

Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Διδακτορική διατριβή με τίτλο:

**«Υπολογιστική διερεύνηση  
διφασικής ροής σε βαθμίδες  
χαμηλής πίεσης ατμοστροβίλων»**

Επιμέλεια: Κόνιας Α. Φώτης

Κοζάνη 2009



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Ευχαριστώ τη τριμελή επιτροπή μου, Αν. Καθ. Τουρλιδάκη Αντώνιο, Καθ. Τομπουλίδη Ανανία και Καθ. Γούλα Απόστολο, που έκαναν εφικτή αυτή τη διδακτορική διατριβή, καθώς και των επίκουρο καθηγητή Μπούρη Δημήτριο του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας για την βοήθεια που προσέφεραν. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τους στενούς συνεργάτες, συναδέλφους και πάνω απ' όλα φίλους, για την καθημερινή βοήθεια και ψυχολογική συμπαράσταση. Βαθιές ευχαριστίες και στο Νασερεντίν Βασίλη για την εγκατάσταση του cluster ηλεκτρονικών υπολογιστών στο οποίο έγιναν όλοι οι υπολογισμοί και προσομοιώσεις. Σημαντική ήταν και η βοήθεια του κ. Θεοδωρίδη Γεώργιου με την υποστήριξή του σε προβλήματα με το υπολογιστικό πακέτο ANSYS-CFX. Ακόμα θέλω να ευχαριστήσω την Δ.Ε.Η. Α.Ε. και όλους τους συντελεστές αυτής που συνεργάστηκαν, για τις πληροφορίες που παρείχαν. Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου.



<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....	4
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	5
<b>1. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ</b> .....	6
<b>1.1. Ροϊκά φαινόμενα σε ατμοστροβίλους</b> .....	6
1.1.1 Είδη απωλειών .....	6
<b>1.2. Διφασική ροή</b> .....	11
1.2.1 Βασικές έννοιες Πυρηνοποίησης (Nucleation) .....	11
1.2.2 Εξίσωση Helmholtz.....	12
1.2.3 Σημείο Wilson .....	13
1.2.4 Δευτερογενής πυρηνοποίηση και πολλαπλή διασπορά σταγονιδίων (polydispersed) .....	16
1.2.5 Υμένια υγρασίας (film) και μεγάλα σταγονίδια.....	18
<b>1.3. Προσέγγιση του προβλήματος στο παρελθόν</b> .....	19
1.3.1 Μοντελοποίηση μεγέθους και ανάπτυξης σταγονιδίων .....	19
1.3.2 Προσεγγίσεις Euler – Lagrange προσεγγίσεις .....	24
1.3.3 Γενικές εξισώσεις ροής .....	25
1.3.4 Μέθοδος Time-Marching για την επίλυση εξισώσεων ροής.....	27
1.3.5 Μέθοδος διόρθωσης πίεσης για την επίλυση εξισώσεων ροής.....	28
1.3.6 Βιβλιογραφική ανασκόπηση ερευνητικών προσεγγίσεων .....	29
<b>1.4. Παρούσα εργασία</b> .....	31
1.4.1 Δομή εργασίας .....	31
<b>2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ</b> .....	34
<b>2.1. Γενικές εξισώσεις ροής και μεταφοράς θερμότητας</b> .....	34
2.1.1 Αρχή διατήρησης μάζας στις τρεις διαστάσεις .....	35
2.1.2 Εξίσωση ορμής στις τρεις διαστάσεις .....	36
2.1.3 Εξίσωση ενέργειας στις τρεις διαστάσεις .....	39
2.1.4 Νευτώνεια ρευστά και τάσεις .....	43
2.1.5 Μορφή γενικών εξισώσεων του κώδικα ANSYS-CFX.....	44
<b>2.2. Μοντελοποίηση τύρβης</b> .....	46
2.2.1 Στατιστικά μοντέλα τύρβης και RANS .....	46
2.2.2 Μοντέλα Τύρβης .....	52
<b>2.3. Διακριτοποίηση και αριθμητική επίλυση</b> .....	60
2.3.1 Διακριτοποίηση των γενικών εξισώσεων .....	60
2.3.2 Βαθμός ακρίβειας.....	63
2.3.3 Στρατηγική επίλυσης.....	63
<b>3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ</b> .....	65
<b>3.1. Μοντέλο διφασικής ροής Eulerian-Eulerian</b> .....	65
3.1.1 Σημειογραφία πολυφασικής ροής .....	65
3.1.2 Μοντέλα ομοιογενούς και ανομοιογενούς ροής.....	66
3.1.3 Υδροδυναμικές εξισώσεις πολυφασικής ροής .....	67
3.1.4 Μεταφορά θερμότητας μεταξύ φάσεων.....	69
3.1.5 Μοντελοποίηση τύρβης σε πολυφασική ροή .....	70
3.1.6 Μεταφορά μάζας μεταξύ φάσεων .....	71
3.1.7 Καταστατικές εξισώσεις .....	76
<b>3.2. Μοντέλο μεταφοράς σωματιδίων Lagrange</b> .....	82
3.2.1 Υπολογισμός μετατόπισης σωματιδίου .....	82

3.2.2 Αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων και ρευστού.....	83
3.2.3 Μεταφορά ορμής .....	83
3.2.4 Βασικό μοντέλο διάβρωσης Finnie.....	84
<b>4. ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΕΓΚΥΡΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ .....</b>	<b>86</b>
<b>4.1. Περιγραφή γεωμετρίας πτερυγίου VKI-RS1S .....</b>	<b>86</b>
4.1.1 Κατασκευαστικά σχέδια πτερυγίου .....	86
4.1.2 Δημιουργία γεωμετρίας και πλέγματος .....	87
<b>4.2. Οριακές συνθήκες – Συγκριτικά αποτελέσματα.....</b>	<b>91</b>
4.2.1 Πειραματικές μετρήσεις.....	91
4.2.2 Αριθμητική προσομοίωση με το ANSYS-CFX .....	92
<b>4.3. Συμπεράσματα .....</b>	<b>95</b>
<b>5. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΛΕΓΜΑΤΑ ΑΤΜΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ</b>	
<b>ΠΛΗΡΟΥΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ.....</b>	<b>96</b>
<b>5.1. Γενικά τεχνικά χαρακτηριστικά του ατμοστροβίλου Χ. Π. ....</b>	<b>96</b>
<b>5.2. Δημιουργία γεωμετρίας .....</b>	<b>100</b>
<b>5.3. Δημιουργία πλεγμάτων στο ANSYS-TurboGrid .....</b>	<b>104</b>
5.3.1 Μορφολογία πλεγμάτων .....	104
5.3.2 Μέγεθος πλεγμάτων .....	107
<b>6. ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>111</b>
<b>6.1. Ροή με ξηρό υπέρθερμο ατμό .....</b>	<b>111</b>
6.1.1 Οριακές συνθήκες.....	111
6.1.2 Αποτελέσματα και διαγράμματα.....	113
6.1.3 Συμπεράσματα .....	127
<b>6.2. Ροή με μοντέλο πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης ατμού –</b>	
<b>Μέθοδος Euler .....</b>	<b>128</b>
6.2.1 Οριακές συνθήκες.....	128
6.2.2 Αποτελέσματα και διαγράμματα.....	129
6.2.3 Διαφορετικά φορτία λειτουργίας.....	138
6.2.4 Συμπεράσματα .....	142
<b>6.3. Ροή ξηρού ατμού με ψεκασμό σταγονιδίων – Μέθοδος Lagrange</b>	
.....	143
6.3.1 Οριακές συνθήκες.....	143
6.3.2 Αποτελέσματα - Συμπεράσματα .....	144
<b>7. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>148</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α .....</b>	<b>151</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β .....</b>	<b>153</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ .....</b>	<b>154</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ .....</b>	<b>155</b>
<b>ΣΗΜΕΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>156</b>
<b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΣΗΜΕΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>158</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>159</b>

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή πραγματοποιήθηκε ένα πλήθος υπολογισμών με στόχο την διερεύνηση και την ανάλυση της επίδρασης που έχει στο ροϊκό πεδίο, στο βαθμό απόδοσης και στις συνθήκες λειτουργίας του ατμοστροβίλου, η παρουσία διφασικής ροής που δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία (thermal non-equilibrium). Οι υπολογισμοί έγιναν με την χρήση του κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής ANSYS-CFX για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes σε μία μορφή Reynolds-averaged, με τη χρήση κατάλληλου μοντέλου τύρβης στις τρισδιάστατες περιοχές των περασμάτων της ροής ανάμεσα στα πτερύγια, καθώς και μοντέλου συμπύκνωσης και σταγονοποίησης του ατμού. Ο κύριος σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση πραγματικού ατμοστροβίλου χαμηλής πίεσης που βρίσκεται σε λειτουργία και η ευρύτερη και σε βάθος κατανόηση των φυσικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα λόγω της εμφάνισης σταγονιδίων νερού μέσα στην ροή και της δημιουργίας με αυτό τον τρόπο υγρού ατμού.

Αρχικά περιλαμβάνεται εκτεταμένη αναφορά στην υπάρχουσα βιβλιογραφία, στους νόμους και στις θεωρίες που διέπουν τα φαινόμενα προς μελέτη, καθώς και σε παλιότερες επιστημονικές εργασίες άλλων ερευνητών. Μετά, στα πλαίσια πιστοποίησης της εγκυρότητας του προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε, πραγματοποιήθηκε σειρά υπολογιστικών εξομοιώσεων μιας πραγματικής γεωμετρίας πτερυγίων στροβίλου. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η γεωμετρία του πτερυγίου VKI – RS1S του Von Karman Institute για την οποία κατασκευάστηκαν ψηφιακή γεωμετρία, πλέγματα και έγιναν προσομοιώσεις, όλα με τέτοιο τρόπο ώστε να αναπαράγουν τα βήματα υπάρχουσας πειραματικής εργασίας που αποτέλεσε το σημείο αναφοράς.

Στη συνέχεια η μελέτη στράφηκε στο πραγματικό πρόβλημα. Ο ατμοστροβίλος χαμηλής πίεσης που επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί και να αναλυθεί ήταν αυτός της δεύτερης μονάδας του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας. Για αυτόν κατασκευάστηκαν εξ' ολοκλήρου από την αρχή όλες οι γεωμετρίες των πτερυγίων του σε ψηφιακή μορφή, καθώς και τα αντίστοιχα υπολογιστικά πλέγματα. Τρεις είναι οι κύριες περιπτώσεις ροών που προσομοιώθηκαν. Στην πρώτη περίπτωση θεωρήθηκε ότι το ρευστό που διέρχεται από τον στρόβιλο είναι καθαρός, ξηρός, υπέρθερμος ατμός και έγιναν πολλές δοκιμές συνθηκών λειτουργίας. Στην δεύτερη περίπτωση προστέθηκε μοντέλο πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης του ατμού, με την παράλληλη χρήση του μοντέλου Euler για την περιγραφή του ροϊκού πεδίου. Τέλος πραγματοποιήθηκαν και μελέτες με τη χρήση του μοντέλου Lagrange, όπου υπήρξε ψεκασμός σταγονιδίων νερού διαφόρων διαμέτρων μέσα στην ροή του ξηρού ατμού, με ταυτόχρονη χρήση εμπειρικού μοντέλου διάβρωσης για τις επιφάνειες του στροβίλου.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων επετεύχθητε η διεξαγωγή συμπερασμάτων για την θερμοδυναμική επίδραση της υγροποίησης του ατμού στα φυσικά φαινόμενα που διέπουν την ροή μέσα στο στρόβιλο, καθώς και στην απόδοση αυτού. Ενώ παράλληλα εντοπίστηκαν τα σημεία πυρηνοποίησης του ατμού και έγινε μια πρόβλεψη για τα σημεία εμφάνισης φθοράς στις διάφορες επιφάνειες του στροβίλου.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εξέλιξη του ανθρώπου ανά τους αιώνες είχε σαν αποτέλεσμα την κατάληξη του σε ένα τρόπο ζωής άμεσα εξαρτημένο από την ενέργεια. Η εξάρτηση αυτή προκάλεσε σταδιακά πολλά προβλήματα, μέχρι και την φθορά του ίδιου μας του πλανήτη σε τέτοια έκταση ώστε να υπάρχουν ακραίες υπόνοιες ακόμα και για την ολοκληρωτική καταστροφή του. Είναι προφανής λοιπόν η σπουδαιότητα του ρόλου που παίζει η ενέργεια, με όποια μορφή και αν είναι αυτή, για την επιβίωση του ανθρώπου στην σημερινή εποχή. Μία από τις πιο δημοφιλείς μορφές είναι και η υψηλής ποιότητας ηλεκτρική ενέργεια που η εκτεταμένη χρήση της άλλαξε δραστικά τη ζωή του ανθρώπου, αλλά και τους ρυθμούς εξέλιξής του. Έτσι δημιουργήθηκε ένας φαύλος κύκλος συσχέτισης, της εξέλιξης με την εκτεταμένη εκμετάλλευση. Το αποτέλεσμα ήταν η γέννηση της ενεργειακής βιομηχανίας που έχει ως στόχο την «παραγωγή» μεγάλης ποσότητας αξιοποιήσιμης και εύχρηστης ενέργειας.

Σε αυτή τη βιομηχανία λοιπόν, ακόμα και μετά από πολλά χρόνια εξέλιξης, ο ατμοστρόβιλος εξακολουθεί να παραμένει μία από τις σημαντικότερες παραμέτρους της διεργασίας, που ευθύνεται για την αποδοτική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζουν οι ατμοστρόβιλοι χαμηλής πίεσης των τελευταίων βαθμίδων που παράγουν ένα μεγάλο ποσοστό ενέργειας, αλλά ταυτόχρονα παρουσιάζουν και τις περισσότερες απώλειες. Έτσι μια μικρή βελτίωση του βαθμού απόδοσης μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικό όφελος κατά τη συνολική διάρκεια ζωής του στροβίλου που μεταφράζεται σε μείωση του απαιτούμενου καυσίμου και των συνεπαγόμενων εκπεμπόμενων ρύπων. Η αξιοπιστία όμως των υπολογισμών του βαθμού απόδοσης στηρίζεται στην κατανόηση των ροϊκών φαινομένων και την ποσοτική περιγραφή των μηχανισμών απωλειών ροής που λαμβάνουν χώρα μέσα στον στρόβιλο. Για αυτό το λόγο στην συγκεκριμένη ερευνητική εργασία πραγματοποιήθηκε ένα πλήθος υπολογισμών με στόχο την διερεύνηση και κατανόηση αυτών των ροϊκών φαινομένων και ιδιαίτερα την ανάλυση της επίδρασης που έχει στο ροϊκό πεδίο, στο βαθμό απόδοσης και στις συνθήκες λειτουργίας του ατμοστροβίλου, η παρουσία διαφασικής ροής που δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία (thermal non-equilibrium).



# 1. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

## 1.1. Ροϊκά φαινόμενα σε ατμοστροβίλους

Ο βαθμός απόδοσης ενός ατμοστροβίλου καθορίζεται κατά κύριο λόγο από τα ροϊκά φαινόμενα που αναπτύσσονται ανάμεσα στα πτερύγια, είτε αυτά είναι περιστρεφόμενα είτε σταθερά. Σημαντικό είναι ότι δεν παραμένει αμετάβλητος κατά τη διάρκεια ζωής της μηχανής. Ο λόγος είναι οι σίγουρες αλλοιώσεις στη γεωμετρία των πτερυγίων, στη διάρκεια του χρόνου από φθορές, διαβρώσεις, κόπωση ή και αστοχίες υλικών. Παράλληλα μεταβολές μπορούν να συμβούν σε μεγέθη διακένων από την φθορά και καταπόνηση εδράνων και από την συστολή και διαστολή του άξονα περιστροφής, καθώς και σε διάφορες άλλες ρυθμίσεις. Επίσης η απόδοση ενός ατμοστροβίλου είναι άμεσα εξαρτώμενη από το σημείο λειτουργίας που επιβάλλει η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας, συχνές μεταβολές της οποίας οδηγούν σε αντίστοιχες αλλαγές στη λειτουργία του ατμοστροβίλου γεγονός που οδηγεί έμμεσα σε περαιτέρω μείωση του βαθμού απόδοσης.

### 1.1.1 Είδη απωλειών

Παραδοσιακά ο υπολογισμός των απωλειών ροής πραγματοποιούνταν με τη χρήση ημι-εμπειρικών κανόνων που λάμβαναν υπόψη την προσθετική συνεισφορά μίας σειράς επιμέρους ροϊκών φαινομένων. Αυτά προσδίδουν απώλειες, οι κύριες των οποίων σε μια βαθμίδα αξονικής μηχανής μπορούν να διαχωριστούν σε τρεις κατηγορίες [1].

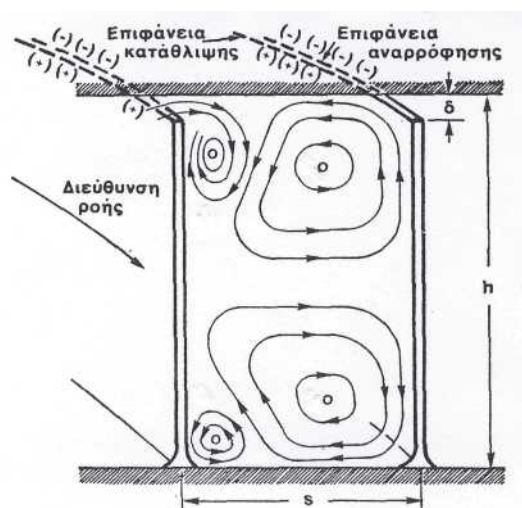
- Απώλειες οριακού στρώματος πλαϊνών τοιχωμάτων (annulus losses)
- Απώλειες δευτερογενούς ροής
- Απώλειες διατομής (profile losses)

Κατά μήκος των πλαϊνών τοιχωμάτων, που αποτελούν ουσιαστικά το κέλυφος της μηχανής που περιβάλλει τα περιστρεφόμενα πτερύγια, αναπτύσσονται οριακά στρώματα (annular boundary layers). Ο παράλληλος μηχανισμός ανάπτυξής τους είναι παρόμοιος με αυτόν σε ροές μεταξύ δύο επίπεδων πλακών ή σε ροές μέσα σε αγωγούς. Με αυτό τον τρόπο επηρεάζετε η ροή γύρω από την κορυφή των πτερυγίων. Για πολυβάθμια συστήματα τα οριακά στρώματα «μειώνουν» την διαθέσιμη επιφάνεια διατομής μέσα από την οποία διέρχεται το ρευστό, αυξάνοντας έτσι την μέση ταχύτητα. Παράλληλα σημαντική είναι η επιρροή τους στον σχηματισμό της δευτερογενούς ροής.

Η ροή στην αξονική μηχανή μπορεί να θεωρηθεί ως το άθροισμα δύο διαφορετικών ροών, της πρωτογενούς (primary) και της δευτερογενούς (secondary), με την πρωτογενή να αναφέρεται στην αξονική διεύθυνση. Η δευτερογενής ροή είναι ουσιαστικά η διαφορά της πρωτογενούς από την πλήρη τρισδιάστατη ροή. Στην πράξη με τον όρο δευτερογενή εννοούμε συνήθως τη δημιουργία δινών μέσα στο πεδίο ροής. Δύο είναι οι βασικοί

μηχανισμοί δημιουργίας δινών δευτερογενούς ροής σε μία πτερύγωση. Η πρώτη οφείλεται στην αλληλεπίδραση ανάμεσα στα οριακά στρώματα των πλαϊνών τοιχωμάτων, είτε αυτά ανήκουν στον άξονα περιστροφής είτε στο κέλυφος της μηχανής, με την καμπυλότητα των πτερυγίων. Η δεύτερη οφείλεται στην διαρροή ρευστού, από την πλευρά της κατάθλιψης (pressure side), στην πλευρά της αναρρόφησης (suction side), ανάμεσα από την κορυφή (tip) του πτερυγίου και το κέλυφος.

Λόγω των οριακών στρωμάτων που δημιουργούνται στο κέλυφος της μηχανής, η κλίση της ταχύτητας κοντά στα τοιχώματα και κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης σε αυτά, δεν είναι μηδενική. Σε συνδυασμό με την κλίση πίεσης μεταξύ της επιφάνειας κατάθλιψης και αναρρόφησης, που προκύπτει από την καμπυλότητα του πτερυγίου, προκαλείται μία περιστροφική κίνηση στο ρευστό που έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία στην έξοδο της πτερύγωσης δύο αντίρροπων δινών (δύο μεγάλες δίνες στο σχήμα 1.1).

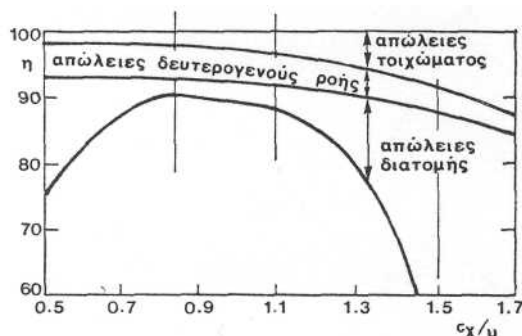


Σχήμα 1.1 Δίνες δευτερογενούς ροής σε περιστρεφόμενα πτερύγια στροβίλου [1]

Μία δεύτερη πηγή δινών σε αξονικές αλλά και σε κάθε άλλου είδους στροβιλομηχανές, όπου οι κορυφές των πτερυγίων δεν ενώνονται μεταξύ τους με δακτύλιο στήριξης (shroud), είναι η διαρροή ρευστού πάνω από το πτερύγιο. Στο σχήμα 1.1 απεικονίζεται η κορυφή του πτερυγίου, σε σχέση με το σταθερό τοίχωμα. Στην πλευρά της κατάθλιψης η στατική πίεση είναι υψηλή ενώ στην πλευρά της αναρρόφησης χαμηλή. Στο διάκενο λοιπόν υπάρχει μία διαφορά πίεσης που ωθεί ρευστό μέσω του διακένου και επαπτομενικά στο σταθερό τοίχωμα από την πλευρά της αναρρόφησης, δημιουργώντας μια επιπλέον δίνη. Στην πράξη αυτή η δίνη περιέχει ρευστό υψηλής εντροπίας ή χαμηλής ολικής πίεσης/ενθαλπίας με αποτέλεσμα να αποτελεί μια σημαντική πηγή απωλειών.

Οι απώλειες διατομής συμπεριλαμβάνουν τις απώλειες τριβής εξαιτίας της ανάπτυξης των οριακών στρωμάτων στις επιφάνειες των πτερυγίων, τις απώλειες πρόσπτωσης που είναι συνάρτηση της γωνίας προσβολής και της ανάμιξης του απόρρου στην έξοδο των πτερυγίων. Είναι δηλαδή άμεσα

εξαρτώμενες από την γεωμετρία και τη μορφολογία ολόκληρης της διατομής του πτερυγίου σε κάθε σημείο καθώς και της γεωμετρίας του κελύφους.



Σχήμα 1.2 Ποσοστά κύριων απωλειών ροής σε βαθμίδα αξονικής μηχανής συναρτήσει της παραμέτρου παροχής  $\phi=c_x/u$  [1]

Η συνεισφορά όλων των παραπάνω ροϊκών φαινομένων λαμβάνεται υπόψη στους προαναφερθέντες ημι-εμπειρικούς κανόνες, οι οποίοι βασίζονται σε χρήση της θεωρίας ομοιότητας και επεξεργασία πειραματικών δεδομένων. Παρόλο που αυτοί οι κανόνες επιτρέπουν το σχεδιασμό αεροστροβίλων και προσδιορισμό των διαστάσεών τους, στις περισσότερες περιπτώσεις πρόκειται για απλοποιήσεις που δε στηρίζονται άμεσα στα φυσικά φαινόμενα ροής που λαμβάνουν χώρα. Σα συνέπεια η χρήση των παραπάνω κανόνων θέτει σημαντικούς περιορισμούς τόσο στον τομέα σχεδιασμού νέων μηχανών όσο και στον τομέα ανάλυσης υπάρχουσών όπου απαιτείται να ληφθούν υπόψη επιμέρους φαινόμενα που δεν προβλέπονται ή είναι έξω από τα όρια ισχύος των κανόνων αυτών. Την τελευταία δεκαετία έχει επιτευχθεί αξιοσημείωτη πρόοδος στην ανάπτυξη και χρήση μεθόδων Υπολογιστική Μηχανικής Ρευστών (CFD) σε αεροστροβίλους και σε στροβιλομηχανές γενικότερα με πολύ σημαντικές βελτιώσεις στα λειτουργικά χαρακτηριστικά συμπεριλαμβανομένου και του βαθμού απόδοσης. Στην πρόοδο αυτή συνέβαλαν η συνεχής βελτίωση παλαιότερων και η ανάπτυξη νέων μεθόδων για την αριθμητική επίλυση των διακριτοποιημένων εξισώσεων ροής, η συνεχώς αυξανόμενη διαθεσιμότητα υπολογιστικής ισχύος χαμηλού κόστους καθώς και η σημαντικότερη βελτίωση μεθόδων μοντελοποίησης διαφόρων φυσικών φαινομένων, όπως είναι παραδείγματος χάρη η τύρβη και η διφασική ροή.

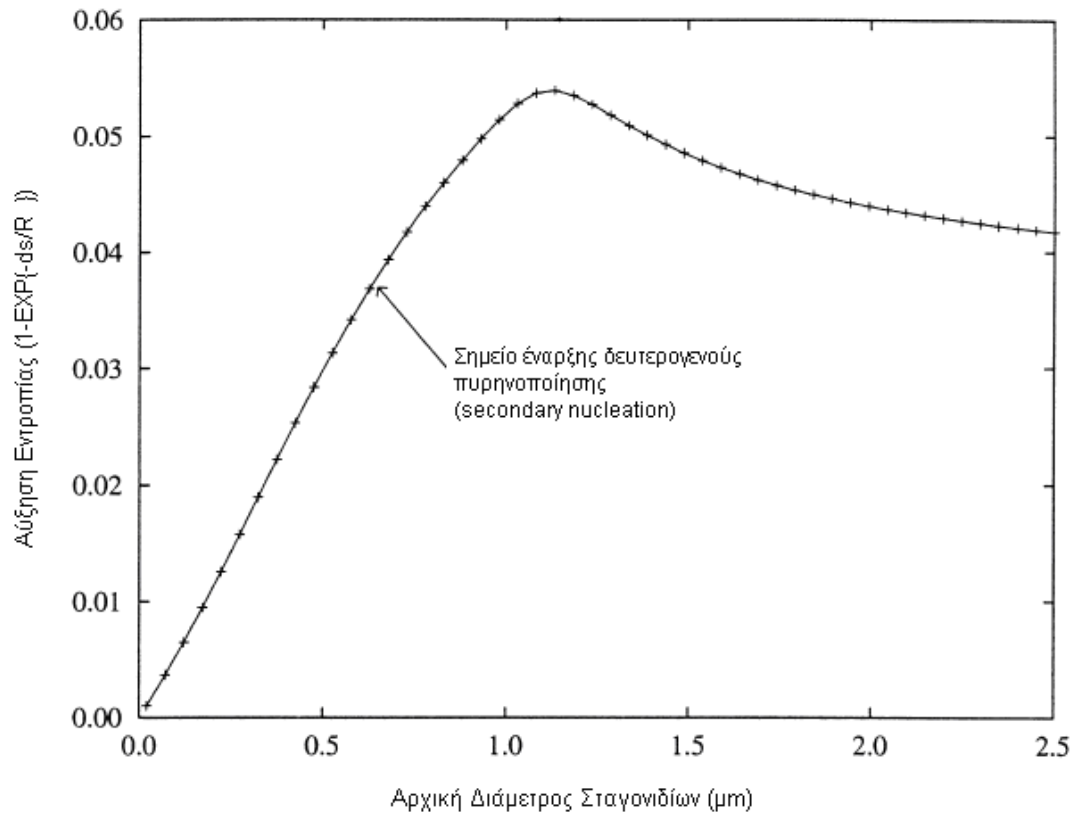
Το φυσικό φαινόμενο της υγροποίησης του ατμού στις βαθμίδες χαμηλής πίεσης, αποτελεί μια ιδιαιτερότητα που εμφανίζουν από φυσικής άποψης οι αεροστροβίλοι σε σχέση με άλλες στροβιλομηχανές. Λόγω της συνεχούς πτώσης πίεσης και θερμοκρασίας κατά την διάρκεια εκτόνωσης του ατμού, όταν ο ρυθμός είναι πολύ υψηλός, το ρευστό τοπικά, αρχικά υπερψύχεται (supercooling) και ξεπερνάει το σημείο κορεσμού, με αποτέλεσμα στην συνέχεια να λαμβάνει χώρα πυρηνοποίηση (nucleation) και να σχηματίζεται ένα νέφος σταγονιδίων. Η παρουσία των σταγονιδίων επηρεάζει τα χαρακτηριστικά της κύριας ροής η οποία αποκτά διφασική μορφή, ως μίγμα πλέον υγρής και αέριας φάσης, και απαιτεί διαφορετικό τρόπο ανάλυσης σε σχέση με την ανάλυση μόνο της ροής του ατμού.

Οι επιδράσεις της υγρασίας και της απόκλισης του συστήματος από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας μπορούν να διαχωριστούν ικανοποιητικά σε δύο κατηγορίες. Αυτές που περιλαμβάνονται στην πρώτη κατηγορία θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως *άμεσες απώλειες υγρασίας (direct wetness losses)*. Πρόκειται για τα φαινόμενα που είναι υπεύθυνα για την αύξηση της εντροπίας ως άμεσο αποτέλεσμα της παρουσίας νερού. Σύμφωνα με τον Gyarmathy [2], αυτή περιλαμβάνει τις θερμοδυναμικές απώλειες, τις απώλειες οπισθέλκουσας (drag) των σταγονιδίων, τις απώλειες εναπόθεσης (deposition), τις απώλειες φυγοκέντρισης (centrifuging) κ.α. Από την άλλη μεριά, η δεύτερη κατηγορία σχετίζεται με τις έμμεσες επιδράσεις της υγρασίας που είναι αεροδυναμικής φύσεως. Οφείλονται στις αλλαγές της κατανομής της ροής λόγω της απόκλισης του συστήματος από τη θερμική και εσωτερική ισορροπία. Οι επιδράσεις όμως της δεύτερης κατηγορίας δεν είναι απαραίτητο να μειώνουν τον βαθμό απόδοσης του στροβίλου και πράγματι είναι πιθανό η απόκλιση από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας να έχει ως αποτέλεσμα την βελτίωση της απόδοσης των πτερυγίων. Κατά κανόνα όμως η μη αδιαβατική απελευθέρωση της λανθάνουσας θερμότητας του νερού στο περιβάλλοντα, μη συμπυκνωμένο ατμό, αυξάνει τη θερμοκρασία και την πίεση και σχετίζεται με ένα μη γραμμικό φαινόμενο, το λεγόμενο «σοκ συμπύκνωσης» (condensation shock). Είναι γνωστό πως το συμπυκνωμένο νερό και οι μη-αντιστρεπτές απώλειες επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση των βαθμίδων χαμηλής πίεσης αφού για κάθε ένα επιπρόσθετο ποσοστό υγρασίας ο βαθμός απόδοσης μειώνεται περίπου κατά 1% [3] (αυτή η εκτίμηση των θερμοδυναμικών απωλειών, παρόλο που προτάθηκε το 1921, χρησιμοποιείται ακόμα ευρέως).

Πέρα όμως από τις απώλειες λόγω της υγρασίας, υπάρχει και ένα άλλο πολύ σημαντικό πρόβλημα που εμφανίζεται εξαιτίας της παρουσίας διφασικής ροής, που είναι η διάβρωση των πτερυγίων. Τα σταγονίδια νερού προσκρούουν με μεγάλη ταχύτητα στα πτερύγια των τελευταίων βαθμίδων, που συνήθως έχουν πολύ μεγαλύτερο μήκος από τις προηγούμενες, με αποτέλεσμα να δημιουργούν φθορά της επιφάνειας και η συνεχή λειτουργία κάτω από αυτές τις συνθήκες να οδηγεί σε διαρκή απομάκρυνση του υλικού, κυρίως από το εμπρόσθιο τμήμα (ακμή προσβολής) των πτερυγίων. Έτσι τα πτερύγια καταστρέφονται με άμεση συνέπεια την αλλοίωση των συνθηκών πρόσπτωσης του ατμού σε αυτά, την αύξηση των απωλειών τριβής, τη μείωση του παραγόμενου έργου ανά βαθμίδα και τελικά τη μείωση του βαθμού απόδοσής τους. Επίσης η ανομοιόμορφη απομάκρυνση μετάλλου από τα πτερύγια οδηγεί σε προβλήματα ζυγοστάθμισης και ανάπτυξης δυναμικής φόρτισης της ατράκτου περιστροφής λόγω της μη συμμετρικής διανομής μάζας και αεροδυναμικής φόρτισης, με συνέπεια αυξημένες ταλαντώσεις και γρήγορη φθορά των εδράνων στήριξης. Σε μονάδες όπου υπάρχει ελλιπή παρακολούθηση των λεπτομερών χαρακτηριστικών λειτουργίας του αμοστροβίλου, η συνεχής φθορά μπορεί να οδηγήσει σε μείωση της αντοχής των πτερυγίων και στην ολική δομική αστοχία τους, συμβάν που μπορεί να έχει καταστροφικές συνέπειες για όλη τη στροβιλομηχανή.

Κύριο χαρακτηριστικό και των δύο διεργασιών είναι η ισχυρή εξάρτησή τους από το μέγεθος των μικρών σταγονιδίων που σχηματίζονται από την εγγενή

πυρηνοποίηση (nucleation) του ατμού. Στο σχήμα 1.3 απεικονίζεται η αύξηση της εντροπίας (υπολογισμένη από εδραιωμένη μέθοδο [4]) για αρχικά υγρή ροή που περνά από τυπικό στρόβιλο χαμηλής πίεσης. Η εντροπία είναι σχεδιασμένη σε αδιάστατη μορφή ως συνάρτηση της αρχικής διαμέτρου των σταγονιδίων και η καμπύλη τονίζει τη σπουδαιότητα του ρόλου που παίζει το μέγεθος των σταγονιδίων στη διαμόρφωση των θερμοδυναμικών απωλειών.



Σχήμα 1.3 Αύξηση εντροπίας ως συνάρτηση της αρχικής διαμέτρου των σταγονιδίων για την εκτόνωση υγρού ατμού (ρυθμός εκτόνωσης  $\dot{p} = 1500s^{-1}$ , αρχική υγρασία  $y=0.02$ , λόγος πίεσης = 2.8) [4]

## 1.2. Διφασική ροή

Ο σπουδαίος ρόλος που παίζει ο υπερκορεσμός στον διαχωρισμό της υγρής φάσης από τον ατμό κατά την διάρκεια εκτόνωσής του, έχει αναγνωρισθεί από τις αρχές του προηγούμενου αιώνα. Οι όροι «σημείο Wilson» και «ζώνη Wilson» εισήχθησαν στην επιστημονική ορολογία για να περιγράψουν τις περιοριστικές συνθήκες που διέπουν την φυσική διεργασία κατά την οποία το ρευστό αρχίζει να πρωτο-υγροποιείται. Παραδοσιακά όμως, οι διαδικασίες για τον υπολογισμό της συμπεριφοράς του ατμού στη διφασική περιοχή βασίζονται στη χρήση των πινάκων ατμού για τους οποίους θεωρείται δεδομένο ότι το ρευστό παραμένει σε θερμοδυναμική ισορροπία κατά τη διάρκεια όλης της μεταβολής, με την υγροποίηση να πραγματοποιείται άμεσα όταν οι συνθήκες ξεπερνούν την γραμμή κορεσμού και να αγνοείται πλήρως η συμπεριφορά της υγρής φάσης. Για όποια όμως ρεαλιστική αντιμετώπιση του φαινομένου, είναι απαραίτητη η λεπτομερής παρακολούθηση της υγρής φάσης. Η θεωρία της πυρηνοποίησης (Nucleation theory [5]) παρέχει μία καλύτερη αντίληψη αυτών των φυσικών φαινομένων.

### 1.2.1 Βασικές έννοιες Πυρηνοποίησης (Nucleation)

Ο ατμός μπορεί να είναι κάτω του σημείου κορεσμού, κορεσμένος ή και υπερκορεσμένος σε σχέση με την υγρή φάση όταν η πίεση του ατμού είναι αντίστοιχα μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη του υγρού στην δεδομένη θερμοκρασία. Οι πρώτες δύο συνθήκες είναι θερμοδυναμικά σταθερές, αλλά ο υπερκορεσμένος ατμός είναι ασταθής. Αν ο υπερκορεσμένος ατμός είναι σε επαφή με την υγρή φάση, η συμπύκνωση πάνω στην επιφάνεια του υγρού πραγματοποιείται άμεσα. Αν δεν είναι παρούσα η υγρή φάση, τότε μεγάλου βαθμού υπερκορεσμός μπορεί να διατηρηθεί για χρονικό διάστημα της τάξεως των δευτερολέπτων. Ο βαθμός ή λόγος υπερκορεσμού,  $S$ , ορίζεται ως ο λόγος της πραγματικής πίεσης του ατμού προς την πίεση κορεσμού στην ίδια θερμοκρασία.

Όταν κορεσμένος ατμός εκτονώνεται αδιαβατικά, η πίεση κορεσμού στις περισσότερες περιπτώσεις μειώνεται πιο απότομα από την πίεση του ατμού και ο ατμός μετατρέπεται σε υπέρκορος. Αν είναι παρόντα ιόντα ή σκόνη, σταγόνες υγρού θα σχηματιστούν πάνω σε αυτά τα ξένα σώματα μετά από μία μικρή εκτόνωση, χαρακτηριστικά της τάξεως του 10-20% στην περίπτωση των ιόντων, και αυτό ονομάζεται ετερογενής πυρηνοποίηση. Όταν τα ιόντα ή τα ξένα σώματα απομακρυνθούν από το σύστημα, υψηλότερη εκτόνωση μεγαλύτερου υπερκορεσμού μπορεί να επιτευχθεί μέχρι να σχηματιστεί απότομα ένα νέφος με την περαιτέρω αύξηση του υπερκορεσμού. Αυτά τα νέφη σταγονιδίων προέρχονται από την συσσωμάτωση (clusters) μορίων κατά την τυχαία απορρόφηση και εξάτμιση απλών μορίων. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται ομογενής πυρηνοποίηση ή επίσης αυτο-πυρηνοποίηση (self-nucleation).

Μία άλλη συναφή έννοια είναι αυτή του κρίσιμου μεγέθους. Σύμφωνα με τον Thomson (1870) [6] η τάση ατμού πάνω από την καμπύλη επιφάνεια ενός

σταγονιδίου είναι μεγαλύτερη από αυτή μίας επίπεδης επιφάνειας και έτσι κάθε σταγόνα που θα βρεθεί σε κορεσμένο ατμό που προκύπτει από επίπεδη επιφάνεια, θα εξατμιστεί. Αν η πίεση του ατμού αυξηθεί και εξισωθεί με αυτή πάνω από καμπύλη επιφάνεια, η σταγόνα βρίσκεται σε ισορροπία με τον ατμό και η πιθανότητα για ανάπτυξη ή εξάτμιση είναι ίδια. Η σταγόνα τότε λέγεται πως έχει το κρίσιμο μέγεθος σε σχέση με τα δεδομένα επίπεδα υπερκορεσμού, καθώς θα είχε την τάση να μεγαλώνει ασταμάτητα αν το μέγεθος αυξανόταν ελαφρώς ή θα εξατμιζόταν μέχρι να μείνει ένα μόνο μόριο αν αφαιρούνταν μικρή ποσότητα υγρού. Στην πυρηνοποίηση ατμού-υγρού το κρίσιμο συσσωμάτωμα (critical cluster) χαρακτηριστικά περιέχει περίπου 100 μόρια, κάτι που δίνει κρίσιμη ακτίνα της τάξεως μερικών angstroms.

### 1.2.2 Εξίσωση Helmholtz

Η θεωρία της πυρηνοποίησης ουσιαστικά μπορεί να ειπωθεί ότι ξεκίνησε με την εμφάνιση της εξίσωσης Thomson – Helmholtz [6-7] που παρέχει την επίδραση της παρουσίας μίας σφαιρικά καμπυλωμένης επιφάνειας στην τάση ατμών:

$$\ln \frac{p}{p_\infty} = \frac{2\sigma v_B}{rk_B T},$$

όπου  $p/p_\infty$  είναι ο λόγος πίεσης πάνω από την καμπύλη επιφάνεια προς τη πίεση πάνω από επίπεδη επιφάνεια,  $\sigma$  είναι η ειδική επιφανειακή ελεύθερη ενέργεια,  $v_B$  ο μοριακός όγκος του υγρού,  $r$  η ακτίνα καμπυλότητας και  $k_B T$  η σταθερά Boltzmann πολλαπλασιασμένη με την απόλυτη θερμοκρασία. Σύμφωνα με αυτό τον τύπο υπο-κρίσιμα σταγονίδια έχουν την τάση να εξατμίζονται επειδή η εξάτμιση είναι πιο γρήγορη από την συμπύκνωση και έτσι αποτρέπεται η αυτό-πυρηνοποίηση. Το γεγονός ότι η αυτό-πυρηνοποίηση εξακολουθεί να γίνεται είναι λόγω ύπαρξης κάποιων διακυμάνσεων.

Η εξίσωση Kelvin-Helmholtz [8] που σχετίζει την τάση ατμών πάνω από καμπύλη επιφάνεια, με την ακτίνα καμπυλότητας, σε χαμηλές πιέσεις γράφεται ως εξής:

$$r^* = \frac{2\sigma}{\rho_L R T_G \ln[p/p_s(T_G)]}$$

όπου  $p_s(T)$  είναι η πίεση κορεσμού που αντιστοιχεί στην θερμοκρασία  $T$  και  $\sigma$  είναι η επιφανειακή τάση. Για δεδομένες συνθήκες του ατμού, τα σταγονίδια με ακτίνα  $r^*$  θα βρίσκονται σε ασταθή ισορροπία με τον ατμό. Μεγαλύτερα σταγονίδια απαιτούν χαμηλότερα επίπεδα υπερκορεσμού για ισορροπία και θα συνεχίσουν να μεγαλώνουν κάτω από τις επικρατούσες συνθήκες, ενώ μικρότερα σταγονίδια θα βρουν την περιβάλλουσα υπέρψυξη (supercooling) ανεπαρκή και θα έχουν την προδιάθεση να εξατμιστούν.

Η ύπαρξη αυτής της κρίσιμης ακτίνας είναι ένα όριο συμπύκνωσης του καθαρού ατμού από τον οποίο έχουν απομακρυνθεί ξένες επιφάνειες επαφής.

Έτσι για να συμπυκνωθούν τα μόρια πρέπει να σχηματίσουν σταγόνες με ακτίνα  $r^*$  που είναι ενάντια στην φυσική τους τάση. Ο μόνος δρόμος για τον σχηματισμό υπέρ-κρίσιμων σταγονιδίων είναι μέσω των τυχαίων συγκρούσεων μέσα στο σώμα του ατμού. Φαίνεται από την παραπάνω εξίσωση ότι η ακτίνα  $r^*$  και ο νεπέριος λογάριθμος  $\ln[p/p_s(T_G)]$  είναι αντιστρόφως ανάλογα. Έτσι όσο μικρότερος είναι ο υπερκορεσμός, τόσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος των κρίσιμων σταγονιδίων και μικρότερη η πιθανότητα να σχηματιστούν. Για το λόγο αυτό, παρόλο που ο ατμός κατά την εκτόνωση αρχίζει να πυρηνοποιείται μόλις ξεπεράσει την γραμμή κορεσμού, ο ρυθμός πυρηνοποίησης είναι αρχικά εξαιρετικά μικρός και ο ατμός υπερψύχεται (supercool) και γίνεται υπέρκορος με το λόγο  $S$  να αυξάνεται σταδιακά.

Ο ρυθμός σχηματισμού κρίσιμων clusters μέσα στο σώμα του υπέρψυκτου ατμού έχει μελετηθεί αρχικά από τους Volmer και Weber [9], Frakas [10], Becker και Doting [11], Frenkel [12], Zeldovich [13] και στην συνέχεια επαναμελετήθηκαν, βελτιώθηκαν και τροποποιήθηκαν από πολυάριθμους μελετητές. Μία καλή αναφορά για την παραγωγή της κλασικής έκφρασης γίνεται από τον McDonald [14] και μία εκτεταμένη αντιμετώπιση του θέματος δίνεται από τον Dunning [15]. Η έκφραση για τον ρυθμό πυρηνοποίησης ως τον αριθμό σταγονιδίων που σχηματίζονται ανά μονάδα όγκου και χρόνου, όπως δίνεται από την κλασική θεωρία είναι:

$$J = q \left( \frac{2\sigma}{\pi m^3} \right)^{1/2} \frac{\rho_G}{\rho_L} \exp \left[ - \frac{4\pi r^{*2} \sigma}{k_B T} \right] \quad (1.1)$$

όπου  $q$ , ο συντελεστής συμπύκνωσης, είναι ο λόγος των μοριακών συγκρούσεων που καταλήγουν σε συμπύκνωση,  $m$  είναι η μάζα του μορίου νερού και  $k_B$  είναι η σταθερά Boltzmann. Ο κυρίαρχος όρος στην εξίσωση είναι ο εκθετικός. Συσχετίζοντας την κρίσιμη ακτίνα  $r^*$  με τα επίπεδα υπερκορεσμού, είναι εμφανές ότι πολύ μικρές αλλαγές στον υπερκορεσμό του ρευστού μπορούν να επηρεάσουν δραματικά τον ρυθμό πυρηνοποίησης.

### 1.2.3 Σημείο Wilson

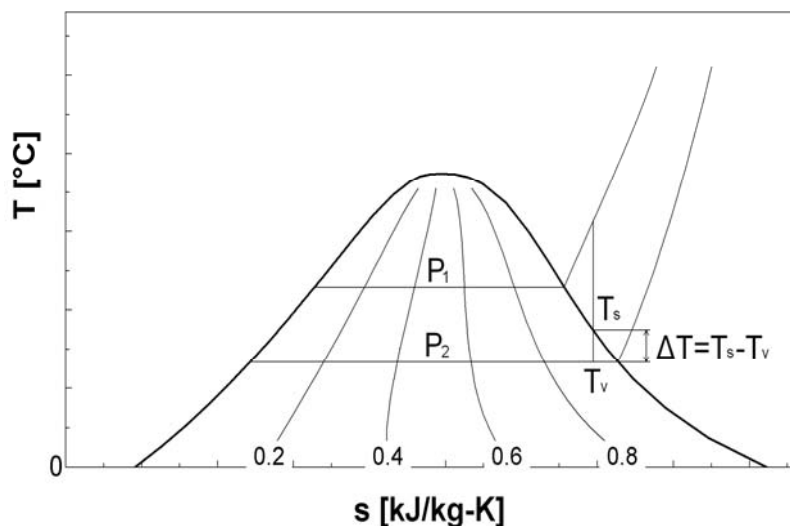
Η φυσική διεργασία που οδηγεί στον σχηματισμό και ανάπτυξη των υγρών σταγονιδίων έχει περιγραφεί σε πολλές δημοσιεύσεις (π.χ. Young [16]). Εν συντομία, όταν ένα στοιχειώδες σωματίδιο ρευστού εισέρχεται στον στρόβιλο, αποτελείται αρχικά από υπέρθερμο ατμό. Κατά την διέλευσή του μέσα από τη μηχανή, η πίεση και η θερμοκρασία του πέφτουν και σε κάποιο σημείο η θερμοδυναμική του κατάσταση φτάνει να είναι ξηρός κορεσμένος ατμός. Στην απότομη εκτόνωση που ακολουθεί δεν υπάρχει επαρκής χρόνος για πυρηνοποίηση και ο ατμός παραμένει ξηρός, αλλά υπερψύχεται με την θερμοκρασία του  $T_v$  να είναι χαμηλότερη από την τοπική θερμοκρασία κορεσμού  $T_s$ . Η απομάκρυνση από την θερμοδυναμική ισορροπία του σχεδόν



ασταθούς ατμού μετριέται με τον βαθμό υπέρψυξης  $\Delta T$  [17-18], που ορίζεται από τον τύπο:

$$\Delta T = T_s - T_v$$

Καθώς η υπέρψυξη αυξάνεται, ο ρυθμός πυρηνοποίησης των υγρών σταγόνων αυξάνεται δραστικά.



Σχήμα 1.4 Ξηρός ατμός που δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με βαθμό υπέρψυξης (supercooling)  $\Delta T$

Ο σχηματισμός των σταγονιδίων είναι μέρος της διαδικασίας που επαναφέρει τον ατμό σε θερμοδυναμική ισορροπία καθώς, όταν σχηματιστούν τα σταγονίδια, θα αλληλεπιδράσουν με τον ατμό και θα μεγαλώσουν. Η λανθάνουσα θερμότητα των μορίων που συμπυκνώνονται αρχικά αποδίδεται στα σταγονίδια, στη συνέχεια μεταφέρεται στον ατμό μειώνοντας τον υπερκορεσμό και έτσι τελικά επαναφέρει το σύστημα σε θερμοδυναμική ισορροπία και η πυρηνοποίηση σταματάει. Κατά την εκτόνωση, παρόλο που η διαδικασία σχηματισμού και ανάπτυξης των σταγονιδίων ξεκινάει από την στιγμή που ο ατμός γίνεται υπέρψυκτος, λόγω της μεγάλης ευαισθησίας του ρυθμού πυρηνοποίησης στο βαθμό υπερκορεσμού του ρευστού, τα περισσότερα σταγονίδια σχηματίζονται στα σημεία μέγιστης υπέρψυξης (supercooling). Επιπλέον, η ίδια η υπόθεση της υπέρψυξης υποδηλώνει ότι το υγρό που σχηματίστηκε μέσα στο ρευστό δεν είναι αρκετό για να επηρεάσει την θερμοκρασία του ατμού και η ουσιώδης απελευθέρωση λανθάνουσας θερμότητας, εξ ορισμού, πραγματοποιείται στο σημείο μέγιστης υπέρψυξης. Αυτό το σημείο μέγιστης υπέρψυξης κατά μήκος μίας ροϊκής γραμμής, ονομάζεται σημείο Wilson.

Μία πλήρως αναλυτική μέθοδος υπολογισμού των συνθηκών που επικρατούν στο σημείο Wilson παρουσιάζεται από τους Huang και Young [18]. Με τη βοήθεια των εξισώσεων της ορμής, της ενέργειας και της Clausius-Clapeyron αποδίδεται η εξίσωση μεταβολής  $\Delta T$ :

$$\frac{d\Delta T}{dt} = T_v \left( \gamma_s k_p - L \frac{dY}{dt} \right)$$

όπου:

$$k_p = \frac{-1}{p_v} \frac{dp_v}{dt}, \quad L = \frac{h_{fg} - c_p \Delta T}{c_p}, \quad \gamma_s = \frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{RT_s}{h_{fg}} \frac{T_s}{T_v},$$

με  $k_p$  να εκφράζει τον αναλογικό ρυθμό αύξησης της πίεσης. Η παράμετρος  $L$  μεταβάλλεται ελάχιστα στη ζώνη της έντονης πυρηνοποίησης που προηγείται του σημείου Wilson και μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μία σταθερά που υπολογίζεται στο σημείο Wilson, με μία τυπική τιμή 4. Το  $\gamma_s$  είναι βασικά μία σταθερά με τυπική τιμή για ατμό χαμηλής πίεσης κοντά στο 2. Όλες οι τυπικές τιμές βασίζονται στην περίπτωση του σημείου Wilson με πίεση 0,1 bar και μέγιστης υπέρψυξης των 35 K. Για το σημείο Wilson η σχέση γράφεται:

$$\frac{d\Delta T_w}{dt} = T_{vw} \left( \gamma_s k_{pw} - L \frac{dY_w}{dt} \right)$$

και καθώς ο όρος  $\frac{dY_w}{dt}$  πρέπει να είναι θετικός προκύπτει και το  $k_p = -d(\ln p)/dt$

ότι πρέπει να είναι θετικό. Έτσι στο σημείο Wilson η πίεση πάντα μειώνεται ανεξαρτήτως του τοπικού αριθμού Mach ή της μορφής της ροής. Παράλληλα όπως φαίνεται και παραπάνω, στην κλασική θεωρία πυρηνοποίησης (σχέση 1.1), ο ρυθμός  $J$  είναι μία μη γραμμική συνάρτηση του  $\Delta T$ . Μια μικρή αύξηση στο  $\Delta T$  έχει ως αποτέλεσμα τη ραγδαία αύξηση του  $J$ . Αυτός είναι και ο μοναδικός λόγος που προκαλεί την «κατάρρευση» της σχεδόν ασταθούς θερμοδυναμικής ισορροπίας. Ο μέγιστος ρυθμός πυρηνοποίησης εμφανίζεται στο σημείο Wilson και δίνεται από τον ίδιο τύπο, με τις παραμέτρους να αναφέρονται στις συνθήκες πίεσης, θερμοκρασίας και κατάστασης κορεσμού στο σημείο αυτό.

Ο ρυθμός ανάπτυξης των σταγονιδίων σύμφωνα με τον Young [19] δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{dr}{dt} = C_r \Delta T, \quad C_r = \frac{p_v}{(2\pi RT_s)^{1/2} \rho_L} \left( \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right) \left( \frac{c_p}{h_{fg}} \right)$$

όπου το  $C_r$  αποτελεί τον συντελεστή ανάπτυξης και ισχύει για σταγονίδια που ήδη σχηματίστηκαν και βρίσκονται κοντά στο εν λόγω σημείο.

Τέλος, ο ρυθμός ανάπτυξης του κλάσματος μάζας υγρασίας  $Y_w$  στο σημείο Wilson είναι:

$$\frac{dY_w}{dt} = 4\pi \rho_L J_w (C_{rw} \Delta T_w)^3 \frac{1}{4} \tau_n^3 \pi^{1/2}$$

$\tau_n$  είναι η χρονική κλίμακα κατά τη διάρκεια της οποίας ο ρυθμός πυρηνοποίησης μεταβάλλεται κατά ένα συντελεστή  $e$ , και ονομάζεται «χρόνος πυρηνοποίησης».

### 1.2.4 Δευτερογενής πυρηνοποίηση και πολλαπλή διασπορά σταγονιδίων (polydispersed)

Κατάντη του σημείου Wilson, όπως προκύπτει από την παραπάνω ανάλυση, ο βαθμός υπέρψυξης μειώνεται σχεδόν εκθετικά σαν αποτέλεσμα μίας πολύ ραγδαίας ανάπτυξης των σταγονιδίων και ο ατμός φτάνει κοντά σε θερμοδυναμική ισορροπία, δηλαδή το  $\Delta T$  τείνει στο 0. Η περαιτέρω εκτόνωση του μίγματος ατμού-σταγονιδίων, προκαλεί εκ νέου απομάκρυνση από την ισορροπία. Ο αριθμός των σταγονιδίων ανά μονάδα μάζας, που δημιουργήθηκαν από την πρωτογενή πυρηνοποίηση (primary nucleation), αρχικά παραμένει σταθερός. Μπορεί όμως ο ρυθμός ανάπτυξής τους να μην είναι επαρκής για να διατηρηθεί η ισορροπία. Έτσι είναι αναμενόμενο η εκτόνωση να προάγει τον υπερκορεσμό στο ξηρό κορεσμένο μέρος του μίγματος. Το περιεχόμενο υγρό παρέχει εσωτερική επιφάνεια η οποία θα αποτελέσει πρόσφορο έδαφος για περαιτέρω συμπύκνωση. Κατά πόσο όμως το παρόν υγρό έχει αρκετή επιφάνεια για να ικανοποιήσει τη συμπύκνωση που θα γίνει πάνω σε αυτή, εξαρτάται και από την έκταση της υποδιαίρεσης των σταγονιδίων. Γιατί όσο μεγαλύτερη είναι η διαίρεση, τόσο περισσότερα τα σταγονίδια, τόσο μεγαλύτερη η συνολική ειδική επιφάνεια και συνεπώς τόσο μεγαλύτερη επιφάνεια αλληλεπίδρασης υπάρχει μεταξύ των δύο φάσεων (διεπιφάνεια) για δεδομένη ποσότητα μάζας υγρού. Επομένως λοιπόν, στις περιοχές με πολύ υψηλό λόγο εκτόνωσης, όπου ο ρυθμός ανάπτυξης των υπαρχόντων σταγονιδίων και η διαθέσιμη διεπιφάνεια δεν επαρκούν, επαναλαμβάνεται ο κύκλος του υπερκορεσμού-υπέρψυξης στο ξηρό μέρος του μίγματος, με αποτέλεσμα τον σχηματισμό νέων πυρήνων υγρασίας. Αυτή η πυρηνοποίηση είναι γνωστή ως δευτερογενής (secondary nucleation).

Έτσι ο ατμός που διέρχεται μέσα από μία στροβιλομηχανή περνάει από διάφορες φάσεις ανάλογα με τη θέση του μέσα στη μηχανή και τις συνθήκες που επικρατούν. Υποθέτοντας ότι η κατάσταση έχει ξεπεράσει την κατάσταση κορεσμού, ο διαχωρισμός των κατηγοριών γίνεται ανάλογα με την ποιότητα του ατμού στη ροή και είναι ο ακόλουθος [20]:

1. ξηρός και υπέρψυκτος (supercooled) στην περιοχή των πτερυγίων
2. υγρός και υπέρψυκτος στην είσοδο, αλλά πραγματοποιείται πρωτογενής πυρηνοποίηση (primary nucleation) στη περιοχή των πτερυγίων
3. υγρός στην είσοδο, αλλά μεταγενέστερα υπάρχει απόκλιση από την κατάσταση ισορροπίας (non-equilibrium) λόγω ανεπαρκούς συνολικής επιφάνειας για συμπύκνωση επάνω στα υπάρχοντα σταγονίδια
4. υγρός στην είσοδο, αλλά η απόκλιση από την κατάσταση ισορροπίας (non-equilibrium) είναι τόσο μεγάλη που πραγματοποιείται δευτερογενής πυρηνοποίηση (secondary nucleation) στη περιοχή των πτερυγίων.

Είναι επομένως αναμενόμενο πως το μέγεθος των σταγονιδίων που σχηματίζονται και ακολουθούν την ροή, δεν είναι σταθερό. Ακόμα και στην περίπτωση μόνο της πρωτογενούς πυρηνοποίησης, το νέφος της υγρασίας δεν αποτελείται από σταγονίδια ίδιας ακτίνας, αφού ο ρυθμός ανάπτυξής τους είναι ανεξάρτητος μεταξύ τους και υπάρχουν ελαφρές αποκλίσεις και

ανομοιομορφίες. Είναι όμως αρκετά ασφαλές να θεωρηθούν ότι είναι ίδια και ότι ανήκουν σε ένα νέφος ομοιογενούς και απλής διασποράς (monodispersed). Ειδικά όμως στην περίπτωση της δευτερογενούς πυρηνοποίησης, όπου στα ήδη υπάρχοντα σταγονίδια προστίθενται νεοσχηματιζόμενα, τα σταγονίδια δεν είναι όμοια μεταξύ τους. Ο υπερκορεσμός προάγει την ανάπτυξη στα πρώτα με αποτέλεσμα αυτά να γίνονται σαφώς μεγαλύτερα από τα μικρά που μόλις δημιουργήθηκαν. Έτσι κάθε στοιχειώδης όγκος ρευστού περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό σταγονιδίων διαφόρων μεγεθών. Το νέφος δεν είναι ομοιόμορφο και η υγρή φάση χαρακτηρίζεται από πολλαπλή διασπορά (polydispersed).

Η συνεχής διασπορά των ακτινών, διακριτοποιείται σε ένα αριθμό ομάδων, με τέτοιο τρόπο, ώστε η ομάδα  $i$  να περιλαμβάνει  $n_i$  σταγονίδια ανά μονάδα μάζας μίγματος, το καθένα με ακτίνα  $r_i$ , πυκνότητα  $\rho_i$  και μάζα  $m_i = 4\pi r_i^3 \rho_i / 3$ . Το κλάσμα μάζας της υγρασίας επομένως δίνεται από την σχέση:

$$Y = \sum Y_i = \sum n_i m_i = \sum 4\pi r_i^3 \rho_i n_i / 3$$

με το άθροισμα να είναι για όλες τις ομάδες σταγονιδίων. Αγνοώντας τον όγκο που καταλαμβάνεται από την υγρή φάση, η πυκνότητα του μίγματος  $\rho$  δίνεται από την:

$$\rho = \rho_v / (1 - Y) \quad (1.2)$$

όπου  $\rho_v$  είναι η πυκνότητα του ατμού. Η ειδική ενθαλπία του μίγματος είναι:

$$h = (1 - Y)h_v + \sum Y_i h_i \quad (1.3)$$

όπου  $h_v$  η ειδική ενθαλπία του ατμού και  $h_i$  η ειδική ενθαλπία της ομάδας σταγονιδίων  $i$ . Σημειωτέο είναι ότι η πυκνότητα και η ενθαλπία του ατμού πρέπει να υπολογιστούν σύμφωνα με την τοπική πίεση και θερμοκρασία του ατμού, που γενικά ανταποκρίνονται σε κατάσταση υπέρψυξης. Ομοίως το κλάσμα μάζας της υγρασίας  $Y$  δεν ανταποκρίνεται αναγκαστικά σε τοπικές τιμές θερμοδυναμικής ισορροπίας και πρέπει να καθορίζεται μέσω υπολογιστικών διαδικασιών μη θερμοδυναμικής ισορροπίας (non-equilibrium).

Ανεξαρτήτως όμως από το αν το μίγμα είναι απλής διασποράς ή πολλαπλής, η μέγιστη ακτίνα των σταγονιδίων συνήθως δε ξεπερνάει το 1  $\mu\text{m}$ . Αντιθέτως γίνεται η παραδοχή ότι η μέση τιμή είναι μίας τάξης μικρότερη. Έτσι είναι ασφαλές η παραδοχή ότι τα σταγονίδια παρασύρονται από την συνεχή φάση ακολουθώντας το ίδιο ροϊκό πεδίο με τον ατμό και πως η διαφορά ταχύτητάς μεταξύ τους είναι αμελητέα. Και παράλληλα υπονοείται ότι από την στιγμή που θα σχηματιστεί ένα σταγονίδιο, αυτό θα παραμείνει σταθερά στο ίδιο στοιχειώδες σωματίδιο ρευστού σε όλη τη διάρκεια της διαδρομής του μέσα από την στροβιλομηχανή. Επίσης γίνεται η υπόθεση ότι το σταγονίδιο είναι ομοιογενές και πως η θερμοκρασία και όλα τα χαρακτηριστικά του είναι σταθερά σε όλο το σώμα του. Η σημαντική μαθηματική απόρροια των παραπάνω υποθέσεων [21] είναι ότι οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής για την πολυφασική ροή του μίγματος ατμού-σταγονιδίων είναι πανομοιότυπες με αυτές της μονοφασικής, αρκεί η πυκνότητα  $\rho$  και η ειδική ενθαλπία  $h$  να αντιμετωπίζονται ως τιμές του μίγματος που δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία και να υπολογίζονται από τις σχέσεις (1.2) και (1.3).

### 1.2.5 Υμένας υγρασίας (film) και μεγάλα σταγονίδια

Οι μικροσκοπικές σταγόνες όμως δεν είναι οι μοναδικές που εμφανίζονται σε τέτοιες ροές. Κάποιες φορές παρουσιάζεται και το φαινόμενο σχηματισμού μεγάλων σταγονιδίων. Είναι γενικώς αποδεκτό ότι οι φθορές που δημιουργούνται λόγω διάβρωσης μετά από συγκριτικά μικρό χρονικό διάστημα λειτουργίας, προκαλούνται από την πρόσπτωση πάνω στα περιστρεφόμενα πτερύγια, νερού σε μορφή σχετικά μεγάλων σταγονιδίων (100-500 $\mu\text{m}$  διάμετρος) τα οποία αποκολλούνται από την επιφανειακή υγρασία που βρίσκεται πάνω στα σταθερά πτερύγια, παρασυρόμενα από την ροή ατμού υψηλής ταχύτητας. Αυτές οι σταγόνες δεν μπορούν να επιταχυνθούν γρήγορα στην περιοχή μεταξύ δύο βαθμίδων λόγω της σχετικά μεγάλης αδράνειάς τους και μία πιο λεπτομερή ανάλυση στα τρίγωνα ταχυτήτων, δείχνει πως χτυπούν τα περιστρεφόμενα πτερύγια που ακολουθούν σχεδόν κάθετα. Έτσι αναπτύσσονται κρουστικές δυνάμεις αρκετά ισχυρές για να διαβρώσουν το υλικό στην ακμή προσβολής του πτερυγίου.

Το νερό που συνθέτει τις σταγόνες, προέρχεται αρχικά από το νερό που περιέχεται στον ατμό με την μορφή νέφους (0,1-1 $\mu\text{m}$  διάμετρος), είτε αυτό σχηματίστηκε από αυτογενή πυρηνοποίηση, είτε προϋπήρχε στην ροή από προηγούμενη βαθμίδα. Αυτό το νέφος είναι πολύ μικρό για να προκαλέσει άμεση φθορά, αλλά καθώς ο ατμός περνάει ανάμεσα από τα σταθερά πτερύγια και υπόκειται σε ραγδαία επιτάχυνση και διέρχεται από περάσματα με τοιχώματα μεγάλης καμπυλότητας, ένα ποσοστό του εναποτίθεται στα σταθερά πτερύγια μέσω διαχυτικών και αδρανειακών διεργασιών. Το νερό αυτό στην συνέχεια εξαναγκάζεται και οδηγείται προς το πίσω μέρος του πτερυγίου, στην ακμή εκροής, από τις δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω των περεταίρω συγκρούσεων του νέφους, της οπισθέλκουσας δύναμης (drag) του ατμού και της υπάρχουσας κλίσης πίεσης. Στην περιοχή αυτή, που αποτελεί μια περιοχή διαχωρισμού, το νερό συνάπτει μεγάλες σταγόνες που στην συνέχεια αποκολλούνται από τον διερχόμενο ατμό. Το νερό στην ακμή εκροής μπορεί επίσης να συγκεντρωθεί τοπικά από δευτερογενή ροή που παρασύρει νερό από το κέλυφος της μηχανής και τα τοιχώματα του περάσματος, καθώς ακόμα και από τα σταθερά πτερύγια από την κυρτή επιφάνεια. Τέτοια φαινόμενα έχουν παρατηρηθεί με ενδοσκοπία σε στροβίλους σε ώρα λειτουργίας [22]. Αυτή η τοπική αύξηση του πληθυσμού μεγάλων σταγόνων μπορεί να είναι υπεύθυνη για τις ρωγμές που πραγματοποιούνται σε μερικές μηχανές.

### 1.3. Προσέγγιση του προβλήματος στο παρελθόν

Πειραματικές μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο παρελθόν για το μέγεθος των σταγονιδίων στους ατμοστροβίλους, με οπτικές μεθόδους (light extinction techniques)[23], απέδειξαν πως πράγματι εμφανίζονται σταγονίδια και πως το μέγεθός τους εκτείνεται σε εύρος μίας ή δύο τάξεων μεγέθους. Πολύ πιθανό είναι μάλιστα η διασπορά αυτή να είναι ακόμα μεγαλύτερη όπως αναφέρεται και παραπάνω. Καθώς η εναλλαγή θερμότητας και μάζας μέσω της διεπιφάνειας είναι ισχυρά εξαρτώμενη από τη διάμετρο των σταγονιδίων, είναι ξεκάθαρο πως το πλήρες φάσμα του μεγέθους των σταγονιδίων πρέπει να μοντελοποιηθεί, με στόχο την ακριβή πρόβλεψη της συμπεριφοράς των δύο φάσεων.

#### 1.3.1 Μοντελοποίηση μεγέθους και ανάπτυξης σταγονιδίων

Η θερμοδυναμική προσέγγιση είναι επαρκής για να περιγράψει την συμπύκνωση που πραγματοποιείται υπό συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας. Ωστόσο όμως μια θεωρητική έρευνα της συμπύκνωσης που γίνεται υπό συνθήκες μη θερμοδυναμικής ισορροπίας, απαιτεί την εφαρμογή μίας κατάλληλης μεθόδου της κινητικής θεωρίας [24]. Η πιο διαδεδομένη και εφαρμοσμένη μεταξύ όλων των υπάρχοντων θεωριών είναι η κλασσική θεωρία πυρηνοποίησης (Classical Nucleation Theory). Καθιερώθηκε πολλά χρόνια πριν [13] και εκτιμάει την ελεύθερη ενέργεια των μικρο-συσσωματώσεων (microclusters), που παράγεται από τις τυχαίες συγκρούσεις των μορίων του ατμού, με την μορφή της ειδικής επιφανειακής ελεύθερης ενέργειας και της χημικής ικανότητας του κύριου όγκου της συμπυκνωμένης φάσης, την λεγόμενη τριχοειδή προσέγγιση (capillary approximation). Μια σύντομη αναφορά στις βασικές εξισώσεις της κλασσικής αυτής θεωρίας, για τον ρυθμό πυρηνοποίησης, την κρίσιμη ακτίνα των σταγονιδίων και την ανάπτυξή τους, έγινε παραπάνω. Πολλοί ερευνητές [5,8,17,18,20,25-32] βασιζόμενοι σε αυτήν και με μικρές τροποποιήσεις, μοντελοποίησαν την παρουσία των σταγονιδίων σε ροή ατμού.

Ενδεικτικά η προσέγγιση του Bakhtar [26] μελετώντας ένα monodispersed πληθυσμό, είχε σκοπό την ανεύρεση μίας μέσης ακτίνας  $\bar{r}$ , η οποία προκύπτει μετά από την εύρεση μιας κρίσιμης ακτίνας  $r^*$ , και του συνολικού πλήθους  $N$  των σταγονιδίων. Η μέση αυτή ακτίνα χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του κλάσματος υγρασίας  $Y$  (wetness fraction) που το όρισε ως εξής:

$$Y = \frac{4}{3} \pi \cdot \bar{r}^3 \cdot N \cdot \rho_L$$

όπου  $\rho_L$  είναι η πυκνότητα της υγρής φάσης. Η ακτίνα και ο αριθμός των σταγονιδίων ανά μονάδα μάζας  $N$  προκύπτουν από τους νόμους ανάπτυξης (droplet growth) και πυρηνοποίησης (nucleation) που περιγράφονται σχετικά

αναλυτικά και στο Παράρτημα 1 της ίδιας βιβλιογραφικής αναφοράς [26]. Για τη μέση ακτίνα χρησιμοποιείται η σχέση:

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{(4\pi \cdot r^2 \tilde{N}_1 + 4\pi \cdot r^{*2} \tilde{N}_{nuc})}{4\pi \tilde{N}}}$$

με  $\tilde{N}_1$  τον αριθμό των σταγονιδίων που υπήρχαν από πριν και  $\tilde{N}_{nuc}$  τον αριθμό των νέων σταγονιδίων που δημιουργήθηκαν κατά τη δευτερογενή πυρηνοποίηση.

$$N = \tilde{N}_1 + \tilde{N}_{nuc}$$

Πριν την καθιέρωση όμως της κλασσικής θεωρίας πυρηνοποίησης ο Ryley [33] χρησιμοποιώντας κάποια κοινά στοιχεία και βασικές έννοιες όπως της κρίσιμης ακτίνας των σταγονιδίων, κ.α. μελέτησε μία μέθοδο για τον υπολογισμό της ανάπτυξης των σταγονιδίων νερού σε πειραματική διάταξη από συγκλίνοντα πτερύγια (nozzle). Ασχολήθηκε με την περίπτωση που τα σταγονίδια προϋπάρχουν στη ροή και ερεύνησε κατά πόσο ο κατακερματισμός της υγρής φάσης και η υπάρχουσα διεπιφάνεια επαρκούν ως πρόσφορο έδαφος για την περαιτέρω συμπύκνωση και την εκτόνωση του υπερκορεσμού.

Αναφέρει λοιπόν πως για την ανάπτυξη ενός κρίσιμου συσσωματώματος σταγονιδίων είναι απαραίτητο η θερμότητα που απελευθερώνεται από το υγρό που συμπυκνώνεται στην επιφάνεια του, να απομακρυνθεί στο σώμα του ατμού και συγχρόνως να μεταφερθεί μάζα στο συσσωμάτωμα. Η απομάκρυνση της λανθάνουσας θερμότητας από τη διεπιφάνεια πιθανώς να γίνεται μερικώς με αγωγή και μερικώς με συναγωγή, αλλά καθώς η τελευταία εξαρτάται από την τοπική μεταφορά μάζας είναι σύνηθες να λαμβάνεται υπόψη μόνο η αγωγή. Οι διεργασίες μετάδοσης θερμότητας μέσα στο σταγονίδιο συνήθως αμελούνται, καθώς θεωρείται ότι οι σημαντικές διεργασίες είναι αυτές που εξελίσσονται στην διεπιφάνεια. Ακολουθώντας τους αντίστοιχους νόμους των Fick και Fourier και χρησιμοποιώντας την εξίσωση Clausius-Clapeyron ο Mason [34] κατέληξε στη διαφορική εξίσωση για την ανάπτυξη των σταγονιδίων:

$$S - 1 = \left( \frac{\rho_{Ls} R T_v}{2\Gamma p_s} + \frac{h_{fg}^2 \rho_{Ls} J_h}{2k R T_v^2} \right) \frac{dr^2}{dt} \quad (1.4)$$

Για να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση αυτή για τιμές  $r$  πολύ μικρότερες από 5μm είναι απαραίτητο να αντικατασταθούν ο συντελεστής διάχυσης  $\Gamma$  και η θερμική αγωγιμότητα  $k$  από αντισταθμιστικούς συντελεστές αριθμητικά μικρότερους που αναγνωρίζουν ότι οι διαστάσεις των σταγονιδίων είναι ανάλογες με την τάξη μεγέθους του μέσου ελεύθερου περάσματος. Αυτοί οι συντελεστές δεν είναι γνωστοί και έτσι η εξίσωση (1.4) έχει ένα χαμηλότατο όριο ακρίβειας περίπου στο 1μm.

Εναλλακτικές εξισώσεις μπορούν να προκύψουν βασιζόμενες σε μοριακή στατιστική και αυτές, χάρη στον Oswatitsch [35], έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία στα πειραματικά αποτελέσματα των Binnie and Woods [36] και του Yellot [37].

$$\frac{dr}{dt} = \frac{3p_v}{8h_{fg}\rho_s} \sqrt{\left(\frac{3R}{T_v}\right) \Delta T} \quad (1.5)$$

Σύμφωνα με τον Oswatitsch η εξίσωση (1.5) υπερεκτιμά τον ρυθμό ανάπτυξης για διαμέτρους μεγαλύτερες από 2μm και προτείνεται η ακόλουθη εξίσωση για  $d > 2\mu\text{m}$ :

$$\frac{dr^2}{dt} = \frac{2k\Delta T}{h_{fg}\rho_{Ls}} \quad (1.6)$$

η οποία δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για  $d < 2\mu\text{m}$  γιατί τότε αρχίζει να υποεκτιμά το ρυθμό ανάπτυξης.

Για την εφαρμογή των τύπων (1.4) και (1.6) είναι απαραίτητο να είναι γνωστοί οι συντελεστές  $\Gamma$  και  $k$  για τον υπέρκορο ατμό. Δεν υπάρχουν άμεσες πειραματικές τιμές και ούτε μπορούν να βρεθούν, αλλά κατάλληλες για το  $k$  μπορούν να προκύψουν από παρεμβολή μεταξύ γνωστών τιμών. Έτσι παρεμβολή στην κατάλληλη παράμετρο πίεσης σε διάγραμμα  $k$ - $T$ , όπως αυτά των Timrotand and Vargaftik [63], είναι αποδεκτή αφού ο όρος  $\left(\frac{\partial^2 k}{\partial T^2}\right)_p$  είναι πολύ μικρός για την περιοχή χαμηλής πίεσης. Ο συντελεστής διάχυσης  $\Gamma$  προκύπτει τότε από:

$$\Gamma = \frac{k}{\rho_v c_v}$$

μία σχέση που προέρχεται από την κινητική θεωρία των αερίων. Οι τιμές των  $\Gamma$  και  $k$  που βρίσκονται με αυτό τον τρόπο αποτελούν μόνο προσεγγίσεις, αλλά η ακρίβεια προς στιγμή είναι η καλύτερη δυνατή και αποδεκτή.

Ο Young [38] το 1995 ακολούθησε διαφορετική προσέγγιση, όταν στις κλασικές εξισώσεις που προσδιορίζουν τη μεταφορά ορμής και ενέργειας μέσω της διεπιφάνειας, έκανε μία τροποποίηση προσθέτοντας ένα έγκυρο θερμοδυναμικά μοντέλο για την επιφανειακή ενέργεια και εντροπία των υγρών σταγόνων. Χωρίς κάποια μαθηματική προσέγγιση έδειξε πως η παραγωγή εντροπίας μπορεί να αναπαρασταθεί από ακριβώς τέσσερεις όρους. Οι τρεις από αυτούς σχετίζονται μεμονωμένα με τη διεπιφανειακή μεταφορά μάζας, θερμότητας και ορμής. Ο τέταρτος όρος αναπαριστά την μεταβολή εντροπίας που σχετίζεται με την πυρηνοποίηση και δημιουργία σταγόνων από τον ατμό και είναι σε απόλυτη ακρίβεια με τα αποτελέσματα της κλασικής θεωρίας ομοιογενούς πυρηνοποίησης.



Οι Bakhtar και Piran [39] σε δημοσίευσή τους για τις θερμοδυναμικές ιδιότητες του υπέρψυκτου ατμού αναφέρουν ότι οι ιδιότητες του ατμού μπορούν να υπολογιστούν υποθέτοντας μία καταστατική εξίσωση, τη γραμμή κορεσμού και την ειδική θερμότητα σε μηδενική πίεση. Από αυτά, τα δύο τελευταία δεν υπόκεινται σε κάποια αβεβαιότητα και το πρόβλημα εντοπίζεται στην τροποποίηση της καταστατικής εξίσωσης ώστε να είναι κατάλληλη για την εφαρμογή της σε υπέρψυκτο ατμό. Η καταστατική εξίσωση που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς για τους διαθέσιμους πίνακες ατμού στη βιβλιογραφία, προκύπτει κανονικά ξεκινώντας με μία εξίσωση βασισμένη σε φυσικά μοντέλα και χρησιμοποιώντας πειραματικές μετρήσεις για τον υπολογισμό των σταθερών. Αντί αυτού στην προκειμένη περίπτωση μελετήθηκε η καταστατική εξίσωση που προτάθηκε από τον Vukalovich [40]. Παρόλο που οι περισσότερες των καταστατικών εξισώσεων μπορεί να είναι γραμμένες υπό μορφή virial, αυτή του Vukalovich είναι ιδιαίτερα σχετική επειδή βασίζεται στην Θεωρία Συσχέτισης των Αερίων. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία ένα πραγματικό αέριο, όπως ο ατμός, θεωρείται μίγμα αερίων που το καθένα συμπεριφέρεται ως αέριο Van der Waals. Εξαιτίας της επιτυχημένης μεθόδου του Vukalovich και της απουσίας άμεσων μετρήσεων, εφαρμόστηκε παρόμοια προσέγγιση για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων του ατμού στην περιοχή της υπέρψυξης, αλλά με τις συναρτήσεις διασποράς να περιγράφουν την συγκέντρωση των μοριακών συσσωματωμάτων, προσαρμοσμένες για να ανταποκρίνονται στην κατάσταση του ατμού. Το πρόβλημα δημιουργίας ή μείωσης των συσσωματωμάτων στον υπέρψυκτο ατμό, μελετήθηκε σε συνδυασμό με την θεωρία πυρηνοποίησης [14]

Μία άλλη μέθοδος, που προορίζεται για τη μελέτη ενός πολλαπλής διασποράς πληθυσμού, είναι η προσέγγιση του φάσματος των σταγονιδίων με στατιστικό τρόπο χρησιμοποιώντας ροπές (moments)[41] μοντελοποίησης της διασποράς του μεγέθους τους, αντί της πιο παραδοσιακής μεθόδου της διακριτοποίησης της ακτίνας. Η μέθοδος αποδείχθηκε ακριβής, ύστερα από σύγκριση με ανεξάρτητες μετρήσεις που έγιναν και για τις δύο περιπτώσεις, της πρωτογενούς (primary) και της δευτερογενούς (secondary) πυρηνοποίησης. Επιτεύχθηκε πολύ καλή συμφωνία με τα δεδομένα που προκύπτουν με τη μέθοδο της διακριτοποίησης, ενώ ταυτόχρονα σημαντική ήταν η μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος και της απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος. Οι εξισώσεις των ροπών εφαρμόστηκαν και με τις δύο μορφές, Lagrangian και Eulerian και είναι κατάλληλες για να ενσωματωθούν σε κώδικες υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Η χρήση των ροπών για την επίλυση προβλημάτων πληθυσμιακής ισορροπίας χαρακτηρίζεται από πολλά πλεονεκτήματα που εμφανίζονται στην Αναφ.[42, σελ.51]. Ιδιαίτερα, ένα όφελος που σχετίζεται με τη ροή του υγρού ατμού, είναι ότι η μεταφορά θερμότητας και μάζας που περνά μέσω της διεπιφάνειας μπορεί να μοντελοποιηθεί εύκολα, απλά με την επίλυση μερικών εξισώσεων ροπών, παρά με τον υπολογισμό της δημιουργίας και της ανάπτυξης μεγάλου αριθμού ομάδων σταγονιδίων.

Η ροπή  $j$  βαθμού της κατανομής μεγέθους των σταγονιδίων ορίζεται ως

$$\mu_j = \int_0^{\infty} r^j f dr$$

με  $f$  τη συνάρτηση πυκνότητας του αριθμού σταγονιδίων. Οι μικρού βαθμού ροπές έχουν φυσική σημασία και ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μηδενικού και τρίτου βαθμού ροπές καθώς σχετίζονται με το συνολικό αριθμό σταγονιδίων ανά μονάδα μάζας μίγματος και το κλάσμα υγρασίας, αντίστοιχα.

$$N = \mu_0$$

$$Y = \frac{4\pi\rho_L}{3}\mu_3$$

Παρομοίως, οι πρώτου και δεύτερου βαθμού ροπές σχετίζονται με τη συνολική ακτίνα και τη συνολική επιφάνεια των σταγονιδίων. Σημαντική παρατήρηση είναι το γεγονός πως στην ανάλυση αυτή εμφανές είναι το συμπέρασμα ότι η χρήση μοντέλου ομοιόμορφου μεγέθους σταγονιδίων (όπως χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς Euler) για την προσέγγιση της πραγματικής πολλαπλής διασποράς ροής, μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά λάθη και ιδιαίτερα στην περίπτωση της δευτερεύουσας πυρηνοποίησης (secondary nucleation).

Η συνηθισμένη στάση των μηχανικών μέχρι και τα τελευταία χρόνια, απέναντι στο φαινόμενο του σχηματισμού των σταγονιδίων από ομοιογενή πυρηνοποίηση, είναι ο διαχωρισμός των διεργασιών σε δύο στάδια. Αναλυτικά επαληθευμένα αποτελέσματα από την θεωρία πυρηνοποίησης χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του ρυθμού σχηματισμού των κρίσιμων συσσωματωμάτων και στη συνέχεια εφαρμόζεται η θεωρία ανάπτυξης των σταγονιδίων για τον υπολογισμό του ρυθμού με τον οποίο μεγαλώνουν μακροσκοπικά οι διαστάσεις. Το 2008 οι White and Young [43] αναφέρουν ότι στην πραγματικότητα, οι δύο διεργασίες δε διαφοροποιούνται. Οι εξισώσεις ανάπτυξης των σταγονιδίων (τουλάχιστον για σταγονίδια αρκετά μικρότερα από την μέση διάσταση του ελεύθερου περάσματος του μορίου του ατμού) είναι για την ακρίβεια ενσωματωμένες στη θεωρία πυρηνοποίησης. Γι' αυτό θα έπρεπε να είναι πιθανή η αντιμετώπιση των δύο διεργασιών ως μία και να δημιουργηθεί μία διαδικασία υπολογισμού εφαρμόσιμη σε όλο το φάσμα μεγέθους σταγόνων. Μία τέτοια προσέγγιση παρουσίασαν και μοντελοποίησαν το πλήρες φαινόμενο της συμπύκνωσης, επιλύοντας την κύρια εξίσωση κινητικής, που περιγράφει την εξέλιξη της διασποράς του μεγέθους των σταγονιδίων, σε συνδυασμό με τις εξισώσεις δυναμικής των αερίων. Για μικρά μοριακά συσσωματώματα η μέθοδος μιμείται τις εξισώσεις της θεωρίας πυρηνοποίησης και για μεγάλες διαστάσεις τείνει ασυμπτωτικά με τις εξισώσεις ανάπτυξης σταγονιδίων.

### 1.3.2 Προσεγγίσεις Euler – Lagrange προσεγγίσεις

Στη προσπάθεια πραγματοποίησης οποιουδήποτε υπολογισμού για την εύρεση των χαρακτηριστικών ενός κινούμενου ρευστού, απαραίτητη είναι πρώτα η μαθηματική περιγραφή των δυναμικών αυτών χαρακτηριστικών. Απαιτείται όμως και η περιγραφή της ίδιας της κίνησης. Συγκεκριμένα, ενδιαφέρον παρουσιάζουν η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του στοιχειώδους όγκου του ρευστού σε δύο ειδών συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται ευρέως στη μηχανική ρευστών. Οι δύο αυτές προσεγγίσεις είναι η Euler και η Lagrange [44].

Στην περίπτωση της προσέγγισης Lagrange η θέση του στοιχειώδους όγκου δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου. Σε ένα συνεχές ρευστό υπάρχουν άπειρα στοιχεία και για να ξεχωρίζουν μεταξύ τους, ένας τρόπος είναι η επιλογή μίας αυθαίρετης χρονικής στιγμής ως αναφοράς (λέγεται και αρχική –initial time) και ο ορισμός της θέσης τους κατά τη χρονική αυτή στιγμή. Μαθηματικά θα μπορούσε να πει κανείς ότι η ταχύτητά τους είναι συνάρτηση της αρχικής θέσης και χρονικής στιγμής και για να περιγραφεί η όλη κίνηση του ρευστού πρέπει να δοθεί η ταχύτητα όλων των στοιχείων. Οι συντεταγμένες δε που ορίζουν κάθε φορά την θέση τους ονομάζονται Lagrangian ή κάποιες φορές υλικές συντεταγμένες. Δεδομένου λοιπόν του πεδίου ταχυτήτων μπορεί να υπολογιστεί εύκολα η μετατόπιση με ολοκλήρωση στον χρόνο, και το πεδίο επιτάχυνσης με μερική παραγωγή ως προς το χρόνο.

Υποθετικά, προκειμένου να πραγματοποιηθούν μετρήσεις με την μέθοδο Lagrange, μπορεί κανείς να φανταστεί ότι προσαρμόζει ένα όργανο μέτρησης, όπως το μανόμετρο, πάνω σε ένα στοιχειώδες σημείο (όγκο). Τέτοιου είδους μετρήσεις επιχειρούνται στην ατμόσφαιρα με μπαλόνια ουδέτερης πλευστότητας. Αν το μπαλόνι ακολουθεί πράγματι την ροή του αέρα, παρέχει την μετατόπιση Lagrange, δηλαδή τη μετατόπιση του συγκεκριμένου στοιχείου. Τέτοιου είδους μετρήσεις είναι πραγματικά δύσκολες, ιδιαίτερα σε ένα εργαστήριο. Συνήθως προτιμώνται μετρήσεις σε σταθερά σημεία, με «συντεταγμένες εργαστηρίου». Είναι σχετικά ευκολότερο να διατηρείται το όργανο μέτρησης σε σταθερή θέση. Η προσέγγιση αυτή που δίνει την κατανομή των ταχυτήτων στο χώρο είναι η Euler.

Παρόλο που το φυσικό πεδίο είναι το ίδιο, οι δύο προσεγγίσεις διαφέρουν μεταξύ τους επειδή η ταχύτητα σε ένα σημείο με εργαστηριακές συντεταγμένες δεν αναφέρεται πάντα στο ίδιο στοιχείο ρευστού. Διαφορετικά τμήματα ύλης περνούν συνέχεια από το ίδιο σημείο. Η ταχύτητα που μετράει ένα σταθερό όργανο, είναι η ταχύτητα της ύλης που περνάει από το συγκεκριμένο σημείο εκείνη τη στιγμή.

Μέχρι σήμερα, οι υπολογιστικές μέθοδοι για τη ροή συμπυκνωμένου ατμού που έχουν ακολουθηθεί είναι κυρίως ένας συνδυασμός προσεγγίσεων Euler και Lagrange, κατά τον οποίο οι εξισώσεις διατήρησης για το διφασικό μίγμα επιλύονται με την μέθοδο Euler, ενώ η πυρηνοποίηση και η ανάπτυξη σταγονιδίων υπολογίζονται ακολουθώντας στοιχεία ρευστού (Lagrange). Και οι δύο, μόνιμη (steady) και χρονικά μεταβαλλόμενη (unsteady), δισδιάστατες (2D) ροές έχουν μελετηθεί με αυτό τον τρόπο (βλέπε για παράδειγμα [4, 29,

45]) και σε κάθε περίπτωση το συνεχές φάσμα σταγονιδίων μοντελοποιήθηκε με τη μέθοδο της διακριτοποίησης, υπολογίζοντας την συμπεριφορά μεγάλου αριθμού ομάδων σταγονιδίων. Συγκριτικά με την εναλλακτική πλήρως Eulerian μέθοδο, αυτού του είδους οι υπολογισμοί χαρακτηρίζονται από ένα πλήθος πλεονεκτημάτων που περιγράφονται αναλυτικά από τον Young [4]. Παρόλα αυτά, εμφανίζονται πολλές δυσκολίες από την στιγμή που η μέθοδος περιλαμβάνει την παρακολούθηση ροϊκών γραμμών και την παρεμβολή στις ιδιότητες του ρευστού μεταξύ διαφορετικών υπολογιστικών πλεγμάτων. Έτσι είναι λογική η υπόθεση ότι το 3D μεταβαλλόμενο ροϊκό πεδίο τυπικού αεροστροβίλου χαμηλής πίεσης (ΧΠ) θα ήταν ευκολότερο να υπολογιστεί με καθαρά Eulerian μέθοδο. (Οι δυσκολίες για τους ανάμικτους υπολογισμούς είναι ιδιαίτερα σοβαρές για την περίπτωση των ασταθών ροών καθώς η διαδικασία παρακολούθησης πρέπει στιγμιαία να ακολουθεί την πορεία στοιχείων ρευστού και ταυτόχρονα να εφαρμόζεται η μέθοδος της παρεμβολής σε όλες τις ιδιότητες του ρευστών.[45])

### 1.3.3 Γενικές εξισώσεις ροής

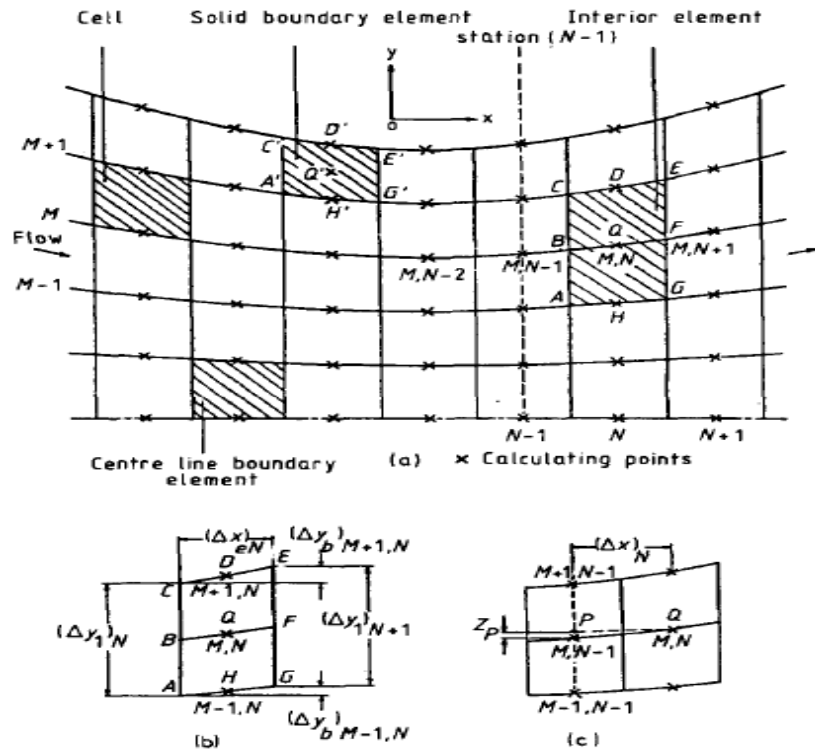
Με στόχο την ποσοτικοποίηση των επιδράσεων της δεύτερης υγροποιημένης φάσης στη ροή και της απόκλισης του συστήματος από την θερμική ισορροπία, πάνω στη κατανομή της ροής μέσα στον αεροστροβίλο και κατ' επέκταση στην απόδοση αυτού, εμφανίστηκε πρόσφατα ένα πλήθος υπολογιστικών μεθόδων που ασχολούνται αποκλειστικά με τη θεωρία του υγρού ατμού. Οι πιο συνηθισμένες από αυτές είναι η υπολογιστική μέθοδος που βασίζεται στη πίεση (pressure based/correction) [31] και ο υπολογισμός των blade-to-blade ροών με την time-marching μέθοδο [20, 26-29, 46, 47].

Ο Bakhtar [26] πραγματοποιώντας μία έρευνα με την time-marching μέθοδο και θεωρώντας ασταθή, 2D, συμπιεστή, με αμελητέες επιδράσεις του ιξώδους (inviscid) ροή ατμού που μεταφέρει monodispersed πληθυσμό σφαιρικών σταγονιδίων, χωρίς σχετική ταχύτητα μεταξύ των δύο φάσεων (non-inter-phase slip), γράφει τις εξισώσεις διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας που εφαρμόζονται σε στοιχείο πεπερασμένου όγκου (finite volume element) στο  $x$ - $y$  καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, που φαίνεται στο σχήμα 1.5, ως εξής:

#### 1. Εξίσωση συνέχειας (αρχή διατήρησης μάζας)

$$\Delta t \sum (\rho u ds_x^- + \rho v ds_y^-) = \Delta V \cdot \Delta \rho$$

όπου  $u$  και  $v$  είναι οι συνιστώσες ταχύτητας στην  $x$  και  $y$  διεύθυνση αντίστοιχα,  $\rho$  είναι η συνολική (ατμού και υγρού) πυκνότητα του ρευστού,  $\Delta V$  ο όγκος του στοιχείου, και  $ds_x^-$  και  $ds_y^-$  είναι οι προβολές των πλευρών του όγκου ελέγχου πάνω στις  $x$  και  $y$  διευθύνσεις, αντίστοιχα.  $\Delta t$  είναι η χρονική αύξηση και η άθροιση γίνεται στην επιφάνεια του στοιχείου.



Σχήμα 1.5 Υπολογιστικό πλέγμα για την μέθοδο time-marching [26]  
 (a) Δομή πλέγματος σε nozzle δύο διαστάσεων  
 (b) Ένα τυπικό στοιχείο (element) M,N  
 (c) Θέση προσεγγιστικής ροϊκής γραμμής (PQ) στο σύστημα του πλέγματος

## 2. Εξίσωση ορμής στη διεύθυνση $x$

$$\Delta t \sum \left\{ (p_G + \rho u^2) ds_x^- + \rho u v ds_y^- \right\} = \Delta V \cdot \Delta(\rho u)$$

με  $p_G$  την πίεση της αέριας φάσης του ατμού.

## 3. Εξίσωση ορμής στη διεύθυνση $y$

$$\Delta t \sum \left\{ \rho u v ds_x^- + (p + \rho v^2) ds_y^- \right\} = \Delta V \cdot \Delta(\rho v)$$

## 4. Εξίσωση ενέργειας

Καθώς η μόνιμης ροής (steady-state) επίλυση είναι αυτή που μελετάται, μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι η ολική ενθαλπία στη ροή παραμένει σταθερή και η εξίσωση της ενέργειας γράφεται ως:

$$h_0 = h + \frac{u^2 + v^2}{2} = \text{σταθ.}$$

όπου  $h$  είναι η συνολική ειδική ενθαλπία και του ατμού και του υγρού. Αυτή η υπόθεση είναι το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου του Denton [53].

Στην περίπτωση της διφασικής ροής η κύρια επίδραση της αλλαγής φάσης είναι η απελευθέρωση λανθάνουσας θερμότητας που επηρεάζει άμεσα την εξίσωση της ενέργειας. Για την αντιμετώπιση αυτής της πλευράς του προβλήματος, το  $h$  μπορεί να γραφεί ως:

$$h = (1 - Y)h_G + Yh_L$$

όπου  $Y$  είναι το κλάσμα υγρασίας που υπολογίζεται από τον τύπο που αναφέρθηκε προηγουμένως με χρήση των νόμων πυρηνοποίησης και ανάπτυξης σταγονιδίων (Παράρτημα 1. [26]).

### 5. Καταστατική εξίσωση

Σε συμφωνία με τις εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων του ατμού, η καταστατική εξίσωση που υιοθετείται για την αέρια φάση είναι

$$\frac{P}{\rho_G R T_G} = 1 + B \rho_G$$

όπου  $\rho_G$ ,  $T_G$  είναι η πυκνότητα και η θερμοκρασία του ατμού και  $R$  η σταθερά των αερίων. Το  $B$  είναι ο συντελεστής second virial coefficient. Θεωρώντας ότι ο ειδικός όγκος του υγρού είναι μικρός σε σχέση με του ατμού, η πυκνότητα του μίγματος μπορεί να γραφτεί ως:

$$\rho = \frac{\rho_G}{1 - Y}$$

Η παραπάνω σχέση είναι αρκετή για να περιγράψει πλήρως την ροή. Στην περίπτωση σταθερής ροής, όταν οι σωστές τιμές των ιδιοτήτων της ροής και του ρευστού, αντικαθίστανται στις παραπάνω σχέσεις, η μεταβολή με τον χρόνο θα είναι μηδενική. Αλλά αν οι τιμές που επιλέχτηκαν διαφέρουν από την σωστή λύση, οι εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των διορθώσεων σε κάθε σημείο. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται αναλυτικά από τον Bakhtar [26].

### **1.3.4 Μέθοδος Time-Marching για την επίλυση εξισώσεων ροής**

Η μέθοδος αυτή προϋποθέτει την ύπαρξη τιμών για τις μεταβλητές  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$  κλπ. σε κάθε σημείο υπολογισμού του πλέγματος κατά την χρονική στιγμή  $t$ . Παίρνοντας την περίπτωση του στοιχείου ABCDEFGH στο σχήμα 1.5a. ως παράδειγμα, οι τιμές των μεταβλητών της ροής στο σημείο Q κατά την χρονική στιγμή  $t + \Delta t$  μπορούν να υπολογιστούν από τις εξισώσεις ροής με τα ακόλουθα βήματα:

*Βήμα 1.* Η τιμή της πυκνότητας ανανεώνεται από την επίλυση της εξίσωσης της συνέχειας. Έχοντας ως αναφορά το σχήμα 1.5 επισημαίνεται πως τα

σημεία υπολογισμού βρίσκονται στα κέντρα των διαφόρων στοιχείων, ενώ για τον υπολογισμό των διαφόρων ροών (fluxes) διαμέσου των πλευρών του κάθε στοιχείου, απαιτούνται οι ιδιότητες της ροής στα όρια των στοιχείων. Γι' αυτό το σκοπό εισάγονται συντελεστές διόρθωσης (correction factor  $CF$ ). Η ροή μάζας στο σημείο B, για παράδειγμα, γράφεται ως:

$$(\rho u)_B = (\rho u)_{M,N-1} + (CF_{\rho u})_{M,N}$$

**Βήμα 2.** Η νέα τιμή της πίεσης υπολογίζεται σε κάθε σημείο υπολογισμού από την εξίσωση της ενέργειας, χρησιμοποιώντας την νέα τιμή  $p$  και τις παλιές  $u$  και  $v$ .

**Βήμα 3.** Νέες τιμές  $\rho u$  υπολογίζονται σε κάθε σημείο υπολογισμού από την εξίσωση της ορμής για την  $x$  διεύθυνση, χρησιμοποιώντας την νέα τιμή  $p$  και τις παλιές  $p$ ,  $u$  και  $v$ .

**Βήμα 4.** Νέες τιμές  $\rho v$  υπολογίζονται σε κάθε σημείο υπολογισμού από την εξίσωση της ορμής για την  $y$  διεύθυνση, χρησιμοποιώντας την νέα τιμή  $p$  και τις παλιές  $p$ ,  $u$  και  $v$ .

**Βήμα 5.** Μετά από τον υπολογισμό των τιμών  $\rho u$  και  $\rho v$  στα σημεία, οι νέες τιμές των ταχυτήτων  $u$  και  $v$  προκύπτουν εύκολα διαιρώντας με την νέα τιμή  $p$ .

**Βήμα 6.** Στο τελικό βήμα υπολογίζονται οι συντελεστές διόρθωσης ( $CF_u$ ), ( $CF_v$ ), ( $CF_{\rho u}$ ) και ( $CF_p$ ).

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την έρευνα αυτή συγκρίθηκαν με τα πειραματικά δεδομένα πάνω στην συμπύκνωση 2D ροής στη περιοχή ακροφυσίου, του Κρόι [48]. Παρά την εμφανή απόκλιση στην περίπτωση των 1D επιλύσεων, υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία στα αποτελέσματα από τις μεθόδους 2D. Παράλληλα, ενώ υπάρχει μια αβεβαιότητα σχετικά με το μέγεθος των σταγονιδίων στην πειραματική παρακολούθηση ροής υγρού ατμού μέσω συγκλίνοντος-αποκλίνοντος ακροφυσίου, η συμφωνία μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων είναι ικανοποιητική. Έτσι, με το περιορισμό των λίγων διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων, οι 2D ροές υγροποιημένου ατμού σε ακροφύσια μπορούν να μελετηθούν ικανοποιητικά από την time-marching μέθοδο.

### 1.3.5 Μέθοδος διόρθωσης πίεσης για την επίλυση εξισώσεων ροής

Η βασική ιδέα στις μεθόδους διόρθωσης πίεσης (pressure correction) είναι ο διαχωρισμός της πίεσης και της ταχύτητας με τη μορφή [49, 50]:

$$p^m = p^{m-1} + p'$$

$$u_i^m = u_i^{m*} + u_i'$$

όπου  $u_i^{m*}$  είναι η ενδιάμεση τιμή της ταχύτητας. Η διαδικασία επίλυσης σε αυτή τη μέθοδο εμφανίζεται συνοπτικά στα ακόλουθα βήματα:

*Βήμα 1.* Έναρξη υπολογισμού του πεδίου στην νέα χρονική στιγμή  $t_{n+1}$  χρησιμοποιώντας τις τελευταίες τιμές των  $u_i^n$  και  $p^n$  ως αρχικές εκτιμήσεις για τις τιμές  $u_i^{n+1}$  και  $p^{n+1}$ .

*Βήμα 2.* Επίλυση των συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων των συνιστωσών της ταχύτητας (εξισώσεις ορμής) ώστε να προκύψει η τιμή  $u_i^{m*}$ .

*Βήμα 3.* Επίλυση της εξίσωσης διόρθωσης πίεσης για την εύρεση της τιμής  $p'$ .

*Βήμα 4.* Διόρθωση της ταχύτητας και της πίεσης για τον υπολογισμό του πεδίου  $u_i^m$ , που ικανοποιεί την εξίσωση της συνέχειας, και της πίεσης  $p^m$ .

*Βήμα 5.* Επιστροφή στο βήμα 1 και επανάληψη, χρησιμοποιώντας τα  $u_i^m$  και  $p^m$  ως βελτιωμένες εκτιμήσεις των  $u_i^{n+1}$  και  $p^{n+1}$ , μέχρι όλες οι διορθώσεις να είναι μικρές ώστε να θεωρούνται αμελητέες.

*Βήμα 6.* Ακολουθεί το επόμενο χρονικό βήμα (time step).

Ένα Eulerian-Eulerian πολυφασικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για ομοιογενή πυρηνοποίηση σε διηχητική τυρβώδη ροή ατμού, από τον Gerber [31]. Το μοντέλο περιλαμβάνει μια πεπλεγμένη (implicit), pressure-based, πεπερασμένου όγκου, μέθοδο, εφαρμόσιμη σε ροή για όλες τις ταχύτητες. Επίσης, περιγράφεται μια ειδική μεταχείριση των πηγών (source terms), για την implicit προσέγγιση, που μπορεί να χρησιμοποιήσει μεγάλα χρονικά βήματα για την επίλυση μόνιμης ροής. Το μοντέλο ενσωματώθηκε σε εμπορικό κώδικα CFD, το CFX-TASCflow. Η διακριτοποίηση ακολουθεί την finite-volume/finite-element προσέγγιση και για τις εξισώσεις διατήρησης της αέριας φάσης ήταν δευτέρου βαθμού. Οι εξισώσεις για την υγρή φάση αντιμετώπισαν μια απότομη ασυνέχεια κοντά την περιοχή της πυρηνοποίησης και χρησιμοποιήθηκε μέθοδος ανάντη (upwind) (πρώτου βαθμού). Πολύ καλή συμπεριφορά των εξισώσεων επιτεύχθηκε, όσο αφορά την σύγκλησή τους, στις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, με global όριο σύγκλησης  $10^{-4}$  ή και καλύτερο και κανονικοποιημένα (normalized) RMS residuals της τάξης μεγέθους  $10^{-5}$  ή μικρότερη.

### 1.3.6 Βιβλιογραφική ανασκόπηση ερευνητικών προσεγγίσεων

Αρκετές ήταν οι έρευνες των τελευταίων δεκαετιών πάνω στα φαινόμενα που διέπουν την διφασική ροή και την εκτόνωση κορεσμένου και υπέρψυκτου ατμού. Πολλές από αυτές έχουν κοινή βάση και τείνουν ή ξεκινούν από την κλασική θεωρία της πυρηνοποίησης, για να μοντελοποιήσουν τον σχηματισμό



σταγονιδίων, τον ρυθμό πυρηνοποίησης και τον ρυθμό ανάπτυξής τους. Τα μοντέλα αυτά, κατά περιπτώσεις, συσσωματώθηκαν με τις κλασικές εξισώσεις Navier-Stokes για την περιγραφή διαφόρων ροικών φαινομένων. Έτσι μετά από πολλές πειραματικές και υπολογιστικές έρευνες πάνω σε άκρως ενδιαφέρουσες διεργασίες, η κατανόησή τους και τα συμπεράσματα που προέκυψαν ήταν σημαντικά.

Μια θεωρητική αντιμετώπιση της ομοιογενούς πυρηνοποίησης παρουσίασε ο Feder et.al [5] το 1966. Παρέθεσε βασικές εξισώσεις και περιέλαβε την παραγωγή του ρυθμού πυρηνοποίησης. Στη συνέχεια ανέλυσε λεπτομερώς από θερμοδυναμικής απόψεως ο σχηματισμός υγρών συσσωματωμάτων καθώς και κάποια προβλήματα που σχετίζονται με την περιγραφή της επιφανειακής τάσης των μικρών σταγονιδίων. Ο Pirumov [25] έγραψε αναλυτικές εξισώσεις για τις παραμέτρους που καθορίζουν τον αριθμό των σωματιδίων, την μέση διάμετρό τους και την υπέρψυξη στο σημείο έναρξης της ενεργούς ομοιογενούς συμπύκνωσης (σημείο Wilson). Θεμελιώδεις εξισώσεις πολυφασικής ροής αερίων-σταγονιδίων εφάρμοσε και ο Young [38] βασιζόμενος στην κλασική θεωρία, ενώ μαζί με τον Huang [18] περιέγραψαν αναλυτικά τις ιδιότητες του σημείου Wilson και παρουσίασαν την επίλυση των εξισώσεων με την αναλυτική μέθοδο. Με διαφορετική μέθοδο επιχείρησε να περιγράψει την διφασική ροή ο White [41] μελετώντας polydispersed φάσμα σταγονιδίων και εφαρμόζοντας μοντέλα ροτών.

Με τις μακροσκοπικές ιδιότητες του υπέρψυκτου ατμού ασχολήθηκε περισσότερο ο Bakhtar et.al [8, 39] στις μελέτες του το 1979 και 1983. Συνδυάζοντας την κλασική θεωρία με την καταστατική εξίσωση του Vukalovich, όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, παρουσίασε σε πινακοποιημένη μορφή τις θερμοδυναμικές ιδιότητες του υπέρψυκτου ατμού πριν την συμπύκνωση, καθώς και την εκτίμηση της συμπεριφοράς των ροών ατμού κατά την πυρηνοποίηση. Παράλληλα από την εφαρμογή αυτών των πινάκων σε μελέτες διαφόρων ροών ανάμεσα από σταθερά πτερύγια αλλά και περιστρεφόμενα κατέληξε, μεταξύ άλλων, και στο συμπέρασμα ότι οι υποηχητικές και οι υπερηχητικές ροές θα πρέπει να έχουν διαφορετικές χαρακτηριστικές σε σχέση με την πυρηνοποίηση και πως διαφοροποίηση θα πρέπει να υπάρχει όσο αναφορά την εφαρμογή των πινάκων σε αυτές.

Τέλος, αρκετοί ασχολήθηκαν με προβλήματα διφασικής ροής σε ακροφύσια, ανάμεσα από πτερύγια σε παράλληλη διάταξη (cascade), καθώς και σε αεροστροβίλους παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Η πλειοψηφία των περιπτώσεων αυτών αναφέρεται σε υπολογισμούς μίας και δύο διαστάσεων (2-D) και για μίγματα απλής διασποράς [17, 20, 26-29, 31-33, 43, 51] ενώ λίγες είναι οι αναφορές για υπολογισμούς τριών διαστάσεων (3-D) [30, 52]. Επίσης μεταξύ αυτών υπάρχουν και αναφορές για υπερηχητικές ροές [29] καθώς και για ροές που βρίσκονται στην διηχητική περιοχή (transonic) [31].

## **1.4. Παρούσα εργασία**

Από την ανασκόπηση που έγινε λοιπόν στην υπάρχουσα ερευνητική βιβλιογραφία αποκτήθηκε η απαραίτητη γνώση για τις ειδικές περιπτώσεις που μελέτησε ο κάθε ερευνητής σε σχέση με την διφασική ροή. Στην πλειοψηφία τους όμως οι εργασίες αυτές ήταν επικεντρωμένες, η κάθε μία σε ένα μεμονωμένο αντικείμενο και εξέταζαν μονόπλευρα περιορισμένες περιπτώσεις. Η συνεισφορά της παρούσας διδακτορικής διατριβής, έγκειται στην εκτεταμένη κλίμακα μελέτης, μοντέλων και φαινομένων διφασικής ροής, υπό πραγματικές συνθήκες και με συνδυασμό εργαλείων προσομοίωσης. Με σκοπό λοιπόν την ανάλυση και κατανόηση των θερμοδυναμικών επιδράσεων που έχει η διφασική ροή στην λειτουργία των μεγάλης κλίμακας ατμοστροβίλων, ξεκίνησε η προσομοίωση πραγματικού εν λειτουργία ατμοστροβίλου. Η προσπάθεια όμως δεν περιορίστηκε στην μονόπλευρη προσέγγιση των φαινομένων. Έγινε παράλληλη χρήση δύο μοντέλων περιγραφής ροής. Το μοντέλο Euler εφαρμόστηκε στην περίπτωση πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης σταγονιδίων, κατά την διαδικασία ανάλυσης των θερμοδυναμικών επιδράσεων της υγροποίησης του ατμού στην ροή και στις επιδόσεις της στροβιλομηχανής. Ενώ το μοντέλο μεταφοράς σωματιδίων Lagrange εφαρμόστηκε σε μια παράλληλη προσέγγιση της τροχιάς των σταγονιδίων και των επιπτώσεων διάβρωσης που έχουν οι κρούσεις τους με της διάφορες επιφάνειες. Τέλος επιθυμητή είναι η εύρεση και παρουσίαση προτάσεων είτε σχεδιαστικής, είτε λειτουργικής βελτίωσης του στροβίλου χαμηλής πίεσης, έτσι ώστε να αυξηθεί η απόδοσή του.

### **1.4.1 Δομή εργασίας**

Οι υπολογισμοί έγιναν με την χρήση του εμπορικού κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής ANSYS-CFX για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes. Οι εξισώσεις ήταν σε μία μορφή Reynolds-averaged και λύθηκαν με την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων στις τρισδιάστατες περιοχές των περασμάτων της ροής ανάμεσα στα πτερύγια, με τη χρήση κατάλληλου μοντέλου τύρβης, καθώς και μοντέλου συμπύκνωσης και σταγονοποίησης του ατμού. Ο κύριος σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση πραγματικού ατμοστροβίλου χαμηλής πίεσης που βρίσκεται σε λειτουργία και η ευρύτερη και σε βάθος κατανόηση των φυσικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα λόγω της εμφάνισης σταγονιδίων νερού μέσα στην ροή και της δημιουργίας με αυτό τον τρόπο υγρού ατμού.

Στο πρώτο κεφάλαιο στα πλαίσια κατανόησης αυτού του φυσικού φαινομένου πραγματοποιήθηκε μια έρευνα στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Μελετήθηκαν οι θεωρίες που διέπουν τα διάφορα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα μέσα στους ατμοστροβίλους, αλλά και γενικότερα σε όλες τις σχετικές θερμοδυναμικές διεργασίες. Ιδιαίτερη βάση δόθηκε στις θεωρίες πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης του ατμού, καθώς και στις διάφορες ιδιότητες που τις χαρακτηρίζουν. Επίσης απαραίτητη ήταν η ανασκόπηση των παλαιότερων ερευνητικών εργασιών και των διαφόρων τρόπων που προσεγγίστηκαν στο παρελθόν τα φαινόμενα και τα προβλήματα που

προκύπτουν από τη διφασική ροή του ατμού. Διεξήχθη συστηματική διερεύνηση των δημοσιευμένων εργασιών σε σχέση με θέματα εφαρμογής υπολογιστικής μηχανικής ρευστών σε πολυβάθμιους ατμοστροβίλους, θέματα φαινομενολογίας και ανάλυσης διφασικής ροής, θέματα πρόκλησης φθοράς και προσομοίωσης της σε πτερυγία, θέματα σχετικά με παράγοντες και την επίδρασή τους στο βαθμό απόδοσης.

Το επόμενο βήμα στο δεύτερο κεφάλαιο περιλαμβάνει την μαθηματική περιγραφή της ροής. Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσεται η μαθηματική βάση για την κατανόηση των γενικών μοντέλων ροής και μεταφοράς θερμότητας. Έγινε ανάλυση τόσο των γενικών εξισώσεων Navier-Sokes και εξισώσεων ενέργειας, όσο και ειδικότερα των εξισώσεων που χρησιμοποιεί το υπολογιστικός κώδικας CFX της ANSYS. Επίσης μελετήθηκαν τα δημοφιλέστερα μοντέλα τύρβης μαζί με τη θεωρία που κρύβεται πίσω από αυτά. Τέλος έγινε μια γρήγορη αναφορά στην μέθοδο διακριτοποίησης και επίλυσης των εξισώσεων από το CFX.

Στην συνέχεια από τις γενικές εξισώσεις έγινε το πέρασμα, στο τρίτο κεφάλαιο, στην ιδική περίπτωση των εξισώσεων της διφασικής ροής. Εδώ αναθέτονται οι ιδιαιτερότητες που εμφανίζουν οι ροές μιγμάτων όσο αφορά την μαθηματική τους περιγραφή. Παράλληλα αναλύονται τα κύρια μοντέλα που εφαρμόζονται στις προσομοιώσεις. Πρόκειται για τα μοντέλα πυρηνοποίησης, παρακολούθησης σωματιδίων Lagrange και του εμπειρικού, διάβρωσης, Finnie.

Με την ολοκλήρωση του θεωρητικού κομματιού της διατριβής αυτής, αναγκαία ήταν η πιστοποίηση της εγκυρότητας των μοντέλων και της καταλληλότητας των εργαλείων που επρόκειτο να χρησιμοποιηθούν. Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται αυτή η διαδικασία που περιλαμβάνει μια σειρά υπολογιστικών εξομοιώσεων πραγματικής γεωμετρίας πτερυγίων στροβίλου. Η γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε ήταν του πτερυγίου VKI – RS1S του Von Karman Institute που τοποθετήθηκε σε τρισδιάστατη γραμμική διάταξη (cascade) υπό κλίμακα. Πρόκειται για ένα πτερύγιο ρότορα αεριοστροβίλου υψηλής πίεσης η αεροδυναμική και θερμοδυναμική απόδοση του οποίου μετρήθηκαν στο παρελθόν πειραματικά. Τα αποτελέσματα υπήρξαν η βάση σύγκρισης για αυτά που προέκυψαν από την μελέτη που πραγματοποιήθηκε με το υπολογιστικό πρόγραμμα CFX. Ακόμη κατά την διαδικασία της υπολογιστικής μελέτης δοκιμάστηκαν τα μοντέλα τύρβης και επιλέχθηκε αυτό που τα αποτελέσματά του διαπιστώθηκε ότι ήταν παρόμοια και αρκετά ικανοποιητικά, σε σχέση με τα πειραματικά.

Στη συνέχεια η μελέτη στράφηκε στο πραγματικό πρόβλημα. Ο στρόβιλος που επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί και να αναλυθεί ήταν αυτός της δεύτερης μονάδας του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας. Πρόκειται για μία συμμετρική μηχανή που η κάθε της πλευρά αποτελείται από 6 βαθμίδες. Κάθε βαθμίδα αποτελείται από μια σειρά σταθερών (οδηγητικών) πτερυγίων και μία σειρά περιστρεφόμενων. Λόγω συμμετρίας και για απλοποίηση του τριασδιάστατου προβλήματος, μοντελοποιήθηκε ένα πτερύγιο για κάθε μία από τις 6 βαθμίδες, της μία μόνο πλευράς. Μετά την μοντελοποίηση της γεωμετρίας σειρά είχε η δημιουργία των υπολογιστικών πλεγμάτων όπου θα γινόταν η επίλυση των εξισώσεων

Navier-Stokes. Κατασκευάστηκαν για κάθε βαθμίδα ξεχωριστά 2 περιπτώσεις πλεγμάτων, με εξαεδρική μορφολογία στοιχείων (elements). Όσον αφορά το μέγεθος του συνολικού πλέγματος, για τη πρώτη περίπτωση το πλήθος των στοιχείων πλησιάζει τις 500.000, ενώ για την δεύτερη τα 5 εκατομμύρια.

Το έκτο κεφάλαιο αποτελείται από τρεις κύριες ενότητες, η κάθε μία από τις οποίες περιλαμβάνει μία από τις περιπτώσεις ροών που προσομοιώθηκαν. Στην πρώτη περίπτωση θεωρήθηκε ότι το ρευστό που διέρχεται από τον στρόβιλο είναι καθαρός, ξυρός, υπέρθερμος ατμός και έγιναν πολλές δοκιμές συνθηκών λειτουργίας έτσι ώστε να επιτευχθεί μια σχετική συμφωνία των αποτελεσμάτων με τα δεδομένα που παρείχε η Δ.Ε.Η. Στην δεύτερη περίπτωση προστέθηκε μοντέλο πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης του ατμού, με την παράλληλη χρήση του μοντέλου Euler για την περιγραφή του ροϊκού πεδίου. Τέλος πραγματοποιήθηκαν και μελέτες με τη χρήση του μοντέλου Lagrange, όπου υπήρξε ψεκασμός σταγονιδίων νερού διάφορων διαμέτρων μέσα στην ροή του ξυρού ατμού, με ταυτόχρονη χρήση εμπειρικού μοντέλου διάβρωσης για τις επιφάνειες του στροβίλου. Σε κάθε ενότητα περιγράφονται αναλυτικά οι οριακές συνθήκες και η προετοιμασία για κάθε σενάριο προσομοίωσης, καθώς επίσης αναλύονται και τα αποτελέσματα που προέκυψαν.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων επετεύχθη η διεξαγωγή συμπερασμάτων για την θερμοδυναμική επίδραση της υγροποίησης του ατμού στα φυσικά φαινόμενα που διέπουν την ροή μέσα στο στρόβιλο, καθώς και στην απόδοση αυτού. Ενώ παράλληλα εντοπίστηκαν τα σημεία πυρηνοποίησης του ατμού και έγινε μια πρόβλεψη για τα σημεία εμφάνισης φθοράς στις διάφορες επιφάνειες του στροβίλου.

## 2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

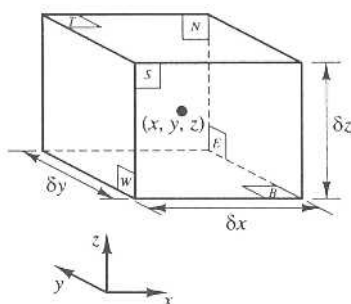
### 2.1. Γενικές εξισώσεις ροής και μεταφοράς θερμότητας

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύσσεται η μαθηματική βάση για την κατανόηση των γενικών μοντέλων ροής και μεταφοράς θερμότητας [54]. Οι γενικές εξισώσεις ροής αναπαριστούν μαθηματικά την έκφραση των αρχών διατήρησης της φυσικής.

- Η μάζα του ρευστού διατηρείται
- Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με το άθροισμα των δυνάμεων στο σωματίδιο ρευστού (2<sup>ος</sup> νόμος του Newton)
- Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ισούται με το άθροισμα της θερμοροής και με το ρυθμό του έργου που γίνεται στο σωματίδιο ρευστού (1<sup>ος</sup> θερμοδυναμικός νόμος)

Το ρευστό θα θεωρηθεί ως συνεχές. Για την ανάλυση ροών σε μακροσκοπική κλίμακα (π.χ. 1 μm και πάνω) η μοριακή δομή της ύλης και η μοριακή κίνηση μπορούν να αγνοηθούν. Η συμπεριφορά του ρευστού περιγράφεται με όρους μακροσκοπικών ιδιοτήτων, όπως ταχύτητα, πίεση, πυκνότητα, θερμοκρασία και των χωρικών και χρονικών παραγώγων τους. Οι ιδιότητες αυτές μπορεί να θεωρηθούν ως η μέση τιμή που προκύπτει από ένα κατάλληλα μεγάλο αριθμό μορίων. Τότε, ένα σωματίδιο ρευστού ή σημείο στο ρευστό, είναι το μικρότερο δυνατό στοιχείο ρευστού του οποίου οι μακροσκοπικές ιδιότητες δεν επηρεάζονται από μεμονωμένα μόρια.

Θεωρείται τέτοιο μικρό στοιχείο ρευστού με πλευρές  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  (σχήμα 2.1).



Σχήμα 2.1 Στοιχείο ρευστού [54]

Οι έξι πλευρές αντιστοιχούν στα γράμματα  $N$ ,  $S$ ,  $E$ ,  $W$ ,  $T$ ,  $B$  που αντιπροσωπεύουν το Βορά (North), Νότο (South), Ανατολή (East), Δύση (West), Κορυφή (Top), Βάση (Bottom). Δίνεται επίσης και η θετική φορά των αξόνων του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων. Το κέντρο του στοιχείου βρίσκεται στο σημείο  $(x, y, z)$ .

Το στοιχείο είναι τόσο μικρό που οι ιδιότητες του ρευστού στις πλευρές του μπορούν να εκφραστούν με αρκετή ακρίβεια από τους δύο πρώτους όρους της σειράς Taylor. Έτσι για παράδειγμα, η πίεση στις πλευρές  $E$  και  $W$ , που

είναι και οι δύο σε απόσταση  $1/2 \delta x$  από το κέντρο του στοιχείου, μπορούν να εκφραστούν ως:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \quad \text{και} \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x$$

### 2.1.1 Αρχή διατήρησης μάζας στις τρεις διαστάσεις

Το πρώτο βήμα για την παραγωγή της εξίσωσης διατήρησης μάζας είναι να γραφτεί το ισοζύγιο μάζας για το στοιχείο του ρευστού.

Ρυθμός αύξησης μάζας	Ροή μάζας = προς το στοιχείο
----------------------------	------------------------------------

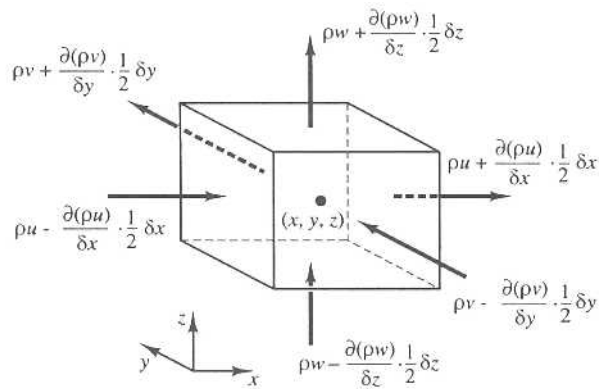
Ο ρυθμός αύξησης της μάζας μέσα στο στοιχείο του ρευστού είναι

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z$$

Στην συνέχεια πρέπει να υπολογιστεί η ροή μάζας που διέρχεται μέσα από την πλευρά του στοιχείου, η οποία δίνεται από το γινόμενο της πυκνότητας, της επιφάνειας και της συνιστώσας της ταχύτητας που είναι κάθετη στην πλευρά. Από το σχήμα 2.2 φαίνεται ότι η ροή μάζας προς το στοιχείο διαμέσου τον ορίων του δίνεται από:

$$\begin{aligned} & \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\ & + \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & + \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned}$$

Ροές που κατευθύνονται προς το στοιχείο προκαλούν μία αύξηση μάζας και έχουν θετικό πρόσημο και οι ροές που απομακρύνονται από το στοιχείο έχουν αρνητικό πρόσημο.



Σχήμα 2.2 Ροή μάζας μέσα και έξω από το στοιχείο ρευστού [54]

Εξισώνοντας το ρυθμό αύξησης της μάζας με την ροή μάζας διαμέσου των ορίων του στοιχείου, διαιρώντας με τον όγκο αυτού και μεταφέροντας όλους τους όρους στο αριστερό μέρος της εξίσωσης, προκύπτει η σχέση:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

ή σε πιο συμπαγή διανυσματική μορφή

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0} \quad (2.1)$$

Η εξίσωση (2.1) είναι η χρονικά μεταβαλλόμενη, τρισδιάστατη διατήρηση μάζας ή εξίσωση συνέχειας σε ένα σημείο σε συμπιεστή ροή. Ο πρώτος όρος στο αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι ο ρυθμός μεταβολής της πυκνότητας (μάζα ανά μονάδα όγκου), στο χρόνο. Ο δεύτερος όρος περιγράφει τη ροή μάζας έξω από το στοιχείο, διαμέσου των ορίων του και ονομάζεται όρος συνεκτικότητας (convective term).

Σε ασυμπίεστη ροή (π.χ. υγρό) η πυκνότητα  $\rho$  είναι σταθερή και η εξίσωση (2.1) γίνεται

$$\text{div} \mathbf{u} = 0$$

ή πιο αναλυτικά

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

### 2.1.2 Εξίσωση ορμής στις τρεις διαστάσεις

Ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Newton δηλώνει ότι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σωματιδίου ρευστού ισούται με το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται στο σωματίδιο.

Ρυθμός αύξησης ορμής σωματιδίου ρευστού	=	Άθροισμα δυνάμεων στο σωματίδιο
---	---	---------------------------------

Ο ρυθμός αύξησης της  $x$ -,  $y$ - και  $z$ - ορμής ανά μονάδα όγκου σωματιδίου ρευστού δίνεται από

$$x\text{-ορμή: } \rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) \quad (2.2\alpha)$$

$$y\text{-ορμή: } \rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) \quad (2.2\beta)$$

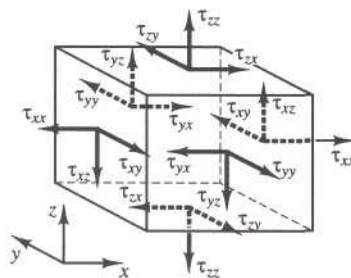
$$z\text{-ορμή: } \rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) \quad (2.2\gamma)$$

Διακρίνονται δύο τύποι δυνάμεων

- Επιφανειακές δυνάμεις – δυνάμεις πίεσης  
– δυνάμεις ιξώδους (viscous)
- Σωματιδιακές δυνάμεις – βαρυτικές δυνάμεις  
– φυγοκεντρικές δυνάμεις  
– δυνάμεις Coriolis  
– ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις

Είναι κοινή πρακτική να επισημαίνονται οι συνεισφορές των επιφανειακών δυνάμεων ως ξεχωριστοί όροι στην εξίσωση ορμής και να συμπεριλαμβάνονται οι επιδράσεις των σωματιδιακών δυνάμεων ως όροι πηγής.

Η τάση που εφαρμόζεται στο στοιχείο του ρευστού καθορίζεται από τους όρους της πίεσης και των εννέα συνιστωσών τάσης ιξώδους (viscous stress) που φαίνονται στο σχήμα 2.3. Η πίεση, μία ορθή τάση, συμβολίζεται με  $p$ . Οι τάσεις ιξώδους συμβολίζονται με  $\tau$ . Οι συνηθισμένοι δείκτες στο συμβολισμό  $\tau_{ij}$  εφαρμόζονται για να υποδεικνύουν την διεύθυνση των τάσεων ιξώδους. Οι δείκτες  $i$  και  $j$  υποδεικνύουν ότι η συνιστώσα της τάσης ενεργεί στην  $j$  διεύθυνση πάνω σε επιφάνεια που είναι κάθετη στην  $i$  διεύθυνση.

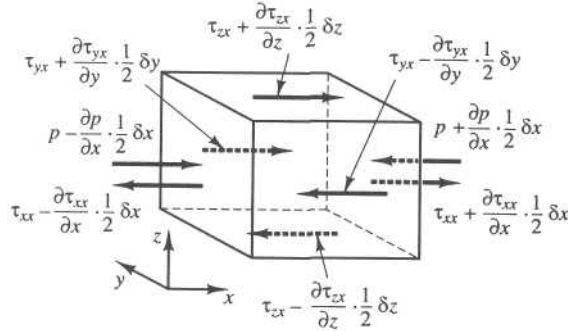


Σχήμα 2.3. Συνιστώσες τάσεων στις τρεις πλευρές του στοιχείου [54]

Αρχικά λαμβάνονται υπόψη οι  $x$ -συνιστώσες των δυνάμεων, της πίεσης  $p$  και των τάσεων  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yx}$  και  $\tau_{zx}$  που φαίνονται στο σχήμα 2.4. Το μέτρο της δύναμης που προκύπτει από μία επιφανειακή τάση είναι το γινόμενο τάσης και επιφάνειας. Οι δυνάμεις που είναι ευθυγραμμισμένες με την κατεύθυνση των αξόνων συντεταγμένων έχουν θετικό πρόσημο και αυτές με αντίθετη κατεύθυνση, αρνητικό. Η συνισταμένη δύναμη στην  $x$ -διεύθυνση είναι το



άθροισμα των συνιστωσών δυνάμεων που ενεργούν σε αυτή τη διεύθυνση, πάνω στο στοιχείο.



Σχήμα 2.4. Συνιστώσες τάσεων στην x-διεύθυνση [54]

Στο ζευγάρι των πλευρών  $E, W$  ισχύει

$$\left[ \left( p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[ - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left( \tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left( - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.3\alpha)$$

Η συνισταμένη δύναμη στην x-διεύθυνση στο ζευγάρι των πλευρών  $N, S$  είναι

$$- \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.3\beta)$$

Τέλος η συνισταμένη δύναμη στην x-διεύθυνση στις πλευρές  $T$  και  $B$  είναι

$$- \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.3\gamma)$$

Η συνολική δύναμη ανά μονάδα όγκου στο ρευστό λόγω αυτών των επιφανειακών τάσεων ισούται με το άθροισμα των (2.3α), (2.3β) και (2.3γ) διαιρεμένο με τον όγκο  $\delta x \delta y \delta z$  :

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.4)$$

Χωρίς να λαμβάνονται υπόψη λεπτομερώς οι σωματιδιακές δυνάμεις, το σύνολό τους συμπεριλαμβάνεται στον όρο πηγής  $S_{Mx}$  x-ορμής ανά μονάδα όγκου και μονάδα χρόνου.

Η x-συνιστώσα της εξίσωσης ορμής υπολογίζεται εξισώνοντας το ρυθμό μεταβολής της x-ορμής του σωματιδίου του ρευστού (2.2α) με τη συνολική δύναμη στην x-διεύθυνση στο στοιχείο λόγω των επιφανειακών τάσεων (2.4) συν το ρυθμό αύξησης της x-ορμής λόγω των πηγών:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (2.5\alpha)$$

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει εύκολα και η y-συνιστώσα της εξίσωσης ορμής

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (2.5\beta)$$

και η z-συνιστώσα της εξίσωσης ορμής

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (2.5\gamma)$$

### 2.1.3 Εξίσωση ενέργειας στις τρεις διαστάσεις

Η εξίσωση ενέργειας προέρχεται από το 1<sup>ο</sup> θερμοδυναμικό νόμο που δηλώνει ότι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ενός σωματιδίου ρευστού ισούται με την μεταφορά θερμότητας προς το σωματίδιο συν το ρυθμό έργου που γίνεται σε αυτό.

Ρυθμός αύξησης ενέργειας σε σωματίδιο ρευστού	=	Ρυθμός αύξησης θερμότητας στο σωματίδιο ρευστού	+	Ρυθμός παραγόμενου έργου στο σωματίδιο ρευστού
---	---	---	---	--

Όπως και πριν, ο ρυθμός αύξησης της ενέργειας του σωματιδίου ρευστού είναι

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \text{div}(\rho E \mathbf{u}) \quad (2.6)$$

### Παραγόμενο έργο από επιφανειακές δυνάμεις

Ο ρυθμός παραγόμενου έργου στο στοιχείο από μία επιφανειακή δύναμη ισούται με το γινόμενο της δύναμης με την συνιστώσα της ταχύτητας στην διεύθυνση της δύναμης. Για παράδειγμα, οι δυνάμεις που δίνονται από τις εξισώσεις (2.3α-γ) όλες ενεργούν στην x-διεύθυνση. Το έργο που παράγεται από αυτές τις δυνάμεις είναι

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} u - \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & + \left[ - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left( \tau_{xx} u + \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & + \left[ - \left( \tau_{yx} u - \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left( \tau_{yx} u + \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \end{aligned}$$

$$+ \left[ - \left( \tau_{zx} u - \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left( \tau_{zx} u + \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y$$

Ο συνολικός ρυθμός παραγωγής έργου από τις επιφανειακές δυνάμεις που δρουν στην x-διεύθυνση είναι

$$\left[ \frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.7\alpha)$$

Έργο παράγουν επίσης και οι συνιστώσες επιφανειακές τάσεις στην y- και z-διεύθυνση. Με επανάληψη της παραπάνω διαδικασίας προκύπτουν οι σχέσεις ρυθμού παραγωγής έργου για τις y- και z-διευθύνσεις αντίστοιχα:

$$\left[ \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.7\beta)$$

$$\left[ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.7\gamma)$$

Το συνολικό έργο ανά μονάδα όγκου που παράγεται από όλες τις επιφανειακές δυνάμεις δίνεται από το άθροισμα των εξισώσεων (2.7α-γ) διαιρεμένο με τον όγκο  $\delta x \delta y \delta z$ . Οι όροι που περιέχουν πίεση μπορούν να μαζευτούν μαζί και να γραφτούν πιο συμπυκνωμένα σε διανυσματική μορφή:

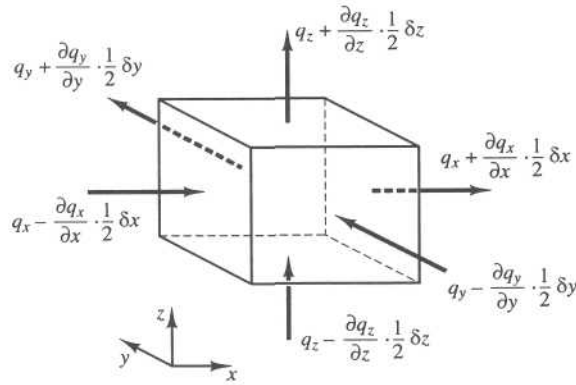
$$-\frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = -div(p\mathbf{u})$$

Έτσι προκύπτει ο συνολικός ρυθμός παραγωγής έργου στο σωματίδιο ρευστού από τις επιφανειακές τάσεις:

$$\begin{aligned} [-div(p\mathbf{u})] + & \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} \right. \\ & \left. + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

## Ροή ενέργειας λόγω θερμικής αγωγής

Το διάνυσμα θερμοροής  $\mathbf{q}$  έχει τρεις συνιστώσες  $q_x$ ,  $q_y$  και  $q_z$  (σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5. Συνιστώσες του διανύσματος θερμοροής [54]

Ο συνολικός ρυθμός μεταφοράς θερμότητας στο σωματίδιο ρευστού λόγω ροής θερμότητας στην x-διεύθυνση δίνεται από την διαφορά μεταξύ του ρυθμού πρόσδωσης θερμότητας διαμέσου της πλευράς  $W$  και του ρυθμού απώλειας θερμότητας διαμέσου της πλευράς  $E$ :

$$\left[ \left( q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.9\alpha)$$

Παρομοίως, οι συνολικοί ρυθμοί μεταφοράς θερμότητας στο ρευστό λόγω ροής θερμότητας στις y- και z-διευθύνσεις είναι:

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad \text{και} \quad -\frac{\partial q_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.9\beta-\gamma)$$

Ο ολικός ρυθμός πρόσδωσης θερμότητας στο σωματίδιο ρευστού ανά μονάδα όγκου λόγω ροής θερμότητας διαμέσου των ορίων του είναι το άθροισμα των εξισώσεων (2.9α-γ) διαιρεμένο με τον όγκο  $\delta x \delta y \delta z$ .

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\text{div} \mathbf{q} \quad (2.10)$$

Ο νόμος θερμικής αγωγής του Fourier συσχετίζει τη ροή θερμότητας με την κλίση της τοπικής θερμοκρασίας.

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

Σε διανυσματική μορφή μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\mathbf{q} = -k \text{grad} T \quad (2.11)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.10) και (2.11) προκύπτει η τελική μορφή του ρυθμού πρόσδωσης θερμότητας στο σωματίδιο ρευστού λόγω θερμικής αγωγής διαμέσου των ορίων του στοιχείου.

$$-\text{div}\mathbf{q} = \text{div}(k\text{grad}T) \quad (2.12)$$

## Εξίσωση ενέργειας

Μέχρι στιγμής δεν έχει οριστεί η ειδική ενέργεια ενός ρευστού. Συνήθως η ενέργεια ενός ρευστού ορίζεται ως το άθροισμα της εσωτερικής (θερμικής) ενέργειας  $e$ , της κινητικής ενέργειας  $\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$  και της δυναμικής ενέργειας. Η έκφραση αυτή λαμβάνει υπόψη ότι το στοιχείο ρευστού αποθηκεύει δυναμική ενέργεια. Είναι επίσης δυνατόν οι βαρυτικές δυνάμεις να θεωρηθούν σαν σωματιδιακές δυνάμεις που προσδίδουν έργο στο στοιχείο ρευστού καθώς αυτό μετακινείται στο βαρυτικό πεδίο.

Στην προκειμένη περίπτωση οι επιδράσεις της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας θα συμπεριληφθούν στους όρους πηγής. Όπως πριν, ορίζεται ένας όρος ενέργειας  $S_E$  ανά μονάδα όγκου και χρόνου. Η διατήρηση της ενέργειας του σωματιδίου ρευστού διασφαλίζεται με την εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ενέργειάς του (2.6), με το άθροισμα του συνολικού ρυθμού παραγωγής έργου (2.8) και του συνολικού ρυθμού πρόσδωσης θερμότητας (2.12) και του ρυθμού αύξησης της ενέργειας λόγω των πηγών. Η εξίσωση της ενέργειας είναι:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \text{div}(\rho E\mathbf{u}) = -\text{div}(p\mathbf{u}) + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \text{div}(k\text{grad}T) + S_E \quad (2.13)$$

όπου  $E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$ .

Για συμπιεστές ροές η εξίσωση (2.13) ξαναγράφεται με τέτοιο τρόπο ώστε να προκύψει μία εξίσωση για την ενθαλπία. Η ειδική ενθαλπία  $h$  και η ολική ειδική ενθαλπία  $h_0$  του ρευστού ορίζεται ως:

$$h = e + p/\rho \quad \text{και} \quad h_0 = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

Συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες εκφράσεις με αυτή της ειδικής ενέργειας  $E$  προκύπτει:

$$h_0 = e + p/\rho + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = E + p/\rho \quad (2.14)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.14) στην (2.13) και με κάποιες πράξεις προκύπτει η εξίσωση (ολικής) ενθαλπίας.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} + \text{div}(\rho h_0 \mathbf{u}) = \frac{\partial p}{\partial t} + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right. \\
\left. + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} \right. \\
\left. + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \text{div}(k \text{grad} T) + S_h
\end{aligned} \quad (2.15)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η εξίσωση (2.15) δεν είναι καινούριος νόμος διατήρησης παρά μία εναλλακτική μορφή της εξίσωσης ενέργειας (2.13).

#### 2.1.4 Νευτώνεια ρευστά και τάσεις

Οι παραπάνω γενικές εξισώσεις ροής περιλαμβάνουν τις συνιστώσες των τάσεων  $\tau_{ij}$  που είναι άγνωστες. Η πιο χρήσιμη μορφή των εξισώσεων προκύπτει με την εφαρμογή κατάλληλου μοντέλου για τις τάσεις. Σε πολλές ροές οι τάσεις μπορούν να εκφραστούν ως συναρτήσεις του τοπικού ρυθμού παραμόρφωσης (deformation rate or strain rate). Στις τρισδιάστατες ροές ο τοπικός ρυθμός παραμόρφωσης αποτελείται από το γραμμικό ρυθμό παραμόρφωσης και τον ογκομετρικό ρυθμό παραμόρφωσης.

Στα Νευτώνεια ρευστά οι τάσεις είναι ανάλογες των ρυθμών παραμόρφωσης. Η τρισδιάστατη μορφή του νόμου του Newton για το ιξώδες στις συμπιεστές ροές περιλαμβάνει δύο σταθερές αναλογίας: η πρώτη, το δυναμικό ιξώδες  $\mu$  για την συσχέτιση των τάσεων με τη γραμμική παραμόρφωση και η δεύτερη, το ιξώδες  $\lambda$  για την συσχέτιση των τάσεων με την ογκομετρική παραμόρφωση. Οι εννέα συνιστώσες τάσεων, από τις οποίες οι έξι είναι ανεξάρτητες, είναι:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \text{div} \mathbf{u} & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \text{div} \mathbf{u} & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \text{div} \mathbf{u} \\
\tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \quad (2.16)$$

Δεν είναι πολλά πράγματα γνωστά για το ιξώδες  $\lambda$ , επειδή η επίδρασή του είναι μικρή στην πράξη. Για τα αέρια μία καλή προσέγγιση (η λεγόμενη υπόθεση Stokes) είναι η τιμή  $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$  [55]. Για τα ασυμπιεστά ρευστά η εξίσωση της συνέχειας είναι  $\text{div} \mathbf{u} = 0$  και έτσι οι τάσεις ιξώδους είναι δύο φορές ο τοπικός ρυθμός γραμμικής παραμόρφωσης πολλαπλασιασμένος με το δυναμικό ιξώδες.

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω εξισώσεις (2.16) στις (2.5α-γ) προκύπτουν οι εξισώσεις Navier-Stokes που πήραν το όνομά τους από τους δύο επιστήμονες του 19<sup>ου</sup> αιώνα.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \text{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx} \quad (2.17\alpha)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \text{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My} \quad (2.17\beta)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \text{div} \mathbf{u} \right] + S_{Mz} \quad (2.17\gamma)$$

### 2.1.5 Μορφή γενικών εξισώσεων του κώδικα ANSYS-CFX

Οι εξισώσεις που επιλύει ο κώδικας ANSYS-CFX για την περιγραφή της ροής, είναι οι χρονικά μεταβαλλόμενες εξισώσεις Navier-Stokes. Η μορφή με την οποία χρησιμοποιούνται φαίνεται παρακάτω [56].

#### Εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

#### Εξίσωση ορμής

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + S_M$$

με τον τένσορα των τάσεων ιζώδους να συσχετίζεται με το ρυθμό παραμόρφωσης (strain rate) με την σχέση:  $\boldsymbol{\tau} = \mu \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{u} \right)$  (Παράρτημα Α)

#### Εξίσωση ολικής ενέργειας

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} h_{tot}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{u} \cdot S_M + S_E$$

Με  $h_{tot}$  να συμβολίζεται η ολική ενθαλπία. Ο όρος  $\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau})$  αντιπροσωπεύει το έργο που παράγεται λόγω των τάσεων ιξώδους και ονομάζεται «viscous work term». Ο όρος  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{S}_M$  αντιπροσωπεύει το έργο που παράγεται από εξωτερικές πηγές ορμής και προς στιγμήν παραλείπεται.

## Εξίσωση θερμικής ενέργειας

Είναι διαθέσιμη και μία εναλλακτική μορφή της εξίσωσης ολικής ενέργειας, που είναι κατάλληλη για ροές χαμηλής ταχύτητας, η εξίσωση θερμικής ενέργειας. Υπάρχουν όμως κάποιες κατευθυντήριες πληροφορίες για την καταλληλότητα της χρήσης της.

- Η εξίσωση θερμικής ενέργειας προορίζεται για χρήση με ροές χαμηλής ταχύτητας και κοντά σε συνθήκες σταθερής πυκνότητας.
- Η εξίσωση θερμικής ενέργειας είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για υγρά, καθώς οι επιδράσεις της συμπιεστότητας είναι αμελητέες. Επιπροσθέτως, η εξίσωση ολικής ενέργειας μπορεί να αντιμετωπίσει προβλήματα στην ταχύτητα σύγκλισης λόγω της μεταβολής της πίεσης και της συνεισφοράς του λόγου  $P/\rho$  στην ενθαλπία.
- Για υλικά με μεταβλητές ειδικές θερμοχωρητικότητες, ο κώδικας συμπεριλαμβάνει την επίδραση του  $P/\rho$  στον πίνακα της ενθαλπίας. Αυτό είναι αντιφατικό επειδή η μεταβλητή στην πραγματικότητα είναι εσωτερική ενέργεια. Για αυτό το λόγο η εξίσωση θερμική ενέργειας δεν πρέπει να χρησιμοποιείται σε τέτοιες περιπτώσεις, ιδικά για υπόψυκτα υγρά.



## 2.2. Μοντελοποίηση τύρβης

Ο αριθμός Reynolds μίας ροής αποτελεί ένα μέτρο για την σχετική σημασία των δυνάμεων αδράνειας (συσχετιζόμενες με τις επιδράσεις μεταφοράς – convective effects) και των δυνάμεων ιξώδους. Η τύρβη σχηματίζεται όταν οι δυνάμεις αδράνειας στο ρευστό φτάσουν σε σημείο να υπερिσχύουν των δυνάμεων ιξώδους και χαρακτηρίζεται από μεγάλο αριθμό Reynolds.

Σε πειράματα συστημάτων ροής παρατηρείται ότι για τιμές κατώτερες του λεγόμενου κρίσιμου αριθμού Reynolds  $Re_{crit}$ , η ροή είναι ομαλή και τα γειτονικά στρώματα ρευστού γλιστρούν μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε όλα να βρίσκονται σε τάξη. Αν οι εφαρμοσμένες οριακές συνθήκες δεν αλλάζουν με το χρόνο η ροή είναι σταθερή. Αυτό το σύστημα ονομάζεται γραμμική – στρωτή ροή.

Για τιμές του αριθμού Reynolds ανώτερες του  $Re_{crit}$  μία πολύπλοκη σειρά φαινομένων λαμβάνει χώρα που τελικά οδηγεί σε δραστική αλλαγή του χαρακτήρα της ροής. Στην τελική κατάσταση η συμπεριφορά της ροής είναι τυχαία και χαοτική. Η κίνηση γίνεται εγγενώς ασταθής ακόμα και για σταθερές οριακές συνθήκες. Η ταχύτητα και όλες οι άλλες ιδιότητες της ροής μεταβάλλονται με τυχαίο και χαοτικό τρόπο. Αυτό το σύστημα ονομάζεται τυρβώδης ροή. Η τύρβη αποτελείται από διακυμάνσεις του ροϊκού πεδίου στον χρόνο και στο χώρο. Είναι μία πολύπλοκη διεργασία κυρίως επειδή είναι τρισδιάστατη, ασταθής και έχει πολλές διαβαθμίσεις.

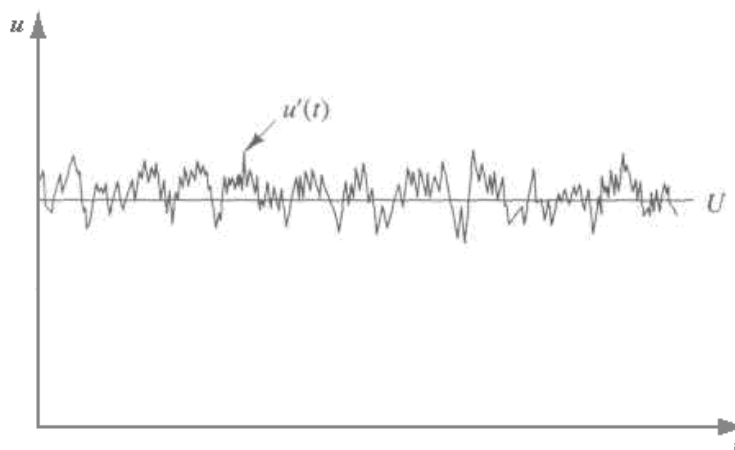
Κατά κανόνα οι εξισώσεις Navier-Stokes περιγράφουν και τις δύο ροές, στρωτή και τυρβώδη, χωρίς την ανάγκη για πρόσθετη πληροφορία. Ωστόσο, τυρβώδεις ροές για ρεαλιστικούς αριθμούς Reynolds εκτείνονται σε μεγάλο εύρος μήκους τύρβης και χρονικής κλίμακας και γενικά θα ενέπλεκαν κλίμακες μήκους πολύ μικρότερες από το μικρότερο πλέγμα πεπερασμένου όγκου που μπορεί πρακτικά να χρησιμοποιηθεί σε μία αριθμητική ανάλυση. Η άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation DNS) αυτών των ροών θα απαιτούσε υπολογιστική δύναμη πολλών τάξεων μεγέθους μεγαλύτερη από αυτή που θα είναι διαθέσιμη στο κοντινό μέλλον.

Για την πρόβλεψη των επιδράσεων της τύρβης, μεγάλο πλήθος CFD ερευνών έχουν συγκεντρωθεί σε μεθόδους που κάνουν χρήση μοντέλων τύρβης. Μοντέλα τύρβης έχουν ειδικά αναπτυχθεί για να υπολογίζουν τις επιδράσεις της τύρβης χωρίς να καταφεύγουν σε απαγορευτικά πυκνά πλέγματα και άμεση αριθμητική προσομοίωση. Τα περισσότερα μοντέλα τύρβης είναι στατιστικά μοντέλα τύρβης, όπως περιγράφονται παρακάτω.

### 2.2.1 Στατιστικά μοντέλα τύρβης και RANS

Όταν οι χρονικές κλίμακες είναι πολύ μεγαλύτερες από τις χρονικές κλίμακες των διακυμάνσεων τύρβης, τότε η τυρβώδης ροή μπορεί να θεωρηθεί ότι παρουσιάζει χαρακτηριστικά με μέσες τιμές στις οποίες προστίθεται η χρονικά μεταβαλλόμενη συνιστώσα της διακύμανσης. Σε τυρβώδη ροή, μία τυπική

μέτρηση της ταχύτητας σε ένα σημείο μπορεί να εμφανίσει την μορφή του σχήματος 2.6.



Σχήμα 2.6. Τυπική μέτρηση ταχύτητας ενός σημείου σε τυρβώδη ροή [54]

Η τυχαία φύση της τυρβώδους ροής αποκλείει τους υπολογισμούς που βασίζονται στην πλήρη περιγραφή της κίνησης όλων των σωματιδίων του ρευστού. Αντί αυτού η ταχύτητα του σχήματος 2.6 μπορεί να διαχωριστεί σε μία σταθερή μέση τιμή  $U$  και μία διακύμανση  $u'(t)$  χρονικά μεταβαλλόμενη:  $u(t) = U + u'(t)$ . Συνήθως είναι πιο προσιτό να χαρακτηρίζεται η τυρβώδης ροή από τις μέσες τιμές των ιδιοτήτων της ( $U, V, W, P$  κ.α.) και των στατιστικών ιδιοτήτων των διακυμάνσεων τους ( $u', v', w', p'$  κ.α.)

Γενικά τα μοντέλα τύρβης επιδιώκουν να τροποποιήσουν τις αυθεντικές χρονικά μεταβαλλόμενες εξισώσεις Navier-Stokes με την εισαγωγή μέσων και κυμαινόμενων τιμών για την παραγωγή των εξισώσεων Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS). Αυτές οι εξισώσεις αντιπροσωπεύουν μόνο τις μέσες τιμές, ενώ μοντελοποιούν τις επιδράσεις της τύρβης χωρίς να χρειάζεται να αναλυθούν οι διακυμάνσεις της. Όλο το εύρος των μεγεθών στο πεδίο της τύρβης μοντελοποιείται. Τα μοντέλα τύρβης που βασίζονται στις εξισώσεις RANS είναι γνωστά ως στατιστικά μοντέλα τύρβης λόγω της στατιστικής διεργασίας μέσης τιμής που εφαρμόζουν για την διεξαγωγή των εξισώσεων.

Η χρήση των εξισώσεων RANS μειώνει δραστικά την απαιτούμενη υπολογιστική ισχύ σε σχέση με την DNS και γενικά υιοθετείται για πρακτικούς μηχανολογικούς υπολογισμούς. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή της μέσης τιμής εισάγει πρόσθετους άγνωστους όρους που περιέχουν γινόμενα των κυμαινόμενων μεγεθών τα οποία δρουν ως πρόσθετες τάσεις στο ρευστό. Αυτοί οι όροι ονομάζονται τάσεις τύρβης ή τάσεις Reynolds και είναι δύσκολο να καθοριστούν άμεσα. Έτσι δημιουργούνται περεταίρω άγνωστοι.

Οι τάσεις Reynolds είναι αναγκαίο να μοντελοποιηθούν από πρόσθετες εξισώσεις γνωστών μεγεθών ώστε να επιτευχθεί πλήρης ορισμός («κλείσιμο») του συστήματος. Ο πλήρης ορισμός υπονοεί ότι υπάρχει επαρκής αριθμός εξισώσεων για όλους τους αγνώστους, συμπεριλαμβανομένου και του ταυστή τάσεων Reynolds που προκύπτουν από την μέθοδο της μέσης τιμής.

Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον ορισμό του συστήματος καθορίζουν τον τύπο του μοντέλου τύρβης.

## Εξισώσεις Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)

Όπως περιγράφεται παραπάνω, τα μοντέλα τύρβης επιδιώκουν την επίλυση τροποποιημένων συστημάτων εξισώσεων μεταφοράς με την εισαγωγή των όρων μέσης τιμής και διακύμανσης. Για παράδειγμα η ταχύτητα  $\mathbf{u}(t)$  είναι χρονικά εξαρτώμενη και μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι το άθροισμα μίας σταθερής μέσης τιμής  $\bar{\mathbf{u}}$  και μίας χρονικά μεταβαλλόμενης διακύμανσης  $\mathbf{u}'(t)$  με μηδενική μέση τιμή. Έτσι  $\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'(t)$  ή αλλιώς για λόγους απλούστευσης χωρίς να γράφεται η χρονική εξάρτηση  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$ . Η μέση τιμή  $\bar{\mathbf{u}}$  της ταχύτητας  $\mathbf{u}$  δίνεται από την σχέση:

$$\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{u} dt$$

και η μέση τιμή της διακύμανσης είναι εξ' ορισμού μηδέν:

$$\overline{\mathbf{u}'} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{u}' dt = 0$$

όπου  $\Delta t$  είναι μία χρονική κλίμακα που είναι μεγάλη σε σχέση με τις διακυμάνσεις της τύρβης, αλλά μικρή σε σχέση με την χρονική κλίμακα με την οποία επιλύονται οι εξισώσεις. Για συμπιεστές ροές οι μέσες τιμές σταθμίζονται (weighted) με βάση την πυκνότητα (Favre-averaging), αλλά για λόγους απλούστευσης, στην συνέχεια η διακύμανση της πυκνότητας θεωρείται αμελητέα. Για τις χρονικά μεταβαλλόμενες (transient) ροές η μέση τιμή μιας ιδιότητας την χρονική στιγμή  $t$  λαμβάνεται να είναι η μέση των στιγμιαίων τιμών από μεγάλο αριθμό επαναλαμβανόμενων πανομοιότυπων πειραμάτων. Αυτή είναι η λεγόμενη «συνολική μέση τιμή» (“ensemble average”). Αυτό επιτρέπει οι εξισώσεις να επιλυθούν και για μεταβαλλόμενες ροές. Οι εξισώσεις που προκύπτουν κάποιες φορές ονομάζονται και ασταθείς (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes, URANS).

Πριν όμως γίνει περαιτέρω ανάλυση και περιγραφή των εξισώσεων για τις μέσες τιμές σε τυρβώδεις ροές, γίνεται μια σύντομη και συγκεντρωμένη αναφορά στους κανόνες που διέπουν τις ιδιότητες των μέσων τιμών για τις παραμέτρους  $\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$  και  $\psi = \bar{\psi} + \psi'$ , τους συνδυασμούς τους, παραγώγους και ολοκληρώματά τους:

$$\begin{array}{llll} \overline{\varphi'} = \overline{\psi'} = 0 & \overline{\varphi + \psi} = \bar{\varphi} + \bar{\psi} & \overline{\varphi' \psi} = 0 & \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial s} = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial s} \\ \overline{\bar{\varphi}} = \bar{\varphi} & \overline{\varphi \psi} = \bar{\varphi} \bar{\psi} + \overline{\varphi' \psi'} & \overline{\varphi' \psi'} \neq \overline{\varphi'} \overline{\psi'} & \int \overline{\varphi} ds = \int \bar{\varphi} ds \\ \overline{\bar{\varphi} + \varphi'} = \bar{\varphi} + \overline{\varphi'} & \overline{\varphi \bar{\psi}} = \bar{\varphi} \bar{\psi} & & \end{array} \quad (2.18\alpha)$$

Επίσης αφού τα  $div$  και  $grad$  είναι και τα δύο διαφορικά, οι παραπάνω κανόνες μπορούν να επεκταθούν και στις διακυμάνσεις διανυσμάτων, καθώς και στους συνδυασμούς τους με διακυμάνσεις βαθμωτών μεγεθών.

$$\begin{aligned}\overline{div\mathbf{a}} &= div\bar{\mathbf{a}} \\ \overline{div(\varphi\mathbf{a})} &= div(\overline{\varphi\mathbf{a}}) = div(\bar{\varphi}\bar{\mathbf{a}}) + div(\overline{\varphi'\mathbf{a}'}) \\ \overline{divgrad\varphi} &= divgrad\bar{\varphi}\end{aligned}\quad (2.18\beta)$$

Για να μελετηθεί τώρα η επίδραση που έχουν οι διακυμάνσεις της τύρβης στη μέση ροή, λαμβάνονται υπόψη οι στιγμιαίες εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes. Λαμβάνονται καρτεσιανές συντεταγμένες έτσι ώστε το διάνυσμα της ταχύτητας  $\mathbf{u}$  να έχει x-συνιστώσα  $u$ , y-συνιστώσα  $v$ , z-συνιστώσα  $w$ .

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\mathbf{u}) = 0 \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla(\rho\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}) &= -\nabla p + \nabla\cdot\boldsymbol{\tau} + S_M \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[ \begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + div(\rho u\cdot\mathbf{u}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + div\boldsymbol{\tau} + S_{Mx} \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + div(\rho v\cdot\mathbf{u}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + div\boldsymbol{\tau} + S_{My} \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + div(\rho w\cdot\mathbf{u}) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + div\boldsymbol{\tau} + S_{Mz} \end{aligned} \right] \quad (2.20\alpha-\gamma)\end{aligned}$$

Όπου  $\boldsymbol{\tau}$  είναι ο τανυστής μοριακών τάσεων.

Στη συνέχεια αντικαθίστανται στις αρχικές εξισώσεις μεταφοράς (2.19) και (2.20α-γ) οι μεταβλητές  $\mathbf{u}$  (επομένως και οι  $u$ ,  $v$  και  $w$ ),  $\boldsymbol{\tau}$  και  $p$  με το άθροισμα της μέσης τιμής και της διακύμανσής τους.

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p', \quad \boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}'$$

Εφαρμόζοντας μετά τους παραπάνω κανόνες που εμφανίζονται στις σχέσεις (2.18α-β) υπολογίζονται οι μέσες τιμές των μεταβλητών και προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho u}{\partial t} &= \frac{\partial\rho\bar{u}}{\partial t} & \overline{div\rho\mathbf{u}} &= div\rho\bar{\mathbf{u}} \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x} & \overline{div(\rho\mathbf{u}\cdot\mathbf{u})} &= div(\rho\bar{\mathbf{u}}\cdot\bar{\mathbf{u}}) + div(\overline{\rho\mathbf{u}'\cdot\mathbf{u}'}) \\ \overline{div\boldsymbol{\tau}} &= div\bar{\boldsymbol{\tau}}\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν τις τιμές αυτές προκύπτουν οι εξισώσεις μέσων τιμών για τις εξισώσεις της συνέχειας και για της x-συνιστώσας της ορμής:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{\mathbf{u}}) = 0}$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{u} \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \text{div}(\overline{\rho u' \mathbf{u}'}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \text{div} \bar{\tau} + S_{Mx} \quad (2.21\alpha)$$

(I)                      (II)                      (III)                      (IV)    (V)    (VI)

Με επανάληψη των ίδιων διεργασιών και για τις άλλες δύο συνιστώσες y και z δημιουργούνται οι παρακάτω εξισώσεις.

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \text{div}(\overline{\rho v' \mathbf{u}'}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \text{div} \bar{\tau} + S_{My} \quad (2.21\beta)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{w})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{w} \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \text{div}(\overline{\rho w' \mathbf{u}'}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \text{div} \bar{\tau} + S_{Mz} \quad (2.21\gamma)$$

Η εξίσωση της συνέχειας δεν μεταβλήθηκε, όπως επίσης και οι όροι (I), (II), (IV), (V) και (VI) της σχέσης (2.21α) εμφανίζονται όμοιοι στις στιγμιαίες εξισώσεις (2.20α-γ). Η παραπάνω όμως διεργασία των μέσων τιμών δημιούργησε νέους όρους (III) στις εξισώσεις ορμής. Οι όροι περιλαμβάνουν γινόμενα διακυμάνσεων ταχύτητας και ορίζουν την μεταφορά ορμής λόγω των διακυμάνσεων αυτών. Είναι σύνηθες να τοποθετούνται οι όροι αυτοί στο δεξί μέρος της εξίσωσης για να αντικατοπτρίζουν το ρόλο τους ως πρόσθετες τάσεις τύρβης στις μέσες τιμές των ταχυτήτων. Έτσι οι εξισώσεις ορμής γράφονται:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial(\rho \bar{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \{ \bar{\tau} - \rho \overline{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'} \} + S_M \Rightarrow \\ &\left[ \begin{aligned} &\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{u} \cdot \bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \text{div}(\bar{\tau} - \rho \overline{u' \cdot \mathbf{u}'}) + S_{Mx} \\ &\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \cdot \bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \text{div}(\bar{\tau} - \rho \overline{v' \cdot \mathbf{u}'}) + S_{My} \\ &\frac{\partial(\rho \bar{w})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{w} \cdot \bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \text{div}(\bar{\tau} - \rho \overline{w' \cdot \mathbf{u}'}) + S_{Mz} \end{aligned} \right] \quad (2.22) \end{aligned}}$$

Οι όροι  $\overline{\rho \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'} = \{ \overline{\rho u' \cdot \mathbf{u}'}, \overline{\rho v' \cdot \mathbf{u}'}, \overline{\rho w' \cdot \mathbf{u}'} \}$  ονομάζονται τάσεις Reynolds και ο όρος  $\rho \overline{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'}$ , Reynolds flux. Προέρχονται από τους μη γραμμικούς όρους συνεκτικότητας (convective term) των αρχικών εξισώσεων. Αντικατοπτρίζουν το γεγονός ότι η μεταφορά συνεκτικότητας (convective transport) λόγω της τυρβώδους διακύμανσης της ταχύτητας, δρα ενισχυτικά στην ανάμιξη που προκαλείται από τις θερμικές διακυμάνσεις στο μοριακό επίπεδο. Για υψηλούς αριθμούς Reynolds οι τυρβώδεις διακυμάνσεις της ταχύτητας εκτίνονται σε ένα εύρος κλίμακας μήκους, πολύ μεγαλύτερο από αυτό των θερμικών διακυμάνσεων στην μέση ελεύθερη ροή. Έτσι οι τυρβώδεις διατμητικές τάσεις είναι πολύ μεγαλύτερες από τις τάσεις ιξώδους (σε μοριακό επίπεδο δηλαδή –

molecular fluxes) σε τυρβώδη ροή. Οι εξισώσεις (2.22) ονομάζονται εξισώσεις Reynolds.

Με παρόμοιο τρόπο αναπτύσσεται και η αντίστοιχη εξίσωση Reynolds για την ενέργεια:

$$\boxed{\frac{\partial(\rho\bar{h}_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial\bar{p}}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\bar{\mathbf{u}}\bar{h}_{tot}) = \nabla\cdot(k\nabla\bar{T} - \rho\overline{\mathbf{u}'h'_{tot}}) + \nabla\cdot(\bar{\mathbf{u}}\cdot(\bar{\tau} - \rho\overline{\mathbf{u}'\cdot\mathbf{u}'})) + S_E} \quad (2.23)$$

Περιλαμβάνεται νέος πρόσθετος όρος λόγω τύρβης,  $\overline{\rho\mathbf{u}'h'_{tot}}$  σε σύγκριση με την αρχική εξίσωση (2.15). Ο όρος  $\nabla\cdot(\bar{\mathbf{u}}\cdot(\bar{\tau} - \rho\overline{\mathbf{u}'\cdot\mathbf{u}'}))$  είναι το έργο που παράγεται λόγω των τάσεων ιξώδους και ονομάζεται «viscous work term». Η μέση ολική ενθαλπία δίνεται από την σχέση:

$$\bar{h}_{tot} = \bar{h} + \frac{1}{2}|\bar{\mathbf{u}}|^2 + k$$

με  $|\bar{\mathbf{u}}|$  να είναι το μέτρο του διανύσματος της μέσης τιμής της ταχύτητας. Σημειωτέων ότι στην ολική ενθαλπία συνεισφέρει και η τυρβώδης κινητική ενέργεια  $k$  που δίνεται από την σχέση:

$$k = \frac{1}{2}\overline{|\mathbf{u}'|^2}$$

Τέλος, παρόμοιοι επιπλέον όροι μεταφοράς τύρβης εμφανίζονται κατά την διεξαγωγή της εξίσωσης μεταφοράς τυχαίου βαθμωτού μεγέθους. Έτσι η εξίσωση μεταφοράς, μέσων τιμών, του βαθμωτού μεγέθους  $\phi$  είναι:

$$\boxed{\frac{\partial\rho\bar{\phi}}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\bar{\mathbf{u}}\bar{\phi}) = \nabla\cdot(\Gamma\nabla\bar{\phi} - \rho\overline{\mathbf{u}'\phi'}) + S_\phi} \quad (2.24)$$

Μέχρι στιγμής θεωρήθηκε ότι η ροή μπορεί να είναι συμπιεστή κάτι που σημαίνει ότι η μέση πυκνότητα  $\rho$  μπορεί να μεταβάλλεται. Ωστόσο έγινε η παραδοχή, όπως δήλωσε και ο Bradshaw [57] ότι οι μικρές διακυμάνσεις της πυκνότητας  $\rho'$  σε τυρβώδη ροή δεν φαίνεται να επηρεάζουν πολύ την ροή. Αν η ρίζα της μέσης τιμής του τετραγώνου των διακυμάνσεων της ταχύτητας (Root-Mean-Square RMS) είναι της τάξης του 5% της μέσης ταχύτητας, φαίνεται οι διακυμάνσεις της πυκνότητας να είναι ασήμαντες για αριθμούς Mach μέχρι περίπου 3 με 5. Όταν οι διακυμάνσεις της ταχύτητας φτάνουν το 20% της μέσης τιμής, οι διακυμάνσεις της πυκνότητας αρχίζουν να επηρεάζουν την τύρβη από τιμές γύρο στο 1 Mach. Στην προκειμένη περίπτωση παρουσιάστηκαν οι εξισώσεις μέσων τιμών, σταθμισμένες με συντελεστή βαρύτητας την πυκνότητα (density-weighted ή Favre-average), για συμπιεστές τυρβώδεις ροές όπου η επίδραση των διακυμάνσεων της πυκνότητας είναι αμελητέες, αλλά όχι η μεταβολή της μέσης τιμής. Αυτή είναι και η μορφή που χρησιμοποιείται ευρέως στα εμπορικά πακέτα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, ένα από τα οποία είναι και το ANSYS-CFX.

Τα μοντέλα τύρβης για να ορίσουν πλήρως τις εξισώσεις Reynolds παρέχουν μοντέλα για τον υπολογισμό των τάσεων Reynolds και των Reynolds fluxes. Στο CFX τα μοντέλα μπορούν να διαχωριστούν γενικά σε δύο κατηγορίες: μοντέλα ιξώδους δίνης (Eddy Viscosity Turbulence Models) και μοντέλα τάσεων Reynolds (Reynolds Stresses).

## 2.2.2 Μοντέλα Τύρβης

Τα πιο γνωστά μοντέλα τύρβης μπορούν να διαχωριστούν σε δύο ομάδες, τα κλασικά μοντέλα και τα μοντέλα προσομοίωσης μεγάλης δίνης (Large Eddy Simulation LES). Τα κλασικά μοντέλα τύρβης βασίζονται στις εξισώσεις Reynolds για τις μέσες τιμές των μεταβλητών. Αποτελούν την βάση των υπολογισμών τύρβης για τα σύγχρονα διαθέσιμα εμπορικά υπολογιστικά πακέτα ρευστομηχανικής και μπορούν και αυτά να διαχωριστούν με την σειρά τους σε δύο κατηγορίες, στα μοντέλα ιξώδους δίνης (Eddy Viscosity Turbulence Models) και στα μοντέλα τάσεων Reynolds (Reynolds Stresses). Οι προσομοιώσεις μεγάλων δινών είναι μοντέλα που βασίζονται σε εξισώσεις χωρικά φιλτραρισμένες. Χρονικά εξαρτώμενες εξισώσεις επιλύονται για την μέση ροή και τις μεγάλες δίνες, ενώ οι μικρότερες δίνες μοντελοποιούνται. Ωστόσο όμως η συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή περιορίζεται στην μελέτη μόνο των μοντέλων ιξώδους δίνης.

### Μοντέλα ιξώδους δίνης (Eddy Viscosity Turbulence Models)

Από τα κλασικά μοντέλα τύρβης, το μοντέλο μήκους ανάμιξης (mixing length model) που είναι μοντέλο «μηδέν» εξισώσεων, και το μοντέλο  $k-\varepsilon$  που είναι μοντέλο δύο εξισώσεων, είναι προς το παρόν τα πιο ευρέως διαδεδομένα και πιστοποιημένα. Και τα δύο βασίζονται σε μία υπόθεση που προτείνει ότι η τύρβη αποτελείται από μικρές δίνες που συνεχώς σχηματίζονται και σκεδάζονται και στις οποίες οι τάσεις Reynolds, γίνεται η υπόθεση ότι, είναι ανάλογες των κλίσεων της μέσης ταχύτητας. Αυτή η πρόταση αποτελεί το μοντέλο ιξώδους δίνης.

Οι τάσεις Reynolds μπορούν να συσχετιστούν [58] με τις κλίσεις της μέσης ταχύτητας και το ιξώδες της τύρβης (eddy/turbulence viscosity) από την υπόθεση τυρβώδους-ιξώδους (*eddy/turbulent viscosity hypothesis*), που ειπώθηκε από τον Boussinesq το 1877. Η υπόθεση αυτή είναι μαθηματικά ανάλογη με τον νόμο ιξώδους του Newton όπου οι τάσεις ιξώδους λαμβάνονται να είναι ανάλογες των ρυθμών παραμόρφωσης των στοιχείων ρευστού. Έτσι σύμφωνα με την υπόθεση, οι τάσεις Reynolds προκύπτουν να είναι:

$$\tau_t = -\rho \overline{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'} = \mu_t (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_t \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})$$

όπου  $k$  είναι η τυρβώδης κινητική ενέργεια και ο θετικός συντελεστής  $\mu_t$  είναι το τυρβώδες ιξώδες (eddy/turbulence viscosity) και είναι αυτό που πρέπει να μοντελοποιηθεί.

Η τυρβώδης μεταφορά θερμότητας, μάζας και άλλων βαθμωτών μεταβλητών μοντελοποιούνται με τον ίδιο τρόπο. Σε αναλογία με την παραπάνω υπόθεση ιξώδους της τύρβης, αναπτύσσεται και η υπόθεση κλίσης διάχυσης (*gradient-diffusion hypothesis*). Σύμφωνα με αυτή η τυρβώδης μεταφορά (Reynolds fluxes) ενός βαθμωτού μεγέθους  $\phi$  σχετίζεται γραμμικά με την κλίση της μέσης τιμής.

$$\boxed{-\rho \overline{\mathbf{u}'\phi'} = \Gamma_t \nabla \overline{\phi}}$$

Όπου  $\Gamma_t$  είναι ο συντελεστής τυρβώδους διάχυσης, που και αυτός με την σειρά του πρέπει να μοντελοποιηθεί. Από την στιγμή που η τυρβώδης μεταφορά της ορμής, της θερμότητας ή της μάζας γίνεται με τον ίδιο μηχανισμό, ανάμιξη δίνης, αναμένεται οι τιμές της τυρβώδους διάχυσης  $\Gamma_t$  να είναι κοντά σε αυτές του τυρβώδους ιξώδους  $\mu_t$ . Έτσι εισάγεται ο τυρβώδης αριθμός Prandtl (ή Schmidt)  $Pr_t$  (ή  $\sigma_t$ ), που ορίζεται ως ο ακόλουθος λόγος:

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$$

Πειράματα σε πολλές ροές έχουν εδραιώσει ότι αυτός ο λόγος είναι συχνά σχεδόν σταθερός. Οι περισσότερες διεργασίες υπολογιστικής ρευστομηχανικής αποδέχονται αυτή την περίπτωση και χρησιμοποιούν τιμές κοντά στη μονάδα.

Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο στην περίπτωση που το ιξώδες της τύρβης  $\mu_t$  είναι γνωστό. Αυτό παρέχουν τα μοντέλα τύρβης. Μπορεί να γραφτεί ως το γινόμενο μίας ταχύτητα  $u_t$  και ενός μήκους  $l_t$ :

$$\mu_t = \rho u_t l_t$$

και η εργασία υπολογισμού του  $\mu_t$  γενικά προσεγγίζεται μέσω τον ορισμό των  $u_t$  και  $l_t$ . Στα αλγεβρικά μοντέλα, για παράδειγμα στο μοντέλο μήκους ανάμιξης, το μήκος  $l_t$  καθορίζεται με βάση τη γεωμετρία της ροής. Στα μοντέλα δύο εξισώσεων, με το  $k$ - $\varepsilon$  να είναι το κύριο παράδειγμα, τα  $u_t$  και  $l_t$  σχετίζονται με τα  $k$  και  $\varepsilon$ , για τα οποία επιλύονται εξισώσεις μεταφοράς.

Με την εφαρμογή των παραπάνω υποθέσεων λοιπόν, οι εξισώσεις Reynolds για την ορμή (2.22), την ενέργεια (2.23) και οι εξισώσεις μεταφοράς (2.24) τροποποιούνται. Έτσι η εξίσωση Reynolds για την ορμή γίνεται (Παράρτημα Β):

$$\boxed{\frac{\partial(\rho \overline{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla(\rho \overline{\mathbf{u}} \cdot \overline{\mathbf{u}}) = -\nabla p'' + \nabla \cdot (\mu_{eff} (\nabla \overline{\mathbf{u}} + (\nabla \overline{\mathbf{u}})^T)) + S_M} \quad (2.25)$$



Όπου  $\mu_{eff}$  είναι το δραστικό ιξώδες (Effective Viscosity) και ορίζεται από τον τύπο:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

ενώ  $p''$  είναι η τροποποιημένη πίεση που δίνεται από την σχέση:

$$p'' = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}$$

Ο τελευταίος όρος  $(2/3) \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}$ , περιλαμβάνει την απόκλιση (divergence) της ταχύτητας. Θεωρείται αμελητέος στο ANSYS-CFX, παρόλο που η υπόθεση αυτή είναι σωστή αυστηρώς μόνο τις ασυμπίεστες ροές.

Από την εφαρμογή της υπόθεσης κλίσης διάχυσης στην σχέση (2.24) και ορίζοντας τον δραστικό συντελεστή διάχυση (Effective Diffusivity) ως το άθροισμα:

$$\Gamma_{eff} = \Gamma + \Gamma_t$$

προκύπτει η νέα εξίσωση μεταφοράς για τις μέση τιμές των πρόσθετων βαθμωτών μεταβλητών:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \bar{\phi}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \bar{\phi}) &= \nabla \cdot \left( \left( \Gamma_\phi + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \nabla \bar{\phi} \right) + S_\phi = \\ \frac{\partial \rho \bar{\phi}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \bar{\phi}) &= \nabla \cdot (\Gamma_{eff} \nabla \bar{\phi}) + S_\phi \end{aligned} \quad (2.26)$$

Επίσης μετατρέπεται και η εξίσωση Reynolds για την ενέργεια (2.23):

$$\frac{\partial (\rho \bar{h}_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \bar{h}_{tot}) = \nabla \cdot \left( k \nabla \bar{T} - \frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla \bar{h}_{tot} \right) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \cdot (\bar{\tau} - \rho \overline{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'})) + S_E \quad (2.27)$$

Να σημειωθεί ότι παρόλο που η μετατροπή του όρου της μοριακής διάχυσης μπορεί να μην είναι ακριβής αν η ενθαλπία εξαρτάται και από άλλες μεταβλητές πέρα από την θερμοκρασία, ο όρος της τυρβώδους διάχυσης είναι σωστός σύμφωνα με την υπόθεση κλίσης διάχυσης. Επιπλέον, καθώς η τυρβώδης διάχυση είναι πολύ μεγαλύτερη από την μοριακή διάχυση, μικρά λάθη στην τελευταία μπορούν να αγνοηθούν.

## Μοντέλα «μηδέν» εξισώσεων

Πολύ απλά μοντέλα ιξώδους δίνης υπολογίζουν την τιμή  $\mu_t$  για όλο τον όγκο ελέγχου, από την μέση ταχύτητα και μία κλίμακα γεωμετρικού μήκους, χρησιμοποιώντας ένα εμπειρικό τύπο. Επειδή καμία επιπλέον εξίσωση μεταφοράς δεν επιλύεται, αυτά τα μοντέλα ονομάζονται «μηδέν» εξισώσεων.

Στο ANSYS-CFX χρησιμοποιείται μια αλγεβρική εξίσωση για τον υπολογισμό της επίδρασης των δινών της τύρβης στο ιξώδες. Μία σταθερή τιμή του τυρβώδους ιξώδους της δίνης (turbulent eddy viscosity) υπολογίζεται για όλη την ροϊκή περιοχή.

Το τυρβώδες ιξώδες μοντελοποιείται και υπολογίζεται ως το γινόμενο μίας κλίμακας της τυρβώδους ταχύτητας  $u_t$ , και μίας κλίμακας μήκους τύρβης  $l_t$ , όπως προτάθηκε από τους Prandtl και Kolmogorov:

$$\mu_t = \rho f_\mu u_t l_t$$

όπου  $f_\mu$  είναι μία σταθερά αναλογίας. Η κλίμακα της ταχύτητας λαμβάνεται να είναι η μέγιστη ταχύτητα σε ολόκληρη την ροή και η κλίμακα του μήκους προκύπτει από τον τύπο:

$$l_t = \left( V_D^{\frac{1}{3}} \right) / 7$$

με  $V_D$  να είναι ο όγκος όλης της ροϊκής περιοχής.

Επειδή αυτό το μοντέλο έχει φτωχά φυσικά θεμέλια και δεν είναι αξιόπιστο για κάπως πιο σύνθετες και πολύπλοκες ροές, δεν προτείνεται και προτιμούνται τα μοντέλα δύο εξισώσεων που είναι πιο εξεζητημένα, παρόλο που είναι πιο δαπανηρά σε υπολογιστική ισχύ.

## Μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων

Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται ευρέως, αφού προσφέρουν καλό συμβιβασμό μεταξύ αριθμητικής προσπάθειας και υπολογιστικής ακρίβειας. Είναι πολύ πιο εξεζητημένα και με καλύτερο φυσικό υπόβαθρο από τα μοντέλα «μηδέν» εξισώσεων. Και οι δύο κλίμακες ταχύτητας και μήκους επιλύονται με την χρήση ξεχωριστών εξισώσεων μεταφοράς, έτσι προκύπτει και το όνομα μοντέλα δύο εξισώσεων.

Τα  $k-\varepsilon$  και  $k-\omega$  μοντέλα δύο εξισώσεων χρησιμοποιούν την υπόθεση κλίσης διάχυσης για να συσχετίσουν τις τάσεις Reynolds με μέση κλίση ταχύτητας και το τυρβώδες ιξώδες. Το τυρβώδες ιξώδες μοντελοποιείται ως το γινόμενο μίας κλίμακας τυρβώδους ταχύτητας και τυρβώδους μήκους. Η κλίμακα της τυρβώδους ταχύτητας υπολογίζεται μέσω της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, η οποία παρέχεται από την επίλυση της εξίσωσης μεταφοράς της. Παράλληλα η κλίμακα τυρβώδους μήκους εξαρτάται από δύο παραμέτρους του ροϊκού πεδίου, συνήθως της τυρβώδη κινητική ενέργεια και τον ρυθμό σκέδασης της. Ο ρυθμός σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας δίνεται από την λύση της δικής της εξίσωσης μεταφοράς.

## Μοντέλο $k-\varepsilon$

Με  $k$  συμβολίζεται η τυρβώδης κινητική ενέργεια και ορίζεται ως η μεταβλητότητα (variance) των διακυμάνσεων της ταχύτητας και έχει

διαστάσεις  $m^2/s^2$ . Με  $\varepsilon$  συμβολίζεται ο ρυθμός σκέδασης τυρβώδους ενέργειας (turbulence eddy dissipation) που είναι ουσιαστικά ο ρυθμός με τον οποίο σκεδάζονται οι διακυμάνσεις της ταχύτητας και έχει τις διαστάσεις του  $k$  προς μονάδα χρόνου, δηλαδή  $m^2/s^3$ .

Το μοντέλο  $k$ - $\varepsilon$  είναι ένα από τα κλασικά μοντέλα τυρβώδους ροής που βασίζεται, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, στις υποθέσεις των μοντέλων ιξώδους δίνης. Έτσι οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής που απαιτούνται είναι οι ίδιες με αυτές που αναλύθηκαν ήδη (2.19) και (2.25). Επίσης γίνεται η παραδοχή ότι το τυρβώδες ιξώδες συνδέεται με την τυρβώδη κινητική ενέργεια μέσω της σχέσης:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Όπου  $C_\mu$  μία αδιάστατη σταθερά.

Οι τιμές των  $k$  και  $\varepsilon$  έρχονται άμεσα από τις διαφορικές εξισώσεις μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια και τον ρυθμό σκέδασης:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + P_{kb} - \rho \varepsilon \quad (2.28)$$

(I)            (II)            (III)            (IV)            (V)

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P_k + P_{eb}) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.29)$$

ή αλλιώς με λόγια: Ο πρώτος (I) όρος είναι ο ρυθμός μεταβολής του  $k$  ή  $\varepsilon$  αντίστοιχα. Ο όρος (II) είναι η μεταφορά μέσω συναγωγής. Ο τρίτος (III) είναι η μεταφορά μέσω διάχυσης. Και τέλος οι όροι (IV) και (V) είναι ο ρυθμός παραγωγής και καταστροφής αντίστοιχα των  $k$  και  $\varepsilon$ .

Οι εξισώσεις περιλαμβάνουν πέντε ρυθμιζόμενες σταθερές  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  και  $C_{2\varepsilon}$ . Το πρότυπο μοντέλο  $k$ - $\varepsilon$  χρησιμοποιεί τιμές για τις σταθερές που προέκυψαν από υπολογισμούς για ένα ευρύ πλήθος τυρβωδών ροών:

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.30, \quad C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92$$

Οι όροι  $P_{kb}$  και  $P_{eb}$  αντιπροσωπεύουν την επίδραση των δυνάμεων άνωσης, οι οποίοι όμως στην συγκεκριμένη διατριβή παραλήφτηκαν. Με  $P_k$  συμβολίζεται η παραγωγή τύρβης λόγω των δυνάμεων ιξώδους και μοντελοποιείται βάση της εξίσωσης:

$$P_k = \mu_t \nabla \bar{\mathbf{u}} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} (3\mu_t \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} + \rho k) \quad (2.30)$$

Για ασυμπίεστες ροές ο όρος  $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}$  είναι μικρός και ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης δεν συνεισφέρει σημαντικά στην παραγωγή. Για συμπίεστες ροές το  $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}$  είναι μεγάλο μόνο στις περιοχές με μεγάλη απόκλιση ταχύτητας, όπως στα κύματα (shocks). Ο όρος  $3\mu_t$  βασίζεται στην υπόθεση «παγωμένη τάση» [59]. Αυτό αποτρέπει τις τιμές  $k$  και  $\varepsilon$  να γίνουν πολύ μεγάλες μέσω των κυμάτων, μία κατάσταση που γίνεται προοδευτικά χειρότερη όσο το πλέγμα πυκνώνει στην περιοχή των κυμάτων. Με σκοπό την αποφυγή της συσσώρευσης τυρβώδους κινητικής ενέργειας στα σημεία αποκοπής, είναι διαθέσιμοι δύο περιοριστές παραγωγής [56 (σελ.61)].

## Μοντέλο $k-\omega$ του Wilcox

Το δεύτερο πιο διαδεδομένο μοντέλο δύο εξισώσεων είναι το μοντέλο  $k-\omega$  που έχει αναπτυχθεί πριν πάνω από 20 χρόνια, από τον Wilcox [61]. Στο μοντέλο αυτό οι μεταβλητές  $\mu_t$  και  $k$  είναι ίδιες με αυτές του μοντέλου  $k-\varepsilon$ . Η διαφορά έγκειται στην χρήση της εξίσωσης για τη στροβιλότητα  $\omega$ , αντί της εξίσωσης για τη σκέδαση  $\varepsilon$  (2.29).

Ένα από τα πλεονεκτήματα του μοντέλου  $k-\omega$  είναι η συμπεριφορά του σε περιοχές κοντά στα τοιχώματα για υπολογισμούς με μικρούς αριθμούς Reynolds. Δεν περιλαμβάνει την πολύπλοκη μη γραμμική εξίσωση αποκοπής που απαιτείται για το μοντέλο  $k-\varepsilon$  και έτσι είναι πιο ακριβές και συνεπές (robust). Ένα μοντέλο  $k-\varepsilon$  για χαμηλό αριθμό Reynolds τυπικά θα απαιτούσε ανάλυση κοντά στα τοιχώματα της τάξης του  $y^+ < 0.2$ , ενώ ένα μοντέλο  $k-\omega$  για χαμηλό αριθμό Reynolds θα απαιτούσε ανάλυση τουλάχιστον της τάξης του  $y^+ < 2$ . Σε βιομηχανικές ροές, ακόμα και η ανάλυση  $y^+ < 2$  δεν μπορεί να εγγραφεί στις περισσότερες εφαρμογές και για αυτό το λόγο, αναπτύχθηκε μια νέα αντιμετώπιση για κοντά στα τοιχώματα που επιτρέπει την ομαλή αλλαγή από μία μορφή χαμηλού αριθμού Reynolds σε μία διατύπωση συνάρτησης τοιχωμάτων.

Το μοντέλο  $k-\omega$  υποθέτει ότι το τυρβώδες ιξώδες συνδέεται με την τυρβώδη κινητική ενέργεια και την συχνότητα της τύρβης μέσω της σχέσης:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$$

Επιλύει δύο εξισώσεις μεταφοράς, μία για την τυρβώδη κινητική ενέργεια  $k$  και μία για την συχνότητα της τύρβης (στροβιλότητα)  $\omega$ .

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + P_{kb} - \beta' \rho k \omega \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \omega) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + a \frac{\omega}{k} P_k + P_{\omega b} - \beta \rho \omega^2 \quad (2.32)$$

Όπως και στο μοντέλο  $k-\varepsilon$ , ο όρος  $P_k$  είναι η παραγωγή τύρβης λόγω των δυνάμεων ιξώδους και υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο (2.30). Το ίδιο ισχύει και για τον όρο  $P_{kb}$  που είναι η επίδραση της άνωσης στην παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Η διαφορά εμφανίζεται στον νέο όρο  $P_{\omega b}$  που είναι η επίδραση της άνωσης στην παραγωγή στροβιλότητας.

Και στις εξισώσεις του μοντέλου  $k-\omega$  εμφανίζονται κάποιες ρυθμιζόμενες σταθερές ίδιας φύσεως μα πριν:

$$\beta' = 0.09, \quad a = 5/9, \quad \beta = 0.075, \quad \sigma_k = 2, \quad \sigma_\omega = 2$$

Τέλος και εδώ, με σκοπό την αποφυγή της συσσώρευσης τυρβώδους κινητικής ενέργειας στα σημεία ανακοπής, είναι διαθέσιμοι δύο περιοριστές παραγωγής [56 (σελ.61)].

## Μοντέλο μεταφοράς διατμητικών τάσεων (Shear Stress Transport SST)

Το μοντέλο SST υπολογίζει τη μεταφορά των διατμητικών τάσεων λόγω τύρβης και παρέχει προβλέψεις υψηλής ακρίβειας για την ανακυκλοφορία και αποκόλληση της ροής σε περιοχές με μεγάλη κλίση πίεσης.

Το κύριο πρόβλημα με το μοντέλο του Wilcox είναι η γνωστή του ευαισθησία στις συνθήκες ελεύθερης ροής μακριά από τα τοιχώματα. Ανάλογα με τη τιμή του  $\omega$  που καθορίζεται στην είσοδο, μπορεί να προκύψει μια σημαντική μεταβολή στα αποτελέσματα του μοντέλου. Αυτό είναι ανεπιθύμητο και με σκοπό την λύση του προβλήματος, ο Menter [62] πρότεινε ένα μοντέλο δύο εξισώσεων σχεδιασμένο να συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των μοντέλων  $k-\varepsilon$  και  $k-\omega$ . Έτσι επιστρατεύεται μία εξίσωση ανάμιξης των δύο μοντέλων ώστε να χρησιμοποιείται το  $k-\omega$  στις περιοχές κοντά στα τοιχώματα και το  $k-\varepsilon$ , που είναι πιο αποτελεσματικό για τις πιο απομακρυσμένες. Το μοντέλο αυτό γράφεται με παρόμοια μορφή με του  $k-\omega$  και ονομάζεται μοντέλο Baseline (BSL)  $k-\omega$ . Για το μοντέλο αυτό οι εξισώσεις του Wilcox πολλαπλασιάζονται με μία συνάρτηση ανάμιξης  $F_1$  και οι εξισώσεις του  $k-\varepsilon$  με την συνάρτηση  $1 - F_1$ . Η  $F_1$  είναι ίση με την μονάδα κοντά στις επιφάνειες και μειώνεται στην τιμή μηδέν για τις περιοχές έξω από τα οριακά στρώματα. Έτσι στα σύνορα του οριακού στρώματος και έξω από αυτό, το πρότυπο μοντέλο  $k-\varepsilon$  επαναφέρεται [56 (σελ.60)].

Το μοντέλο BSL συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των μοντέλων Wilcox και  $k-\varepsilon$ , αλλά εξακολουθεί να αποτυγχάνει να προβλέψει επαρκώς το μέγεθος της αποκόλλησης ροής από λείες επιφάνειες. Οι λόγοι για αυτή την ανεπάρκεια δίνονται λεπτομερώς από τον Menter [62]. Ο κύριος λόγος είναι ότι και τα δύο μοντέλα δεν υπολογίσουν την μεταφορά της τυρβώδους διατμητικής τάσης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την υπερεκτίμηση του τυρβώδους ιξώδους. Το μειονέκτημα των πρότυπων μοντέλων είναι η υπερβολική παραγωγή τυρβώδους ενέργειας  $P_k$ , στα σημεία ανακοπής. Η κατάλληλη συμπεριφορά

λοιπόν μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή ενός περιοριστή στον τύπο του ιξώδους δίνης:

$$v_i = \frac{a_i k}{\max(a_i \omega, SF_2)}$$

όπου  $v_i$  είναι το κινηματικό ιξώδες:

$$v_i = \mu_i / \rho$$

Και πάλι  $F_2$  είναι μία συνάρτηση ανάμιξης όπως και η  $F_1$ , που επιβάλλει τον περιοριστή στη περιοχή του οριακού στρώματος των τοιχωμάτων [56 (σελ.61)].

### **Μοντέλα τύρβης τάσεων Reynolds**

Τα μοντέλα αυτά βασίζονται σε εξισώσεις μεταφοράς για όλες τις συνιστώσες του τένσορα τάσεων Reynolds και του ρυθμού σκέδασης. Δεν χρησιμοποιούν την υπόθεση τυρβώδους ιξώδους, αλλά επιλύουν εξίσωση μεταφοράς για τις τάσεις Reynolds στο ρευστό. Οι εξισώσεις αυτές επιλύονται για κάθε συνιστώσα των τάσεων ξεχωριστά.

Μια υποκατηγορία των παραπάνω μοντέλων είναι τα αλγεβρικά μοντέλα τάσεων Reynolds που στηρίζονται σε αλγεβρικές εξισώσεις για τις τάσεις Reynolds, σε αντίθεση με πριν που οι εξισώσεις είναι διαφορικές.

Οι ακριβείς όροι παραγωγής και η εγγενής μοντελοποίηση των ανισότροπων τάσεων, θεωρητικά καθιστούν τα μοντέλα τάσεων Reynolds πιο κατάλληλα για πολύπλοκες ροές. Ωστόσο όμως η πράξη δείχνει ότι συχνά δεν είναι ανώτερα από τα μοντέλα δύο εξισώσεων. Περισσότερες πληροφορίες για τα μοντέλα τάσεων Reynolds που χρησιμοποιούνται στο ANSYS-CFX αναφέρονται στα εγχειρίδια [56 (σελ 65)].

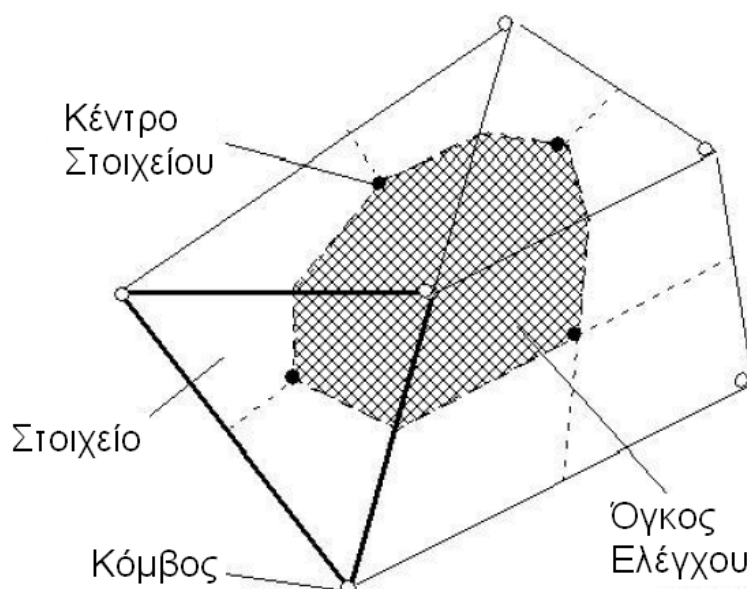
## 2.3. Διακριτοποίηση και αριθμητική επίλυση

Η αναλυτική λύση των εξισώσεων Navier-Stokes (DNS) είναι εφικτή μόνο για τις απλούστερες των περιπτώσεων ροής, κάτω από ιδανικές συνθήκες. Για να επιτευχθούν λύσεις για πραγματικές ροές, πρέπει να υιοθετηθεί μία αριθμητική ανάλυση κατά την οποία οι εξισώσεις αντικαθίστανται από αλγεβρικές προσεγγίσεις που μπορούν να λυθούν με την χρήση αριθμητικών μεθόδων.

### 2.3.1 Διακριτοποίηση των γενικών εξισώσεων

Το ANSYS-CFX χρησιμοποιεί σα βάση για τα στοιχεία (elements) την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων (finite volume) [56], η οποία αρχικά περιλαμβάνει την διακριτοποίηση του χώρου με την εφαρμογή πλεγμάτων. Το πλέγμα έχει σκοπό την κατασκευή πεπερασμένων όγκων που χρησιμοποιούνται για να διατηρούν μέσα σε αυτούς, σχετικές τιμές όπως μάζα, ορμή και ενέργεια. Το πλέγμα είναι τριών διαστάσεων, αλλά για λόγους απλούστευσης γίνεται αναφορά στην διαδικασία διακριτοποίησης σε δύο διαστάσεις.

Το σχήμα 2.7 δείχνει ένα τυπικό πλέγμα δύο διαστάσεων. Όλες οι λύσεις για τις μεταβλητές και τις ιδιότητες του ρευστού αποθηκεύονται στους κόμβους (κορυφές πλέγματος – nodes). Ένας όγκος ελέγχου (η σκιαγραφημένη περιοχή) κατασκευάζεται γύρο από κάθε κόμβο του πλέγματος. Αυτός εσωκλείεται από τις γραμμές που ενώνουν τα κέντρα των ακμών και των κέντρων των στοιχείων που περικυκλώνουν τον κόμβο.



Σχήμα 2.7. Τυπικό πλέγμα δύο διαστάσεων. Ορισμός όγκου ελέγχου [56]

Για την κατανόηση της μεθοδολογίας των πεπερασμένων στοιχείων, λαμβάνονται υπόψη οι εξισώσεις διατήρησης μάζας, ορμής και της βαθμωτής μεταβλητής  $\phi$ , σε μορφή καρτεσιανών συντεταγμένων:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) + S_M$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\phi}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \bar{\phi}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} \right) + S_\phi$$

Αυτές οι εξισώσεις ολοκληρώνονται για κάθε όγκο ελέγχου και εφαρμόζεται το θεώρημα απόκλισης του Gauss (Gauss' divergence) για την μετατροπή των τριπλών ολοκληρωμάτων όγκου, που περιλαμβάνουν τελεστές απόκλισης και κλίσης (divergence and gradient operators), σε επιεπιφάνεια ολοκληρώματα. Εάν ο όγκος ελέγχου δεν παραμορφώνεται με τον χρόνο, τότε οι παράγωγοι χρόνου μπορούν να μεταφερθούν έξω από τα ολοκληρώματα και έτσι οι ολοκληρωμένες εξισώσεις γίνονται:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_s \rho \bar{u}_j dn_j = 0$$

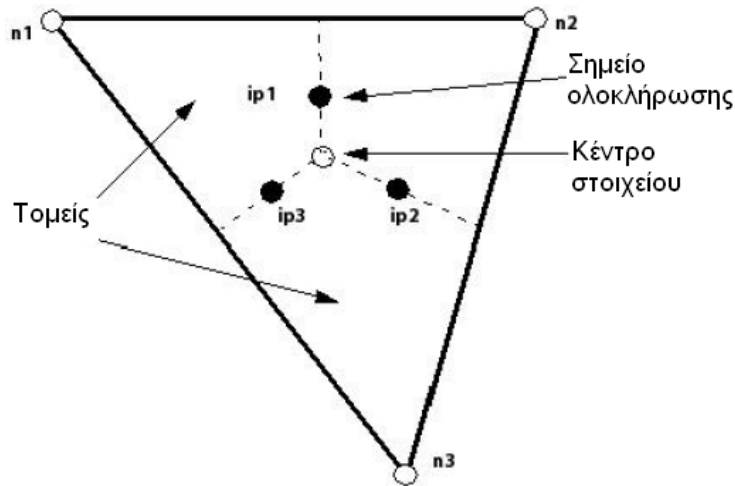
$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \bar{u}_i dV + \int_s \rho \bar{u}_j \bar{u}_i dn_j = -\int_s \bar{p} dn + \int_s \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{\bar{u}_i} dV$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \bar{\phi} dV + \int_s \rho \bar{u}_j \bar{\phi} dn_j = \int_s \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_{\bar{\phi}} dV$$

Με  $V$  και  $s$  αντίστοιχα, συμβολίζονται οι περιοχές όγκου και επιφάνειας ολοκλήρωσης και με  $dn_j$  είναι οι διαφορικές καρτεσιανές συνιστώσες των κάθετων διανυσμάτων στις επιφάνειες, με φορά προς τα έξω. Τα ολοκληρώματα όγκου αποτελούν όρους πηγής ή συσσώρευσης και τα επιεπιφάνεια ολοκληρώματα αποτελούν το άθροισμα των ρευστοτήτων (fluxes).

Το επόμενο βήμα του αριθμητικού αλγορίθμου, είναι η διακριτοποίηση των ολοκληρωμάτων. Για αυτό το λόγο, ενδεικτικά, λαμβάνεται ένα μονό στοιχείο όπως αυτό του σχήματος 2.8.





Σχήμα 2.8. Στοιχείο πλέγματος [56]

Τα ολοκληρώματα όγκου διακριτοποιούνται μέσα σε κάθε τομέα του στοιχείου και προστίθενται όλα μαζί για τον όγκο ελέγχου στον οποίο ανήκουν οι τομείς. Τα επιεπιφάνεια ολοκληρώματα διακριτοποιούνται στα σημεία ολοκλήρωσης που βρίσκονται στο κέντρο κάθε επιφάνειας μέσα στο στοιχείο και μετά διαμοιράζονται στους όγκους ελέγχου που συνορεύουν. Επειδή τα ολοκληρώματα είναι ίσα και αντίθετα για τους γειτονικούς όγκους ελέγχου που συνορεύουν στα σημεία ολοκλήρωσης, σίγουρο είναι ότι θα διατηρούνται τοπικά.

Μετά τη διακριτοποίηση των ολοκληρωμάτων οι εξισώσεις γίνονται:

$$V \left( \frac{\rho - \rho^o}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} = 0$$

$$V \left( \frac{\rho \bar{\mathbf{u}}_i - \rho^o \bar{\mathbf{u}}_i^o}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (\bar{\mathbf{u}}_i)_{ip} = \sum_{ip} (\bar{p} \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{\bar{\mathbf{u}}_i} V$$

$$V \left( \frac{\rho \bar{\phi} - \rho^o \bar{\phi}^o}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \bar{\phi}_{ip} = \sum_{ip} \left( \Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{\bar{\phi}} V$$

Όπου  $\dot{m}_{ip} = (\rho \bar{\mathbf{u}}_j \Delta n_j)_{ip}$ ,  $V$  είναι ο όγκος ελέγχου,  $\Delta t$  είναι το χρονικό βήμα,  $\Delta n_j$  είναι το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια, ο δείκτης  $ip$  σημαίνει εκτίμηση σε σημείο ολοκλήρωσης, τα αθροίσματα είναι σε όλα τα σημεία ολοκλήρωσης του όγκου ελέγχου και ο εκθέτης  $o$  στις παλιές τιμές. Σημειώνεται ότι σε αυτές τις εξισώσεις εφαρμόστηκε το σχήμα πρώτου βαθμού Backwards Euler, παρόλο που ένα σχήμα δευτέρου βαθμού είναι συνήθως προτιμότερο για καλύτερη ακρίβεια. Τα διαθέσιμα σχήματα αναφέρονται στο εγχειρίδιο του ANSYS-CFX [56 (σελ.246)].

### 2.3.2 Βαθμός ακρίβειας

Πολλές από τις προσεγγίσεις διακριτοποίησης που αναπτύχθηκαν για την υπολογιστική ρευστομηχανική βασίζονται σε προσεγγίσεις που γίνονται με ανάπτυγμα σειράς συνεχών συναρτήσεων (όπως σειρές Taylor). Ο βαθμός ακρίβειας της προσέγγισης καθορίζεται από τον εκθέτη του πλεγματού ή χρονικού βήματος που βρίσκεται στο μεγαλύτερο όρο από το κομμάτι του αναπτύγματος της σειράς που αποκόπτεται. Αυτός ο όρος είναι και ο πρώτος όρος του αναπτύγματος που εξαιρείται από την προσέγγιση. Η αύξηση του βαθμού ακρίβειας μίας προσέγγισης γενικά υποδηλώνει ότι τα λάθη μειώνονται πιο γρήγορα με την πύκνωση του πλέγματος ή την μείωση του χρονικού βήματος. Δυστυχώς όμως μαζί με την αύξηση της απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος, οι υψηλού βαθμού προσεγγίσεις είναι επίσης και λιγότερο αριθμητικά σταθερές (robust) από τις χαμηλού βαθμού. Το ANSYS-CFX χρησιμοποιεί, όσο το δυνατόν περισσότερο, δευτέρου βαθμού ακρίβειας προσεγγίσεις.

### 2.3.3 Στρατηγική επίλυσης

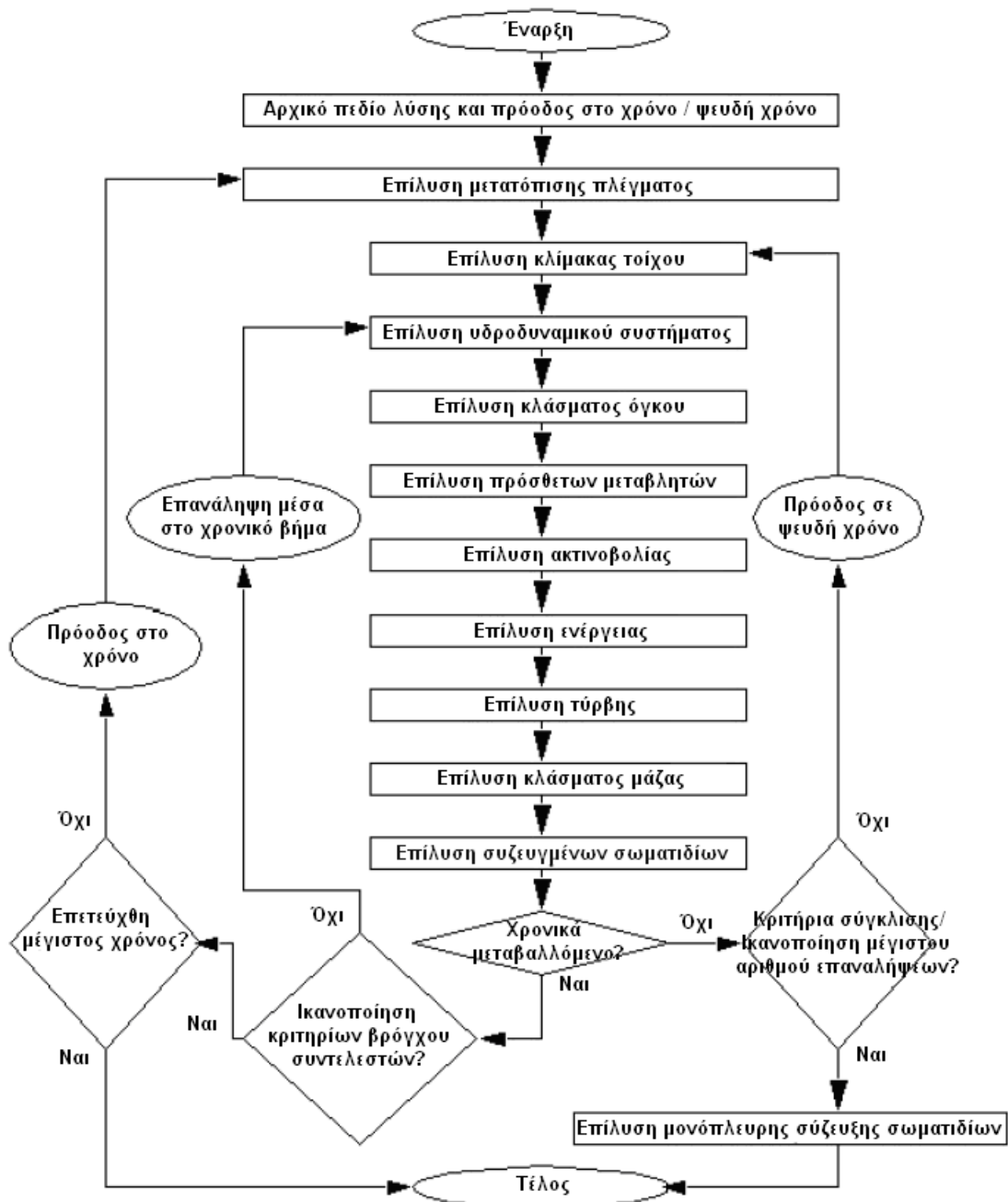
Οι επιλυτές πρόβλεψης-διόρθωσης ακολουθούν μία στρατηγική επίλυσης κατά την οποία λύνεται πρώτα η εξίσωση της ορμής, χρησιμοποιώντας μία πρόβλεψη για την τιμή της πίεσης, και εφαρμόζεται μία εξίσωση για την διόρθωσή της. Εξαιτίας της φύσεως «πρόβλεψης και διόρθωσης» του γραμμικού συστήματος, απαιτείται ένας μεγάλος αριθμός επαναλήψεων μαζί με τη ανάγκη για προσεγγισμένη και κατάλληλη επιλογή παραμέτρων χαλάρωσης για τις μεταβλητές. Η κατηγορία αυτή επιλυτών αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως μη συζευγμένων εξισώσεων (segregated solvers).

Το ANSYS-CFX χρησιμοποιεί ένα επιλυτή συζευγμένων εξισώσεων (coupled solver), που λύνει ταυτόχρονα τις υδροδυναμικές εξισώσεις (για τα  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ) σαν ένα σύστημα. Αυτή η προσέγγιση λύσης βασίζεται σε μία πλήρως πεπλεγμένη διακριτοποίηση των εξισώσεων για κάθε δεδομένο χρονικό βήμα. Για προβλήματα μόνιμης κατάστασης ροής, το χρονικό βήμα συμπεριφέρεται σαν μία «παραμέτρος επιτάχυνσης», που είναι για να καθοδηγήσει την προσεγγιστική λύση με φυσικό τρόπο σε λύση μόνιμης κατάστασης. Αυτή μειώνει τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται για την σύγκληση σε μόνιμη κατάσταση, ή για τον υπολογισμό της λύσης για κάθε χρονικό βήμα σε χρονικά εξαρτώμενη ανάλυση.

Στο διάγραμμα ροής του σχήματος 2.9 παρουσιάζεται το γενικό πεδίο της διεργασίας επίλυσης του CFX-Solver. Η λύση για κάθε σετ εξισώσεων που φαίνονται στο διάγραμμα, αποτελείται από δύο αριθμητικά έντονες διεργασίες. Για κάθε χρονικό βήμα:

1. Παραγωγή συντελεστών: Οι μη γραμμικές εξισώσεις μετατρέπονται σε γραμμική μορφή και οι συντελεστές συγκεντρώνονται στο πίνακα λύσης.
2. Λύση εξίσωσης: Οι γραμμικές εξισώσεις λύνονται με την χρήση της Αλγεβρικής Πολυπλεγματού μεθόδου (Algebraic Multigrid method).

Κατά την διάρκεια της λύσης στον CFX-Solver, το χρονικό βήμα ή εξωτερική επανάληψη (outer iteration) εξαρτάται αντίστοιχα από την κλίμακα του φυσικού χρόνου, όταν πρόκειται για χρονικά μεταβαλλόμενη κατάσταση, ή από το ψευδές χρονικό βήμα, όταν πρόκειται για φαινόμενο μόνιμης κατάστασης. Μόνο μία εσωτερική επανάληψη (inner iteration – linearization) πραγματοποιείται ανά εξωτερική επανάληψη σε περιπτώσεις μόνιμης κατάστασης, ενώ πολλαπλές εσωτερικές επαναλήψεις πραγματοποιούνται ανά εξωτερική επανάληψη για περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενης κατάστασης.



Σχήμα 2.9. Διάγραμμα ροής του αλγόριθμου που ακολουθεί ο CFX-Solver [56]

### 3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μία αναφορά στις θεωρίες που αναπτύσσονται πίσω από τις γενικές μαθηματικές εξισώσεις περιγραφής βασικών ροϊκών φαινομένων. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι εξισώσεις και οι βάσεις για την ειδική περίπτωση της πολυφασικής-διφασικής ροής. Δύο διαφορετικά μοντέλα πολυφασικής ροής είναι διαθέσιμα στο ANSYS-CFX [56 (σελ.99)]. Ένα Eulerian-Eulerian μοντέλο και ένα Lagrangian μοντέλο παρακολούθησης σωματιδίων (Particle Tracking). Το πρώτο μοντέλο αναφέρεται στην περίπτωση όπου όλες οι φάσεις της ροής παρακολουθούνται με το ίδιο μοντέλο Euler. Αντιθέτως στο δεύτερο μοντέλο η κάθε φάση παρακολουθείται από διαφορετικό μοντέλο. Το συνεχές ρευστό αναλύεται και πάλι από το μοντέλο Euler, αλλά το ρευστό-μέσο που είναι διεσπαρμένο μέσα στο συνεχές, υπό μορφή φυσαλίδων, σταγονιδίων ή σωματιδίων, παρακολουθείται από διαφορετικό μοντέλο, το μοντέλο Lagrange. Αναλυτικότερη περιγραφή των μεθόδων αυτών έγινε και στη παράγραφο (§1.2.3).

#### 3.1. Μοντέλο διφασικής ροής Eulerian-Eulerian

##### 3.1.1 Σημειογραφία πολυφασικής ροής

Πριν την ανάλυση και περιγραφή των μοντέλων και των εξισώσεων που διέπουν την διφασική ροή, καλό είναι να γίνει μια αναφορά στην ειδική σημειογραφία που χρησιμοποιείται. Έτσι λοιπόν οι διαφορετικές φάσεις των ρευστών σημειώνονται με δείκτες από μικρούς ελληνικούς χαρακτήρες  $\alpha, \beta, \gamma$ , κ.α. Γενικά η μεταβλητή με δείκτη  $\alpha, \beta$  ή  $\gamma$ , αναφέρεται στην τιμή της μεταβλητής για την συγκεκριμένη φάση. Για παράδειγμα το κλάσμα όγκου της φάσης  $\alpha$  συμβολίζεται με  $r_\alpha$ . Έτσι ο όγκος  $V_\alpha$  που καταλαμβάνεται από την φάση  $\alpha$  σε ένα μικρό όγκο  $V$  γύρω από ένα σημείο με κλάσμα όγκου  $r_\alpha$  είναι:

$$r_\alpha = \frac{V_\alpha}{V} \Rightarrow V_\alpha = r_\alpha V$$

Ο συνολικός αριθμός των φάσεων είναι  $N_p$  και όπου  $\alpha = 1$  έως  $N_p$ .

Είναι σημαντικό να γίνει διαφοροποίηση μεταξύ της πυκνότητας του υλικού και της δραστικής πυκνότητας (effective density) ενός ρευστού  $\alpha$ . η δραστική πυκνότητα ορίζεται ως:

$$\tilde{\rho}_\alpha = r_\alpha \rho_\alpha$$

Αυτή είναι στην ουσία η πραγματική μάζα του  $\alpha$  ανά μονάδα όγκου του συνολικού ρευστού. Και η πυκνότητα του μίγματος είναι:

$$\rho_{mix} = \sum_a \rho_a r_a$$

Η ολική πίεση σε μία πολυφασική προσομοίωση είτε συμπιεστής ροής, είτε ασυμπιέστης ορίζεται ως:

$$p_{tot} = p_{stat} + \sum_a \frac{1}{2} r_a \rho_a \mathbf{u}_a^2$$

### 3.1.2 Μοντέλα ομοιογενούς και ανομοιογενούς ροής

Δυο διαφορετικά υπό-μοντέλα είναι διαθέσιμα για την περίπτωση της Eulerian-Eulerian πολυφασικής ροής, το ομοιογενές μοντέλο και το ανομοιογενές.

#### Μοντέλο ανομοιογενούς ροής

Σε αυτή τη μέθοδο η μεταφορά ορμής, θερμότητας και μάζας μεταξύ των φάσεων είναι άμεσα εξαρτώμενη από την επιφάνεια μεταξύ των δύο φάσεων. Ως πυκνότητα επιφάνειας μεταξύ φάσεων  $A_{\alpha\beta}$  ορίζεται η επιφάνεια μεταξύ των φάσεων  $\alpha$  και  $\beta$ , ανά μονάδα όγκου και έχει μονάδες [1/μήκος]. Η επιφάνεια αυτή αντιμετωπίζεται με δύο τρόπους. Η ανομοιογενής ροή μπορεί να θεωρηθεί είτε ως ροή σωματιδίων, είτε ως ροή μίγματος και η κάθε περίπτωση παρέχει διαφορετική αλγεβρική περιγραφή της  $A_{\alpha\beta}$ . Περισσότερες πληροφορίες εμφανίζονται στο εγχειρίδιο του ANSYS-CFX [56].

#### Μοντέλο ομοιογενούς ροής

Στη συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή το μοντέλο που επιλέχτηκε για την Eulerian-Eulerian διφασική ροή ήταν το μοντέλο ομοιογενούς ροής. Κατά την ομοιογενή πολυφασική ροή όλα τα ρευστά μοιράζονται ένα κοινό ροϊκό πεδίο, καθώς και άλλα σχετικά πεδία όπως θερμοκρασιακό και τύρβης. Αυτό επιτρέπει να γίνουν κάποιες απλοποιήσεις στον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζεται αυτή η ροή που καταλήγουν στο ομοιογενές μοντέλο. Για δεδομένη διεργασία μεταφοράς, το ομοιογενές μοντέλο θεωρεί ότι η μεταβλητή  $\phi$  (με εξαίρεση το κλάσμα όγκου) είναι ίδια για όλες τις φάσεις:

$$\phi_a = \phi \quad \text{για} \quad 1 \leq a \leq N_p$$

Από την στιγμή που ισχύει αυτό και οι μεταβλητές αυτές είναι κοινές, είναι αποδοτικότερο να επιλύεται για τα κοινά πεδία μία βασική εξίσωση μεταφοράς, από το να επιλύεται ξεχωριστή εξίσωση μεταφοράς για κάθε φάση. Η βασική εξίσωση μεταφοράς προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους εξισώσεων φάσης (3.4):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi - \Gamma \nabla \phi) = S$$

$$\text{Όπου: } \rho = \sum_{a=1}^{N_p} \rho_a r_a, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_a^{N_p} r_a \rho_a \mathbf{u}_a, \quad \Gamma = \sum_{a=1}^{N_p} r_a \Gamma_a$$

Το ομοιογενές μοντέλο δεν είναι απαραίτητο να εφαρμοστεί ταυτόχρονα σε όλες τις εξισώσεις. Για παράδειγμα το ροϊκό πεδίο ταχυτήτων μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ανομοιογενές, αλλά να συζευχθεί με ένα ομοιογενές μοντέλο τύρβης. Εναλλακτικά ένα ομοιογενές πεδίο ταχυτήτων μπορεί να συζευχθεί με ανομοιογενές θερμοκρασιακό πεδίο.

### 3.1.3 Υδροδυναμικές εξισώσεις πολυφασικής ροής

Στην συνέχεια ακολουθούν συνοπτικά οι εξισώσεις ορμής και μάζας για την γενική περίπτωση της ανομοιογενούς πολυφασικής ροής που χρησιμοποιεί το ANSYS-CFX

#### Εξίσωση ορμής

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_a \rho_a \mathbf{u}_a) + \nabla \cdot (r_a (\rho_a \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_a)) = -r_a \nabla p_a + \nabla \cdot (r_a \mu_a (\nabla \mathbf{u}_a + (\nabla \mathbf{u}_a)^T)) + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{a\beta}^+ \mathbf{u}_\beta - \Gamma_{\beta a}^+ \mathbf{u}_a) + S_{M_a} + M_a \quad (3.1)$$

Ο όρος  $S_{M_a}$  συμβολίζει τις πηγές ορμής λόγω εξωτερικών σωματιδιακών δυνάμεων μαζί με επιπλέον πιθανές πηγές ορμής. Με  $M_a$  συμβολίζεται η ορμή των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στην φάση  $\alpha$  εξαιτίας της παρουσίας των άλλων φάσεων. Τέλος ο όρος  $(\Gamma_{a\beta}^+ \mathbf{u}_\beta - \Gamma_{\beta a}^+ \mathbf{u}_a)$  αντιπροσωπεύει την ορμή που μεταφέρεται ταυτόχρονα με την μεταφορά μάζας από την μία φάση στην άλλη. Η παραπάνω εξίσωση ορμής είναι έγκυρη μόνο για ρευστές φάσεις. Για διεσπαρμένες στερεές φάσεις χρειάζονται πρόσθετοι όροι για τις τάσεις λόγω σωματιδιακών κρούσεων.

#### Εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_a \rho_a) + \nabla \cdot (r_a \rho_a \mathbf{u}_a) = S_{M_s a} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{a\beta} \quad (3.2)$$

Ο όρος  $S_{M_s a}$  συμβολίζει τις πιθανές πηγές μάζας που μπορούν να προστεθούν. Με  $\Gamma_{a\beta}$  παριστάνεται ο ρυθμός ροής μάζας ανά μονάδα όγκου από την φάση  $\beta$  προς την φάση  $\alpha$  και περιλαμβάνεται μόνο στην περίπτωση που λαμβάνει χώρα μεταφορά μάζας μεταξύ των φάσεων.

## Εξίσωση διατήρησης όγκου

Αυτή ουσιαστικά είναι ο περιορισμός ότι το άθροισμα των κλασμάτων όγκου είναι μονάδα:

$$\sum_{a=1}^{N_p} r_a = 1$$

Μπορεί επίσης να συνδυαστεί με την εξίσωση συνέχειας της φάσης για να επιτευχθεί η εξίσωση μεταφοράς όγκου. Διαιρώντας την εξίσωση (3.2) με την πυκνότητα φάσης και προσθέτοντας για όλες τις φάσεις προκύπτει η σχέση:

$$\sum_a \frac{1}{\rho_a} \left( \frac{\partial}{\partial t} (r_a \rho_a) + \nabla \cdot (r_a \rho_a \mathbf{u}_a) \right) = \sum_a \frac{1}{\rho_a} \left( S_{MSa} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{a\beta} \right)$$

Η ερμηνεία της εξίσωσης αυτής είναι απλούστερη στην περίπτωση που θεωρηθούν ασυμπίεστες φάσεις και η εξίσωση γίνεται:

$$\boxed{\sum_a \nabla \cdot (r_a \mathbf{u}_a) = 0}$$

που σημαίνει ότι η ροή όγκου πρέπει να έχει μηδενική απόκλιση. Αυτή η εξίσωση είναι η εξίσωση συνέχειας όγκου που λύνει ο ANSYS CFX-Solver.

Το σετ των υδροδυναμικών εξισώσεων μέχρι στιγμής αποτελείται από  $3 \times N_p$  εξισώσεις, που είναι οι εξισώσεις ορμής για τις τρεις διαστάσεις και κάθε φάση,  $1 \times N_p$  εξισώσεις, που είναι η εξίσωση συνέχειας για κάθε φάση, και μία ακόμα εξίσωση που είναι η εξίσωση διατήρησης όγκου. Στο σύνολο δηλαδή  $4 \times N_p + 1$ , ενώ για την ολοκλήρωση και πλήρη ορισμό του συστήματος απαιτούνται  $5 \times N_p$  εξισώσεις, όσοι δηλαδή και οι άγνωστοι  $u_a$ ,  $v_a$ ,  $w_a$ ,  $r_a$  και  $p_a$ . Απαιτούνται λοιπόν  $N_p - 1$  επιπλέον εξισώσεις για τον πλήρη ορισμό του συστήματος. Αυτές δύνονται από τον περιορισμό της πίεσης που ουσιαστικά δηλώνει ότι όλες οι φάσεις μυρίζονται το ίδιο πεδίο πίεσης:

$$p_a = p \quad \text{για κάθε} \quad a = 1, \dots, N_p$$

Στην ειδική περίπτωση της ομοιογενούς ροής όλες οι παραπάνω σχέσεις τροποποιούνται σύμφωνα με το ομοιογενές μοντέλο. Έτσι για τη μεταφορά της ορμής γίνεται η υπόθεση:

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{u} \quad \text{για κάθε} \quad a = 1, \dots, N_p$$

Και έτσι η εξίσωση (3.1) γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)) + S_M$$

Όπου: 
$$\rho = \rho_{mix} = \sum_{a=1}^{N_p} r_a \rho_a, \quad \mu = \mu_{mix} = \sum_{a=1}^{N_p} r_a \mu_a$$

Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι απαλείφθηκαν εντελώς οι όροι μεταφοράς μεταξύ φάσεων και ότι αυτή είναι ουσιαστικά η εξίσωση μεταφοράς μίας φάσης με μεταβλητή πυκνότητα και ιξώδες. Όσο αφορά την εξίσωση συνέχειας για την ομοιογενή ροή, είναι ίδια με την εξίσωση (3.2) μόνο που τώρα η ταχύτητα  $\mathbf{u}$  είναι κοινή και δεν αναφέρεται ειδικά σε κάποια φάση. Το ίδιο ισχύει και για την περίπτωση της εξίσωσης διατήρησης όγκου. Ενώ ο περιορισμός πίεσης δεν μεταβάλλεται καθόλου.

### 3.1.4 Μεταφορά θερμότητας μεταξύ φάσεων

Για το πολυφασικό μοντέλο αναπτύσσονται ξεχωριστά ενθαλπικά και θερμοκρασιακά πεδία για κάθε φάση.

#### Εξίσωση ολικής ενέργειας

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_a \rho_a h_{a,tot}) - r_a \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (r_a \rho_a \mathbf{u}_a h_{a,tot}) = \nabla \cdot (r_a k_a \nabla T_a) + r_a \nabla \cdot (\mathbf{u}_a \cdot \boldsymbol{\tau}_a) + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{a\beta}^+ h_{\beta s,tot} - \Gamma_{\beta a}^+ h_{a s,tot}) + S_{Ea} + Q_a \quad (3.3)$$

Οι όροι  $h_{a,tot}$ ,  $T_a$  και  $k_a$  αποτελούν αντίστοιχα την ολική ενθαλπία, την θερμοκρασία και την θερμική αγωγιμότητα της φάσης  $\alpha$ . Το  $S_{Ea}$  συμβολίζει τις εξωτερικές πηγές θερμότητας και το  $Q_a$  αντιπροσωπεύει την διαφασική μεταφορά θερμότητας προς την φάση  $\alpha$  διαμέσου των διεπιφανειών από άλλες φάσεις. Τέλος ο όρος  $(\Gamma_{a\beta}^+ h_{\beta s,tot} - \Gamma_{\beta a}^+ h_{a s,tot})$  περιγράφει την μεταφορά θερμότητας που επιφέρει η μεταφορά μάζας από την μία φάση στην άλλη [56 (σελ.134)].

Η εξίσωση (3.3) είναι εξίσωση φάσης και αναφέρεται σε ανομοιογενή ροή. Στην περίπτωση όμως της ομοιογενούς μεταφοράς θερμότητας σε πολυφασική ροή οι συνθήκες αλλάζουν. Στο ομοιογενές μοντέλο όλες οι διεργασίες μεταφοράς, εκτός της μεταφοράς θερμότητας, μοιράζονται ένα κοινό πεδίο για όλες τις φάσεις. Ωστόσο όμως για την περίπτωση της μεταφοράς θερμότητας, η θερμοκρασία είναι που παραμένει κοινή, αλλά η ενθαλπία μεταφέρεται. Έτσι το ANSYS-CFX δε λύνει μία βασική εξίσωση ενθαλπίας, αλλά αντιθέτως επιλύει ξεχωριστή εξίσωση ενθαλπίας για κάθε ρευστό/φάση με μεγάλο όρο μεταφοράς θερμότητας μεταξύ φάσεων έτσι ώστε να επιβάλει στο θερμοκρασιακό πεδίο να είναι ίδιο.



### 3.1.5 Μοντελοποίηση τύρβης σε πολυφασική ροή

Σε αυτή την παράγραφο περιγράφεται ο τρόπος επέκτασης και εφαρμογής της θεωρίας και των σχέσεων που χαρακτηρίζουν την τυρβώδη απλή ροή, σε περιπτώσεις πολυφασικής προσομοίωσης. Σημαντικό είναι όμως να ειπωθεί ότι τα τυρβώδη μοντέλα που αναφέρονται στις διαφορετικές φάσεις της ροής και εξαρτώνται από αυτές, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο σε συνδυασμό με ανομοιογενή ροή. Ενώ αντιθέτως για ομοιογενείς πολυφασικές ροές δεν λύνονται ξεχωριστές εξισώσεις για κάθε φάση, αλλά οι ίδιες με αυτές της απλής ροής, με τη μόνη διαφορά ότι χρησιμοποιούνται πλέον η πυκνότητα και το ιξώδες του μίγματος, αντί για τις αντίστοιχες μεταβλητές των φάσεων.

#### Υπόθεση τυρβώδους δίνης

Η ίδια υπόθεση που γίνεται και στην απλή ροή ισχύει και εδώ με παρόμοιο τρόπο για κάθε φάση. Την διάχυση της ορμής στην φάση  $\alpha$  διέπει το δραστικό ιξώδες της (effective viscosity):

$$\mu_{a\text{eff}} = \mu_a + \mu_{ta}$$

#### Μοντέλο k-ε

Για το μοντέλο k-ε το τυρβώδες ιξώδες μοντελοποιείται ως εξής:

$$\mu_{ta} = c_\mu \rho_a \left( \frac{k_a^2}{\varepsilon_a} \right)$$

Οι εξισώσεις μεταφοράς για το  $k$  και το  $\varepsilon$  της φάσης  $\alpha$  ακολουθούν την ίδια φιλοσοφία με της απλής ροής και λαμβάνουν παρόμοια μορφή:

$$\frac{\partial(r_a \rho_a k_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_a \rho_a \bar{\mathbf{u}}_a k_a) = \nabla \cdot \left[ r_a \left( \mu + \frac{\mu_{ta}}{\sigma_{ka}} \right) \nabla k_a \right] + r_a (P_a - \rho_a \varepsilon_a) + T_{a\beta}^{(k)}$$

$$\frac{\partial(r_a \rho_a \varepsilon_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_a \rho_a \bar{\mathbf{u}}_a \varepsilon_a) = \nabla \cdot \left[ r_a \left( \mu + \frac{\mu_{ta}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon_a \right] + C_{1\varepsilon} r_a \frac{\varepsilon_a}{k_a} P_a - C_{2\varepsilon} r_a \rho_a \frac{\varepsilon_a^2}{k_a} + T_{a\beta}^{(\varepsilon)}$$

Οι πρόσθετοι όροι  $T_{a\beta}^{(k)}$  και  $T_{a\beta}^{(\varepsilon)}$  που εμφανίζονται σε σχέση με τις εξισώσεις απλής ροής, αντιπροσωπεύουν αντίστοιχα την μεταφορά των  $k$  και  $\varepsilon$  μεταξύ των φάσεων. Με τον ίδιο τρόπο αντιμετωπίζονται και τα άλλα μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων.

## Εξίσωση μεταφοράς πρόσθετων μεταβλητών

Όταν το  $\Phi$  υπάρχει στην φάση  $\alpha$ , το σχετικό πεδίο της μεταβλητής συμβολίζεται με  $\Phi_\alpha$  και αν ακολουθεί την εξίσωση μεταφοράς δίνεται από την σχέση:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(r_a \rho_a \bar{\Phi}_a) + \nabla \cdot (r_a \rho_a \bar{\mathbf{u}}_a \bar{\Phi}_a) - \nabla \cdot \left( r_a \left( \rho_a D_a^{(\Phi)} + \frac{\mu_{ia}}{S c_{ia}} \right) \nabla \bar{\Phi}_a \right) = S_a^{(\Phi)} + T_a^{(\Phi)}} \quad (3.4)$$

Με  $\phi_a$  είναι η μεταβλητή που διατηρείται ανά μονάδα μάζας της φάσης  $\alpha$ . Το  $\Phi_\alpha$  είναι η μεταβλητή που διατηρείται ανά μονάδα όγκου της φάσης  $\alpha$  και ισχύει  $\Phi_\alpha = \rho_a \phi_a$ . Με τον όρο  $D_a^{(\Phi)}$  συμβολίζεται η κινηματική διάχυση του βαθμωτού μεγέθους στην φάση  $\alpha$  ( $D_a = \Gamma_a / \rho_a$ ) και μπορεί να οριστεί για κάθε μεταβλητή και κάθε φάση ξεχωριστά. Όπου  $S_a^{(\Phi)}$  είναι ο εξωτερικός ογκομετρικός όρος πηγής στην φάση  $\alpha$  με μονάδες της μεταβλητής ανά μονάδα όγκου και μονάδα χρόνου. Τέλος ο όρος  $T_a^{(\Phi)}$  περιγράφει την ολική πηγή  $\phi_a$  λόγω μεταφοράς μεταξύ φάσεων.

### 3.1.6 Μεταφορά μάζας μεταξύ φάσεων

Η μεταφορά μάζας από την μία φάση προς την άλλη είναι αποδεκτή και για τις δύο περιπτώσεις, ανομοιογενών και ομοιογενών πολυφασικών μοντέλων και αντιπροσωπεύεται από όρους πηγής,  $\Gamma_a$ , στην εξίσωση συνέχειας της κάθε φάσης:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_a \rho_a) + \nabla \cdot (r_a \rho_a \mathbf{u}_a) = S_a + \Gamma_a$$

Έτσι ο όρος  $\Gamma_a$  συμβολίζει την πηγή μάζας στη φάση  $\alpha$ , ανά μονάδα όγκου, εξαιτίας της μεταφοράς της από τις άλλες φάσεις. Με:

$$\Gamma_a = \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{a\beta}$$

Ενώ με  $\Gamma_{a\beta}$  είναι η ροή μάζας ανά μονάδα όγκου από την φάση  $\beta$  προς την φάση  $\alpha$ . Και πρέπει να ισχύει:

$$\Gamma_{a\beta} = -\Gamma_{\beta a} \Rightarrow \sum_{a=1}^{N_p} \Gamma_a = 0$$

Σημαντική είναι και η φορά μεταφορά της μάζας, οπότε:

$$\Gamma_{a\beta} = \Gamma_{a\beta}^+ - \Gamma_{\beta a}^+$$

και ο όρος  $\Gamma_{a\beta}^+ > 0$ , είναι η θετική ροή μάζας ανά μονάδα όγκου από τη φάση  $\beta$  προς τη φάση  $\alpha$ . Επίσης ισχύει:

$$\Gamma_{a\beta} = \dot{m}_{a\beta} A_{a\beta}$$

με  $\dot{m}_{a\beta}$  να είναι η ροή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας από την φάση  $\beta$  προς τη φάση  $\alpha$  και  $A_{a\beta}$  η πυκνότητα διεπιφάνειας μεταξύ τους. Καθώς η διεπιφάνεια  $A_{a\beta}$  είναι συνήθως ανάλογη του κλάσματος όγκου, αυτό επιτρέπει αυτομάτως την γραμμικοποίηση του όρου μεταφοράς μάζας σε σχέση με το κλάσμα όγκου.

Ο όρος  $\Gamma_{a\beta}$  που επηρεάζει την εξίσωση της συνέχειας αναφέρεται ως πρωτεύουσα πηγή μάζας. Προφανώς όταν μεταφέρεται μάζα μεταξύ φάσεων, τότε αυτό περιλαμβάνει και την μεταφορά άλλων ποσοτήτων, που συνεπάγεται την ύπαρξη πρόσθετων πηγών και καταβοθρών για όλες τις άλλες μεταφερόμενες μεταβλητές. Αυτές αναφέρονται ως δευτερεύουσες πηγές λόγω μεταφοράς μάζας. Η εξορισμού μορφή του όρου δευτερογενούς πηγής για μία μεταφερόμενη μεταβλητή  $\phi$  είναι:

$$S_{Ma} = \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{a\beta}^+ \phi_{\beta} - \Gamma_{\beta a}^+ \phi_a)$$

Στην σχέση αυτή  $\phi_{\beta}$  είναι η διατηρούμενη ποσότητα που κουβαλάει μαζί της η μεταφερόμενη μάζα προς την φάση  $\alpha$ .

## Μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων

Μία περίπτωση μεταφοράς μάζας από την μία φάσης στην άλλη είναι και η περίπτωση συμπύκνωσης της αέριας φάσης με μεταφορά μάζας από την αέρια φάση στην υγρή και αποτέλεσμα την δημιουργία σταγονιδίων. Το μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων είναι χρήσιμο για καταστάσεις όπου ξηρή (ή κοντά στο σημείο κορεσμού) ροή υφίσταται ραγδαία μείωση πίεσης που οδηγεί στην πυρηνοποίηση και μετέπειτα συμπύκνωση σταγονιδίων. Είναι επίσης χρήσιμο για την μοντελοποίηση επιπλέον συμπύκνωσης όταν σταγονίδια προϋπάρχουν σε σημαντικές ποσότητες. Τυπικές εφαρμογές περιλαμβάνουν ατμοστροβίλους χαμηλής πίεσης, οι οποίες αναφέρονται και ως μοντέλα ατμού σε μη-θερμοδυναμική ισορροπία (Nonequilibrium Steam – NES). Τέτοιες ροές συνήθως είναι διηχητικές (transonic). Η υγρή φάση των σταγονιδίων μπορεί να μπει από την είσοδο ή να εμφανιστεί μέσω διαφόρων μηχανισμών πυρηνοποίησης, συμπεριλαμβανομένου της ομογενούς και ετερογενούς πυρηνοποίησης. Στην παρούσα έκδοση του ANSYS-CFX μόνο ένα μοντέλο ομογενούς πυρηνοποίησης είναι διαθέσιμο και βασίζεται στην Κλασική Θεωρία Πυρηνοποίησης. Η θεωρία αυτή περιγράφεται και στο πρώτο κεφάλαιο.

Το μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων διαφέρει από το μοντέλο θερμικής αλλαγής φάσης (Thermal Phase Change) του ANSYS-CFX στο ότι η διάμετρος των σταγονιδίων υπολογίζεται ως μέρος του μοντέλου παρά ως δεδομένο. Αυτό οδηγεί σε βελτιωμένη ακρίβεια και για να επιτευχθεί επιλύεται μία εξίσωση μεταφοράς για τον αριθμό των σταγονιδίων, με όρους πηγής τη συνεισφορά πυρηνοποίησης. Επίσης το μοντέλο αυτό διαφέρει και από το μοντέλο αλλαγής φάσης υπό θερμοδυναμική ισορροπία (Equilibrium Phase Change) του ANSYS-CFX στο ότι γίνεται η υπόθεση πως το ρευστό δεν φτάνει ακαριαία σε συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας. Έτσι εμπλέκονται και απώλειες λόγω θερμοδυναμικής ανισορροπίας.

Παρακάτω θεωρείται ομοιογενές πολυφασικό σύστημα, στο οποίο τα σταγονίδια κινούνται με την ίδια ταχύτητα όπως και το συνεχές ρευστό. Ωστόσο έχει γίνει και η γενίκευση και για ανομοιογενές σύστημα.

Το σύστημα εξισώσεων περιλαμβάνει μία συνεχή φάση και οποιονδήποτε αριθμό διεσπαρμένων (συμπυκνωμένων) φάσεων. Καθένας συνδυασμός συμπυκνωμένων φάσεων μπορεί να είναι η λύση και έτσι η εξίσωση διατήρησης μάζας για την συνεχή φάση  $c$  γίνεται:

$$\frac{\partial \rho_c r_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_c \mathbf{u} r_c) = - \sum_{d=1}^{nd} (S_d + m^* r_c J_d)$$

όπου οι πηγές μάζας  $S_d$  αθροίζονται για όλο τον αριθμό  $nd$  των συμπυκνωμένων φάσεων  $d$ . Ο όρος  $S_d$  περιγράφει την μεταφορά μάζας από την μία φάση στην άλλη με την συμπύκνωση αέριας φάσης πάνω στην ήδη υπάρχουσα υγρή φάση (ετερογενής πυρηνοποίηση) ή την εξάτμιση της υγρής προς την αέρια. Ο όρος αποτελεί την δημιουργία νέας υγρής φάσης μέσω της διεργασίας της ομογενούς πυρηνοποίησης. Ταυτόχρονα οι συμπυκνωμένες φάσεις μπορούν να αλλάξουν μέγεθος μέσω της συμπύκνωσης ή της εξάτμισης και έτσι η εξίσωση διατήρησης μάζας για την φάση  $d$  είναι:

$$\frac{\partial \rho_d r_d}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_d \mathbf{u} r_d) = S_d + m^* r_c J_d$$

με κάθε διεσπαρμένη φάση να έχει την δική της αντίστοιχη εξίσωση για το πλήθος των σταγονιδίων ανά μονάδα όγκου, με την μορφή:

$$\frac{\partial \rho_d N_d}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_d \mathbf{u} N_d) = \rho_d r_c J_d$$

Ο όρος  $J_d$  αποτελεί το μοντέλο πυρηνοποίησης και ουσιαστικά είναι ο ρυθμός πυρηνοποίησης με μονάδες που εκφράζονται ως ο αριθμός των σταγονιδίων που παράγονται ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα όγκου του ατμού. Με  $m^*$  συμβολίζεται η μάζα των πυρηνοποιημένων σταγονιδίων βάση της κρίσιμης ακτίνας  $r^*$ . Σημειωτέον ότι τα σταγονίδια μεταφέρονται με την ταχύτητα του μίγματος καθώς θεωρείται ότι δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των φάσεων. Επίσης ισχύει ο συνηθισμένος περιορισμός για το κλάσμα όγκου:

$$r_c + \sum_{d=1}^{nd} r_d = 1$$

Μαζί με τις παραπάνω εξισώσεις επιλύονται και οι συνολικές εξισώσεις συνέχειας και ορμής όπως αυτές περιγράφονται στην περίπτωση των υδροδυναμικών εξισώσεων της ομοιογενούς ροής (§ 3.1.3). Η εξίσωση ενέργειας για την συνεχή ροή, σε μορφή ολικής ενθαλπίας είναι:

$$\frac{\partial \rho_c r_c h_{c,tot}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_c r_c \mathbf{u} h_{c,tot}) = -r_c \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\Gamma_c r_c \nabla T) + S_h$$

και παρόμοια εξίσωση μεταφοράς ενέργειας εφαρμόζεται για την διεσπαρμένη φάση, είτε για μικρά, είτε για μεγάλα σταγονίδια. Το μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων μπορεί να εφαρμοστεί και για τα δύο είδη σταγονιδίων, μικρά και μεγάλα. Ωστόσο όμως κάθε φορά χρησιμοποιείται διαφορετικό μοντέλο για την μεταφορά θερμότητας και αλλαγή φάσης. Για τα μεγάλα σταγονίδια η μεταφορά θερμότητας και αλλαγή φάσης περιγράφονται από το μοντέλο θερμικής αλλαγής φάσης, ενώ για τα μικρά σταγονίδια (μικρότερα από 1μm) είναι κατάλληλο το μοντέλο μεταφοράς θερμότητας μικρών σταγονιδίων (Small Droplet heat transfer) που ρυθμίζει την θερμοκρασία των σταγονιδίων με την σχέση:

$$T_d = T_s(p) - T_{sc} \frac{r^*}{R_d}$$

Όπου  $T_s$  είναι η θερμοκρασία κορεσμού στην πίεση αναφοράς  $p$ ,  $T_{sc}$  είναι το επίπεδο υπέρψυξης της αέριας φάσης και  $R_d$  είναι η ακτίνα του σταγονιδίου.

Επίσης για τα μικρά σταγονίδια, τροποποιούνται και να μοντέλα μεταφοράς θερμότητας και μάζας μεταξύ φάσεων, για να συμπεριλάβουν και την επίδραση του αριθμού Knudsen ( $Kn$ ) πάνω στον αριθμό Nusselt. Η εξάρτηση από τον αριθμό  $Kn$  απαιτείται καθώς η μεταβολή του μεγέθους των αρχικών πυρηνοποιημένων σταγονιδίων είναι σημαντική και στο εύρος των angstroms. Ο ρυθμός ανάπτυξης των σταγονιδίων είναι:

$$\frac{dR_d}{dt} = \frac{k_c}{R_d \rho_d (1 + cKn)} \left( \frac{T_d - T_c}{h_c - h_d} \right) \quad (3.5)$$

Με  $k_c$  συμβολίζεται η θερμική αγωγιμότητα της συνεχούς φάσης και η διαφορά  $h_c - h_d = h_{fg}$  ουσιαστικά είναι η ενθαλπία εξάτμισης-συμπύκνωσης. Στην συνέχεια ο ρυθμός αυτός χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ρυθμού μεταφοράς μάζας σε συνδυασμό με την πυκνότητα διεπιφάνειας μεταξύ φάσεων.

Η πηγή σταγονιδίων στην όγκο ελέγχου βασίζεται στο κλασικό μοντέλο πυρηνοποίησης που έχει την μορφή:

$$J = A \exp\left(-\frac{\Delta G^*}{k_B T_g}\right)$$

Όπου  $A$  είναι μία σταθερά που καθορίζει το μοντέλο πυρηνοποίησης,  $G^*$  είναι η μεταβολή της ελεύθερης ενέργειας Gidds στις συνθήκες κρίσιμης ακτίνας,  $k_B$  είναι η σταθερά Boltzmann και  $T_g$  είναι η θερμοκρασία του υπέρψυκτου ατμού. Για να υπολογιστεί η μεταβολή της ελεύθερης ενέργειας Gidds, είναι απαραίτητη μία βάση δεδομένων με τις ιδιότητες των ρευστών έτσι ώστε να εκτιμηθούν οι ιδιότητες της υπέρψυκτης κατάστασης. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται μία καταστατική εξίσωση για την αέρια φάση που θα είναι ικανή να επεκταθεί και μέσα στις περιοχές της ζώνης κορεσμού. Οι καταστατικές εξισώσεις IAPWS και Redlich Kwong ικανοποιούν αυτή την ανάγκη και περιγράφονται στην επόμενη παράγραφο.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των φάσεων από την μεταφορά μάζας εξαρτάται από τον υπολογισμό της διαμέτρου των σταγονιδίων, η οποία αν υποτεθεί πληθυσμός σταγονιδίων μονής διασποράς (monodispersed) με κοινή προέλευση, τότε μπορεί να καθοριστεί από τον αριθμό σταγονιδίων ανά μονάδα όγκου μίγματος  $N_d$ :

$$R_d = \left(\frac{3r_d}{4\pi N_d}\right)^{\frac{1}{3}}$$

με πυκνότητα διεπιφάνειας μεταξύ των φάσεων να ορίζεται ως:

$$\beta_d = \frac{3r_d}{R_d}$$

Έτσι ο όρος της μεταφοράς μάζας μεταξύ φάσεων μπορεί να υπολογιστεί από τον γνωστό ρυθμό αύξησης των σταγονιδίων και την πυκνότητα διεπιφάνειας μεταξύ των φάσεων, με την σχέση:

$$S_d = \rho_d \beta_d \frac{dR_d}{dt}$$

και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην σχέση που εκφράζει τον όρο μεταφοράς θερμότητας:

$$S_h = -S_d h_{u,tot} + \beta_d Q_d$$

Όπου  $h_{u,tot}$  είναι η ανάντη (upwinded) [56] ολική ενθαλπία που μετράει για την συνεχή φάση ή την διεσπαρμένη ανάλογα με την διεύθυνση μεταφοράς μάζας. Ο όρος  $Q_d$  είναι η μεταφορά θερμότητας ανά μονάδα επιφάνειας που διέρχεται μέσα από την διεπιφάνεια των δύο φάσεων και βασίζεται στον τύπο μεταφοράς θερμότητας σε σφαίρα:

$$Q_d = \frac{k_c}{R_d(1+cKn)}(T_d - T_c)$$

Έτσι η σχέση (3.5) γίνεται:

$$\frac{dR_d}{dt} = \frac{Q_d}{\rho_d h_{fg}}$$

Καθώς τα σταγονίδια στα συστήματα συμπύκνωσης είναι γενικά αρκετά μικρά (μικρότερα του 1μm) θεωρείται ότι η θερμοκρασία τους είναι ομοιόμορφη (μοντέλο μηδενικής αντίστασης μεταξύ της επιφανειακής και εσωτερικής θερμοκρασίας του σταγονιδίου). Αυτό υπονοεί ότι σχεδόν όλη μεταφορά θερμότητας προέρχεται από την συνεχή φάση κατά την εξάτμιση ή πάει σε αυτή κατά την συμπύκνωση.

Ο αριθμός Nusselt που επισημάνθηκε στις παραπάνω σχέσεις τροποποιήθηκε ώστε να λάβει υπόψη μεγέθη σταγονιδίων που καλύπτουν μεγάλο εύρος αριθμού Knudsen:

$$Nu = \frac{2}{(1+cKn)}$$

Όπου  $c$  είναι εμπειρικός συντελεστής ίσος με 3.18.

### 3.1.7 Καταστατικές εξισώσεις

Στις εξισώσεις μεταφοράς που περιγράφονται παραπάνω πρέπει να προστεθούν και καταστατικές εξισώσεις για την πυκνότητα και την ενθαλπία ώστε να σχηματιστεί ένα πλήρως ορισμένο σύστημα. Ο επιλυτής υπολογίζει πίεση και ενθαλπία. Για να βρεθεί η πυκνότητα και η θερμοκρασία είναι αναγκαία η επιλογή των αντίστοιχων κατάλληλων θερμικών καταστατικών εξισώσεων. Η επιλογές αυτών των δύο σχέσεων δεν είναι απαραίτητα ανεξάρτητες μεταξύ τους και αποτελούν επιλογή μοντελοποίησης. Στην γενική περίπτωση των περισσότερων καταστάσεων η θερμική καταστατική εξίσωση για την πυκνότητα γράφεται σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας και της πίεσης:

$$\rho = \rho(p, T)$$

Και για την ενθαλπία:

$$dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp = c_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp$$

Η ειδική θερμοχωρητικότητα  $c_p$  μπορεί επίσης να γραφτεί σα συνάρτηση της θερμοκρασίας και της πίεσης:

$$c_p = c_p(p, T)$$

Για ροές συμπιεστών ρευστών οι καταστατικές εξισώσεις παρέχουν την σύνδεση μεταξύ της εξίσωσης ενέργειας, από την μία μεριά, με τις εξισώσεις συνέχειας και ορμής, από την άλλη. Αυτή η σύνδεση γίνεται μέσω της δυνατότητας που έχει η πυκνότητα να μεταβάλλεται σαν αποτέλεσμα της μεταβολής της πίεσης και της θερμοκρασίας μέσα στην ροή. Αντιθέτως, για υγρά και αέρια που ρέουν με χαμηλές ταχύτητες και συμπεριφέρονται ως ασυμπίεστα, η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται. Έτσι δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ της εξίσωσης ενέργειας και των εξισώσεων ορμής και συνέχειας. Το ροϊκό πεδίο μπορεί συχνά να λυθεί με την εφαρμογή μόνο των εξισώσεων ορμής και συνέχειας. Ενώ η εξίσωση ενέργειας χρειάζεται να λυθεί παράλληλα με αυτές όταν το πρόβλημα περιλαμβάνει μεταφορά θερμότητας.

### Καταστατική εξίσωση Redlich Kwong

Η καταστατική εξίσωση Redlich Kwong είναι διαθέσιμη σαν επιλογή για προσομοίωση πραγματικών αερίων. Τετραγωνικές καταστατικές εξισώσεις είναι βολικά μέσα για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των πραγματικών αερίων. Είναι πολύ χρήσιμα από μηχανολογικής απόψεως γιατί γενικά είναι αναγκαία μόνο η γνώση των ιδιοτήτων του ρευστού στο κρίσιμο σημείο και σε κάποιες περιπτώσεις ο συντελεστής  $\omega$  (acentric factor). Αυτές οι ιδιότητες είναι γνωστές για πολλές καθαρές ουσίες ή μπορούν να εκτιμηθούν αν δεν είναι διαθέσιμες. Ονομάζονται κυβικές καταστατικές εξισώσεις επειδή εκφρασμένες ως συνάρτηση του όγκου είναι υψωμένες στην τρίτη δύναμη. Αυτό σημαίνει ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη και των δύο όγκων, του υγρού και του ρευστού, σε δεδομένη πίεση και θερμοκρασία. Γενικά η μικρότερη ρίζα είναι ο όγκος του υγρού και η μεγαλύτερη ρίζα είναι ο όγκος του ατμού.

Η καταστατική εξίσωση Redlich Kwong δημοσιεύτηκε αρχικά το 1949 [64] και θεωρήθηκε μία από τις πιο ακριβείς καταστατικές εξισώσεις δύο παραμέτρων. Πιο πρόσφατα ο Aungier [65] τροποποίησε την εξίσωση αυτή για να παρέχει καλύτερη ακρίβεια κοντά στο κρίσιμο σημείο. Η μορφή Aungier αυτής της καταστατικής εξίσωσης είναι η εξορισμού κυβική εξίσωση που χρησιμοποιεί το ANSYS-CFX και δίνεται από την σχέση:

$$p = \frac{RT}{v - b + c} - \frac{a(T)}{v(v + b)}$$

Όπου  $v$  είναι ειδικός όγκος ( $v = 1/\rho$ ).

Στο πρότυπο μοντέλο Redlich Kwong η παράμετρος  $c$  είναι μηδέν και η συνάρτηση  $a$  είναι:

$$a = a_0 \left( \frac{T}{T_c} \right)^{-n}$$



$$\text{με } n = 0.5, \quad a_0 = \frac{0.42747R^2T_c^2}{p_c} \quad \text{και} \quad b = \frac{0.08664RT_c}{p_c}$$

Η μορφή Aungier διαφέρει από την αυθεντική στο ότι η παράμετρος  $c$  δεν είναι μηδέν και προστέθηκε για να βελτιώσει την συμπεριφορά των ισόθερμων κοντά στο κρίσιμο σημείο, όπως επίσης και για την διαφορετική έκφραση του εκθέτη  $n$ . Η παράμετρος  $c$  δίνεται από την σχέση:

$$c = \frac{RT_c}{p_c + \frac{a_0}{v_c(v_c + b)}} + b - v_c$$

και ο σταθερός εκθέτης αντικαταστάθηκε από ένα γενικό που εκφράζεται ως πολυώνυμο δευτέρου βαθμού του συντελεστή  $\omega$  (acentric factor):

$$n = 0.4986 + 1.2735\omega + 0.4754\omega^2$$

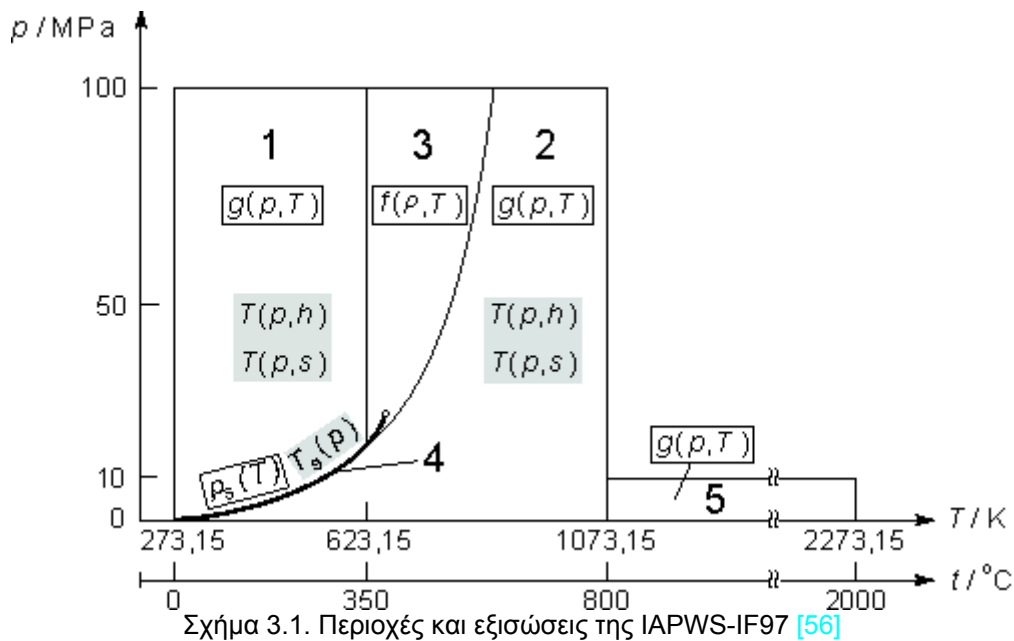
$$\omega = -\log_{10}\left(\frac{p_V}{p_c}\right) - 1$$

Όπου  $p_V$  είναι η πίεση ατμού υπολογισμένη για θερμοκρασία  $T = 0.7T_c$ . Μαζί με την πίεση στο κρίσιμο σημείο, αυτή η φόρμουλα, απαιτεί και την γνώση της πίεσης ατμού σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας.

### **Καταστατική εξίσωση IAPWS (International Association for the Properties of Water and Steam – Industrial Formulation 1997)**

Η βάση δεδομένων IAPWS-IF97 αντιπροσωπεύει μία έγκυρη καταστατική εξίσωση για τις ιδιότητες του νερού και του ατμού. Η βάση δεδομένων αυτή περιγράφεται πλήρως αλλού [66], αλλά μία περίληψη αναφέρεται παρακάτω. Χρησιμοποιεί, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.1, φόρμουλες για πέντε διαφορετικές θερμοδυναμικές περιοχές για τον νερό και τον ατμό:

- Υπρέψυκτο νερό (supercooled water) (1)
- Υπερκρίσιμο νερό/ατμός (supercritical water/steam) (2)
- Υπέρθερμος ατμός (superheated steam) (3)
- Δεδομένα κορεσμού (saturation data) (4)
- Ατμός υψηλής θερμοκρασίας (high temperature steam) (5)



Οι περιοχές 1 και 2 καλύπτονται ξεχωριστά από μία θεμελιώδη εξίσωση για την ειδική ενέργεια Gibbs  $g(p, T)$ , η περιοχή 3 από μία θεμελιώδη εξίσωση για την ειδική ενέργεια Helmholtz  $f(p, T)$  και η καμπύλη κορεσμού, που αντιστοιχεί στην περιοχή 4, από μία εξίσωση πίεσης κορεσμού  $p_s(T)$ . Η περιοχή υψηλής θερμοκρασίας 5 καλύπτεται επίσης από μία εξίσωση  $g(p, T)$ . Αυτές οι πέντε εξισώσεις που φαίνονται στα ορθογώνια του σχήματος αποτελούν τις λεγόμενες βασικές εξισώσεις.

Η περιοχή 5 δεν έχει συμπεριληφθεί επειδή αντιπροσωπεύει θερμοδυναμική περιοχή πολύ υψηλής θερμοκρασίας (1073.15 - 2273.15 K) και λογικά χαμηλής πίεσης (0-10 MPa) που μπορεί να περιγραφεί επαρκώς από άλλες βάσεις δεδομένων ιδιοτήτων που ήδη υπάρχουν στον κώδικα. Περαιτέρω, επειδή δεν ορίζεται η περιοχή για πιέσεις μέχρι τα 100 MPa, όπως είναι η περίπτωση για τις περιοχές 1, 2 και 3 με αποτέλεσμα να δημιουργούνται προβλήματα με την συμπλήρωση του χώρου του πίνακα πίεσης-θερμοκρασίας όταν η θερμοκρασία ξεπερνά τα 1073.15 K και η πίεση ξεπερνά τα 10 MPa. Συνεπώς οι βάσεις δεδομένων που περιλαμβάνει το ANSYS-CFX καλύπτουν εύρος θερμοκρασιών από 173.15 K μέχρι 1073.15 K και εύρος πιέσεων από 611 Pa μέχρι 100 MPa.

Το σημείο αναφοράς για την βιβλιοθήκη IAPWS είναι το τριπλό σημείο του νερού. Η εσωτερική ενέργεια, η εντροπία και η ενθαλπία έχουν την τιμή μηδέν σε αυτό το σημείο.

$$T_{ref} = 273.16K, \quad P_{ref} = 611.657Pa, \quad u_{liquid} = 0 \text{ J/kg}, \quad s_{liquid} = 0 \text{ J/kgK}, \quad h_{liquid} = 0 \text{ J/kg}$$

Στο ANSYS-CFX οι αναλυτικές καταστατικές εξισώσεις χρησιμοποιούνται για να μεταφέρουν τις ιδιότητες σε πινακοποιημένη μορφή, που μπορούν να εφαρμοστούν αποτελεσματικότερα στην υπολογιστική ρευστομηχανική. Αυτοί οι πίνακες IAPWS ορίζονται από όρους πίεσης και θερμοκρασίας και στην συνέχεια αντιστρέφονται για να υπολογίσουν συνδυασμούς άλλων ιδιοτήτων (όπως πίεσης/ενθαλπίας ή εντροπίας/ενθαλπίας). Επομένως όταν

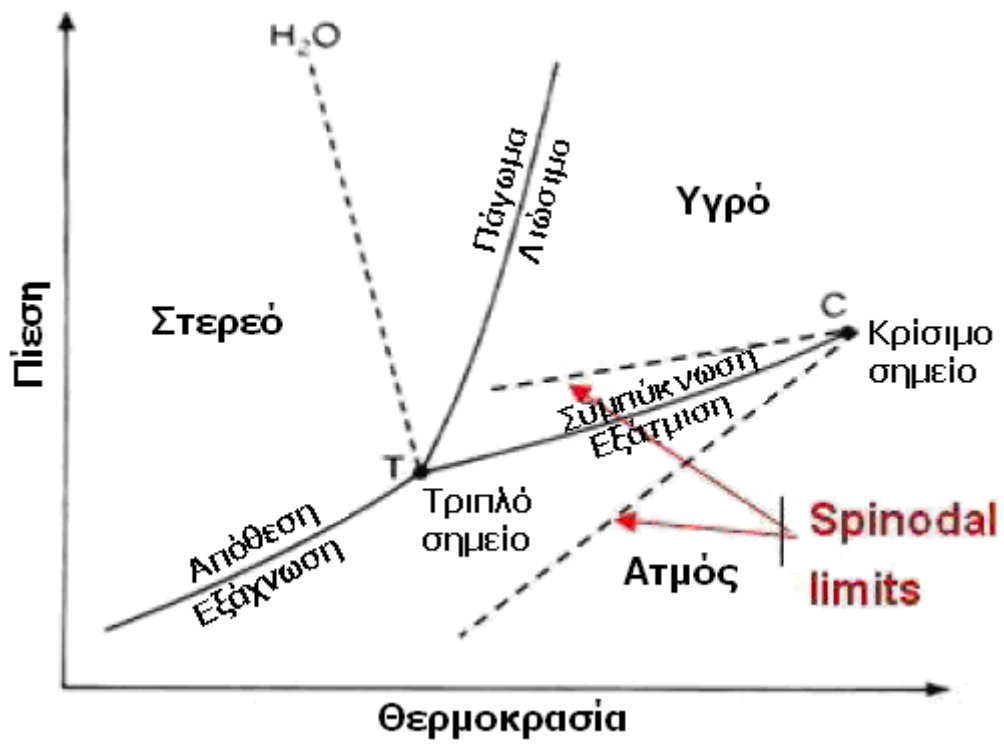
αναπτύσσονται αυτές οι βάσεις δεδομένων για το ANSYS-CFX, οι ιδιότητες υπολογίζονται σαν συνάρτηση της πίεσης και της θερμοκρασίας. Για το μεγαλύτερο μέρος, αυτό σημαίνει ότι εφαρμόζονται άμεσα οι εξισώσεις που περιγράφονται στη θεωρία της IAPWS [125]. Η περιοχή 4 περιλαμβάνει δεδομένα κορεσμού που χρησιμοποιούν σαν δεδομένα μόνο την πίεση ή την θερμοκρασία.

### **Μετασταθείς καταστάσεις υπέρθερμου υγρού/υπερψυκτού ατμού**

Η βιβλιοθήκη IAPWS επεκτείνεται επίσης και σε μετασταθείς καταστάσεις ισορροπίας, ώστε αυτή η καταστατική εξίσωση να είναι διαθέσιμη και για μοντέλα αλλαγής φάσης που δεν είναι σε θερμοδυναμική ισορροπία, όπως το μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων. Οι καταστατικές εξισώσεις των περιοχών 1 και 3 έχουν λογική ακρίβεια για τις μετασταθείς περιοχές κοντά στη γραμμή κορεσμού, ωστόσο όμως το πόσο λογική είναι η ακρίβεια είναι σχετικό και επομένως ο βαθμός που μπορούν να επεκταθούν οι εξισώσεις αυτές στις συγκεκριμένες περιοχές είναι άγνωστος.

Στην περιοχή 2 ένα πρόσθετο σετ εξισώσεων έχει αναπτυχθεί για συνθήκες υπέρψυκτου ατμού κάτω των 10 MPa. Οι εξισώσεις αυτές έχουν ρυθμιστεί να ταιριάζουν με τα δεδομένα κορεσμού. Πάνω των 10 MPa, η καταστατική εξίσωση για την υπέρθερμη περιοχή μπορεί με ασφάλεια να επεκταθεί στις υπέρψυκτες συνθήκες, αλλά δεν ταιριάζει ομαλά με την εξειδικευμένη εξίσωση για την υπέρψυξη κάτω των 10 MPa.

Με στόχο την σταθερότητα και την αξιοπιστία της βάσης δεδομένων της IAPWS, έγιναν αριθμητικοί πειραματισμοί για τον καθορισμό και την προσέγγιση των οριακών γραμμών (spinodal lines) της μετασταθούς περιοχής ατμού/υγρού. Στο σχήμα 3.2 φαίνονται αυτές οι γραμμές που ουσιαστικά είναι τα όρια μέχρι τα οποία μπορούν να υπάρχουν οι μεταβατικές συνθήκες. Οι γραμμές αυτές θα μπορούσαν να οριστούν παρόμοια όπως και οι καμπύλες κορεσμού σαν συνάρτηση είτε της θερμοκρασίας, είτε της πίεσης. Οι βάσεις δεδομένων IAPWS παράγονται πάντα μέχρι αυτά τα όρια ανεξάρτητα από το τι μοντέλα ροής καθορίζονται (σε θερμοδυναμική ισορροπία ή όχι) και συνεπώς επιτρέπουν την εφαρμογή μοντέλων αλλαγής φάσης που δεν είναι σε θερμοδυναμική ισορροπία.



Σχήμα 3.2. Όρια μετασταθούς περιοχής ενσωματωμένα στους πίνακες [56]

### 3.2. Μοντέλο μεταφοράς σωματιδίων Lagrange

Η μοντελοποίηση μεταφοράς σωματιδίων είναι ένα τύπος πολυφασικού μοντέλου, όπου τα σωματίδια ακολουθούνται μέσα στην ροή σύμφωνα με την μέθοδο Lagrange και όχι σαν πρόσθετη Eulerian φάση. Όλη η φάση των σωματιδίων μοντελοποιείται από ένα δείγμα μόνο κάποιων μεμονωμένων σωματιδίων. Αυτά μπορεί να είναι στερεά, σταγόνες ή και φυσαλίδες διασκορπισμένα μέσα στο συνεχές ρευστό. Η παρακολούθηση γίνεται με τη δημιουργία ενός συνηθισμένου σετ διαφορικών εξισώσεων στο χρόνο για κάθε σωματίδιο, που αποτελείται από εξισώσεις θέσης, ταχύτητας, θερμοκρασίας και μάζας. Στην συνέχεια αυτές οι εξισώσεις ολοκληρώνονται με χρήση απλών μεθόδων, για να τον υπολογισμό της συμπεριφοράς των σωματιδίων καθώς αυτά ταξιδεύουν μέσα στην ροή.

Η εφαρμογή της μεθόδου Lagrange περιλαμβάνει την ολοκλήρωση των διαδρομών που ακολουθούν τα σωματίδια μέσα από τον διακριτοποιημένο χώρο. Κάθε σωματίδιο ξεχωριστά ακολουθείται από το σημείο έγχυσης του μέχρι να διαφύγει από τον χώρο ελέγχου ή να ικανοποιηθεί κάποιο οριακό κριτήριο ολοκλήρωσης. Τα σωματίδια ψεκάζονται με την σειρά ώστε να προκύψει μία μέση τροχιά από όλα τα σταγονίδια και να παραχθούν οι όροι πηγής για τις εξισώσεις μάζας, ορμής και ενέργειας του ρευστού. Επειδή κάθε σωματίδιο ακολουθείται από το σημείο ψεκασμού του μέχρι τον τελικό προορισμό του, η διαδικασία παρακολούθησης είναι εφαρμόσιμη για αναλύσεις καταστάσεων μόνιμης ροής.

#### 3.2.1 Υπολογισμός μετατόπισης σωματιδίου

Η μετατόπιση των σωματιδίων υπολογίζεται με την μέθοδο του Euler, ολοκλήρωσης προς τα εμπρός της ταχύτητας ως προς το χρόνο,  $\delta t$ . Η ταχύτητα του σωματιδίου είναι  $(dx/dt) = v_p$  και η μετατόπιση του δίνεται από την σχέση:

$$x_i^n = x_i^0 + v_{pi}^0 \delta t$$

Όπου οι εκθέτες  $0$  και  $n$  αναφέρονται στις παλιές και νέες τιμές της μετατόπισης και το  $v_{pi}^0$  είναι η αρχική ταχύτητα του σωματιδίου. Στην πρώσο ολοκλήρωση η ταχύτητα του σωματιδίου που υπολογίστηκε στην αρχή του χρονικού βήματος θεωρείται ότι υπερσχύει σε όλο το βήμα. Στο τέλος του χρονικού βήματος η νέα ταχύτητα του σωματιδίου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την αναλυτική λύση της εξίσωσης ορμής του σωματιδίου:

$$m_p \frac{dv_p}{dt} = F_{all}$$

Με  $F_{all}$  να συμβολίζεται το άθροισμα όλων των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στο σωματίδιο. Η αναλυτική λύση της παραπάνω εξίσωσης ορμής μπορεί να γραφτεί ως:

$$v_p = v_f + (v_p^0 - v_f) \exp\left(-\frac{\delta t}{\tau}\right) + \tau F_{all} \left(1 - \exp\left(-\frac{\delta t}{\tau}\right)\right)$$

Οι ιδιότητες του ρευστού λαμβάνονται από την αρχή του χρονικού βήματος. Στον υπολογισμό όλων των δυνάμεων, πολλές μεταβλητές του ρευστού, όπως η πυκνότητα και το ιξώδες, είναι απαραίτητες στο θέση του σωματιδίου. Αυτές οι μεταβλητές πάντα προκύπτουν με ακρίβεια υπολογίζοντας την θέση του σωματιδίου μέσα στο στοιχείο όπου κινείται, χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις μορφή του αλγορίθμου διακριτοποίησης και κάνοντας παρεμβολή μεταξύ των κορυφών του στοιχείου.

### 3.2.2 Αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων και ρευστού

Όπως το ρευστό επηρεάζει την συμπεριφορά του σωματιδίου μέσω διαφόρων δράσεων, υπάρχει και η επίδραση του σωματιδίου προς το ρευστό μέσω αντίδρασης. Αυτή η ενέργεια ονομάζεται σύζευξη (coupling) μεταξύ των φάσεων. Τα σωματίδια μπορούν να είναι πλήρως συζευγμένα (fully coupled) με το συνεχές ρευστό ή να είναι μονομερώς συζευγμένα (one-way coupled). Αν επιτρέπεται στο ρευστό να επηρεάζει τις τροχιές, αλλά τα σωματίδια δεν επηρεάζουν το ρευστό, τότε οι διαδρομές των σωματιδίων απλώς προβλέπονται μέσω μίας διεργασίας (post-process) μετά την επίλυση του ροϊκού πεδίου και η αλληλεπίδραση ονομάζεται μονομερής σύζευξη. Αν και τα σωματίδια επηρεάζουν επίσης την συμπεριφορά του ρευστού, τότε η αλληλεπίδραση ονομάζεται πλήρης σύζευξη.

Η πρόβλεψη της ροής των δύο φάσεων στα συστήματα μονομερούς σύζευξης είναι σχετικά ευθύς. Τα ροϊκό πεδίο του ρευστού μπορεί να υπολογιστεί ανεξάρτητα από την τροχιά των σωματιδίων και αυτό μπορεί γενικά να είναι αποδεκτό για ροές με μικρό φορτίο διεσπαρμένης φάσης όπου τα σωματίδια είναι λίγα ή μικρά και έχουν αμελητέα επίδραση στην ροή.

Η πλήρη σύζευξη απαιτεί οι όροι πηγών των σωματιδίων να περιλαμβάνονται στην εξίσωση της ορμής. Οι πηγές ορμής μπορεί να είναι λόγω δυνάμεων διασποράς τύρβης ή οπισθέλκουσας. Οι όροι πηγής των σωματιδίων δημιουργούνται για κάθε σωματίδιο καθώς αυτά ακολουθούνται μέσα στην ροή και εφαρμόζονται στον όγκο ελέγχου όπου βρίσκεται το κάθε σωματίδιο κατά την διάρκεια κάθε χρονικού βήματος.

### 3.2.3 Μεταφορά ορμής

Έστω ένα σωματίδιο που μετακινείται σε συνεχές ρευστό μέσο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο και επηρεάζουν την επιτάχυνσή του είναι λόγω της διαφοράς στην ταχύτητα μεταξύ των σωματιδίου και του ρευστού καθώς

και λόγω της μετατόπισης του ρευστού από το σωματίδιο. Η εξίσωση κίνησης ενός τέτοιου σωματιδίου προέκυψε από τους Basset, Boussinesq και Ossen για περιστρεφόμενο πλαίσιο αναφοράς:

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_{VM} + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_{BA}$$

Η οποία έχει τις ακόλουθες δυνάμεις στο δεξί μέρος:

- $\mathbf{F}_D$ : Δύναμη οπισθέλκουσας.
- $\mathbf{F}_B$ : Δύναμη άνωσης.
- $\mathbf{F}_R$ : Δυνάμεις λόγω περιστροφής του πεδίου (κεντρομόλος και Coriolis).
- $\mathbf{F}_{VM}$ : Δύναμη τεχνητής (ή πρόσθετης) μάζας. Αυτή είναι η δύναμη που επιταχύνει την υποτιθέμενη μάζα του ρευστού στον όγκο που καταλαμβάνει το σωματίδιο. Αυτός ο όρος είναι σημαντικός όταν η μετατοπισμένη μάζα του ρευστού ξεπερνά την μάζα του σωματιδίου, όπως στην περίπτωση κίνησης φυσαλίδων.
- $\mathbf{F}_P$ : Δύναμη κλίσης πίεσης. Είναι η δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο λόγω της κλίσης πίεσης που προκάλεσε η επιτάχυνση του ρευστού που το περιβάλλει. Είναι σημαντική μόνο όταν η πυκνότητα του ρευστού είναι συγκρίσιμη ή μεγαλύτερη της πυκνότητας του σωματιδίου.
- $\mathbf{F}_{BA}$ : Δύναμη Basset. Ο όρος αυτός λαμβάνει υπόψη την απόκλιση της ροής από την κατάσταση μόνιμης ροής και δεν περιλαμβάνεται στο ANSYS-CFX.

Περισσότερες πληροφορίες για το μοντέλο αυτό της μεταφοράς ορμής στα σωματίδια και για τις παραπάνω δυνάμεις εμφανίζονται στο εγχειρίδιο του ANSYS-CFX [56].

### 3.2.4 Βασικό μοντέλο διάβρωσης Finnie

Η μέθοδος τύπου Lagrange μπορεί να περιγράψει την πορεία που θα ακολουθήσουν σταγονίδια διαφορετικής διαμέτρου όταν ελευθερωθούν σε διαφορετικά σημεία του μέσου ροϊκού πεδίου. Μία από τις κύριες ικανότητες αυτής της υπολογιστικής διαδικασίας είναι η δυνατότητα παροχής στατιστικής περιγραφής των περιοχών των πτερυγίων ή των πλαϊνών τοιχωμάτων του στροβίλου (βάσης ή κελύφους) που πλήττονται περισσότερο από τα σωματίδια που βρίσκονται στην ροή. Επίσης η μελέτη με την χρήση διαφόρων μοντέλων μπορεί να παρέχει πληροφορίες για το μέγεθος των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την πρόσκρουση των σταγονιδίων στις στερεές επιφάνειες και επομένως για το εύρος της διάβρωσης που υπόκεινται. Ένα από αυτά τα μοντέλα είναι και το μοντέλο Finnie.

Η φθορά των τοιχωμάτων λόγω του φαινομένου της διάβρωσης από τις κρούσεις των σταγονιδίων είναι μία πολύπλοκη συνάρτηση των κρούσεων των σταγονιδίων. Σχεδόν για όλα τα μέταλλα, η διάβρωση έχει βρεθεί να

μεταβάλλεται με την γωνία πρόσκρουσης και την ταχύτητα σύμφωνα με την σχέση [67]:

$$E = kV_p^n f(\gamma)$$

Όπου  $E$  είναι η αδιαστατοποιημένη μάζα,  $V_p$  είναι η ταχύτητα πρόσκρουσης του σταγονιδίου και  $f(\gamma)$  είναι η αδιαστατοποιημένη συνάρτηση της γωνίας πρόσκρουσης. Η γωνία πρόσκρουσης είναι η γωνία σε ακτίνια μεταξύ της διεύθυνσης του σταγονιδίου και του τοιχώματος. Η τιμή του εκθέτη  $n$  κυμαίνεται γενικά στο εύρος από 2.3 έως 2.5 για τα μέταλλα.

Το μοντέλο διάβρωσης Finnie [68] συσχετίζει το ρυθμό φθοράς με το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά την πρόσκρουση των σωματιδίων πάνω στις επιφάνειες, χρησιμοποιώντας  $n = 2$ :

$$E = kV_p^2 f(\gamma)$$

$$\begin{aligned} \text{Όπου : } \quad f(\gamma) &= \frac{1}{3} \cos^2 \gamma & \text{όταν } \tan \gamma > \frac{1}{3} \\ f(\gamma) &= \sin(2\gamma) - 3\sin^2 \gamma & \text{όταν } \tan \gamma \leq \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Για την εφαρμογή του μοντέλου στο ANSYS-CFX, η ανάγκη για την ρύθμιση των διαστάσεων του  $k$  έτσι ώστε να επιτευχθεί αδιάστατος συντελεστής διάβρωσης, ξεπεράστηκε ορίζοντας την σχέση:

$$E = \left( \frac{V_p}{V_0} \right)^n f(\gamma)$$

Η  $V_0 = \left( \frac{1}{\sqrt[n]{k}} \right)$  είναι εξ' ορισμού ίση με 1[m/s].



## 4. ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΕΓΚΥΡΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

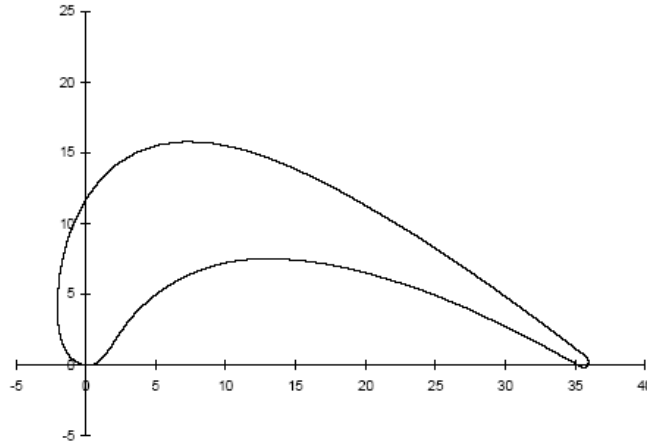
Ένα σημαντικό, ή ακόμα περισσότερο, απαραίτητο βήμα για την ανάπτυξη και εξέλιξη των εκάστοτε αριθμητικών εργαλείων προσομοίωσης, παραμένει η διεργασία επαλήθευσης της εγκυρότητας τους και η πιστοποίηση της αξιοπιστίας τους. Το πακέτο υπολογιστικής ρευστομηχανικής ANSYS-CFX είναι ένας εμπορικός κώδικας που περιλαμβάνει ένα πλήθος μοντέλων για την περιγραφή διαφόρων ροϊκών φαινομένων και καταστάσεων. Στα πλαίσια επιλογής του κατάλληλου συνδυασμού μοντέλων, με την καλύτερη απόκριση στη συμπεριφορά των συγκεκριμένων περιπτώσεων ροής που εξετάζονται στην παρούσα διδακτορική διατριβή, απαραίτητη ήταν η ανάπτυξη αξιόπιστης και ακριβούς συγκριτικής μελέτης.

Αρχικός στόχος ήταν η εύρεση μίας πραγματικής γεωμετρίας πτερυγίων στροβίλου και η πραγματοποίηση μίας σειράς υπολογιστικών προσομοιώσεων, τα αποτελέσματα των οποίων στην συνέχεια θα συγκρίνονταν με ήδη υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα για την πιστοποίηση της εγκυρότητας των μοντέλων. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η γεωμετρία του πτερυγίου VKI – RS1S. Πρόκειται για ένα περιστρεφόμενο πτερύγιο αεροστρόβιλου υψηλής πίεσης που η αεροδυναμική και θερμοδυναμική του απόδοση μετρήθηκε και μελετήθηκε πρώτα από τον Arts [69] στο Von Karman Institute και τα αποτελέσματα των οποίων συγκρίθηκαν με αυτά που προέκυψαν από την μελέτη που πραγματοποιήθηκε με το υπολογιστικό πρόγραμμα CFX.

### 4.1. Περιγραφή γεωμετρίας πτερυγίου VKI-RS1S

#### 4.1.1 Κατασκευαστικά σχέδια πτερυγίου

Η αεροτομή που ερευνήθηκε σχεδιάστηκε από το SNECMA (προφίλ RS1S). Είναι ένα πτερύγιο ρότορα δύο διαστάσεων που η καμπυλότητα του είναι κοντά στις 119 μοίρες και χαρακτηρίζεται από σχεδιαστικές τιμές εξόδου, για τον ισεντροπικού αριθμό Mach και αριθμό Reynolds, ίσες με 1.11 και  $1.0075 \times 10^6$  αντίστοιχα. Η γεωμετρία της αεροτομής φαίνεται στο σχήμα 4.1 και συγκεντρωμένα οι κατασκευαστικές συντεταγμένες της παρατίθενται στο παράρτημα Γ.



Σχήμα 4.1. Γεωμετρία 2D του RS1S πτερυγίου ρότορα [69]

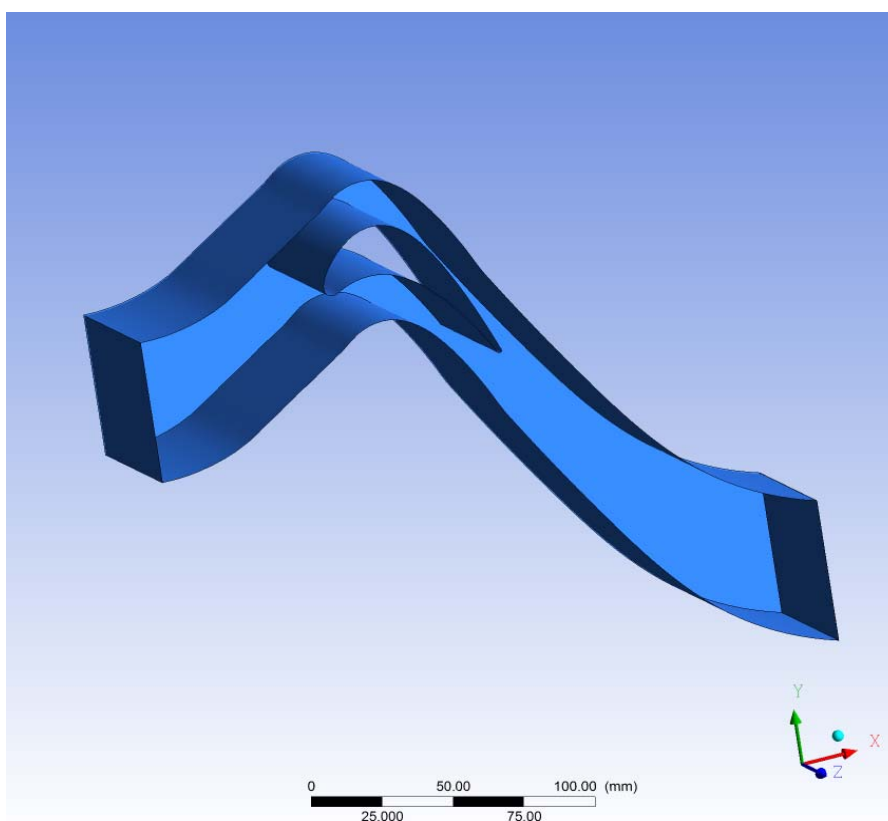
Τα κύρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά είναι το μήκος της χορδής  $c=35.906\text{mm}$ , ο λόγος του ύψους προς την χορδή  $h/c=1.393$ , η γωνία εισόδου που είναι  $\alpha_1=53,36$  μοίρες από την αξονική διεύθυνση και τέλος η γωνία εξόδου που είναι  $\alpha_2=-65$  μοίρες πάλι από την αξονική διεύθυνση. Σημαντικό είναι να σημειωθεί ότι και οι πειραματικές μετρήσεις που έγιναν από τον Arts [69] και οι προσομοιώσεις ροής γύρω από την αεροτομή, έγιναν για μεγεθυμένο μοντέλο που κατασκευάστηκε υπό κλίμακα 2:1.

#### 4.1.2 Δημιουργία γεωμετρίας και πλέγματος

Η πειραματική διάταξη όπου τοποθετήθηκε η αεροτομή στο παρελθόν, ήταν μία διάταξη δισδιάστατης γραμμικής σειράς πτερυγίων για την οποία χρησιμοποιήθηκαν 6 πτερύγια μέσα σε εργαστηριακή αεροσήραγγα. Τα πτερύγια τοποθετήθηκαν παράλληλα και σε απόσταση μεταξύ τους ίση με  $g=27.3136942$  mm με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματίζονται 5 περάσματα ανάμεσά τους. Όλες οι μετρήσεις έγιναν γύρω από την  $3^{\eta}$  (μετρώντας από την κορυφή) αεροτομή.

Η ίδια διάταξη, με κάποιες απλοποιήσεις, αναπαράχθηκε και για την περίπτωση της αριθμητικής προσομοίωσης. Στην πραγματική πειραματική διάταξη ο όγκος ελέγχου μέσα από τον οποίο διερχόταν το ρευστό, περιοριζόταν από τα γειτονικά πτερύγια. Στο αριθμητικό μοντέλο, για να μειωθεί ο όγκος του προβλήματος σε λογικά πλαίσια και να γίνει πιο εύκολη και γρήγορη η επίλυσή του, δεν μοντελοποιήθηκε ολόκληρη η διάταξη με τα 6 πτερύγια. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες x-y του πτερυγίου εισήχθησαν ως σημεία στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Design Modeler της ANSYS και στην συνέχεια ενώθηκαν με μία γραμμή πολυωνυμικής προσέγγισης spline ώστε να δημιουργηθεί το προφίλ μίας μόνο αεροτομής σε δύο διαστάσεις. Πριν όμως επεκταθεί το σχέδιο αυτό στις τρεις διαστάσεις, χρησιμοποιώντας σαν παράμετρο το ύψος του πτερυγίου, απαραίτητο ήταν να οριοθετηθεί η περιοχή ενδιαφέροντος που είναι αυτή γύρω από το προφίλ της αεροτομής. Έτσι κατασκευάστηκε μία γραμμή με τέτοιο τρόπο ώστε να ισαπέχει από δύο γειτονικά πτερύγια και τοποθετήθηκε πάνω και κάτω από το προηγούμενο προφίλ. Αυτές οι δύο γραμμές ήταν σε απόσταση  $g$  μεταξύ τους, όσο δηλαδή το πάχος του περάσματος της ροής, και αποτέλεσαν την βάση για την

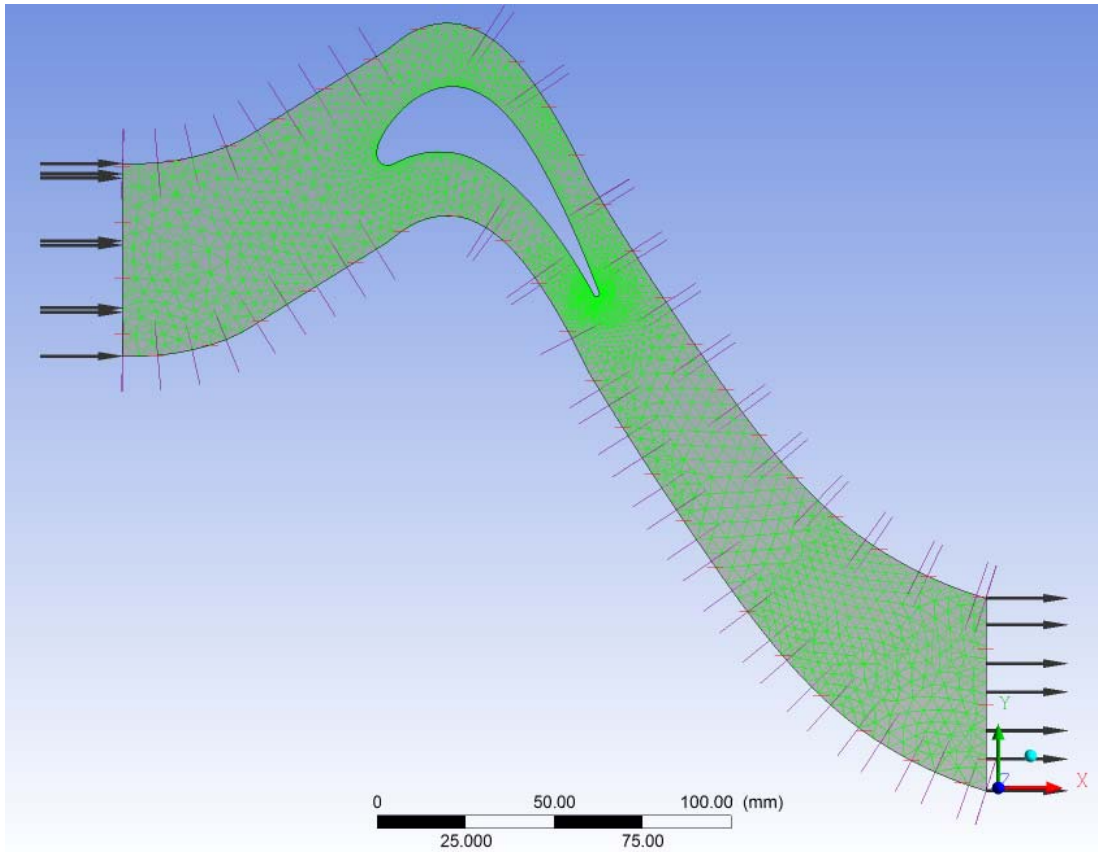
δημιουργία των επιπέδων περιοδικότητας. Επίσης δεν μοντελοποιήθηκε ολόκληρο το πτερύγιο (Εικόνα 4.1), αλλά έγινε μία τομή στην μέση του ύψους του και το επίπεδο που δημιουργήθηκε εκεί ορίστηκε ως επίπεδο συμμετρίας.



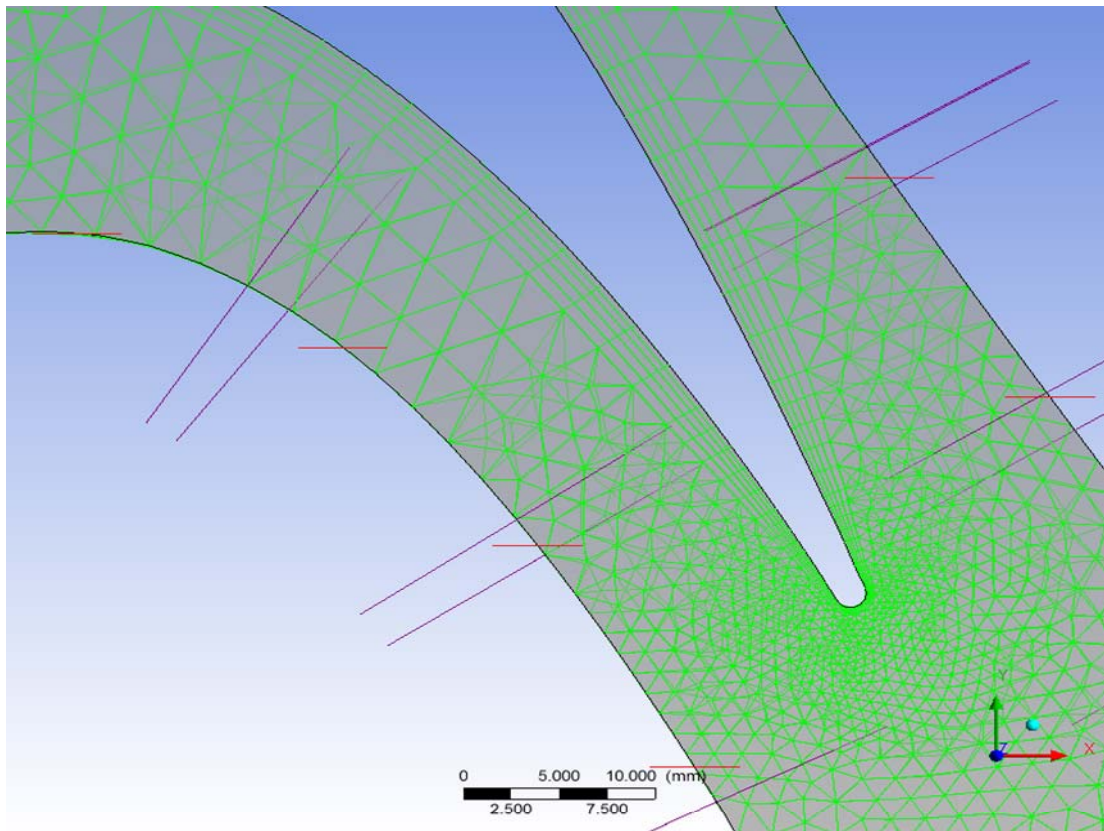
Εικόνα 4.1. Γεωμετρία του πτερυγίου VKI-RS1S και η περιοχή ελέγχου γύρω από αυτό

Ο χώρος μπροστά από την ακμή προσβολής εκτείνεται κατά ένα μήκος χορδής του πτερυγίου, ενώ πίσω από την ακμή διαφυγής επεκτείνεται κατά 2 μήκη χορδών, έτσι ώστε να υπάρξει αρκετός χώρος για την πλήρη ανάπτυξη της ροής πριν και μετά το πτερύγιο.

Αυτή ήταν τελικά και η γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε ως όγκος ελέγχου και διακριτοποιήθηκε με την κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος (Εικόνα 4.2) βάση του οποίου έγινε και η διακριτοποίηση και επίλυση των μαθηματικών εξισώσεων της ροής. Λόγω όμως της τότε περιορισμένης διαθέσιμης υπολογιστικής δύναμης, εξαιτίας τεχνικών προβλημάτων, το πλέγμα είναι σχετικά μικρό χωρίς όμως να είναι μη ικανοποιητικό. Αποτελείται από στοιχεία (elements) τετραεδρικής μορφής που στο γενικό τους σύνολο έχουν μέγιστο μήκος ακμής κελιού 4mm. Ξεκινώντας από την επιφάνεια του πτερυγίου το ελάχιστο μήκος ακμής των κελιών είναι 1mm και σταδιακά μεγαλώνει με ένα συντελεστή διαστολής 1.5 όσο τα στοιχεία απομακρύνονται από την επιφάνεια. Επίσης στην γύρω περιοχή και κοντά στην επιφάνεια του πτερυγίου τοποθετήθηκαν 5 στρώσεις (inflation) με συντελεστή διαστολής 1.2 και συνολικού μέγιστου πάχους 13mm, από στοιχεία με την μορφή σφήνας (πεντάεδρα) για καλύτερη απεικόνιση του προφίλ της γεωμετρίας. Ακόμα υπήρξε μια περεταίρω πύκνωση του πλέγματος στην περιοχή της ακμής διαφυγής, όπου τα στοιχεία έχουν μία κλίμακα μεγέθους της τάξης των 0.4mm (Εικόνα 4.3).



Εικόνα 4.2. Πλέγμα τετραεδρικής μορφής στον χώρο υπολογισμού γύρω από το πτερούγιο



Εικόνα 4.3. Στρώσεις στοιχείων πενταεδρικής μορφής κοντά στην επιφάνεια του πτερούγιου και πύκνωση του πλέγματος στην ακμή διαφυγής

Στην συνέχεια ακολουθεί ένας πίνακας με τα στατιστικά στοιχεία του πλέγματος.

Αριθμός σημείων	74107
Αριθμός στοιχείων	324062
Τετράεδρα	285827
Σφήνες (Wedges)	38235
Πυραμίδες	0
Εξάεδρα	0

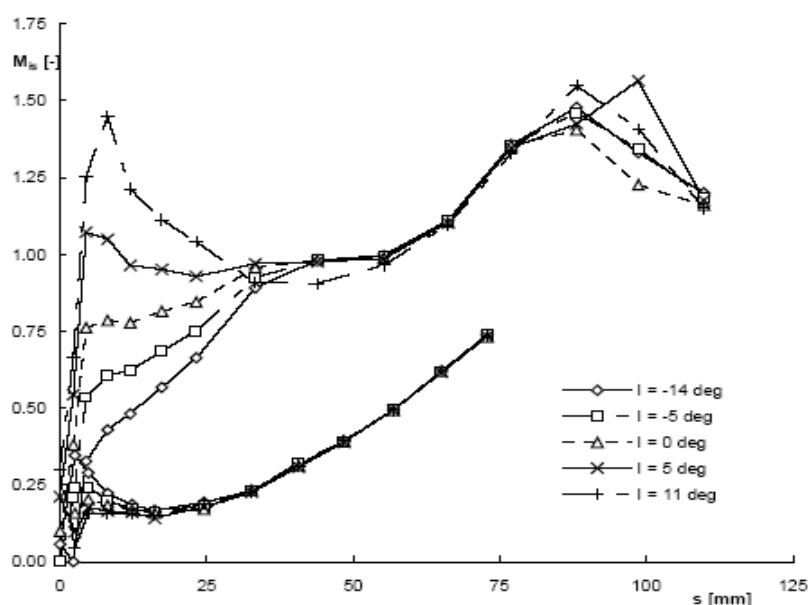
Πίνακας 4.1. Στατιστικά στοιχεία υπολογιστικού πλέγματος

## 4.2. Οριακές συνθήκες – Συγκριτικά αποτελέσματα

### 4.2.1 Πειραματικές μετρήσεις

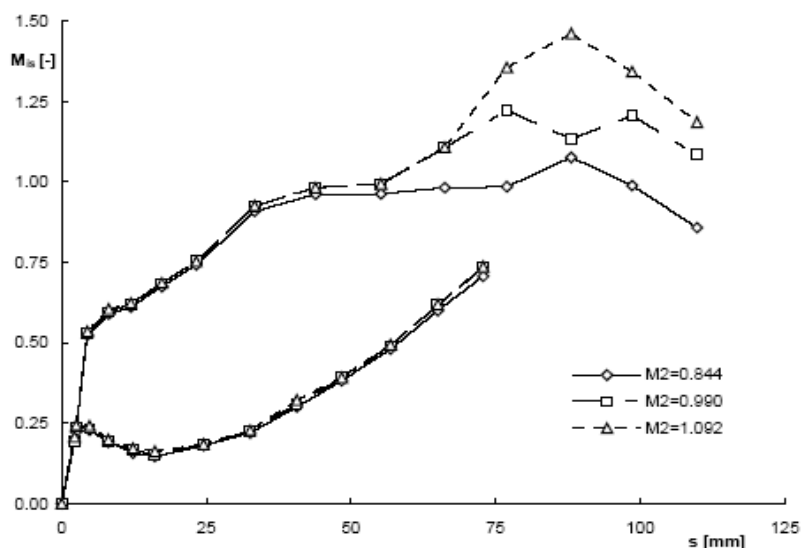
Το πτερύγιο υποβλήθηκε από τον Arts [69] σε μία σειρά συγκεκριμένων πειραματικών μετρήσεων. Η συμπεριφορά της ροής γύρω από την αεροτομή μελετήθηκε για αριθμούς Mach εξόδου από 0,8 έως 1.1 και για διάφορες γωνίες προσβολής. Όλες οι διεργασίες έγιναν σε εργαστηριακές συνθήκες και μέσα σε αεροσήραγγα. Το εργαζόμενο μέσο ήταν αέρας και θεωρήθηκε ιδανικό αέριο, ενώ η ολική θερμοκρασία της ροής στην είσοδο ήταν της τάξεως των 420K και η στατική πίεση εξόδου σχεδόν ίση με την ατμοσφαιρική.

Η πρώτη σειρά υπολογισμών έγινε για την επιβεβαίωση της επίδρασης της γωνίας προσβολής της εισόδου. Αυτή μεταβάλλονταν από  $-14^\circ$  μέχρι  $+11^\circ$  καθώς ο αριθμός Mach στην έξοδο διατηρούνταν σταθερός και κοντά στην τιμή 1,10. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται μέσω της κατανομής του ισεντροπικού αριθμού Mach συναρτήσει του μήκους του τόξου της γεωμετρίας  $s$ [mm] ακολουθώντας την επιφάνεια αναρρόφησης και κατάθλιψης. Ένα δείγμα των αποτελεσμάτων από την προϋπάρχουσα μελέτη που χρησίμευσε ως βάση σύγκρισης, παρουσιάζεται στο σχήμα 4.2. Όπως ήταν αναμενόμενο η αεροτομή είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στην παράμετρο αυτή. Όπως είναι εμφανές, μία πρόωρη δημιουργία οριακού στρώματος στην επιφάνεια αναρρόφησης (πάνω γραμμές) είναι πιο πιθανή για θετικές γωνίες προσβολής. Ενώ η επιτάχυνση είναι πολύ πιο ομαλή για αρνητικές γωνίες, ευνοώντας την ανάπτυξη γραμμικού οριακού στρώματος. Οι κορυφές στα διαγράμματα της ταχύτητας στο μπροστινό κομμάτι της επιφάνειας κατάθλιψης (κάτω γραμμές), μειώνονται καθώς μεταβάλλονται οι γωνίες από αρνητικές σε θετικές και σίγουρα επηρεάζουν τοπικά την ανάπτυξη οριακού στρώματος. Μία λεπτομερή ανάλυση αυτών των αποτελεσμάτων, τελικά οδήγησε στην απόφαση η ονομαστική γωνία προσβολής να οριστεί στις  $-5^\circ$ .



Σχήμα 4.2. Μετρήσεις διασποράς ταχύτητας : επίδραση του  $\alpha$  [69]

Η επίδραση του αριθμού Mach εξόδου φαίνεται στο σχήμα 4.3. Τα αποτελέσματα προέκυψαν για την ονομαστική γωνιά προσβολής των  $-5^\circ$  που επιλέχθηκε από την προηγούμενη διαδικασία μετρήσεων. Η κορυφή στο διάγραμμα της ταχύτητας εμφανίζεται ξεκάθαρα στην επιφάνεια κατάθλιψης (κάτω γραμμές). Μία τοπική κορυφή εμφανίζεται κοντά στην ακμή προσβολής και η ολική μέγιστη τιμή για την επιφάνεια κατάθλιψης εμφανίζεται στην έξοδο της αεροτομής.



Σχήμα 4.3. Μετρήσεις διασποράς ταχύτητας : επίδραση  $M_{2,is}$  [69]

#### 4.2.2 Αριθμητική προσομοίωση με το ANSYS-CFX

Στα πλαίσια της αριθμητικής προσομοίωσης αναπαράχθηκαν οι ίδιες συνθήκες σε εικονικά πειράματα, δημιουργώντας μοντέλα. Οι οριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στο πλέγμα της γεωμετρίας, τόσο στην είσοδο, όσο και στην έξοδο της διάταξης, ήταν τέτοιες ώστε να έχουν την ίδια φυσική σημασία με αυτές των πειραμάτων. Επειδή δεν παρέχεται η δυνατότητα ορισμού του αριθμού Mach ως οριακή συνθήκη, αντί αυτού οριζόταν κάθε φορά η ολική πίεση εισόδου που προέκυπτε από την σχέση [70 (σελ.80)]:

$$\frac{p_{tot}}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Αυτή η σχέση προκύπτει από τον ορισμό των ολικών μεγεθών και την συσχέτισή τους με την ισεντροπική μεταβολή. Από τη εφαρμογή του τύπου αυτού, με γνωστό δεδομένο τον αριθμό Mach εξόδου, υπολογίζεται η ολική πίεση εξόδου. Αυτή θα ήταν ίδια με τη ολική πίεση εισόδου στην περίπτωση ιδανικής ροής χωρίς απώλειες και τριβές. Έτσι για την αντιστάθμιση της μη ιδανικής ροής, θεωρήθηκε ότι η πραγματική ροή είχε απώλειες ολικής πίεσης της τάξης του 5% και συνεπώς η ολική πίεση εισόδου υπολογιζόταν από την ολική πίεση εξόδου με προσαύξηση 5%. Η στατική πίεση εξόδου ορίστηκε ίση με την ατμοσφαιρική και η ολική θερμοκρασία εισόδου ίση με 420 K. Το

εργαζόμενο μέσο ήταν αέρας με ιδιότητες ιδανικού αερίου που υποβλήθηκε σε ισόθερμη μεταβολή. Τέλος χωρίς ολίσθηση και αδιαβατικές οριακές συνθήκες θεωρήθηκαν για τα τοιχώματα του πτερυγίου.

Ακολουθώντας την πρώτη σειρά πειραμάτων για τον προσδιορισμό της γωνίας προσβολής, προσομοιώθηκαν οι περιπτώσεις ροής με γωνίες εισόδου από την αξονική διεύθυνση, που προέκυπταν κάθε φορά από το άθροισμα της γωνίας του πτερυγίου ( $\alpha_l=53,36^\circ$ ) και των τιμών  $-14^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $+5^\circ$ ,  $+11^\circ$ . Η ολική πίεση εισόδου ήταν  $p_{tot}=2.2419 \text{ atm}$  και αναφερόταν στον αριθμό Mach εξόδου  $M=1.1$ . Έτσι η οριακή συνθήκη εξόδου ορίστηκε υπερηχητική χωρίς καμία επιπλέον ρύθμιση. Από την διεργασία αυτή η περίπτωση της γωνίας προσβολής  $-5^\circ$  αποδείχτηκε να είναι αυτή με την καλύτερη συμπεριφορά. Και αυτό είναι κάτι που συμφωνεί με την επιλογή αυτής της γωνίας ως ονομαστική γωνία προσβολής.

Μετά τη διαδικασία αυτή του καθορισμού, διατηρώντας τις  $-5^\circ$  ως διεύθυνση της ροής στην είσοδο, η μελέτη στράφηκε στην επίδραση του αριθμού Mach εξόδου. Οι περιπτώσεις που αναλύθηκαν είναι τρεις, για ολική πίεση εισόδου  $1.59387 \text{ atm}$ ,  $1.87105 \text{ atm}$  και  $2.11411 \text{ atm}$ , που είναι οι πιέσεις που αντιστοιχούν στους αριθμούς Mach εξόδου  $0.844$ ,  $0.99$  και  $1.092$ . Παράλληλα στις οριακές συνθήκες εξόδου στις δύο πρώτες περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν συνθήκες υποηχητικής ροής και ατμοσφαιρικής στατικής πίεσης, ενώ για την τρίτη περίπτωση κατάλληλη ήταν η συνθήκη υπερηχητικής ροής για την οποία δεν ήταν απαραίτητη άλλη ρύθμιση, όπως της πίεσης.

Για όλες τις περιπτώσεις των υπολογισμών χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα διαφορετικά μοντέλα τύρβης :

1. Μοντέλο k-ε
2. Μοντέλο RNG k-ε
3. Μοντέλο k-ω
4. Μοντέλο μεταφοράς διατμητικής τάσης (Shear Stress Transport - SST) βασισμένο στο k-ω

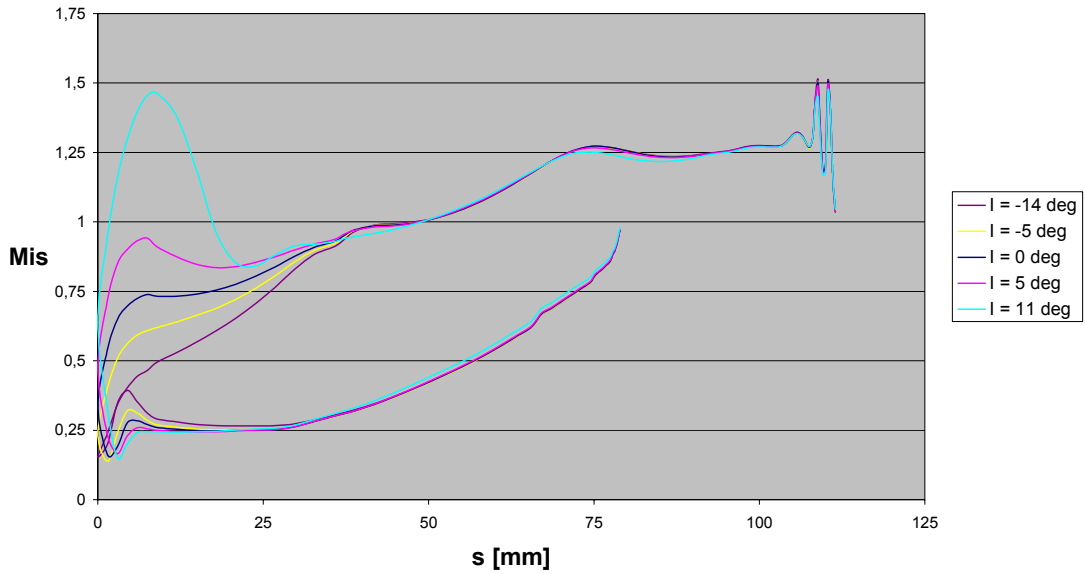
Ο στόχος ήταν να συγκριθούν μεταξύ τους και να διαπιστωθεί ποιο από αυτά είχε την καλύτερη συμπεριφορά και συνεπώς ποιο θα ήταν το καταλληλότερο να εφαρμοστεί και στην μετέπειτα μελέτη της πολυπλοκότερης διασπαστικής ροής στον πολυβάθμιο αεροστροβίλο. Από τα αποτελέσματα προέκυψαν τα διαγράμματα κατανομής του ισεντροπικού αριθμού Mach τα οποία στην συνέχεια συγκρίθηκαν με αυτά της προηγούμενης μελέτης και διαπιστώθηκε ότι όλα τα μοντέλα ήταν παρόμοια και αρκετά ικανοποιητικά. Το καλύτερο μοντέλο κρίθηκε να είναι το τέταρτο (SST).

Οι τιμές των αποτελεσμάτων πλησιάζουν αυτές των προηγούμενων διαγραμμάτων σε όλο το μήκος της αεροτομής, εκτός από το τελευταίο κομμάτι της επιφάνειας αναρρόφησης στην έξοδο, όπου εμφανίζονται κάποιες σχετικά μικρές διαφορές. Ειδικότερα στην συγκεκριμένη περιοχή δεν επιτυγχάνεται από τα υπολογιστικά μοντέλα η ίδια κορύφωση στις τιμές του ισεντροπικού αριθμού Mach, όπως και στα πειράματα. Είναι πιθανό οι



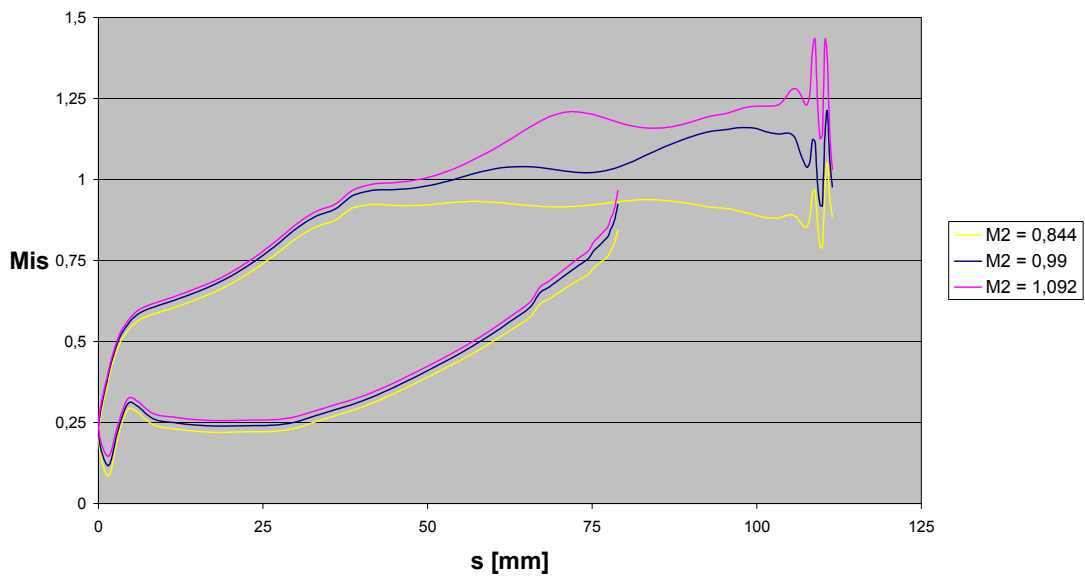
διαφορές αυτές να εξαλειφθούν με ένα πυκνότερο και μεγαλύτερο πλέγμα. Ταυτόχρονα όμως εισάγεται και ένας θόρυβος στην ακμή διαφυγής του περυγίου που δεν πετυχαίνουν να εντοπίσουν τα πειράματα λόγω έλλειψης μετρητικών οργάνων στο συγκεκριμένο σημείο και έτσι δεν μπορεί εκ του ασφαλούς να προκύψει κάποιο συμπέρασμα. Τα διαγράμματα για το τέταρτο μοντέλο τύρβης απεικονίζονται στα δύο παρακάτω σχήματα και ακολουθούν την ίδια λογική όπως αυτά του Arts.

**Mach isentropic - Shear Stress Transport**



Σχήμα 4.4. Κατανομή ταχύτητας για το μοντέλο τύρβης SST: επίδραση του  $\Gamma$

**Mach isentropic - Shear Stress Transport**



Σχήμα 4.5. Κατανομή ταχύτητας για το μοντέλο τύρβης SST: επίδραση  $M_{2,is}$

### **4.3. Συμπεράσματα**

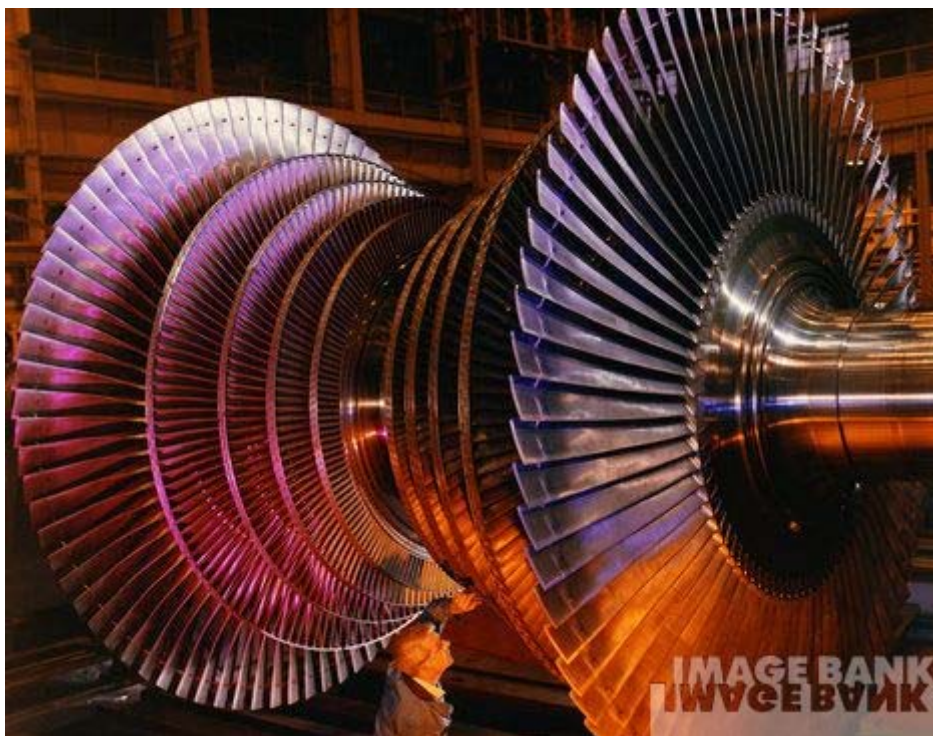
Η μελέτη της απλής αεροτομής VKI-RS1S ξεκίνησε αρχικά με σκοπό την σύγκριση των ικανοτήτων του υπολογιστικού πακέτου ρευστομηχανικής ASYS-CFX, με κάποια πειραματικά δεδομένα. Ο απώτερος στόχος όμως ήταν η ανεύρεση των κατάλληλων μοντέλων προσομοίωσης που ήταν διαθέσιμα στο εμπορικό πακέτο, και η επαλήθευση της αξιοπιστίας τους για την εφαρμογή τους αργότερα στο πραγματικό πρόβλημα που διερευνήθηκε. Τα συμπεράσματα λοιπόν στα οποία κατέληξε η έρευνα είναι πως το καλύτερο μοντέλο τύρβης για την συγκεκριμένη περίπτωση ήταν το σύνθετο μοντέλο SST. Για τη απλή αυτή περίπτωση της ροής το μοντέλο SST εμφάνισε διαφορές από τα υπόλοιπα μοντέλα, αλλά όχι πάρα πολύ μεγάλες. Στην περίπτωση όμως μίας πολυπλοκότερης ροής τα πλεονεκτήματα του θα ήταν εμφανέστερα. Έτσι η τελική επιλογή ήταν ενός αρκετά αξιόπιστου πακέτου μοντέλων τύρβης που ήταν κατάλληλο να εφαρμοστεί στο επόμενο σκέλος της διδακτορικής διατριβής.

## 5. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΛΕΓΜΑΤΑ ΑΤΜΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ ΠΛΗΡΟΥΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

### 5.1. Γενικά τεχνικά χαρακτηριστικά του ατμοστρόβιλου Χ. Π.

Ο στόχος αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι η κατανόηση των διαφόρων ροϊκών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα μέσα σε ένα ατμοστρόβιλο χαμηλής πίεσης. Ένα από αυτά είναι και η εμφάνιση διαφασικής ροής και σταγονιδίων. Ο τρόπος με τον οποίο επιχειρήθηκε να γίνει αυτό ήταν μέσω της αριθμητικής προσομοίωσης ενός πραγματικού εν λειτουργία ατμοστρόβιλου χαμηλής πίεσης που χρησιμοποιείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Έτσι μετά την προκαταρκτική διερεύνηση της απλής περίπτωσης του περυγίου VKI-RS1S που έγινε με σκοπό την εξοικείωση με τον πρόγραμμα ANSYS-CFX και την επιλογή των κατάλληλων μοντέλων προσομοίωσης, η μελέτη στράφηκε στο πραγματικό πρόβλημα.

Πραγματοποιήθηκε έρευνα για την ανεύρεση κατασκευαστικών σχεδίων και πληροφοριών για κάποιο στρόβιλο βιομηχανικής κλίμακας και έτσι τελικά ο στρόβιλος που ήταν διαθέσιμος και επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί και να αναλυθεί ήταν ο στρόβιλος χαμηλής πίεσης της δεύτερης μονάδας του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας. Πρόκειται για μία συμμετρική μηχανή που η κάθε της πλευρά αποτελείται από 6 βαθμίδες. Επειδή δεν υπήρχε η δυνατότητα φωτογράφισης του πραγματικού στρόβιλου, στις εικόνες (5.1) και (5.2) φαίνονται δύο παρόμοιοι ατμοστρόβιλοι ίδιας τεχνολογικής φιλοσοφίας.



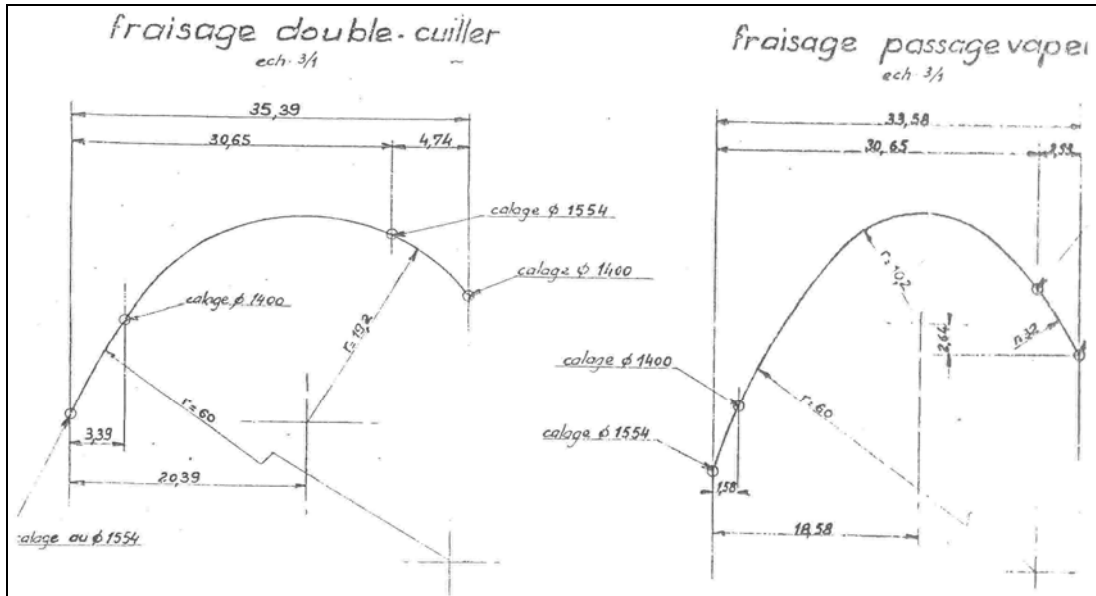
Εικόνα 5.1. Ρότορας συμμετρικού ατμοστρόβιλου χαμηλής πίεσης με 5 βαθμίδες σε κάθε μεριά



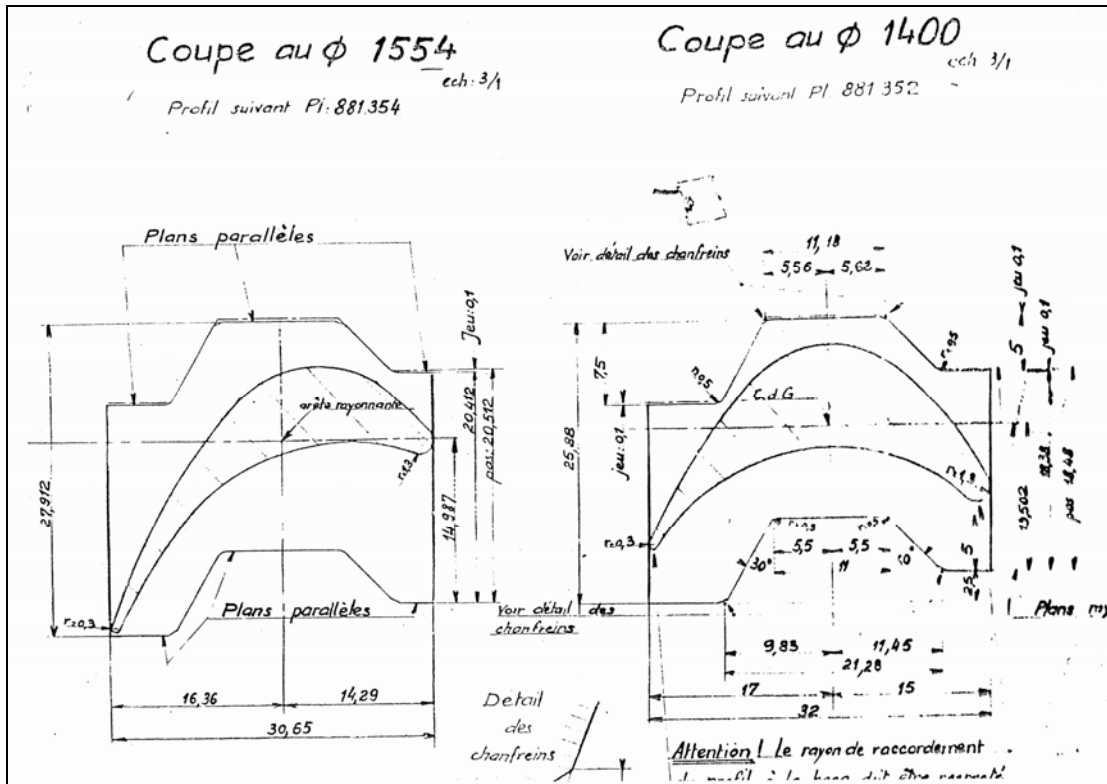
Εικόνα 5.2. Ρότορας συμμετρικού ατμοστροβίλου χαμηλής πίεσης στο Muelheim με 7 βαθμίδες σε κάθε μεριά

Κάθε βαθμίδα ατμοστροβίλου αποτελείται από μια σειρά σταθερών και μία σειρά περιστρεφόμενων πτερυγίων. Στις εικόνες αυτές όμως απεικονίζονται μόνο οι ρότορες. Είναι αξονικές μηχανές όπου ο ατμός εισέρχεται στο κέντρο της μηχανής φαινομενικά σε ακτινική διεύθυνση με τον άξονα περιστροφής. Αλλά χωρίζεται σε δύο ροές και στρέφεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ακολουθεί τις σειρές των πτερυγίων από τις πρώτες που βρίσκονται στο κέντρο, ως τις τελευταίες που βρίσκονται στα άκρα, παράλληλα με την αξονική διεύθυνση.

Για το συγκεκριμένο ατμοστρόβιλο του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας εξασφαλίστηκαν κάποια μηχανολογικά σχέδια που διέθεσε η Δ.Ε.Η. ΑΕ. Αυτά περιελάμβαναν πληροφορίες τόσο για τη γενικότερη διάταξη και γεωμετρία της μηχανής, όσο και πιο συγκριμένα για τα προφίλ των περιστρεφόμενων και σταθερών πτερυγίων. Ενδεικτικά στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζονται τα κατασκευαστικά σχέδια, που χρησιμοποιήθηκαν, για το πτερύγιο της πρώτης περιστρεφόμενης σειράς (R1).



Εικόνα 5.3. Κατασκευαστικά σχέδια του προφίλ των περιστρεφόμενων πτερυγίων της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας (R1). Αριστερά: επιφάνεια κατάθλιψης. Δεξιά: επιφάνεια αναρρόφησης



Εικόνα 5.4. Κατασκευαστικά σχέδια σχετικής θέσης των προφίλ κορυφής (αριστερά) και βάσης (δεξιά) των περιστρεφόμενων πτερυγίων της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας (R1)

Στην εικόνα 5.3 απεικονίζεται το προφίλ του περιστρεφόμενου πτερυγίου της πρώτης βαθμίδας, σαν συνδυασμός καμπύλων γραμμών διαφορετικής ακτίνας καμπυλότητας και κέντρου. Αριστερά είναι η καμπύλη που ορίζει την επιφάνεια κατάθλιψης τόσο στη βάση του πτερυγίου, όσο και στην κορυφή. Οι δύο ξεχωρίζουν μεταξύ τους με την επισήμανση της διαμέτρου όπου έγινε η τομή. Με Φ1554 αναφέρεται στην κορυφή του συγκεκριμένου πτερυγίου και

με Φ1400 αναφέρεται στην βάση του. Με τον ίδιο τρόπο και στο δεξί μέρος της εικόνας είναι η καμπύλη που ορίζει την επιφάνεια αναρρόφησης.

Στην εικόνα 5.4 παρουσιάζεται η σχετική θέση των προφίλ στο χώρο. Στην αριστερή μεριά είναι το προφίλ της κορυφής και το κέντρο βάρους της καθώς και με τις αποστάσεις του από τα άκρα της κατασκευής. Αντίστοιχα στο δεξί μέρος είναι το προφίλ της βάσης. Στις τρεις διαστάσει η σχετική θέση μεταξύ των δύο προφίλ καθορίζεται από τα κέντρα βάρους τους που λαμβάνονται να είναι πάνω σε ίδια ακτινική γραμμή αλλά διαφορετικό μήκος ακτίνας.

Από την ανάλυση λοιπόν όλων των σχεδίων που ήταν διαθέσιμα προέκυψαν πρόσθετες πληροφορίες για τον ατμοστρόβιλο. Τέτοιες πληροφορίες ήταν το πλήθος των πτερυγίων για κάθε βαθμίδα, το ύψος, η απόσταση μεταξύ τους, καθώς και η γεωμετρία και η μεταβολή της ακτίνας του κελύφους και του άξονα περιστροφής. Όλα αυτά είναι συγκεντρωμένα στον ακόλουθο πίνακα. Με S συμβολίζονται τα σταθερά πτερύγια και με R τα περιστρεφόμενα.

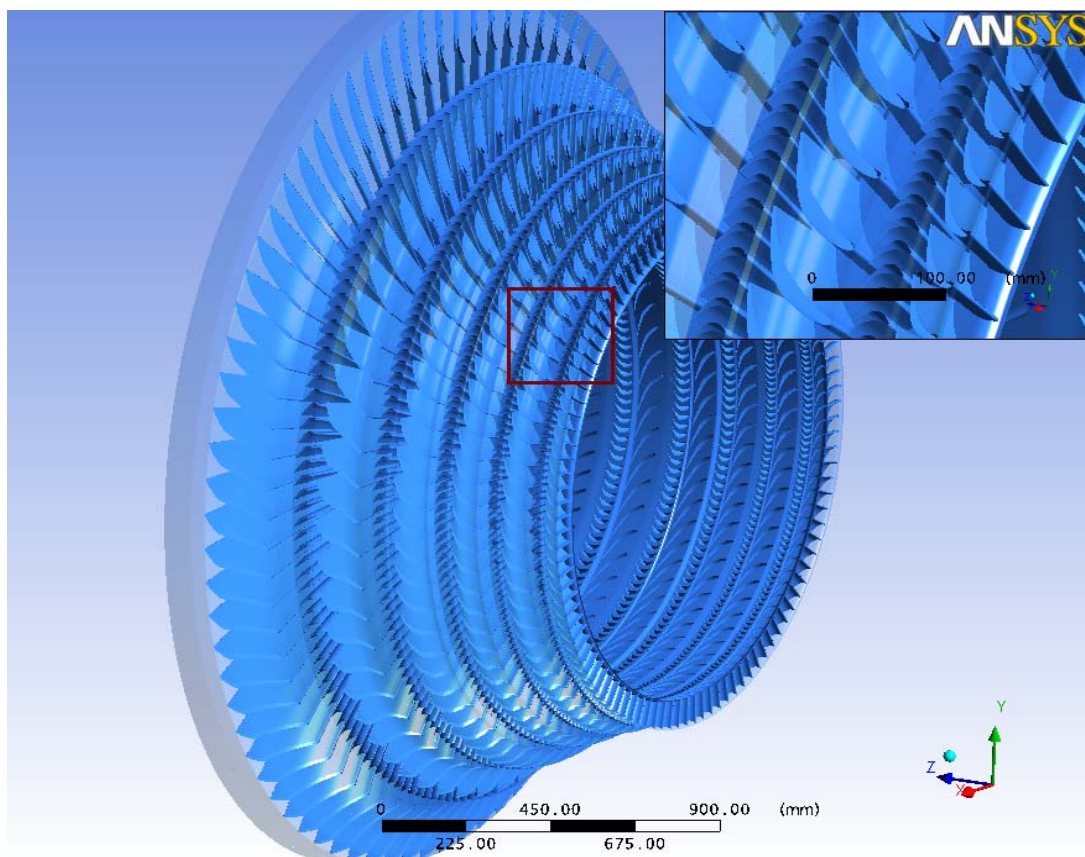
Βαθμίδα	Αριθμός πτερυγίων	Διάμετρος βάσης [mm]	Διάμετρος κορυφής [mm]
S1	108	1404	1548
R1	238	1400	1554
S2	76	1404	1620
R2	238	1400	1628
S3	76	1404	1726
R3	176	1400	1736
S4	70	1408	1896
R4	170	1400	1908
S5	58	1410	2126
R5	162	1400	2140
S6	78	1412	2582
R6	n/a	n/a	n/a

Πίνακας 5.1. Αριθμός και διαστάσεις πτερυγίων κάθε βαθμίδας

Επειδή όμως η Δ.Ε.Η. ΑΕ δεν ήταν σε θέση να διαθέσει ολοκληρωμένες πληροφορίες και σχέδια για το στρόβιλο, υπήρξαν και περιπτώσεις σοβαρών ελλείψεων στα κατασκευαστικά σχέδια και η αναλυτική απεικόνιση κάποιων πτερυγίων δεν ήταν εφικτή. Για αυτό το λόγο η 6<sup>η</sup> βαθμίδα παραλήφθηκε πλήρως από τους υπολογισμούς, αφού για τα περιστρεφόμενα πτερύγια της οι πληροφορίες ήταν ανεπαρκείς. Για τον ίδιο λόγο είναι κενή και η τελευταία γραμμή του πίνακα 5.1. Παράλληλα σε άλλες περιπτώσεις επιστρατεύτηκαν τεχνικές ψηφιοποίησης των σχεδίων που δεν βασίστηκαν στις κλασικές μεθόδους σχεδίασης μέσω διαστάσεων και ακτινών καμπυλότητας. Τέλος ελλιπείς αναφορές υπήρξαν για τις απομαστεύσεις της μονάδας. Στον σύνολό τους είναι επτά και δύο από αυτές «τραβούν» ενεργό ατμό μέσα από τον στρόβιλο χαμηλής πίεσης. Εντοπίζονται στις περιοχές μεταξύ των περιστρεφόμενων και σταθερών πτερυγίων της 3<sup>ης</sup> και 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, χωρίς όμως να είναι λεπτομερής η περιγραφή της γεωμετρίας ή οι διαστάσεις τους.

## 5.2. Δημιουργία γεωμετρίας

Η πολυπλοκότητα και το μέγεθος του αεροστροβίλου είναι αρκετά μεγάλα και η πλήρης μοντελοποίηση και μελέτη του, με τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ ήταν ανέφικτη. Αξιοποιήθηκε λοιπόν το βολικό χαρακτηριστικό της συμμετρίας της μηχανής και για λόγους απλοποίησης του προβλήματος εξετάστηκε η μία μόνο πλευρά της κατασκευής. Στην εικόνα 5.5 φαίνονται μαζί τα σταθερά και τα περιστρεφόμενα πτερύγια του αριστερού μέρους του στροβίλου.



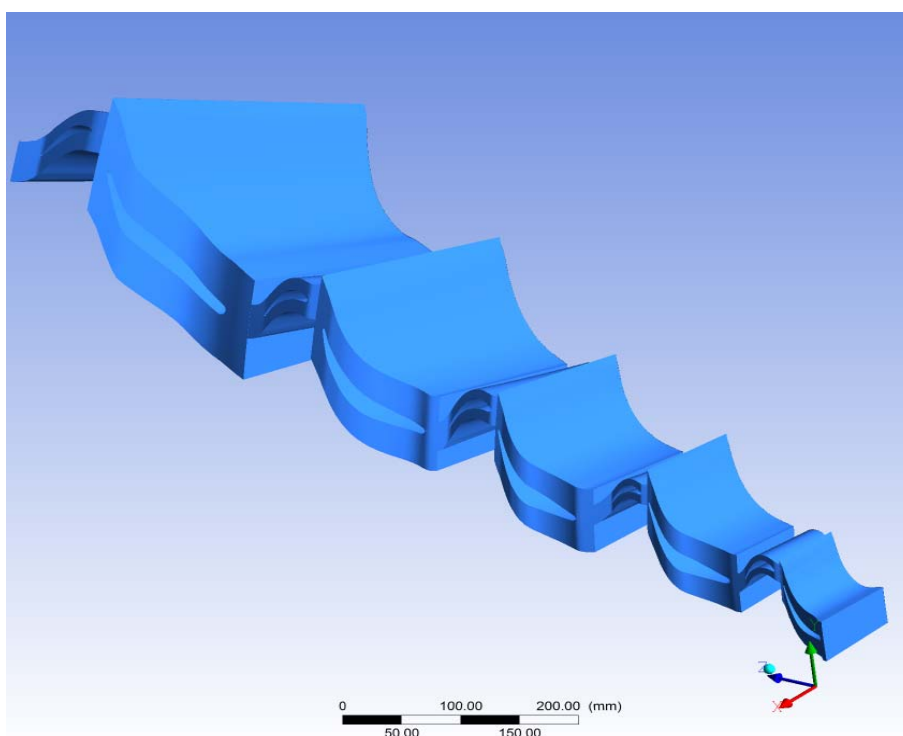
Εικόνα 5.5. Μοντέλο και των 6 βαθμίδων στροβίλου 2<sup>ης</sup> μονάδας Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας.

Και πάλι όμως αυτό δεν περιόρισε αρκετά το μέγεθος του προβλήματος. Έτσι εφαρμόστηκαν επιφάνειες περιοδικότητας στις κατάλληλες περιοχές και μοντελοποιήθηκε ένα μόνο πτερύγιο για κάθε μία από τις 6 βαθμίδες.

Αρχικά, από τα κατασκευαστικά σχέδια που διέθεσε η Δ.Ε.Η. ΑΕ, με μία διαδικασία ψηφιοποίησης, μεταφέρθηκαν σε ηλεκτρονική μορφή υπό μορφή τρισδιάστατων καρτεσιανών συντεταγμένων τα προφίλ τόσο της βάσης όσο και της κορυφής, όλων των πτερυγίων κάθε βαθμίδας. Στις περιπτώσεις που ήταν εφικτό η ψηφιοποίηση έγινε μέσω της διαδικασίας αναλυτικής σχεδίαση των προφίλ βάσης και κορυφής, καθώς και των γραμμών που όριζαν την γεωμετρία του κελύφους και του άξονα περιστροφής, στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Design Modeler της ANSYS. Στην συνέχεια δημιουργήθηκαν τετραεδρικά ψευδοπλέγματα μέσω των οποίων έγινε η εξαγωγή των καρτεσιανών συντεταγμένων των σημείων που βρίσκονταν πάνω στις

γραμμές σχεδίασης. Στην περίπτωση όμως που η αναλυτική σχεδίαση δεν ήταν εφικτή λόγω ελλείψεων στα κατασκευαστικά σχέδια, η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ήταν διαφορετική. Οι επιθυμητές συντεταγμένες αποκτήθηκαν μέσω ψηφιακής σάρωσης και επεξεργασίας των σχεδίων χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα WinDIG.

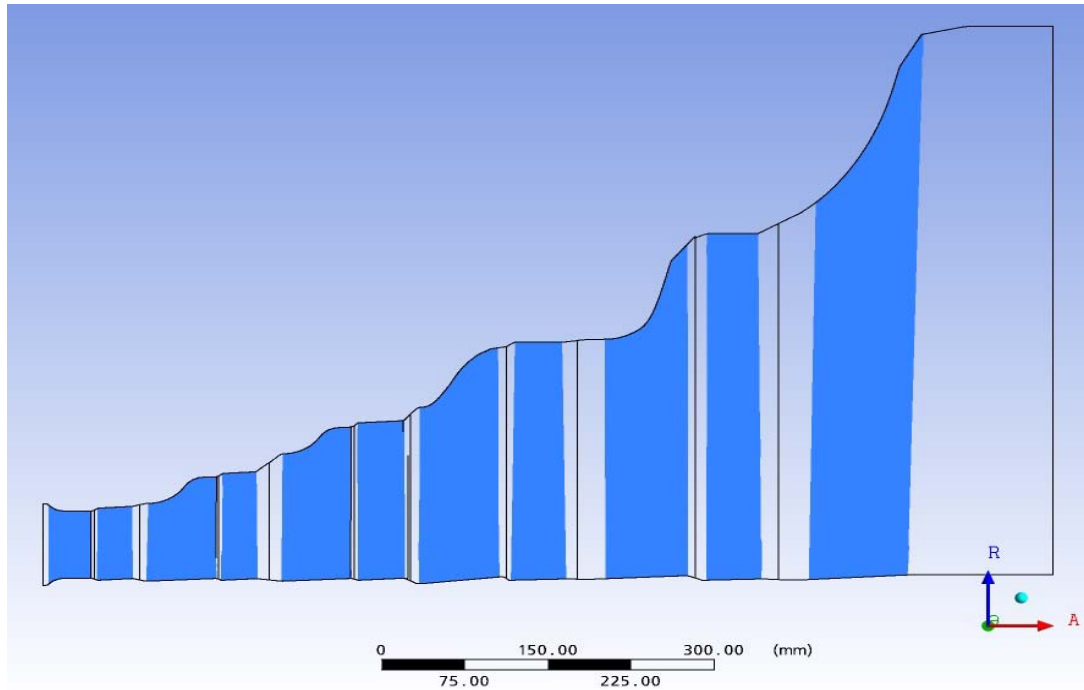
Τα δεδομένα που προέκυψαν από όλες τις διεργασίες που πραγματοποιήθηκαν για την εξαγωγή των τρισδιάστατων συντεταγμένων, χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα Turbogrid της ANSYS. Εκεί τα σημεία που εισήχθησαν ενώθηκαν με γραμμές spline και έτσι κατασκευάστηκαν οι κορυφές και οι βάσεις των πτερυγίων. Το σώμα της αεροτομής δημιουργήθηκε από το προφίλ της βάσης με γραμμική μεταβολή, ανύψωση και περιστροφή του περί του άξονα που ενώνει τα κέντρα βάρους των δύο άκρων, μέχρις ότου αυτό φτάσει το προφίλ της κορυφής. Επιπροσθέτως, οι πληροφορίες για τον αριθμό των πτερυγίων κάθε βαθμίδα και για τις αποστάσεις μεταξύ τους, παρείχαν αρκετά δεδομένα για τον ορισμό των επιφανειών περιοδικότητας πάνω και κάτω από τα πτερύγια, εισόδου-εξόδου κάθε βαθμίδα, καθώς και για το εύρος των περασμάτων. Με αυτό τον τρόπο σχηματίστηκαν 10 μεμονωμένες περιοχές (domains), 5 περιοχές για τα 5 σταθερά και οδηγητικά πτερύγια και άλλα τόσα για τα περιστρεφόμενα πτερύγια(Εικόνα 5.6).



Εικόνα 5.6. Ο όγκος ελέγχου γύρω από τα πτερύγια των 5 βαθμίδων

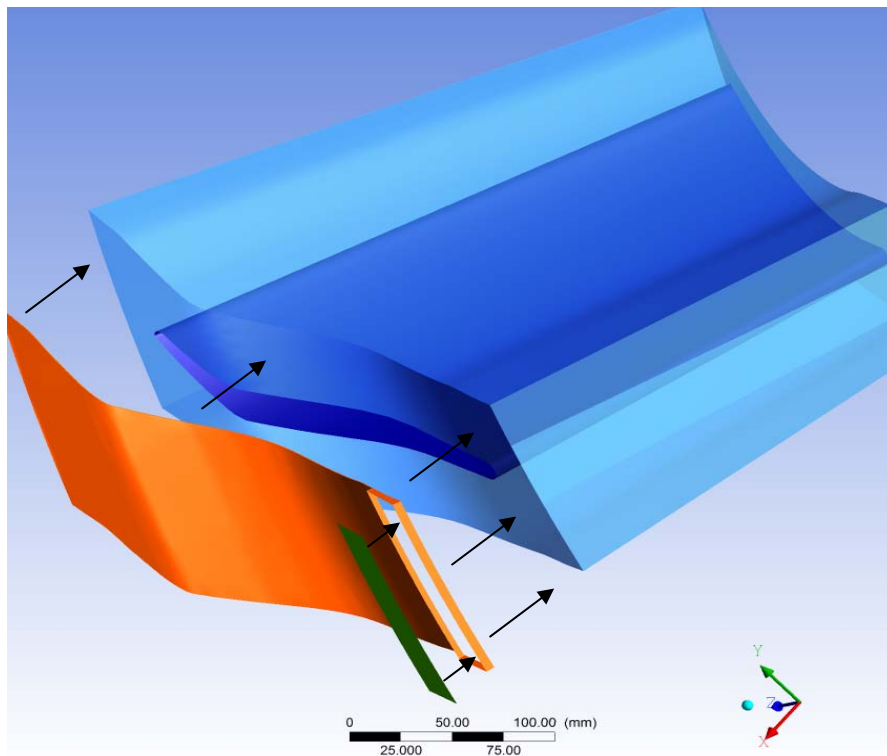
Στην εικόνα 5.7 απεικονίζεται η μεσημβρινή τομή των παραπάνω περιοχών ελέγχου, όπου φαίνονται με μπλε χρώμα τα 11 από τα 12 πτερύγια και με μαύρες γραμμές τα σύνορα των περιοχών (domains) γύρω από αυτά. Επίσης είναι ευκρινείς οι αποστάσεις μεταξύ των πτερυγίων κατά την αξονική διεύθυνση, καθώς και οι μορφές του κελύφους και του άξονα περιστροφής.





Εικόνα 5.7. Μεσημβρινή τομή του συνόλου των 11 πτερυγίων του στροβίλου

Επίσης στην προσπάθεια προσομοίωσης των απομαστεύσεων ατμού, έγινε από μία προσθήκη στη τρίτη και πέμπτη βαθμίδα των σταθερών πτερυγίων (Εικόνα 5.8). Στην περιοχή της κορυφής των πτερυγίων αυτών, δηλαδή στο κέλυφος της μηχανής, προστέθηκε μικρός όγκος ελέγχου (πορτοκαλί) με τέτοιο τρόπο ώστε να επηρεαστεί όσο το δυνατόν λιγότερο η ροή και με στόχο να οριστεί ένα μικρό τμήμα της εξωτερικής επιφάνειάς του (πράσινο), ως έξοδος ροής



Εικόνα 5.8. Προσθήκη όγκου ελέγχου στον στάτορα 5 για τον έλεγχο της απομάστευσης

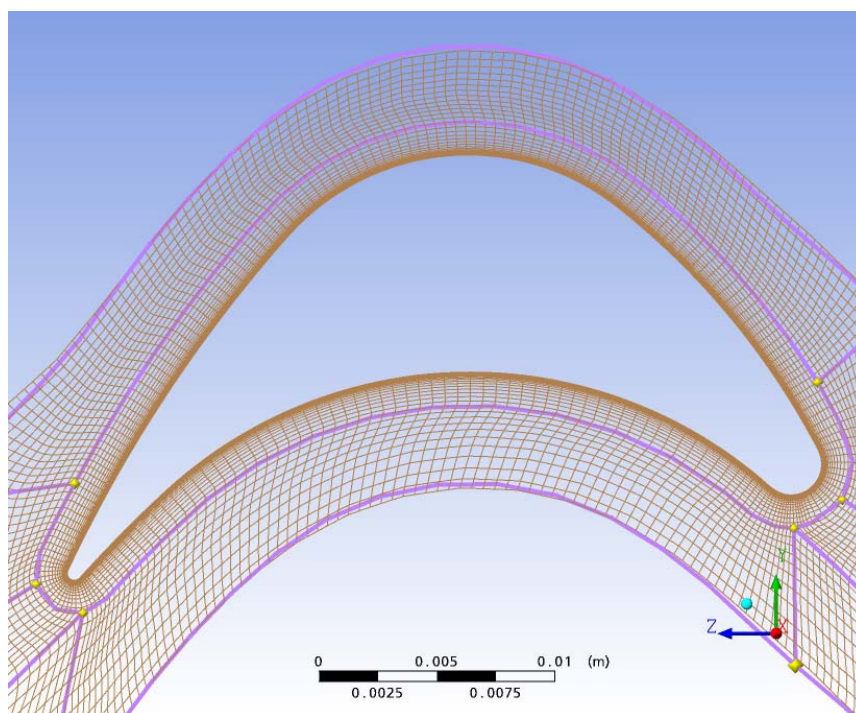
Και πάλι λόγω έλλειψης πληροφοριών για την περιοχή, την μορφή και τον τρόπο των απομαστεύσεων, οι προσθήκες ήταν σχετικά αυθαίρετες και είχαν περισσότερο ως στόχο να δώσουν την δυνατότητα ρύθμισης τις παροχής (σύμφωνα με τα δεδομένα λειτουργίας της Δ.Ε.Η.) μέσα στο στρόβιλο και των οριακών συνθηκών που θα χρειαζόνταν στο κώδικα παρακάτω για την επίλυση των εξισώσεων Navier – Stokes, παρά την αυτού καθεαυτού μοντελοποίηση των ροϊκών λεπτομερειών των ίδιων των απομαστεύσεων.

### 5.3. Δημιουργία πλεγμάτων στο ANSYS-TurboGrid

Μετά την ψηφιακή απεικόνιση των κατασκευαστικών σχεδίων του στροβίλου και την γεωμετρική μοντελοποίηση των πτερυγίων του, σειρά είχε η διακριτοποίηση του χώρου, δηλαδή η δημιουργία των υπολογιστικών πλεγμάτων όπου θα γινόταν η επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes. Το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για την εργασία αυτή είναι το λογισμικό TurboGrid της ANSYS και η μορφολογία των στοιχείων (elements) των πλεγμάτων, που επιλέχθηκε ως η πιο κατάλληλη, είναι η εξαεδρική.

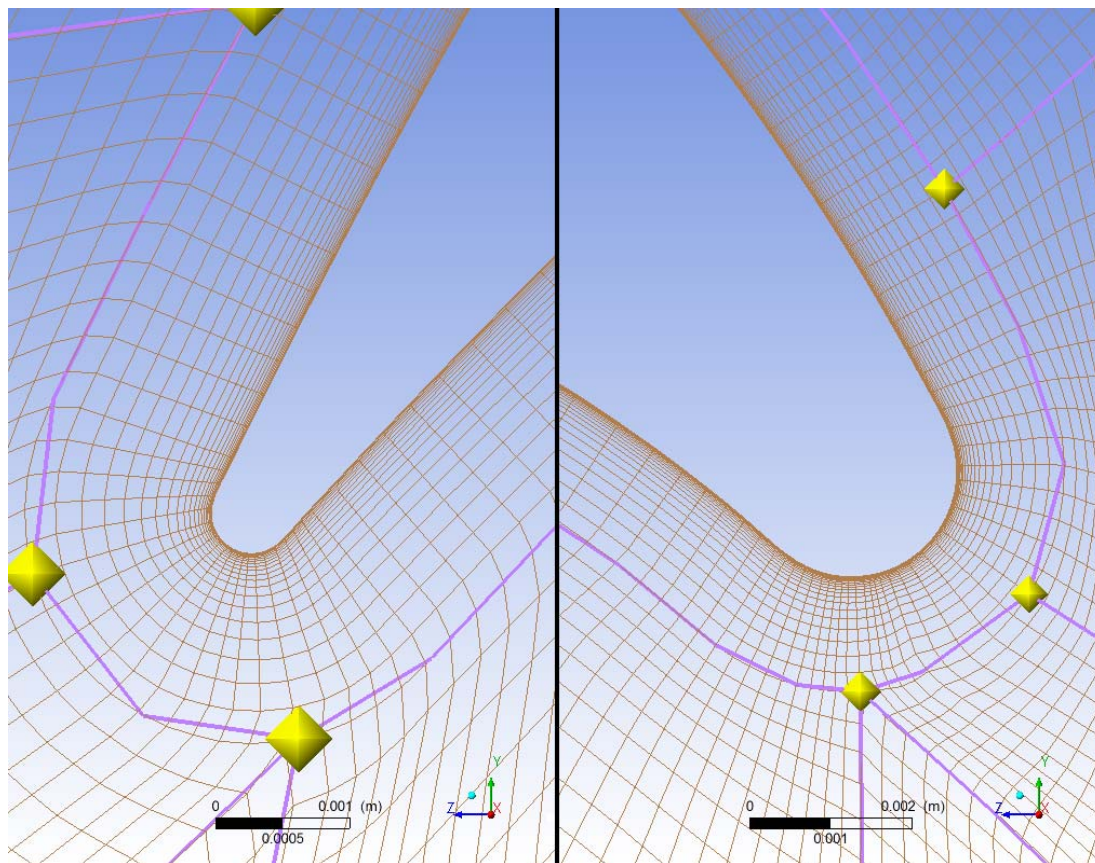
#### 5.3.1 Μορφολογία πλεγμάτων

Κατασκευάστηκαν από δύο πλέγματα, ξεχωριστά για κάθε βαθμίδα και η τοπολογία τους γύρω από τα πτερύγια διέφερε κάθε φορά ανάλογα με την περίπτωση. Έτσι χρησιμοποιήθηκε ένα πλήθος συνδυασμών τοπολογιών όπως H-grid, J-grid και C-grid με O-grid. Η τελευταία τοπολογία εφαρμόστηκε στην κοντινή περιοχή γύρω από όλα τα πτερύγια για την καλύτερη απεικόνιση των διατομών τους και για περισσότερη ακρίβεια κοντά στις επιφάνειες. Ουσιαστικά πρόκειται για ένα «κάλυμμα» που αγκαλιάζει τα πτερύγια και αποτελείται από 15 με 20 στρώσεις (layers) εξαεδρικών στοιχείων (elements) τα οποία είναι όσο το δυνατόν πιο κάθετα στην επιφάνεια. Το μήκος των στοιχείων αυτών κυμαίνεται κοντά στο 1mm και το πάχος των στρώσεων ξεκινάει από 0.005mm και μεγαλώνει σταδιακά έως 0.2mm μέχρι να επιτευχθεί το μέγιστο πάχος της τοπολογίας O-grid. Το τελευταίο ρυθμίζεται από ένα συντελεστή πάχους το εύρος τιμών του οποίου κυμαίνεται μεταξύ του 0.3 και 0.5. ο συντελεστής αυτός πολλαπλασιάζεται με το μέσο πάχος του πτερυγίου στο εκάστοτε ύψος του.



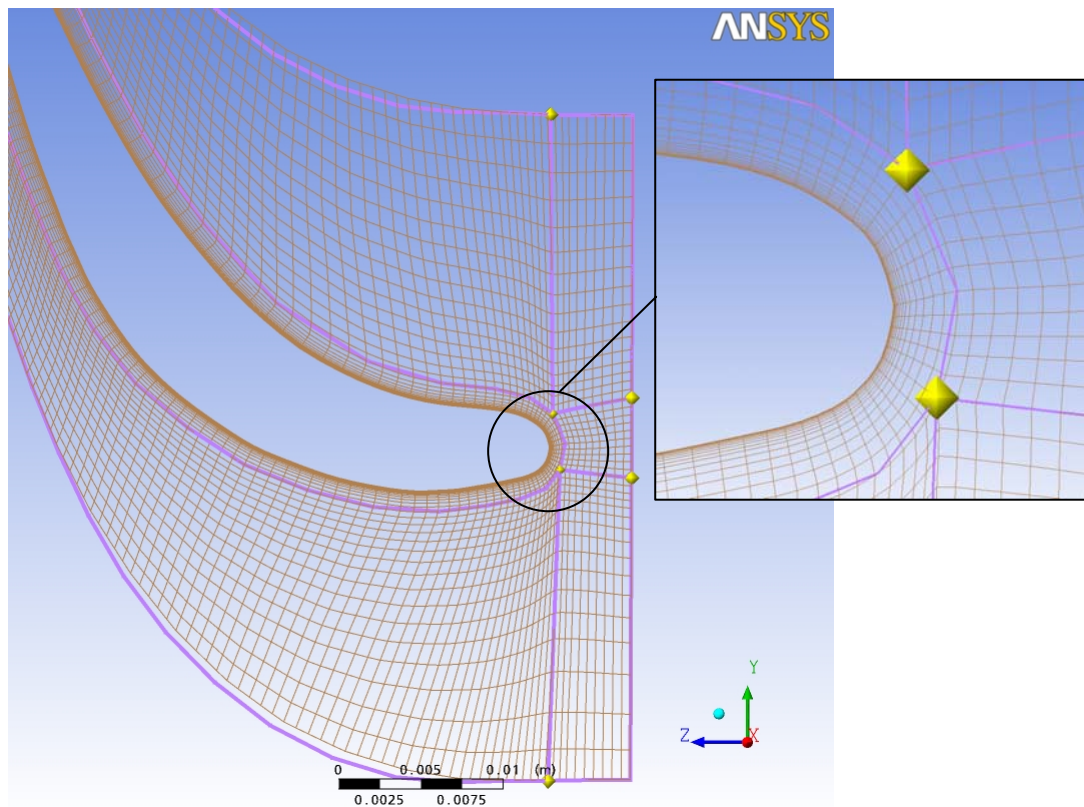
Εικόνα 5.9. O-grid πλέγμα γύρω από το προφίλ βάσης του περιστρεφόμενου πτερυγίου της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας (R1)

Στην εικόνα 5.9 φαίνεται το πλέγμα γύρω από το προφίλ βάσης του περιστρεφόμενου πτερυγίου της πρώτης βαθμίδας. Κοντά στην επιφάνεια του πτερυγίου ξεχωρίζει η τοπολογία O-grid. Ενώ στην εικόνα 5.10 εμφανίζεται σε μεγέθυνση το ίδιο πλέγμα κοντά στις περιοχές των ακμών διαφυγής και προσβολής (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).



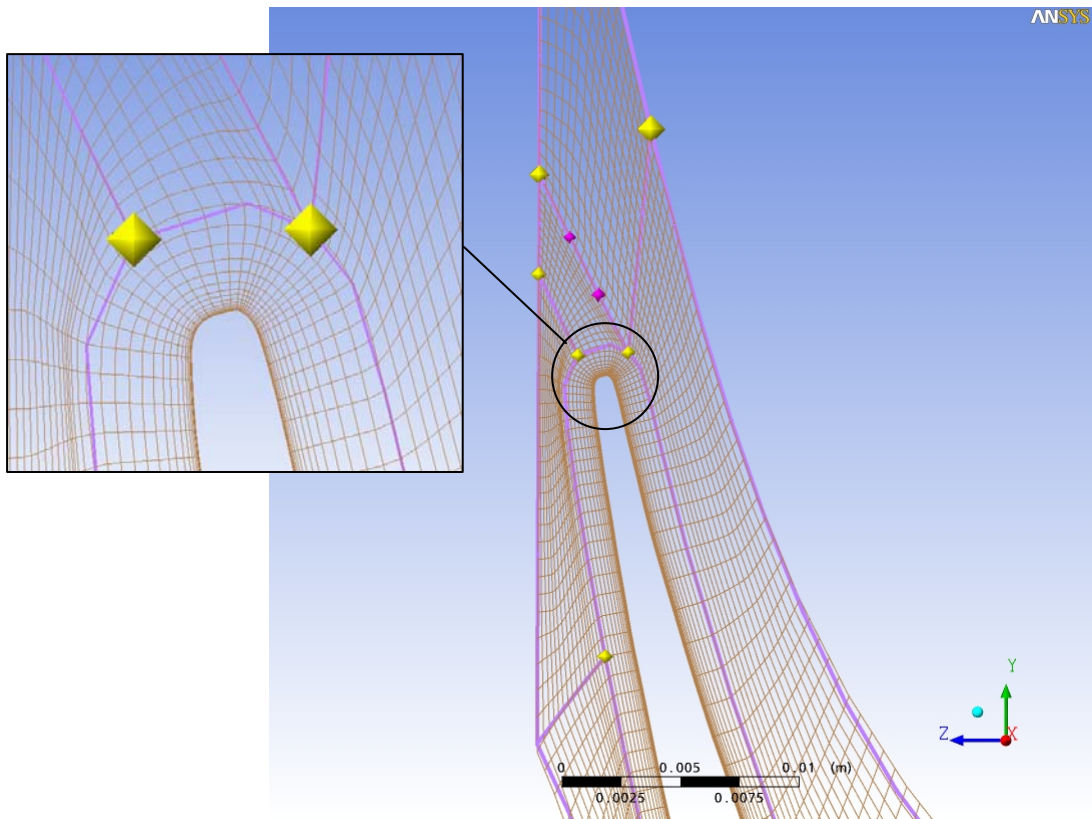
Εικόνα 5.10. O-grid πλέγμα στην περιοχή της ακμής διαφυγής (αριστερά) και στην περιοχή της ακμής προσβολής (δεξιά) του πτερυγίου R1

Οι υπόλοιπες τοπολογίες επιλέχτηκαν ανάλογα με την καμπυλότητα των πτερυγίων, την γωνία εισόδου και εξόδου έτσι ώστε να υπάρξει η καλύτερη δυνατή εφαρμογή και τα στοιχεία πλέγματος να είναι όσο το δυνατόν πιο ορθογωνικά. Στην εικόνα 5.11 φαίνεται με μοβ γραμμές η οριοθέτηση της τοπολογίας τύπου H-grid που εφαρμόστηκε στην περιοχή εισόδου μπροστά από την ακμή προσβολής του σταθερού πτερυγίου της πρώτης βαθμίδας (S1). Οι γραμμές του πλέγματος ξεκινούν κάθετα από την επιφάνεια εισόδου και συνεχίζουν «παράλληλα» μεταξύ τους, ακολουθώντας την μορφή του πτερυγίου πάνω και κάτω από αυτό. Επίσης παρατηρείται μία πύκνωση του πλέγματος στην περιοχή της ακμής προσβολής όπου οι γραμμές του πλέγματος καταλήγουν να είναι κάθετες στην επιφάνεια του πτερυγίου και να μην την ακολουθούν «παράλληλα».



Εικόνα 5.11. H-grid τοπολογία πλέγματος στην είσοδο του πτερυγίου S1

Με διαφορετικό τρόπο γίνεται η οριοθέτηση της τοπολογίας τύπου J-grid που φαίνεται στην εικόνα 5.12 και εφαρμόζεται στην περιοχή εξόδου πίσω από την ακμή διαφυγής του πτερυγίου S1. Σε αυτή την περίπτωση οι γραμμές του πλέγματος έρχονται «παράλληλα» μεταξύ τους ακολουθώντας τις πλευρές του πτερυγίου πάνω και κάτω από αυτό, αλλά καταλήγουν «κάθετα» μεταξύ τους. Οι γραμμές του πλέγματος από την πλευρά της αναρρόφησης (κάτω) του πτερυγίου, ακολουθώντας την καμπυλότητά του, καταλήγουν «παράλληλες» στην επιφάνεια εξόδου και «κάθετες» στις γραμμές του πλέγματος που έρχονται ακολουθώντας την καμπυλότητα της πλευράς κατάθλιψης (πάνω) του πτερυγίου. Τέλος παρατηρείται ξανά ότι στην περιοχή της ακμής διαφυγής οι γραμμές του πλέγματος ξεκινούν «κάθετα» από την επιφάνεια του πτερυγίου και εκτίνονται ως την επιφάνεια εξόδου.



Εικόνα 5.12. J-grid τοπολογία πλέγματος στην έξοδο του πτερυγίου S1

### 5.3.2 Μέγεθος πλεγμάτων

Όσον αφορά το μέγεθος του συνολικού πλέγματος, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω κατασκευάστηκαν δύο σείτ πλεγμάτων διαφορετικού μεγέθους και πυκνότητας. Για το πρώτο σείτ πλεγμάτων, το πλήθος των στοιχείων του πλησιάζει τα 500,000. Είναι σχετικά αραιό, αφού για κάθε περιοχή που αντιστοιχεί σε σειρά πτερυγίων, αντιστοιχούν περίπου 50,000 στοιχεία. Ωστόσο είναι αποδεκτό και με σχετικά ικανοποιητική απόδοση. Σκοπό είχε να είναι αρκετά γρήγοροι οι υπολογισμοί και να είναι εφικτοί οι πειραματισμοί σε εύλογο χρονικό διάστημα, έτσι ώστε σε προκαταρκτικό στάδιο να γίνει η σωστή ανάπτυξη των υπολογιστικών μοντέλων και το στήσιμο του προβλήματος. Για το δεύτερο σείτ πλεγμάτων, το πλήθος των στοιχείων πλησιάζει τα 5 εκατομμύρια και το πλήθος των σημείων τα 5.3 εκατομμύρια. Είναι ένα πυκνό πλέγμα με περίπου 500,000 στοιχεία για κάθε domain, με στόχο την πιο λεπτομερή απεικόνιση του χώρου και πιο αναλυτικά αποτελέσματα (Στο Παράρτημα Δ γίνεται μία αναφορά στους χρόνους υπολογισμών). Ταυτόχρονα είναι επιθυμητό να παρουσιαστεί ότι η λύση του προβλήματος και τα αποτελέσματα, από ένα σημείο και μετά, δεν επηρεάζονται από την πυκνότητα του πλέγματος.

Στον πίνακα 5.2 εμφανίζονται συγκεντρωτικά το πλήθος των στοιχείων και των κόμβων ανά βαθμίδα για τα δύο πλέγματα. Ενώ για την σύγκριση των χαρακτηριστικών μεγεθών των δύο πλεγμάτων παρατίθεται ο πίνακας 5.3.

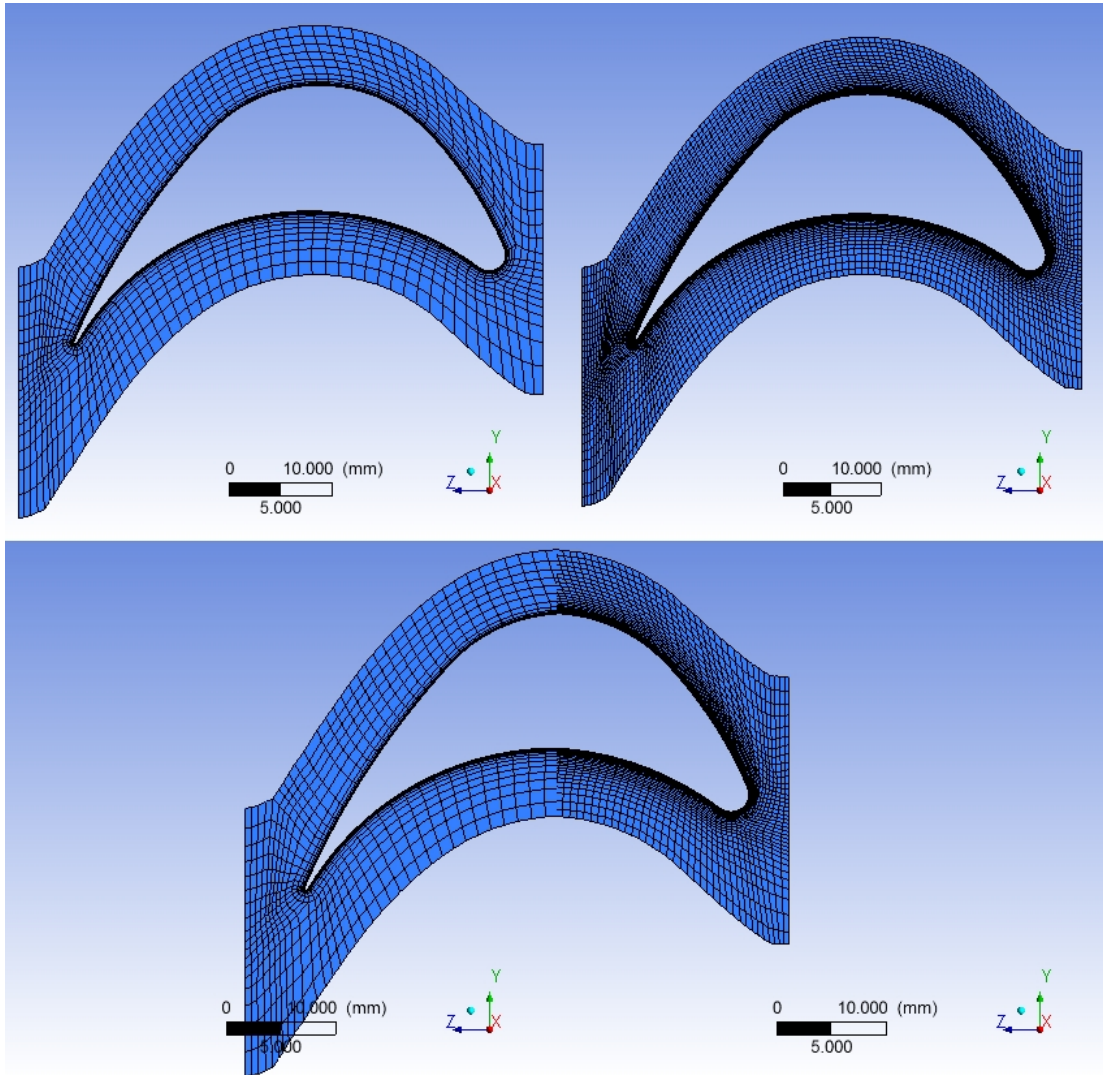
Βαθμίδες	1ο Αραιό πλέγμα		2ο Πυκνό πλέγμα	
	Κόμβοι	Στοιχεία	Κόμβοι	Στοιχεία
S1	49,500	44,000	519,010	493,990
R1	53,277	47,712	572,757	546,560
S2	48,930	43,316	493,725	466,808
R2	52,107	46,848	537,840	512,500
S3	51,170	54,832	504,948	479,536
R3	54,684	49,320	524,286	499,680
S4	49,830	44,064	499,800	475,020
R4	49,680	44,264	514,500	489,214
S5	50,630	44,880	508,040	484,352
R5	55,637	49,242	576,978	549,712

Πίνακας 5.2. Πίνακας πλήθους στοιχείων και κόμβων ανά βαθμίδα στα δύο πλέγματα

Χαρακτηριστικά	1° Αραιό πλέγμα	2° Πυκνό πλέγμα
Κόμβοι (Nodes):	525,275	5,261,714
Στοιχεία (Elements):	464,413	5,002,307
Τετράεδρα:	0	0
Σφήνες (Wedges):	46	46
Πυραμίδες:	0	0
Εξάεδρα:	464,367	5,002,261
Πολύεδρα:	0	0
Max Face Angle:	177.578°	177.578°
Min -  - :	81.8597°	81.6307°
Max Edge Length Ratio:	1388.44	1597.7
Min -  - :	1.00518	1.03
Max Element Volume Ratio:	158.147	13.1616
Min -  - :	1	1
Max όγκος στοιχείου:	0.00616996 [m <sup>3</sup> ]	0.00617347 [m <sup>3</sup> ]

Πίνακας 5.3. Συγκριτικός πίνακας χαρακτηριστικών των δύο πλεγμάτων

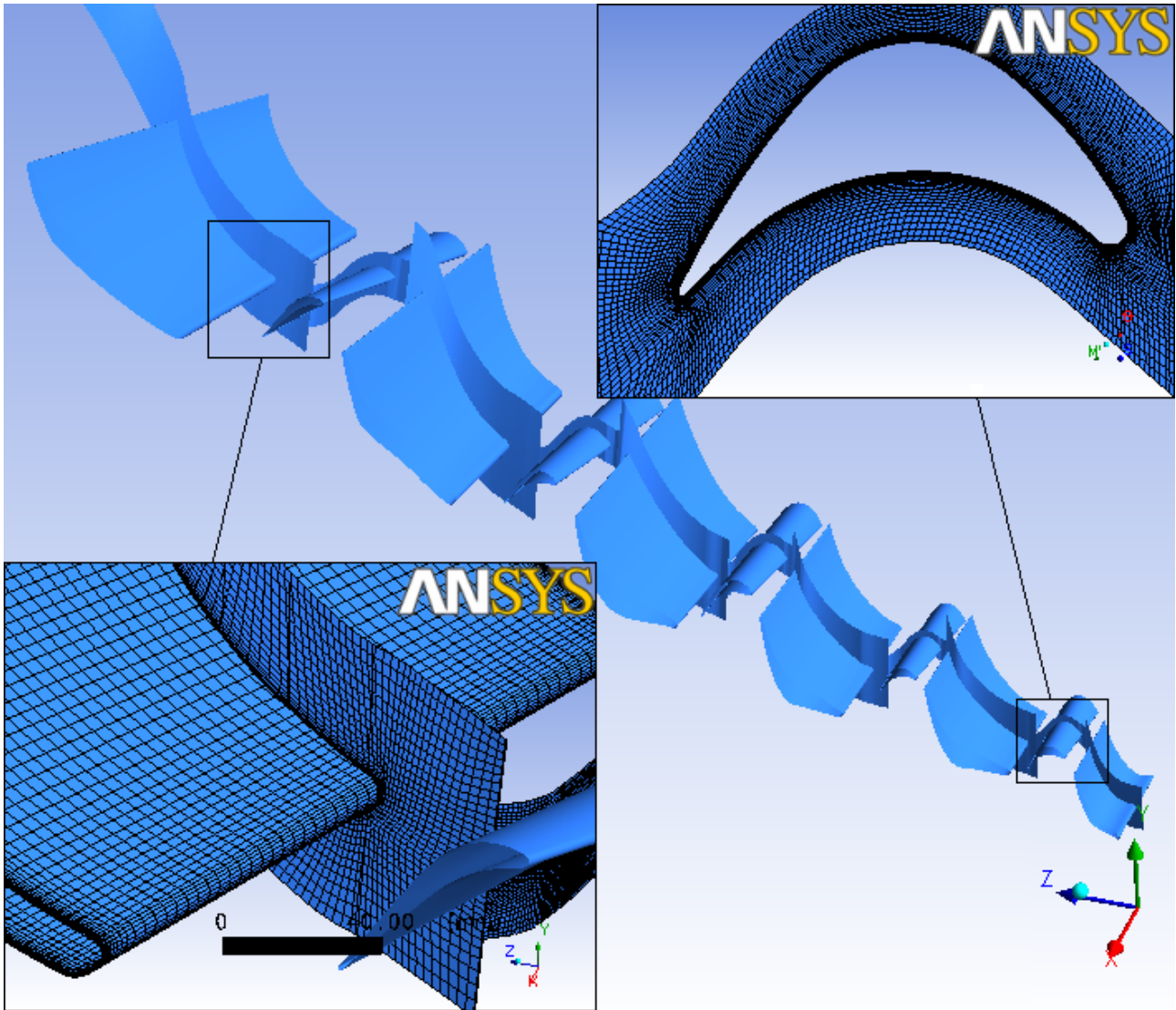
Ενδεικτικά στην εικόνα 5.13 συγκρίνονται οπτικά οι πυκνότητες των δύο πλεγμάτων γύρω από το περιστρεφόμενο πτερύγιο της τρίτης βαθμίδας. Και στις δύο περιπτώσεις οι τοπολογίες που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι ίδιες, καθώς ακόμα και το μέγιστο πάχος της τοπολογίας τύπου O-grid. Αυτό που άλλαξε ήταν το πλήθος των κελιών, όπως κατ' επέκταση και το μέσο μέγεθός τους. Πάνω αριστερά απεικονίζεται η περίπτωση που αντιστοιχεί στο αραιό πλέγμα των 49,320 στοιχείων για τον όγκο ελέγχου γύρω από το πτερύγιο R3, ενώ πάνω δεξιά απεικονίζεται η περίπτωση που αντιστοιχεί στο πυκνό πλέγμα των 499,680 στοιχείων. Τέλος για καλύτερη σύγκριση στο κάτω μέρος της εικόνας φαίνονται κατά το ήμισυ και τα δύο πλέγματα ταυτόχρονα.



Εικόνα 5.13. Συγκριτική εικόνα των δύο πλεγμάτων για το πτερύγιο R3

Η συνολική διάταξη των πτερυγίων, μαζί με κάποιες λεπτομερέστερες όψεις των πυκνών πλεγμάτων σε συγκεκριμένες περιοχές, απεικονίζονται στην εικόνα 5.14. Κάτω αριστερά φαίνονται τα πλέγματα πάνω στην επιφάνεια του σταθερού πτερυγίου και ταυτόχρονα στην εγκάρσια επιφάνεια που διέρχεται από το μέσο ύψος του πτερυγίου.





Εικόνα 5.14. Συνολική διάταξη των πτερυγίων και όψεις εξαεδρικών στοιχείων του πυκνού σετ πλεγμάτων (5 εκατ.)

## 6. ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Ο απώτερος σκοπός αυτής της ερευνητικής εργασίας είναι η μελέτη του επιλεγμένου ατμοστροβίλου υπό πραγματικές συνθήκες λειτουργίας. Για το λόγο αυτό εξασφαλίστηκαν σχετικές πληροφορίες, στοιχεία και δεδομένα για διάφορα φορτία λειτουργίας της μονάδος, από την Δ.Ε.Η. Τα δεδομένα αυτά αναφέρονταν σε παροχές, πιέσεις, ενθαλπίες και θερμοκρασίες ατμού σε διάφορα σημεία, καθώς και για 4 διαφορετικά φορτία λειτουργίας, 60MW, 100MW, 115MW και 125MW. Η συνολική μέγιστη ισχύς, ολόκληρης της μονάδος είναι 125 MW, ενώ η ελάχιστη ειδική κατανάλωση θερμότητας επιτυγχάνεται στα 115MW. Εκτελέστηκαν αρκετές προσομοιώσεις για όλα τα φορτία, οι περισσότερες όμως ήταν για το φορτίο των 100MW που επιλέχθηκε τυχαία ως βάση για τις προκαταρκτικές εργασίες και πειραματισμούς για την ανάπτυξη των μοντέλων.

Στο στάδιο των προσομοιώσεων οι διεργασίες της μελέτης διαχωρίστηκαν σε τρεις βασικές ενότητες. Ξεκινώντας από τα απλούστερα δυνατά μοντέλα προσομοίωσης, στόχος ήταν η προετοιμασία των βάσεων πάνω στις οποίες θα αναπτύσσονταν σταδιακά τα πολυπλοκότερα μοντέλα με τελικό προορισμό την κατανόηση των πραγματικών φαινομένων διφασικής ροής που λαμβάνουν χώρα μέσα στον ατμοστροβίλο. Η πρώτη ενότητα περιλαμβάνει ροή καθαρού, ξηρού, υπέρθερμου ατμού, χωρίς πρόσθετα μοντέλα. Ενώ στη δεύτερη ενότητα εφαρμόζεται το επιπλέον μοντέλο ομοιογενούς συμπύκνωσης σταγονιδίων, χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα αποτελέσματα ως σημείο αναφοράς και την μέθοδο Euler σαν εργαλείο παρακολούθησης του ατμού και της δεύτερης φάσης. Στην τελευταία ενότητα γνωρίζοντας βασικά στοιχεία για την δημιουργία της δεύτερης φάσης αντικαθίσταται το μοντέλο πυρηνοποίησης από έτοιμα σταγονίδια νερού που ψεκάζονται μέσα στη ροή και η πορεία τους ακολουθείται με την μέθοδο Lagrange.

### 6.1. Ροή με ξηρό υπέρθερμο ατμό

Στην περίπτωση όπου θεωρήθηκε ότι το ρευστό που διέρχεται από τον στροβίλο είναι καθαρός, ξηρός, υπέρθερμος ατμός, έγιναν πολλές δοκιμές. Ο σκοπός ήταν ανάλογα με τις συνθήκες λειτουργίας του σταθμού να ρυθμιστούν και να βρεθούν οι σωστές οριακές συνθήκες στα μοντέλα προσομοίωσης, έτσι ώστε να επιτευχθεί μια σχετική συμφωνία των αποτελεσμάτων με τα δεδομένα που παρείχε η Δ.Ε.Η. ΑΕ.

#### 6.1.1 Οριακές συνθήκες

Πληροφοριακά για τις συνθήκες λειτουργίας της μονάδας κατά τις οποίες η παραγόμενη ισχύς είναι στα 100MW η Δ.Ε.Η. ΑΕ. διέθετε ένα πίνακα δεδομένων όπου η παροχή ατμού στην έξοδο του ατμοστροβίλου χαμηλής πίεσης είναι 203,074 Kg/h, ενώ στις δύο απομαστεύσεις είναι 11,395 Kg/h και

13,004 Kg/h αντίστοιχα. Η στατική πίεση εξόδου προς το ψυγείο της μονάδας είναι  $0.044 \text{ Kg/cm}^2$  χωρίς όμως να είναι γνωστό το πώς μεταβάλλεται μέσα στο στρόβιλο ανά βαθμίδα. Ωστόσο είναι γνωστές οι στατικές πιέσεις των δύο απομαστεύσεων,  $1.02 \text{ Kg/cm}^2$  και  $0.31 \text{ Kg/cm}^2$  αντίστοιχα, που δίνουν χονδρικά μία τάξη μεγέθους για την κλίση της πτώσης πίεσης μέσα στον στρόβιλο και δύο σημεία αναφοράς. Όσο αναφορά την στατική θερμοκρασία του ατμού, δυστυχώς αυτή είναι διαθέσιμη μόνο χονδρικά στην είσοδο του ατμοστροβίλου και στην έξοδο προς το ψυγείο, 540K και 300K αντίστοιχα. Επειδή όμως στο μοντέλο της προσομοίωσης δεν περιλαμβάνεται όλος ο στρόβιλος αλλά μέρος αυτού, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο δημιουργίας των γεωμετριών, και συγκριμένα ένα πέρασμα για κάθε βαθμίδα, έγινε και η ανάλογη αναγωγή της παροχής του ατμού σύμφωνα με αυτή την παράμετρο. Έτσι για την έξοδο του στροβίλου η δεδομένη παροχή διαιρέθηκε με το πλήθος των 162 περιστρεφόμενων πτερυγίων της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας και για τις απομαστεύσεις στην 3<sup>η</sup> και 5<sup>η</sup> βαθμίδα με το αντίστοιχο πλήθος των 76 και 58 σταθερών πτερυγίων. Επίσης για την είσοδο του μοντέλου η παροχή θεωρήθηκε ίση με το άθροισμα των τριών προηγούμενων. Έτσι οι παροχές που αναλογούν για τις οριακές συνθήκες εισόδου, εξόδου και των δύο απομαστεύσεων είναι αντίστοιχα  $0.2925 \text{ Kg/sec}$ ,  $0.1741 \text{ Kg/sec}$ ,  $0.0208 \text{ Kg/sec}$  και  $0.03114 \text{ Kg/sec}$ .

Οι οριακές συνθήκες στα σενάρια που εξετάστηκαν, υπήρχε η δυνατότητα να ρυθμιστούν είτε σύμφωνα με τις πιέσεις (ολικές ή στατικές) εισόδου/εξόδου και απομαστεύσεων, είτε με τις αντίστοιχες παροχές, είτε με συνδυασμό των δύο. Επειδή όμως ο τρόπος με τον οποίο ρυθμίζεται το φορτίο της μονάδας στην πραγματικότητα είναι μέσω της παροχής, για αυτό και οι περισσότερες προσπάθειες επικεντρώθηκαν στην επιβολή της τιμής της παροχής μάζας. Ωστόσο όμως χρησιμοποιώντας ως δεδομένα για τις οριακές συνθήκες τις παροχές μάζας, προέκυψαν πολλά προβλήματα τόσο στην ομαλή λειτουργία του κώδικα με αυτόν τις περισσότερες των περιπτώσεων να μην συγκλίνει, όσο και στις περιπτώσεις που επιτεύχθηκε σύγκλιση τα αποτελέσματα να είναι εξωπραγματικά. Η επόμενη προσπάθεια ήταν η επιβολή ολικών συνθηκών πίεσης και θερμοκρασίας στις οριακές συνθήκες εισόδου/εξόδου και παροχής στις απομαστεύσεις. Εδώ τα προβλήματα ήταν λιγότερα και τα αποτελέσματα πολύ πιο ρεαλιστικά, ωστόσο όμως εγκαταλείφθηκε και αυτός ο τρόπος προσέγγισης διότι δεν υπήρχε σημείο αναφοράς και σύγκρισης με τα δεδομένα που παρείχε η Δ.Ε.Η. ΑΕ. αφού αυτά ήτα όλα στατικά μεγέθη. Έτσι η τελική προσπάθεια ήταν με χρήση στατικών πιέσεων στα όρια εισόδου/εξόδου και παροχής στις απομαστεύσεις, με αποτελέσματα ρεαλιστικά και αποδεκτά.

Όπως είναι προφανές οι συνδυασμοί οριακών συνθηκών που επιχειρήθηκαν ήταν πάρα πολλοί. Μετά από αρκετές αποτυχημένες απόπειρες τα σενάρια προσομοίωσης κατέληξαν σε τέσσερα συγκεκριμένα σετ οριακών συνθηκών που το καθένα από αυτά προκύπτει από το πρώτο βασικό με μία ή δύο, το πολύ, ελαφρές τροποποιήσεις. Τα αποτελέσματα των περιπτώσεων αυτών συγκρίθηκαν μεταξύ τους, καθώς και με τον πίνακα δεδομένων της Δ.Ε.Η. Το πρώτο βασικό σενάριο λοιπόν είχε σαν οριακές συνθήκες στατική πίεση εισόδου  $P_{st,in}=2.7 \text{ bar}$ , μέση στατική πίεση εξόδου  $P_{st,out}=0.15 \text{ bar}$ , παροχή μάζας στην απομάστευση S3  $Q_{ατμοS3}=0.0208 \text{ Kg/sec}$ ,

παροχή μάζας στην απομάστευση S5  $Q_{\text{αποS5}}=0.03114$  Kg/sec. Τα επόμενα σενάρια είχαν τροποποιημένες ή στατικές πιέσεις ή παροχές μάζας στις απομαστεύσεις, έτσι ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο επηρεάζεται η στατική θερμοκρασία και η συνολική παροχή μάζας που διέρχεται από τον ατμοστρόβιλο. Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι οριακές συνθήκες για τις τέσσερις αυτές προσομοιώσεις σε σύγκριση με τα δεδομένα της Δ.Ε.Η. στα αντίστοιχα σημεία, όπου αυτά ήταν διαθέσιμα. Με γαλάζιο χρώμα φαίνονται οι επιβληθείσες τιμές, με μαύρο τα αποτελέσματα και με κόκκινο είναι η περίπτωση που ήταν πλησιέστερη στην επιθυμητή.

Μεταβλητές	Προσομοιώσεις				ΔΕΗ	Μονάδες
<b>P<sub>st,in</sub></b>	<b>2.7</b>	<b>2.8</b>	<b>2.9</b>	<b>2.7</b>	-	[bar]
<b>P<sub>st,out</sub></b>	<b>0.15</b>	<b>0.13</b>	<b>0.15</b>	<b>0.15</b>	-	[bar]
<b>Q<sub>αποS3</sub></b>	<b>0.0208</b>	<b>0.0208</b>	<b>0.0208</b>	<b>0.018</b>	0.0208	[kg/s]
<b>Q<sub>αποS5</sub></b>	<b>0.03114</b>	<b>0.03114</b>	<b>0.03114</b>	<b>0.029</b>	0.03144	[kg/s]
<b>Q<sub>in</sub></b>	0.26	0.275	<b>0.285</b>	0.265	0.2925	[kg/s]
<b>Q<sub>out</sub></b>	0.155	0.161	<b>0.167</b>	0.1565	0.1741	[kg/s]
<b>T<sub>st,out</sub></b>	297.2	287.5	<b>294.7</b>	297.1	-	[K]

Πίνακας 6.1. Στατικές οριακές συνθήκες στην περίπτωση του ξηρού υπέρθερμου ατμού στα τέσσερα ρεαλιστικότερα σενάρια προσομοίωσης

Για όλες τις περιπτώσεις η στατική θερμοκρασία εισόδου ήταν 540 K και το εργαζόμενο μέσο που επιλέχθηκε ήταν ατμός (Steam3ν) με χαρακτηριστικά πραγματικού αερίου και όχι ιδανικού, που ακολουθούν τη βάση δεδομένων IAPWS-IF97. Στα πλαίσια του πειραματισμού, έγινε και η δοκιμή αντί της βάσης δεδομένων IAPWS-IF97, της καταστατικής εξίσωσης Redlich Kwong. Τα αποτελέσματα όμως που προέκυψαν εφαρμόζοντας αυτή τη καταστατική εξίσωση, όσο αφορά την στατική ενθαλπία σε οποιοδήποτε σημείο της ροής, ήταν τουλάχιστον μίας τάξης μεγέθους κάτω από τα αναμενόμενα και μη ρεαλιστικά, χωρίς κάποιο προφανή λόγο. Εξαιτίας αυτού του συμβάντος όλοι οι υπολογισμοί από αυτό το σημείο και μετά πραγματοποιήθηκαν με την χρήση της βιβλιοθήκης IAPWS-IF97, με την οποία τα αποτελέσματα ήταν τα αναμενόμενα και άκρος ρεαλιστικά. Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήθηκε ήταν το μοντέλο SST που διαθέτει το ANSYS-CFX και η επιλογή του οποίου έγινε βάσης της διαδικασίας πιστοποίησης εγκυρότητας που ακολουθήθηκε στην μελέτη του πτερυγίου VKI-RS1S.

### 6.1.2 Αποτελέσματα και διαγράμματα

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτή τη παράγραφο αναφέρονται στο σενάριο προσομοίωσης που είχε τα πλησιέστερα αποτελέσματα στην πραγματικότητα σύμφωνα με τα δεδομένα λειτουργικών χαρακτηριστικών που διέθεσε η Δ.Ε.Η. ΑΕ. για την συγκεκριμένη μονάδα της. Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται οι στατικές και ολικές πιέσεις και θερμοκρασίες, οι παροχές μάζας και οι γωνίες της ροής στην είσοδο και στην έξοδο κάθε σειράς πτερυγίων. Πρόκειται για τις μέσες τιμές σε όλη την επιφάνεια κάθε φορά, και είναι σταθμισμένες βάση της παροχής μάζας.

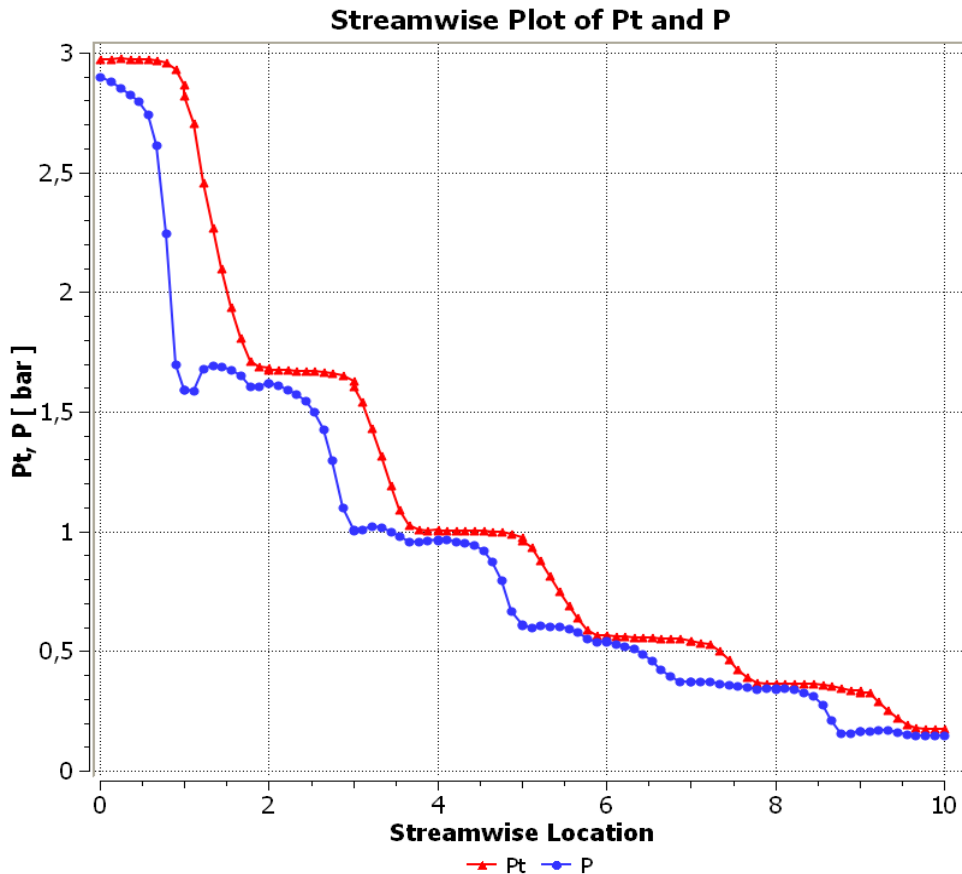
S1				R1				Μονάδες
in		out		in		out		
Ps =	2.901	Ps =	1.590	Ps =	1.586	Ps =	1.614	bar
Ptot =	2.965	Ptot =	2.862	Ptot =	2.809	Ptot =	1.675	bar
Ts =	539.98	Ts =	472.64	Ts =	474.30	Ts =	480.31	K
Ttot =	542.73	Ttot =	542.66	Ttot =	542.59	Ttot =	484.56	K
Q =	0.2845	Q =	-0.2845	Q =	0.1291	Q =	-0.1291	kg/s
a =	-	a =	74.431	a =	75.012	a =	5.419	deg
S2				R2				
in		out		in		out		
Ps =	1.614	Ps =	1.005	Ps =	1.000	Ps =	0.958	bar
Ptot =	1.668	Ptot =	1.622	Ptot =	1.597	Ptot =	0.999	bar
Ts =	480.87	Ts =	432.36	Ts =	433.19	Ts =	431.33	K
Ttot =	484.60	Ttot =	484.63	Ttot =	484.52	Ttot =	435.62	K
Q =	0.4043	Q =	-0.4043	Q =	0.1291	Q =	-0.1291	kg/s
a =	5.869	a =	73.376	a =	74.110	a =	16.107	deg
S3				R3				
in		out		in		out		
Ps =	0.959	Ps =	0.605	Ps =	0.602	Ps =	0.537	bar
Ptot =	0.998	Ptot =	0.970	Ptot =	0.956	Ptot =	0.561	bar
Ts =	431.48	Ts =	389.07	Ts =	389.71	Ts =	381.17	K
Ttot =	435.62	Ttot =	435.93	Ttot =	435.83	Ttot =	385.23	K
Q =	0.4029	Q =	-0.3819	Q =	0.1647	Q =	-0.1650	kg/s
a =	16.226	a =	73.885	a =	74.451	a =	7.299	deg

Πίνακας 6.2. Μέσες τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων ροής στα όρια κάθε βαθμίδας (Συνεχίζεται)

S4				R4				
in		out		in		out		
Ps =	0.536	Ps =	0.369	Ps =	0.369	Ps =	0.337	bar
Ptot =	0.559	Ptot =	0.540	Ptot =	0.537	Ptot =	0.359	bar
Ts =	381.22	Ts =	351.02	Ts =	351.51	Ts =	345.57	K
Ttot =	385.19	Ttot =	385.11	Ttot =	385.10	Ttot =	350.77	K
Q =	0.4148	Q =	-0.4148	Q =	0.1708	Q =	-0.1708	kg/s
a =	6.936	a =	72.535	a =	72.974	a =	37.639	deg
S5				R5				
in		out		in		out		
Ps =	0.337	Ps =	0.163	Ps =	0.165	Ps =	0.150	bar
Ptot =	0.358	Ptot =	0.335	Ptot =	0.329	Ptot =	0.173	bar
Ts =	345.51	Ts =	295.55	Ts =	297.30	Ts =	294.72	K
Ttot =	350.76	Ttot =	350.77	Ttot =	350.79	Ttot =	304.75	K
Q =	0.5010	Q =	-0.4698	Q =	0.1673	Q =	-0.1673	kg/s
a =	37.860	a =	72.724	a =	74.083	a =	41.361	deg

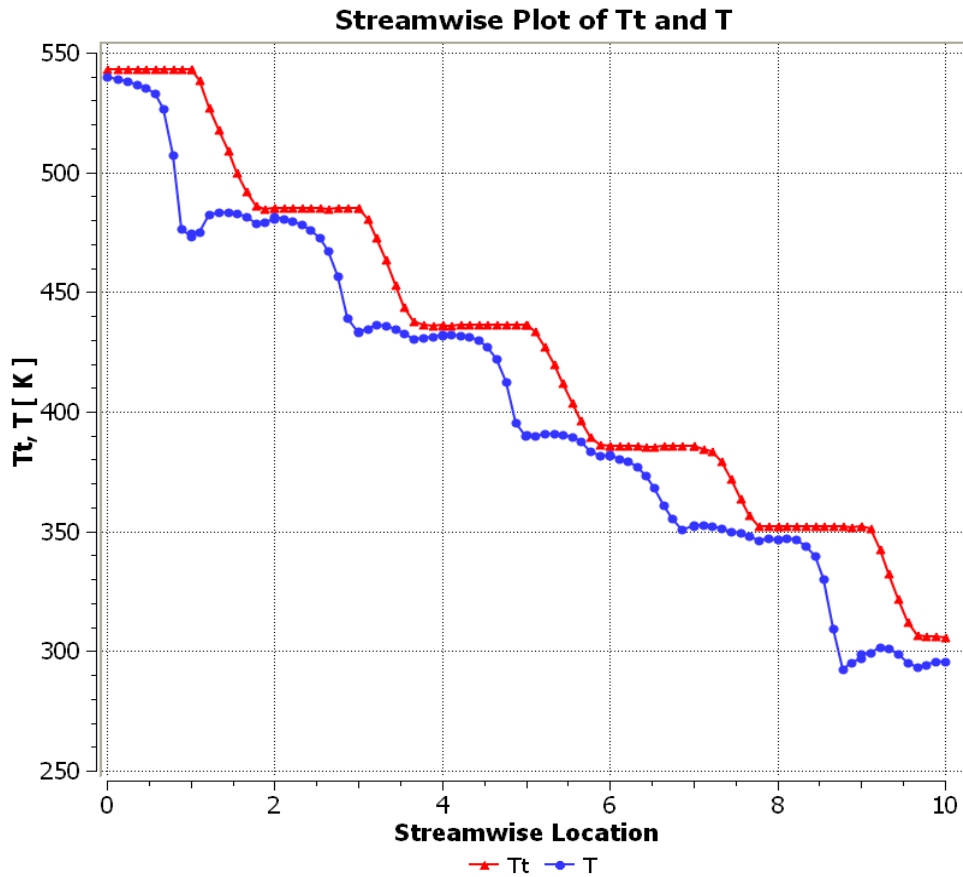
Πίνακας 6.2. Μέσες τιμές χαρακτηριστικών παραμέτρων ροής στα όρια κάθε βαθμίδας

Οι διαφορές που εντοπίζονται στις τιμές από την έξοδο της μίας βαθμίδας στην είσοδο της επόμενης, οφείλονται στον τρόπο σύνδεσης των πλεγμάτων από το ANSYS-CFX, όπως επίσης, για τις παροχές, στον αριθμό των πτερυγίων και των περασμάτων. Καλύτερα όμως φαίνονται και πιο ευκολονόητα είναι τα ίδια αποτελέσματα στις καμπύλες μεταβολής πίεσης, θερμοκρασίας και αριθμού Mach που παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



Σχήμα 6.1. Μεταβολή στατικής και ολικής πίεσης κατά μήκος του στροβίλου

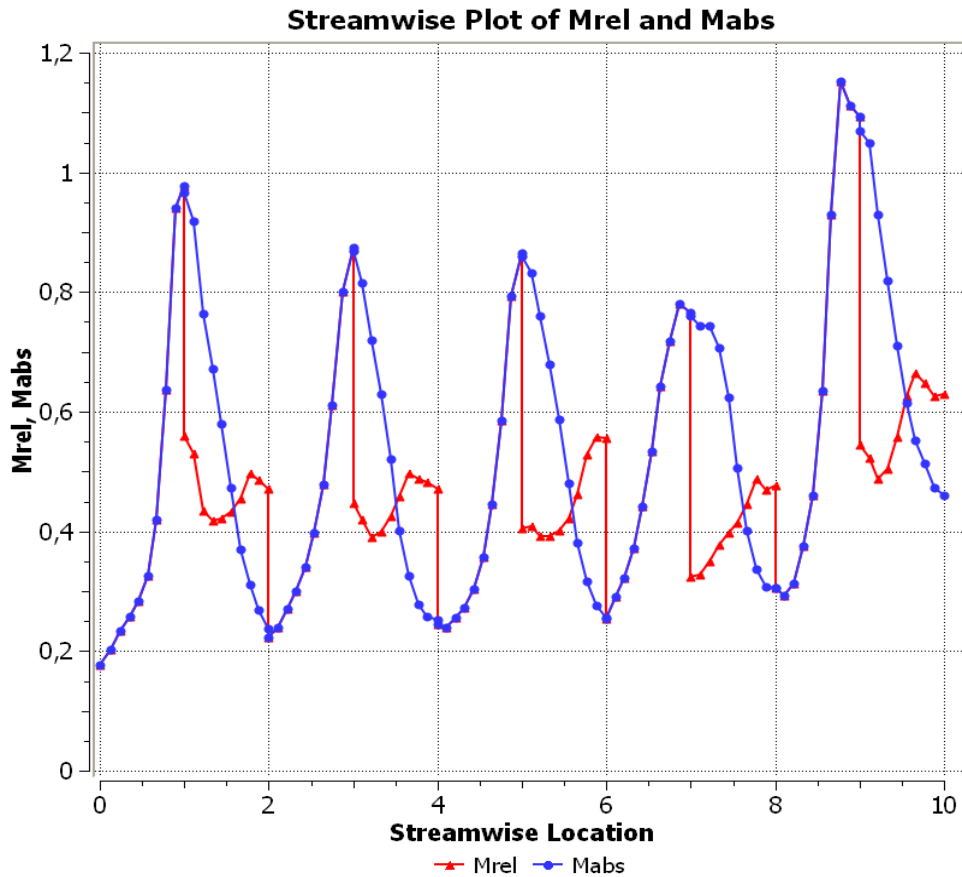
Στο σχήμα 6.1 φαίνεται η μεταβολή της ολικής και στατικής πίεσης μέσα στο στρόβιλο. Στον άξονα των τετμημένων σημειώνονται οι 10 σειρές πτερυγίων της μηχανής, από την είσοδο προς την έξοδο. Κατά μήκος του άξονα περιστροφής για κάθε μία σειρά πτερυγίων πραγματοποιείται σε 10 ισαπέχοντα σημεία τομές κάθετες στην αξονική διεύθυνση. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται επιφάνειες για κάθε μία από τις οποίες υπολογίζονται οι μέσες τιμές στατικής και ολικής πίεσης, σταθμισμένες πάντα βάση της παροχής μάζας. Με μπλε χρώμα διαγράφεται η πτώση της στατικής πίεσης και με κόκκινο της ολικής πίεσης. Όπως είναι αναμενόμενο, παρατηρείται ότι η ολική πίεση παραμένει σχεδόν σταθερή όταν η ροή διέρχεται ανάμεσα από τα σταθερά πτερύγια όπου θεωρητικά οι απώλειες είναι μικρές. Αντιθέτως στις περιοχές των περιστρεφόμενων πτερυγίων όπου υπάρχει παραγωγή έργου, η ολική πίεση μειώνεται. Όσο αφορά την στατική πίεση, αυτή μειώνεται με το πέρασμα της ροής από τα σταθερά πτερύγια και μάλιστα ιδιαίτερα έντονα κοντά στην έξοδό τους. Στην περιοχή δηλαδή όπου παρατηρείται η μέγιστη στένωση του περάσματος, κάθε φορά, και κατ' επέκταση η μεγαλύτερη επιτάχυνση της ροής. Αντιθέτως στα περιστρεφόμενα πτερύγια η ροή ξανά επιβραδύνεται, με μικρή σχετικά μεταβολή στην στατική πίεση. Τέλος είναι εμφανές ότι η γενική κλίση της πτώσης πίεσης είναι μεγάλη στην αρχή και μειώνεται σταδιακά όσο η ροή προχωράει προς την έξοδο.



Σχήμα 6.2. Μεταβολή στατικής και ολικής θερμοκρασίας κατά μήκος του στροβίλου

Το διάγραμμα μεταβολής της θερμοκρασίας, που απεικονίζεται στο σχήμα 6.2, ακολουθεί την ίδια λογική με αυτό της πίεσης. Η μόνη διαφορά είναι ότι η γενική κλίση της μεταβολής της θερμοκρασίας είναι πιο σταθερή και ομαλή από πριν, κατά μήκος όλου του στροβίλου. Σημαντικό είναι να σημειωθεί ότι η τελική στατική και ολική θερμοκρασία εξόδου είναι ελαφρώς μειωμένες σε σχέση με τις αναμενόμενες, σύμφωνα με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της μονάδας που διαθέτει η Δ.Ε.Η. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το απαιτούμενο παραγόμενο έργο αποδίδεται μόνο με την υπερεκτόνωση του εργαζόμενου μέσου που στην συγκεκριμένη περίπτωση επιβλήθηκε να είναι ξηρός ατμός. Επειδή λοιπόν δεν επιτρέπεται η συμπύκνωση του ατμού, η υπερεκτόνωσή του έχει σαν αποτέλεσμα την πτώση της θερμοκρασίας του σε αυτά τα χαμηλά επίπεδα. Στην αντίθετη περίπτωση όμως της διφασικής ροής η υπερεκτόνωση θα προκαλούσε την συμπύκνωση του ατμού και έτσι ή συμπυκνωμένη φάση θα απέδιδε το ενεργειακό της περιεχόμενο στην γύρω αέρια φάση διατηρώντας έτσι την θερμοκρασία του ατμού σε υψηλότερα επίπεδα.



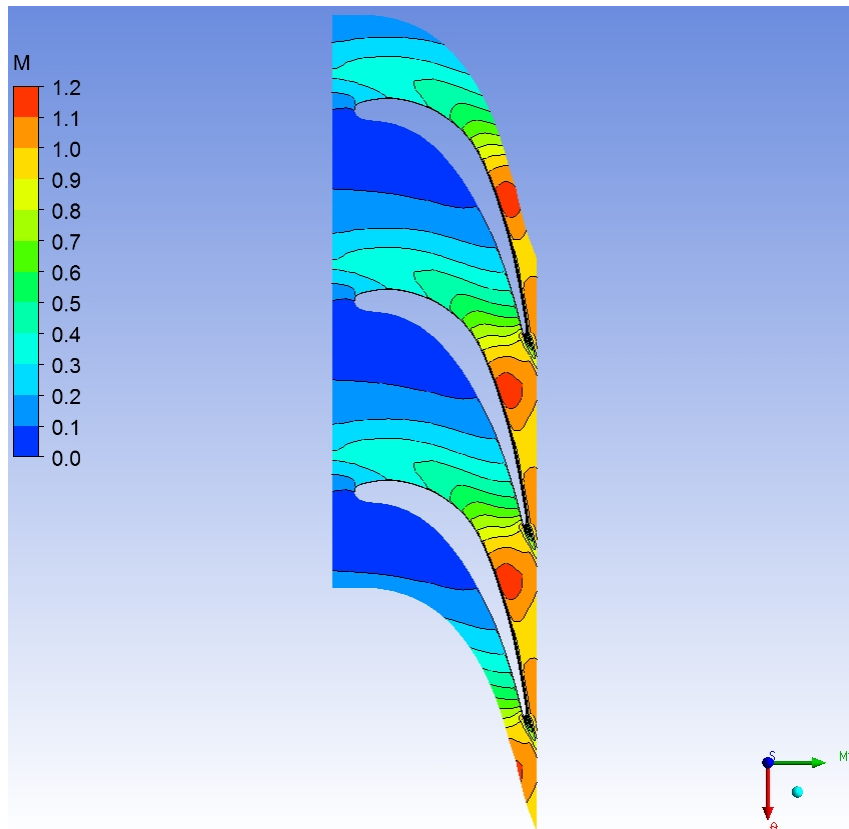


Σχήμα 6.3. Μεταβολή του σχετικού και απόλυτου αριθμού Mach κατά μήκος του στροβίλου

Σημαντική πληροφορία για την λειτουργία του στροβίλου είναι και ο τρόπος που μεταβάλλεται και τα επίπεδα στα οποία κυμαίνεται ο αριθμός Mach (σχήμα 6.3). Με μπλε χρώμα φαίνεται η μεταβολή του απόλυτου αριθμού Mach, ως προς σταθερό σύστημα αναφοράς, και με κόκκινο ο σχετικός αριθμός Mach, ως προς το περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς. Είναι προφανές ότι οι μεταβολές των δύο αυτών αριθμών θα συμβαδίζουν στην περιοχή των σταθερών πτερυγίων, όπου η ροή επιταχύνεται, και θα διαφοροποιούνται στα περιστρεφόμενα, όπου η ροή επιβραδύνεται. Το κύριο ενδιαφέρον όμως εντοπίζεται στο γεγονός ότι κατά μέσο όρο τα επίπεδα των αριθμών Mach είναι πάνω από το 0.3, άρα η ροή είναι συμπιεστή, και κάτω από το 1, οπότε η ροή είναι υποηχητική. Μόνο σε μία μικρή περιοχή στην έξοδο των σταθερών πτερυγίων της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, ο αριθμός Mach ξεπερνά τη μονάδα. Αυτό οφείλεται στο γεωμετρικό σχεδιασμό του στροβίλου όπου στην συγκεκριμένη περιοχή το ύψος των πτερυγίων και η γεωμετρία του κελύφους μεταβάλλονται απότομα, σε συνδυασμό με τον αυξημένο ρυθμό στένωσης του περάσματος ροής. Έτσι η ροή επιταχύνεται με τον ίδιο τρόπο όπως και σε ένα συγκλίνων – αποκλίνων ακροφύσιο.

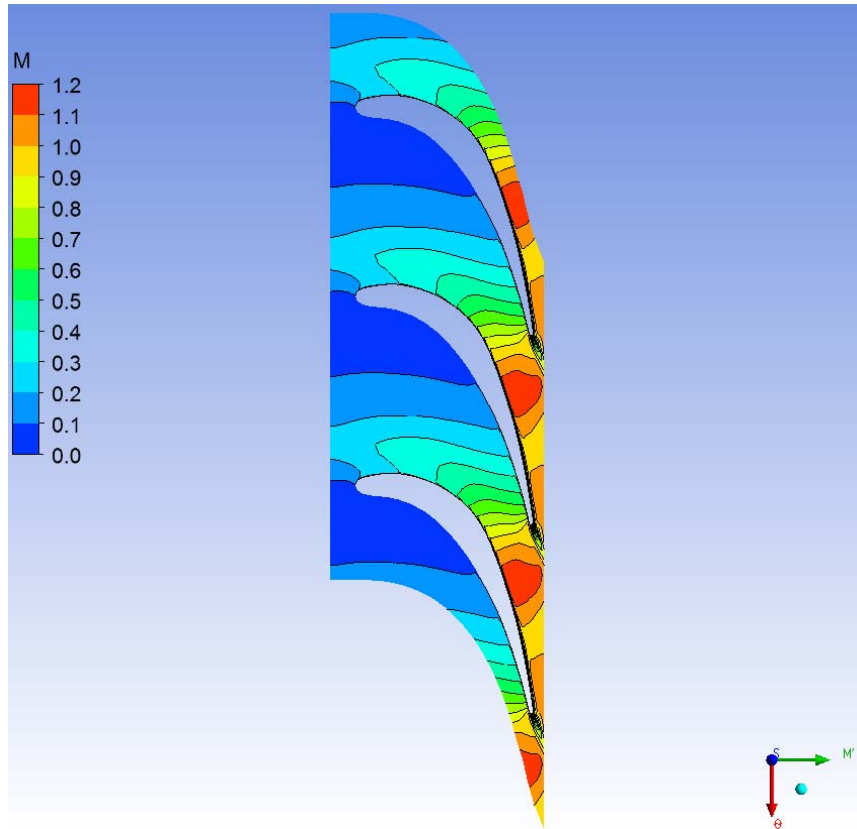
Γενικά η μελέτη που πραγματοποιήθηκε για το συγκεκριμένο σενάριο προσομοίωσης είναι εκτενέστατη. Στα πλαίσια αυτής προέκυψαν πολλά διαγράμματα, κατανομές, τομές, ροϊκά πεδία και πίνακες δεδομένων που αφορούν μεγέθη όπως πίεση, θερμοκρασία, αριθμό Mach, ταχύτητα κ.α. Μετά την διαδικασία επίλυσης του προβλήματος και των εξισώσεων, τα αποτελέσματα αναλύθηκαν για ολόκληρη την γεωμετρία, αλλά και για κάθε

σειρά πτερυγίων ξεχωριστά. Έτσι ο όγκος των πληροφοριών που συγκεντρώθηκε είναι πάρα πολύ μεγάλος και προφανώς πέρα από την δυνατότητα της συνολικής παρουσίασης του στα πλαίσια αυτής της διδακτορικής διατριβής. Συνεπώς, ενδεικτικά παρακάτω παρουσιάζονται κάποια επιλεγμένα αποτελέσματα μόνο από τα σταθερά πτερύγια της πρώτης βαθμίδας του αμοστροβίλου.

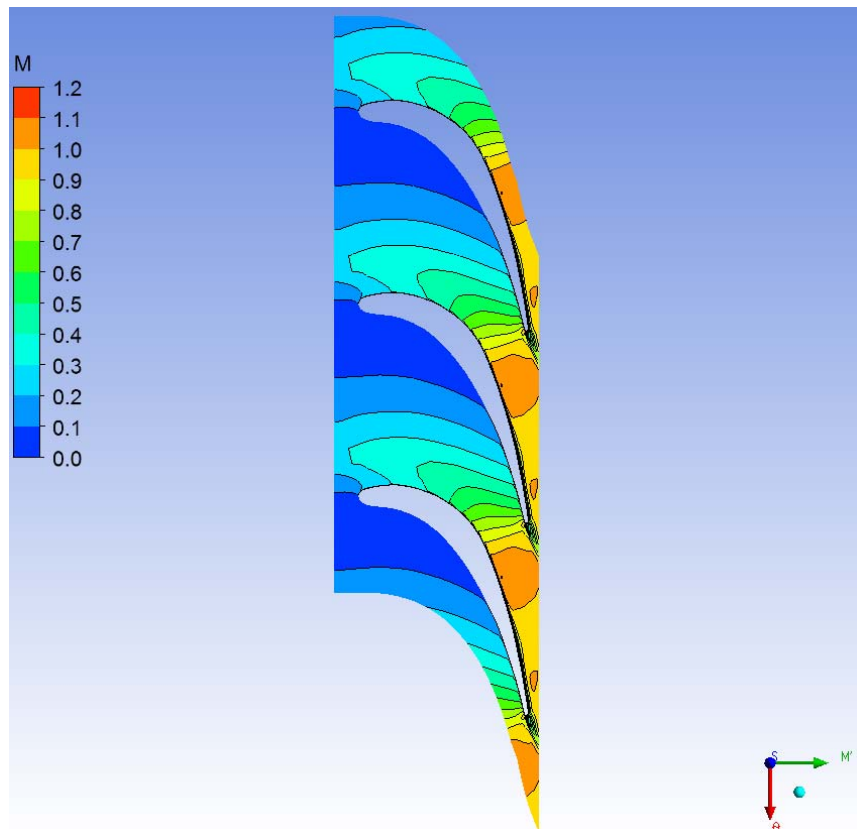


Εικόνα 6.1. Κατανομή του αριθμού Mach στο 50% του ύψους του πτερυγίου S1

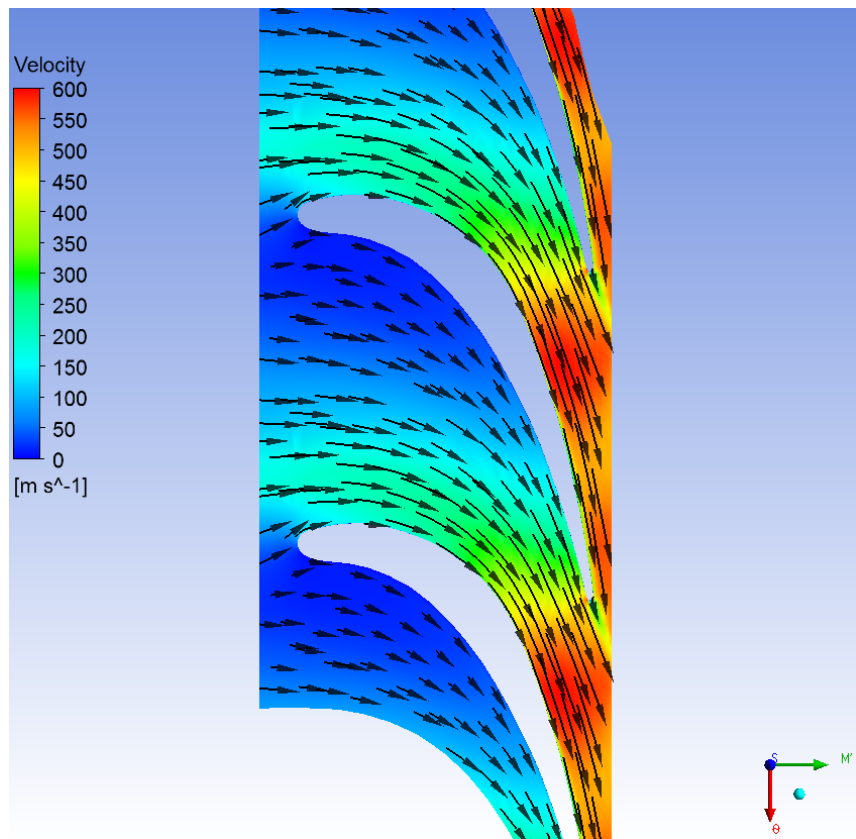
Η μεταβολή του αριθμού Mach που παρουσιάστηκε στο διάγραμμα του σχήματος 6.3, φαίνεται αναλυτικότερα με την απεικόνιση της κατανομής του ανά βαθμίδα. Στην εικόνα 6.1 δίνεται μία τέτοια κατανομή του αριθμού Mach γύρω από τα σταθερά πτερύγια της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας, πάνω σε μία επιφάνεια που τα τέμνει στο μέσο ύψος τους. Διακρίνεται εύκολα η σταδιακή επιτάχυνση της ροής κοντά στην επιφάνεια αναρρόφησης μέχρι το σημείο μέγιστης στένωσης του περάσματος, όπου παρατηρούνται και οι μεγαλύτερες τιμές Mach (περιοχές με κόκκινο χρώμα). Στις περιοχές αυτές η ροή είναι ηχητική ή ακόμα και υπερηχητική. Σαν αποτέλεσμα είναι ο περιορισμός της ροής που επιβάλλει μία μέγιστη δυνατή παροχή μάζας που μπορεί να διέλθει από τον στρόβιλο. Το ίδιο μοτίβο ακολουθούν και οι εικόνες 6.2 και 6.3 όπου παρουσιάζονται οι κατανομές του αριθμού Mach γύρω από τα πτερύγια, στο 20% και 80% του ύψους τους αντίστοιχα. Μία αξιοσημείωτη διαφοροποίηση που εντοπίζεται, ωστόσο, είναι ότι στο 20% του ύψους των πτερυγίων εντοπίζονται μεγαλύτερες κόκκινες περιοχές, κάτι που υποδηλώνει πως το ρευστό τείνει να επιταχύνεται περισσότερο κοντά στην βάση των πτερυγίων.



Εικόνα 6.2. Κατανομή του αριθμού Mach στο 20% του ύψους του πτερυγίου S1

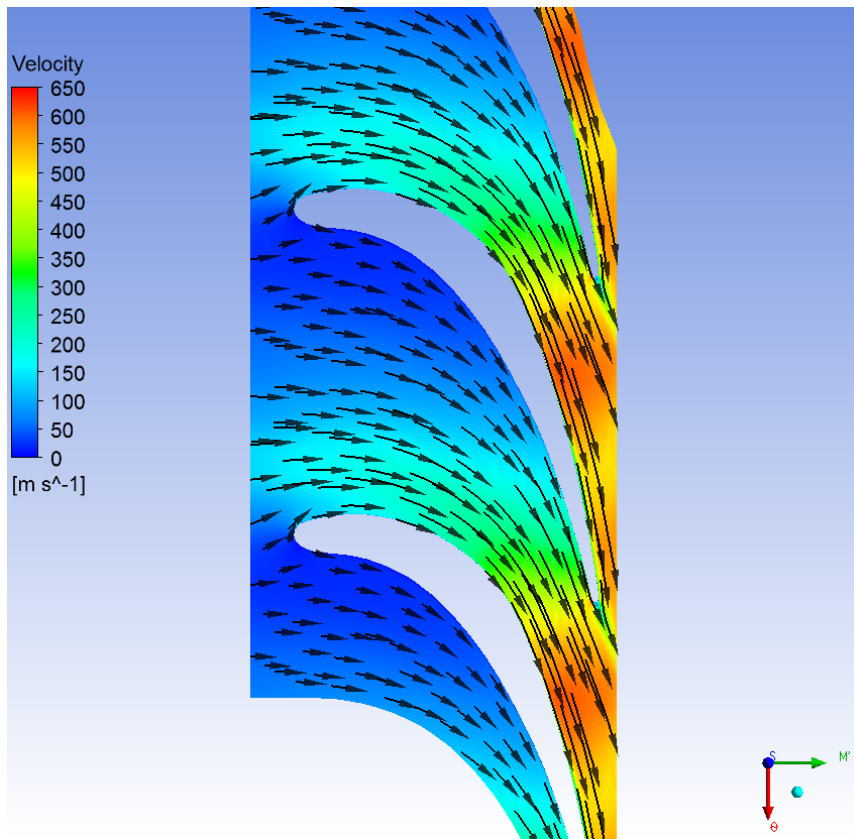


Εικόνα 6.3. Κατανομή του αριθμού Mach στο 80% του ύψους του πτερυγίου S1

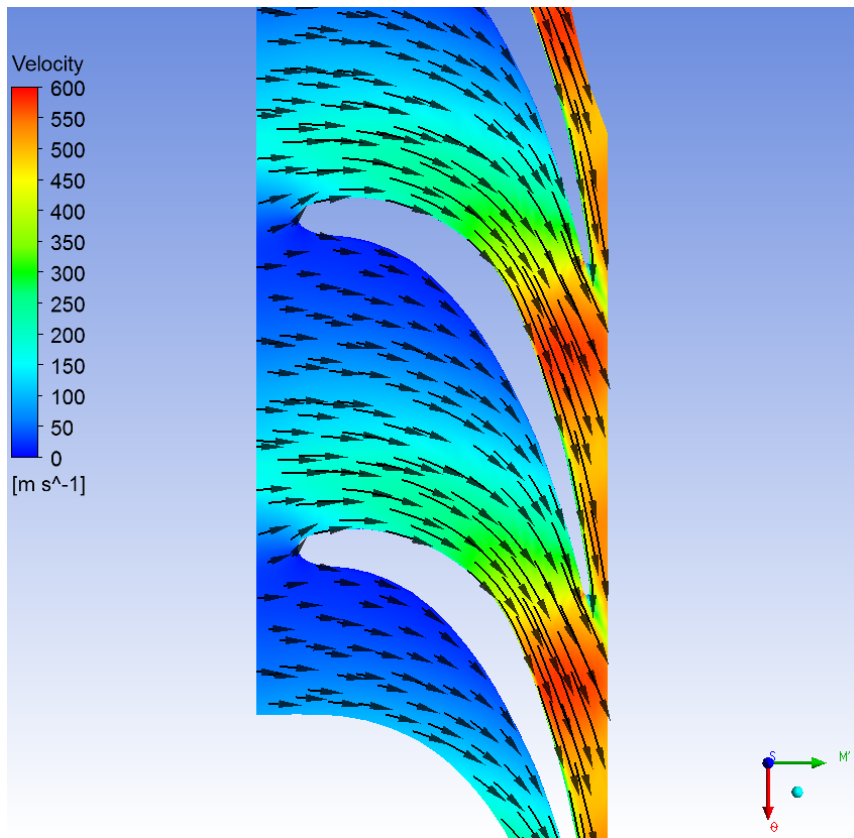


Εικόνα 6.4. Διανύσματα ταχύτητας στο 50% του ύψους του πτερυγίου S1

Τα ίδια συμπεράσματα προκύπτουν και από τα διανύσματα των ταχυτήτων που φαίνονται στην εικόνα 6.4. Και αυτά αναφέρονται στο μέσο ύψος των ίδιων πτερυγίων και είναι σχεδιασμένα σαν προβολές πάνω στην επιφάνεια όπου απεικονίζεται η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας. Ταυτόχρονα όμως από την εικόνα αυτή είναι και πιο εύκολο να μελετηθεί η διεύθυνση και η κατεύθυνση της ροής. Είναι ευδιάκριτο ότι η μέση ροή (χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι διακύμανσης της τύρβης) εισέρχεται ομαλά και με μηδενική σχεδόν γωνία προσβολής στα πτερύγια. Στην συνέχεια η διεύθυνσή της στρέφεται ακολουθώντας την καμπυλότητα των πτερυγίων, χωρίς να υπάρχουν σημεία αποκόλλησης και ανακυκλοφορίας της ροής και παράλληλα επιταχύνεται έως ότου φτάσει να έχει την επιθυμητή (σύμφωνα με τον τρόπο σχεδιασμού του αεροστροβίλου) ταχύτητα και γωνία εξόδου από τα σταθερά, οδηγητικά πτερύγια. Το ίδιο μοτίβο ακολουθούν και οι εικόνες 6.5 και 6.6 όπου παρουσιάζονται τα διανύσματα των ταχυτήτων γύρω από τα πτερύγια, στο 20% και 80% του ύψους τους αντίστοιχα. Όπως και πριν με τις κατανομές του αριθμού Mach, έτσι κι εδώ παρατηρείται ότι η μέγιστη ταχύτητα, που εμφανίζεται στα υπομνήματα των εικόνων αυτών, εντοπίζεται στο 20% του ύψους των πτερυγίων.

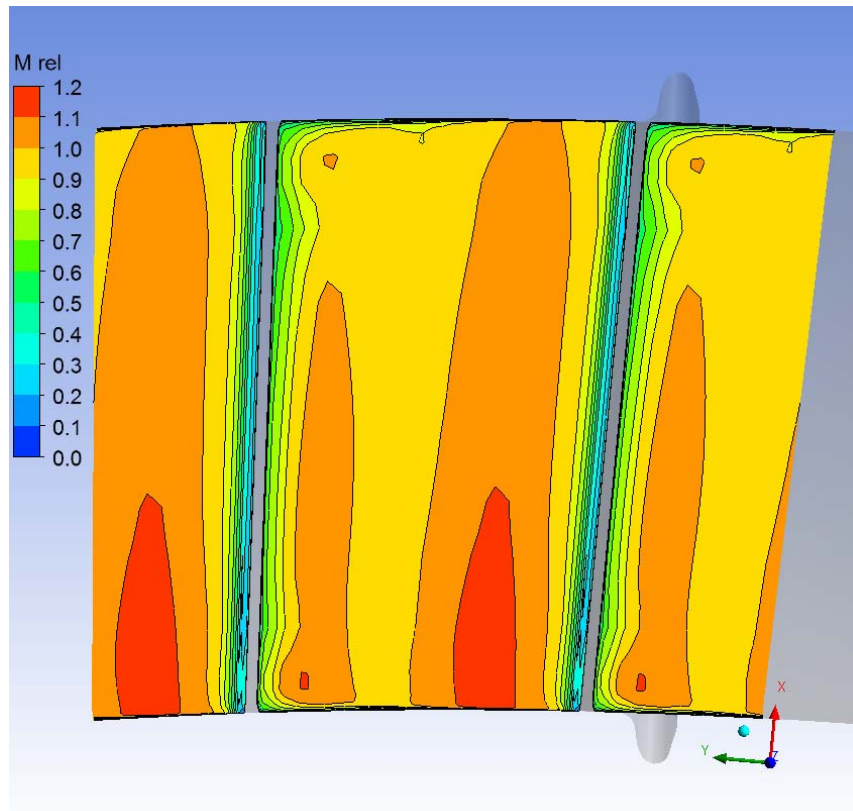


Εικόνα 6.5. Διανύσματα ταχύτητας στο 20% του ύψους του πτερυγίου S1



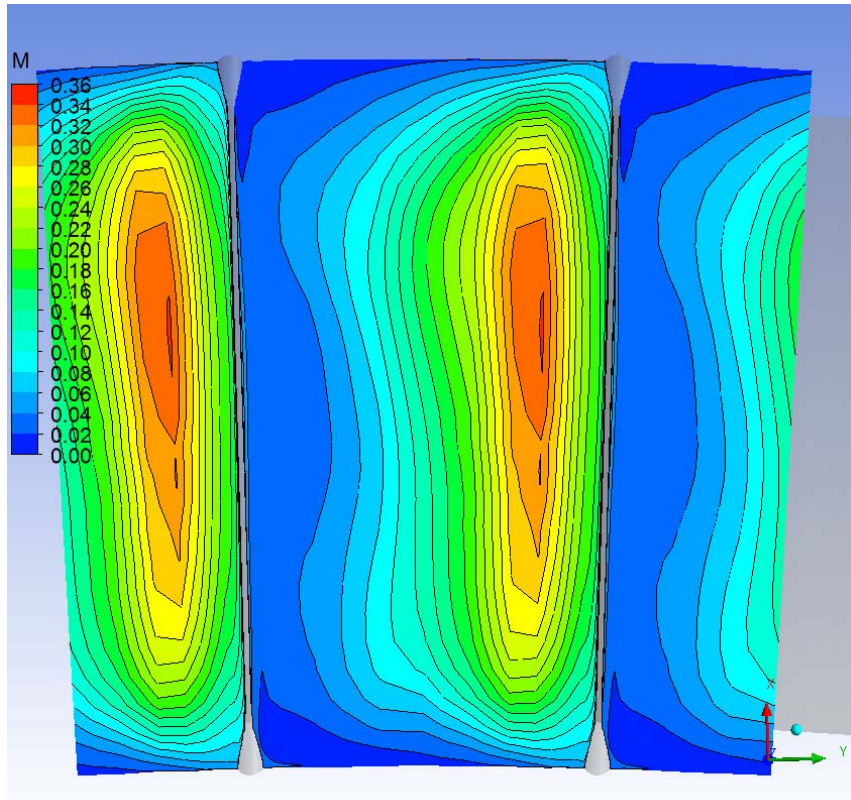
Εικόνα 6.6. Διανύσματα ταχύτητας στο 80% του ύψους του πτερυγίου S1

Η παρατήρηση αυτή είναι πιο ευδιάκριτη όμως στην εικόνα 6.7. Σε αυτήν εμφανίζεται η κατανομή του αριθμού Mach πάνω στην επιφάνεια που τέμνει κάθετα το πέρασμα της ροής και διέρχεται ταυτόχρονα από τις ακμές διαφυγής των πτερυγίων. Η επιφάνεια αυτή δηλαδή, αποτελεί ουσιαστικά την επιφάνεια εξόδου της ροής από την συγκεκριμένη σειρά πτερυγίων. Στο μεγαλύτερο μέρος αυτής της επιφάνειας ο αριθμός Mach είναι κοντά στην τιμή 1. Ωστόσο εντοπίζονται εύκολα περιοχές κοντά στην βάση των πτερυγίων και κυρίως από την πλευρά της επιφάνειας κατάθλιψης, όπου η τιμή ξεπερνάει ακόμα και την τιμή του 1.1.



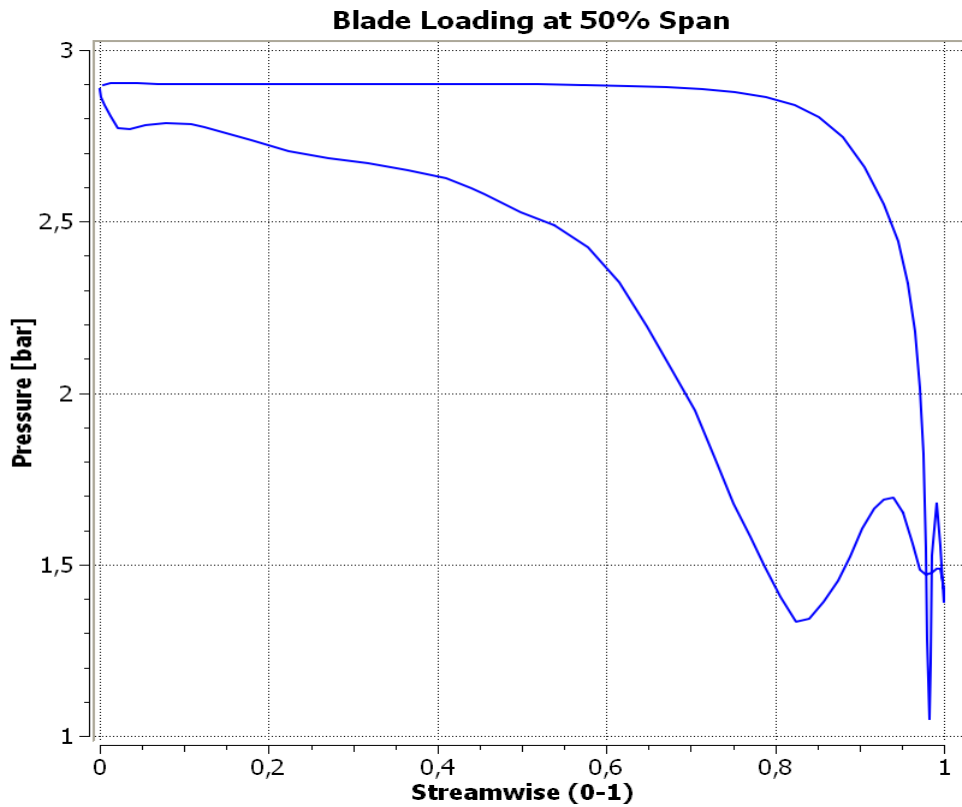
Εικόνα 6.7. Κατανομή αριθμού Mach στην επιφάνεια εξόδου (ακμή διαφυγής) των πτερυγίων S1

Στην εικόνα 6.8 φαίνεται η κατανομή του αριθμού Mach στην επιφάνεια εισόδου των σταθερών πτερυγίων της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας. Και αυτή η επιφάνεια ορίζεται με τον ίδιο τρόπο, από τις ακμές προσβολής των πτερυγίων. Σε αντίθεση με την επιφάνεια εξόδου, όπως είναι λογικό, εδώ η ταχύτητα είναι καθαρά υποηχητική και οριακά ο αριθμός Mach φτάνει την τιμή 0.35. Επίσης οι μεγαλύτερες ταχύτητες πλέον δεν εντοπίζονται στην βάση των πτερυγίων, αλλά γενικά όλη η κατανομή φαίνεται να είναι σχετικά ομοιόμορφη κατά την ακτινική διεύθυνση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η συγκεκριμένη επιφάνεια αποτελεί την είσοδο ολόκληρου του αεροστροβίλου και η ροή ακόμα δεν έχει μεγάλες διαταραχές, πέρα από την ομοιόμορφη τυρβώδη διακύμανση της ταχύτητας που θεωρήθηκε για το συνολικό προφίλ της.



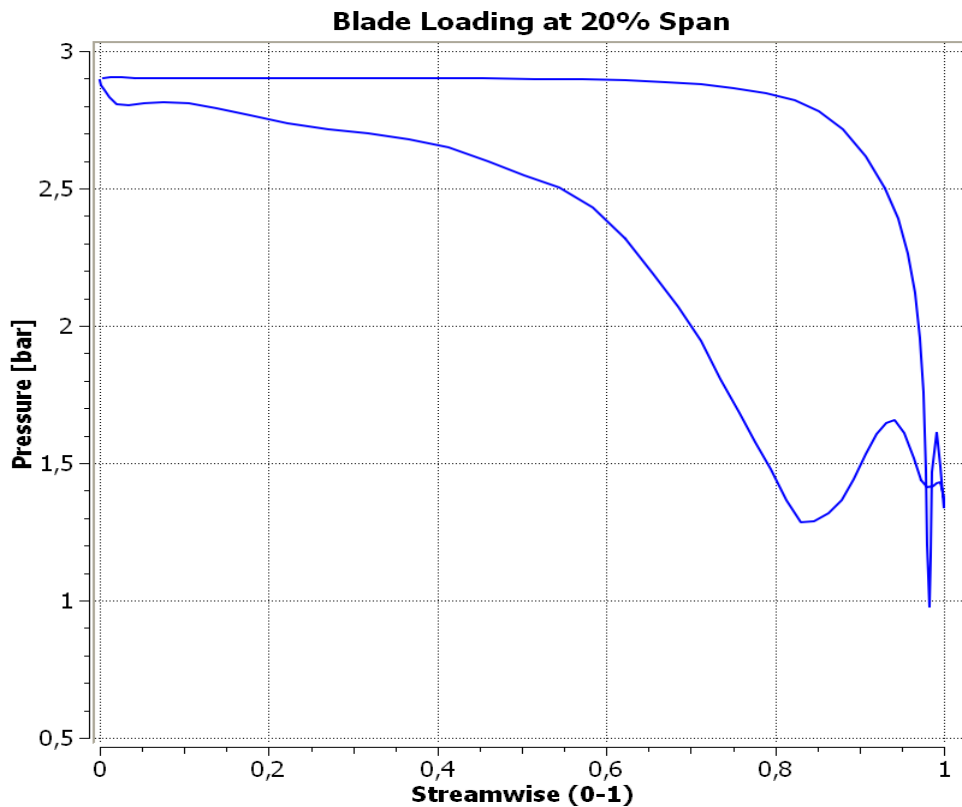
Εικόνα 6.8. Κατανομή αριθμού Mach στην επιφάνεια εισόδου (ακμή προσβολής) των πτερυγίων S1

Όσο αφορά την πίεση, στο σχήμα 6.4 φαίνεται, σε μικρότερη κλίμακα σε σχέση με την γενική πτώση πίεσης του σχήματος 6.1, το πώς μεταβάλλεται η στατική πίεση πάνω στο πτερύγιο S1 και πώς το φορτίζει. Η πίεση του διαγράμματος αναφέρεται σε μία καμπύλη γραμμή που εφάπτεται στο προφίλ της αεροτομής στο μέσο του ύψους της. Στον άξονα των  $x$  σημειώνεται η αδιαστατοποιημένη θέση ακολουθώντας τη ροή, με το μηδέν να αντιστοιχεί στην είσοδο και στο σημείο ανακοπής του πτερυγίου και το 1 στην έξοδο και στο σημείο διαφυγής. Όπως σχηματίζεται ο «κύκλος» του σχήματος, το πάνω μέρος του παίρνει τιμές κατά μήκος του τμήματος της καμπύλης που εφάπτεται στην επιφάνεια κατάθλιψης, ενώ το κάτω μέρος του παίρνει τιμές κατά μήκος του τμήματος της καμπύλης που εφάπτεται στην επιφάνεια αναρρόφησης. Όπως είναι αναμενόμενο οι τιμές της στατικής πίεσης μειώνονται όπου η ροή επιταχύνεται και αυτό συμβαίνει περισσότερο από την πλευρά της αναρρόφησης και μάλιστα στο δεύτερο μισό του πτερυγίου, όπως περιγράφεται και παραπάνω. Η διαταραχή των καμπυλών κοντά στην έξοδο οφείλεται στην αστάθεια της ροής ακριβώς πίσω από την ακμή διαφυγής, όπου ξανά ενώνονται τα δύο ρεύματα του ρευστού.



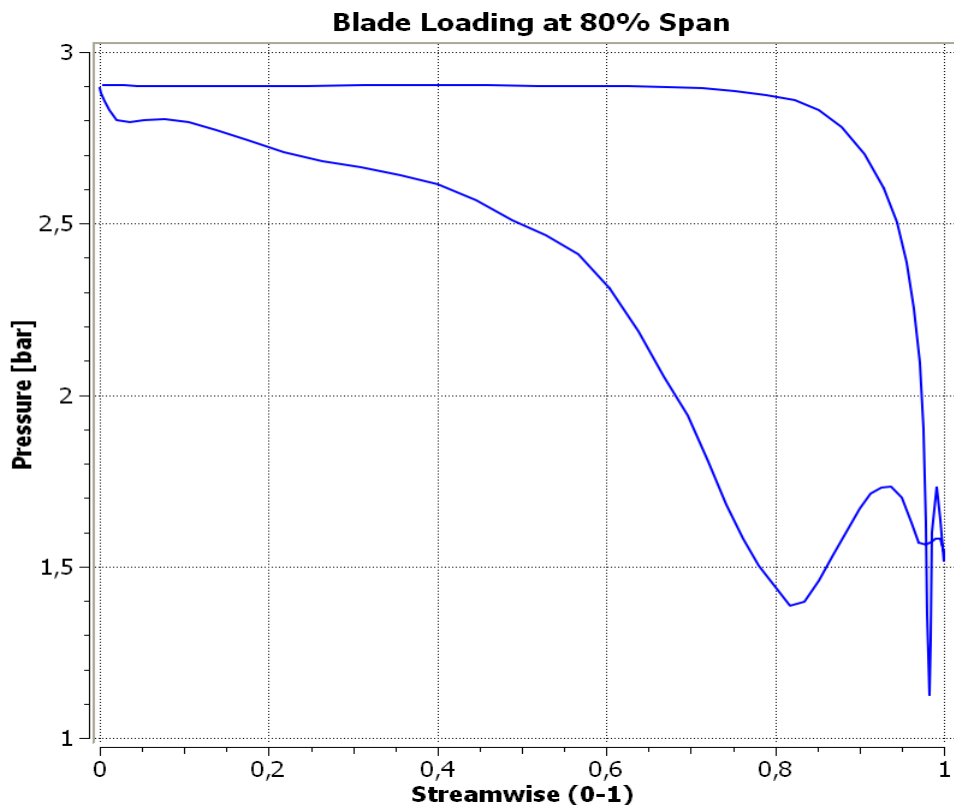
Σχήμα 6.4. Κατανομή στατικής πίεσης στην επιφάνεια του πτερυγίου στο 50% του ύψους του

Το ίδιο μοτίβο ακολουθούν και τα διαγράμματα των σχημάτων 6.5 και 6.6 που απεικονίζουν την κατανομή της στατικής πίεσης πάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου, στο 20% και 80% του ύψους του αντίστοιχα.



Σχήμα 6.5. Κατανομή στατικής πίεσης στην επιφάνεια του πτερυγίου στο 20% του ύψους του

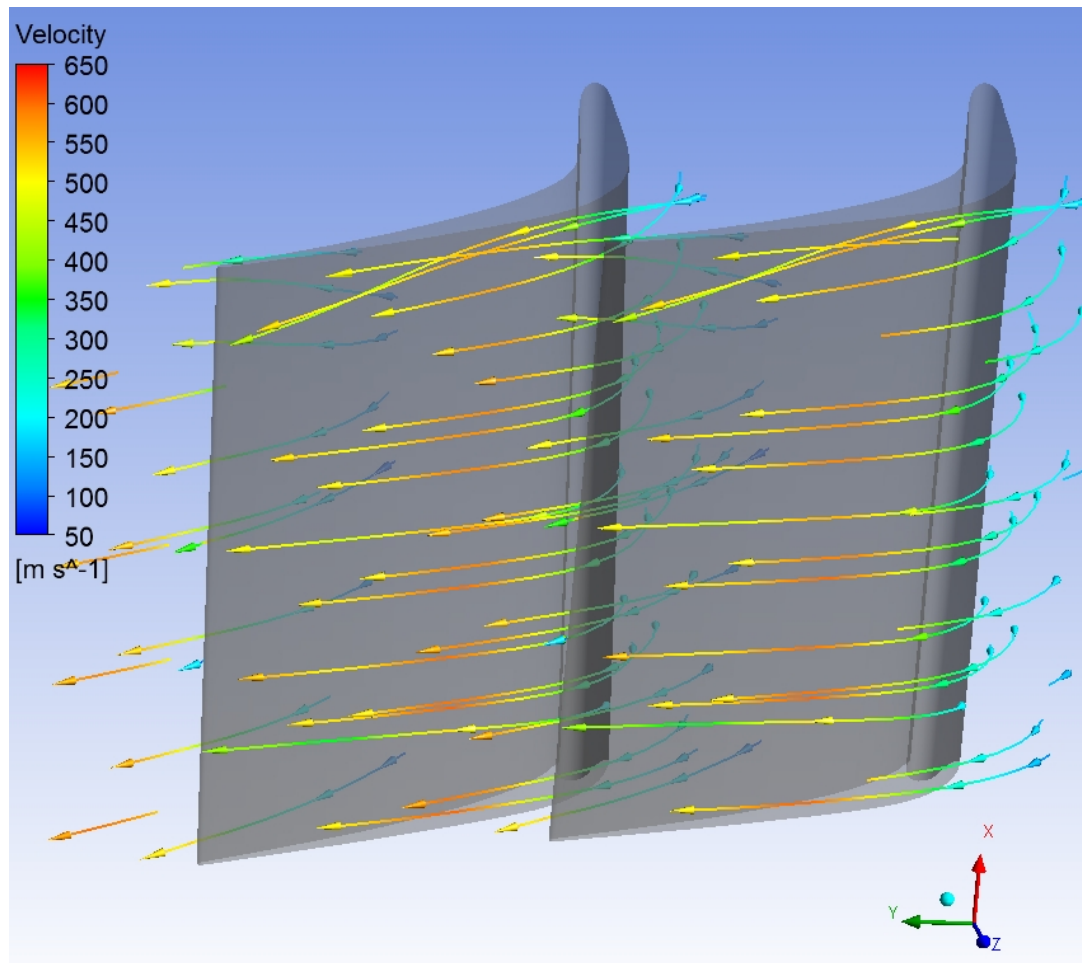




Σχήμα 6.6. Κατανομή στατικής πίεσης στην επιφάνεια του πτερυγίου στο 80% του ύψους του

Γενικά, η σχετική αυτή ομοιομορφία στον τρόπο με τον οποίο κατανέμεται, τόσο η στατική πίεση, όσο και η ταχύτητα του ρευστού και ο αριθμός Mach γύρω από τα σταθερά πτερύγια της 1<sup>ης</sup> βαθμίδας, ανεξάρτητα από το ύψος στο οποίο μελετώνται, οφείλεται στην ιδιαιτερότητα των συγκεκριμένων πτερυγίων. Σε αντίθεση με όλα τα άλλα, αυτά είναι τα μοναδικά που διατηρούν το ίδιο προφίλ γεωμετρίας σε ολόκληρο το ύψος τους, από την βάση μέχρι την κορυφή τους και δεν εμφανίζουν καμία συστροφή. Στα υπόλοιπα πτερύγια αυτό δεν ισχύει και η ομοιομορφία αυτή, ενώ εξακολουθεί να υπάρχει, δεν υφίσταται σε τόσο έντονο βαθμό.

Μεταφέροντας τις εικόνες 6.4-6 στο χώρο, στην τελευταία εικόνα παρουσιάζεται, σε τρεις διαστάσεις πλέον, η διεύθυνση της ροής και το μέτρο της ταχύτητάς της γύρω από ολόκληρα τα πτερύγια. Με την βοήθεια του χρώματος φαίνεται πως μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας κατά μήκος των ροϊκών γραμμών. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν είναι ίδια με πριν.



Εικόνα 6.9. Ροϊκές γραμμές γύρω από τα σταθερά πτερύγια της πρώτης βαθμίδας

### 6.1.3 Συμπεράσματα

Στα πρώιμα στάδια της ερευνητικής αυτής εργασίας καταβλήθηκε σημαντική προσπάθεια για την ανάλυση της ροής μέσα σε έναν πολυβάθμιο ατμοστρόβιλο αντίδρασης. Τα ροϊκά αποτελέσματα σε σχέση με τη μεταβολή της πίεσης και της ταχύτητας που προέκυψαν, παρουσιάζονται λογικά και αναμενόμενα. Το υπολογιστικό μοντέλο του στροβίλου χαμηλής πίεσης ανταποκρίνεται όπως αναμένεται στην αλλαγή των συνθηκών λειτουργίας. Η έλλειψη λεπτομερών πειραματικών δεδομένων περιορίζει τη δυνατότητα λεπτομερούς αξιολόγησης των υπολογιστικών αποτελεσμάτων. Ωστόσο η μελέτη είναι ώριμη και ολοκληρωμένη σχετικά με τις συνθήκες εκτόνωσης του ξηρού ατμού και ο επόμενος στόχος είναι η εφαρμογή μοντέλων υγροποίησης και σταγονοποίησής του. Έτσι θα υπάρξει μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τις διεργασίες που λαμβάνουν χώρα και των συνεπειών τους, που θα καταστήσει εφικτή την διεξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων.

## 6.2. Ροή με μοντέλο πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης ατμού – Μέθοδος Euler

Σε αυτή την ενότητα ακολουθεί η επόμενη περίπτωση ροής κατά την οποία θεωρήθηκε σα βάση η προηγούμενη του ξηρού, υπέρθερμου ατμού και προστέθηκε επιπλέον μοντέλο πυρηνοποίησης και συμπύκνωσης του ατμού. Παράλληλα έγινε χρήση του μοντέλου Euler για την περιγραφή της διφασικής ροής που προκύπτει κατά την υγροποίηση του ατμού, το οποίο παρέχει την στατιστικά μέση χωρική κατανομή της συγκέντρωσης των διαφορετικών φάσεων. Από την εφαρμογή των μοντέλων αυτών διαπιστώθηκε η σημαντική θερμοδυναμική επίδραση της υγροποίησης του ατμού στη φυσική διεργασία της εκτόνωσης και κατ' επέκταση στην απόδοση και στις συνθήκες κάτω από τις οποίες λειτουργεί ο ατμοστρόβιλος.

### 6.2.1 Οριακές συνθήκες

Το πρώτο σενάριο που μελετήθηκε, όπως και πριν στην περίπτωση του ξηρού ατμού, αφορά την λειτουργία του στροβίλου για την παραγωγή φορτίου 100MW. Η διαφορά εδώ είναι ότι δεν ήταν απαραίτητοι οι πειραματισμοί με της οριακές συνθήκες. Αυτές επιλέχθηκαν από τις προηγούμενες διαδικασίες και εφαρμόστηκαν οι ίδιες ώστε να υπάρχει κοινό σημείο αναφοράς και δυνατότητα σύγκρισης. Έτσι οι τιμές είναι: στατική πίεση εισόδου  $P_{st,in}=2.9$  bar, μέση στατική πίεση εξόδου  $P_{st,out}=0.15$  bar, παροχή μάζας στην απομάστευση S3  $Q_{αποS3}=0.0208$  Kg/s, παροχή μάζας στην απομάστευση S5  $Q_{αποS5}=0.03114$  Kg/s και στατική θερμοκρασία εισόδου  $T_{st,in}=540$  K.

Το εργαζόμενο μέσο φυσικά αλλάζει και πλέον στην συνεχή φάση ξηρού ατμού (Steam3v – IAPWS) προστίθεται και η δεύτερη διεσπαρμένη (dispersed) φάση υγρού (Steam3l – IAPWS). Ταυτόχρονα στην βιβλιοθήκη υπάρχει και ένα ομοιογενές δυαδικό μίγμα (homogeneous binary mixture) των δύο φάσεων (Steam3vl – IAPWS) που καθορίζει την μεταξύ τους κατάσταση κορεσμού. Η δεύτερη υγρή φάση ακολουθεί το μοντέλο συμπύκνωσης σταγονιδίων με ομογενή πυρηνοποίηση που εφαρμόζεται σε ολόκληρο τον όγκο ελέγχου. Αυτό σημαίνει ότι η πυρηνοποίηση μπορεί να πραγματοποιηθεί σε οποιοδήποτε σημείο οι συνθήκες είναι κατάλληλες και επιτρέπεται η πρωτογενής και η δευτερογενής πυρηνοποίηση. Παράλληλα υπάρχει η δυνατότητα της μετέπειτα αμφίδρομης μεταφοράς μάζας μεταξύ των φάσεων. Σημαντικό είναι επίσης να σημειωθεί ότι στην βιβλιογραφική ανασκόπηση που διεξήχθη, αναφέρεται πως συνήθως η μέγιστη διάσταση των εμφανιζόμενων σταγονιδίων δεν ξεπερνά το 1  $\mu$ m. Συνεπώς κι εδώ τα σταγονίδια αναμένονται να είναι πολύ μικρά και χρησιμοποιείται το μοντέλο μεταφοράς θερμότητας μικρών σταγονιδίων (Small Droplet heat transfer model). Για την συνεχή φάση του ατμού εξακολουθεί να επιλύεται η ολική εξίσωση ενέργειας, συμπεριλαμβανομένου του όρου παραγωγής έργου λόγω τάσεων (viscous work term) και με τις κατάλληλες τροποποιήσεις που περιγράφηκαν στα παραπάνω κεφάλαια. Επίσης κι εδώ το μοντέλο τύρβης που εφαρμόζεται

είναι το δοκιμασμένο SST. Τέλος, επιβάλλεται στην είσοδο του ατμοστροβίλου το κλάσμα όγκου του ξηρού ατμού να είναι μονάδα και προφανώς της υγρής φάσης, μηδέν.

## 6.2.2 Αποτελέσματα και διαγράμματα

Αυτό το σενάριο προσομοίωσης που προέκυψε από της οριακές συνθήκες για φορτίο λειτουργίας 100 MW, με την προσθήκη του μοντέλου συμπύκνωσης στην ροή του ξηρού ατμού, αποτέλεσε και το κέντρο μελέτης αυτής της εργασίας. Μελετήθηκε διεξοδικά και συγκρίθηκε με το προηγούμενο, ενώ αποτέλεσε μέτρο σύγκρισης και για τα επόμενα σενάρια διφασικής ροής με τα διάφορα φορτία λειτουργίας, που αναλύθηκαν. Ο πίνακας 6.3 είναι συγκριτικός μεταξύ των δύο περιπτώσεων ροής με ξηρό ατμό και με μοντέλο συμπύκνωσης, όπου φαίνεται ότι ενώ οι παροχές δεν αλλάζουν ιδιαίτερα, σημαντική είναι η αλλαγή στην θερμοκρασία εξόδου από τον στρόβιλο. Με γαλάζιο χρώμα φαίνονται οι επιβληθείσες τιμές, με μαύρο τα αποτελέσματα και με κόκκινο είναι τα σημεία που χρήζουν ιδιαίτερης προσοχής.

Μεταβλητές	Ξηρός	Συμπύκνωση	Μονάδες
$P_{st,in}$	2.9	2.9	[bar]
$P_{st,out}$	0.15	0.15	[bar]
$Q_{in}$	0.285	0.285	[kg/s]
$Q_{out}$	0.167	0.168	[kg/s]
$h_{tot,out}$	2,543	2,548	[KJ/kg]
$T_{st,out}$	294.72	326.89	[K]

Πίνακας 6.3 Σύγκριση περιπτώσεων ροής με ξηρό ατμό και με μοντέλο συμπύκνωσης

Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση της διφασικής ροής το ρευστό, στην έξοδο του ατμοστροβίλου, είναι μίγμα ατμού και υγρού. Οι δύο φάσεις δεν βρίσκονται σε θερμοδυναμική ισορροπία και έχουν διαφορετική θερμοκρασία μεταξύ τους. Επομένως δεν έχει νόημα και φυσική σημασία μία κοινή θερμοκρασία μίγματος και έτσι η στατική θερμοκρασία εξόδου στον πίνακα αναφέρεται μόνο στην αέρια φάση. Αντιθέτως αυτό δεν ισχύει στην περίπτωση της ολικής ενθαλπίας, που είναι το ενεργειακό περιεχόμενο ανοιγμένο στην μάζα. Εδώ οι ολικές ενθαλπίες κάθε φάσης προστίθενται, αφού πρώτα πολλαπλασιαστούν με το κλάσμα μάζας, για να δώσουν την ολική ενθαλπία όλου του μίγματος (το ίδιο ισχύει και για την εντροπία).

Στον πίνακα 6.4, που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα, παρουσιάζονται αναλυτικότερα τα αποτελέσματα διαφόρων μεγεθών για την ροή του υγρού ατμού. Σε κάθε σειρά πτερυγίου υπολογίζεται η μέση τιμή του μεγέθους σε όλη την επιφάνεια εισόδου και εξόδου αντίστοιχα. Όλα τα μεγέθη αναφέρονται στο σύνολο του μίγματος, με εξαίρεση την στατική και ολική θερμοκρασία, που όπως εξηγήθηκε πιο πριν, αναφέρεται μόνο στην αέρια φάση του ατμού.

Domain	S1		R1		S2		R2		S3		R3	
	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet
Static Pressure [bar]	2,901	1,594	1,589	1,614	1,615	1,004	1	0,958	0,959	0,605	0,602	0,537
Total Pressure [bar]	2,967	2,867	2,816	1,678	1,669	1,626	1,602	0,999	0,998	0,972	0,958	0,561
Vapour Static Temperature [K]	539,98	472,73	474,17	479,83	480,60	431,79	432,62	430,64	430,82	388,18	388,83	380,26
Vapour Total Temperature [K]	542,81	542,66	542,55	484,31	484,37	484,35	484,21	434,97	434,97	435,26	435,16	384,36
Static Enthalpy [J/kg]	3002430	2871890	2874770	2885960	2887490	2793710	2795390	2791720	2792090	2710850	2712170	2695970
Total Enthalpy [J/kg]	3007980	3007960	3007900	2894630	2894790	2894920	2894760	2800030	2800040	2800780	2800670	2703760
Static Entropy [J/kg K]	7598,4	7615	7622,43	7638,1	7641,11	7653,9	7659,86	7669,61	7670,35	7684,77	7690,56	7698,83
Vapour Mass Fraction	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Mass Flow / pass [kg/s]	0,2853	-0,2853	0,1295	-0,1295	0,4055	-0,4055	0,1295	-0,1295	0,4041	-0,3832	0,1653	-0,1655
Absolut Flow Angle [deg]	-	74,642	75,156	4,972	5,478	73,351	74,111	15,299	15,466	73,859	74,438	7,077
Power / Rotor [Watt]				3490508				2919546				2823392
Efficiency / Rotor				0,9019				0,9242				0,934
Efficiency / Stage	0,8239				0,8526				0,8638			

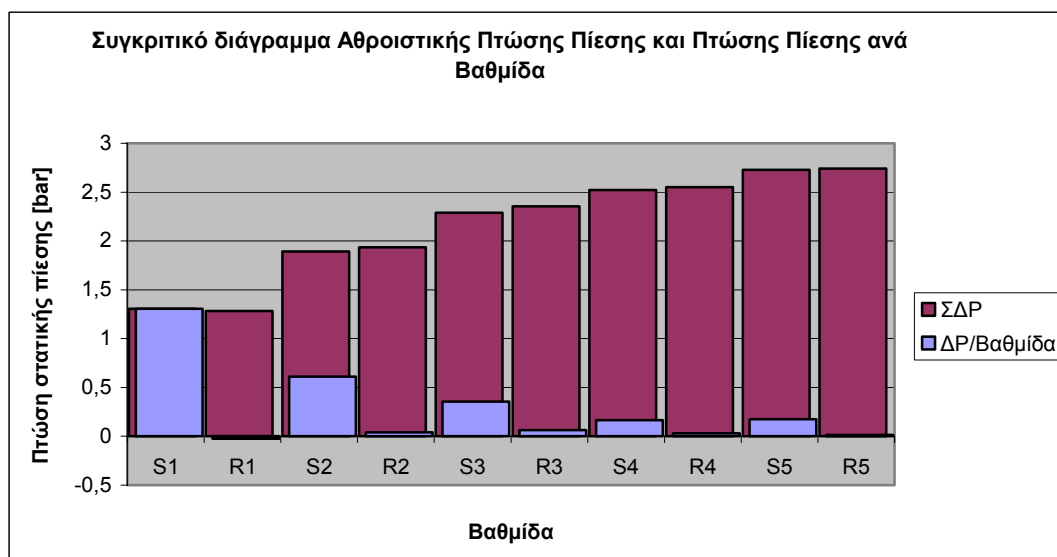
Πίνακας 6.4. Συγκεντρωτικός πίνακας βασικών μεγεθών κάθε βαθμίδας με μοντέλο συμπύκνωσης και φορτίο λειτουργίας 100 MW (Συνεχίζεται)

Domain	S4		R4		S5		R5	
	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet	Inlet	Outlet
Static Pressure [bar]	0,536	0,37	0,37	0,339	0,338	0,162	0,164	0,149
Total Pressure [bar]	0,56	0,541	0,538	0,361	0,36	0,313	0,308	0,171
Vapour Static Temperature [K]	380,35	350,30	350,81	344,90	344,84	325,07	327,71	326,89
Vapour Total Temperature [K]	384,33	384,23	384,22	350,10	350,10	382,44	382,74	337,76
Static Enthalpy [J/kg]	2696140	2639190	2640200	2629020	2628940	2530110	2534120	2527950
Total Enthalpy [J/kg]	2703720	2703740	2703750	2638950	2638950	2638950	2638410	2548550
Static Entropy [J/kg K]	7699,93	7715,64	7718,08	7724,66	7725,49	7770,21	7775,23	7793,9
Vapour Mass Fraction	1	1	1	1	1	0,973	0,973	0,971
Mass Flow [kg/s]	0,4162	-0,4162	0,1714	-0,1714	0,5028	-0,4718	0,168	-0,168
Absolut Flow Angle [deg]	6,774	72,498	72,935	37,903	38,145	70,767	72,556	38,3
Power / Rotor [Watt]				1888020				2445390
Efficiency / Rotor				0,9345				0,9287
Efficiency / Stage	0,8494				0,7950			
Efficiency over all	0,8757							

Πίνακας 6.4. Συγκεντρωτικός πίνακας βασικών μεγεθών κάθε βαθμίδας με μοντέλο συμπίκνωσης και φορτίο λειτουργίας 100 MW

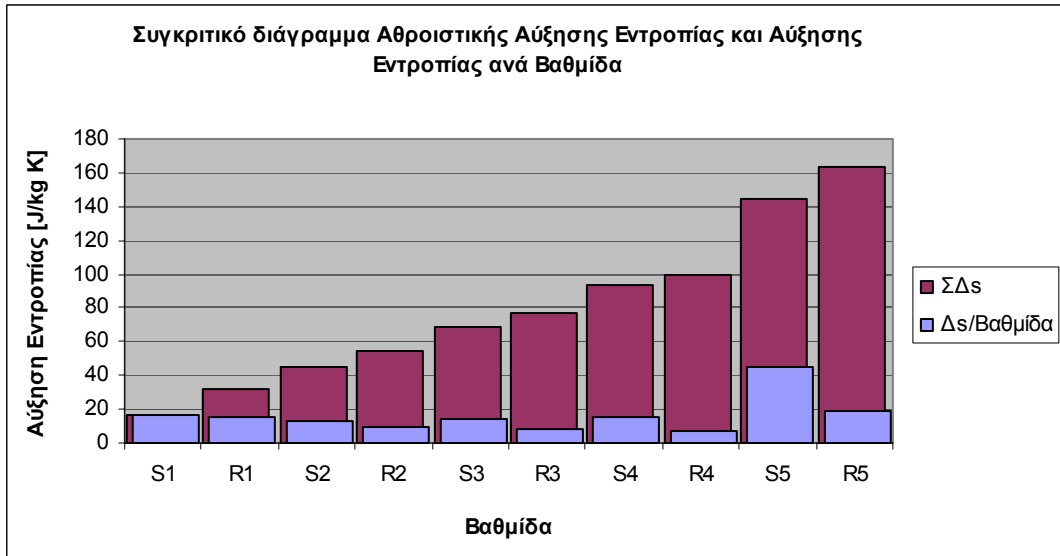
Μαζί με τα συνηθισμένα μεγέθη της πίεσης, θερμοκρασίας, ενθαλπία και εντροπίας, εμφανίζονται και μεγέθη όπως το κλάσμα μάζας του ατμού, η παροχή μάζας ανά πέρασμα (οι αρνητικές τιμές υποδηλώνουν έξοδο από την περιοχή), η μέση γωνία της σχετικής ταχύτητας, η ισχύς που παράγεται σε κάθε σειρά περιστρεφόμενων πτερυγίων, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης κάθε ρότορα και κάθε βαθμίδα, καθώς και ο συνολικός. Παρατηρείται εύκολα από το άθροισμα της επιμέρους ισχύος κάθε βαθμίδα, ότι η συνολική ισχύς του αμοστροβίλου χαμηλής πίεσης κάτω από αυτές τις συνθήκες λειτουργίας, πλησιάζουν το 30% της συνολικής παραγόμενης ισχύος, ίσως και παραπάνω.

Επίσης από την επεξεργασία του παραπάνω πίνακα, προκύπτει και το σχήμα 6.7, όπου διαγράφεται η επιμέρους πτώση της στατικής πίεσης ανά βαθμίδα, σε σύγκριση με την αθροιστική πτώση πίεσης. Είναι εμφανές ότι η στατική πίεση μειώνεται δραστικά στα σταθερά πτερύγια της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> βαθμίδας, ενώ στα περιστρεφόμενα πτερύγια η μεταβολή είναι σχεδόν αμελητέα.



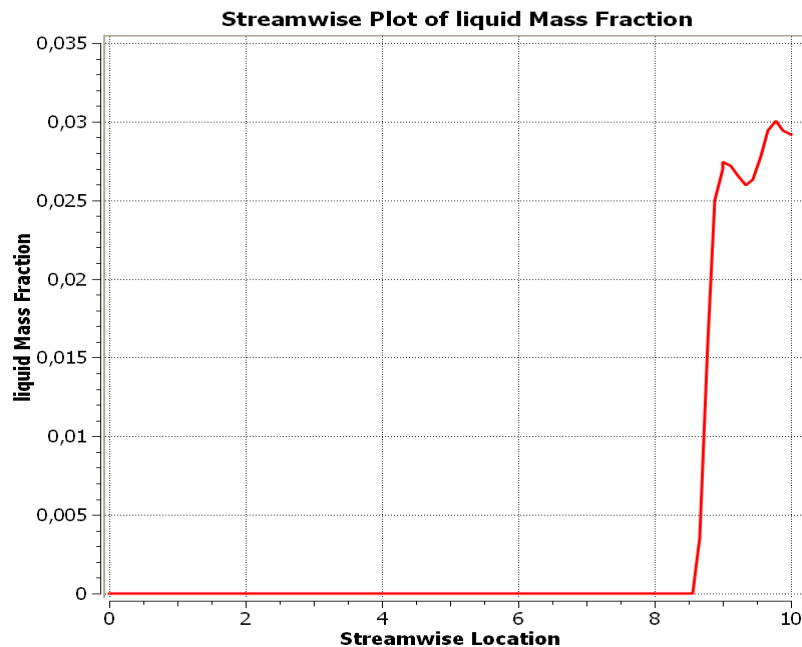
Σχήμα 6.7. Συγκριτικό διάγραμμα πτώσης στατικής πτώσης πίεσης ανά βαθμίδα και αθροιστικής πτώσης πίεσης

Η μεταβολή της εντροπίας όμως δεν ακολουθεί το ίδιο μοτίβο με την στατική πίεση (σχήμα 6.8). Η αύξησή της σε κάθε βαθμίδα είναι περίπου της ίδιας τάξης μεγέθους με την προηγούμενη. Μόνο στα σταθερά πτερύγια της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, όπου πραγματοποιείται η πυρηνοποίηση του ατμού, εντοπίζεται μία μεγαλύτερη αύξηση.



Σχήμα 6.8. Συγκριτικό διάγραμμα αύξησης εντροπία ανά βαθμίδα και αθροιστικής αύξησης εντροπίας

Το σημείο έναρξης της υγροποίησης του ατμού επιβεβαιώνεται καλύτερα από το διάγραμμα του σχήματος 6.9 όπου φαίνεται το μέσο κλάσμα μάζας του υγρού κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης. Κι εδώ, όπως και με την περίπτωση του ξηρού ατμού, σε κάθε πέρασμα πραγματοποιούνται κατακόρυφες τομές σε 10 ισαπέχοντα σημεία και στις επιφάνειες που σχηματίζονται, υπολογίζεται η μέση τιμή του κλάσματος μάζας της συμπυκνωμένης φάσης, σταθμισμένη με βάση τη ροή μάζας.

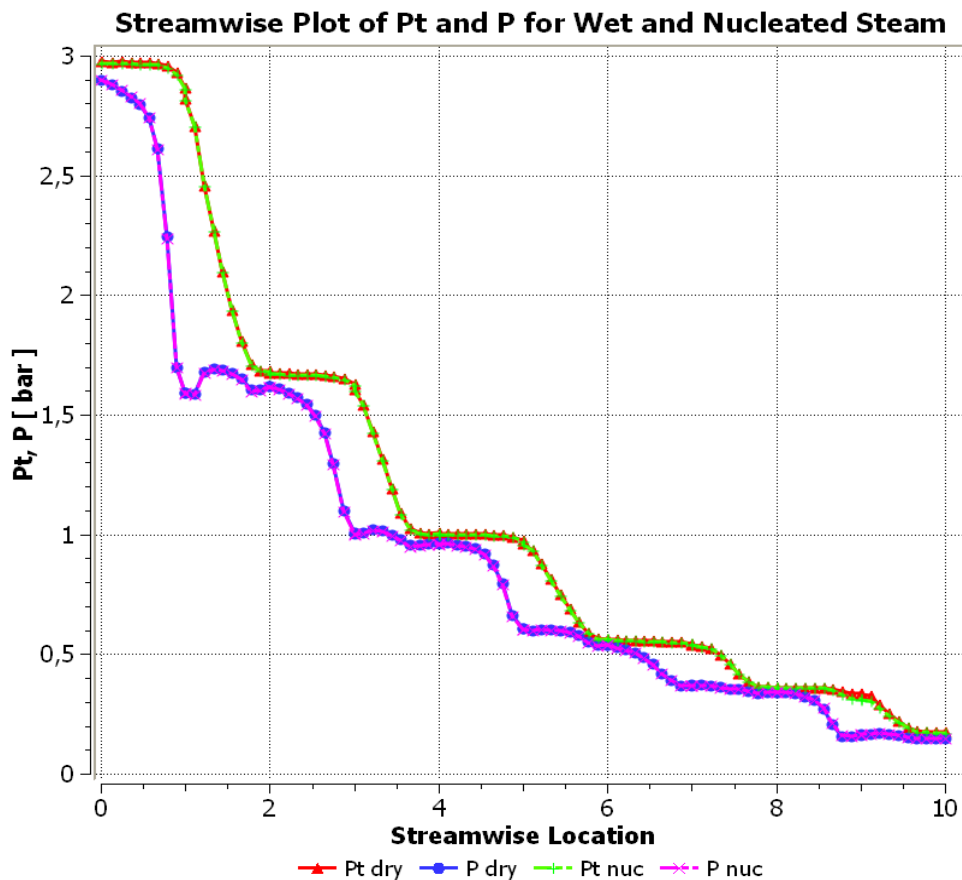


Σχήμα 6.9. Διάγραμμα μέσης τιμής κλάσματος μάζας υγρής φάσης κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης για το φορτίο λειτουργίας 100 MW

Όπως είναι εμφανές, μέχρι την 8<sup>η</sup> σειρά πτερυγίων (4<sup>η</sup> βαθμίδα) το κλάσμα μάζας είναι μηδέν. Στα μισά της 9<sup>ης</sup>, όπου γίνεται η πυρηνοποίηση, το κλάσμα μάζας αλλάζει απότομα και φτάνει την τιμή του 2.75%, ενώ στη συνέχεια (στα



μέσα της  $10^{ns}$  σειράς) γίνεται δεύτερη μικρότερη αύξηση και η τιμή φτάνει μέχρι και το 3%.

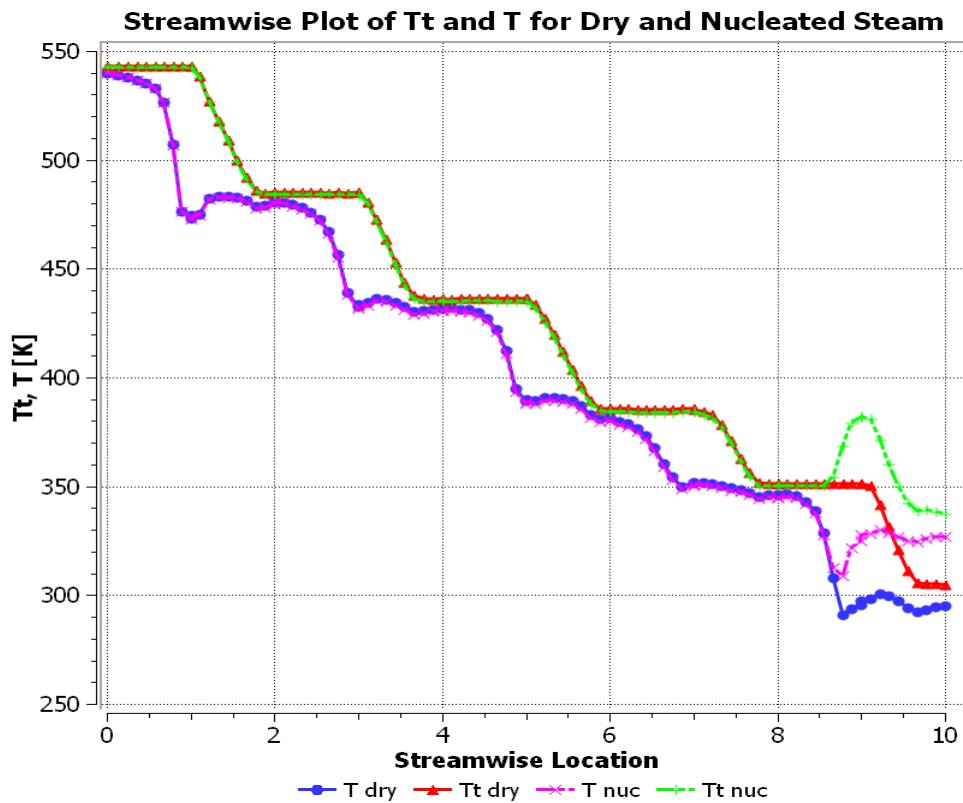


Σχήμα 6.10. Συγκριτικό διάγραμμα μεταβολής στατικής και ολικής πίεσης κατά μήκος του στροβίλου, μεταξύ των περιπτώσεων ξηρού και υγρού ατμού

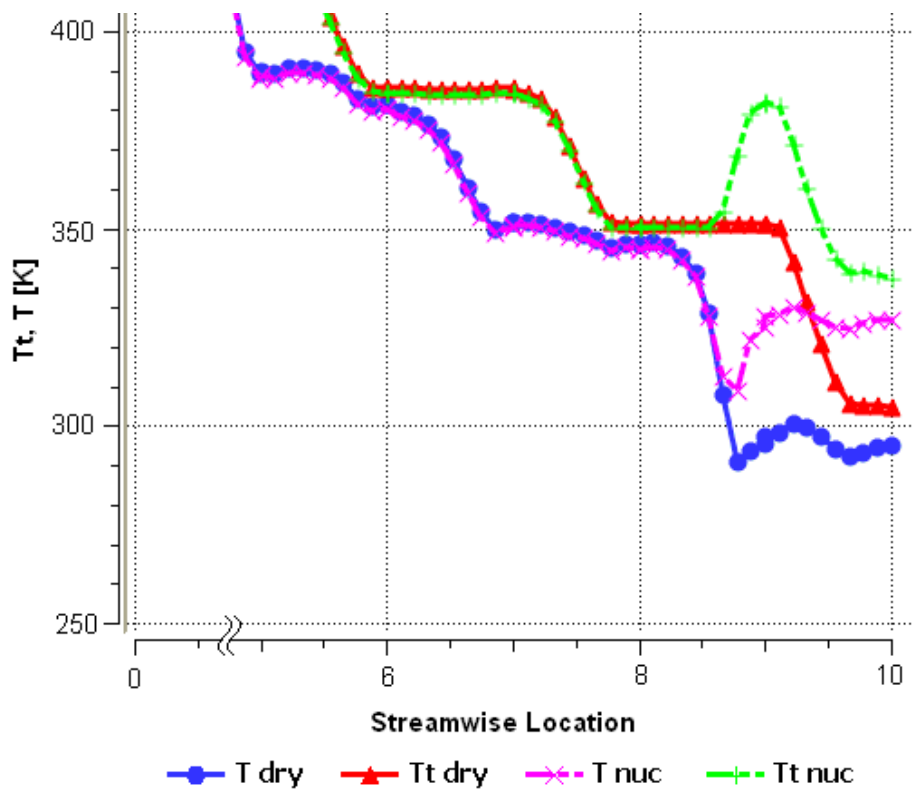
Σε σύγκριση με την περίπτωση ροής ξηρού ατμού, στο σχήμα 6.10 φαίνεται η μεταβολή της ολικής και στατικής πίεσης κατά μήκος του στροβίλου και για τις δύο καταστάσεις. Οι διακεκομμένες γραμμές, με πράσινο και ροζ, είναι οι μεταβολές ολικής και στατικής πίεσης, αντίστοιχα, για τον υγρό ατμό. Ενώ οι συνεχείς γραμμές, με κόκκινο και μπλε, είναι οι μεταβολές για την ροή ξηρού ατμού. Μόνο για την περίπτωση του ξηρού ατμού, το ίδιο διάγραμμα αναλύθηκε στην παράγραφο 6.1.2 και όπως είναι προφανές και για τον υγρό ατμό ισχύουν ακριβώς οι ίδιες παρατηρήσεις, αφού οι γραμμές των δύο σεναρίων είναι πανομοιότυπες. Έτσι λοιπόν προκύπτει ότι η πυρηνοποίηση του ατμού, δεν επηρεάζει την μεταβολή της πίεσης μέσα στον ατμοστρόβιλο, και αυτό είναι λογικό αφού οι δύο φάσεις μοιράζονται το ίδιο πεδίο πίεσης.

Δεν ισχύει όμως το ίδιο και για την θερμοκρασία (σχήμα 6.11). Οι δύο φάσεις δε βρίσκονται σε θερμοδυναμική ισορροπία και έχουν διαφορετική θερμοκρασία μεταξύ τους. Συνεπώς, όσο το κλάσμα μάζας του ατμού είναι μονάδα και η ροή μονοφασική, οι γραμμές των δύο σεναρίων ακολουθούν ακριβώς το ίδιο μοτίβο. Όταν όμως ο ατμός συμπυκνώνεται η κατάσταση αλλάζει. Οι διακεκομμένες γραμμές αναφέρονται μόνο στην αέρια φάση του υγρού ατμού και όπως φαίνεται διαφοροποιούνται από τις συνεχείς γραμμές του ξηρού ατμού, στην περιοχή της  $5^{ns}$  βαθμίδας. Τα σταγονίδια που

συμπυκνώνονται αποδίδουν θερμότητα προς τον περιβάλλοντα ξηρό ατμό, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η στατική και ολική θερμοκρασία της αέριας φάσης.

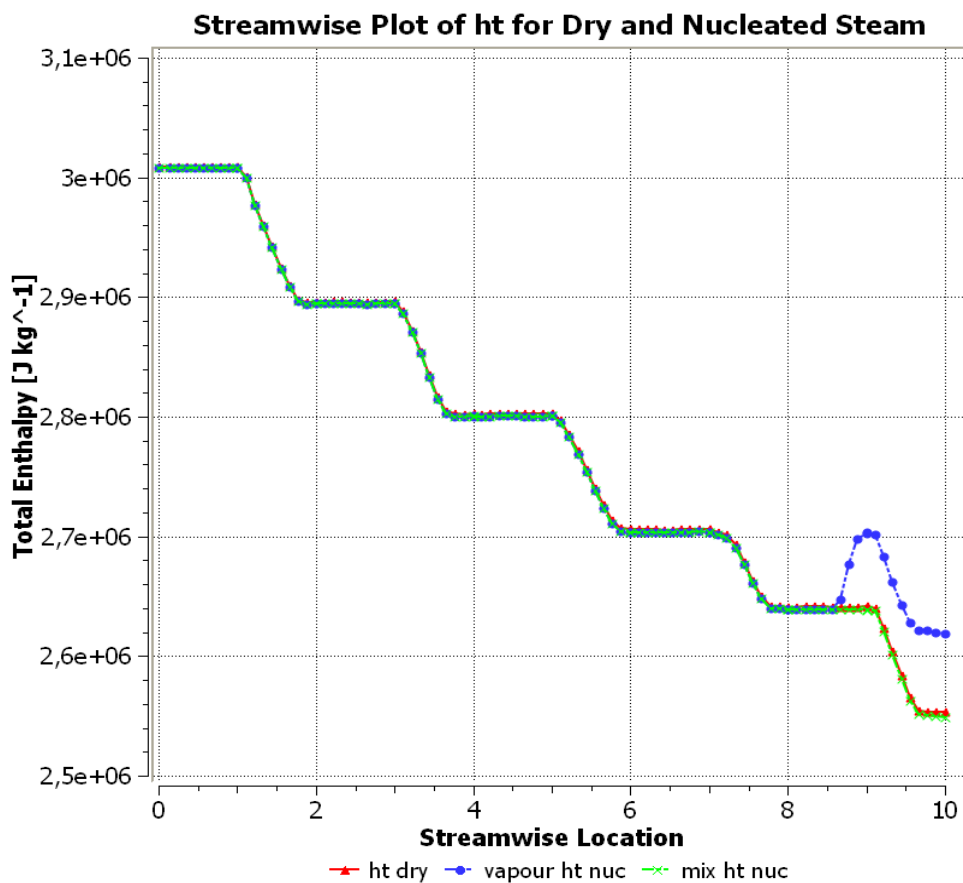


Σχήμα 6.11. Συγκριτικό διάγραμμα μεταβολής στατικής και ολικής θερμοκρασίας κατά μήκος του στροβίλου, μεταξύ των περιπτώσεων ξηρού και υγρού ατμού



Σχήμα 6.12. Μεγέθυνση σχήματος 6.11.

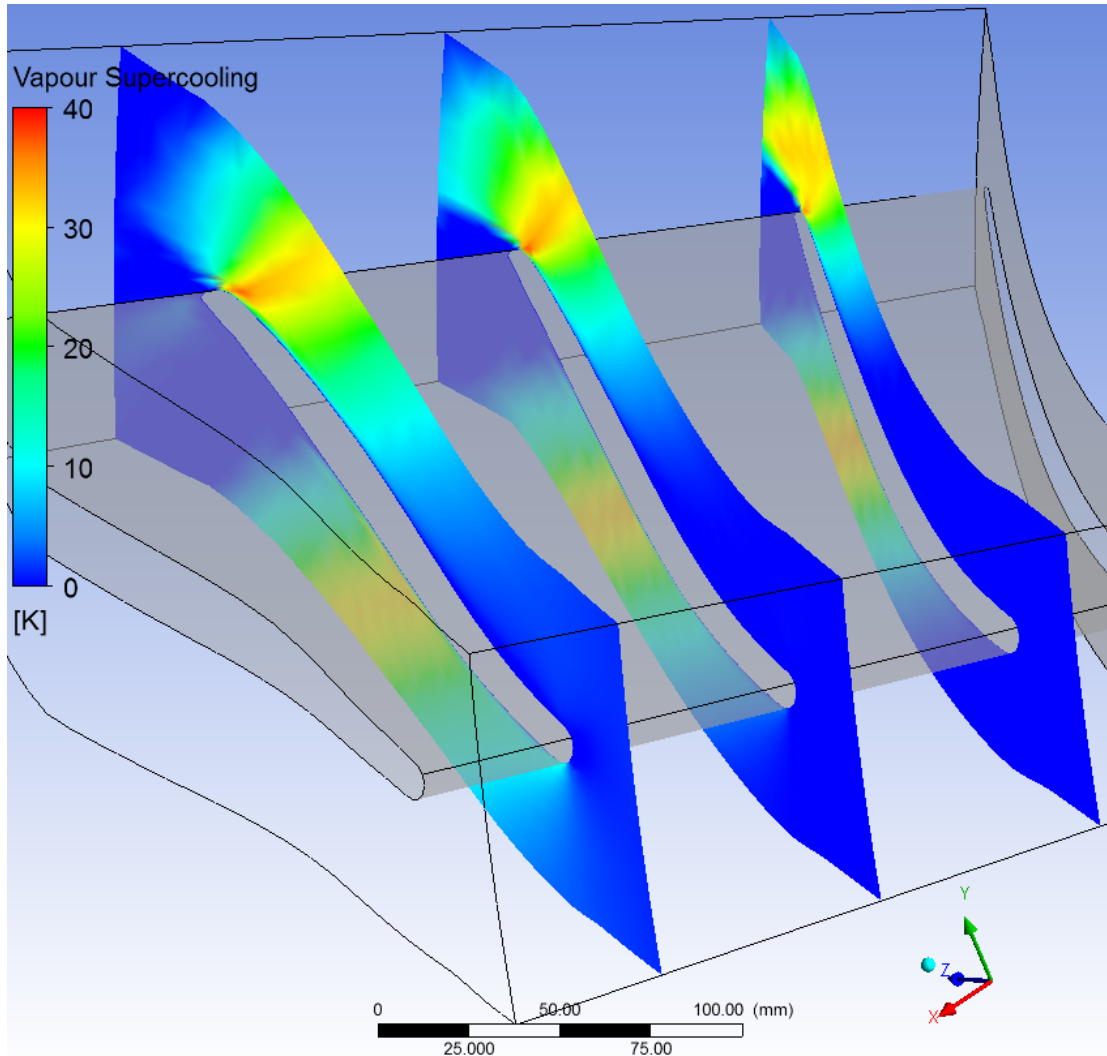
Η θερμοκρασία όμως δεν αποτελεί άμεση ένδειξη για την μεταβολή της ενέργειας, όπως αυτό συμβαίνει με την ενθαλπία. Η ολική ενθαλπία εκφράζει ολόκληρο το ενεργειακό περιεχόμενο στη μάζα του εργαζόμενου μέσου και αποτελεί καλύτερο μέτρο σύγκρισης. Όπως είναι αναμενόμενο, αφού η εκτόνωση που γίνεται και το έργο που παράγεται και στα δύο σενάρια προσομοίωσης είναι ίδια, η ολική ενθαλπία ξεκινάει από το ίδιο σημείο, μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο και καταλήγει στο ίδιο σημείο (σχήμα 6.13). Η κόκκινη γραμμή συμβολίζει την ολική ενθαλπία του ξηρού ατμού και η πράσινη την ολική ενθαλπία του μίγματος του υγρού ατμού και όπως είναι εμφανές ταυτίζονται. Αντιθέτως η μπλε γραμμή, που συμβολίζει την ολική ενθαλπία μόνο της αέριας φάσης στην περίπτωση της διασπαικής ροής, διαφοροποιείται μετά το σημείο πυρηνοποίησης, επιβεβαιώνοντας την μεταφορά θερμότητας από τα συμπυκνωμένα σταγονίδια προς τον ατμό.



Σχήμα 6.13. Συγκριτικό διάγραμμα μεταβολής ολικής ενθαλπίας κατά μήκος του στροβίλου, μεταξύ των περιπτώσεων ξηρού και υγρού ατμού

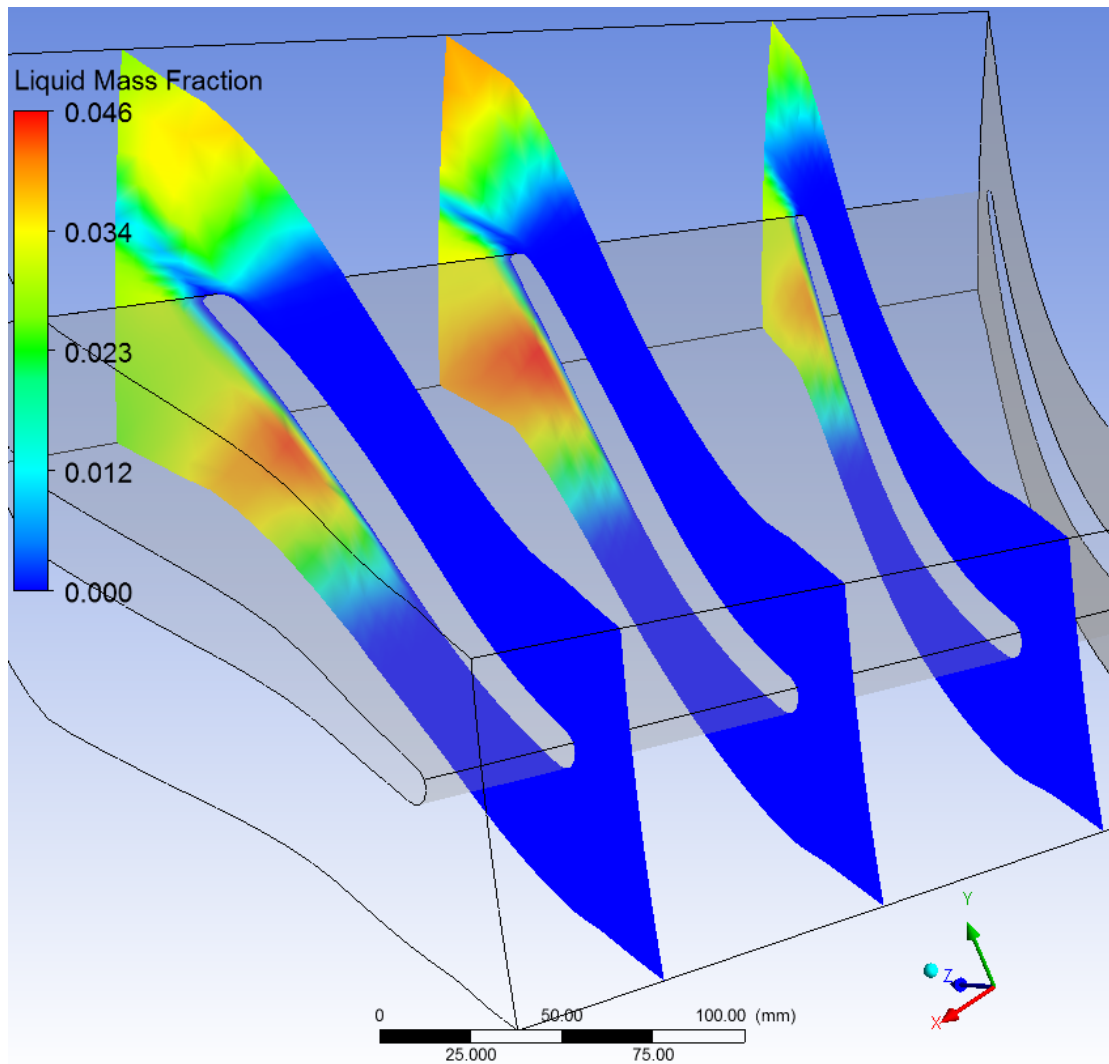
Τέλος από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, εντοπίστηκαν και οπτικά οι θέσεις πυρηνοποίησης του ατμού και δημιουργίας του νέφους των σταγονιδίων, με την αναγνώριση των σημείων υπέρψυξης (supercooling) του ατμού (εικόνα 6.10). Στην βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφέρθηκε ότι ο μέγιστος βαθμός υπέρψυξης μπορεί να φτάσει και τους 40 K. Το ίδιο παρατηρείται και στην εικόνα 6.10 και το σημείο αυτό παρουσιάζεται κοντά στην περιοχή διαφυγής των πτερυγίων. Γενικά όμως οι περιοχές υπέρψυξης, ακολουθώντας την ροή, εκτίνονται κοντά στο μέσο του σταθερού πτερυγίου

της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, από την πλευρά αναρρόφησης, και στην περιοχή της ακμής διαφυγής, από την πλευρά κατάθλιψης. Επίσης κατά την ακτινική διεύθυνση, η υπέρψυξη είναι εντονότερη στο μέσο ύψος και προς την κορυφή του πτερυγίου.



Εικόνα 6.10. Υπέρψυξη του ατμού στο 20-50-80% του ύψους του σταθερού πτερυγίου της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας

Επιπλέον πληροφορία είναι και το κλάσμα μάζας της υγρής και της αέριας φάσης σε κάθε σημείου του πλέγματος (εικόνα 6.11). Δείχνει τον τρόπο που παρασύρετε το συμπύκνωμα και που συγκεντρώνεται η περισσότερη μάζα υγρού. Αξιοσημείωτο είναι ότι η μέγιστη τιμή του κλάσματος μάζας κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης, όπως έχει αναφερθεί, είναι 0.03, ενώ τοπικά μπορεί να φτάσει και το 0.046. Και εδώ οι υψηλότερες τιμές εντοπίζονται στο μέσο ύψος και προς την κορυφή του πτερυγίου.



Εικόνα 6.11. Κλάσμα μάζας της υγρής φάσης στο 20-50-80% του ύψους του σταθερού πτερυγίου της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας

### 6.2.3 Διαφορετικά φορτία λειτουργίας

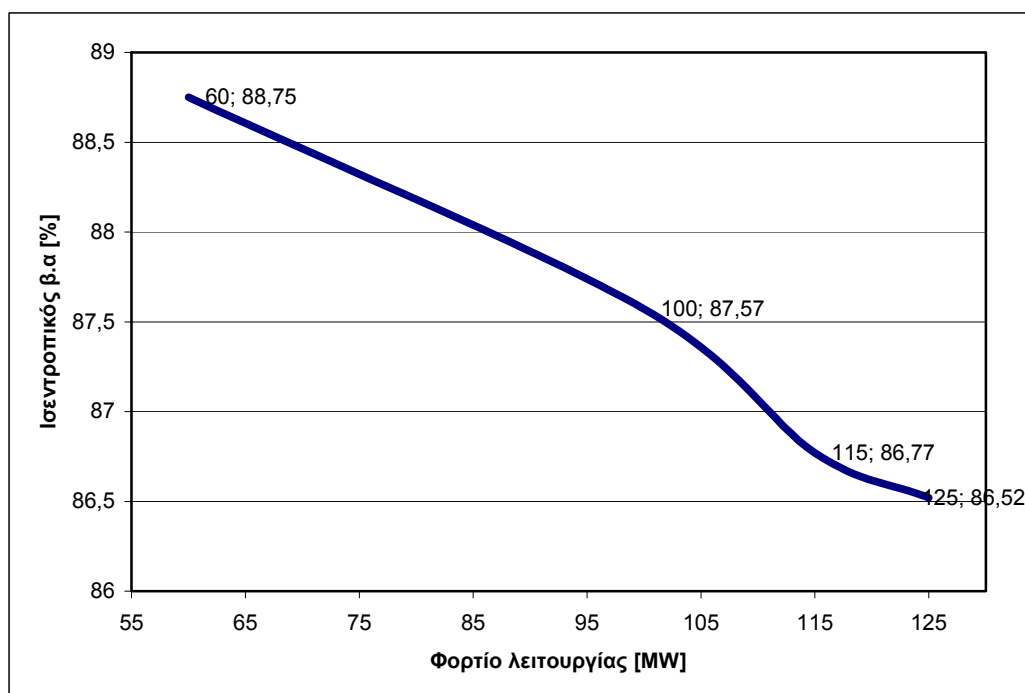
Πέρα από τα πρώτα σενάρια προσομοίωσης για το φορτίο λειτουργίας των 100 MW, τόσο για ξηρό όσο και για υγρό ατμό, οι μελέτες επεκτάθηκαν και σε άλλα φορτία λειτουργίας. Μετά την σύγκριση των περιπτώσεων ροής ξηρού ατμού και του μοντέλου πυρηνοποίησης, κάτω από τις ίδιες συνθήκες λειτουργίας, σειρά είχε η ανάλυση του μοντέλου πυρηνοποίησης για διαφορετικά φορτία λειτουργίας. Οι οριακές συνθήκες και για αυτές τις προσομοιώσεις προήλθαν με τον ίδιο τρόπο όπως και πριν, και οι διεργασίες που ακολουθήθηκαν ήταν οι ίδιες.

Από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων δημιουργήθηκε ο παρακάτω πίνακας. Σε αυτόν αντιστοιχίζονται τα τέσσερα φορτία λειτουργίας, με τις παροχές μάζας που διέρχονται από τον στροβίλου. Επίσης κάθε φορά αναγράφεται και η μέγιστη τιμή του κλάσματος μάζας υγρασίας, καθώς και ο συνολικός ισεντροπικός βαθμός απόδοσης της μηχανής. Η μεταβολή της τελευταίας φαίνεται σχηματικά και στο διάγραμμα στο σχήματος 6.14. Η

παροχή αναφέρεται στην είσοδο ολόκληρου του ατμοστροβίλου και όχι μόνο στο τμήμα αυτού που μοντελοποιήθηκε. Επίσης το ποσοστό υγρασίας δεν είναι κάποιο τοπικό μέγιστο, αλλά η μέγιστη μέση τιμή κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης.

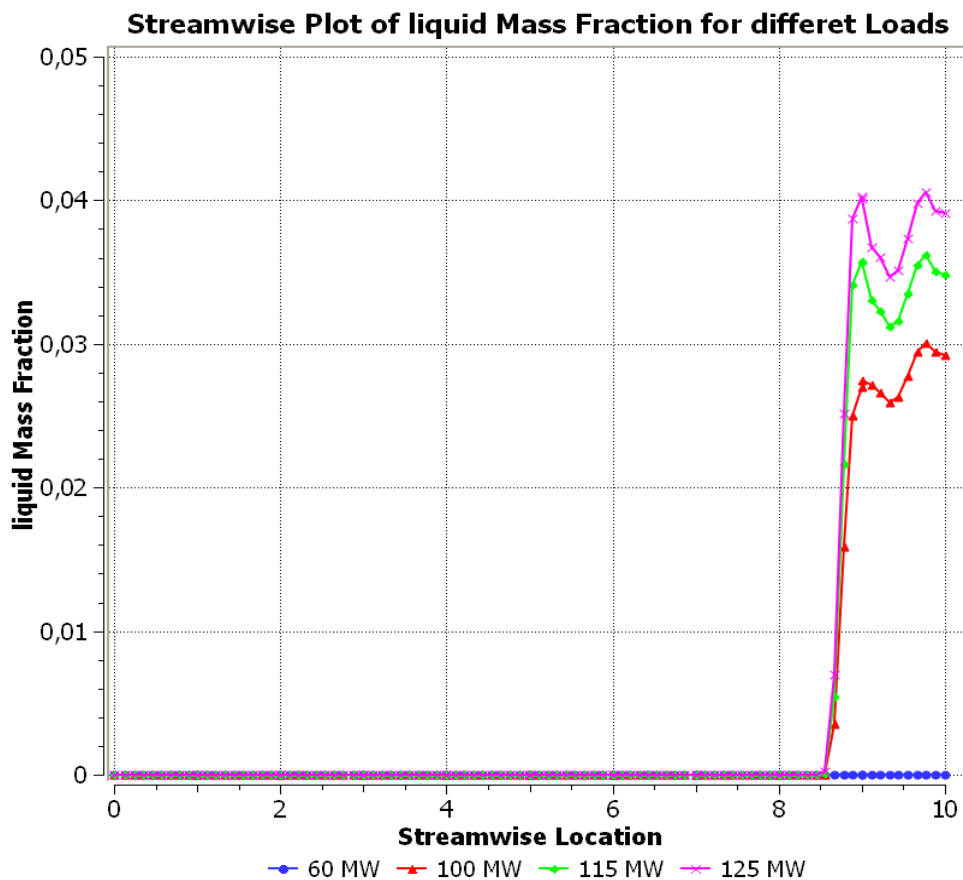
Φορτίο λειτουργίας [MW]	Παροχή μάζας [kg/s]	Ποσοστό υγρασίας	Ισεντροπικός β.α.
60	38.1456	0%	88.75%
100	61.6248	3.003%	87.57%
115	70.308	3.619%	86.77%
125	76.7232	4.053%	86.52%

Πίνακας 6.5. Στοιχεία παροχής, υγρασίας και β.α. για διάφορα φορτία λειτουργίας



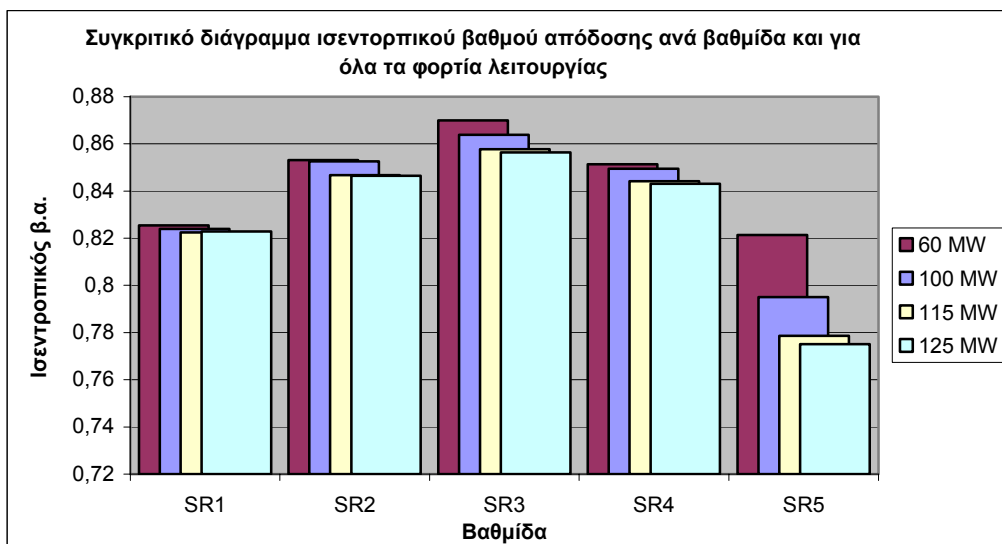
Σχήμα 6.14. Διάγραμμα ισεντροπικού βαθμού απόδοσης συναρτήσει του φορτίου λειτουργίας

Όσο αφορά το κλάσμα μάζας υγρασίας για τα διάφορα φορτία λειτουργίας, τα συμπεράσματα βγαίνουν πιο εύκολα από την ανάλυση του σχήματος 6.15. Όπως και στο σχήματος 6.9, έτσι κι εδώ με τον ίδιο τρόπο φαίνονται συγκεντρωμένες, οι μεταβολές στις μέσες τιμές των κλασμάτων μάζας υγρασίας κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης, για όλα τα φορτία λειτουργίας. Παρατηρείται ότι για το φορτίο των 60 MW το κλάσμα μάζας υγρασίας είναι μηδέν σε όλη την διαδρομή του ατμού. Επομένως η ροή παραμένει ξηρή και μονοφασική. Αντιθέτως στα άλλα φορτία πραγματοποιείται πυρηνοποίηση και μάλιστα αυτή ξεκινάει όπως φαίνεται στο ίδιο σημείο. Ακόμα, η τιμή του ποσοστού υγρασίας αυξάνεται όσο μεταβάλλονται οι συνθήκες λειτουργίας και αυξάνεται το φορτίο. Αυτό είναι λογικό, αφού όσο αυξάνεται το παραγόμενο έργο, τόσο προάγεται η υπερεκμετάλλευση και η υπερεκτόνωση του εργαζόμενου μέσου που έχει σαν αποτέλεσμα την πυρηνοποίηση του.



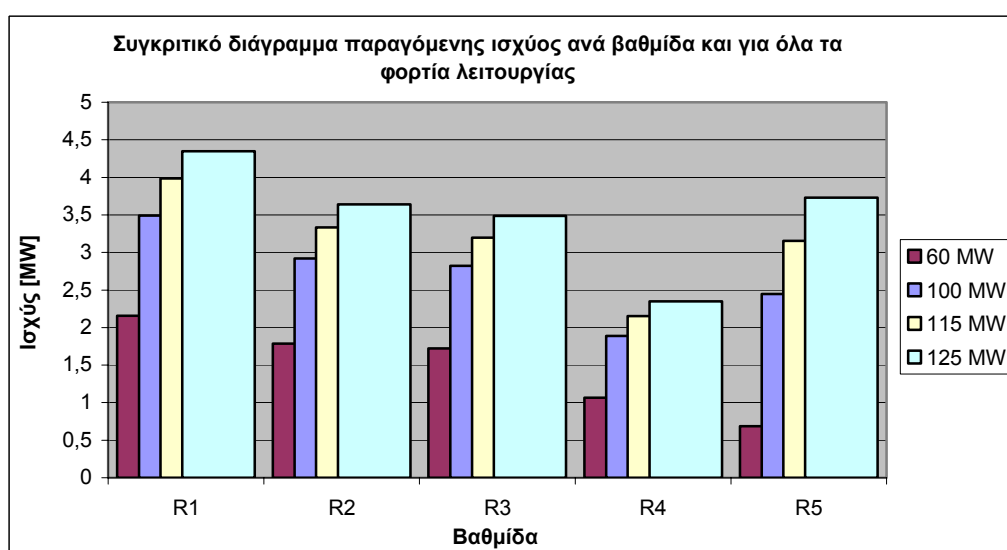
Σχήμα 6.15. Συγκριτικό διάγραμμα μέσης τιμής ποσοστού υγρασίας κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης για όλα τα φορτία λειτουργίας

Η πυρηνοποίηση με την σειρά της, έχει δραστικές επιπτώσεις στον ισεντροπικό βαθμό απόδοσης. Μπορεί αυτό να μην είναι εμφανές με μία πρώτη ματιά στον πίνακα 6.5, όπου φαίνεται ο συνολικός βαθμός απόδοσης της μηχανής και όπου οι παράμετροι που αλλάζουν κάθε φορά είναι πολλοί. Είναι όμως ξεκάθαρο στο σχήμα 6.16 όπου φαίνεται ξεχωριστά ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης κάθε βαθμίδας, για όλα τα φορτία λειτουργίας που μελετήθηκαν. Στις τέσσερις πρώτες βαθμίδες, στις οποίες η ροή είναι μονοφασική και δεν υπάρχει αλλαγή φάσης για κανένα από τα φορτία λειτουργίας, ο βαθμός απόδοσης μεταβάλλεται σε κάθε βαθμίδα ελαφρώς, ανάλογα με τις τροποποιήσεις της παροχής ατμού και τη ρύθμιση του φορτίου. Αντιθέτως στην 5<sup>η</sup> βαθμίδα όπου, για τα φορτία των 100, 115 και 125 MW, πραγματοποιείται πυρηνοποίηση του ατμού, η μεταβολή του βαθμού απόδοσης σε σχέση με την περίπτωση του φορτίου των 60 MW, είναι σαφέστατα μεγαλύτερη. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με τη βιβλιογραφία που θέλει μία συσχέτιση της ποιότητας του ατμού με τον βαθμό απόδοσης. Δυστυχώς όμως περεταίρω ασφαλή συμπεράσματα δεν ήταν εφικτό να διεξαχθούν, λόγω του μικρού εύρους των φορτίων που ήταν διαθέσιμα προς μελέτη.



Σχήμα 6.16. Συγκριτικό διάγραμμα ισεντροπικού βαθμού απόδοσης ανά βαθμίδα και για όλα τα φορτία λειτουργίας

Τέλος στο σχήμα 6.17 παρουσιάζεται η παραγωγή ισχύος ανά ρότορα του ατμοστροβίλου για κάθε φορτίο λειτουργίας. Εντοπίζεται όμως το φαινομενικά «παράδοξο» ότι στον 5<sup>ο</sup> ρότορα, ενώ ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης όπως φαίνεται στο σχήμα 6.16, μειώνεται περισσότερο με την αλλαγή φάσης του ατμού από ότι στις άλλες βαθμίδες, η παραγόμενη ισχύς αυξάνεται. Αυτό όμως στην πραγματικότητα δεν αποτελεί παράδοξο, αφού η μείωση του βαθμού απόδοσης απλώς υποδηλώνει ότι η εκμετάλλευση δεν είναι τόσο καλή. Ναι μεν ο βαθμός απόδοσης μειώνεται, αλλά η πυρηνοποίηση υπό μη θερμοδυναμική ισορροπία επιτρέπει την υπερεκτόνωση του εργαζόμενου μέσου και την περεταίρω εκμετάλλευση του ενεργειακού περιεχόμενου που αποδίδει η υγρή φάση στην αέρια. Όλα αυτά, σε συνδυασμό με τον σχεδιασμό του στροβίλου που για τις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας επιταχύνει την ροή (σχήμα 6.3), έχουν σαν αποτέλεσμα την αυξημένη παραγωγή ισχύος.



Σχήμα 6.17. Συγκριτικό διάγραμμα παραγόμενης ισχύος ανά βαθμίδα και για όλα τα φορτία λειτουργίας



#### 6.2.4 Συμπεράσματα

Η κεντρική εργασία αυτής της διδακτορικής διατριβής αφορά την επίδραση της διφασικής ροής στα φυσικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα μέσα σε ατμοστροβίλους χαμηλής πίεσης. Στην παρούσα ενότητα αυτή η εργασία πραγματοποιήθηκε εκτενώς, όσο αυτό ήταν εφικτό, και με επιτυχία. Έτσι από την σύγκριση της υποθετικής ροής, όπου επιβάλλεται ως εργαζόμενο μέσο ο ξηρός ατμός, με την πραγματική περίπτωση κατά την οποία εφαρμόζεται το μοντέλο πυρηνοποίησης, προέκυψαν συμπεράσματα για την θερμοδυναμική επίδραση της υγραποίησης του ατμού στην ροή. Επισημάνθηκε ότι ενώ το ενεργειακό περιεχόμενο του εργαζόμενου μέσου, υπό μορφή ολικής ενθαλπίας, είναι το ίδιο και μεταβάλλεται με πανομοιότυπο τρόπο και στις δύο περιπτώσεις, παρατηρούνται σημαντικές διαφορές στις επιμέρους θερμοκρασίες και ενθαλπίες των δύο φάσεων. Παράλληλα επιβεβαιώθηκε ότι τα πεδία ταχυτήτων και πιέσεων δεν επηρεάζονται εμφανώς, έως και καθόλου, από την εμφάνιση του ομογενούς νέφους των σταγονιδίων. Ένα από τα σημαντικότερα κέρδη της συγκεκριμένης ενότητας, ήταν ο εντοπισμός των σημείων όπου γίνεται έντονη η υπέρψυξη του ατμού και στην συνέχεια πρωτοεμφανίζονται απότομα τα σταγονίδια. Τέλος για τον συγκεκριμένο ατμοστρόβιλο χαμηλής πίεσης της δεύτερης μονάδας του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας, προσομοιώθηκαν τέσσερεις συνθήκες λειτουργίας που αντιστοιχούν σε διαφορετικά παραγόμενα φορτία ισχύος και έτσι σχηματίστηκε μία πρώτη εικόνα για τον τρόπο που επηρεάζεται ο βαθμός απόδοσης αυτής της στροβιλομηχανής.

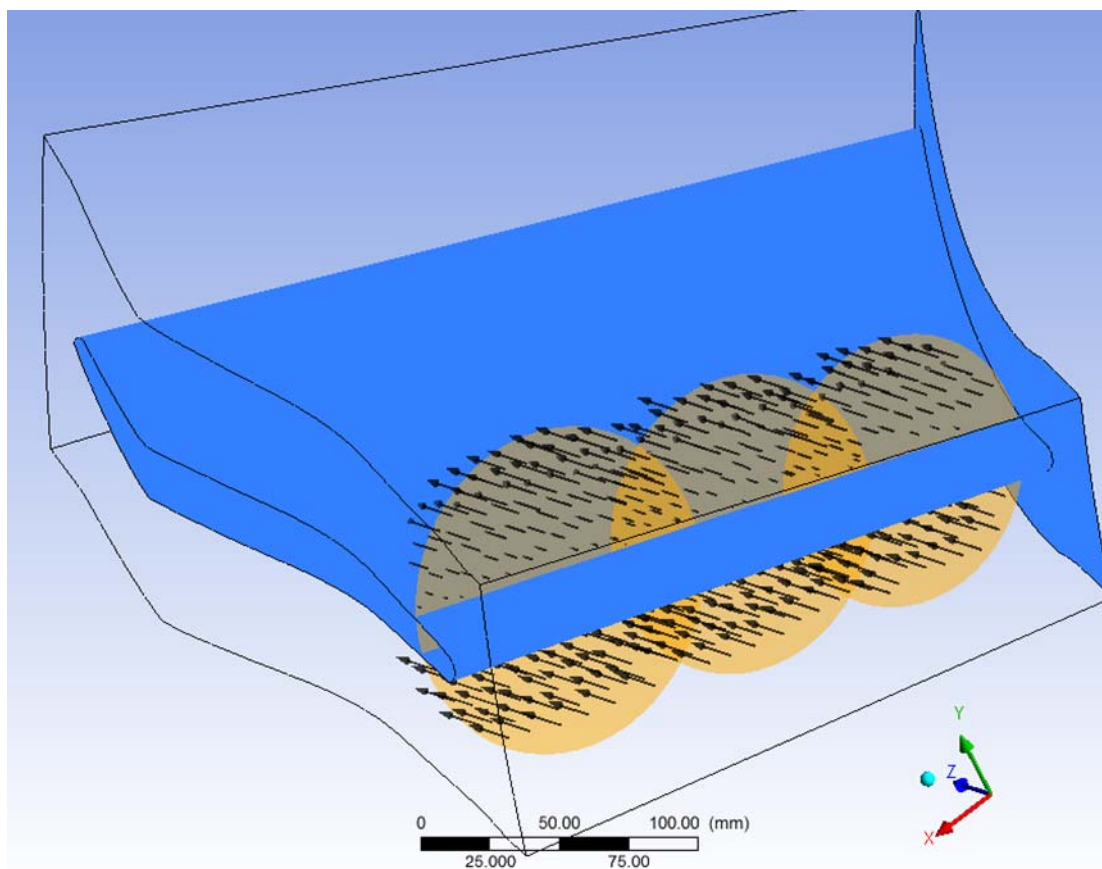
### **6.3. Ροή ξηρού ατμού με ψεκασμό σταγονιδίων – Μέθοδος Lagrange**

Η τελευταία ενότητα περιλαμβάνει τις μελέτες με τη χρήση του μοντέλου Lagrange, όπου έγινε ψεκασμός σταγονιδίων νερού διαφόρων διαμέτρων μέσα στην ροή του ξηρού ατμού της πρώτης περίπτωσης, χωρίς την εφαρμογή του μοντέλου υγροποίησης που εφαρμόστηκε στην δεύτερη. Η μέθοδος τύπου Lagrange μπορεί να περιγράψει την πορεία που θα ακολουθήσουν σταγονίδια διαφορετικής διαμέτρου όταν ελευθερωθούν σε διαφορετικά σημεία του μέσου ροϊκού πεδίου. Ένα από τα κύρια αποτέλεσμα αυτής της υπολογιστικής διαδικασίας είναι η στατιστική περιγραφή των περιοχών των πτερυγίων ή των πλαϊνών τοιχωμάτων του στροβίλου (βάσης ή κελύφους) που πλήττονται περισσότερο από τα σταγονίδια που παρασύρονται από την κύρια ροή. Επίσης η μελέτη παρέχει πληροφορίες για το μέγεθος των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την πρόσκρουση των σταγονιδίων στις στερεές επιφάνειες και μπορεί με την χρήση εμπειρικών, περισσότερο, μεθόδων να δώσει μία τάξη μεγέθους για το εύρος της φθοράς τους ανάλογα με το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένες.

#### **6.3.1 Οριακές συνθήκες**

Το σενάριο που μελετήθηκε στα πλαίσια αυτής της ενότητας αφορά το φορτίο λειτουργίας των 100 MW. Συνεπώς οι οριακές συνθήκες του συστήματος είναι ίδιες με αυτές στην περίπτωση ροής του ξηρού ατμού που πρωτοαναλύθηκε στην παράγραφο 6.1. Η διαφορά έγκειται μόνο στον ψεκασμό των σταγονιδίων νερού. Αυτός γίνεται απευθείας στο ύψος της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, δηλαδή κοντά στην περιοχή όπου εντοπίστηκε ότι πραγματοποιείται η πυρηνοποίηση του ατμού, σύμφωνα με το μοντέλο υγροποίησης. Για την ακρίβεια ορίζονται τρεις κυκλικές επιφάνειες οι οποίες παρατάσσονται η μία δίπλα στην άλλη, κάθετα στην αξονική διεύθυνση και με τέτοιο τρόπο ώστε να καλύπτεται όσο το δυνατόν περισσότερο το πέρασμα της ροής (Εικόνα 6.12). Σε κάθε μία από αυτές τις επιφάνειες θεωρήθηκαν 5000 σημεία που αποτέλεσαν τις πηγές μάζας για την εξίσωση συνέχειας και από όπου εισήλθαν παράλληλα στην ροή τα σταγονίδια νερού. Η διάμετρος των σταγονιδίων επιλέχθηκε να είναι σταθερή και ίση με 0,5μm, 1μm και 1,5μm για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις. Για τα πολύ μικρά σταγονίδια διαμέτρου 0,5μm θεωρήθηκε ότι η ροή ήταν ανεπηρέαστη από αυτά (one way coupled) και ότι παρασύρονταν ακολουθώντας κοινό ροϊκό πεδίο με την αέρια συνεχόμενη φάση, ενώ για τις άλλες περιπτώσεις που τα σταγονίδια ήταν μεγαλύτερα, έγινε πλήρης σύζευξη των δύο ροϊκών πεδίων με την κάθε φάση να επηρεάζει την άλλη (fully coupled). Η ποσότητα των σταγονιδίων που ψεκάστηκε στην ροή, ήταν κάθε φορά τέτοια ώστε να επιτυγχάνεται ένα επιθυμητό ποσοστό υγρασίας που να κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα με αυτό της περίπτωσης της διφασικής ροής με μοντέλο πυρηνοποίησης. Έτσι όλες αυτές οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν για δύο ποσοστά υγρασίας,  $\chi = 2,5\%$  και  $5\%$ . Επίσης χρησιμοποιήθηκε ταυτόχρονα το εμπειρικό μοντέλο διάβρωσης Finnie για τις επιφάνειες του στροβίλου. Για αυτό το μοντέλο είναι

απαραίτητος ο ορισμός συντελεστή ελαστικής κρούσης για τις επιφάνειες των στερεών σωμάτων. Η κρούση αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία κάθετη στην επιφάνεια και μία παράλληλη. Για κάθε μία από αυτές τις συνιστώσες ορίστηκε ξεχωριστός συντελεστής ελαστικής κρούσης. Για την κάθετη συνιστώσα η τιμή ήταν 0.25, ενώ για την παράλληλη 1 [56].



Εικόνα 6.12. Περιοχές ψεκασμού σταγονιδίων νερού στην ροή γύρω από τα πτερύγια S5

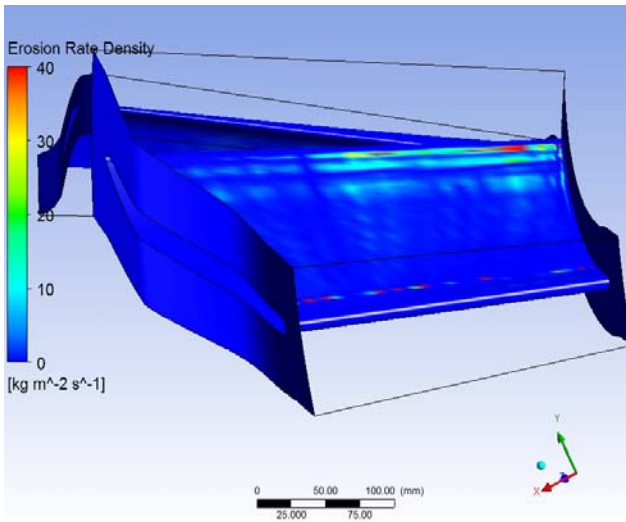
### 6.3.2 Αποτελέσματα - Συμπεράσματα

Αφού έχουν εξεταστεί και αναλυθεί διεξοδικά οι θερμοδυναμικές ιδιότητες και τα διάφορα ροϊκά φαινόμενα στην περίπτωση του ξηρού ατμού σε προηγούμενη ενότητα, στην παρούσα τα αποτελέσματα περιορίζονται μόνο στην επίδραση που έχει η πρόσθετη παρουσία των ψεκασμένων σταγονιδίων. Στους παρακάτω πίνακες εικόνων παρουσιάζονται οι περιοχές που πλήττονται περισσότερο από τα σταγονίδια και είναι πιο πιθανό να διαβρωθούν.

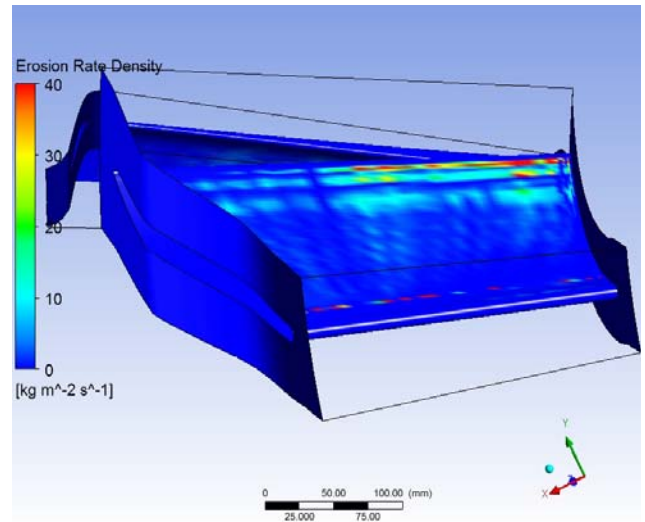
Στον πίνακα 6.6 φαίνεται η επιφάνεια κατάθλιψης των σταθερών πτερυγίων της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας σε κάθε περίπτωση που αλλάζει η διάμετρος των σταγονιδίων και του ποσοστού υγρασίας. Σε κάθε γραμμή του πίνακα μεταβάλλεται η διάμετρος των σταγονιδίων και σε κάθε στήλη αλλάζει το ποσοστό υγρασίας. Παρατηρείται ότι οι πιθανές περιοχές διάβρωσης είναι

κοντά στην ακμή διαφυγής των πτερυγίων και μάλιστα τα σημεία που πλήττονται περισσότερο από τα σταγονίδια είναι κοντά στην βάση του πτερυγίου. Οι κόκκινες γραμμές κοντά στην ακμή προσβολής οφείλονται σε σχεδιαστικό λάθος των επιφανειών ψεκασμού που τέμνουν την γεωμετρία στην συγκεκριμένη περιοχή και εσφαλμένα παρουσιάζουν σημεία πρόσκρουσης σταγονιδίων, ενώ στην πραγματικότητα πρόκειται για σταγονίδια που απλά εγκλωβίστηκαν στην περιοχή από την στιγμή του ψεκασμού τους. Όπως είναι αναμενόμενο η διάβρωση είναι εντονότερη με την αύξηση και της υγρασίας και της διαμέτρου των σταγονιδίων. Επίσης από την μελέτη των εικόνων αυτών προκύπτει και το συμπέρασμα ότι επηρεάζεται περισσότερο από το ποσοστό υγρασίας παρά από τη διάμετρο των σταγονιδίων, αφού κάθε φορά η αύξηση των κόκκινων σημείων είναι μεγαλύτερη από στήλη σε στήλη από ότι είναι από γραμμή σε γραμμή. Αυτό οφείλεται στην δυσανάλογη αύξηση των κρούσεων σε σχέση με την σφοδρότητά τους στην προκειμένη περίπτωση.

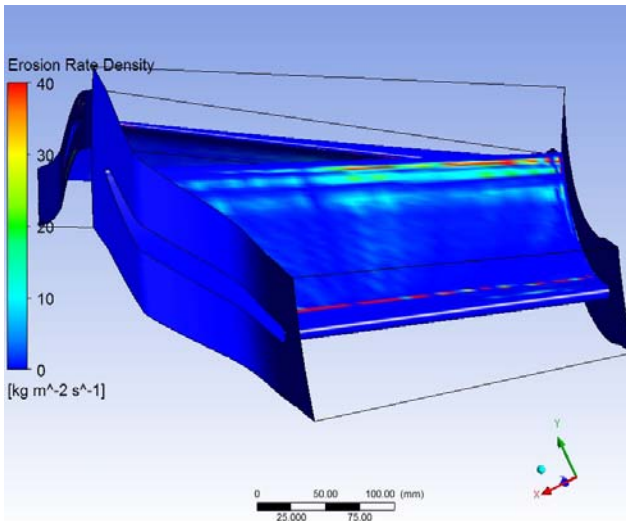
Παρόμοιο μοτίβο ακολουθείται και στα περιστρεφόμενα πτερύγια της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας, η πλευρά κατάθλιψης των οποίων απεικονίζονται στον πίνακα 6.7. Η διάβρωση εδώ όμως δεν περιορίζεται μόνο κοντά στην περιοχή διαφυγής, αλλά εκτείνεται και πιο βαθιά στο πτερύγιο, πάλι όμως κοντά στην βάση του. Επιπλέον υπάρχει έντονη διάβρωση στην ακμή προσβολής. Επίσης, αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι τα περιστρεφόμενα πτερύγια είναι πιο επιρρεπή στην φθορά σε σχέση με τα σταθερά, όπως αυτό φαίνεται και από τα όρια των τιμών στο υπόμνημα των εικόνων. Ωστόσο σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι αυτές οι τιμές δεν είναι τόσο απόλυτες και πραγματικές, όσο περισσότερο αποτελούν μία εμπειρική ένδειξη. Τέλος σε αντίθεση με τα σταθερά πτερύγια, στη διάβρωση των περιστρεφόμενων πτερυγίων σημαντικότερο ρόλο έχει η διάμετρος των σταγονιδίων παρά το ποσοστό υγρασίας. Αυτό οφείλεται στο ότι πλέον η σφοδρότητα κρούσης των μεγάλων σταγονιδίων είναι σημαντικότερη από αυτή των μικρότερων εξαιτίας των υψηλότερων ταχυτήτων που επικρατούν και κατ' επέκταση της ορμής.



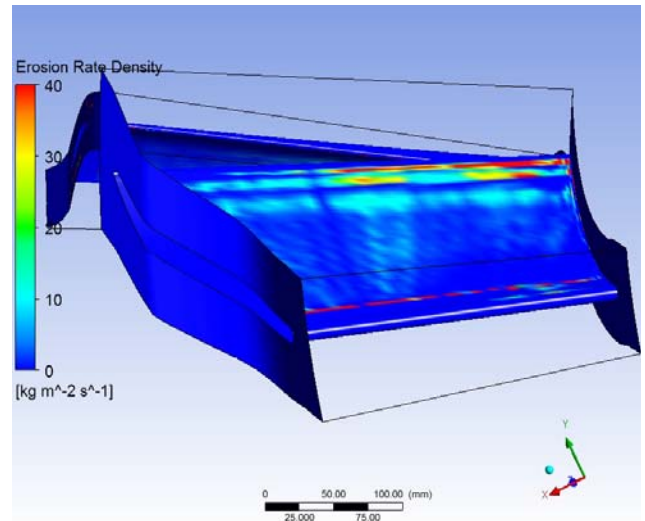
Διάμετρος σταγονιδίων 0.5μm και υγρασία 2.5%



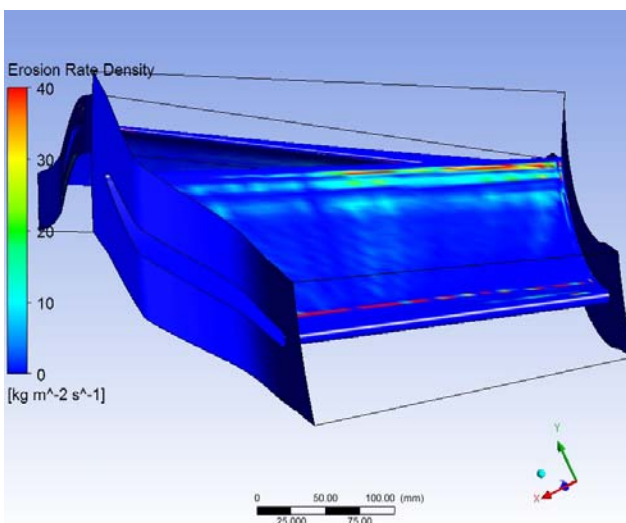
Διάμετρος σταγονιδίων 0.5μm και υγρασία 5%



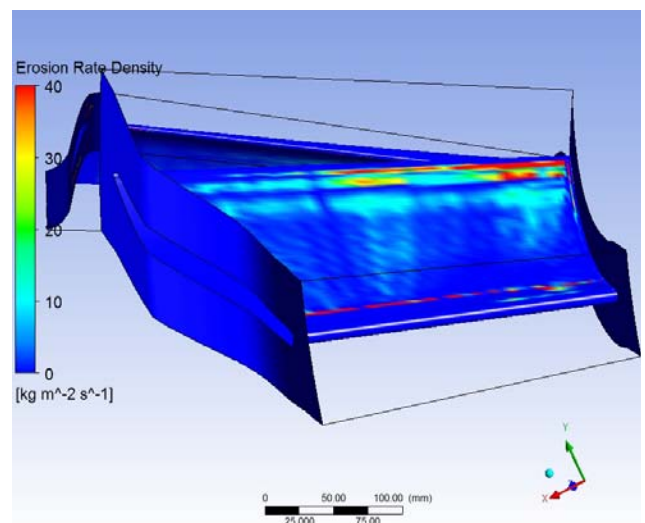
Διάμετρος σταγονιδίων 1μm και υγρασία 2.5%



Διάμετρος σταγονιδίων 1μm και υγρασία 5%

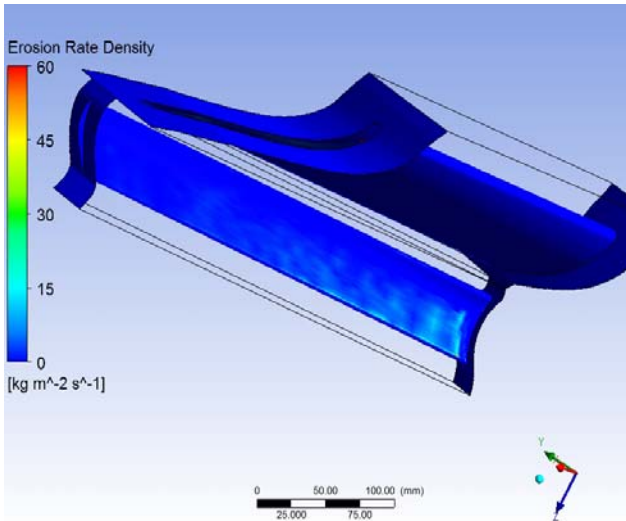


Διάμετρος σταγονιδίων 1.5μm και υγρασία 2.5%

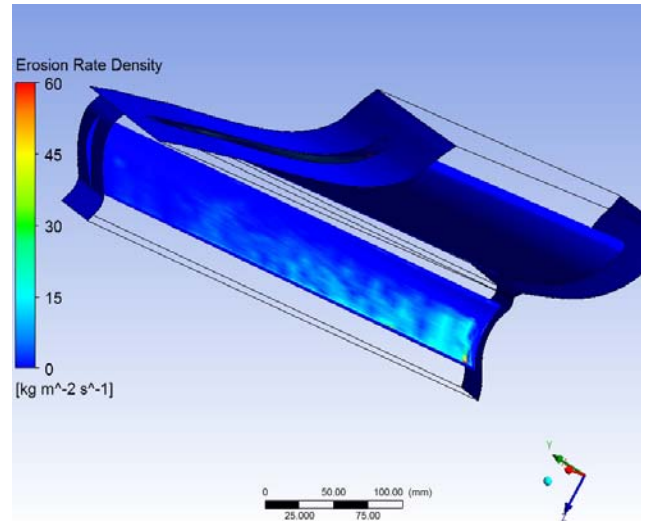


Διάμετρος σταγονιδίων 1.5μm και υγρασία 5%

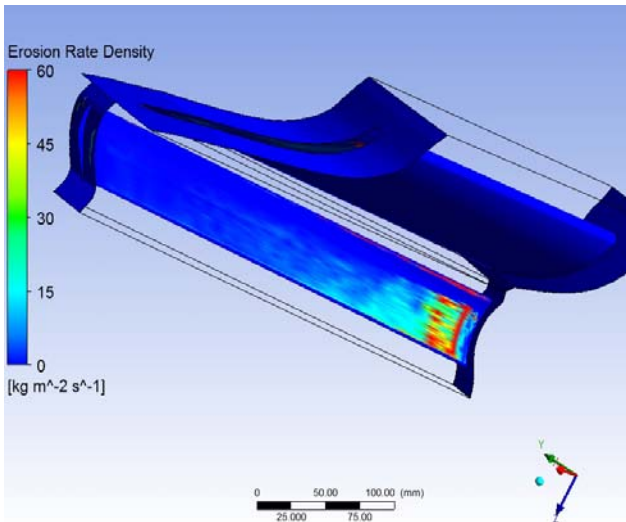
Πίνακας 6.6. Περιοχή διάβρωσης στην επιφάνεια κατάθλιψης του πτερυγίου S5



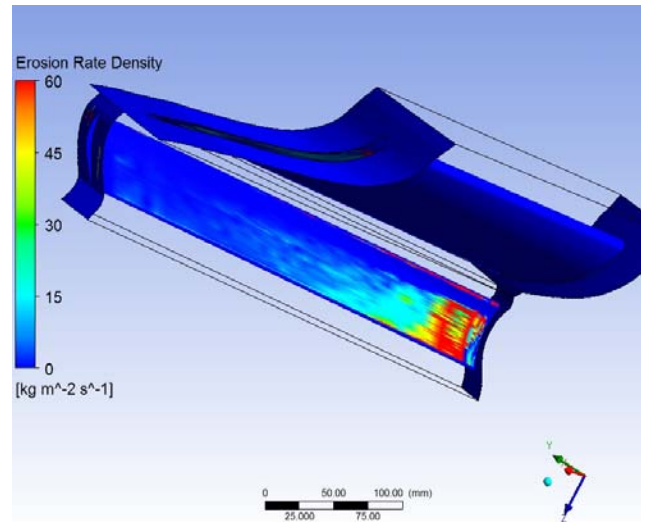
Διάμετρος σταγονιδίων 0.5μm και υγρασία 2.5%



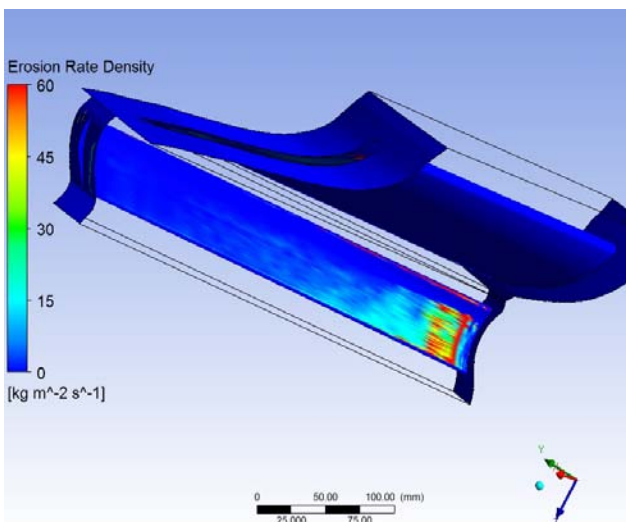
Διάμετρος σταγονιδίων 0.5μm και υγρασία 5%



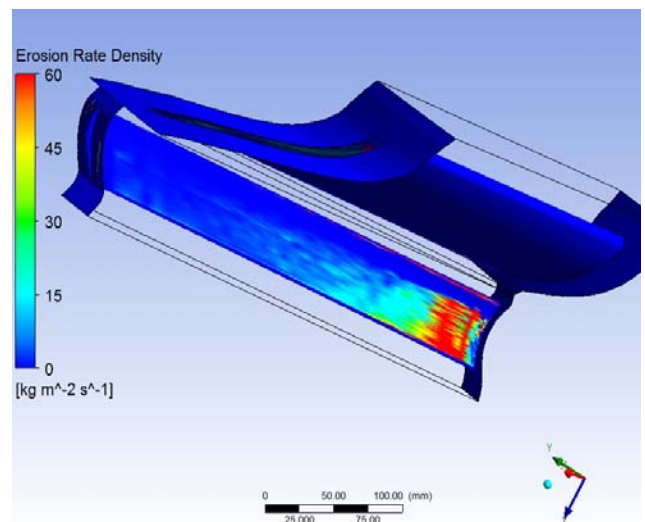
Διάμετρος σταγονιδίων 1μm και υγρασία 2.5%



Διάμετρος σταγονιδίων 1μm και υγρασία 5%



Διάμετρος σταγονιδίων 1.5μm και υγρασία 2.5%



Διάμετρος σταγονιδίων 1.5μm και υγρασία 5%

Πίνακας 6.7. Περιοχή διάβρωσης στην επιφάνεια κατάθλιψης του πτερυγίου R5

## 7. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή, με την πολύπλευρη προσέγγιση των φαινομένων που μελετήθηκαν, είχε ως αποτέλεσμα την απόκτηση μίας σφαιρικής αντίληψης των πραγμάτων και την διεξαγωγή πολλών επιμέρους συμπερασμάτων. Ξεκινώντας από την βιβλιογραφική ανασκόπηση, αποκτήθηκε το απαραίτητο θεωρητικό απόβραδο και επιλέχθηκε ο κατάλληλος προσανατολισμός για την εργασία. Σημαντική ήταν η ακριβής κατάληξη στο αντικείμενο της μελέτης και της μεθοδολογίας που τελικά ακολουθήθηκε. Η απόφαση ήταν να χρησιμοποιηθεί το εμπορικό πακέτο υπολογιστικής ρευστομηχανικής ANSYS-CFX για την προσομοίωση πραγματικού αμοστροβίλου χαμηλής πίεσης όπου εμφανίζονται φαινόμενα διφασικής ροής, σύμφωνα με της προηγούμενες αναφορές ερευνητών. Σε αντίθεση όμως με τις περιορισμένης έκτασης και επικεντρωμένες έρευνες, σκοπός ήταν η διεύρυνση του πεδίου μελέτης και για αυτό αποφασίστηκε η προσομοίωση μεγάλης κλίμακας αμοστροβίλου και μάλιστα με την παράλληλη εφαρμογή διαφορετικών μοντέλων.

Η αρχή έγινε με τη απόπειρα σύγκρισης του υπολογιστικού πακέτου ρευστομηχανικής ANSYS-CFX, με πειραματικά δεδομένα μέσω της μελέτης της απλής αεροτομής VKI-RS1S. Ο απώτερος στόχος όμως ήταν η ανεύρεση των κατάλληλων μοντέλων προσομοίωσης που ήταν διαθέσιμα στο εμπορικό πακέτο, και η επαλήθευση της αξιοπιστίας τους για την εφαρμογή τους αργότερα στο πραγματικό πρόβλημα που διερευνήθηκε. Τα συμπεράσματα λοιπόν στα οποία κατέληξε η εύρυνα είναι πως το καλύτερο μοντέλο τύρβης για την συγκεκριμένη περίπτωση ήταν το σύνθετο μοντέλο SST. Για τη απλή αυτή περίπτωση της ροής το μοντέλο SST εμφάνισε διαφορές από τα υπόλοιπα μοντέλα, αλλά όχι πάρα πολύ μεγάλες. Στην περίπτωση όμως μίας πολυπλοκότερης ροής τα πλεονεκτήματα του θα ήταν εμφανέστερα. Έτσι η τελική επιλογή ήταν ενός αρκετά αξιόπιστου πακέτου μοντέλων τύρβης που ήταν κατάλληλο να εφαρμοστεί στο επόμενο σκέλος της διδακτορικής διατριβής.

Ακολούθησαν τα πρώιμα στάδια της εργασίας, όπου καταβλήθηκαν σημαντικές προσπάθειες για την ανάλυση της ροής μέσα στον πολυβάθμιο αμοστροβίλο αντίδρασης. Τα ροϊκά αποτελέσματα σε σχέση με τη μεταβολή της πίεσης και της ταχύτητας που προέκυψαν, παρουσιάστηκαν λογικά και αναμενόμενα. Το υπολογιστικό μοντέλο του στροβίλου χαμηλής πίεσης ανταποκρίνεται όπως αναμένεται στην αλλαγή των συνθηκών λειτουργίας και επιτυχημένη κρίθηκε η επιλογή των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν. Η έλλειψη όμως λεπτομερών πειραματικών δεδομένων περιορίζει τη δυνατότητα λεπτομερούς αξιολόγησης των υπολογιστικών αποτελεσμάτων. Ωστόσο η μελέτη ολοκληρώθηκε και ήταν ώριμη σχετικά με τις συνθήκες εκτόνωσης του ξηρού ατμού για να προαχθεί στον επόμενο στόχο που ήταν η εφαρμογή μοντέλων υγροποίησης και σταγονοποίησης του.

Αυτός ο στόχος είναι και η κεντρική εργασία αυτής της διδακτορικής διατριβής που αφορά την επίδραση της διφασικής ροής στα φυσικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα μέσα σε αμοστροβίλους χαμηλής πίεσης. Στην αντίστοιχη ενότητα αυτή η εργασία πραγματοποιήθηκε εκτενώς, όσο αυτό

ήταν εφικτό, και με επιτυχία. Έτσι από την σύγκριση της υποθετικής ροής, όπου επιβάλλεται ως εργαζόμενο μέσο ο ξηρός ατμός, με την πραγματική περίπτωση κατά την οποία εφαρμόζεται το μοντέλο πυρηνοποίησης, προέκυψαν συμπεράσματα για την θερμοδυναμική επίδραση της υγροποίησης του ατμού στην ροή. Επισημάνθηκε ότι ενώ το ενεργειακό περιεχόμενο του εργαζόμενου μέσου, υπό μορφή ολικής ενθαλπίας, είναι το ίδιο και μεταβάλλεται με πανομοιότυπο τρόπο και στις δύο περιπτώσεις, παρατηρούνται σημαντικές διαφορές στις επιμέρους θερμοκρασίες και ενθαλπίες των δύο φάσεων. Παράλληλα επιβεβαιώθηκε ότι τα παιδιά ταχυτήτων και πιέσεων δεν επηρεάζονται εμφανώς, έως και καθόλου, από την εμφάνιση του ομογενούς νέφους των σταγονιδίων. Ένα από τα σημαντικότερα κέρδη της συγκεκριμένης ενότητας, ήταν και ο εντοπισμός των σημείων όπου γίνεται έντονη η υπέρψυξη του ατμού και στην συνέχεια πρωτοεμφανίζονται απότομα τα σταγονίδια. Αυτά είναι τα σταθερά πτερύγια της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας και αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι τελευταίες βαθμίδες των αμοστροβίλων χαμηλής πίεσης είναι αυτές που αντιμετωπίζουν την παρουσία της υγρής φάσης. Τέλος για τον συγκεκριμένο αμοστροβίλο χαμηλής πίεσης της δεύτερης μονάδας του Α.Η.Σ. Πτολεμαΐδας, προσομοιώθηκαν τέσσερις συνθήκες λειτουργίας που αντιστοιχούν σε διαφορετικά παραγόμενα φορτία ισχύος και έτσι σχηματίστηκε μία πρώτη εικόνα για τον τρόπο που επηρεάζεται ο βαθμός απόδοσης αυτής της στροβιλομηχανής. Η συσχέτιση αυτή φαίνεται να συμφωνεί με την βιβλιογραφία που θέλει το βαθμό απόδοσης να μειώνεται με την αύξηση του ποσοστού υγρασίας. Δυστυχώς όμως το εύρος των ερευνών δεν ήταν τόσο εκτενές όσο θα ήταν επιθυμητό και η ακριβής συσχέτιση και διεξαγωγή συμπερασμάτων δεν ολοκληρώθηκε πλήρως.

Ωστόσο όμως το όλο εγχείρημα δεν σταμάτησε εκεί. Αφού εξετάστηκαν και αναλύθηκαν διεξοδικά οι θερμοδυναμικές ιδιότητες και τα διάφορα ροϊκά φαινόμενα στις περιπτώσεις του ξηρού αλλά και του συμπυκνωμένου ατμού, το ενδιαφέρον στράφηκε προς την περίπτωση ροής ξηρού ατμού με ταυτόχρονο ψεκασμό σταγονιδίων όπου χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα της προηγούμενης ενότητας. Με την εφαρμογή του μοντέλου διάβρωσης Finnie εντοπίστηκαν οι περιοχές που πλήττονται περισσότερο από τα σταγονίδια και παρουσιάζουν αυξημένες πιθανότητες διάβρωσης. Αυτές είναι οι επιφάνειες κατάθλιψης των σταθερών αλλά και περιστρεφόμενων πτερυγίων της 5<sup>ης</sup> βαθμίδας του στροβίλου και ιδιαίτερα κοντά στην βάση τους. Επιπροσθέτως τα περιστρεφόμενα πτερύγια, που καταπονούνται περισσότερο, επιβαρύνονται και στην ακμή προσβολής τους. Τέλος όπως είναι αναμενόμενο η αύξηση του πλήθους και του μεγέθους των σταγονιδίων αναλογεί σε αύξηση της πιθανότητας για διάβρωση των πτερυγίων. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη τα συμπεράσματα αυτά, θα μπορούσαν να ληφθούν μέτρα για την αντιμετώπιση των προβλημάτων διάβρωσης, παραδείγματος χάριν με την ενίσχυση των συγκεκριμένων περιοχών.

Για την διεξαγωγή περισσότερων συμπερασμάτων όμως, καθώς και πιθανών προτάσεων για την βελτιστοποίηση των συνθηκών λειτουργίας, την εξάλειψη του φαινομένου της πυρηνοποίησης, όπου αυτό είναι εφικτό, και επομένως την αύξηση του βαθμού απόδοσης του αμοστροβίλου, καλό θα ήταν να πραγματοποιηθούν πλήθος επιπλέον προσομοιώσεων για



διαφορετικές οριακές συνθήκες, ακόμα και πειραματισμός με αυτές. Με αυτό τον τρόπο ίσως να ήταν δυνατή και η σχεδιαστική βελτιστοποίηση των πτερυγίων για καλύτερη συμπεριφορά τους στα φαινόμενα κρούσεων και διάβρωσης. Στα πλαίσια του πειραματισμού, ενδιαφέρον θα είχε και η περίπτωση δοκιμής και άλλων μοντέλων συμπύκνωσης ή πιθανής εξέλιξης του παρόντος για να διερευνηθεί η συμπεριφορά του. Επίσης σημαντικό είναι να σημειωθεί ότι όλες οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν στα πλαίσια αυτής της διδακτορικής διατριβής και οι προσομοιώσεις που έγιναν, αναφέρονται σε φαινόμενα μόνιμης ροής που δεν μεταβάλετε στο χρόνο. Επομένως ενδιαφέρον θα ήταν και η προσέγγιση του προβλήματος από την οπτική πλευρά της χρονικά μεταβαλλόμενης ροής. Αυτό θα είχε προφανώς σαν αποτέλεσμα την αύξηση της απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος και του αντίστοιχου υπολογιστικού χρόνου, αλλά ταυτόχρονα θα έδινε και την δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν πρόσθετα μοντέλα για την περιγραφή της ροής. Κάποια από αυτά είναι το μοντέλο κρούσεων μεταξύ των σταγονιδίων νερού, το μοντέλο διάσπασης των σταγονιδίων και τέλος, το πιο ενδιαφέρον, το μοντέλο σχηματισμού υμένα (film) υγρασίας στις επιφάνειες των πτερυγίων. Τέλος στα πλαίσια του πειραματισμού, ενδιαφέρον θα είχε και η περίπτωση προσομοίωσης περισσότερων του ενός πτερυγίων ανά βαθμίδα, έτσι ώστε να είναι εφικτός ο εντοπισμός κάποιου πιθανού θύλακα αστάθειας ή άλλων περιφερειακών φαινομένων.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στο παράρτημα αυτό εμφανίζεται ο τρόπος με το οποίο αναλύεται η σχέση που συσχετίζει τον τανυστή των τάσεων, με το ρυθμό παραμόρφωσης (strain rate).

$$\begin{aligned} \tau &= \mu \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{u} \right) = \\ &= \mu \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} = \\ &= \mu \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Παράλληλα για τα νευτώνεια ρευστά ισχύουν οι σχέσεις:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{π.χ.} : \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{ii} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\text{Stokes Hypothesis} \rightarrow \lambda = -\frac{2}{3}\mu$$

Οπότε προκύπτει:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\text{Επίσης: } \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix}$$

και

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) &= \nabla \cdot \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \\ &= \nabla \cdot \begin{bmatrix} u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} & u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} & u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz}) \end{aligned}$$

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος με το οποίο αναλύεται ο όρος των τάσεων Reynolds της σχέσης (2.22) και πώς προκύπτει από αυτόν η τροποποιημένη πίεσης της σχέσης (2.25)

$$\begin{aligned}
 & \nabla \cdot (\tau - \overline{\rho u' \cdot u'}) = \\
 & = \nabla \cdot \left[ \underbrace{\mu (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta \mu \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}}_{\mu_{eff} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\mu \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} + \rho k + \mu_t \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})} + \underbrace{\mu_t (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_t \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})}_{\mu_{eff} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})} \right] = \\
 & = \nabla \cdot \left[ \mu_{eff} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\mu \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} + \rho k + \mu_t \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) \right] = \\
 & = \nabla \cdot \left[ \mu_{eff} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) \right] = \\
 & = \nabla \cdot \mu_{eff} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T) - \nabla \cdot \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})
 \end{aligned}$$

Προσθέτοντας την όρο  $\nabla \cdot \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})$  στην πίεση  $p$ , προκύπτει η τροποποιημένη πίεση  $p''$

$$\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \frac{2}{3} \delta (\rho k + \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \left( \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \right) = \nabla p''$$

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Καρτεσιανές συντεταγμένες του προφίλ του πτερυγίου VKI-RS1S

x (mm)	y(mm)	x (mm)	y(mm)	x (mm)	y(mm)
0.000	0.000	28.102	6.179	25.035	4.904
-0.248	0.031	30.299	4.642	22.561	5.787
-0.746	0.251	32.144	3.310	19.924	6.553
-1.378	0.933	33.630	2.218	17.180	7.146
-1.852	2.208	34.758	1.380	14.395	7.481
-2.031	4.007	35.542	0.783	11.655	7.469
-1.883	6.248	35.969	0.362	9.079	7.007
-1.297	8.839	35.949	0.076	6.806	6.123
-0.063	11.597	35.868	-0.052	4.940	4.937
2.119	14.103	35.697	-0.177	3.513	3.620
5.345	15.592	35.284	-0.062	2.489	2.335
9.077	15.687	34.660	0.297	1.760	1.230
12.791	14.748	33.762	0.797	1.154	0.440
16.320	13.242	32.572	1.432	0.575	0.082
19.643	11.490	31.090	2.188	0.183	0.008
22.739	9.668	29.327	3.046	0.000	0.000
25.573	7.876	27.300	3.967		

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

Όλοι οι υπολογισμοί για το κύριο πρόβλημα της διφασικής ροής, πραγματοποιήθηκαν σε μία αυτοσχέδια συστοιχία (cluster) υπολογιστών. Πρόκειται για 8 μεμονωμένους τετραπύρινους υπολογιστές (εικόνα Δ.1) που συνδέθηκαν παράλληλα. Συνολικά λοιπών ήταν διαθέσιμοι 32 επεξεργαστές των 2.5 GHz και για κάθε επεξεργαστή αντιστοιχούν 2 Gb μνήμης RAM.



Εικόνα Δ.1. Αυτοσχέδια συστοιχία (cluster) υπολογιστών

Όσο αφορά τους χρόνους υπολογισμών, σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι αυτός διέφερε σημαντικά μεταξύ των δύο περιπτώσεων αραιού και πυκνού πλέγματος. Για την περίπτωση χρήσης των αραιών πλεγμάτων, των περίπου 500,000 συνολικών στοιχείων, το χρονικό διάστημα υπολογισμών ήταν της τάξης των τεσσάρων ημερών, όταν δεν υπήρχε διαθέσιμο αρχικό ροϊκό πεδίο τιμών. Ενώ για την περίπτωση των πυκνών πλεγμάτων, των περίπου 5 εκ. συνολικών στοιχείων, το χρονικό διάστημα υπολογισμών μέχρι να επιτευχθεί τελική σύγκλιση, ήταν της τάξης των 30 ημερών, όταν δεν ήταν διαθέσιμο αρχικό πεδίο τιμών.

## ΣΗΜΕΙΟΓΡΑΦΙΑ

$E$	Ενέργεια
$e$	Εσωτερική θερμική ενέργεια
$h$	Ενθαλπία
$h_0, h_{tot}$	Ολική ενθαλπία
$J$	Ρυθμός πυρηνοποίησης (nucleation rate)
$J_h$	Μηχανικό ισοδύναμο θερμότητας
$k_B$	Σταθερά Boltzman
$k$	Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας
$m$	Μάζα
$N$	Πλήθος σταγονιδίων ανά μονάδα μάζας
$N_d$	Πλήθος σταγονιδίων ανά μονάδα όγκου
$N_p$	Αριθμός φάσεων
$nd$	Αριθμός φάσεων σταγονιδίων
$p$	Πίεση
$P_k$	Ρυθμός παραγωγής κινητικής ενέργειας τύρβης
$Pr$	Αριθμός Prandl
$q$	Διάνυσμα συνισταμένης θερμοροής
$q$	Συντελεστής συμπύκνωσης
$r$	Ακτίνα σταγονιδίου
$r_a$	Κλάσμα όγκου φάσης $a$
$R$	Σταθερά αερίων
$Re$	Αριθμός Reynolds
$S$	Λόγος υπερκορεσμού
$Sc$	Αριθμός Schmidt
$S_d$	Πηγή μάζας μέσω ομογενούς πυρηνοποίησης
$S_E$	Πηγή ενέργειας
$S_h$	Πηγή ενθαλπίας
$S_M$	Πηγή ορμής
$T$	Θερμοκρασία
$u$	Διάνυσμα συνισταμένης ταχύτητας
$u$	Συνιστώσα ταχύτητας στην διεύθυνση $x$
$v$	Συνιστώσα ταχύτητας στην διεύθυνση $y$
$w$	Συνιστώσα ταχύτητας στην διεύθυνση $z$
$V$	Όγκος
$Y$	Κλάσμα μάζας υγρού

### Ελληνικοί χαρακτήρες

$\beta_d$	Πυκνότητα διεπιφάνειας μεταξύ φάσεων
$\Gamma$	Συντελεστής διάχυσης
$\gamma$	Λόγος ειδικής θερμοχωρητικότητας
$\delta$	Μοναδιαίος πίνακας
$\mu$	Δυναμικό ιξώδες
$\mu_j$	Ροπή $j$ βαθμού
$\rho$	Πυκνότητα
$\sigma$	Επιφανειακή τάση
$\sigma_\tau$	Αριθμός Schmidt

$\tau_{ij}$	Τάση ιζώδους
$\tau_n$	Χρόνος συμπύκνωσης
$\phi$	Τυχαίο βαθμωτό μέγεθος

### Δείκτες

$c$	Συνεχής φάση
$d$	Συμπυκνωμένη φάση σταγονιδίων
$fg$	Ειδική ενθαλπία συμπύκνωσης/εξάτμισης
$G$	Αέρια φάση
$i$	Ομάδα
$L$	Υγρή φάση
$s$	Κορεσμού
$t$	Τυρβώδης
$v$	Ατμός
$w$	Σημείο Wilson
$\alpha, \beta, \gamma$	Διαφορετικές φάσεις ρευστού

### Εκθέτες

*	Κρίσιμο σημείο ή συνθήκες Wilson
–	Μέση τιμή
$\phi'$	Τυρβώδης διακύμανση της μεταβλητής $\phi$
$P''$	Τροποποιημένη πίεση
$^{\circ}$	Παλιά τιμή



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΣΗΜΕΙΟΓΡΑΦΙΑ

Θεωρείται καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο οποίο τα  $i, j$  και  $k$  είναι τρία μοναδιαία διανύσματα στις τρεις κατευθύνσεις.

Για μία γενική βαθμωτή συνάρτηση  $\phi(x, y, z)$ , η κλίση (gradient) του  $\phi$  ορίζεται:

$$\nabla\phi = \text{grad}\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}i + \frac{\partial\phi}{\partial y}j + \frac{\partial\phi}{\partial z}k \quad \text{ή} \quad \nabla\phi = \text{grad}\phi = \left[ \frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]$$

Η απόκλιση (divergence) μίας διανυσματικής συνάρτησης  $\mathbf{u}(x, y, z)$  ή  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$

είναι:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \text{div}\mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Απόκλιση γινομένου τανυστών:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wu) \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wv) \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww) \end{bmatrix}$$

Επίσης ο συμβολισμός  $\nabla \mathbf{u}$  σημαίνει:

$$\nabla \mathbf{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **Απόστολος Κ. Γούλας**, Βασικές αρχές στροβιλομηχανών.
2. **Gyarmathy G.** Bases of a theory for wet steam turbines. *Bulletin 6, Inst. For Thermal Turbomachines, Federal Technical University, Zurich, (1962).*
3. **K. Baumann**, Some recent developments in large steam turbine practice, *J. Inst. Elec. 59, 565 (1921).*
4. **Young J. B.**, Two-dimensional, non-equilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbine cascades, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.: J. Tubomachinery 114 569-578 (1992).*
5. **Feder, J., Russell, K. C., Lothe, J. and Pound, G. M.** Homogeneous nucleation and growth of droplets in vapours. *Advances in Physics, 15:57,111 — 178 (1966)*
6. **Thomson Sir William**, *Proc. Roy. Soc. Edinb., 7, 63 (1870)*
7. **Helmholtz R. V.** *Wied. Ann. 27, 508 (1886)*
8. **Bakhtar F., Webb R. A.**, Tabular method of estimating nucleating steam flows, *Int. J. Heat & Fluid Flow Vol. 4 No. 4 (1983)*
9. **Volmer M and Weber A. Z.** *Phys. Chem., 119 (1926)*
10. **Frakas L. Z.** *Physik. Chem., AI25 (1927)*
11. **Beaker R. and Doering W.** Kinetic treatment of nucleation in supersaturated steam. *Annalen der Physik, 5F, 24 (1935)*
12. **Frenkel J.** Kinetic theory of liquids. *Oxford University Press, London (1946)*
13. **Zeldovich J. J.**, *Exp. Theor. Phys. (USSR), 12, 525 (1942)*
14. **McDonald J. E.**, Homogeneous nucleation of vapour condensation. *Am.J. Phys., 30, 870 and 31, 31 (1962-63)*
15. **Dunning W. J.**, General and theoretical introduction in ‘Nucleation’, (et Zettlemoyer) *Marcel Dekker, NY (1969)*
16. **Young J. B.**, The spontaneous condensation of steam in supersonic nozzles. *Physico-chem. Hydrodyn. 3, 57-82 (1982)*
17. **Guha A. and Young J. B.**, The effect of flow unsteadiness on the homogeneous nucleation of water droplets in steam turbines. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A (1994)*
18. **Huang A. and Young J. B.**, An analytical solution for the Wilson point in homogeneously nucleating flows. *Proc. R. Lond. A. (1996)*
19. **Young J. B.** The condensation and evaporation of liquid droplets in a pure vapour at arbitrary Knudsen number. *Int. J. Heat Mass Transfer 34, 1649-1661 (1991)*
20. **Moheban M. and Young J. B.**, A study of thermal non-equilibrium effects in low-pressure wet-steam turbines using a blade-to-blade time marching technique. *Int. J. Heat & Fluid Flow (1985)*
21. **Young J. B.** Semi-analytical techniques for investigating thermal non-equilibrium effects in wet steam turbines. *Int. J. Heat Fluid Flow, 5, 81-91 (1984)*
22. **Christie D. G., Haywood G. W., Lowe H. J., Macdonald A. N. and Schulpher P.** Paper No 4, Symposium on Wet Steam. *Inst. Mech. Eng. Liverpool (1966)*
23. **Hounslow M. J., Ryall R. L., Marshall V. R.**, A discretized population balance for nucleation, growth, and aggregation, *AIChE Journal 34 (11)1821-1831(1988)*
24. **Itkin A. L. and Kolesnichenko E. G.**, Microscopic theory of condensation in gases and plasma, *Series on advances in mathematics for applied sciences Vol. 44 Book ISBN:9810229070*
25. **Pirumov U. G.**, Determining parameters in non-equilibrium flow of a gas with homogeneous condensation (1984)
26. **Bakhtar F. and Tochai M. T. M.** An investigation of two-dimensional flows of nucleating and wet steam by the time-marching method. *Int. J. Heat and Fluid Flow, 2, 5 (1980)*
27. **Skillings S. A. and Jackson R.**, A robust ‘time-marching’ solver for one-dimensional nucleating steam flows, *Heat and Fluid Flow, Vol. 8, No 2 (1987)*

28. **Bakhtar F. and Bamkole B. O.**, An examination of the throughflow of nucleating steam in a turbine stage by a time-marching method, *Journal of Power Engineering, Proc Instn Mech Engrs Vol 203* (1989)
29. **Bakhtar F. and So K. S.**, A study of nucleating flow of steam in cascade of supersonic blading by the time-marching method. *Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 12, No 1* (1991)
30. **Kermani M. J. and Gerber A. G.**, A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 46 3265-3278 (2003)
31. **Gerber A. G. and Kermani M. J.**, A pressure based Eulerian – Eulerian multi-phase model for non-equilibrium condensation in transonic steam flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 47 2217-2231 (2004)
32. **Yamamoto S.**, Computation of practical flow problems with release of latent heat. *Energy* 30 197-208 (2005)
33. **Ryley D. J.**, Phase equilibrium in low-pressure steam turbines. *Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press Ltd. Vol. 3 pp. 28-46* (1961)
34. **Mason B. J.**, *Proc. Phys. Soc. B64, 773* (1951)
35. **Oswatitsch K.**, *Z angew. Math. Mech. 22, 1* (1942)
36. **Binnie A. M. and Woods M. W.**, *Proc. Inst. Mech. Engng. 138, 299* (1938)
37. **Yellot J. I.**, *Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs. 56, 411(1934a); 137, 303* (1934b)
38. **Young J. B.**, The fundamental equations of gas-droplet multiphase flow. *Int. J. Multiphase Flow Vol. 21, No 2, pp 175-191* (1995)
39. **Bakhtar F. and Pirant M.**, Thermodynamic properties of supercooled steam. *Int. J. Heat and Fluid Flow Vol. 1 No. 2* (1979)
40. **Vukalovich M. P.**, Thermodynamic properties of water and steam, *6<sup>th</sup> edition* (1958)
41. **White A. J. and Hounslow M. J.**, Modeling droplet size distributions in polydispersed wet-steam flows, *Inter. Journal of Heat and Mass Transfer* 43 1873-1884 (2000)
42. **Randolph A. D. and Larson M. A.**, Theory of Particulate Processes, *Academic Press, New York, (1971)*
43. **White A. J. and Young J. B.**, Transient calculations of nucleation and droplet growth for wet-steam expansions. *ICPWS XV Berlin* (2008)
44. **Smits A. J.**, Mechanical and aerospace engineering, *Princeton University, Class notes for mae 521/522, (1988)*
45. **White A. J. and Young J. B.**, Time-marching method for the prediction of two-dimensional, unsteady flows of condensing steam, *AIAA Journal of Propulsion and Power* 9 (4 579-587 (1993)
46. **Snoeck J.** Two-dimensional condensing flow in transonic turbine cascades. *VKI Lecture Series 1983~06. Aerothermodynamics of Low Pressure Steam Turbines and Condensers, (1983)*
47. **Bakhtar F. and Alubaidy A. K.** On the solution of supersonic blade-to-blade flows of nucleating steam by the time-marching method. *Inst. Mech. Engrs., Conference on "Computational Methods in Turbomachinery", University of Birmingham, Paper C82/84, 101* (1984)
48. **Król T.**, Results of optical measurements of diameters of drops formed due to condensation of steam in a de Laval nozzle(in Polish), *Prace Institute Maszyn Przeplywowych (Trans. Inst. Fluid Flow Machinery) 187, 199* (1971)
49. **Ferziger J. H. and Peric M.**, Computational Methods for Fluid Dynamics, *Book ISBN:3-540-42074-6.*
50. **Patankar S. V.**, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Book ISBN:0891165223*
51. **Bassel W. S. and Gomes A. V.**, A metastable wet steam turbine stage model. *Nuclear Engineering and Design* 216 113-119 (2002)
52. **Gerber A. G., Sigg R., Völker L., Casey M. V.**, Predictions of non-equilibrium phase transition in a model low pressure steam turbine. *7<sup>th</sup> European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamic, p.829* (2007)

53. **Denton J.**, A time-marching method for two- and three-dimensional blade-to-blade flows, *A.R.C. R. & M.* 1975, 3775.
54. **Versteeg H. K. and Malalasekera W.** , An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, *Book ISBN:0582218845*
55. **Schlichting H. and Gersten K.**, Boundary Layer Theory – 8th revised and enlarged edition, *Book ISBN:3540662707*
56. **ANSYS-CFX Solver Theory Guide**, *Release 12.0, April 2009*
57. **Bradshaw P., Cebeci T. and Whitelaw J. H.**, Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow, *AIAA Paper 78-257 (1981)*
58. **Stephen B. Pope**, Turbulent Flows, *Book ISBN:0521598869*
59. **CFX-TASCflow Theory Documentation**, *CFX Limited, Waterloo, Ontario, Canada, Section 4.1.2, Version 2.12 (2002)*
60. **Wilcox D. C.**, Multiscale model for turbulent flows, *In AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting. American Institute of Aeronautics and Astronautics (1986)*
61. **Wilcox D. C.**, Turbulence modeling for CFD, *La Canad, CA: DCW Industries (1993)*
62. **Menter F.**, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering application, *AIAA J.* 32, 1598-1605 (1994)
63. **Timrot D. L. and Vargaftik N. B.**, *Trans. 4<sup>th</sup> World Power Conf. Vol. III p.1647, Lund-Humphries London (1952)*
64. **Redlich B. E. and Kwong J. N. S.**, On the Thermodynamics of Solutions. V. An Equation of State. Fugacities of Gaseous Solutions. *Chem Rev* 44:233 (1949)
65. **Aungier R. H.**, A Fast, Accurate Real Gas Equation of State for Fluid Dynamic Analysis Applications, *Journal of Fluids Engineering, Vol. 11, pp.277-281 (1995)*
66. **Wagner M. and Kruse A.**, The Industrial Standard IAPWS-IF97: Properties of Water and Steam, *Springer, Berlin (1998)*
67. **Hutchings I. M.**, Mechanical and metallurgical aspects of the erosion of metals, *Proc. Conf. on Corrosion-Erosion of Coal Conversion System Materials, NACE 393 (1979)*
68. **Dosanji S. and Humphrey J. A. C.**, The influence of turbulence C on erosion by a particle laden fluid jet, *Wear V.102 pp 309-330 (1985)*
69. **Arts T., Duboue J. M., Rollin G.**, Aero-thermal performance measurements and analysis of a two-dimensional high turning rotor blade.
70. **Anderson J. D.**, Modern Compressible Flow with historical perspective, *McGRAW HILL Third Edition Book ISBN:0071121617 (2003)*