



**Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**  
**Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών**  
*Πολυτεχνική Σχολή*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΣΤΙΚΟΥ ΛΕΩΦΟΡΕΙΟΥ**

ΔΑΣΟΠΟΥΛΟΣ ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΚΟΖΑΝΗ (ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ, 2018)





## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας και ακολούθως και των προπτυχιακών σπουδών μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω αρχικά την οικογένεια μου και ιδιαίτερα τους γονείς μου για τη στήριξη και την ενθάρρυνσή τους όλα αυτά τα χρόνια. Παράλληλα, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γιαγκόπουλο Δημήτριο για την αμέριστη βοήθεια και στήριξή του, καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω και στους φίλους μου, με τους οποίους πέρασα πολύ όμορφα φοιτητικά χρόνια.



## Περίληψη

Το περιεχόμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αφορά τη στατική, καθώς και τη δυναμική ανάλυση, με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων ενός συγκεκριμένου τύπου αστικού αρθρωτού λεωφορείου, στο οποίο παρουσιάστηκαν ασυνέχειες σε ορισμένα σημεία της γεωμετρίας στην περιοχή σύνδεσης του κινητήρα και του κιβωτίου ταχυτήτων, καθώς και στις βάσεις στήριξης του κινητήρα..

Στο πρώτο και μεγαλύτερο στάδιο της μελέτης πραγματοποιήθηκε η προ-επεξεργασία (pre-processing) των γεωμετριών, όπου έγινε ο κατάλληλος καθαρισμός της γεωμετρίας, καθώς και η διαγραφή περιττών εξαρτημάτων, τα οποία δεν επηρέαζαν τη μελέτη, με στόχο την βέλτιστη δυνατή μοντελοποίηση. Σε δεύτερο στάδιο έγινε η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων για τη δημιουργία του πλέγματος διακριτοποίησης όλων των επιμέρους γεωμετριών και στη συνέχεια η σωστή σύνδεση τους με το πλαίσιο του λεωφορείου. Το τελευταίο στάδιο αφορούσε τη στατική και δυναμική ανάλυση, όπου προσομοιώθηκαν διάφορα οδικά προφίλ, σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8608, για να διαπιστωθεί σε ποια περίπτωση τα φορτία είναι ικανά να προκαλέσουν κόπωση των υπό μελέτη περιοχών.

Για τον καθαρισμό, τη μοντελοποίηση και τη σύνδεση όλων των επιμέρους σχεδίων χρησιμοποιείται ο προ-επεξεργαστής ANSA, ενώ για την απεικόνιση και ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών ο μέτα-επεξεργαστής META της εταιρείας BETA CAE SYSTEMS S.A. Τέλος, η αριθμητική επίλυση του συνολικού μοντέλου πραγματοποιείται στο υπολογιστικό πακέτο DYNAMIS DTECH Corporation S.A.



## **Abstract**

This design diploma thesis presents the dynamic analysis using finite element method (Finite Element Method), as well as the study of fatigue analysis on a particular type of a typical city bus, where some discontinuities occurred at certain points of the gearbox geometry in the connection area with the engine.

During the first and the most extensive part of this study, a pre-processing of the geometries carried out, where the geometry as well as the unnecessary components cleaned up. This process aimed to the best possible modelling and did not affect the whole study. In the second stage, the appropriate spatial data were selected to create the discrete grid of all the individual geometries and then correctly link them to the bus frame. The last stage concerns the dynamic analysis where various road profiles were simulated to determine after how many charging cycles and in which cases loads are likely to cause fatigue.

For the clean-up process, the modelling and the connection of all individual designs, the pre-processor software called ANSA was used, while for the imaging and analysis of the fictitious and modalities, it was used a meta-processor software called  $\mu$ ETA, of BETA CAE SYSTEMS S.A. Finally, the numerical solution is performed in the computational package of DYNAMIS DTECH Corporation S.A.





# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	1
Περίληψη .....	3
Abstract .....	5
Εισαγωγή.....	9
Κεφάλαιο 1: Παρουσίαση και περιγραφή του υπό μελέτη λεωφορείου .....	11
Κεφάλαιο 2: Επεξεργασία και καθαρισμός γεωμετρίας.....	13
2.1 Επεξεργασία κινητήρα και κιβωτίου ταχυτήτων .....	13
2.2 Επεξεργασία αξόνων.....	16
2.2.1 Καθαρισμός αξόνων.....	16
2.2.2 Δημιουργία του μεσαίου άξονα.....	17
2.3 Επεξεργασία πλαισίου λεωφορείου .....	18
Κεφάλαιο 3: Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) και Μοντελοποίηση.....	21
3.1 Γενικά .....	21
3.2 Λειτουργία μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων .....	22
3.3 Δημιουργία πλέγματος μοντέλου .....	23
3.3.1: Μεθοδολογία δημιουργίας πλέγματος διακριτοποίησης.....	24
3.3.2: Διακριτοποίηση εξεταζόμενων γεωμετριών .....	27
3.3.3: Περιγραφή της μεθόδου επιλογής μήκους των στοιχείων με ενδεικτική παρουσίαση του κιβωτίου ταχυτήτων.....	28
3.4: Διακριτοποίηση των δομικών μερών του λεωφορείου.....	32
3.5 Προσομοίωση του βάρους των επιβατών .....	40
3.6 Αριθμητική επίλυση ιδιοπρόβληματος .....	43
3.6.1 Εξίσωση κίνησης ταλαντωτικού συστήματος.....	43
3.6.2 Επίλυση ιδιοπρόβληματος .....	44
3.6.3 Ιδιομορφική ανάλυση μοντέλου .....	46
3.6.4: Στατική μελέτη λεωφορείου .....	49
Κεφάλαιο 4: Δυναμική ανάλυση μοντέλου.....	51

4.1 Κλάσεις οδοστρώματος .....	51
4.2 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης.....	54
4.2.1 Αποτελέσματα μετατοπίσεων.....	54
4.2.2 Αποτελέσματα τάσεων .....	55
Κεφάλαιο 5: Μελέτη κόπωσης.....	59
Συμπεράσματα .....	61
Βιβλιογραφία.....	63

## Εισαγωγή

Η μηχανική κόπωση σε μέταλλα, μελετήθηκε σύμφωνα με ιστορικά δεδομένα για πρώτη φορά από τον Γερμανό χημικό Friedrich Wöhler και αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη αιτία αστοχίας εξαρτημάτων μηχανών αλλά και γενικότερα μεγάλων κατασκευών. Είναι το φαινόμενο της προοδευτικά επερχόμενης τοπικά μόνιμης μεταβολής της μορφής των υλικών, όταν υπάρχει καταπόνηση σε συνθήκες κυμαινόμενων τάσεων και εκδηλώνεται, όταν η μέγιστη τάση που ασκείται είναι μικρότερη της στατικής αντοχής σε θραύση ή διαρροή οδηγώντας με τον τρόπο αυτό σε σημαντική μείωση της στατικής αντοχής υπό συνθήκες επαναλαμβανόμενης φόρτισης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη ρωγμάτωση ή ακόμη και τη θραύση του υλικού στο δεδομένο σημείο, μετά από ικανό αριθμό επαναλήψεων της φόρτισης. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί πως το μεγαλύτερο πρόβλημα της μηχανικής κόπωσης είναι η μη παρουσίαση προειδοποιητικών ενδείξεων πριν την εμφάνισή της, καθώς θα βοηθούσε στην πρόληψη και αποτροπή των δυσάρεστων επιπτώσεων, που προαναφέρθηκαν [1, 2].

Η δημιουργία μίας γεωμετρικής ασυνέχειας, όπως για παράδειγμα μία ρωγμή, μία τρύπα, ή μία εγκοπή, οδηγεί στη δημιουργία ανομοιόμορφης κατανομής της τάσης γύρω από την περιοχή στην οποία έχει δημιουργηθεί η ασυνέχεια, καθώς και στην εμφάνιση πολύ μεγαλύτερων τιμών των τάσεων στη συγκεκριμένη περιοχή σε σχέση με όλη την υπόλοιπη γεωμετρία [3].

Αρκετά κράματα σιδήρου και τιτανίου διαθέτουν ένα οριακό επίπεδο τάσης, το οποίο ονομάζεται όριο κόπωσης ( ή όριο αντοχής), κάτω από το οποίο δεν εμφανίζεται αστοχία λόγω κόπωσης για έναν θεωρητικά άπειρο αριθμό κύκλων, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει για τα περισσότερα μη σιδηρούχα κράματα, όπως για παράδειγμα το αλουμίνιο, ή ο χαλκός τα οποία δεν εμφανίζουν όριο κόπωσης και επομένως η μηχανική κόπωση θα επέλθει μετά από το πέρασ ενός καθορισμένου αριθμού κύκλων ανεξάρτητα από τις τιμές της τάσης [2].

Στην περίπτωση της παρούσας μελέτης ως υλικό όλων των σημαντικών μερών που θα μελετηθούν τόσο στη μηχανή εσωτερικής καύσης, όσο και στο κιβώτιο ταχυτήτων είναι ο χάλυβας, που αποτελεί κατά βάση ένα κράμα σιδήρου – άνθρακα και έχει πυκνότητά του ορίζεται στα  $7850 \text{ kg/m}^3$ .

Στόχος, λοιπόν, της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων του συνολικού λεωφορείου και η πραγματοποίηση ελέγχων σε διαφορετικά οδικά προφίλ για να διαπιστωθεί, ποιες περιπτώσεις οδοστρωμάτων δημιουργούν τάσεις ικανές να προκαλέσουν θραύση στα σημεία τα οποία βρίσκονται υπό μελέτη, ενώ στη συνέχεια γίνεται και η μελέτη κόπωσης για να βρεθεί ο

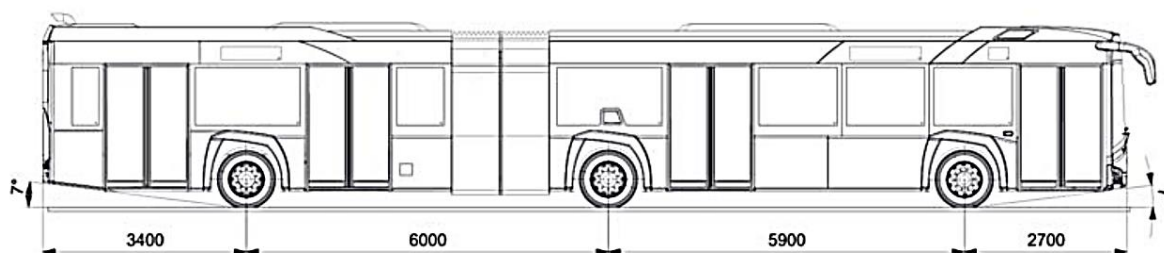
αριθμός κύκλων ο οποίος χρειάζεται, ώστε να επέλθει η θραύση στα σημεία υψηλών φορτίσεων, εκεί δηλαδή όπου παρουσιάζονται οι μεγαλύτερες τιμές των τάσεων.

## Κεφάλαιο 1: Παρουσίαση και περιγραφή του υπό μελέτη λεωφορείου

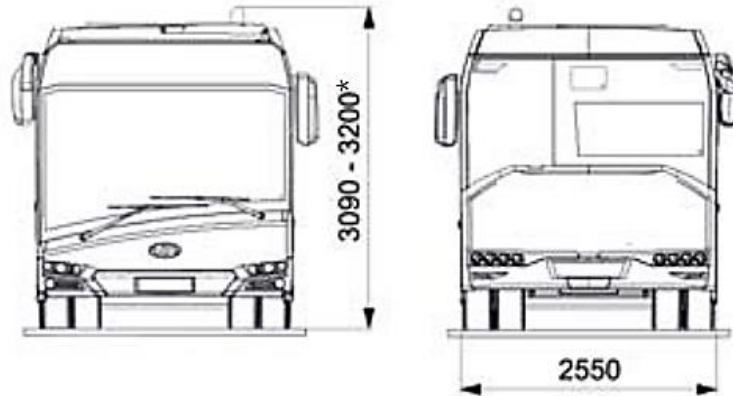
Το εξεταζόμενο λεωφορείο, ανήκει στην εταιρεία SOLARIS BUS & COACH και είναι αρθρωτό λεωφορείο δύο τμημάτων, το οποίο χρησιμοποιείται στις αστικές συγκοινωνίες. Το υλικό του πλαισίου του είναι ανοξείδωτο ατσάλι. Όσον αφορά τις διαστάσεις του, όπως αυτές παρουσιάζονται και στα σχήματα 1.1 και 1.2, το μήκος του ανέρχεται στα 18 μέτρα, το πλάτος του στα 2.55 μέτρα, ενώ το ύψος του συμπεριλαμβανομένων των τροχών και των κλιματιστικών στα 3.2 μέτρα. Το ωφέλιμο φορτίο του είναι 9860 κιλά, ενώ ο κινητήρας και το κιβώτιο ταχυτήτων είναι εγκατεστημένα στην πίσω αριστερή πλευρά (πλευρά του οδηγού)

Η κατασκευάστρια εταιρεία του κινητήρα είναι η DAF. Ο συγκεκριμένος κινητήρας ανήκει στην κατηγορία των PACCAR PR κινητήρων, οι οποίοι έχουν κατασκευαστεί από την εταιρεία για χρήση σε μέσα μαζικής μεταφοράς. Αντίστοιχα, το κιβώτιο ταχυτήτων έχει κατασκευαστεί από την εταιρεία VOITH και ανήκει στη κατηγορία αυτόματων κιβωτίων ταχυτήτων DIWA, και πιο συγκεκριμένα DIWA 5, που έχει κατασκευαστεί από την εταιρεία για χρήση κυρίως σε αστικά και προαστιακά λεωφορεία.

Το βάρος του φορτίου μοιράζεται σε τρεις άξονες και συνολικά δέκα τροχούς, τα μοντέλα των οποίων προέρχονται από την εταιρεία ZF. Ο κινητήριος άξονας (μοντέλο ZF AV 133) διαθέτει τέσσερις τροχούς και το μέγιστο ωφέλιμο φορτίο του είναι 11.500 κιλά. Ομοίως, ο μεσαίος άξονας (μοντέλο ZF AVN 132), διαθέτει επίσης τέσσερις τροχούς και ωφέλιμο φορτίο 11.500 κιλά, ενώ ο μπροστινός άξονας διαθέτει δύο τροχούς (μοντέλο ZF RL 82 EC) και μέγιστο ωφέλιμο φορτίο 8200 κιλά.



**Σχήμα 1.1:** Πλάγια όψη λεωφορείου (πηγή: [www.solarisbus.com](http://www.solarisbus.com)).



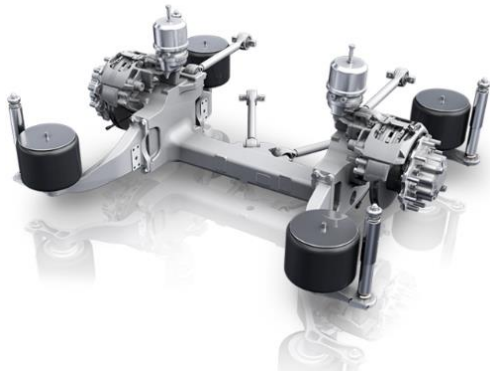
**Σχήμα 1.2:** Πρόοψη και πίσω όψη λεωφορείου (πηγή: [www.solarisbus.com](http://www.solarisbus.com)).



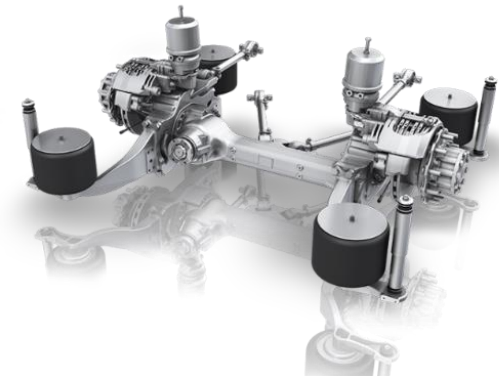
**Σχήμα 1.3:** Κιβώτιο ταχυτήτων DIWA 5 (πηγή: [www.voith.com](http://www.voith.com)).



**Σχήμα 1.4:**Κινητήρας PACCAR-PR (πηγή: [www.dafcomponents.com](http://www.dafcomponents.com)).



**Σχήμα 1.5:** Μεσαίος άξονας (πηγή: [www.zf.com](http://www.zf.com)).

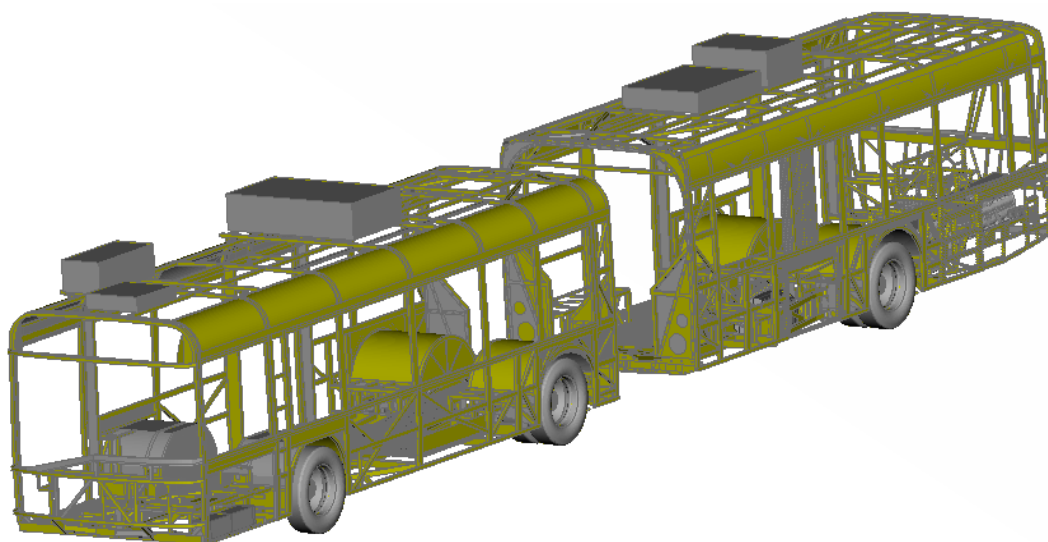


**Σχήμα 1.6:** Κινητήριος άξονας (πηγή: [www.zf.com](http://www.zf.com)).

## Κεφάλαιο 2: Επεξεργασία και καθαρισμός γεωμετρίας

Ο κατάλληλος καθαρισμός μίας γεωμετρίας είναι βασική προϋπόθεση για τη δημιουργία ενός σωστού πλέγματος και ακολούθως για την εξαγωγή σωστών αποτελεσμάτων από την αριθμητική επίλυση στα αντίστοιχα λογισμικά. Για το λόγο αυτό, το μεγαλύτερο κομμάτι της μελέτης αφορούσε το σωστό καθαρισμό και τη διαγραφή περιττών τμημάτων, τόσο στον κινητήρα, όσο και στο κιβώτιο ταχυτήτων, καθώς επίσης και την σωστή επεξεργασία του πλαισίου του λεωφορείου, καθώς και τον αξόνων του.

Στα επόμενα τρία υποκεφάλαια παρουσιάζονται όλα τα σχέδια τα οποία επεξεργάστηκαν και καθαρίστηκαν, ώστε να δημιουργηθεί τελικά το συνολικό σχέδιο του λεωφορείου (σχήμα 2.1), στο οποίο στη συνέχεια θα γίνει η μοντελοποίηση και θα πραγματοποιηθούν οι αναλύσεις.



**Σχήμα 2.1:** Συνολικό λεωφορείο μετά τη διαδικασία του καθαρισμού.

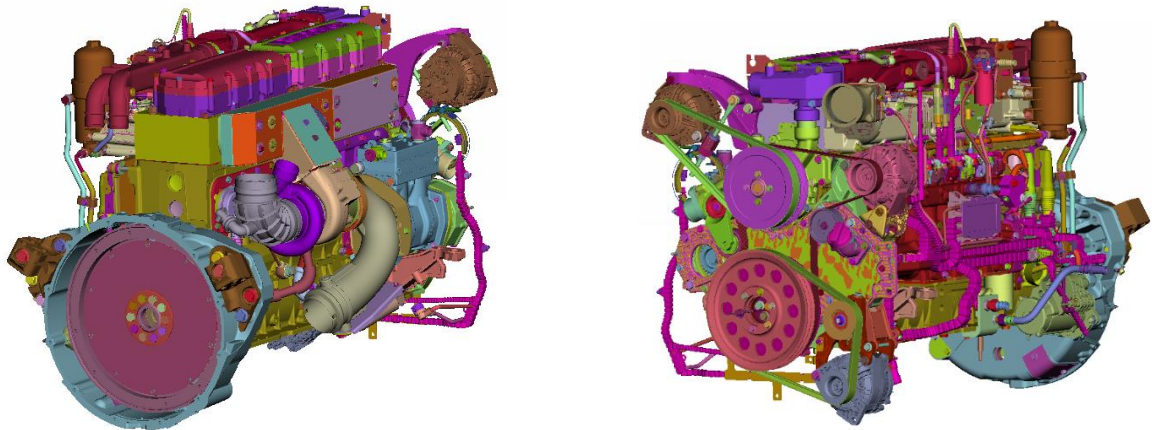
### 2.1 Επεξεργασία κινητήρα και κιβωτίου ταχυτήτων

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε η επεξεργασία του κινητήρα και του κιβωτίου ταχυτήτων. Η περιοχή έδρασης των συγκεκριμένων συστημάτων βρίσκεται στην πίσω αριστερή πλευρά λεωφορείου, όπως αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 2.1. Λόγω του γεγονότος, πως δεν θα διερευνηθούν οι δυναμικές καταπονήσεις που οφείλονται στην κίνηση εξαρτημάτων, όπως είναι οι κύλινδροι, ή ο στροφαλοφόρος άξονας του κινητήρα ή οι οδοντωτοί τροχοί, που εμπεριέχονται στο κιβώτιο ταχυτήτων, κατά τη λειτουργία τους, θεωρήθηκε επαρκές τόσο για τον κινητήρα, όσο και για το κιβώτιο ταχυτήτων να διατηρηθεί μόνο το κεντρικό μπλοκ τους και να διαγραφούν όλα τα επιμέρους εξαρτήματα τα οποία

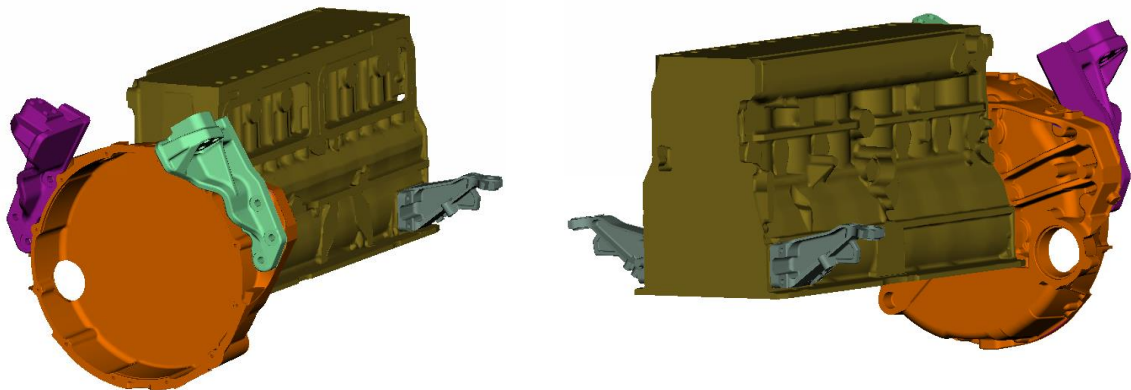


συνδέονται σε αυτά. Ωστόσο, όμως το βάρος των εξαρτημάτων αυτών δεν αμελείται καθώς προστίθεται στο βάρος των δύο κελυφών.

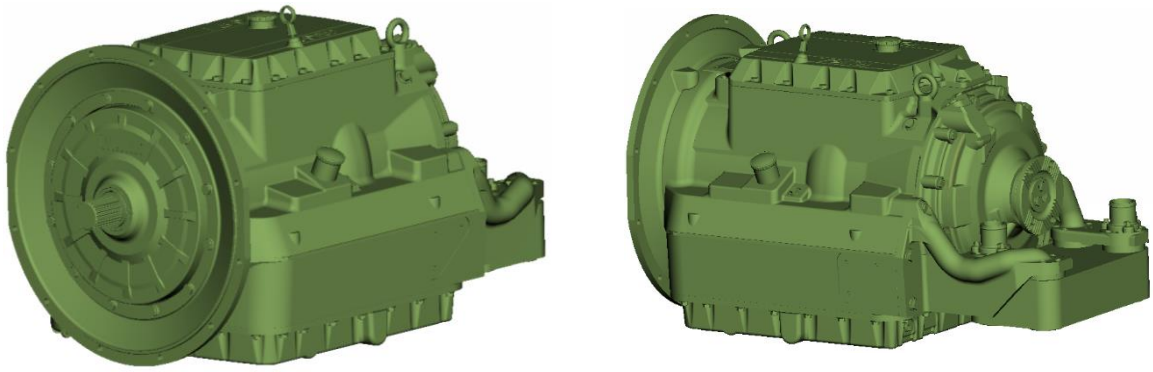
Στα επόμενα σχήματα γίνεται η απεικόνιση των δύο συστημάτων, με τα σχήματα 2.2 και 2.4 να παρουσιάζουν τον κινητήρα και το κιβώτιο ταχυτήτων αντίστοιχα, όπως αυτά ήταν στα αρχικά σχέδια, με όλες τις λεπτομέρειες, ενώ τα σχήματα 2.3 και 2.5 απεικονίζουν τα δύο αυτά συστήματα έπειτα από τον καθαρισμό τους και όπως αυτά χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του μοντέλου. Από τον κινητήρα, θεωρήθηκαν περιττά, εξαρτήματα όπως το καπάκι των βαλβίδων, τα μπεκ ψεκασμού, τα πιστόνια, η εισαγωγή αέρα, η αντλία λαδιού, ο ιμάντας, το κάρτερ κ.ο.κ., καθώς η λειτουργία τους δεν επηρέαζε οπουδήποτε τη μελέτη, πέραν όμως του βάρους τους, το οποίο συνυπολογίζεται στο συνολικό βάρος του κελύφους. Αντίστοιχα για το κιβώτιο, θεωρήθηκε περιττός για την παρούσα μελέτη ο εναλλάκτης θερμότητας, ο οποίος βρίσκεται στο πίσω μέρος, καθώς και όλα τα υπόλοιπα μικρά εξαρτήματα, με τα βάρη τους όμως να συνυπολογίζονται και πάλι στο συνολικό βάρος του κελύφους.



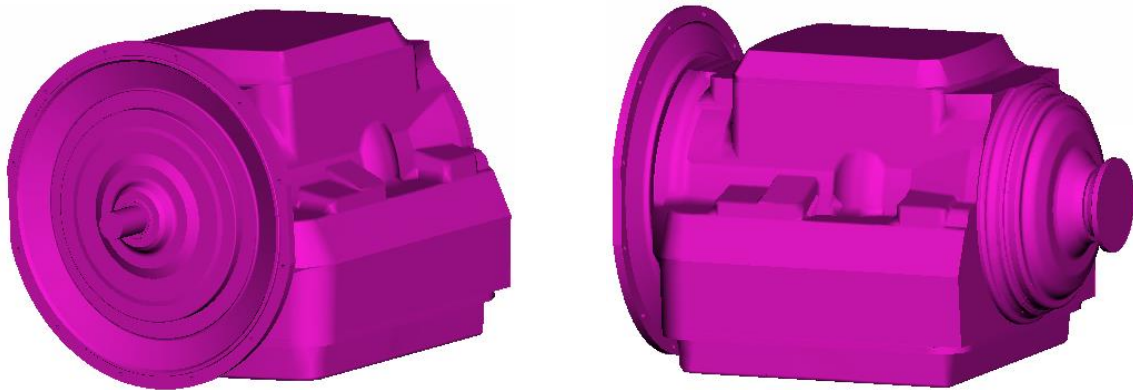
**Σχήμα 2.2:** Ολοκληρωμένος κινητήρας πριν τον καθαρισμό της γεωμετρίας του.



**Σχήμα 2.3:** Κέλυφος κινητήρα μετά την απλοποίηση και τον καθαρισμό της γεωμετρίας του.



**Σχήμα 2.4:** Κιβώτιο ταχυτήτων πριν τον καθαρισμό της γεωμετρίας του.



**Σχήμα 2.5:** Κιβώτιο ταχυτήτων μετά την απλοποίηση και τον καθαρισμό της γεωμετρίας του.

Επιπλέον, όπως φαίνεται στα παραπάνω σχήματα, στα δύο κελύφη απλοποιήθηκαν αρκετές περίπλοκες γεωμετρίες, όπως είναι οι απότομες γωνίες ή οι προεξοχές σε σημεία τα οποία κρίθηκε, ότι δεν είναι ικανά να επηρεάσουν το αποτέλεσμα της μελέτης, καθώς η ανάλυση θα εμφάνιζε στα σημεία αυτά μεγαλύτερες τάσεις από αυτές που πραγματικά ασκούνται και ίσως θα δυσκόλευαν την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

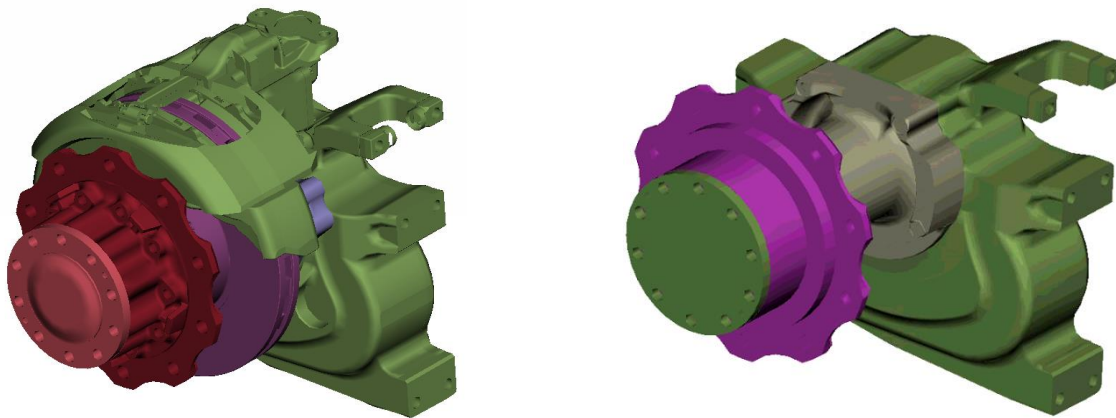
Στα σημεία, τα οποία είναι πιο σημαντικά για την παρούσα μελέτη και πιο συγκεκριμένα οι τέσσερις στηρίξεις του κινητήρα και τα σημεία σύνδεσης του κινητήρα με το κιβώτιο, πραγματοποιήθηκαν ελάχιστες τροποποιήσεις, ώστε η ανάλυση να μας δώσει το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα.

## 2.2 Επεξεργασία αξόνων

Σχετικά με τους άξονες του λεωφορείου, το μοναδικό σχέδιο, που υπήρχε είναι αυτό του κινητήριου άξονα και πάνω σε αυτό βασίστηκε και έγινε με κάποιες μετατροπές και ο μεσαίος άξονας του λεωφορείου.

### 2.2.1 Καθαρισμός αξόνων

Για να μπορεί να είναι εφικτή η χρησιμοποίησή των αξόνων, ομοίως με τον κινητήρα και το κιβώτιο, πραγματοποιήθηκαν κάποιες απλοποιήσεις. Η πρώτη και βασική απλοποίηση, η οποία φαίνεται στο σχήμα 2.2.1, ήταν η αφαίρεση των δισκοφρένων, καθώς δεν επηρέαζαν τη μελέτη, ενώ επίσης αφαιρέθηκε και το σύστημα της πνευματικής ανάρτησης, αλλά και το σύστημα σύνδεσης με το υπόλοιπο πλαίσιο. Στα ελαστικά και τις ζάντες δεν πραγματοποιήθηκαν απλοποιήσεις, επομένως αυτά θα παρουσιαστούν στο κεφάλαιο της μοντελοποίησης.



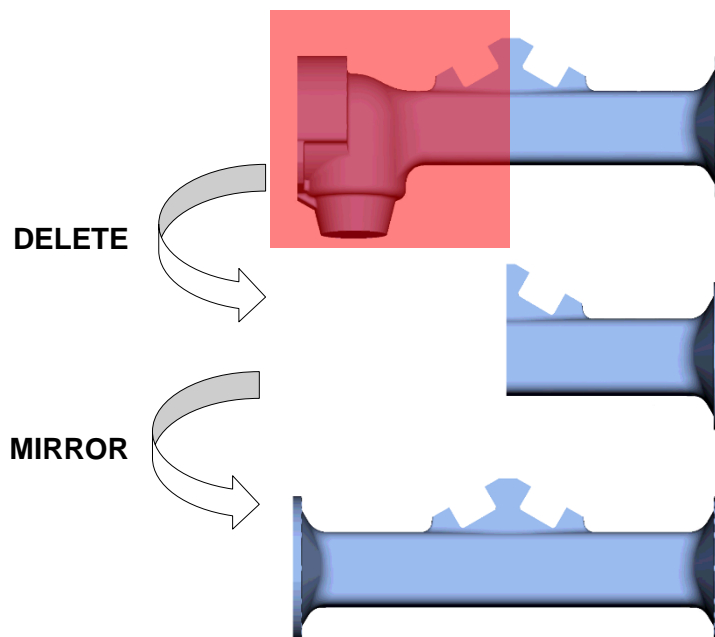
**Σχήμα 2.6:** Αριστερά το σύστημα πριν την αφαίρεση του δισκοφρένου, ενώ στα δεξιά μετά την αφαίρεση του και τον καθαρισμό κάποιων απότομων καμπυλών.



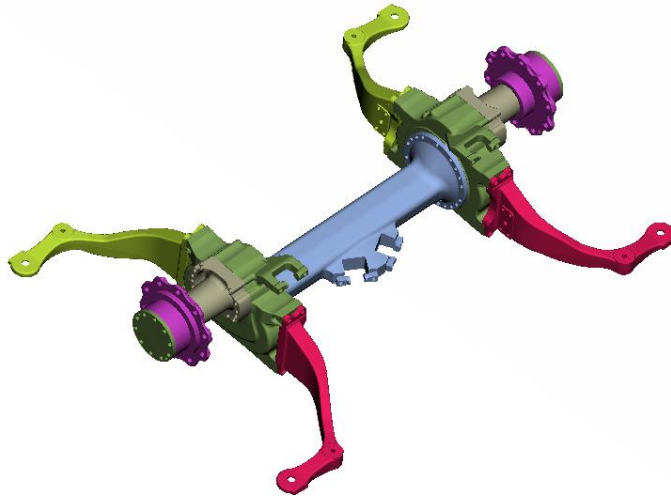
**Σχήμα 2.7:** Αριστερά παρουσιάζεται το αρχικό σχέδιο του άξονα, μη συμπεριλαμβανομένων των ζαντών και των ελαστικών, ενώ στα δεξιά ο άξονας μετά την απλοποίηση.

### 2.2.2 Δημιουργία του μεσαίου άξονα

Για τη δημιουργία του μεσαίου άξονα για τον οποίον δεν υπήρχαν σχέδια έγινε προσαρμογή του άξονα του διαφορικού, που βρίσκεται στο πίσω μέρος. Αυτό που χρειάστηκε να γίνει, καθώς οι δύο άξονες είχαν ακριβώς τις ίδιες διαστάσεις, είναι να διατηρηθεί το μισό δεξιό κομμάτι του κεντρικού άξονα, ο οποίος συνδέει τα δύο ζεύγη τροχών, και να διαγραφεί το υπόλοιπο μισό. Στη συνέχεια με τις εντολές copy και στη συνέχεια mirror plane, που διαθέτει το λογισμικό ANSA έγινε η δημιουργία του συμμετρικού κομματιού, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.8, ολοκληρώνοντας με τον τρόπο αυτό τη δημιουργία του μεσαίου άξονα. Οι ζάντες και τα ελαστικά δεν αναφέρονται στην συγκεκριμένη παράγραφο, καθώς δεν υπάρχει κάποια μεταβολή σε σχέση με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν για τον άξονα, που διαθέτει το διαφορικό.



**Σχήμα 2.8:** Διαδικασία δημιουργίας μεσαίου άξονα στο ANSA.

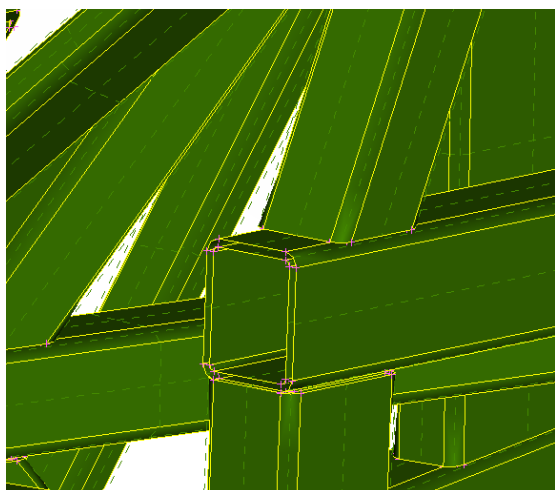


**Σχήμα 2.9:** Ολοκληρωμένος ο μεσαίος άξονας μετά την επεξεργασία.

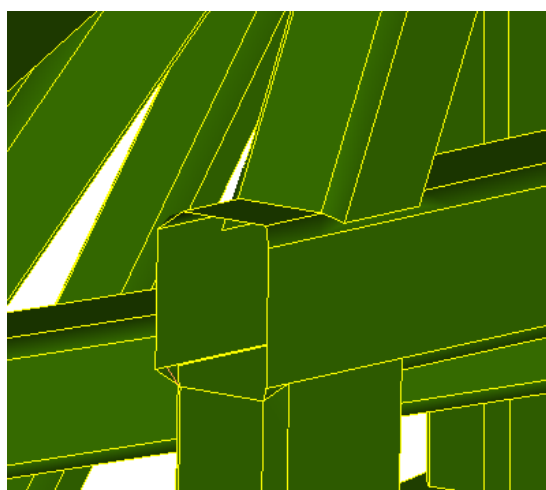
### **2.3 Επεξεργασία πλαισίου λεωφορείου**

Σχετικά με το λεωφορείο, οι δοκοί οι οποίοι σχηματίζουν το πλαίσιο του, διαθέτουν δύο επιφάνειες, μία εσωτερική και μία εξωτερική. Για να μπορέσει λοιπόν να είναι εφικτή η μοντελοποίηση του, η βασική ενέργεια που έπρεπε να γίνει είναι η αφαίρεση της εσωτερικής επιφάνειας και η διατήρηση μόνο της εξωτερικής, προσδίδοντάς της ωστόσο ως χαρακτηριστικό το αρχικό πάχος, ώστε στη συνέχεια να είναι εφικτή η ένωση όλων των δοκών μεταξύ τους (σχήματα 2.8 και 2.9). Επιπλέον, αρκετά κομμάτια τα οποία στην πραγματικότητα συγκολλούνται πάνω στο λεωφορείο έγιναν και αυτά μία ενιαία επιφάνεια χρησιμοποιώντας την εντολή mid surface του ANSA. Η συγκεκριμένη εντολή δημιουργεί μία μεσαία επιφάνεια σε τρισδιάστατα εξαρτήματα τα οποία επιλέγονται, διατηρώντας ωστόσο ως δεδομένο το αρχικό πάχος του εξαρτήματος. Αυτό πραγματοποιείται, ώστε τα συγκεκριμένα κομμάτια να μπορούν στη συνέχεια να συνδεθούν πάνω στον σκελετό με κάποια κατάλληλα στοιχεία τα οποία προσομοιάζουν μία συγκόλληση (RBE3) (σχήματα 2.10 και 2.11).

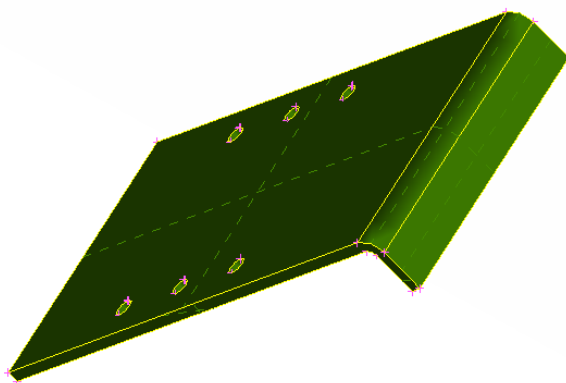
Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται οι δύο παραπάνω διαδικασίες ενδεικτικά για κάποια σημεία του λεωφορείου. Τα σημεία αυτά βρίσκονται στην περιοχή σύνδεσης του κιβωτίου ταχυτήτων και του κινητήρα με το λεωφορείο όπως φαίνεται χαρακτηριστικά στο σχήμα 2.12, καθώς εκεί παρουσιάζεται το μεγαλύτερο ενδιαφέρον της παρούσα μελέτης.



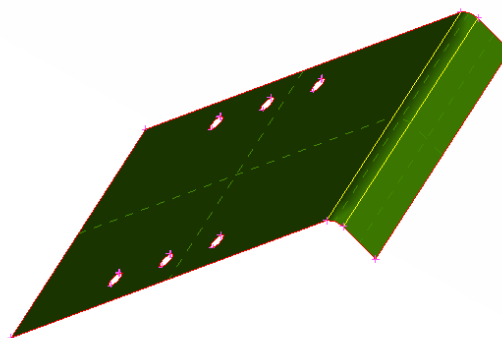
**Σχήμα 2.10:** Δοκός πριν την αφαίρεση της εσωτερικής επιφάνειας.



**Σχήμα 2.11:** Δοκός μετά την αφαίρεση της εσωτερικής επιφάνειας.

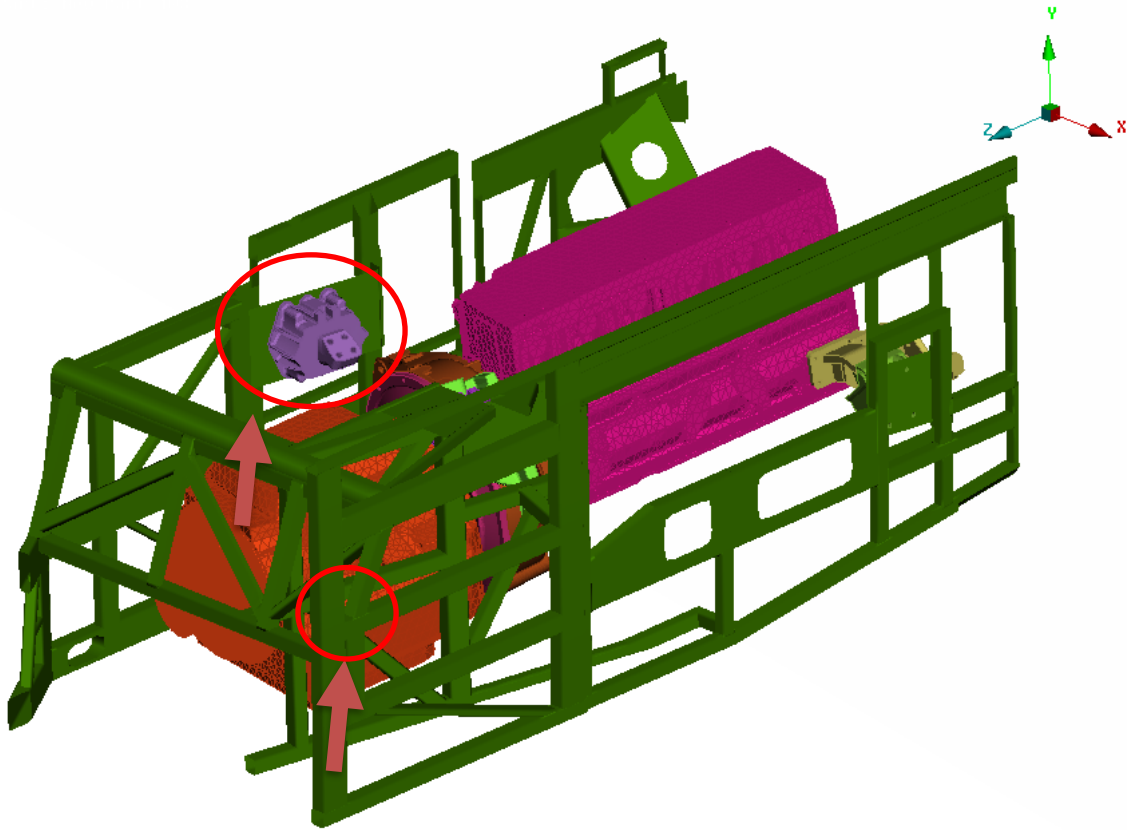


**Σχήμα 2.12:** Επιφάνεια σύνδεσης της πίσω αριστερής στήριξης του κινητήρα πριν τη χρήση της εντολής *midface*.



**Σχήμα 2.13:** Επιφάνεια σύνδεσης της πίσω αριστερής στήριξης του κινητήρα μετά τη χρήση της εντολής *midface*.





**Σχήμα 2.14:** Περιοχή σύνδεσης του κινητήρα και του κιβωτίου στην πίσω αριστερή πλευρά του λεωφορείου. Με βελάκι τα σημεία που φαίνονται στα σχήματα 2.8 έως 2.11 πριν και μετά τον καθαρισμό.

## Κεφάλαιο 3: Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) και Μοντελοποίηση

### 3.1 Γενικά

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί σήμερα τη σημαντικότερη μέθοδο της υπολογιστικής μηχανικής. Ο ισχυρισμός αυτός οφείλεται στη δυνατότητα της συγκεκριμένης μεθόδου να παρουσιάζεται ως ένα ενιαίο εργαλείο για την στατική και δυναμική, γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση, τόσο μία ραβδωτής επιφάνειας ή ενός τυχαίου φορέα, όσο και μίας τυχαίας γεωμετρίας με φόρτιση και συνοριακές συνθήκες μέσω της χρήσης της θεωρίας των προσεγγίσεων των μαθηματικών (approximation theory).

Η ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία βοήθησε σημαντικά τον τομέα της μηχανολογίας τόσο στην ανίχνευση όσο και στην επίλυση πιθανών δομικών προβλημάτων, που συναντώνται σε διάφορες κατασκευές, τόσο πριν, όσο και μετά την κατασκευή τους, σε αντίθεση με το παρελθόν, όπου για την πραγματοποίηση της αντίστοιχης μελέτης ελέγχου της δομικής “υγείας” μίας κατασκευής έπρεπε να κατασκευασθούν αντίστοιχα πρωτότυπα μοντέλα, τα οποία στη συνέχεια υποβάλλονταν σε ανάλογες μηχανικές καταπονήσεις, διαδικασία η οποία κόστιζε αρκετό χρόνο και αρκετά χρήματα.

Η αρχική της χρήση ήταν η επίλυση δισδιάστατων φορέων, τους οποίους μετέφερε πρακτικά από τον χώρο των συνεχών συστημάτων στο χώρο των διακριτών. Με την πάροδο του χρόνου όμως, η επικράτηση των αρχών των ισοπαραμετρικών στοιχείων, οι οποίες εξασφαλίζουν ακρίβεια στους υπολογισμούς και βελτιώνουν σημαντικά τον ενιαίο προγραμματισμό της μεθόδου, καθώς και η ανάπτυξη των προγραμμάτων προεπεξεργασίας (pre-processing) και μετά-επεξεργασίας (post-processing) των δεδομένων και των αποτελεσμάτων καθιέρωσαν τη συγκεκριμένη μέθοδο για την πραγματοποίηση αναλύσεων.

Χρησιμοποιώντας επομένως, τα διάφορα αυτά προγράμματα, τα οποία έχουν σαν βάση τα σχεδιαστικά, ένας χρήστης έχει τη δυνατότητα να μορφώσει και να τροποποιήσει το προσομοίωμα του και στη συνέχεια να καθορίσει τις επιβαλλόμενες φορτίσεις με εύκολο και γρήγορο τρόπο, με την επεξεργασία των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος, να γίνεται άμεσα και εποπτικά. Αξίζει να σημειωθεί, πως οι αριθμητικές μέθοδοι αποτέλεσαν σημαντική συμβολή για την επίλυση των εξισώσεων και των προβλημάτων ιδιοτιμών στα οποία καταλήγει η επίλυση των στατικών και δυναμικών προβλημάτων, καθώς εμπλέκονται σε όλες τις φάσεις της ανάπτυξης της μεθόδου [4].



### 3.2 Λειτουργία μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Σε ό,τι αφορά την λειτουργία της μεθόδου, βασικό χαρακτηριστικό της είναι ότι ένα συνεχές μέσο ή γενικά μία κατασκευή διαιρείται σε μικρότερα στοιχεία τα οποία ονομάζονται “πεπερασμένα στοιχεία”, ενώ τα σημεία τα οποία συνδέουν τα στοιχεία αυτά ονομάζονται κόμβοι. Θεωρώντας ότι η πραγματική μεταβολή μίας μεταβλητής του συνεχούς μέσου, όπως είναι για παράδειγμα η μετατόπιση, η τάση, η πίεση, η θερμοκρασία, η ταχύτητα, δεν είναι γνωστή, τότε η διακύμανσή της μπορεί να προσεγγιστεί από μία απλή συνάρτηση. Οι συγκεκριμένες συναρτήσεις, οι οποίες είναι προσεγγιστικές, είναι γνωστές, ως μοντέλα παρεμβολής και ορίζονται σε σχέση με τις τιμές των μεταβλητών στους κόμβους. Εφόσον, οι εξισώσεις, που αφορούν ολόκληρο το συνεχές μέσο γίνουν γνωστές, τότε μέσω της επίλυσής τους, δημιουργώντας πίνακες μητρώων, μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των μετατοπίσεων των κόμβων. Ολοκληρώνοντας και το στάδιο εύρεσης των κομβικών μετατοπίσεων, η μέθοδος παρέχει την τιμή της μεταβλητής, που βρίσκεται υπό διερεύνηση. Στα επόμενα βήματα παρουσιάζεται συνοπτικά η διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος συνεχούς μέσου:

#### ➤ Διακριτοποίηση της δομής

Αρχικά γίνεται η διαίρεση της γεωμετρίας σε μικρότερα στοιχεία ο τύπος και το μέγεθος των οποίων επιλέγεται ύστερα από κατάλληλη διερεύνηση η οποία θα παρουσιαστεί στη συνέχεια κατά την επιλογή του μεγέθους για τη συγκεκριμένη μελέτη.

#### ➤ Επιλογή κατάλληλου μοντέλου παρεμβολής ή μετατόπισης

Όταν μία γεωμετρία είναι περίπλοκη, τότε η μετατόπιση δεν μπορεί να προβλεφθεί ακριβώς κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες φόρτισης. Για το λόγο αυτό, γίνεται μία προσέγγιση της άγνωστης λύσης υποθέτοντας μία απλή λύση μέσα σε ένα στοιχείο, με την προϋπόθεση ότι συγκλίνει.

#### ➤ Δημιουργία των μητρώων στιβαρότητας και των διανυσμάτων φορτίου του στοιχείου

Από το θεωρητικό μοντέλο μετατοπίσεως, το μητρώο στιβαρότητας  $[K^e]$  και το διάνυσμα φορτίου  $\vec{P}^e$  του στοιχείου  $e$ , υπολογίζονται είτε με τη χρήση των συνθηκών ισορροπίας, είτε από μια κατάλληλη μεταβλητή αρχή μεταβολών.

➤ **Συγκέντρωση των εξισώσεων των στοιχείων για τη λήψη των συνολικών εξισώσεων ισορροπίας**

Λόγω του μεγάλου αριθμού πεπερασμένων στοιχείων που διαθέτει η δομή μίας κατασκευής, τα μεμονωμένα μητρώα στιβαρότητας και τα διανύσματα φορτίου πρέπει να κατασκευαστούν με σωστό τρόπο, και το σύνολο των εξισώσεων ισορροπίας να είναι διαμορφωμένο ως:

$$[K] * \underline{U} = \underline{P}$$

Όπου  $[K]$  είναι ο πίνακας στιβαρότητας,  $\underline{U}$  το διάνυσμα κομβικών μετατοπίσεων και  $\underline{P}$  το διάνυσμα κομβικών φορτίων για ολόκληρη τη κατασκευή.

➤ **Επίλυση ως προς τις άγνωστες μετατοπίσεις κόμβων**

Με την εφαρμογή των σωστών οριακών συνθηκών στις ολικές εξισώσεις ισορροπίας, αυτές εκφράζονται ως:

$$[K] * \underline{U} = \underline{P}$$

Όπου  $[K]$  είναι το ολικό μητρώο στιβαρότητας,  $\underline{U}$  είναι το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων και  $\underline{P}$  το διάνυσμα των κομβικών δυνάμεων για όλη τη δομή.

➤ **Υπολογισμός παραμορφώσεων και τάσεων των στοιχείων**

Από τις γνωστές πλέον κομβικές μετατοπίσεις, μπορούν να υπολογισθούν οι παραμορφώσεις και οι τάσεις του στοιχείου με τη χρήση των απαραίτητων εξισώσεων μηχανικής κατασκευών.

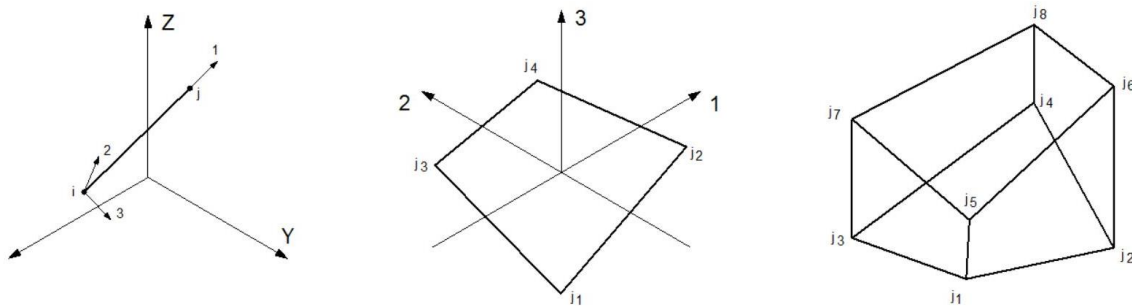
### **3.3 Δημιουργία πλέγματος μοντέλου**

Στην παρούσα ενότητα γίνεται αρχικά μία εκτενέστερη παρουσίαση της μεθοδολογίας, που ακολουθείται για την επιλογή των κατάλληλων στοιχείων διακριτοποίησης, καθώς μαζί με το στάδιο καθαρισμού της γεωμετρίας αποτελούν ίσως τα σημαντικότερα και δυσκολότερα στάδια για έναν μηχανικό, ο οποίος πραγματεύεται την ανάλυση για τον εντοπισμό βλαβών μίας κατασκευής χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος, που ακολουθήθηκε για την επιλογή του κατάλληλου μεγέθους στοιχείων του πλέγματος, καθώς επίσης και όλες οι γεωμετρίες, μαζί με το πλαίσιο του λεωφορείου, μετά την ολοκλήρωση της διακριτοποίησης τους.

### 3.3.1: Μεθοδολογία δημιουργίας πλέγματος διακριτοποίησης

Τα πεπερασμένα στοιχεία διαθέτουν περισσότερες από μία μεθόδους για τη διαμόρφωση ενός τομέα με την επιλογή της καταλληλότερης, να εξαρτάται κάθε φορά από τον τρόπο με τον οποίο θέλει κανείς να προσεγγίσει το πρόβλημα.

Ανάλογα, με τις υπάρχουσες απαιτήσεις μίας γεωμετρίας, που χρειάζεται έλεγχο με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ο χρήστης δημιουργεί ένα πλέγμα, το οποίο διαθέτει κάθε φορά, τον κατάλληλο αριθμό στοιχείων και αυτά με τη σειρά τους το κατάλληλο σχήμα και μέγεθος, ώστε το προσομοίωμα να ανταποκρίνεται, όσο το δυνατόν περισσότερο στο αρχικό σώμα. Υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τύποι πεπερασμένων στοιχείων, τα γραμμικά, τα επιφανειακά και τα χωρικά, η σχηματική αναπαράσταση των οποίων φαίνεται στο σχήμα 3.1.



**Σχήμα 3.1:** Από αριστερά προς τα δεξιά: γραμμικό, επιφανειακό και χωρικό στοιχείο.

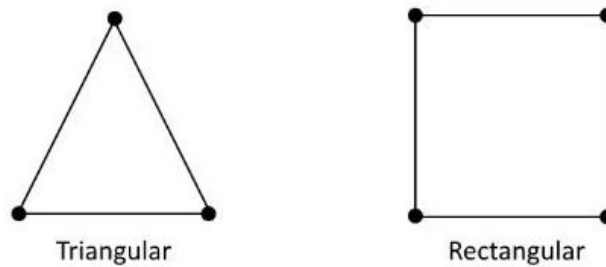
#### ➤ Γραμμικά στοιχεία

Στην περίπτωση, στην οποία οι όροι μόνο μίας χωρικής συντεταγμένης μπορούν να περιγράψουν τη γεωμετρία, τις ιδιότητες του υλικού, καθώς και τη μεταβλητή πεδίου του προβλήματος, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν γραμμικά στοιχεία., τα οποία διαθέτουν δύο κόμβους, έναν σε κάθε άκρο, με την αντίστοιχη τιμή της μεταβλητής, δηλαδή τον βαθμό ελευθερίας, του στοιχείου, να επιλέγεται ως άγνωστος.

#### ➤ Επιφανειακά στοιχεία

Τα επιφανειακά, ή δισδιάστατα στοιχεία χρησιμοποιούνται, όταν η γεωμετρία του προβλήματος μπορεί να περιγραφεί με όρους δύο ανεξάρτητων χωρικών συντεταγμένων. Στην περίπτωση της δισδιάστατης ανάλυσης, το βασικό στοιχείο που χρησιμοποιείται είναι το τριγωνικό, ωστόσο η χρήση τετράπλευρων στοιχείων παρουσιάζει σε αρκετές

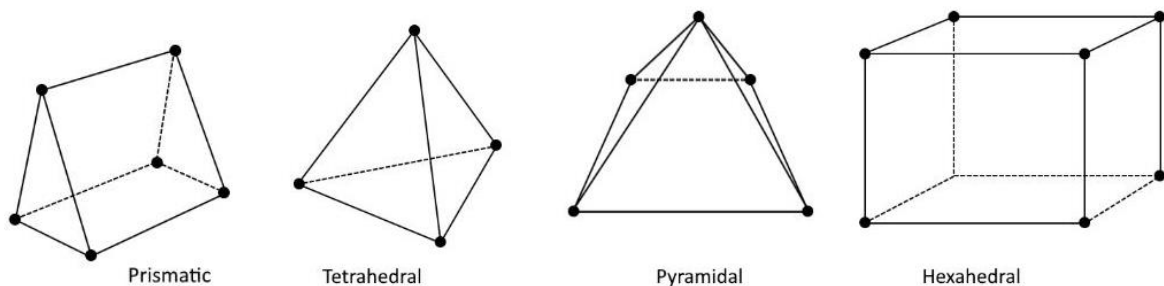
περιπτώσεις σημαντικά πλεονεκτήματα, όπως για παράδειγμα στις μελέτες κάμψης δοκών, όπου οι γεωμετρίες αποτελούνται από τετραγωνικές διατομές.



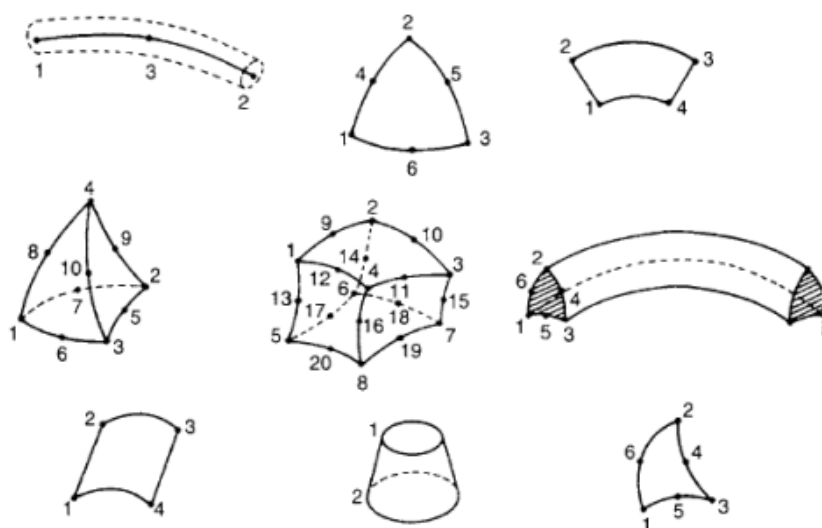
**Σχήμα 3.2:** Τριγωνικό και τετραγωνικό στοιχείο.

➤ **Χωρικά στοιχεία**

Στην τελευταία περίπτωση, όπου η διαμόρφωση μίας γεωμετρίας μπορεί να περιγραφεί από τρεις ανεξάρτητες χωρικές συντεταγμένες, τότε η μοντελοποίηση μπορεί να πραγματοποιηθεί με τρισδιάστατα στοιχεία. Σε πολλές τρισδιάστατες γεωμετρίες είναι αναγκαία η χρήση περισσότερων από μία ανεξάρτητες συντεταγμένες. Όταν το μοντέλο του προβλήματος περιλαμβάνει καμπύλες γεωμετρίες, τότε συνίσταται η χρήση πεπερασμένων στοιχείων με καμπύλες πλευρές όπως αυτά παρουσιάζονται στο σχήμα 3.4



**Σχήμα 3.3:** Πρισματικό, τετραεδρικό, πυραμίδα και εξαεδρικό στοιχείο.



**Σχήμα 3.4:** Στοιχεία πλέγματος με καμπυλωμένες πλευρές.

Ως πλέγμα χαρακτηρίζεται το δίκτυο των στοιχείων και των κόμβων που προαναφέρθηκαν. Ένα πλέγμα χαρακτηρίζεται ως πυκνό, όταν η διακριτοποίησή του είναι πολύ μεγάλη, δηλαδή τα στοιχεία του έχουν πολύ μικρό μήκος. Η δημιουργία ενός πυκνού πλέγματος είναι απαραίτητη για τη βελτίωση της ακρίβειας, όταν μελετώνται κρίσιμες περιοχές, στις οποίες η μεταβολή των παραμέτρων, που μας ενδιαφέρουν είναι πολύ μεγάλη, όπως για παράδειγμα σε σημεία όπου υπάρχουν οπές ή ακμές, καθώς σε αυτές τις περιοχές παρουσιάζονται συνήθως μεγαλύτερες τάσεις. Υπάρχουν τρεις μέθοδοι με τους οποίους μπορεί να πραγματοποιηθεί η δημιουργία ενός πλέγματος. Με τη σειρά, που αναλύονται παρακάτω αυτές είναι η χειροκίνητη, η ημιαυτόματη και η πλήρως αυτοματοποιημένη μέθοδος.

### I. Χειροκίνητη δημιουργία πλέγματος

Η συγκεκριμένη μέθοδος εξυπηρετεί πλέον στην εκπαίδευση και εκμάθηση της λειτουργίας των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς σε καμία περίπτωση δεν είναι εφικτή η επεξεργασία μίας μεγάλης γεωμετρίας με χειροκίνητο τρόπο. Ο μόνος λόγος για τον οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον χρήστη είναι για κάποιες ειδικές περιοχές μίας εξεταζόμενης γεωμετρίας, όπου απαιτείται πολύ μεγάλη ακρίβεια.

### II. Ημιαυτόματη δημιουργία πλέγματος

Υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες ο μελετητής πρέπει να ορίσει τις οριακές συνθήκες και στη συνέχεια το λογισμικό κατασκευάζει αυτόματα το πλέγμα. Αυτή η μεθοδολογία ονομάζεται ημιαυτόματη δημιουργία πλέγματος.

### III. Πλήρως αυτοματοποιημένη δημιουργία πλέγματος

Η αυτόματη δημιουργία πλέγματος ενός μοντέλου είναι διαθέσιμη σε όλα τα υπάρχοντα λογισμικά ανάλυσης κατασκευών με πολλά από αυτά να διαθέτουν ήδη και αυτόματη τελειοποίηση πλέγματος ( mesh refinement). Σκοπός ύπαρξης των εντολών αυτόματης δημιουργίας πλέγματος είναι η μείωση του χρόνου επεξεργασίας, που χρειάζεται ο μελετητής για την διακριτοποίηση μίας γεωμετρίας, καθώς ο ρόλος του έγκειται μόνο στη βελτιστοποίηση του πλέγματος σε κρίσιμα σημεία, που μπορεί να διαθέτει μία γεωμετρία, όπως είναι οι αιχμηρές ακμές, οι σπές και τα στρογγυλέματα.

Αν και η δημιουργία του πλέγματος έχει μετατραπεί σχεδόν σε μία αυτόματη διεργασία που πραγματοποιείται μέσα από το λογισμικό, η επιλογή του κατάλληλου στοιχείου που θα χρησιμοποιηθεί έγκειται στην κρίση του μελετητή. Η κατάλληλη επιλογή είναι εμφανής τις περισσότερες φορές από του γεωμετρία του εξαρτήματος, που βρίσκεται υπό μελέτη, ενώ υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες μπορεί να χρησιμοποιηθούν περισσότεροι από έναν τύποι στοιχείων, όταν υπάρχει μία αρκετά περίπλοκη γεωμετρία. Η επιλογή του μεγέθους των στοιχείων εξαρτάται από τον διαθέσιμο υπολογιστικό χρόνο, καθώς και από την ακρίβεια της λύσης, που επιθυμούμε. Ο αριθμός των στοιχείων που θα περιλαμβάνονται στο πλέγμα και είναι αποτέλεσμα του μεγέθους που επιλέχθηκε, καθορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας και τα μητρώα του προβλήματος. Ένα αρκετά πυκνό πλέγμα με πολύ μικρό μέγεθος στοιχείων θα δώσει μία πιο ακριβή και ρεαλιστική λύση, μία τέτοια επιλογή όμως, σε ένα πολύ μεγάλο μοντέλο θα χρειαζόταν τεράστιο υπολογιστικό χρόνο. Στην περίπτωση που το υπό μελέτη σώμα δεν παρουσιάζει ασυνέχειες στη γεωμετρία του, τότε μπορεί να υποδιαιρεθεί σε ίσα διαστήματα, με την απόσταση των κόμβων να είναι ομοιόμορφη. Αντιθέτως, όταν υπάρχουν ασυνέχειες, τότε οι κόμβοι πρέπει να εισαχθούν σε αυτές [5].

#### 3.3.2: Διακριτοποίηση εξεταζόμενων γεωμετριών

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.3 η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων για τη διακριτοποίηση ενός μοντέλου είναι μία κρίσιμη και χρονοβόρα διαδικασία, καθώς θα πρέπει να βρίσκεται η χρυσή τομή μεταξύ της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων και της διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύς, αλλιώς σε κάθε άλλη περίπτωση δεν πρόκειται ποτέ να επέλθει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Το μοντέλο της παρούσας μελέτης αποτελείται από πολλά επιμέρους εξαρτήματα τα οποία διαθέτουν αρκετά περίπλοκη γεωμετρία. Πιο αναλυτικά, τα μέρη, τα οποία μοντελοποιήθηκαν και παρουσιάζονται στη συνέχεια είναι τα εξής:

- Κιβώτιο ταχυτήτων
- Κινητήρας μαζί με τις 4 στηρίξεις
- Βάσεις τοποθέτησης του κινητήρα
- Μεσαίος άξονας, καθώς και άξονας διαφορικού συμπεριλαμβανομένων των ελαστικών και των ζαντών
- Πλαίσιο λεωφορείου

Όπως γίνεται αντιληπτό, λόγω του μεγάλο όγκου των γεωμετριών, που πρέπει να μοντελοποιηθούν και να αναλυθούν, η επιλογή ενός πολύ μικρού μήκους στοιχείου, της τάξεως του ενός ή των δύο χιλιοστών, για τη δημιουργία του πλέγματος θα απαιτούσε τεράστιο υπολογιστικό χρόνο για την επίλυση του ιδιοπροβλήματος. Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκε το πλέγμα να διαθέτει στοιχεία των πέντε χιλιοστών ή μεγαλύτερα, καθώς κρίθηκε, πως τα αποτελέσματα θα είναι αρκετά αξιόπιστα, όμοια με ένα πιο πυκνό πλέγμα, λόγω του μεγάλου μεγέθους όλων των εξαρτημάτων. Για να βρεθεί όμως το κατάλληλο μήκος των στοιχείων πλέγματος του κάθε επιμέρους εξαρτήματος, το οποίο θα δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα έπρεπε να πραγματοποιηθεί ένας έλεγχος.

Σύμφωνα με αυτό τον έλεγχο, για το κάθε εξάρτημα πραγματοποιήθηκε μία ξεχωριστή ιδιομορφική ανάλυση (ιδιομορφές, ιδιοσυχνότητες) σε ελεύθερη κατάσταση, χωρίς δηλαδή την τοποθέτηση κάποιας συνοριακής συνθήκης, για 3 διαφορετικές επιλογές μήκους στοιχείων διακριτοποίησης, ώστε να διαπιστωθεί εάν η επιλογή ενός μεγαλύτερου μήκους διαφοροποιεί αρκετά το τελικό αποτέλεσμα σε σχέση με την περίπτωση δημιουργίας ενός πιο πυκνού πλέγματος. Η συγκεκριμένη διαδικασία παρουσιάζεται παρακάτω ενδεικτικά για το κιβώτιο ταχυτήτων, ενώ για όλα τα υπόλοιπα εξαρτήματα ακολουθήθηκε ακριβώς η ίδια μεθοδολογία με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται συγκεντρωμένα στη συνέχεια.

### **3.3.3: Περιγραφή της μεθόδου επιλογής μήκους των στοιχείων με ενδεικτική παρουσίαση του κιβωτίου ταχυτήτων**

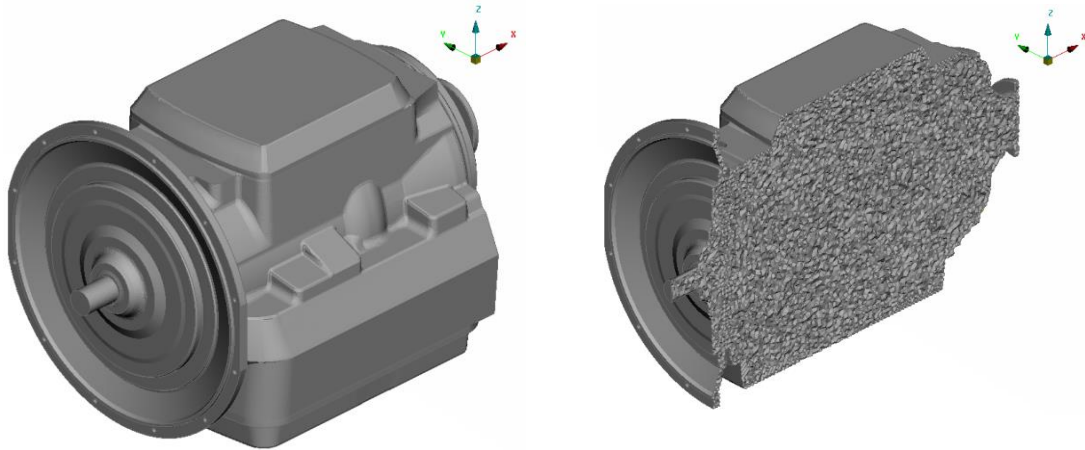
Όσον αφορά το κιβώτιο ταχυτήτων, όπως και σε όλες τις γεωμετρίες του μοντέλου πέραν των επιφανειακών στοιχείων του λεωφορείου χρησιμοποιήθηκαν τετραεδρικά στοιχεία, καθώς θεωρήθηκαν τα πιο κατάλληλα για την ανάλυση. Η αρχική δοκιμή έγινε με τη συνολική γεωμετρία να διαθέτει στοιχεία μήκους 5 χιλιοστών (σχήμα 5.1), ενώ στη συνέχεια η δεύτερη δοκιμή πραγματοποιήθηκε με 2 διαφορετικά μήκη και πιο συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε μήκος 5 χιλιοστών στην περιοχή σύνδεσης με τον κινητήρα και το διαφορικό, ενώ στο κυρίως σώμα το μήκος, το οποίο επιλέχθηκε ήταν τα 10 χιλιοστά (σχήμα 5.2). Η τρίτη δοκιμή που πραγματοποιήθηκε, ήταν να διατηρηθεί 5 χιλιοστά το μήκος στα σημεία των συνδέσεων, καθώς αυτά είναι τα κρίσιμα σημεία της μελέτης, επομένως χρειάζεται και

μεγαλύτερη ακρίβεια, ενώ το μήκος των στοιχείων στο κεντρικό σώμα αυξήθηκε στα 25 χιλιοστά. Ο αριθμός στοιχείων για τις τρεις διαφορετικές διακριτοποιήσεις ήταν 3909909, 1194551 και 875856 στοιχεία αντίστοιχα. Εφόσον πραγματοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές ιδιομορφικές αναλύσεις για τις τρεις διαφορετικές επιλογές μεγέθους στοιχείων του πλέγματος, έγινε σύγκριση των είκοσι πρώτων ιδιοσυχνοτήτων για να διαπιστωθεί αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1. Όπως γίνεται φανερό από τα αποτελέσματα το σφάλμα μεταξύ της πρώτης και της τρίτης δοκιμής είναι πολύ μικρό συγκριτικά με την τάξη μεγέθους των ιδιοσυχνοτήτων, επομένως γίνεται αποδεκτή η επιλογή της τρίτης διακριτοποίησης. Επιπλέον, στο σχήμα 3.7 παρουσιάζονται οι ελαστικές ιδιομορφές χαρακτηριστικά για την όγδοη και τη δωδέκατη ιδιοσυχνότητα των τριών μοντέλων, όπου παρουσιάζονται ελάχιστες διαφορές.

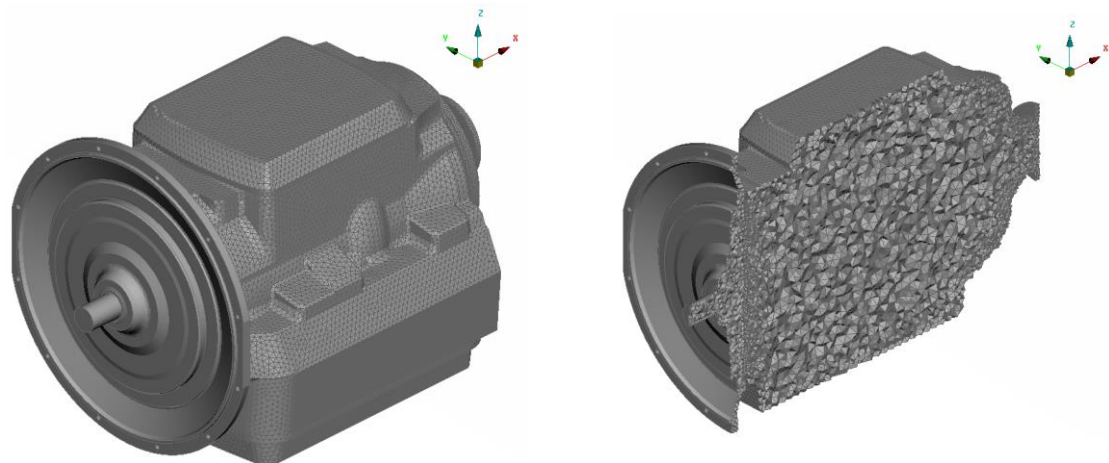
**Πίνακας 3.1:** 20 πρώτες ιδιοσυχνότητες των 3 διαφορετικών διακριτοποιήσεων του κιβωτίου (σε kHz).

<b>Mode</b>	<b>5mm</b>	<b>5 και 10mm</b>	<b>Σφάλμα</b>	<b>5 και 25mm</b>	<b>Σφάλμα</b>
<b>1</b>	1,19	1,20	<b>0,84</b>	1,17	<b>1,68</b>
<b>2</b>	1,21	1,21	<b>0</b>	1,18	<b>2,47</b>
<b>3</b>	1,22	1,22	<b>0</b>	1,20	<b>1,64</b>
<b>4</b>	1,22	1,22	<b>0</b>	1,20	<b>1,64</b>
<b>5</b>	1,26	1,26	<b>0</b>	1,24	<b>1,59</b>
<b>6</b>	1,36	1,36	<b>0</b>	1,33	<b>2,20</b>
<b>7</b>	1,40	1,40	<b>0</b>	1,36	<b>2,85</b>
<b>8</b>	1,69	1,69	<b>0</b>	1,64	<b>2,95</b>
<b>9</b>	1,73	1,73	<b>0</b>	1,67	<b>3,47</b>
<b>10</b>	2,20	2,21	<b>0,45</b>	2,11	<b>4,09</b>
<b>11</b>	2,24	2,24	<b>0</b>	2,15	<b>4,01</b>
<b>12</b>	2,47	2,48	<b>0,40</b>	2,53	<b>2,42</b>
<b>13</b>	2,88	2,88	<b>0,34</b>	2,75	<b>4,51</b>
<b>14</b>	2,89	2,90	<b>0</b>	2,76	<b>4,49</b>
<b>15</b>	2,90	2,90	<b>0,32</b>	2,93	<b>1,03</b>
<b>16</b>	3,07	3,08	<b>0</b>	3,11	<b>1,30</b>
<b>17</b>	3,66	3,66	<b>0</b>	3,49	<b>4,64</b>
<b>18</b>	3,67	3,67	<b>0</b>	3,52	<b>4,08</b>
<b>19</b>	3,70	3,70	<b>0</b>	3,69	<b>0,27</b>
<b>20</b>	3,74	3,74	<b>0</b>	3,77	<b>0,80</b>

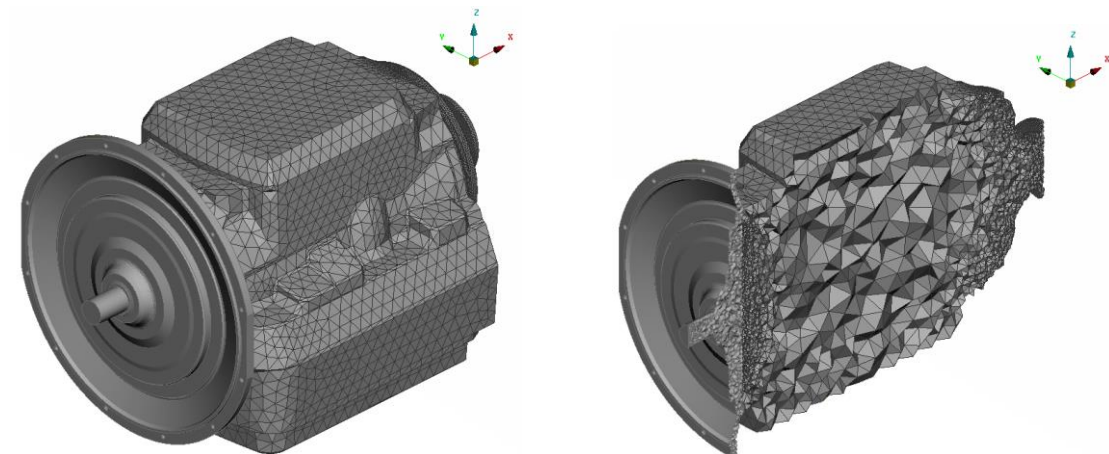




**Σχήμα 3.5:** Πλέγμα κιβωτίου ταχυτήτων με μήκος στοιχείων 5mm σε όλο το σώμα (αριθμός στοιχείων=3909209).



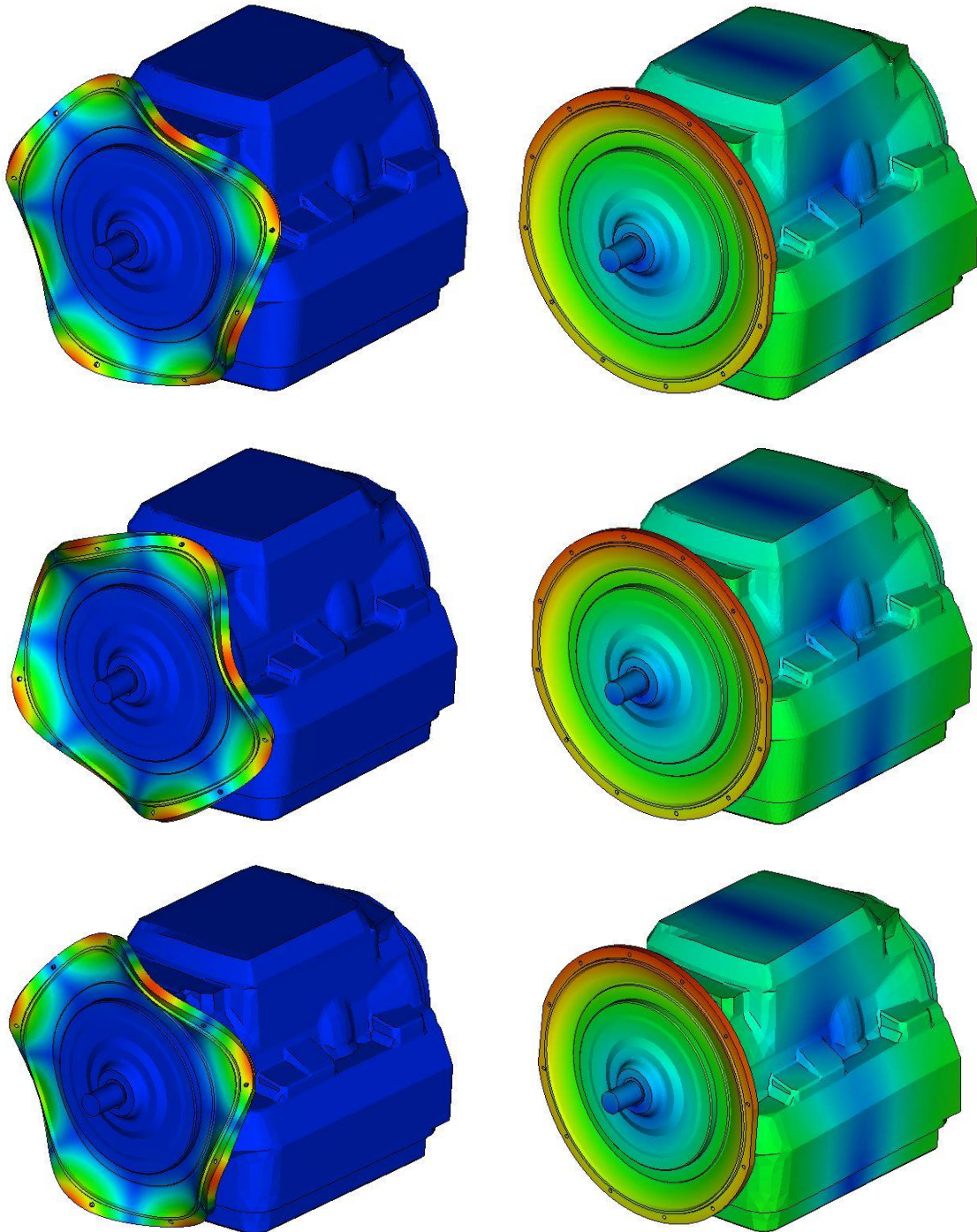
**Σχήμα 3.6:** Πλέγμα κιβωτίου ταχυτήτων με μήκος στοιχείων 5mm στις συνδέσεις και 10mm στο κυρίως σώμα (αριθμός στοιχείων=1194551).



**Σχήμα 3.7:** Πλέγμα κιβωτίου ταχυτήτων με μήκος στοιχείων 5mm στις συνδέσεις και 25mm στο κυρίως σώμα (αριθμός στοιχείων=875856).

8<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα

12<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα



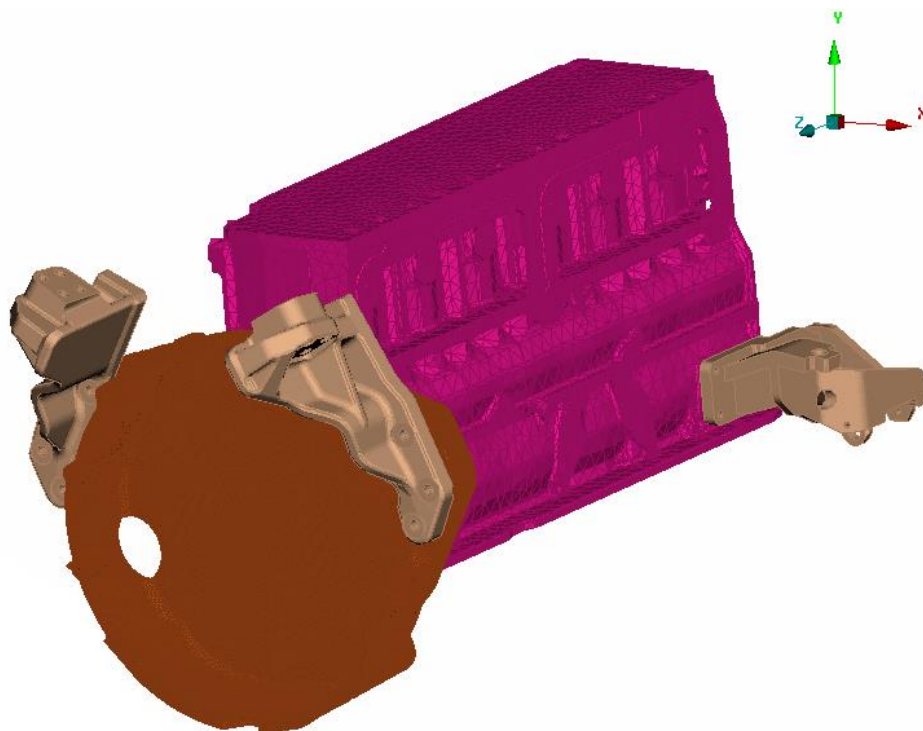
**Σχήμα 3.8:** Γραφική αναπαράσταση των ιδιομορφών του μοντέλου σε σειρά για την 1η (5mm), ,2η (5 και 10mm) και 3η (5 και 25mm) δοκιμή, για την 8η και 12<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα.

### 3.4: Διακριτοποίηση των δομικών μερών του λεωφορείου

Η διαδικασία που παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.3.3 για την εύρεση του μήκους των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία του πλέγματος του κιβωτίου ταχυτήτων, ώστε να επιτευχθεί το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα σε συνδυασμό με τον ελάχιστο απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο, λόγω του μεγάλου όγκου των εξεταζόμενων γεωμετριών, χρησιμοποιήθηκε για ολόκληρο το σύνολο των δομικών μερών του λεωφορείου. Παρακάτω παρουσιάζονται απευθείας τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης διερεύνησης με την σειρά την οποία μελετήθηκαν οι υπόλοιπες γεωμετρίες, πέραν του κιβωτίου.

- **Κινητήρας**

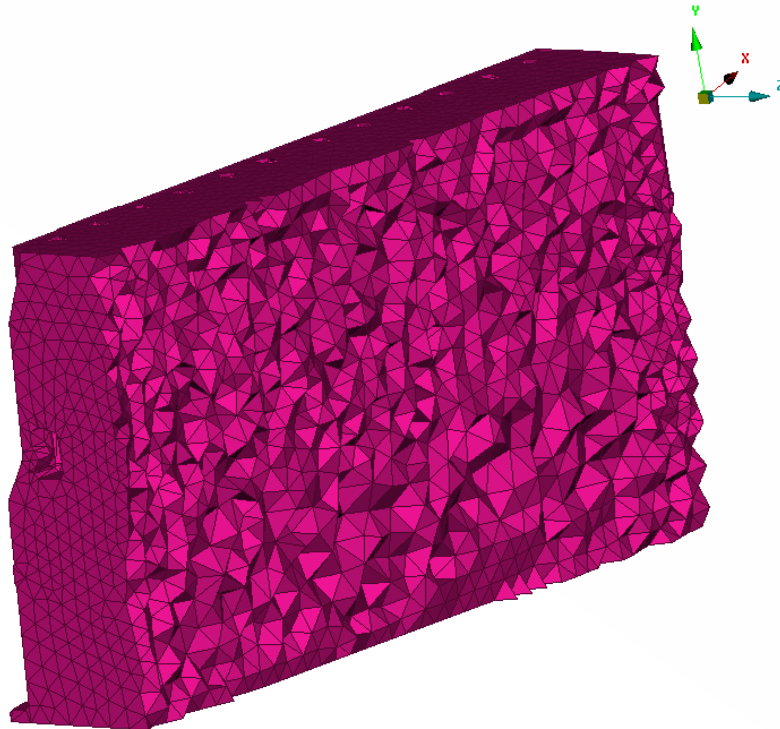
Ομοίως με το κιβώτιο, το μήκος που χρησιμοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση του κινητήρα είναι πέντε χιλιοστά για τα κρίσιμα σημεία της μελέτης, τα οποία είναι οι τέσσερις στηρίξεις του και η περιοχή σύνδεσής του με το κιβώτιο, εκεί όπου συνδέεται δηλαδή ο στροφαλοφόρος άξονας με τον άξονα του κιβωτίου, ενώ στο κυρίως σώμα, εκεί δηλαδή όπου αφαιρέθηκαν όλα τα περιφερειακά εξαρτήματα και διατηρήθηκε μόνο το κέλυφος, τοποθετήθηκε μήκος στοιχείου ίσο με 25 χιλιοστά, καθώς δεν είναι σημείο ενδιαφέροντος και θεωρήθηκε ότι δεν είναι απαραίτητη η τοποθέτηση ενός πιο πυκνού πλέγματος. Το τελικό μοντέλο παρουσιάζεται στα παρακάτω σχήματα.



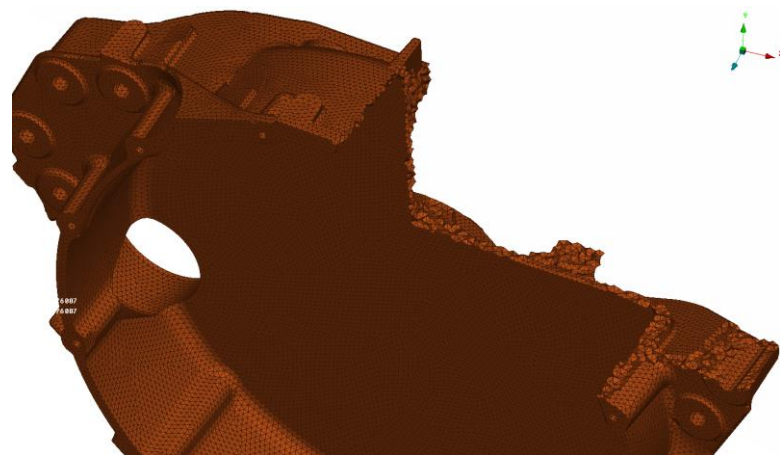
**Σχήμα 3.9:** Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ολοκληρωμένου κινητήρα.



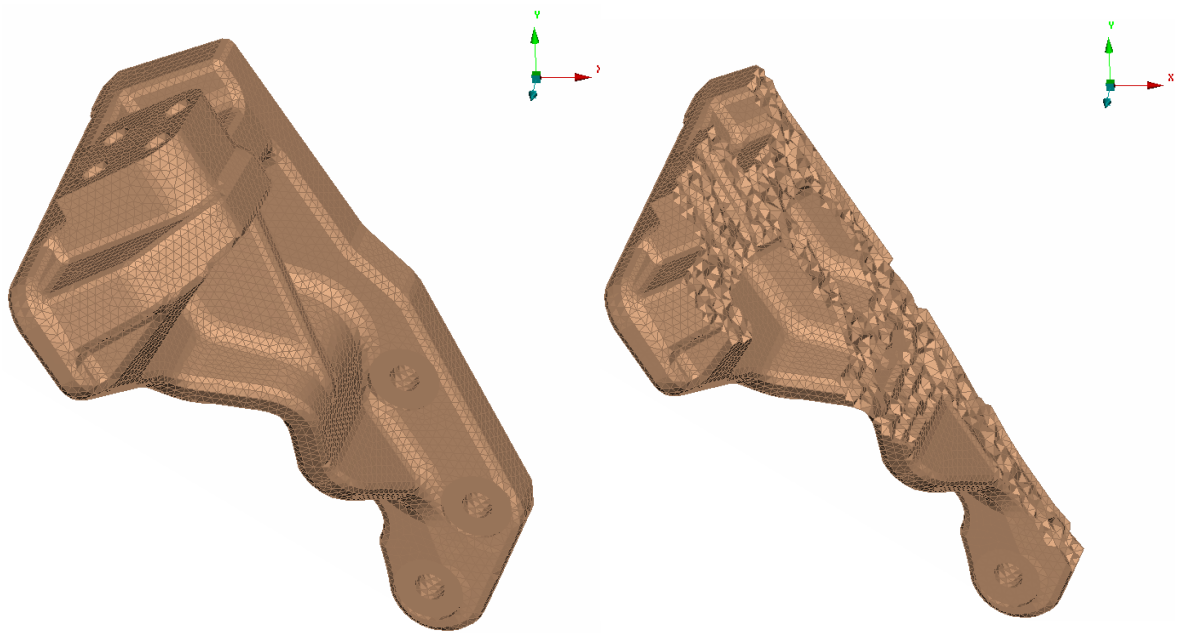
Στα σχήματα 3.10 απεικονίζεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η διακριτοποίηση του μπλοκ του κινητήρα, όπου χρησιμοποιήθηκαν 25 χιλιοστά για το μήκος των στοιχείων, ενώ αντίστοιχα στο σχήμα 3.11 παρουσιάζεται το σημείο σύνδεσης με το κιβώτιο, όπου στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκαν τα πέντε χιλιοστά για τη δημιουργία του πλέγματος, καθώς είναι περιοχή, που παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον στην παρούσα μελέτη και είναι απαραίτητη η δημιουργία πυκνού πλέγματος, το οποίο θα εξάγει πιο λεπτομερή αποτελέσματα



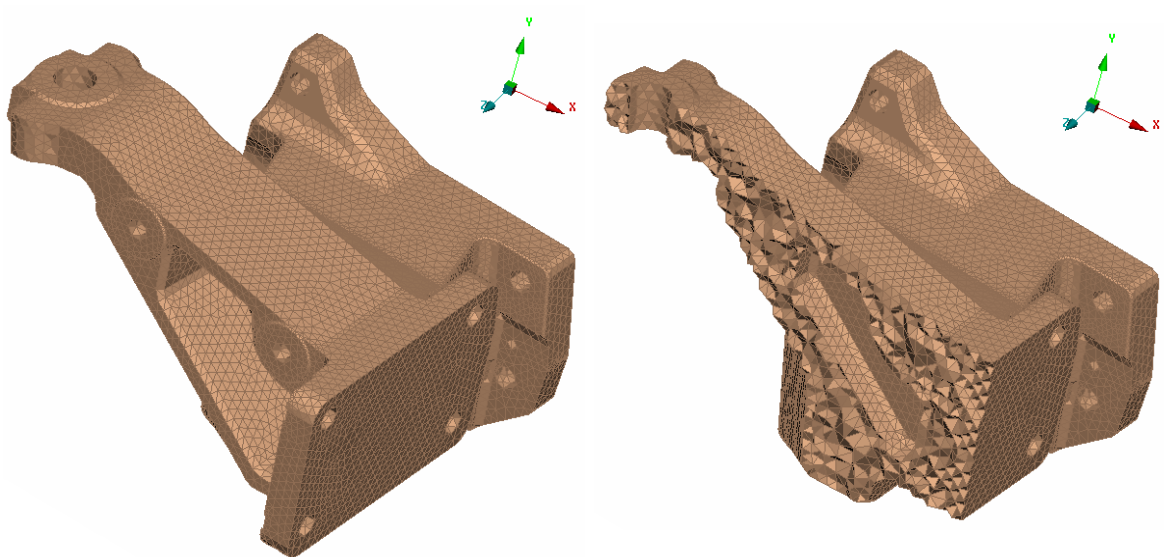
**Σχήμα 3.10:** Μπλοκ κινητήρα σε τομή με μήκος στοιχείων 25mm.



**Σχήμα 3.11:** Μοντέλο της περιοχής σύνδεσης με το κιβώτιο σε τομή με μήκος στοιχείων 5mm.

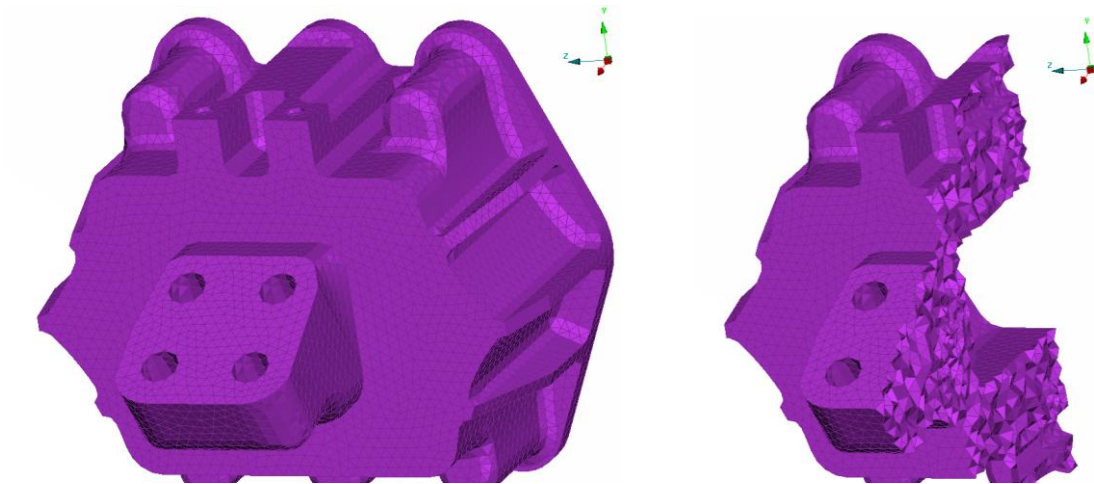


**Σχήμα 3.12:** Μοντέλο της στήριξης του μπροστινού μέρους του κινητήρα (δεξιά βρίσκεται σε τομή).

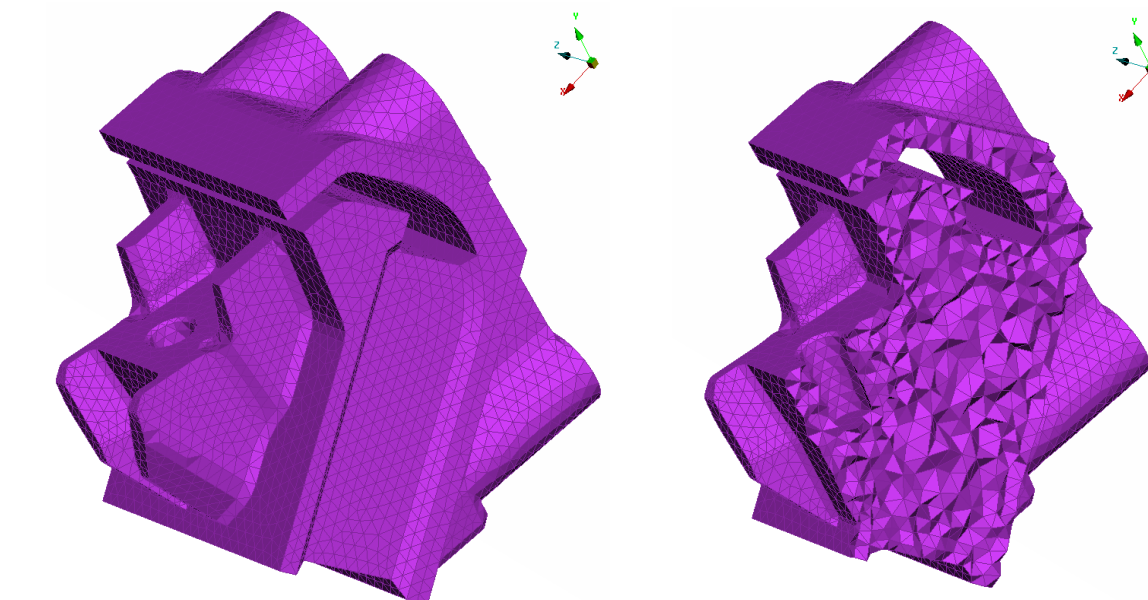


**Σχήμα 3.13:** Μοντέλο της στήριξης του πίσω μέρους του κινητήρα (δεξιά βρίσκεται σε τομή).

Μοντελοποίηση χρειάστηκε να γίνει επίσης και στις τέσσερις βάσεις του λεωφορείου πάνω στις οποίες εδράζεται ο κινητήρας. Στην περίπτωση αυτή, ομοίως με τις στηρίξεις του κινητήρα τοποθετήθηκε ένα αρκετά πυκνό πλέγμα με μήκος στοιχείων πέντε χιλιοστών, καθώς και σε αυτήν την περίπτωση μας ενδιαφέρουν οι καταπονήσεις και οι τάσεις που τους ασκούνται. Τα τελικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων στην περίπτωση αυτή παρουσιάζονται στο σχήμα 3.12.



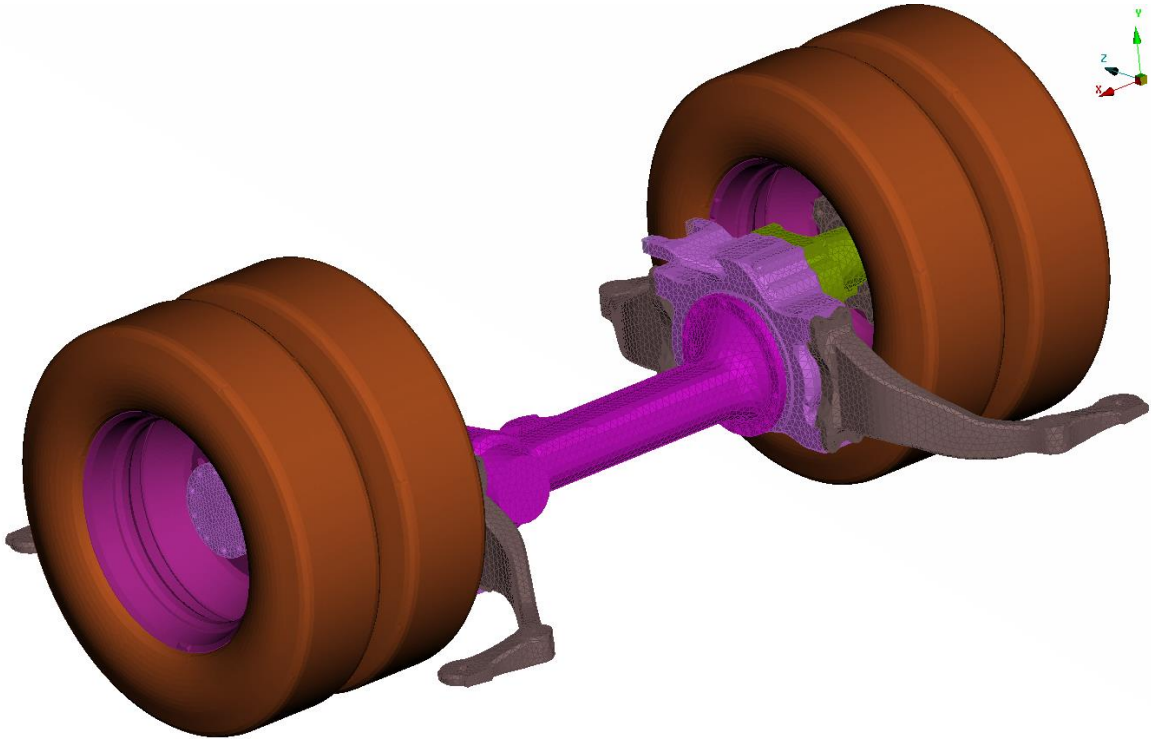
**Σχήμα 3.14:** Μοντέλο βάσης στήριξης του μπροστά μέρους του κινητήρα (δεξιά βρίσκεται σε τομή).



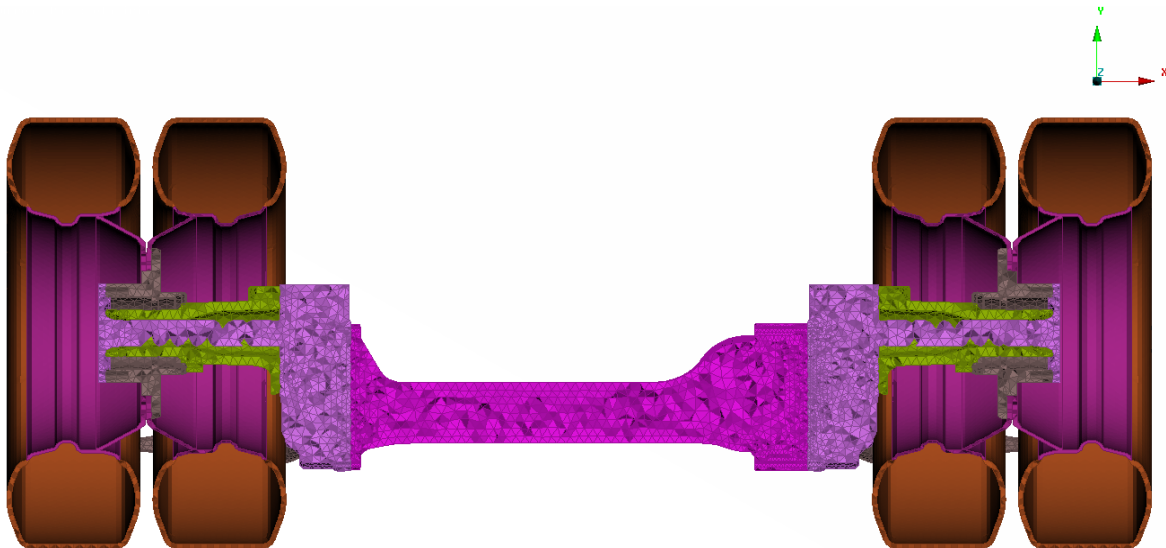
**Σχήμα 3.15:** Μοντέλο βάσης στήριξης του πίσω μέρους του κινητήρα (δεξιά βρίσκεται σε τομή).

- **Κινητήριος και μεσαίος άξονας με ζάντες και ελαστικά**

Σχετικά με τη μοντελοποίηση των δύο αξόνων χρησιμοποιήθηκε αραιό πλέγμα στο μεγαλύτερο μέρος, πέραν των οπών στις οποίες γίνονται οι συνδέσεις. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται τα τελικά μοντέλα ενώ γίνεται και ξεχωριστή απεικόνιση του μοντέλου των ελαστικών και των ζαντών.

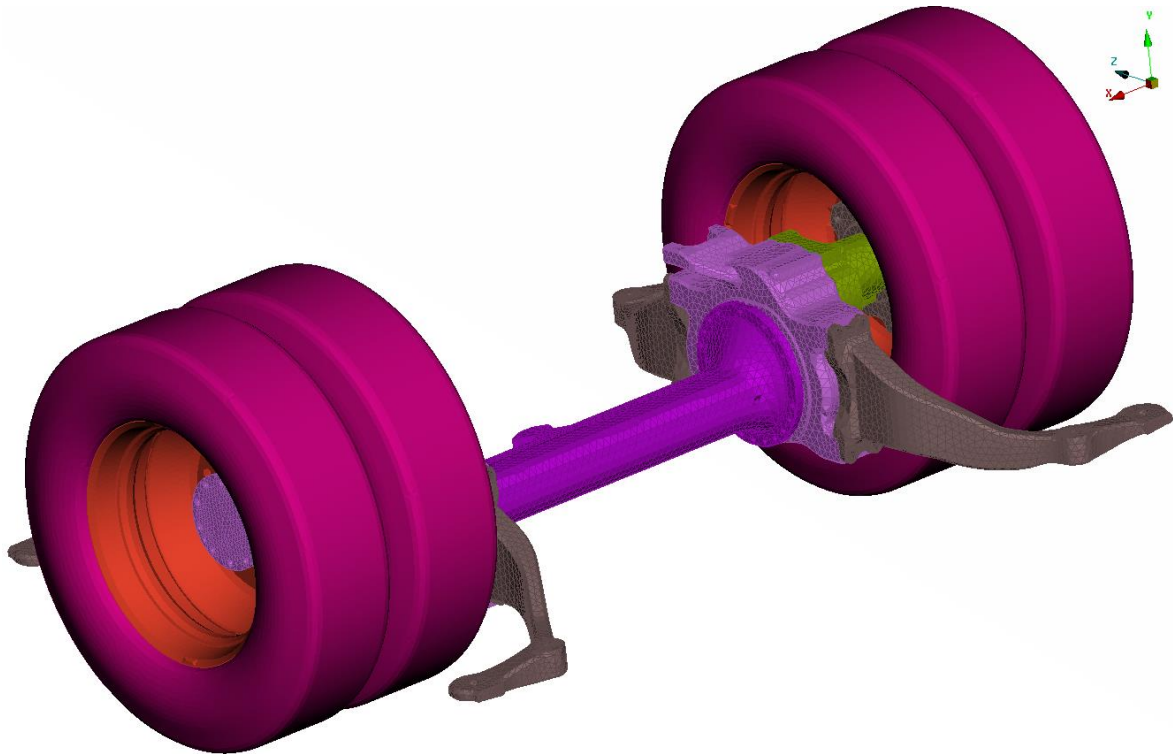


**Σχήμα 3.16:** Τελικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων κινητήριου άξονα συμπεριλαμβανομένων των ζαντών και των ελαστικών.



**Σχήμα 3.17:** Πρόοψη μοντέλου κινητήριου άξονα σε τομή.

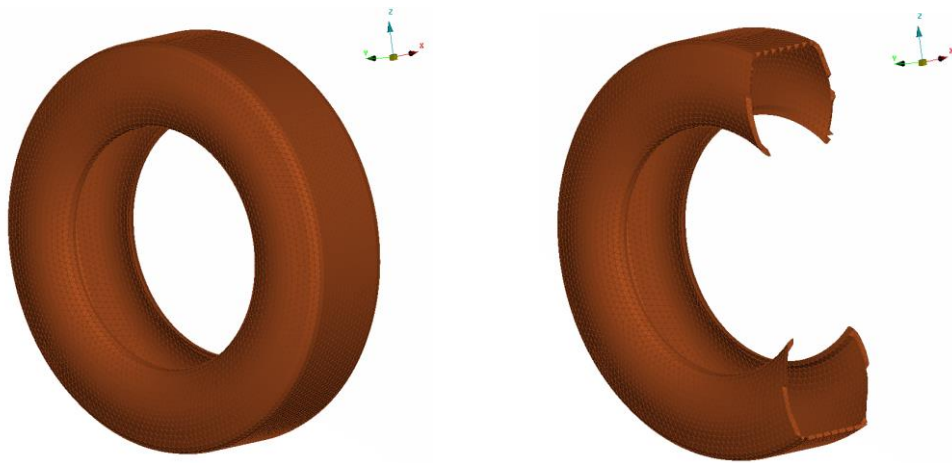




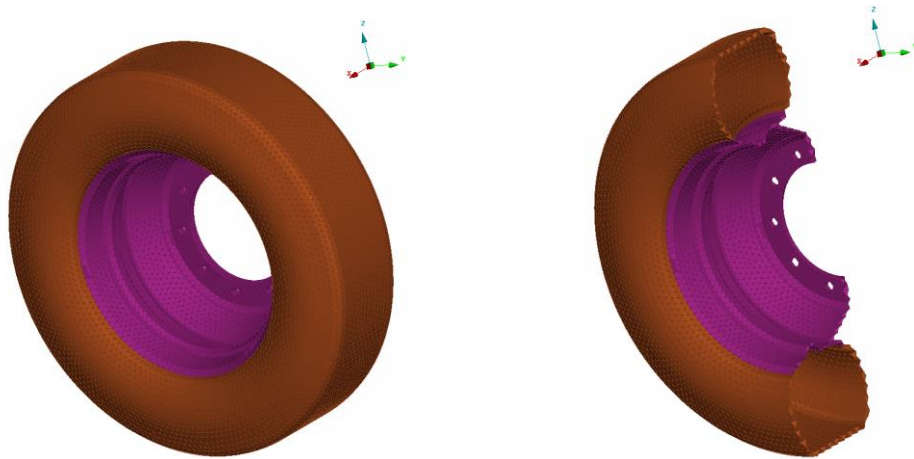
**Σχήμα 3.18:** Τελικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μεσαίου άξονα συμπεριλαμβανομένων των ζαντών και των ελαστικών.

Για τη δημιουργία του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων στην περίπτωση του ελαστικού για το οποίο υπήρχε μία μόνο επιφάνεια, αυτό που χρειάστηκε να γίνει είναι να δημιουργηθεί μία εσωτερική επιφάνεια με την εντολή offset, που περιλαμβάνεται στις επιλογές του λογισμικού ANSA, σε απόσταση 10 χιλιοστών από την αρχική, έτσι ώστε στη συνέχεια να δημιουργηθεί ένας όγκος στο εσωτερικό αυτόν τον δύο επιφανειών, ο οποίος θα προσδιορίζει το πάχος του ελαστικού (σχήμα 3.19). Μετά την κατασκευή της δεύτερης επιφάνεια του ελαστικού, τότε η συνολική του γεωμετρία ενοποιήθηκε με αυτήν της ζάντας, ώστε να δημιουργηθεί μία ενιαία γεωμετρία. Έπειτα δημιουργήθηκε το πλέγμα και ορίστηκε ο όγκος προσδίδοντας, ωστόσο διαφορετικές ιδιότητες στα δύο ξεχωριστά μέρη για να δημιουργηθεί τελικά το μοντέλο του τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.20 της επόμενης σελίδας. Για το ελαστικό δόθηκαν ιδιότητες καουτσούκ, ενώ για τη ζάντα δόθηκαν οι ιδιότητες χάλυβα.





**Σχήμα 3.19:** Τελικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ελαστικού του τροχού με πάχος 10mm (δεξιά σε τομή).

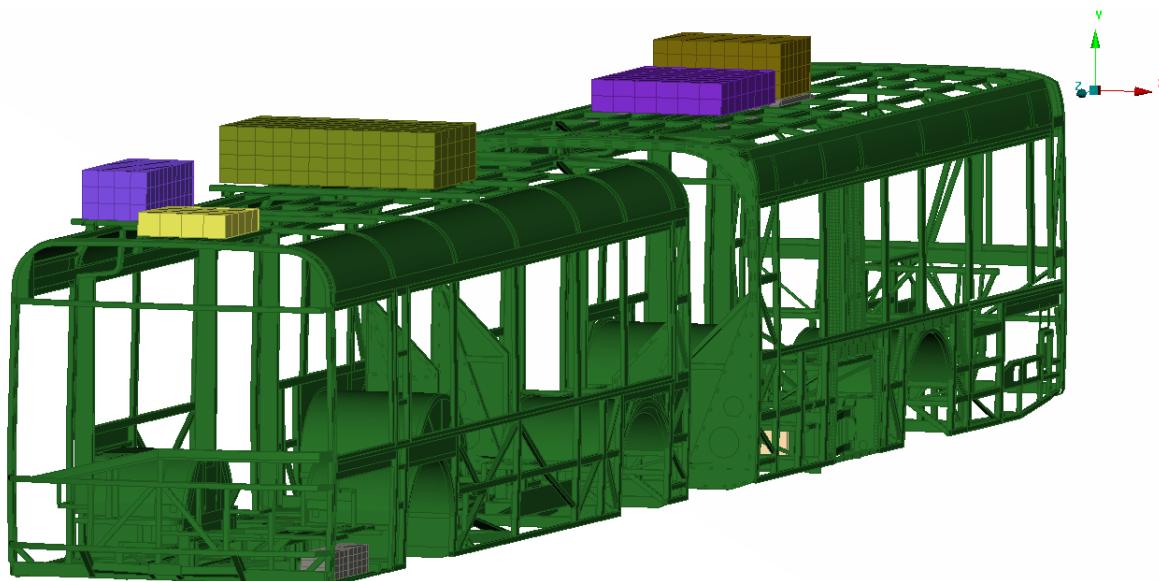


**Σχήμα 3.20:** Τελικό μοντέλο πεπερασμένων συνολικού τροχού (δεξιά σε τομή).

- **Πλαίσιο λεωφορείου**

Για τη μοντελοποίηση του πλαισίου του λεωφορείου, χρησιμοποιήθηκαν επιφανειακά στοιχεία. Ο λόγος αυτής της επιλογής, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο της επεξεργασίας των γεωμετριών και πιο συγκεκριμένα στο υποκεφάλαιο 2.3 είναι, πως από την αρχική γεωμετρία, στην οποία οι δοκοί είχαν διπλή επιφάνεια για τον ορισμό του πάχους, διατηρήθηκε μόνο η εξωτερική, στην οποία ορίστηκε το κατάλληλο πάχος, καθώς θεωρήθηκε ότι η δημιουργία ενός μοντέλου με επιφανειακά τετραγωνικά στοιχεία αντί για χωρικά, εφόσον οι διατομές είναι ορθογώνιες θα έδινε ένα αποτέλεσμα αρκετά κοντά στο ρεαλιστικό. Λόγω του μεγάλου μεγέθους και ύστερα από την διερεύνηση η οποία πραγματοποιήθηκε για το κατάλληλο μήκος βρέθηκε, ότι η χρήση 25 χιλιοστών για το μήκος

των πεπερασμένων στοιχείων του πλέγματος δίνει μία πολύ καλή προσέγγιση εάν συγκριθεί με ένα πιο πυκνό πλέγμα της τάξεως των πέντε χιλιοστών. Στο σχήμα 3.17 παρουσιάζεται το μοντέλο του πλαισίου του λεωφορείου, όπου οι όγκοι οι οποίοι διακρίνονται στην οροφή χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση των συστημάτων των κλιματιστικών, όπου έχει πραγματοποιηθεί μοντελοποίηση και έχει δοθεί η κατάλληλη πυκνότητα, ώστε να ανταποκρίνονται στο ρεαλιστικό βάρος, ενώ αντίστοιχα στο μπροστά δεξί μέρος έχει τοποθετηθεί αντίστοιχα ένας όγκος με την ίδια διαδικασία, ώστε να προσομοιώνει τις μπαταρίες του λεωφορείου.



**Σχήμα 3.21:** Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων πλαισίου του λεωφορείου, μαζί με τα συστήματα των κλιματιστικών.

Για την σύνδεση των μερών στα σημεία, τα οποία τοποθετούνται κοχλίες (π.χ. στηρίξεις κινητήρα) χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία RBE2, ορίζοντας αρχικά την περιοχή, που βρίσκεται το σώμα του κοχλία και στη συνέχεια την περιοχή, που βρίσκεται η κεφαλή δεσμεύοντας και τους έξι βαθμούς ελευθερίας. Για την προσομοίωση των στοιχείων σύνδεσης των αξόνων με το πλαίσιο του λεωφορείου (αντιστρεπτικές ράβδοι) χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία CBAR, στα οποία ορίστηκε η κατάλληλη διάμετρος. Η σύνδεσή τους έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε να μείνει ελεύθερος ο περιστροφικός βαθμός ελευθερίας ως προς τον κάθετο στο στοιχείο άξονα στο οριζόντιο επίπεδο.

Στον πίνακα 3.2 της επόμενης σελίδας αναγράφεται συνολικά το πλήθος και το είδος των στοιχείων που δημιουργήθηκαν κατά τη μοντελοποίηση του λεωφορείου για κάθε μέρος ξεχωριστά.

**Πίνακας 3.2:** Είδος στοιχείων και πλήθος ανά εξάρτημα.

<b><u>Επιμέρους εξάρτημα</u></b>	<b><u>Τύπος στοιχείου</u></b>	<b><u>Πλήθος στοιχείων</u></b>
<b>Κινητήρα με στηρίξεις</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	1193133
<b>Κιβώτιο ταχυτήτων</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	741830
<b>Βάσεις έδρασης κινητήρα</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	425780
<b>Άξονες κίνησης χωρίς τροχούς</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	783337
<b>Ζάντες</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	233699
<b>Ελαστικά</b>	Χωρικά τετραεδρικά στοιχεία	504339
<b>Πλαίσιο λεωφορείου</b>	Επιφανειακά τριγωνικά και τετραγωνικά στοιχεία	418778
<b>Περιφερειακά εξαρτήματα λεωφορείου</b>	Χωρικά εξαεδρικά στοιχεία	5344
<b>Επιφάνεια προσομοίωσης όρθιων επιβατών</b>	Επιφανειακά τριγωνικά και τετραγωνικά στοιχεία	26494
<b>Σύνολο</b>		4332734

### **3.5 Προσομοίωση του βάρους των επιβατών**

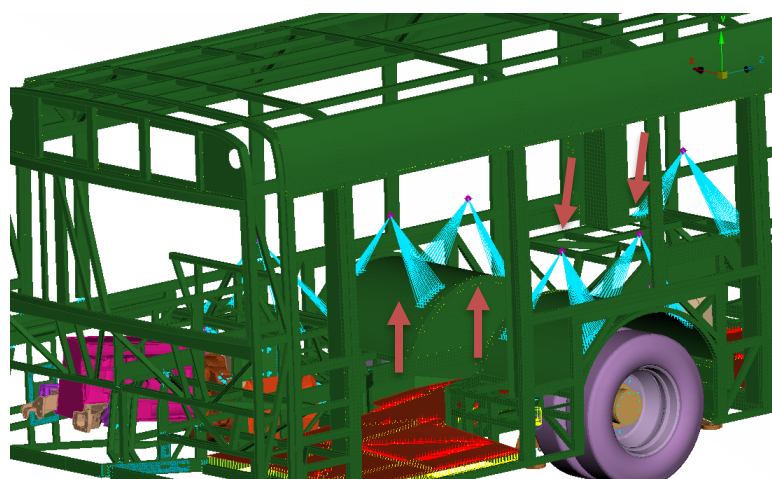
Επόμενο βήμα, μετά την ολοκλήρωση της μοντελοποίησης του συνόλου των γεωμετριών, ήταν η προσομοίωση του βάρους των επιβατών. Στην περίπτωση της παρούσας μελέτης, θεωρήθηκε ότι η ανάλυση, πρέπει να γίνει έχοντας μέγιστο αριθμό επιβατών, καθώς τότε υπάρχουν και οι μεγαλύτερες καταπονήσεις στο λεωφορείο.

Από δεδομένα της εταιρείας, ο μέγιστος αριθμός επιβατών στο συγκεκριμένο λεωφορείο είναι 145, από τους οποίους οι 40 είναι οι καθήμενοι. Σύμφωνα με στοιχεία του υπουργείου υποδομών κα μεταφορών, το μέσο βάρος ενός επιβάτη είναι 68 κιλά. Επομένως το σύνολο του βάρους, που τοποθετήθηκε για την κατάλληλη προσομοίωση ενός πλήρους λεωφορείου φαίνεται στον πίνακα 3.2.

**Πίνακας 3.3:** Στοιχείο επιβατών λεωφορείου.

<u>Τύπος Επιβατών</u>	<u>Μέγιστος αριθμός</u>	<u>Βάρος (kg)</u>
Καθήμενοι	40	2720
Όρθιοι	105	7140
Σύνολο	145	9860

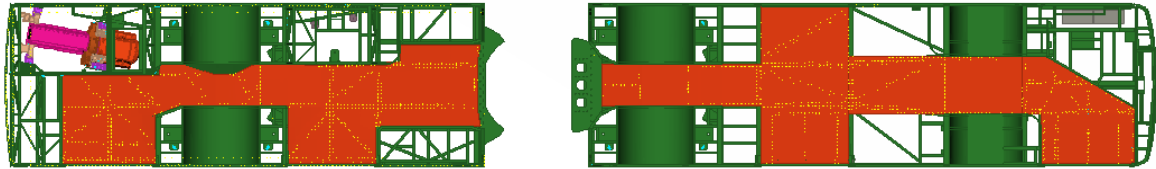
Για την προσομοίωση των καθήμενων επιβατών τοποθετήθηκε μία συγκεντρωμένη μάζα σε κάθε περιοχή, στην οποία κρίθηκε ότι είναι τοποθετημένο κάθισμα. Η σύνδεση των μαζών με το πλαίσιο του λεωφορείου πραγματοποιήθηκε με τη χρήση RBE2 στοιχείων χρησιμοποιώντας την επιλογή many nodes, με την οποία υπάρχει η δυνατότητα επιλογής περισσότερων του ενός εξαρτημένων κόμβων να συνδέονται με τον ανεξάρτητο, όπου στη συγκεκριμένη περίπτωση ανεξάρτητος θεωρείται ο κόμβος, όπου έχει τοποθετηθεί η εκάστοτε μάζα. Η σύνδεση στο πλαίσιο έγινε σε κόμβους περιοχών, στις οποίες είναι συνδεδεμένες οι στηρίξεις των καθισμάτων του πραγματικού λεωφορείου, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο σχήμα 3.18 με κόκκινη επισήμανση. Στις περιοχές όπου το κάθισμα ήταν μίας θέσης τοποθετήθηκε μάζα βάρους 68 κιλών, σε αυτά των δύο θέσεων τοποθετήθηκε μάζα βάρους 136 κιλών και όπου υπήρχαν διπλά καθίσματα των δύο θέσεων τοποθετήθηκε μία μάζα συνολικού βάρους 272 κιλών.



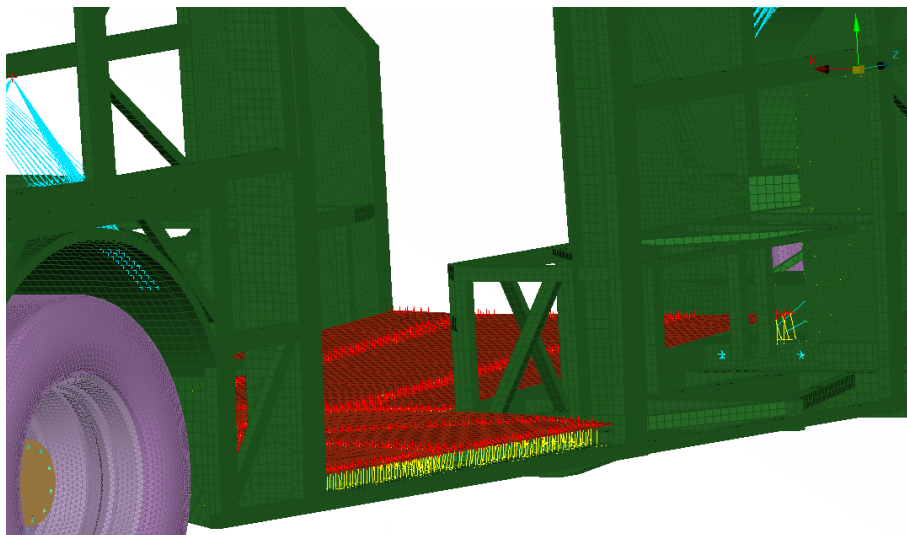
**Σχήμα 3.22:** Προσομοίωση καθήμενων επιβατών με χρήση στοιχείων RBE2.

Για την προσομοίωση του βάρους των όρθιων επιβατών δημιουργήθηκε μία επιφάνεια (σχήμα 3.19), η οποία καλύπτει το συνολικό πάτωμα στην οποία δόθηκε ένα πάχος 100 χιλιοστών, ώστε να γίνει πιο στιβαρή, καθώς και μία πυκνότητα τέτοιου μεγέθους, ώστε με βάση το δεδομένο όγκο της να δοθεί ένα βάρος αντίστοιχο των 105 όρθιων επιβατών. Η σύνδεσή της με το πλαίσιο του λεωφορείου πραγματοποιήθηκε και

πάλι με τη χρήση RBE2 στοιχείων, όπου αυτή τη φορά χρησιμοποιήθηκε η επιλογή two nodes όπου δημιουργούνται ξεχωριστά στοιχεία τα οποία δεσμεύουν έναν κόμβο από κάθε επιφάνεια κάθε φορά. Με τον τρόπο αυτό δημιουργήθηκε ένας μεγάλος αριθμός όμοιων στοιχείων τα οποία συνέδεσαν κατανεμημένα την συγκεκριμένη επιφάνεια με κεντρικές δοκούς του λεωφορείου όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.23.

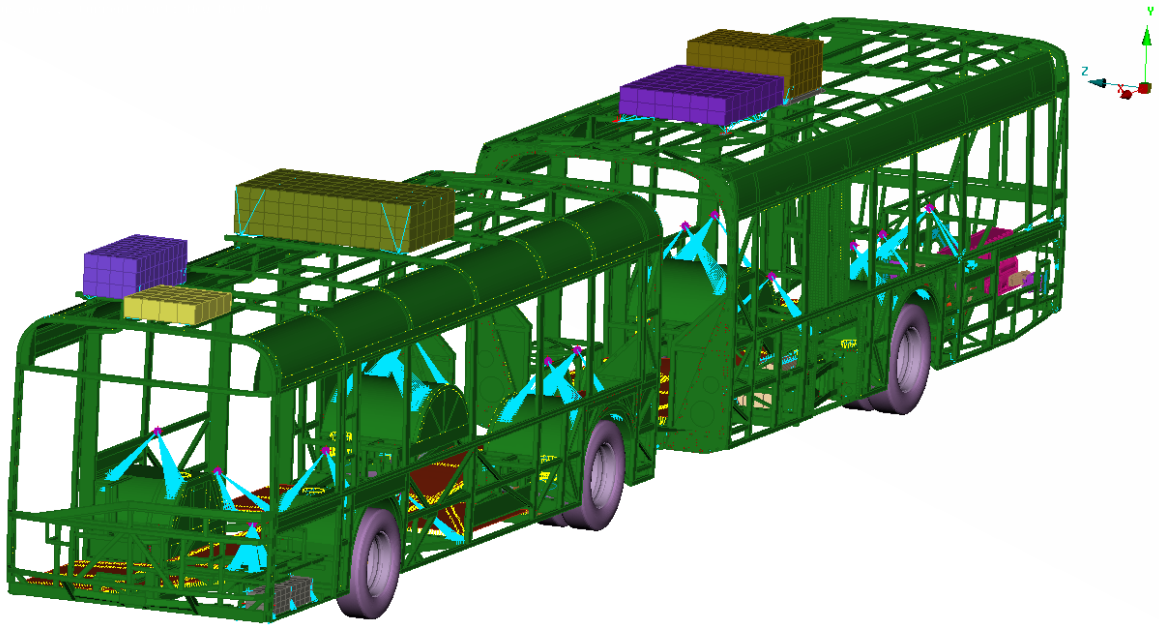


**Σχήμα 3.23:** Συνολική επιφάνεια προσομοίωσης όρθιων επιβατών του λεωφορείου (επιφάνεια με κόκκινο χρώμα).



**Σχήμα 3.24:** Τρόπος σύνδεσης της επιφάνειας προσομοίωσης των όρθιων επιβατών με το πλαίσιο του λεωφορείου με χρήση RBE2 στοιχείων.

Στο σχήμα 3.24 παρουσιάζεται το τελικό μοντέλο, όπως αυτό δημιουργήθηκε για τη συγκεκριμένη ανάλυση, μετά τη σύνδεση όλων των μερών από τα οποία αποτελείται το λεωφορείο, την εισαγωγή των κατάλληλων πυκνοτήτων για την προσομοίωση των υλικών και τους βάρους όλων των στοιχείων και τέλος τη δημιουργία της προσομοίωσης του βάρους τόσο των καθήμενων, όσο και των όρθιων επιβατών.



**Σχήμα 3.25:** Συνολικό λεωφορείο μετά τη ολοκλήρωση της μοντελοποίησης.

### 3.6 Αριθμητική επίλυση ιδιοπροβλήματος

Σήμερα υπάρχουν αρκετά λογισμικά τα οποία χρησιμοποιούνται για την επίλυση των ιδιοπροβλημάτων των πεπερασμένων στοιχείων. Για την επίλυση του παρόντος μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του αστικού λεωφορείου χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό *Dynamis*, στο οποίο εισάγονται τα δεδομένα του μοντέλου, ώστε να εξαχθούν τα αποτελέσματα των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών. Στην επόμενη ενότητα γίνεται μία σύντομη αναφορά στο μαθηματικό υπόβαθρο της ανάλυσης των ιδιομορφών και στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης,

#### 3.6.1 Εξίσωση κίνησης ταλαντωτικού συστήματος

Η ακριβής μελέτη της ταλαντωτικής απόκρισης πολλών μηχανικών συστημάτων απαιτεί την ανάπτυξη και ανάλυση της συμπεριφοράς δυναμικών μοντέλων με περισσότερους από έναν βαθμούς ελευθερίας. Παρακάτω παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή στην μέθοδο ανάλυσης ιδιομορφών για τον προσδιορισμό των ιδιοσυχνοτήτων, ιδιομορφών και μέτρα απόσβεσης.

Η γενική μορφή της εξίσωσης κίνησης ενός ταλαντωτικού συστήματος με περισσότερους από έναν βαθμούς ελευθερίας σε μητρική μορφή δίνεται από τη σχέση:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = f(t) \quad (3.1)$$

Όπου  $[M]$  είναι το μητρώο μάζας,  $[C]$  το μητρώο απόσβεσης,  $[k]$  το μητρώο στιβαρότητας,  $\underline{x}$  το διάνυσμα αποκρίσεων και  $\underline{f}$  το διάνυσμα διέγερσης του συστήματος. Όταν δεν ασκείται εξωτερική διέγερση στο ταλαντωτικό σύστημα, τότε ισχύει η περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης και η εξίσωση (3.1) παίρνει τη μορφή :

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (3.2)$$

Για την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών της παραπάνω εξίσωσης απαιτείται η επίλυση ενός ιδιοπροβλήματος, το οποίο αποτελεί τη βάση στη μέθοδο της μορφικής ανάλυσης.

### 3.6.2 Επίλυση ιδιοπροβλήματος

Επειδή η μητρωκή εξίσωση κίνησης 3.2 αποτελεί ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων με σταθερούς συντελεστές, οι λύσεις της εκφράζονται σε εκθετική μορφή. Επιπλέον, επειδή αναμένεται ταλαντωτική απόκριση του εξεταζόμενου συστήματος, γίνεται αρχική υπόθεση ότι η λύση έχει μορφή:

$$\underline{x}(t) = \underline{\hat{x}} \cos(\omega t - \theta) \quad (3.3)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης 3.3 στην 3.2 προκύπτει:

$$(K - \omega^2 M)\underline{\hat{x}} \cos(\omega t - \theta) = \underline{0} \quad (3.4)$$

Επομένως, για να αποτελεί η εξίσωση 3.3 λύση της 3.2, πρέπει να ικανοποιείται το ομογενές αλγεβρικό σύστημα:

$$(K - \omega_n^2 M)\underline{\hat{x}}_n = \underline{0} \quad (3.5)$$

Το οποίο αντιπροσωπεύει το ιδιοπρόβλημα, που αντιστοιχεί στις εξισώσεις κίνησης 3.1. Για να έχει το πρόβλημα αυτό μη μηδενική λύση θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (3.6)$$

Με την επίλυση της ορίζουσας 3.6 προκύπτει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο ως προς  $\omega^2$  στην μορφή:

$$\sum_{i=0}^N (a_i * (\omega^2)^i) = 0 \quad (3.7)$$

Επομένως, οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι οι ιδιοτιμές του προβλήματος. Επίσης, για κάθε ιδιοτιμή  $\omega_n$  υπολογίζεται από την εξίσωση (3.5) ένα αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα  $\underline{\hat{x}}_n$ . Επιπλέον, στην ορολογία των ταλαντώσεων, οι σταθερές  $\omega_n$  ονομάζονται

ιδιοσυχνότητες και τα διανύσματα  $\underline{\hat{x}}_n$  ονομάζονται ιδιομορφές του δυναμικού συστήματος. Τα οποία μπορούν να γραφούν με μητρική μορφή ως εξής:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \Omega^2 = \begin{pmatrix} \omega_{11}^2 & \cdots & \omega_{1n}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{n1}^2 & \cdots & \omega_{nn}^2 \end{pmatrix}$$

Επίσης, με τις συνθήκες ορθογωνικότητας των ιδιομορφών:

$$\underline{\hat{x}}_r^T M \underline{\hat{x}}_s = \hat{m}_r \delta_{rs} \quad \text{και} \quad \underline{\hat{x}}_r^T K \underline{\hat{x}}_s = \hat{k}_r \delta_{rs} \quad (3.8)$$

Όπου το  $\delta_{rs}$  είναι το δέλτα του Kronecker. Επιπλέον, με ορισμό του πίνακα ιδιομορφών ως τον πίνακα εκείνο, του οποίου οι στήλες κατέχονται από τις ιδιομορφές του συστήματος, πιο συγκεκριμένα:

$$X = [\underline{\hat{x}}_1 \quad \underline{\hat{x}}_2 \quad \cdots \quad \underline{\hat{x}}_N]$$

Οι συνθήκες αυτές εκφράζονται σε συμπαγή μορφή:

$$X^T M X = \hat{M} \quad \text{και} \quad X^T K X = \hat{K} \quad (3.9)$$

Όπου  $\hat{M}$  και  $\hat{K}$  είναι διαγώνιοι πίνακες με στοιχεία διαγωνίου  $\hat{m}_r$  και  $\hat{k}_r$  αντίστοιχα. Για ευκολία, το μέτρο των ιδιομορφών επιλέγεται συνήθως έτσι ώστε να έχει μοναδιαία τιμή, δηλαδή:  $\hat{m}_r = 1$ .

Οι προκύπτουσες ιδιομορφές συμβολίζονται με  $\underline{\hat{\phi}}_N$  και ονομάζονται ορθοκανονικές, όπου σύμφωνα με τον αντίστοιχο πίνακα ιδιομορφών:

$$\Phi = [\underline{\hat{\phi}}_1 \quad \underline{\hat{\phi}}_2 \quad \cdots \quad \underline{\hat{\phi}}_N] \quad (3.10)$$

Οι ιδιότητες ορθογωνικότητας εκφράζονται στη μορφή :

$$\Phi^T M \Phi = I = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \Phi^T K \Phi = \Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Όμως, στην πλειοψηφία των πρακτικών περιπτώσεων δεν είναι δυνατός ο αναλυτικός υπολογισμός των στοιχείων του πίνακα απόσβεσης C. Σε τέτοιες περιπτώσεις μια πρώτη ανάλυση της ταλαντωτικής συμπεριφοράς γίνεται με κατάλληλη επιλογή του πίνακα C, με την οποία το σύστημα διατηρεί τις ιδιομορφές που έχει όταν η απόσβεση είναι αμελητέα. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή ως μέθοδος Caughey. Με την επίλυση του συστήματος χωρίς απόσβεση προκύπτει ο πίνακας ιδιομορφών  $\Phi$  (3.10) και τις συνθήκες



ορθογωνικότητας (3.11), γράφεται η απόκριση του συστήματος μετά από μετασχηματισμό συντεταγμένων στην μορφή :

$$\underline{x}(t) = \Phi \underline{\tau}(t) \quad (3.12)$$

Οι εξισώσεις 4.1 μπορούν να τεθούν στη μορφή :

$$\ddot{\underline{x}} + Z \dot{\underline{x}} + A \underline{x} = \underline{p}(t) \quad (3.13)$$

$$\text{Με} \quad \underline{p}(t) = \Phi^T \underline{f}(t) \quad \text{και} \quad Z = \Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 2\zeta_N \omega_N \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Από τις σχέσεις 3.14 και 3.11 προκύπτει ότι

$$C = M \Phi Z \Phi^T M \quad (3.15)$$

Με την παραπάνω σχέση υπολογίζονται τα στοιχεία του πίνακα C. Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα απόσβεσης είναι :

$$C = \alpha M + \beta K \quad (3.16)$$

Όπου τα  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι βαθμωτές σταθερές. Η επιλογή αυτή είναι ειδική περίπτωση του πίνακα απόσβεσης που προκύπτει από τη μέθοδο του Caughey εάν γίνει αντικατάσταση της 3.16 στην 3.14 με ταυτόχρονη εφαρμογή των συνθηκών ορθογωνικότητας :

$$2\zeta_n \omega_n = \alpha + \beta \omega_n^2$$

Η μέθοδος επιλογής του πίνακα απόσβεσης, που παρουσιάστηκε παραπάνω είναι γνωστή ως μέθοδος Rayleigh [6].

### 3.6.3 Ιδιομορφική ανάλυση μοντέλου

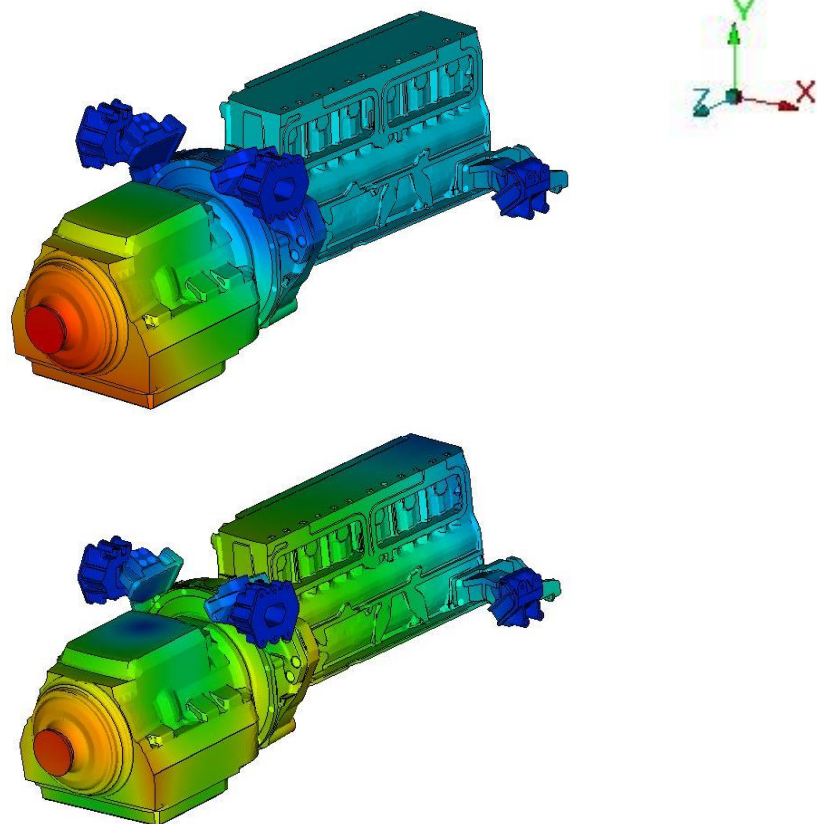
- **Κινητήρας και κιβώτιο ταχυτήτων**

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται η ιδιομορφική ανάλυση, που πραγματοποιήθηκε για το κιβώτιο ταχυτήτων και τον κινητήρα ενώ βρίσκονται σε σύνδεση και έχει τοποθετηθεί πάκτωση στις τέσσερις εδράσεις του πλαισίου του λεωφορείου. Ενδεικτικά για το παρόν ιδιοπρόβλημα παρουσιάζονται οι δέκα πρώτες ιδιοσυχνότητες και στη συνέχεια η σχηματική αναπαράσταση της πρώτης και πέμπτης ελαστικής ιδιομορφής. Όπως απεικονίστηκαν στο λογισμικό πακέτο μΕΤΑ, η πρώτη ελαστική ιδιομορφή εμπεριέχει κάμψη ως προς τον άξονα x, ενώ η πέμπτη στρέψη ως προς τον άξονα y. Σχετικά με την πρώτη ιδιομορφή είναι λογικό στην πρώτη ιδιοσυχνότητα να υπάρχει κάμψη του κιβωτίου,

καθώς συνδέεται μόνο στον κινητήρα, ο οποίος όμως είναι πακτωμένος, επομένως λειτουργεί σαν πρόβολος στη συγκεκριμένη περίπτωση.

**Πίνακας 3.4:** 10 πρώτες ιδιοσυχνότητες πακτωμένου κινητήρα και κιβωτίου ταχυτήτων ( σε Hz)

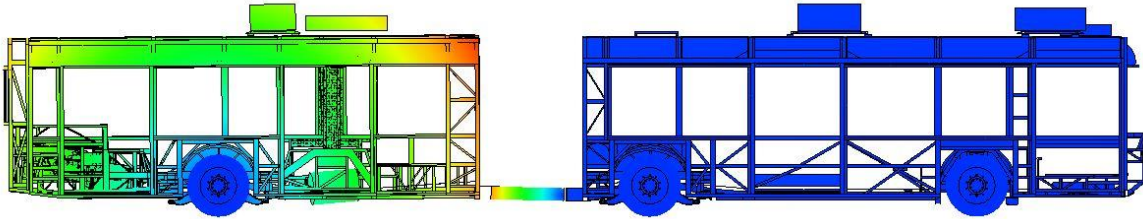
<u>Mode</u>	<u>Ιδιοσυχνότητα</u>
1	56,5
2	66,7
3	97,2
4	120,7
5	140,5
6	184,7
7	199,7
8	245,2
9	331,2
10	467,2



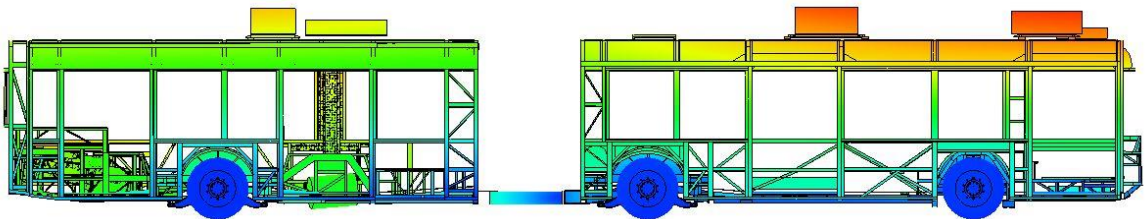
**Σχήμα 3.26:** Ενδεικτική απεικόνιση πρώτης και πέμπτης ιδιομορφής κινητήρα και κιβωτίου με πάκτωση στις βάσεις στήριξης.

- **Συνολικό λεωφορείο**

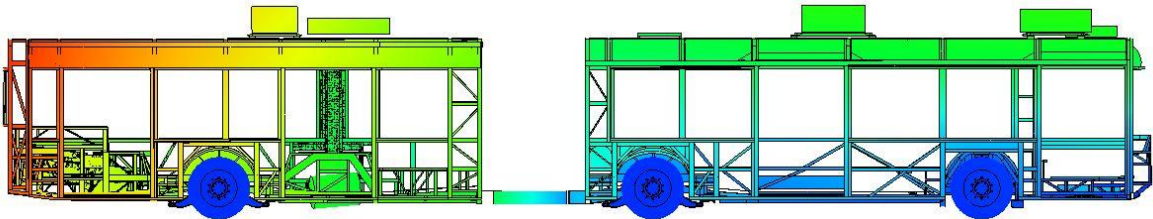
Για το μοντέλο του συνολικού λεωφορείου, παρουσιάζονται στα σχήματα οι πέντε πρώτες ελαστικές ιδιομορφές, όπως αποτυπώθηκαν στο λογισμικό μΕΤΑ.



*Σχήμα 3.27: Πρώτη ιδιομορφή λεωφορείου.*



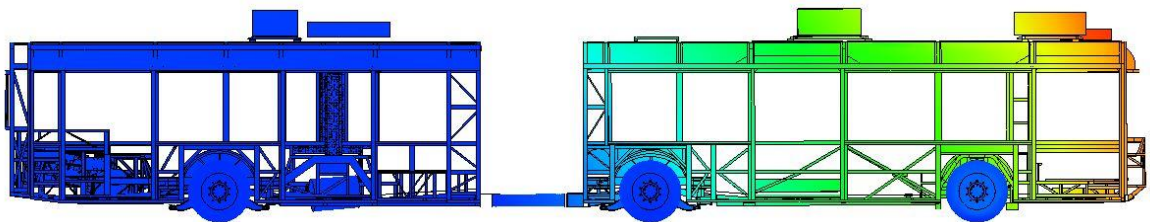
*Σχήμα 3.28: Δεύτερη ιδιομορφή λεωφορείου.*



*Σχήμα 3.29: Τρίτη ιδιομορφή λεωφορείου.*



*Σχήμα 3.30: Τέταρτη ιδιομορφή λεωφορείου.*

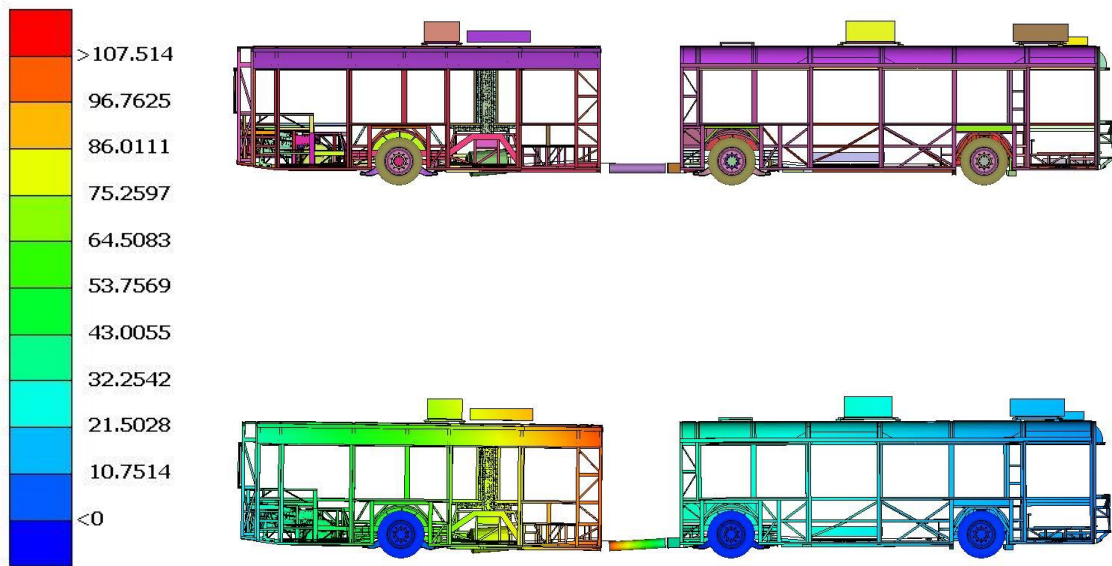


*Σχήμα 3.31: Πέμπτη ιδιομορφή λεωφορείου.*

### 3.6.4: Στατική μελέτη λεωφορείου

Πριν την πραγματοποίηση της δυναμικής ανάλυσης, πραγματοποιήθηκε στο μοντέλο η στατική ανάλυση, κατά την οποία υπολογίζεται η συνολική παραμόρφωση του λεωφορείου για την πρώτη ιδιοσυχνότητα λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση της βαρύτητας. Για τη συγκεκριμένη ανάλυση, όπως και στην περίπτωση υπολογισμού των πρώτων ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών, έχει τοποθετηθεί πάκτωση στη βάση των ελαστικών του λεωφορείου, ώστε να μελετηθεί η παραμόρφωση του πλαισίου.

Όπως γίνεται αντιληπτό από το σχήμα 3.30, μεγαλύτερες μετατοπίσεις παρατηρούνται στο σημείο σύνδεσης του πίσω τμήματος του αρθρωτού λεωφορείου με το πρώτο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης μελέτης έγινε η παραδοχή ότι το λεωφορείο έχει πλήρες φορτίο επιβατών και επομένως είναι λογικό, λόγω της έλλειψης κάποιου δομικού στοιχείου στήριξης, να δέχεται εκείνη η περιοχή την μεγαλύτερη καταπόνηση λόγω του βάρους.



**Σχήμα 3.32:** Στατική ανάλυση λεωφορείου.



## Κεφάλαιο 4: Δυναμική ανάλυση μοντέλου

Μετά την ολοκλήρωση της δημιουργίας του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του συνολικού λεωφορείου, πραγματοποιείται η δυναμική ανάλυση κατά την οποία το μοντέλο υπόκειται σε διαφορετικές διεγέρσεις εδάφους με σκοπό τον έλεγχο των τάσεων που ασκούνται στο συνολικό λεωφορείο και κυρίως στις περιοχές, που παρουσιάζεται το μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

### 4.1 Κλάσεις οδοστρώματος

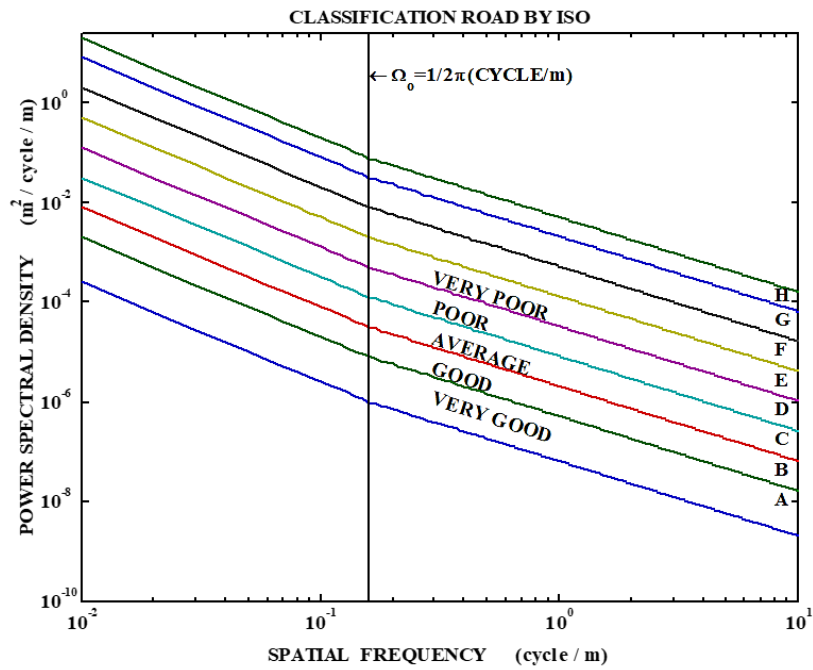
Γενικά, η ανομοιογένεια ενός δρόμου περιγράφεται με την τραχύτητα οδοστρώματος. Ο συγκεκριμένος όρος χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της ποιότητας ενός δρόμου σε σχέση με μία τέλεια επίπεδη επιφάνεια, ενώ ο προσδιορισμός του γίνεται με τη χρήση των οδικών προφίλ. Ως οδικό προφίλ ορίζεται ένα μονοδιάστατο προφίλ το οποίο αποτελείται από μία σειρά υπερυψώσεων κατά μήκος της επιφάνειας του. Διαφορετικού μεγέθους και αριθμού υπερυψώσεις δημιουργούν διαφορετικά προφίλ, δημιουργώντας με τον τρόπο αυτό προσομοιωτικά μοντέλα διαφόρων ειδών ποιότητας οδοστρώματος με σκοπό τον έλεγχο της οδηγικής συμπεριφοράς ενός οχήματος [7].

Ως πρότυπο για τον προσδιορισμό μίας διέγερσης χρησιμοποιείται το πρότυπο διέγερσης οδοστρώματος ISO, σύμφωνα με το οποίο, για συγκεκριμένη κλάση (ποιότητα δρόμου) γίνεται ο υπολογισμός το πλάτους της διέγερσης. Για την επιλογή της μορφής του δρόμου χρησιμοποιήθηκε το πρότυπο ISO 8608, το οποίο προτείνει την ταξινόμηση ενός οδοστρώματος με βάση την τραχύτητα της οδού (κλάσεις A έως H), χρησιμοποιώντας την ισχύ φασματικής πυκνότητας (PSD)  $S_g(\Omega)$  όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1 και στον πίνακα 4.1. Η φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζεται ανάλογα με τη χωρική συχνότητα  $\Omega$  όπως φαίνεται παρακάτω.

$$S_g(\Omega) = \begin{cases} S_g(\Omega_o) \left(\frac{\Omega}{\Omega_o}\right)^{-N_1}, & \Omega \leq \Omega_o = \frac{1}{2\pi} (\text{cycles}/m) \\ S_g(\Omega_o) \left(\frac{\Omega}{\Omega_o}\right)^{-N_2}, & \Omega > \Omega_o = \frac{1}{2\pi} (\text{cycles}/m) \end{cases}$$

Όπου  $N_1 = 2,0$  και  $N_2 = 1,5$

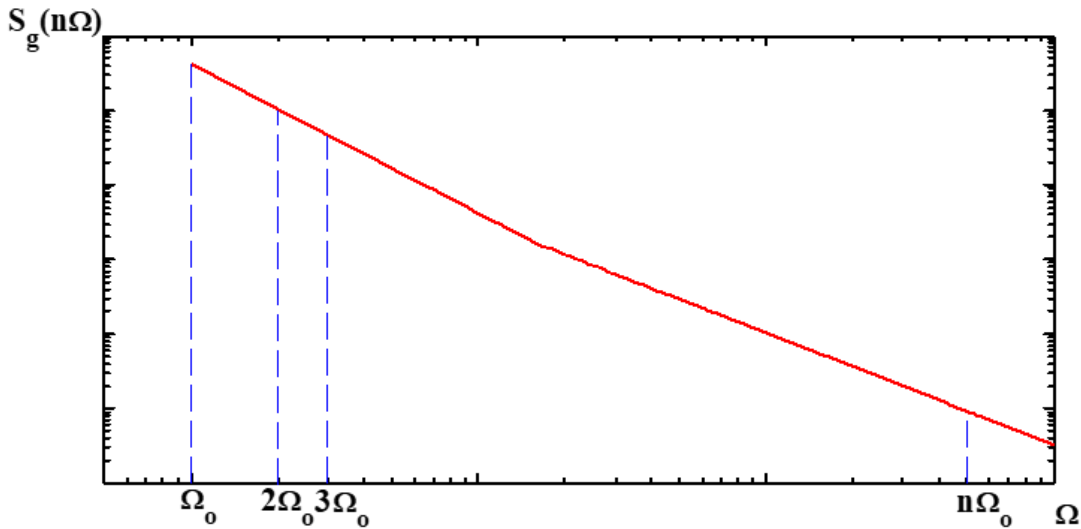
Στο επόμενο σχήμα (σχήμα 4.1) παρουσιάζεται η σχέση μεταξύ της φασματικής πυκνότητας ισχύος του οδικού προφίλ με τη χωρική ή χρονική συχνότητα, ενώ στον πίνακα 4.1 γίνεται ο διαχωρισμός των κλάσεων ανάλογα με την τιμή της τραχύτητας.



Σχήμα 4.1: Ταξινόμηση κλάσεων οδικού προφίλ.

Πίνακας 4.1: Βαθμονόμηση της τραχύτητας με  $S_g(\Omega_0)$ ,  $10^{-6} \text{ m}^2 / \text{cycles} / \text{m}$ .

<u>Ποιότητα δρόμου</u>	<u>Εύρος</u>	<u>Μέση τιμή</u>
<b>A (Πολύ καλή)</b>	< 8	4
<b>B (Καλή)</b>	8 – 32	16
<b>C (Μέτρια)</b>	32 – 128	64
<b>D (Κακή)</b>	128 – 512	256
<b>E (Πολύ κακή)</b>	512 – 2048	1024
<b>F</b>	2048 – 8192	4096
<b>G</b>	8192 – 32768	16384
<b>H</b>	> 32768	



**Σχήμα 4.2:** Διάγραμμα σχέσης μεταξύ της φασματικής πυκνότητας ισχύος του οδικού προφίλ, με τη χωρική συχνότητα ή χρονική συχνότητα.

Όπου  $\Omega = \frac{2\pi}{l}$  και  $\omega = \frac{2\pi}{l} v_o = \Omega v_o$

Η χρονική ιστορία του οδοστρώματος υπολογίστηκε ως άθροισμα πολλών αρμονικών, από την εξίσωση:

$$X_g(t) = \sum_{n=1}^N X_n \sin(n\omega_o t + \varphi_n) \quad (4.1)$$

Καθώς και από το πλάτος  $X_n$  των αρμονικών που υπολογίζεται από την εξίσωση 4.2, όπου η φάση ( $\varphi_n$ ) συμπεριλαμβάνεται ως ομοιόμορφη στοχαστική κατανομή στο διάστημα  $[0, \pi]$ .

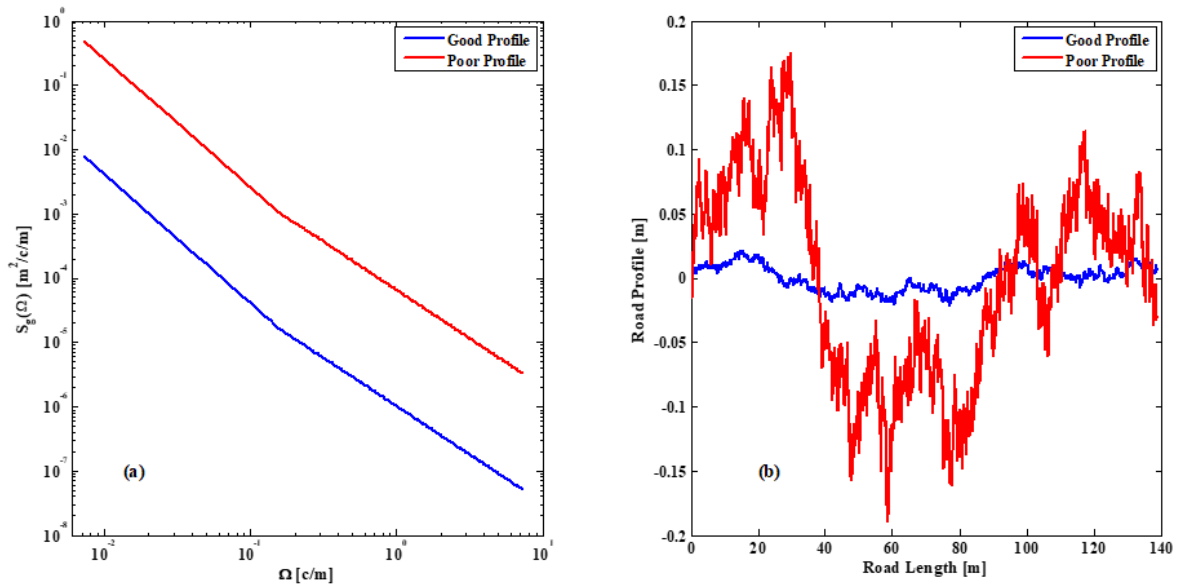
$$X_n = \sqrt{2S_g(n\Omega_o)\Omega_o} \quad (4.2)$$

Με

$$l_o, L, v_o \Rightarrow \begin{cases} N = \frac{L}{l_o}, & \Omega_o = \frac{2\pi}{L} = \Delta\Omega, & \Omega_{max} = N\Omega_o \\ T = \frac{L}{v_o}, & \Delta t = \frac{T}{N}, & \omega_o = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v_o}{L} = \Omega_o v_o \end{cases}$$

Στο σχήμα 4.3 φαίνεται χαρακτηριστικά η φασματική πυκνότητα ισχύος και η χρονική ιστορία συγκριτικά, για έναν ποιοτικό δρόμο τύπου A και έναν λιγότερο ποιοτικό δρόμο τύπου C, όπως αυτοί έχουν οριστεί σύμφωνα με τα σχετικά πρότυπα ISO.





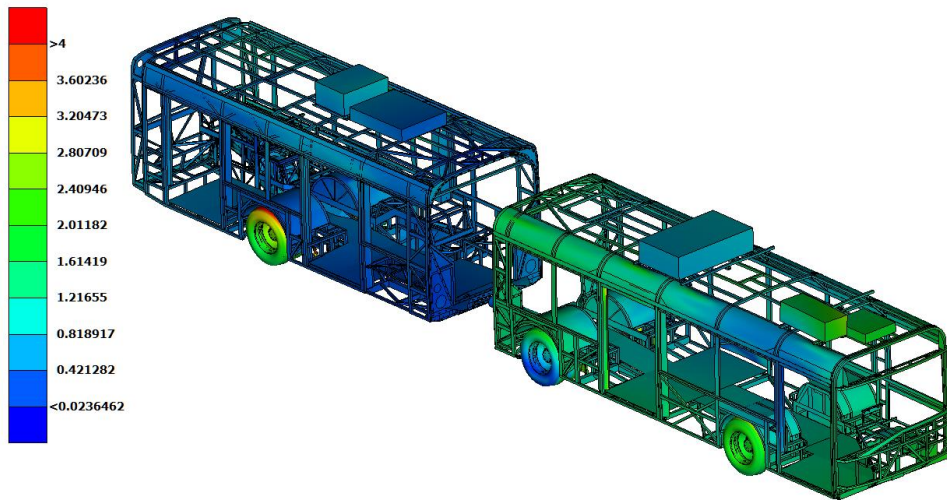
**Σχήμα 4.3:** Διαγράμματα διεγερσης “προφίλ δρόμου” στο πεδίο της συχνότητας (αριστερά) και στο πεδίο του χρόνου (δεξιά) για έναν δρόμο κλάσης A και έναν δρόμο κλάσης C.

## 4.2 Αποτελέσματα δυναμικής ανάλυσης

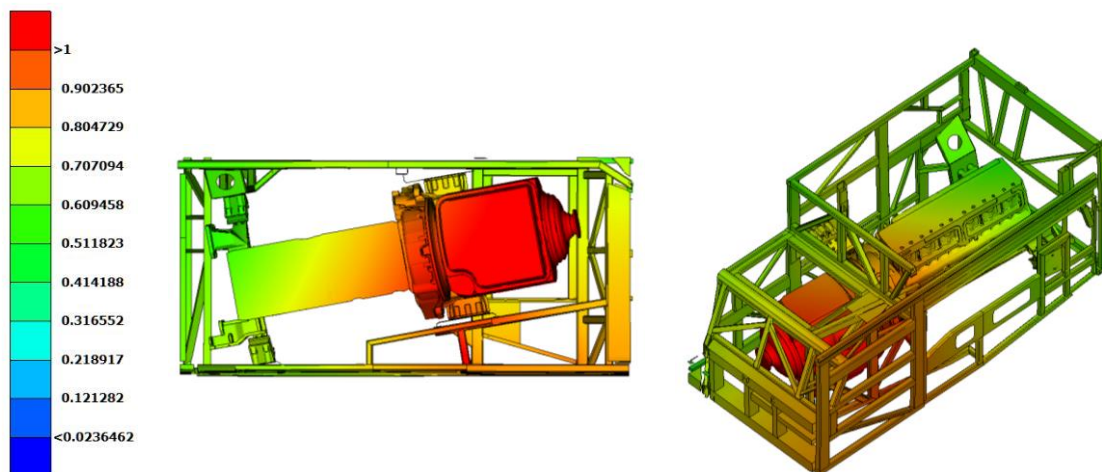
Σε αυτή την ενότητα εξετάζονται τα αποτελέσματα, που προέκυψαν κατά τη δυναμική ανάλυση του κιβωτίου με την παρουσίαση των μετατοπίσεων και των τάσεων που αναπτύσσονται στο συνολικό μοντέλο μετά την επίδραση όλων των δυνάμεων στο όχημα (βάρη, διέγερση εδάφους, κτλ.). Το μοντέλο επιλύεται σε ένα μεσαίας ποιότητας προφίλ δρόμου για να τονιστούν οι περιοχές που υφίσταται μεγαλύτερη καταπόνηση.

### 4.2.1 Αποτελέσματα μετατοπίσεων

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4 οι μεγαλύτερες μετατοπίσεις για το συνολικό λεωφορείο παρουσιάζονται στην περιοχή των τροχών, ενώ αντίστοιχα στο σχήμα 4.5 γίνεται αντιληπτό, ότι υπάρχει παραμόρφωση και στην περιοχή του κινητήρα και κυρίως στο κιβώτιο ταχυτήτων.



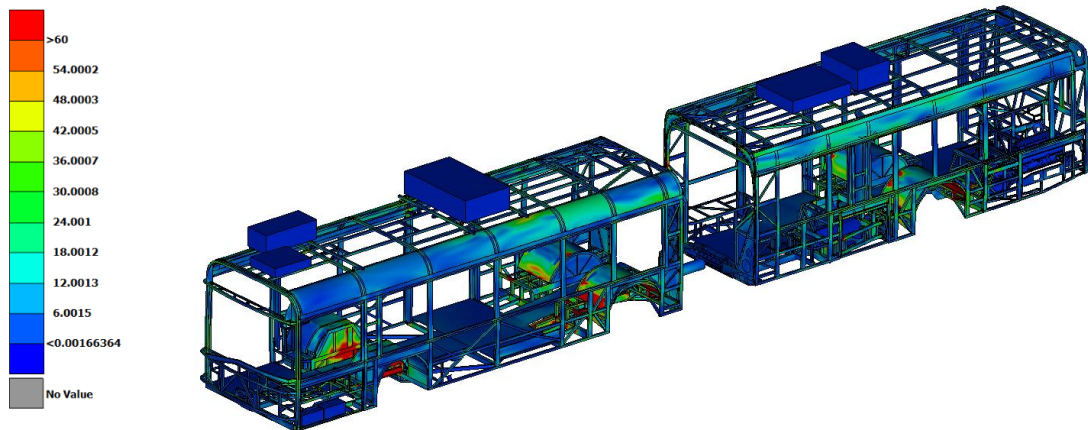
**Σχήμα 4.4:** Μετατοπίσεις στο συνολικό λεωφορείο κατά τη δυναμική ανάλυση με διέγερση εδάφους.



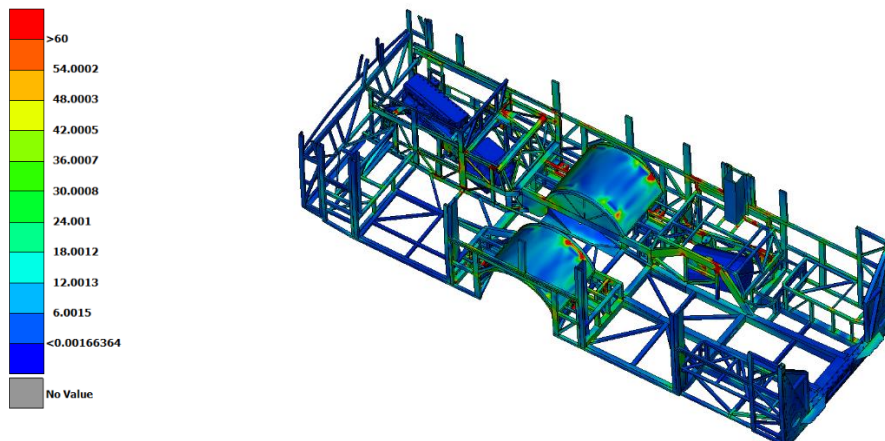
**Σχήμα 4.5:** Μετατοπίσεις στην περιοχή του κινητήρα κατά τη δυναμική ανάλυση με διέγερση εδάφους.

#### 4.2.2 Αποτελέσματα τάσεων

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τις τάσεις. Αρχικά για το συνολικό λεωφορείο (σχήμα 4.5, 4.6), τα μεγαλύτερα φορτία φαίνεται να ασκούνται σε περιοχές, όπου υπάρχουν συνδέσεις δοκών, καθώς και σε περιοχές που έχουν τοποθετηθεί καθήμενοι επιβάτες, όπου υπάρχει και μεγαλύτερη καταπόνηση λόγω του συγκεντρωμένου βάρους σε εκείνες τις περιοχές.

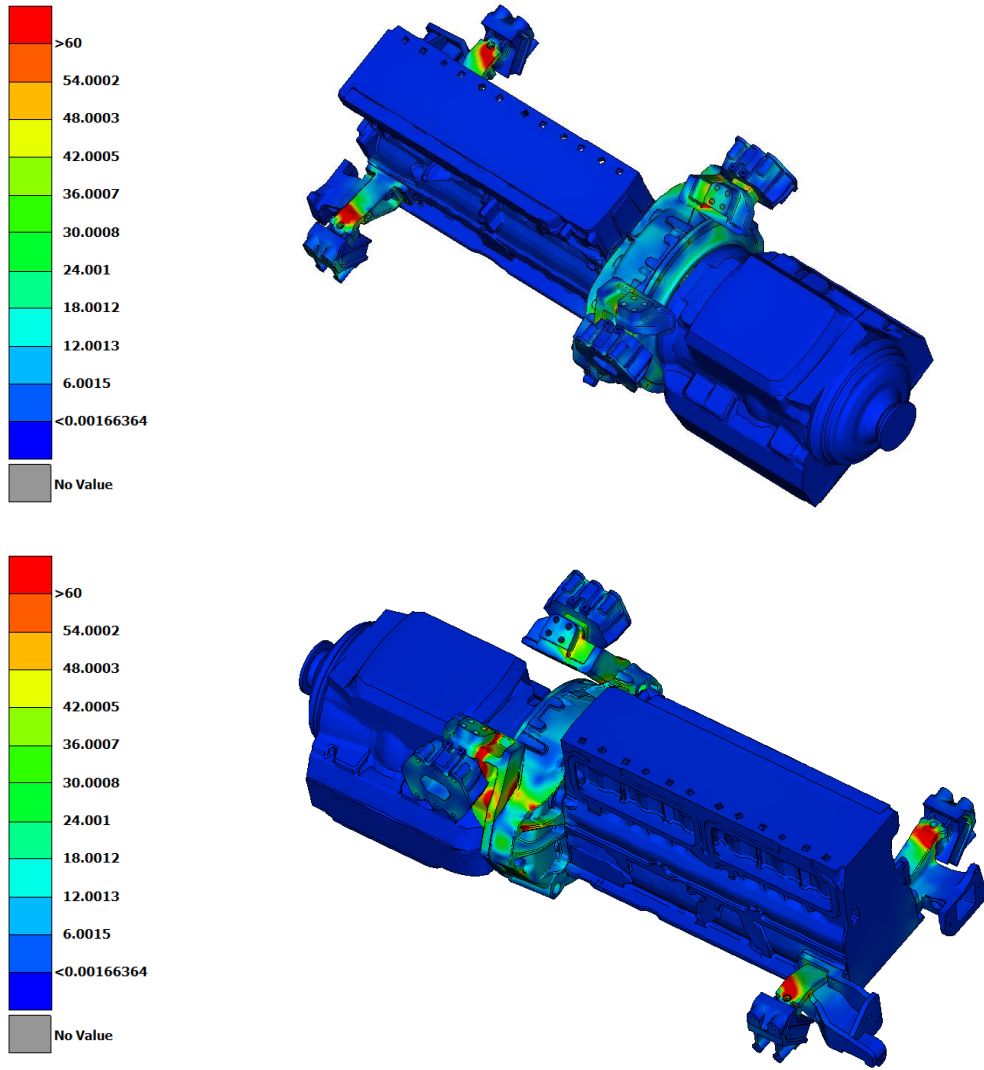


**Σχήμα 4.6:** Ανάπτυξη τάσεων σε διάφορες περιοχές του λεωφορείου.



**Σχήμα 4.7:** Ανάπτυξη τάσεων σε διάφορες περιοχές του πίσω τμήματος του λεωφορείου.

Τέλος, στο σχήμα 4.8, της επόμενης σελίδας, παρουσιάζονται οι τάσεις, οι οποίες αναπτύσσονται στην περιοχή με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον στην παρούσα μελέτη, δηλαδή τα σημεία έδρασης του κινητήρα και η περιοχή σύνδεσής του με το κιβώτιο ταχυτήτων. Φαίνεται λοιπόν, ότι πράγματι τόσο στις στηρίξεις, όσο και στο σημείο σύνδεσης του κινητήρα με το κιβώτιο ασκούνται μεγαλύτερα φορτία και επομένως υπάρχει και μεγαλύτερη καταπόνηση.



**Σχήμα 4.8:** Κατανομή των τάσεων στην περιοχή του κινητήρα και του κιβωτίου ταχυτήτων.



## Κεφάλαιο 5: Μελέτη κόπωσης

Για την εμφάνιση αστοχίας λόγω κόπωσης σε ένα μεταλλικό εξάρτημα ή μία μεταλλική κατασκευή, που υπόκειται σε δυναμική φόρτιση υπάρχουν τρεις βασικοί παράγοντες, που θα πρέπει να προηγηθούν [3]:

- α) Μία αρκετά μεγάλη εφελκυστική τάση
- β) Μία μεγάλη και ταυτόχρονα επαναλαμβανόμενη διακύμανση της τάσης κατά το χρονικό διάστημα που βρίσκεται σε λειτουργία
- γ) Ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της δυναμικής καταπόνησης.

Όταν μία μελέτη αφορά την εμφάνιση τάσεων με χρονοϊστορία σε μία κατασκευή, τότε για την πρόβλεψη του αριθμού κύκλων φόρτισης στον οποίο θα επέλθει η κόπωση χρησιμοποιείται κατά βάση ο κανόνας Palmgren-Miner [8, 9]. Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, η αστοχία λόγω κόπωσης, σε ένα συγκεκριμένο σημείο της γεωμετρίας το οποίο υποβάλλεται σε ένα εύρος τάσεων με χρονοϊστορία, ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των κύκλων λειτουργίας προς τον αριθμό των κύκλων μέχρι την αποτυχία για ένα δεδομένο επίπεδο τάσης. Σύμφωνα με τον ίδιο κανόνα, όταν αντιμετωπίζουμε πολλαπλά επίπεδα τάσεων, τότε το άθροισμα των κύκλων κόπωσης (fatigue cycles) σε διάφορα επίπεδα αποδίδει τη συνολική βλάβη.

$$D = \sum_{i=1}^{\kappa} \frac{n_i}{N_i} \quad (5.1)$$

Όπου  $n_i$  δηλώνει τον αριθμό των κύκλων σε ένα δεδομένο επίπεδο τάσης  $\sigma(i)$  της χρονοϊστορίας  $\sigma_k$ ,  $N_i$  αποτελεί τον αριθμό των κύκλων φόρτισης, που απαιτούνται μέχρι να επέλθει η αστοχία σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο τάσης  $\sigma(i)$  και  $\kappa$  είναι ο συνολικός αριθμός των επιπέδων τάσης, που εμφανίζονται σε μία χρονοϊστορία για το συγκεκριμένο δομικό στοιχείο. Όταν το αντικείμενο μελέτης είναι οι τυχαίες χρονοϊστορίες των τάσεων σε ένα συγκεκριμένο σημείο μίας γεωμετρίας, τότε ο αριθμός κύκλων σε ένα δεδομένο επίπεδο τάσης λαμβάνεται συνήθως με την εφαρμογή μεθόδων μέτρησης κύκλου [10-12], με τους κώδικες σχεδίασης να διαθέτουν τα οριακά επίπεδα τάσης μέχρι την εμφάνιση κόπωσης για όλα τα κοινώς χρησιμοποιούμενα υλικά.

Επιπροσθέτως, οι κώδικες σχεδίασης για τον προσδιορισμό του αριθμού των κύκλων που απαιτούνται μέχρι να επέλθει η θραύση σε ένα επίπεδο τάσης, περιλαμβάνουν τις καμπύλες S-N, οι οποίες λαμβάνονται μέσω πειραματικών δοκιμών από δείγματα πραγματικού μεγέθους [12, 13]. Με τον τρόπο αυτό, εφαρμόζονται μονοαξονικές επαναλαμβανόμενες φορτίσεις σταθερού πλάτους σε διάφορα δομικά μέρη. Οι καμπύλες

S-N αποτυπώνονται σε λογαριθμικά καμπύλες και απεικονίζουν τον αριθμό των κύκλων, που χρειάζεται μέχρι την αστοχία λόγω κόπωσης συναρτήσει του σχετικού εύρους τάσης, ενώ, κάθε καμπύλη καθορίζει τη λειτουργία, το σχήμα και την κατασκευή του προκαθορισμένου δομικού στοιχείου.

Επομένως, από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι η ακριβής εκτίμηση της συσσώρευσης φθοράς λόγω κόπωσης σε ένα συγκεκριμένο σημείο εξαρτάται από την ακριβή πρόβλεψη ή μέτρηση των χρονοϊστοριών των τάσεων, καθώς και από τον ακριβή προσδιορισμό του συνολικού εύρους της τάσης. Επιπλέον, αξίζει να αναφερθεί ότι ο συνολικός αριθμός κύκλων φόρτισης που οδηγεί σε αστοχία εξαρτάται και από τη μέση τιμή της τάσης, καθώς με την αύξηση της για ένα δεδομένο επίπεδο κυμαινόμενης τάσης ο αριθμός των κύκλων μειώνεται. Για το λόγο αυτό, το μοντέλο κόπωσης, πρέπει να αναθεωρηθεί, ώστε να γίνει επανάληψη της μέτρησης με μη-μηδενική μέση τάση σύμφωνα με τη σχέση Goodman [14, 15].

$$\Delta\sigma_{Rt} = \Delta\sigma_R \left(1 - \frac{\sigma_\mu}{\sigma_u}\right) \quad (5.2)$$

Όπου η μεταβλητή  $\Delta\sigma_{Rt}$  αντιπροσωπεύει το τροποποιημένο εύρος του κύκλου τάσης, το  $\Delta\sigma_R$  υποδηλώνει το αρχικό εύρος κύκλου τάσης,  $\sigma_\mu$  υποδηλώνει τη μέση τιμή της τάσης και υπολογίζεται από τον αλγόριθμο καταμέτρησης κύκλου και τέλος  $\sigma_u$  είναι το όριο αντοχής σε εφελκυσμό του υλικού.

Με τη λήψη του φάσματος του εύρους της τάσης για ένα δομικό στοιχείο, καθώς και τον προσδιορισμό της σχετικής κατηγορίας, χρησιμοποιούνται οι καμπύλες S-N για την εκτίμηση της αντοχής σε κόπωση. Ολοκληρώνοντας, τους υπολογισμούς οι αστοχίες λόγω κόπωσης, που σχετίζονται με τις περιοχές εμφάνισης των υψηλότερων τάσεων, αθροίζονται σύμφωνα με τον κανόνα του Miner με την παρακάτω σχέση:

$$D = \underbrace{\sum_{i=1}^{k_1} \frac{n_i}{N_D} \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_D}\right)^m}_{\Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k_2} \frac{n_j}{N_D} \left(\frac{\Delta\sigma_j}{\Delta\sigma_D}\right)^{m+2}}_{\Delta\sigma_L \leq \Delta\sigma_j \leq \Delta\sigma_D} \quad (5.3)$$

Όπου  $\Delta\sigma_D$  δηλώνει το όριο κόπωσης για εύρος σταθερού πλάτους σε  $N_D = 5 \times 10^6$  κύκλους. Το  $\Delta\sigma_L$  αντιπροσωπεύει το όριο θραύσης.  $\Delta\sigma_i$  και  $\Delta\sigma_j$  είναι οι κλίμακες τάσης  $i^{th}$  και  $j^{th}$ .  $n_i$  και  $n_j$  είναι ο αριθμός των κύκλων για κάθε  $\Delta\sigma_i$  και  $\Delta\sigma_j$ . Τέλος τα  $k_1$  και  $k_2$  αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των διαφορετικών ομάδων εύρους τάσεων πάνω ή κάτω από το όριο κόπωσης σταθερού πλάτους  $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta\sigma_D$ , αντίστοιχα.

## Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η στατική και δυναμική ανάλυση ενός αστικού λεωφορείου με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, δίνοντας έμφαση στην εύρεση των τάσεων, που ασκούνται στην περιοχή σύνδεσης του κιβωτίου ταχυτήτων και του κινητήρα καθώς και στις στηρίξεις του κινητήρα.

Η πολυπλοκότητα των σχεδίων όλων των επιμέρους εξαρτημάτων θα δυσκόλευε αρκετά την μαθηματική επίλυση. Για το λόγο αυτό, πρώτο βήμα στην πραγματοποίηση της συγκεκριμένης μελέτης, όπως γενικά συμβαίνει και με όλες τις αναλύσεις του συγκεκριμένου τομέα, ήταν ο καθαρισμός των γεωμετριών όλων των υπό μελέτη μηχανικών μερών, όπως ο κινητήρας, το κιβώτιο ταχυτήτων και οι άξονες, καθώς και του πλαισίου του λεωφορείου με τη χρήση του λογισμικού ANSA, με σκοπό την απλοποίηση τους και την αφαίρεση κάποιων περιττών εξαρτημάτων. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε η διακριτοποίηση όλων των γεωμετριών, με τη διερεύνηση, αρχικά της επιλογής του κατάλληλου μήκους και είδους των στοιχείων και έπειτα, την βελτίωση του πλέγματος, έτσι ώστε να δημιουργηθούν τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Έπειτα έγινε η επίλυση του αριθμητικού μοντέλου στο λογισμικό Dynamis και τέλος τα δεδομένα επεξεργάστηκαν στον μέτα-επεξεργαστή μΕΤΑ πραγματοποιώντας ιδιομορφική, στατική καθώς και δυναμική ανάλυση.

Τα αποτελέσματα της στατικής ανάλυσης έδειξαν ότι μεγάλο φορτίο ασκείται στην περιοχή όπου γίνεται η σύνδεση του πίσω τμήματος με το υπόλοιπο λεωφορείο, γεγονός το οποίο είναι λογικό σε αυτήν την περίπτωση αν λάβουμε υπόψιν, ότι τοποθετήθηκε πλήρες φορτίο επιβατών, ενώ εκείνη η περιοχή βρίσκεται μακριά από τη στήριξη κάποιου άξονα. Σχετικά με τη δυναμική ανάλυση, όπου το λεωφορείο προσομοιώθηκε κατά τη λειτουργία του σε μεσαίας ποιότητας προφίλ δρόμου, σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8608, τα αποτελέσματα έδειξαν, ότι πράγματι τόσο στα σημεία έδρασης του κινητήρα επάνω στο πλαίσιο του λεωφορείου, όσο και στα σημεία σύνδεσης του με το κιβώτιο ταχυτήτων, υπήρχαν μεγαλύτερες καταπονήσεις, επομένως και μεγαλύτερη πιθανότητα να παρουσιαστούν σημάδια κόπωσης.

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική, αξίζει να αναφερθεί πως στο παρόν μοντέλο θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί και μελέτη κόπωσης στα κρίσιμα σημεία, ώστε να διαπιστωθεί ποιο είναι το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μπορούν να βρίσκονται σε λειτουργία υπό αυτά τα φορτία μέχρι να επέλθει η κόπωση.





## Βιβλιογραφία

1. Τριανταφυλλίδης, Γεώργιος Κ. *Μεταλλογνωσία: για το Μεταλλουργό και τον Τεχνολόγο των Υλικών*. 2η Έκδοση. Θεσσαλονίκη : ΤΖΙΟΛΑ, 2014. σ. 461.
2. Callister, William D. *Επιστήμη και τεχνολογία των υλικών*. 5η Έκδοση. Αθήνα : Τζιόλα, 2008. σσ. 266, 269.
3. E., Beer Ferdinand P. Johnston Russell. *Μηχανική των υλικών*. 6η Έκδοση. s.l. : ΤΖΙΟΛΑ, 2012. σσ. 140, 169.
4. Κουμούσης, Β. *Ανάλυση φορέων με πεπερασμένα στοιχεία*. Ε.Μ.Π Αθήνα : s.n., 1998.
5. Rao, Singiresu. *The finite element method in engineering*. 4η Έκδοση. s.l. : Elsevier, 1982.
6. Νατσιάβας, Σ. *Ταλαντώσεις μηχανικών συστημάτων*. s.l. : ΖΗΤΗ, 2001. σ. 82.
7. Lemken, Alexander. *Modeling road roughness with conditional random fields*. 2015.
8. Palmgren, A. Die Lebensdauer von Kugallagern. *VDI-Zeitschrift*. 68(14), 1924, σσ. 339-341.
9. Miner, M.A. Cumulative damage in fatigue. *Applied Mechanics Transactions(ASME)*. 12(3), 1945, σσ. 159-164.
10. Macha, E., T. Lagoda, A. Nieslony and D. Kardas. Fatigue life under variable-amplitude loading according to the cycle-counting and spectral methods. *Material Science*. 42(3), 2006, σσ. 416-425.
11. Lagoda, T., E. Macha, and A. Nielsony. Fatigue life calculation by means of the cycle counting and spectral methods under multiaxial random loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*. 28(4), 2005, σσ. 409-420.
12. ASTM, E1049-85. *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*. s.l. : ASTM International: West Conshohocken, P.A, 1997.
13. EN. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-9: Fatigue. 2005. *CEN: Brussels*.
14. Tunna, J.M. Fatigue life prediction for Gaussian random loads at the design stage. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 9(1), 1986, σσ. 169-184.
15. Nieslony, A. and M. Böhm. Mean stress effect correction using constant stress ratio S-N curves. *International Journal of Fatigue*. 52, 2013, σσ. 49-56.

