λόγος μέγιστης δυνατής τιμής - μέσης τιμής των δεδομένων είναι ίσος με 8 (4000/500).

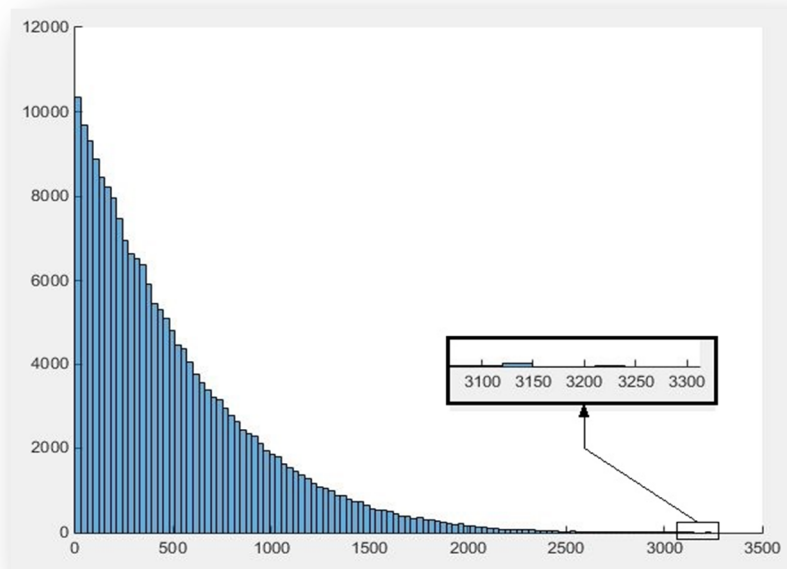
Παρά το γεγονός ότι για τα συγκεκριμένα πλήθη εξαρτημάτων τα δεδομένα δεν οδηγούνται στην εκθετική κατανομή ούτως ή άλλως, γενικεύοντας τον παραπάνω συλλογισμό για πολυπληθέστερα συστήματα, δικαιολογείται εν μέρει η ύπαρξη ακραίων τιμών στα δεδομένα που οδηγούν τον έλεγχο προσαρμογής σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, παρόλο που η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών μειώνεται με παράλληλη αύξηση του πλήθους.

Στο Σχήμα 6.1 φαίνεται η κατανομή των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σταθερή κατάσταση λειτουργίας στο σύστημα 2 εξαρτημάτων του παραπάνω παραδείγματος. Παρατηρούμε ότι η μέγιστη τιμή είναι ελάχιστα μικρότερη από 4000 (βάσει του προγράμματος η μέγιστη τιμή που εμφανίζεται στο ιστογράμμα είναι 3918). Η μέση τιμή των δεδομένων του ιστογράμματος είναι 1001 χρονικές μονάδες. Δηλαδή ο λόγος της διάρκειας του μέγιστου κύκλου λειτουργίας που πραγματοποιήθηκε κατά την προσομοίωση προς τη διάρκεια του μέσου κύκλου είναι ίσος με 3.91 [αρκετά κοντά στο θεωρητικό μέγιστο λόγο (4)]. Είναι φανερό ότι η απόρριψη στην οποία κατέληξε ο έλεγχος χ^2 σε αυτή την περίπτωση, με p-value ίσο με 0, δεν οφείλεται σε ακραίες τιμές, αλλά στην κυρτότητα του διαγράμματος.



Σχήμα 6.1: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 2 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=100\%$)

Τα αποτελέσματα αντίστοιχης προσομοίωσης για 4 όμως εξαρτήματα κατέληξαν στο ιστογράμμα του Σχήματος 6.2:

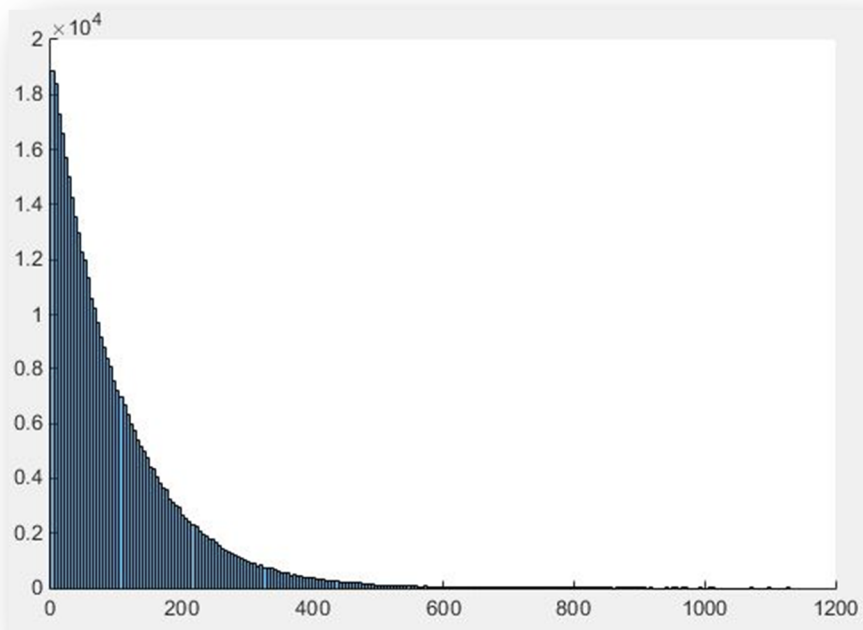


Σχήμα 6.2: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα τεσσάρων εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=100\%$)

Η μέση τιμή των δεδομένων του τελευταίου ιστογράμματος, βάσει των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, είναι ίση με 499.7, ενώ η διάρκεια του μέγιστου κύκλου λειτουργίας 3208

μονάδες χρόνου. Σε αυτή την περίπτωση ο λόγος της διάρκειας του μέγιστου κύκλου λειτουργίας που πραγματοποιήθηκε κατά την προσομοίωση προς τη διάρκεια του μέσου κύκλου είναι ίσος με 6.42, αυξημένος δηλαδή κατά 64% περίπου σε σχέση με τον αντίστοιχο λόγο του προηγούμενου συστήματος. Για θεωρητικά άπειρο χρόνο λειτουργίας μπορούμε να υποθέσουμε ότι η αύξηση αυτή θα τείνει στην αντίστοιχη αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων [$(4-2)/2 = 100\%$ για τα δεδομένα συστήματα], με μειούμενη όμως πιθανότητα να προσεγγίσει τη συγκεκριμένη τιμή, όσο αυξάνεται το πλήθος. Δηλαδή ο θεωρητικός μέγιστος λόγος για το τελευταίο σύστημα θα είναι $4+4*100\%=8$. Στην τελευταία περίπτωση ο έλεγχος χ^2 απέρριψε επίσης τη μηδενική υπόθεση, με $p\text{-value} = 0$.

Ας δούμε τι συμβαίνει σε μερικές από τις περιπτώσεις που ο έλεγχος καταλήγει σε αποδοχή της H_0 . Έστω σύστημα 20 εξαρτημάτων με χρόνο ζωής που ακολουθεί τη δεδομένη ομοιόμορφη κατανομή: $U(0,4000)$. Ο έλεγχος χ^2 στα δεδομένα των χρόνων μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων στο εν λόγω σύστημα κατέληξε σε αποδοχή της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή με $p\text{-value} = 78.95\%$. Το ιστόγραμμα των δεδομένων παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.3.

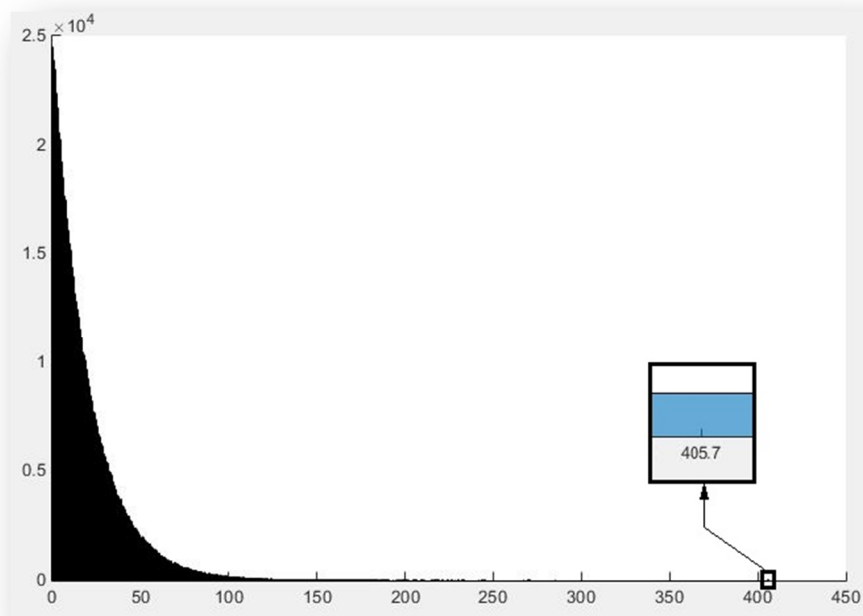


Σχήμα 6.3: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 20 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=100\%$)

Για τα δεδομένα του παραπάνω σχήματος η μέση τιμή είναι, όπως ήταν αναμενόμενο, πολύ κοντά στο 100 ($100.06 \approx 2000/20$) και η μέγιστη ισούται με 1126 μονάδες χρόνου. Δηλαδή ο λόγος στον οποίο γίνεται αναφορά παραπάνω έχει τιμή 11.19 και η αύξησή του σε σχέση με

τον αντίστοιχο λόγο του συστήματος 2 εξαρτημάτων είναι 186.2%, έναντι 900% αύξηση στο πλήθος.

Τέλος, ας θεωρήσουμε ένα αντίστοιχο σύστημα 100 εξαρτημάτων όμοιων με τα προηγούμενα. Το ιστόγραμμα των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων που προέκυψε από μία προσομοίωση λειτουργίας του συστήματος αυτού παρατίθεται στο Σχήμα 6.4

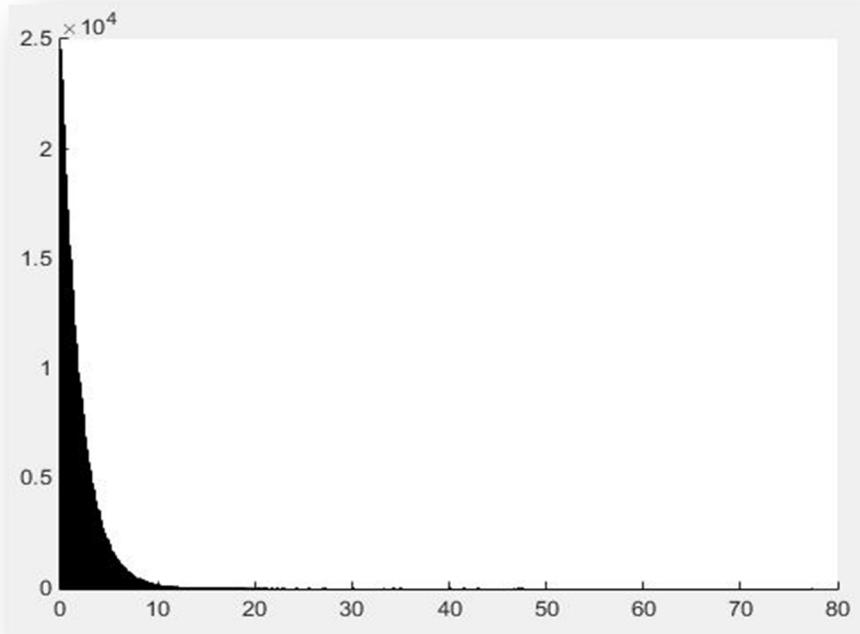


Σχήμα 6.4: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 100 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=100\%$)

Η μέση τιμή των δεδομένων του παραπάνω ιστογράμματος είναι ίση με 20.012 ($\approx 2000/100$) και η μέγιστη 405.7, με λόγο διάρκειας μέγιστου προς μέσου κύκλου συνεχόμενης λειτουργίας ίσο με 20.27. Η αύξηση του λόγου σε σχέση με τον αντίστοιχο του συστήματος 2 εξαρτημάτων είναι 456.75% έναντι 4900% αύξηση στο πλήθος. Στη συγκεκριμένη προσομοίωση η H_0 έγινε αποδεκτή με $p\text{-value} = 0.248$.

Με βάση τα παραπάνω, η υπόθεση που προτείνεται στην υποενότητα 5.2.2, σχετικά με την απόλυτη προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή όταν το πλήθος εξαρτημάτων τείνει στο άπειρο, απορρίπτεται αν θεωρήσουμε ότι το φαινόμενο που παρουσιάζεται στην παρούσα υποενότητα συνεχίζει να εμφανίζεται ανεξάρτητα από την αύξηση του πλήθους. Βέβαια, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών περιορίζεται με παράλληλη αύξηση του πλήθους. Για να καταλήξουμε στην απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή όταν το πλήθος εξαρτημάτων τείνει στο άπειρο, με απόλυτη βεβαιότητα, πρέπει να προσεγγίσουμε τη λύση

αναλυτικά και όχι μέσω προσομοίωσης. Μία ενδεικτική προσομοίωση που πραγματοποιήθηκε για σύστημα αποτελούμενο από 1000 εξαρτήματα με χρόνο ζωής που ακολουθεί την ίδια ομοιόμορφη κατανομή κατέληξε στο ιστόγραμμα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.5 και σε απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή με $p\text{-value} = 1.97 \cdot 10^{-9}$.



Σχήμα 6.5: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 1000 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή.

Για τα παραπάνω δεδομένα η μέση τιμή είναι 2.0006 ($\approx 2000/1000$) και η μέγιστη 77.31. Συνεπώς ο λόγος μέγιστου προς μέσου κύκλου συνεχόμενης λειτουργίας είναι ίσος με 38.64.

Με βάση το παρόν κεφάλαιο, μπορεί να θεωρηθεί ότι η ζητούμενη κατανομή προσεγγίζεται από την εκθετική ακόμη και για εξαιρετικά πολυπληθή συστήματα (όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.5), με ικανοποιητική προσαρμογή σε αυτήν όμως μόνο σε ένα εύρος της τιμής του πλήθους εξαρτημάτων. Όπως αναλύθηκε νωρίτερα, η κατανομή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων δεν επηρεάζει τη μορφή της τελικής κατανομής των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων για πλήθη εξαρτημάτων μεγαλύτερα από μια ορισμένη τιμή (περίπου 5), χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η κατανομή είναι εκθετική. Τα Σχήματα 4.15 και 4.18 του Κεφαλαίου 4 που παρουσιάζουν τις μέσες τιμές της δυαδικής μεταβλητής H και του $p\text{-value}$ του ελέγχου χ^2 αντίστοιχα, συναρτήσει πλήθους και κατανομής υποστηρίζουν τη θεώρηση αυτή. Η παρούσα υποενοότητα αφορά αποκλειστικά την ομοιόμορφη κατανομή. Θα μπορούσε κανείς να υποθέσει ότι η πραγματοποίηση κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας δυσανάλογων σε

διάρκεια σε σχέση με το μέσο, οφείλεται στην αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών λόγω της φύσης της ομοιόμορφης κατανομής, σε σχέση με κάποια Weibull ή κανονική. Ωστόσο, από ανάλογες προσομοιώσεις συστημάτων αποτελούμενων από εξαρτήματα με χρόνο ζωής που ακολουθεί οποιαδήποτε από τις υπόλοιπες 3 κατανομές που μελετώνται στην παρούσα εργασία και για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 1000 παρατηρήθηκε ότι ο έλεγχος προσαρμογής καταλήγει συστηματικά σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης με p-value πρακτικά ίσο με 0, ενώ ακολουθείται πολιτική συντήρησης RTF. (Στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται αποτελέσματα από προσομοιώσεις συστημάτων αποτελούμενων από πολύ περισσότερα εξαρτήματα και προκύπτει ότι το παραπάνω φαινόμενο μπορεί να θεωρηθεί ότι πρακτικά δεν παρουσιάζεται μετά από μία οριακή τιμή του πλήθους, οδηγώντας τα δεδομένα στην εκθετική κατανομή).

6.2 Αποκλίσεις λόγω προληπτικής συντήρησης (PM)

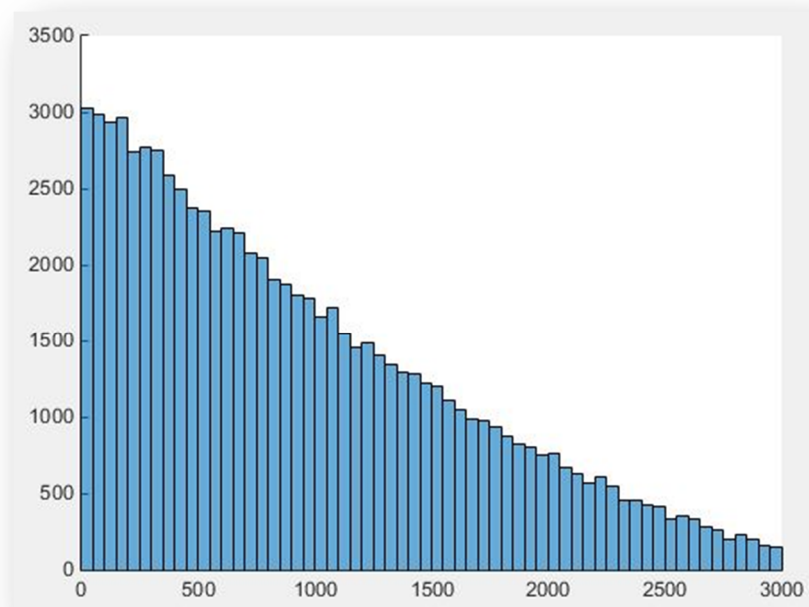
Στο Σχήμα 5.5 του κεφαλαίου 5 (σελίδα 82) φαίνεται η επίδραση που ασκεί η αύξηση του ποσοστού των προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα και η κατάργηση ουσιαστικά, σε μεγάλο βαθμό, της στοχαστικότητας του φαινομένου. Αυτό μπορεί εύκολα να ερμηνευτεί με βάση την προηγούμενη υποενοότητα. Παραδείγματος χάριν, αν στο σύστημα 2 εξαρτημάτων της υποενοότητας 6.1 (Κατανομή χρόνου ζωής $U(0,4000)$) θέταμε το χρόνο προληπτικής συντήρησης στις 3000 χρονικές μονάδες (25% προγραμματισμένες και 75%(=F) μη προγραμματισμένες επεμβάσεις στο σύστημα) τότε:

- Η θεωρητική μέση τιμή της κατανομής θα μειώνονταν και θα ήταν ίση με $(1500 \cdot 0.75 + 3000 \cdot 0.25) / 2 = 937.5$, έναντι 1000 για την προηγούμενη περίπτωση (RTF).
- Η διάρκεια ενός απόλυτα μέγιστου κύκλου συνεχόμενης λειτουργίας θα περιοριζονταν στην τιμή της ηλικίας προληπτικής συντήρησης ($= 0.75 \cdot 4000 = 3000$ για το σύστημα του παραδείγματος).
- Η πιθανότητα πραγματοποίησης του εν λόγω κύκλου θα ήταν αυξημένη και ίση με την πιθανότητα τα 2 εξαρτήματα να αντικατασταθούν λόγω συντήρησης και όχι βλάβης, δεδομένου ότι κατά τον προηγούμενο κύκλο λειτουργίας αντικαταστάθηκαν σχεδόν ταυτόχρονα.

Σίγουρα η πιθανότητα τα 2 εξαρτήματα να αντικατασταθούν σχεδόν ταυτόχρονα είναι πολύ περιορισμένη, αλλά ήταν προαπαιτούμενη ούτως ή άλλως και για την πραγματοποίηση του μέγιστου κύκλου λειτουργίας κατά την εφαρμογή της πολιτικής RTF. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι, δεδομένης της παραπάνω συνθήκης, ο κύκλος μέγιστης διάρκειας θα

πραγματοποιηθεί με πιθανότητα $0.25^2 = 6.25\%$ σε αυτή την περίπτωση έναντι της αμελητέας πιθανότητας πραγματοποίησής του στο αντίστοιχο σύστημα 2 εξαρτημάτων της υποενότητας 6.1.

Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζεται το ιστογράμμα των χρόνων μεταξύ επεμβάσεων στο σύστημα που προέκυψαν από μια προσομοίωση του συστήματος 2 εξαρτημάτων με χρόνο ζωής που ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή $U(0,4000)$ και χρόνο προληπτικής συντήρησης ορισμένο στις 3000 χρονικές μονάδες.



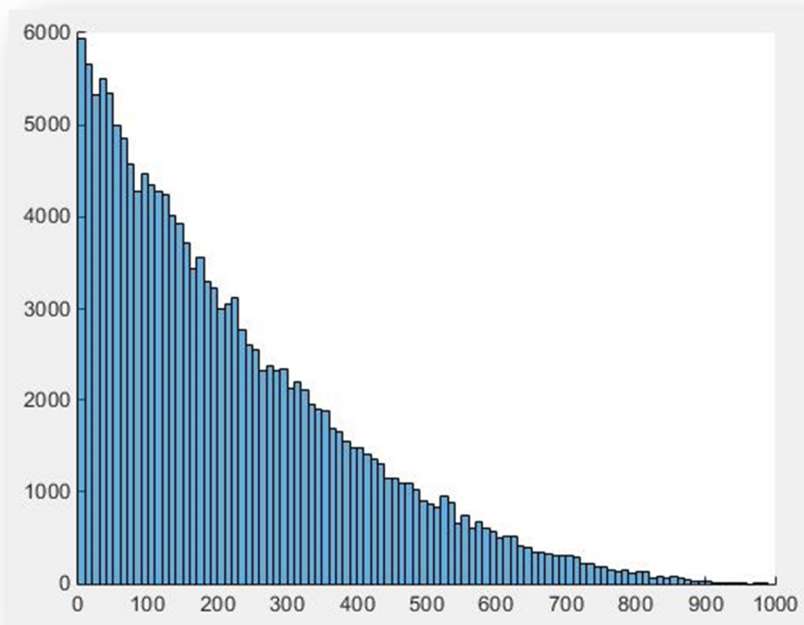
Σχήμα 6.6: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 2 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=75\%$).

Μέσω του ιστογράμματος είναι εμφανής η αυξημένη πιθανότητα πραγματοποίησης του μέγιστου κύκλου (3000) σε σχέση με την αντίστοιχη πιθανότητα στο προηγούμενο σύστημα, στο οποίο ακολουθείται πολιτική συντήρησης RTF.

Το Σχήμα 6.7 περιέχει το ιστογράμμα των χρόνων επέμβασης στο σύστημα τεσσάρων εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ίδια ομοιόμορφη κατανομή $U(0,4000)$, ενώ η προληπτική συντήρηση είναι ορισμένη στο $F=25\%$ του χρόνου ζωής (1000 μονάδες χρόνου). Η μέση τιμή των δεδομένων του σχήματος είναι 218.554 με την αντίστοιχη θεωρητική τιμή ίση με 218.75.

Συγκρίνοντας τα 2 τελευταία σχήματα με τα ιστογράμματα των αντίστοιχων συστημάτων της προηγούμενης υποενότητας (Σχήματα 6.1 και 6.2) παρατηρούμε ότι η κατανομή που προκύπτει μειώνοντας το χρόνο προληπτικής συντήρησης είναι, στην ουσία,

μια truncated εκδοχή της αντίστοιχης κατανομής που προκύπτει από την εφαρμογή της RTF, μεταξύ του μηδενός και της ηλικίας PM, απλά με κάποια μείωση στη μέση τιμή, η οποία είναι ανάλογη του συμπληρωματικού ποσοστού του F (ποσοστό προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα) και αντιστρόφως ανάλογη του πλήθους εξαρτημάτων.



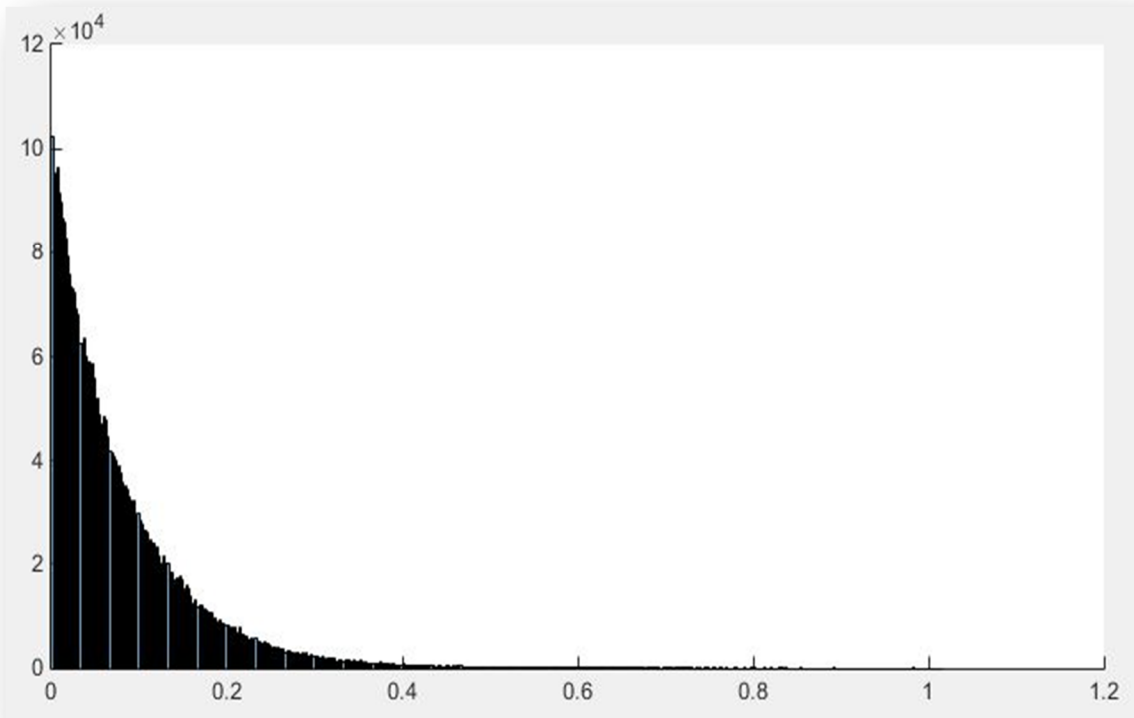
Σχήμα 6.7: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα τεσσάρων εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=25\%$).

6.3. Αλληλεπίδραση κατανομής και προληπτικής συντήρησης

Τα συμπεράσματα των 2 παραπάνω υποενοτήτων συνοψίζονται στα κάτωθι:

- Η ζητούμενη κατανομή οδηγείται προσεγγιστικά σε εκθετική μορφή για πλήθη εξαρτημάτων > 30 περίπου, παρουσιάζοντας όμως ακραίες τιμές, με πρακτικά μηδενική πιθανότητα εμφάνισης σε δείγμα εκθετικής, οι οποίες οδηγούν σε απορρίψεις της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή και των οποίων η διαφορά από τη μέση τιμή αυξάνεται με παράλληλη αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων.
- Η ηλικία προληπτικής συντήρησης ταυτίζεται με το απόλυτα μέγιστο σημείο της εν λόγω κατανομής (καθώς και της αρχικής).

Με βάση τις δύο παραπάνω προτάσεις γεννάται το εξής ερώτημα: Υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ κατανομής χρόνου ζωής, χρόνου προληπτικής συντήρησης (PM) και πλήθους εξαρτημάτων (N), τέτοια ώστε αν ικανοποιείται, να οδηγεί τις τιμές της κατανομής των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων εξαρτημάτων σε ένα σύστημα, οι οποίες προκύπτουν ως διαφορές τυχαίων τιμών N κατανομών χρόνου ζωής, περιορισμένων στο διάστημα που ορίζει η ελάχιστη τιμή της αρχικής κατανομής και ο χρόνος PM, σε απόλυτη προσαρμογή στην εκθετική κατανομή; Η προσέγγιση του προβλήματος μέσω προσομοίωσης λειτουργίας των συστημάτων, που επιχειρείται στην παρούσα εργασία, δε μπορεί να καταλήξει στην απάντηση του ερωτήματος αυτού με βεβαιότητα. Ωστόσο, από προσομοιώσεις, είναι δυνατόν να οδηγηθούμε σε ενδείξεις ότι πράγματι για δεδομένους συνδυασμούς των παραπάνω τριών παραμέτρων, η τελική κατανομή θα είναι εκθετική. Για παράδειγμα, έστω το σύστημα χιλίων εξαρτημάτων με χρόνο ζωής $U(0,4000)$ που περιγράφεται στην υποενότητα 6.1. Η προσομοίωση λειτουργίας του εν λόγω συστήματος με ηλικία προληπτικής συντήρησης ορισμένη στις 80 μονάδες χρόνου λειτουργίας, δηλαδή ποσοστό τυχαίων βλαβών $F=2\%$, κατέληξε στα δεδομένα του Σχήματος 6.8. Ο έλεγχος χ^2 για αυτές τις τιμές κατέληξε σε αποδοχή της H_0 , με $p\text{-value} = 0.7938$.



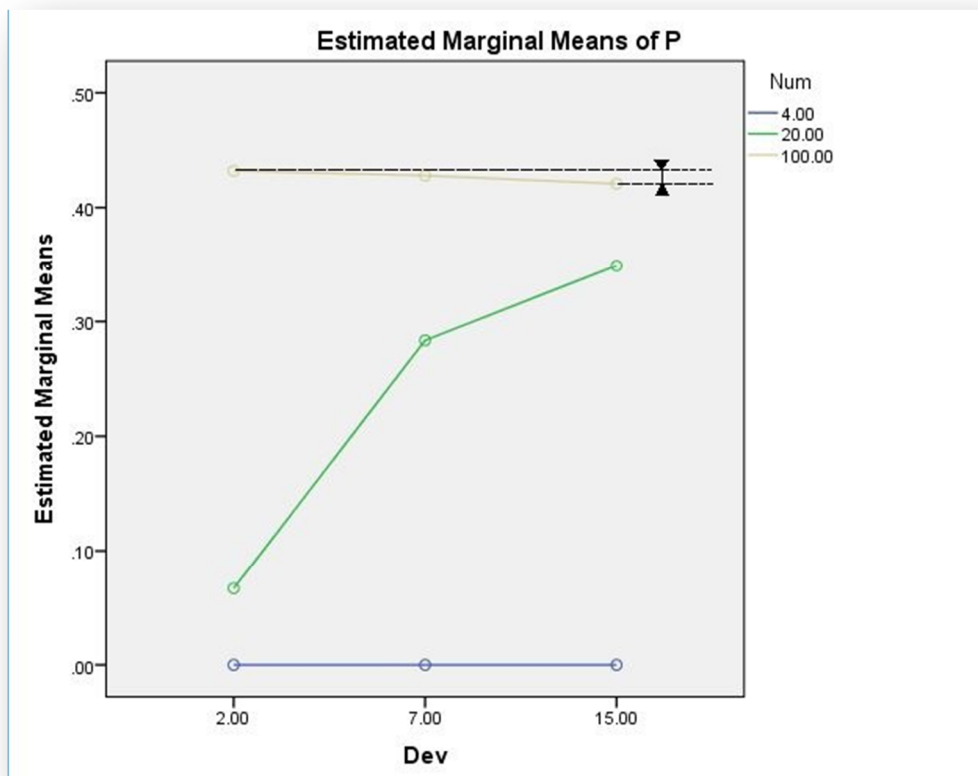
Σχήμα 6.8: Κατανομή χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων σε σύστημα 1000 εξαρτημάτων των οποίων ο χρόνος ζωής ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. ($F=2\%$)

Για τα δεδομένα του τελευταίου ιστογράμματος η πραγματική και θεωρητική μέση τιμή συμπίπτουν και είναι ίσες με 0.0792, ενώ η μέγιστη τιμή είναι 1.014. Ο λόγος διάρκειας του μέγιστου προς το μέσο κύκλο είναι 12.8. Υπενθυμίζεται ότι για το ίδιο σύστημα, ο λόγος αυτός προέκυψε ίσος με 38.64 κατά την εφαρμογή της RTF και η υπόθεση προσαρμογής σε εκθετική κατανομή απορρίφθηκε με p-value σχεδόν ίσο με 0. Τα δεδομένα που προκύπτουν από προσομοιώσεις του συγκεκριμένου συστήματος 1000 εξαρτημάτων, με την ηλικία προληπτικής συντήρησης ορισμένη έτσι ώστε το ποσοστό των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα να υπερβαίνει ένα μέγιστο όριο της τάξης του 60% περίπου, δεν οδηγούνται ποτέ σε εκθετική κατανομή λόγω των ακραίων τιμών. Φυσικά, η μέγιστη τιμή δεν είναι ο λόγος που καταλήγουμε σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, αφού η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας οποιασδήποτε εκθετικής εκτείνεται ως το άπειρο. Όμως ο αυξημένος λόγος μέγιστης - μέσης τιμής της κατανομής είναι μία ένδειξη της τάσης των δεδομένων να παρουσιάζουν ακραίες τιμές που τα οδηγούν σε απόκλιση από την εκθετική κατανομή, κυρίως λόγω της συχνότητας εμφάνισης μεγάλων τιμών, η οποία είναι αυξημένη σε σχέση με αυτήν της εκθετικής κατανομής. Μία ενδεικτική μέτρηση ακραίων τιμών στα αποτελέσματα προσομοίωσης του συστήματος 1000 εξαρτημάτων στο οποίο ακολουθείται πολιτική συντήρησης RTF, έδειξε συγκέντρωση τιμών περίπου 1%, μετά το σημείο όπου η αθροιστική της αντίστοιχης εκθετικής ισούται με 99.9%.

Κεφάλαιο 7^ο: Αναλυτική ερμηνεία των αποτελεσμάτων

7.1. Ερμηνεία των αποκλίσεων στα αποτελέσματα

Θεωρώντας δεδομένα πλέον όσα αναφέρονται στο προηγούμενο κεφάλαιο, ας επιστρέψουμε στα αποτελέσματα των Κεφαλαίων 4 και 5. Συγκεκριμένα, ξεκινώντας από το Σχήμα 4.17, το οποίο παρατίθεται εκ νέου προς διευκόλυνση της ανάγνωσης (Σχήμα 7.1), θα επιχειρηθεί η ερμηνεία της ελάχιστα φθίνουσας πορείας του p -value του ελέγχου προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, με αύξηση της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής, για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 100.



Σχήμα 7.1: Μεταβολές P -value συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων για τα επίπεδα τιμών του Κεφαλαίου 4.

Αύξηση της τυπικής απόκλισης συνεπάγεται και αύξηση της μέγιστης τιμής της εκάστοτε κατανομής. Βάσει των παραδειγμάτων της υποενότητας 6.1, φαίνεται λογική η

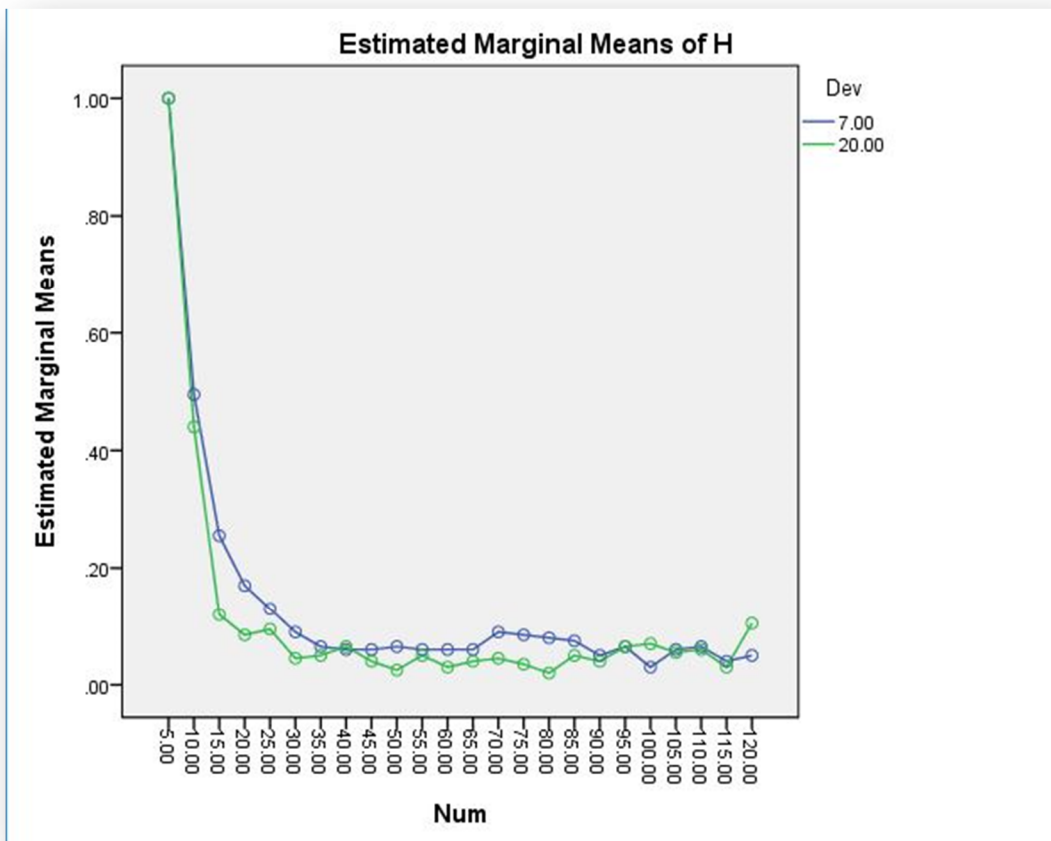
υπόθεση ότι, παρόλο που ένας δυσανάλογα μεγάλος σε διάρκεια κύκλος συνεχόμενης λειτουργίας έχει ακριβώς την ίδια πιθανότητα να προκύψει για τα διάφορα επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης, η πραγματοποίησή του σε προσομοίωση με την τυπική απόκλιση ορισμένη στο υψηλό επίπεδο τιμών θα οδηγήσει κάποιο στοιχείο των δεδομένων σε τιμή που απέχει περισσότερο από τη μέση, αφού ούτως ή άλλως η μέση τιμή της τελικής κατανομής δεν επηρεάζεται καθόλου από την τυπική απόκλιση της αρχικής. Δηλαδή, οι διάφορες ακραίες τιμές που εμφανίζονται στα δεδομένα απέχουν από τη μέση τιμή περισσότερο όσο αυξάνεται η μέγιστη τιμή της αρχικής κατανομής.

Βασιζόμενοι στην παραπάνω πρόταση, στο γεγονός ότι η μέση τιμή της τελικής κατανομής προκύπτει από μια σχέση που περιέχει το πλήθος εξαρτημάτων στον παρονομαστή καθώς και στο γεγονός ότι η διάρκεια ενός απόλυτα μέγιστου θεωρητικού κύκλου συνεχόμενης λειτουργίας δεν επηρεάζεται από το πλήθος εξαρτημάτων, οδηγήσαμε στο συμπέρασμα ότι η φθίνουσα απόκριση των p -values του Σχήματος 7.1 με αύξηση της τυπικής απόκλισης για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 100, θα ήταν εντονότερη για πλήθος $N_{\text{num}} > 100$. Βάσει αυτής της θεώρησης η μη εξάρτηση της προσαρμογής σε εκθετική από την τυπική απόκλιση για πλήθος εξαρτημάτων πάνω από μία ορισμένη τιμή έως και 100, που προτείνεται στο κεφάλαιο 4, μεταφράζεται ως ύπαρξη κάποιου «μεταβατικού εύρους επιπέδων τιμών του πλήθους». Αν το πλήθος αυξηθεί περισσότερο από τα όρια του εύρους αυτού, τότε οι μεταβολές στην τυπική απόκλιση θα επιφέρουν τα αντίθετα αποτελέσματα στην προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή.

Από το παράδειγμα του συστήματος 1000 εξαρτημάτων στο οποίο εφαρμόζεται πολιτική RTF, που αναφέρεται στην υποενότητα 6.1 του Κεφαλαίου 6, οδηγήσαμε με βεβαιότητα στο συμπέρασμα ότι, για την εφαρμογή της συγκεκριμένης πολιτικής, υπάρχει κάποιο πλήθος εξαρτημάτων $N_{\text{max}} < 1000$, πάνω από το οποίο οι τιμές των p -values των ελέγχων προσαρμογής σε εκθετική κατανομή, θα καταλήγουν συστηματικά σε τιμές που τείνουν στο 0 για πλήθη εξαρτημάτων ως το άπειρο ή για πλήθη εξαρτημάτων έως μία επόμενη οριακή τιμή, μετά την οποία το φαινόμενο των ακραίων τιμών θα πάψει να παρουσιάζεται.

Η παραπάνω πρόταση ερμηνεύει ικανοποιητικά και τη διαφορά μεταξύ των μέσων τιμών της δυαδικής μεταβλητής H που αντιστοιχούν σε πλήθος εξαρτημάτων 120, όπως φαίνονται στο Σχήμα 5.3 του Κεφαλαίου 5, το οποίο παρατίθεται επίσης εκ νέου στο Σχήμα 7.2. Με βάση αυτή την υπόθεση θα αναμέναμε, αν συνεχίζονταν η αύξηση στο πλήθος εξαρτημάτων του συστήματος, η καμπύλη που αντιστοιχεί στα αποτελέσματα προσομοιώσεων με λόγο μεταβλητότητας στο υψηλό επίπεδο τιμών ($Dev=20$), να βρίσκεται συστηματικά υψηλότερα από την καμπύλη των δεδομένων των προερχόμενων από αρχικές

κατανομές με μικρό λόγο μεταβλητότητας. Δηλαδή, ο έλεγχος θα απέρριπτε κατά μέσο όρο περισσότερες φορές τη μηδενική υπόθεση αν η αρχική κατανομή είχε μεγαλύτερη μεταβλητότητα, λόγω των ακραίων τιμών. Η σχέση αυτή μεταξύ των 2 καμπυλών θα συνεχίζονταν με αύξουσα πορεία μέχρι το οριακό πλήθος N_{max} , που αναφέρεται στην προηγούμενη παράγραφο, όπου οι 2 καμπύλες θα συνέπιπταν στη μονάδα ($H=1$), δηλαδή στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, αν υποθεθεί ότι οι ακραίες τιμές συνεχίζουν να εμφανίζονται όσο το πλήθος τείνει στο άπειρο.



Σχήμα 7.2: Μεταβολή των τιμών της H για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και τυπικής απόκλισης με βάση τα επίπεδα τιμών του κεφαλαίου 5.

Βέβαια, όπως προκύπτει από την τελευταία προσομοίωση του κεφαλαίου 6 (σύστημα 1000 εξαρτημάτων με χρόνο ζωής $U(0,4000)$ και $F=2\%$), η οριακή αυτή τιμή του πλήθους (N_{max}), αυξάνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού εμφάνισης τυχαίων βλαβών, αφού για $F=2\%$ μπορούμε να υποθέσουμε, βάσει του παραδείγματος, ότι $N_{max} > 1000$.

Συμπερασματικά, η επίδραση του ποσοστού F των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στην τελική κατανομή είναι διττή. Η ζητούμενη κατανομή είναι μια εκθετική με

ακραίες τιμές που θεωρητικά προσεγγίζουν το μέγιστο της αρχικής κατανομής για άπειρο χρόνο λειτουργίας. Η μείωση του ποσοστού F:

- Μειώνει τη μέση τιμή της τελικής κατανομής, με ρυθμό αντιστρόφως ανάλογο της τιμής του πλήθους εξαρτημάτων.
- Οδηγεί σε ποσοστιαία μείωση της απόλυτα μέγιστης τιμής της αρχικής και της τελικής κατανομής κατά $100\% - F$.

Οι 2 παραπάνω προτάσεις ταυτίζονται με την εξής μία: Μείωση του ποσοστού F συνεπάγεται και μείωση στο truncation point της εκθετικής κατανομής ακραίων τιμών, για την οποία γίνεται λόγος στο Κεφάλαιο 6, με παράλληλη, αλλά μικρότερη ποσοτικά και ποσοστιαία, μείωση στη μέση τιμή της ίδιας κατανομής.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μίας οποιασδήποτε εκθετικής κατανομής εκτείνεται ως το άπειρο και αυτό δικαιολογεί την εμφάνιση οποιασδήποτε τιμής σε δεδομένα προερχόμενα από μια τέτοια κατανομή. Όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 6, στις περιπτώσεις όπου η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, αυτό οφείλεται ως επί το πλείστον στη συχνότητα εμφάνισης ακραίων τιμών, σε συνδυασμό με την εμφάνιση τιμών που έχουν πρακτικά μηδενική πιθανότητα να προκύψουν σε τυχαία δείγματα της εκάστοτε εκθετικής.

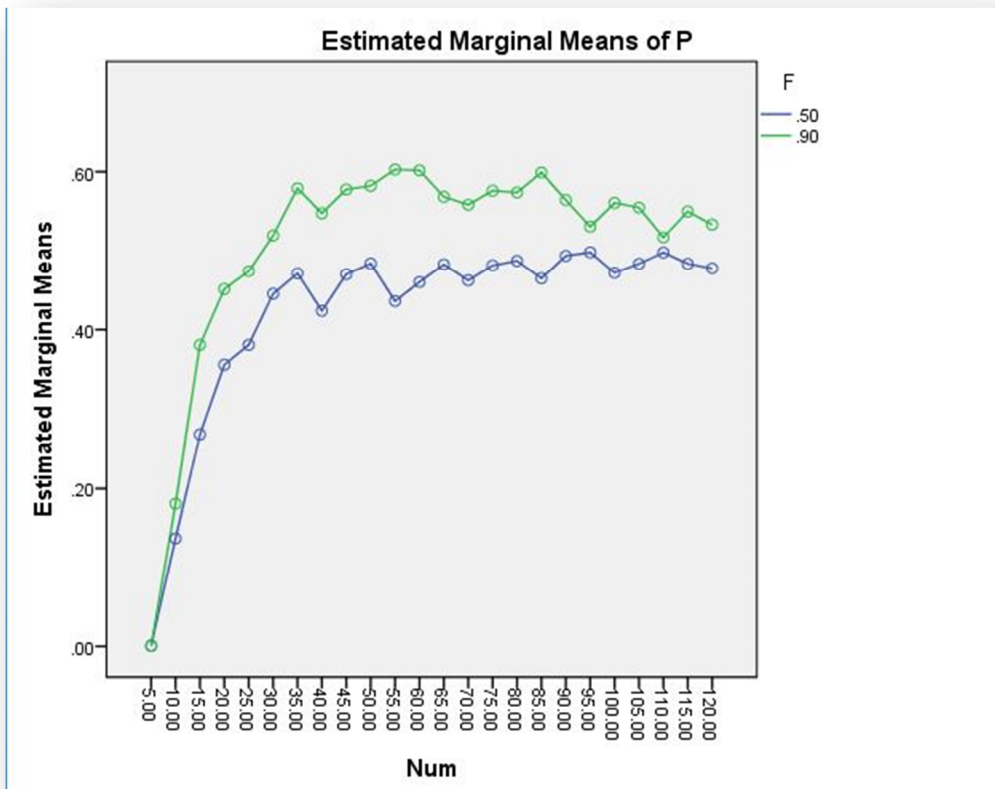
Σύμφωνα με τη θεώρηση που γίνεται παραπάνω, για οποιονδήποτε συνδυασμό αρχικής κατανομής και πλήθους εξαρτημάτων, υπάρχει τουλάχιστον ένα ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα F, στο οποίο αντιστοιχεί ένα συμπληρωματικό ποσοστό αντικαταστάσεων λόγω συντήρησης $100\% - F$, τέτοιο ώστε να οδηγεί την τελική κατανομή σε προσαρμογή στην εκθετική.

Μήπως όμως περιορισμένο ποσοστό F οδηγεί σε αυξημένη συγκέντρωση τιμών στο truncation point και γενικά στα μέγιστα σημεία της τελικής κατανομής; Με βάση το κεφάλαιο 6, όπου αναφέρεται πως η πιθανότητα πραγματοποίησης του μέγιστου κύκλου συνεχόμενης λειτουργίας αυξάνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού F (π.χ. 6.25% στο παράδειγμα του συστήματος 2 εξαρτημάτων για $F=75\%$), αυτό ισχύει εν μέρει. Όμως, το ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων $F=2\%$, δεν φαίνεται να επηρέασε την προσαρμογή των δεδομένων της προσομοίωσης του συστήματος χιλίων εξαρτημάτων σε εκθετική, όπως αναφέρεται στην υποενότητα 6.3.

Θεωρητικά, η εν λόγω πιθανότητα είναι κατά πολύ αυξημένη σε σχέση με την αντίστοιχη πιθανότητα για εφαρμογή πολιτικής RTF, όμως αφενός προϋποθέτει την ταυτόχρονη (ή ορθότερα σχεδόν ταυτόχρονη) αντικατάσταση 1000 εξαρτημάτων σε ένα δεδομένο κύκλο, η οποία έχει πρακτικά μηδενική πιθανότητα πραγματοποίησης, σε συνδυασμό με την πιθανότητα 1000 αντικαταστάσεων λόγω συντήρησης στον επόμενο

κύκλο, κάθε μία από τις οποίες έχει πιθανότητα 98% να συμβεί. Δηλαδή η πιθανότητα και τα 1000 εξαρτήματα να αντικατασταθούν λόγω προληπτικής συντήρησης είναι $0.98^{1000} = 1.683 \cdot 10^{-9}$, επίσης πρακτικά ίση με 0. Τελικά καταλήγουμε στο ότι το φαινόμενο μπορεί να αγνοηθεί, για το συγκεκριμένο συνδυασμό πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού F.

Με βάση τα παραπάνω, μπορεί να ερμηνευτεί επίσης η σύγκλιση των 2 καμπυλών του σχήματος 5.7 του κεφαλαίου 5, το οποίο παρατίθεται εκ νέου στο παρόν κεφάλαιο (Σχήμα 7.3).



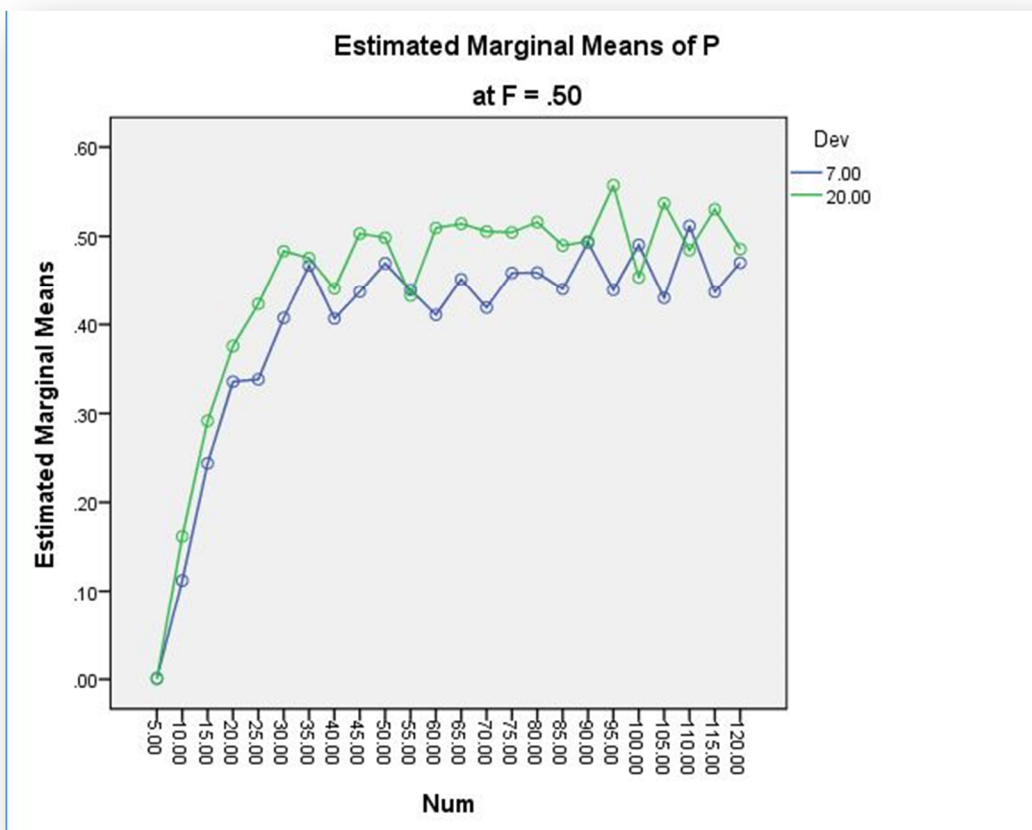
Σχήμα 7.3: P-value συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F, για τα επίπεδα τιμών του κεφαλαίου 5.

Δηλαδή, για χαμηλά επίπεδα τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης και σχετικά μικρό αριθμό πλήθους εξαρτημάτων, η truncated εκθετική κατανομή που προκύπτει λόγω του ποσοστού F, έχει truncation point αρκετά χαμηλό, ώστε η αυξημένη συχνότητα εμφάνισης ορισμένων τιμών που συνεπάγεται η αυξημένη πιθανότητα πραγματοποίησης μέγιστων κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας, να οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, λόγω της τάσης της κυρτότητας του ιστογράμματος να αποκλίνει από την εκθετική μορφή. Για σταθερό ποσοστό F, αύξηση στο πλήθος εξαρτημάτων οδηγεί σε μείωση της μέσης τιμής της truncated εκθετικής, μεγαλύτερη σε σχέση με τη μείωση της μέγιστης (η οποία οφείλεται αποκλειστικά

στο ποσοστό F και είναι ανάλογη του συμπληρωματικού ποσοστού του), με αποτέλεσμα να εμφανίζονται οι ακραίες τιμές με συχνότητα πιο κοντά σε αυτήν της εκθετικής κατανομής, ενώ η πιθανότητα πραγματοποίησης μέγιστων κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας μειώνεται εκθετικά με αύξηση του πλήθους.

Αν ισχύουν τα προηγούμενα, το παραπάνω διάγραμμα δείχνει απλά ότι τα επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων που μελετήθηκαν στο Κεφάλαιο 5, δεν ήταν αρκετά ώστε η καμπύλη F=50% να μετατοπιστεί συστηματικά υψηλότερα από την αντίστοιχη καμπύλη F=90%.

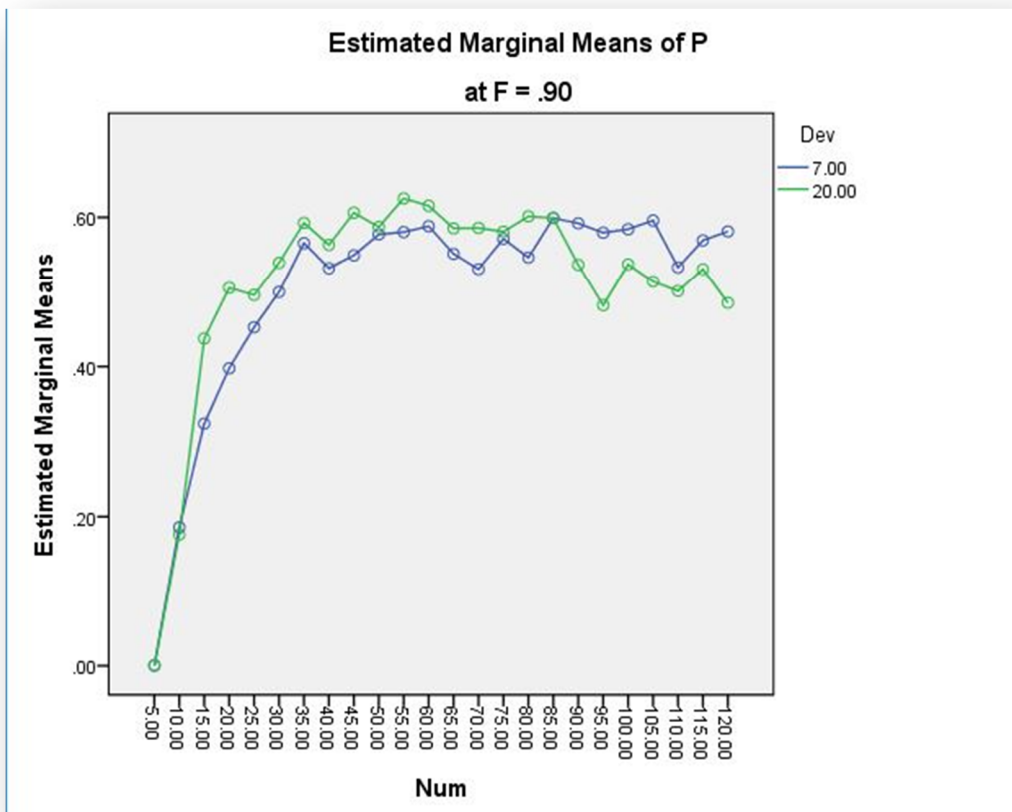
Για να επαληθεύσουμε τον παραπάνω ισχυρισμό, ας δούμε πως κινούνται οι μέσες τιμές των p-values συναρτήσει της τυπικής απόκλισης για κάθε επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης ξεχωριστά, για τα ίδια δεδομένα. Στο Σχήμα 7.4 φαίνεται η κίνηση των μέσων p-values σε συνάρτηση με το πλήθος και την τυπική απόκλιση, μόνο για το χαμηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης.



Σχήμα 7.4: P-value συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης μόνο για το χαμηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης.

Η καμπύλη $Dev=20$ μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι συστηματικά υψηλότερα μέχρι έναν ορισμένο αριθμό πλήθους, ενώ στα επίπεδα του πλήθους με τιμές πάνω από 85 περίπου, οι 2 καμπύλες φαίνεται να τέμνονται αρκετές φορές μέχρι και το επίπεδο 120. Από αυτό το σχήμα δε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η καμπύλη $Dev=20$ θα μεταφερθεί συστηματικά χαμηλότερα από την $Dev=7$ με αύξηση της τιμής του πλήθους.

Το Σχήμα 7.5 αφορά δεδομένα προερχόμενα μόνο από το υψηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης. Εδώ είναι εμφανής η πτωτική τάση της καμπύλης $Dev=20$ με αύξηση του πλήθους.



Σχήμα 7.5: P -value συναρτήσεϊ του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης μόνο για το υψηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης.

Επομένως, με βάση τις υποθέσεις που έχουν γίνει ως τώρα σχετικά με την προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, όσον αφορά τα χαμηλά επίπεδα τιμών του πλήθους, όπου η $Dev=7$ είναι χαμηλότερα, αυτό οφείλεται στην αυξημένη συχνότητα εμφάνισης σχετικά μεγάλων τιμών, οι οποίες παρόλο που δεν θα ήταν απίθανο να εμφανιστούν σε δείγμα της εκάστοτε εκθετικής, θα εμφανίζονταν σε αυτό με μειωμένη συχνότητα (Η καμπύλη $Dev=7$ είναι χαμηλότερα γιατί η μικρή μεταβλητότητα οδηγεί τις τιμές αρχικής κατανομής πιο κοντά στο truncation point). Αντίθετα, η πτωτική τάση της καμπύλης

$Dev=20$ για το υψηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας συντήρησης εξηγείται ως ακολούθως: Ο συνδυασμός υψηλής τυπικής απόκλισης και υψηλού ποσοστού F αυξάνει τις μέγιστες τιμές που είναι πιθανό να εμφανιστούν στα δεδομένα. Επειδή όσο αυξάνεται το πλήθος εξαρτημάτων, μειώνεται παράλληλα η μέση τιμή της τελικής κατανομής, χωρίς όμως αντίστοιχη μείωση των μέγιστων τιμών της, εμφανίζονται στα δεδομένα τιμές με πρακτικά μηδενική πιθανότητα εμφάνισης σε ένα δείγμα εκθετικής κατανομής με τη δεδομένη μέση τιμή. Το φαινόμενο αυτό οδηγεί τον έλεγχο προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή σε χαμηλότερες τιμές p -value, θεωρητικά μέχρι μία κρίσιμη τιμή του πλήθους, μετά την οποία τα p -values των 2 καμπυλών θα συμπέσουν στο 0. Βέβαια, αν θεωρήσουμε ότι το φαινόμενο των ακραίων τιμών θα πάψει να εμφανίζεται όταν το πλήθος εξαρτημάτων αυξηθεί πάνω από ένα όριο, η πτωτική τάση των p -values θα συνεχιστεί μέχρι το όριο αυτό και στη συνέχεια οι τιμές θα παρουσιάσουν και πάλι ανοδική τάση μέχρι το άπειρο όπου θα τείνουν ασυμπτωτικά στη μονάδα, ενώ παράλληλα η H θα τείνει στο 0.

7.2. Επαλήθευση υποθέσεων

Προκειμένου να επαληθευτούν οι υποθέσεις που προτείνονται στην προηγούμενη υποενότητα πραγματοποιήθηκε ανάλυση μεταβλητότητας στα αποτελέσματα των p -values των ελέγχων προσαρμογής 160 προσομοιώσεων με τα εξής επίπεδα τιμών:

- 2 επίπεδα τιμών του πλήθους εξαρτημάτων (Num): 50 και 200
- 2 επίπεδα τιμών της τυπικής απόκλισης (Dev): 7 και 20
- 2 επίπεδα τιμών του ποσοστού F : 40 % και 100% (RTF)

και 20 προσομοιώσεις ανά συνδυασμό. (Οι κατανομές που θεωρήθηκαν είναι οι 2 Weibull του κεφαλαίου 5, με μέση τιμή 50 και τυπικές αποκλίσεις 7 και 20 αντίστοιχα.)

Αν ισχύουν όσα προτείνονται στο παρόν κεφάλαιο, τα αναμενόμενα αποτελέσματα είναι: αύξηση στα μέσα p -values των ελέγχων προσαρμογής σε εκθετική κατανομή με αύξηση του ποσοστού F από 40% σε 100% για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 50 και αύξηση στα μέσα p -values των ελέγχων προσαρμογής σε εκθετική κατανομή με μείωση του ποσοστού F από 100% σε 40%, για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 200. Επίσης, βάσει της υπόθεσης απόκλισης από την εκθετική με αύξηση του μεγίστου της αρχικής κατανομής, αναμένουμε γενικά μείωση στα p -values στο υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης, κυρίως στο υψηλό επίπεδο τιμών του πλήθους.

Τα γενικά συμπεράσματα της ανάλυσης είναι τα ακόλουθα:

- Σημαντική επιρροή ασκεί στα αποτελέσματα η αλληλεπίδραση 2^{ης} τάξης της τυπικής απόκλισης και του ποσοστού F.
- Οι κύριες επιδράσεις των ίδιων μεταβλητών είναι οριακά στατιστικά σημαντικές με p-value κοντά στο επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$.
- Τέλος, σημαντική είναι η αλληλεπίδραση 2^{ης} τάξης του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F.

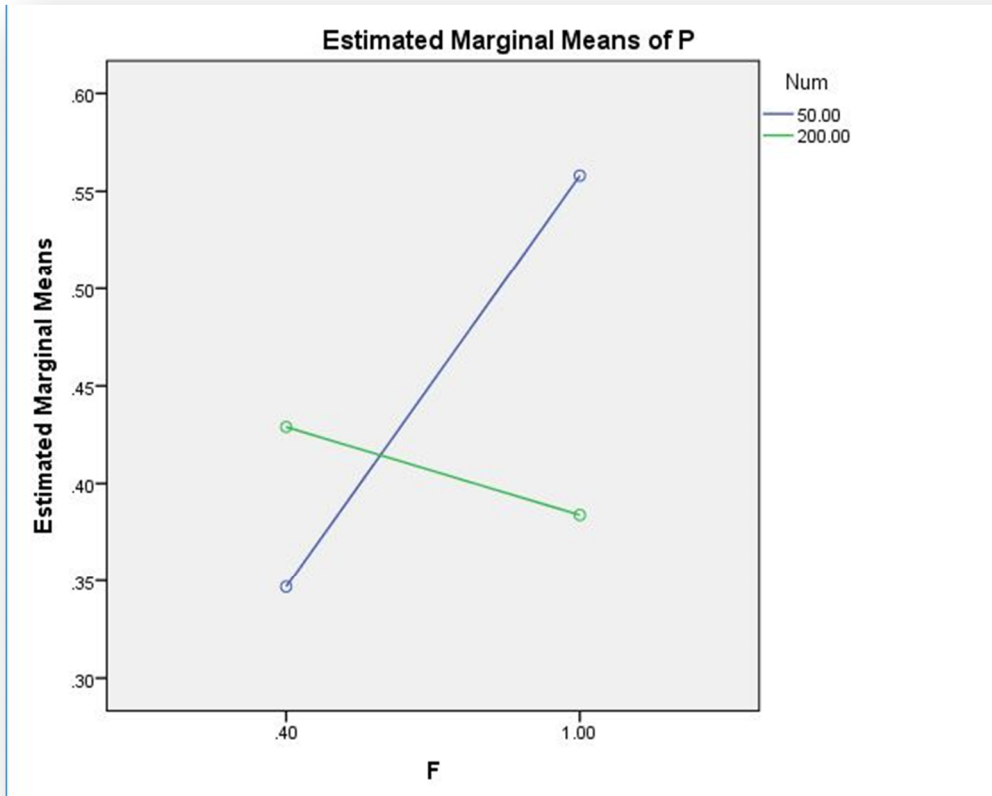
Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρατίθενται στον πίνακα 7.1.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: P					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	2.212 ^a	7	.316	3.826	.001
Intercept	29.502	1	29.502	357.288	.000
Num	.084	1	.084	1.023	.313
F	.276	1	.276	3.344	.069
Dev	.325	1	.325	3.942	.049
Num * F	.657	1	.657	7.955	.005
Num * Dev	.132	1	.132	1.599	.208
F * Dev	.564	1	.564	6.833	.010
Num * F * Dev	.172	1	.172	2.089	.150
Error	12.551	152	.083		
Total	44.264	160			
Corrected Total	14.762	159			

a. R Squared = .150 (Adjusted R Squared = .111)

Πίνακας 7.1: Αποτελέσματα ANOVA για τις τιμές P value των ελέγχων χ^2

Στο σχήμα 7.4 φαίνεται η απόκριση των p-values σε συνάρτηση με το πλήθος εξαρτημάτων για τα 2 επίπεδα τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα (F). Το διάγραμμα περιγράφεται επακριβώς από τα αναμενόμενα αποτελέσματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως και υποστηρίζει ότι οι υποθέσεις που έγιναν στο παρόν κεφάλαιο ισχύουν.



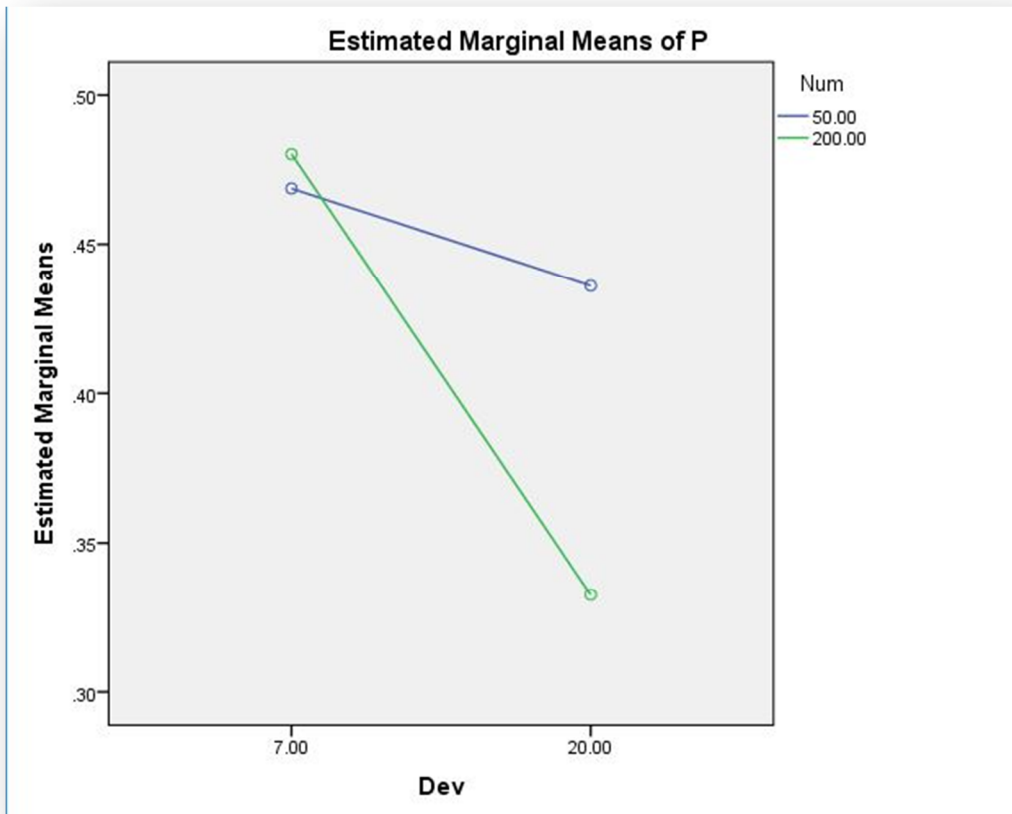
Σχήμα 7.4:: P- value συναρτήσεως του πλήθους εξαρτημάτων και του ποσοστού F.

Η ερμηνεία του παραπάνω διαγράμματος με βάση όσα αναφέρονται στην υποενότητα 7.1 είναι η εξής:

- Για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 50 η κατανομή που προκύπτει προσαρμόζεται ικανοποιητικά στην εκθετική για πολιτική RTF. Η μείωση του ποσοστού F οδηγεί τα δεδομένα σε truncated εκθετική κατανομή με απόκλιση από την εκθετική, λόγω της τάσης του ιστογράμματος προς μεγαλύτερες τιμές, που επιφέρει η αυξημένη πιθανότητα πραγματοποίησης δυσανάλογων σε διάρκεια κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας.
- Για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 200 και πολιτική RTF (F=100%), η κατανομή δεν προσαρμόζεται ικανοποιητικά στην εκθετική λόγω εμφάνισης ακραίων τιμών. Η μείωση του ποσοστού F οδηγεί σε μια truncated εκδοχή αυτής της εκθετικής ακραίων τιμών, η οποία συγκλίνει περισσότερο στην εκθετική, ενώ η πιθανότητα πραγματοποίησης μέγιστων κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας είναι ανάλογη με το συμπληρωματικό ποσοστό του F υψωμένο στη δύναμη που ορίζει το πλήθος εξαρτημάτων (200) και σε αυτή την περίπτωση η τιμή

της εν λόγω πιθανότητας είναι κατά 33 τάξεις μεγέθους μειωμένη σε σχέση με την αντίστοιχη του συστήματος 50 εξαρτημάτων, για το επίπεδο τιμών $F=40\%$.

Τέλος, το Σχήμα 7.5 δείχνει την αναμενόμενη μείωση στα μέσα p -values με αύξηση στην τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, που οφείλεται στην εμφάνιση ακραίων τιμών, με το φαινόμενο να είναι πολύ εντονότερο στο υψηλό επίπεδο τιμών του πλήθους.



Σχήμα 7.5: Μεταβολές P -value συναρτήσει της τυπικής απόκλισης και του πλήθους εξαρτημάτων.

7.3. Συνθήκες προσαρμογής σε εκθετική κατανομή

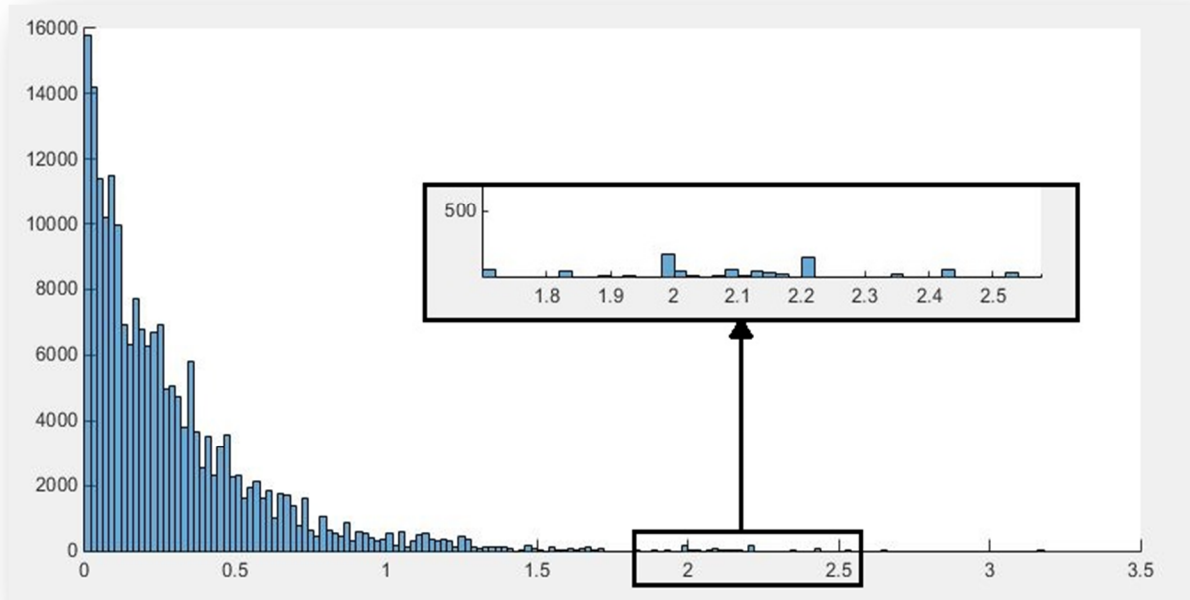
Μία προσέγγιση που εικάζεται ότι θα κατευθύνει τα δεδομένα σε σύγκλιση στην εκθετική κατανομή είναι η εξής: Γνωρίζοντας τις παραμέτρους του εκάστοτε συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε αναλυτικά τη μέση τιμή της κατανομής που θα προκύψει για κάθε ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων F , όπως περιγράφεται στην υποενότητα 3.1.3 του Κεφαλαίου 3. Θεωρώντας ότι η κατανομή είναι εκθετική και ορίζοντας την ηλικία συντήρησης σε κάποια τιμή τέτοια ώστε η αθροιστική της εκθετικής με τη δεδομένη θεωρητική μέση τιμή που προκύπτει, να είναι οριακά κοντά στο 100% στο σημείο του χρόνου προληπτικής συντήρησης, (αλλά όχι φυσικά 100% γιατί θα οδηγηθούμε σε πολιτική RTF με ηλικία συντήρησης στο άπειρο), τα δεδομένα θα τείνουν στην εκθετική κατανομή. Π.χ. όσον αφορά το σύστημα χιλίων εξαρτημάτων στο οποίο γίνεται αναφορά στο Κεφάλαιο 6, για πολιτική RTF προκύπτει θεωρητική μέση τιμή 2 (για $F=100%$) και για το δεδομένο ποσοστό έχουμε ουσιαστικά ηλικία προληπτικής συντήρησης ορισμένη στο μέγιστο της κατανομής (4000). Η αθροιστική μιας εκθετικής με $\lambda=2$ στο 4000 ισούται με $1-e^{-\lambda x} = 1-e^{-8000}=100%$ και τα δεδομένα οδηγούνται σε απόκλιση από την εκθετική, λόγω ακραίων τιμών. Αντίθετα στη δεύτερη προσομοίωση του ίδιου συστήματος με ηλικία προληπτικής συντήρησης ορισμένη στις 80 χρονικές μονάδες, προέκυψε θεωρητική μέση τιμή ίση με 0.0792 για $F=2%$. Η αθροιστική της εκθετικής με $\lambda=0.0792$ στο 80 ισούται με $1-e^{-0.0792*80} = 1-0.0018=0.9982=99.82%$. Για τις δεδομένες παραμέτρους προέκυψε σύγκλιση στην εκθετική κατανομή. Όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 6, σχετικά με την πρώτη προσομοίωση του συγκεκριμένου συστήματος (πολιτική συντήρησης RTF), προκύπτει συγκέντρωση περίπου 1% των τιμών μετά το σημείο όπου η αθροιστική της αντίστοιχης εκθετικής με $\lambda=2$ ισούται με 99.9%.

Αν εξετάσουμε από αυτή τη σκοπιά το σύστημα 100 εξαρτημάτων που αναφέρεται στο κεφάλαιο 5, στο οποίο οι αντικαταστάσεις γίνονται κατά 99.5% σε καθορισμένο χρόνο, καταλήγουμε στα κάτωθι:

- Η πραγματική και θεωρητική μέση τιμή συμπίπτουν και είναι ίσες με 0.2841
- Η μέγιστη τιμή που εμφανίζεται στα δεδομένα είναι 3.17
- Ο λόγος της διάρκειας του μέγιστου προς το μέσο κύκλο λειτουργίας ισούται με 11.15.
- Η αθροιστική της εκθετικής με $\lambda=0.2841$ στο θεωρητικό truncation point, που ισούται με την ηλικία προληπτικής συντήρησης είναι $F(28.4246)=1-e^{(-0.2841*28.4246)}=99.7%$.

Με βάση τα παραπάνω θα ήταν λογική η αποδοχή της H_0 . Ωστόσο ο έλεγχος χ^2 για τα δεδομένα αυτά κατέληξε σε απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής σε εκθετική κατανομή με p -value ίσο με $1.85*10^{-22}$. Στο ιστόγραμμα των χρόνων μεταξύ επεμβάσεων στο συγκεκριμένο

σύστημα είχαν προκύψει γενικά ακραίες τιμές, οι οποίες όμως δεν θα ήταν παράλογο να εμφανιστούν σε ένα τυχαίο δείγμα εκθετικής με αυτή τη μέση τιμή. Το πρόβλημα έγκειται στη συχνότητα εμφάνισής τους, όπως δείχνει το σχήμα 7.6.



Σχήμα 7.6: Χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αντικαταστάσεων σε σύστημα 100 εξαρτημάτων με ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων $F=0.5\%$.

Υπολογίζοντας την πιθανότητα πραγματοποίησης του μέγιστου κύκλου λειτουργίας, δεδομένου ότι και τα 100 εξαρτήματα αντικαταστάθηκαν σχεδόν ταυτόχρονα στον προηγούμενο κύκλο καταλήγουμε σε: $0.995^{100} = 60.57\%$. Αυτό δικαιολογεί εν μέρει τη συχνότητα των ακραίων τιμών που εμφανίζονται στο παραπάνω σχήμα. Επίσης δικαιολογεί τη γενική τάση του ιστογράμματος προς μεγαλύτερες τιμές, που όπως φαίνεται από την κυρτότητά του, δεν συγκλίνει στην εκθετική μορφή. Η αθροιστική μίας αντίστοιχης εκθετικής στο 1 υπολογίστηκε ίση με 97%, ενώ οι τιμές του ιστογράμματος που υπερβαίνουν τη μονάδα είναι περισσότερες από 3% (περίπου 7%, βάσει της συγκεκριμένης προσομοίωσης).

Επομένως, εκτιμάται ότι για σύγκλιση σε εκθετική είναι επίσης αναγκαίο η σχέση του πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων F , να οδηγεί πρακτικά σε μηδενισμό της παραπάνω πιθανότητας (όπως συμβαίνει στο σύστημα 1000 εξαρτημάτων με $F=2\%$).

Κεφάλαιο 8^ο: Μελέτη πολυπληθών συστημάτων

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθεί η συμπεριφορά των δεδομένων, όσον αφορά την προσαρμογή τους σε εκθετική κατανομή, για πολύ μεγαλύτερες τιμές του πλήθους.

Συγκεκριμένα στην υποενότητα 8.1 γίνεται μία επέκταση της μελέτης του κεφαλαίου 5, με αρκετά περισσότερα επίπεδα τιμών του πλήθους και στην υποενότητα 8.2 επιχειρείται η εύρεση των οριακών τιμών του πλήθους που οδηγούν τα δεδομένα σε συστηματική απόκλιση από την εκθετική κατανομή για τις κατανομές, τις τυπικές αποκλίσεις και τα ποσοστά F που αφορούν το ίδιο κεφάλαιο. Λόγω υπερβολικής απαίτησης υπολογιστικής ισχύος, έχουν εξαιρεθεί από τον κώδικα οι γραμμές εντολών που αποσκοπούν στον προσδιορισμό του χρόνου μετάβασης σε steady state και ως εκ τούτου το συγκεκριμένο κεφάλαιο αφορά μόνο την προσαρμογή ή μη προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή. (Η ομαδοποίηση των δεδομένων και η σύγκριση μεταβλητοτήτων απαιτεί γενικά τους περισσότερους υπολογισμούς σε σχέση με τις υπόλοιπες γραμμές εντολών). Όλα τα δεδομένα αφορούν χρόνους μεταξύ επεμβάσεων στα συστήματα μετά από τουλάχιστον 30 κύκλους λειτουργίας.

8.1. Συμπεριφορά κατανομής με αύξηση του πλήθους

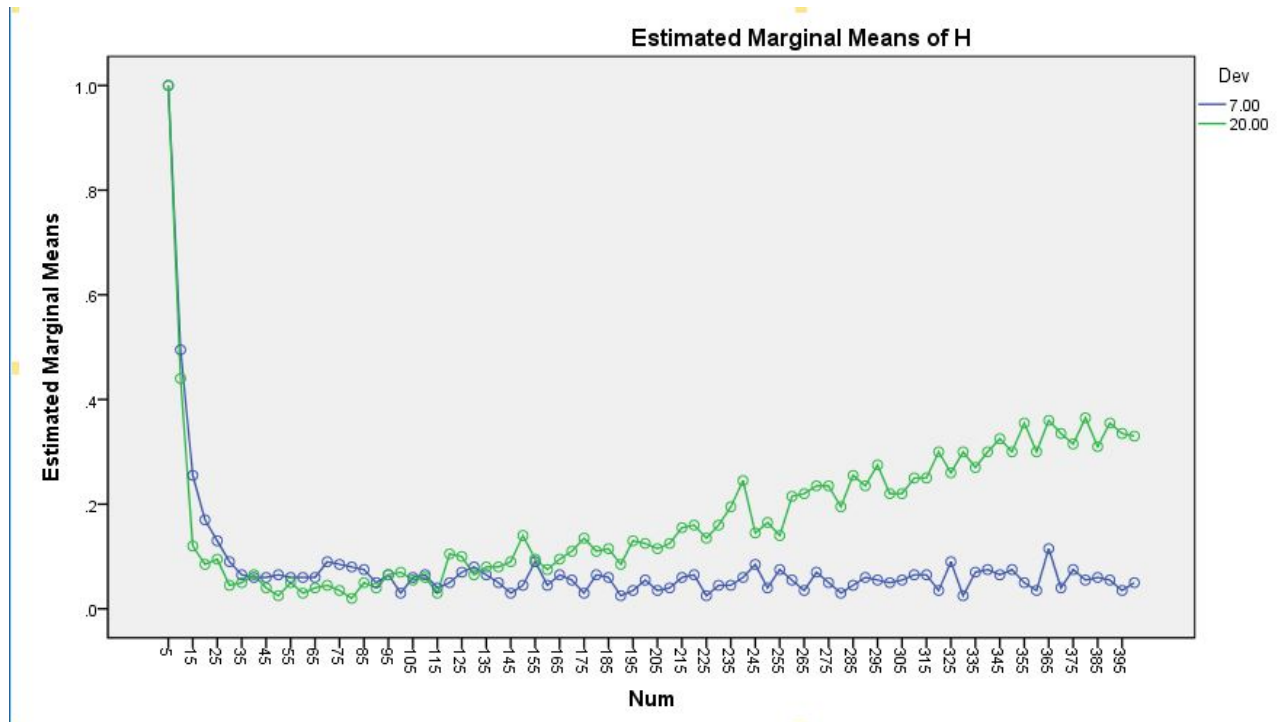
Στην υποενότητα αυτή γίνεται μια επέκταση της μελέτης του κεφαλαίου 5, σε συστήματα αποτελούμενα από περισσότερα εξαρτήματα, προκειμένου να ελεγχθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η ισχύς των υποθέσεων των προηγούμενων κεφαλαίων. Συγκεκριμένα, τα δεδομένα που αναλύονται συμπεριλαμβάνουν όλα τα δεδομένα του Κεφαλαίου 5, ενώ έχουν προστεθεί σε αυτά δεδομένα προσομοιώσεων με το πλήθος εξαρτημάτων ορισμένο σε υψηλότερα επίπεδα τιμών.

Αναλυτικότερα, έχουν θεωρηθεί 80 επίπεδα τιμών του πλήθους (τα 24 προηγούμενα επίπεδα και άλλα 56 επίπεδα μέχρι το πλήθος Num = 400, με βήμα 5). Όλα τα επίπεδα τιμών των άλλων μεταβλητών ταυτίζονται με αυτά του Κεφαλαίου 5. Για κάθε συνδυασμό επιπέδων τιμών πραγματοποιήθηκαν 100 προσομοιώσεις με μοναδική έξοδο τα αποτελέσματα του ελέγχου χ^2 . Λόγω του όγκου δεδομένων, οι μέσες τιμές των αποτελεσμάτων κάθε συνδυασμού παρατίθενται μόνο σχηματικά, μέσω διαγραμμάτων.

8.1.1. Βαθμός προσαρμογής σε εκθετική κατανομή

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης μεταβλητότητας των δεδομένων είναι πως όλες οι κύριες επιδράσεις και όλες οι αλληλεπιδράσεις μέχρι και 3^{ης} τάξης επηρεάζουν σημαντικά την τιμή της μεταβλητής H με p-value = 0.

Στο Σχήμα 8.1 παρατίθεται το διάγραμμα μεταβολής της H συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης της κατανομής του χρόνου ζωής.



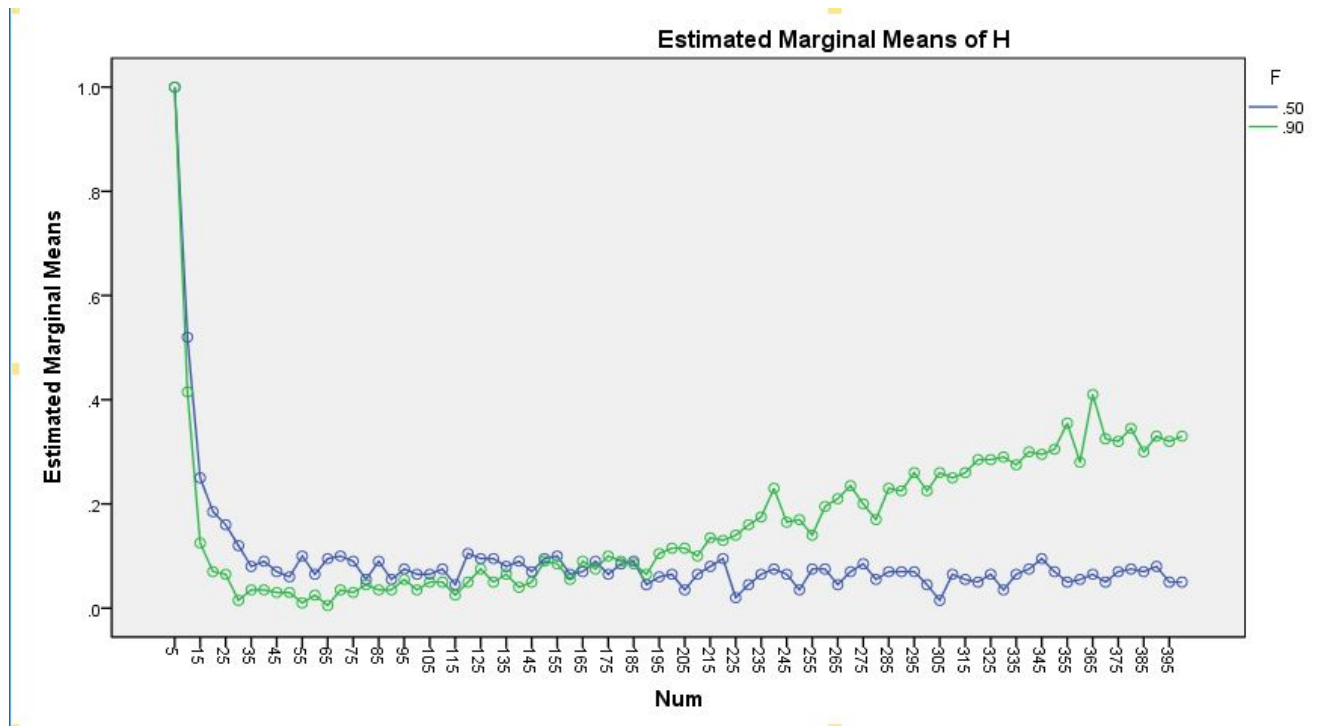
Σχήμα 8.1: Μεταβολή των τιμών της H για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και τυπικής απόκλισης.

Το διάγραμμα αποδεικνύει σε μεγάλο βαθμό τις υποθέσεις που αναφέρονται στο κεφάλαιο 7. Συγκεκριμένα, παρατηρείται εμφανέστατη αύξηση στην πιθανότητα απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης ($H=1$) με παράλληλη αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων, στο υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης. Αυτό ερμηνεύεται ως αύξηση στις ακραίες τιμές που περιέχονται στα δεδομένα, αφού η αυξημένη τυπική απόκλιση επιφέρει και αυξήσεις στις μέγιστες τιμές της αρχικής και της τελικής κατανομής.

Επίσης είναι εμφανές το «μεταβατικό εύρος» του πλήθους εξαρτημάτων μετά το οποίο αναμέναμε συστηματική μετατόπιση της καμπύλης $Dev=20$ πάνω από την $Dev=7$, όπως αναφέρεται στην υποενότητα 7.1. Η τιμή του πλήθους $Num=100$ βρίσκεται εντός των ορίων του εύρους αυτού και αυτό εξηγεί το λόγο που η προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή προέκυψε ανεξάρτητη της τυπικής απόκλισης για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 100, σε αντίστοιχη ανάλυση του Κεφαλαίου 4. Τέλος, στο διάγραμμα παρατηρείται ότι το επίπεδο

τιμών του πλήθους Num=120, είναι το οριακό σημείο εκκίνησης της συστηματικής μετατόπισης της καμπύλης Dev=20 υψηλότερα από την Dev=7. (Τα δεδομένα του διαγράμματος ταυτίζονται με αυτά του κεφαλαίου 5 μέχρι το σημείο αυτό).

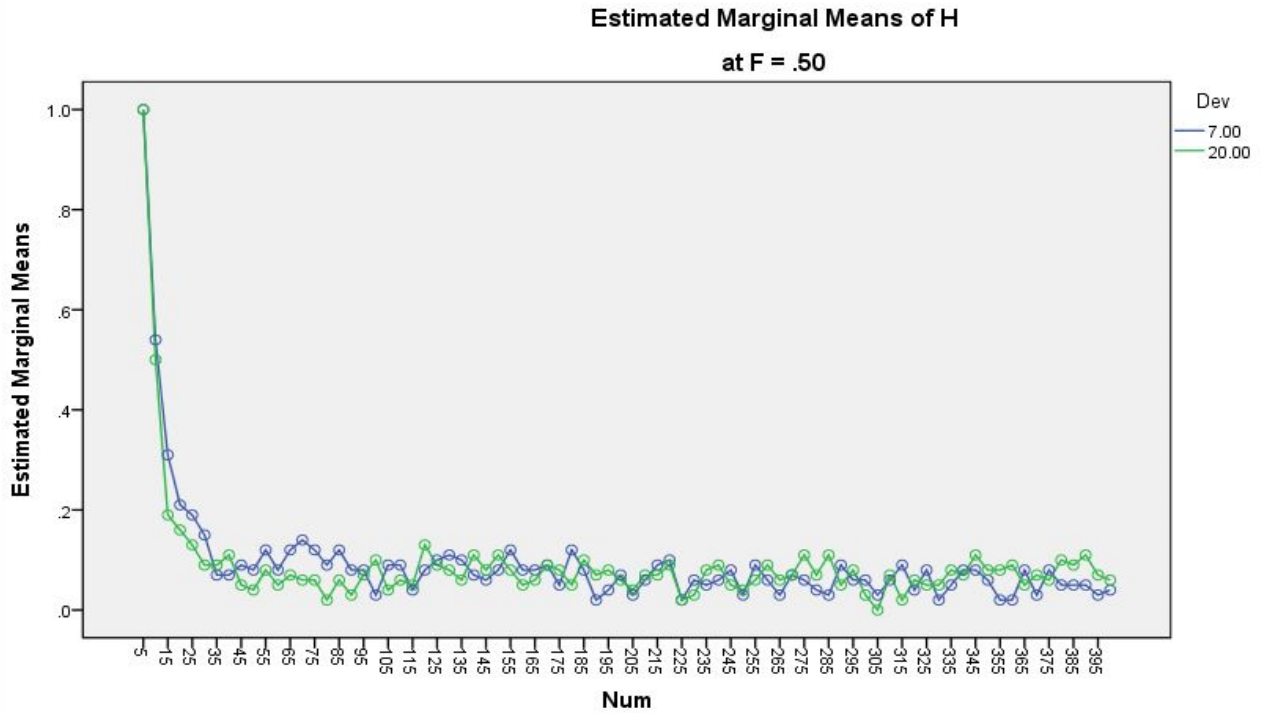
Σχήμα 8.2 φαίνεται η κίνηση των μέσων τιμών της H σε συνάρτηση με το πλήθος εξαρτημάτων και το ποσοστό F.



Σχήμα 8.2: Μεταβολή των τιμών της H για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού F.

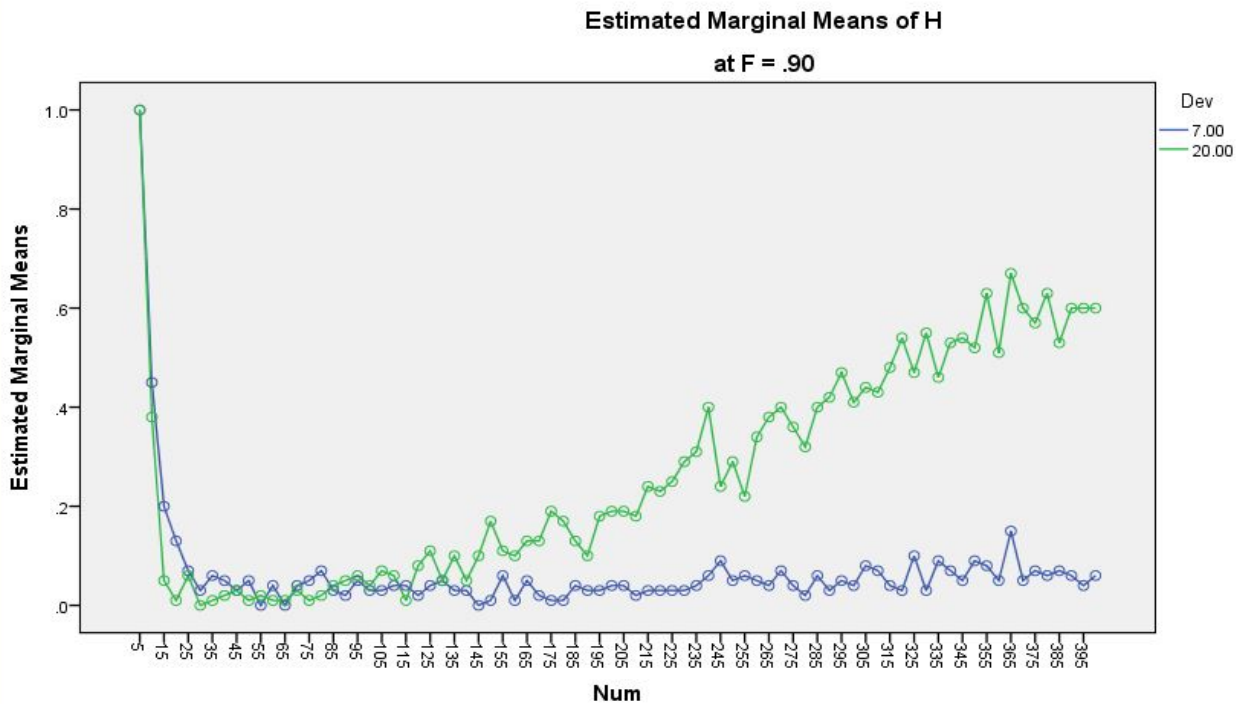
Το παραπάνω σχήμα επίσης υποστηρίζει σε μεγάλο βαθμό τις υποθέσεις. Συγκεκριμένα αν μεταφράσουμε την αύξηση του ποσοστού F σε αύξηση των μέγιστων τιμών της ζητούμενης κατανομής, η απόκλιση που παρουσιάζει η καμπύλη F=90% μπορεί να αποδοθεί στην εμφάνιση ακραίων τιμών.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα 2 επόμενα Σχήματα (8.3 και 8.4), που απεικονίζουν τις μεταβολές της H συναρτήσει του πλήθους και της τυπικής απόκλισης, ξεχωριστά για κάθε επίπεδο τιμών του ποσοστού F. Συγκεκριμένα, στο σχήμα 8.3 (F=50) η προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή φαίνεται να είναι ανεξάρτητη από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, γεγονός το οποίο, βάσει των υποθέσεων του κεφαλαίου 7, μπορεί να αποδοθεί στο ότι το εν λόγω ποσοστό ορίζει την ηλικία προληπτικής συντήρησης ακριβώς στη μέση τιμή της αρχικής κατανομής (50), ανεξάρτητα από την μεταβλητότητα της τελευταίας.



Σχήμα 8.3: Μέσες τιμές της H συναρτήσεως του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης μόνο για το χαμηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης ($F=50\%$).

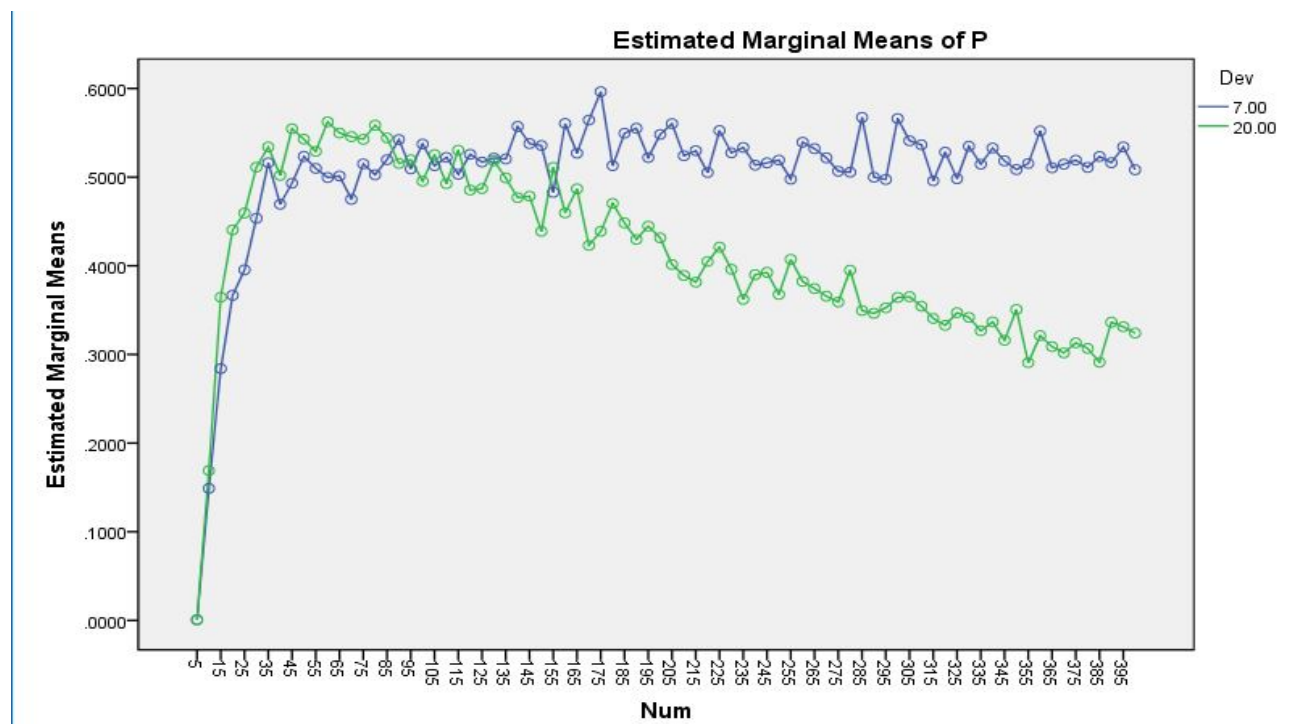
Εν αντιθέσει, στο σχήμα 8.4 φαίνεται ότι ο συνδυασμός υψηλής τυπικής απόκλισης και υψηλού ποσοστού F εντείνει το ρυθμό απόκλισης των δεδομένων από την εκθετική κατανομή με παράλληλη αύξηση του πλήθους.



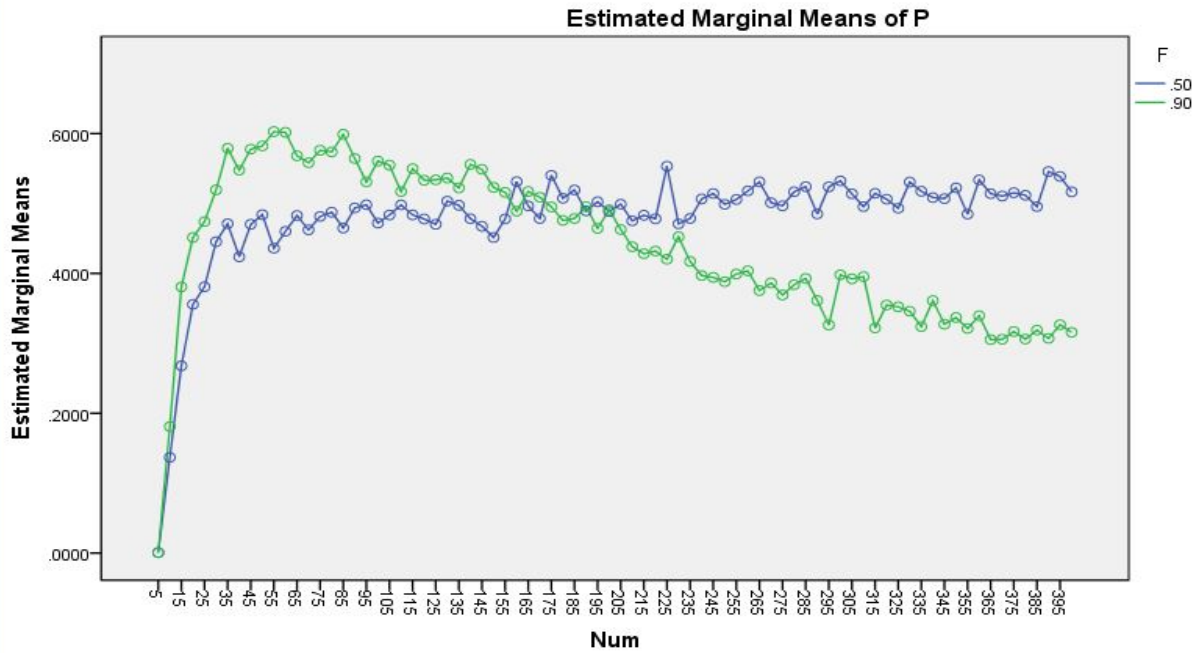
Σχήμα 8.4: Μέσες τιμές της H συναρτήσεως του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης μόνο για το υψηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης ($F=90\%$).

8.1.2. Επίδραση στην τιμή p-value του ελέγχου προσαρμογής

Η ανάλυση μεταβλητότητας στις τιμές των p-values του ελέγχου προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή κατέληξε στο αναμενόμενο αποτέλεσμα ότι όλες οι επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις των τριών μεταβλητών στην εξαρτημένη μεταβλητή είναι στατιστικά σημαντικές. Στα σχήματα 8.5 και 8.6 φαίνεται η πτωτική τάση στα p-values με παράλληλη αύξηση στο πλήθος για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους-τυπικής απόκλισης και πλήθους-ποσοστού F, αντίστοιχα, που είναι αντίστοιχη και αντίθετη με την ανοδική τάση της μεταβλητής H. Η ερμηνεία των διαγραμμάτων ταυτίζεται με αυτήν των Σχημάτων 8.1 και 8.2.



Σχήμα 8.5: Μεταβολή των p-values για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και τυπικής απόκλισης.



Σχήμα 8.6: Μεταβολή των p-values για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού F.

Ας εξετάσουμε τη σχετική θέση των καμπυλών F=50% και F=90% στο τελευταίο σχήμα. Παρατηρούμε ότι η καμπύλη F=50% βρίσκεται συστηματικά χαμηλότερα για ένα σχετικά χαμηλό εύρος των τιμών του πλήθους. Αυτό σημαίνει πως η κατανομή των δεδομένων που προκύπτουν, αν λόγου χάριν ακολουθείται πολιτική RTF ή F γενικά κοντά στο 100%, συγκλίνει ικανοποιητικά στην εκθετική. Το truncation point που ορίζει μία ηλικία προληπτικής συντήρησης με βάση το ποσοστό F=50% «αποκόπτει» τμήμα της εκθετικής επειδή μειώνει τη μέγιστη τιμή της περισσότερο από ότι μειώνει τη μέση, με φυσικό επακόλουθο την απόκλιση από την εκθετική κατανομή, λόγω αυξημένης συχνότητας εμφάνισης τιμών κοντά στο σημείο αυτό (σε αντιστοιχία - κατά κάποιον τρόπο - με το σχήμα 1.3 του Κεφαλαίου 1 και σε απόλυτη αντιστοιχία με το σχήμα 7.6). Δηλαδή η κυρτότητα του ιστογράμματος των δεδομένων αποκλίνει από την εκθετική μορφή. Στην πραγματικότητα, για τα δεδομένα πλήθη εξαρτημάτων, είναι αδύνατον η ηλικία προληπτικής συντήρησης να «αποκόψει» σημαντικό τμήμα τελικής κατανομής. Δηλαδή η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται ποτέ λόγω μηδενικής συχνότητας εμφάνισης ακραίων τιμών, αλλά μόνο λόγω της αυξημένης συχνότητας εμφάνισής τους.

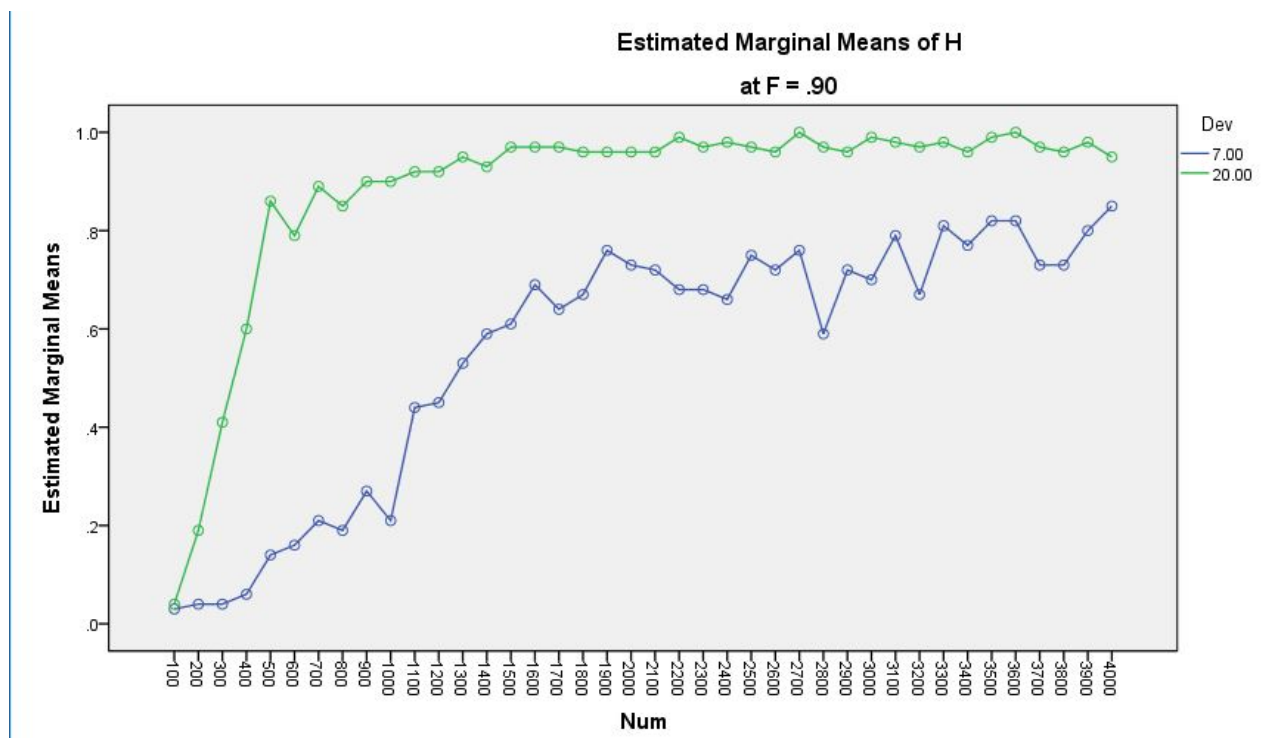
Αντίθετα, σχετικά με το δεύτερο τμήμα του διαγράμματος (F=90% χαμηλότερα), η κατανομή που προκύπτει από πολιτική RTF (ή F=90%) παρουσιάζει ακραίες τιμές που οδηγούν σε απόκλιση από την εκθετική κατανομή. Το truncation point που ορίζει η ηλικία προληπτικής συντήρησης βάσει του F=50%, επίσης μειώνει τη μέγιστη τιμή περισσότερο απ' ό τι τη μέση, αλλά πλέον δεν «αποκόπτει» τμήμα της εκθετικής πάρα μόνο ακραίες τιμές, με

επακόλουθο την αύξηση της πιθανότητας αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης, ενώ η πιθανότητα συγκέντρωσης τιμών κοντά στο truncation point είναι αμελητέα, λόγω αυξημένου πλήθους, αφού είναι ανάλογη της πιθανότητας $(1-F)^N$.

8.2 Οριακές τιμές πλήθους

Στην παρούσα υποενότητα επιχειρείται μία εκτίμηση των οριακών τιμών του πλήθους, πάνω από τις οποίες τα δεδομένα θα αποκλίνουν συστηματικά από την εκθετική κατανομή, για τους συνδυασμούς αρχικών κατανομών και ηλικιών προληπτικής συντήρησης που αφορά η υποενότητα 8.1 (καθώς και το Κεφάλαιο 5).

Συγκεκριμένα μελετήθηκαν επίπεδα τιμών του πλήθους από 100 έως 4000 με βήμα 100. Στο Σχήμα 8.7 φαίνεται η μεταβολή των μέσων τιμών της δυαδικής μεταβλητής H σε συνάρτηση με το πλήθος εξαρτημάτων και την τυπική απόκλιση της κατανομής χρόνου ζωής τους, για δεδομένα προερχόμενα από προσομοιώσεις με το ποσοστό των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα F , ορισμένο στο επίπεδο τιμών $F=90\%$.



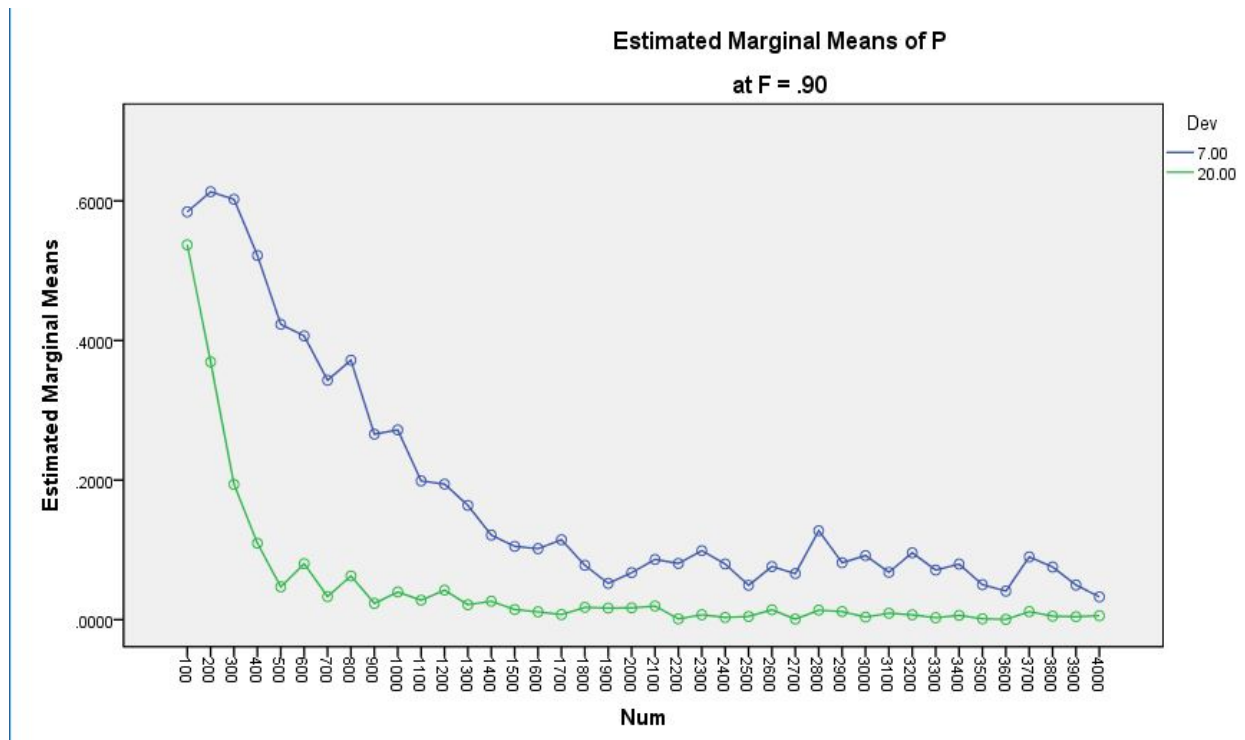
Σχήμα 8.7: Μέσες τιμές της H συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης, μόνο για το υψηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης ($F=90\%$).

Στην υποενότητα 7.1 αναφέρεται πως με αύξηση του πλήθους θα αναμέναμε, στο διάγραμμα της H , αφενός μετατόπιση της καμπύλης $Dev=20$ συστηματικά υψηλότερα από την $Dev=7$ και αφετέρου σύγκλιση των 2 καμπυλών προς τη μονάδα μετά από ορισμένη τιμή του πλήθους. Η υπόθεση αυτή υποστηρίζεται από το Σχήμα 8.7, το οποίο ορίζει, εκτός των άλλων,

ότι ο οριακός αριθμός του πλήθους θα διαφέρει ανάλογα με την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής για σταθερό ποσοστό μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα F.

Για το συνδυασμό Dev=20 και F=90%, μπορούμε να ισχυριστούμε βάσει του διαγράμματος ότι η οριακή αυτή τιμή είναι μεταξύ πεντακοσίων και εξακοσίων εξαρτημάτων. Αντίθετα, για το συνδυασμό Dev=7 και F=90%, η κατανομή συγκλίνει στην εκθετική για περισσότερα επίπεδα τιμών του πλήθους (λόγω του περιορισμού των ακραίων τιμών που επιφέρει η μικρή μεταβλητότητα) και η H τείνει στη μονάδα κοντά στο πλήθος Num = 4000.

Τα p-values των αντίστοιχων ελέγχων χ^2 φαίνονται στο Σχήμα 8.8.

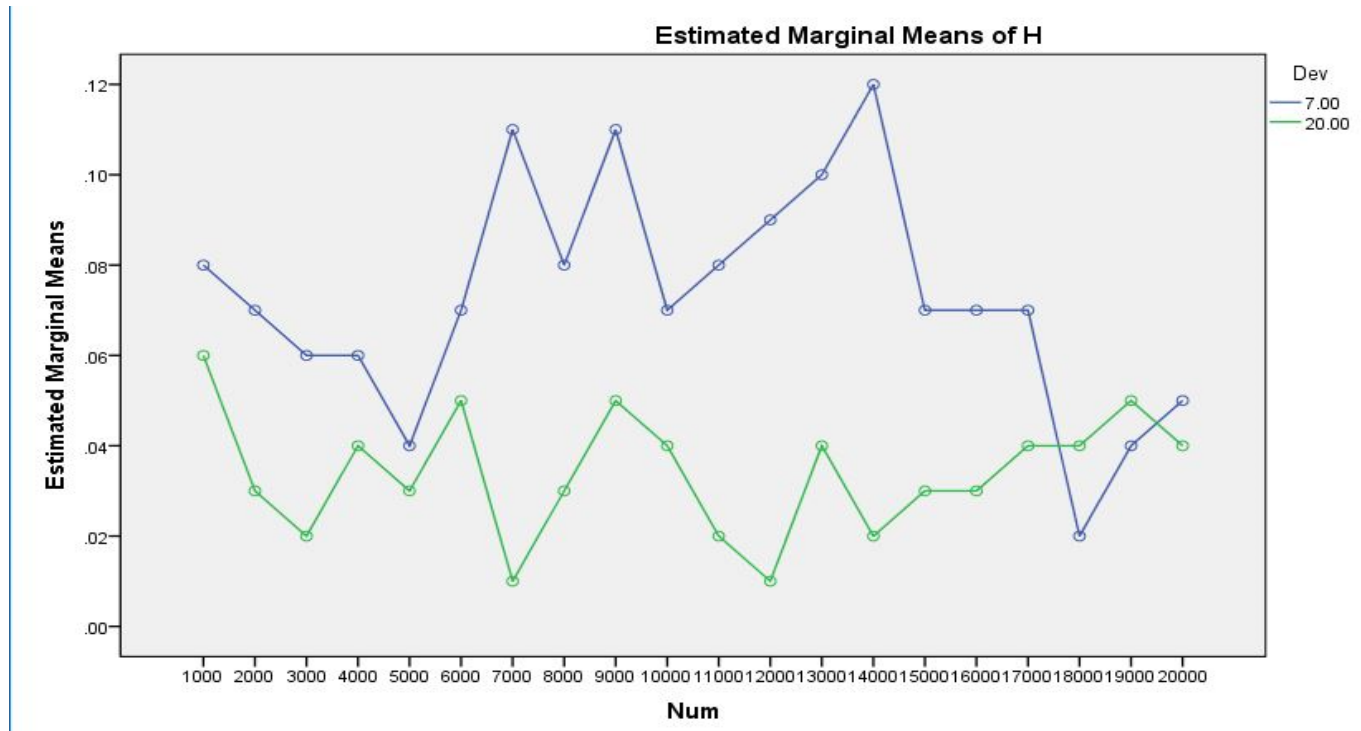


Σχήμα 8.8: Μεταβολή των p-values για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και τυπικής απόκλισης (F=90%)

Όσον αφορά το χαμηλό επίπεδο τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα F=50%, για πλήθη εξαρτημάτων μέχρι και 4000, τα διαγράμματα της H δεν παρουσιάζουν σύγκλιση στη μονάδα παρά μόνο μέγιστες τιμές κοντά στο 0.15 για ορισμένα πλήθη εξαρτημάτων, γεγονός που μπορεί να θεωρηθεί τυχαίο.

Προκειμένου να καθοριστούν οι τιμές του οριακού πλήθους για τους συγκεκριμένους συνδυασμούς τυπικής απόκλισης και ποσοστού F προσομοιώθηκε η λειτουργία συστημάτων έως και 20000 εξαρτημάτων με βήμα 1000. Στο σχήμα 8.10 παρατίθενται οι μέσες τιμές της H. Με βάση το σχήμα αυτό συμπεραίνουμε πως για το συγκεκριμένο ποσοστό (F=50%), τα δεδομένα οδηγούνται σε εκθετική κατανομή ακόμη και αν τα εκάστοτε συστήματα

αποτελούνται από 20000 εξαρτήματα, αφού τα μέγιστα ποσοστά απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης είναι κοντά στο 12%.



Σχήμα 8.9: Μέσες τιμές της H συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων και της τυπικής απόκλισης, μόνο για το χαμηλό επίπεδο τιμών της ηλικίας προληπτικής συντήρησης(F=50%).

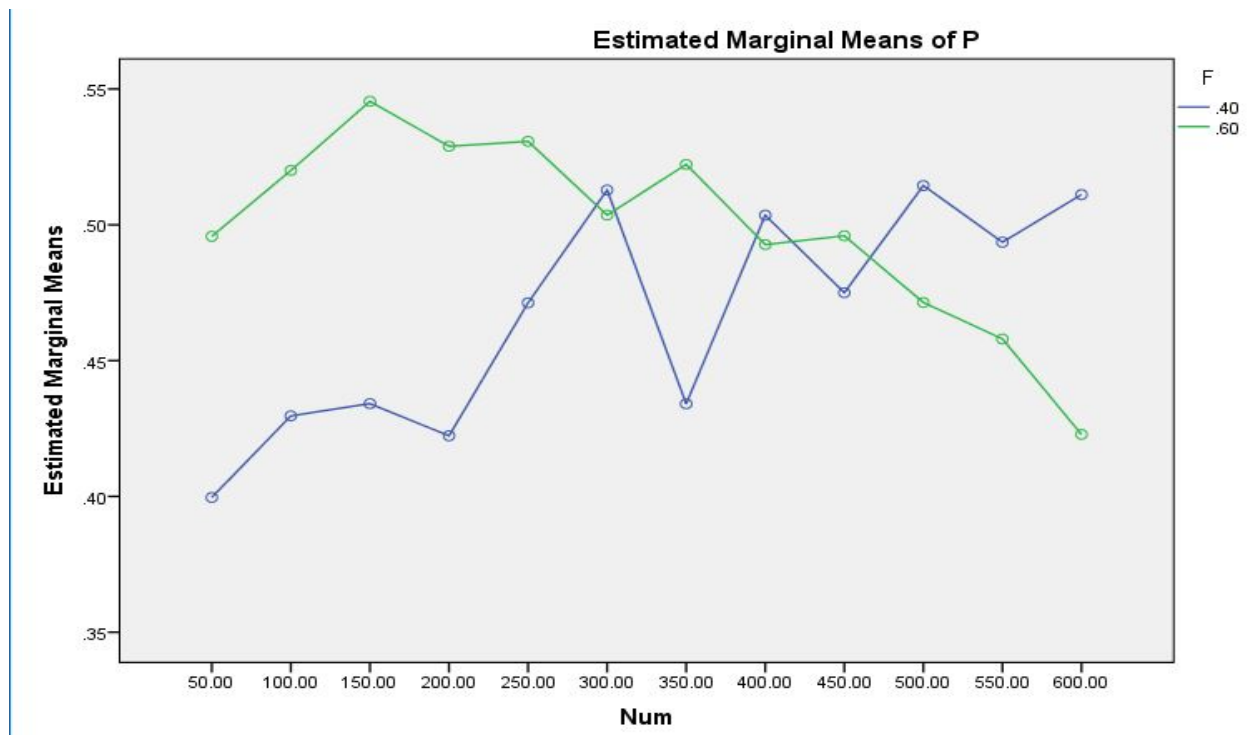
Η σχετική θέση των 2 καμπύλων, αν υποθέσουμε ότι δε μπορεί να αποδοθεί στη στοχαστικότητα, οφείλεται στη συγκέντρωση μεγάλων τιμών της αρχικής κατανομής πιο κοντά στις μέγιστες, για τυπική απόκλιση στο χαμηλό επίπεδο τιμών, αφού ούτως ή άλλως τα truncation points των 2 αρχικών κατανομών συμπίπτουν στη μέση τιμή (50).

Ενδεικτικές προσομοιώσεις συστημάτων αποτελούμενων από 50.000 και 100.000 εξαρτήματα κατέληξαν σε αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης κατά 99%, για αυτούς τους συνδυασμούς τυπικής απόκλισης και ποσοστού τυχαίων επεμβάσεων στο σύστημα. Βάσει αυτών των προσομοιώσεων μπορούμε να υποθέσουμε ότι για ορισμένους συνδυασμούς παραμέτρων δεν εμφανίζονται αποκλίσεις από την εκθετική κατανομή ή ίσως τα δεδομένα αποκλίνουν για πολύ μεγαλύτερες τιμές του πλήθους (Num > 100.000).

Μία λογική υπόθεση, βάσει όσων αναλύονται στην παρούσα εργασία είναι ότι, προσεγγιστικά, η επιλογή ηλικίας συντήρησης χαμηλότερης από τη μέση τιμή της κατανομής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων θα οδηγήει τις κατανομές των χρόνων αντικαταστάσεων εξαρτημάτων σε απόκλιση από την εκθετική κατανομή για συστήματα λίγων εξαρτημάτων και σε σύγκλιση σε αυτήν, για συστήματα αποτελούμενα από πλήθος εξαρτημάτων μεγαλύτερο από ένα ελάχιστο όριο, το οποίο αυξάνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού F, των μη

προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα. Αντίθετα, ηλικία συντήρησης πολύ μεγαλύτερη της μέσης τιμής του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων επιφέρει τα αντίθετα αποτελέσματα, αφού οι κατανομές των πολυπληθών συστημάτων θα καταλήγουν σε αποκλίσεις από την εκθετική λόγω ακραίων τιμών. Όμως, δεδομένου ότι η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών μειώνεται εκθετικά με αύξηση του πλήθους, ίσως υπάρχει μία επόμενη οριακή τιμή του πλήθους, μετά την οποία το φαινόμενο των ακραίων τιμών θα πάψει να εμφανίζεται και τα δεδομένα θα τείνουν στην εκθετική κατανομή όσο το πλήθος τείνει στο άπειρο. Αυτό το ενδεχόμενο θα εξεταστεί στην υποενότητα 8.3.

Στο Σχήμα 8.10 φαίνεται η κίνηση των p -values των ελέγχων χ^2 , για πλήθη εξαρτημάτων από 50 μέχρι 600 με βήμα 50. Τα 2 επίπεδα τιμών του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα έχουν οριστεί στο 40% και 60% του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, ο οποίος ακολουθεί κατανομή Weibull με μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 20. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 200 προσομοιώσεις ανά συνδυασμό.

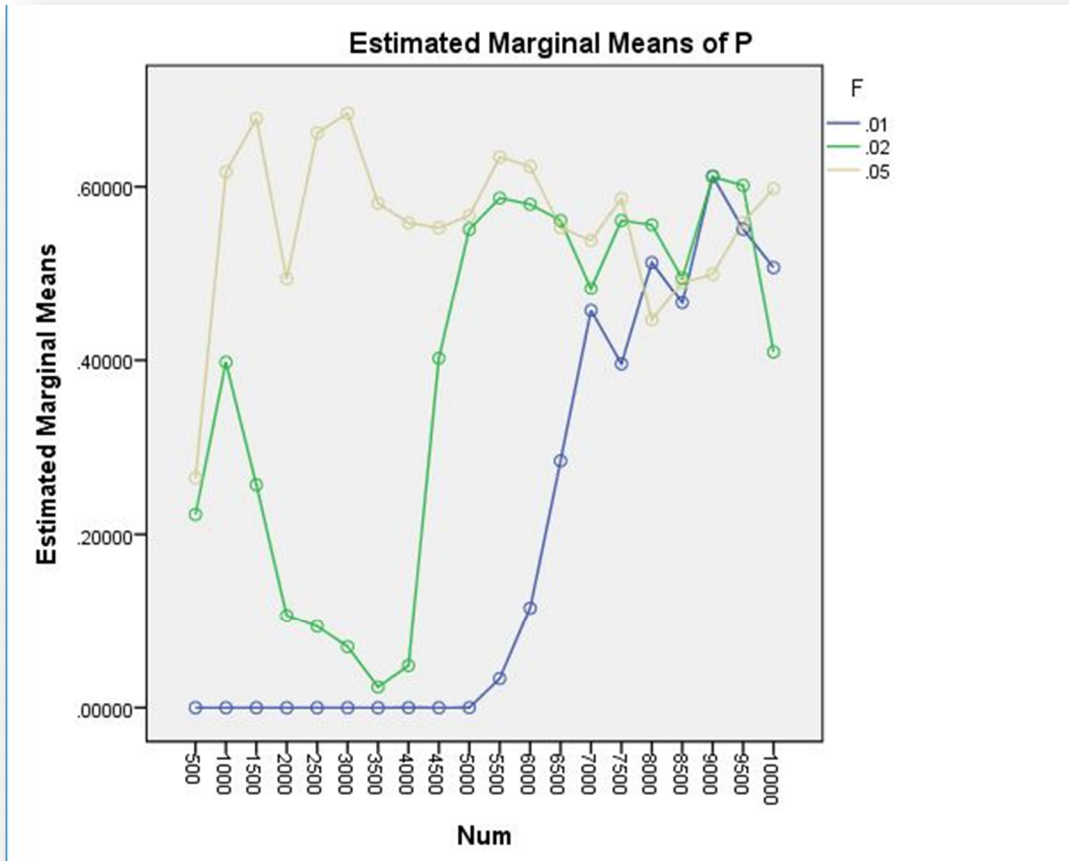


Σχήμα 8.10:: Μεταβολή των p -values για τους διάφορους συνδυασμούς πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα. ($Dev=20$).

Με βάση το παραπάνω σχήμα καθώς και τα προηγούμενα αποτελέσματα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το «μεταβατικό εύρος» του πλήθους, μετά το οποίο η καμπύλη $F=60\%$ θα βρίσκεται συστηματικά χαμηλότερα της $F=40\%$, είναι μετατοπισμένο προς μεγαλύτερες τιμές λόγω του περιορισμού του ποσοστού F κοντά στο 50%, αφού βάσει του σχήματος 8.9, το εν λόγω ποσοστό οδηγεί σε προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή ακόμα και για

συστήματα αποτελούμενα από περισσότερα των 20.000 εξαρτημάτων και σύμφωνα με τις τελευταίες ενδεικτικές προσομοιώσεις, περισσότερα των 100.000. Επίσης, βάσει του παρόντος Κεφαλαίου και ιδιαίτερα των 2 τελευταίων σχημάτων φαίνεται λογικός ο ισχυρισμός ότι οι τιμές του «μεταβατικού εύρους» τιμών του πλήθους θα αυξάνονται όσο τα επίπεδα τιμών του ποσοστού F περιορίζεται κοντά στο 50% και ότι για $F \leq 50\%$ τα δεδομένα θα οδηγούνται πάντα σε σύγκλιση στην εκθετική κατανομή για θεωρητικά άπειρο πλήθος εξαρτημάτων. Δηλαδή αν το ποσοστό F των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα οριστεί ως 50% ή λιγότερο, η οριακή τιμή του πλήθους μετά την οποία τα δεδομένα θα αποκλίνουν από την εκθετική κατανομή θα τείνει στο άπειρο. Αυτός ο ισχυρισμός δε μπορεί να αποδειχτεί στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας αλλά ίσως είναι δυνατή η απόδειξή του μέσω αναλυτικής προσέγγισης.

Οι παραπάνω υποθέσεις ελέγχθηκαν μέσω προσομοιώσεων, οι οποίες έδειξαν σε μεγάλο βαθμό ότι ισχύουν. Για να ελεγχθεί η ισχύς της υπόθεσης ύπαρξης κάποιου ελαχίστου πλήθους, που πρέπει να ξεπεραστεί προκειμένου τα δεδομένα να προσαρμοστούν στην εκθετική κατανομή, η τιμή του οποίου αυξάνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού F των τυχαίων βλαβών στο σύστημα, προσομοιώθηκε η λειτουργία συστημάτων αποτελούμενων από 500 έως 10.000 εξαρτήματα με βήμα 500, με το ποσοστό F ορισμένο σε πολύ χαμηλά επίπεδα (5%, 2% και 1%). Στο Σχήμα 8.11, που δείχνει τη μεταβολή των μέσων p-values των ελέγχων υπόθεσης συναρτήσει πλήθους και ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα, είναι εμφανής η αύξηση του ελαχίστου ορίου του πλήθους που πρέπει να ξεπεραστεί, προκειμένου τα δεδομένα να προσαρμοστούν στην εκθετική κατανομή, με παράλληλη μείωση του ποσοστού F. Βάσει του διαγράμματος φαίνεται ότι για ηλικία συντήρησης στο 5% του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων, τα δεδομένα προσαρμόζονται σε εκθετική αν το εκάστοτε σύστημα αποτελείται από τουλάχιστον 1000 εξαρτήματα. Με μείωση της ηλικίας προληπτικής αντικατάστασης στο 2% του χρόνου ζωής, αυτό το ελάχιστο όριο αυξάνεται και είναι περίπου 5500 εξαρτήματα, ενώ για $F=1\%$, το ελάχιστο όριο πλήθους για προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κατανομή είναι μεταξύ 7000 και 7500. Αυτή η οριακή τιμή θα τείνει στο άπειρο όσο το ποσοστό F τείνει στο 0, αφού προφανώς για $F=0\%$, η κατανομή που θα προκύψει θα περιέχει μόνο τις τιμές της ηλικίας συντήρησης και του μηδενός και τα δεδομένα δε θα ακολουθούν την εκθετική.



Σχήμα 8.11: Ελάχιστες τιμές πλήθους για σύγκλιση σε εκθετική κατανομή.

Η μη προσαρμογή των δεδομένων σε εκθετική κάτω από το ελάχιστο όριο του πλήθους δεν οφείλεται σε ακραίες τιμές με μηδενική πιθανότητα εμφάνισης σε δείγμα αντίστοιχης εκθετικής, αλλά στην αυξημένη πιθανότητα πραγματοποίησης μεγάλων γενικά σε διάρκεια κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας και στη γενική τάση του ιστογράμματος των δεδομένων για αύξηση της συχνότητας εμφάνισης μεγάλων τιμών - οι οποίες θα είχαν παράλα αυτά πιθανότητα να εμφανιστούν σε δείγμα εκθετικής - όπως στο παράδειγμα του συστήματος 100 εξαρτημάτων με $F=0.5\%$, όπου η εν λόγω πιθανότητα προέκυψε 60.57%. Για σταθερό ποσοστό F, η πιθανότητα πραγματοποίησης δυσανάλογων σε διάρκεια κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας, που είναι ανάλογη αλλά μικρότερη της πιθανότητας $(1-F)^N$, όπου N το πλήθος των εξαρτημάτων, θα μειώνεται με αύξηση του πλήθους και τα δεδομένα θα τείνουν σε προσαρμογή σε εκθετική όταν η πιθανότητα αυτή τείνει στο 0.

8.3. Προσαρμογή σε εκθετική κατανομή

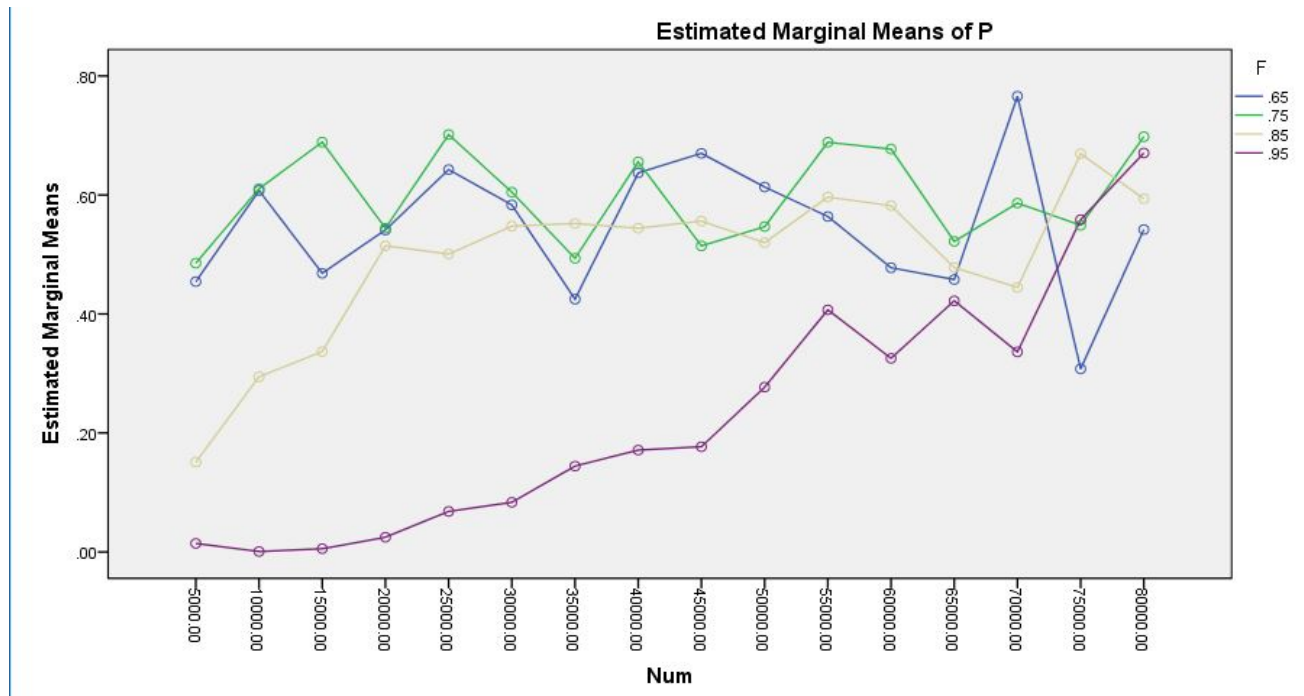
Τα γενικά συμπεράσματα όσων αναφέρονται μέχρι στιγμής στο παρόν κεφάλαιο, είναι τα κάτωθι:

- για κάθε ποσοστό F , που ορίζει το ποσοστό του εναπομείναντος τμήματος της αρχικής κατανομής βάσει της ηλικίας προληπτικής συντήρησης, υπάρχει ένας οριακός, ελάχιστος αριθμός πλήθους εξαρτημάτων που πρέπει να ξεπεραστεί προκειμένου τα δεδομένα να συγκλίνουν στην εκθετική κατανομή. Σε διαφορετική περίπτωση, η αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης μεγάλων τιμών στα δεδομένα κατευθύνει την κυρτότητα του ιστογράμματός τους, σε απόκλιση από την εκθετική μορφή.
- Αν ο συνδυασμός της τυπικής απόκλισης της αρχικής κατανομής και του ποσοστού τυχαίων βλαβών F , επιτρέπει την εμφάνιση τιμών στα δεδομένα με σχετικά μεγάλη απόκλιση από τη μέση τιμή, τότε θα εμφανίζονται τιμές με πρακτικά μηδενική πιθανότητα εμφάνισης σε δείγμα εκθετικής, οδηγώντας τον έλεγχο χ^2 σε απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων στην εν λόγω κατανομή.

Ωστόσο, η πιθανότητα εμφάνισης αυτών των τιμών είναι ανάλογη με την τιμή $1-F$ (≤ 1) υψωμένη εις τη δύναμη N , όπου N η τιμή του πλήθους εξαρτημάτων του εκάστοτε συστήματος (και μάλιστα αρκετά μικρότερη από αυτήν). Παρακάτω θα εξεταστεί η συμπεριφορά της κατανομής αυξάνοντας πολύ περισσότερο το πλήθος εξαρτημάτων, ώστε αυτή η πιθανότητα να εκμηδενίζεται, ενώ η τυπική απόκλιση και το ποσοστό F βρίσκονται σε σχετικά υψηλά επίπεδα τιμών, επιτρέποντας την εμφάνιση τιμών με μεγάλη απόκλιση από τη μέση τιμή.

Συγκεκριμένα, ας θεωρήσουμε την προηγούμενη κατανομή Weibull με λόγο μεταβλητότητας 40% (υψηλό επίπεδο τιμών της τυπικής απόκλισης, $Dev=20$) και διάφορες ηλικίες προληπτικής συντήρησης τέτοιες ώστε $F>50\%$. Αν το φαινόμενο των ακραίων τιμών συνεχίζει να εμφανίζεται ανεξάρτητα από την αύξηση του πλήθους, τα μέσα p -values των ελέγχων υπόθεσης θα τείνουν στο 0 όσο το πλήθος τείνει στο άπειρο.

Στο σχήμα 8.12 φαίνονται οι μεταβολές των p -values των ελέγχων υπόθεσης συναρτήσει του πλήθους εξαρτημάτων, του οποίου τα επίπεδα τιμών έχουν οριστεί από 5.000 έως 80.000 με βήμα 5.000, για ποσοστά μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα F από 65% έως 95% με βήμα 10%.



Σχήμα 8.12: Μεταβολές p -value του ελέγχου χ^2 , συναρτήσει πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα.

Βάσει του παραπάνω σχήματος, το φαινόμενο των ακραίων τιμών παύει να εμφανίζεται επίσης μετά από μία δεύτερη οριακή τιμή του πλήθους, η οποία, αυτή τη φορά, αυξάνεται με παράλληλη αύξηση του ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων.

Συγκρίνοντας τα Σχήματα 8.8 και 8.12, καταλήγουμε στο ότι βρίσκονται σε απόλυτη συμφωνία στα υψηλά επίπεδα τιμών του ποσοστού F. Συγκεκριμένα, στο σχήμα 8.8 φαίνεται ότι για το συνδυασμό $Den=20$ και $F=90\%$ η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται συστηματικά για πλήθη εξαρτημάτων από 600 περίπου, έως και τουλάχιστον 4000. Στο σχήμα 8.12 φαίνεται η συνέχιση της απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (που συμβαίνει λόγω ύπαρξης ακραίων τιμών στα δεδομένα) και μάλιστα για υψηλότερο ποσοστό $F=95\%$ (μεγαλύτερες τιμές), ενώ για το τελευταίο ποσοστό, όταν το πλήθος εξαρτημάτων ξεπεράσει ένα όριο της τάξης του 20.000, ο έλεγχος χ^2 τείνει να αποδέχεται τη μηδενική υπόθεση περισσότερες φορές κατά μέσο όρο, με παράλληλη αύξηση του πλήθους.

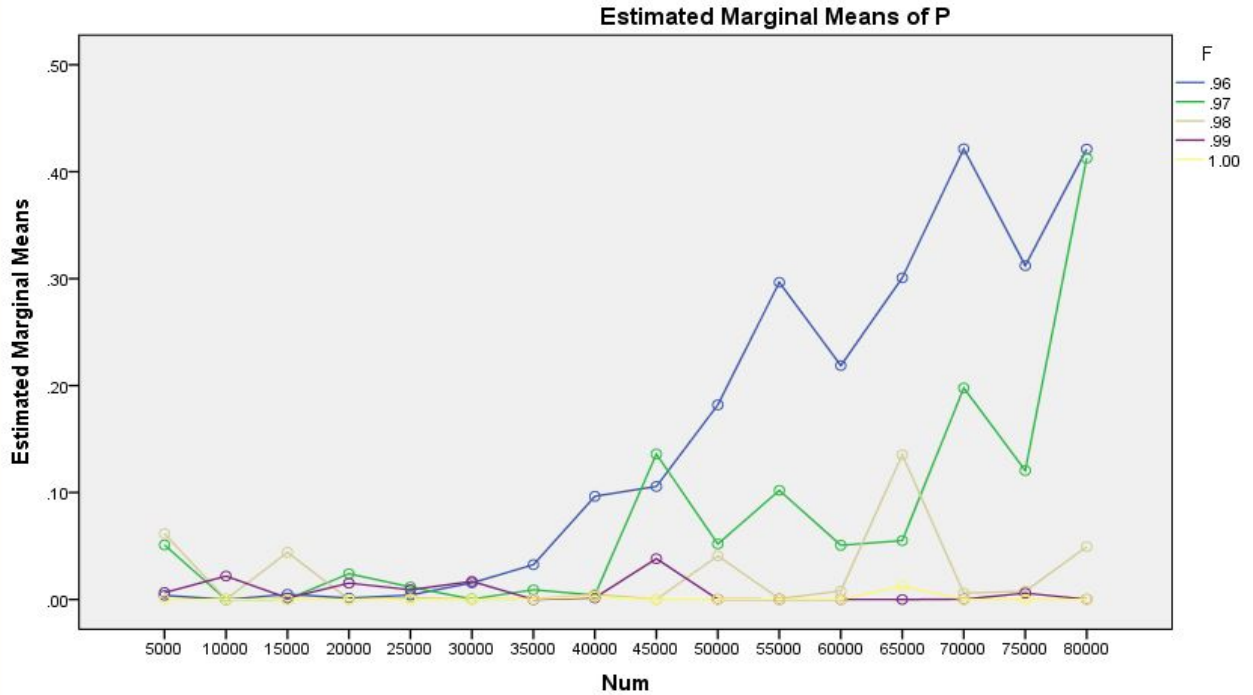
Η ανοδική τάση της καμπύλης συνεχίζεται, μέχρι να συναντήσει τα μέσα p -values των ελέγχων χ^2 σε δεδομένα προερχόμενα από προσομοιώσεις στις οποίες τα ποσοστά F περιορίζαν την εμφάνιση ακραίων τιμών αρκετά, ώστε το φαινόμενο να μπορεί να αγνοηθεί ήδη από πολύ χαμηλότερα επίπεδα τιμών του πλήθους.

Το τελευταίο διάγραμμα αποτελεί ένδειξη ότι η υπόθεση η αντίστοιχη του κεντρικού οριακού θεωρήματος, που αναφέρεται στο κεφάλαιο 5, ισχύει. Δηλαδή, παρόλο που για ένα σχετικά μεγάλο εύρος του πλήθους εξαρτημάτων οι ακραίες τιμές που εμφανίζονται οδηγούν

σε συστηματική απόρριψη της υπόθεσης προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, αν το πλήθος ξεπεράσει κάποια οριακή τιμή το φαινόμενο μπορεί να θεωρηθεί ότι παύει να εμφανίζεται και τα δεδομένα τείνουν στην εκθετική κατανομή όσο αυξάνεται το πλήθος εξαρτημάτων του εκάστοτε συστήματος.

Όμως οι μέγιστες τιμές των αρχικών κατανομών όλων των παραπάνω προσομοιώσεων είναι πεπερασμένες λόγω του ποσοστού $F < 100\%$. Δεδομένου ότι η τιμή του οριακού πλήθους, μετά την οποία το φαινόμενο των ακραίων τιμών δεν εμφανίζεται, αυξάνεται με παράλληλη αύξηση του F , δε θα ήταν παράλογο η τιμή αυτή να τείνει στο άπειρο αν οι ακραίες τιμές της εκάστοτε αρχικής κατανομής τείνουν στο άπειρο. Δηλαδή, αν αφενός η αρχική κατανομή δεν είναι ομοιόμορφη ή κάποια άλλη κατανομή της οποίας η αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ισούται με 100% σε πεπερασμένη τιμή και αφετέρου το ποσοστό των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα ισούται με 100% (RTF), τότε τα δεδομένα θα αποκλίνουν από την εκθετική κατανομή λόγω ακραίων τιμών ακόμα και για πλήθη εξαρτημάτων που τείνουν στο άπειρο. Προκειμένου να ελεγχθεί η τελευταία υπόθεση, προσομοιώθηκαν εκ νέου τα συστήματα του τελευταίου παραδείγματος (πλήθη εξαρτημάτων από 5000 έως 80.000 με βήμα 5000), όμως αυτή τη φορά, έχοντας θέσει τα επίπεδα τιμών του ποσοστού F των μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα σε μεγαλύτερες τιμές από τη μέγιστη του τελευταίου σχήματος. Συγκεκριμένα θεωρήθηκαν επίπεδα τιμών του F : 96%, 97%, 98%, 99% και 100%. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 20 προσομοιώσεις ανά συνδυασμό παραμέτρων.

Στο σχήμα 8.13, που δείχνει τα μέσα p -values των ελέγχων χ^2 , συναρτήσει πλήθους και ποσοστού F , φαίνεται η μετατόπιση της οριακής τιμής του πλήθους μετά την οποία το φαινόμενο των ακραίων τιμών δεν εμφανίζεται και η οποία αυξάνεται όσο το ποσοστό F τείνει στο 100% , δηλαδή όσο το truncation point της αρχικής κατανομής τείνει στο άπειρο, δεδομένου ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της εν λόγω κατανομής τείνει επίσης στο άπειρο. Τα δεδομένα αφορούν αρχική κατανομή Weibull με λόγο μεταβλητότητας 40% .



Σχήμα 8.13. Μεταβολές p-value συναρτήσει πλήθους εξαρτημάτων και ποσοστού μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα.

Συγκεκριμένα παρατηρείται ότι για F=96% η οριακή τιμή, στην οποία τα p-values των ελέγχων χ^2 , ξεκινούν να αποκλίνουν από το 0 είναι περίπου 30.000, έναντι 20.000 για ποσοστό F=95% όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.12, ενώ για F=97% η οριακή τιμή είναι ακόμη πιο αυξημένη και κοντά στις 40.000.

Βάσει του τελευταίου σχήματος, για τα δεδομένα επίπεδα τιμών του πλήθους και ποσοστά F=99% και F=100%, τα δεδομένα δεν προσαρμόζονται στην εκθετική κατανομή. Ενδεικτικές προσομοιώσεις συστημάτων αποτελούμενων από 300.000 εξαρτήματα κατέληξαν σε αποδοχή της H_0 κατά περίπου 40% με μέσα p-values κοντά στο 0.09 για F=99% και σε 100% απόρριψη της H_0 , με μέσα p-values = 0 για F=100%. Αντίστοιχες προσομοιώσεις λειτουργίας συστημάτων αποτελούμενων από 500.000 εξαρτήματα, κατέληξαν σε 90% αποδοχή της H_0 , με μέσο p-value περίπου 0.55 για F=99% και σε 100% απόρριψη της H_0 με μέσο p-value = 0 για F=100%. Τέλος, προσομοιώσεις συστημάτων 800.000 εξαρτημάτων με χρόνο ζωής που ακολουθεί την ίδια αρχική κατανομή (Weibull), κατέληξαν σε 90% αποδοχή της H_0 , με μέσο p-value 0.6 για F=99.5% και επίσης σε 100% απόρριψη της H_0 με p-value = 0 για F=100%. Επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα δεδομένα θα οδηγούνται σε αποκλίσεις από την εκθετική κατανομή, ανεξάρτητα από την αύξηση του πλήθους εξαρτημάτων, αν η μέγιστη τιμή της αρχικής κατανομής τείνει στο άπειρο, λόγω της εμφάνισης ακραίων τιμών, με πρακτικά μηδενική πιθανότητα εμφάνισης σε δείγμα της αντίστοιχης εκθετικής.

Τελικά, καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

Για ηλικίες προληπτικής συντήρησης που ορίζουν truncation point στην αρχική κατανομή χαμηλότερα από τη μέση τιμή και οριακά ως ένα εύρος κοντά στην τιμή αυτή, απαιτείται το εκάστοτε σύστημα να αποτελείται από έναν ελάχιστο αριθμό εξαρτημάτων προκειμένου τα δεδομένα των χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων να ακολουθούν την εκθετική. Για τα δεδομένα ποσοστά F , που είναι προσεγγιστικά μικρότερα του 50%, η επίδραση του φαινομένου των ακραίων τιμών που περιγράφεται στα κεφάλαια 6 και 7 είναι αμελητέα. Επομένως για τα συγκεκριμένα ποσοστά μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα, μπορεί να θεωρηθεί ότι μετά την οριακή αυτή ελάχιστη τιμή του πλήθους, τα δεδομένα θα τείνουν στην εκθετική κατανομή όσο το πλήθος των εξαρτημάτων που αποτελούν το εκάστοτε σύστημα τείνει στο άπειρο. Βέβαια, για $F > 50\%$ αλλά κοντά στο 50%, η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών επηρεάζεται άμεσα από την τυπική απόκλιση της αρχικής κατανομής, αφού ένα δεδομένο ποσοστό $F > 50\%$ θα ορίσει την ηλικία προληπτικής συντήρησης πιο κοντά στη μέση τιμή της αρχικής κατανομής, αν η τελευταία έχει μικρό λόγο μεταβλητότητας.

Για ηλικίες προληπτικής συντήρησης που ορίζουν truncation point στην αρχική κατανομή αρκετά πάνω από τη μέση τιμή, δηλαδή ποσοστά μη προγραμματισμένων επεμβάσεων στο σύστημα $F > 50\%$ και έως F οριακά μικρότερο του 100%, η ποιότητα προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή παρουσιάζει αυξομειώσεις με παράλληλη αύξηση του πλήθους ως ακολούθως:

- Απόκλιση από την εκθετική για πλήθη εξαρτημάτων χαμηλότερα από ένα ελάχιστο όριο (περίπου 15-20 εξαρτήματα), λόγω κυρτότητας του ιστογράμματος των δεδομένων διαφορετική της εκθετικής.
- Σύγκλιση στην εκθετική κατανομή με αύξηση του πλήθους μέχρι ένα οριακό πλήθος εξαρτημάτων, μετά το οποίο η μείωση της μέσης τιμής της τελικής «εκθετικής» κατανομής δε δικαιολογεί την εμφάνιση των ακραίων τιμών, που εμφανίζονται λόγω της αυξημένης πιθανότητας πραγματοποίησης δυσανάλογων σε διάρκεια κύκλων συνεχόμενης λειτουργίας.
- Απόκλιση από την εκθετική κατανομή για ένα γενικά αυξημένο εύρος τιμών του πλήθους, του οποίου το μέγιστο όριο αυξάνεται με παράλληλη αύξηση του ποσοστού F , λόγω ακραίων τιμών
- Σύγκλιση στην εκθετική κατανομή πάνω από το εν λόγω μέγιστο όριο του πλήθους, όπου η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών- η οποία μειώνεται με παράλληλη αύξηση του πλήθους- μηδενίζεται και θεωρητικά μέχρι το άπειρο.

Τέλος, αν ακολουθείται πολιτική RTF ($F=100\%$), βάσει των τελευταίων αποτελεσμάτων, η ποιότητα της προσαρμογής της τελικής κατανομής με αύξηση του πλήθους

ακολουθεί τις ίδιες αυξομειώσεις, όμως το φαινόμενο των ακραίων τιμών δε μπορεί να αγνοηθεί (τουλάχιστον μέχρι τα πλήθη εξαρτημάτων που μελετήθηκαν) και επομένως η κατανομή οδηγείται σε απόκλιση από την εκθετική όταν το πλήθος τείνει στο άπειρο. (Το ενδεχόμενο τα δεδομένα να συγκλίνουν στην εκθετική για αυτή την περίπτωση δε μπορεί πρακτικά να ελεγχθεί μέσω προσομοίωσης, τουλάχιστον στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας.)

Ας εξετάσουμε ενδεικτικά ορισμένα από τα αποτελέσματα, βάσει των τελευταίων συμπερασμάτων. Στην υποενότητα 5.2.1 αναφέρεται πως για ποσοστά $F=10\%$ και $F=15\%$ και πλήθη εξαρτημάτων μέχρι και 120, οι έλεγχοι κατέληξαν κατά 99% και 96% αντίστοιχα σε απορρίψεις της μηδενικής υπόθεσης. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή του ελαχίστου ορίου πλήθους που απαιτείται να ξεπεραστεί, προκειμένου τα δεδομένα να προσαρμοστούν στην εκθετική κατανομή, για τα συγκεκριμένα ποσοστά F (η οποία αυξάνεται με παράλληλη μείωση του ποσοστού), δεν ξεπεράστηκε για κανένα από τα επίπεδα τιμών του Κεφαλαίου 5. Δηλαδή, για $F=10\%$ και $F=15\%$, το εκάστοτε σύστημα, πρέπει να αποτελείται κατ' ελάχιστον από πλήθος εξαρτημάτων μεγαλύτερο του 120. Σε διαφορετική περίπτωση τα δεδομένα αποκλίνουν από την εκθετική κατανομή λόγω της αυξημένης συχνότητας εμφάνισης μεγάλων τιμών (αλλά όχι ακραίων τιμών).

Εξετάζοντας αναλυτικότερα τον πίνακα 4.6 του Κεφαλαίου 4, με βάση όλα τα παραπάνω, συμπεραίνουμε ότι:

- Για αρχική κατανομή Weibull, τυπική απόκλιση ίση με 20 και ποσοστό $F=70\%$, το ποσοστό απόρριψης της H_0 , είναι κατά 10% αυξημένο για πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 100 σε σχέση το αντίστοιχο ποσοστό για πλήθος ίσο με 20. Η διαφορά αυτή οφείλεται σε ακραίες τιμές, αφού η μέση τιμή της τελικής εκθετικής κατανομής είναι 5 φορές μικρότερη για τα συστήματα 100 εξαρτημάτων.
- Στο τμήμα του πίνακα που αφορά κατανομή Weibull και πλήθος εξαρτημάτων ίσο με 20, η H_0 απορρίπτεται πολύ συχνότερα στο χαμηλό επίπεδο τιμών του ποσοστού F (30%), επειδή η προσαρμογή σε εκθετική κατανομή για το εν λόγω ποσοστό απαιτεί αυξημένο πλήθος εξαρτημάτων.

Στην υποενότητα 6.3 αναφέρεται ότι τα δεδομένα που προέρχονται από προσομοιώσεις του συστήματος 1000 εξαρτημάτων, με χρόνο ζωής $U(0,4000)$, δεν οδηγούνται ποτέ στην εκθετική κατανομή αν το ποσοστό F υπερβαίνει ένα όριο της τάξης του 60%. Αυτό σημαίνει ότι η συγκεκριμένη τιμή του πλήθους, βρίσκεται στο εύρος όπου η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται συστηματικά για $F>60\%$, λόγω ακραίων τιμών. Η παραπάνω πρόταση γίνεται περισσότερο κατανοητή με τη βοήθεια του Σχήματος 8.13. Κατ' απόλυτη αντιστοιχία, στο σχήμα αυτό και για τα δεδομένα συστήματα που μελετώνται, η τιμή του

πλήθους π.χ. 25.000 βρίσκεται στο εύρος τιμών όπου η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται συστηματικά για $F \geq 96\%$, λόγω ακραίων τιμών.

Αν στο συγκεκριμένο σύστημα 1000 εξαρτημάτων, αυξάνονταν το πλήθος θεωρητικά μέχρι το άπειρο θα προέκυπτε συστηματική αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, ακόμα και για $F=100\%$, λόγω περιορισμού των μέγιστων τιμών της ομοιόμορφης κατανομής. Αυτό ελέγχθηκε μέσω προσομοιώσεων συστημάτων 300.000 εξαρτημάτων με χρόνο ζωής $U(0,4000)$ και $F=100\%$, οι οποίες κατέληξαν σε αποδοχή της H_0 , κατά 40% περίπου με μέσα p-values 15% και μέγιστο p-value στο σύνολο 20 ελέγχων ίσο με 77%.

Κεφάλαιο 9^ο: Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

9.1. Συμπεράσματα

Από όσα αναλύθηκαν στη συγκεκριμένη εργασία συμπεραίνουμε τα ακόλουθα:

Η κατανομή των χρόνων στους οποίους απαιτείται να αντικατασταθεί κάποιο από τα εξαρτήματα που απαρτίζουν ένα σύστημα, ακολουθεί προσεγγιστικά την εκθετική κατανομή, αν το πλήθος των εν λόγω εξαρτημάτων ξεπερνάει ένα ελάχιστο όριο. Το πιο πρακτικό συμπέρασμα όλων όσων αναλύονται είναι, ίσως, ότι η σύγκλιση της τελικής κατανομής στην εκθετική δεν επηρεάζεται από την αρχική κατανομή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων. Επομένως για να ορίσουμε κατά πόσο η ζήτηση ανταλλακτικών ενός συστήματος ακολουθεί προσεγγιστικά την εκθετική κατανομή, δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε και την ακριβή κατανομή του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων που το αποτελούν. Δεδομένου ότι το πλήθος εξαρτημάτων του συστήματος ξεπερνάει ένα ελάχιστο όριο μπορεί να θεωρηθεί ότι η ζητούμενη κατανομή προσεγγίζει την εκθετική. Στην περίπτωση που ακολουθείται πολιτική συντήρησης RTF (Run To Failure), η παράμετρος λ της εν λόγω εκθετικής μπορεί να προσδιοριστεί επακριβώς γνωρίζοντας μόνο τη μέση διάρκεια ζωής των εξαρτημάτων. Ωστόσο, για να καταλήξουμε στον ακριβή προσδιορισμό των παραμέτρων της τελικής κατανομής αν ακολουθείται πολιτική προληπτικής συντήρησης σε κάποια ηλικία, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε και την τιμή της αθροιστικής της αρχικής κατανομής στο σημείο που ορίζει η ηλικία αυτή. Αυτό δε σημαίνει ότι είναι απαραίτητος ο ακριβής προσδιορισμός της κατανομής του χρόνου ζωής, αφού το ζητούμενο ποσοστό μπορεί να οριστεί προσεγγιστικά πειραματικά, απλά υπολογίζοντας το ποσοστό των εξαρτημάτων που αντικαθίστανται λόγω εμφάνισης τυχαίας βλάβης, ενόσω εφαρμόζεται η παραπάνω πολιτική.

Για κατανομές που προσεγγίζουν πραγματικές κατανομές χρόνου ζωής το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ότι λειτουργεί σε steady state πρακτικά εξ' αρχής.

Επομένως, καταλήγουμε στο ότι η πολιτική διαχείρισης αποθεμάτων των ανταλλακτικών εξαρτημάτων του συστήματος, η βασιζόμενη στην υπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την εκθετική κατανομή, προσεγγίζει τη βέλτιστη. Για ένα εύρος του πλήθους εξαρτημάτων από 15-20 μέχρι και ένα μέγιστο όριο, μεταβλητό ανάλογα με τις παραμέτρους του συστήματος, η παραπάνω υπόθεση ισχύει σε γενικές γραμμές, ενώ για πολυπληθέστερα συστήματα - παρόλο που η κατανομή δε μπορεί να θεωρηθεί εκθετική αν δεν ικανοποιούνται ορισμένες συνθήκες - η πολιτική διαχείρισης αποθεμάτων η βασιζόμενη στην ίδια υπόθεση θα οδηγήσει

απλά σε ελάχιστα αυξημένη διατήρηση αποθεμάτων σε σχέση με τη βέλτιστη, λόγω των ακραίων τιμών που προκύπτουν ανά διαστήματα στην κατανομή.

Επιπλέον, για κατανομές με μικρό λόγο μεταβλητότητας, της τάξης του 2% με 3%, η μετάβαση σε σταθερή κατάσταση καθυστερεί τόσο, που ίσως δεν έχει νόημα να βασίσουμε την πολιτική διαχείρισης αποθεμάτων στην κατανομή που θα προκύψει τελικά σε βάθος χρόνου, δεδομένου ότι τα εξαρτήματα έχουν τεθεί σε λειτουργία ταυτοχρόνως. Σε διαφορετική περίπτωση μπορούμε να υποθέσουμε ότι η κατανομή είναι και πάλι προσεγγιστικά εκθετική. Πρακτικά μια κατανομή χρόνου ζωής δεν θα έχει ποτέ τόσο μειωμένη μεταβλητότητα. Όμως το ίδιο αποτέλεσμα επιφέρει και η αύξηση στην καθοριστικότητα των τιμών της αρχικής κατανομής μέσω της μείωσης της ηλικίας προληπτικής συντήρησης. Αυτό το ενδεχόμενο ίσως είναι πραγματοποιήσιμο σε συστήματα, η αξιοπιστία των εξαρτημάτων των οποίων απαιτείται να βρίσκεται μόνιμα σε ένα πλαίσιο της τάξης του 90-95%.

Παρόλο που η ζητούμενη κατανομή προσεγγίζει πάντα την εκθετική αν το πλήθος εξαρτημάτων υπερβαίνει κάποια ελάχιστη τιμή, παρουσιάζει αποκλίσεις από αυτήν για ορισμένους συνδυασμούς παραμέτρων όπως αναλύεται στο 8^ο Κεφάλαιο .

Στοχεύοντας σε σύγκλιση των δεδομένων σε εκθετική κατανομή, πρέπει να ορίσουμε τις παραμέτρους του συστήματος έτσι ώστε, αφενός να μηδενίζεται πρακτικά η πιθανότητα εμφάνισης υπερβολικά ακραίων τιμών και αφετέρου οι ακραίες τιμές που εμφανίζονται στα λογικά πλαίσια μίας εκθετικής κατανομής να μην παρουσιάζουν δυσανάλογα μεγάλη συχνότητα εμφάνισης, όπως αναλύεται στα 2 τελευταία κεφάλαια.

Η ακριβής σύγκλιση σε εκθετική κατανομή δεν παρουσιάζει κάποιο πρακτικό ενδιαφέρον, αφού η διαχείριση των αποθεμάτων βάσει της υπόθεσης ότι η κατανομή είναι εκθετική θα οδηγήσει σε αποτελέσματα που πλησιάζουν τα βέλτιστα. Ωστόσο παρουσιάζει ιδιαίτερο θεωρητικό ενδιαφέρον και βάσει των αποτελεσμάτων του τελευταίου κεφαλαίου, ίσως είναι δυνατή η αναλυτική απόδειξη της προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή όταν το πλήθος εξαρτημάτων τείνει στο άπειρο, δεδομένου ότι το θεωρητικό μέγιστο της αρχικής κατανομής είναι πεπερασμένος αριθμός. Φυσικά, υπάρχει πιθανότητα τα δεδομένα να συγκλίνουν στην εκθετική και αν δεν ισχύει η τελευταία συνθήκη, αλλά αυτό δε μπορεί να αποδειχθεί μέσω προσομοίωσης.

9.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Το πρακτικό συμπέρασμα όλων των παραπάνω είναι ότι η κατανομή ζήτησης των ανταλλακτικών εξαρτημάτων ενός συστήματος προσεγγίζεται από την εκθετική σε κάθε περίπτωση, αν το πλήθος εξαρτημάτων υπερβαίνει ένα ελάχιστο όριο. Επομένως, μία

ενδιαφέρουσα μελέτη, βασισμένη στην παρούσα εργασία, θα ήταν η εύρεση των βέλτιστων πολιτικών διαχείρισης αποθεμάτων με βάση την παραδοχή αυτή. Επίσης η συγκεκριμένη μελέτη θα μπορούσε ίσως να λαμβάνει υπόψιν τις αποκλίσεις των δεδομένων από την εκθετική, καταλήγοντας προσεγγιστικά στην απολύτως βέλτιστη πολιτική διαχείρισης.

Μια εξίσου ενδιαφέρουσα, περισσότερο θεωρητικού ενδιαφέροντος μελέτη, θα ήταν η αναλυτική προσέγγιση των συνθηκών προσαρμογής των δεδομένων σε εκθετική κατανομή. Βάσει των αποτελεσμάτων συμπεραίνουμε ότι η ζητούμενη κατανομή θα είναι πάντα εκθετική όταν το πλήθος εξαρτημάτων τείνει στο άπειρο, εκτός ορισμένων εξαιρέσεων που αναφέρονται στο κεφάλαιο 8, ενώ για πεπερασμένα πλήθη εξαρτημάτων, που αφορούν πρακτικά προβλήματα, η κατανομή προσαρμόζεται ικανοποιητικά στην εκθετική αν ισχύουν ορισμένες συνθήκες.

Τέλος, θα μπορούσε να αναλυθεί κατά πόσο επηρεάζεται η ζητούμενη κατανομή, θεωρώντας μη μηδενικούς χρόνους MTTD (Mean Time To Diagnose) και MTTR (Mean Time To Repair), καθώς επίσης και η συμπεριφορά της κατανομής αν η συντήρηση θεωρηθεί ότι δεν επιδιορθώνει πλήρως τα εξαρτήματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Βιδάλης Μιχάλης, “Εφοδιαστική (Logistics) Μία ποσοτική προσέγγιση”, Εκδόσεις ΖΗΤΗ (2001)
- [2]. Ζιούτας Χ. Γεώργιος, “Πιθανότητες και στατιστική για Μηχανικούς”, 3^η έκδοση, Εκδόσεις Σοφία (2012)
- [3]. Μπακούρος Ιωάννης, “Αξιοπιστία και συντήρηση τεχνολογικών συστημάτων”, Εκδόσεις Σοφία (2012)
- [4]. Ψωινός Π. Δημήτριος, “Στατιστική”, Εκδόσεις ΖΗΤΗ (2001)
- [5]. Barlow Richard E Frank Proschan “ Classics in Applied Mathematics Mathematical Theory of Reliability”, Published: 1996
- [6]. Dhillon B.S., “ Engineering Maintenance: A Modern Approach” (2002)
- [7]. Dodson Bryan, “The Weibull Analysis Handbook”, Second Edition Published (2006)
- [8]. Keller Gerald, “Στατιστική για οικονομικά και διοίκηση επιχειρήσεων”, 8^η έκδοση, Εκδόσεις Επίκεντρο (2010)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι (Κώδικας)

I.1. Βασικά μεγέθη

I.1.1. Εισαγωγή δεδομένων

```
function [] = simulation_code( )
%ttm=time to maintenance
K=2;
while K==2
    L= menu('__Component Lifetime Distribution__', '__Weibull__',
    '__Gamma__', '__Normal__', '__Uniform__');
    H=1;
    while H==1
        if L==1
            prompt={'_Scale parameter a', '_shape parameter
c', '_preventive maintenance', 'Number of Components', '_Total
Simulation Time '};
            dlg_title='SIULATION PARAMETERS (WEIBULL DIST)';
            num_lines=1;
            def={'100', '2', '100', '100', '300000'};
            DATA=inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
            a=str2num((cell2mat(DATA(1))));
            c=str2num((cell2mat(DATA(2))));
            ttm=str2num((cell2mat(DATA(3))));
            N=str2num((cell2mat(DATA(4))));
            T_units=str2num((cell2mat(DATA(5)))); %Time units
            if a<0 | c<0 | ttm<0 | N<0 | T_units<0
                waitfor(warndlg('All input data must be positive numbers'))
            else
                H=2;
            end
        elseif L==2
            prompt={'Scale parameter a', '_shape parameter c', ;
            '_preventive maintenance', '_Number of Components', ;
```

```

        '_Total Simulation Time '};D
dlg_title='SIMULATION PARAMETERS (GAMMA DIST)';
num_lines=1;
def={'100', '2', '200', '100', '300000'};
DATA=inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
a=str2num((cell2mat(DATA(1))));
c=str2num((cell2mat(DATA(2))));
ttm=str2num((cell2mat(DATA(3))));
N=str2num((cell2mat(DATA(4))));
T_units=str2num((cell2mat(DATA(5))));
if a<0 | c<0 | ttm<0 | N<0 | T_units<0
    waitfor(warndlg('All input data must be positive numbers'))
else
    H=2;
end
    elseif L==3
        prompt={'_Mean value', '_Standard Deviation', ;
            '_preventive maintenance', '_Number of Components', ;
            '_Total Simulation Time'};

dlg_title='SIMULATION PARAMETERS (NORMAL DIST)';
num_lines=1;
def={'100', '30', '300', '100', '100000'};
DATA=inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
a=str2num((cell2mat(DATA(1))));
c=str2num((cell2mat(DATA(2))));
ttm=str2num((cell2mat(DATA(3))));
N=str2num((cell2mat(DATA(4))));
T_units=str2num((cell2mat(DATA(5))));
if a<0 | c<0 | ttm<0 | N<0 | T_units<0
    waitfor(warndlg('All input data must be positive numbers'))
else
    H=2;
end
    else
        prompt={'_Minimum', ; '_Maximum', 'preventive
maintenance', ;

```

```

'Number of Components','Total Simulation Time'};
dlg_title='SIMULATION PARAMETERS (UNIFORM DIST)';
num_lines=1;
def={'70','130','115','100','250000'};
DATA=inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
a=str2num((cell2mat(DATA(1))));
c=str2num((cell2mat(DATA(2))));
ttm=str2num((cell2mat(DATA(3))));
N=str2num((cell2mat(DATA(4))));
T_units=str2num((cell2mat(DATA(5))));
if a<0 | c<0 | ttm<0 | N<0 | T_units<0
    waitfor(warndlg('All input data must be positive numbers'))
elseif a>c
    waitfor(warndlg('the distribution,s maximum value must be
greater than the minimum'))
else
    H=2;
end
    end
end

```

1.1.2. Τιμές βασικών μεγεθών

```

if L==1
    [M,V]=wblstat(a,c);
elseif L==2
    [M,V]=gamstat(a,c);
elseif L==3
    [M,V]=normstat(a,c);
else
    M=(a+c)/2;
    V=((c-a)^2)/12;
End
Dev=sqrt(V);
waitfor(msgbox({'[sprintf('Mean Value for selected parameters =
%f',M)],

```

```

    [sprintf('Standard Deviation for selected parameters=
%f',Dev)],
    [sprintf('Variance for selected parameters= %f',V)],
    [sprintf('Preventive Maintenance= %f',ttm)],
    [sprintf('Number of Components= %f',N)],
    [sprintf('Total simulation time= %f',T_units)]]))

K= menu('','____Continue____','____Change Input Data____');
end
end

```

I.1.3. Υπολογισμός θεωρητικής μέσης τιμής

```

if L==1
pd = makedist('Weibull',a,c);
perc=wblcdf(ttm,a,c); %Αθροιστική της συνάρτησης στην τιμή ttm
elseif L==2
pd = makedist('Gamma',a,c);
perc=gamcdf(ttm,a,c);
elseif L==3
pd = makedist('Normal',a,c);
perc=normcdf(ttm,a,c);
else
pd = makedist('uniform',a,c);
perc=unifcdf(ttm,a,c);
end
t1 = truncate(pd,-inf,ttm);
M2=mean(t1);
tel_mtinh=(perc*M2+(1-perc)*ttm)/N; %Θεωρητική μέση τιμή

```

I.2. Υπολογισμός δεδομένων

I.2.1. Υπολογισμός χρόνων αντικατάστασης

%εκχώρηση τυχαίων τιμών από τη δεδομένη κατανομή στον πίνακα T.

```

for n=1:N;
    T_units_passed=0;

```

```

v=1;
while T_units_passed<=T_units
    if L==1
        ttf=wblrnd(a,c);
    elseif L==2
        ttf=gamrnd(a,c);
    elseif L==3
        ttf=normrnd(a,c);
    else
        ttf=((c-a)*rand()+a);
    end

    if ttf<=ttm
        T(v,n)=ttf;
        fom(v,n)=0; % failure or maintenance
    else
        T(v,n)=ttm;
        fom(v,n)=1;
    end

    T_units_passed= T_units_passed +T(v,n);
    v=v+1;
end
end

```

%Ο πίνακας T έχει N στήλες αλλά κάθε μία έχει διαφορετικό αριθμό στοιχείων. Η μία εκ των 2 διαστάσεων του ορίζεται από το εξάρτημα το οποίο αντικαταστάθηκε τις περισσότερες φορές για το δεδομένο χρόνο προσομοίωσης.

I.2.2. Έλεγχος μηδενικών βλαβών

```

if size(fom,1)*size(fom,2)==sum(sum(fom))
%Αν ισχύει, όλες οι αντικαταστάσεις συνέβησαν προγραμματισμένα και
δεν υπήρξαν αστοχίες.
    waitfor(warndlg('There were no replacements due to component
failure in this simulation'))
else
.
.

```

I.2.3. Υπολογισμός χρόνων μεταξύ αντικαταστάσεων

```
for n=1:N
    TS(1,n)=T(1,n);
    for v=2:size(T,1)
        if T(v,n)>0
            TS(v,n)=TS(v-1,n)+ T(v,n);
        end
    end
end
i=1;
for n=1:N
    for v=1:size(T,1)
        A(1,i)=TS(v,n);
        A(2,i)=fom(v,n);
        i=i+1;
    end
end

B=sortrows(A',1)';
pos=0;
found=0;
while found==0
    pos = pos +1;
    if B(1,pos)>0
        found=1;
    end
end
for i=pos:size(B,2);
    B1(1,i-pos+1)=B(1,i);

    B1(2,i-pos+1)=B(2,i);
end
srftimes=B1(1,:); %sorted replacement times
srtfom=B1(2,:); %sorted failure or maintenance
%TBSR= times between successive replacements
TBSR(1,1)=srftimes(1);
```

```

for j=2:size(srttimes,2)
    TBSR(j,1)=srttimes(j)-srttimes(j-1);
end
z=size(TBSR,1);

```

I.2.4. Ομαδοποίηση δεδομένων

```

waitfor(msgbox(sprintf('number of replacements that occurred =
%f',z)))
prompt={'_ data_groups size', '_Pace_', '__Critical Group Size__'};
dlg_title='D A T A';
num_lines=1;
def={'100', '10', '10000'};
DATA2=inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
C1=str2num((cell2mat(DATA2(1))));
C2=str2num((cell2mat(DATA2(2))));
C3=str2num((cell2mat(DATA2(3))));

z2=floor(z/C1);
pace=C1/C2;
TBR=TBSR(1:z2*C1);
k=0;
for j=1:1+((z2-1)*pace)
    for i=1:C1
        k=k+1;
        splTBR(i,j)=TBR(k);
    end
    k=(j)*C2;
end
sz=1+((z2-1)*pace);
sz=sz(1);

```


I.3.2. Έλεγχος προσαρμογής δεδομένων σε εκθετική κατανομή

```
TBSRsteady=TBSR(z-1000:z); %Διάνυσμα τιμών σταθερής κατάστασης
u1=size(TBSRsteady,1);

for i=1:u1
    TBSRsteady1(i)=TBSRsteady(i)/mean(TBSRsteady); %Αναγωγή σε
κατανομή με μέση τιμή 1
end
TBSRsteady1=TBSRsteady1';
    end
[h,p] = chi2gof(TBSRsteady1,'cdf',@expcdf); %x2 goodness of fit
R2=h; %Αποδοχή ή απόρριψη της υπόθεσης
R3=p; %P value
end
```