



*Department of Mechanical
Engineering*



University of Western Macedonia

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ
ΠΕΖΟΓΕΦΥΡΑΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΣΤΗ ΖΕΠ ΚΟΖΑΝΗΣ



ΜΠΕΝΑΖΗΣ ΜΙΧΑΗΛ

ΑΕΜ:1975

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Δ. ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΟΖΑΝΗ

ΙΟΥΛΙΟΣ 2021



*Department of Mechanical
Engineering*



University of Western Macedonia

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ
ΠΕΖΟΓΕΦΥΡΑΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΣΤΗ ΖΕΠ ΚΟΖΑΝΗΣ

ΜΠΕΝΑΖΗΣ ΜΙΧΑΗΛ

ΑΕΜ: 1975

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Δ. ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΟΖΑΝΗ

ΙΟΥΛΙΟΣ 2021

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ	4
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	6
ABSTRACT.....	7
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	8
1. Εισαγωγή	10
2. Μεταλλικές κατασκευές και πεζογέφυρες.....	12
2.1 Πλεονεκτήματα μεταλλικών πεζογεφυρών	13
2.2 Χάλυβας.....	13
2.3 Περιγραφή κατασκευής	17
3. Μέθοδος Πεπερασμένων στοιχείων.....	21
3.1 Διακριτοποίηση στοιχείων και γεωμετρίας.....	24
3.2 Δημιουργία πλέγματος.....	26
3.3 Δομή των λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων.....	28
3.4 Μοντελοποίηση μεταλλικής πεζογέφυρας ΖΕΠ.....	31
3.4.1 Διακριτοποίηση μοντέλου και δημιουργία πλέγματος	31
3.5 Τελικά μοντέλα-όψεις πεπερασμένων στοιχείων	40
4. Αριθμητική επίλυση μοντέλου	43
4.1 Εξίσωση κίνησης ταλαντωτικού συστήματος.....	43
4.2 Ιδιοπρόβλημα.....	43
4.3 Ανάλυση ιδιομορφών.....	45
4.4 Αποτελέσματα ιδιομορφικής ανάλυσης πεζογέφυρας	45
5. Πειραματικός προσδιορισμός παραμέτρων.....	51
5.1 Πειραματικός προσδιορισμός συνάρτησης μετάδοσης	51
5.2 Μεθοδολογίες υπολογισμού παραμέτρων ταλάντωσης.....	53
5.2.1 Μέθοδος μεγίστων ευρών	53
5.2.2 Rational Fraction Polynomial Method (RFPM)	54
5.3 Καθορισμός πειραματικής διάταξης.....	57
5.4 Διεξαγωγή του πειράματος	59
5.5 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων ανάλυσης-πειράματος	67
6. Συμπεράσματα	68
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	70

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 2.1: Χάλυβας	14
Εικόνα 2.2: Διάφορες διατομές χάλυβα	15
Εικόνα 2.3: Απεικόνιση μιας πλευράς της γέφυρας όπου 1,2 οι δύο δοκοί τύπου Η και 3,4,5,6,7,8 οι έξι κάθετοι τετραγωνικοί κοιλοδοκοί	17
Εικόνα 2.4: Απεικόνιση σύνδεσης κάθετων κοιλοδοκών και δοκών τύπου Η μέσω των συμπαγών ελασμάτων	17
Εικόνα 2.5: Απεικόνιση διάταξης μορφής Χ	18
Εικόνα 2.6: Απεικόνιση διαφορετικής διάταξης στο επάνω μέρος της γέφυρας	18
Εικόνα 2.7: Απεικόνιση κυκλικών κοιλοδοκών	19
Εικόνα 2.8: Απεικόνιση πρόσδεσης της κατασκευής	19
Εικόνα 2.9: Απεικόνιση τσιμεντοκονίας στο δάπεδο της γέφυρας	20
Εικόνα 3.1: Βασικοί τύποι πεπερασμένων στοιχείων	24
Εικόνα 3.2: Τριγωνικό γραμμικό (αριστερά) και τετρακομβικό (δεξιά) πεπερασμένο στοιχείο	24
Εικόνα 3.3: Δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία	25
Εικόνα 3.4: Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία	25
Εικόνα 3.5: Πεπερασμένα στοιχεία με καμπυλωμένες πλευρές	26
Εικόνα 3.6: Διαφορά α) αυτοματοποιημένης και β) χειροκίνητης δημιουργίας πλέγματος	27
Εικόνα 3.7: Διάφορες μορφές πλέγματος με παρεμβολή του χρήστη	28
Εικόνα 3.8: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία δοκού Η	32
Εικόνα 3.9: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία κατακόρυφης κοιλοδοκού	33
Εικόνα 3.10: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία οριζόντιας κοιλοδοκού	34
Εικόνα 3.11: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία διαγώνιας κοιλοδοκού	34
Εικόνα 3.12: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία κυκλικής κοιλοδοκού	35
Εικόνα 3.13: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα στοιχεία κοιλοδοκού διάταξης Χ	35
Εικόνα 3.14: Μέταλλα σύνδεσης οριζόντιων κοιλοδοκών με την υπόλοιπη κατασκευή	36
Εικόνα 3.15: Μέταλλα σύνδεσης κυκλικών κοιλοδοκών με την υπόλοιπη κατασκευή	37
Εικόνα 3.16: Λεπτομέρεια σύνδεσης κοιλοδοκών με δοκούς τύπου Η στο δάπεδο και την οροφή της γέφυρας	37
Εικόνα 3.17: Λεπτομέρεια σύνδεσης μετάλλων στήριξης, κοιλοδοκών και δοκών τύπου Η στο δάπεδο και την οροφή της γέφυρας	38
Εικόνα 3.18: Συμπαγή στοιχεία στις τέσσερις βάσεις της γέφυρας	38
Εικόνα 3.19: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα στοιχεία τσιμεντοκονίας	39

Εικόνα 3.20: Απεικόνιση σύνδεσης τσιμεντοκονίας με τον σκελετό της κατασκευής	39
Εικόνα 3.21: Διαφορά μεταξύ των μοντέλων (πάκτωση-ελατήρια)	40
Εικόνα 3.22: Πρόσοψη και πλάγια όψη	41
Εικόνα 3.23: Άνοψη και πλάγια όψη $\frac{3}{4}$	42
Εικόνα 4.1: 1 ^η ιδιομορφή καμπτική στο επίπεδο Z με ιδιοσυχνότητα 9.7 Hz	46
Εικόνα 4.2: 2 ^η ιδιομορφή καμπτική στο επίπεδο Z με συχνότητα 13.3 Hz	47
Εικόνα 4.3: 3 ^η ιδιομορφή στρεπτική με συχνότητα 16.3 Hz	48
Εικόνα 4.4: 4 ^η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτική με συχνότητα 19.1 Hz	49
Εικόνα 4.5: 5 ^η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτική με συχνότητα 19.14 Hz	50
Εικόνες 5.1 - 5.3: Θέσεις επιταχυνσιόμετρων 1,2,3	59
Εικόνες 5.4,5.5: Θέσεις επιταχυνσιόμετρων 4,5	60
Εικόνα 5.6: Τοποθέτηση επιταχυνσιόμετρων στον σκελετό της κατασκευής	60
Εικόνες 5.7 – 5.15: Θέσεις και διευθύνσεις εφαρμογής δυνάμεων F_1 έως F_9	61
Εικόνα 5.16: Θέση και διεύθυνση εφαρμογής δύναμης F_{10}	62
Εικόνα 5.17: Αρίθμηση και κατεύθυνση εφαρμογής κρουστικών διεγέρσεων ...	62
Εικόνα 5.18: Κρουστικό σφυρί και χρονική ιστορία κρούσης μέσα από το Matlab	63
Εικόνα 5.19: Σύστημα συλλογής δεδομένων με χρήση του λογισμικού Labview	63
Εικόνα 5.20: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{6,y}$	64
Εικόνα 5.21: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{1,y}$	65
Εικόνα 5.22: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{4,y}$	65
Εικόνα 5.23: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{5,y}$	66
Εικόνα 5.24: Signal Analyzer για τις δυνάμεις F_1 , F_4 , F_5 και F_6 που ασκούνται στον άξονα Y	66

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η εκτίμηση των δυναμικών χαρακτηριστικών μιας μεταλλικής πεζογέφυρας που είναι κατασκευασμένη στο νέο κτήριο του πανεπιστημίου στη ΖΕΠ Κοζάνης. Για να επιτευχθεί αυτό, αξιοποιήθηκαν αριθμητικές μέθοδοι αναλυτικού υπολογισμού των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών της καθώς και μέθοδοι αναγνώρισης και προσδιορισμού των μορφικών παραμέτρων της, μέσω πειραματικών μετρήσεων. Τα 3D σχέδια της πεζογέφυρας δόθηκαν έτοιμα και εισήχθησαν στο λογισμικό πακέτο ANSA, ώστε να αναλυθεί η γεωμετρία, να αναπτυχθεί το υπολογιστικό μοντέλο και να πραγματοποιηθούν οι ιδιομορφικές αναλύσεις με την χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Analysis). Η μεθοδολογία βέλτιστης μορφικής αναγνώρισης (Rational Fraction Polynomial Method) χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετάδοσης (Frequency Response Functions) συγκεκριμένων σημείων της κατασκευής υπό συγκεκριμένη κρουστική διέγερση απέδωσε τις μορφικές παραμέτρους της πραγματικής κατασκευής. Η συνάρτηση μετάδοσης προσδιορίστηκε στο λογισμικό MATLAB με την εισαγωγή των δεδομένων από τις πειραματικές μετρήσεις επιτάχυνσης και δύναμης διέγερσης. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων της αριθμητικής και πειραματικής ανάλυσης κατέδειξε μια μέση απόκλιση (σφάλμα) από 1% έως 22% μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων των ιδιομορφών 1 - 5. Τέλος παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα τα οποία προέκυψαν μέσα από την συγκεκριμένη εργασία.

Λέξεις κλειδιά: Μεταλλική πεζογέφυρα, Αριθμητική ανάλυση, Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, Πειραματική αναγνώριση, Ιδιοσυχνότητες, Σφάλμα, ANSA, MATLAB

ABSTRACT

The purpose of this diploma thesis is to evaluate the dynamic characteristics of a metallic footbridge that is build in the new university structure in ZEP Kozani. To achieve this, there were used computational analysis methods to determine modal parameters along with methods implemented to recognize modal characteristics through experimental measurements (Experimental Identification). The 3D drawings of the footbridge were prepared and introduced in the ANSA software package, in order to analyze the geometry, to develop the computer model and to perform the peculiar analyzes using the Finite Element Analysis. The Rational Fraction Polynomial Method using the Frequency Response Functions of specific parts of the structure under specific shock stimulation yielded the formal parameters of the actual structure. The FRF was determined in MATLAB software by entering the data from the experimental measurements of acceleration and excitation force. The comparison of the results of the numerical and experimental analysis showed an average deviation (error) from 1% to 22% between the eigenfrequencies of the modes 1 - 5. Finally, some conclusions are presented which emerged from this work.

Key words: Metallic footbridge, Numerical analysis, Finite element analysis, Experimental identification, Eigenfrequencies, Error, ANSA, MATLAB

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε σε μια περίεργη και ιδιαίτερη περίοδο, λόγω της πανδημίας του ιού COVID-19, με τις συνθήκες επικοινωνίας και συνεργασίας να είναι πρωτόγνωρες και σε ορισμένες περιπτώσεις αρκετά δύσκολες.

Οφείλω επομένως να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου Δρ. Δ. Γιαγκόπουλο, αναπληρωτή καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας, για τη συνεχή καθοδήγηση και καθοριστική συμβολή του σε όλα τα στάδια της εργασίας από τη φάση της αρχικής ανάλυσης έως και την διεξαγωγή και ερμηνεία των πειραματικών μετρήσεων.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω να αποδώσω και στου βοηθούς του, Α. Αραϊλόπουλο και Π. Σεβεντεκίδη των οποίων η συμβολή ήταν καθοριστική, μεταλαμπαδεύοντας πολλές από τις γνώσεις τους στο λογισμικό ANSA και MATLAB.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ από καρδιάς στην οικογένεια μου, η οποία ήταν δίπλα μου καθ' όλη αυτή την περίεργη περίοδο, στηρίζοντας διαρκώς την προσπάθειά μου και ενισχύοντας την ψυχολογία μου, ώστε να καταφέρω να ολοκληρώσω τις σπουδές μου.

1. Εισαγωγή

Στη σημερινή εποχή, η ανάγκη για ελαφριές και ευέλικτες κατασκευές, οι οποίες χαρακτηρίζονται από αξιοπιστία και πλήρη λειτουργικότητα, έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη και ολοκληρωτική βελτίωση καινοτόμων μεθόδων που αποσκοπούν στο σωστό σχεδιασμό, ανάλυση και κατασκευή τους. Βασικό στοιχείο σε όλες τις πολύπλοκες μηχανολογικές, αεροναυπηγικές και δομικές κατασκευές αποτελεί η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς τους, γεγονός που έχει οδηγήσει στη χρήση αναλυτικών, αριθμητικών και πειραματικών μεθόδων, με ταυτόχρονο συνδυασμό τους.

Η μέθοδος ιδιομορφικής ανάλυσης αποτελεί μια από τις βασικές τεχνικές που εφαρμόζονται για τον καθορισμό και τη μελέτη των δυναμικών χαρακτηριστικών μιας κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα, η αναλυτική μέθοδος λαμβάνει υπόψη μαθηματικές μεθοδολογίες επίλυσης εξισώσεων (κυρίως διαφορικών), που προκύπτουν μέσω εφαρμογής κατάλληλων φυσικών νόμων και αρχών και των οποίων η λύση είναι δυνατή μόνο σε ιδιαίτερα γεωμετρικά σχήματα και καταπονήσεις. Από την άλλη, η ανάπτυξη των σύγχρονων Η/Υ έχει οδηγήσει στην ραγδαία αύξηση της υπολογιστικής ισχύος και των λογισμικών πακέτων, τα οποία καθιστούν τις αριθμητικές μεθόδους επίλυσης, όπως αυτή των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element), ταχύτερες και πρακτικές σε οποιοδήποτε πρόβλημα γενικής μορφής.

Η πειραματική μέθοδος, βασίζεται στη συλλογή και αξιολόγηση δεδομένων, καθώς και στην κατανόηση/ερμηνεία φαινομένων ταλάντωσης σε κατάλληλες πειραματικές διατάξεις. Οι μορφικές παράμετροι που περιγράφουν πλήρως το μοντέλο, είναι οι ιδιοσυχνότητες, οι ιδιομορφές και τα μέτρα απόσβεσης του συστήματος. Στόχος της παραπάνω διαδικασίας είναι ο προσδιορισμός, μέσω πειραματικών μετρήσεων, των συναρτήσεων μετάδοσης για δεδομένα σημεία της κατασκευής και συγκεκριμένη διέγερση, οι οποίες θα οδηγήσουν στον υπολογισμό των μορφικών παραμέτρων.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η εκτίμηση των δυναμικών χαρακτηριστικών μιας μεταλλικής πεζογέφυρας που είναι κατασκευασμένη στο νέο κτήριο του πανεπιστημίου στη ΖΕΠ Κοζάνης, με χρήση αριθμητικών και πειραματικών μεθόδων. Η πρακτική εφαρμογή μιας τέτοιας διαδικασίας είναι η συνολική και αξιόπιστη αναπαράσταση μιας υφιστάμενης κατασκευής για την οποία δεν υπάρχουν πολλές πληροφορίες, αλλά υπάρχει ανάγκη μελέτης, ανάλυσης και ενδεχομένως βελτίωσής της. Παρακάτω γίνεται μια ενδεικτική παρουσίαση των μερών της:

Το **πρώτο κεφάλαιο** περιλαμβάνει μια εισαγωγή στο θέμα και τον σκοπό της εργασίας, τονίζοντας την σημασία των αριθμητικών και πειραματικών μεθόδων στις σύγχρονες κατασκευές.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** περιλαμβάνει κάποια γενικά στοιχεία σχετικά με τις μεταλλικές κατασκευές και τους λόγους/πλεονεκτήματα που έχουν οδηγήσει στην ευρέως διαδεδομένη χρήση τους σε όλες τις πτυχές της ανθρώπινης ζωής. Επίσης γίνεται αναφορά και στο βασικό υλικό της πεζογέφυρας, τον χάλυβα, αναλύοντας τα πλεονεκτήματά του.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** γίνεται ακτενής αναφορά στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και παρουσιάζεται η μεθοδολογία διακριτοποίησης και προετοιμασίας του αριθμητικού

μοντέλου της πεζογέφυρας για την ιδιομορφική ανάλυση που ακολουθεί. Επίσης γίνεται αναφορά στη δομή των εμπορικών λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων και απεικονίζονται οι ολοκληρωμένες όψεις της πεζογέφυρας μέσα από το λογισμικό του ANSA.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η μεθοδολογία που εφαρμόζεται για την αριθμητική επίλυση του μοντέλου με όλες τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται, Επιπρόσθετα παρατίθενται οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προέκυψαν από την ιδιομορφική ανάλυση και απεικονίζονται οι αντίστοιχες ιδιομορφές τους.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** γίνεται αναφορά στον πειραματικό προσδιορισμό της συνάρτησης μετάδοσης (FRF). Παρουσιάζεται η διαδικασία που ακολουθήθηκε, τα πιο διαδεδομένα όργανα εκτέλεσης πειραμάτων, οι διάφορες μορφές διέγερσης και οι τρόποι επεξεργασίας των δεδομένων ώστε να προκύψει η παραπάνω συνάρτηση. Τέλος, γίνεται σύγκριση μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων του πειραματικού και του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, υπολογίζοντας ένα μέσο σφάλμα μεταξύ των δύο μεθόδων.

Στο **έκτο και τελευταίο κεφάλαιο** γίνεται μια σύνοψη ολόκληρης της εργασίας και παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα που προκύπτουν μέσα από αυτήν, καθώς και μια επεξήγηση της διαδικασίας που ακολουθήθηκε.

2. Μεταλλικές κατασκευές και πεζογέφυρες

Γέφυρα είναι μία αρχιτεκτονική ή τεχνική κατασκευή με την οποία επιτυγχάνεται ζεύξη δύο ή περισσότερων σημείων υπεράνω μεσολαβούντος εμποδίου (φυσικού ή τεχνητού). Πρόκειται για χρήσιμες και εντυπωσιακές κατασκευές, οι οποίες όμως έχουν πολλές ιδιομορφίες και λεπτά σημεία στην ανάλυση, τη διαστασιολόγηση και την ανέγερσή τους γεγονός που απαιτεί γνώσεις, εμπειρία αλλά και προσοχή των ατόμων που τις μελετούν.

Η κατασκευή μεταλλικών πεζογεφυρών συναντάται κυρίως σε βιομηχανικά κτίρια, σε μεγάλες λεωφόρους και κοντά σε σχολεία, εξυπηρετώντας την ασφαλή μετακίνηση αυτών που τις χρησιμοποιούν. Ένεκα της ιδιαίτερης σημασίας τους, ως κύριο υλικό χρησιμοποιείται ο χάλυβας. Οι μέθοδοι κατασκευής και ανέγερσης, μέρα με την μέρα βελτιώνονται, ενώ η επαναστατική εξέλιξη της βιομηχανίας του σιδήρου δίνει τη δυνατότητα μαζικής παραγωγής του απαραίτητου υλικού, σε ποιότητες συνεχώς βελτιούμενες.

Επιπρόσθετα, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, η εμφάνιση του σκυροδέματος συντέλεσε στην εξεύρεση της τεχνικά αρτιότερης και οικονομικά βέλτιστης λύσης στα προβλήματα γεφυροποιίας, με αποκορύφωμα την ανάπτυξη κατά τις τελευταίες δεκαετίες των σύμμικτων κατασκευών.

Ο σχεδιασμός των πεζογεφυρών διαφέρει από τις άλλες γέφυρες διότι είναι ελαφρύτερες κατασκευές και ευάλωτες στις έντονες ταλαντώσεις, όταν βρίσκονται κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες δυναμικής φόρτισης, όπως η δράση κίνησης ενός ατόμου ή μιας ομάδας πεζών. Τα τελευταία χρόνια, παρατηρείται μια τάση στον τομέα της γεφυροποιίας για μεγαλύτερες και ελαφρύτερες κατασκευές. Η εξέλιξη της τεχνολογίας, των δομικών υλικών καθώς και των σχεδιαστικών μοντέλων, οδήγησε στον σχεδιασμό ελαφρύτερων πεζογεφυρών με μικρότερες διατομές και μεγαλύτερα ανοίγματα.

Η αλλαγή αυτή στον σχεδιασμό, έχει επιφέρει την αλλαγή στα φυσικά χαρακτηριστικά της κατασκευής όπως είναι η απόσβεση, η μάζα, η δυσκαμψία και κατά συνέπεια οι ιδιοσυχνότητες. Οι ιδιοσυχνότητες κυμαίνονται σε τέτοιες τιμές, έτσι ώστε να επιτρέπουν πιο εύκολα την εμφάνιση των έντονων ταλαντώσεων και να δημιουργούν το αίσθημα ανασφάλειας για τους πεζούς. Αυτό το φαινόμενο ενισχύεται από το γεγονός ότι οι καινούριες πεζογέφυρες έχουν μικρότερη απόσβεση.

Τόσο οι κατακόρυφες, όσο και οι οριζόντιες ταλαντώσεις μπορούν να θεωρηθούν ως ενοχλητικό αποτέλεσμα, κατά τη διάρκεια της παραμονής στη γέφυρα και συνεπώς μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά την λειτουργικότητά της. Η αντίληψη των ταλαντώσεων είναι ένα αρκετά πολύπλοκο θέμα και παίζει σημαντικό ρόλο, καθώς έχει πολλούς παράγοντες που επηρεάζουν την ανθρώπινη ψυχολογία. Οι πεζοί είναι πολύ πιο ευαίσθητοι στις οριζόντιες ταλαντώσεις, λόγω του ότι μπορούν να χάσουν πιο εύκολα την ισορροπία τους σε αυτή τη διεύθυνση.

2.1 Πλεονεκτήματα μεταλλικών πεζογεφυρών

Οι μεταλλικές πεζογέφυρες, ξεχωρίζουν ως κατασκευή κυρίως για τα τεράστια πλεονεκτήματά τους. Η αλήθεια είναι ότι η επιλογή της συγκεκριμένης μεταλλικής κατασκευής δεν είναι η μόνη. Ωστόσο κερδίζει έναντι όλων των υπολοίπων για τους παρακάτω λόγους:

- Οι μεταλλικές πεζογέφυρες αποτελούν γερές κατασκευές με μεγάλη αντοχή.
- Λόγω του χάλυβα ως βασικού δομικού υλικού, προσφέρουν αντισεισμική προστασία.
- Ο χρόνος για την μελέτη, την κατασκευή και την εγκατάσταση είναι σχετικά μικρός.
- Προσφέρει μέγιστη ασφάλεια.
- Οι ιδιότητες του υλικού δεν αλλάζουν με το πέρασμα του χρόνου αλλά διατηρούνται πόσο μάλλον όταν γίνεται και η σωστή συντήρησή του.
- Σχετικά μικρό κόστος κατασκευής έναντι των πλεονεκτημάτων.

Για όλους τους ανωτέρω λόγους, η κατασκευή μεταλλικών πεζογεφυρών αποτελεί μια εξαιρετική κατασκευαστική λύση η οποία επιλέγεται από ένα πλήθος επαγγελματιών και ιδιωτών.

2.2 Χάλυβας

Ο χάλυβας είναι ένα κράμα του χημικού στοιχείου σιδήρου (Fe) σε ποσοστό 98% περίπου και διάφορων άλλων στοιχείων, με κυριότερο τον άνθρακα (C) σε ποσοστό 0,15% - 1,8%. Σήμερα ο χάλυβας αποτελεί ένα από τα σπουδαιότερα βιομηχανικά κατασκευαστικά υλικά, ακολουθώντας σε κατάταξη το σκυρόδεμα και το ξύλο. Απόδειξη για το παραπάνω αποτελούν οι πολλαπλές χρήσεις του καλύπτοντας ένα μεγάλο φάσμα δραστηριοτήτων που ξεκίνα από την ναυπηγική και την αρχιτεκτονική και καταλήγει στην παρασκευή χειρουργικών εργαλείων. Στον κλάδο των κατασκευών, τον οποίο και θα εξετάσουμε χρησιμοποιείται συνηθέστερα ο μαλακός χάλυβας, του οποίου η περιεκτικότητα σε άνθρακα είναι πολύ μικρή (δεν ξεπερνά το 0,3 % κ.β.). Όσο μεγαλύτερη είναι η περιεκτικότητα ενός χάλυβα σε άνθρακα, τόσο μεγαλύτερη είναι η σκληρότητα και η αντοχή του. Αντίθετα, μικρή περιεκτικότητα συνεπάγεται μεγάλη πλαστιμότητα και ικανότητα συγκόλλησης του. Γενικά ισχύει ότι με τις κατάλληλες αναλογίες των συστατικών στοιχείων στην χημική του σύσταση και σε συνδυασμό με μία ακριβή θερμική επεξεργασία, οι ιδιότητες του χάλυβα είναι δυνατόν να ρυθμιστούν με μεγάλη ακρίβεια, ώστε να εξυπηρετείται ο σκοπός της εκάστοτε χρήσης του.



Εικόνα 2.1: Χάλυβας

Εύλογο είναι το ερώτημα των λόγων για τους οποίους προτιμάται ο δομικός χάλυβας έναντι κάποιων άλλων μετάλλων για την κατασκευή των πεζογεφυρών. Επομένως κρίνεται σκόπιμη η παρουσίαση των σημαντικότερων πλεονεκτημάτων του:

- Μεγάλη αντοχή ή μεγάλος λόγος αντοχής προς ίδιο βάρος.
- Ομοιογένεια υλικού, δηλαδή σταθερά χαρακτηριστικά κατά μήκος της μάζας του.
- Μονιμότητα, δηλαδή μηδενικές μεταβολές των χαρακτηριστικών του με την παροδο του χρόνου.
- Ελαστικότητα. Ο χάλυβας συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι σχετικά υψηλές τάσεις, τα δε γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του προσδιορίζονται με μεγάλη ακρίβεια.
- Ολκιμότητα, δηλαδή ικανότητα να υπόκειται σε μεγάλες παραμορφώσεις χωρίς να αστοχεί. Ως αποτέλεσμα επιτρέπει την ανάπτυξη τοπικής διαρροής σε σημεία όπου εμφανίζεται συγκέντρωση υψηλών τάσεων υπό τα φορτία σχεδιασμού, με αποτέλεσμα την ανακατανομή της έντασης και την πρόληψη πρόωρης αστοχίας.
- Σχετικά μικρό βάρος, το οποίο συνεπάγεται καλύτερη συμπεριφορά έναντι σεισμικών δονήσεων.
- Ευχέρεια διάνοιξης οπών και δυνατότητα επαναχρησιμοποίησής του.

Ο Χάλυβας παρασκευάζεται με εξανθράκωση του χυτοσιδήρου. Το σχήμα που δίνεται στο υλικό μετά την έξοδό του από τις διάφορες καμίνους και που οφείλεται στο σχήμα των καλουπιών, μέσα στα οποία χύνεται το λιωμένο μέταλλο, είναι συνήθως πρισματικό ή κόλουρη πυραμίδα (χελώνα), γεγονός που το καθιστά ακατάλληλο για τις διάφορες βιομηχανικές και δομικές χρήσεις. Επομένως επιτακτική είναι η ανάγκη μορφοποίησής του χάλυβα, όπου για τα δομικά υλικά πραγματοποιείται συνήθως μέσω της μεθόδου της κυλίνδρωσης-έλασης, η οποία βασίζεται στην ιδιότητα της ελατότητας του.



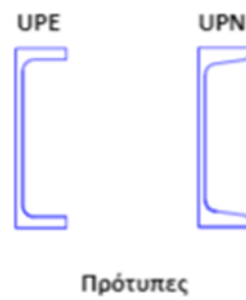
Εικόνα 2.2: Διάφορες διατομές χάλυβα

Οι διατομές που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές από χάλυβα διαθέτουν μία μεγάλη ποικιλία μορφών και διαστάσεων ώστε να καλύπτουν μεγάλο εύρος απαιτήσεων σχεδιασμού που μπορεί να εμφανιστεί στην πράξη. Οι πλέον συνήθεις μορφές διατομών είναι οι εξής:

a) Διατομές διπλού ταυ



b) Διατομές μορφής U ή C



c) Κοίλες διατομές (κοιλοδοκοί)



d) Διατομές γωνιακών ή διατομές μορφής L



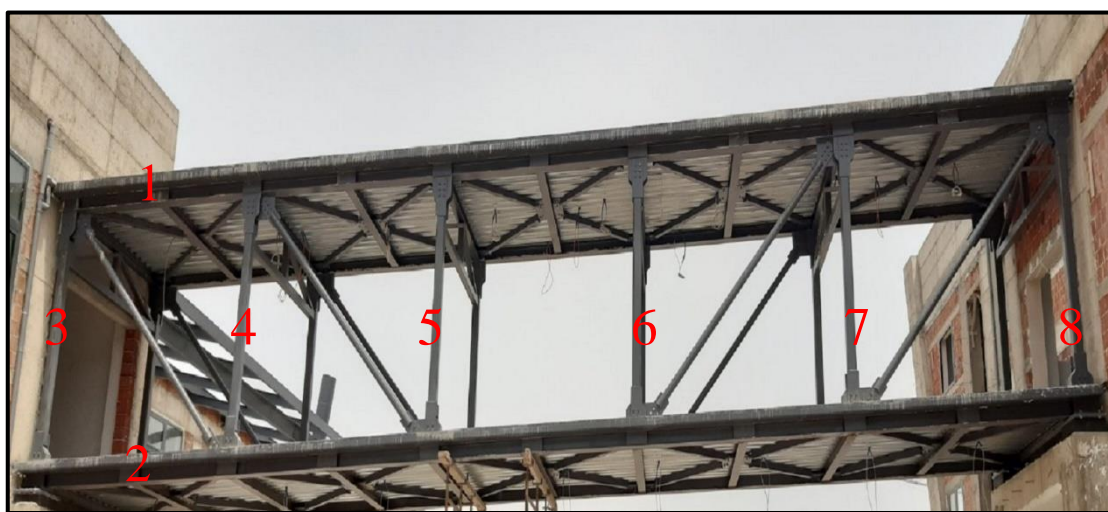
Ιδιότητα	Σύμβολο	Τιμή
Μέτρο ελαστικότητας	E	200000 – 210000 MPa
Λόγος Poisson	ν	0.3
Πυκνότητα	ρ	7850 kg/m ³
Συντελεστής θερμικής διαστολής	α	12*10 ⁻⁶ / °C

Πίνακας 2.1: Ιδιότητες Χάλυβα

2.3 Περιγραφή κατασκευής

Η συγκεκριμένη μεταλλική πεζογέφυρα είναι κατασκευασμένη στο καινούριο κτήριο του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας στην περιοχή της ΖΕΠ του νομού Κοζάνης. Πρόκειται για μια σύγχρονη κατασκευή που πληροί όλα τα απαραίτητα μέτρα ασφαλείας και προστασίας, διασφαλίζοντας την μετακίνηση φοιτητών και καθηγητών μεταξύ των δύο κτηρίων στα οποία είναι κατασκευασμένη. Παρακάτω γίνεται μια προσπάθεια περιγραφής της γέφυρας καθώς και των μερών από τα οποία αποτελείται.

Αρχικά, ο σκελετός της κατασκευής αποτελείται από τέσσερις μεγάλες δοκούς (δύο σε κάθε πλευρά) διατομής διπλού ταν τύπου Η, μήκους 17,8m, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους μέσω δώδεκα κάθετων τετραγωνικών κοιλοδοκών μήκους 2,73m.



Εικόνα 2.3: Απεικόνιση μιας πλευράς της γέφυρας όπου 1,2 οι δύο δοκοί τύπου Η και 3,4,5,6,7,8 οι έξι κάθετοι τετραγωνικοί κοιλοδοκοί.

Οι κοιλοδοκοί αυτοί είναι συγκολλημένοι πάνω σε συμπαγή ελάσματα χάλυβα, τα οποία είναι βιδωμένα μεταξύ τους σε έξι σημεία τα οποία με τη σειρά τους είναι συγκολλημένα στο άνω και κάτω πέλαμα των δοκών Η αντίστοιχα.



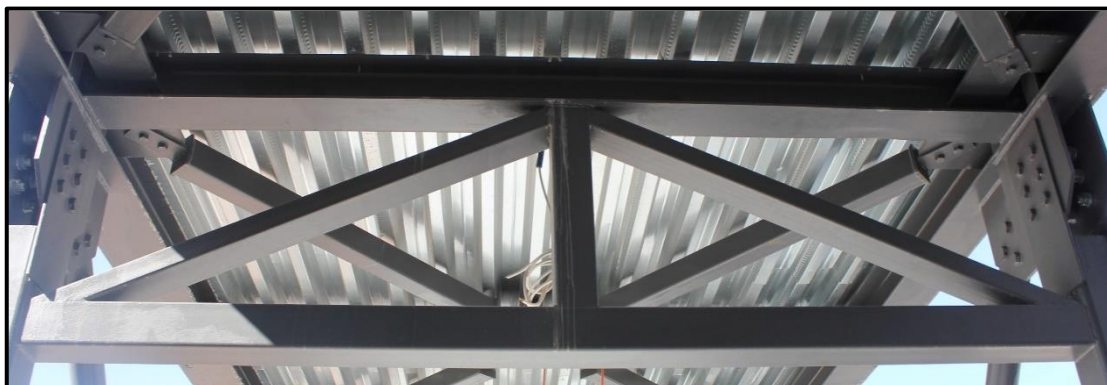
Εικόνα 2.4: Απεικόνιση σύνδεσης κάθετων κοιλοδοκών και δοκών τύπου Η μέσω των συμπαγών ελασμάτων

Στο άνω και κάτω μέρος της γέφυρας οι μεγάλοι δοκοί τύπου Η συνδέονται μεταξύ τους με εικοσιδύο δοκούς τύπου Η μήκους 3,2m τοποθετημένους κάθετα προς αυτούς, καθώς και με δέκα διατάξεις μορφής Χ, πέντα πάνω και πέντε κάτω (όπως φαίνεται στην εικόνα 1). Μια διάταξη μορφής Χ, αποτελείται από τέσσερις τετραγωνικούς κοιλοδοκούς μήκους 1,55m ο καθένας, οι οποίοι είναι βιδωμένοι σε δύο σημεία σε συμπαγή μεταλλικά ελάσματα, τα οποία με την σειρά τους είναι συγκολλημένα σε όλο το σύνολο των δοκών τύπου Η.



Εικόνα 2.5: Απεικόνιση διάταξης μορφής Χ

Στο επάνω μόνο μέρος της γέφυρας υπάρχουν έξι επιπλέον διατάξεις, διαφορετικής μορφής από τις Χ, οι οποίες αποτελούνται από δύο τετραγωνικές κοιλοδοκούς κάθετες μεταξύ τους και δύο διαγώνιες κοιλοδοκούς που είναι συγκολλημένες τόσο σε αυτές όσο και στις κάθετες κοιλοδοκούς καθώς και στις μικρές δοκούς τύπου Η. Με αυτόν τον τρόπο είναι στην ουσία σαν να δημιουργούν τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα, τα οποία ενισχύουν την σύνδεση της κατασκευής και την κατανομή των φορτίων.



Εικόνα 2.6: Απεικόνιση διαφορετικής διάταξης στο επάνω μέρος της γέφυρας

Από την άλλη, στις δύο εξωτερικές πλευρές της γέφυρας υπάρχουν επιπλέον οκτώ κυκλικές κοιλοδοκοί μήκους 4m, τέσσερις σε κάθε πλευρά, οι οποίες είναι συγκολλημένες και βιδωμένες σε έξι σημεία με συμπαγή μεταλλικά ελάσματα, τα οποία με την σειρά τους είναι συγκολλημένα στο άνω και κάτω πέλμα των μεγάλων δοκών τύπου Η.



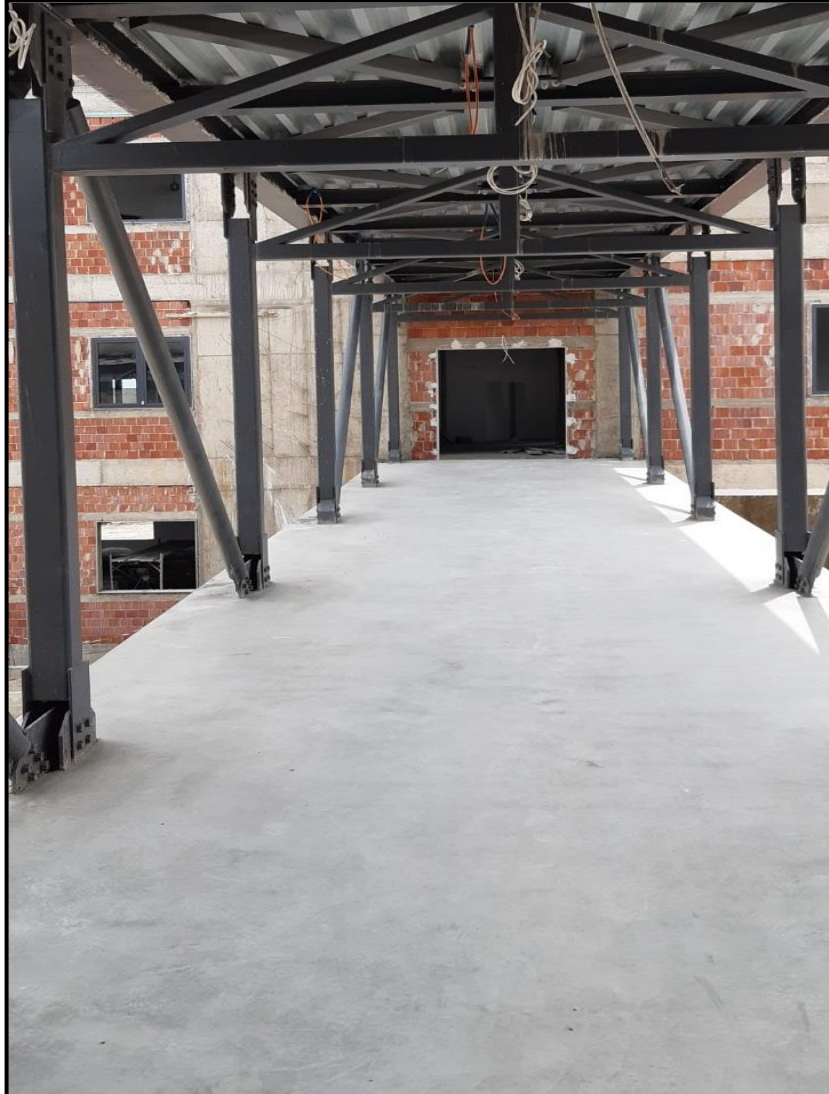
Εικόνα 2.7: Απεικόνιση κυκλικών κοιλοδοκών

Στις τέσσερις βάσεις της κατασκευής, υπάρχουν από ένα κομμάτι καουτσούκ πάχους 160mm, στο επάνω μέρος του οποίου είναι συγκολλημένες δύο μεταλλικές πλάκες όπου γίνεται η πρόσδεση ολόκληρης της κατασκευής με κοχλιοσυνδέσεις σε τέσσερα σημεία. Έτσι επιτυγχάνεται η σύνδεση της γέφυρας με τα δύο κτήρια ως ένας διάδρομος που τα ενώνει.



Εικόνα 2.8: Απεικόνιση πρόσδεσης της κατασκευής

Τέλος, τόσο στο επάνω όσο και στο κάτω μέρος της πεζογέφυρας υπάρχει ένα κομμάτι λαμαρίνας, πάνω στο οποίο έχει στρωθεί τσιμεντοκονία, η οποία έχει τον ρόλο της οροφής και του δαπέδου αντίστοιχα, διασφαλίζοντας την μετακίνηση όσων την χρησιμοποιούν.



Εικόνα 2.9: Απεικόνιση τσιμεντοκονίας στο δάπεδο της γέφυρας

3. Μέθοδος Πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method, FEM) είναι μια αριθμητική μέθοδος για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η ανάπτυξή της μπορεί να θεωρηθεί ως συνδυασμός τριών βασικών επιστημονικών περιοχών, των ενεργειακών μεθόδων της μηχανικής, της θεωρίας προσεγγίσεων των μαθηματικών και τέλος των πληροφοριακών συστημάτων σχεδιασμού CAD (Computer Aided Design). Αποτελεί εξέλιξη των κλασικών προσεγγιστικών μεθόδων επίλυσης προβλημάτων δυναμικής κατασκευών, στις οποίες είναι απαραίτητος ο καθορισμός της χωρικής εξάρτησης της απόκρισης σε όλη την έκταση της εξεταζόμενης διάταξης. Από την άλλη, το μειονέκτημα της μεθόδου έγκειται στις αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ, ιδιαίτερα όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα με μεταβλητές υλικές ιδιότητες, γεγονός όμως που έχει ξεπεραστεί πλέον, με τη ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Τα προβλήματα που μπορούν να επιλυθούν με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι πολλών εκατομμυρίων βαθμών ελευθερίας και ο χρόνος επίλυσής τους κυμαίνεται μεταξύ μερικών λεπτών έως και κάποιων ωρών. Από την επίλυση του μοντέλου παράγονται μεγέθη και ακριβή αποτελέσματα τα οποία η αναλυτική μέθοδος αδυνατεί να υλοποιήσει και τα οποία είναι ιδιαίτερα σημαντικά καθώς επιτρέπουν τον πειραματισμό και τις διάφορες διορθώσεις/βελτιώσεις πριν την τελική κατασκευή του πρωτοτύπου. Επίσης, η ταυτόχρονη ανάπτυξη πολλών λογισμικών συστημάτων επίλυσης έχουν καταστήσει δυνατή την περιγραφή μεγάλης ποικιλίας υλικών, φορτίσεων και διεγέρσεων καθώς και μηχανολογικών καταστάσεων όπως η κόπωση και η αστοχία. Κάθε επιλυτής υποστηρίζει μία ή περισσότερες μεθόδους επίλυσης καθώς και τη διενέργεια περισσότερων του ενός τύπου αναλύσεων. Επομένως, είναι κατανοητό πως στις μέρες μας είναι εφικτή η δημιουργία πολύ λεπτομερών ψηφιακών μοντέλων, τα οποία μπορούν πλέον να λυθούν σε σχετικά οικονομικούς ηλεκτρονικούς υπολογιστές και σε σύντομο χρονικό διάστημα.

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ο πραγματικός φορέας της ύλης διαιρείται σε διάφορα στοιχεία (Elements), τα οποία συνδέονται μεταξύ τους σε καθορισμένες αρθρώσεις που ονομάζονται κόμβοι (Nodes). Με τον τρόπο αυτό, σχηματίζεται στην ουσία το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο περιέχει τις δομικές και υλικές ιδιότητες του μοντέλου και καθορίζει τον τρόπο αντίδρασής του στις διάφορες συνθήκες. Με δεδομένο ότι η πραγματική μεταβολή των μεταβλητών της μετατόπισης, της θερμοκρασίας, της ταχύτητας και της πίεσης μέσα στο σύνολο της γεωμετρίας δεν είναι γνωστή, γίνεται η υπόθεση ότι η διακύμανσή της μπορεί να προσεγγιστεί από μια απλή συνάρτηση. Αυτά τα μοντέλα παρεμβολής, δηλαδή στην ουσία οι προσεγγιστικές συναρτήσεις, ορίζονται σε σχέση με τις τιμές των μεταβλητών στους κόμβους. Με τον τρόπο αυτό, παρ' όλο που υπάρχει μεγάλος αριθμός κομβικών μετατοπίσεων ο αριθμός τους ωστόσο είναι πεπερασμένος. Επομένως, με μόνο άγνωστο τις μετατοπίσεις στους κόμβους, το πρόβλημα μετατρέπεται από συνεχές σε διακριτό και μπορεί να εκφραστεί ως ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, οι οποίες επιλύονται με αριθμητικές (μητρικές) μεθόδους.

Η λύση ενός συνεχούς προβλήματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, όπως περιγράφηκε παραπάνω, ακολουθεί μια συγκεκριμένη μεθοδολογία. Με αναφορά στα στατικά προβλήματα η μεθοδολογία αυτή περιλαμβάνει:

I. Διακριτοποίηση της δομής.

Το πρώτο βήμα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι ο διαχωρισμός της γεωμετρίας σε μικρότερα στοιχεία (Elements), των οποίων ο τύπος, η διάταξη, το μέγεθος και ο συνολικός τους αριθμός καθορίζεται από τον μελετητή, με βάση τις εκάστοτε απαιτήσεις καθώς και την εμπειρία του.

II. Επιλογή κατάλληλου μοντέλου παρεμβολής ή μετατόπισης.

Η επίλυση της μετατόπισης μιας περίπλοκης γεωμετρίας κάτω από οποιαδήποτε μορφή φόρτισης δεν μπορεί να προβλεφθεί επακριβώς. Επομένως επιτακτική είναι η υπόθεση μιας κατάλληλης και απλής, από υπολογιστικής άποψης λύσης, η οποία θα πρέπει να συγκλίνει και να προσεγγίζει την άγνωστη λύση. Συνήθως η λύση που λαμβάνεται για την μετατόπιση βρίσκεται σε πολυωνυμική μορφή.

III. Παραγωγή μητρώων στιβαρότητας και διανυσμάτων φορτίου του στοιχείου.

Το μητρώο στιβαρότητας $[K^{(g)}]$ και το διάνυσμα φορτίου $\vec{P}^{(g)}$ του στοιχείου g , υπολογίζονται είτε χρησιμοποιώντας τις αρχικές συνοριακές συνθήκες ισορροπίας είτε μέσω μιας κατάλληλης αρχής μεταβολών.

IV. Λήψη ολικών εξισώσεων ισορροπίας από τη συνάθροιση των εξισώσεων των στοιχείων.

Το γεγονός ότι η κατασκευή αποτελείται από πληθώρα πεπερασμένων στοιχείων συνεπάγεται ότι τα μητρώα στιβαρότητας και τα διανύσματα φορτίου πρέπει να συνταχθούν με σωστό και κατάλληλο τρόπο, ενώ οι εξισώσεις ισορροπίας σύμφωνα με τη σχέση:

$$[K] * \vec{U} = \vec{P}$$

Όπου $[K]$ είναι ο πίνακας στιβαρότητας, \vec{U} το διάνυσμα κομβικών μετατοπίσεων και \vec{P} το διάνυσμα κομβικών φορτίων για ολόκληρη τη δομή.

V. Επίλυση ως προς τις άγνωστες κομβικές μετατοπίσεις.

Η τροποποίηση των εξισώσεων ισορροπίας γίνεται μέσω της ενσωμάτωσης των οριακών συνθηκών και εκκράζονται από τη σχέση:

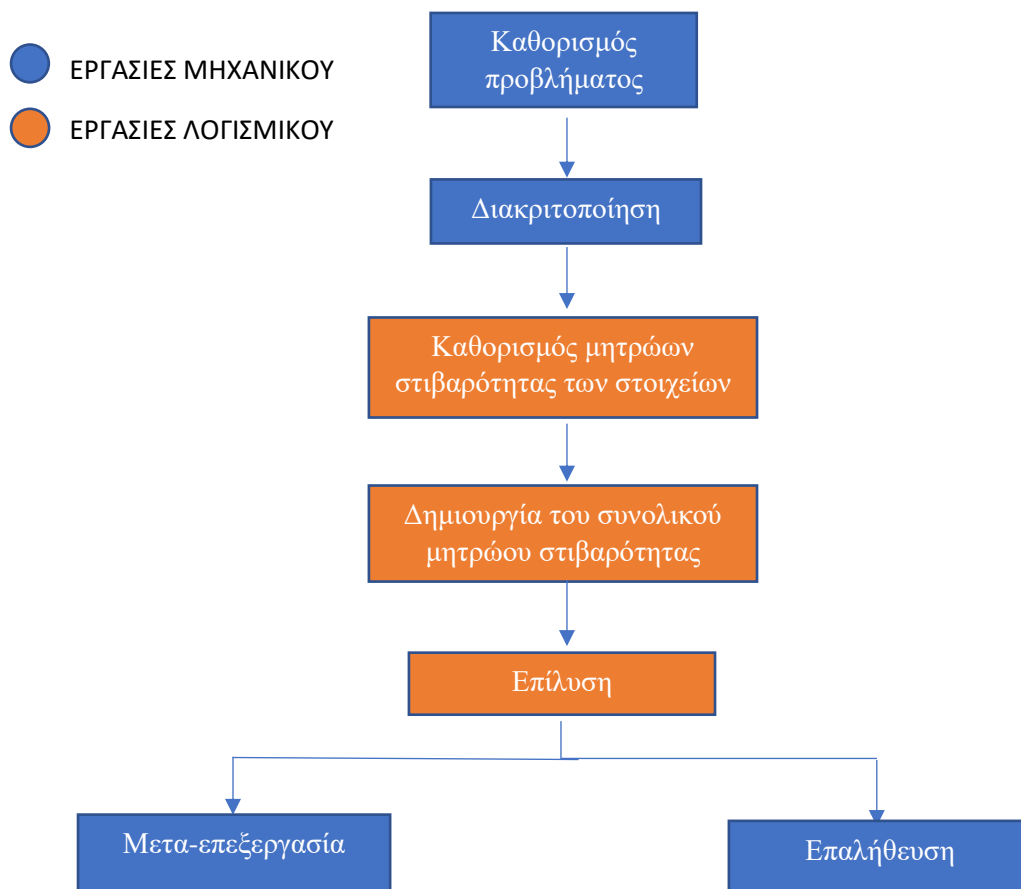
$$[K] * \vec{U} = \vec{P}$$

Όπου για γραμμικά προβλήματα, το διάνυσμα \vec{U} λύνεται πολύ εύκολα, ενώ για μη γραμμικά προβλήματα είναι αναγκαία η μεταβολή του μητρώου στιβαρότητας $[K]$ ή/και του διανύσματος φορτίου \vec{P} .

VI. Υπολογισμός παραμορφώσεων και καταπονήσεων του συνόλου των στοιχείων.

Με τη χρήση των απαραίτητων εξισώσεων των στερεών και της μηχανικής και μέσω των γνωστών κομβικών μετατοπίσεων \vec{U} , μπορούν εύκολα να υπολογιστούν οι παραμορφώσεις και οι καταπονήσεις της κατασκευής.

Η παραπάνω μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πληθώρα μελετών, με τις απαραίτητες τροποποιήσεις κάθε φορά, ανάλογα με τη φύση του προβλήματος. Ο μηχανικός που ασχολείται με το μοντέλο προσδιορίζει το είδος και πιθανόν τη θέση των αποτελεσμάτων που τον ενδιαφέρουν στην ανάλυση. Με το πέρας της επίλυσης προκύπτουν τα ζητούμενα μεγέθη για την κατασκευή, όπως για παράδειγμα μετατοπίσεις και καταπονήσεις του υλικού. Το άνω όριο στο μέγεθος του μοντέλου τίθεται από τις τεχνολογικές ιδιότητες του υπολογιστή, καθώς και από τον επιλυτή που χρησιμοποιείται και από τις συνοδευτικές εφαρμογές προετοιμασίας του μοντέλου ή επεξεργασίας των αποτελεσμάτων. Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα γίνει προσαρμογή των βημάτων, καθώς επικεντρώνεται στην εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων της μεταλλικής πεζογέφυρας και την σύγκριση αυτών με τις πειραματικές μετρήσεις.

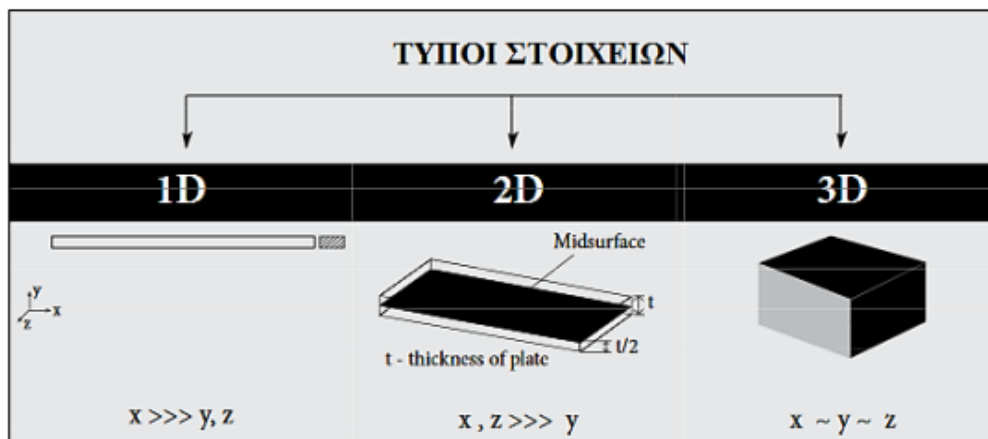


Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων

3.1 Διακριτοποίηση στοιχείων και γεωμετρίας

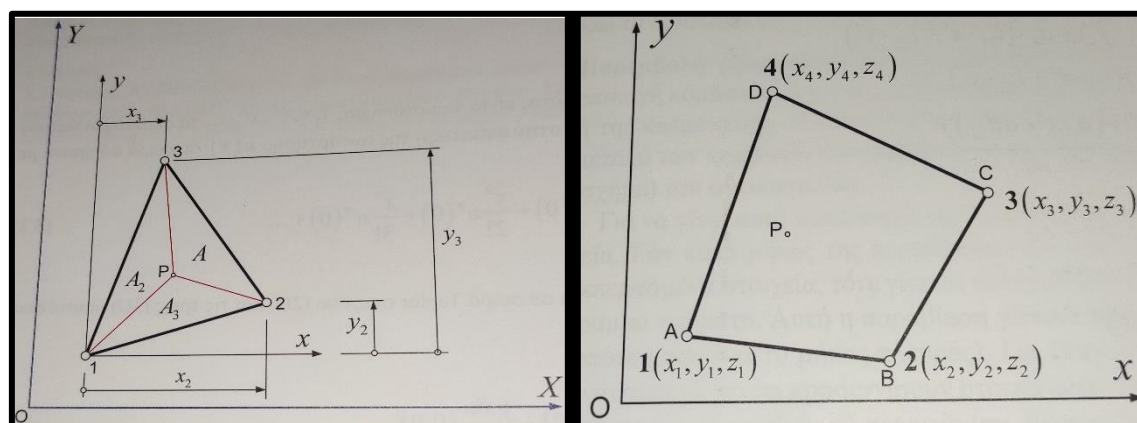
Πρώτο βήμα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η διακριτοποίηση της γεωμετρίας, δηλαδή η διαίρεσή της σε πολλά και μικρότερα στοιχεία, με απώτερο σκοπό την μείωση των βαθμών ελευθερίας. Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει η παραπάνω ανάλυση, οι οποίοι συνεπάγονται διαφορετικούς χρόνους υπολογισμού και προσεγγιστικών λύσεων.

Το σημαντικότερο σημείο της διαδικασίας είναι το αρχικό σώμα να προσωμοιώνεται όσο το δυνατόν καλύτερα, χωρίς να αυξάνει την προσπάθεια και τον χρόνο επίλυσης. Επομένως, ο μηχανικός με βάση την εμπειρία και την κρίση του θα πρέπει να δώσει ιδιαίτερη προσοχή σε σημεία όπως τα ελεύθερα άκρα, στρογγυλέματα, οπές, κ.α, ώστε να επιλέξει με σωστό τρόπο το σχήμα, το μέγεθος και τις διαμορφώσεις των στοιχείων, για να μην του δημιουργήσουν προβλήματα στην ανάλυση μετέπειτα. Από την άλλη, ο τύπος του στοιχείου που θα επιλεγεί, καθορίζεται από την ίδια την γεωμετρία και τον αριθμό των απαραίτητων ανεξάρτητων συντεταγμένων της κατασκευής.



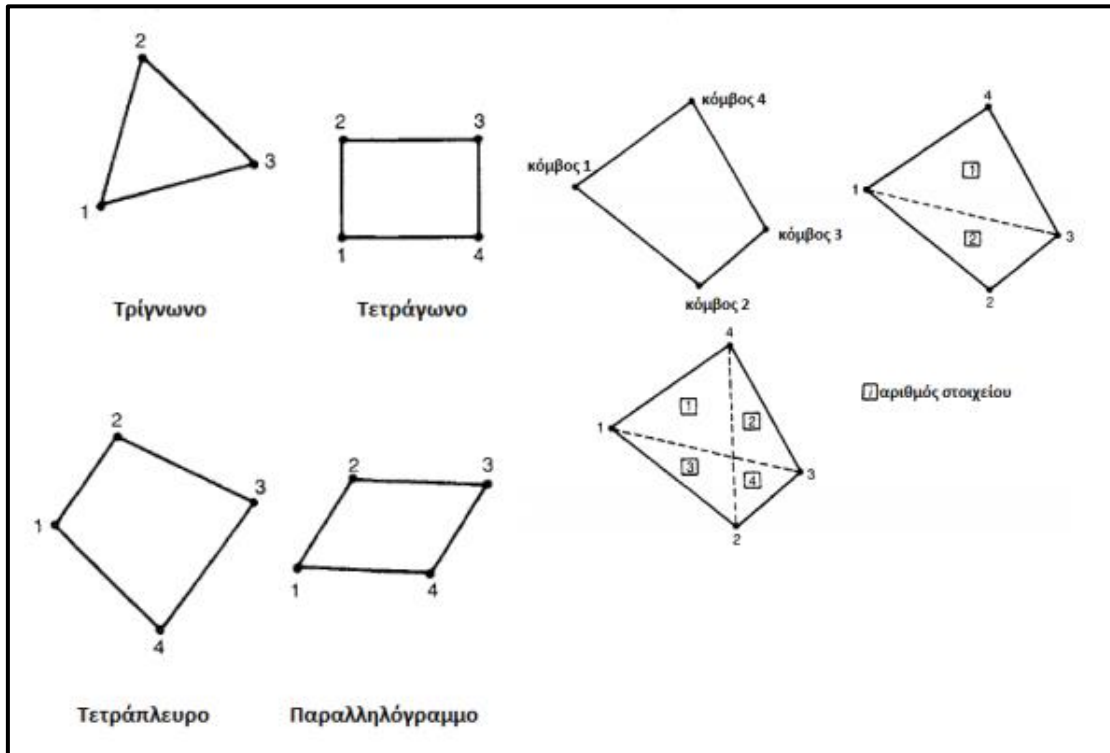
Εικόνα 3.1: Βασικοί τύποι πεπερασμένων στοιχείων

Σε περίπτωση που οι ιδιότητες, οι μεταβλητές και η γεωμετρία μπορούν να περιγραφούν αποκλειστικά με χρήση μιας χωρικής συντεταγμένης, τότε επιλέγονται μονοδιάστατα ή γραμμικά στοιχεία. Στην ανάλυση δοκών, οι τιμές της εγκάρσιας μετατόπισης καθώς και η κλίση επιλέγονται ως άγνωστοι σε κάθε κόμβο (βαθμοί ελευθερίας).



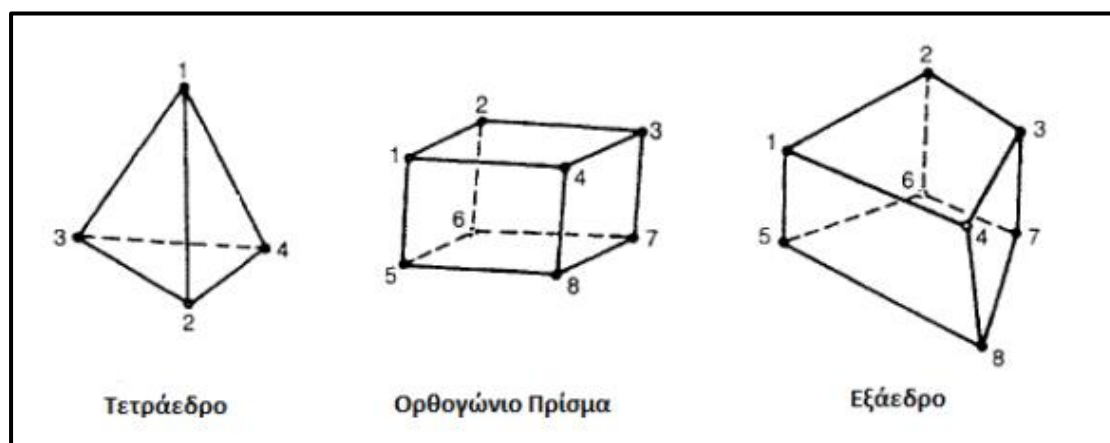
Εικόνα 3.2: Τριγωνικό γραμμικό (αριστερά) και τετρακομβικό (δεξιά) πεπερασμένο στοιχείο

Σε περίπτωση που απαιτούνται δύο όροι ανεξάρτητων χωρικών συντεταγμένων, γίνεται χρήση δισδιάστατων στοιχείων, με βασικότερο το τριγωνικό. Ωστόσο, πολλές φορές η επιλογή ενός τετράπλευρου στοιχείου, παρόλο που στην ουσία αποτελεί ένωση δύο ή τεσσάρων τριγωνικών στοιχείων, ενέχει περισσότερα πλεονεκτήματα στην ανάλυση.



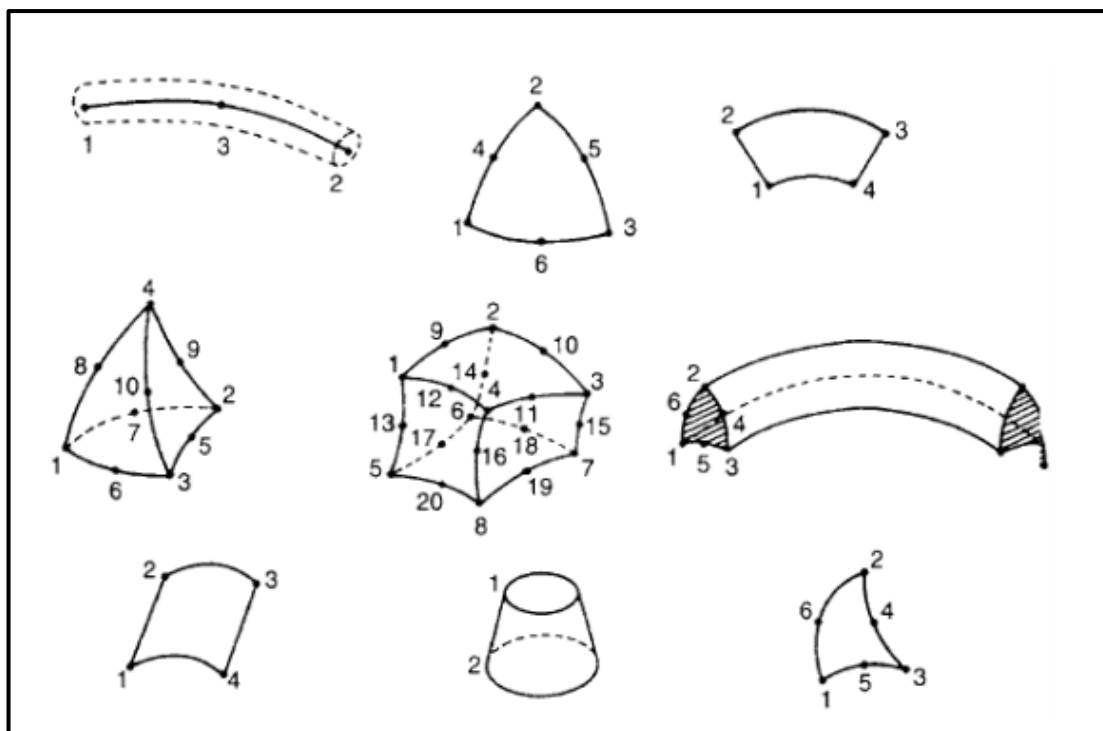
Εικόνα 3.3: Δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία

Σε περίπτωση που απαιτούνται τρεις ανεξάρτητες χωρικές συντεταγμένες, χρησιμοποιούνται τρισδιάστατα στοιχεία, με βασικότερο το τετραεδρικό. Ωστόσο, πολλές φορές η επιλογή ενός εξαεδρικού στοιχείου, παρόλο που στην ουσία αποτελεί ένωση πέντε τετραεδρικών, ενέχει περισσότερα πλεονεκτήματα στην ανάλυση. Σε κάποιες περιπτώσεις, για να απλοποιηθεί η ανάλυση ενός τρισδιάστατου προβλήματος, χρησιμοποιούνται αξονοσυμμετρικά στοιχεία τύπου δακτυλίου. Ως αποτέλεσμα, το πρόβλημα πλέον μπορεί να περιγραφεί με μόνο μια ή δυο ανεξάρτητες μεταβλητές, εξοικονομώντας υπολογιστικό χρόνο και προσπάθεια.



Εικόνα 3.4: Τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία

Σε περίπτωση γεωμετριών με έντονες καμπύλες επιφάνειες, είναι επιτακτική η χρήση πεπερασμένων στοιχείων με καμπυλωμένες πλευρές. Για την μοντελοποίηση καμπύλων ορίων έγινε η προσθήκη κόμβων στο εσωτερικό των πλευρών, τα οποία ονομάζονται στοιχεία μεγαλύτερης τάξης.



Εικόνα 3.5: Πεπερασμένα στοιχεία με καμπυλωμένες πλευρές

3.2 Δημιουργία πλέγματος

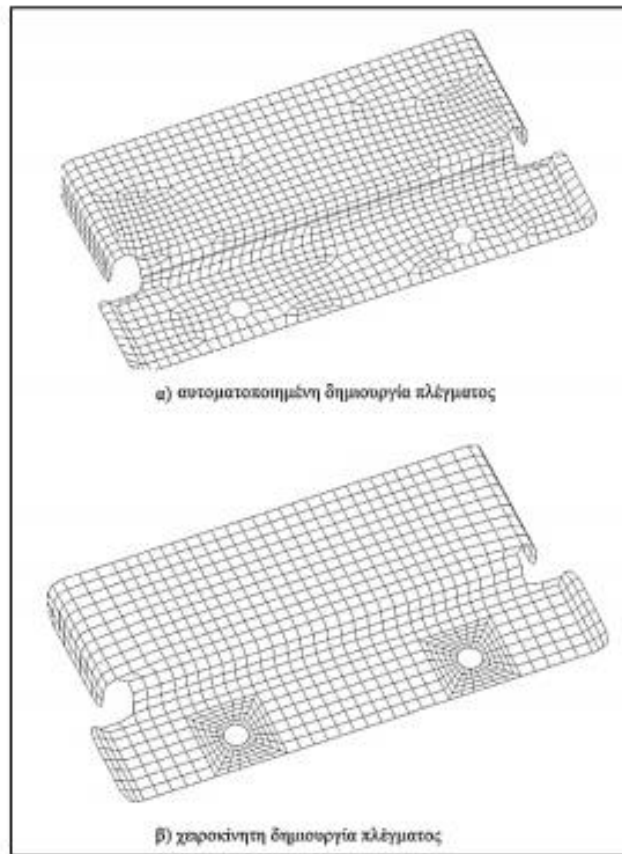
Επόμενο βήμα της διαδικασίας είναι η δημιουργία του πλέγματος, που στην ουσία αποτελεί το δίκτυο των στοιχείων και κόμβων που διακριτοποιούν την κάθε περιοχή της κατασκευής. Με τον κατάλληλο προγραμματισμό προσδίδονται στο πλέγμα οι δομικές ιδιότητες καθώς και οι ιδιότητες του υλικού που θα καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί μια κατασκευή υπό συγκεκριμένες συνθήκες. Βασικό μέλημα του μηχανικού είναι να διαμορφώσει το πλέγμα με τέτοιο τρόπο ώστε να βελτιστοποιήσει τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Αυτό επιτυγχάνεται αυξάνοντας την πυκνότητα του πλέγματος σε περιοχές καίριας σημασίας, όπως αυτές με υψηλή μεταβολή των παραμέτρων τους ή σε περιοχές που δέχονται υψηλές τάσεις. Γενικά, η ανάλυση μέσω των λογισμικών FEA απαιτεί τη συνεχή τροποποίηση του πλέγματος, ώστε να υπάρξει σύγκλιση προς τα ακριβή αποτελέσματα. Η σύγκλιση αυτή μπορεί πολλές φορές να θεωρηθεί ικανοποιητική, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που η μεταβολή της τάσης σε σχέση με την πυκνότητα του πλέγματος είναι μικρή. Σε περίπτωση που το πλέγμα αποτελείται από λίγα στοιχεία, η επίλυση μπορεί να μην είναι αρκετά λεπτομερής και επομένως να μην είναι αξιόπιστη. Από την άλλη, σε περίπτωση που το πλέγμα είναι πολύ πυκνό (χρήση μεγάλου αριθμού στοιχείων), και δεν απαιτείται η τόσο μεγάλη λεπτομέρεια κατά την ανάλυση, μπορεί ο χρόνος υπολογισμού και το κόστος του να υπερβαίνουν τα οφέλη από την ίδια την ανάλυση. Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι δημιουργίας πλέγματος:

- Χειροκίνητη δημιουργία πλέγματος (manually).

Στα πρώιμα χρόνια των αναλύσεων FEA, ο μοναδικός τρόπος δημιουργίας πλέγματος ήταν ο χειροκίνητος, αφού η τεχνογνωσία και η υπολογιστική ισχύς βρίσκονταν σε πολύ χαμηλότερο επίπεδο από το σημερινό. Πρόκειται για μια δύσκολη και κοπιαστική μέθοδο, η οποία απαιτεί υψηλές γνώσεις, εμπειρία και χρόνο. Πλέον χρησιμοποιείται μόνο σε πολύ σπάνιες περιπτώσεις ειδικών περιοχών και έχει περισσότερο εκπαιδευτικό χαρακτήρα.

- Αυτόματη δημιουργία πλέγματος (automated).

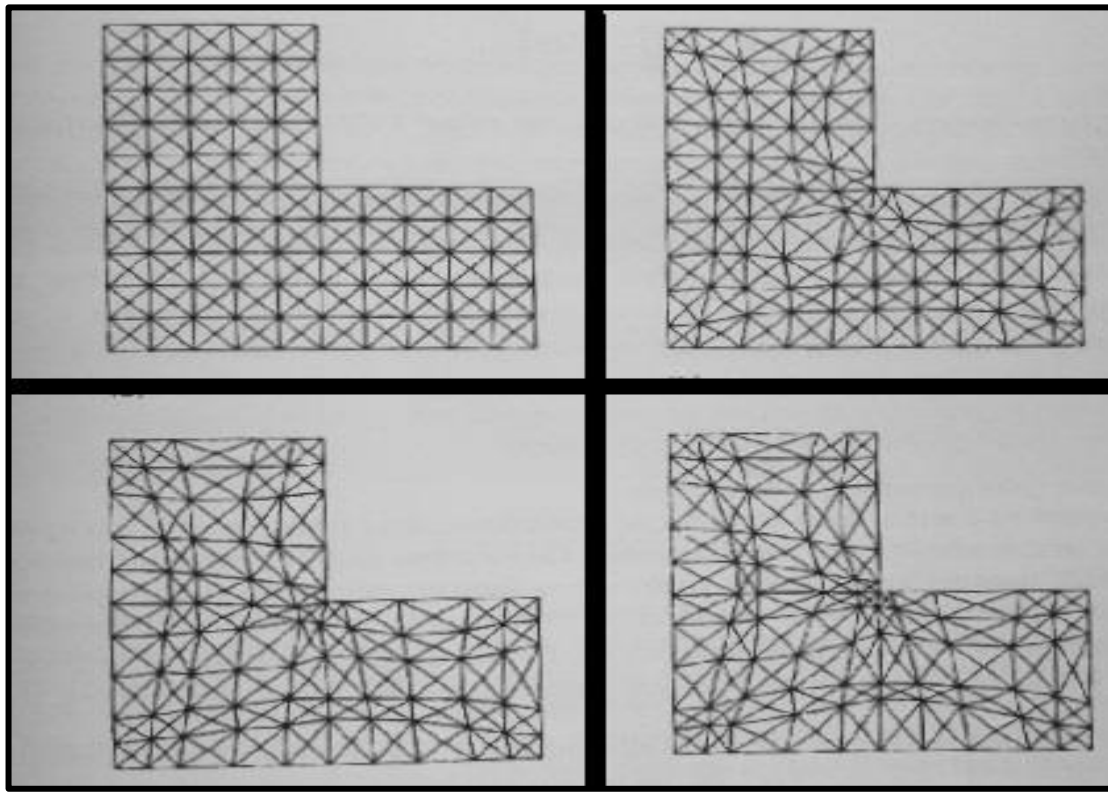
Με την αύξηση της υπολογιστικής ισχύς στις μέρες μας, όλα τα λογισμικά FEA προσφέρουν την δυνατότητα αυτόματης δημιουργίας πλέγματος. Πρόκειται για μια πλήρως αυτοματοποιημένη διαδικασία η οποία μειώνει δραματικά τον κόπο και τον χρόνο της ανάλυσης. Μόλις καθοριστούν οι οριακές συνθήκες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες μέθοδοι διακριτοποίησης με ελάχιστη παρέμβαση από τον χρήστη.



Εικόνα 3.6: Διαφορά α) αυτοματοποιημένης και β) χειροκίνητης δημιουργίας πλέγματος

Πέραν των δύο βασικών μεθόδων, σε πολλές περιπτώσεις για να επιτευχθούν καλύτερα αποτελέσματα γίνεται συνδιασμός τους, η λεγόμενη ημιαυτόματη δημιουργία πλέγματος (semi-automated). Ο χρήστης αρχικά χρησιμοποιεί την αυτόματη δημιουργία πλέγματος και επεμβαίνει μόνο σε σημεία καίριας σημασίας, όπως πχ. σε στρογγυλέματα και οπές, τροποποιώντας στις περιοχές αυτές το πλέγμα

χειροκίνητα. Πρόκειται για την καλύτερη διαδικασία δημιουργίας πλέγματος, ειδικά όταν ο χρήστης έχει εμπειρία ώστε να διαμορφώσει το πλέγμα στις εκάστοτε ανάγκες της ανάλυσης.



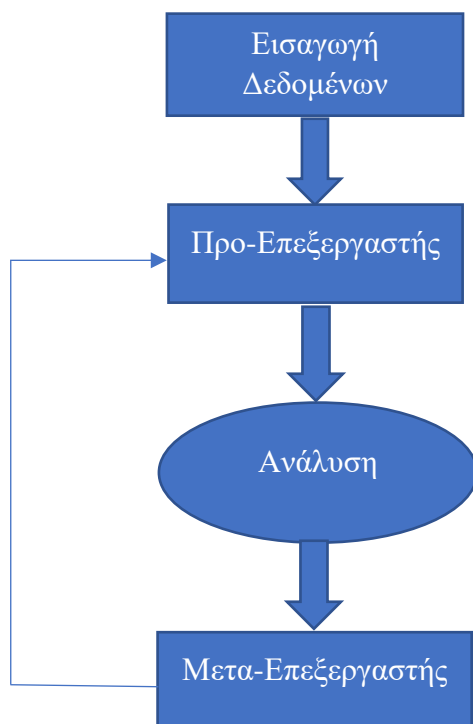
Εικόνα 3.7: Διάφορες μορφές πλέγματος με παρεμβολή του χρήστη

Συνοψίζοντας, θα πρέπει να τονιστεί ότι για την δημιουργία του πλέγματος ο χρήστης θα πρέπει να λάβει υπόψιν του και να ορίσει κάποια μεγέθη, τα οποία είναι ο τύπος και το μέγεθος των στοιχείων καθώς και οι θέσεις που θα βρίσκονται οι κόμβοι. Έτσι με την δημιουργία του πλέγματος θα καθοριστεί και ο αριθμός των στοιχείων από τα οποία θα αποτελείται το πλέγμα της γεωμετρίας, αντικατοπτρίζοντας το μέγεθος του αρχείου και επομένως την δυσκολία και τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος.

3.3 Δομή των λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων

Κάθε εμπορικό πακέτο πεπερασμένων στοιχείων αποτελείται στην από τρία τμήματα που είναι ενσωματωμένα σε ένα μενού, τον προ-επεξεργαστή, την ανάλυση και τον μετα-επεξεργαστή. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται αυτός ο διαχωρισμός είναι πρακτικός. Το εμπορικό λογισμικό πρέπει να έχει τη δυνατότητα να κρατάει τα δεδομένα που έχουν καταχωρηθεί από τον χρήστη ακόμα και στην περίπτωση που αυτός διακόψει την εργασία του ή απενεργοποιήσει τον H/Y. Επίσης, πολλές φορές δεν είναι απαραίτητο να εξεταστούν τα αποτελέσματα αμέσως μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης και να πρέπει να περάσει κάποιο χρονικό διάστημα μέχρι να χρησιμοποιηθεί

ο μετα-επεξεργαστής. Η σειρά εκτέλεσης των εργασιών εκτελείται σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής λογισμικών FEA

Τα τμήματα αυτά αποτελούν στην ουσία τεχνητούς διαχωρισμούς των λογισμικών ώστε να εξασφαλίζεται η σωστή συντήρησή τους. Μετά το πέρας των εργασιών, ο χρήστης αξιολογεί τα αποτελέσματα που του παρουσιάζονται καταγράφοντας τα συμπεράσματα του κι έπειτα, αν είναι απαραίτητο, επανακαθορίζει το σχεδιασμό τροποποιώντας τον προ-επεξεργαστή. Σημαντικό είναι να τονιστεί η έννοια του κάθε τμήματος:

➤ Η έννοια του προ-επεξεργαστή.

Όταν ο χρήστης επιθυμεί να εισάγει ένα μεγάλο όγκο δεδομένων, είναι απαραίτητο το λογισμικό να μπορεί να εκτελέσει αυτόματα την υποδιαίρεση της γεωμετρίας, όπως πχ. την ομοιόμορφη υποδιαίρεση ενός ευθύγραμμου τμήματος ή μιας κυκλικής περιφέρειας. Ιδιαίτερα όταν το μοντέλο μεταβαίνει από τη μια στις δύο ή ακόμα και στις τρεις διαστάσεις η δυνατότητα αυτή είναι κάθε άλλο παρά επιτακτική. Επίσης ιδιαίτερη διευκόλυνση αποτελεί και η αυτόματη δημιουργία πλέγματος με την επιθυμητή πυκνότητα, ιδιαίτερα στις τριδιάστατες κατασκευές, εξοικονομώντας άφθονο χρόνο και προσπάθεια από τον χρήστη. Στην ουσία στον προ-επεξεργαστή γίνεται ο χωρισμός των επιφανειών που προέρχονται από το σύστημα σχεδίασης σε πεπερασμένα στοιχεία, ορίζονται οι οριακές συνθήκες και τα φορτία και δίνονται οι ιδιότητες στα υλικά.

➤ Η έννοια της ανάλυσης.

Κατά την έναρξη εκτέλεσης της ανάλυσης, το λογισμικό έχει διαβάσει τα λεπτομερή δεδομένα που του τροφοδότησε ο προ-επεξεργαστής (το σύνολο των πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής). Το τμήμα αυτό αφορά τον

σχηματισμό των μητρώων στιβαρότητας (K) και μάζας (M) καθώς και την εφαρμογή των οριακών συνθηκών και φορτίσεων. Τέλος, επιλύει τα συστήματα εξισώσεων που αφορούν τον υπολογισμό των μετατοπίσεων, των παραμορφώσεων και των τάσεων. Το τμήμα αυτό ολοκληρώνεται με την αποθήκευση όλων αυτών των άγνωστων μεγεθών που έχουν υπολογιστεί, σε μια βάση δεδομένων του λογισμικού.

➤ Η έννοια του μετα-επεξεργαστή.

Το αρχείο με τα αποθηκευμένα αποτελέσματα της διαδικασίας της ανάλυσης, μπορούν να παρασταθούν γραφικά και σε χρωματική κλίμακα ή ακόμα και να εκτυπωθούν. Έτσι ο μελετητής έχει τη δυνατότητα να δώσει ζωή στα θεωρητικά αποτελέσματα της επίλυσης των εξισώσεων και επομένως να ελέγξει την ορθότητά τους, να εκτιμήσει τα περιθώρια βελτίωσης και να πραγματοποιήσει τις απαραίτητες αλλαγές, ώστε να διαμορφωθεί εκ νέου η τελική λύση που θα προτείνει.

Σε αυτό το σημείο είναι απαραίτητο να τονιστεί η δυνατότητα μεταφοράς των αποτελεσμάτων του προ-επεξεργαστή ενός πακέτου στο τμήμα της Ανάλυσης ενός άλλου ή ακόμα και το διάβασμά τους στον μετα-επεξεργαστή ενός άλλου λογισμικού. Η δυνατότητα αυτή λύνει τα χέρια των μηχανικών, οι οποίοι δεν χρειάζεται να προσαρμόζουν κάθε φορά την ανάλυση της κατασκευής στις ιδιαιτερότητες και το περιβάλλον του εκάστοτε λογισμικού.

Γενικά, για να πραγματοποιηθεί η τεχνολογική ανάλυση ενός προβλήματος, είναι απαραίτητο να αναπτυχθεί ένα μοντέλο που να ενσωματώνει τα βασικά χαρακτηριστικά της κατασκευής (διαστάσεις, υλικά, φορτίσεις κτλ.) και να δίνει φως στις δυνατές αλληλεξαρτήσεις. Ένα τέτοιο μοντέλο δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένο αλλά εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως πχ. τη σοβαρότητα του θέματος, τον διαθέσιμο χρόνο και την εμπειρία του μελετητή, τα διαθέσιμα λογισμικά και Η/Υ κα. Η επιλογή του μοντέλου είναι συνήθως ζήτημα εμπειρίας του μελετητή και είναι δύσκολο να τεκμηριωθεί, ωστόσο σε κάθε περίπτωση θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν τα παρακάτω:

1. Εάν διατίθενται ηλεκτρονικά αρχεία του 3-D CAD μοντέλου είναι λογικό να αξιοποιηθούν και να εισαχθούν σε ένα πρόγραμμα CAE, στο οποίο θα πραγματοποιηθεί η τρισδιάστατη ανάλυση τους.
2. Εάν η κατασκευή είναι επιμήκης, τότε μπορεί να πραγματοποιηθεί μιας πρώτης τάξης προσέγγιση μέσω της θεωρίας των ραβδωτών ελαστικών φορέων σε εφελκυσμό, κάμψη και στρέψη. Τέτοιες εφαρμογές συναντώνται σε γερανογέφυρες, σε σκελετούς εργαλειομηχανών και οχημάτων, σε δικτύωματα γερανών κτλ.
3. Εάν η κατασκευή είναι επίπεδη και καταπονείται με φορτία επί του ίδιου επιπέδου, τότε μπορεί να γίνει χρήση των επίπεδων στοιχείων ελαστικότητας (επίπεδη εντατική ή παραμορφωσιακή κατάσταση).

4. Εάν η κατασκευή είναι χωρική αλλά αποτελείται από λεπτά τοιχώματα τότε είναι απαραίτητη η χρήση στοιχείων κελύφους.
5. Εάν η κατασκευή εμφανίζει συμμετρία ως προς έναν άξονα, τότε συμφέρει να αναλυθεί η μισή κατασκευή, επιβάλλοντας στον άξονα κυλίσεις.

3.4 Μοντελοποίηση μεταλλικής πεζογέφυρας ΖΕΠ

Η μοντελοποίηση και η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων της μεταλλικής πεζογέφυρας έγινε στο λογισμικό πρόγραμμα ANSA της εταιρείας BETA CAE Systems S.A.

Όταν ένα τρισδιάστατο μοντέλο εισάγεται από ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα CAD σε ένα λογισμικό CAE, όπως είναι το ANSA, τότε παρατηρούνται διάφορα σφάλματα στη γεωμετρία, τα οποία θα πρέπει με τη χρήση κατάλληλων εντολών και σχεδιαστικών αποφάσεων να αντιμετωπιστούν, ώστε το μοντέλο να ανταποκρίνεται όσο το δυνατόν καλύτερα στην πραγματικότητα. Έτσι όταν θα έρθει η ώρα της επίλυσης, θα προκύψουν καλύτερα και πιο σωστά αποτελέσματα, τα οποία θα οδηγήσουν τον χρήστη σε ορθά συμπεράσματα για την συμπεριφορά της γεωμετρίας. Γενικά, οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται στα προγράμματα προεπεξεργασίας είναι αυτές της διόρθωσης και απλοποίησης της γεωμετρίας, της διακριτοποίησης του μοντέλου και της επιλογής του λύτη και του τρόπου επίλυσης.

3.4.1 Διακριτοποίηση μοντέλου και δημιουργία πλέγματος

Η σημαντικότερη απόφαση στην ανάλυση του μοντέλου ήταν το ποια μέλη της γέφυρας θα παραμείνουν επιφανειακά (shell elements) και θα διακριτοποιηθούν με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία και σε ποια θα δοθεί όγκος (solid elements) οπότε θα διακριτοποιηθούν σε τρισδιάστατα τετραεδρικά στοιχεία. Η πιο σωστή επιλογή ώστε το μοντέλο να ανταποκρίνεται καλύτερα στην πραγματικότητα, ήταν να δοθεί σε όλα τα συμπαγή μέλη της γέφυρας όγκος. Αυτό ωστόσο θα οδηγούσε σε ένα τεράστιο αρχείο το οποίο θα απαιτούσε υπερβολική υπολογιστική ισχύ και χρόνο για την ανάλυση και επίλυσή του. Επίσης ως αριθμός των στοιχείων επιλέχθηκε ο μέγιστος δυνατός, έτσι ώστε από την μια να μη ξεφεύγει το αρχείο σε μέγεθος (με μικρές αποστάσεις και άρα τεράστιο αριθμό στοιχείων) και από την άλλη να μην αλλοιώνεται η γεωμετρία των μελών της κατασκευής (με μεγάλες αποστάσεις και άρα πολύ μικρό αριθμό στοιχείων).

Για να διευκολυνθεί η διαδικασία της διακριτοποίησης έγινε, αφού ήταν εφικτό, διαχωρισμός της γέφυρας ως προς τον άξονα συμμετρίας της, ώστε να αναλυθούν τα μέλη της μισής γέφυρας και έπειτα με την χρήση της εντολής copy ως προς τον άξονα συμμετρίας να δημιουργηθεί το τελικό ολοκληρωμένο μοντέλο. Παρακάτω παρουσιάζονται τα διάφορα μέλη της γέφυρας και ο τρόπος με τον οποίο έγινε η διακριτοποίησή τους.

- **Δοκός διατομής διπλού ταν τύπου H**

Η γέφυρα αποτελείται συνολικά από 26 αντικείμενα αυτού του τύπου τα οποία είναι συμπαγή σε όλο τους το μήκος, γεγονός που σημαίνει ότι η σωστή διακριτοποίησή τους θα ήταν να γίνουν εξ' ολοκλήρου solid elements. Για να αποφευχθεί κάτι τέτοιο, για τους λόγους που αναφέρονται παραπάνω, η συγκεκριμένη δοκός αναλύθηκε με διάφορους τρόπους, οι οποίοι συγκρίθηκαν με το θεωρητικά πιο σωστό (αυτό του solid).

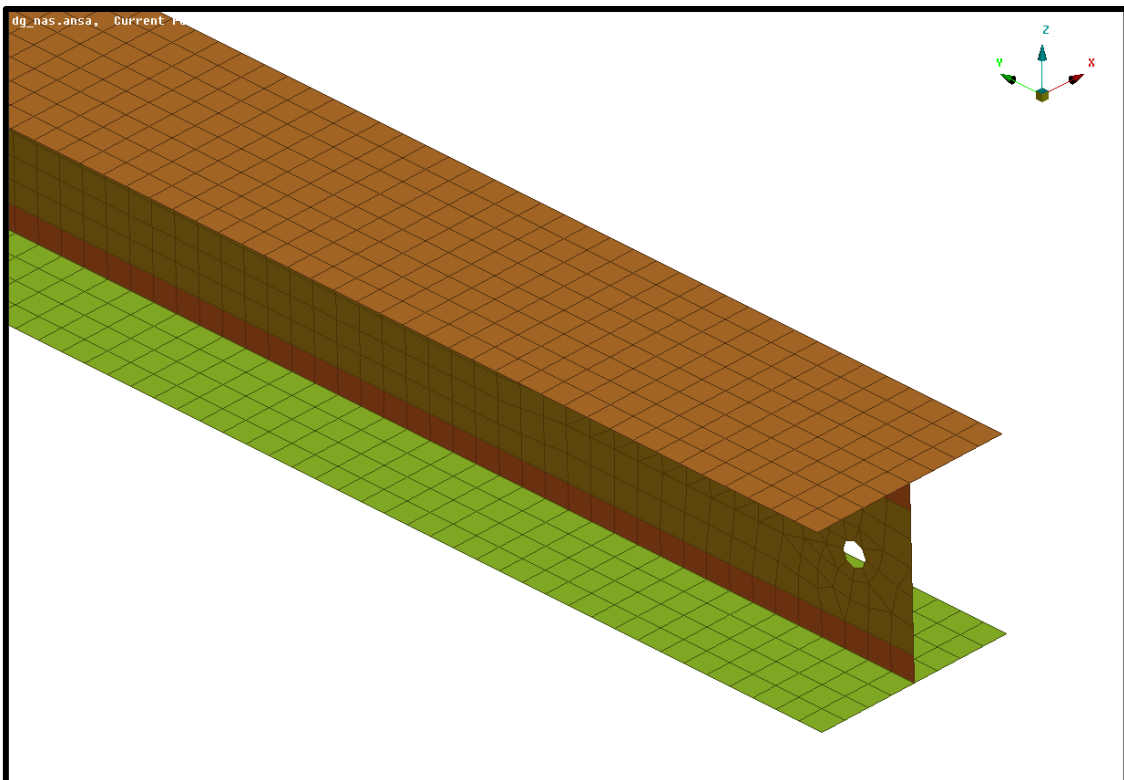
Ένα παράδειγμα τέτοιας μοντελοποίησης ήταν να δοθεί όγκος μόνο στα fillets του H, ενώ τα πέλματα και ο κορμός να γίνουν επιφανειακά στοιχεία. Κατά τη σύγκρισή του ωστόσο παρατηρήθηκαν διαφορετικές ιδιομορφές γεγονός που καθιστά την συγκεκριμένη μοντελοποίηση λανθασμένη. Τελικά το μοντέλο που φάνηκε να ανταποκρίνεται πιο κοντά την πραγματικότητα ήταν αυτό όπου και τα τρία μέλη του διακριτοποιήθηκαν ως επιφανειακά στοιχεία (shell elements), στα οποία δώθηκε διαφορετικό PID με το σωστό τους πάχος:

Άνω και κάτω πέλμα: 9mm

Κορμός: 6mm

Άνω και κάτω fillet: 8mm

Η δημιουργία του πλέγματος έγινε αυτόματα, χρησιμοποιώντας επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία, με τη βάση του τριγώνου να ορίζεται στα 20mm. Το πλεονέκτημα της χρήσης αυτών των στοιχείων είναι η ιδιαίτερα ικανοποιητική εφαρμογή τους σε πολύπλοκες επιφάνειες με απότομα όρια και μεγάλες καμπυλότητες, ώστε να αποδώσουν ένα ιδιαίτερα αναλυτικό πλέγμα για το οποίο θα απαιτείται εύλογος χρόνος ανάλυσης.



Εικόνα 3.8: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία δοκού H

- **Ορθογωνικές, τετραγωνικές, κυκλικές κοιλοδοκοί**

Όλες οι κοιλοδοκοί της γέφυρας αναλύθηκαν ως επιφανειακά στοιχεία (shell elements), μέσω της εντολής skin, παίρνοντας η κάθε μια αυτόματα το δικό της πάχος (διαφορετικό PID):

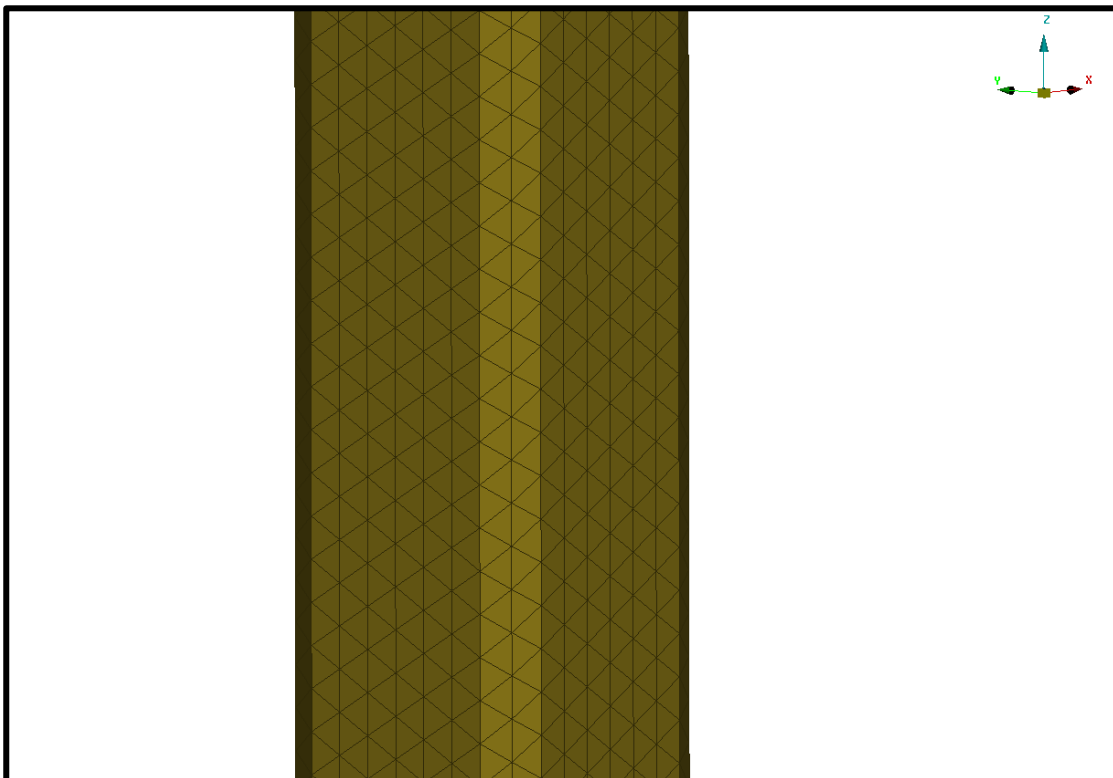
Κατακόρυφοι κοιλοδοκοί: 10mm

Οριζόντιοι κοιλοδοκοί: 5mm

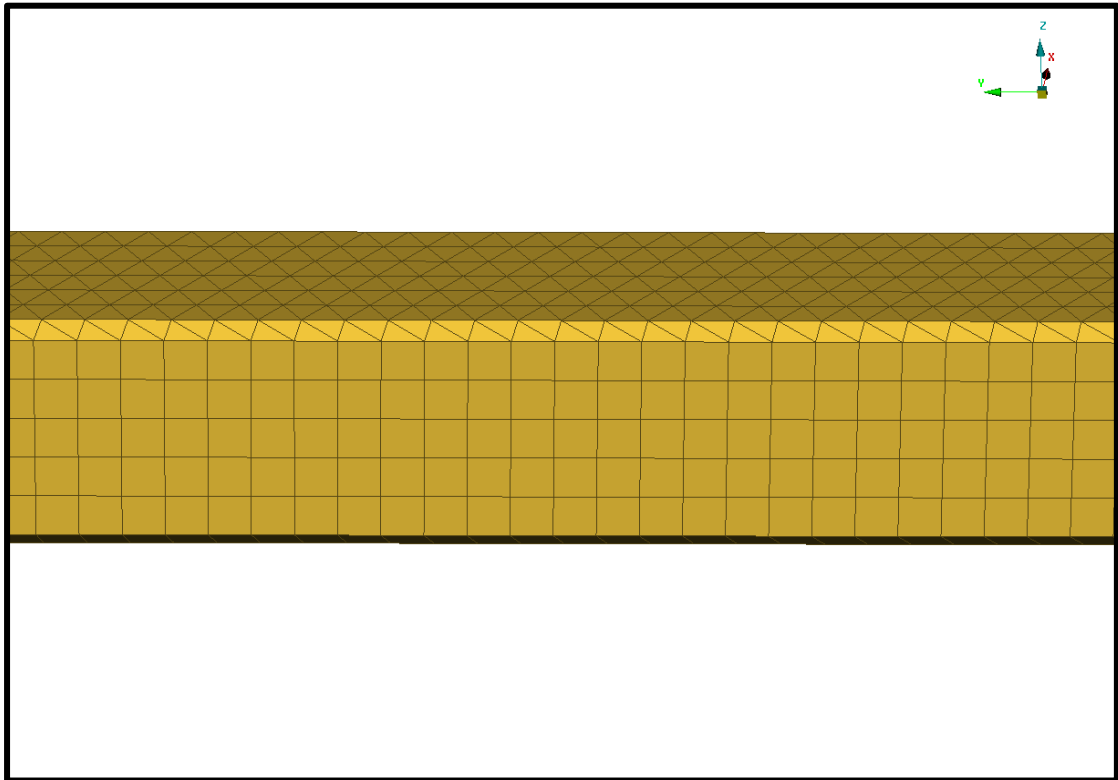
Διαγώνιοι κοιλοδοκοί: 5mm

Κυκλικοί κοιλοδοκοί: 6,3mm

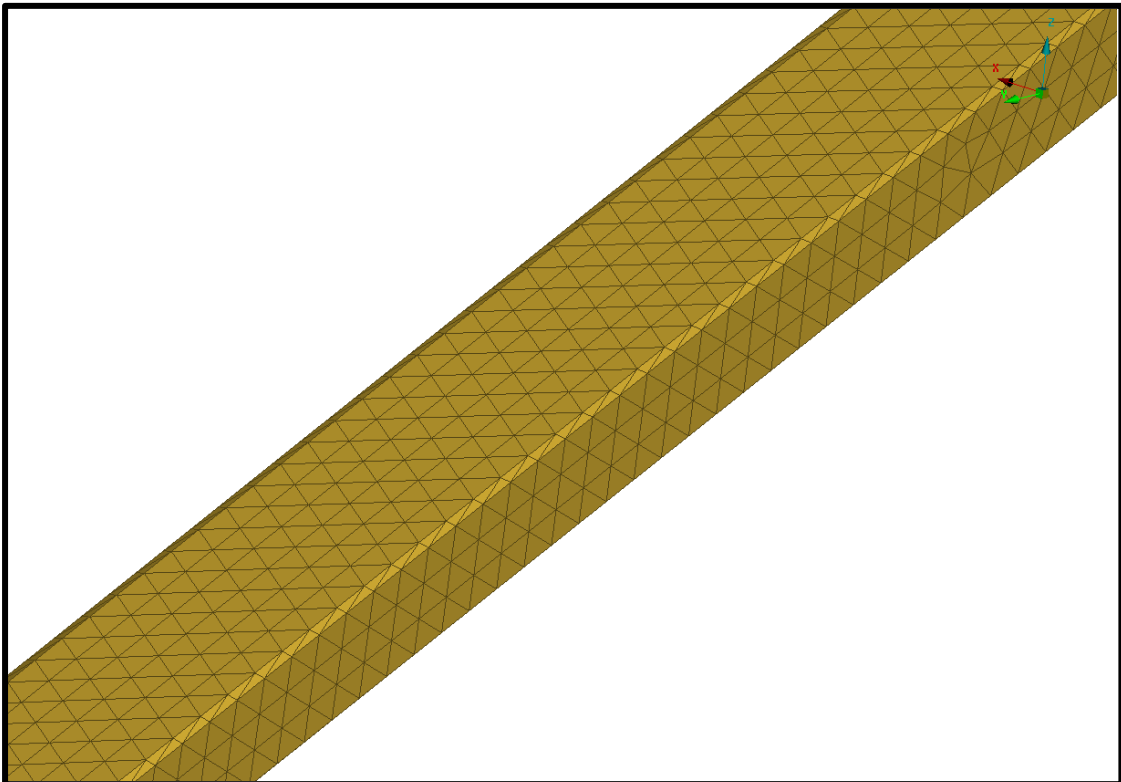
Η δημιουργία του πλέγματος έγινε κι εδώ αυτόματα, χρησιμοποιώντας επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία, με τη βάση του τριγώνου να ορίζεται στα 20mm. Το πλεονέκτημα της χρήσης αυτών των στοιχείων είναι η ιδιαίτερα ικανοποιητική εφαρμογή τους σε πολύπλοκες επιφάνειες με απότομα όρια και μεγάλες καμπυλότητες, ώστε να αποδώσουν ένα ιδιαίτερα αναλυτικό πλέγμα για το οποίο θα απαιτείται εύλογος χρόνος ανάλυσης. Εδώ θα πρέπει να τονιστεί πως στο «καπάκι» που βρίσκεται στις δύο οπές των κυκλικών κοιλοδοκών, επειδή είναι μικρό και συμπαγές αντικείμενο, του δόθηκε όγκος τρισδιάστατων τετραεδρικών στοιχείων.



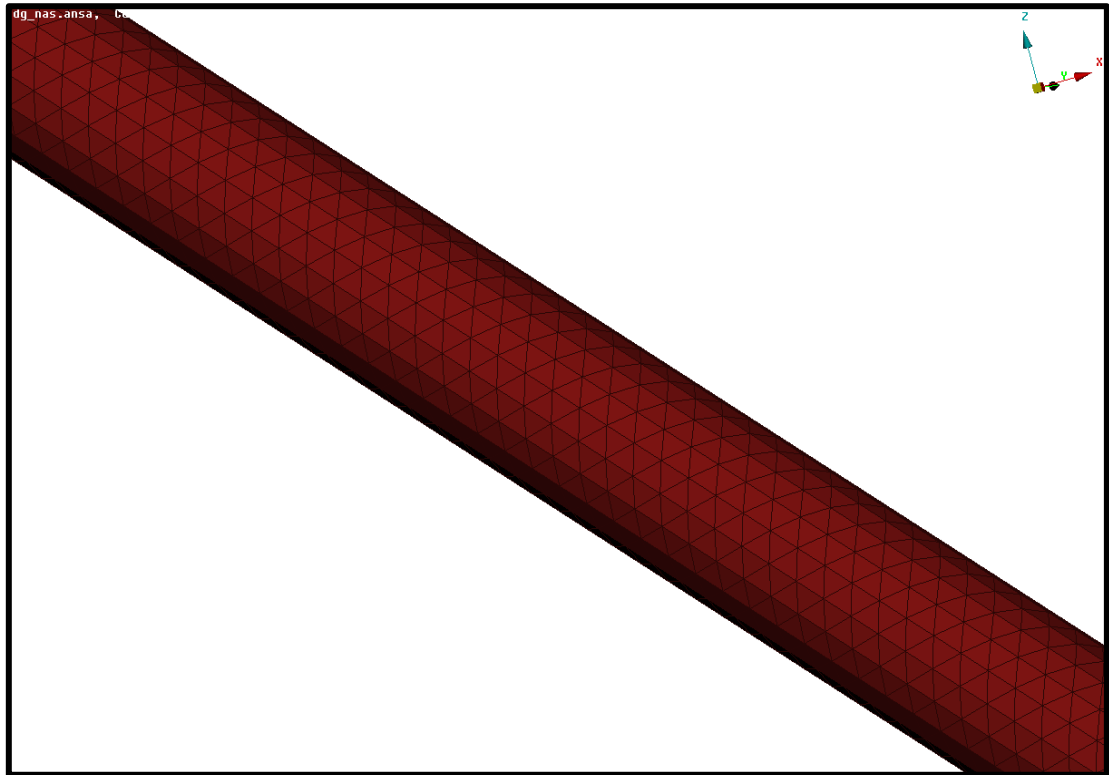
Εικόνα 3.9: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία κατακόρυφης κοιλοδοκού



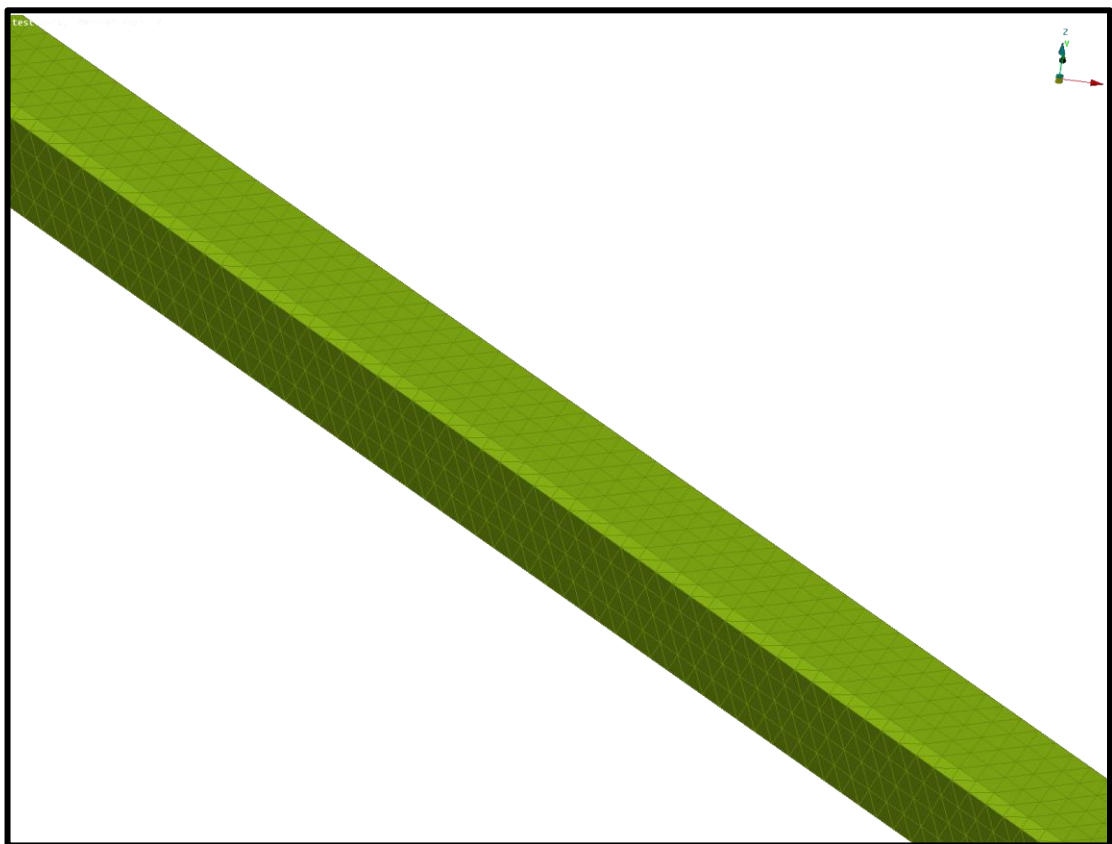
Εικόνα 3.10: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία οριζόντιας κοιλοδοκού



Εικόνα 3.11: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία διαγώνιας κοιλοδοκού



Εικόνα 3.12: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία κυκλικής κοιλοδοκού

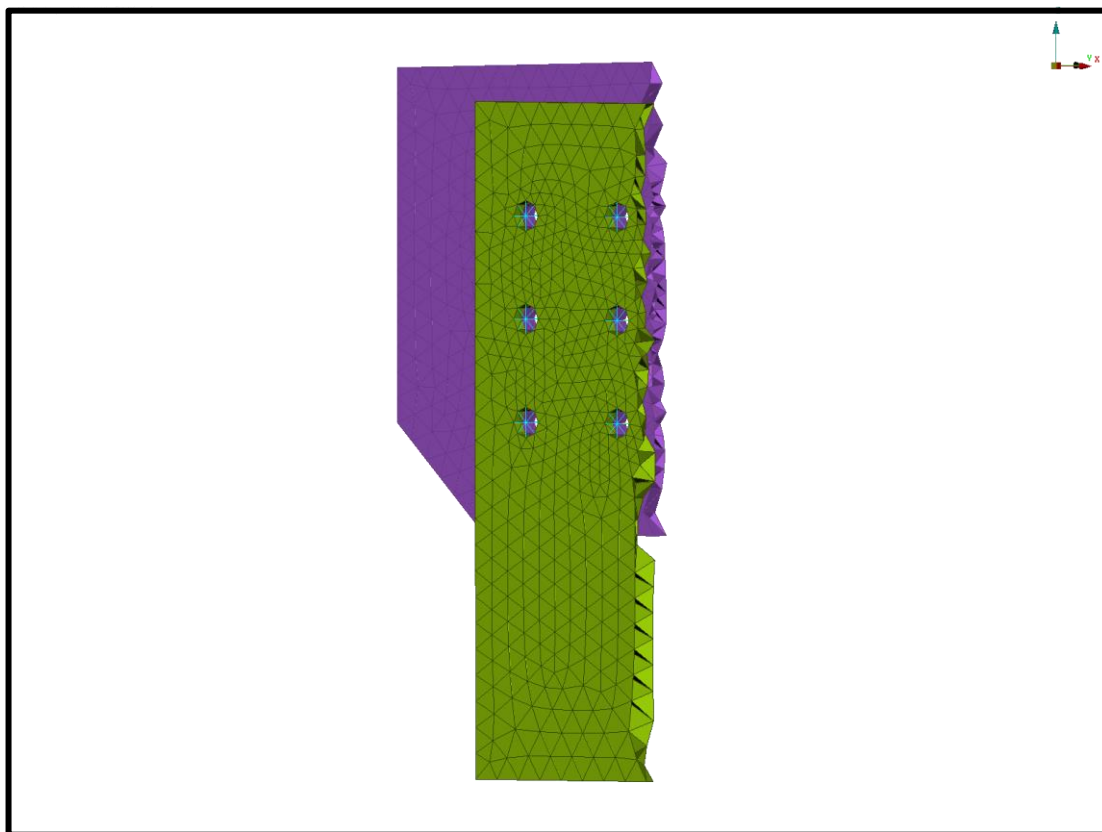


Εικόνα 3.13: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα στοιχεία κοιλοδοκού διάταξης X

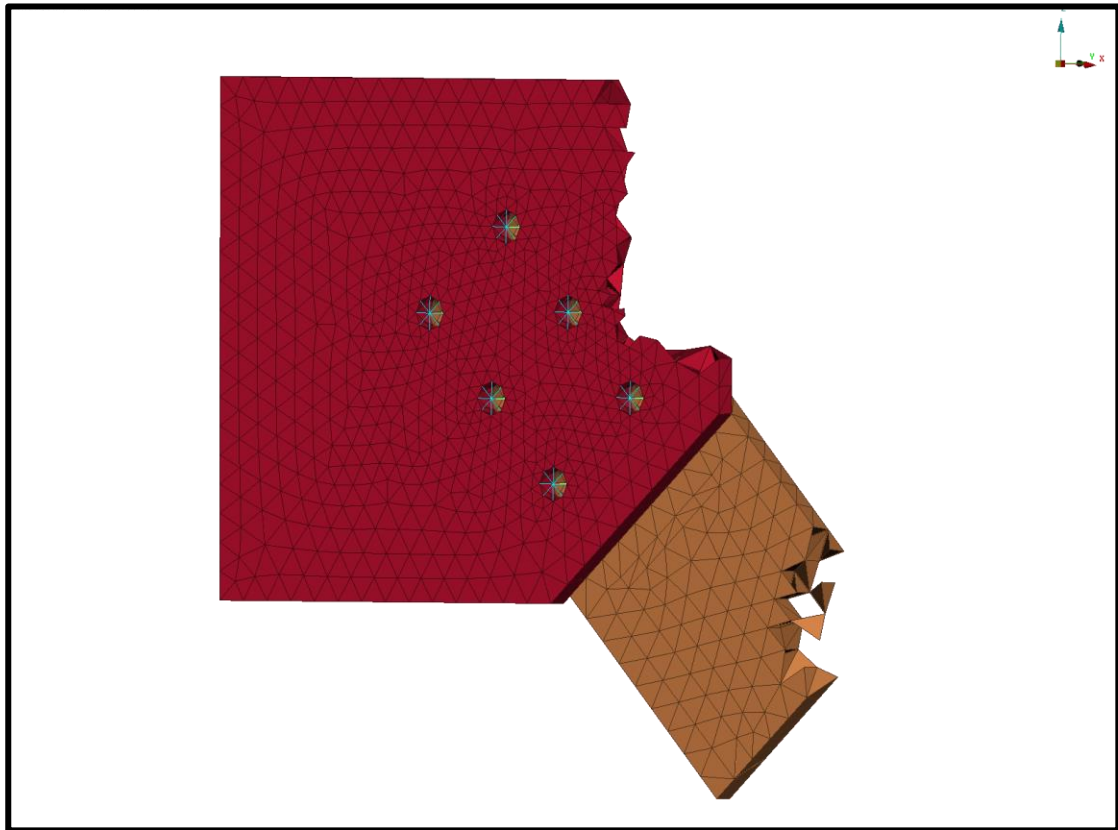
- **Μέταλλα σύνδεσης, στήριξης και λοιπά συμπαγοί στοιχεία**

Όλα τα υπόλοιπα συμπαγή μέρη της γέφυρας αναλύθηκαν ως στέρα σώματα, δίνοντας τους όγκο (solid elements). Η επιλογή αυτή έγινε, διότι πρόκειται για σχετικά μικρά αντικείμενα τα οποία δεν θα πρόσθεταν υπερβολικά μεγάλο αριθμό elements αυξάνοντας το μέγεθος του αρχείου και κατ' επέκταση τον χρόνο επίλυσης.

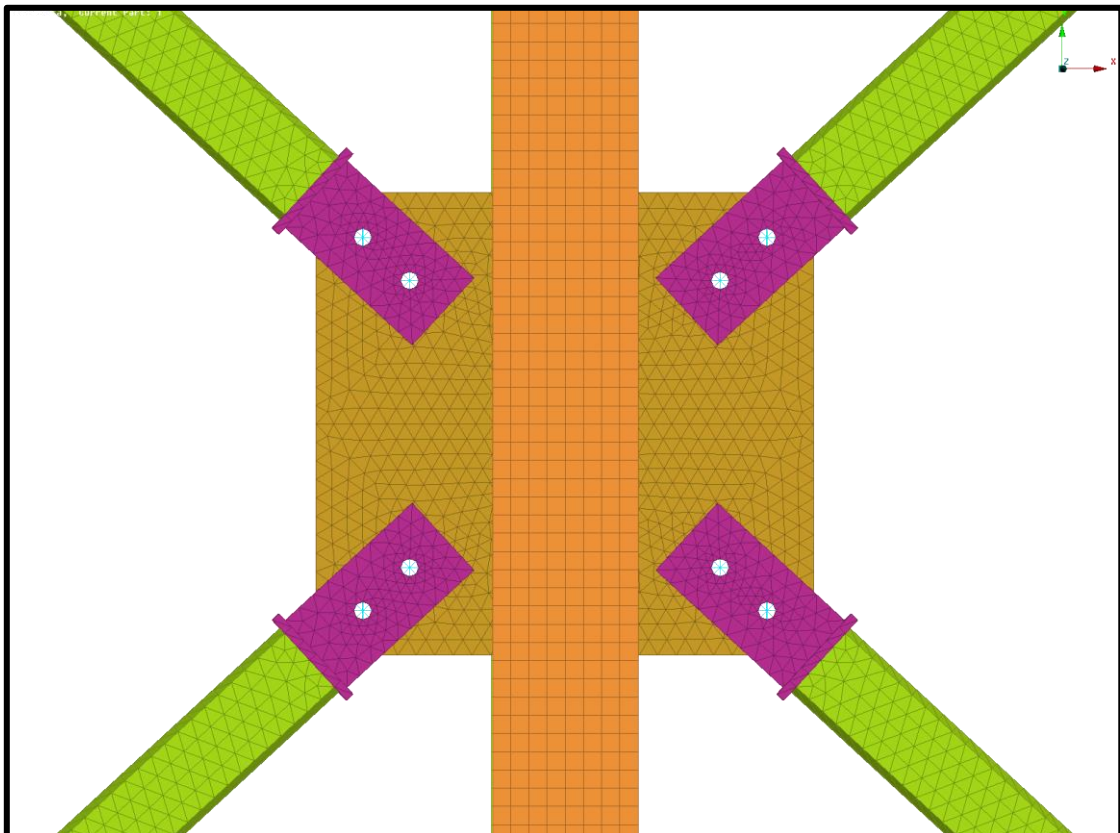
Και σε αυτή την περίπτωση, η δημιουργία του πλέγματος έγινε αυτόματα, χρησιμοποιώντας επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία, με τη βάση του τριγώνου να ορίζεται στα 20mm. Αξίζει να σημειωθεί πως σε όλες τις οπές επιλέχθηκε ο αριθμός των 8 elements και τοποθετήθηκαν κοχλίες σύνδεσης τύπου RBE2. Επίσης, οι 4 βάσεις της κατασκευής που συνδέονται με το δομικό μπετόν του κτηρίου, είναι κατασκευασμένες από καουτσούκ, ώστε να απορροφούν όσο γίνεται τους κραδασμούς και να συμπεριφέρονται ανάλογα σε φαινόμενα συστολής/διαστολής των μεταλλικών μερών της πεζογέφυρας.



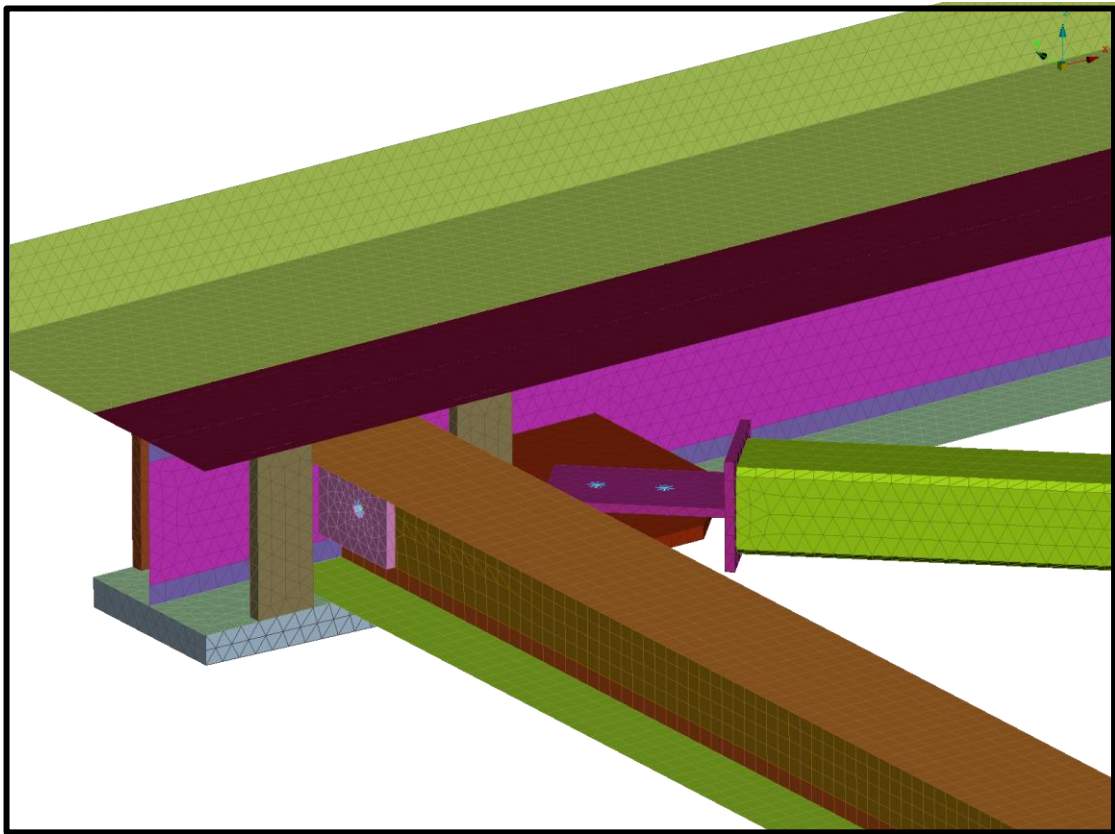
Εικόνα 3.14: Μέταλλα σύνδεσης οριζόντιων κοιλοδοκών με την υπόλοιπη κατασκευή



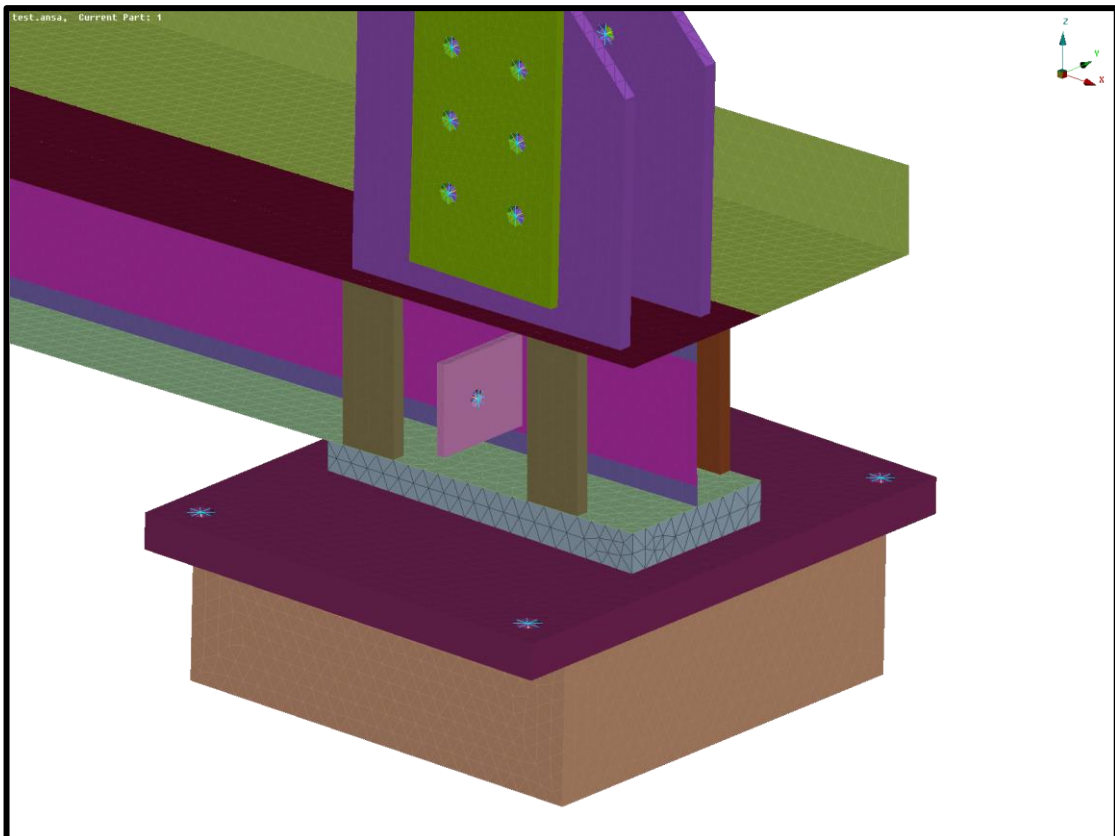
Εικόνα 3.15: Μέταλλα σύνδεσης κυκλικών κοιλοδοκών με την υπόλοιπη κατασκευή



Εικόνα 3.16: Λεπτομέρεια σύνδεσης κοιλοδοκών με δοκούς τύπου Η στο δάπεδο και την οροφή της γέφυρας



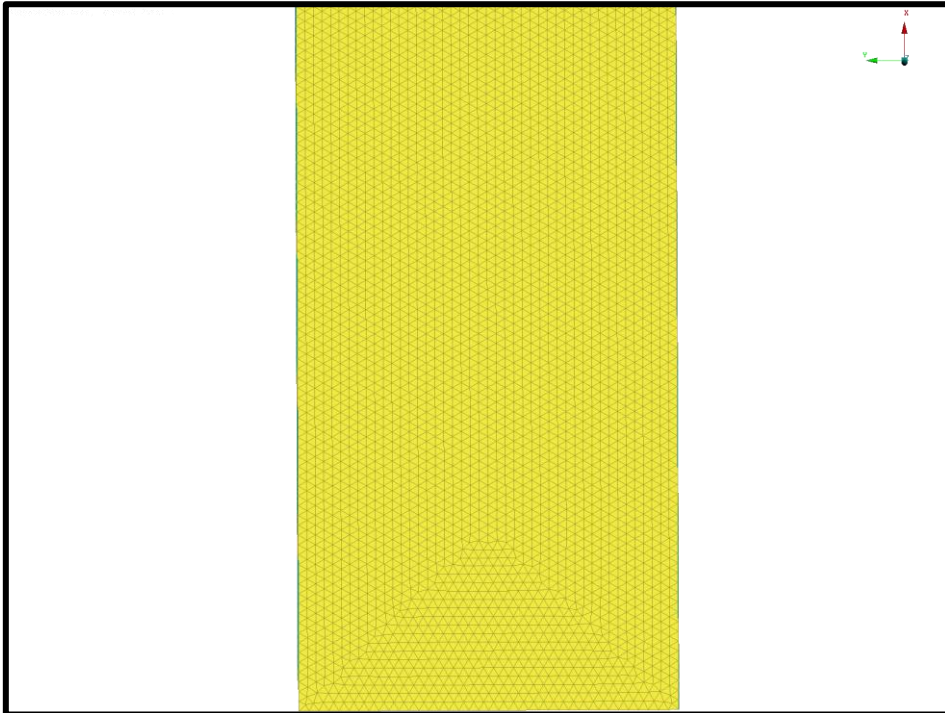
Εικόνα 3.17: Λεπτομέρεια σύνδεσης μετάλλων στήριξης, κοιλοδοκών και δοκών τύπου Η στο δάπεδο και την οροφή της γέφυρας



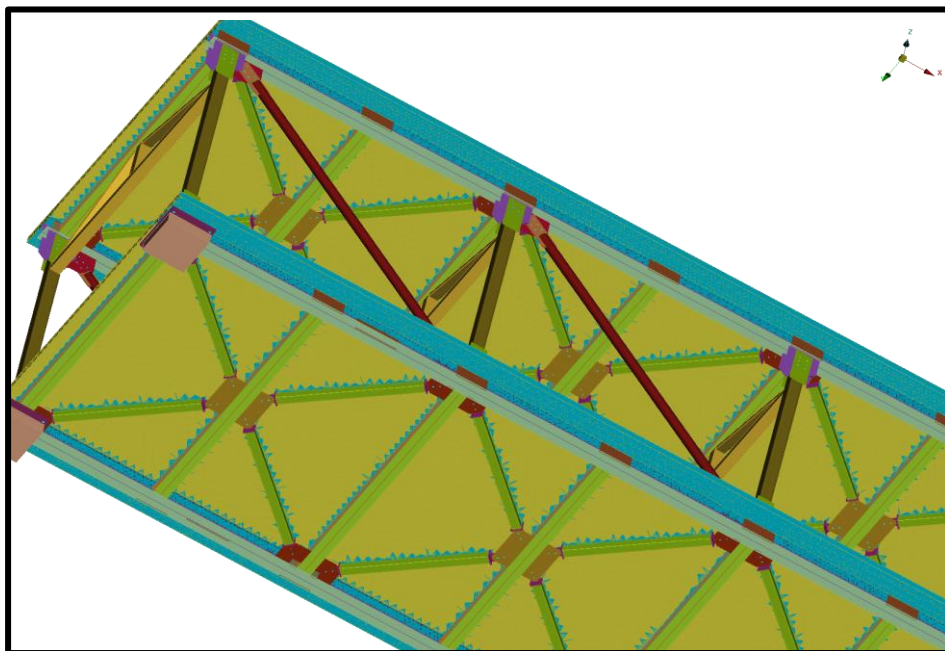
Εικόνα 3.18: Συμπαγή στοιχεία στις τέσσερις βάσεις της γέφυρας

- **Τσιμεντοκονία**

Τελευταίο κομμάτι στην ανάλυση ήταν η εισαγωγή της τσιμεντοκονίας στο δάπεδο και την οροφή της πεζογέφυρας ως ένα συμπαγές (solid) στοιχείο. Η δημιουργία του πλέγματος έγινε αυτόματα, χρησιμοποιώντας επιφανειακά δισδιάστατα τριγωνικά στοιχεία, με τη βάση του τριγώνου να ορίζεται στα 100mm. Η τσιμεντοκονία συνδέθηκε με την υπόλοιπη κατασκευή στα μεταλλικά στοιχεία στα οποία εφάπτεται (κοιλοδοκοί της διάταξης Χ, άνω πέλματα δοκών Η, μεταλλικές προεκτάσεις των τεσσάρων μεγάλων Η) με χρήση στοιχείων RBE3, όπως φαίνεται παρακάτω.



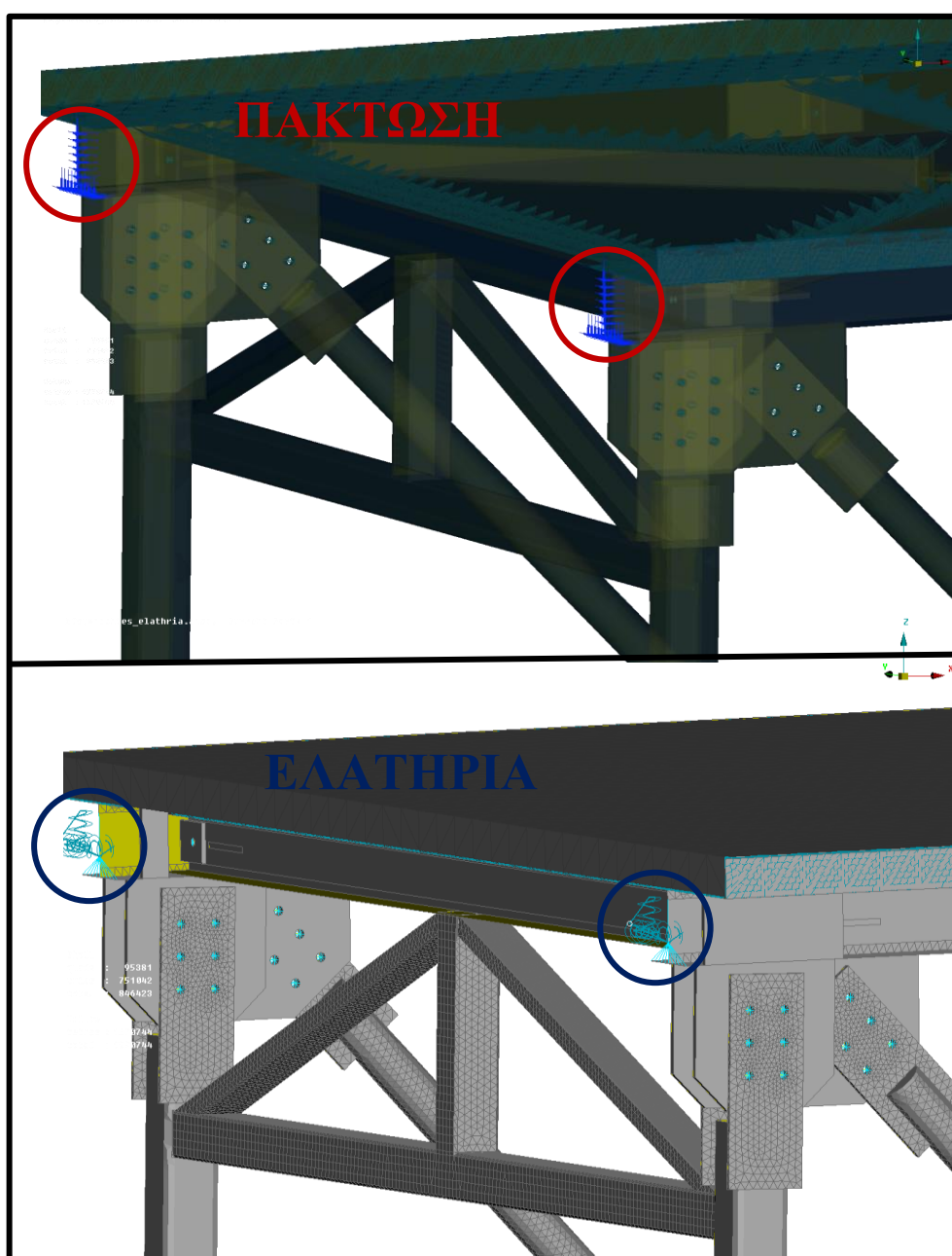
Εικόνα 3.19: Διακριτοποίηση με επιφανειακά δισδιάστατα στοιχεία τσιμεντοκονίας



Εικόνα 3.20: Απεικόνιση σύνδεσης τσιμεντοκονίας με τον σκελετό της κατασκευής

3.5 Τελικά μοντέλα-όψεις πεπερασμένων στοιχείων

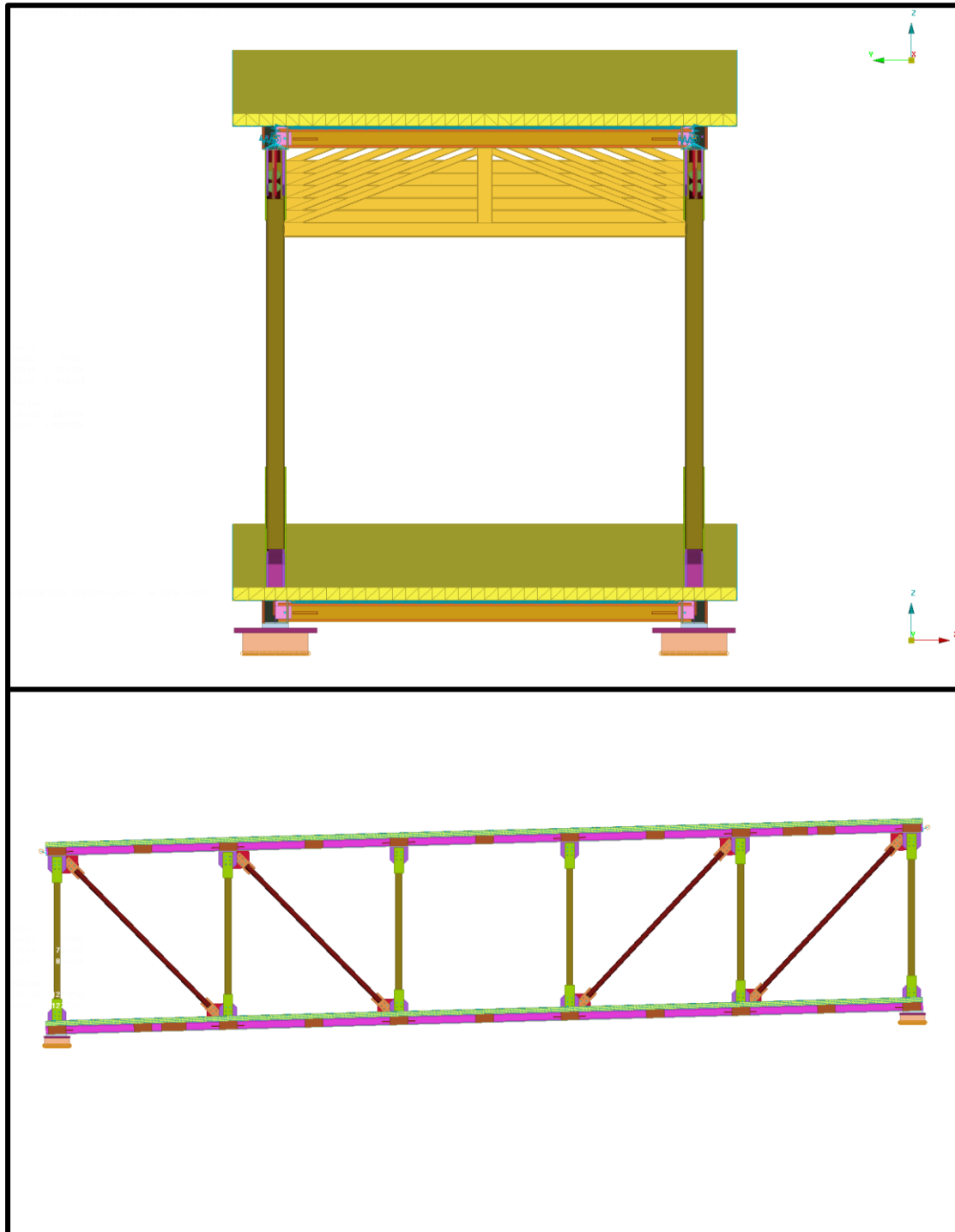
Για την ολοκλήρωση της μοντελοποίησης της πεζογέφυρας, λήφθηκε υπόψιν το γεγονός ότι και το επάνω μέρος της κατασκευής είναι συνδεδεμένο με τα δύο κτήρια (πακτωμένο), με την σύνδεση αυτή να πραγματοποιείται με δύο διαφορετικούς τρόπους, καταλήγοντας σε δυο διαφορετικά μοντέλα. Ο πρώτος τρόπος ήταν αυτός της άμεσης πάκτωσης των σημείων των δύο μεγάλων δοκών μορφής H, ενώ ο δεύτερος ήταν αυτός της πάκτωσης ενός μόνο σημείου το οποίο απέχει ελάχιστα από την κατασκευή και που συνδέεται με αυτήν μέσω έξι ελατηρίων, ένα για κάθε διεύθυνση κίνησης (X, Y, Z, περιστροφή στον X, περιστροφή στον Y, περιστροφή στον Z), ώστε αλλάζοντας την τιμή της σταθεράς ελατηρίου k , να αλλάζουν οι ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες. Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζεται η διαφορά μεταξύ των δύο μοντέλων:



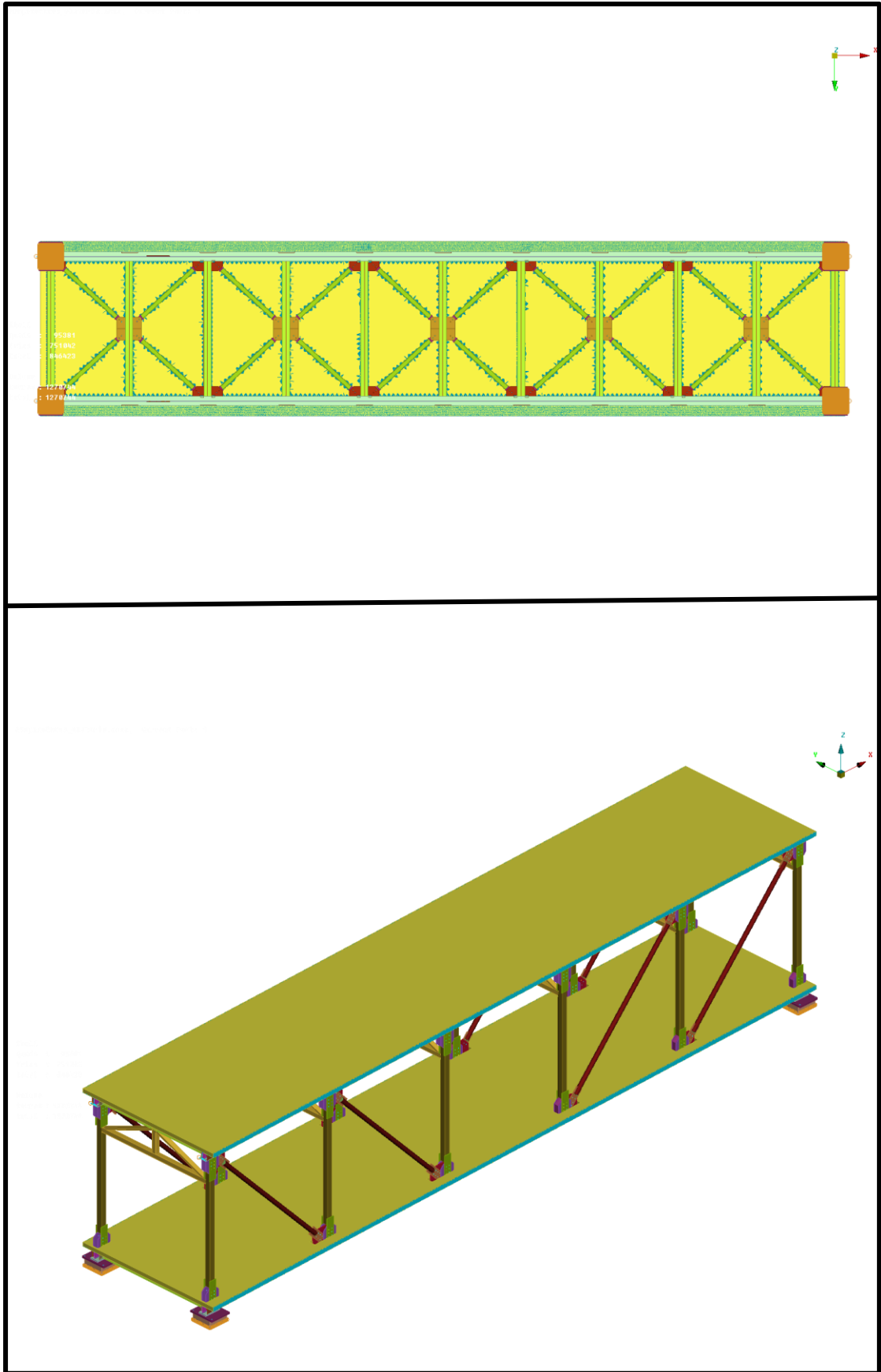
Εικόνα 3.21: Διαφορά μεταξύ των μοντέλων (πάκτωση-ελατήρια)

Η παραπάνω διαφορά στην μοντελοποίηση, έγινε με στόχο να γίνουν διάφορες δοκιμές και στα δύο μοντέλα, αλλάζοντας τις ιδιότητες τόσο των υλικών όσο και της σταθεράς ελατηρίων. Έτσι μέσω αυτών των δοκιμών συλλέχθηκε ένα ευρύ φάσμα αποτελεσμάτων ιδιοσυχνοτήτων το οποίο συγκρίθηκε με τα αποτελέσματα των πραγματικών μετρήσεων και επιλέχθηκε το πιο βέλτιστο.

Τέλος, ολοκληρώνοντας το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι όψεις της κατασκευής με τις τελικές μοντελοποιημένες γεωμετρίες:



Εικόνα 3.22: Πρόσοψη και πλάγια όψη



Εικόνα 3.23: Άνοψη και πλάγια όψη 3/4

4. Αριθμητική επίλυση μοντέλου

Η αριθμητική επίλυση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της μεταλλικής πεζογέφυρας πραγματοποιήθηκε στα λογισμικά επίλυσης (solver) πεπερασμένων στοιχείων Dynamis και Epsilon. Με την ολοκλήρωση της προεπεξεργασίας του μοντέλου τα δεδομένα του προβλήματος εισάγονται στο λογισμικό επίλυσης, το οποίο εξάγει ένα αρχείο των αποτελεσμάτων σε μορφή κώδικα. Το αρχείο αυτό εισάγεται με την σειρά του στον μετα-επεξεργαστή, στον οποίο γίνεται οι απεικόνιση αυτών των αποτελεσμάτων, δηλαδή οι ιδιοσυχνότητες και οι αντίστοιχες ιδιομορφές. Τα αποτελέσματα από την ανάλυση των ιδιομορφών παρουσιάζονται, αφού πρώτα γίνει μια σύντομη αναφορά για το μαθηματικό υπόβαθρο της ανάλυσης ιδιομορφών.

4.1 Εξίσωση κίνησης ταλαντωτικού συστήματος

Η ακριβής μελέτη της ταλαντωτικής απόκρισης πολλών μηχανικών συστημάτων απαιτεί την ανάπτυξη και ανάλυση της συμπεριφοράς δυναμικών μοντέλων με περισσότερους από έναν βαθμούς ελευθερίας. Η γενική μορφή της εξίσωσης κίνησης ενός ταλαντωτικού συστήματος σε μητρική μορφή δίνεται από τη σχέση:

$$[M]\ddot{\underline{x}} + [C]\dot{\underline{x}} + [K]\underline{x} = f(t) \quad (4.1)$$

όπου:

- $[M]$: το μητρώο μάζας
- $[C]$: το μητρώο απόσβεσης
- $[K]$: το μητρώο στιβαρότητας
- \underline{x} : το διάνυσμα απόκρισης
- \underline{f} : το διάνυσμα διέγερσης

Όταν δεν ασκείται εξωτερική διέγερση στο ταλαντωτικό σύστημα, τότε ισχύει η περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης και η εξίσωση (3.1) παίρνει τη μορφή:

$$[M]\ddot{\underline{x}} + [C]\dot{\underline{x}} + [K]\underline{x} = 0 \quad (4.2)$$

Για την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών της παραπάνω εξίσωσης απαιτείται η επίλυση ενός ιδιοπροβλήματος, το οποίο αποτελεί τη βάση στη μέθοδο της μορφικής ανάλυσης.

4.2 Ιδιοπρόβλημα

Λόγω περιοδικής ταλάντωσης του εξεταζόμενου συστήματος, η μητρική εξίσωση κίνησης (3.2) αναμένεται να έχει λύση της μορφής:

$$\underline{x}(t) = \underline{x} \cos(\omega t - \theta) \quad (4.3)$$

Οπότε με αντικατάσταση της εξίσωσης (3.3) στην (3.2) προκύπτει:

$$(K - \omega^2 M)\underline{x} \cos(\omega t - \theta) = 0 \quad (4.4)$$

Επομένως για να αποτελεί λύση της θα πρέπει να ικανοποιείται το ομογενές αλγεβρικό σύστημα:

$$(K - \omega_n^2 M)\underline{x}_n = 0 \quad (4.5)$$

Το οποίο αντιπροσωπεύει το ιδιοπρόβλημα που αντιστοιχεί στην εξίσωση κίνησης (3.1). Για να έχει το συγκεκριμένο πρόβλημα μη μηδενική λύση θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (4.6)$$

Με επίλυση της παραπάνω ορίζουσας προκύπτει το λεγόμενο χαρακτηριστικό πολυώνυμο ως προς ω^2 στη μορφή:

$$(\omega^2)^N + a_{N-1}(\omega^2)^{N-1} + \dots + a_1\omega^2 + a_0 = 0 \quad (4.7)$$

Οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι θετικές, δηλαδή ισχύει ότι:

$$0 < \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \dots \leq \omega_N^2 \quad (4.8)$$

και ονομάζονται ιδιοτιμές, όπου για κάθε ιδιοτιμή ω_n αντιστοιχεί ένα ιδιοδιάνυσμα \hat{x}_n . Επιπλέον, σε ορολογία ταλαντώσεων, οι σταθερές ω_n ονομάζονται ιδιοσυχνότητες, ενώ τα διανύσματα \hat{x}_n λέγονται ιδιομορφές του δυναμικού συστήματος. Τόσο οι ιδιοσυχνότητες, όσο και οι ιδιομορφές εξαρτώνται μόνο από τα στοιχεία των μητρώων μάζας και στιβαρότητας και μπορούν να γραφούν στη μορφή πινάκων:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix} \text{ και } \Omega^2 = \begin{pmatrix} \omega_{11}^2 & \dots & \omega_{1n}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{n1}^2 & \dots & \omega_{nm}^2 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Με χρήση του δέλτα του Kronecker, δ_{rs} , προκύπτουν οι συνθήκες ορθογωνικότητας των ιδιομορφών στη μορφή:

$$\hat{x}_r^T M \hat{x}_s = \hat{m}_r \delta_{rs} \text{ και } \hat{x}_r^T K \hat{x}_s = \hat{k}_r \delta_{rs} \quad (4.10)$$

Επίσης με ορισμό του πίνακα ιδιομορφών ως τον πίνακα εκείνο, του οποίου οι στήλες κατέχονται από τις ιδιομορφές του συστήματος, δηλαδή:

$$X = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \dots \quad \hat{x}_N] \quad (4.11)$$

οι συνθήκες αυτές εκφράζονται στη συμπαγή μορφή:

$$X^T M X = \hat{M} \text{ και } X^T K X = \hat{K} \quad (4.12)$$

όπου \hat{M} και \hat{K} διαγώνιοι πίνακες με στοιχεία διαγωνίου \hat{m}_r και \hat{k}_r αντίστοιχα. Χάριν ευκολίας, το μέτρο των ιδιομορφών επιλέγεται να έχει μοναδιαία τιμή, δηλαδή $\hat{m}_r = 1$. Οι προκύπτουσες ιδιομορφές ονομάζονται ορθοκανονικές και συμβολίζονται με $\underline{\varphi}_r$ και με βάση τον αντίστοιχο πίνακα ιδιομορφών:

$$\Phi = [\underline{\varphi}_1 \quad \underline{\varphi}_2 \quad \dots \quad \underline{\varphi}_N] \quad (4.13)$$

οι ιδιότητες ορθογωνικότητας εκφράζονται στη μορφή:

$$\Phi^T M \Phi = I = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \text{ και } \Phi^T K \Phi = \Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Οι παραπάνω ιδιότητες ορθογωνικότητας αποτελούν θεμέλιο της μεθόδου ανάλυσης ιδιομορφών που εφαρμόζεται για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης του συστήματος (3.1).

4.3 Ανάλυση ιδιομορφών

Γενικά οι ιδιομορφές (natural modes / eigenmodes) αποτελούν λύσεις του προβλήματος ελεύθερης ταλάντωσης. Σκοπός της ανάλυσης ιδιομορφών είναι ο προσδιορισμός σημείων συντονισμού δηλαδή των συχνοτήτων στις οποίες το σύστημα εμφανίζει μεγάλη ταλαντωτική συμπεριφορά. Οι συχνότητες αυτές ονομάζονται ιδιοσυχνότητες (natural frequencies / eigenfrequencies) και πρέπει να αποφεύγονται, δηλαδή το σύστημα δεν πρέπει να εκτίθεται σε περιβάλλον λειτουργίας που εμφανίζονται τέτοιες συχνότητες ταλάντωσης καθώς απειλείται η ακεραιότητα της κατασκευής. Η σημαντικότητα της ιδιοσυχνότητας σχετίζεται με το μέγεθος του εύρους ταλάντωσης και κάθε ιδιοσυχνότητα αντιστοιχίζεται σε μια ιδιομορφή. Όσο πιο μικρός ο αριθμός μιας ιδιομορφής τόσο πιο σημαντική η ιδιοσυχνότητα. Οι μικρές τιμές συχνοτήτων συνεπάγονται μεγαλύτερα εύρη ταλάντωσης. Τα αποτελέσματα από την αριθμητική επίλυση του μοντέλου παρουσιάζονται μέσω του προγράμματος μετα-επεξεργαστή μεΤΑ.

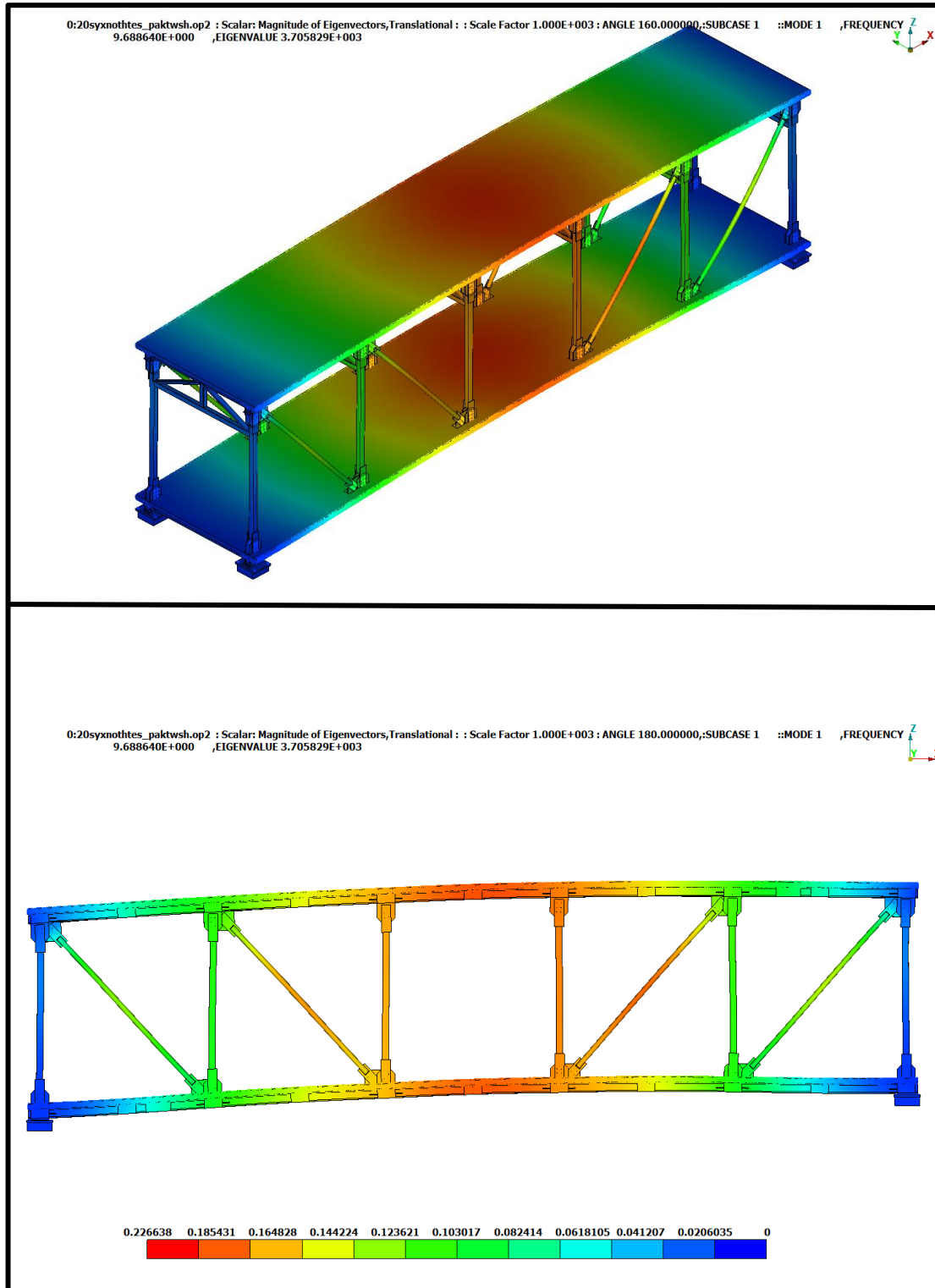
4.4 Αποτελέσματα ιδιομορφικής ανάλυσης πεζογέφυρας

Μετά από πολλές δοκιμές και συγκρίσεις αποτελεσμάτων για τις 20 πρώτες ιδιομορφές, οι ιδιότητες των υλικών που ταιριάζουν στο προφίλ της κατασκευής και δώθηκαν σε αυτήν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Επί της ουσίας, στην γέφυρα υπάρχουν συνολικά 3 διαφορετικά υλικά, τα οποία επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τις ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της. Επίσης, επειδή η κατασκευή καταπονείται γενικά σε χαμηλές συχνότητες, επιλέχθηκε να παρουσιαστούν και να μελετηθούν οι πέντε πρώτες, δύο καμπτικές στον άξονα Z, μια στρεπτική και δύο στρεπτοκαμπτικές. Ο χρόνος επίλυσης σε ένα σχετικό καλό υπολογιστικό σύστημα ήταν περίπου 15 λεπτά.

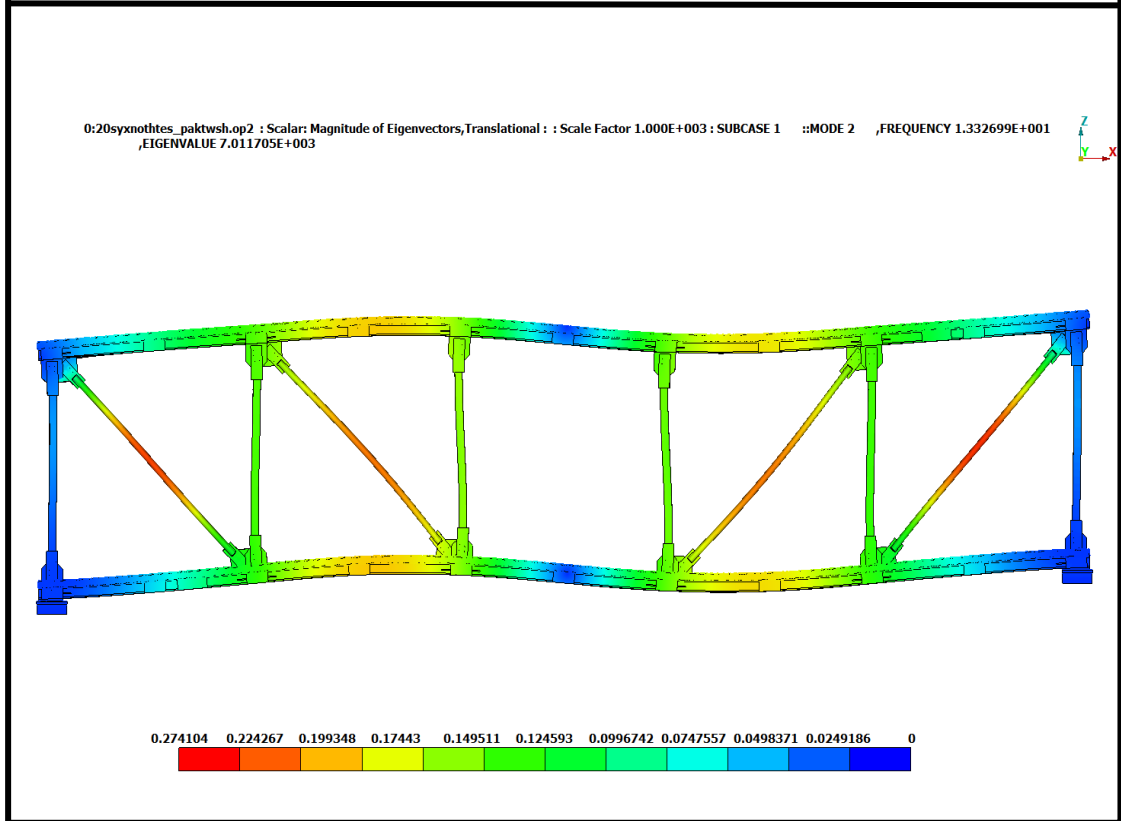
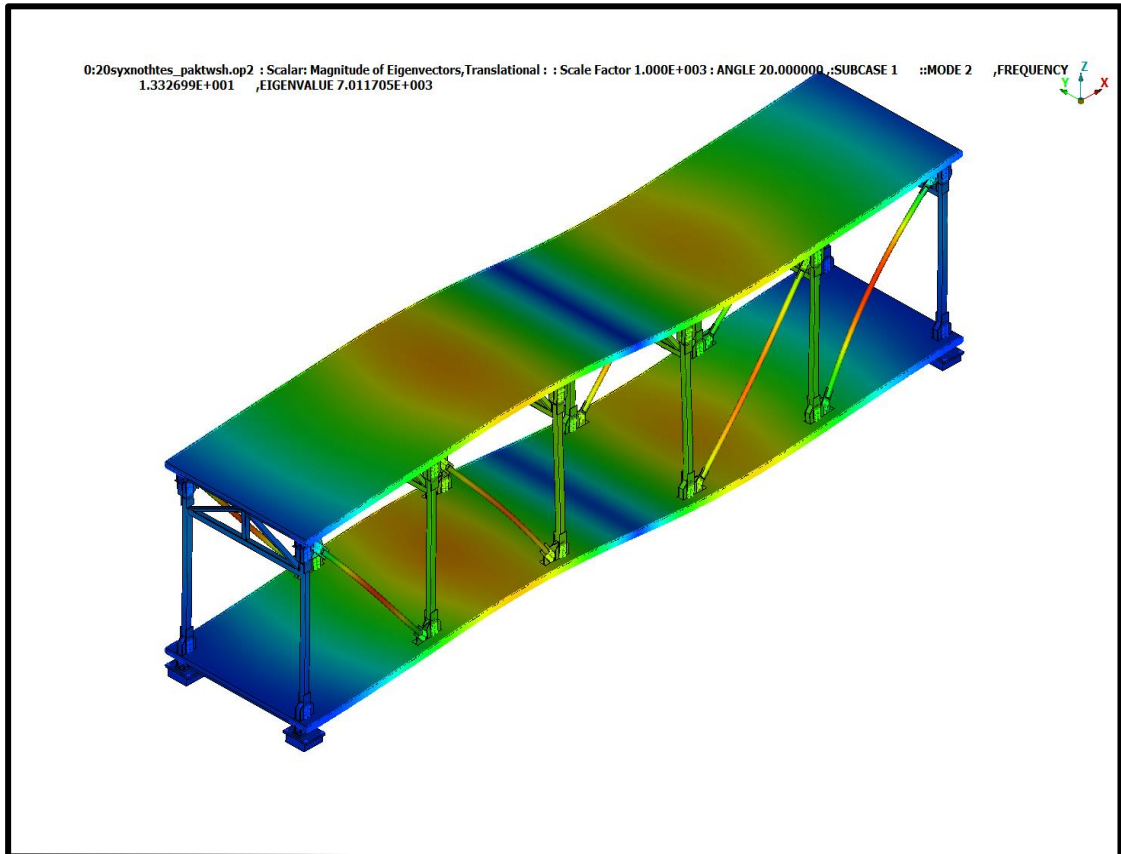
	E (GPa)	ρ (kg/m³)	ν
Χάλυβας	210.00	7850.00	0.3
Τσιμεντοκονία	30.00	2400.00	0.2
Elastic bearing(καουτσούκ)	10.00	1500.00	0.48

Πίνακας 4.1: Ιδιότητες υλικών κατασκευής

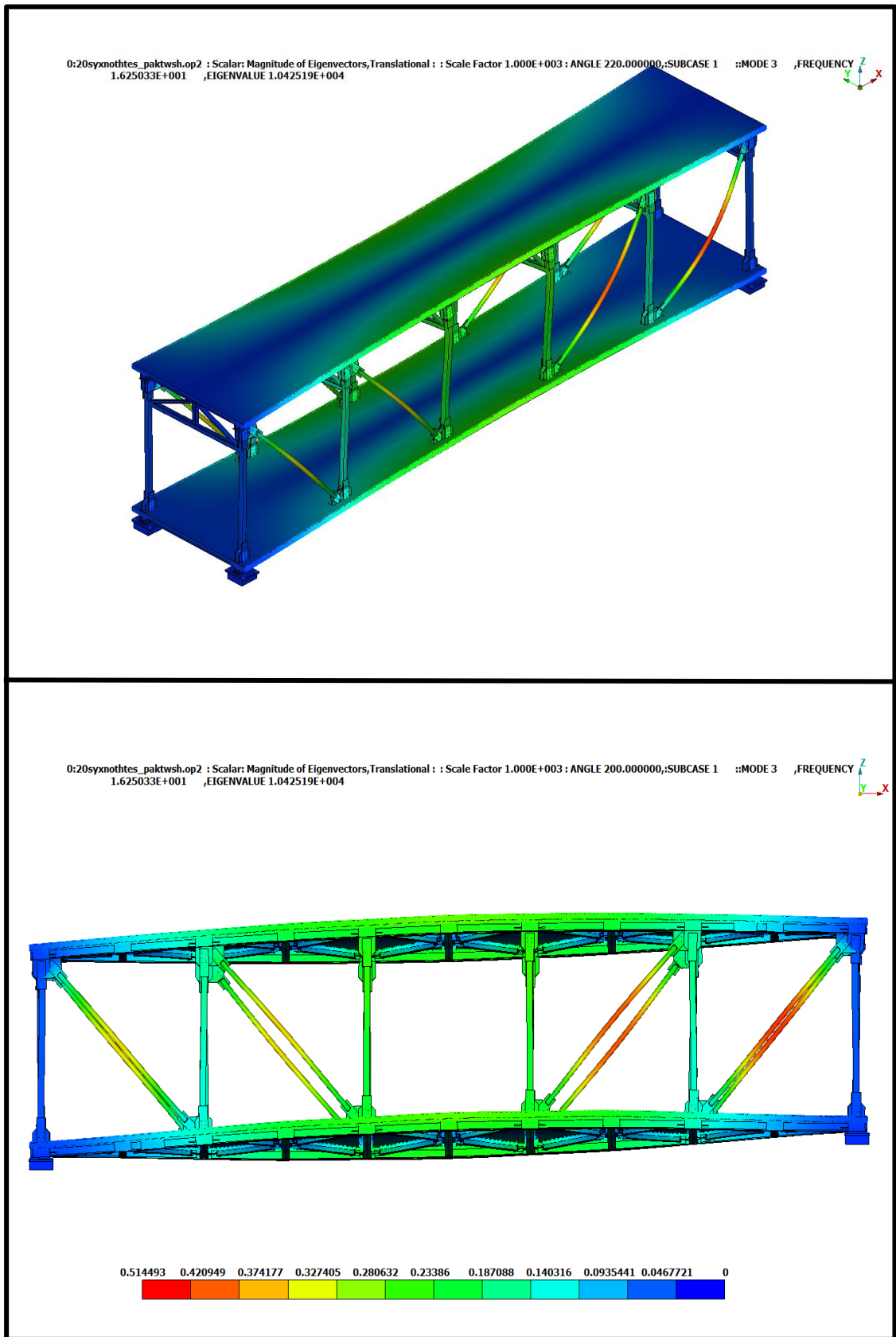
Το μοντέλο που απεικονίζεται στις παρακάτω εικόνες 4.1 – 4.5 είναι αυτό με τα πακτωμένα επάνω άκρα των μεγάλων δοκών τύπου Η, αφού ανταποκρίνεται καλύτερα στην πραγματική κατασκευή. Η τελική γεωμετρία αποτελείται συνολικά από 2278989 στοιχεία, από τα οποία τα 1270744 είναι τα τετραεδρικά solid στοιχεία. Η ανάγνωση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης στο λογισμικό μΕΤΑ postprocessor.



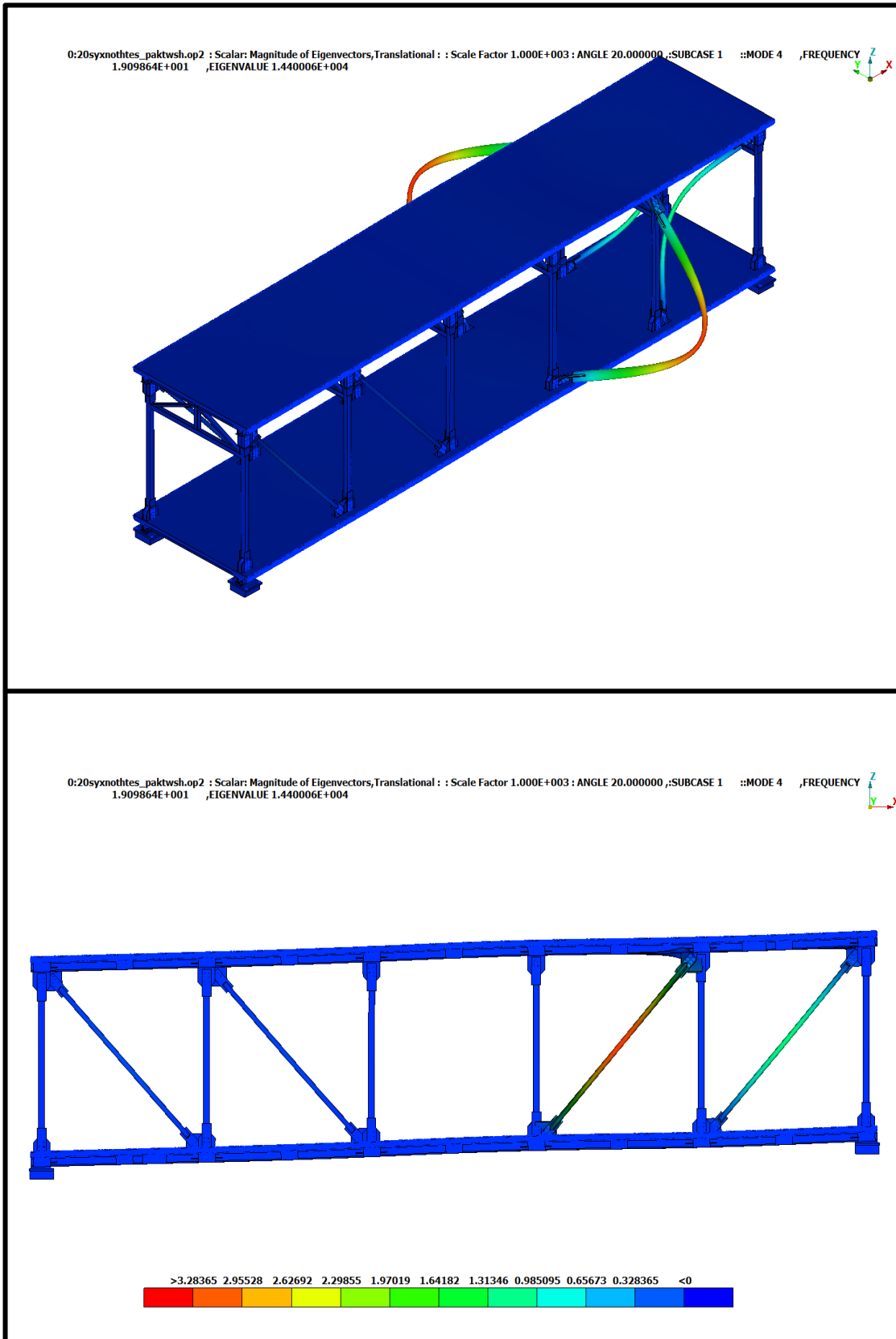
Εικόνα 4.1: 1^η ιδιομορφή καμπτική στο επίπεδο XZ με ιδιοσυχνότητα 9.7 Hz



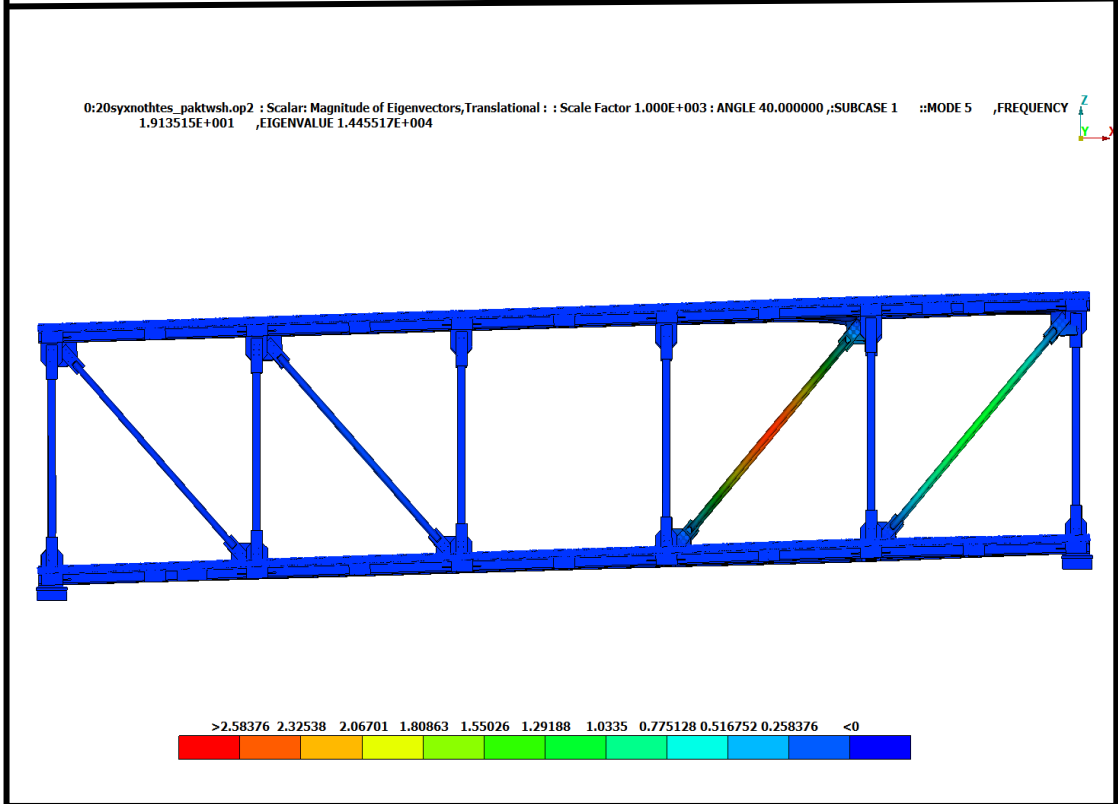
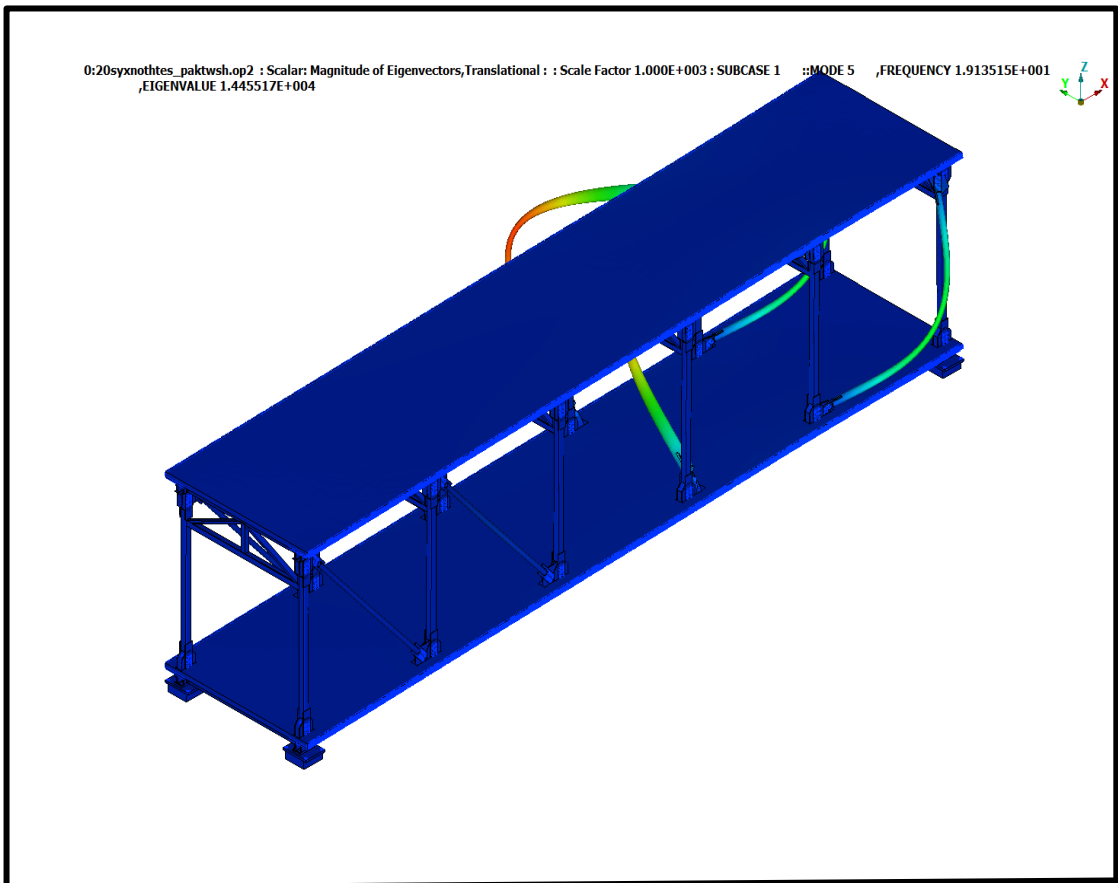
Εικόνα 4.2: 2^η ιδιομορφή καμπτική στο επίπεδο XZ με συχνότητα 13.3 Hz



Εικόνα 4.3: 3^η ιδιομορφή στρεπτική με συχνότητα 16.3 Hz



Εικόνα 4.4: 4^η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτική με συχνότητα 19.1 Hz



Εικόνα 4.6: 5^η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτική με συχνότητα 19.14 Hz

5. Πειραματικός προσδιορισμός παραμέτρων

Η περιοχή του πειραματικού προσδιορισμού ταλαντωτικών μεγεθών αποτελεί συνδυασμό της εξέλιξης των ηλεκτρονικών υπολογιστών και της ταυτόχρονης εξέλιξης διάφορων αριθμητικών μεθόδων. Η διαδικασία αυτή είναι επιτακτική, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου ο αναλυτικός προσδιορισμός μεγεθών, όπως του συντελεστή απόσβεσης, είναι αδύνατος. Επιπλέον, σε συστήματα όπου η απαιτούμενη ακρίβεια πρόβλεψης της απόκρισης και η ασφαλής λειτουργία είναι σημαντικοί παράγοντες, στη σχεδίαση τους χρειάζεται πειραματική επιβεβαίωση των αναλυτικών προβλέψεων, καθώς και πιθανή βελτίωση του αντίστοιχου θεωρητικού μοντέλου μέσω μετρήσεων. Τέλος, σε πολύπλοκα συστήματα, η διεξαγωγή μετρήσεων είναι δυνατό να βοηθήσει στη διαδικασία επιλογής ή τροποποίησης των χαρακτηριστικών μάζας, απόσβεσης ή στιβαρότητας διαφόρων συνιστωσών του συστήματος, ώστε να βελτιστοποιείται κάποια λειτουργία του.

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων μπορεί να γίνει με σχετική ανάλυση στο πεδίο του χρόνου ή στο πεδίο συχνότητας. Όταν ο προσδιορισμός των παραμέτρων ενός δυναμικού συστήματος γίνεται στο πεδίο συχνοτήτων, κεντρικό ρόλο στην ανάλυση κατέχει ο ορισμός αλλά και ο πειραματικός υπολογισμός της συνάρτησης μετάδοσης του συστήματος. Στη παρούσα διπλωματική εργασία, η παραπάνω διαδικασία γίνεται με απώτερο σκοπό τα αποτελέσματα της πειραματικής αναγνώρισης να συγκριθούν με τα αποτελέσματα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, για να υπάρχει μια εκτίμηση της μοντελοποίησης της πραγματικής κατασκευής.

5.1 Πειραματικός προσδιορισμός συνάρτησης μετάδοσης

Η διαδικασία προσδιορισμού της συνάρτησης μετάδοσης γραμμικού ταλαντωτή με ένα βαθμό ελευθερίας και ιζώδη απόσβεση, ξεκινά από την εξίσωση κίνησης:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (5.1)$$

Και για μηδενικές αρχικές συνθήκες προκύπτει:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (5.2)$$

Όπου:

- $H(\omega)$: συνάρτηση μετάδοσης του συστήματος
- $X(\omega)$: μετασχηματισμός Fourier της απόκρισης
- $F(\omega)$: μετασχηματισμός Fourier της διέγερσης

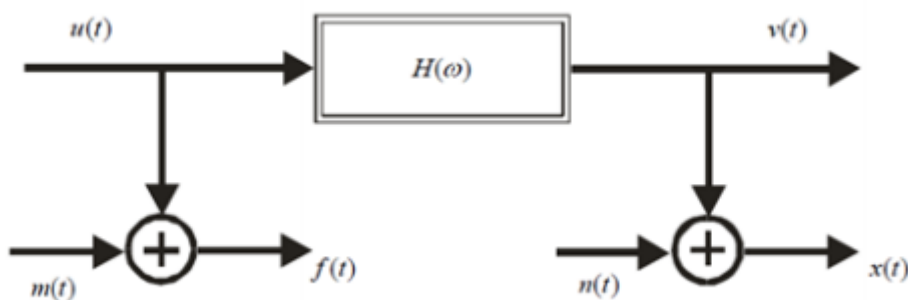
Οι εξισώσεις που αποδίδουν τους μετασχηματισμούς Fourier είναι:

$$X(\omega) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad \text{και} \quad F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (5.3)$$

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, η συνάρτηση μετάδοσης εξαρτάται αποκλειστικά από τα τεχνικά χαρακτηριστικά του συστήματος και όχι από τη μορφή της διέγερσης.

Ο πειραματικός προσδιορισμός των συναρτήσεων μετάδοσης ταλαντωτικών συστημάτων γίνεται με βάση τη φυσική ερμηνεία που προκύπτει από τον ορισμό τους. Επομένως, το στοιχείο H_{mn} του πίνακα μετάδοσης παριστάνει το μετασχηματισμό Fourier της μετατόπισης του βαθμού ελευθερίας m , που προκαλείται από το μοναδιαίο κρουστικό φορτίο στο βαθμό ελευθερίας n . Σε θεωρητικό επίπεδο, για να επιτευχθεί ο υπολογισμός της συνάρτησης μετάδοσης, θα πρέπει να ασκηθεί στην κατασκευή μια δύναμη ώστε να προσδιοριστεί ο λόγος απόκρισης-διέγερσης. Στις πραγματικές κατασκευές ωστόσο, λόγω της ύπαρξης μεγεθών που παρουσιάζουν μη γραμμικές συμπεριφορές, όπως ο μηχανικός θόρυβος, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό. Λύση σε αυτού του είδους τα προβλήματα δίνουν οι διάφορες μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί ανά τα χρόνια, με τη σημαντικότερη αυτών να αναλύεται παρακάτω:

Έστω το μοντέλο του σχήματος:



Σχήμα 5.1: Γραμμικό-Δυναμικό σύστημα μιας εισόδου/εξόδου

Όπου:

- $u(t)$: πραγματικό σήμα εισόδου
- $f(t)$: μετρούμενο σήμα εισόδου (άθροισμα $m(t)$ και $u(t)$)
- $v(t)$: πραγματικό σήμα εξόδου
- $x(t)$: μετρούμενο σήμα εξόδου (άθροισμα $n(t)$ και $v(t)$)
- $H(\omega)$: συχνότητα μετάδοσης (FRF)

Αφού μετρηθούν το σήμα διέγερσης $f(t)$ και η απόκριση $x(t)$ της κατασκευής, υπολογίζεται ο μετασχηματισμός Fourier των σημάτων αυτών. Η φασματική και η διαφασματική πυκνότητα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$S_{XX}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2\pi T} X_T(\omega) X_T^*(\omega) \right] = X(\omega) X^*(\omega) \quad (5.4)$$

$$S_{FF}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2\pi T} F_T(\omega) F_T^*(\omega) \right] = F(\omega) F^*(\omega) \quad (5.5)$$

$$S_{XF}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2\pi T} X_T(\omega) F_T^*(\omega) \right] = X(\omega) F^*(\omega) \quad (5.6)$$

Εάν ο κυρίαρχος θόρυβος εμφανίζεται στο σήμα εξόδου, κατά την μέτρηση δηλαδή της απόκρισης, η συνάρτηση μετάδοσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$H_1(\omega) = \frac{S_{XF}(\omega)}{S_{FF}(\omega)} \quad (5.7)$$

Ενώ αντίθετα, εάν εμφανίζεται στο σήμα εισόδου, δηλαδή στη διέγερση χρησιμοποιείται η σχέση:

$$H_2(\omega) = \frac{S_{XX}(\omega)}{S_{XF}(\omega)} \quad (5.8)$$

Γενικά ωστόσο, επειδή στις περισσότερες περιπτώσεις υπάρχει σημαντικός θόρυβος τόσο στο σήμα εισόδου, όσο και σε αυτό της εξόδου το διάστημα εμπιστοσύνης της συχνότητας μετάδοσης (FRF) είναι $H_1 \leq H \leq H_2$.

Για να εκτιμηθεί η ακρίβεια των μετρήσεων της συνάρτησης μετάδοσης, μπορεί να υπολογιστεί και ο συντελεστής ομοιότητας, ο οποίος για κάθε συχνότητα ω αντικατοπτρίζει το βαθμό της γραμμικής σχέσης ανάμεσα στα μετρούμενα σήματα εισόδου/εξόδου:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{S_{XF}(\omega)S_{XF}^*(\omega)}{S_{XX}(\omega)S_{FF}^*(\omega)} \quad (5.9)$$

Ο συντελεστής ομοιότητας λαμβάνει τιμές από $0 \leq \gamma^2(\omega) \leq 1$, όπου για τέλεια μέτρηση σε γραμμικό ταλαντωτή λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του.

Παρόμοια διαδικασία εφαρμόζεται και σε πολυβάθμια συστήματα για τον υπολογισμό καθενός από τα στοιχεία H_{mn} του πίνακα μετάδοσης H . Πολυκάναλες πειραματικές διατάξεις προσφέρουν τη δυνατότητα ταυτόχρονης μέτρησης της απόκρισης πολλών βαθμών ελευθερίας, επιλέγοντας πάντα τα σημαντικότερα σημεία των μετρήσεων.

5.2 Μεθοδολογίες υπολογισμού παραμέτρων ταλάντωσης

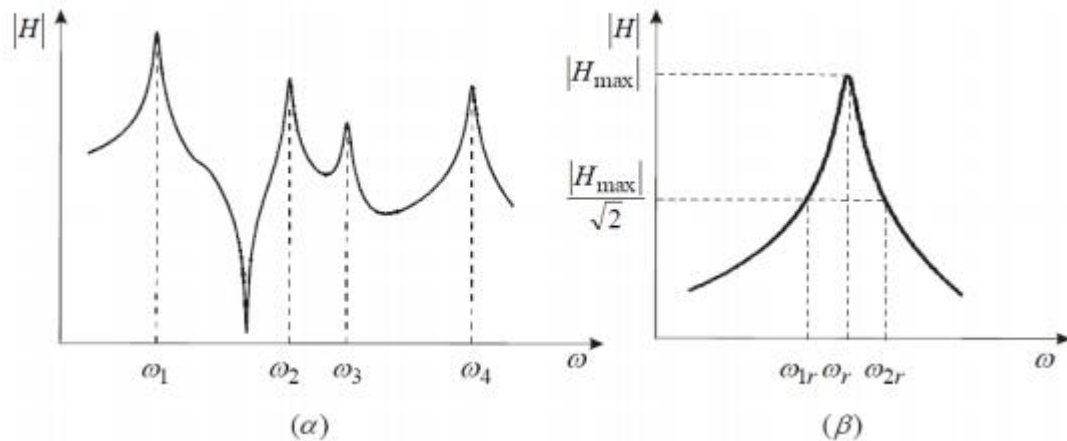
Επόμενο βήμα, μετά την ολοκλήρωση του πειραματικού προσδιορισμού των συναρτήσεων μετάδοσης ενός ταλαντωτικού συστήματος, είναι ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων ω_r , των μέτρων απόσβεσης ζ_r και των ιδιομορφών $\underline{\varphi}_r$. Για τον υπολογισμό αυτών των παραμέτρων, έχουν αναπτυχθεί, με την πάροδο του χρόνου αρκετές μεθοδολογίες με τις σημαντικότερες εξ' αυτών να πραγματοποιούν ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων.

5.2.1 Μέθοδος μεγίστων ευρών

Αποτελεί μια απλή και εύκολη μεθοδολογία, η οποία οδηγεί ωστόσο σε λιγότερο ακριβή αποτελέσματα. Η χρήση της περιορίζεται στην εκτίμηση κάποιων αρχικών μεγεθών, τα οποία εισάγονται μετέπειτα σε πολυπλοκότερες μεθοδολογίες.

Αρχικά σχηματίζεται το διάγραμμα των μετρών των συναρτήσεων μετάδοσης ως προς τη συχνότητα ω , μέσα από το οποίο εντοπίζονται οι ιδιοσυχνότητες ω_r , οι οποίες αποτελούν τα σημεία του άξονα X στα οποία εμφανίζονται τοπικά μέγιστα (άξονας Y). Στη συνέχεια προσδιορίζονται οι χαρακτηριστικές συχνότητες ω_{1r} και $\omega_{2r} = \frac{|H_{max}|}{\sqrt{2}}$, καθώς και τα μέτρα απόσβεσης ζ_r , για κάθε ιδιοσυχνότητα ω_r :

$$\zeta_r = \frac{\omega_{2r}^2 - \omega_{1r}^2}{4\omega_r^2} \quad (5.10)$$



Σχήμα 5.2: α) Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης και συχνοτήτων ω . β) Προσδιορισμός χαρακτηριστικών συχνοτήτων ω_{1r} ω_{2r}

5.2.2 Rational Fraction Polynomial Method (RFPM)

Τα δυναμικά χαρακτηριστικά μιας γραμμικής κατασκευής μπορούν να εκφραστούν και με τη μορφή πινάκων:

$$\begin{pmatrix} X_1(\omega) \\ X_2(\omega) \\ \vdots \\ X_n(\omega) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega) & \cdots & H_{1m}(\omega) \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) & \cdots & H_{2m}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1}(\omega) & H_{n2}(\omega) & \cdots & H_{nm}(\omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_1(\omega) \\ F_2(\omega) \\ \vdots \\ F_m(\omega) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Με τις συναρτήσεις μετάδοσης να βρίσκονται στο πεδίο των συχνοτήτων. Για συντομία, η παραπάνω σχέση μπορεί να πάρει μια πιο συμπαγή μορφή:

$$\underline{X}(\omega) = H(\omega)\underline{F}(\omega) \quad (5.12)$$

Όπου $H(\omega)$ είναι ο πίνακας μετάδοσης του συστήματος, του οποίου τα στοιχεία αποτελούν τις επιμέρους συναρτήσεις μετάδοσης εκφρασμένες σε κλασματική μορφή (Partial Fraction Form):

$$H(\omega) = \sum_{r=1}^N \left[\frac{r_r}{i\omega - p_r} + \frac{r_r^*}{i\omega - p_r^*} \right] \quad (5.13)$$

ή και σε ρητή κλασματική μορφή (Rational Fraction Form)

$$H(\omega) = \frac{\sum_{r=0}^{2N-1} [a_r(i\omega)^r]}{\sum_{r=0}^{2N} [b_r(i\omega)^r]} \quad (5.14)$$

όπου:

- p_r : r -οστός πόλος
- r_r : το υπόλοιπο στον r -οστό πόλο
- a_r : σταθερός συντελεστής στον αριθμητή του πολυωνύμου
- b_r : σταθερός συντελεστής στον παρονομαστή του πολυωνύμου
- N : αριθμός βαθμών ελευθερίας του μοντέλου

Ο r -οστός πόλος υπολογίζεται μέσα από τη σχέση:

$$p_r = -\omega_r \zeta_r + i\omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (5.15)$$

Οι συναρτήσεις μετάδοσης σε ένα μοντέλο N βαθμών ελευθερίας, περιέχουν N ζεύγη πόλων, όπως φαίνεται στην εξίσωση (4.13). Ο αριθμητής παρουσιάζεται σαν ένα ζεύγος σταθερών μιγαδικών συζυγών, που ονομάζονται υπόλοιπα και για τα οποία κάθε πόλος έχει ένα διαφορετικό υπόλοιπο. Όταν χρησιμοποιείται αυτός ο τρόπος έκφρασης της συνάρτησης μετάδοσης, σε κλασματική μορφή δηλαδή, οι άγνωστοι παράμετροι είναι οι πόλοι και τα υπόλοιπα.

Σε αντίθετη περίπτωση, εξίσωση (4.14), η συνάρτηση μετάδοσης εκφράζεται ως τον λόγο δύο πολυωνύμων, όπου οι βαθμοί αριθμητή και παρονομαστή είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Εδώ, οι ρίζες του αριθμητή αποτελούν τα μηδενικά της συνάρτησης μετάδοσης, ενώ οι ρίζες του παρονομαστή, ο οποίος ονομάζεται και χαρακτηριστικό πολυώνυμο, τους πόλους αυτής. Σε αυτή τη μορφή έκφρασης, δηλαδή τη ρητή κλασματική μορφή, οι άγνωστοι παράμετροι είναι οι ρίζες του αριθμητή και του παρονομαστή, οι πόλοι και οι μηδενιστές αντίστοιχα.

Στη μορφική αναγνώριση παραμέτρων, οι δύο παραπάνω τρόποι σχετίζονται μεταξύ τους, αφού εμπεριέχουν τις ίδιες πληροφορίες. Επομένως, εάν είναι γνωστοί οι συντελεστές της μίας μορφής, έστω της κλασματικής, μπορούν πολύ εύκολα να υπολογιστούν και οι συντελεστές της άλλης, προσφέροντας μεγάλη άνεση στη διαδικασία επίλυσης. Το μοναδικό πρόβλημα της αναγνώρισης παραμέτρων εντοπίζεται στην εύρεση των σταθερών συντελεστών a_r και b_r , με σκοπό την ελαχιστοποίηση του σφάλματος ανάμεσα στην αναλυτική έκφραση της συνάρτησης μετάδοσης (4.14) και στην πειραματικά εκτιμώμενη. Απόρροια αυτού είναι ο ορισμός μιας συνάρτησης λάθους e_n , η οποία αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στην αναλυτική συνάρτηση μετάδοσης $H(\omega)$ και στην πειραματική συνάρτηση $H_e(\omega)$ σε συχνότητα ω και δίνεται από τη σχέση:

$$e_n = \sum_{r=0}^{2N-1} a_r(i\omega_n)^r / \sum_{r=0}^{2N} b_r(i\omega_n)^r - H_e(i\omega_n) \quad (5.16)$$

ή εναλλακτικά:

$$e'_n = \sum_{r=0}^{2N-1} a_r (i\omega_n)^r - H_e(\omega_n) \left[\sum_{r=0}^{2N-1} b_r (i\omega_n)^r + (i\omega_n)^{2N} \right] \quad (5.17)$$

με $b_{2N} = 1$.

Στη συνέχεια ορίζεται και ένα διάνυσμα σφάλματος για όλες τις μετρούμενες συχνότητες, έστω L σε αριθμό, ως:

$$\underline{e}' = (e'_1 \quad e'_2 \quad \dots \quad e'_L)^T \quad (5.18)$$

Άρα η εξίσωση (4.17) μπορεί να πάρει τελικά την μητρική της μορφή:

$$\underline{e}' = \begin{bmatrix} 1 & (i\omega_1) & (i\omega_1)^2 & \dots & (i\omega_1)^{2N-1} \\ 1 & (i\omega_2) & (i\omega_2)^2 & \dots & (i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (i\omega_L) & (i\omega_L)^2 & \dots & (i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N} \\ H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N} \\ \vdots \\ H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

$$- \begin{bmatrix} H_e(\omega_1) & H_e(\omega_1)(j\omega_1) & \dots & H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ H_e(\omega_2) & H_e(\omega_2)(j\omega_2) & \dots & H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_e(\omega_L) & H_e(\omega_L)(j\omega_L) & \dots & H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{2N-1} \end{pmatrix}$$

ή απλοποιημένα, σε πιο συμπαγή μορφή:

$$\underline{e}' = P\underline{a} - T\underline{b} - \underline{w} \quad (5.20)$$

Ουσιαστικά, η συνάρτηση που θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί είναι η λεγόμενη συνάρτηση κόστους J και ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$J = (\underline{e}^*)^T \underline{e} \quad (5.21)$$

Συνδιάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις τελικά προκύπτει:

$$J(\underline{a}, \underline{b}) = \underline{a}^T \text{Re}(P^{*T}P)\underline{a} + \underline{b}^T \text{Re}(T^{*T}T)\underline{b} + \underline{w}^{*T}\underline{w} - 2\underline{a}^T \text{Re}(P^{*T}P)\underline{b} - 2\underline{a}^T \text{Re}(P^{*T}\underline{w}) - 2\underline{b}^T \text{Re}(T^{*T}\underline{w}) \quad (5.22)$$

Ιδανική περίπτωση θεωρείται όταν η συνάρτηση κόστους J μηδενίζεται, οπότε τα διανύσματα \underline{a} και \underline{b} λαμβάνουν τις βέλτιστες τιμές τους. Στην πράξη ωστόσο, βασικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης μεταξύ των πειραματικών και των αναλυτικών αποτελεσμάτων, συνθήκη που ικανοποιείται όταν για τα διανύσματα \underline{a} και \underline{b} ισχύουν ταυτόχρονα οι σχέσεις:

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{a}} = \text{Re}(P^{*T}P)\underline{a} - \text{Re}(P^{*T}T)\underline{b} - \text{Re}(P^{*T}\underline{w}) = 0 \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{b}} = \text{Re}(T^{*T}T)\underline{b} - \text{Re}(T^{*T}P)\underline{a} - \text{Re}(T^{*T}\underline{w}) = 0 \quad (5.24)$$

Εφαρμογή αυτών των συνθηκών οδηγεί στην κατάστρωση ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ως προς \underline{a} και \underline{b} , το οποίο μπορεί να επιλυθεί με κατάλληλες αριθμητικές μεθόδους. Μετά την εύρεση των βέλτιστων τιμών των συντελεστών του αριθμητή και του παρανομαστή της συνάρτησης μετάδοσης στη μορφή της Εξίσωσης (5.16), καθίσταται δυνατός ο υπολογισμός των μορφικών παραμέτρων του εξεταζόμενου συστήματος.

5.3 Καθορισμός πειραματικής διάταξης

Ο προσδιορισμός της συνάρτησης μετάδοσης, σε μια τυπική πειραματική διαδικασία, περιλαμβάνει τρία βασικά σκέλη. Το πρώτο σκέλος αφορά την διέγερση και την εφαρμογή αυτής, στην προς μελέτη κατασκευή, το δεύτερο αφορά την μέτρηση της απόκρισης με διάφορα αισθητήρια όργανα, ενώ το τρίτο αφορά την επεξεργασία των μετρούμενων σημάτων για τον προσδιορισμό της συνάρτησης μετάδοσης. Για να επιτευχθεί διέγερση της κατασκευής είναι απαραίτητη η χρήση κάποιων μηχανισμών διέγερσης, οι οποίοι είναι ικανοί να εφαρμόζουν δύναμη επαρκούς πλάτους και συχνότητας. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι διέγερσης, με τους σημαντικότερους και πιο γνωστούς να είναι η χρήση κρουστικού σφυριού (Impact Hammer) με σκοπό την εφαρμογή κρουστικής διέγερσης και η χρήση ηλεκτρομαγνητικού διεγέρτη με σκοπό την εφαρμογή στοχαστικής διέγερσης.

Το κρουστικό σφυρί είναι μια συσκευή που παράγει ένα παλμό διέγερσης. Αποτελείται από το κρουστικό άκρο, έναν αισθητήρα δύναμης, μια μάζα εξισορρόπησης και τη λαβή. Το υλικό από το οποίο αποτελείται το κρουστικό άκρο είναι μεταβλητό και εξαρτάται από την σκληρότητα της επιφάνειας, αφού επηρεάζει άμεσα το εύρος της συχνότητας διέγερσης.

Ο ηλεκτρομαγνητικός διεγέρτης (ή και ηλεκτροδυναμικός), αποτελείται από ένα μαγνήτη, ένα κινητό μέρος και ένα πηνίο πάνω στο μαγνήτη. Όταν το ηλεκτρικό ρεύμα, που προέρχεται από μια γεννήτρια σήματος, διέρχεται μέσω του πηνίου εντός του μαγνήτη, δημιουργείται μια δύναμη ανάλογη προς το ρεύμα και την πυκνότητα της μαγνητικής ροής, η οποία κινεί το κινητό μέρος της διάταξης.

Για τη μέτρηση της απόκρισης, χρησιμοποιούνται διάφορα αισθητήρια, όπως το επιταχυνσιόμετρο, το οποίο μετράει την επιτάχυνση της υπό δοκιμή κατασκευής σε συγκεκριμένες διευθύνσεις (μονοαξονικό ή τριαξονικό) και εξάγει το σήμα με τη μορφή τάσης. Υπάρχουν δύο πτυχές στη μέτρηση της επιτάχυνσης που ένας αισθητήρας θα πρέπει να αντιμετωπίσει, η συχνότητα και το πλάτος ταλάντωσης. Και οι δύο αντιστοιχούν στη σχέση εισόδου-εξόδου του επιταχυνσιόμετρου. Τα συγκεκριμένα αισθητήρια συνοδεύονται από διαγράμματα εύρους-συχνότητας και φάσης-συχνότητας ώστε να φαίνονται τα χαρακτηριστικά τους.

Η συλλογή των πειραματικών δεδομένων γίνεται μέσω κατάλληλου προσαρμογέα σήματος της National Instruments, ο οποίος επικοινωνεί με έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή μέσω του λογισμικού Labview. Επομένως, με συγκεντρωμένες τις χρονικές ιστορίες των επιταχύνσεων σε διάφορα σημεία της κατασκευής και με τη χρήση κώδικα στο περιβάλλον του Matlab, είναι εφικτή η δημιουργία διαγραμμάτων

των συναρτήσεων μετάδοσης ως προς τις συχνότητες του συστήματος. Από τα διαγράμματα αυτά, προσδιορίζονται οι μορφικές παράμετροι, δηλαδή οι ιδιοσυχνότητες και οι συντελεστές απόσβεσης της κατασκευής.

Τέλος, σημαντικό παράγοντα στη μέτρηση της FRF, αποτελούν οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται. Η χρήση του μορφικού μοντέλου που θα προκύψει από τη μέτρηση προσδιορίζει το ποια οριακή συνθήκη θα χρησιμοποιηθεί, ωστόσο ούτε αυτή του ελεύθερου σώματος αλλά ούτε και η πακτωμένη μπορούν να προσομοιωθούν επακριβώς, ώστε να ανταποκρίνονται τέλεια στην πραγματικότητα.

Πέρα από τις οριακές συνθήκες, σημαντικό ρόλο στην διεξαγωγή μορφικών δοκιμών με ακρίβεια παίζει και η μορφή της διέγερσης που θα επιλεγεί από τον χρήστη. Παρ' όλο που θεωρητικά κάτι τέτοιο δεν θα έπρεπε να ισχύει, στην πράξη η μορφή της διέγερσης επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ακρίβεια και την ποιότητα των μετρήσεων και κατά συνέπεια τους στόχους της δοκιμής και της κατασκευής.

- **Ημιτονοειδής διέγερση**

Σε αυτή τη μορφή, η δύναμη περιέχει μια συχνότητα τη φορά και η διέγερση αλλάζει συχνότητα με ένα δεδομένο βήμα, επιτρέποντας στην κατασκευή να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Η συγκεκριμένη διέγερση είναι αποτελεσματική σε κατασκευές με μεγάλο εύρος ταλάντωσης, αντικατοπτρίζοντας τη μη γραμμικότητά της.

Γενικά, με τη δυνατότητα εκτέλεσης σε πραγματικό χρόνο και σε πολλά κανάλια εκτιμήσεων της FRF, η ημιτονοειδής διέγερση αποτελεί μια γρήγορη και αξιόπιστη μέθοδο διέγερσης.

- **Στοχαστική διέγερση**

Το σήμα της συγκεκριμένης διέγερσης είναι σταθερό και στοχαστικό και ακολουθεί την κατανομή Gauss. Περιέχει όλες τις συχνότητες εντός του εύρους συχνοτήτων, αντικατοπτρίζοντας τη γραμμικότητα της FRF. Ταυτόχρονα μοντελοποιεί με σωστό τρόπο το ποσό της απορρόφησης ενέργειας από την κατασκευή κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης.

Στα αρνητικά πολλές φορές δημιουργείται κάποιο σφάλμα, η λεγόμενη διαρροή, λόγω του ότι σε μια τυχαία διέγερση, ούτε το σήμα αλλά ούτε η απόκριση είναι περιοδικές, με διάφορες τεχνικές επεξεργασίας δεδομένων ωστόσο να το ελαχιστοποιούν.

- **Ψευδο-στοχαστική διέγερση**

Το σήμα της συγκεκριμένης διέγερσης είναι σταθερό και στοχαστικό και αποτελείται από διακριτές συχνότητες που σχηματίζονται από τα ακέραια

πολλαπλάσια της ανάλυσης συχνότητας σε μετασχηματισμούς Fourier. Χαρακτηρίζεται από περιοδικότητα, στοχαστικό πλάτος και φάση. Η συγκεκριμένη διέγερση έχει εξαλείψει το σφάλμα διαρροής, αλλά η εφαρμογή της απαιτεί μια ειδική συσκευή για την επίτευξη τέτοιου μοναδικού σήματος, αυξάνοντας τον χρόνο διεξαγωγής του πειράματος.

- **Κρουστική διέγερση**

Το σήμα της συγκεκριμένης διέγερσης είναι ένας παλμός με μη ελεγχόμενα περιεχόμενα συχνότητας στο πεδίο του χρόνου. Λόγω της απώλειας σύνδεσης μεταξύ της κατασκευής και του κρουστικού σφυριού, εξαλείφονται τα τυχόν προβλήματα που θα μπορούσαν να προκύψουν λόγω της αλληλεπίδρασής τους, επιτρέποντας την ακριβή μέτρηση των μεγεθών απόσβεσης.

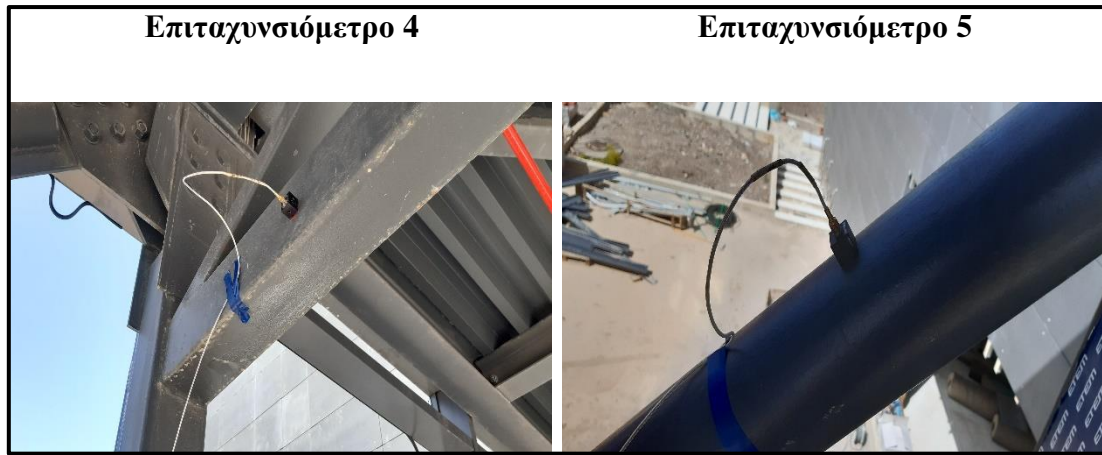
Στα μειονεκτήματα της κρουστικής διέγερσης συγκαταλέγονται η ευαισθησία ορισμένων κατασκευών στην κρούση καθώς και η δυσκολία ελέγχου του μεγέθους της δύναμης και του φάσματος συχνοτήτων, επηρεάζοντας την αναλογία σήματος-θορύβου με κακής ποιότητας δεδομένα.

5.4 Διεξαγωγή του πειράματος

Για την διεξαγωγή του πειράματος και την μέτρηση των συναρτήσεων μετάδοσης χρησιμοποιήθηκαν συνολικά πέντε αισθητήρια τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα σε επιλεγμένα σημεία των δοκών του σκελετού της πεζογέφυρας, τα οποία προέκυψαν σύμφωνα με την ανάλυση ιδιομορφών η οποία είχε προηγηθεί (Κεφάλαιο 4.4). Το κάθε επιταχυνσιόμετρο καταγράφει την απόκριση του συστήματος σε τρία κανάλια (x,y,z), οπότε για κάθε διέγερση (πείραμα) θα υπάρχουν δεκαπέντε κανάλια μέτρησης. Παρακάτω, παρουσιάζονται για καλύτερη κατανόηση, τα επιταχυνσιόμετρα καθώς και οι θέσεις που τοποθετήθηκαν πάνω στην κατασκευή με την αντίστοιχη αρίθμησή τους.



Εικόνες 5.2 - 5.3: Θέσεις επιταχυνσιόμετρων 1,2,3



Εικόνες 5.4,5.5: Θέσεις επιταχυνσιόμετρων 4,5

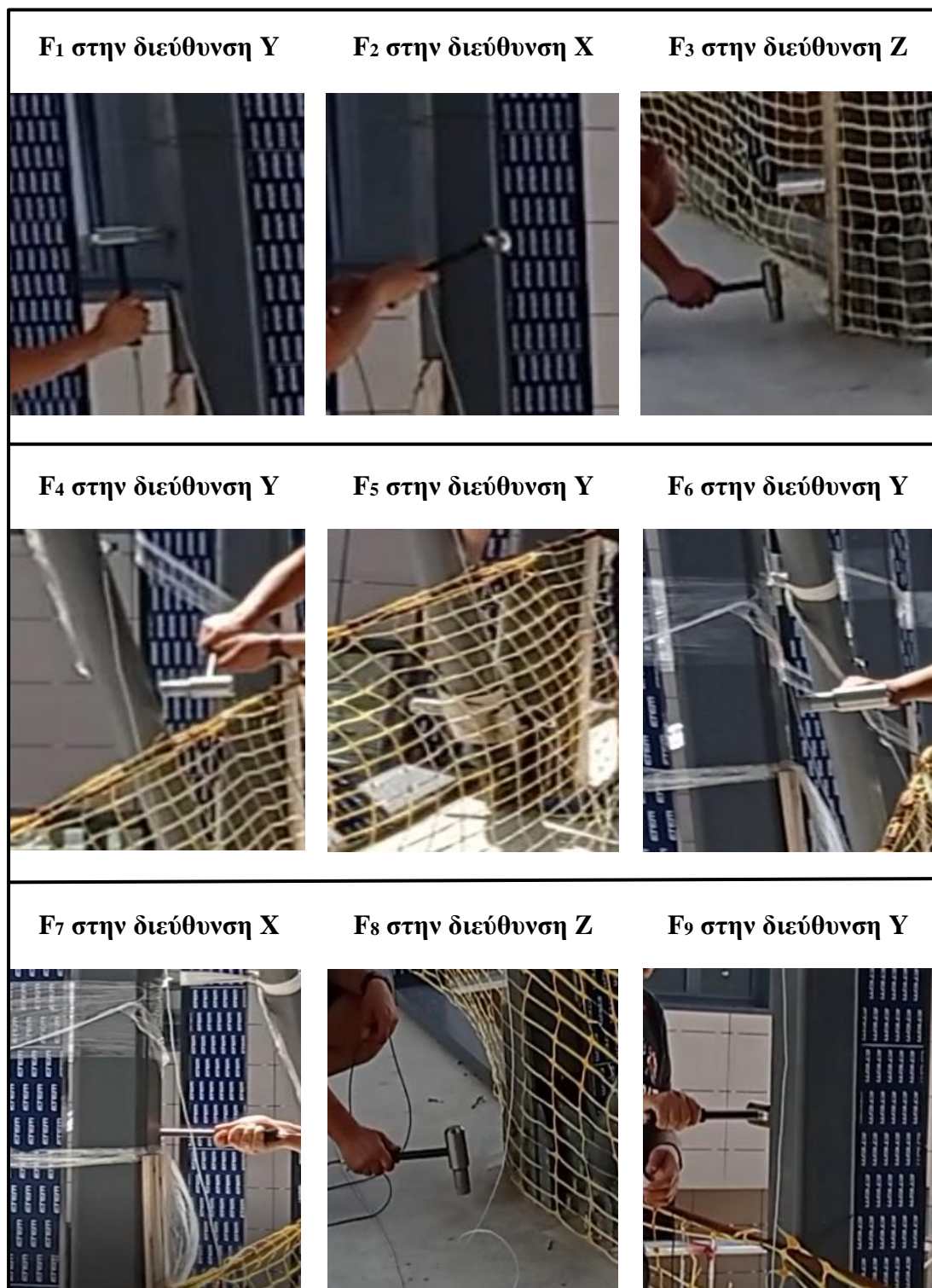


Εικόνα 5.6: Τοποθέτηση επιταχυνσιόμετρων στον σκελετό της κατασκευής

Ο σκελετός της κατασκευής είναι πακτωμένος τόσο στις τέσσερις βάσεις του, κάτω από τα ελαστικά buffer (ενισχυμένο καουτσούκ), τόσο και στην οροφή όπου τέσσερις μεταλλικές φλάντζες είναι συγκολλημένες σαν προέκταση των μεγάλων δοκών τύπου Η και είναι βιδωμένες στο μετόν τον κτηρίων, τα οποία ενώνει η γέφυρα. Επομένως υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί στην ταλάντωση, αφού η κατασκευή δεν ταλαντώνεται σαν ελεύθερο σώμα.

Στην κατασκευή εφαρμόστηκαν συνολικά δέκα κρουστικές δυνάμεις σε διάφορα σημεία της μέσω ενός κρουστικού σφυριού, το οποίο φέρει δυναμόμετρο στην κεφαλή

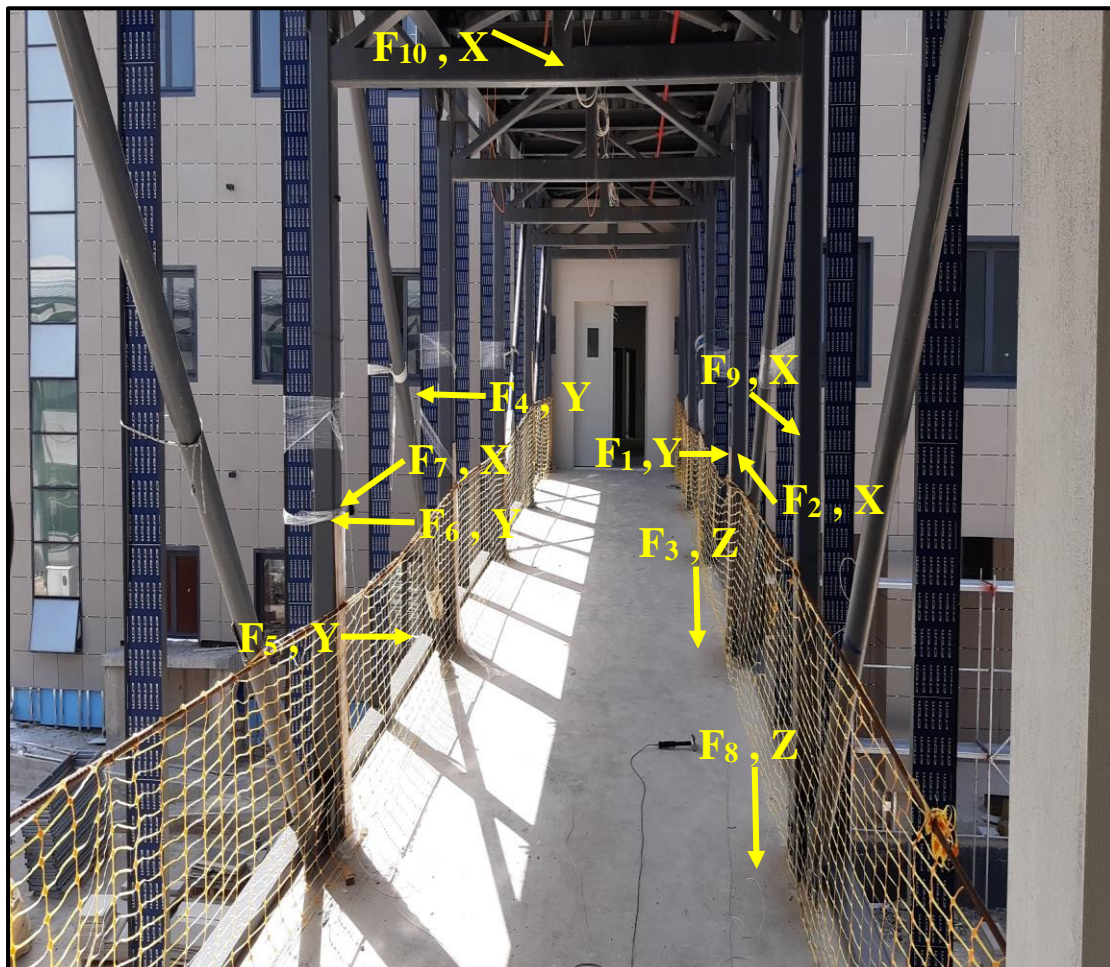
του, ώστε να συλλεχθούν επαρκείς μετρήσεις που θα αξιολογηθούν και θα επεξεργαστούν ώστε να προκύψουν οι συναρτήσεις μετάδοσης, οι ιδιοσυχνότητες και τα μέτρα απόσβεσης. Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία καθώς και οι διευθύνσεις εφαρμογής των κρουστικών διεγέρσεων.



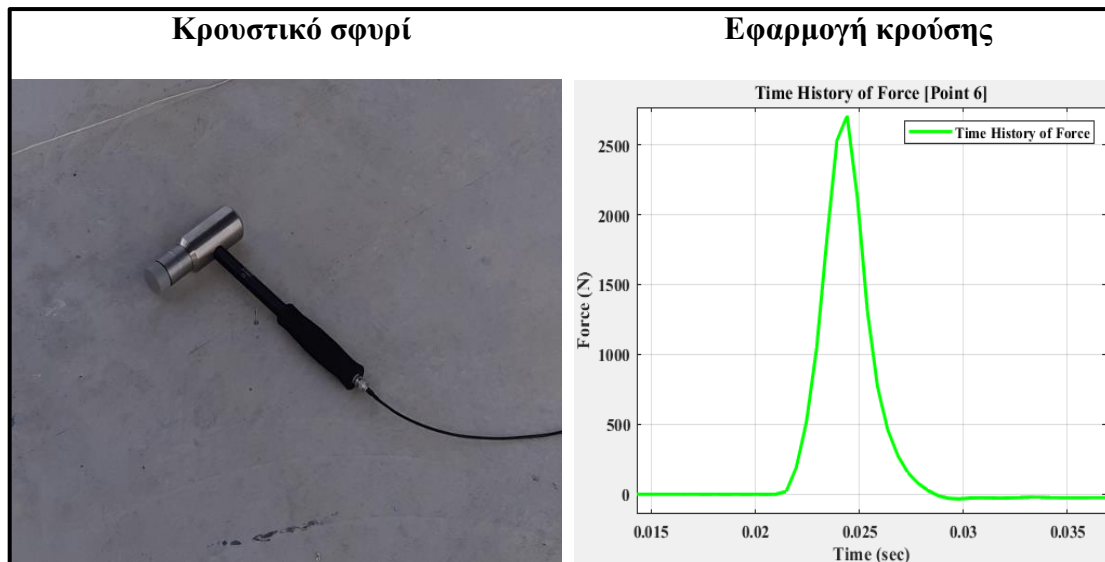
Εικόνες 5.7 – 5.15: Θέσεις και διευθύνσεις εφαρμογής δυνάμεων F₁ έως F₉



Εικόνα 5.16: Θέση και διεύθυνση εφαρμογής δύναμης F_{10}



Εικόνα 5.17: Αρίθμηση και κατεύθυνση εφαρμογής κρουστικών διεγέρσεων



Εικόνα 5.18: Κρουστικό σφυρί και χρονική ιστορία κρούσης μέσα από το Matlab

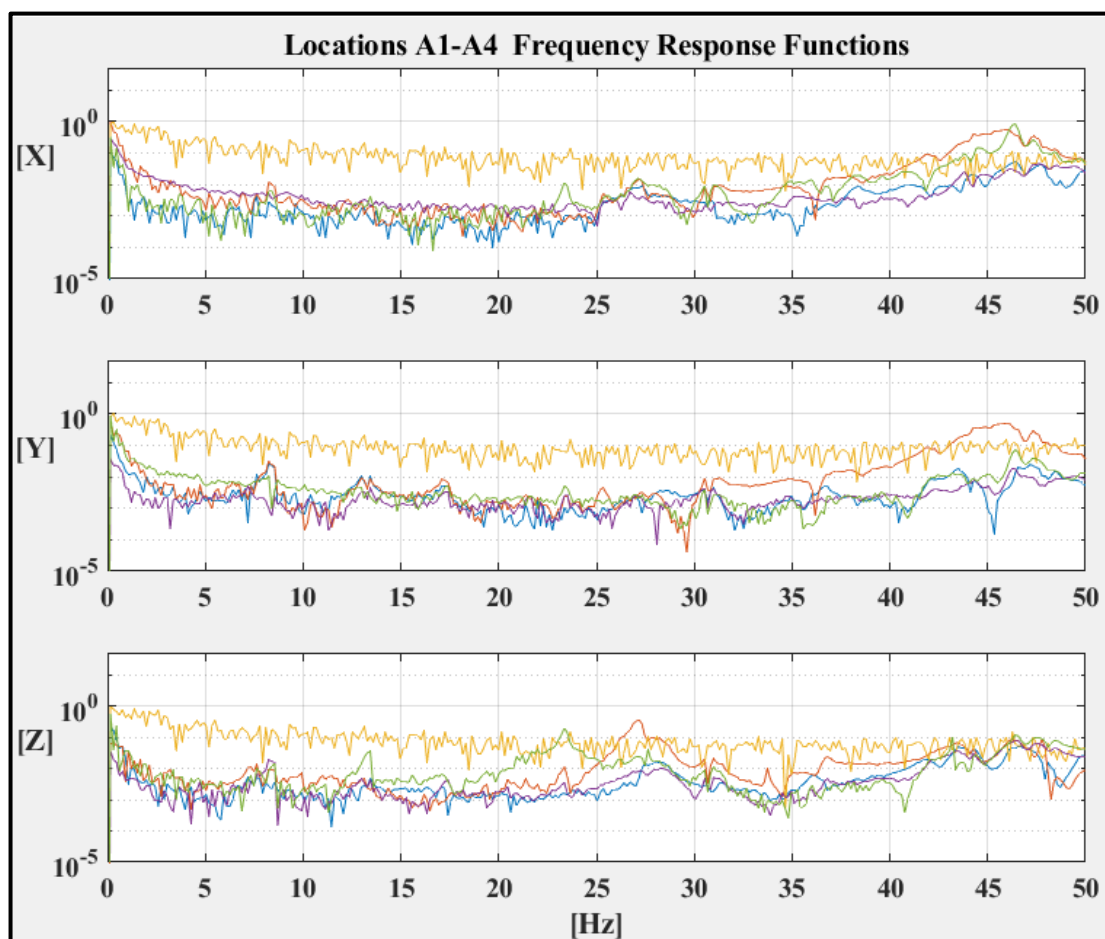


Εικόνα 5.19: Σύστημα συλλογής δεδομένων με χρήση του λογισμικού Labview

Συγκεντρωτικά, ο εργαστηριακός εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση των πειραμάτων είναι:

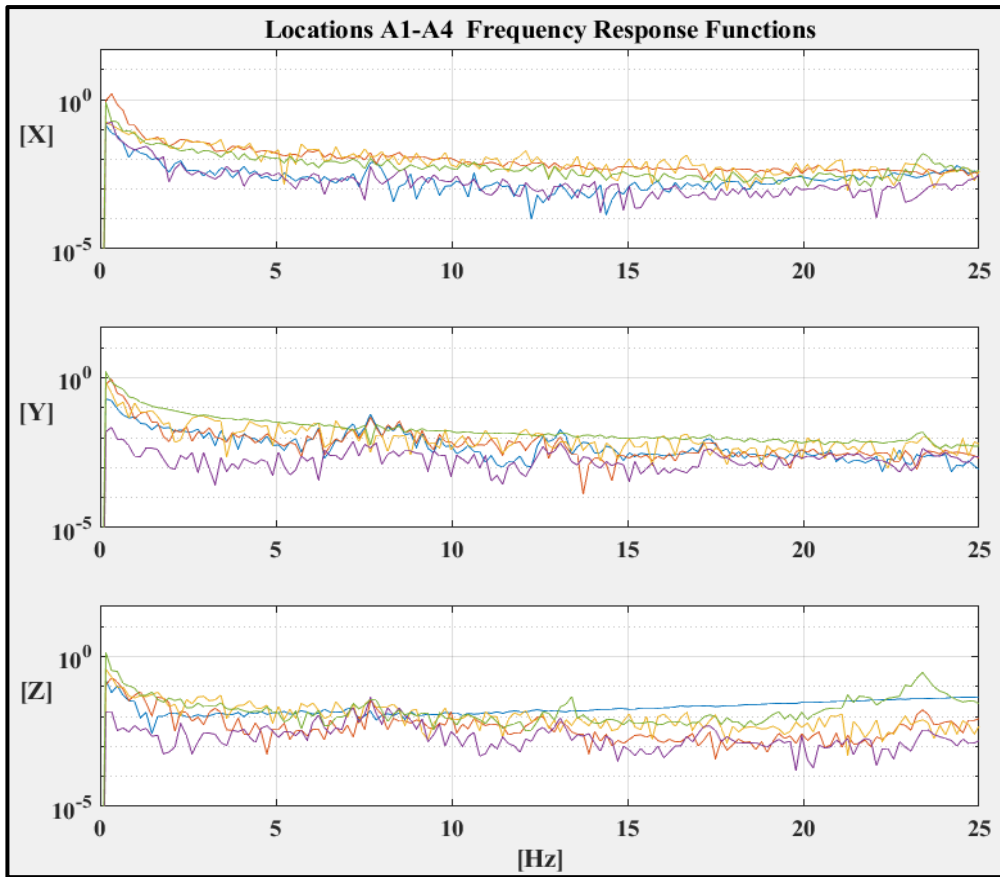
- 5 τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα.
- 1 σφυρί κρουστικής διέγερσης.
- 4 κάρτες μετατροπής αναλογικού σήματος σε ψηφιακό με συνολικά 15 κανάλια.
- Λογισμικό λήψης και επεξεργασίας σήματος Labview της National Instruments Corporation.
- Κάμερα για καταγραφή και βιντεοσκόπηση όλης της πειραματικής διαδικασίας.

Μετά το πέρας των πειραμάτων έγινε αξιολόγηση των μετρήσεων από όλες τις περιπτώσεις διέγερσης, καθώς και από όλα τα κανάλια καταγραφής. Λόγω του μεγέθους της κατασκευής, του μέτρου των διεγέρσεων καθώς και της ποιότητας των αισθητηρίων τα διαγράμματα των συναρτήσεων μετάδοσης δεν ήταν εύκολο να ερμηνευτούν, με αποτέλεσμα να μην μπορεί να επιτευχθεί ακρίβεια στην μέτρηση των ιδιοσυχνοτήτων, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

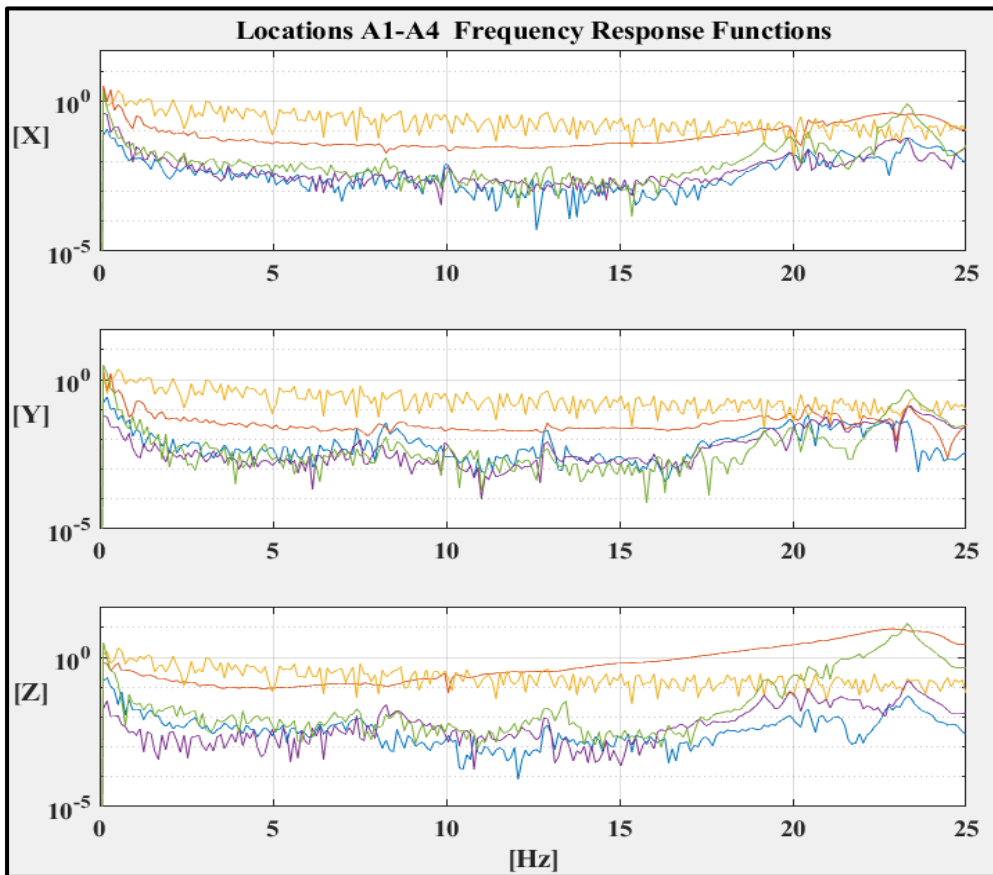


Εικόνα 5.20: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{6,y}$

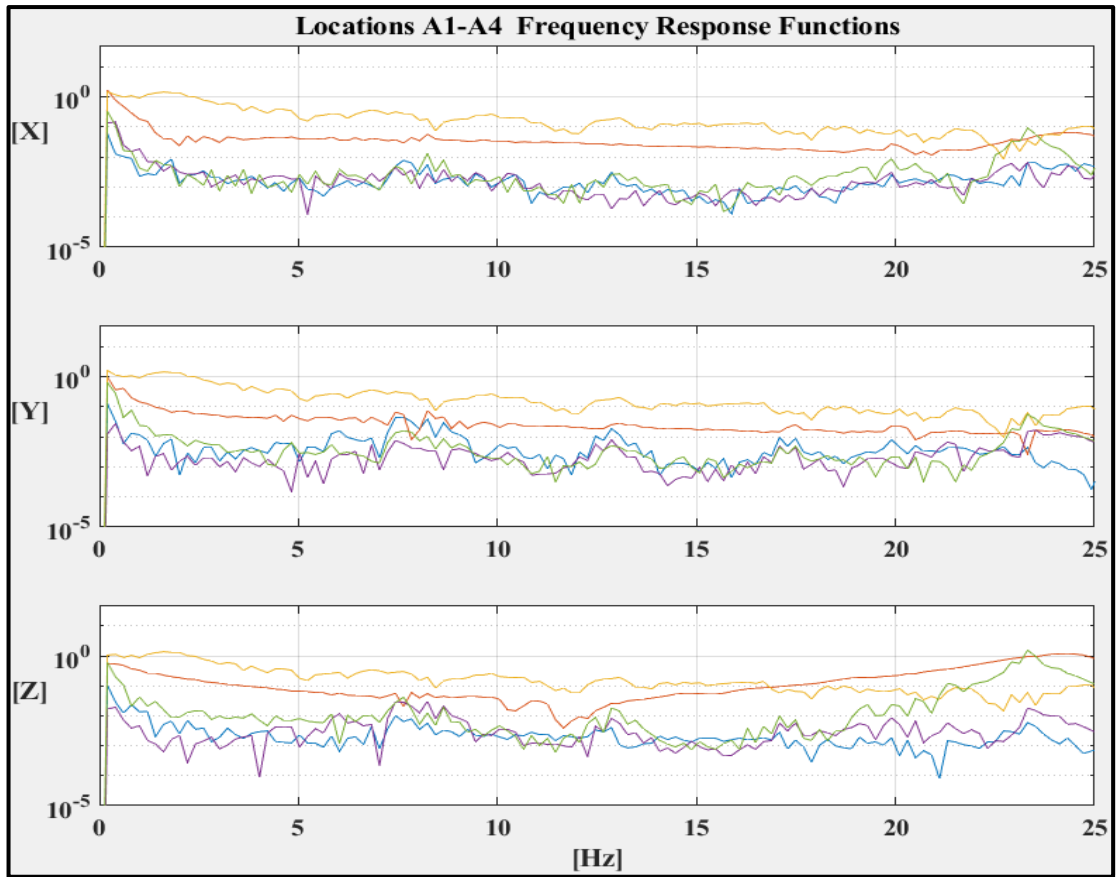
Επομένως ήταν επιτακτική η χρήση μέσα από το Matlab της εφαρμογής «Signal Analyzer», όπου μελετήθηκαν όλες οι διεγέρσεις τόσο ξεχωριστά όσο και σε ομάδες, και για τα 15 κανάλια, ώστε να καθοριστούν με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια γίνεται οι ιδιοσυχνότητες της κατασκευής. Επίσης επειδή η γέφυρα καταπονείται γενικά σε χαμηλές συχνότητες, κρίθηκε σκόπιμο να μελετηθούν αυτές μέχρι την τιμή των 25 Hz, δηλαδή οι 5 πρώτες. Ενδεικτικά παρουσιάζονται παρακάτω τα διαγράμματα των διεγέρσεων που εφαρμόστηκαν στον άξονα Y, ο οποίος είναι ο πιο σημαντικός για την συμπεριφορά της πεζογέφυρας, καθώς και μια εικόνα από την ανάλυση που έγινε μέσα στην προαναφερθείσα εφαρμογή.



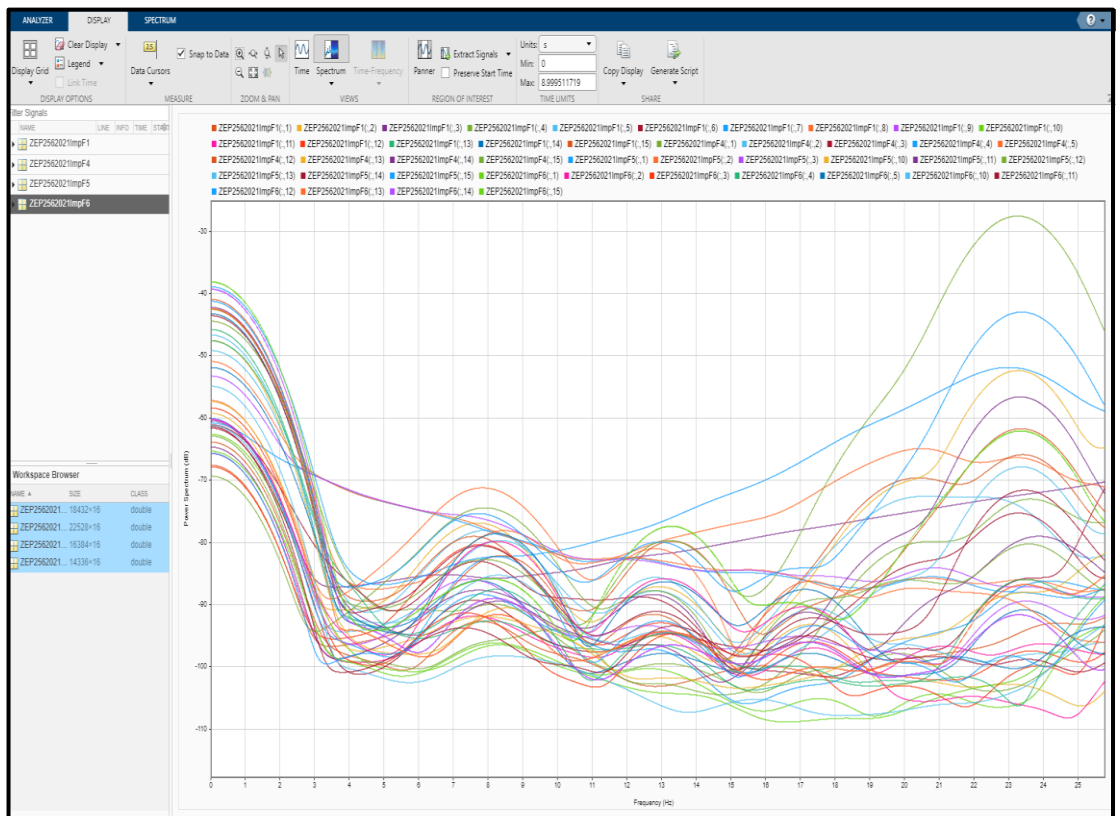
Εικόνα 5.21: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{1,y}$



Εικόνα 5.22: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{4,y}$



Εικόνα 5.23: Μέτρο συνάρτησης μετάδοσης ως προς τις συχνότητες ταλάντωσης δύναμης $F_{5,y}$



Εικόνα 5.24: Signal Analyzer για τις δυνάμεις F_1 , F_4 , F_5 και F_6 που ασκούνται στον άξονα Y

5.5 Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων ανάλυσης-πειράματος

Μετά την εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων της πραγματικής κατασκευής από την αναγνώριση των μορφικών παραμέτρων της πειραματικής διαδικασίας, είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί μια συγκριτική αξιολόγηση των ιδιοσυχνοτήτων του φυσικού μοντέλου με αυτές που προέκυψαν από την ιδιομορφική ανάλυση και αριθμητική επίλυση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Στον παρακάτω πίνακα 5.1 παρουσιάζονται οι πέντε πρώτες ιδιοσυχνότητες κάθε διαδικασίας καθώς και το απόλυτο σφάλμα που προέκυψε για κάθε ιδιομορφή. Στην πρώτη στήλη παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες που εκτιμήθηκαν από το πείραμα, στη δεύτερη οι ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση του μοντέλου, ενώ στην τρίτη η μεταξύ τους διαφορά (σφάλμα).

	$\omega_{rE}(Hz)$	$\omega_{rF}(Hz)$	$\frac{\omega_{rF} - \omega_{rE}}{\omega_{rF}} 100\%$
1 ^η	7.8	9.69	19.5%
2 ^η	13.3	13.33	0.2%
3 ^η	17.2	16.25	5.8%
4 ^η	20	19.1	4.7%
5 ^η	23.3	19.14	21.7%

Πίνακας 5.1: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων πειραματικού και μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Όπως φαίνεται στον πίνακα το σφάλμα κυμαίνεται από 1% έως 22%. Ο σημαντικότερος παράγοντας οφείλεται στην διαδικασία ψηφιοποίησης και σχεδιασμού της πραγματικής κατασκευής. Είναι λογικό το μοντέλο CAD που αποδίδει μια τέτοια διαδικασία να αποκλίνει έστω αμελητέα από το φυσικό μοντέλο, γεγονός που δρα όμως αθροιστικά στο τελικό σφάλμα. Το σφάλμα που υπολογίζεται στην τρίτη στήλη των πινάκων, εμπεριέχει πολλούς παράγοντες αβεβαιότητας όπως τις παραδοχές που έγιναν κατά την σχεδίαση του μοντέλου, τον καθορισμό των υλικών, τα πάχη των διατομών, το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το φυσικό μοντέλο, αβεβαιότητες που προκύπτουν από την διαδικασία του πειράματος κ.α.

Τα υλικά που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή, παρ' όλο που έχουν ονομαστικές τιμές ιδιοτήτων, παίρνουν από διάφορες διαδικασίες μέχρι να λάβουν την τελική τους μορφή και θέση, όπως συγκολλήσεις, ενώσεις με τρίτα στοιχεία (βίδες), διάφορες καταπονήσεις (χτυπήματα, αλλαγές διατομών ή παχους) κ.α. Επομένως είναι αδύνατος ο ακριβής εντοπισμός της τελικής τους τιμής, ενισχύοντας ως ένα βαθμό το τελικό σφάλμα.

Γενικά, μπορεί να υποθεί πως τα σφάλματα είναι σχετικά μικρά, εκτός από την πρώτη και την πέμπτη ιδιομορφή. Στο συγκεκριμένο μοντέλο θα μπορούσε να εφαρμοστεί ένας σχεδιασμός ευαισθησίας και βελτιστοποίησης μέσω του λογισμικού Matlab, ώστε τα παραπάνω σφάλματα να ελαχιστοποιηθούν σε όλες τις ιδιοσυχνότητες του μοντέλου.

6. Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην δυναμική ανάλυση μιας μεταλλικής πεζογέφυρας που βρίσκεται στο νέο κτήριο του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας στη περιοχή ΖΕΠ του νομού Κοζάνης. Η βασική ιδέα επικεντρώνεται στην προσπάθεια μοντελοποίησης της πεζογέφυρας σε ένα λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, του οποίου η λύση θα αποδώσει τις ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της κατασκευής, οι οποίες τελικά θα συγκριθούν με αυτές του φυσικού μοντέλου που προέκυψαν μέσω πειραματικών μετρήσεων.

Πρώτο βήμα της διαδικασίας ήταν η εισαγωγή του σχεδιαστικού αρχείου CAD, στο λογισμικό του ANSA, ώστε να διακριτοποιηθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, να καθοριστούν οι ιδιότητες των υλικών, όπως μέτρο ελαστικότητας και πυκνότητα, καθώς και τα πάχη των διατομών και τέλος μέσω της επίλυσής του να προκύψουν οι μορφικές του παράμετροι.

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε ο πειραματικός προσδιορισμός αυτών των τιμών μέσω εφαρμογής διάφορων κρουστικών δυνάμεων στην πραγματική κατασκευή και συλλογής δεδομένων. Τα δεδομένα αυτά εισήχθησαν με την σειρά τους σε έναν υπολογιστικό κώδικα στο λογισμικό του MATLAB, όπου έπειτα από ενδελεχή μελέτη των διαγραμμάτων των συναρτήσεων μετάδοσης προσδιορίστηκαν οι πραγματικές τιμές των μορφικών παραμέτρων.

Έτσι έχοντας πλέον τις πραγματικές τιμές στη διάθεσή μας, έγινε ενημέρωση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μέσω πολλών δοκιμών στις τιμές των ιδιοτήτων των υλικών κατασκευής, ώστε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την αριθμητική επίλυση να είναι όσο πιο κοντά γίνεται στα πραγματικά.

Τέλος, τα παραπάνω αποτελέσματα συγκρίθηκαν μεταξύ τους, υπολογίζοντας ένα σφάλμα ανάμεσα στις πέντε πρώτες ιδιομορφές της κατασκευής με το σφάλμα αυτό να κυμαίνεται μεταξύ 1% έως 22%, γεγονός που απαιτεί μια μεθοδολογία βελτιστοποίησης στη δημιουργία του μοντέλου.

Σε αυτό το σημείο, για να γίνει ακόμα πιο κατανοητή η διαδικασία που ακολουθήθηκε και στην οποία βασίστηκε η συγκεκριμένη εργασία, παρουσιάζεται ένα από τα πολλά παραδείγματα που εφαρμόστηκαν και δοκιμάστηκαν ως προς τις ιδιομορφές τους και είναι αυτό με τις πρότυπες τιμές ιδιοτήτων τις οποίες εμφανίζουν τα υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, με τις αλλαγές να παρατηρούνται στο μέτρο ελαστικότητας και στην πυκνότητα:

	E (GPa)	ρ (kg/m³)	ν
Χάλυβας	200.00	7850.00	0.3
Τσιμεντοκονία	40.00	2200.00	0.2
Elastic bearing (καουτσούκ)	10.00	1500.00	0.48

Πίνακας 6.1: Συνδυασμός υλικών για μοντέλο που απορρίφθηκε

Κατά την επίλυση του παραπάνω μοντέλου, μελετώντας τις πέντε πρώτες ιδιοσυχνότητες και συγκρίνοντάς τες με αυτές του πειράματος, παρατηρήθηκε ότι προκύπτει μεγαλύτερο σφάλμα, γεγονός που το καθιστά αναξιόπιστο.

	$\omega_{rE}(Hz)$	$\omega_{rF}(Hz)$	$\frac{\omega_{rF} - \omega_{rE}}{\omega_{rF}} 100\%$
1 ^η	7.8	9.87	21%
2 ^η	13.3	13.87	4,1%
3 ^η	17.2	16.67	3.2%
4 ^η	20	18.66	7.2%
5 ^η	23.3	18.7	24.6%

Πίνακας 6.2: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων πειραματικού και απορριφθέντος μοντέλου

Όπως φαίνεται, όλες οι ιδιομορφές (εκτός από την 3^η) εμφανίζουν μεγαλύτερο σφάλμα, το οποίο κυμαίνεται από 3.2% έως 24.6%, από αυτές του μοντέλου που επιλέχθηκε να παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 4.4. Η παραπάνω διαδικασία ακολουθήθηκε για μεγάλο αριθμό συνδυασμών, οι οποίοι συγκρίνονταν μεταξύ τους έτσι ώστε να προκύψει ο βέλτιστος (αυτός με το μικρότερο σφάλμα).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Rao, S., S., The Finite Element Method in Engineering, Elsevier Science & Technology Books, December 2004
2. Giagopoulos, D., “Hybrid (Numerical-Experimental) Modeling of Complex Structures with Linear and Nonlinear Components,” Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Aristotle University, Thessaloniki, Greece, 2005.
3. Giagopoulos, D., Papalukopoulos, C. and Natsiavas, S., “Comparison of Component Mode Synthesis and FRF-based Substructuring in Large Scale Models,” International Conference on Noise and Vibration Engineering, K.U. Leuven, Belgium, 2004.
4. Σ. ΝΑΤΣΙΑΒΑΣ, ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ, εκδόσεις ΖΗΤΗ, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2001.
5. Α. Αραιόπουλος, Διπλωματική εργασία: Διερεύνηση μεθόδων ενημέρωσης και βελτιστοποίησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων με χρήση πειραματικών δεδομένων.
6. Η. Ζαχαράκης, Ε. Πιπίλη, Διπλωματική εργασία: Ανάπτυξη μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και δυναμική ανάλυση του στροβίλου της μονάδας IV του ΑΗΣ Αγίου Δημητρίου της ΔΕΗ.
7. Χ. Σαρασέλι, Διπλωματική εργασία: Μοντελοποίηση και δυναμική ανάλυση γονάτου ανάρτησης ρυμουλκούμενης πλατφόρμας βαρέως τύπου.
8. Χ. Γουρδούπη, Διπλωματική εργασία: Σχεδιασμός και ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς πεζογέφυρας.
9. Μ. Γιαννακίδης, Διδακτορική διατριβή: Δομή και χαρακτηριστικά ενός γενικής χρήσης προ-επεξεργαστή πεπερασμένων στοιχείων, για τη δημιουργία ολοκληρωμένων και επαναχρησιμοποιούμενων μοντέλων κατά την ανάλυση μηχανολογικών κατασκευών.
10. Δ. Χριστοδούλου, διάλεξη με τίτλο: Μεταλλικές κατασκευές (602) ανάκτηση από www.docplayer.gr.
11. ANSA and META-Post, BETA CAE Systems S.A., Thessaloniki, Greece
12. Wikipedia. (n.d.). Ανάκτηση από www.wikipedia.org.