



**Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**  
**Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών**  
*Πολυτεχνική Σχολή*

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΟΧΗΜΑΤΟΣ  
VEHICLE MULTIBODY DYNAMIC ANALYSIS

ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

AEM 1867

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

KOZANH 2021

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας είναι η μοντελοποίηση, η δυναμική ανάλυση και ο ανασχεδιασμός ενός τετρακίνητου ηλεκτρικού οχήματος εκτός δρόμου με τη χρήση λογισμικού δυναμικής ανάλυσης πολλαπλών σωμάτων (Multibody Dynamic Analysis). Το μοντέλο αποτελείται από εμπρός και πίσω αναρτήσεις, σύστημα διεύθυνσης ελαστικά και εύκαμπτο υποπλαίσιο. Το όχημα που χρησιμοποιήθηκε ως αρχική βάση είναι από τη διπλωματική εργασία με τίτλο «Σχεδίαση και Ανάλυση Τετρακίνητου Ηλεκτρικού Οχήματος» κατά το έτος 2018 από τον Αχιλλέα Χειμωνίδη από το οποίο διατηρήθηκε το υποπλαίσιο και έγινε εξ ολοκλήρου ανασχεδιασμός του συστήματος ανάρτησης. Το μοντέλο του οχήματος αναπαριστά τις βασικές πηγές στιβαρότητας, απόσβεσης, επαφής και κινηματικούς περιορισμούς ως πλήρως γραμμικά στοιχεία. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε είναι το MOTIONVIEW ως preprocessor και το MOTIONSOLVE ως επιλύτης, της εταιρίας ALTAIR ENGINEERING. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για να εξεταστεί η οδηγική συμπεριφορά του οχήματος αλλά και οι αντοχή του υποπλαισίου. Διάφορα δυναμικά και ημιστατικά σενάρια μελετήθηκαν για να καθορίσουν την δυναμική συμπεριφορά του οχήματος και τα κριτήρια ανασχεδιασμού της ανάρτησης του. Η επιλογή των σεναρίων έγινε με στόχο να προσεγγίσουν ποικίλες καταστάσεις που ανταποκρίνονται σε πραγματικές συνθήκες για τέτοιου είδους οχήματα.

**Λέξεις κλειδιά:** Δυναμική ανάλυση πολλαπλών σωμάτων , Αναρτήσεις , Προσομοίωση, Τετρακίνητο ηλεκτρικό όχημα

# Abstract

The purpose of this work is the modeling, dynamic analysis and redesign of a four-wheel drive electric off-road vehicle with the use of Multibody Dynamic Analysis software. The model comprises of the front and rear suspension, the steering system, the wheel, the tires and a flexible chassis. The vehicle used as a starting point is from the paper “Design and analysis of a four-wheel drive electric off-road vehicle” by Achilleas Cheimonidis in 2018, the chassis was preserved while the entire suspension was fully redesigned. The model represents the basic elements of stiffness, damping, contact and compliance as fully linear. The software used is MOTIONVIEW for preprocessing purposes and MOTIONSOLVE as a solver both developed by ALTAIR ENGINEERING. This model was used to evaluate the handling and dynamic characteristics as well as the durability of the chassis. Various transient and quasistatic scenarios were analyzed to provide an insight of the dynamic characteristics and the redesign criteria for the suspension. The selection of the scenarios was made in order to be representative of real-life cases for similar vehicle.

**Keywords:** Multi-body dynamic analysis, Suspensions, Simulation, Four-wheel electric vehicle

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Για την εκπόνηση της διπλωματικής αυτής εργασίας απαιτήθηκαν πολλές θυσίες και σκληρή δουλειά. Υπήρξαν ωραίες αλλά και πολύ πιεστικές και δύσκολες στιγμές και αποτέλεσε ένα υπέροχο ταξίδι μάθησης. Έτσι θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Γιαγκόπουλο Δημήτριο, αναπληρωτή καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών (Τ.Μ.Μ.) του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας (Π.Δ.Μ.) καθώς και το υπόλοιπο εκπαιδευτικό προσωπικό του τμήματος που μέσα από όλα αυτά τα χρόνια διαμόρφωσαν και σχημάτισαν όχι μόνο τις γνώσεις μου και την ιδιοσυγκρασία μου ως μηχανικός αλλά και σε μεγάλο βαθμό το «είναι μου» ως άνθρωπος. Επίσης την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την υποστήριξη και την υπομονή τους καθώς με τον τρόπο αυτό έπαιξαν καταλυτικό ρόλο στην διεκπεραίωση της διπλωματικής. Ένα ξεχωριστό ευχαριστώ θα ήθελα να αφιερώσω στην Altair Engineering η οποία μου διέθεσε όχι μόνο τα λογισμικά της πακέτα δωρεάν αλλά και πληθώρα εκπαιδευτικού υλικού πάνω στη χρήση και τη θεωρία τους.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	4
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ .....	5
ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ .....	7
ΛΙΣΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ, ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	9
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	13
2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	14
2.1. Ορισμός προσομοίωσης πολλαπλών σωμάτων.....	14
2.2. Τυπικές χρήσεις προσομοίωσης πολλαπλών σωμάτων .....	14
2.3. MBS ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ .....	14
3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ .....	17
3.1. Θέση και μεταφορική κίνηση.....	17
3.2. Περιστροφή .....	18
3.3. Ταχύτητα .....	20
3.4. Επιτάχυνση.....	20
3.5. Δυναμική .....	21
3.6. Νευτώνεια Δυναμική.....	21
3.7. Εξισώσεις κίνησης .....	22
3.8. Μέθοδος Έργου Ενέργειας.....	22
3.9. Λαγκρατζιανή και Χαμιλτονική δυναμική.....	24
3.10. Εύκαμπτα σώματα.....	24
3.11. Τροπή .....	25
3.12. Τάση .....	26
3.13. Βαθμοί ελευθερίας και νόμος Gruebler .....	27
3.14. Ταλαντώσεις και ιδιομορφική ανάλυση.....	27
4. ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	29
4.1. Στοιχεία με αδράνεια.....	29
4.2. Σύνδεσμοι και περιορισμοί .....	30
4.3. Συσχέτιση με μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων .....	33
4.4. Εύκαμπτα σώματα.....	35
5. ΤΥΠΟΙ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ.....	38
5.1. Ανάλυση συναρμολόγησης (Assembly analysis).....	38
5.2. Κινηματική Ανάλυση (Kinematic analysis).....	38

5.3. Ανάλυση στατικής ισορροπίας (Static equilibrium analysis) .....	38
5.4. Ημιστατική Ανάλυση (Quasi-static analysis) .....	38
5.5. Δυναμική Ανάλυση (Dynamic analysis) .....	39
5.6. Γραμμική Ανάλυση (Linear analysis) .....	39
6. ΤΥΠΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ .....	39
6.1. Επιλογή Κατάστασης (State Choice) .....	40
6.2. Γενικοποιημένες Ταχύτητες .....	41
6.3. Μέθοδος διαχείρισης περιορισμών .....	41
6.4. Βαθμός Εξισώσεων .....	43
6.5. Διαστάσεις.....	44
6.6. Μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης.....	44
6.7. Τύποι εξισώσεων στο MOTIONVIEW .....	45
6.8. Γραμμικοί αλγεβρικοί επιλύτες.....	46
6.9. Επιλογή Μεθόδων Επίλυσης.....	46
6.10. MBS σε εφαρμογές της αυτοκινητοβιομηχανίας .....	48
7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΟΧΗΜΑΤΟΣ .....	49
7.1. Βασικές αρχές του συστήματος διεύθυνσης .....	53
7.2. Ρυθμίσεις τροχού.....	56
7.3. Συστήματα ανάρτησης τροχών .....	63
7.4. Άξονες .....	66
7.5. Ελατήρια-Αποσβεστήρες .....	67
7.6. Στόχοι δυναμικής μελέτης ενός οχήματος .....	72
8. ΟΧΗΜΑ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΘΗΚΕ .....	74
8.1. Μοντέλο MBS .....	76
8.2. Εύκαμπτο υποπλαίσιο .....	78
9. ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΑΝ .....	83
9.1. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	86
9.2. Ανάλυση τεσσάρων στύλων (4 Post) .....	86
9.3. Διέγερση εδάφους .....	91
9.4. Ανηφορικός δρόμος –Ράμπες.....	95
9.5. Οδήγηση σε κεκλιμένο επίπεδο .....	97
9.6. Ευθύγραμμη οδήγηση με διαφορετικό συντελεστή τριβής $\mu$ .....	100

9.7. Οδήγηση σε ημιτονοειδή σαμαράκια.....	105
9.8. Κυκλική οδήγηση υπό επιτάχυνση .....	110
10. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	112
11. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....	112
12. REFERENCES - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	113
13. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	115
ΠΕΡΙΟΕΧΟΜΕΝΑ .....	115
Κώδικας Matlab.....	115
Road roughness classification .....	115
Three frequencies (cycles/m).....	116
Plotting of the road roughness class lines .....	117
Generate space domain profile from roughness PSD .....	117
calculating the elevation values.....	118

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ

TMM	Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
ΠΑΔΜ	Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
LVMD	Laboratory of Vibration and Machine Dynamics
MBS	Multibody Systems or Multibody Simulation
CG	Centre of Gravity
NVH	Noise Vibration Harshness
FEA	Finite Element Analysis
FE	Finite Element
FEM	Finite Element Method
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
MCAE	Mechanical Computer Aided Engineering

MBD	Multibody Dynamics
CMS	Component Mode Synthesis
ADAMS	Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems
DAE	Differential Algebraic Equations
ODE	Ordinary Differential Equations
DASSL	Differential Algebraic System Solver Library
DASPK	Differential Algebraic Single Perturbation
SUNDIALS	SUite of Nonlinear and DIfferential/ALgebraic equation Solvers
LSODE	Livermore Solver for Ordinary Differential Equation
MEBDFI	Modified Extended Backward Differentiation Formulae
LU	LowerUpper
IRKF	Implicit Runge-Kutta Formulae
I3	Index 3
SI2	Stabilized Index 2
SI1	Stabilized Index 1
ABS	Anti-Lock Brakes ᅇ Antilock Braking System
TCS	Traction Control System
ESP	Electronic Stability Program
DOE	Design Of Experiments
PSD	Power Spectral Density

## ΛΙΣΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ, ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

<i>Figure 1</i> MBS και σχέση με άλλες τεχνολογίες (Courtesy of Prof. Bert Bras, George W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0405, USA).	15
<i>Figure 2</i> Αλληλεπίδραση μεταξύ MBS και άλλων τεχνολογιών.	16
<i>Figure 3</i> Συστήματα που συνδυάζονται και χρησιμοποιούνται σε MBS.	16
<i>Figure 4</i> Παραδείγματα από Κοινές αρθρώσεις κατώτερου ζεύγους.	32
<i>Figure 5</i> Παραδείγματα για Πρωτόγονα συνδέσμων.	32
<i>Figure 6</i> Παραδείγματα, παραμετρικές καμπύλες, επιφάνειες και Συνδέσεις υψηλότερου ζεύγους.	33
<i>Figure 7</i> Παραδείγματα συζεύκτες και στοιχεία γραναζιών.	33
<i>Figure 8</i> Παραδείγματα από στοιχεία δυνάμεων(ελατήρια ,αποσβέστες ,εδράσεις) <a href="http://it.wikipedia.org/wiki/File:Ammortizzatore.jpg">http://it.wikipedia.org/wiki/File:Ammortizzatore.jpg</a> , (last visited November 29, 2009)).	33
<i>Figure 9</i> Παραδείγματα από επαφές , δισδιάστατες και τρισδιάστατες επαφές τόσο σε εύκαμπτα και άκαμπτα σώματα.	33
<i>Figure 10</i> Ο γενικός τομέας του MCAE δείχνει πώς ο τομέας MCAE υποδιαιρείται σε διαφορετικές κατηγορίες, καθεμία από τις οποίες αντιμετωπίζεται από μια συγκεκριμένη τεχνολογία.	34
<i>Figure 11</i> Συμβιοτική σχέση μεταξύ MBS και FEA (πηγή ADAMS).	35
<i>Figure 12</i> Η ιδιομορφική αναπαράσταση Ευκαμψίας. Η παραμόρφωση διαχωρίζεται σε χωρικά εξαρτώμενα σχήματα ιδιομορφών(Spatially dependent Mode shapes) ( $\Phi$ ) και σε προσωρινά εξαρτώμενα καταστάσεις(Temporally dependent States) ( $Q$ ).	36
<i>Figure 13</i> Εύκαμπτο σώμα που αντιπροσωπεύει βραχίονα ελέγχου ανάρτησης αυτοκινήτου.	37
<i>Figure 14</i> Τυπικές αναλύσεις αναρτήσεων που γίνονται σε MBS (Πηγή Altair Study book).	49
<i>Figure 15</i> Δυνάμεις και άξονες του οχήματος.	50
<i>Figure 16</i> Άξονας συμμετρίας , γεωμετρικός άξονας οδήγησης	50
<i>Figure 17</i> Αρνητική Απόκλιση τροχού.	51
<i>Figure 18</i> Κέντρο περιστροφής ,άξονας περιστροφής.	51
<i>Figure 19</i> Γωνία ολίσθησης τροχού α και γωνία στροφής.	52
<i>Figure 20</i> Γωνία στροφής (αριστερά υποστροφής, δεξιά υπερστροφής).	53
<i>Figure 21</i> Κύρια εξαρτήματα συστήματος διεύθυνσης.	53
<i>Figure 22</i> Συστήματα διεύθυνσης (αριστερά μεταβαλλόμενης ράβδου, δεξιά διεύθυνσης Άκκερμαν).	54
<i>Figure 23</i> Σύστημα διεύθυνσης Άκκερμαν , διαφορά γωνίας κλίσης	55
<i>Figure 24</i> Τραπεζοειδές σύστημα διένυθνης.	55
<i>Figure 25</i> Μεταζόνιο.	56
<i>Figure 26</i> Μετατρόχιο.	56
<i>Figure 27</i> Σύγκλιση (αριστερά) και απόκλιση (δεξιά) τροχών.	57
<i>Figure 28</i> Γωνιακή διαφορά κλίσης.	58
<i>Figure 29</i> Θετική και αρνητική Κάμπερ (Camber).	59
<i>Figure 30</i> Κλίση βασιλικού πείρου.	59
<i>Figure 31</i> Απόκλιση βασιλικού πείρου.	60
<i>Figure 32</i> Διαφορετικές αποκλίσεις βασιλικού πείρου.	61
<i>Figure 33</i> Επίδραση αρνητικής απόκλισης βασιλικού πείρου.	62

Figure 34 Γωνία Κάστερ.	62
Figure 35 Συνδεσμος δύο σημείων.	63
Figure 36 Συνδεσμος τριών σημείων.	64
Figure 37 Καμπύλη κεντρικής γραμμής βραχίονα ανάρτησης( πίσω ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων).	64
Figure 38 Αλλαγές σε σύγκλιση και γωνία κάμπερ.	65
Figure 39 Παραγωγή γωνίας διεύθυνσης.	66
Figure 40 Ελατήρια ενός επιβατικού αυτοκινήτου.	67
Figure 41 Είδη ταλαντώσεων στο αυτοκίνητο.	68
Figure 42 Απόκριση σε ταλάντωση με απόσβεση.	69
Figure 43 Ταλάντωση οχήματος με συντονισμό.	70
Figure 44 Γραμμική χαρακτηριστική καμπύλη ελατηρίου.	70
Figure 45 Προοδευτική χαρακτηριστική καμπύλη ελατηρίου.	71
Figure 46 Εξέλιξη ταλάντωσης κατά την κίνηση σε ανωμαλία.	72
Figure 47 Όψη οχήματος 1.	74
Figure 48 Όψη οχήματος 2.	74
Figure 49 Όψη υποπλαισίου.	74
Figure 50 Σκαρίφημα υποπλαισίου.	74
Figure 51 Μεταζόνιο οχήματος.	75
Figure 52 Μετατρόχιο οχήματος.	75
Figure 53 Υποσύστημα της εμπρός ανάρτησης.	76
Figure 54 Υποσύστημα της πίσω ανάρτησης.	76
Figure 55 Υποσύστημα του συστήματος διεύθυνσης.	77
Figure 56 Όψεις του συναρμολογήματος του μοντέλου του οχήματος.	77
Figure 57 Πλέγμα επιφανειακών στοιχείων πλαισίου.	78
Figure 58 Λεπτομέρεια 1 στο πλέγμα στοιχείων.	78
Figure 59 Στοιχεία που απαιτούν διόρθωση.	79
Figure 60 Πλέγμα, στοιχεία που αρχικά δεν ήταν αποδεκτά βάση των κριτηρίων ελέγχου και διορθώθηκαν.	79
Figure 61 Οριακές συνθήκες και περιορισμοί στο μοντέλο FEA.	80
Figure 62 Κόμβοι σύνδεσης και σύνδεση τους με το πλέγμα του υποπλαισίου.	80
Figure 63 1η ιδιομορφή μη στερεού σώματος στα 48,1Hz.	81
Figure 64 Σύγκριση με ιδιομορφές από την διπλωματική με τίτλο « Σχεδίαση και Ανάλυση Τετρακίνητου Ηλεκτρικού Οχήματος» , συχνότητα 42,3 hz.	81
Figure 65 2η ιδιομορφή μη στερεού σώματος στα 72,8Hz συγκριτικά η ίδια ιδιομορφή προέκυπτε σε συχνότητα 70,6 Hz.	82
Figure 66 Μοντέλο της ανάλυσης σε 4 στύλους.	83
Figure 67 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε ράμπα και ανηφόρα.	84
Figure 68 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε κεκλιμένο επίπεδο.	84
Figure 69 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε ημιτονοειδή σαμαράκια.	85
Figure 70 Μοντέλο της ανάλυσης κυκλικής κίνησης υπό επιτάχυνση.	86
Figure 71 Κάτω μετατόπιση του μπροστά τροχού και άνω μετατόπιση του πίσω.	86
Figure 72 Άνω μετατόπιση του μπροστά τροχού και κάτω μετατόπιση του πίσω.	87

Figure 73 Καμπύλη μετατόπισης των στύλων.	88
Figure 74 Η γωνία σύγκλισης και απόκλισης του μπροστά τροχού.	88
Figure 75 Η γωνία Camber του μπροστά τροχού.	88
Figure 76 Η γωνία Caster του μπροστά τροχού.	89
Figure 77 Τροχός σε θέση στατικής ισορροπίας $t=0\text{sec}$ ή $t=20\text{ sec}$ .	89
Figure 78 Τροχός στο κατώτατο σημείο ( $-100\text{ mm}$ ) , $t=10\text{ sec}$ .	90
Figure 79 τροχός στο ανώτατο σημείο ( $+100\text{ mm}$ ) $t= 30\text{ sec}$ .	90
Figure 80 Η μεταβολή του μεταξονίου κατά την κίνηση του τροχού στην κάθετη προς το έδαφος διεύθυνση	90
Figure 81 Κατηγοριοποίηση δρόμων βάσει ισχύς φασματικής πυκνότητας(PSD).	91
Figure 82 Ψευδοτυχαία διέγερση.	91
Figure 83 Οι κομβικές επιταχύνσεις σε $t=2.05\text{ sec}$ .	92
Figure 84 Οι μέγιστες τιμές των κομβικών επιταχύνσεων ανά χρονική στιγμή.	92
Figure 85 Οι κομβικές ταχύτητες σε $t=2.05\text{ sec}$ .	92
Figure 86 Οι μέγιστες τάσεις ανά χρονική στιγμή κατά Von Misses.	93
Figure 87 Σημείο υψηλής συγκέντρωσης τάσεων.	93
Figure 88 Σημείο υψηλής συγκέντρωσης τάσεων.	93
Figure 89 Οι μέγιστες παραμορφώσεις ανά χρονική στιγμή.	94
Figure 90 Ταχύτητες της σημειακής μάζας των μπαταριών.	94
Figure 91 Επιταχύνσεις της σημειακής μάζας των μπαταριών.	95
Figure 92 Άνοδος της ράμπας ελάχιστο διάκενο $37,8\text{ mm}$ .	95
Figure 93 Κορυφή της ράμπας ελάχιστο διάκενο $12,12\text{ mm}$ .	96
Figure 94 Κάθοδος από τη ράμπα ελάχιστο διάκενο $35,6\text{ mm}$ .	96
Figure 95 Απαιτούμενη Ροπή στους τέσσερις τροχούς κατά ολόκληρη την κίνηση.	96
Figure 96 Η σχετική ταχύτητα ολίσθησης μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος $t=6.089515\text{ sec}$ .	97
Figure 97 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση $t=7.56066\text{ sec}$ .	97
Figure 98 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση $t=5.9605\text{ sec}$ .	98
Figure 99 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση $t=6.05\text{ sec}$ .	98
Figure 100 Η τροχιά του οχήματος κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο.	98
Figure 101 Η σχετική ταχύτητα μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος $t = 3.2511\text{ sec}$ .	99
Figure 102 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση σε $t1=3,05\text{sec}$ $t2=3.247182\text{ sec}$ και $t3=3.85\text{ sec}$ .	100
Figure 103 Η τροχιά του οχήματος κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο.	100
Figure 104 Η τροχιά του οχήματος ,το όχημα παρουσιάζει ραγδαία υπερστροφή και βγαίνει εκτός ελέγχου.	100
Figure 105 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.	101
Figure 106 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.	101
Figure 107 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα X.	101
Figure 108 Η τροχιά του οχήματος, το όχημα παρουσιάζει σταδιακή υπερστροφή και βγαίνει εκτός ελέγχου.	102
Figure 109 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.	102
Figure 110 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.	102

<i>Figure 111 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα X.</i>	103
<i>Figure 112 Η τροχιά του οχήματος , το όχημα ανακάμπτει από την αρχική υπερστροφή.</i>	103
<i>Figure 113 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.</i>	104
<i>Figure 114 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.</i>	104
<i>Figure 115 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα X.</i>	104
<i>Figure 116 Πλάγια όψη του προφίλ του δρόμου.</i>	105
<i>Figure 117 Έλεγχος της διεύθυνσης κατά την επαφή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος.</i>	105
<i>Figure 118 Μετατόπιση κέντρου αριστερού τροχού.</i>	105
<i>Figure 119 Μετατόπιση στη θέση οδήγησης.</i>	106
<i>Figure 120 Μήκος των ελατηρίων της μπροστινής ανάρτησης.</i>	106
<i>Figure 121 Οι δυνάμεις που δέχονται οι τέσσερις βραχίονες διεύθυνσης των τροχών.</i>	106
<i>Figure 122 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε <math>t= 1.6 \text{ sec}</math>.</i>	107
<i>Figure 123 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε <math>t= 2.346395 \text{ sec}</math>.</i>	107
<i>Figure 124 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε <math>t= 2.8 \text{ sec}</math></i>	107
<i>Figure 125 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε <math>t= 3.492372 \text{ sec}.</math></i>	107
<i>Figure 126 Οι θέσεις τριών στοιχείων για τα οποία έγινε εξαγωγή χρονοιστοριών.</i>	108
<i>Figure 127 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1914969 κατά Von Misses.</i>	108
<i>Figure 128 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1817297 κατά Von Misses.</i>	108
<i>Figure 129 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1825750 κατά Von Misses..</i>	109
<i>Figure 130 Χρονοιστορία των τροπών στα στοιχεία 1914969 και 1825750 κατά Von Misses.,</i>	109
<i>Figure 131 Χρονοιστορία των παραμορφώσεων στους κόμβους των ίδιων στοιχείων.</i>	109
<i>Figure 132 Η ταχύτητα του οχήματος.</i>	110
<i>Figure 133 Η επιτάχυνση του οχήματος.</i>	110
<i>Figure 134 Οι συνιστώσες της επιτάχυνσης στους άξονες X και Y.</i>	110
<i>Figure 135 Οι δυνάμεις στα ελαστικά.</i>	111
<i>Figure 136 Μήκος ελατηρίων πίσω ανάρτησης.</i>	111

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα αυτοκίνητα έχουν αποτελέσει ένα ανθρώπινο τεχνολογικό επίτευγμα που σε ασύγκριτο βαθμό έχει διαμορφώσει και επηρεάσει την σημερινή κοινωνία και τον σύγχρονο τρόπο ζωής. Σε λιγότερο από δυο αιώνες από την εμφάνιση τους έχουν ξεπεράσει τον αριθμό των 1,5 δισεκατομμυρίων σε όλο τον πλανήτη και ο τρόπος που οι άνθρωποι μετακινούνται και ζουν έχει διαμορφωθεί γύρω από το αυτοκίνητο.

Η αυτοκινητοβιομηχανία είναι ένας κλάδος που εξελίσσεται συνεχώς και παραμένει στην αιχμή των εξελίξεων της τεχνολογίας, με τη βελτίωση των ηλεκτροκινήτων και των μπαταριών. Τα τελευταία χρόνια, λαμβάνοντας υπόψη και την περιβαλλοντική ρύπανση καθώς και τις κλιματικές αλλαγές υπάρχει η τάση για την εγκατάλειψη των συμβατικών κινητήρων εσωτερικής καύσης και την υιοθέτηση ηλεκτροκινήτων. Η μελέτη και η ανάπτυξη των αυτοκινήτων έχει επίσης υποστεί ριζικές αλλαγές και έχει πλέον μεταβεί στην ψηφιακή εποχή υποβοηθούμενη από υπολογιστικά λογισμικά για τον σχεδιασμό, την ανάπτυξη και την προσομοιωτική εξακρίβωση των περισσότερων συστημάτων των αυτοκινήτων.

Η δυναμική πολλαπλών σωμάτων αποτελεί ένα κομμάτι της κλασσικής φυσικής αλλά έχει αποτελέσει και τη βάση για τη δημιουργία υπολογιστικών λογισμικών τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσομοιώσουν τη συμπεριφορά των οχημάτων σε μια μεγάλη γκάμα περιπτώσεων. Η δομή της παρούσας εργασίας πολύ συνοπτικά είναι η εξής. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η χρησιμότητα της δυναμικής πολλαπλών σωμάτων στη σύγχρονη βιομηχανία, οι διάφορες εφαρμογές της και η θέση της ανάμεσα στα διάφορα σύγχρονα υπολογιστικά εργαλεία. Στο τρίτο κεφάλαιο παρατίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασίζεται η κλασσική δυναμική. Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στα κύρια στοιχεία που αποτελούν το μοντέλο της δυναμικής πολλαπλών σωμάτων και χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση του προβλήματος. Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικές αναλύσεις που μπορούν να γίνουν. Στο έκτο κεφάλαιο περιγράφονται οι μαθηματικές εξισώσεις και ο τρόπος ο οποίος προκύπτουν από το μοντέλο και επιλύονται. Στο έβδομο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή για τα στοιχεία που αποτελούν το πλαίσιο ενός οχήματος καθώς και πως αυτά καθορίζουν τη δυναμική συμπεριφορά του και τα οδηγικά χαρακτηριστικά. Στο όγδοο κεφάλαιο παρουσιάζεται το όχημα που μελετήθηκε καθώς και το γενικό μοντέλο πολλαπλών σωμάτων που δημιουργήθηκε μαζί με τα διάφορα σενάρια και την μεθοδολογία για τις αναλύσεις που έγιναν. Στο ένατο κεφάλαιο παρατίθενται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα για τα διάφορα σενάρια που μελετήθηκαν. Στο δέκατο κεφάλαιο συνοψίζονται τα γενικά συμπεράσματα για την μεθοδολογία της ανάλυσης συστημάτων πολλαπλών σωμάτων και οι δυσκολίες που προκύπτουν κατά την ανάλυση και τέλος, στο ενδέκατο κεφάλαιο, τυχόν προτάσεις για μελλοντικές μελέτες.

## **2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ**

### **2.1. Ορισμός προσομοίωσης πολλαπλών σωμάτων**

Προσομοίωση συστήματος πολλαπλών σωμάτων (MBS) είναι η μελέτη της κίνησης που εκτελούν μηχανικά συστήματα που προκαλείται από εξωτερικές δυνάμεις και διεγέρσεις που δρουν πάνω στο σύστημα. Ο όρος σύστημα πολλαπλών σωμάτων χρησιμοποιείται για να περιγράψει περίπλοκα συστήματα αποτελούμενα από πολλά εξαρτήματα που περιέχουν πληθώρα διακριτών σωμάτων που συναντώνται σε πραγματικές εφαρμογές και κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο και μελετώνται ως ένα σύστημα. Τα MBS χαρακτηρίζονται από μεγάλες μετατοπίσεις ή κινήσεις του συστήματος, συχνά δηλαδή το μέγεθος της σχετικής κίνησης των επιμέρους εξαρτημάτων μπορεί να είναι συγκρίσιμο ή και μεγαλύτερο από τις γεωμετρικές διαστάσεις του συστήματος. Το μηχανικό σύστημα μπορεί να περιέχει στερεά και εύκαμπτα σώματα που συνδέονται μεταξύ τους με διαφόρων ειδών κινηματικούς περιορισμούς και εύκαμπτους συνδέσμους. Δυνάμεις από το περιβάλλον και διεγέρσεις προκαλούν την κίνηση όλου του συστήματος (Vesimäki and Saarinen).

### **2.2. Τυπικές χρήσεις προσομοίωσης πολλαπλών σωμάτων**

- Η αξιολόγηση των χαρακτηριστικών οδήγησης ενός οχήματος που κινείται σε ένα ομαλό δρόμο και εκτελεί διάφορους ελιγμούς.
- Η μελέτη ενός μηχανισμού πρόωσης χαρτιού σε ένα εκτυπωτή ή σκάνερ.
- Η εξαγωγή των δυνάμεων σε ένα γόνατο όταν ένας άνθρωπος κάνει διάφορες κινήσεις.
- Η αξιολόγηση των κοπώσεων στα διάφορα εξαρτήματα σε σκαπτικά μηχανήματα.
- Υπολογισμός των δυνάμεων στο σύστημα προσγείωσης και τροχοδρόμησης ενός αεροπλάνου κατά την απογείωση την προσγείωση και την τροχοδρόμηση.
- Η αξιολόγηση της σταθερότητας ενός εύκαμπτου διαστημόπλοιου που υπόκειται σε δυνάμεις λόγω αναταραχών λόγω των κλίσεων της βαρύτητας και ηλιακών ανέμων όσο περιστρέφεται σε τροχιά γύρω από τη γη.

### **2.3. MBS ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ**

Η προσομοίωση πολλαπλών σωμάτων συμπληρώνει άλλες τεχνολογίες που χρησιμοποιούνται στη μηχανική με βοήθεια υπολογιστή (MCAE). Υπάρχουν πολλοί κλάδοι που οι σχεδιαστές και οι μηχανικοί καλούνται να κατανοήσουν τη συμπεριφορά ενός συστήματος και της φυσικής που το διέπει ώστε να δημιουργήσουν και να αναπτύξουν ένα προϊόν.

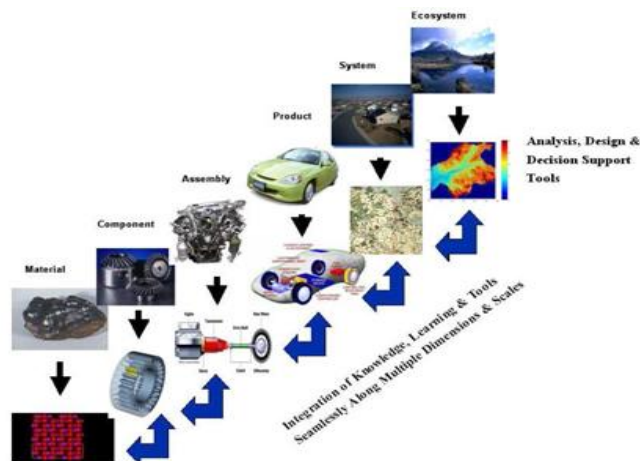


Figure 1 MBS και σχέση με άλλες τεχνολογίες (Courtesy of Prof. Bert Bras, George W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0405, USA).

Τα δεδομένα εισαγωγής για το MBS μπορούν να δημιουργηθούν από ένα άλλο προϊόν λογισμικού, που δημιουργείται από έναν μηχανικό ή λαμβάνονται από τα αποτελέσματα ενός πειράματος. Ομοίως, η έξοδος από μια ανάλυση MBS μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως είσοδος για περαιτέρω ανάλυση από άλλα υπολογιστικά εργαλεία. Το MBS είναι ένα εργαλείο επιπέδου συστήματος. Μπορεί να λύσει αποτελεσματικά πολύπλοκα, πολυφυσικά προβλήματα που είναι χαρακτηριστικά των πραγματικών καταστάσεων και προβλημάτων. Αυτό το επιτυγχάνει κυρίως συνεργαζόμενο με άλλες τεχνολογίες.

1. Οι πληροφορίες της γεωμετρίας δημιουργούνται από ένα λογισμικό Computer-Aided Design (CAD) και χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό του βασικού σχεδίου ενός μηχανικού μοντέλου για το MBS. Το περιβάλλον CAD μπορεί να εμφανίσει αποτελέσματα προσομοίωσης. Οι σχεδιαστές χρησιμοποιούν αυτές τις πληροφορίες για να βελτιώσουν το σχεδιασμό του συστήματος κατανοώντας τη συνολική του απόδοση.

2. Οι τάσεις, οι τροπές, οι παραμορφώσεις και τα μοντέλα υλικών σε μια ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (FEA) χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία μοντέλων υψηλής ακρίβειας για το MBS. Σε αντάλλαγμα, μια ανάλυση MBS μπορεί να παρέχει ακριβή φορτία και οριακές συνθήκες για μοντέλα FE.

3. Λογισμικά που προσομοιώνουν συστήματα και 'ενεργοποιητές' (actuators) πολλαπλών τομέων χρησιμοποιείται για τη δημιουργία σύνθετων υποσυστημάτων MBS που περιέχουν ηλεκτρικά, υδραυλικά, πνευματικά και μηχανικά υποσυστήματα. Σε αντάλλαγμα, μια ανάλυση MBS μπορεί να παρέχει ένα ακριβές μοντέλο εγκατάστασης στο λογισμικό μοντελοποίησης ενεργοποίησης.

4. Η έξοδος από μια φυσική δοκιμή ενός πρωτοτύπου χρησιμοποιείται συχνά για τον καθορισμό γραμμικών και μη γραμμικών ιδιοτήτων των εξαρτημάτων σε ένα μοντέλο MBS. Η φυσική δοκιμή χρησιμοποιείται επίσης για την επικύρωση της συμπεριφοράς ενός μοντέλου MBS υπό πραγματικές συνθήκες.

5. Τα πακέτα σχεδιασμού συστημάτων ελέγχου μπορούν να εφαρμόσουν τις τεχνικές της θεωρίας κλασικού και ελέγχου μόντεμ για τη σχεδίαση συστημάτων ελέγχου που διαχειρίζονται τη συνολική συμπεριφορά του συστήματος σε μοντέλα MBS. Τα απλοποιημένα μοντέλα MBS χρησιμοποιούνται συνήθως για το σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου.

6. Το λογισμικό βελτιστοποίησης και σχεδιασμού πειραμάτων (DOE) χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό παραμέτρων σχεδιασμού που βελτιστοποιούν τη συμπεριφορά σε επίπεδο συστήματος και βελτιώνουν την απόδοση ενός μηχανικού συστήματος.

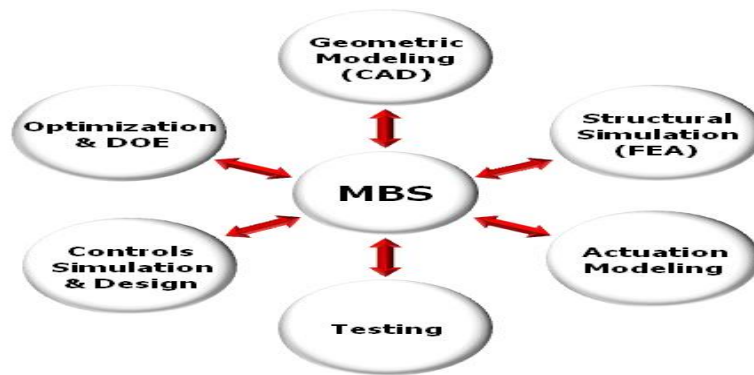


Figure 2 Αλληλεπίδραση μεταξύ MBS και άλλων τεχνολογιών.

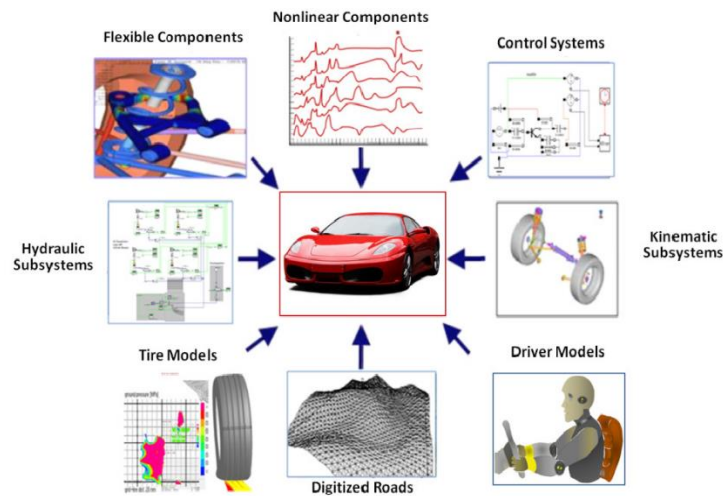


Figure 3 Συστήματα που συνδυάζονται και χρησιμοποιούνται σε MBS.

### 3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Ορίζεται το Καρτεσιανό παγκόσμιο σύστημα αναφοράς με σημείο αναφοράς το  $O$  και τρεις ορθογώνιους άξονες  $X1, X2, X3$ . Αυτό το σύστημα αναφοράς παραμένει σταθερό στον χώρο και στον χρόνο. Κάθε σώμα φέρει δικό του σύστημα αναφοράς σε ένα σύστημα πολλαπλών σωμάτων. Τα συστήματα αυτά, σε αντίθεση με το παγκόσμιο, εκτελούν επίπεδη κίνηση ή περιστρέφονται με το σώμα στο οποίο είναι συνδεδεμένα και επομένως η σχετική τους θέση ως προς το παγκόσμιο σύστημα αλλάζει με την πάροδο του χρόνου. Το γενικευμένο διάνυσμα που αναπαριστά το διάνυσμα θέσης του σημείου αναφοράς ενός σώματος ορίζεται ως  $q = [q1 \ q2 \ q3]$ .

#### 3.1. Θέση και μεταφορική κίνηση

Η θέση ενός υλικού σημείου στον χώρο περιγράφεται από τις συντεταγμένες  $x1, x2$  και  $x3$ . Οπότε το διάνυσμα θέσης του γράφεται:

$$\mathbf{r} = x_1 \mathbf{i}_1 + x_2 \mathbf{i}_2 + x_3 \mathbf{i}_3 \quad (2.1)$$

όπου  $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$  και  $\mathbf{i}_3$  τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων  $X1, X2$  και  $X3$ . Το διάνυσμα της ταχύτητας ορίζεται ως η χρονική παράγωγος του διανύσματος θέσης:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}) = \dot{x}_1 \mathbf{i}_1 + \dot{x}_2 \mathbf{i}_2 + \dot{x}_3 \mathbf{i}_3 \quad (2.2)$$

Και η επιτάχυνση ως:

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{v}) = \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}) = \ddot{x}_1 \mathbf{i}_1 + \ddot{x}_2 \mathbf{i}_2 + \ddot{x}_3 \mathbf{i}_3 \quad (2.3)$$

Σε μορφή πινάκων γράφονται ως εξής:

$$\mathbf{r} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \quad (2.4)$$

$$\mathbf{v} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3]^T \quad (2.5)$$

$$\mathbf{a} = [\ddot{x}_1 \ \ddot{x}_2 \ \ddot{x}_3]^T \quad (2.6)$$

Για ένα σώμα  $i$  στον τρισδιάστατο χώρο χρειάζονται έξι μεταβλητές για την περιγραφή της θέσης του και του προσανατολισμού του. Οι τρεις για τις συντεταγμένες του:

$$\mathbf{r}_i = [r_{1i} \ r_{2i} \ r_{3i}]^T \quad (2.7)$$

Και οι τρεις για τις περιστροφές του:

$$\mathbf{S}^i = [a^i \ \beta^i \ \gamma^i]^T \quad (2.8)$$

Οπότε το γενικευμένο διάνυσμα θέσης του  $i$  θα έχει τη μορφή:

$$\mathbf{q}_i = [r_{1i} \ r_{2i} \ r_{3i} \ a_i \ \beta_i \ \gamma_i]^T \quad (2.9)$$

Τέλος, για την θέση ενός σημείου που ανήκει στο σώμα  $i$  θα ισχύει:

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{u}^i_0 \quad (2.10)$$

όπου  $\mathbf{R}^i$  είναι το διάνυσμα από το παγκόσμιο σημείο αναφοράς  $O$  στο σημείο αναφοράς του σώματος  $i$  και  $\mathbf{u}^i_0$  είναι το διάνυσμα από το σημείο αναφοράς του σώματος στο σημείο το ίδιο.

### 3.2. Περιστροφή

Η περιστροφή ενός σώματος μπορεί να περιγραφεί από την γωνία περιστροφής  $\theta$  και το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του άξονα περιστροφής  $\mathbf{v}$ . Οπότε το διάνυσμα περιστροφής για το αδρανειακό σύστημα είναι:

$$\mathbf{v} = v_1 \mathbf{i}_1 + v_2 \mathbf{i}_2 + v_3 \mathbf{i}_3 \quad (2.11)$$

Επίσης ορίζεται ο πίνακας περιστροφής, γνωστός ως διατύπωση Rodriguez ή πίνακας μετασχηματισμού:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{v}} \sin \theta + 2(\tilde{\mathbf{v}})^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})] \quad (2.12)$$

Όπου  $\tilde{\mathbf{v}}$ , ο πίνακας:

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & -v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Για τη διατύπωση του πίνακα περιστροφής είναι αναγκαία η εισαγωγή των τεσσάρων παραμέτρων Euler (μέσω της γωνίας περιστροφής  $\theta$ ):

$$\theta_0 = \cos \frac{\theta}{2}, \theta_1 = v_1 \sin \frac{\theta}{2}, \theta_2 = v_2 \sin \frac{\theta}{2}, \theta_3 = v_3 \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.14)$$

Οπότε πλέον είναι:

$$A = \begin{bmatrix} 1 - 2(\theta_2)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_1\theta_2 - \theta_0\theta_3) & 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) \\ 2(\theta_1\theta_2 + \theta_0\theta_3) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_3)^2 & 2(\theta_2\theta_3 - \theta_0\theta_1) \\ 2(\theta_1\theta_3 - \theta_0\theta_2) & 2(\theta_2\theta_3 - \theta_0\theta_1) & 1 - 2(\theta_1)^2 - 2(\theta_3)^2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Ο πίνακας αυτός χρησιμοποιείται ώστε να γίνει η μετατροπή του προσανατολισμού ενός διανύσματος με τοπικές συντεταγμένες σε αδρανειακές. Επομένως, αν είναι γνωστός ο πίνακας μετασχηματισμού και το διάνυσμα  $\bar{u}^i$  σε τοπικές συντεταγμένες τότε:

$$u^i = A^i \bar{u}^i \quad (2.16)$$

Και από την (2.10) προκύπτει πλέον:

$$r^i = R^i + A^i \bar{u}^i \quad (2.17)$$

Εναλλακτική προσέγγιση για τον πίνακα περιστροφής αποτελεί η εισαγωγή των τριών παραμέτρων Rodriguez:

$$\gamma = v \tan \frac{\theta}{2} \quad (2.18)$$

Και αν ταυτόχρονα είναι:

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_3 & \gamma_2 \\ \gamma_3 & 0 & -\gamma_1 \\ -\gamma_2 & \gamma_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Τότε ο πίνακας περιστροφής υπολογίζεται:

$$A = I + \frac{2}{1+\gamma^2} (Y + Y^2) \quad (2.20)$$

Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων Euler και Rodriguez δίνεται ως εξής:

$$\gamma_i = \frac{\theta_i}{\theta_0}, i = 1, 2, 3 \quad (2.21)$$

### 3.3. Ταχύτητα

Η ταχύτητα ενός σημείου αν είναι γνωστή η γωνιακή του ταχύτητα, είναι:

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{v}^i = \mathbf{R}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i \times \tilde{\mathbf{u}}^i) \quad (2.22)$$

όπου,  $\boldsymbol{\omega}$  είναι το διάνυσμα γωνιακής ταχύτητας και  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$  το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας σε τοπικές συντεταγμένες. Το δεύτερο μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = 2\dot{\nu} \times \tilde{\nu} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \dot{\nu} \sin \theta + \nu \dot{\theta} \quad (2.23)$$

Από τη (2.17) εξάγεται εξής σχέση:

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^i \quad (2.24)$$

### 3.4. Επιτάχυνση

Η επιτάχυνση ενός σημείου είναι:

$$\mathbf{a}^i = \dot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{R}^i + \dot{\boldsymbol{\omega}}^i \times \mathbf{u}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \dot{\mathbf{u}}^i \quad (2.25)$$

Η ταχύτητα με τη βοήθεια του πίνακα μετασχηματισμού γίνεται:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}\dot{\tilde{\mathbf{r}}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{r}} \quad (2.26)$$

Οπότε και η επιτάχυνση θα ισούται με:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}\ddot{\tilde{\mathbf{r}}} + \dot{\mathbf{A}}\dot{\tilde{\mathbf{r}}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{A}\dot{\tilde{\mathbf{r}}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{r}} \quad (2.27)$$

Η οποία μπορεί να γραφτεί και ως εξής:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}\ddot{\tilde{\mathbf{r}}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_g + \alpha \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) = \mathbf{a}_l + \mathbf{a}_c + \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad (2.28)$$

όπου,  $v_g = A\dot{\Gamma}$ , η χρονική παράγωγος του διανύσματος  $\dot{\mathbf{r}}$  στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων. Επιπλέον,  $a_i$  είναι η προβολή της επιτάχυνσης με συντεταγμένες του παγκόσμιου συστήματος αναφοράς στο σημείο που γίνεται η μελέτη,  $a_c$  είναι η επιτάχυνση Coriolis,  $a_t$  η εφαπτομενική (tangential) και  $a_n$  η κάθετη (normal). Η γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha$  είναι:

$$\alpha = \dot{\omega} = 2 \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_3\theta_2 - \ddot{\theta}_2\theta_3 + \ddot{\theta}_1\theta_0 - \ddot{\theta}_0\theta_1 \\ \ddot{\theta}_1\theta_3 - \ddot{\theta}_0\theta_2 - \ddot{\theta}_3\theta_1 + \ddot{\theta}_2\theta_0 \\ \ddot{\theta}_2\theta_1 + \ddot{\theta}_3\theta_0 - \ddot{\theta}_0\theta_3 - \ddot{\theta}_1\theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

### 3.5. Δυναμική

Τα προβλήματα στα οποία είναι παρούσες δυνάμεις, επιδρώντας στην κίνηση μηχανισμών ή συστημάτων λύνονται μέσω της κινητικής ή δυναμικής ανάλυσης. Τα προβλήματα αυτά μπορούν να αντιμετωπιστούν με τρεις τρόπους:

- Νευτώνεια δυναμική
- Μέθοδος έργου και ενέργειας
- Λανγκρανζιανή δυναμική

Η πρώτη βασίζεται σε ανάλυση με τη βοήθεια διανυσμάτων ενώ οι επόμενες δυο βασίζονται σε ανάλυση μέσω βαθμωτών μεγεθών και χρησιμοποιούνται περισσότερο για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων.

### 3.6. Νευτώνεια Δυναμική

Οι τρεις *Νόμοι της κίνησης* του Νεύτωνα [8] αποτελούν τη βάση οποιουδήποτε δυναμικού συστήματος:

- Κάθε σώμα, που βρίσκεται μέσα σε ένα αδρανειακό σύστημα, διατηρεί την κατάσταση ηρεμίας, ή εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, εφόσον καμία εξωτερική δύναμη δεν επιδρά για τη μεταβολή της ή η συνισταμένη των δυνάμεων ισούται με 0.
- Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα, ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος.
- Οι δυνάμεις που εξασκούνται από την αλληλεπίδραση δύο σωμάτων (1 και 2) είναι πάντα ίσες κατά το μέτρο και αντίθετες κατά τη φορά.

Οι εξισώσεις Newton-Euler είναι:

$$\begin{cases} F = ma \\ T = Ia \end{cases} \quad (2.30)$$

όπου  $F$  η δύναμη που ασκείται στο κέντρο μάζας του σώματος,  $m$  η μάζα του σώματος,  $a$  η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος,  $T$  η ροπή που εφαρμόζεται στο σώμα,  $I$  η ροπή αδράνειας του σώματος και  $\alpha$  η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος. Η ροπή αδράνειας μπορεί να είναι είτε βαθμωτό μέγεθος, είτε περιγράφεται σε μορφή πίνακα γνωστός και ως τανυστής αδράνειας:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

### 3.7. Εξισώσεις κίνησης

Η εξίσωση (2.30) μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$M(y, t)\ddot{y} + k(y, \dot{y}, t) = q(y, \dot{y}, t) \quad (2.32)$$

όπου  $y$  ένα  $1 \times n$  διάνυσμα γενικευμένων συντεταγμένων ( $n$  ο αριθμός των συντεταγμένων),  $M$  ένας  $n \times n$  συμμετρικός πίνακας αδράνειας. Το  $n \times 1$   $k$  διάνυσμα περιγράφει τις γενικευμένες δυνάμεις Coriolis και το  $n \times 1$   $q$  διάνυσμα περιγράφει τις γενικευμένες εφαρμοζόμενες δυνάμεις. Η (2.32) γραμμικοποιείται περεταίρω ώστε να έχει τη μορφή:

$$(t)\ddot{y} + P(t)\dot{y} + Q(t)y = h(t) \quad (2.33)$$

η οποία μοιάζει αρκετά με την εξίσωση ενός συστήματος ελατηρίου αποσβεστήρα:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.34)$$

με τη διαφορά, αντί για τη χρήση της μάζας, συντελεστή απόσβεσης και συντελεστή στιβαρότητας, γίνεται χρήση των αντίστοιχων πινάκων  $M$ ,  $P$  και  $Q$ . Απλές μορφές αυτών των διαφορικών εξισώσεων λύνονται αναλυτικά. Πιο σύνθετες μορφές τους λύνονται με αριθμητικές μεθόδους, όπως γίνεται στα προγράμματα πολλαπλών σωμάτων.

### 3.8. Μέθοδος Έργου Ενέργειας

Αν ένα σύστημα μετατοπιστεί κατά  $dr^i$ , τότε θα παραχθεί (ή καταναλωθεί) έργο  $\delta W$ . Αν  $\delta r^i=0$  μπορούν να υπολογιστούν οι εξισώσεις δυνάμεων και να περιγραφεί η κατάσταση του συστήματος. Για ένα υλικό σημείο ή σώμα σε στατική ισορροπία θα ισχύει:

$$\mathbf{F}^i = 0 \quad (2.35)$$

Και επομένως για οποιαδήποτε μετατόπιση θα ισχύει:

$$\sum \mathbf{F}^i \delta \mathbf{r}^i = \delta W = 0 \quad (2.36)$$

Αν χωρίσουμε την συνισταμένη δύναμη σε δυο μέρη, τις δυνάμεις λόγω περιορισμών και τις εξωτερικές δυνάμεις τότε:

$$\mathbf{F}^i = \mathbf{F}^{ic} + \mathbf{F}^{ie} \quad (2.37)$$

$$\delta W = \delta W_c + \delta W_e = 0 \quad (2.38)$$

Θεωρώντας αμελητέες τις δυνάμεις λόγω περιορισμών, τότε και το έργο λόγω αυτών θα είναι επίσης 0:

$$\delta W_c = \sum \mathbf{F}^{ic} \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.39)$$

Και τότε για τις εξωτερικές δυνάμεις θα ισχύει:

$$\delta W = \delta W_e = \sum \mathbf{F}^{ie} \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.40)$$

Για δυναμικά συστήματα όμως πρέπει να ληφθεί υπόψιν ο ρυθμός μεταβολής της ορμής:

$$\mathbf{F}^i - \mathbf{P}^i = 0 \quad (2.41)$$

Αν και πάλι οι δυνάμεις λόγω περιορισμών είναι αμελητέες προκύπτει η εξίσωση γνωστή και ως *Αρχή του D' Alembert*:

$$\sum (\mathbf{F}^i - \mathbf{P}^i) \delta \mathbf{r}^i = 0 \quad (2.42)$$

### 3.9. Λαγκρανζιανή και Χαμιλτονική δυναμική

Για τη Λαγκρανζιανή ανάλυση εισάγεται ο όρος  $L$ :

$$L = T - V \quad (2.43)$$

όπου  $T$  η κινητική ενέργεια και  $V$  η δυνητική ενέργεια του συστήματος. Αν αυτοί οι δυο όροι είναι γνωστοί τότε μπορεί να υπολογιστεί και ο  $L$ , οπότε η εξίσωση κίνησης παίρνει τη μορφή:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} - Q_j = 0 \quad (2.44)$$

όπου  $q_j$  η γενικευμένη συντεταγμένη και  $Q_j$  η αντίστοιχη γενικευμένη δύναμη. Οι πιο συνηθισμένες μορφές των  $T$  και  $V$  είναι:

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2}mv^2 \\ V = mgh \end{cases} \quad (2.45)$$

Για τη Χαμιλτονιανή ανάλυση ορίζεται ο όρος  $H$ :

$$H = \dot{\mathbf{q}} \mathbf{p} - L \quad (2.46)$$

Η εξίσωση (2.46) αποτελεί το μετασχηματισμό Legendre της Λαγκρανζιανής. Αν  $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$  τότε:

$$H = \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \dot{q}_k - L \quad (2.47)$$

### 3.10. Εύκαμπτα σώματα

Η έως τώρα ανάλυση αφορούσε τα άκαμπτα σώματα. Βέβαια, πολλές φορές είναι προτιμότερο αυτά να μοντελοποιούνται ως εύκαμπτα. Τα άκαμπτα σώματα εξ ορισμού δεν παραμορφώνονται καθόλου. Αυτό σημαίνει πως η απόσταση δυο σημείων του ίδιου σώματος θα παραμένει σταθερή. Επομένως, μια δύναμη που ασκείται σε ένα άκαμπτο σώμα έχει ως αποτέλεσμα τη γραμμική επιτάχυνσή του και τη γωνιακή του επιτάχυνση γύρω από το κέντρο μάζας του. Από την άλλη πλευρά τα εύκαμπτα σώματα είναι

παραμορφώσιμα. Αποτέλεσμα μιας δύναμης λοιπόν που τους εφαρμόζεται μπορεί να είναι εφελκυσμός ή θλίψη, κάμψη καθώς και στρέψη. Ο κλάδος της μηχανικής που ασχολείται με τέτοιου είδους προβλήματα είναι η *Μηχανική του συνεχούς*, κατά την οποία μελετάται η κίνηση εύκαμπτων σωμάτων.

Στην κινηματική των εύκαμπτων σωμάτων εισάγεται πλέον η έννοια της παραμόρφωσης. Είναι απαραίτητη η έκφραση ενός νέου διανύσματος, του  $u^i$ , το οποίο ισούται με το διάνυσμα με αρχή την αρχική θέση ενός σημείου ενός σώματος και πέρας την τελική θέση του σημείου μετά την παραμόρφωση του σώματος. Επομένως, από την εξίσωση (2.10):

$$r^i = R^i + u_{i0} + u_{if} \quad (2.48)$$

Επιπλέον, η ταχύτητα θα είναι της μορφής:

$$v^i = R^i + \omega^i \times (u_{i0} + u_{if}) + \dot{u}^i_{if} \quad (2.49)$$

Καθώς επίσης και η επιτάχυνση θα είναι πλέον:

$$a^i = R^i + \omega^i \times (\omega^i \times u^i) + a^i \times u^i + 2\omega^i \times \dot{u}^i_{if} + \ddot{u}^i_{if} \quad (2.50)$$

Μια πιο αναλυτική παρουσίαση της θεωρίας που διέπει τη δυναμική συστημάτων πολλαπλών εύκαμπτων σωμάτων υπάρχει στο [Jorge ambrosio].

### 3.11. Τροπή

Η τροπή είναι η σχετική μετατόπιση ενός σημείου ενός σώματος σε παραμορφωμένη κατάσταση προς αυτήν σε απαραμόρφωτη κατάσταση. Αν η απόσταση δυο σημείων ενός άκαμπτου σώματος είναι  $dl_0$  και παραμορφωμένου  $dl$ , τότε η τροπή θα είναι:

$$\varepsilon = \frac{dl}{dl_0} - 1 \quad (2.51)$$

Στον τρισδιάστατο χώρο υπάρχουν 9 συνιστώσες τροπής, που συνθέτουν έναν  $3 \times 3$  συμμετρικό πίνακα (Λανγκρανζιανός τανυστής τροπής). Κατά την αναλυτική του έκφραση είναι:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}(J^T J - I) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Για μικρές παραμορφώσεις χρησιμοποιείται συχνά και η γραμμικοποιημένη τροπή:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(J^T + J - 2I) \quad (2.53)$$

όπου J η κλίση της παραμόρφωσης u:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Επίσης, μπορεί να οριστεί το διάνυσμα τροπών ως εξής:

$$\varepsilon = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{12} \ \varepsilon_{13} \ \varepsilon_{23}]^T \quad (2.55)$$

### 3.12. Τάση

Τάση ορίζεται ως η δύναμη που ασκείται ανά μονάδα επιφάνειας σε ένα παραμορφώσιμο σώμα. Εξαρτάται από τις τροπές που επιδρούν στο σώμα αλλά και από τις ιδιότητες του υλικού του σώματος. Παρόμοια με τον τανυστή τροπής, ορίζεται και ο τανυστής τάσεων και το διάνυσμα τάσεων:

$$\sigma = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{13} \ \sigma_{23}]^T \quad (2.56)$$

Οι σχέσεις (2.55) και (2.57), αποτελούν τις καταστατικές εξισώσεις και περιγράφουν τη συμπεριφορά του υλικού. Ο νόμος του *Hooke* δίνει τη σχέση μεταξύ τροπής και τάσης:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.57)$$

όπου  $E$  ένας  $6 \times 6$  πίνακας των συντελεστών ελαστικότητας (Young's Modulus).

Βέβαια, αυτή η σχέση μπορεί να προσομοιάσει ικανοποιητικά υλικά τα οποία συμπεριφέρονται γραμμικά όπως μέταλλα στην ελαστική περιοχή. Πλαστικά ή ιξωδοελαστικά υλικά περιγράφονται από πολύ πιο σύνθετες σχέσεις.

### 3.13. Βαθμοί ελευθερίας και νόμος Gruebler

Ένα ελεύθερο σώμα έχει έξι βαθμούς ελευθερίας, τρεις μεταφορικούς κατά μήκος των τριών αξόνων συντεταγμένων και τρεις περιστροφικούς γύρω από τους ίδιους άξονες. Περιορισμοί μειώνουν τους βαθμούς ελευθερίας ενός σώματος μη επιτρέποντας συγκεκριμένες κινήσεις. Υπάρχουν δυο εξισώσεις για τον υπολογισμό των βαθμών ελευθερίας ενός συστήματος. Η πρώτη, κατά Kutzbach:

$$m = 6 n_b - n_c \quad (2.58)$$

Και η κατά Gruebler (πιο συνηθισμένη η χρήση της):

$$m = 6 (n_b - 1) - n_c \quad (2.59)$$

όπου  $m$  ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας του συστήματος,  $n_b$  ο αριθμός των σωμάτων του συστήματος και  $n_c$  ο αριθμός των περιορισμών. Η διαφορά μεταξύ των σχέσεων 2.58 και 2.59 είναι ότι η δεύτερη έκφραση θεωρεί το παγκόσμιο έδαφος σαν ένα σώμα, ενώ η πρώτη όχι. Συνήθως, επιθυμητός αριθμός ελεύθερων βαθμών ελευθερίας είναι μηδέν ή ένας. Υπάρχουν και περιπτώσεις όπου ο αριθμός ελεύθερων βαθμών ελευθερίας είναι αρνητικός, που σημαίνει πως το σύστημα είναι υπερπεριορισμένο (over constrained). Αυτό τις περισσότερες φορές είναι αποτέλεσμα περιττών περιορισμών και υπάρχει πιθανότητα κίνησης του μηχανισμού ακόμα και σε αυτή την περίπτωση.

### 3.14. Ταλαντώσεις και ιδιομορφική ανάλυση

Η θεωρία των ταλαντώσεων σχετίζεται με τη δυναμική ανάλυση των συστημάτων πολλαπλών σωμάτων. Παρόμοιες εξισώσεις και πίνακες χρησιμοποιούνται και για τα δύο πεδία. Η εξίσωση κίνησης για ένα απλό σύστημα ελατηρίου αποσβεστήρα είναι της μορφής:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = (t) \quad (2.60)$$

όπου  $x$  η γενικευμένη συντεταγμένη,  $M$  ο πίνακας μάζας,  $C$  ο πίνακας απόσβεσης,  $K$  ο πίνακας στιβαρότητας (σταθερά ελατηρίου ή σκληρότητα ελατηρίου) και  $f$  ο πίνακας εξωτερικών δυνάμεων. Η εξίσωση 2.60 είναι μια διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού και δίνει τη χαρακτηριστική εξίσωση της μορφής:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (2.61)$$

Από τη (2.61), ορίζονται μερικοί χρήσιμοι όροι. Για σύστημα χωρίς απόσβεση, του οποίου η απόκριση δεν περιλαμβάνει ταλάντωση, η φυσική συχνότητα (ή ιδιοσυχνότητα) είναι:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.62)$$

όπου  $k$  η στιβαρότητα και  $m$  η μάζα. Για συστήματα με απόσβεση ορίζεται ο συντελεστής απόσβεσης:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (2.63)$$

όπου  $c$  η απόσβεση. Η απόσβεση επηρεάζει την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, οπότε για ένα σύστημα με απόσβεση, ισχύει:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.64)$$

Ένα σημαντικό εργαλείο των ταλαντώσεων είναι η ιδιομορφική ανάλυση. Η ανάλυση ιδιομορφών σκοπό έχει τον καθορισμό των ιδιομορφών και ιδιοσυχνοτήτων ταλαντώσεων αντικειμένων και κατασκευών. Οι ιδιομορφές μιας ταλάντωσης είναι σημεία συντονισμού, όπου το αντικείμενο εμφανίζει μεγάλη ταλαντωτική κίνηση. Οι ιδιομορφές επηρεάζονται από τις ελαστικές ιδιότητες των υλικών των σωμάτων ή του συστήματος και από την αδράνεια αυτών. Μια ανάλυση ιδιομορφών χρησιμοποιείται για να κριθεί η δυναμική συμπεριφορά ενός συστήματος και να βρεθούν οι συχνότητες συντονισμού, οι οποίες πρέπει να αποφεύγονται.

## 4. ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Η δημιουργία του μοντέλου ξεκινάει με τη εξιδανίκευση και απλοποίηση ενός συστήματος ως ένα συναρμολόγημα από απλούστερα εξαρτήματα. Για παράδειγμα ένα σύστημα μετάδοσης μπορεί να περιγραφεί και να αντικατασταθεί ως μερικές διαφορικές εξισώσεις. Η επιλογή των παραδοχών και των απλοποιήσεων έχει σημαντική επίδραση στην χρησιμότητα και εγκυρότητα των αποτελεσμάτων όπως και στο κόστος χρόνου ,ευκολία διαχείρισης και επίλυσης των μοντέλων. Επομένως μια ρεαλιστική προσέγγιση στην εξιδανίκευση του φυσικού μοντέλου είναι υψίστης σημασίας. Τα επιθυμητά αποτελέσματα καθορίζουν τον σκοπό και τη δύση του μοντέλου. Ο χρήστης πρέπει να αποφασίσει για τη φυσική συμπεριφορά που μας ενδιαφέρει, τις προσομοιώσεις που πρέπει να εκτελεστούν, τις απαιτούμενες εξόδους-αποτελέσματα και τον απαιτούμενο βαθμό ακρίβειας. Μόλις καθοριστεί ο σκοπός του μοντέλου και προσδιοριστεί ο απαραίτητος βαθμός πολυπλοκότητας, το μοντέλο αποσυντίθεται σε ένα κατάλληλο σύνολο βασικών συστατικών. Όλες οι προσομοιώσεις είναι ικανές να προσεγγίσουν την πραγματική συμπεριφορά στο φυσικό κόσμο μέχρι ένα όριο, επομένως είναι ζωτικής σημασίας ο χρήστης να κατανοεί τους περιορισμούς που τις διέπουν αλλά και με κριτική σκέψη να εμπιστεύεται τα αποτελέσματα τους. Η δοκιμή των συστημάτων υπό πραγματικές συνθήκες αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι τόσο στον έλεγχο του μοντέλου, όσο και στη βελτίωση του μέσω ενός κύκλου ανάδρασης μεταξύ των δύο. Η αποσύνθεση του μοντέλου σε σταδιακή αύξηση της περιπλοκότητας επιτρέπει μια σταδιακή προσέγγιση για την κατασκευή μοντέλων κλιμακούμενης πολυπλοκότητας. Τα απλά μοντέλα κατασκευάζονται και δοκιμάζονται πρώτα και πολυπλοκότητα προστίθεται σταδιακά καθώς αυξάνεται η εμπιστοσύνη της εγκυρότητας του μοντέλου.

Το MBS βασίζεται στους φυσικούς νόμους της μηχανικής. Τα εργαλεία προσομοίωσης MBS εφαρμόζουν τους νόμους κίνησης του Νεύτωνα ή μια ισοδύναμη διατύπωση των φυσικών αρχών. Το λογισμικό MBS συνήθως απαιτεί τα ακόλουθα δεδομένα για τον καθορισμό του μηχανικού μοντέλου προσομοίωσης:

- Τις μάζες και αδράνειες των σωμάτων.
- Οι γεωμετρικές ιδιότητες του συστήματος, συμπεριλαμβανομένης της θέσης του κέντρου μάζας για κάθε εξάρτημα, η θέση των αρμών που συνδέουν το σύστημα και τα σημεία στα οποία ισχύουν οι καθορισμένες λειτουργίες και δυνάμεις κίνησης.
- Η συνδεσμολογία του συστήματος (οι μηχανισμοί σύνδεσης των εξαρτημάτων) που ορίζονται σε όρους μηχανικών συνδέσμων, επαφών υψηλότερου ζεύγους, άλλων περιορισμών και ελαστικών στοιχείων.
- Περιγραφή των εξωτερικών δυνάμεων και των διεγέρσεων που δρουν στο σύστημα.

### 4.1. Στοιχεία με αδράνεια

Σώματα και εξαρτήματα με αδράνεια περιγράφονται συνήθως με τους εξής τρόπους

- **Άκαμπτα σώματα:** Γενικά χαρακτηρίζονται από τρεις μεταφορικούς και τρεις περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας.

- **Εύκαμπτα σώματα** : Γενικά περιγράφονται στο ιδιομορφικό πεδίο χρησιμοποιώντας την τεχνική της Component Mode Synthesis (CMS).
- **Σημειακές μάζες** : Χαρακτηρίζονται από τρεις μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας.
- **2D Άκαμπτα σώματα**: Γενικά χαρακτηρίζονται από δύο μεταφορικούς και ένα περιστροφικό βαθμούς ελευθερίας.
- **2D-3D μικτά σώματα**: Χρησιμοποιούνται για παράδειγμα για να περιγράψουν αλυσίδες και μάντες όταν χρησιμοποιούνται μόνο ως σύστημα μετάδοσης.

## 4.2. Σύνδεσμοι και περιορισμοί

Μόλις δημιουργηθούν τα μέρη που αντιπροσωπεύουν ένα σύστημα, πρέπει να είναι περιορισμένα μεταξύ τους ή σε ένα παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (συχνά αναφέρεται ως έδαφος). Μια μεγάλη βιβλιοθήκη περιορισμών είναι διαθέσιμη για το σκοπό αυτό. Μερικοί τυπικοί περιορισμοί είναι:

### 4.2.1. Κοινές αρθρώσεις κατώτερου ζεύγους (Lower pair standard joints)

Σχήμα 5: Παραδείγματα αρθρώσεων κατώτερου ζεύγους δείχνουν μερικές κοινές ενώσεις. Φυσικά, μια άρθρωση κάτω ζεύγους αποτελείται από δύο επιφάνειες ζευγαρώματος που επιτρέπουν σχετική μεταφορική ή / και περιστροφική κίνηση μόνο σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις. Οι επιφάνειες αφαιρούνται μακριά και οι σχέσεις εκφράζονται ως ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων μεταξύ σημείων και κατευθύνσεων σε δύο σώματα.

### 4.2.2. Πρωτόγονα συνδέσμων (Joint primitives)

Αυτές οι αφηρημένες οντότητες επιβάλλουν συγκεκριμένες σχέσεις περιορισμών. Βλέπε σχήμα 6: Παραδείγματα πρωτευόντων συνδέσμων για μερικές από τις πρωτεύουσες αρθρώσεις.

### 4.2.3. Συνδέσεις υψηλότερου ζεύγους (Higher pair joints)

Πρόκειται για περιορισμούς που περιλαμβάνουν καμπύλες και επιφάνειες. Δείτε το σχήμα 7: Παραδείγματα παραμετρικών καμπυλών, επιφανειών και αρθρώσεων υψηλότερου ζεύγους για παραδείγματα.

### 4.2.4. Περιορισμοί κίνησης (Motions constraints)

Ένας περιορισμός κίνησης ορίζει διέγερση εισόδου μεταξύ δύο συστημάτων συντεταγμένων σε ένα μοντέλο. Η είσοδος κίνησης μπορεί να είναι μεταφορική ή περιστροφική. Μια έκφραση ορίζει το χαρακτηριστικό της κίνησης. Το χαρακτηριστικό μπορεί να είναι μια σχέση μετατόπισης ή επιτάχυνσης. Η έκφραση είναι συνήθως μια συνάρτηση του χρόνου.

### 4.2.5. Συζεύκτες (Couplers)

Ένας περιορισμός συζεύκτη ορίζει μια αλγεβρική σχέση μεταξύ των βαθμών ελευθερίας δύο ή τριών αρθρώσεων. Αυτός ο περιορισμός χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση εξιδανικευμένων γραναζιών, γραναζιών και γραναζιών, διαφορικών και υδραυλικών κυλίνδρων. Βλέπε σχήμα 8: Στοιχεία κίνησης, ζεύξης και γραναζιού. Αυτοί οι περιορισμοί

καθορίζουν την κίνηση σε μία άρθρωση ή σχετίζονται αλγεβρικά την κίνηση μεταξύ ενός ζεύγους αρθρώσεων για ορισμένα κοινά παραδείγματα.

#### **4.2.6. Δυνάμεις και εύκαμπτοι σύνδεσμοι (Forces and flexible joints)**

Τα μέρη μπορούν να συνδεθούν όχι μόνο μέσω περιορισμών αλλά και με στοιχεία δύναμης. Οι περιορισμοί καθορίζουν τις αλγεβρικές σχέσεις στο σύστημα. Αυτά αντιπροσωπεύουν άεργες, εξιδανικευμένες συνδέσεις. Αντιθέτως, οι εύκαμπτες συνδέσεις διαμορφώνονται με στοιχεία δύναμης. Τα στοιχεία δύναμης μπορεί να ενεργούν μεταξύ δύο ή περισσότερων τμημάτων. Μπορούν να είναι μεταφορικά ή περιστροφικά. Μπορούν να έχουν ένα χαρακτηριστικό μόνο για δράση ή δράση-αντίδραση. Πολύ συχνά, εξαρτώνται μη γραμμικά από τις μετατοπίσεις του συστήματος, τις ταχύτητες και άλλες καταστάσεις του συστήματος. Μερικές φορές οι δυνάμεις, ειδικά αυτές που μετρούνται πειραματικά, εκφράζονται ως συναρτήσεις του χρόνου. Παραδείγματα είναι η αεροδυναμική δύναμη που δρα στα φτερά του αεροπλάνου και τα οδικά φορτία που επιβάλλονται από τον δρόμο στους άξονες ενός οχήματος. Όλα τα εργαλεία MBS υποστηρίζουν ένα μεγάλο σύνολο συνδέσμων δύναμης. Σχήμα 9: Παραδείγματα στοιχείων δύναμης (Spring-Damper) [Error! Reference source not found.] δείχνουν παραδείγματα συνδέσμων δύναμης.

#### **4.2.7. Timoshenko beams**

Δοκοί μοντελοποιημένες σύμφωνα με τις εξισώσεις που ανέπτυξε ο Ουκρανός / Ρώσος γεννημένος επιστήμονας Timoshenko (δηλαδή λαμβάνει υπόψη την παραμόρφωση της διάτμησης και τα περιστροφικά αδράνεια, καθιστώντας την κατάλληλη για την περιγραφή της συμπεριφοράς μικρών δοκών, σύνθετων δοκών σάντουιτς ή δοκών που υπόκεινται σε υψηλή -διέγερση συχνότητας όταν το μήκος κύματος πλησιάζει το πάχος της δέσμης · ορισμός Wikipedia.

#### **4.2.8. Εδράσεις (Bushings)**

Αυτό το στοιχείο ορίζει μια γραμμική δύναμη και ροπή που λειτουργεί μεταξύ δύο συστημάτων συντεταγμένων που ανήκουν σε δύο διαφορετικά μέρη. Η δύναμη και η ροπή αποτελούνται από: μια δύναμη ελατηρίου, μια δύναμη απόσβεσης και έναν φορέα προφόρτισης. Τα στοιχεία έδρασης χρησιμοποιούνται συνήθως για τη μείωση των κραδασμών, την απορρόφηση κραδασμών, τη μείωση του θορύβου και τη διευθέτηση των εσφαλμένων ευθυγραμμίσεων.

#### **4.2.9. Πεδία (Fields)**

Αυτή είναι μια γενίκευση μίας έδρασης. Μπορεί να είναι γραμμικό ή μη γραμμικό.

#### **4.2.10. Ελατήρια- αποσβεστήρες (Spring dampers)**

Το στοιχείο ορίζει ένα ζεύγος ελατηρίου και αποσβεστήρα που ενεργεί μεταξύ δύο συστημάτων συντεταγμένων. Το στοιχείο μπορεί να ασκήσει δύναμη ή ροπή. Η δύναμη χαρακτηρίζεται από συντελεστή δυσκαμψίας, συντελεστή απόσβεσης, ελεύθερο μήκος και προφόρτιση.

#### 4.2.11. Γενικές δυνάμεις(General Forces)

Αυτές μπορούν να ορίσουν μία μόνο συνιστώσα δύναμης ή ροπής, ή του διανύσματος δύναμης και / ή ροπής που δρα μεταξύ δύο σωμάτων. Τα στοιχεία μπορούν να οριστούν και ως εκφράσεις συνάρτησης στο αρχείο εισαγωγής ή μέσω υπορουτινών που έχουν γραφτεί από τον χρήστη. Τα στοιχεία μπορεί να είναι συνάρτηση οποιασδήποτε μετατόπισης του συστήματος, ταχύτητας ή οποιασδήποτε άλλης μεταβλητής κατάστασης στο σύστημα.

#### 4.2.12. Επαφή άκαμπτο με άκαμπτο σώμα (Rigid-rigid contact)

Αυτή ορίζει μια δύναμη επαφής 3D μεταξύ γεωμετριών σε δύο άκαμπτα σώματα. Κάθε φορά που ένα γεωμετρικό σχήμα στο πρώτο σώμα διαπερνά ένα γεωμετρικό σχήμα στο δεύτερο σώμα, δημιουργείται μια κάθετη δύναμη και μια δύναμη τριβής. Η κάθετη δύναμη τείνει να απωθεί τα σώματα με κίνηση κατά το διάνυσμα που είναι κάθετο στο κοινό σημείο επαφής τους. Η δύναμη τριβής τείνει να αντιστέκεται στη σχετική ολίσθηση. Η δύναμη επαφής εξαφανίζεται όταν δεν υπάρχει διείσδυση. Βλέπε σχήμα 10: Παραδείγματα στοιχείων επαφής. Τόσο η επαφή 2D όσο και η επαφή 3D μπορούν να χειριστούν το MBS. Τα σώματα επαφής μπορεί να είναι άκαμπτα ή εύκαμπτα.

#### 4.2.13. Επαφή άκαμπτο με εύκαμπτο και εύκαμπτο με εύκαμπτο(Rigid-flex and flex-flex contact)

Αυτά συνήθως διαμορφώνονται ως στοιχεία δύναμης σημείου-προς-παραμορφώσιμη-καμπύλη, στοιχεία δύναμης σημείου-προς-παραμορφώσιμη-επιφάνεια, ή στοιχεία δύναμης παραμορφώσιμης-επιφάνειας -προς- παραμορφώσιμη-επιφάνεια. Η καμπύλη ή η επιφάνεια έχει την ικανότητα να παραμορφώνεται κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Βλέπε Fig 6: Ένα παράδειγμα δύναμης επαφής από σημείο προς παραμόρφωση. Αυτή η εικόνα δείχνει ένα σφαιρικό σώμα σε κρούση με εξαιρετικά παραμορφώσιμη επιφάνεια.

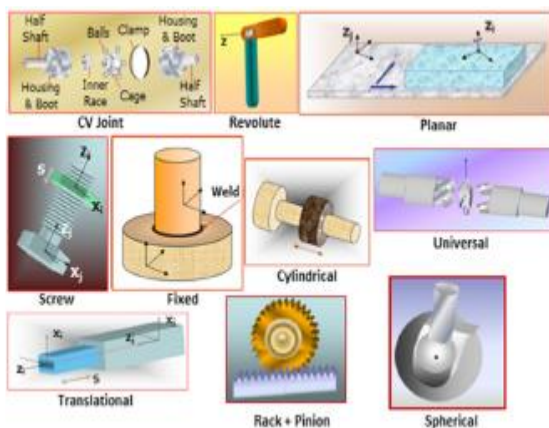


Figure 4 Παραδείγματα από Κοινές αρθρώσεις κατώτερου ζεύγους.

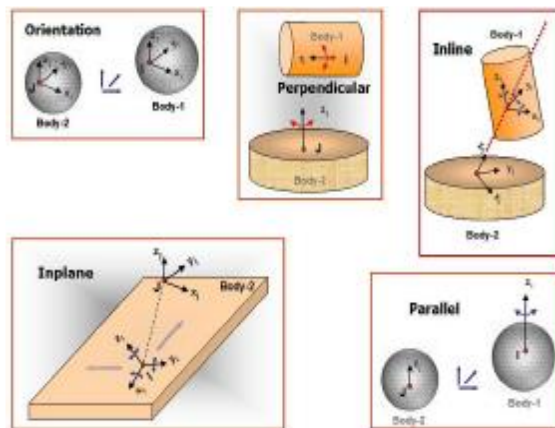


Figure 5 Παραδείγματα για Πρωτόγονα συνδέσμων.

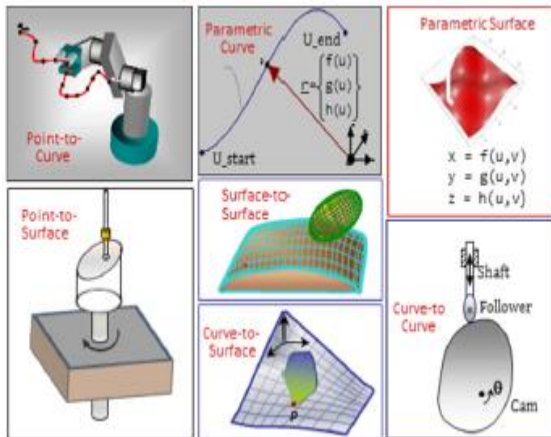


Figure 6 Παραδείγματα, παραμετρικές καμπύλες, επιφάνειες και Συνδέσεις υψηλότερου ζεύγους.

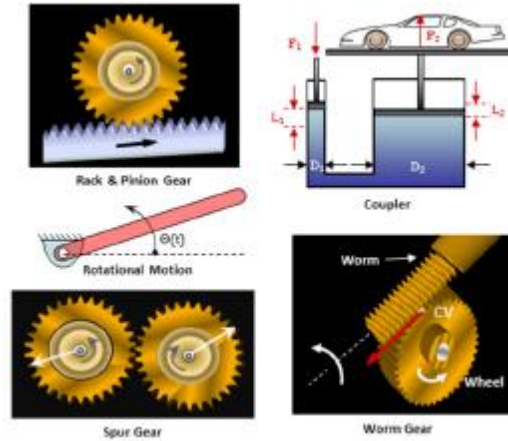


Figure 7 Παραδείγματα συζένκτες και στοιχεία γραναζιών.

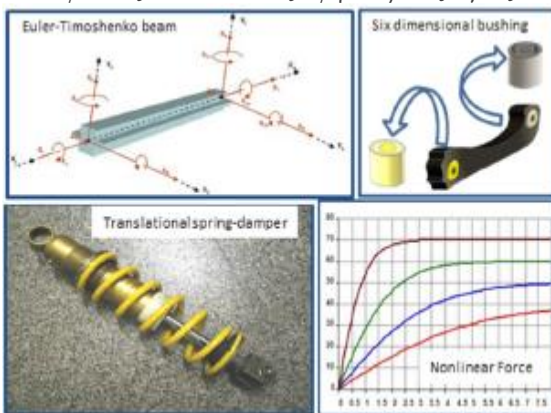


Figure 8 Παραδείγματα από στοιχεία δυνάμεων(ελατήρια ,αποσβέστες ,εδράσεις)  
<http://it.wikipedia.org/wiki/File:Ammortizzatore.jp>  
g, (last visited November 29, 2009)).

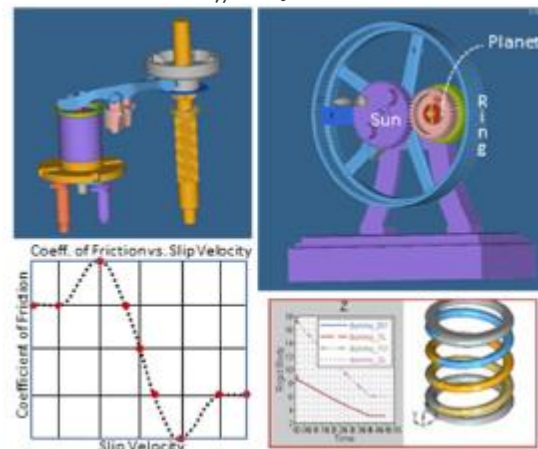


Figure 9 Παραδείγματα από επαφές , δισδιάστατες και τρισδιάστατες επαφές τόσο σε εύκαμπτα και άκαμπτα σώματα.

### 4.3. Συσχέτιση με μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

Συχνά υπάρχει μεγάλη σύγχυση μεταξύ των μηχανικών σχετικά με τις διαφορές μεταξύ MBS (προσομοίωση πολλαπλών σωμάτων) και FEA (ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων). Οι δύο τεχνολογίες είναι στενά συνδεδεμένες αλλά έχουν κάποιες υποκείμενες διαφορές.

Τόσο η FEA (ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων) όσο και η MBS (προσομοίωση πολλαπλών σωμάτων) προέρχονται από τους Νόμους Κίνησης του Νεύτωνα ή από μια ισοδύναμη αρχή όπως η Αρχή του Έργου και χρησιμοποιούν εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων για τον υπολογισμό της απόκρισης του συστήματος. Και οι δύο χρησιμοποιούν τη γεωμετρία ως σημείο εκκίνησης. Πολύ συχνά, το λογισμικό FEA μπορεί να κάνει κάποια ανάλυση πολλαπλών σωμάτων. Παρομοίως, πολλά εμπορικά πακέτα λογισμικού MBS μπορούν να κάνουν περιορισμένες αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων. Αυτές είναι μερικές από τις ομοιότητες μεταξύ των δύο τεχνολογιών.

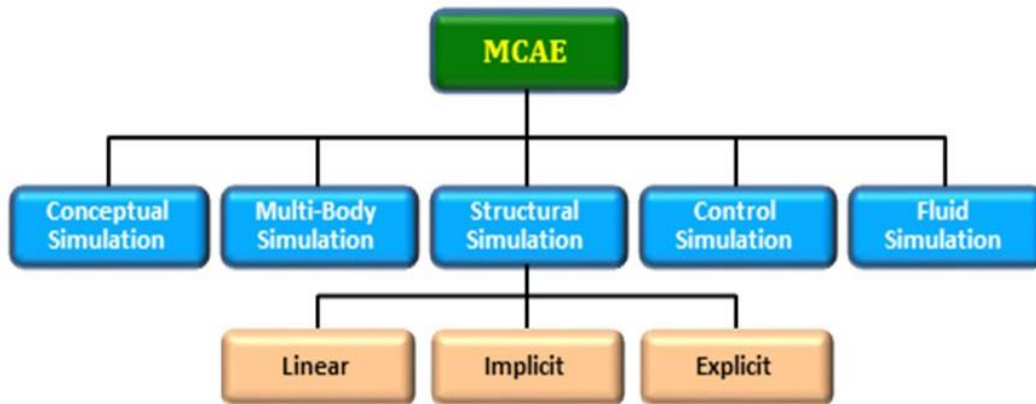


Figure 10 Ο γενικός τομέας του MCAE δείχνει πώς ο τομέας MCAE υποδιαιρείται σε διαφορετικές κατηγορίες, καθεμία από τις οποίες αντιμετωπίζεται από μια συγκεκριμένη τεχνολογία.

Το λογισμικό MBS και FEA ποικίλλει με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Η πιο θεμελιώδης διαφορά είναι ο σκοπός για τον οποίο χρησιμοποιούνται. Παραδοσιακά, το λογισμικό FE έχει επικεντρωθεί σε λεπτομερείς αναλύσεις εξαρτημάτων, ενώ το MBS έχει επικεντρωθεί στη συνολική συμπεριφορά σε επίπεδο συστήματος όπου η μεγάλη κίνηση είναι η κυρίαρχη πτυχή της συμπεριφοράς. Αυτή η θεμελιώδης διαφορά στο σκοπό οδηγεί σε μεγάλη ομοιότητα στα εργαλεία και τις μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν για αυτούς τους δύο τομείς. Η χρήση της γεωμετρίας είναι πολύ διαφορετική. Στο MBS, η γεωμετρία χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των συνολικών ιδιοτήτων μάζας και αδράνειας, τον καθορισμό θέσεων συνδεσιμότητας και την απεικόνιση των σχημάτων γεωμετρίας επαφής. Στο FE, η γεωμετρία συνδέεται πάντα επειδή ενδιαφέρεται να αντιπροσωπεύσει το συνεχές του μέσου όσο το δυνατόν ακριβέστερα. Το κύριο χαρακτηριστικό του MBS είναι ότι η κίνηση του συστήματος είναι συγκρίσιμη με το μέγεθος του συστήματος. στο FE, η συνολική κίνηση είναι συνήθως μικρή και η μελέτη επικεντρώνεται περισσότερο στην παραμόρφωση, τις κοπώσεις, τις τροπές και τις καταπονήσεις.

Οι προσομοιώσεις MBS συνήθως έχουν μεγάλη διάρκεια, πολύ συχνά οι προσομοιώσεις διαρκούν μερικές εκατοντάδες δευτερόλεπτα. Αντιθέτως, οι προσομοιώσεις FE έχουν πολύ μικρότερη διάρκεια. Πολλές προσομοιώσεις κρούσεων έχουν διάρκεια μερικά χιλιοστά του δευτερολέπτου. Τα μοντέλα MBS είναι συνήθως πολύ μικρότερα από τα μοντέλα FE. Ένα μεγάλο μοντέλο MBS μπορεί να περιέχει μόνο χιλιάδες εξισώσεις. Αντίθετα, ένα μεγάλο μοντέλο FE θα περιέχει αρκετά εκατομμύρια εξισώσεις. Σε ανάλυση MBS, μπορεί κανείς να λύσει 5000 εξισώσεις εκατό χιλιάδες φορές. Ενώ σε ανάλυση του FE, θα μπορούσαμε να λύσουμε 5 εκατομμύρια εξισώσεις εκατό φορές.

Λόγω της διαφοράς στα μεγέθη μοντέλου και στις απαιτήσεις προσομοίωσης, οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι πολύ διαφορετικές. Οι μέθοδοι λύσης MBS γενικά δεν εφαρμόζονται πολύ καλά στα μοντέλα FE και το αντίστροφο. Συνοπτικά, η βασική διαφορά μεταξύ MBS και FEA είναι η προσέγγιση. Το MBS επικεντρώνεται στη μακροσκοπική συμπεριφορά του συστήματος, ενώ η FEA συνήθως ασχολείται

περισσότερο με τη μικροσκοπική συμπεριφορά. Οι δύο τεχνολογίες είναι συμβιωτικές και δουλεύουν καλά μαζί. Αυτή η συνέργεια απεικονίζεται στο Figure 14.

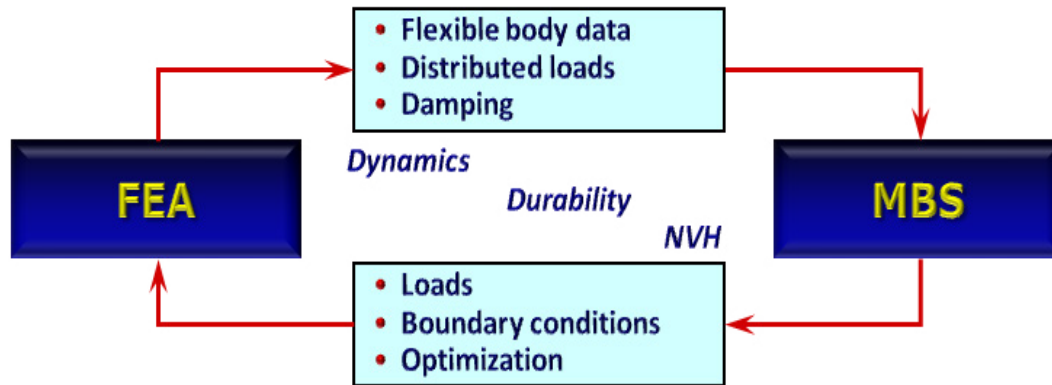


Figure 11 Συμβιοτική σχέση μεταξύ MBS και FEA (πηγή ADAMS).

Η τεχνολογία FEA μπορεί να παρέχει μοντέλα υψηλότερης ακρίβειας και να διανέμει πληροφορίες φορτίων στο λογισμικό MBS. Αντιστρόφως, μέσω προσομοίωσης σε επίπεδο συστήματος, η τεχνολογία MBS μπορεί να παρέχει τις δυνάμεις των εξαρτημάτων, τις οριακές συνθήκες και γραμμικά υποσυστήματα στο λογισμικό FE. Έχουμε δει ότι το λογισμικό MBS αντιπροσωπεύει συνήθως τα σώματα ως άκαμπτες οντότητες, αλλά στην πραγματικότητα, υπάρχουν εφαρμογές στις οποίες η ευκαμψία των στοιχείων δεν μπορεί να παραλειφθεί. Για παράδειγμα, κατά τη μοντελοποίηση ενός ρομπότ με μακρύ και ελαφρύ βραχίονα, η εγγενής ευελιξία του μακριού βραχίονα θα προκαλέσει παραμόρφωση που επηρεάζει τη συνολική συμπεριφορά του συστήματος και επηρεάζει σημαντικά τα φορτία αντίδρασης στις διάφορες αρθρώσεις του μοντέλου MBS. Επομένως, η επίδραση της ευελιξίας πρέπει να συμπεριληφθεί σε πολλές προσομοιώσεις πολλαπλών σωμάτων. Η ευελιξία των εξαρτημάτων μπορεί να αναπαρασταθεί με απλά στοιχεία συγκεντρωμένης μάζας. Για πιο ακριβείς αναπαραστάσεις, ένα μοντέλο απλοποιημένων πεπερασμένων στοιχείων του εξαρτήματος, ένα εύκαμπτο σώμα, μπορεί να ενσωματωθεί στο μοντέλο MBS σε επίπεδο συστήματος.

#### 4.4. Εύκαμπτα σώματα

Η ανάγκη για να υπάρχουν εύκαμπτα σώματα μέσα σε μοντέλα MBS προαναφέρθηκε λόγω όμως τις διαφορετικότητας ανάμεσα στις εξισώσεις αλλά και στον τρόπο επίλυσης ανάμεσα στα FEA και MBS υπάρχει η ανάγκη να περιγράψουμε τις ιδιότητες των σωμάτων με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η επίλυση των συστημάτων εξισώσεων και με ένα υπολογιστικά αποδοτικό τρόπο. Ο τρόπος με τον οποίο περιγράφουμε τα σώματα είναι η δημιουργία ενός γραμμικού συστήματος που αποτελείται από ένα αλγεβρικό άθροισμα των ιδιομορφών του σώματος. Μια ιδιομορφική αναπαράσταση ενός πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται για την αποτελεσματική αναπαράσταση εύκαμπτων σωμάτων. Μια τροπική αναπαράσταση είναι πολύ πιο

υπολογιστικά αποτελεσματική από μια κομβική αναπαράσταση. Τα εύκαμπτα σώματα στο MBS είναι κυρίως γραμμικά, δηλαδή η παραμόρφωση μπορεί να διαχωριστεί σε χωρικά εξαρτώμενες ιδιομορφές και εξαρτώμενες από το χρόνο ιδιομορφικές συντεταγμένες, χωρίς απώλεια ακρίβειας.

Η διαδικασία μετάβασης από το κομβικό πεδίο στην ιδιομορφική αναπαράσταση ενός εύκαμπτου σώματος ονομάζεται Component Mode Synthesis (CMS). Το CMS απαιτεί τον προσδιορισμό της ενδογενούς συμπεριφοράς ταλαντώσεων του συστήματος (ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα) και τις ιδιότητες συνδεσιμότητας ενός συνόλου σημείων διασύνδεσης (που ονομάζονται κόμβοι σύνδεσης) που συνδέουν το εύκαμπτο σώμα με το υπόλοιπο σύστημα. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει την ακριβή αναπαράσταση της παραμόρφωσης καθώς και τα φορτία σε ένα εύκαμπτο εξάρτημα για το εύρος συχνοτήτων που ενδιαφέρει. Υπάρχουν δύο κύριες προσεγγίσεις Component Mode Synthesis (CMS): Η μέθοδος Craig-Bampton (Craig and Bampton, Coupling of Substructures for Dynamic Analyses) και η μέθοδος Craig-Chang (Craig και Ching-Jone, On the use of attachment modes in substructure coupling for dynamic analyses). Και οι δύο μέθοδοι επιτρέπουν μια δραματική μείωση του αριθμού των βαθμών ελευθερίας σε μια κομβική αναπαράσταση ενός εξαρτήματος.

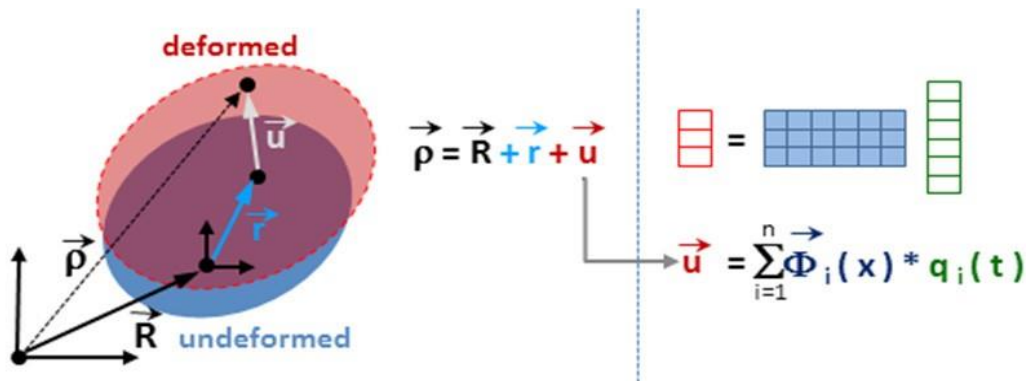


Figure 12 Η ιδιομορφική αναπαράσταση Ευκαμψιάς. Η παραμόρφωση διαχωρίζεται σε χωρικά εξαρτώμενα σχήματα ιδιομορφών (Spatially dependent Mode shapes) ( $\Phi$ ) και σε προσωρινά εξαρτώμενα καταστάσεις (Temporally dependent States) ( $Q$ ).

Για παράδειγμα, για ένα μοντέλο βραχίονα ανάρτησης αυτοκινήτου που περιλαμβάνει τέσσερα σημεία προσάρτησης στο υπόλοιπο μοντέλο και για τη μελέτη σε ένα εύρος συχνοτήτων ισχύος έως 10 Hz, 13.000 κομβικοί βαθμοί ελευθερίας μειώθηκαν σε μόλις 37 ιδιομορφικούς βαθμούς ελευθερίας μέσω CMS.

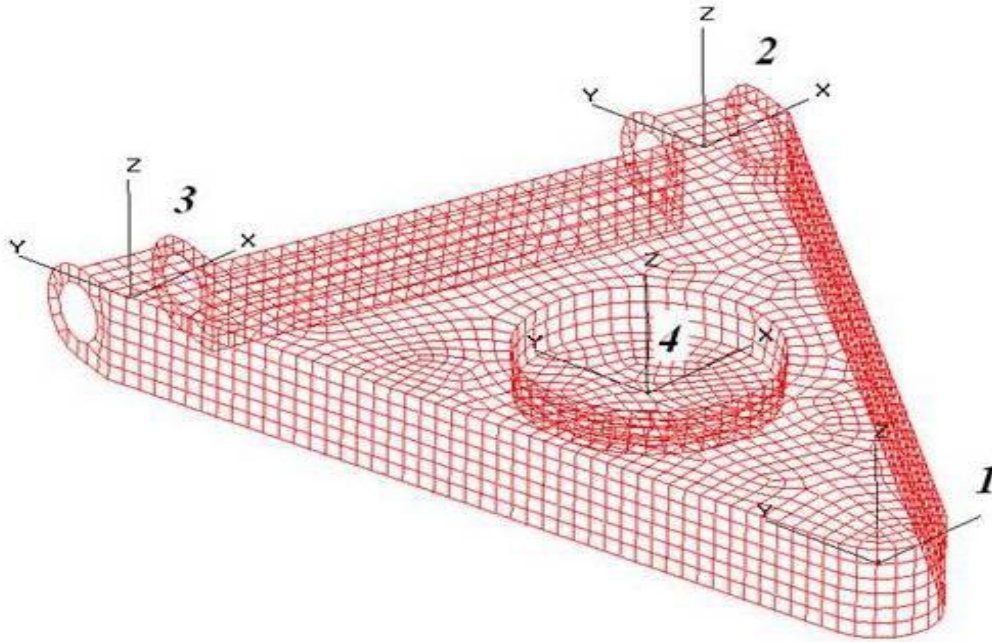


Figure 13 Εύκαμπτο σώμα που αντιπροσωπεύει βραχίονα ελέγχου ανάρτησης αυτοκινήτου.

Τα παρακάτω βήματα περιγράφουν πώς να ενσωματώσετε ένα εύκαμπτο σώμα σε ένα μοντέλο MBS:

- Δημιουργήστε το μοντέλο συστατικών σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, όπως το RADIOSS.
- Στον κωδικό FE, εκτελέστε Component Mode Synthesis για να δημιουργήσετε τα δεδομένα που απαιτούνται για ένα εύκαμπτο σώμα.
- Επικυρώστε το "απλοποιημένο" εύκαμπτο σώμα με απλές δοκιμές.
- Εισαγάγετε το εύκαμπτο σώμα στο μοντέλο MBS και συνδέστε το με το υπόλοιπο σύστημα.
- Λύστε το μοντέλο MBS με ευέλικτα στοιχεία και δημιουργήστε αποτελέσματα.
- Χρησιμοποιήστε γραφικές παραστάσεις και γραφήματα για να απεικονίσετε τα αποτελέσματα.

Υπάρχουν ορισμένες περιπτώσεις εφαρμογών όπου η μη γραμμικότητα της παραμόρφωσης πρέπει να ληφθεί υπόψη για την ακριβή αναπαράσταση της δυναμικής του προβλήματος. Για παράδειγμα, κατά τη μοντελοποίηση μιας έλικας ελικοπτέρου, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η σκλήρυνση λόγω περιστροφής (rotational stress stiffening). Μια συνιστώσα του μητρώου στιβαρότητας είναι συνάρτηση της γωνιακής ταχύτητας της λεπίδας. Σε άλλες περιπτώσεις, η παραμόρφωση δεν είναι μικρή, επομένως δεν είναι δυνατόν να διαχωριστεί η παραμόρφωση σε χωρικά και χρονικά στοιχεία. Ορισμένα εργαλεία MBS υποστηρίζουν τέτοιες γενικές αναπαραστάσεις ευέλικτων σωμάτων. Μια τέτοια τεχνική είναι η εξαγωγή των ισοδύναμων στατικών φορτίων από το MBS και η χρήση τους για επίλυση ενός αντίστοιχου μοντέλου FEA.

## **5. ΤΥΠΟΙ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ**

Στο MBS, διατίθενται έξι βασικοί τύποι αναλύσεων. Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, πραγματοποιείται ένα συγκεκριμένο σύνολο αναλύσεων. Κάθε μία από αυτές τις αναλύσεις παρέχει διαφορετικές πληροφορίες σχετικά με το σύστημα. Πιο σύνθετες αναλύσεις μπορούν να συντεθούν χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό αυτών των βασικών αναλύσεων.

### **5.1. Ανάλυση συναρμολόγησης (Assembly analysis)**

Εξασφαλίζει ότι ένα σύνθετο σύστημα MBS είναι «συναρμολογημένο» σωστά, ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του συστήματος και ότι οι καταστάσεις συστήματος έχουν τις σωστές αρχικές ταχύτητες για μια επόμενη προσομοίωση.

### **5.2. Κινηματική Ανάλυση (Kinematic analysis)**

Προσομοιώνει την κίνηση ενός συστήματος που έχει μηδενικούς βαθμούς ελευθερίας. Το σύστημα κινείται επειδή ορισμένοι από τους περιορισμούς του έχουν σαφή εξάρτηση από το χρόνο. Επιτρέπει στον μηχανικό να καθορίσει το εύρος των πιθανών τιμών για τη μετατόπιση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση οποιουδήποτε σημείου ενδιαφέροντος σε μια μηχανική συσκευή. Εάν προσδιορίζονται οι ιδιότητες μάζας και αδράνειας των εξαρτημάτων, το λογισμικό MBS μπορεί επίσης να υπολογίσει τις αντίστοιχες δυνάμεις εφαρμοζόμενης και αντίδρασης που προκύπτουν από τις καθορισμένες κινήσεις. Αυτοί οι υπολογισμοί έχουν αλγεβρικό χαρακτήρα. Οι τυπικές εφαρμογές της κινηματικής ανάλυσης περιλαμβάνουν το σχεδιασμό ενός μηχανισμού και τον προκαταρκτικό σχεδιασμό υποσυστημάτων, όπως οι αναρτήσεις..

### **5.3. Ανάλυση στατικής ισορροπίας (Static equilibrium analysis)**

Καθορίζει μια κατάσταση για ένα σύστημα στο οποίο όλες οι εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις είναι ισορροπημένες απουσία κίνησης του συστήματος ή δυνάμεων αδράνειας. Η αρχή της Έργου χρησιμοποιείται για τη διατύπωση του προβλήματος. Όταν οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις του συστήματος ρυθμίζονται στο μηδέν, αυτό σημαίνει ότι το άθροισμα των εσωτερικών και εφαρμοζόμενων δυνάμεων σε όλες τις κατευθύνσεις είναι μηδέν. Η ανάλυση στατικής ισορροπίας χρησιμοποιείται συνήθως για να βρει ένα σημείο εκκίνησης για μια δυναμική ανάλυση με την αφαίρεση ανεπιθύμητων μεταβατικών συστημάτων κατά την έναρξη της προσομοίωσης. Οι μη ισορροπημένες δυνάμεις στην αρχική διαμόρφωση μπορούν να δημιουργήσουν ανεπιθύμητα αποτελέσματα στη δυναμική ανάλυση.

### **5.4. Ημιστατική Ανάλυση (Quasi-static analysis)**

Μια ακολουθία στατικών αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν για διαφορετικές διαμορφώσεις του συστήματος (σε αντίθεση με τη στατική ισορροπία, η οποία υπολογίζεται σε σταθερά χρονικά σημεία κατά τη διάρκεια μιας προσομοίωσης). Οι τυπικές χρήσεις της ημιστατικής ανάλυσης περιλαμβάνουν τον προσδιορισμό των συντεταγμένων των σημείων προσάρτησης κατά την ανάπτυξη των αναρτήσεων αυτοκινήτων και τον προσδιορισμό της γωνίας κλίσης όταν ένα περονοφόρο όχημα μπορεί να ανατραπεί.

### 5.5. Δυναμική Ανάλυση (Dynamic analysis)

Παρέχει τη λύση χρονιοιστορίας για όλες τις μετατοπίσεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις εσωτερικές δυνάμεις αντίδρασης σε ένα μηχανικό σύστημα ως απόκριση σε ένα σύνολο περιβαλλοντικών δυνάμεων και διεγέρσεων. Οι εξισώσεις που διέπουν για μια τέτοια ανάλυση είναι συνήθως μη γραμμικές, συνηθισμένες διαφορικές-αλγεβρικές εξισώσεις δεύτερης τάξης (DAE). Αυτά καθορίζουν τις συνθήκες ισορροπίας δύναμης. Οι εξισώσεις είναι μη γραμμικές και δεν μπορούν να επιλυθούν συμβολικά. Οι αριθμητικοί ολοκληρωτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της λύσης.

### 5.6. Γραμμική Ανάλυση (Linear analysis)

Οι μη γραμμικές εξισώσεις του συστήματος γραμμικοποιούνται για ένα σημείο λειτουργίας. Μπορούν να πραγματοποιηθούν δύο διαφορετικοί τύποι γραμμικών αναλύσεων, η ανάλυση ιδιομορφών και οι υπολογισμοί του μητρώου κατάστασης (state matrix). Η ιδιομορφική ανάλυση είναι ο υπολογισμός των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων για το γραμμικό σύστημα. Οι ιδιοτιμές είναι τα φυσικά χαρακτηριστικά συχνότητας / απόσβεσης του συστήματος, ενώ τα ιδιοδιανύσματα αντιπροσωπεύουν τους τρόπους ταλάντωσης που σχετίζονται με κάθε συχνότητα. Τόσο οι ιδιοτιμές όσο και τα ιδιοδιανύσματα είναι μιγαδικές τιμές. Τα μητρώα κατάστασης (state matrix) που μπορούν να δημιουργηθούν από το γραμμικοποιημένο σύστημα είναι μητρώα συντελεστών για την αναπαράσταση ενός γραμμικοποιημένου μηχανικού συστήματος σε μορφή χώρου-κατάστασης (state-space form).

## 6. ΤΥΠΟΙ ΕΙΣΩΣΕΩΝ

Οι πλέον χρησιμοποιούμενοι τύποι εξισώσεων που χρησιμοποιούνται σε συστήματα πολλαπλών σωμάτων για να περιγράψουν μαθηματικά την κινηματική και την κινητική των σωμάτων είναι οι:

- Αλγεβρικές Διαφορικές Εξισώσεις DAE (Differential Algebraic Equations)
- Συνήθης Διαφορικές Εξισώσεις ODE (Ordinary Differential Equations)

Οι MBS συνήθως οδηγούν σε ένα σύνολο συζευγμένων, δεύτερης τάξης, μη γραμμικών, index-3, διαφορικών-αλγεβρικών εξισώσεων (DAE). Η σταθερότητα, η ακρίβεια και η αποτελεσματικότητα της λύσης αυτών των εξισώσεων εξαρτώνται από πολλούς παράγοντες. Ο Πίνακας 1 προσδιορίζει μερικές από τις πιθανές επιλογές που μπορούν να γίνουν για τους παράγοντες που αναφέρονται.

Ιδιότητα	Επιλογές	
<b>Επιλογή Κατάστασης (State Choice)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων</li> <li>• Φυσικό σύστημα συντεταγμένων</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σχετικό σύστημα συντεταγμένων</li> <li>• Μικτό σύστημα συντεταγμένων</li> </ul>
<b>Γενικοποιημένες Ταχύτητες</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Χρονικές παράγωγοι των καταστάσεων</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ημιστατικό σύστημα συντεταγμένων(Quasi coordinates)</li> </ul>
<b>Μέθοδος διαχείρισης περιορισμών</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Πολλαπλασιαστές Λαγκράντζ(Lagrange Multipliers)</li> <li>• Χωρισμός συντεταγμένων (Coordinate Partitioning)</li> <li>• Σταθεροποιημένη μείωση δείκτη(Stabilized index reduction)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σταθεροποίηση Περιορισμών(Constraint Stabilization)</li> <li>• Μέθοδοι κυρώσεων(Penalty methods)</li> <li>• Τροποποιημένη Λαγκράντζ (Augmented Lagrange)</li> </ul>
<b>Βαθμός εξισώσεων</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Πλήρως μη-γραμμικός</li> <li>• Μερικώς Γραμμικοποιημένος</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Πλήρως Γραμμικός</li> </ul>
<b>Διαστάσεις</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1D</li> <li>• 2D</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3D</li> <li>• Μικτών διαστάσεων</li> </ul>
<b>Μέθοδοι Αριθμητικής Ολοκλήρωσης</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μονού Βήματος/ Πολλαπλών βημάτων μη-στιβαρή</li> <li>• Μονού Βήματος/ Πολλαπλών βημάτων στιβαρή</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Δεύτερης τάξης ολοκληρωτές</li> <li>• Explicit</li> </ul>
<b>Γραμμικοί Αλγεβρικοί Επιλύτες</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dense Επιλύτες</li> <li>• Sparse Επιλύτες</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Επαναληπτικής μεθόδου επιλύτες</li> </ul>

Table 1 Επιλογές για την κατάστροψη επίλυση του προβλήματος

### 6.1. Επιλογή Κατάστασης (State Choice)

Οι καταστάσεις χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της διαμόρφωσης του συστήματος εσωτερικά στους επιλύτες MBS. Πολλοί εμπορικοί κωδικοί MBS χρησιμοποιούν καρτεσιανές συντεταγμένες που εντοπίζουν τη μεταφορά και τον προσανατολισμό κάθε σώματος στο σύστημα σε σχέση με μια παγκόσμιο σημείο αναφοράς και ένα αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς. Μερικοί άλλοι (Rampalli, 2006) χρησιμοποιούν φυσικές συντεταγμένες για να αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος. Σε αυτό το σχήμα, κάθε σύστημα συντεταγμένων παρέχεται καταστάσεις. Ακόμα άλλοι

χρησιμοποιούν σχετικές συντεταγμένες στα σημεία των συνδέσμων για να αντιπροσωπεύουν τη διαμόρφωση του συστήματος. Κάθε προσέγγιση έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της. Τα σχήματα συντεταγμένων Καρτεσιανού και Φυσικού χρησιμοποιούν πολύ περισσότερες συντεταγμένες από ότι υπάρχουν βαθμοί ελευθερίας στο σύστημα. Το σχετικό σχήμα συντεταγμένων προσπαθεί να χρησιμοποιήσει τόσες συντεταγμένες όσο υπάρχουν βαθμοί ελευθερίας. Έτσι, οι συνθέσεις που χρησιμοποιούν φυσικές ή καρτεσιανές συντεταγμένες δημιουργούν δείκτη-3, DAE. Το σύστημα αποτελείται από διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας δύναμης και εξισώσεις αλγεβρικών περιορισμών. Αντίθετα, για τοπολογικές δομές με μορφή δέντρων (tree structured topologies), η χρήση σχετικών συντεταγμένων οδηγεί σε ένα αναδρομικά καθορισμένο σύνολο Συνηθισμένων Διαφορικών Εξισώσεων (ODE).

Η χρήση επιπλέον συντεταγμένων οδηγεί σε ιδιαίτερα απλές και αποτελεσματικές τεχνικές διαμόρφωσης εξισώσεων. Η διατύπωση αυτή των εξισώσεων μπορεί επίσης να υπολογιστεί με παράλληλη επίλυση σε υπολογιστές με κοινή χρήση μνήμης και παράλληλους πολλαπλούς επεξεργαστές επιταχύνοντας σημαντικά την επίλυση του προβλήματος. Η χρήση συντεταγμένων άρθρωσης συνήθως οδηγεί σε λιγότερες αλλά πιο περίπλοκες εξισώσεις. Η παρουσία κλειστών βρόγχων στο σύστημα προσθέτει επιπλέον πολυπλοκότητα για σχετικές συντεταγμένες με βάσει τα σημεία των συνδέσμων και απαιτούνται ειδικές τεχνικές για την εξάλειψη αυτών των περιορισμών.

## 6.2. Γενικοποιημένες Ταχύτητες

Η πιο συνηθισμένη πρακτική είναι η χρήση των παραγώγων χρόνου των μετατοπίσεων για την αναπαράσταση ταχύτητας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ιδιαίτερα απλές κινηματικές διαφορικές εξισώσεις που καθορίζουν τις ταχύτητες. Εναλλακτικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν γενικευμένες ταχύτητες (ημι-συντεταγμένες quasi-coordinates) για να αντιπροσωπεύουν ταχύτητες. Αυτό σημαίνει ότι οι ταχύτητες δεν μπορούν να ολοκληρωθούν άμεσα για να παρέχουν τις μετατοπίσεις. Οι κινηματικές διαφορικές εξισώσεις είναι πιο περίπλοκες σε αυτά τα σενάρια. Αυτή η προσέγγιση ακολουθείται για τη μείωση της πολυπλοκότητας των εξισώσεων κίνησης, εις βάρος της λίγο περισσότερης πολυπλοκότητας στις κινηματικές διαφορικές εξισώσεις.

Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να επιλέξει να χρησιμοποιήσει τις παραμέτρους Euler για να αντιπροσωπεύσει μεγάλες περιστροφικές μετατοπίσεις 3D, αλλά να χρησιμοποιήσει γωνιακές ταχύτητες για να αντιπροσωπεύσει τις περιστροφικές ταχύτητες. Οι γωνιακές ταχύτητες είναι ένα παράδειγμα ημι-συντεταγμένων (quasi-coordinates). Δεν μπορούν να ολοκληρωθούν άμεσα για να αποκτήσουν ένα ουσιαστικό 3D περιστροφικό μέτρο. Οι ημι-συντεταγμένες (quasi-coordinates) χρησιμοποιούνται μόνο στις πιο απλοϊκές καταστάσεις, καθώς είναι δύσκολο να εφαρμοστούν με έναν πλήρως αυτοματοποιημένο τρόπο.

## 6.3. Μέθοδος διαχείρισης περιορισμών

Είτε λόγω της επιλογής των καταστάσεων συστήματος είτε της παρουσίας κλειστών τοπολογικών βρόχων σε ένα μηχανικό σύστημα, οι εξισώσεις κίνησης ενός γενικού μηχανικού συστήματος είναι δείκτης-3 DAE. Οι διαφορικές εξισώσεις αντιπροσωπεύουν

την ισορροπία δύναμης και οι αλγεβρικές εξισώσεις αντιπροσωπεύουν τους περιορισμούς του συστήματος. Απαιτούνται ειδικές τεχνικές για την αντιμετώπιση των περιορισμών προτού οι εξισώσεις μπορούν να παρασχεθούν σε αριθμητικούς ολοκληρωτές για λύση. Πολύ λίγοι ολοκληρωτές γνωρίζουν πώς να λύσουν DAE δείκτη-3. Ο Πίνακας 2 συνοψίζει τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες προσεγγίσεις για τον χειρισμό των περιορισμών. Τα σχετικά πλεονεκτήματα και αδυναμίες τους σημειώνονται επίσης εν συντομία.

Μέθοδος Διαχείρισης περιορισμών	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
<b>Πολλαπλασιαστές Λαγκράντζ</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Απλός σχηματισμός εξισώσεων</li> <li>• Περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αντίδρασης των περιορισμών</li> <li>• Εύκολη μοντελοποίηση τριβών στους συνδέσμους</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μεγάλος αριθμός εξισώσεων</li> <li>• Χρειάζονται ολοκληρωτές DAE</li> <li>• Δημιουργία υψηλών δεικτών DAE</li> </ul>
<b>Σταθεροποιημένου δείκτη-1 ή 2 (Stabilized index-1 or 2)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Έλεγχος του σφάλματος των ταχυτήτων</li> <li>• Βελτιωμένη ακρίβεια και αριθμητική σταθερότητα</li> <li>• Καλό για επίλυση stiff προβλημάτων</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μεγάλος αριθμός εξισώσεων</li> <li>• Μόνο BDF ολοκληρωτές</li> <li>• Μη αποτελεσματικοί για επαφές</li> </ul>
<b>Χωρισμός συντεταγμένων (Coordinate Partitioning)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετατροπή από DAE σε ODE</li> <li>• Περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αντίδρασης των περιορισμών</li> <li>• Υποστηρίζει stiff και non-stiff ολοκληρωτές</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Υπολογιστικά ακριβοί για stiff ολοκληρωτές</li> <li>• Χρειάζεται μη μεταβλητό ανεξάρτητο σύστημα συντεταγμένων</li> <li>• Το ανεξάρτητο σύστημα συντεταγμένων τείνει να μεταβάλλεται συχνά</li> <li>• Υπολογιστικά ακριβοί για ημι σύστημα συντεταγμένων (quasi coordinates)</li> </ul>

<b>Τροποποιημένη Λαγκράντζ (Augmented Lagrange)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετατροπή από DAE σε ODE</li> <li>• Περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αντίδρασης των περιορισμών</li> <li>• Υποστηρίζει stiff και non-stiff ολοκληρωτές</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Υποστηρίζει μόνο περιορισμούς ταχύτητας ή θέσης ή επιτάχυνσης ή γραμμικό συνδυασμό αυτών</li> <li>• Τείνει να εισάγει σφάλμα(drift) στους περιορισμούς ή στις χρονικές παραγώγους τους</li> </ul>
<b>Ψευτοπαράγωγοι (Dummy Derivatives)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Δεν εισάγει σφάλμα(drift)</li> <li>• Περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αντίδρασης των περιορισμών</li> <li>• Χωρισμένες λύσεις είναι δυνατές</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Χωρισμός των συντεταγμένων σε ανεξάρτητες και εξαρτημένες απαιτείται</li> <li>• Μεγάλος αριθμός εξισώσεων</li> </ul>
<b>Μέθοδοι κυρώσεων(Penalty methods)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετατροπή από DAE σε ODE</li> <li>• Περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αντίδρασης των περιορισμών</li> <li>• Υποστηρίζει stiff και non-stiff ολοκληρωτές</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Προσεγγιστική παραδοχή της σταθεράς κύρωσης</li> <li>• Η κύρωση εισάγει υψηλές συχνότητες στο σύστημα</li> <li>• Η κύρωση απαιτεί μικρό βήμα υπολογισμού</li> </ul>

Table 2 Μέθοδοι διαχείρισης περιορισμών

#### 6.4. Βαθμός Εξισώσεων

Η πιο συνηθισμένη πρακτική είναι η επίλυση των πλήρων μη γραμμικών εξισώσεων για την απόκριση του συστήματος. Ωστόσο, σε σενάρια πραγματικού χρόνου, είναι κοινό να γραμμικοποιούν εν μέρει τις εξισώσεις. Ορισμένες μεταβλητές λαμβάνουν την παραδοχή ότι έχουν μικρά μεγέθη. Αυτή η παραδοχή οδηγεί σε απλούστερες εξισώσεις κίνησης που μπορούν να επιλυθούν σε πραγματικό χρόνο.

Τα εύκαμπτα σώματα αντιπροσωπεύονται συνήθως ως γραμμικά εύκαμπτα ή μη γραμμικά εύκαμπτα σώματα. Η προσέγγιση Component Mode Synthesis (CMS) προϋποθέτει ότι η παραμόρφωση του εύκαμπτου σώματος μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένας γραμμικός συνδυασμός χωρικά εξαρτημένων ιδιομορφών και χρονικά εξαρτημένων καταστάσεων. Αυτό οδηγεί σε σημαντική απλοποίηση των εξισώσεων κίνησης για εύκαμπτα σώματα. Προσφέρει όμως περιορισμούς στο πού μπορεί να χρησιμοποιηθεί το εύκαμπτο σώμα. Στη ύπαρξη επαφών, είναι πολύ πιο τυπικό να χρησιμοποιείται μια πλήρως μη γραμμική, κομβική αναπαράσταση για ένα εύκαμπτο σώμα. Η ιδιομορφική αναπαράσταση

χρησιμοποιείται συνήθως για εφαρμογές χωρίς επαφή ενώ η κομβική αναπαράσταση χρησιμοποιείται για μεγάλες παραμορφώσεις ή μη γραμμικές εφαρμογές.

### 6.5. Διαστάσεις

Τα περισσότερα συστήματα που αναλύονται έχουν τρισδιάστατο χαρακτήρα. Ωστόσο, υπάρχουν μεγάλες κατηγορίες συστημάτων που είναι εν μέρει ή πλήρως δισδιάστατα στη φύση. Τα συστήματα αλυσίδων και μάντων είναι παραδείγματα συστημάτων που διαμορφώνονται συνήθως σε δύο διαστάσεις. Σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι πλεονεκτικό να χρησιμοποιούνται αμφότερες και τρισδιάστατες οντότητες μοντελοποίησης. Τα δισδιάστατα υποσυστήματα επιτρέπεται να βρίσκονται εντός ενός γενικού τρισδιάστατου μοντέλου συστήματος.

### 6.6. Μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης

Μια ευρεία ποικιλία αριθμητικών ολοκληρωτών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση των υποκείμενων εξισώσεων για ένα σύστημα πολλαπλών σωμάτων (MBS). Παρακάτω αναφέρονται μερικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται συνήθως.

- Non-stiff, multi-step integrators (Adams-Moulton, etc.): Κατάλληλο για προβλήματα που περιέχουν χαμηλή απόσβεση. Είναι κατάλληλα για σωματικά δύσκαμπτα προβλήματα (υψηλές, μη αποσβεσμένες συχνότητες) αλλά είναι τρομερά αναποτελεσματικά για αριθμητικά stiff (υψηλά αποσβούμενα) προβλήματα. Οι non-stiff μέθοδοι δεν μπορούν να επιλύσουν DAE. Εάν μια διατύπωση εξίσωσης οδηγεί σε DAE, απαιτούνται μέθοδοι χειρισμού περιορισμών που δημιουργούν ένα υποκείμενο ODE για αυτούς τους ολοκληρωτές.
- Stiff integrators: Κατάλληλοι για προβλήματα που είναι υψηλά αποσβούμενα. Η απόσβεση μπορεί να προέρχεται από εξαρτήματα όπως εδράσεις και αποσβεστήρες ή ελεγκτές. Οι stiff ολοκληρωτές είναι επίσης κατάλληλοι για την άμεση επίλυση του DAE που αντιπροσωπεύει μηχανικά συστήματα. Οι γνωστοί, διαθέσιμοι στο κοινό, stiff ολοκληρωτές είναι: (1) DIFSUB (netlib.org), (2) DASSL & DASPK (engineering.ucsb.edu), (3) SUNDIALS (computation.llnl.gov).
- Μέθοδοι μονού βήματος: Κατάλληλοι για προβλήματα με πολλές ασυνέχειες, για παράδειγμα, προβλήματα που κυριαρχούν οι επαφές. Μέθοδοι όπως το Runge-Kutta-Fehlberg και Radau χρησιμοποιούνται σε τέτοιες καταστάσεις.
- Μέθοδοι δεύτερης τάξης: Συνήθως χρησιμοποιούνται στη δομική ανάλυση, αλλά πλέον εισάγονται και σε MBS. Generalized-Alpha, Hilber-Hughes-Taylor, Newmark-β και Houbolt είναι παραδείγματα τέτοιων ολοκληρωτών. Αυτοί οι ολοκληρωτές είναι εξοπλισμένοι με παραμέτρους ελεγχόμενες από τον χρήστη που ελέγχουν την ποσότητα της αριθμητικής απόσβεσης που εισάγεται στο σύστημα. Η αριθμητική απόσβεση βελτιώνει την σταθερότητα του αλγορίθμου εις βάρος της ακρίβειας. Αυτές οι μέθοδοι είναι αρκετά αποτελεσματικές για προβλήματα που κυριαρχούνται από επαφές.
- Για στατικές προσομοιώσεις, χρησιμοποιείται συνήθως η μέθοδος ανισορροπίας δύναμης, όπου οι μη γραμμικές εξισώσεις εξισορρόπησης δύναμης επιλύονται

χρησιμοποιώντας επαναλήψεις Newton-Raphson. Μια εναλλακτική στρατηγική για την εξεύρεση στατικών θέσεων ισορροπίας είναι η μεγιστοποίηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος. Ελλείπει δυνάμεων διάχυσης, το σύστημα είναι συντηρητικό, δηλαδή το άθροισμα των δυναμικών και κινητικών ενεργειών είναι σταθερό. Αυτό υπονοεί ότι η θέση της μέγιστης κινητικής ενέργειας είναι επίσης μια θέση ελάχιστης δυναμικής ενέργειας, δηλαδή μια σταθερή θέση στατικής ισορροπίας.

- Για ημιστατικές αναλύσεις, οι μέθοδοι Newton-Raphson που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι πολύ ακριβείς αλλά αρκετά αργές. Πρόσφατα αναπτύχθηκαν νέες μέθοδοι που βασίζονται σε έναν αριθμητικό ολοκληρωτή για να προχωρήσουν το χρόνο. Αυτές οι μέθοδοι είναι πολύ γρήγορες και ακριβείς επειδή ο ολοκληρωτής αποφασίζει το μέγεθος του βήματος που θα ακολουθήσει και τότε θα αξιολογήσει την Jacobian.

## 6.7. Τύποι εξισώσεων στο MOTIONVIEW

Για δυναμικές προσομοιώσεις το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε MOTIONVIEW (Altair Engineering), προσφέρει μια ποικιλία προσεγγίσεων για τη δημιουργία διαφορετικών συνόλων εξισώσεων:

- Σχηματισμός ODE : υποστηρίζει τόσο stiff όσο και non-stiff ολοκληρωτές. Σε αυτήν την προσέγγιση, η μορφή DAE των εξισώσεων κίνησης μετασχηματίζεται πρώτα σε μορφή ODE χρησιμοποιώντας έναν μετασχηματισμό όπως ο διαχωρισμός συντεταγμένων ή ο μετασχηματισμός ταχύτητας. Στη συνέχεια, οι προκύπτουσες εξισώσεις ODE επιλύονται χρησιμοποιώντας έναν ολοκληρωτή ODE. Υποστηρίζονται τόσο stiff όσο και non-stiff ολοκληρωτές. Οι stiff ολοκληρωτές που υποστηρίζονται από αυτήν τη διατύπωση μπορεί να είναι (α) LSODE, (b) MEBDFI ή (c) μια έμμεση μέθοδος Runge-Kutta (IRKF) Οι ολοκληρωτές που βασίζονται σε μεθόδους Adams-Bashforth / Adams-Moulton ή Runge-Kutta-Fehlberg χρησιμοποιούνται συνήθως για την ενσωμάτωση αριθμητικών non-stiff εξισώσεων.
- Η διατύπωση εξισώσεων δείκτη-3 (I3): παρέχει τη μορφή DAE των εξισώσεων κίνησης σε έναν ολοκληρωτή, όπως το DASPK. Στη διαμόρφωση I3, ο ολοκληρωτής δεν παρακολουθεί το τοπικό σφάλμα ολοκλήρωσης στη ταχύτητα ή τις καταστάσεις πολλαπλασιαστή Lagrange. Κατά συνέπεια, οι λύσεις I3 συνήθως τείνουν να είναι πολύ γρήγορες, αν και μερικές φορές ελαφρώς ανακριβείς στις ταχύτητες.
- Η διατύπωση εξισώσεων Σταθεροποιημένου δείκτη-2 ,Stabilized Index-2 (SI2): Ανακαλύφθηκε από τους Gear, Gupta και Leimkuhler το 1985. Αυτές οι εξισώσεις σταθεροποιούνται με την έννοια ότι τόσο οι μετατοπίσεις όσο και οι ταχύτητες είναι συνεπείς με τους περιορισμούς του συστήματος. Ένας ολοκληρωτής DAE όπως το DASPK είναι ικανός να λύσει τη μορφή SI2 των εξισώσεων κίνησης. Ο ολοκληρωτής παρακολουθεί το σφάλμα τοπικής ολοκλήρωσης στις καταστάσεις μετατόπισης και ταχύτητας, αλλά όχι στους πολλαπλασιαστές Lagrange. Οι λύσεις SI2 συνήθως τείνουν να είναι ακριβείς. Η τυπική ταχύτητα των λύσεων SI2, σε σύγκριση με τις λύσεις I3, είναι κάπως πιο αργή.

- Η διαμόρφωση εξισώσεων Σταθεροποιημένου Δείκτη-1 Stabilized Index-1 (SI1): Μια επέκταση στη διαμόρφωση (SI2), παρέχει μια ακόμη πιο συνεπή μορφή DAE δείκτη-1 των εξισώσεων κίνησης προς έναν ολοκληρωτή. Ένας ολοκληρωτής DAE όπως το DASPK είναι ικανός να λύσει τη μορφή SI1 των εξισώσεων κίνησης. Στη διαμόρφωση SI1, ο ολοκληρωτής παρακολουθεί το σφάλμα τοπικής ολοκλήρωσης στις καταστάσεις μετατόπισης, ταχύτητας και πολλαπλασιαστή Lagrange. Κατά συνέπεια, οι λύσεις SI1 συνήθως τείνουν να είναι πολύ ακριβείς. Η τυπική ταχύτητα των λύσεων SI1, σε σύγκριση με τις λύσεις SI2 ή I3, είναι κάπως πιο αργή.

## 6.8. Γραμμικοί αλγεβρικοί επίλυτες

Ο εσωτερικός βρόχος της διαδικασίας επίλυσης σε οποιονδήποτε επίλυτη MBS αποτελείται από τη λύση ενός συνόλου γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων. Είναι επομένως εξαιρετικά σημαντικό να χρησιμοποιηθούν σταθερές και αποτελεσματικές μέθοδοι για την επίλυση αυτού του προβλήματος. Οι γραμμικοί επίλυτες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ευρείες κατηγορίες: (α) Dense Solvers Πυκνοί επίλυτες (Dense Solvers), (β) Αραιοί επίλυτες (Sparse Solvers) και (γ) Επαναληπτικοί επίλυτες (Iterative Solvers). Πυκνοί επίλυτες (Dense Solvers) χρησιμοποιούνται όταν οι περισσότερες από τις τιμές στο μητρώο είναι μη μηδενικές. Οι περισσότερες διαμορφώσεις εξισώσεων έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μη συμμετρικών μητρώων. Για αυτές τις καταστάσεις, χρησιμοποιείται μια τυπική διαδικασία απλοποίησης Gauss. Ορισμένες διατυπώσεις, όπως η μέθοδος Τροποποιημένη Λαγκράντζ (Augmented Lagrangian), οδηγούν σε συμμετρικά ορισμένα μητρώα. Για αυτά τα σενάρια, χρησιμοποιούνται μέθοδοι αποσύνθεσης Cholesky. Οι αραιοί επίλυτες (Sparse Solvers) εφαρμόζονται όταν η πλειοψηφία (πάνω από 95%) των καταχωρήσεων σε ένα μητρώο είναι γνωστό ότι είναι πάντα μηδέν. Αυτές οι μέθοδοι αποφεύγουν τη χρήση καταχωρήσεων μηδενικής αξίας σε οποιονδήποτε από τους υπολογισμούς τους. Τα αραιά μητρώα (Sparse Matrix) εμφανίζονται συνήθως όταν είτε οι καρτεσιανές συντεταγμένες είτε οι φυσικές συντεταγμένες χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός συστήματος, μέθοδοι άμεσης λύσης χρησιμοποιούνται συνήθως. Επιπλέον, δεδομένου ότι το σχήμα των μη μηδενικών στοιχείων στο μητρώο δεν αλλάζει, χρησιμοποιούνται συνήθως συμβολικές μέθοδοι παραγοντοποίησης LU (Lower Upper Decomposition). Ο πίνακας παραγοντοποιείται συμβολικά μία φορά στην αρχή της προσομοίωσης και έπειτα αυτοί οι συμβολικοί παράγοντες χρησιμοποιούνται σε όλη την προσομοίωση για την επανειλημμένη επίλυση του γραμμικού προβλήματος. Οι επαναληπτικοί επίλυτες (Iterative Solvers) είναι απαραίτητοι όταν επιλύονται μεγάλα προβλήματα συνήθως λόγω περιορισμών στη μνήμη του υπολογιστή. Μεγάλα προβλήματα προκύπτουν κατά την επίλυση προβλημάτων επαφής που περιλαμβάνουν μη γραμμικά εύκαμπτα σώματα. Αυτά είναι ουσιαστικά μη γραμμικά προβλήματα πεπερασμένων στοιχείων (FE) που έχουν την πρόσθετη πολυπλοκότητα, συμπεριλαμβανομένης και της μεγάλης άκαμπτης κίνησης του σώματος.

## 6.9. Επιλογή Μεθόδων Επίλυσης

Με βάση την προηγούμενη ενότητα που επεξεργάζεται τις διάφορες επιλογές που είναι διαθέσιμες για τη διαμόρφωση και επίλυση ενός προβλήματος πολλαπλών σωμάτων. Τα

φυσικά χαρακτηριστικά των φαινομένων ή του συστήματος που μοντελοποιούνται και οι εξισώσεις που δημιουργούνται από την προσέγγιση μοντελοποίησης καθορίζουν τη φύση της υποκείμενης λύσης. Επομένως, είναι απαραίτητο να γίνει επιλογή στρατηγικών επίλυσης που βασίζονται σε μια λογική μέθοδο επιλογής. Γενικά δεν υπάρχει κανένας ιδανικός τρόπος για την επίλυση όλων των προβλημάτων και τα χαρακτηριστικά του προβλήματος υπαγορεύουν τις στρατηγικές λύσης που είναι οι πιο κατάλληλες. Οι περιπτώσεις προσομοίωσής μας είναι τα σενάρια οδήγησης σε προφίλ δρόμου και τα σενάρια Four Post, και οι δύο τύποι σεναρίων χρησιμοποιούνται για τη δοκιμή και την αξιολόγηση της απόδοσης ενός οχήματος με διαφορετικούς τομείς εστίασης και υπό διαφορετικές συνθήκες, συνεπώς απαιτούν διαφορετικές στρατηγικές λύσης.

Στο σενάριο της οδήγησης σε δρόμο εστιάζουμε στην απόδοση των αναρτήσεων και της δυναμικής συμπεριφοράς τους, καθώς και στους κραδασμούς και τα φορτία από τις αλληλεπιδράσεις ελαστικών-δρόμου. Οι εδράσεις που συνδέουν το αυτοκίνητο με την ανάρτηση καθώς και οι αποσβεστήρες παράγουν πολύ υψηλής απόσβεσης δυνάμεις. Το όχημα κινείται σε τρεις διαστάσεις και ο χρόνος προσομοίωσης είναι αρκετά μεγάλος, επομένως τα σφάλματα στις ταχύτητες θα προκαλούσαν την εσφαλμένη τροχιά του οχήματος. Όλοι αυτοί οι παράγοντες δείχνουν ότι το τυπικό σύνολο εξισώσεων που διέπουν είναι το δείκτη-3 DAE με διάφορες εξισώσεις περιορισμού όπως κίνησης, ελατήρια, αποσβεστήρες, εδράσεις. Το πρόβλημα είναι επίσης υψηλής απόσβεσης που υποδηλώνει ότι πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας stiff ολοκληρωτής. Με βάση την παραπάνω ανάλυση, μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι οι ακόλουθες επιλογές είναι λογικές κατά την προσομοίωση της οδήγησης σε προφίλ δρόμου:

Δυναμική προσομοίωση με τρισδιάστατη μοντελοποίηση αφού τα ελαστικά κινούνται σε τρεις διαστάσεις, Εξισώσεις σε μορφή δείκτη-1 DAE με έλεγχο ταχυτήτων, πολλαπλασιαστές Lagrange για χειρισμό περιορισμών, ενσωματωτής BDF για χειρισμό του DAE που χαρακτηρίζει το σύστημα, συμβολικοί υπολογισμοί Jacobian για σκοπούς ταχύτητας, αλγόριθμοι Sparse LU με συμβολική παραγοντοποίηση αν ο Jacobian είναι αραιός.

Στην περίπτωση της δοκιμής Four Post, το κύριο ενδιαφέρον είναι η κινηματική της ανάρτησης καθώς και οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα ανάρτησης και διεύθυνσης. Επίσης η επαφή των ελαστικών καθώς δεν μεταβάλλεται στο χώρο μπορεί να οριστεί ως περιορισμός αντί για επαφή. Επίσης σε σύγκριση με την οδήγηση σε δρόμο, τα σφάλματα σε ταχύτητες δεν θα προκαλούσαν σημαντικές ανακρίβειες, επομένως δεν χρειαζόμαστε παρακολούθηση σφαλμάτων καταστάσεων ταχύτητας.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση, μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι οι ακόλουθες επιλογές είναι λογικές κατά την προσομοίωση σε τέσσερις δημοσιεύσεις:

Ημιστατική προσομοίωση με τρισδιάστατη μοντελοποίηση, καθώς τα ελαστικά κινούνται σε τρεις διαστάσεις υπό περιορισμό, εξισώσεις σε μορφή δείκτη-3 DAE, πολλαπλασιαστές Lagrange για χειρισμό περιορισμών, ενσωματωτής BDF για χειρισμό του DAE που

χαρακτηρίζει το σύστημα, συμβολικοί υπολογισμοί Jacobian για σκοπούς ταχύτητας, αλγόριθμοι Spare LU με συμβολικούς παραγοντοποίηση εάν ο Jacobian είναι αραιός.

### **6.10. MBS σε εφαρμογές της αυτοκινητοβιομηχανίας**

Τα εργαλεία λογισμικού CAE χρησιμοποιούνται πλέον συνήθως στην αυτοκινητοβιομηχανία. Τα εργαλεία MBS χρησιμοποιούνται με διάφορους τρόπους για την επίλυση πολλών διαφορετικών προβλημάτων. Αυτή η ενότητα εστιάζει σε εφαρμογές στους τομείς του σασί, του κινητήρα, του αμαξώματος και των εξαρτημάτων. Το πλαίσιο αυτοκινήτου παρέχει την απαραίτητη αντοχή για την υποστήριξη των εξαρτημάτων του οχήματος και του ωφέλιμου φορτίου που τοποθετείται πάνω του. Το σύστημα ανάρτησης περιέχει τα ελατήρια, τα αμορτισέρ και άλλα εξαρτήματα που επιτρέπουν στο όχημα να οδηγεί σε ανομοιόμορφο έδαφος χωρίς υπερβολικούς κραδασμούς να μεταδίδονται στους επιβάτες ή το φορτίο. Ο μηχανισμός διεύθυνσης, ένα αναπόσπαστο τμήμα του πλαισίου, παρέχει στον χειριστή ένα μέσο για τον έλεγχο της κατεύθυνσης της διαδρομής. Τα ελαστικά δημιουργούν επαφή με την επιφάνεια του δρόμου για να παρέχουν καλή πρόσφυση επιτρέποντας στο όχημα να επιταχύνει, να φρενάρει και να στρίβει χωρίς ολίσθηση. Η ανάρτηση και τα ελαστικά απορροφούν το μεγαλύτερο μέρος των κραδασμών που προκαλείται από ανωμαλίες στο δρόμο.

Οι τυπικές εφαρμογές του MBS βρίσκονται στους τομείς:

- Δυναμική οχήματος, χειρισμός και αίσθηση οδήγησης.
- Ανθεκτικότητα πλαισίου ή άλλων εξαρτημάτων.
- Αποφυγή κραδασμών χαμηλής συχνότητας.
- Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση συστήματος διεύθυνσης και της ανάρτησης.

Τα εργαλεία MBS χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό εμπρός και πίσω ανάρτησης. Η διαδικασία σχεδιασμού, αν και δεν είναι η ίδια σε όλες τις εταιρείες, γενικά περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

- Περιγραφή ποσοτικά την επιθυμητής συμπεριφοράς του οχήματος.
- Επιλογή τύπων εμπρός και πίσω ανάρτησης που πληρούν τους περιορισμούς του συστήματος.
- Επιλέγοντας τη θέση των σημείων προσάρτησης που ορίζουν την κινηματική ανάρτησης.
- Καθορισμός συμμόρφωσης συστήματος (ορισμοί εδράνων, αποσβεστήρων, ελατηρίων).
- Ανάλυση φορτίων στην ανάρτηση για τυπικούς ελιγμούς όπως οδήγηση και κύλιση.
- Βελτίωση της απόδοσης του συστήματος τροποποιώντας τις παραμέτρους ελατηρίου.
- Οριστικοποίηση των χαρακτηριστικών αμορτισέρ.
- Λεπτομερής ανάλυση εξαρτημάτων και σχεδιασμός.
- Μελέτες συναρμολόγησης για να αξιολογηθεί εάν ο σχεδιασμός μπορεί να φιλοξενήσει την ανάρτηση.
- Πλήρεις δυναμικές μελέτες για την κατανόηση της απόδοσης της ανάρτησης.

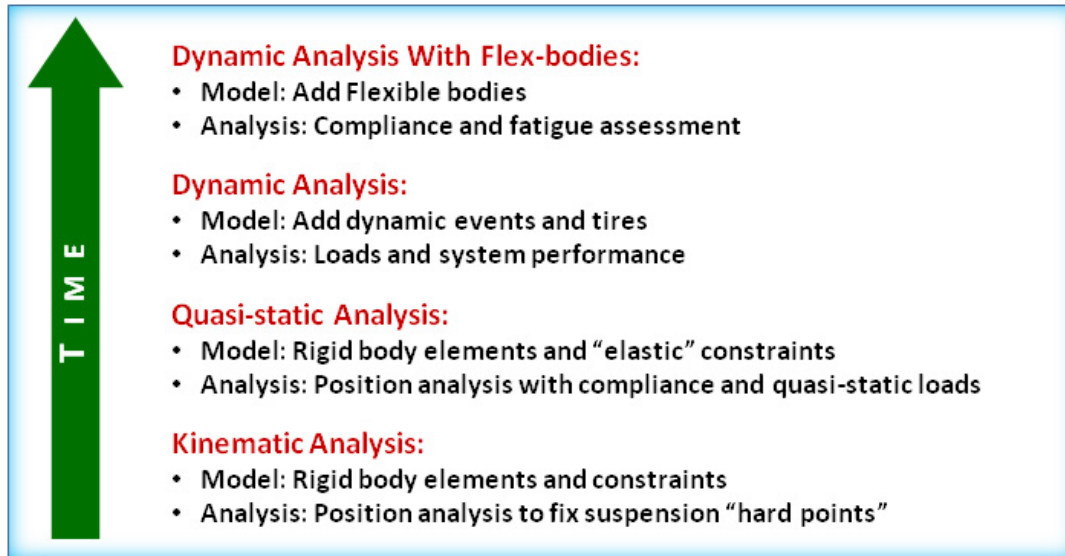


Figure 14 Τυπικές αναλύσεις αναρτήσεων που γίνονται σε MBS (Πηγή Altair Study book).

## 7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΟΧΗΜΑΤΟΣ

Είναι η μελέτη του χειρισμού και της αίσθησης οδήγησης / άνεσης ενός αυτοκινήτου, ιδιαίτερα στην πλευρική κατεύθυνση, ενώ εκτελεί διαφορετικούς ελιγμούς. Το MBS είναι μια από τις βασικές τεχνολογίες που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση και τη βελτίωση των δυναμικών χαρακτηριστικών του οχήματος.

Διάφορες δυνάμεις επηρεάζουν τη δυναμική της κίνησης του οχήματος

- Δυνάμεις που εφαρμόζονται κατά μήκος του κάθε άξονα( πχ λαγκκούβες και σαμαράκια).
- Δυνάμεις που εφαρμόζονται κατά μήκους του εγκάρσιου άξονα(φυγόκεντρη δύναμη, πλευρικές δυνάμεις).
- Δυνάμεις που εφαρμόζονται κατά μήκος του διαμήκη άξονα ( δυνάμεις επιτάχυνσης , πέδησης και τριβής).

Το πλαίσιο (σασί) του οχήματος περιλαμβάνει:

- Σύστημα διεύθυνσης
- Τροχούς και ελαστικά
- Ανάρτηση τροχών
- Φρένα

Παράγοντες που επηρεάζουν την ικανότητα οδήγησης είναι:

- Η θέση του κέντρου βάρους, το κέντρο περιστροφής. ο άξονας περιστροφής και οδήγησης.
- Ο τύπος οδήγησης και η θέση του κινητήρα
- Η ανάρτηση, η θέση και τρόπος ανάρτησης των τροχών και η απόσβεση κραδασμών.
- Συστήματα ελέγχου όπως ABS, TCS, ESP.

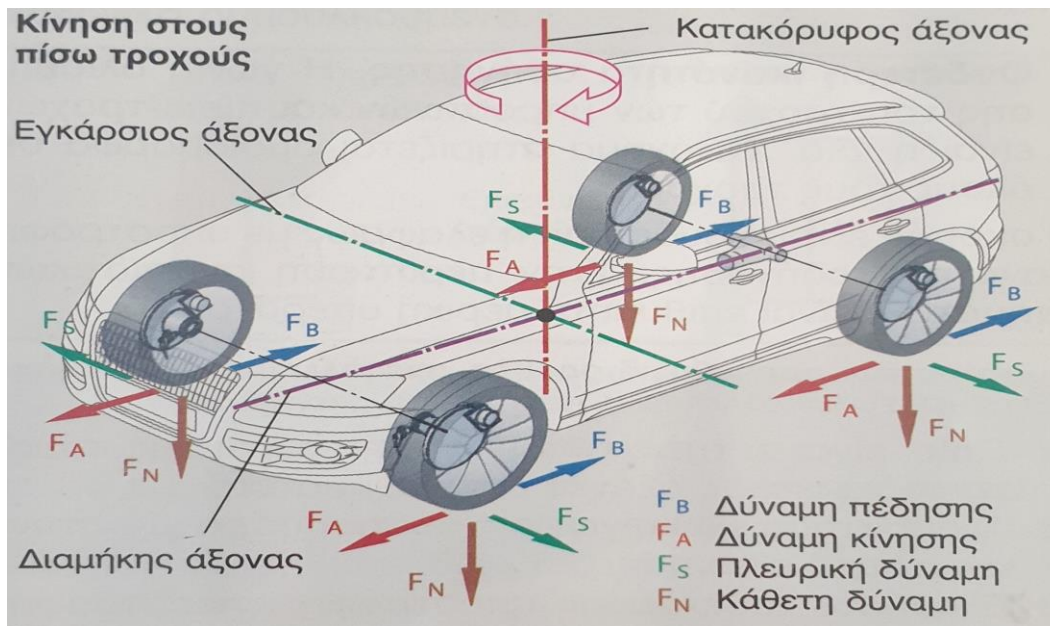


Figure 15 Δυνάμεις και άξονες του οχήματος.

**Άξονας συμμετρίας** είναι ο άξονας που διατρέχει τη διαμήκη διεύθυνση περνώντας από τα κέντρα του εμπρόσθιου και οπίσθιου άξονα.

**Γεωμετρικός άξονας οδήγησης** ορίζεται ως ο άξονας που σχηματίζεται από τη θέση των οπίσθιων τροχών και είναι η διχοτόμος της γωνίας απόκλισης των οπίσθιων τροχών. Επηρεάζει σημαντικά τη κατευθυντική σταθερότητα του οχήματος ιδιαίτερα σε υψηλές ταχύτητες.

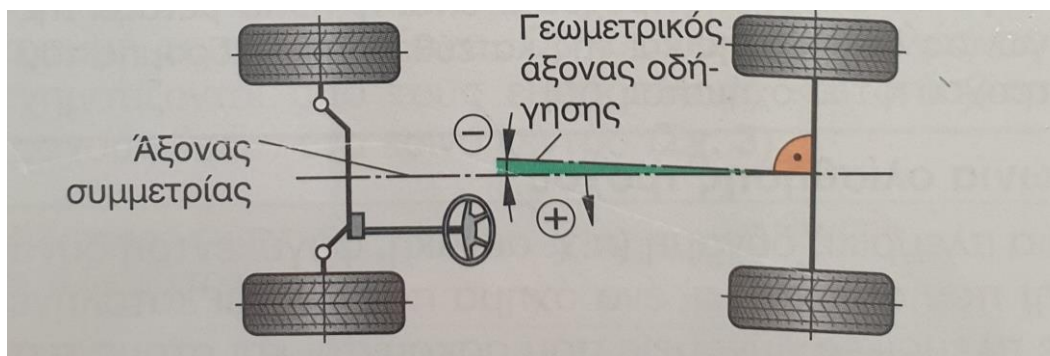


Figure 16 Άξονας συμμετρίας, γεωμετρικός άξονας οδήγησης

**Γωνία απόκλισης τροχών** είναι η απόκλιση των τροχών που εμφανίζεται εάν οι τροχοί ενός άξονα αποκλίνουν ο ένας από τον άλλο με κέντρο αναφοράς το εμπρόσθιο ή το οπίσθιο μέρος. Η γωνία απόκλισης των τροχών είναι η γωνιακή απόκλιση της συνδετικής γραμμής των σημείων επαφής του τροχού σε μία γραμμή που διατρέχει κατά ορθή γωνία προς τον άξονα συμμετρίας (Figure 17 Αρνητική Απόκλιση τροχού Figure 17). Η γωνία απόκλισης των τροχών είναι θετική, όταν η επιφάνεια στήριξης της πλήμνης του δεξιού τροχού μετατοπίζεται γύρω από τον μπροστινό και αντίστοιχα αρνητική όταν μετατοπίζεται προς τον πίσω. Η μετατόπιση του τροχού είναι η μέτρηση που χρησιμοποιείται για να καθορίσει την γωνιακή ευθυγράμμιση ενός άξονα.

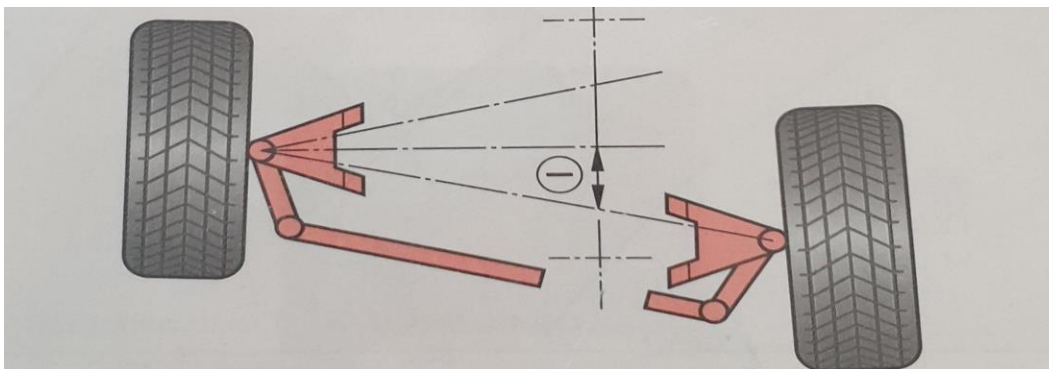


Figure 17 Αρνητική Απόκλιση τροχού.

**Κέντρο Περιστροφής** είναι το σημείο ( $W$ ) σε μια κατά φαντασία κάθετο στο κέντρο του άξονα, γύρω από τον οποίο το αμάξωμα του οχήματος περιστρέφεται λόγω της εφαρμογής των πλευρικών δυνάμεων  $F_s$ .

**Άξονας περιστροφής** σχηματίζεται συνδέοντας τα κέντρα περιστροφής του εμπρόσθιου άξονα ( $W_f$ ) και τον οπίσθιο άξονα ( $W_r$ ). Αυτός έχει κλίση προς το εμπρόσθιο μέρος του οχήματος. Όσο πιο κοντά είναι το κέντρο βάρους  $S$  στον άξονα περιστροφής, τόσο λιγότερο παίρνει κλίση όταν γωνιάζει (Fig 18).

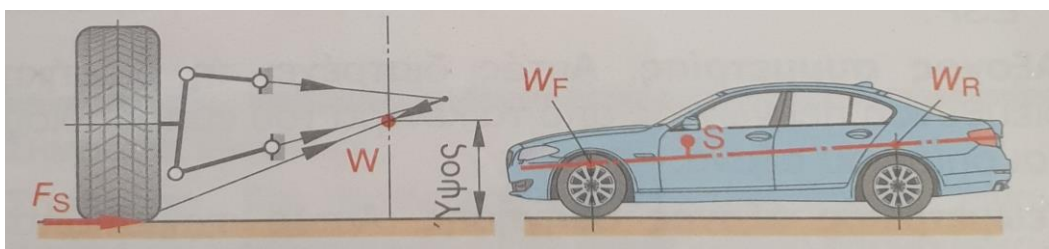


Figure 18 Κέντρο περιστροφής, άξονας περιστροφής.

Η γωνία ολίσθησης τροχού  $\alpha$  είναι η γωνία μεταξύ της γωνίας διεύθυνσης και της κατεύθυνσης διαδρομής του τροχού ή του οχήματος.

**Γωνία ολίσθησης τροχού** Μια πλευρική δύναμη (π.χ. ανέμου, φυγόκεντρη δύναμη) που ασκείται σ' ένα όχημα που κυλάει καταλήγει σε πλευρικές δυνάμεις που ασκούνται και στους τέσσερις τύπους επαφής. Αν το τιμόνι δε διορθωθεί, το όχημα θα αλλάξει την κατεύθυνση της διαδρομής του.

**Γωνία στροφής** Η γωνία στροφής είναι η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης διαδρομής του οχήματος εντός του κέντρου βαρύτητάς του και του διαμήκη άξονα του οχήματος. Αυτό σχετίζεται με ολόκληρο το όχημα (Figure 19).

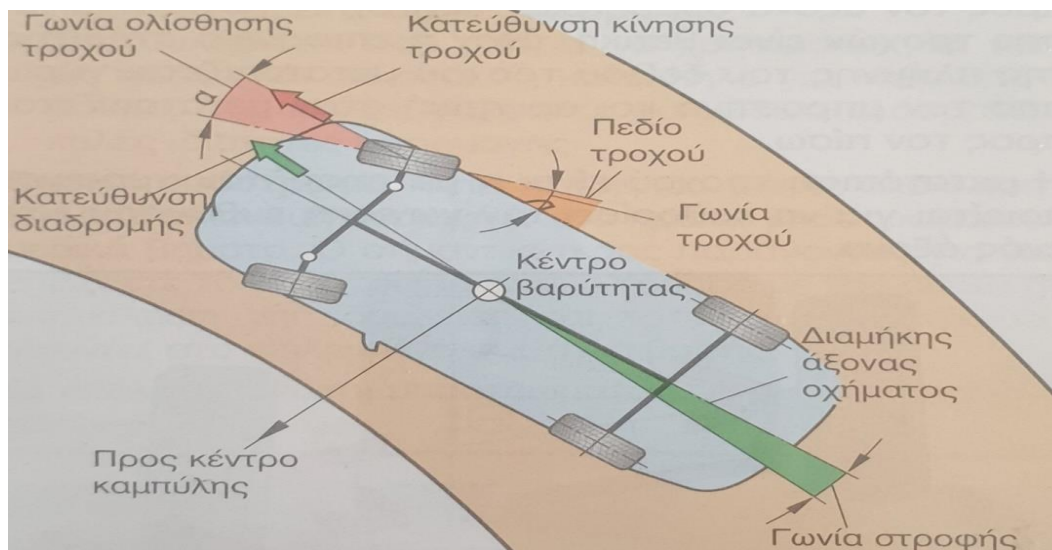


Figure 19 Γωνία ολίσθησης τροχού  $\alpha$  και γωνία στροφής.

### Φαινόμενο αυτοδιεύθυνσης

Για να εκτιμήσετε την ικανότητα οδήγησης, γίνονται καθιερωμένοι ελιγμοί οδήγησης (π.χ. στροφή σε σταθερή κατάσταση, σλάλομ τεστ ή επεμβατικός ελιγμός) και προσδιορίζεται το φαινόμενο αυτοδιεύθυνσης ενός οχήματος. Έως και την οριακή ταχύτητα κίνησης σε γωνία, η πρόσφυση μεταξύ ελαστικών και οδοστρώματος είναι επαρκής για τον καθορισμό των απαιτούμενων πλευρικών δυνάμεων.

Αν η οριακή ταχύτητα κίνησης σε γωνία ξεπεραστεί, προκύπτει πλευρική ολίσθηση στους μπροστινούς ή πίσω τροχούς ή και σε όλους τους τροχούς. Γίνεται διάκριση μεταξύ:

- **Υποστροφή.** Η υποστροφή συμβαίνει όταν η γωνία διεύθυνσης είναι μεγαλύτερη από αυτή που απαιτείται για τη στροφή. Το όχημα μετατοπίζεται προς τα έξω πάνω από τους μπροστινούς τροχούς (η γωνία ολίσθησης τροχού  $\alpha_f$  είναι μεγαλύτερη από τη γωνία ολίσθησης τροχού  $\alpha_r$ ) (Fig 20).
- **Υπερστροφή.** Η υπερστροφή συμβαίνει όταν η γωνία διεύθυνσης είναι μικρότερη από αυτή που απαιτείται για τη στροφή. Το πίσω μέρος του οχήματος αρχίζει να κλωτσάει. (η γωνία ολίσθησης τροχού  $\alpha_f$  είναι μικρότερη από τη γωνία ολίσθησης του τροχού  $\alpha_r$ ) (Fig 20).
- **Ουδέτερη** ικανότητα οδήγησης. Η γωνία ολίσθησης του τροχού των μπροστινών και πίσω τροχών είναι η ίδια. Το όχημα στηρίζεται ομοιόμορφα σε όλους τους τροχούς. Ο σκοπός είναι η ουδέτερη ή ελαφρώς με υποστροφή ικανότητα οδήγησης. Στην περίπτωση αγωνιστικών οχημάτων, είναι επιθυμητή μερική υπερστροφή.

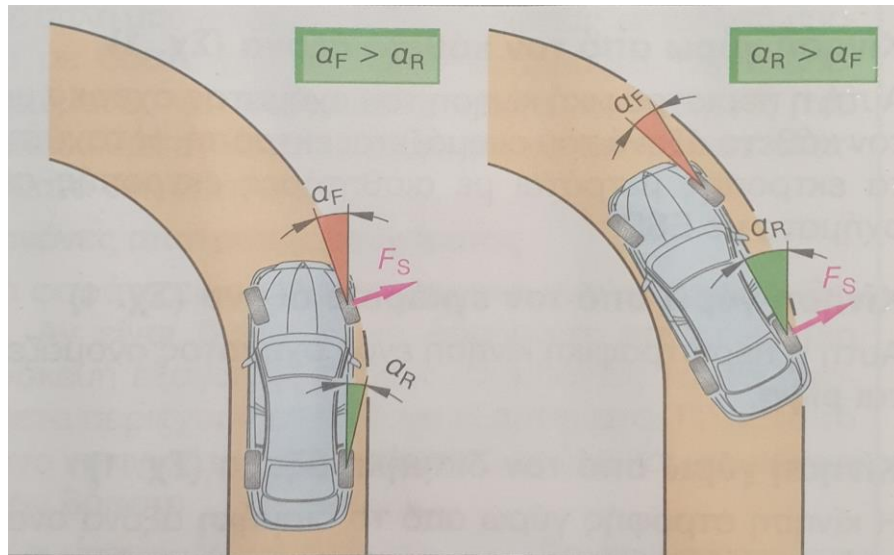


Figure 20 Γωνία στροφής (αριστερά υποστροφής, δεξιά υπερστροφής).

## 7.1. Βασικές αρχές του συστήματος διεύθυνσης

Τα κύρια μέρη στο όχημα είναι (Fig 21).

- Τιμόνι – στεφάνη
- Άξονας τιμονιού
- Γρανάζι διεύθυνσης
- Αντιστρεπτική ράβδος
- Μπράτσο αντιστρεπτικής ράβδου.

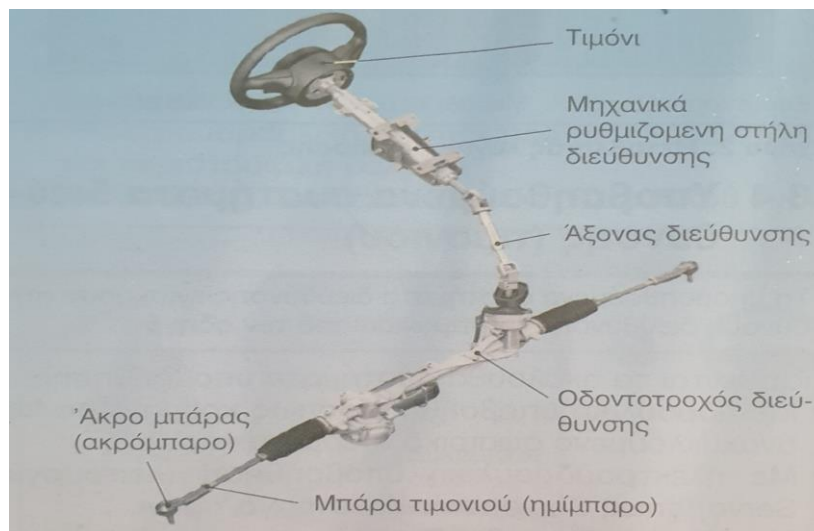


Figure 21 Κύρια εξαρτήματα συστήματος διεύθυνσης.

Το σύστημα διεύθυνσης επιτρέπει στους εμπρός τροχούς να στρίβουν σε διαφορετικές γωνίες διεύθυνσης. Επιπροσθέτως, ισχυροποιεί τη ροπή που δημιουργείται από το χέρι του οδηγού στο τιμόνι. Τύποι κοινών συστημάτων διεύθυνσης:

- Μεταβαλλόμενη ράβδος διεύθυνσης
- Σύστημα διεύθυνσης Ackermann

### Σύστημα Διεύθυνσης Άκκερμαν (Ackermann)

Κάθε τροχός περιστρέφεται γύρω από τον δικό του άξονα, τον άξονα, διεύθυνσης. Αυτός ορίζεται από την σύνδεση των επάνω και κάτω σημείων στήριξης της ανάρτησης του τροχού ή από την διαμήκη σύνδεση των βασιλικών πείρων. Η διεύθυνση Άκκερμαν χρησιμοποιείται σε όλα τα ρυμουλκούμενα οχήματα. Όταν οι τροχοί στρέφονται γύρω από τον άξονα διεύθυνσης, η επιφάνεια στησίματος του οχήματος παραμένει στο ίδιο μέγεθος.

### Μεταβαλλόμενη ράβδος διεύθυνσης

Όταν οι τροχοί του άξονα διεύθυνσης περιστρέφονται, αυτοί περιστρέφονται γύρω από ένα κοινό περιστρεφόμενο άξονα (άξονας διεύθυνσης). Η τάση της κλίσης αυξάνεται λόγω της μείωσης του μεγέθους της επιφάνειας στησίματος του οχήματος, η κεκλιμένη γωνία καθώς αυξάνεται τείνει να αυξάνει την αστάθεια του οχήματος. Η ακτίνα στροφής είναι μικρή λόγω της μεγάλης γωνίας διεύθυνσης.

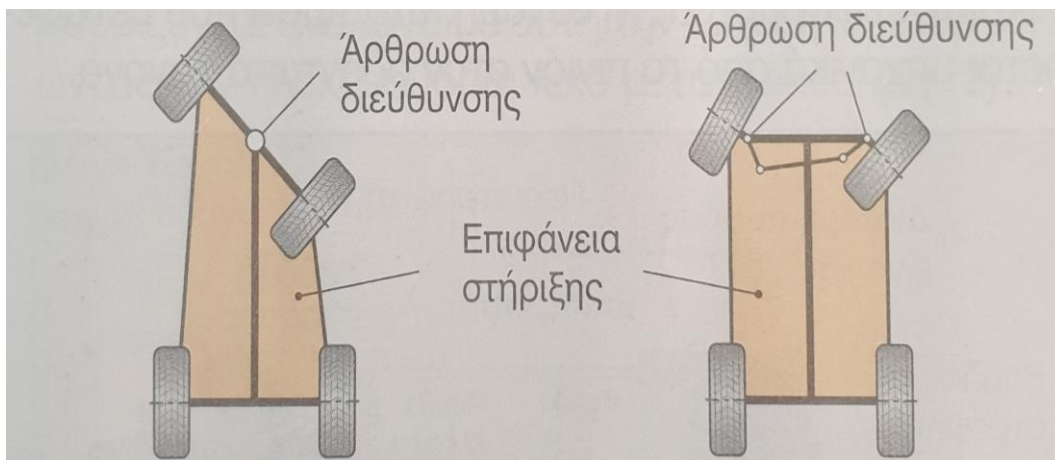


Figure 22 Συστήματα διεύθυνσης (αριστερά μεταβαλλόμενης ράβδου, δεξιά διεύθυνσης Άκκερμαν).

**Κύλιση των τροχών όταν στρίβει.** Για να έχουν την ικανότητα οι τροχοί να κυλούν ομαλά στο στρίψιμο, κάθε τροχός διεύθυνσης, πρέπει να κλίνει σε μια γωνία κατάλληλη ως προς την ακτίνα κάμψης.

Στα ρυμουλκούμενα οχήματα, οι τροχοί της εσωτερικής πλευράς της καμπύλης ακολουθούν μια μικρότερη ακτίνα κλίσης από ότι οι τροχοί που είναι στην εξωτερική πλευρά της καμπύλης, και πρέπει να περιστραφούν σε μεγαλύτερη γωνία.

**Αρχή του Άκκερμαν.** Οι τροχοί πρέπει να περιστραφούν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε οι προβαλλόμενες κεντρικές γραμμές της άρθρωσης της διεύθυνσης των τροχών της εσωτερικής και εξωτερικής πλευράς της κλίσης να συναντήσουν την προβαλλόμενη κεντρική γραμμή του πίσω άξονα. Οι κυκλικές προβολές που σχηματίζεται από τους εμπρόσθιους και οπίσθιους τροχούς έχουν ένα κοινό κέντρο (Fig23).

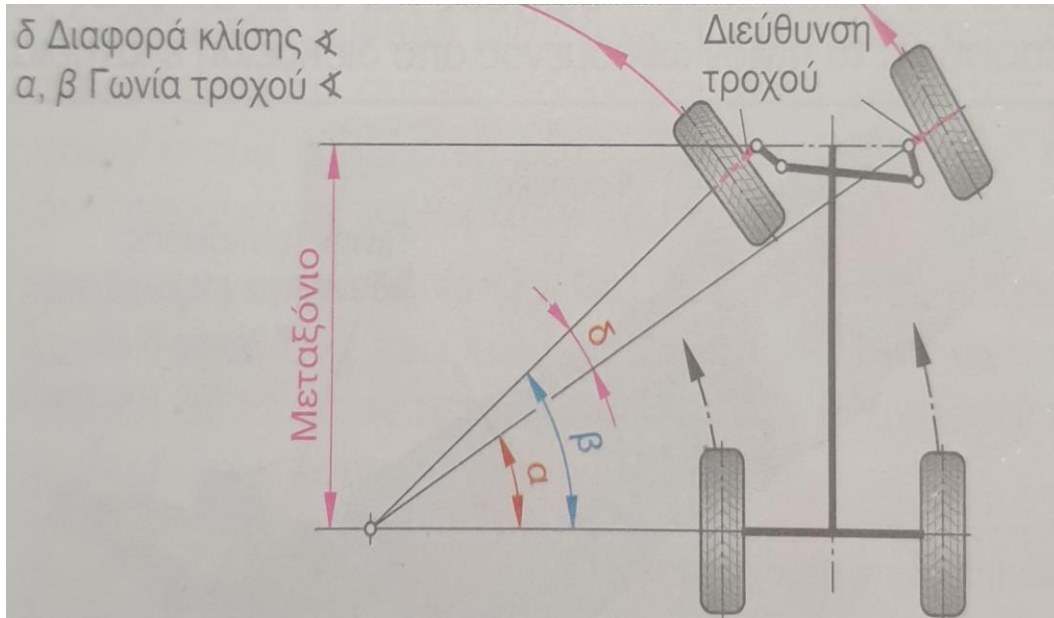


Figure 23 Σύστημα διεύθυνσης Άκκερμαν , διαφορά γωνίας κλίσης

### Τραπεζοειδές σύστημα διεύθυνσης

Το τραπεζοειδές σύστημα διεύθυνσης επιτρέπει στους εμπρόσθιους τροχούς να περιστρέφονται σε διαφορετικές γωνίες. Αυτό σχηματίζεται από την μπάρα τιμονιού, οι δύο βραχίονες της μπάρας τιμονιού και την γραμμή που περνά από τα δύο κέντρα των τροχών (διεύθυνσης) (Fig 24) όταν οι τροχοί είναι τοποθετημένοι στην ευθεία εμπρόσθια διεύθυνση.

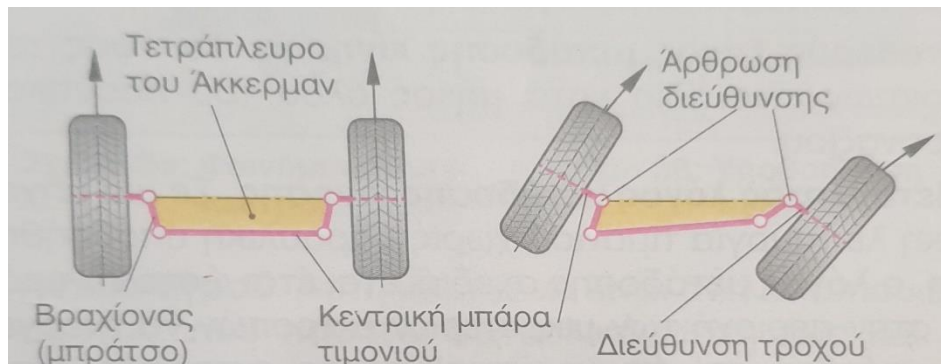


Figure 24 Τραπεζοειδές σύστημα διεύθυνσης.

## 7.2. Ρυθμίσεις τροχού

Τα διαφορετικά είδη ρύθμισης του τροχού είναι τα ακόλουθα:

- Μεταξόνιο
- Κλίση
- Γωνία κάμπερ
- Γωνία Κάστερ
- Μετατρόχιο
- Κλίση βασιλικού πείρου
- Γωνιακή διαφοράς κλίσης

### Μεταξόνιο

Μεταξόνιο είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων των εμπρόσθιων τροχών και το κέντρο των οπίσθιων τροχών. Ένα μικρό μεταξόνιο καθιστά ευκολότερους τους ελιγμούς του οχήματος, ένα μακρύτερο μεταξόνιο βελτιώνει την σταθερότητα του οχήματος και μειώνει τις εκτροπές.

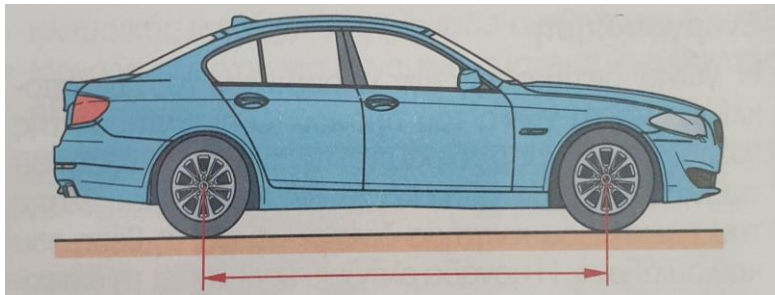


Figure 25 Μεταξόνιο.

### Μετατρόχιο

Το μετατρόχιο είναι η απόσταση από το κέντρο του ενός τροχού στο κέντρο του άλλου τροχού του ιδίου άξονα, μετρούμενο σε σταθερή θέση οχήματος (Fig 26). Ένα πλατύτερο μετατρόχιο παρέχει βελτιωμένη συγκράτηση στο δρόμο κατά την κίνηση σε στροφή.

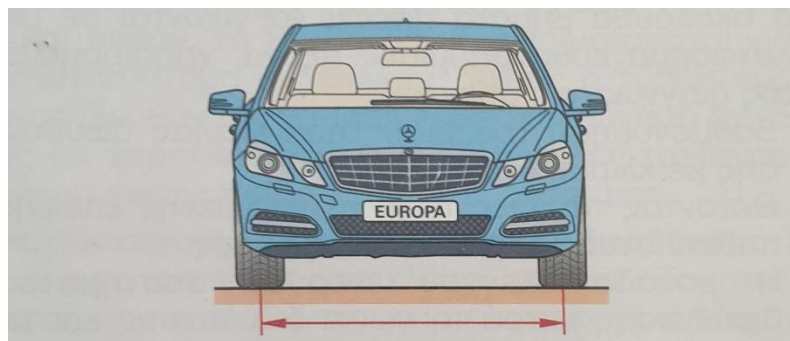


Figure 26 Μετατρόχιο.

## Αποτύπωμα οχήματος

Αυτό προσδιορίζεται ως το προϊόν του μετατρόχιου και του μεταξόνιου. Η σχέση μεταξύ αυτών των δύο μετρήσεων επηρεάζει την ικανότητα οδήγησης.

### Σύγκλιση

Η σύγκλιση είναι η διαφορά του μήκους  $l_2-l_1$ , ανάμεσα στο εμπρόσθιο μέρος των δυο τροχών και του οπίσθιου μέρους των τροχών όταν ευρίσκονται σε ευθεία θέση. Η σύγκλιση μετρείται στο ύψος του κεντρικού σημείου της εσωτερικής πατούρας των τροχών και μπορεί να δοθεί σαν την γωνία σύγκλισης (για τους δυο τροχούς), είτε σε χιλιοστά (mm) είτε σε μοίρες ( $^{\circ}$ ). Η φθορά των τροχών, ή αναπλήρωση των εξαρτημάτων διεύθυνσης και η επίτευξη της σταθερότητας οδήγησης, βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στην σύγκλιση μεταξύ των τροχών.

Γίνεται μια διαφοροποίηση ανάμεσα σε:

**Σύγκλιση** ( $l_2-l_1$ )  $> 0$ . Αυτό σημαίνει ότι το πίσω μέρος των τροχών έχουν μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους απ' ό,τι το μπροστινό. Η διαφορά  $\epsilon$  είναι θετική (Fig 27).

**Μηδενική κλίση** ( $l_2-l_1$ )  $= 0$ . Αυτό σημαίνει ότι οι τροχοί είναι παράλληλοι μεταξύ τους. Η διαφορά  $\epsilon$  είναι μηδέν (ουδέτερη).

**Απόκλιση** ( $l_2-l_1$ )  $< 0$ . Αυτό σημαίνει ότι το μπροστινό μέρος των τροχών έχει μεγαλύτερη απόσταση από το πίσω. Η διαφορά  $\epsilon$  είναι αρνητική (Fig 27).

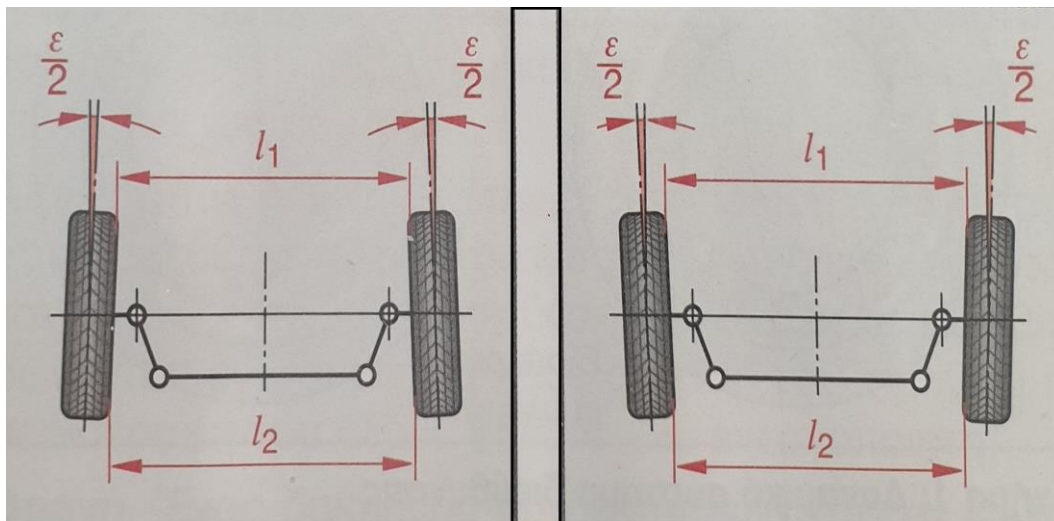


Figure 27 Σύγκλιση (αριστερά) και απόκλιση (δεξιά) τροχών.

## Γωνιακή διαφορά κλίσης

Η γωνιακή διαφορά κλίσης υπολογίζεται σαν την γωνία διεύθυνσης  $20^\circ$  στον τροχό στην εσωτερική κλίση αυτού. Είναι απαραίτητο να ελέγχεται το τραπεζοειδές διεύθυνσης για λάθη στη ρύθμιση, όπως εάν το όχημα έχει παραμορφωμένα μπράτσα ή ράβδους. Η γωνιακή διαφορά κλίσης και είναι η γωνία από την οποία ο τροχός στην εσωτερική κλίση στρέφεται περισσότερο πάνω από την γωνία της εξωτερικής κλίσης του τροχού (Fig 28).

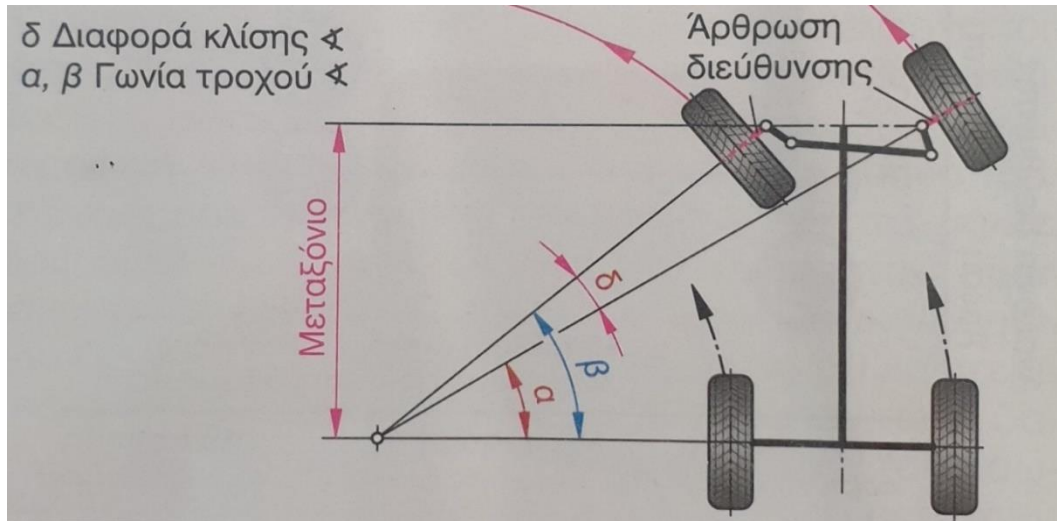


Figure 28 Γωνιακή διαφορά κλίσης.

## Γωνία Κάμπερ (Camber)

Κάμπερ είναι η γωνία που σχηματίζεται από το επίπεδο τροχού, σε σχέση με το κάθετο επίπεδο που περιέχει την κάθετη γραμμή του σημείου επαφής του τροχού, στις ορθές γωνίες που αφορούν τον διαμήκη άξονα του οχήματος.

Η γωνία Κάμπερ  $\gamma$  μετρείται σε μοίρες ( $^\circ$ ) και λεπτά. Μια διαφοροποίηση πρέπει να γίνει ανάμεσα σε:

- Θετική Κάμπερ
- Αρνητική Κάμπερ.

**Θετική Κάμπερ (Fig 29).** Το επίπεδο του τροχού κλίνει προς τα έξω στην κορυφή. Θετική Κάμπερ δημιουργεί το φαινόμενο του κώνου. Επομένως ο τροχός τείνει να περιστραφεί προς τα έξω. Όσο περισσότερο θετική Κάμπερ, τόσο λιγότερες οι πλευρικές δυνάμεις στο γώνιασμα.

**Αρνητική Κάμπερ (Fig 29).** Το επίπεδο των τροχών κλίνει εσωτερικά στην κορυφή. Τα φαινόμενα του κώνου τείνει τον τροχό να περιστραφεί προς τα μέσα. Η αρνητική Κάμπερ βελτιώνει την καθοδήγηση των πλευρικών δυνάμεων στα γωνιάσματα, αλλά δημιουργεί αυξημένες φθορές στο εσωτερικό του πέδατος των ελαστικών. Δεν πρέπει να ξεπερνά την τιμή των  $2^\circ$ , αλλιώς θα μειωθεί η διάρκεια ζωής και το μέγεθος των φορτίων που αντέχουν τα λάστιχα.

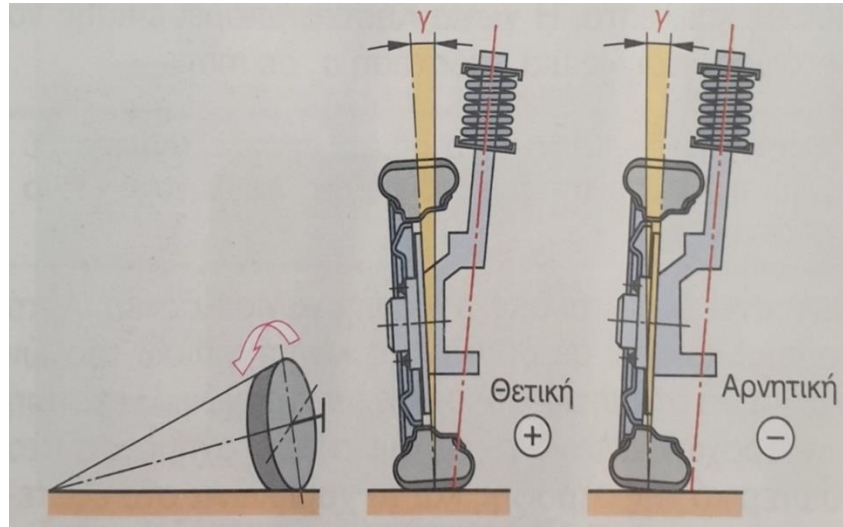


Figure 29 Θετική και αρνητική Κάμπερ (Camber).

### Κλίση βασιλικού πείρου

Η κλίση του βασιλικού πείρου είναι η γωνία του άξονα διεύθυνσης ή βασιλικού πείρου σε ορθές γωνίες ( $90^\circ$ ) στον διαμήκη άξονα του οχήματος σε σχέση με την κάθετο της επιφάνειας του δρόμου (Fig 30).

Ο άξονας διεύθυνσης διατρέχει τα άνω και κάτω σημεία της ανάρτησης του τροχού. Η κλίση βασιλικού πείρου ( $\delta$ ) δίνεται σε μοίρες και λεπτά. Κλίσεις του βασιλικού πείρου των  $5^\circ$  έως  $10^\circ$  συνηθίζονται. Η κλίση του βασιλικού πείρου και η γωνία Κάμπερ μαζί σχηματίζουν μία γωνία, το μέγεθος της οποίας παραμένει ίδιο κατά την διάρκεια της συμπίεσης και επαναφοράς. Εάν η κλίση βασιλικού πείρου ( $\delta$ ) μειωθεί, η γωνία Κάμπερ μεγαλώνει και το αντίστροφο.

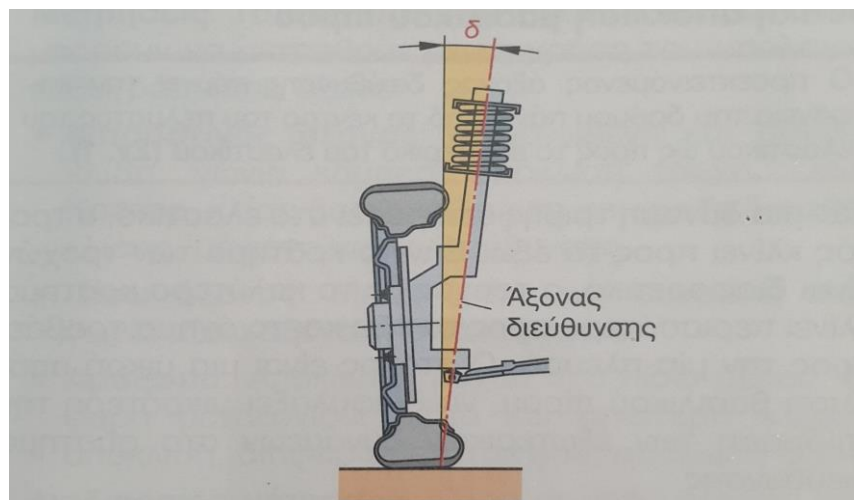


Figure 30 Κλίση βασιλικού πείρου.

Με θετική απόκλιση βασιλικού πείρου, η κλίση βασιλικού πείρου αναγκάζει το όχημα να σηκωθεί στο εμπρόσθιο όταν οι τροχοί γυρίζουν (Fig 31). Το βάρος του οχήματος

δημιουργεί ροπή, η οποία αναγκάζει τους τροχούς να περιστραφούν αυτόματα στην ομαλή ευθεία θέση οδήγησης.

### Απόκλιση βασιλικού πείρου

Η απόκλιση βασιλικού πείρου B, είναι η απόσταση (offset) του μοχλού όπου οι δυνάμεις τριβής από τα ελαστικά στον δρόμο δρουν. Μετρείται ανάμεσα στο κέντρο του πέλματος και την επαφή της προέκτασης του άξονα διεύθυνσης με την επιφάνεια του δρόμου (Fig 31).

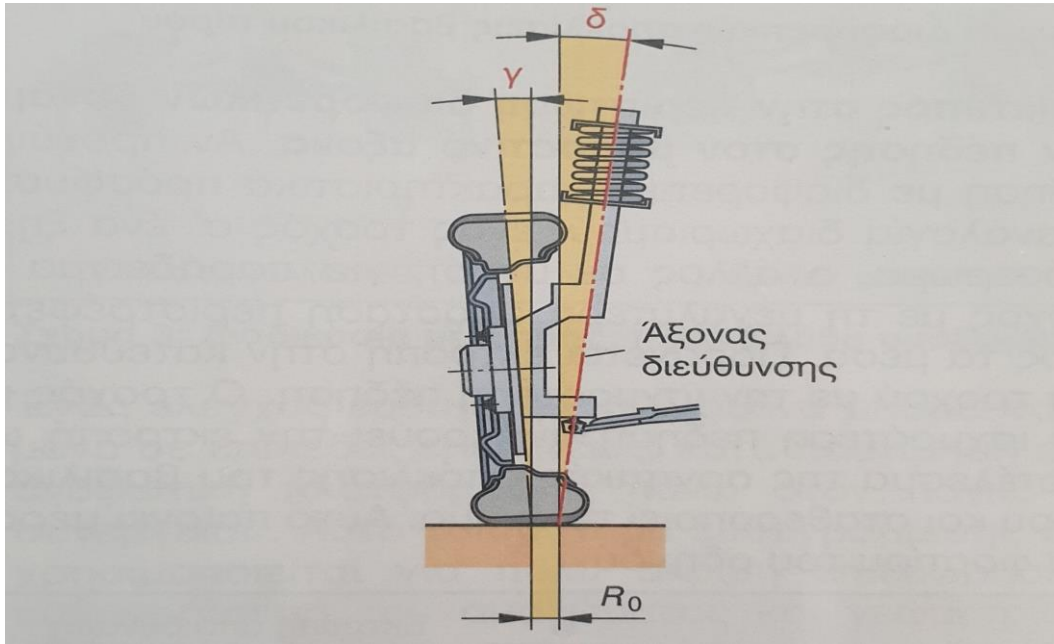


Figure 31 Απόκλιση βασιλικού πείρου.

Η κλίση του βασιλικού πείρου και η γωνία Κάμπερ μαζί επηρεάζουν την απόκλιση του βασιλικού πείρου. Μία διαφοροποίηση πρέπει να γίνει ανάμεσα:

- Θετική απόκλιση βασιλικού πείρου.
- Μηδενική απόκλιση βασιλικού πείρου.
- Αρνητική απόκλιση βασιλικού πείρου.

### Θετική απόκλιση βασιλικού πείρου

Ο προεκτεινόμενος άξονας διεύθυνσης τέμνει την επιφάνεια του δρόμου πάνω από το κέντρο του πέλματος του ελαστικού ως προς το εσωτερικό του ελαστικού (Fig 32).

Εάν μια δύναμη τριβής επιδράσει στο ελαστικό, ο τροχός κλίνει προς τα έξω. Εάν το κράτημα των τροχών είναι διαφορετικό, ο τροχός με το καλύτερο κράτημα κλίνει περισσότερο προς τα έξω και το όχημα τραβάει προς την μία πλευρά. Ο στόχος είναι μια μικρή απόκλιση βασιλικού πείρου, να διαφυλάξει μικρότερη την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα διεύθυνσης.

### Μηδενική απόκλιση βασιλικού πείρου

Ο προεκτεινόμενος άξονας διεύθυνσης τέμνει την επιφάνεια του δρόμου ακριβώς στο κέντρο επιφάνειας επαφής του ελαστικού (Fig 32). Ως αποτέλεσμα ωθεί τον τροχό να μην προκαλεί καμία κίνηση περιστροφής του τροχού.

### Αρνητική απόκλιση βασιλικού πείρου

Ο προεκτεινόμενος άξονας διεύθυνσης τέμνει την επιφάνεια του δρόμου πάνω από το κέντρο της επιφάνειας επαφής του ελαστικού γύρω από το εξωτερικό του ελαστικού (Fig 32).

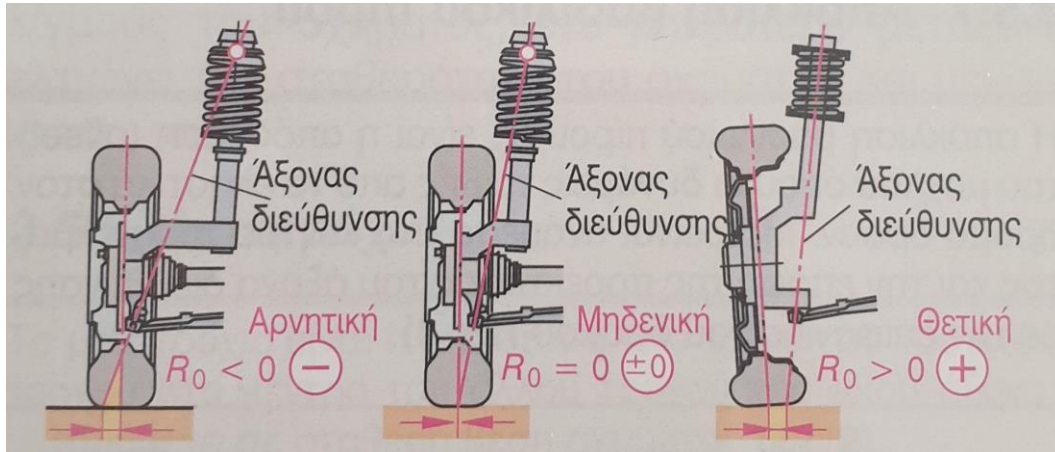


Figure 32 Διαφορετικές αποκλίσεις βασιλικού πείρου.

### Αντίκτυπος στην περίπτωση διαφορετικών δυνάμεων πέδησης στον μπροστινό άξονα.

Αν προκύψει πέδηση με διαφορετικά χαρακτηριστικά πρόσφυσης (μ αναλογία διαχωρισμού: ένας τροχός σ' ένα ξηρό οδόστρωμα, ο άλλος σε υγρό), για παράδειγμα, ο τροχός με τη μεγαλύτερη απόσταση περιστρέφεται προς τα μέσα. Παράγεται εκτροπή στην κατεύθυνση του τροχού με την ισχυρότερη πέδηση. Ο τροχός με την ισχυρότερη πέδηση αντικρούει την εκτροπή ως αποτέλεσμα της αρνητικής απόκλισης του βασιλικού πείρου και σταθεροποιεί το όχημα. Αυτό παίρνει μέρος του φορτίου του οδηγού. Ο σκοπός είναι μια μικρή απόκλιση βασιλικού πείρου για την ελαχιστοποίηση της επίδρασης εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα διεύθυνσης.

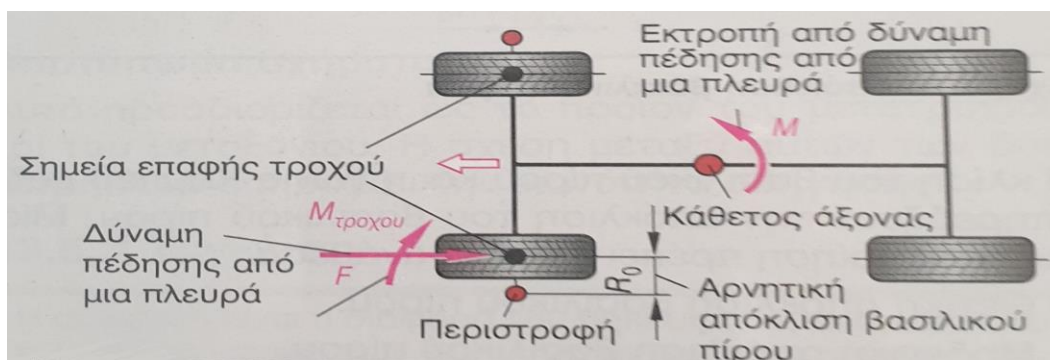


Figure 33 Επίδραση αρνητικής απόκλισης βασιλικού πείρου.

### Γωνία κάστερ (Caster) (Fig 34).

Κάστερ είναι η γωνία του άξονα διεύθυνσης στην κατεύθυνση του διαμήκου άξονα του οχήματος σε σχέση με την κάθετη από το οδόστρωμα.

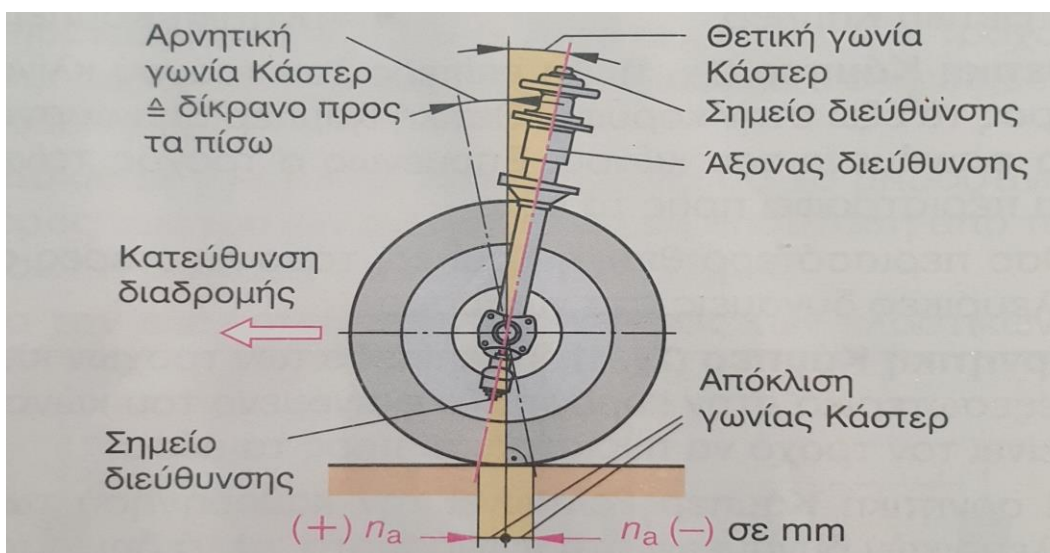


Figure 34 Γωνία Κάστερ.

Η γωνία Κάστερ εκφράζεται συνήθως ως γωνία ( $\epsilon$ ) σε μοίρες και λεπτά. Η γωνία Κάστερ μπορεί επίσης να μεταφράζεται ως μια απόσταση  $n$ , σε mm.

**Θετική γωνία Κάστερ.** Το σημείο επαφής του τροχού είναι πίσω από την τομή του άξονα διεύθυνσης με το οδόστρωμα.

Οι τροχοί έλκονται από τη θετική γωνία Κάστερ. Αυτό χρησιμοποιείται σε συστήματα κίνησης πίσω τροχών και βοηθά στη σταθεροποίηση των τροχών. Η στροφή των τροχών ανυψώνει το σώμα του οχήματος στο εσωτερικό της στροφής και το χαμηλώνει στο εξωτερικό της στροφής. Αυτό καταλήγει σε μια ροπή επιστροφής διεύθυνσης μετά την κίνηση σε στροφή. Παράγεται, επίσης, μια αρνητική γωνία Κάμπερ στον τροχό στο εξωτερικό μιας στροφής.

**Αρνητική γωνία Κάστερ.** Το σημείο επαφής του τροχού είναι μπροστά από την τομή του άξονα διεύθυνσης με το οδόστρωμα.

Η αρνητική γωνία Κάστερ προκαλεί μείωση στις δυνάμεις επιστροφής και αποτρέπει τους τροχούς να επιστρέψουν πολύ γρήγορα μετά την κίνηση σε στροφή. Ποικίλες ρυθμίσεις της γωνίας Κάστερ (αριστερά/δεξιά) ωθούν το όχημα να κατευθυνθεί προς μία πλευρά.

Η γωνία Κάστερ, η κλίση του βασιλικού πείρου και η ακτίνα κύλισης επηρεάζουν τις δυνάμεις επιστροφής στους περιστρεφόμενους τροχούς. Έχουν σταθεροποιητική επίδραση στην ικανότητα κίνησης.

### 7.3. Συστήματα ανάρτησης τροχών

Οι αναρτήσεις των τροχών είναι ο τρόπος με τον οποίο συνδέονται οι τροχοί με το αμάξωμα του οχήματος. Αυτές πρέπει να απορροφούν τις υψηλές στατικές δυνάμεις (βάρος) και τις δυναμικές δυνάμεις κίνησης (φρενάρισμα, πλευρικές).

Η γεωμετρία του τροχού θα μπορούσε να αλλάξει λίγο ή με τον επιθυμητό τρόπο όταν τα ελατήρια στους άξονες συμπιέζονται, προκειμένου να παρέχουν ένα μεγάλο βαθμό ασφαλείας οδήγησης και άνεσης με μικρή φθορά των ελαστικών. Οι βραχίονες ανάρτησης καθοδηγούν τους τροχούς και μεταφέρουν τις δυνάμεις ελατηρίου και απόσβεσης.

Υπάρχουν διάφορες δομές βραχιόνων ανάρτησης ανάλογα με τις δομικές απαιτήσεις και ανάγκες του οχήματος.

- Σύνδεσμοι δύο σημείων
- Σύνδεσμοι τριών σημείων
- Σύνδεσμοι τεσσάρων σημείων

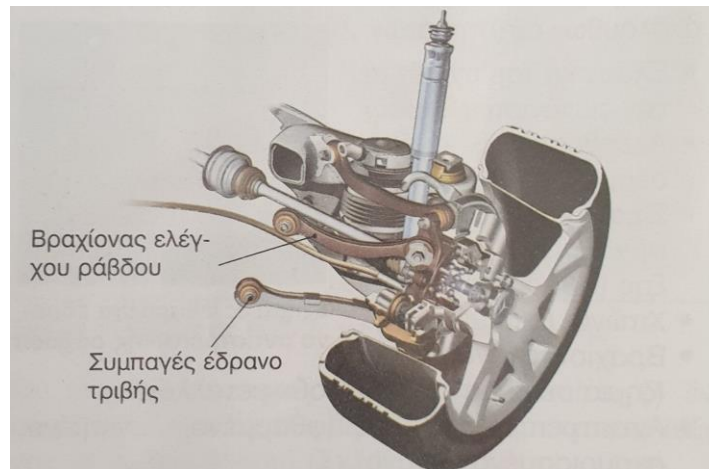


Figure 35 Σύνδεσμος δύο σημείων.

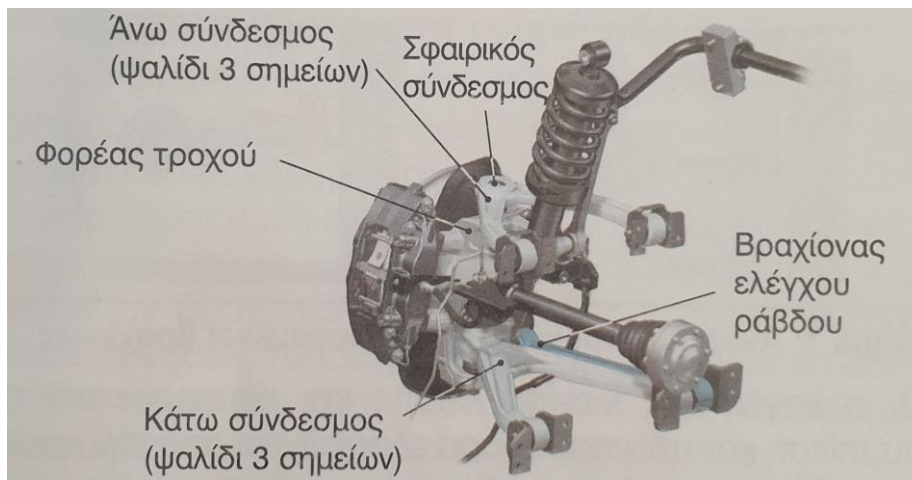


Figure 36 Συνδεσμος τριών σημείων.

### Βραχίονες πολλαπλών συνδέσμων

Στην περίπτωση βραχιόνων πολλαπλών συνδέσμων, οι βραχίονες - ράβδοι ελέγχου διατάσσονται ελεύθερα στο χώρο και συνδέουν τον τροχό με το υποπλαίσιο. Η πίσω ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων αναπληρώνει τα ελαστικά σφάλματα του συστήματος διεύθυνσης (Fig 37). Σε αυτή την περίπτωση, το σημείο τομής της κεντρικής γραμμής του βραχίονα ανάρτησης βρίσκεται έξω από το μέσο επίπεδο του τροχού, ούτως ώστε ο τροχός, για παράδειγμα με τη δράση αρνητικών κινητικών δυνάμεων, κατευθύνεται ακριβώς τόσο μακριά προς τα έξω (ροπή διεύθυνσης  $M_2$ , όπως κατευθύνεται και προς τα μέσα από το ελαστικό σφάλμα του συστήματος διεύθυνσης ροπή διεύθυνσης  $M_1$ ).

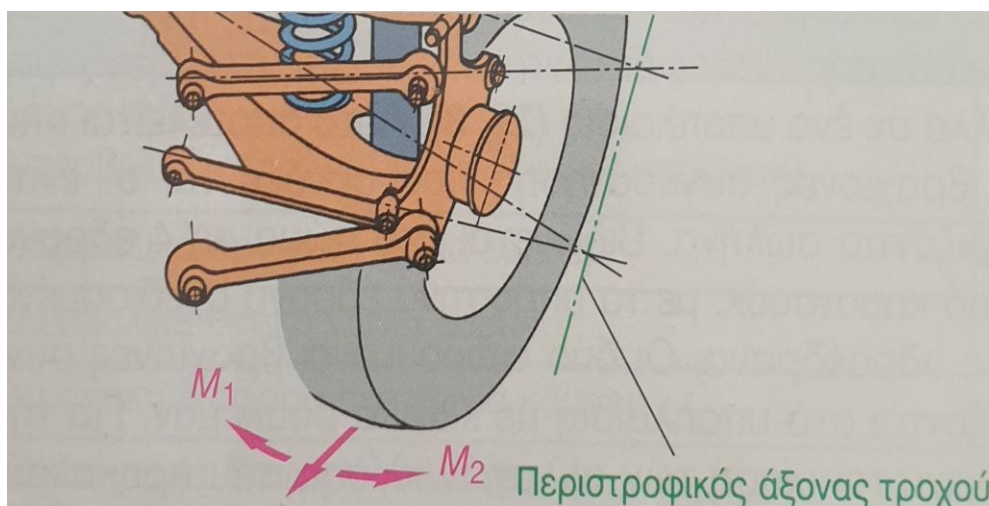


Figure 37 Καμπύλη κεντρικής γραμμής βραχίονα ανάρτησης( πίσω ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων).

### Κινηματική πίσω ανάρτησης πολλαπλών συνδέσμων

Οι σημαντικοί παράγοντες για την ικανότητα οδήγησης είναι κυρίως οι αλλαγές σύγκλισης και γωνίας κάμπερ., καθώς καθορίζουν την επίδραση της αυτό-διεύθυνσης του οχήματος. Αν υπάρχουν αλλαγές στη γωνία κλίσης, μια πλευρική δύναμη δημιουργείται που διαταράσσει την σταθερότητα ευθείας λειτουργίας. Το Fig 38 απεικονίζει ότι η αλλαγή της γωνίας κλίσης κατά τη συμπίεση ή επαναφορά είναι σχεδόν μηδενική. Οι αλλαγές της γωνίας κάμπερ στη μέση ζώνη της στροφής σε ευθεία διαδρομή πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερες, προκειμένου να μη δημιουργηθούν μεγάλες πλευρικές δυνάμεις. Μια αρνητική γωνία κάμπερ προκύπτει από τη συμπίεση κατά την κίνηση σε γωνία, γεγονός που βελτιώνει την πλευρική καθοδήγηση.

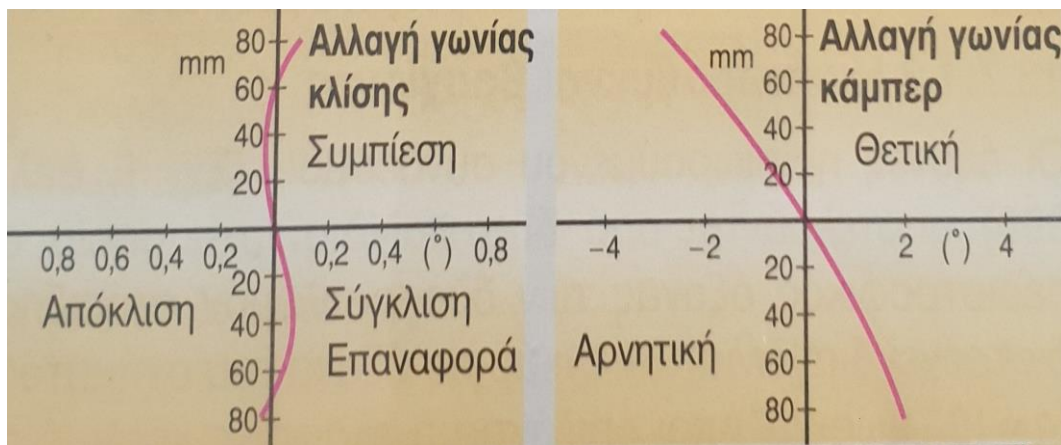


Figure 38 Αλλαγές σε σύγκλιση και γωνία κάμπερ.

### Ελαστοκινηματική των αξόνων

Η ελαστοκινηματική των αξόνων είναι το αποτέλεσμα των εδράνων. Συμπαγή ιξώδεις έδρανα φτιαγμένα από καουτσούκ και μέταλλο χρησιμοποιούνται για να παρέχουν ένα μεγάλο βαθμό άνεσης με καλή απόσβεση.

### Ελαστικά σφάλματα συστήματος διεύθυνσης (Fig 39).

Η γωνία διεύθυνσης είναι το αποτέλεσμα κινητικής δύναμης . ενώ ο πίσω βραχίονας ελέγχου ράβδου τεντώνεται και επιμηκύνεται ελαφρώς λόγω της ελαστικής ανάρτησης, ο μπροστινός βραχίονας-ράβδος τίθεται υπό πίεση οδηγώντας σε μικρή σμίκρυνση. Ο τροχός στρέφεται στην κατεύθυνση της διαδρομής οδηγώντας σε ανακριβή έλεγχο των τροχών.

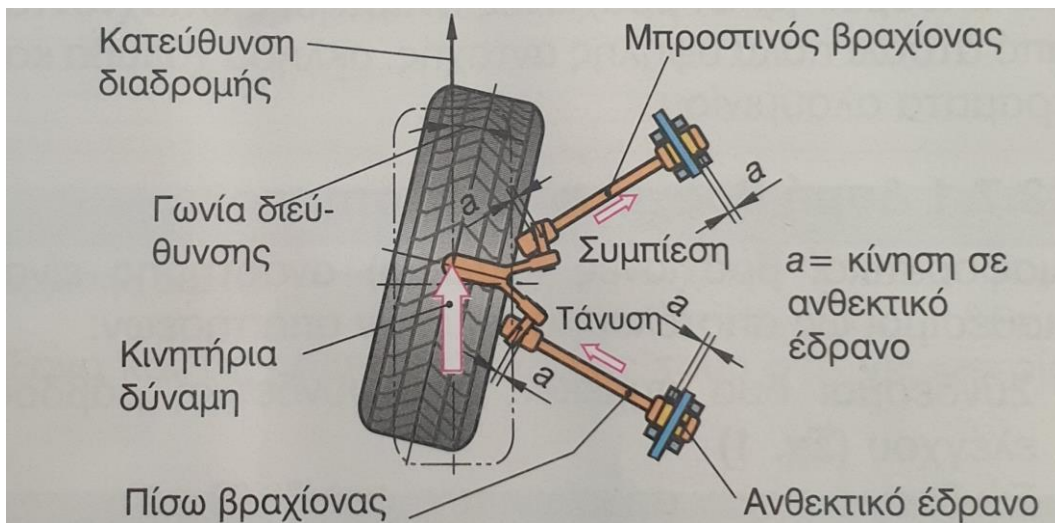


Figure 39 Παραγωγή γωνίας διεύθυνσης.

## 7.4. Άξονες

Οι ακόλουθοι τύποι άξονα χρησιμοποιούνται

**Σταθεροί άξονες**, οι δύο τροχοί συνδέονται μεταξύ τους από ένα σώμα άξονα. Σε σταθερούς άξονες, δεν υπάρχει αλλαγή στην κλίση ή στη γωνία κάμπερ κατά τη συμπίεση και την επαναφορά ενός τροχού, γεγονός που μειώνει την τριβή του ελαστικού. Όταν το όχημα οδηγείται πάνω από ένα εμπόδιο στη μία πλευρά, ολόκληρος ο άξονας κλίνει και η γωνία κάμπερ των τροχών αλλάζει.

**Ανεξάρτητη ανάρτηση**, οι τροχοί συνδέονται σε ένα υποπλαίσιο ή στο αμάξωμα μέσω βραχιόνων ανάρτησης (ψαλίδια). Σε ανεξάρτητα συστήματα αναρτήσεων, η συμπίεση και η επαναφορά ενός τροχού δεν επηρεάζει τους άλλους τροχούς. Η γεωμετρία του τροχού αλλάζει ανάλογα με τη διάταξη του βραχίονα ελέγχου κατά τη συμπίεση και την επαναφορά. Η μάζα των τμημάτων χωρίς ελατήρια μπορεί να κρατηθεί μικρή.

**Ημιάκαμπτοι άξονες**, οι τροχοί συνδέονται άκαμπτα μεταξύ τους με μία στρεπτικά εύκαμπτη τραβέρσα. Ένα ημιάκαμπτος άξονας δρα όπως ένας σταθερός άξονας, αν οι δύο τροχοί συμπιέζονται ταυτόχρονα και όπως την ανεξάρτητη ανάρτηση τροχού αν συμπιέζονται σε διαφορετικούς χρόνους.

**Ανεξάρτητα συστήματα ανάρτησης** Διπλά ψαλίδια ανάρτησης δύο στοιβαγμένοι βραχίονες ελέγχου συνδέονται ο καθένας μέσω ενός σφαιρικού συνδέσμου στο ακραζόνιο. Οι αλλαγές στη γωνία κάμπερ και κλίσης μπορούν να ελεγχθούν κατά τη συμπίεση και επαναφορά από το μήκος των μεμονωμένων βραχιόνων ελέγχου. Οι βραχίονες ελέγχου είναι συνήθως τύπου ψαλιδιού, προκειμένου να αυξηθεί η ακαμψία στην κατεύθυνση της διαδρομής. Οι βραχίονες συνήθως ασφαλίζονται στο αμάξωμα με δύο έδρανα.

**Βραχίονες ελέγχου διαφορετικού μήκους**. Ο ανώτερος βραχίονας ελέγχου είναι πάντα κοντότερος από τον κατώτερο. Αυτό οδηγεί σε μια αρνητική γωνία κάμπερ και μικρή αλλαγή της γωνίας κλίσης κατά τη συμπίεση και την επαναφορά, γεγονός που βελτιώνει τη σταθερότητα κατά την κίνηση και την περιστροφή.

**Βραχίονες ελέγχου ίσου μήκους** (παραλληλόγραμμο σχήμα). Η γωνία κάμπερ δεν αλλάζει κατά τη συμπίεση και την επαναφορά, όμως το μετατρόχιο αλλάζει.

## 7.5. Ελατήρια-Αποσβεστήρες

### Σκοπός των ελατηρίων

Τα ελατήρια μαζί με την απόσβεση έχουν σκοπό την παραλαβή των ωθήσεων του οδοστρώματος και την μετατροπή τους σε ταλαντώσεις, καθώς και την διαρκή επαφή των ελαστικών με το οδόστρωμα.

Κανένα οδόστρωμα δεν είναι τελείως επίπεδο. Έτσι, οι τροχοί ενός αυτοκινήτου πρέπει εκτός από την περιστροφική κίνηση να εκτελούν και κινήσεις πάνω- κάτω. Αν το αυτοκίνητο έχει κάποια ταχύτητα, αυτές οι καταπονήσεις γίνονται σε εξαιρετικά μικρό χρόνο και οι δημιουργούμενες επιταχύνσεις είναι πολλαπλάσιες της βαρύτητας. Αυτό προκαλεί μεγάλες κρουστικές δυνάμεις επάνω στο αυτοκίνητο, οι οποίες είναι μεγαλύτερες αν η αδράνεια είναι μεγαλύτερη.

Τα (αμορτισέρ) έχουν σημασία για:

- **Την άνεση στο ταξίδι:** Οι ταλαντώσεις του αμαξώματος μετριάζουν τις επιπτώσεις που μπορούν να προκαλέσουν τραυματισμούς στους επιβάτες και προστατεύουν τα ευπαθή φορτία.
- **Την ασφάλεια στην κίνηση:** Αν οι ανωμαλίες του εδάφους είναι μεγάλες, μπορούν να οδηγήσουν το αυτοκίνητο σε απώλεια της επαφής με το έδαφος, Αν οι τροχοί είναι στον αέρα, δεν μπορεί να γίνει μεταφορά δύναμης π.χ. δύναμη πέδησης ή δύναμη κίνησης και επομένως δεν υπάρχει έλεγχος της κίνησης από τον οδηγό.
- **Συμπεριφορά στις στροφές:** Όταν στις στροφές το αυτοκίνητο έχει μεγάλη ταχύτητα, τότε οι εσωτερικοί τροχοί έχουν μικρότερη πρόσφυση στο οδόστρωμα γεγονός που οδηγεί σε ελάττωση της πλευρικής δύναμης. Για να εμποδίσουμε το αυτοκίνητο να βγει από την τροχιά του, πρέπει τα ελατήρια μαζί με τους αποσβεστήρες (αμορτισέρ) και την αντιστρεπτική δοκό να εξασφαλίζουν τη συνεχή πρόσφυση των τροχών.

Τα ελατήρια είναι τοποθετημένα μεταξύ των αξόνων και του αμαξώματος. Η δράση των ελατηρίων υποβοηθείται από τα ελαστικά. Πρόσθετα ελατήρια, που είναι μόνο για την άνεση των επιβατών, υπάρχουν και στα καθίσματα των επιβατών.

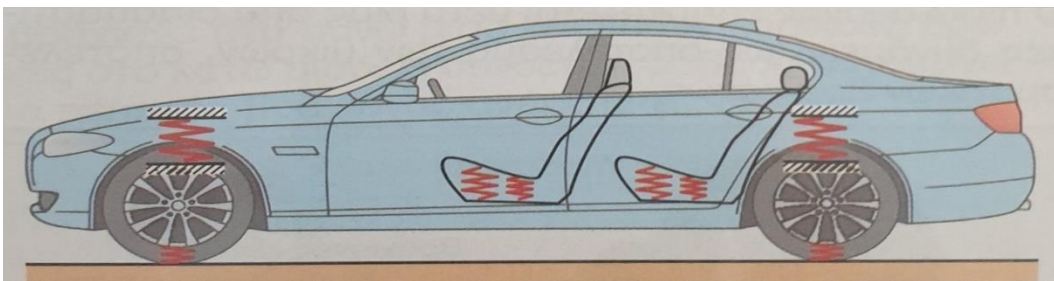


Figure 40 Ελατήρια ενός επιβατικού αυτοκινήτου.

## Εγκάρσια ελαστικότητα

Αυτή η κίνηση επαναλαμβάνεται έως ότου η κινητική ενέργεια μετατραπεί σε θερμότητα λόγω μηχανισμών απόσβεσης όπως η τριβή (Figure 41).

Εγκάρσια ελαστικότητα: Οι ωθήσεις που προέρχονται από ανωμαλίες του οδοστρώματος δεν ενεργούν μόνο κατακόρυφα, αλλά σε μικρή έκταση πλευρικά προς το αυτοκίνητο. Η ανάρτηση λοιπόν, πρέπει να είναι αποτελεσματική και προς αυτήν τη διεύθυνση. Αυτή την εγκάρσια ελαστικότητα αναλαμβάνουν τα ελαστικά των τροχών και κατά ένα μέρος τα ελαστικά έδρανα για την ανάρτηση και οδήγηση του συστήματος των τροχών.

## Τρόπος λειτουργίας των ελατηρίων

Με τα ελατήρια το αυτοκίνητο γίνεται ένα ταλαντούμενο σύστημα με μια ιδιοσυχνότητα που καθορίζεται από το βάρος του αυτοκινήτου και το είδος όλων των ελατηρίων και αποσβεστήρων.

Επειδή, εκτός των ωθήσεων του οδοστρώματος, επιδρούν στο αυτοκίνητο και άλλες δυνάμεις (κινητήριες δυνάμεις πέδησης, δυνάμεις ανεμόπτωσης, φυγόκεντρες δυνάμεις) θα εμφανισθούν κινήσεις και ταλαντώσεις στη διεύθυνση και των 3 αξόνων του οχήματος (Fig 41)



Figure 41 Είδη ταλαντώσεων στο αυτοκίνητο.

## Ταλαντώσεις

Οι τροχοί ενός αυτοκινήτου που περνά πάνω από ένα εμπόδιο, οι τροχοί καθώς και το αμάξωμα, αρχίζουν να ταλαντώνονται. Με την κίνηση του τροχού προς τα πάνω, το ελικοειδές ελατήριο συμπιέζεται, και η δύναμη του ελατηρίου επιταχύνει το αμάξωμα κατακόρυφα προς τα πάνω. Η κίνηση αυτή του αμαξώματος ανακόπτεται από το διαστελλόμενο ελατήριο και έτσι το αμάξωμα φθάνει στο ανώτατο σημείο, όπου αρχίζει η αναστροφή της κινήσεώς του. Με το βάρος του, το αμάξωμα επιταχύνεται προς τα κάτω, υπερβαίνοντας την αρχική θέση ηρεμίας του. Τώρα αρχίζει η συμπίεση του ελατηρίου (υπόταση) και η αναπτυσσόμενη δύναμη του ελατηρίου ανακόπτει πάλι την κίνηση του αμαξώματος, η οποία αναστρέφεται στο κατώτατο σημείο.

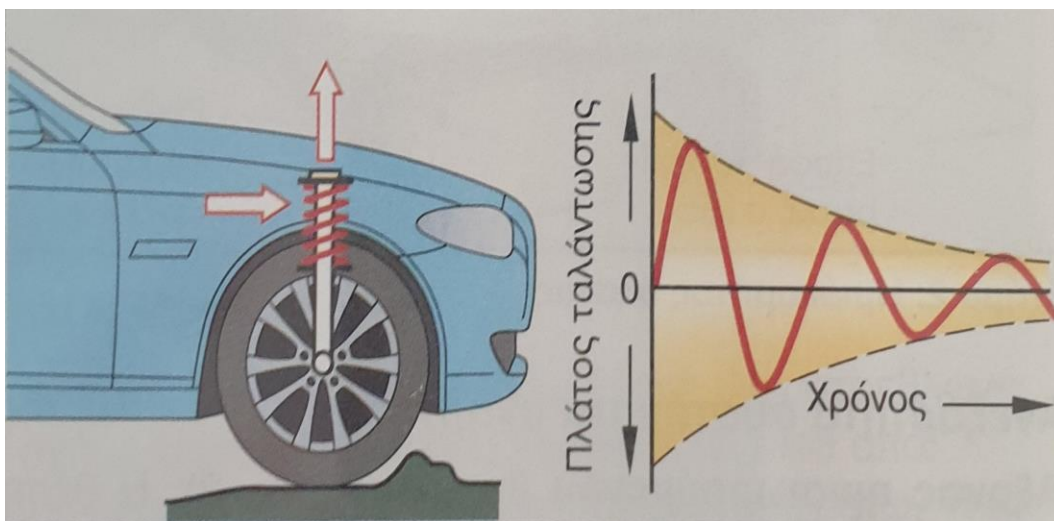


Figure 42 Απόκριση σε ταλάντωση με απόσβεση.

### Συντονισμός

Συντονισμός αποτελεί ένα φαινόμενο κατά το οποίο σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα της διέγερσης ισούται με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος με αποτέλεσμα να μεγιστοποιείται το πλάτος της ταλάντωσης και το σύστημα να έχει τη μέγιστη δυνατή ενέργεια. Σε ένα όχημα αυτό μπορεί να συμβεί κατά τη διάρκεια οδήγησης πάνω από διαδοχικές ανωμαλίες ίσης απόστασης με σταθερή ταχύτητα. Η ταλάντωση μπορεί να συνεχιστεί με αυξανόμενο πλάτος σε αυτές τις περιπτώσεις.

### Συχνότητα

Αυτή είναι ο αριθμός των ταλαντώσεων ανά δευτερόλεπτο. Επειδή το αμάξωμα δεν ταλαντώνεται τόσο γρήγορα, δηλώνεται ο αριθμός των ταλαντώσεων ανά λεπτό (αριθμός ταλαντώσεων, τοποθετήσει κανείς μεταξύ των δύο μαζών έναν από αριθμός ταλαντώσεων αμαξώματος). Η μεγάλη μάζα και το μαλακό ελατήριο δίνουν μικρή συχνότητα και μεγάλη διαδρομή του ελατηρίου.

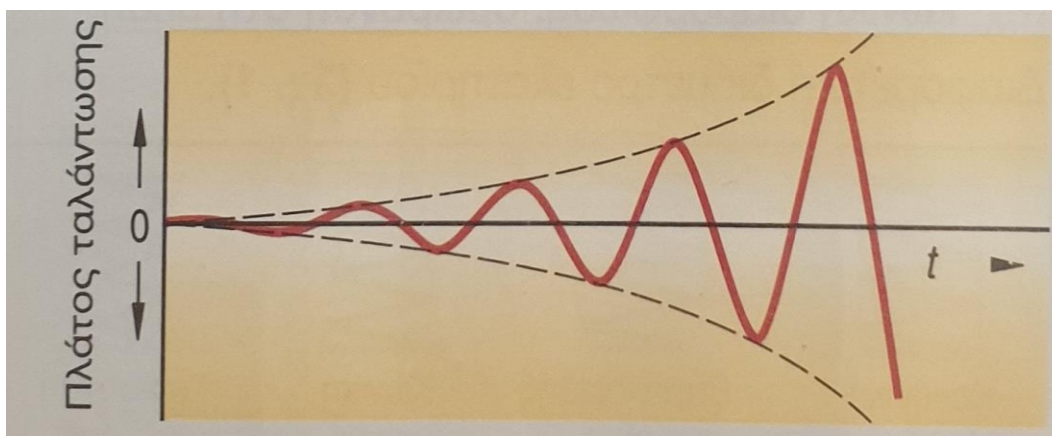


Figure 43 Ταλάντωση οχήματος με συντονισμό.

**Σταθερά του ελατηρίου.** Δηλώνει τις ιδιότητες του ελατηρίου (σκληρό, μαλακό). Για τον έλεγχο ή τη σύγκριση των ελατηρίων, αυτά φορτίζονται και μετριέται η αντίστοιχη μεταβολή τους μήκους τους. Το πηλίκο της δύναμης  $F$  προς τη διαδρομή  $s$ , ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου  $C$  και εκφράζεται σε  $N/m$  ή  $N/mm$  ή  $kgf/m$ .

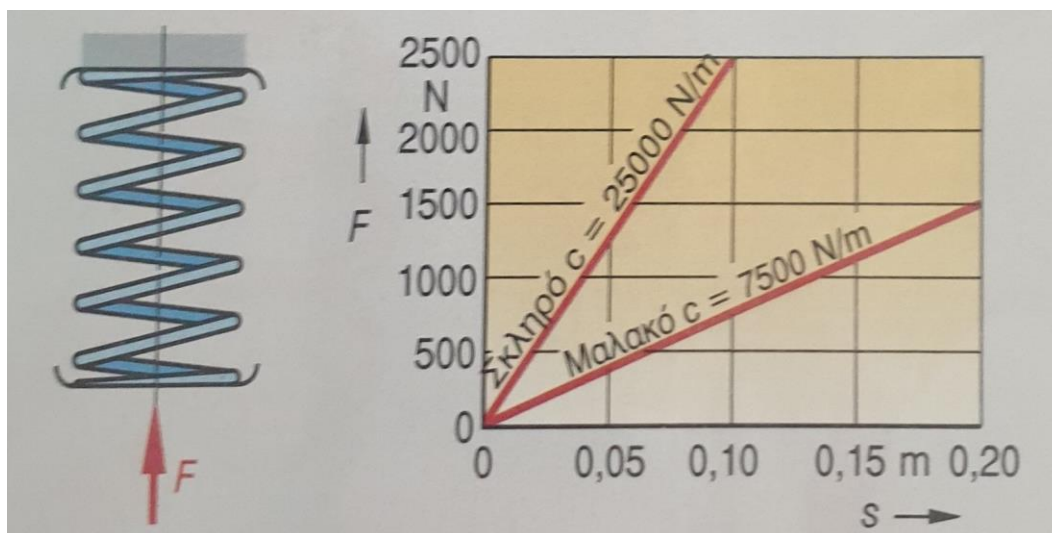


Figure 44 Γραμμική χαρακτηριστική καμπύλη ελατηρίου.

**Χαρακτηριστικά του ελατηρίου.** Αν η σταθερά παραμένει σταθερή σε όλη τη διαδρομή, όπως π.χ. σε ένα κανονικό ελικοειδές ελατήριο, τότε η χαρακτηριστική καμπύλη του ελατηρίου αυτού είναι μια ευθεία γραμμή (Fig 44). Αν η σταθερά αυξάνεται, με την αύξηση της διαδρομής όπως π.χ. με τα πεπλατυσμένα (σούστες) ή τα κωνικά ελικοειδή ελατήρια, τότε η γραμμή είναι καμπύλη. Το ελατήριο έχει προοδευτική χαρακτηριστική καμπύλη (Fig 45).

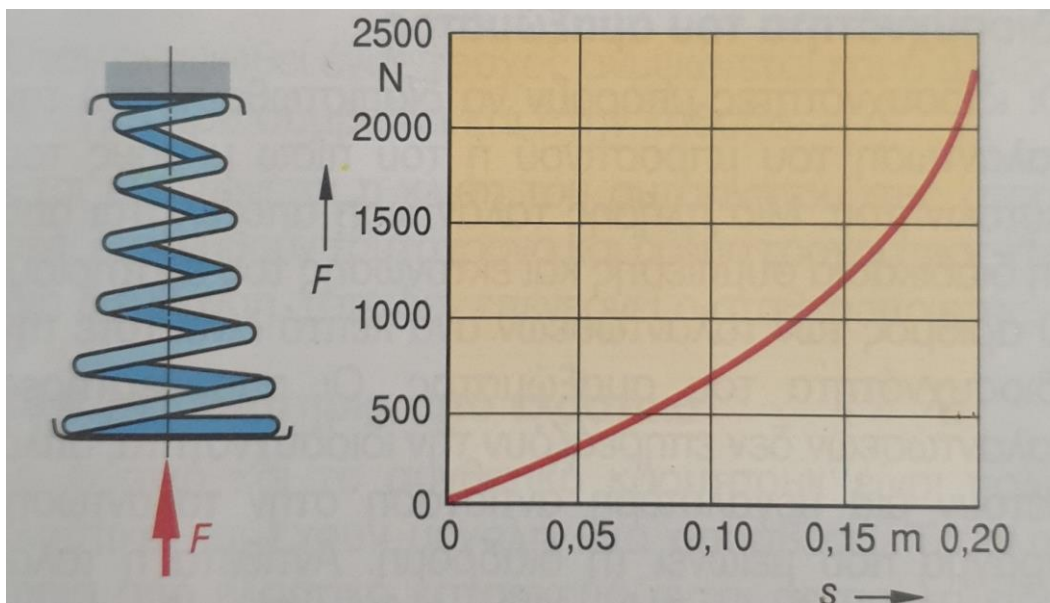


Figure 45 Προοδευτική χαρακτηριστική καμπύλη ελατηρίου.

### Αναρτημένη και μη αναρτημένη μάζα( Σύστημα δύο βαθμών ελευθερίας)

Στα αυτοκίνητα διακρίνουμε αναρτημένες μάζες (αμάξωμα και φορτίο) και μη αναρτημένες μάζες(τροχοί με τύμπανα φρένων ή δισκόφρενα, τμήματα της ανάρτησης των τροχών).Αυτές οι διαφορετικές μάζες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους με τα ελατήρια (ζεύξη). Αυτό σημαίνει ότι κάθε μια μάζα επηρεάζει και τις άλλες, ώστε τελικά να ταλαντώνονται όλες, αλλά με διαφορετική συχνότητα η κάθε μια (Fig 46). Αν τοποθετήσει κανένας μεταξύ των δύο μαζών ένα αποσβεστήρα των ταλαντώσεων (αμορτισέρ) αυτών, τότε το πλάτος της ταλάντωσης θα γίνει μικρότερο και η ταλάντωση θα σταματήσει γρηγορότερα. Επίσης αυτός ο πρόσθετος βαθμός ελευθερίας στο σύστημα μεταβάλλει την απόκριση της αναρτημένης μάζας οδηγώντας σε απομόνωση από τους κραδασμούς του οδοστρώματος.

Αν ένα αυτοκίνητο περάσει επάνω από μία υπερύψωση (εξόγκωμα) του δρόμου με μεγάλη ταχύτητα, αρχικά το αμάξωμα λόγω της μεγάλης του μάζας θα παραμείνει σταθερό. Ο τροχός με τη μικρή του μάζα, σε σχέση με το αμάξωμα, θα επιταχυνθεί προς τα επάνω με ταυτόχρονη συστολή του ελατηρίου. Στο αμάξωμα ενεργεί μόνο το υπόλοιπο της δύναμης του ελατηρίου, που αντιστοιχεί στην ανωμαλία. Στην άλλη πλευρά της υπερύψωσης, ο τροχός επιταχύνεται προς τα κάτω από το προεντεταμένο ελατήριο. Μόνο η εκτόνωση φορτίου του ελατηρίου που αντιστοιχεί στην πρόσκρουση ασκείται στο αμάξωμα.

Αν η δύναμη από τον τροχό είναι μεγαλύτερη από την ελατήρια αρχική τάνυση του ελατηρίου, ο τροχός χάνει πρόσφυση στο οδόστρωμα για μικρό χρονικό διάστημα, καθώς η αρχική τάνυση του ελατηρίου είναι ανεπαρκής να κινήσει τον τροχό προς τα κάτω αρκετά γρήγορα.

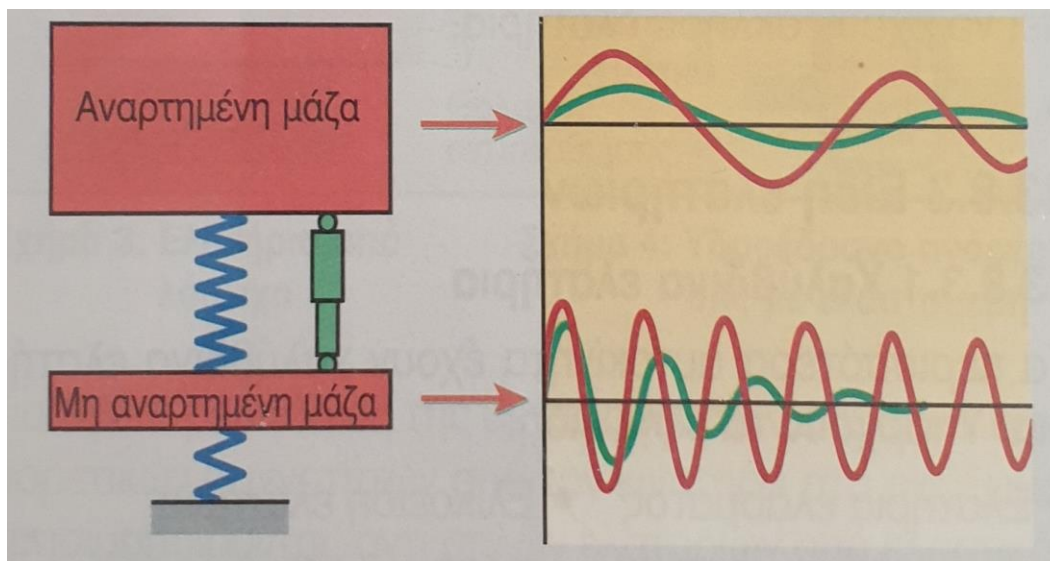


Figure 46 Εξέλιξη ταλάντωσης κατά την κίνηση σε ανωμαλία.

Τυπικές τιμές ιδιοσυχνοτήτων για διάφορα οχήματα

0,5-1,0Hz - Επιβατικά αυτοκίνητα, τυπικό OEM

1.0-1.5Hz – Σπορ αυτοκίνητα

1,5-2,0Hz - Αυτοκίνητα ράλι

1,5-2,5 Hz – Αυτοκίνητα αγωνιστικά με μέτριο downforce

2,5-3,5 Hz - Μέτρια αγωνιστικά αυτοκίνητα με downforce έως και 50% συνολικό βάρος σε μέγιστη δύναμη

## 7.6. Στόχοι δυναμικής μελέτης ενός οχήματος

Κάθε όχημα απαιτεί τα ακόλουθα επιθυμητά χαρακτηριστικά κατά την οδήγηση:

- Καλό κράτημα ελαστικών σε όλες τις συνθήκες λειτουργίας
- Καλή σταθερότητα κατά τις στροφές, δηλαδή το όχημα ακολουθεί εύκολα τη στροφή
- Γρήγορη απόκριση στις εισόδους διεύθυνσης
- Μικρές διακυμάνσεις φορτίου τροχού λόγω ελλειψών του οχήματος και τραχύτητας του δρόμου

Ο χειρισμός και το φρενάρισμα είναι σημαντικά συστατικά της ασφάλειας του οχήματος, επειδή οι γρήγοροι ελιγμοί χρησιμοποιούνται μερικές φορές σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης. Τα ατυχήματα ανατροπής οχημάτων αντιπροσωπεύουν μόνο το 3% των ατυχημάτων, ωστόσο, αποτελούν το 31% όλων των θανάτων. Επομένως, η απόδοση του οχήματος σε αυτές τις καταστάσεις πρέπει να γίνει καλά κατανοητή.

Η οδήγηση και η άνεση περιλαμβάνουν αυτά τα χαρακτηριστικά:

- Καλές ιδιότητες ανάρτησης και απόσβεσης για φιλτράρισμα των οδικών διαταραχών

- Ελάχιστο κούνημα στην ανάρτηση και στο σύστημα διεύθυνσης λόγω ανισορροπίας των ελαστικών
- Ευκολία οδήγησης για στάθμευση και ελιγμούς
- Καλή συμπεριφορά NVH όπως χαμηλό θόρυβο.

Οι είσοδοι που επηρεάζουν σημαντικά τη δυναμική ενός οχήματος είναι:

- Δύναμη ελαστικών λόγω αλληλεπίδρασης με το δρόμο
- Συμπεριφορά οδηγού κατά το φρενάρισμα, την επιτάχυνση, το τιμόνι και τη ρύθμιση ταχυτήτων
- Αεροδυναμικές δυνάμεις όπως αεροδυναμική αντίσταση, η άντωση και διασταυρούμενες δυνάμεις

Αυτές οι είσοδοι λειτουργούν μέσω του συστήματος ανάρτησης στο πλαίσιο και τελικά στον οδηγό. Καθορίζουν τη συμπεριφορά του οχήματος καθώς επιταχύνει, φρενάρει και στρίβει μέσα από ένα ευρύ φάσμα ταχυτήτων και τύπων δρόμων.

Κατά την ανάλυση του χειρισμού(handling) στην αυτοκινητοβιομηχανία, ορισμένα ζητήματα που συνήθως εξετάζονται είναι:

- Διαδρομή της ανάρτησης κατά τη διάρκεια τυπικών ελιγμών για αποφυγή της αναπήδησης .
- Επίδραση της θέσης των τροχών και μεταξόνιου σε πλάγια μεταφορά βάρους, αλλά και εμπρός-πίσω.
- Απόδοση συστήματος διεύθυνσης, συμπεριλαμβανομένης της δύναμης διεύθυνσης, μετάδοσης φορτίων δρόμου στο τιμόνι και σχεδίασης υποσυστήματος υδραυλικού τιμονιού.
- Κατανομή βάρους, ειδικά η θέση του κέντρου βάρους της αναρτώμενης μάζας που μπορεί να επηρεάσει τη συμπεριφορά διεύθυνσης και τη σταθερότητα του οχήματος κατά τη στροφή.
- Ηλεκτρονικός έλεγχος ευστάθειας για τον εντοπισμό και τη διόρθωση της απώλειας του συστήματος διεύθυνσης με επιλεκτική πέδηση των τροχών.
- Ευελιξία του πλαισίου και τα αποτελέσματά του στη συμπεριφορά χειρισμού.

## 8. ΌΧΗΜΑ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΘΗΚΕ



Figure 47 Όψη οχήματος 1.

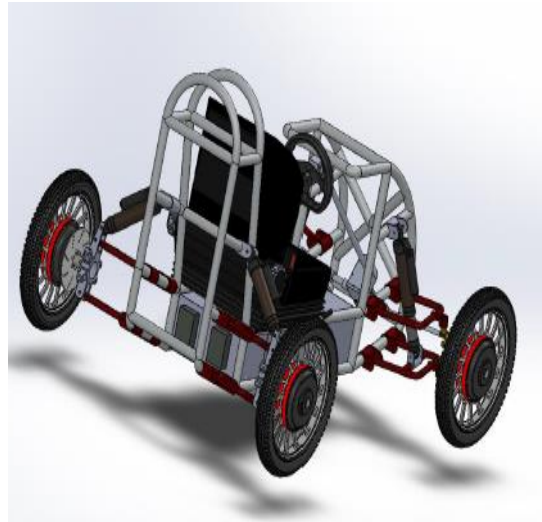


Figure 48 Όψη οχήματος 2.

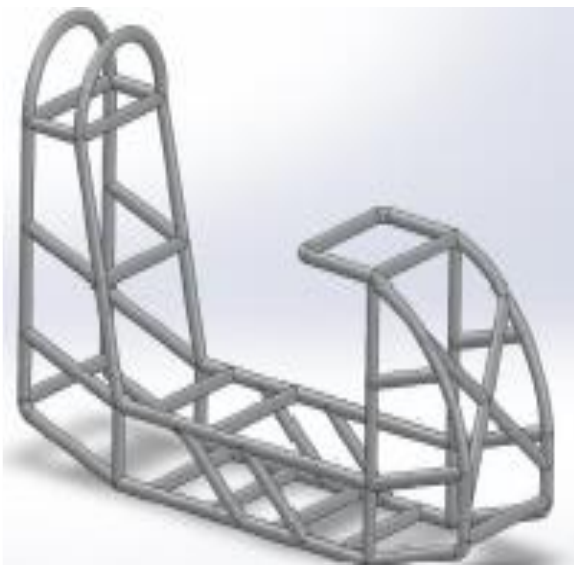


Figure 49 Όψη υποπλαισίου.

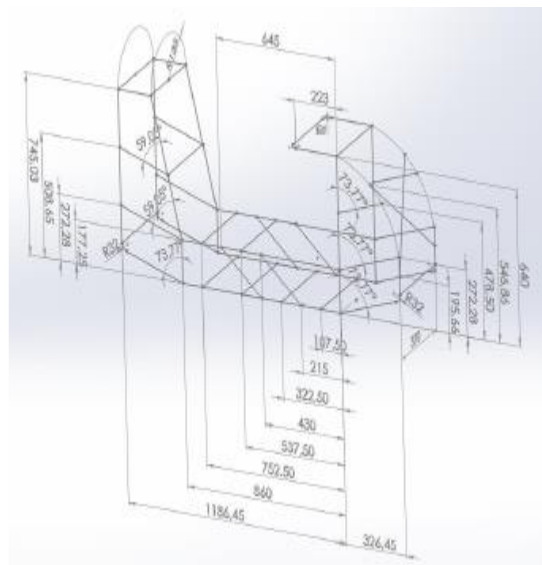


Figure 50 Σκαρίφημα υποπλαισίου.

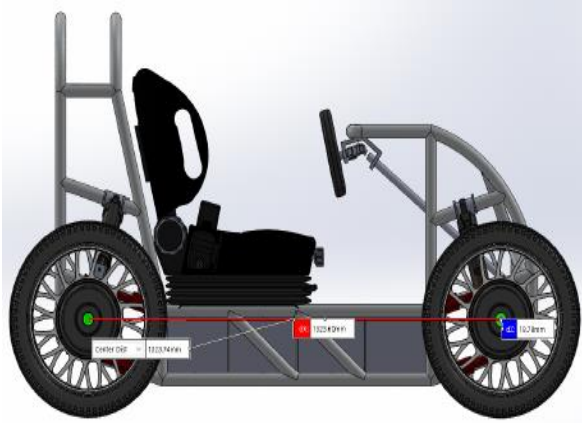


Figure 51 Μεταξόνιο οχήματος.

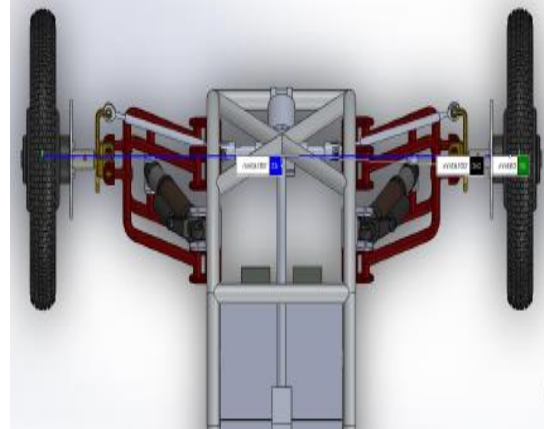


Figure 52 Μετατρόχιο οχήματος.

Το όχημα που μελετήθηκε στην παρούσα διπλωματική βασίστηκε στο μοντέλο και στο σασί που δημιουργήθηκαν από τον συμφοιτητή Αχιλλέα Χειμωνίδη για τη διπλωματική του εργασία με τίτλο «Σχεδίαση και Ανάλυση Τετρακίνητου Ηλεκτρικού Οχήματος» κατά το έτος 2018. Το όχημα σχεδιάστηκε εξ αρχής με σκοπό να παρουσιάσει την τεχνολογία της ηλεκτροκίνησης και τα πλεονεκτήματα που αυτή φέρει χρησιμοποιώντας τα για να δημιουργήσει ένα μονοθέσιο τετρακίνητο όχημα για χρήση εντός και εκτός δρόμου.

Το όχημα φέρει τέσσερις σύγχρονους ηλεκτροκινητήρες συνεχούς ρεύματος με απευθείας μετάδοσης στους τροχούς επιτυγχάνοντας έτσι κίνηση και στους τέσσερις τροχούς ταυτόχρονα χωρίς την ανάγκη για ύπαρξη αξόνων μετάδοσης, κιβωτίων ταχυτήτων και περίπλοκων συστημάτων ελέγχου. Η ανάρτηση αποτελείται από σύστημα πολλαπλών συνδέσμων με άνω και κάτω ψαλίδια. Φέρει τέσσερις μπαταρίες μολύβδου συνολικού βάρους 128 κιλών. Το υποπλαίσιο αποτελείται από σωληνώσεις χάλυβα και ζυγίζει 66 κιλά.

Για αυτή τη διπλωματική εργασία έγινε πλήρης ανάλυση και ανασχεδιασμός των αναρτήσεων αλλά και του συστήματος διεύθυνσης κρατώντας ως βασικό στοιχείο το υποπλαίσιο στο οποίο έγινε μελέτη των φορτίων για διάφορα σενάρια.

## 8.1. Μοντέλο MBS

Το γενικό μοντέλο του οχήματος που έγινε αποτελείται από 182 σημεία που ορίζουν τα κέντρα βάρους των σωμάτων, τον τρόπο σύνδεσης τους μεταξύ τους, κέντρα συστημάτων συντεταγμένων κ.α., 44 άκαμπτα σώματα, 1 εύκαμπτο σώμα, 248 γραφικά στοιχεία, 547 συστήματα συντεταγμένων, 27 έδρανα, 4 ελατήρια, 4 αποσβέστες, 1 συζεύκτη, συνολικά 47 συνδέσμους (compliant και μη) όπου είναι 12 σφαιρικοί σύνδεσμοι, 7 πακτώσεις, 6 κυλινδρικοί σύνδεσμοι, 2 μεταφορικοί σύνδεσμοι, 7 universal σύνδεσμοι, 10 inline primitives και 3 κοινής κίνησης συνδέσμους, 4 επαφές, πίνακες δεδομένων, εξόδους και πολλά άλλα στοιχεία.

Το μοντέλο σχεδιάστηκε ως επιμέρους υποσυστήματα και έπειτα δημιουργήθηκε ένα συναρμολόγημα από αυτά. Τα υποσυστήματα που το αποτελούν είναι η εμπρός και πίσω ανάρτηση, το σύστημα διεύθυνσης και το υποπλαίσιο.

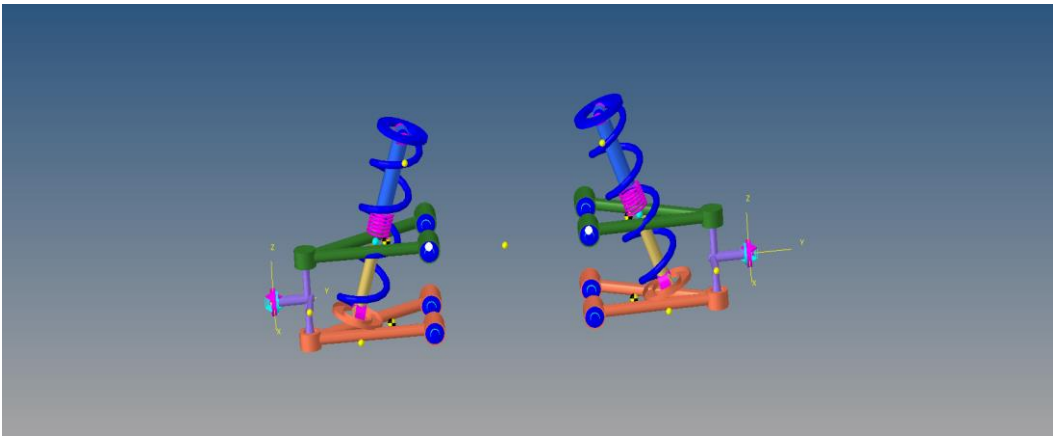


Figure 53 Υποσύστημα της εμπρός ανάρτησης.

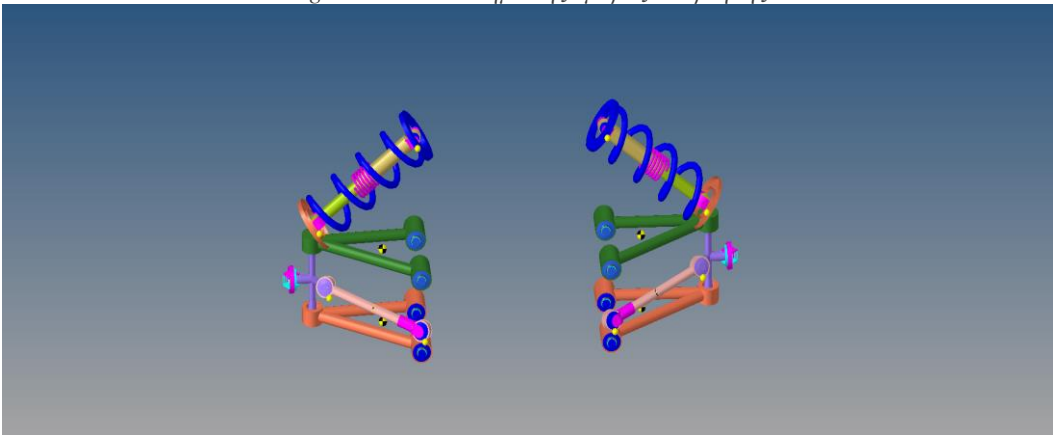


Figure 54 Υποσύστημα της πίσω ανάρτησης.

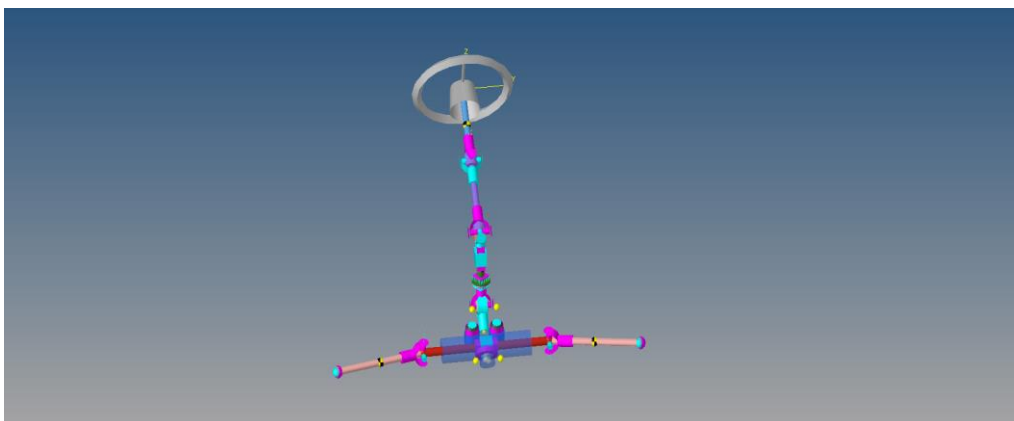


Figure 55 Υποσύστημα του συστήματος διεύθυνσης.

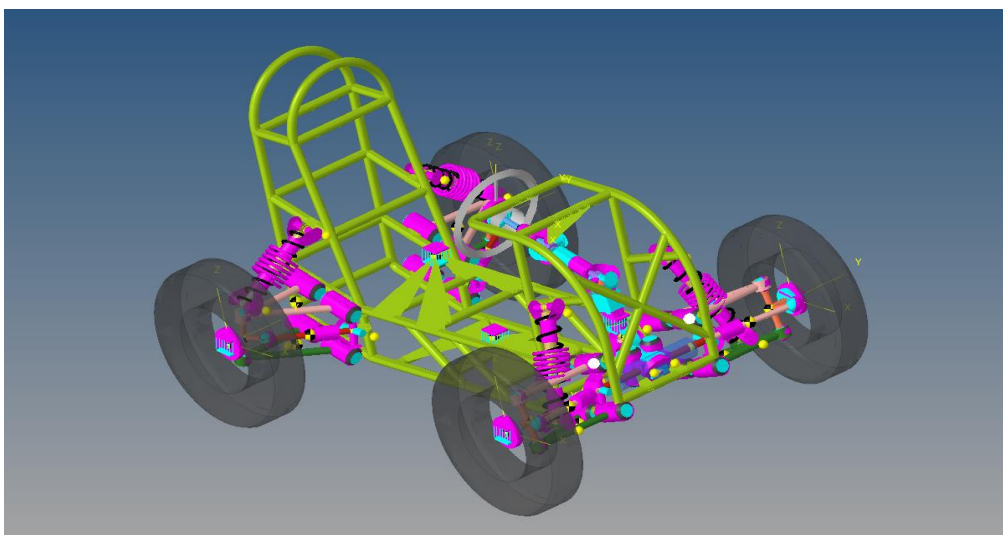
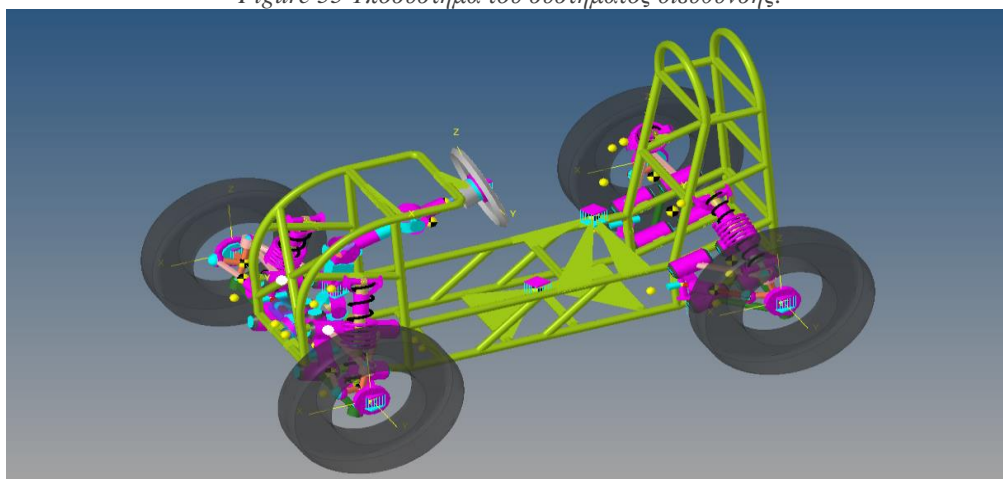


Figure 56 Όψεις του συναρμολογήματος του μοντέλου του οχήματος.

## 8.2. Εύκαμπτο υποπλαίσιο

Η δημιουργία του υποπλαισίου και ο ορισμός του ως εύκαμπτο σώμα απαιτεί τη μετατροπή του σε πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων και τον ορισμό των κόμβων σύνδεσης του με τα άλλα σώματα. Η διεργασία αυτή έγινε στο pre processor λογισμικό για FEA της Altair Hyperworks.

Αρχικά φορτώθηκε η γεωμετρία του υποπλαισίου που είχε δημιουργηθεί, έπειτα καθώς το πλαίσιο αποτελείται από δομικά μέρη σταθερού πάχους έγινε η εξαγωγή της μέσης επιφάνειας των δομικών στοιχείων και μετέπειτα δημιουργήθηκε ένα πλέγμα 2D στοιχείων πάνω σε αυτή την επιφάνεια με ιδιότητες για το ισοδύναμο πάχος. Τα στοιχεία που αποτελούν το πλέγμα είναι όλα 1<sup>ης</sup> τάξης, με το μεγαλύτερο ποσοστό να είναι QUAD4 και ένα μικρό ποσοστό να αποτελείται από TRIA3 και 1D CWELD.

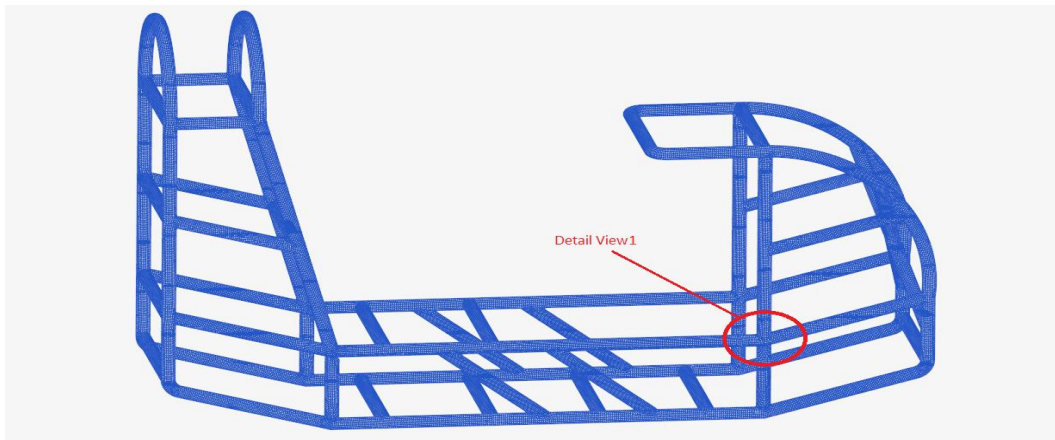


Figure 57 Πλέγμα επιφανειακών στοιχείων πλαισίου.

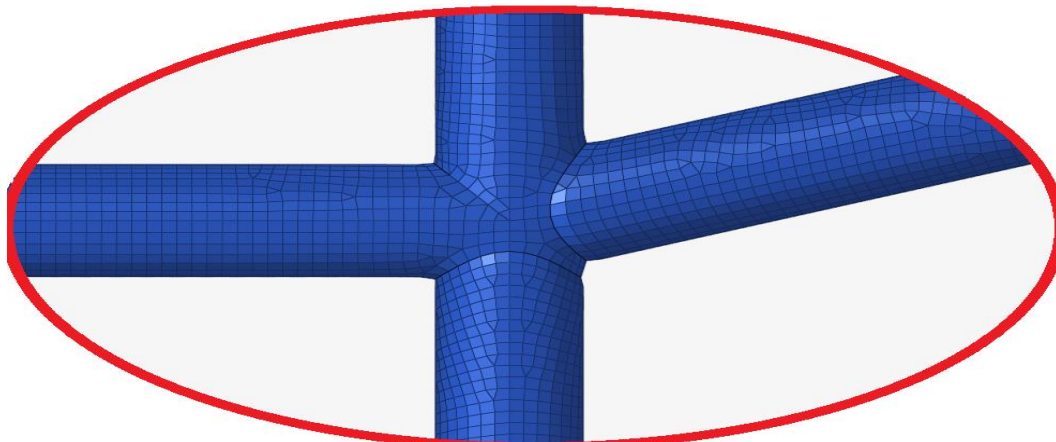


Figure 58 Λεπτομέρεια 1 στο πλέγμα στοιχείων.

Έπειτα έγινε έλεγχος για την ποιότητα των στοιχείων για τις μέγιστες και ελάχιστες διαστάσεις των στοιχείων, το λόγο των διαστάσεων τους, στρέβλωση, παραμόρφωση και

ιακωβιανή ορίζουσα. Από τον έλεγχο αυτό το 99,5% των στοιχείων θεωρήθηκε ότι είχε αποδεκτές τιμές και το 98,2% ότι είχε καλές τιμές. Έπειτα από ένα καθαρισμό και βελτίωση το μοντέλο είχε 99,998% αποδεκτές τιμές και 98,8% καλές τιμές. Επομένως το πλέγμα θεωρήθηκε ικανοποιητικό και προχώρησε στο στάδιο δημιουργίας των κόμβων σύνδεσης.

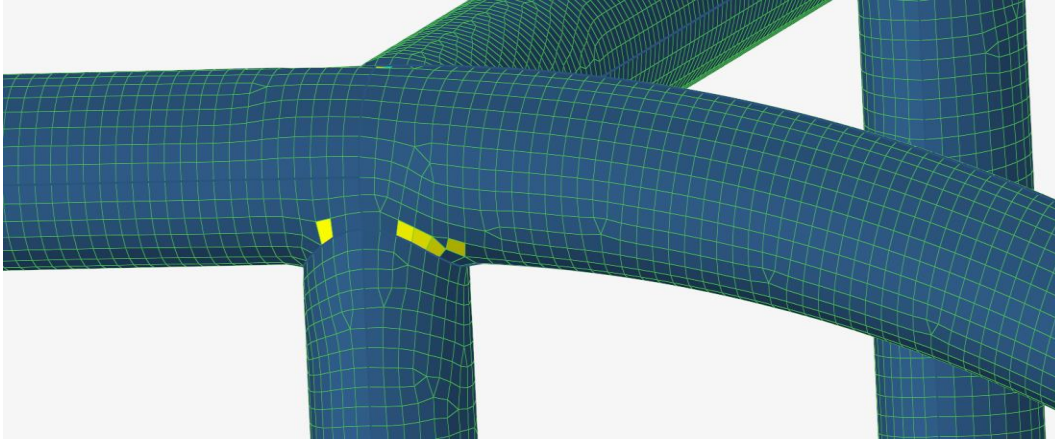


Figure 59 Στοιχεία που απαιτούν διόρθωση.

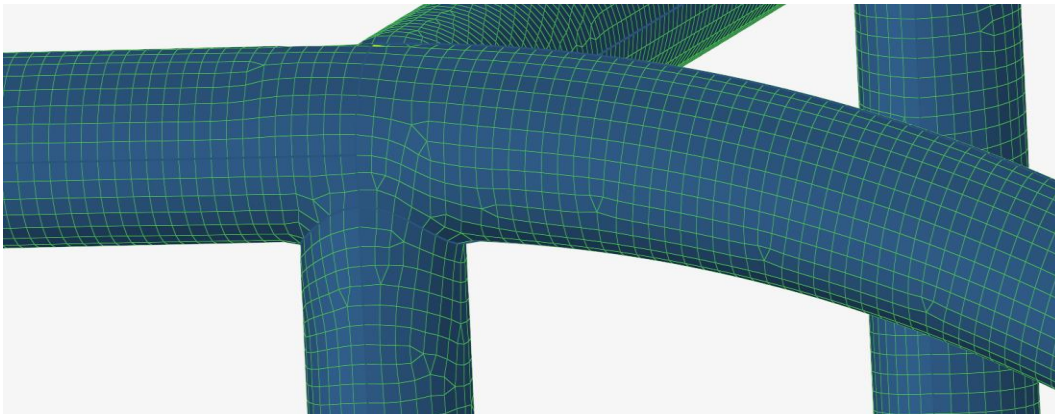


Figure 60 Πλέγμα, στοιχεία που αρχικά δεν ήταν αποδεκτά βάση των κριτηρίων ελέγχου και διορθώθηκαν.

Ιδιότητες υλικού χάλυβα προσδόθηκαν στα στοιχεία με πυκνότητα  $\rho=7890\text{kg/m}^3$ , σταθερά Young  $E=2.1\text{e}+5\text{ MPa}$ , λόγο Poisson  $\nu=0.3$ , το όριο ελαστικότητας σε εφελκυσμό δεν είναι απαραίτητο καθώς το μοντέλο δεν μπορεί να μελετηθεί στην μη γραμμική ελαστική περιοχή του, αλλά αναφορικά πρέπει να γνωρίσουμε ότι αν παρατηρήσουμε τάσεις μεγαλύτερες αλλά και πολύ κοντά στα  $250\text{MPa}$  ότι το μοντέλο δεν είναι έγκυρο για τις συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης. Η τελική μάζα προκύπτει στα  $64,5\text{ Kg}$  σε σχέση με τα  $66,5\text{ kg}$  του μοντέλου CAD. Αυτό αιτιολογείται κυρίως λόγω διαφοράς ακτίνας και πάχους στις συγκολλήσεις.



Figure 61 Οριακές συνθήκες και περιορισμοί στο μοντέλο FEA.

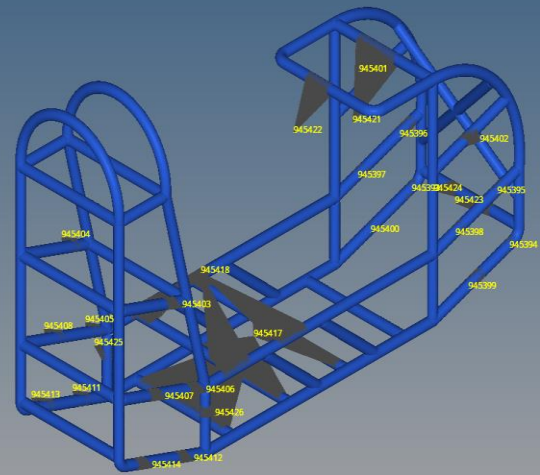


Figure 62 Κόμβοι σύνδεσης και σύνδεση τους με το πλέγμα του υποπλαισίου.

Επειτα γίνεται ο ορισμός περιορισμών της μεθόδου CMS και της δημιουργίας των εξόδων που χρειάζονται. Το μοντέλο των πεπερασμένων χρησιμοποιείται με τον επιλύτη OPTISTRUCT για να γίνει η ιδιομορφική ανάλυση. Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό για να διασφαλίσουμε την εγκυρότητα του μοντέλου μας να επιβεβαιώσουμε τις ιδιομορφές αλλά και να δούμε μέχρι πιο εύρος συχνοτήτων αυτές καλύπτουν. Αρχικά

αναμένουμε να παρατηρήσουμε ότι οι 6 πρώτες ιδιομορφές μας θα είναι στερεού σώματος δηλαδή μεταφορές και περιστροφές ολόκληρου του σώματος στο χώρο.

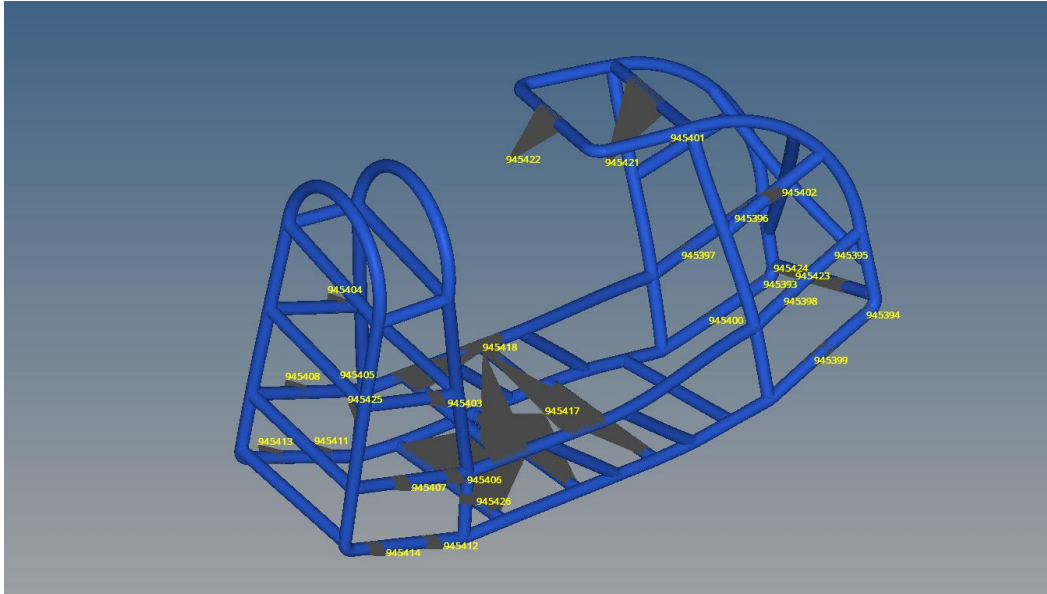


Figure 63 1η ιδιομορφή μη στερεού σώματος στα 48,1Hz.

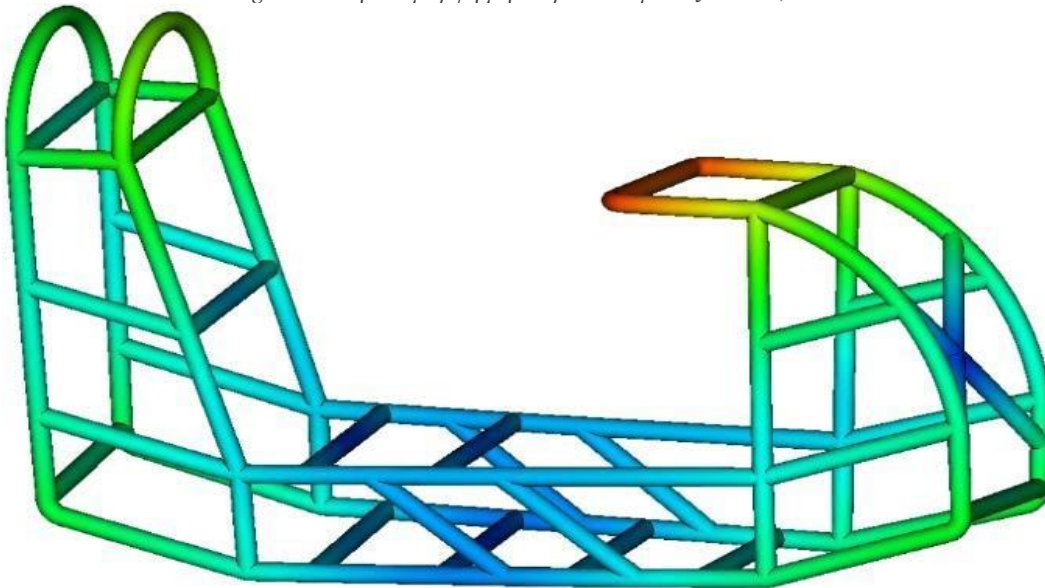
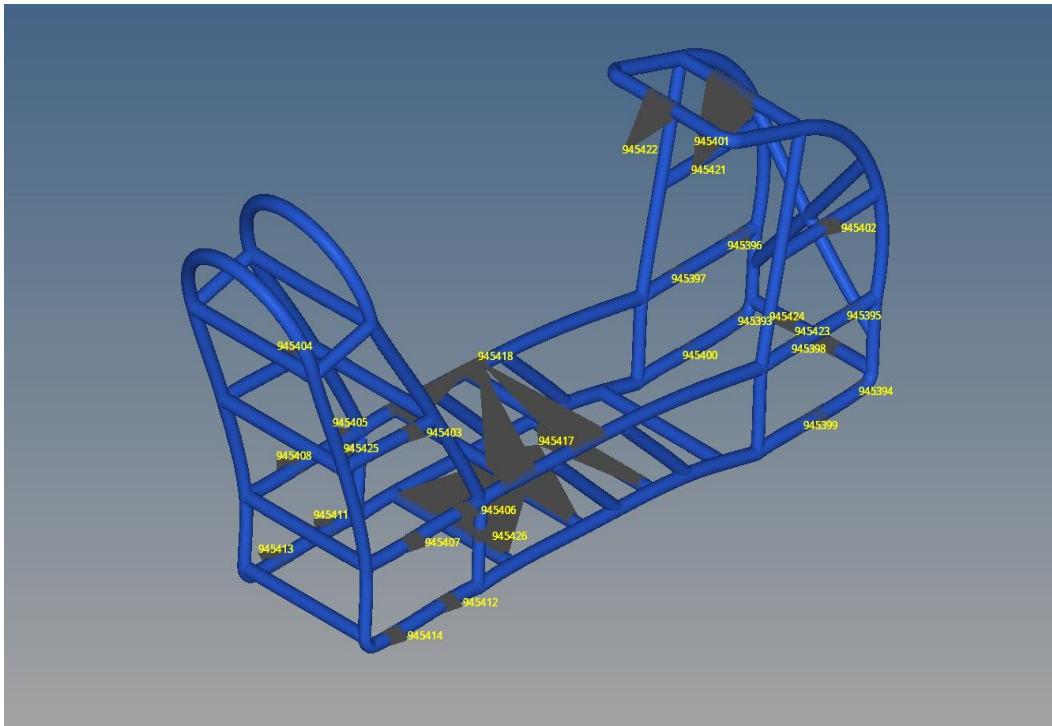


Figure 64 Σύγκριση με ιδιομορφές από την διπλωματική με τίτλο « Σχεδίαση και Ανάλυση Τετρακίνητου Ηλεκτρικού Οχήματος» , συχνότητα 42,3 hz.

Παρατηρούμε συγκρίνοντας την ιδιομορφική ανάλυση του μοντέλου με το μοντέλο που δημιουργήθηκε στην διπλωματική με τίτλο « Σχεδίαση και Ανάλυση Τετρακίνητου Ηλεκτρικού Οχήματος» ότι πέραν της πρώτης ιδιοσυχνότητας οι υπόλοιπες ταυτίζονται με μικρές διαφορές και ότι ποιοτικά οι ιδιομορφές είναι ίδιες.



*Figure 65 2η ιδιομορφή μη στέρεου σώματος στα 72,8Hz συγκριτικά η ίδια ιδιομορφή προέκυπτε σε συχνότητα 70,6 Hz.*

Συνολικά έγινε εξαγωγή των πρώτων 188 ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών οι οποίες φτάνουν μέχρι τα 16.371Hz. Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι δεν χρησιμοποιούνται οι πρώτες 6 ιδιομορφές που αποτελούν γεωμετρικά στέρεες, και επίσης ότι κατά την εισαγωγή τους στο μοντέλο MBS μπορούμε να εισάγουμε απόσβεση με διάφορες μεθόδους για την κάθε ιδιομορφή χωριστά καθώς κατά την ιδιομορφική ανάλυση θεωρήσαμε αμελητέα την απόσβεση.

## 9. ΣΕΝΑΡΙΑ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΑΝ

- 1) Ανάλυση τεσσάρων στύλων ( 4 Post)
- 2) Ανηφορικός δρόμος-Ράμπες
- 3) Οδήγηση σε κεκλιμένο έδαφος
- 4) Ευθύγραμμη οδήγηση σε δρόμο με διαφορετικό συντελεστή τριβής  $\mu$
- 5) Οδήγηση σε ημιτονοειδή σαμαράκια
- 6) Κυκλική οδήγηση υπό επιτάχυνση

**Η ανάλυση 4 Post** χρησιμοποιείται για να μελετήσουμε ημιστατικά και κινηματικά το όχημα , δηλαδή κινηματικά τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται οι γωνίες τροχού , τις δυνάμεις αλλά και ημιστατικά μπορούμε να δημιουργήσουμε σενάρια κάθετων διεγέρσεων στο όχημα και να λάβουμε την απόκριση του.

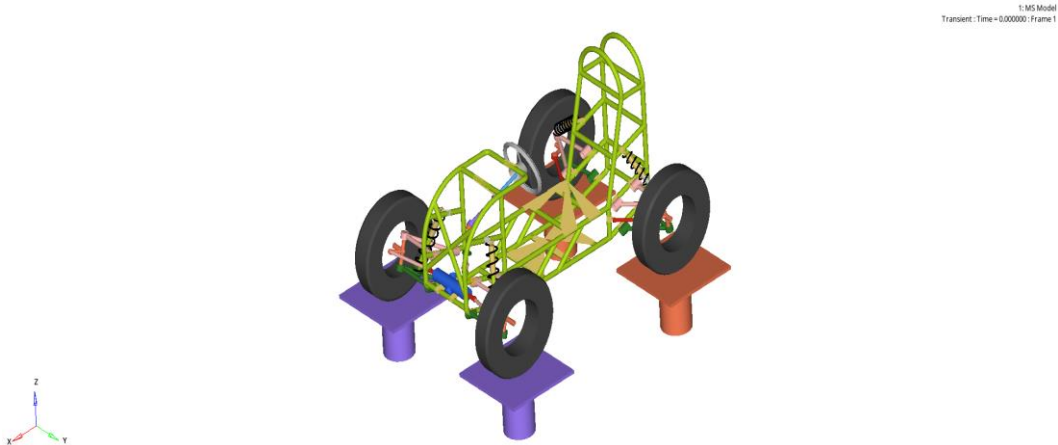
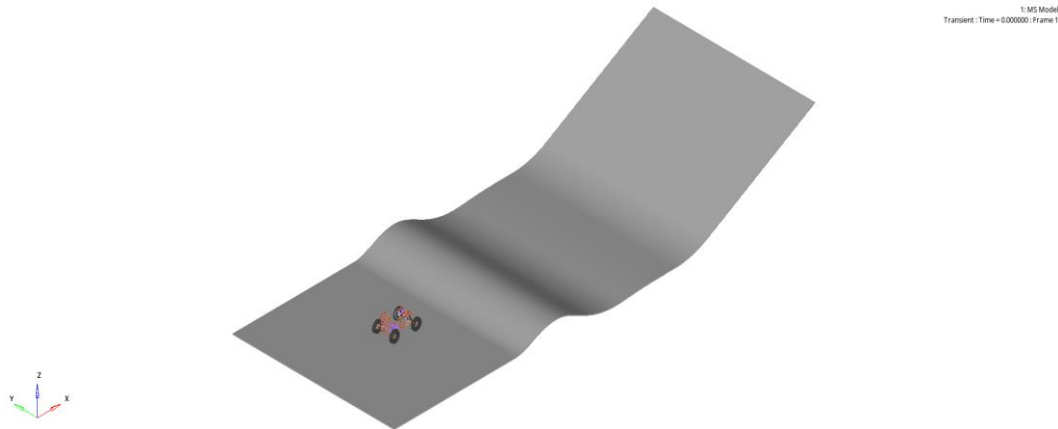


Figure 66 Μοντέλο της ανάλυσης σε 4 στύλους.

Το όχημα τοποθετήθηκε σε τέσσερις στύλους στους οποίους δόθηκε ευθύγραμμη πάνω και κάτω κίνηση για να μελετηθεί κινηματικά πως επηρεάζονται οι γωνίες της ανάρτησης. Το πλάτος της κίνησης ήταν 100mm αρχικά πάνω σε 10 sec , έπειτα επιστροφή στην αρχική θέση σε 10 sec και έπειτα κίνηση 100 mm προς τα κάτω σε 10 sec συνολικά δηλαδή 30 sec. Καθώς οι αναρτήσεις είναι ανεξάρτητες ,η κίνηση δόθηκε μόνο σε ένα τροχό.

Έπειτα έγινε διέγερση με ψευδοτυχαίο σήμα που συντέθηκε βάσει πρότυπα ISO για δρόμους με έντονη τραχύτητα. Σε κάθε ένα από τους τέσσερις στύλους έγινε ανεξάρτητη από τους άλλους διέγερση διάρκειας 100 δευτερολέπτων. Μελετήθηκε η απόκριση στον κόμβο της σημειακής μάζας των μπαταριών, οι κομβικές επιταχύνσεις και ταχύτητες του οχήματος αλλά και οι τάσεις του υποπλαισίου. Η δημιουργία των χρονοιστοριών των διεγέρσεων υλοποιήθηκε με κώδικα σε Matlab ο οποίος υπάρχει στο παράρτημα.

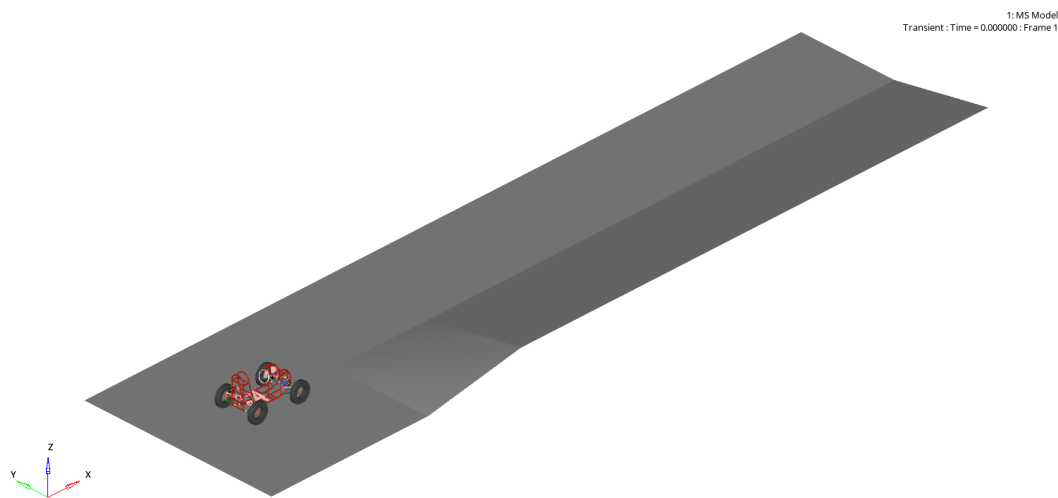
**Το σενάριο του ανηφορικού δρόμου** μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μελετήσει τις μεταβολές του διάκενου του οχήματος από το έδαφος αλλά και τις απαιτούμενες ανάγκες από τον κινητήρα κατά την κίνησης του οχήματος σε ανηφορικό οδόστρωμα.



*Figure 67 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε ράμπα και ανηφόρα.*

Η κίνηση έγινε με σταθερή ταχύτητα περιστροφής των τροχών, η ανηφόρα έχει κλίση 20 μοίρες και δημιουργήθηκε για να μελετηθεί η απαιτούμενη ροπή από τους ηλεκτροκινητήρες για να ανέβει το όχημα υπό σταθερή ταχύτητα.

**Οδήγηση σε κεκλιμένο έδαφος** χρησιμοποιείται για να μελετηθεί η ικανότητα αυτοδιεύθυνσης του οχήματος αλλά και για την συμπεριφορά της ανάρτησής για την ομαλή και συνεχή επαφή των τροχών με το οδόστρωμα.



*Figure 68 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε κεκλιμένο επίπεδο.*

Το όχημα κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης 10 μοιρών με τους δεξιούς τροχούς, αυτό δημιουργεί μια δυναμική αστάθεια στο όχημα και αλλάζει την επιφάνεια επαφής των τροχών με το οδόστρωμα.

**Ευθύγραμμη οδήγηση σε δρόμο με διαφορετικό συντελεστή τριβής  $\mu$**  , προσομοιώνει τη συμπεριφορά του οχήματος σε συνθήκες μειωμένης ή/και διαφορετικής πρόσφυσης ανά τροχό και μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αξιολόγηση ηλεκτρονικών συστημάτων ελέγχου αλλά και του ίδιου του οχήματος σε διάφορες καιρικές και οδηγικές συνθήκες.

Εξετάζεται το σενάριο κατά το οποίο το όχημα κινείται με αρχική ταχύτητα 20km/h και επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση 0.15 G ή 1.471 m/s<sup>2</sup> σε ένα οδόστρωμα όπου οι συνθήκες πρόσφυσης είναι διαφορετικές στους αριστερούς και δεξιούς τροχούς του οχήματος. Επομένως με συντελεστή τριβής στο δεξί μέρος του οδοστρώματος  $\mu=0,75$  και στο αριστερό μέρος να είναι  $\mu=0,5$  για συνθήκες βροχής και  $\mu=0,2$  για συνθήκες πάγου. Θα μελετηθεί αν το όχημα χωρίς καμία αντίδραση από τον οδηγό θα υποστεί έντονη υπερστροφή και θα βγει εκτός ελέγχου ή αν θα αυτοδιορθώσει την πορεία του.

**Οδήγηση σε ημιτονοειδή σαμαράκια**, παρουσιάζει την αποτελεσματικότητα της ανάρτησης στο να απορροφάει τους κραδασμούς , να κρατάει σταθερή και συνεχή επαφή των τροχών με το έδαφος αλλά και για την μελέτη έντονων καταπονήσεων στα διάφορα εξαρτήματα και το υποπλάσιο του οχήματος.

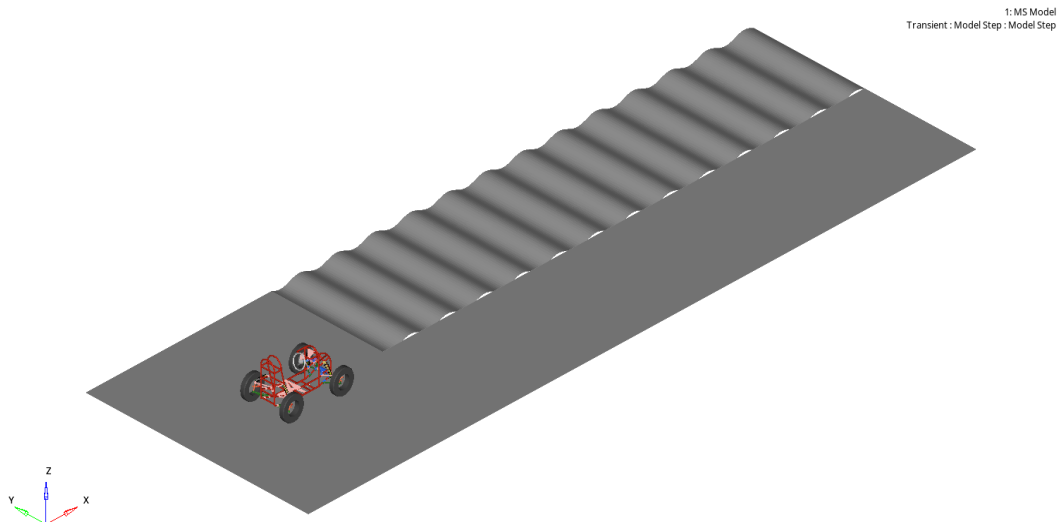


Figure 69 Μοντέλο της ανάλυσης κίνησης σε ημιτονοειδή σαμαράκια.

Τα σαμαράκια δημιουργήθηκαν με πλάτος 60mm και συχνότητα διέγερσης 1 Hz , το όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα κοντά σε αυτή τη συχνότητα ώστε να μελετηθεί τόσο η απόκριση της ανάρτησης κοντά σε συνθήκες συντονισμού. Επίσης γίνεται χρήση και εύκαμπτου μοντέλου για το υποπλάσιο ώστε να διαπιστωθούν οι καταπονήσεις που δέχεται.

**Κυκλική οδήγηση υπό επιτάχυνση** , είναι χρήσιμη για τη μελέτη του φαινομένου της ανατροπής (body roll) λόγω φυγοκεντρικών δυνάμεων στο όχημα, της συμπεριφοράς των

ελαστικών και των πλευρικών δυνάμεων που δέχονται, της ακρίβειας του μοντέλου των ελαστικών σε σύγκριση με πραγματικές δοκιμές αλλά και για την διαπίστωση της ακτίνας στροφής του οχήματος υπό διαφορετικές ταχύτητες και συνθήκες.

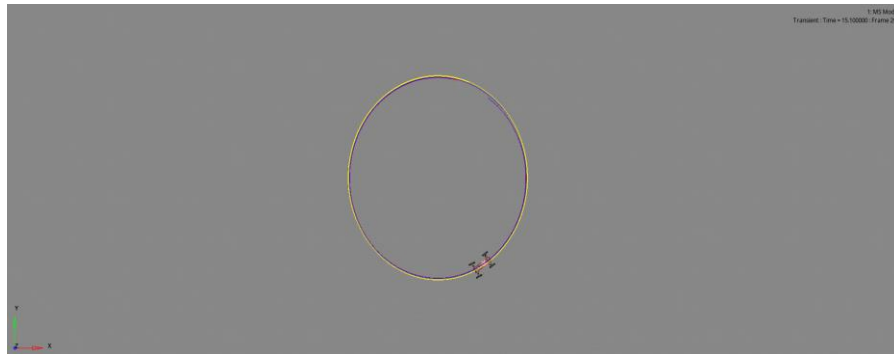


Figure 70 Μοντέλο της ανάλυσης κυκλικής κίνησης υπό επιτάχυνση.

Το όχημα ξεκινάει και επιταχύνει με σταθερό γκάζι ( περίπου 15% του μέγιστου) ενώ το σύστημα διεύθυνσης είναι σε σταθερή θέση στρίβοντας στις 270 μοίρες. Καθώς το όχημα επιταχύνει διαρκώς αυξάνονται και οι φυγοκεντρικές δυνάμεις και αλλάζει η κατανομή του βάρους στο όχημα όπως και οι πλευρικές δυνάμεις και η γωνία ολίσθησης του τροχού. Το όχημα επομένως ή θα ακολουθήσει μεγαλύτερη ακτίνα στροφής επιτρέποντας να επιταχύνει περαιτέρω ή θα φτάσει σε μια μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα για τη συγκεκριμένη ακτίνα.

## 9.1. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### 9.2. Ανάλυση τεσσάρων στύλων (4 Post)

**Κινηματική μελέτη** της ανάρτησης και του συστήματος διεύθυνσης κατά την κίνησης των τροχών.

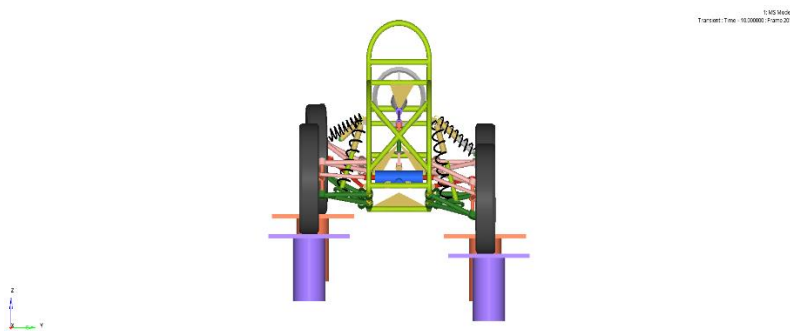


Figure 71 Κάτω μετατόπιση του μπροστά τροχού και άνω μετατόπιση του πίσω.

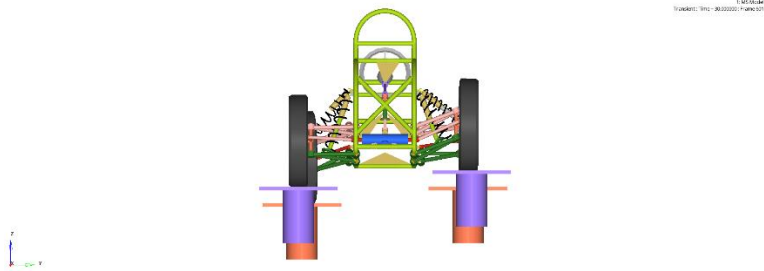


Figure 72 Άνω μετατόπιση του μπροστά τροχού και κάτω μετατόπιση του πίσω.

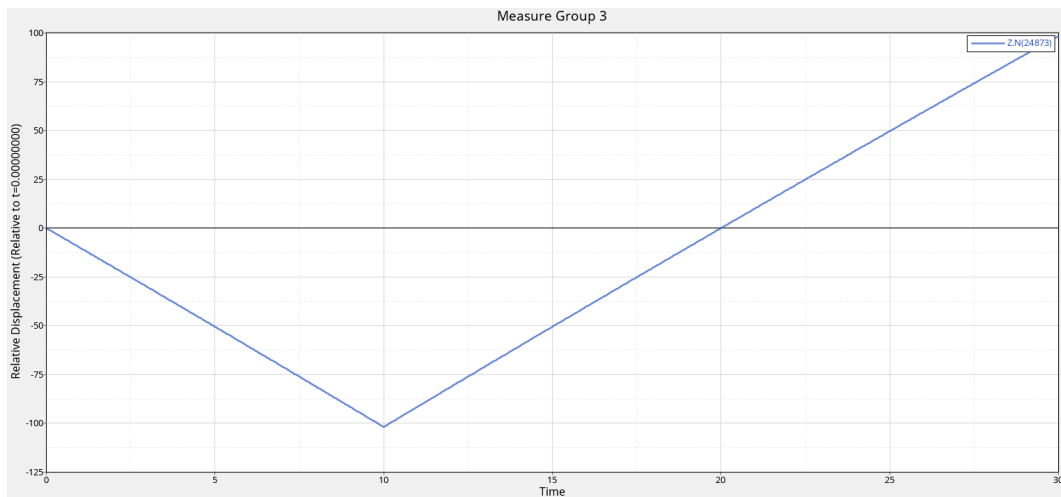


Figure 73 Καμπύλη μετατόπισης των στύλων.

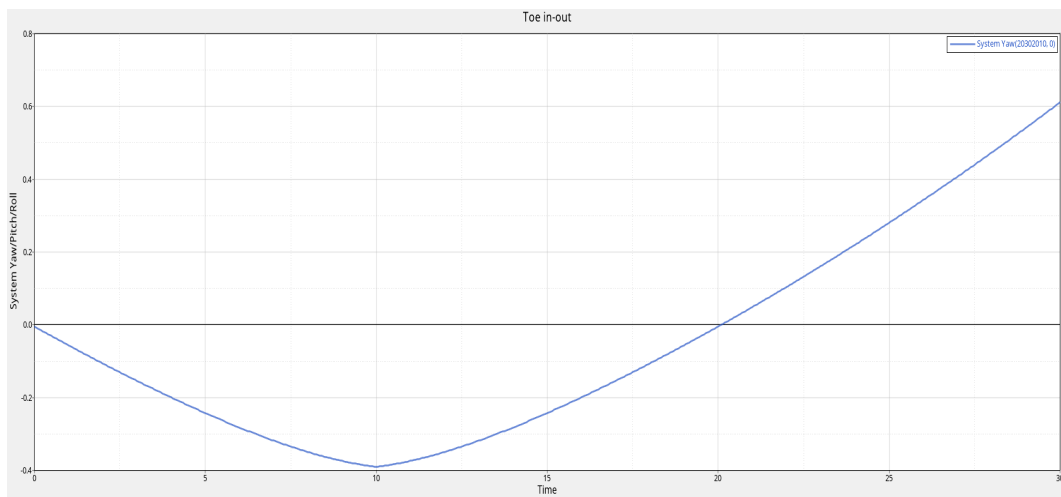


Figure 74 Η γωνία σύγκλισης και απόκλισης του μπροστά τροχού.

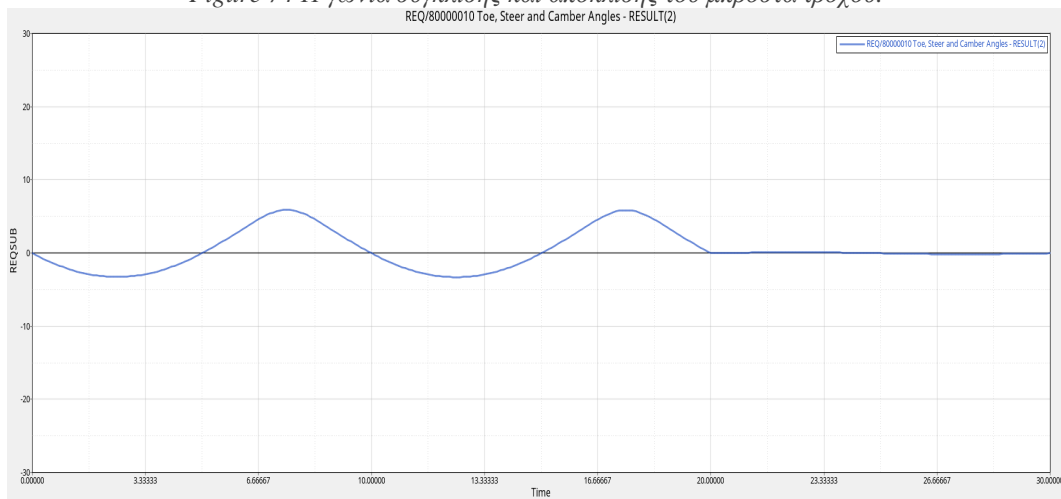


Figure 75 Η γωνία Camber του μπροστά τροχού.

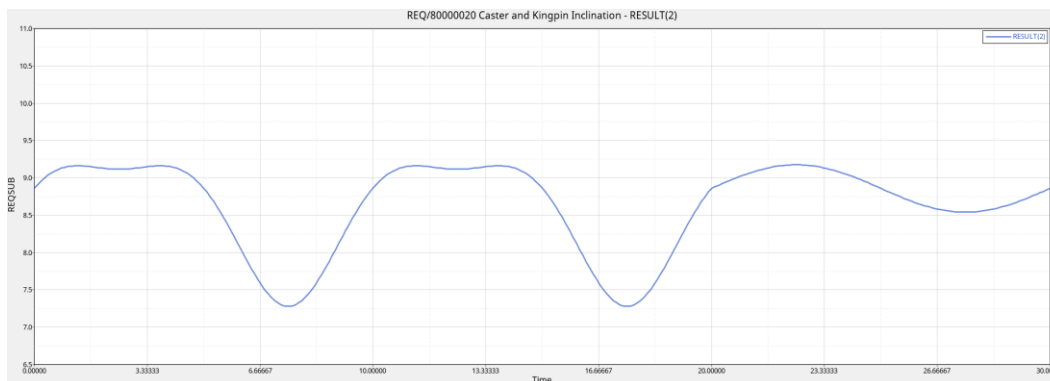


Figure 76 Η γωνία Caster του μπροστά τροχού.

Παρατηρείται ότι όλες οι μεταβολές των γωνιών του τροχού είναι σε κοντά σε αναμενόμενα και λογικά όρια. Επίσης στις γωνίες Camber και Caster φαίνεται η ελαστικότητα που έχει δοθεί στους συνδέσμους των ψαλιδιών καθώς οι μεταβολές δεν αντιστοιχούν πλήρως στο προφίλ μετατόπισης του στύλου.

Η σχεδίαση των αναρτήσεων υπήρξε μια πολύπλοκη χρονοβόρα και δύσκολη διαδικασία σε αυτό το όχημα καθώς τα σημεία προσάρτησης των αναρτήσεων στο όχημα δεν είναι παράλληλα με το έδαφος αλλά υπό κλίση. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε μια πολύπλοκη κινηματική γεωμετρία καθώς τα εξωτερικά σημεία των ψαλιδιών ενώ τυπικά ακολουθούν μια κυκλική τροχιά με το κέντρο παράλληλο στο διαμήκη άξονα του οχήματος στη συγκεκριμένη περίπτωση η τροχιά αυτή είναι γύρω από ένα άξονα κεκλιμένο προς αυτόν. Το αποτέλεσμα είναι πέρα από την περιπλοκότητα της κινηματικής της ανάρτησης να υπάρχει και μεταβολή στο μεταξόνιο του οχήματος καθώς οι τροχοί κινούνται στον κάθετο άξονα.

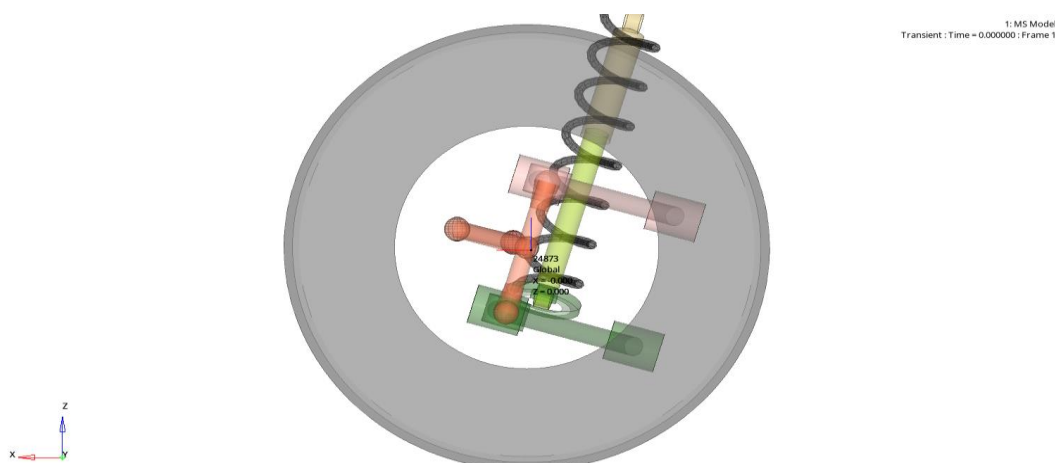


Figure 77 Τροχός σε θέση στατικής ισορροπίας  $t=0\text{sec}$  ή  $t=20\text{ sec}$ .

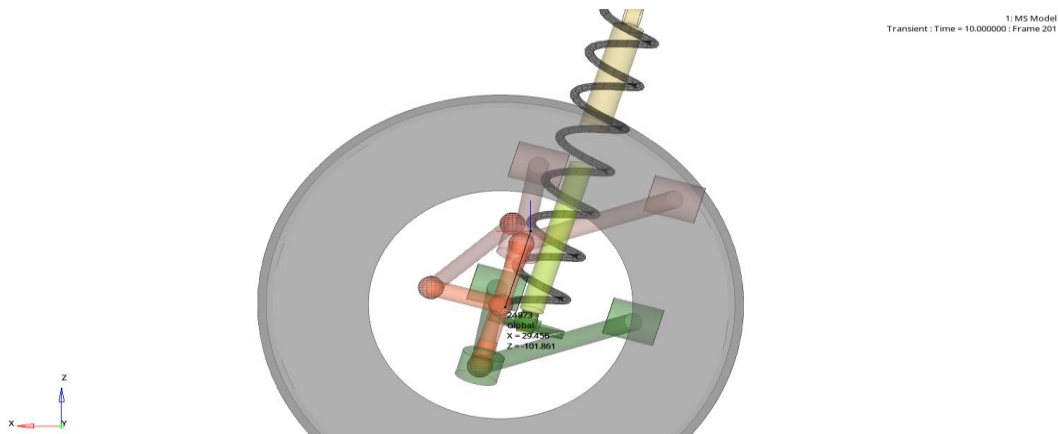


Figure 78 Τροχός στο κατώτατο σημείο (-100 mm) ,  $t=10$  sec.

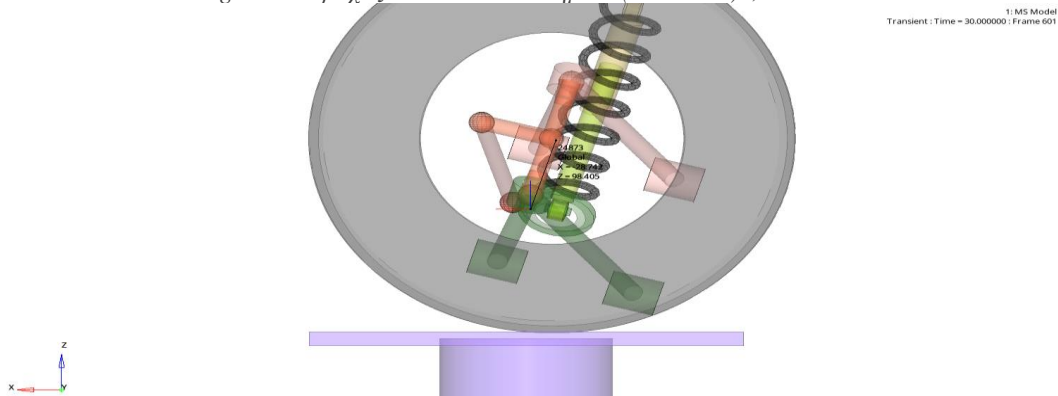


Figure 79 τροχός στο ανώτατο σημείο (+100 mm)  $t=30$  sec.

Επομένως κατά την κίνηση των εμπρόσθιων και πίσω τροχών υπάρχει μεταβολή του μεταξονίου από + 50mm έως -50mm , όπως φαίνεται από τη μετατόπιση του μπροστά τροχού (Fig72) .Αυτό το φαινόμενο δεν είναι επιθυμητό αλλά είναι αναπόφευκτο λόγω του τρόπου προσάρτησης των ψαλιδιών στο υποπλαίσιο και θα απαιτούσε τροποποίηση της γεωμετρίας του υποπλαισίου για να διορθωθεί.

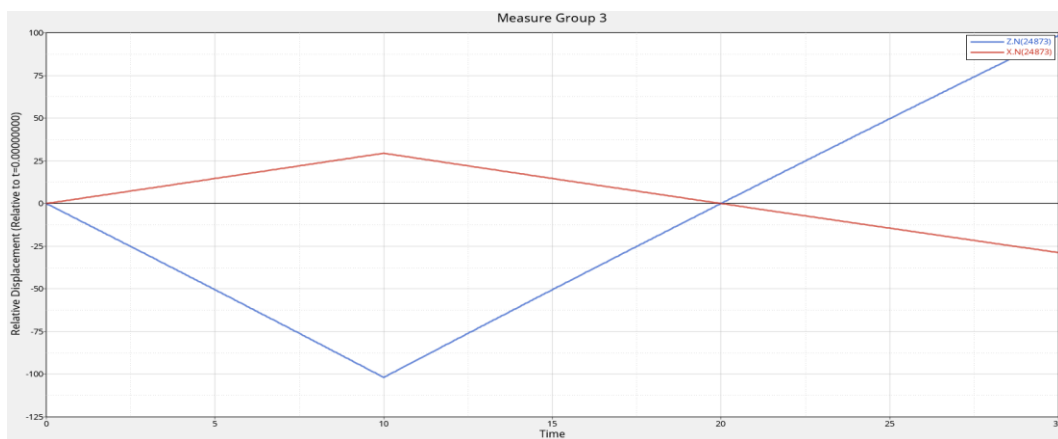


Figure 80 Η μεταβολή του μεταξονίου κατά την κίνηση του τροχού στην κάθετη προς το έδαφος διεύθυνση

### 9.3. Διέγερση εδάφους

Ένα άλλο εναλλακτικό σενάριο που μελετάται είναι η διέγερση του οχήματος με ψευδοτυχαίο(στοχαστικό ) σήμα για να προσδιοριστεί η απόκριση του και ταυτόχρονα η φόρτιση που δέχεται το υποπλαίσιο. Το σήμα αυτό μπορεί να συντεθεί από γνωστά πρότυπα που χρησιμοποιούνται για την κατηγοριοποίηση δρόμων βάσει ISO 8608 ή από άλλα αντίστοιχα τα οποία χρησιμοποιούν την πυκνότητα της φασματικής ισχύς των μετατοπίσεων του δόμου ανά το μήκος του για να γίνει μια κοινή ποσοτικοποιημένη βάση σύγκρισης.

Η σύνθεση της χρονοιστορίας βασίζεται στο άθροισμα πεπερασμένων αρμονικών οι οποίες έχουν μια τυχαία φάση. Η φάση αυτή μπορεί να είναι σταθερή ή μεταβλητή , να φιλτράρεται , να χρησιμοποιείται κινούμενος μέσος όρος κ.α. . Στο άρθρο Profile Synthesis: Assessment of Suitability for Simulation. Symmetry 2021 γίνεται λεπτομερής αναφορά και σύγκριση ανάμεσα στις διάφορες τεχνικές και μεθόδους σύνθεσης στοχαστικού σήματος με χαρακτηριστικά που να προκύπτουν από PSD.

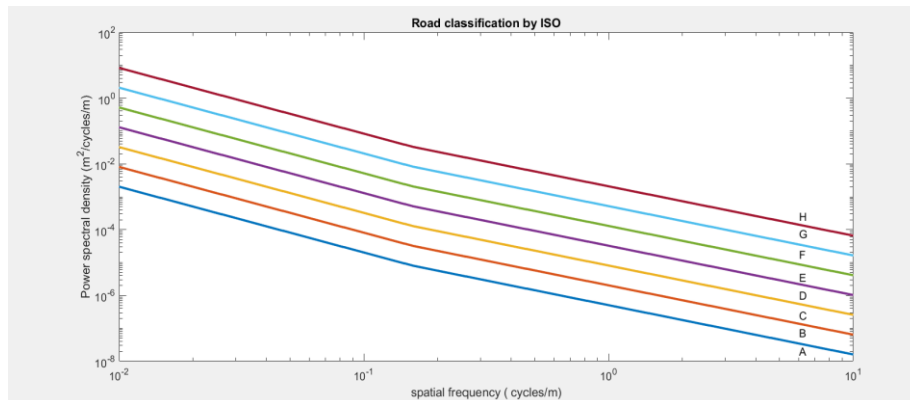
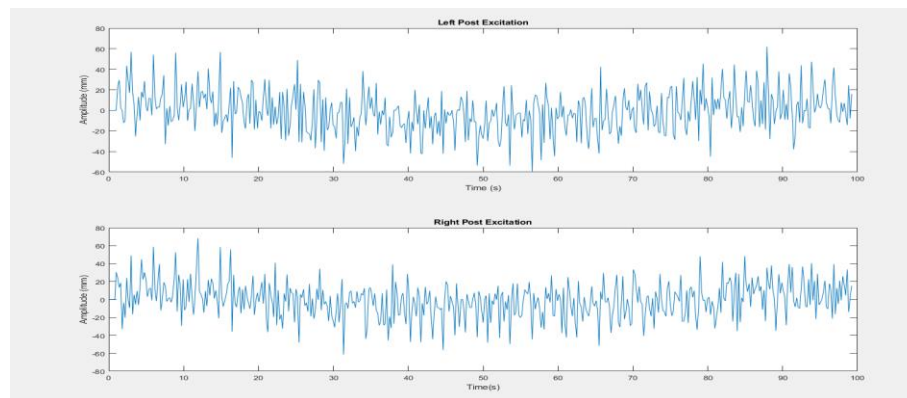


Figure 81 Κατηγοριοποίηση δρόμων βάσει ισχύς φασματικής πυκνότητας(PSD).

Figure 82 Ψευδοτυχαία διέγερση.



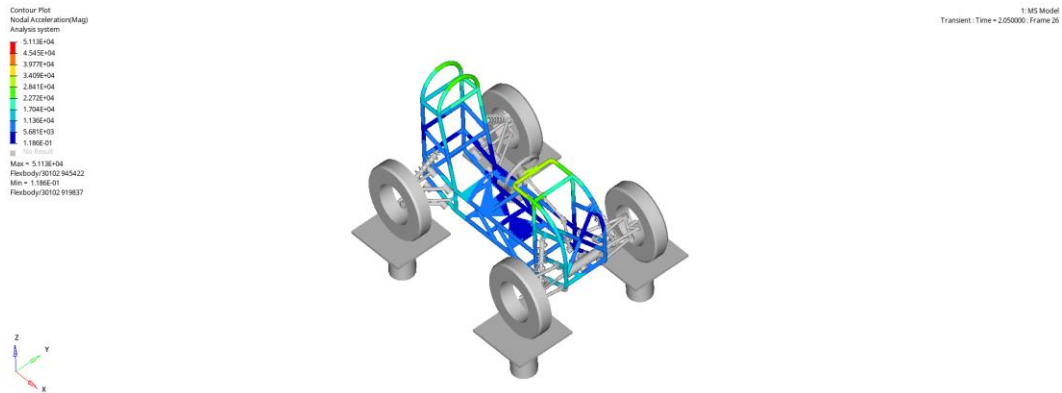


Figure 83 Οι κομβικές επιταχύνσεις σε  $t=2.05 \text{ sec.}$

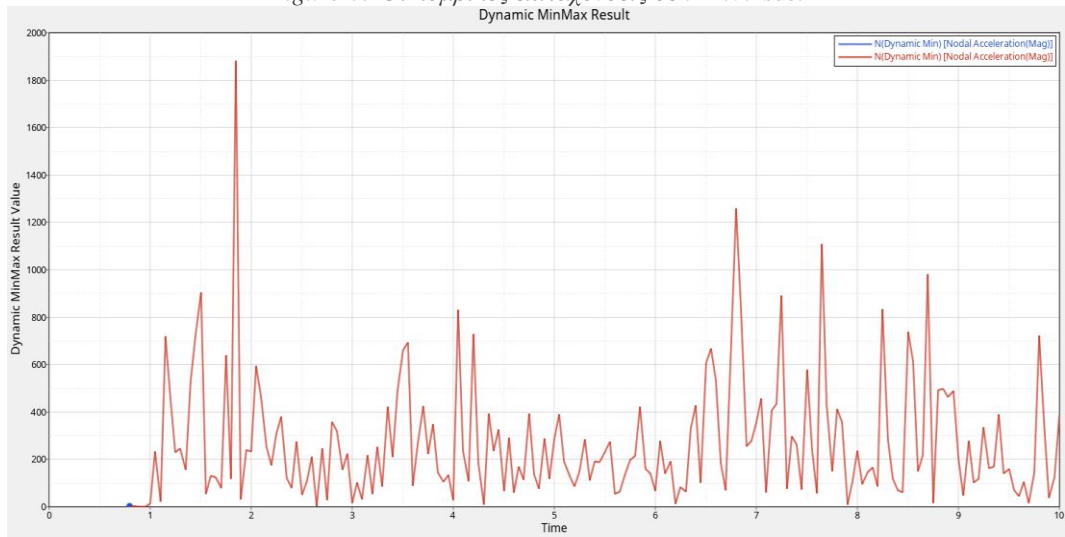


Figure 84 Οι μέγιστες τιμές των κομβικών επιταχύνσεων ανά χρονική στιγμή.

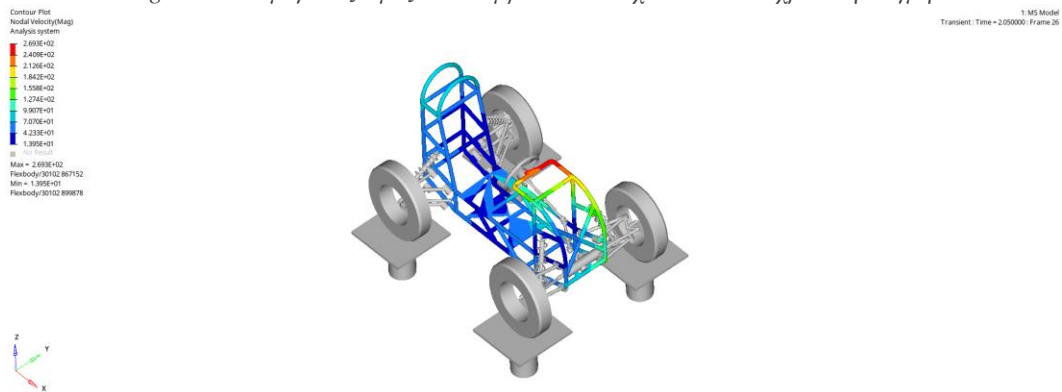


Figure 85 Οι κομβικές ταχύτητες σε  $t=2.05 \text{ sec.}$

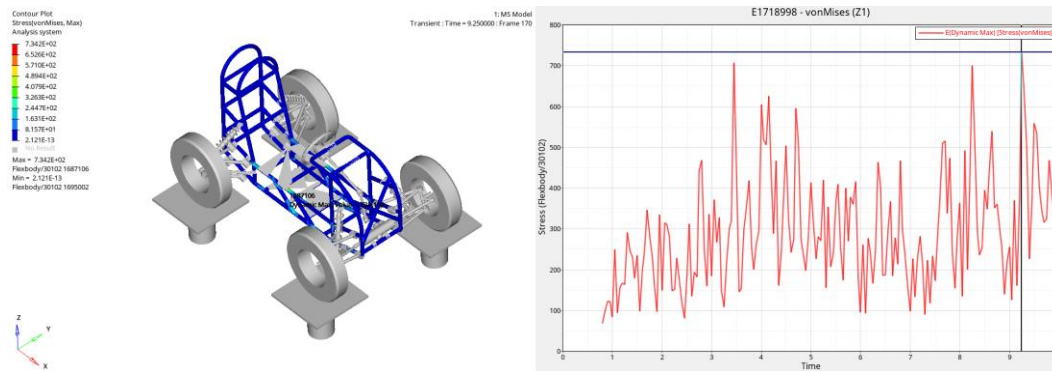


Figure 86 Οι μέγιστες τάσεις ανά χρονική στιγμή κατά Von Misses.

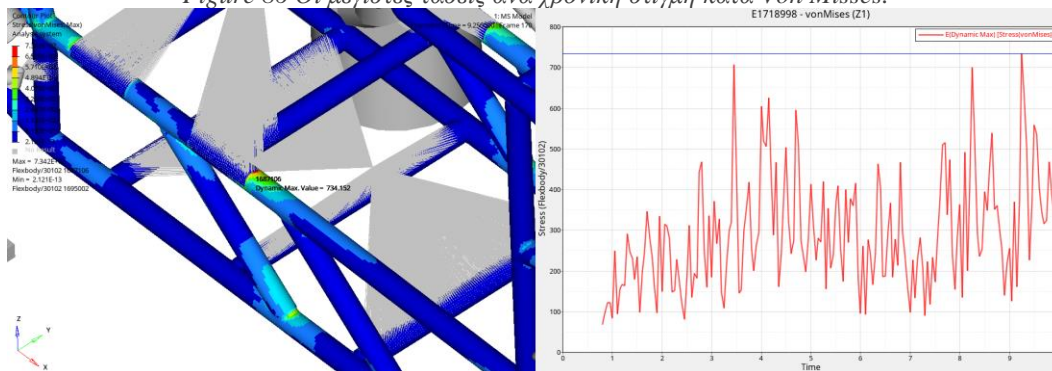


Figure 87 Σημείο υψηλής συγκέντρωσης τάσεων.

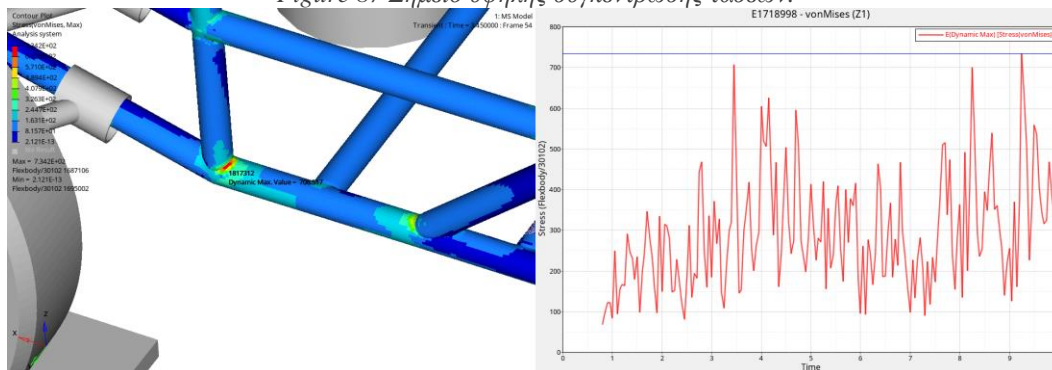


Figure 88 Σημείο υψηλής συγκέντρωσης τάσεων.

Αρχικά παρατηρούμε ότι οι τάσεις μας ξεπερνάνε κατά πολύ το ελαστικό όριο της κατασκευής μας, επομένως η ενίσχυση της σε σημεία υψηλών συγκεντρώσεων τάσεων, η αύξηση του πάχους των σωληνώσεων ή η αλλαγή του υλικού σε ένα με μεγαλύτερες αντοχές πχ χρομόλη αντί για συμβατικό χάλυβα είναι συνετή για την χρήση σε τέτοιο προφίλ δρόμου.

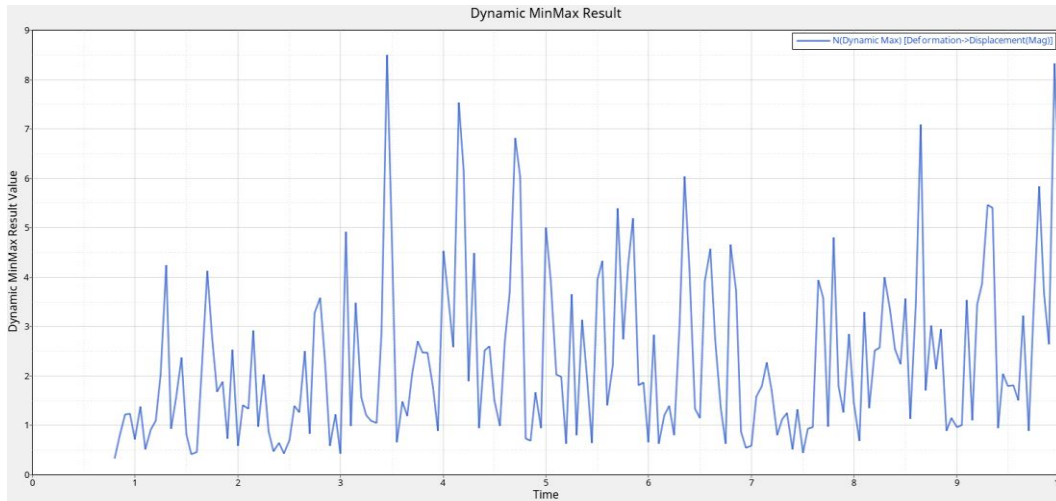


Figure 89 Οι μέγιστες παραμορφώσεις ανά χρονική στιγμή.

Ένα ακόμα σημαντικό μέρος των ηλεκτρικών οχημάτων είναι η προστασία των ηλεκτρικών στοιχείων του οχήματος, καθώς αυτά είναι ευαίσθητα και εύφλεκτα. Ο κίνδυνος ηλεκτρικών πυρκαγιών από μηχανικά αίτια (κραδασμούς και διάτρηση) απαιτεί μεγάλη προσοχή καθώς μπορεί να αποβεί μοιραίος. Μπορούμε να εξετάσουμε τις επιταχύνσεις και ταχύτητες που δέχονται οι μπαταρίες του οχήματος και να κρίνουμε αν η τοποθεσία τους είναι κατάλληλη και ασφαλής για την φύλαξη τους ή δέχονται πολλούς κραδασμούς και απαιτείται η χρήση αποσβεστήρων και συστήματος απομόνωσης από τους κραδασμούς. Οι χρονοιστορίες των επιταχύνσεων και ταχυτήτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να γίνει και η επιλογή ηλεκτρικών στοιχείων που να έχουν την απαραίτητη πιστοποίηση για την αντοχή τους σε τέτοιας φύσης κραδασμούς.

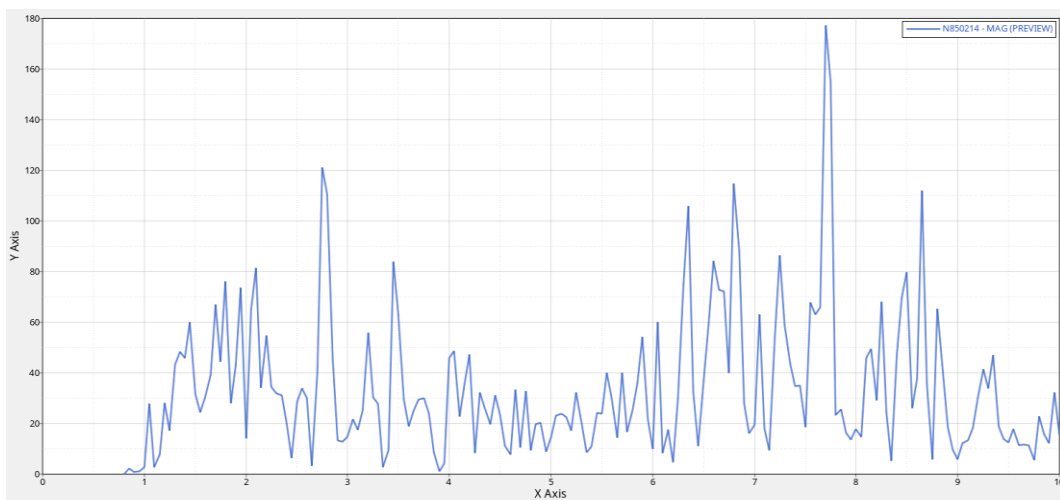


Figure 90 Ταχύτητες της σημειακής μάζας των μπαταριών.

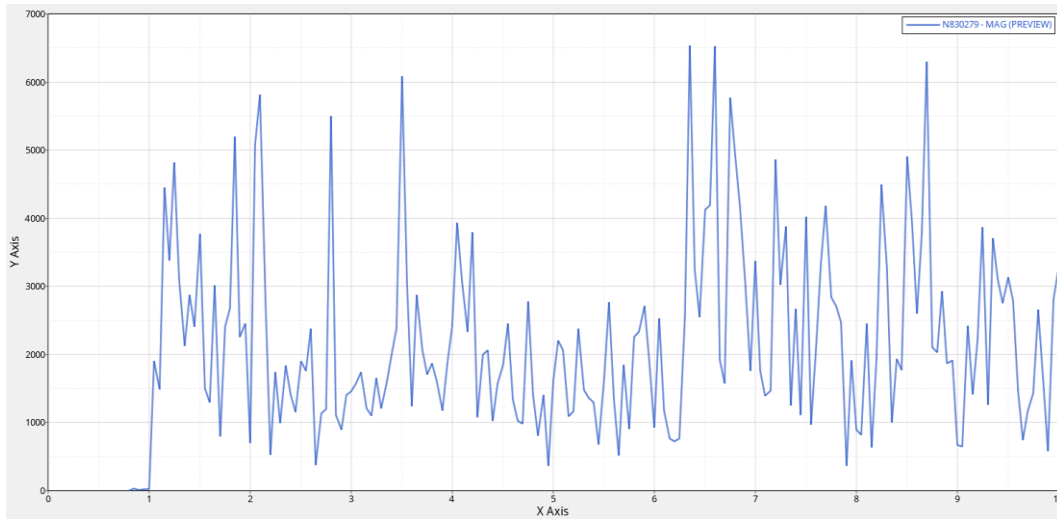


Figure 91 Επιταχύνσεις της σημειακής μάζας των μπαταριών.

Οι επιταχύνσεις είναι λιγότερο από 1G , τα περισσότερα πρότυπα απαιτούν οι μπαταρίες τυπικά να αντέχουν σε 1 G με συχνότητα 7Hz και έως 8G στα 200Hz. ( πηγή Vibration Test for Large Lithium-ion Battery Assemblies on UN Transportation Manual of Tests & Criteria). Απαιτείται μετασχηματισμός Fourier στο πεδίο των συχνοτήτων για να υπάρχουν αξιόπιστα αποτελέσματα αλλά αυτό δεν είναι στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας.

#### 9.4. Ανηφορικός δρόμος –Ράμπες

Αρχικά γίνεται η μελέτη αν το όχημα μπορεί να ανέβει και να κατέβει τη ράμπα με σταθερή ταχύτητα , ποια είναι η απαιτούμενη ροπή και αν έχει αρκετό διάκενο με το έδαφος κατά την κίνηση αυτή.

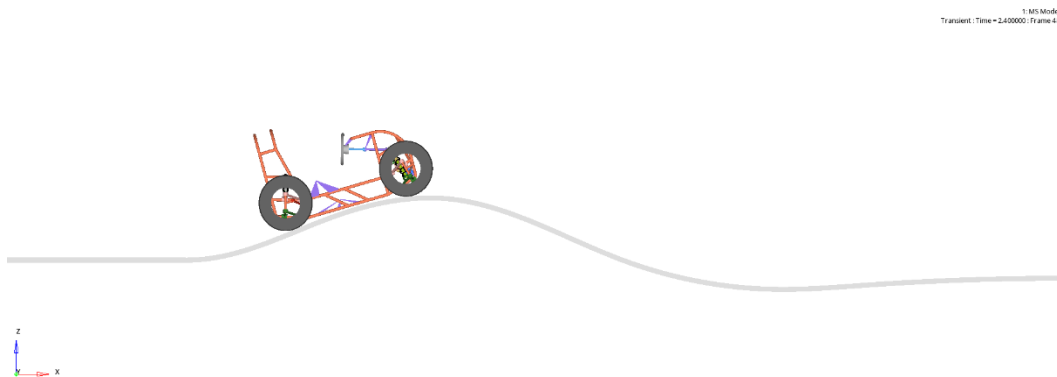


Figure 92 Άνοδος της ράμπας ελάχιστο διάκενο 37,8 mm.

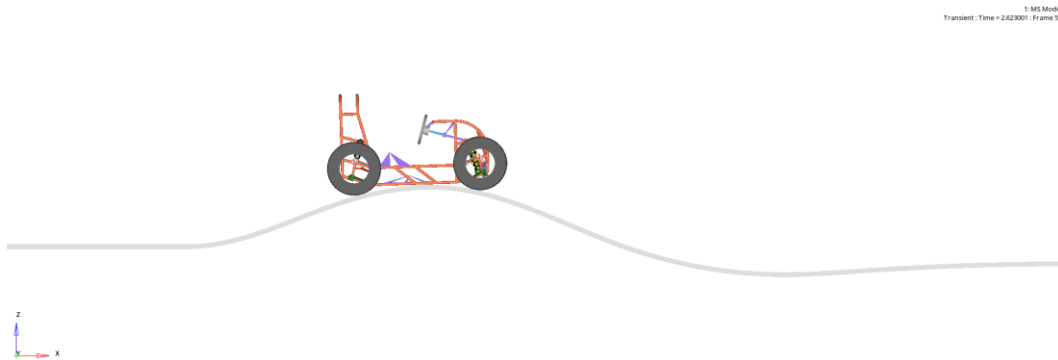


Figure 93 Κορυφή της ράμπας ελάχιστο διάκενο 12,12 mm.

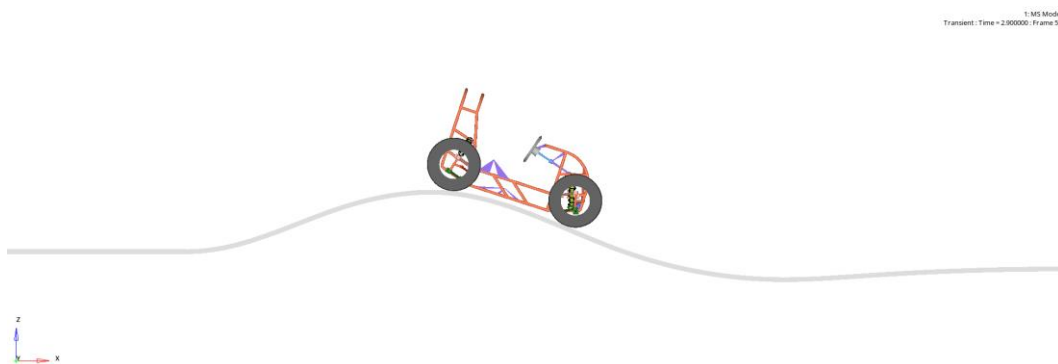


Figure 94 Κάθοδος από τη ράμπα ελάχιστο διάκενο 35,6mm.

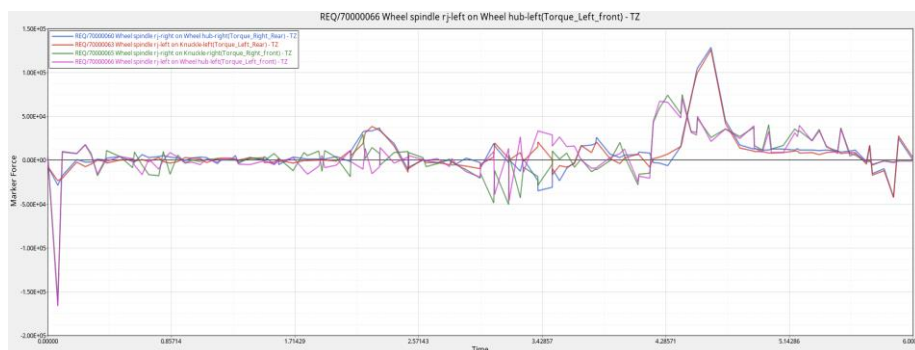


Figure 95 Απαιτούμενη Ροπή στους τέσσερις τροχούς κατά ολόκληρη την κίνηση.

Αρχικά για την άνοδο του οχήματος στη ράμπα βλέπουμε ότι η απαιτούμενη ροπή δεν ξεπερνάει τα 50Nm ανά τροχό επομένως η κίνηση είναι εφικτή με τους σχεδιασμένους ηλεκτροκινητήρες, κατά τη άνοδο στην ανηφόρα με κλίση 20 μοιρών η απαιτούμενη ροπή ξεπερνάει στιγμιαία τα 125 Nm στους πίσω τροχούς οι οποίοι έχουν καλύτερη πρόσφυση

λόγω της μεγαλύτερης κατανομής βάρους. Η τιμή αυτή είναι σαφώς μεγαλύτερη από τα 72 Nm που παρέχουν οι ηλεκτροκινητήρες και μας υποδηλώνει ότι το όχημα δεν δύναται να ανέβει τη συγκεκριμένη ανηφόρα.

## 9.5. Οδήγηση σε κεκλιμένο επίπεδο

Η οδήγηση σε κεκλιμένο επίπεδο 10 μοιρών σε συνθήκες στεγνού δρόμου (συντελεστής τριβής ελαστικών  $\mu=0,75$  αλλά και σε συνθήκες πάγου  $\mu=0,2$ )

### 9.5.1. Συνθήκες στεγνού οδοστρώματος

Αρχικά μελετάμε την κίνηση του οχήματος στο κεκλιμένο επίπεδο με φυσιολογικές συνθήκες οδοστρώματος. Με έμφαση να δίνεται στις δυνάμεις που δέχονται τα ελαστικά από το δρόμο και τη δυνατότητα του οχήματος να διορθώνει την διεύθυνση του υπό μικρή δυναμική αστάθεια.

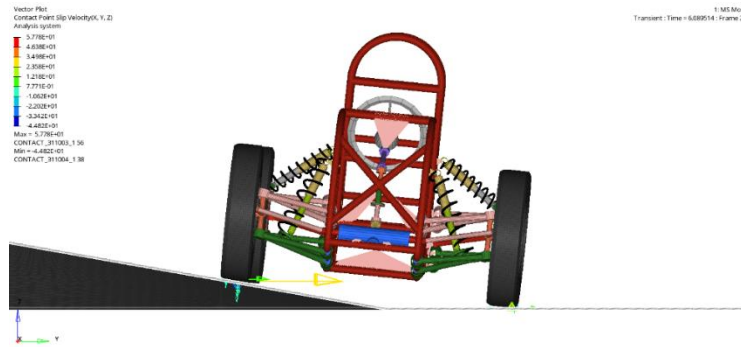


Figure 96 Η σχετική ταχύτητα ολίσθησης μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος  $t=6.089515 \text{ sec}$ .

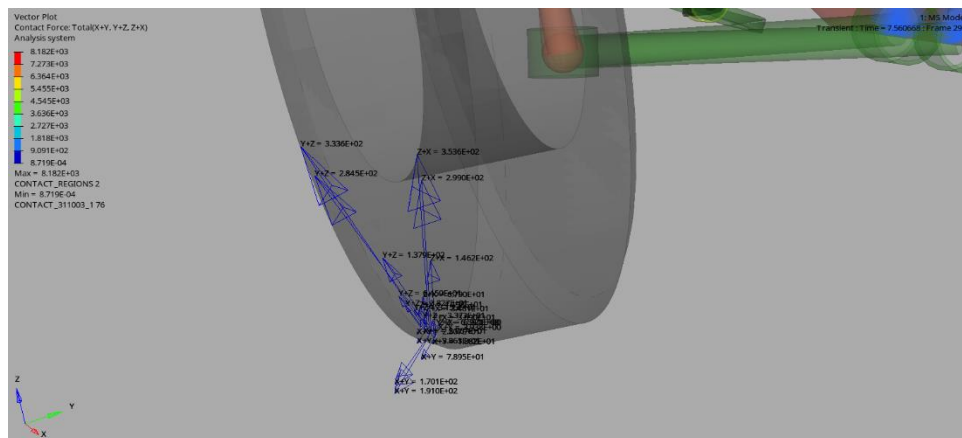


Figure 97 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση  $t=7.56066 \text{ sec}$ .

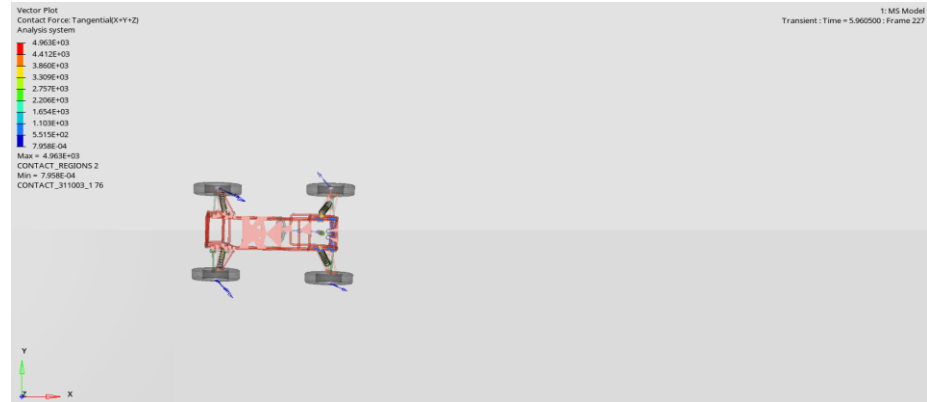


Figure 98 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση  $t=5.9605 \text{ sec}$ .

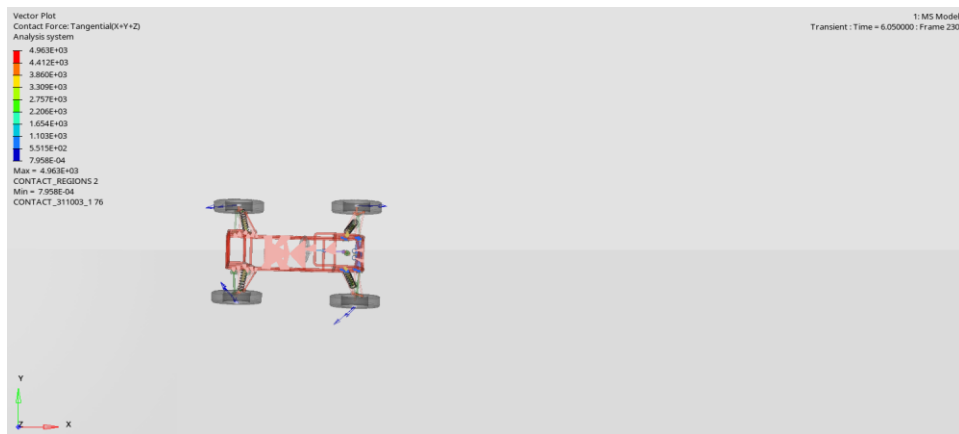


Figure 99 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση  $t=6.05 \text{ sec}$ .

Παρόλο που όπως φαίνεται στα άνωθεν σχήματα υπάρχουν μεταβολές στα διανύσματα των δυνάμεων επαφής που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε ανισορροπία στο όχημα, το όχημα έχει την τάση να αυτοδιορθώνει την πορεία του στην ευθεία χωρίς επέμβαση από τον οδηγό, ένα ουσιαστικό χαρακτηριστικό και επιθυμητό σε κάθε όχημα.

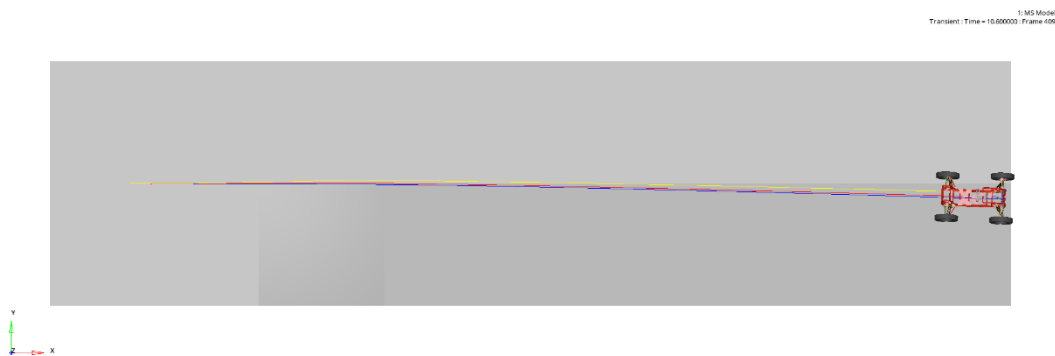


Figure 100 Η τροχιά του οχήματος κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο.

### 9.5.2. Συνθήκες Πάγου

Στην περίπτωση που ορίσουμε τον συντελεστή δυναμικής τριβής  $\mu$  ως 0,2 μια τυπική τιμή για τριβή ελαστικού σε πάγο το όχημα τείνει να χάσει την επαφή στιγμιαία με το οδόστρωμα στον πίσω δεξιά τροχό και τον εμπρόσθιο δεξιά τροχό δημιουργώντας μια ροπή από τις δυνάμεις επαφής των άλλων τροχών που οδηγεί το όχημα να περιστραφεί, αυτό γίνεται αντιληπτό τόσο από τα διανύσματα σχετικής ταχύτητας ολίσθησης αλλά και από τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής. Επομένως παρά την τάση του οχήματος να αυτοδιορθώνει την πορεία του, σε μεγάλες δυναμικές ανισορροπίες είναι πιθανό το όχημα να μην μπορεί να κρατήσει την επιθυμητή πορεία αν δεν υπάρξει διορθωτική αντίδραση από τον οδηγό.

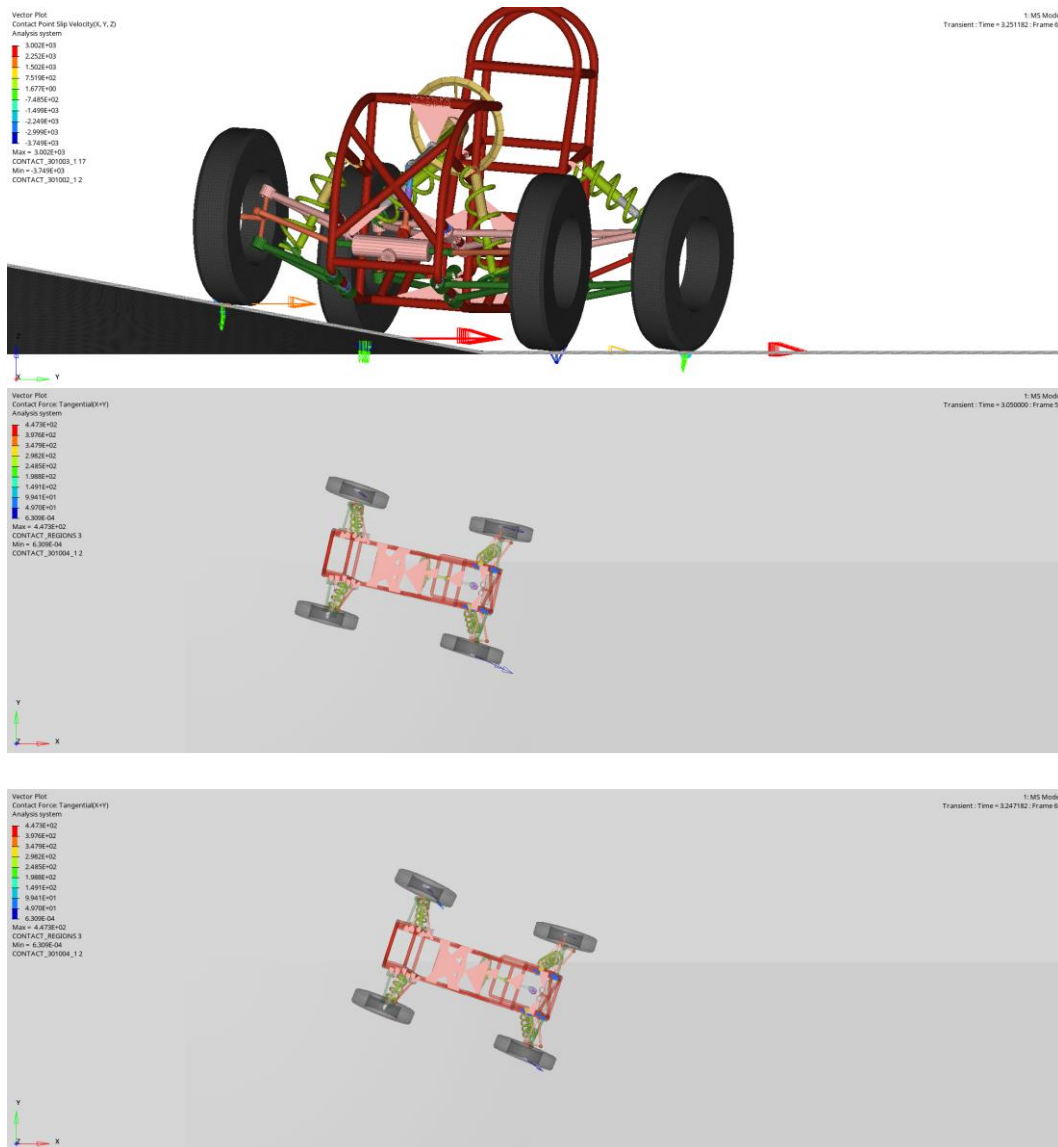


Figure 101 Η σχετική ταχύτητα μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος  $t = 3.2511$  sec.

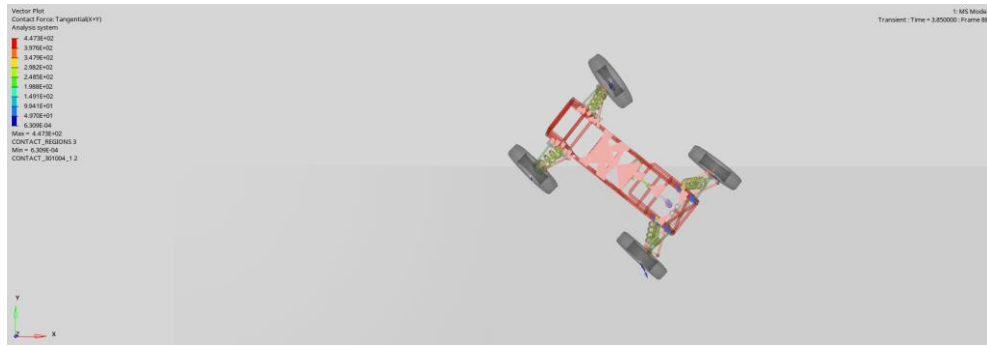


Figure 102 Τα διανύσματα των δυνάμεων επαφής στον τροχό κατά την κίνηση σε  $t1=3,05\text{sec}$   $t2=3.247182\text{ sec}$  και  $t3=3.85\text{ sec}$ .

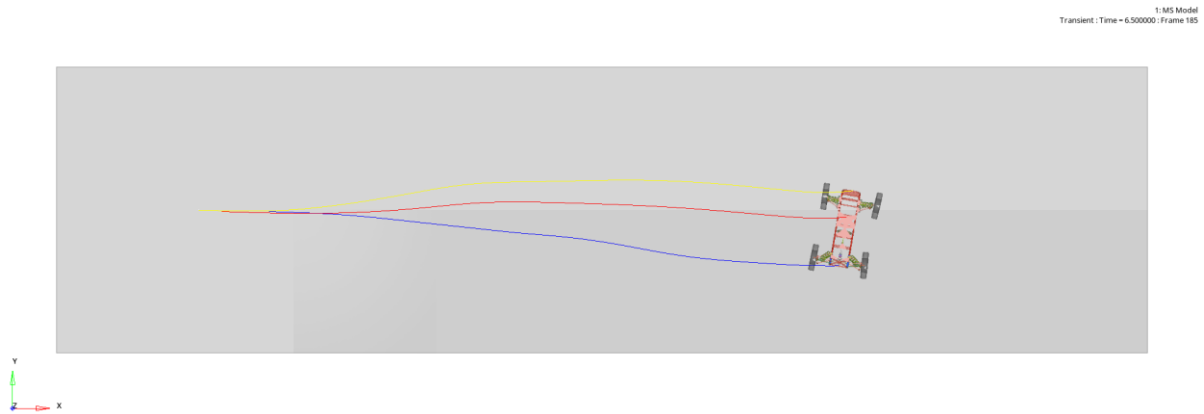


Figure 103 Η τροχιά του οχήματος κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο.

## 9.6. Ευθύγραμμη οδήγηση με διαφορετικό συντελεστή τριβής $\mu$

Το όχημα ξεκινάει με μια αρχική ταχύτητα και βρίσκεται υπό σταθερή επιτάχυνση όταν έρχεται σε επαφή με ένα οδόστρωμα που έχει διαφορετική ολισθηρότητα στο δεξί και αριστερό ήμισυ του.

### 9.6.1. Συνθήκες πάγου με αρχική ταχύτητα 20 km/h και επιτάχυνση 0,1 G.

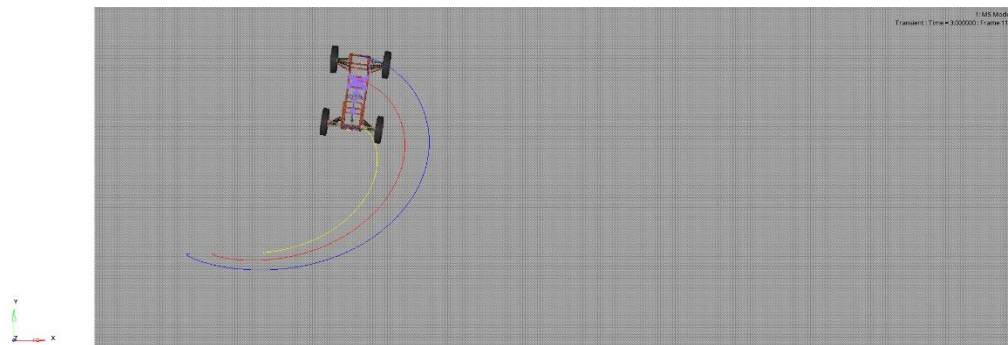


Figure 104 Η τροχιά του οχήματος, το όχημα παρουσιάζει ραγδαία υπερστροφή και βγαίνει εκτός ελέγχου.

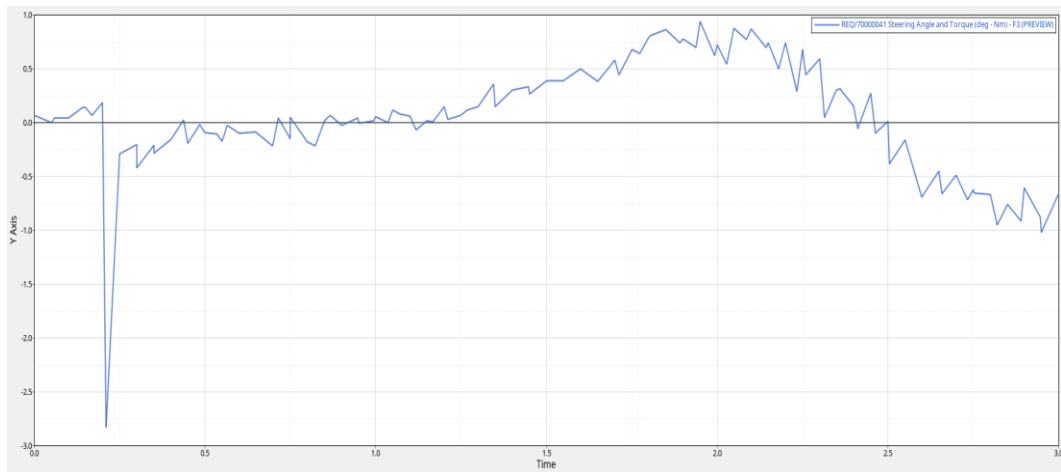


Figure 105 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.

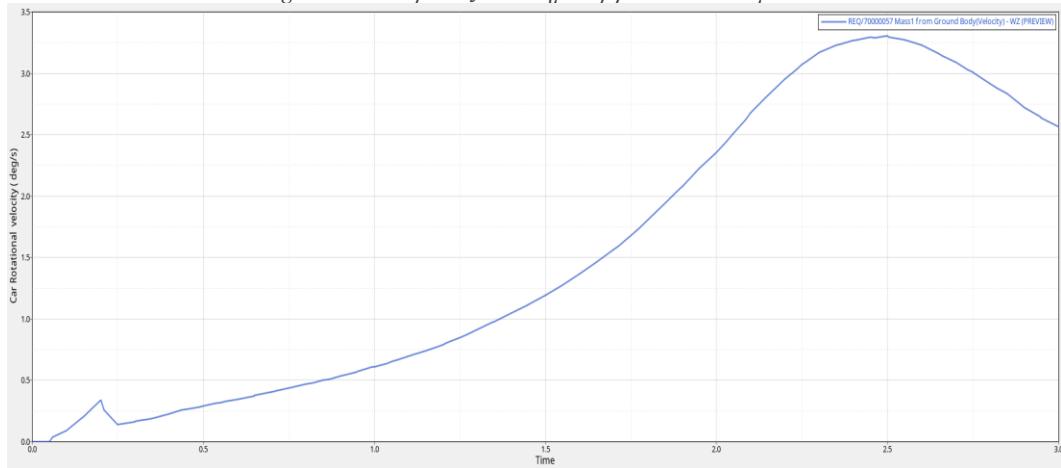


Figure 106 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.

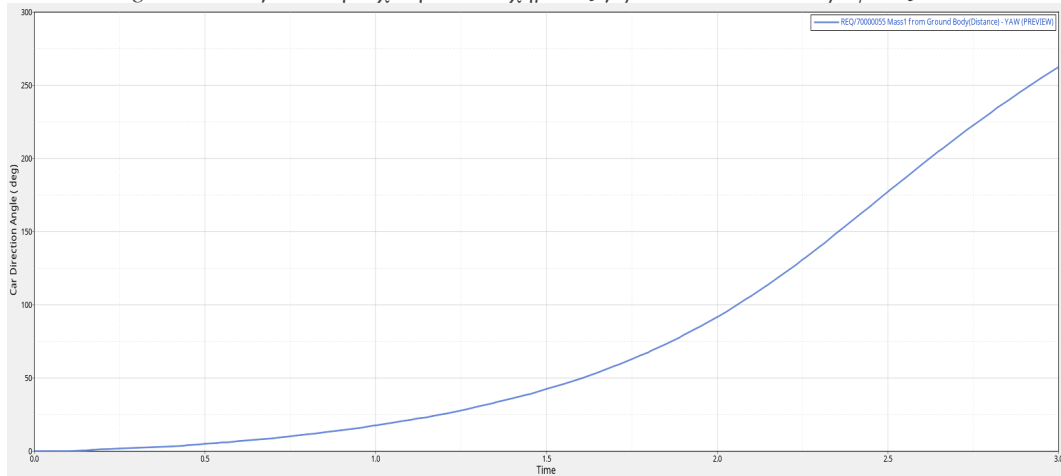


Figure 107 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα X.

### 9.6.2. Συνθήκες βροχής με αρχική ταχύτητα 20 km/h και επιτάχυνση 0,1G.

Εξετάζοντας το σενάριο υπο συνθήκες βροχής αντι πάγου αλλά με όμοιες αρχικές συνθήκες.

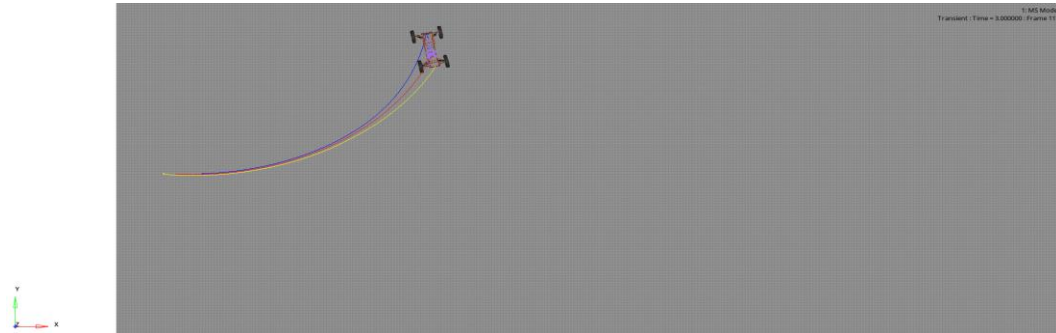


Figure 108 Η τροχιά του οχήματος, το όχημα παρουσιάζει σταδιακή υπερστροφή και βγαίνει εκτός ελέγχου.

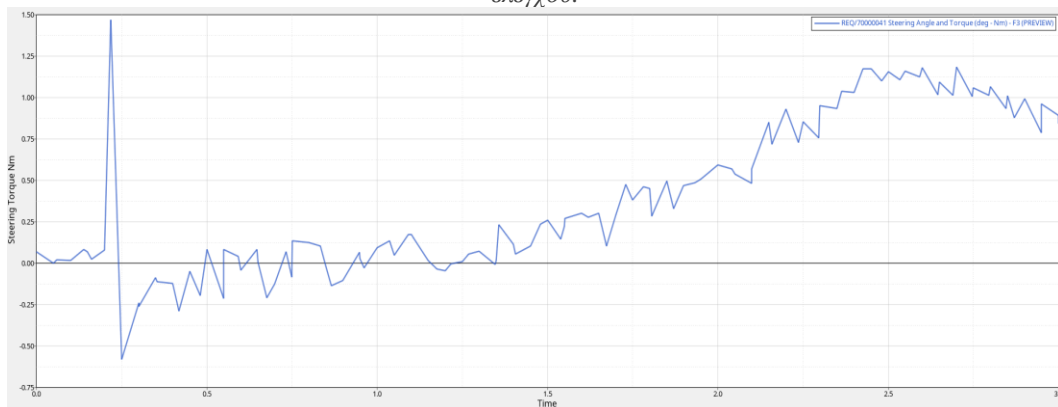


Figure 109 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.

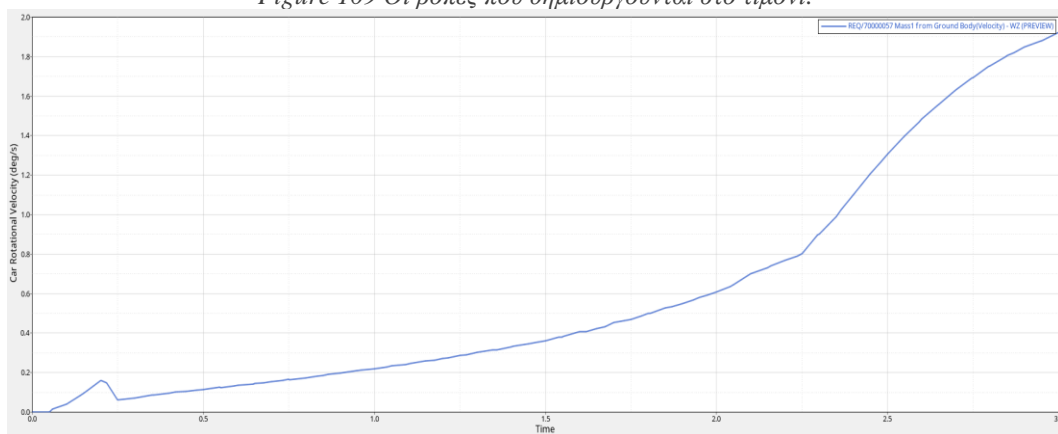


Figure 110 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.

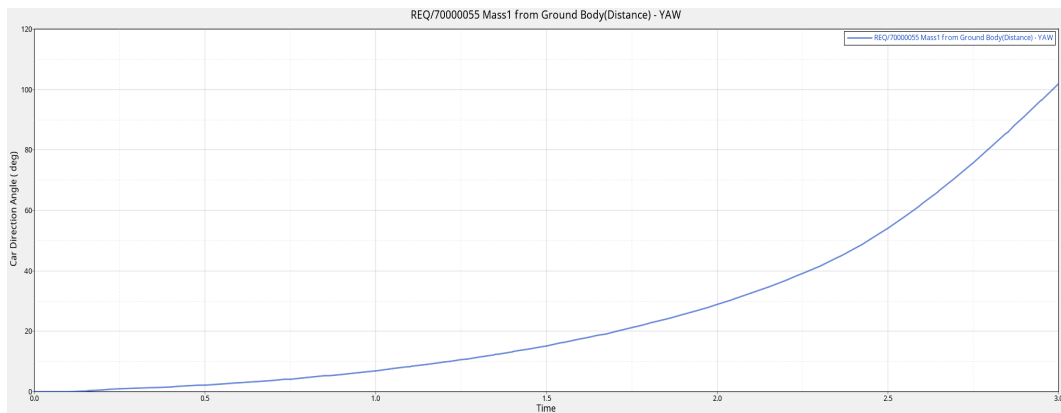


Figure 111 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα Χ.

Υπό αυτές τις συνθήκες το όχημα πάλι τείνει να βγει εκτός ελέγχου αλλά ο ρυθμός με τον οποίο αυτό συμβαίνει είναι μικρότερος επιτρέποντας επαρκή χρόνο αντίδρασης από τον οδηγό ο οποίος με σωστές διορθωτικές κινήσεις στο σύστημα διεύθυνσης και το γκάζι θα μπορούσε να ανακτήσει τον έλεγχο και να σταθεροποιήσει την πορεία του οχήματος.

### 9.6.3. Συνθήκες βροχής με αρχική ταχύτητα 15 km/h και σταθερή επιτάχυνση τα 0,05 G.

Εξετάζοντας υπο συνθήκες βροχής αλλά με χαμηλότερη αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση παρατηρείται ότι το όχημα καταφέρνει να αυτοδιορθώσει την πορεία του και να μην βγει εκτός ελέγχου ακόμα και χωρίς την αντίδραση του οδηγού .

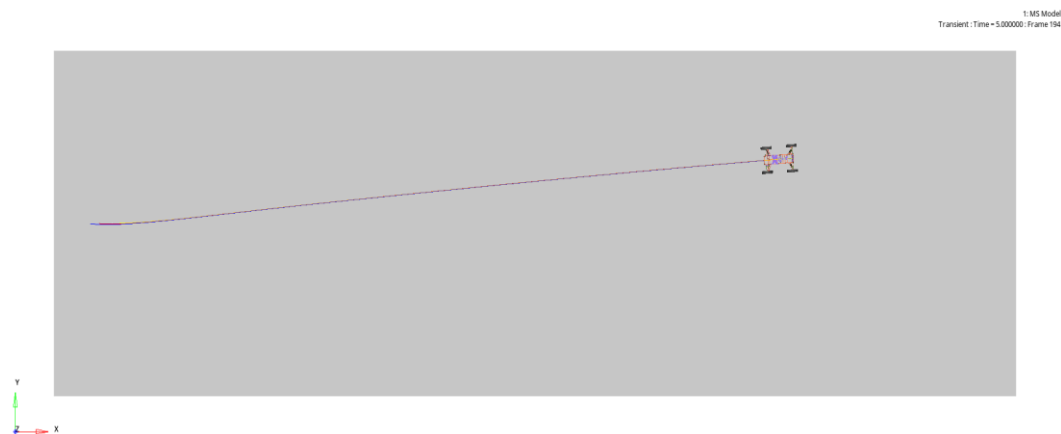


Figure 112 Η τροχιά του οχήματος , το όχημα ανακάμπτει από την αρχική υπερστροφή.

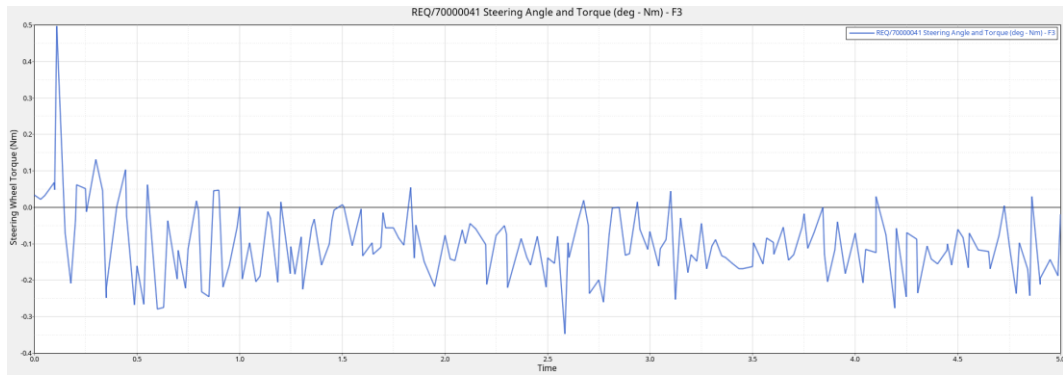


Figure 113 Οι ροπές που δημιουργούνται στο τιμόνι.



Figure 114 Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.

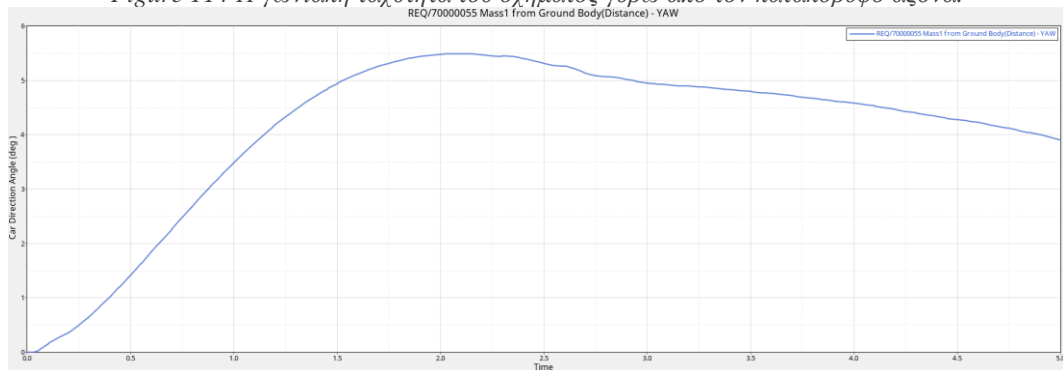


Figure 115 Η γωνία του οχήματος με τον άξονα X.

Εξετάζοντας λοιπόν τα τρία διαφορετικά σενάρια γίνεται αντιληπτή η ικανότητα του οχήματος να οδηγηθεί με ασφάλεια κάτω από συνθήκες υψηλής ολισθηρότητας του οδοστρώματος, εφόσον ο οδηγός οδηγεί με χαμηλές ταχύτητες και έχει ομαλές επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις. Μια εναλλακτική που θα επάυξανε ακόμη περισσότερο την ασφάλεια θα ήταν και η χρήση ενεργών ηλεκτρονικών συστημάτων ελέγχου όπως ESP και ABS τα οποία θα υποβοηθούσαν τον οδηγό να κρατάει το ρυθμό επιτάχυνσης και επιβράδυνσης στα όρια πρόσφυσης του οχήματος.

## 9.7. Οδήγηση σε ημιτονοειδή σαμαράκια

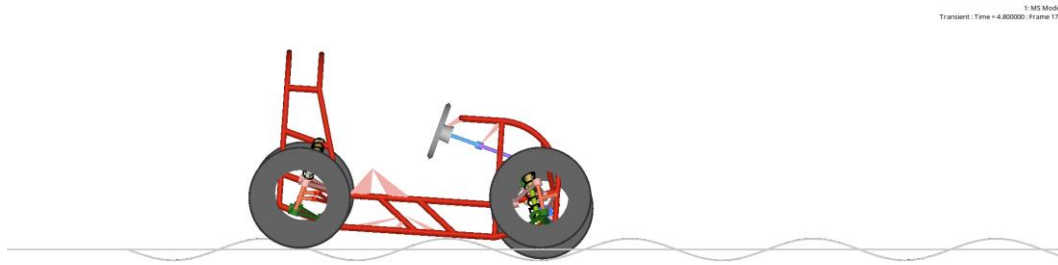


Figure 116 Πλάγια όψη του προφίλ του δρόμου.

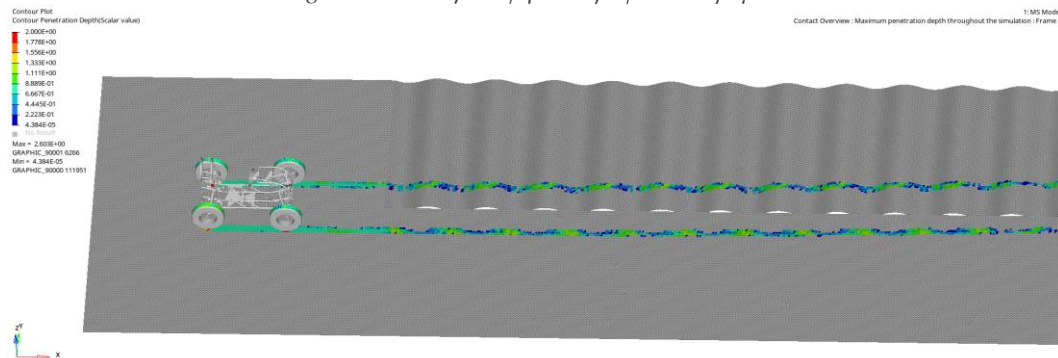


Figure 117 Έλεγχος της διείδυσης κατά την επαφή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος.

Η διείδυση που συμβαίνει μας επιτρέπει να κατανοήσουμε κατά όλη την πορεία του οχήματος την κατανομή του βάρους, την ταχύτητα των τροχών πριν έρθουν σε επαφή με το έδαφος, τις στιγμές που χάνεται η επαφή με το έδαφος αλλά και αν υπάρχουν τυχόν σφάλματα στον ορισμό των επαφών καθώς θα παρατηρούσαμε είτε μηδενική διείδυση είτε υπερβολική διείδυση ανάμεσα στα σώματα.

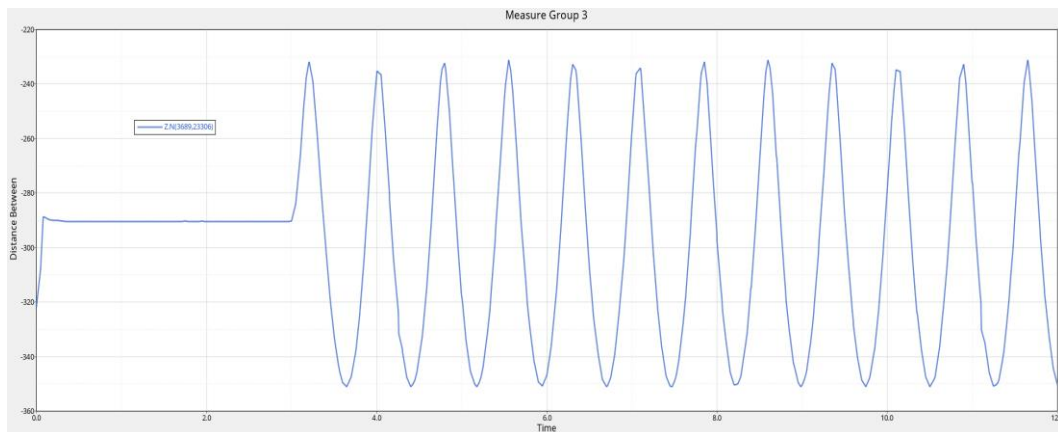


Figure 118 Μετατόπιση κέντρου αριστερού τροχού.

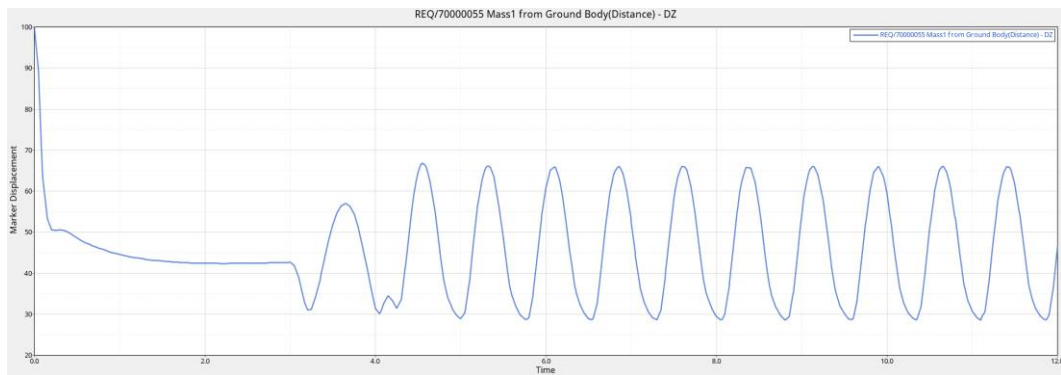


Figure 119 Μετατόπιση στη θέση οδήγησης.

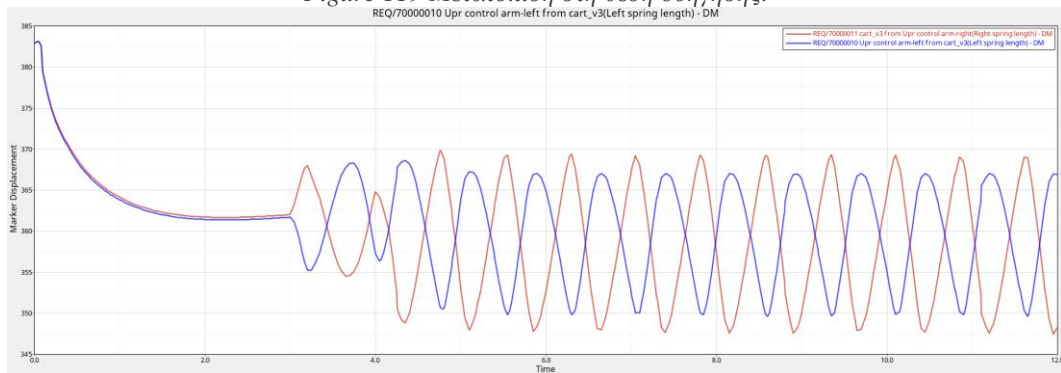


Figure 120 Μήκος των ελατηρίων της μπροστινής ανάρτησης.

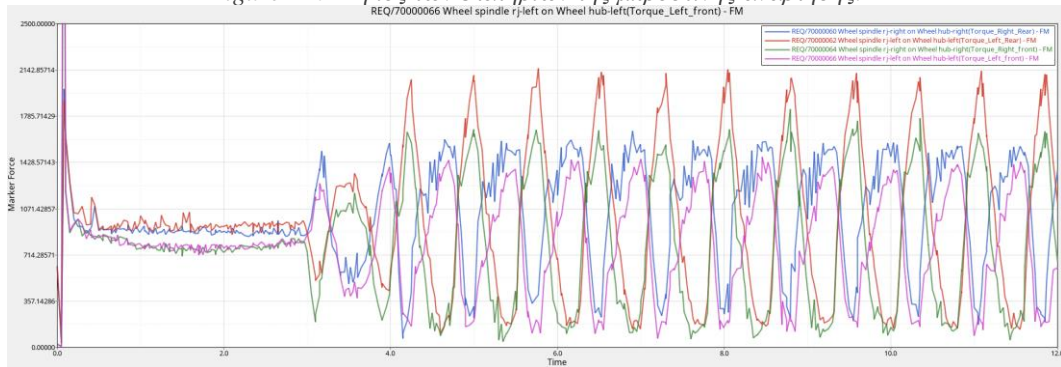


Figure 121 Οι δυνάμεις που δέχονται οι τέσσερις βραχίονες διεύθυνσης των τροχών.

Οι δυνάμεις μπορούν να εξαχθούν ως χρονοιστορίες και να χρησιμοποιηθούν σε ένα μοντέλο FEA για να μελετήσουν τις καταπονήσεις που δέχονται οι βραχίονες ως εξάρτημα, λαμβάνοντας υπόψη και μη γραμμική συμπεριφορά αν είναι απαραίτητο.

Οι τάσεις και τροπές στο εύκαμπτο υποπλάισιο σε διάφορες χρονικές στιγμές και οι χρονοιστορίες τους. Καθώς τα αποτελέσματα είναι τεράστια μητρώα και απαιτούν πολύ μνήμη και μεγάλο χρόνο για την αποθήκευση και ανάγνωση τους, η καταγραφή τους έγινε στο χρονικό πλαίσιο από 0,4 έως 10 δευτερόλεπτα.

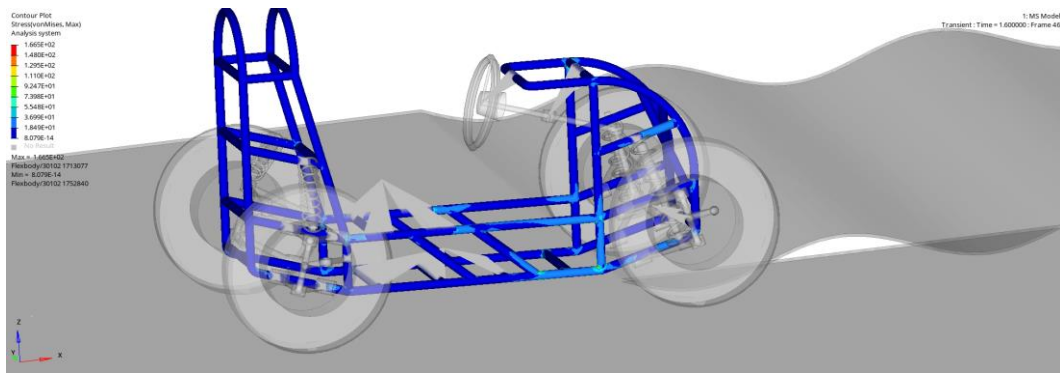


Figure 122 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε  $t = 1.6 \text{ sec.}$

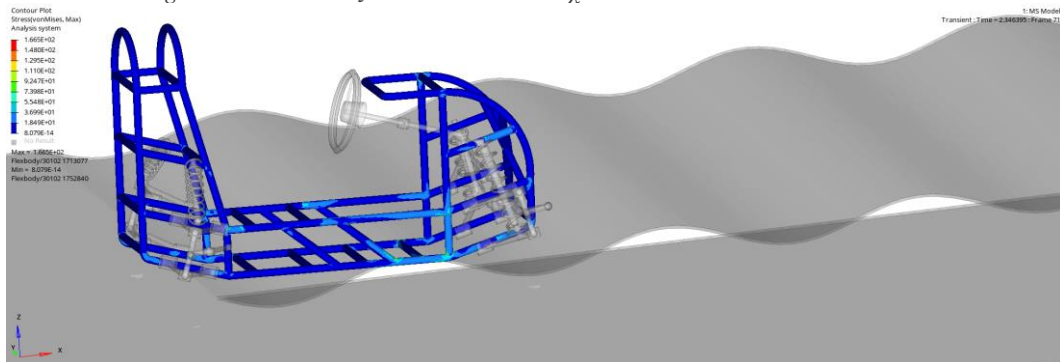


Figure 123 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε  $t = 2.346395 \text{ sec.}$

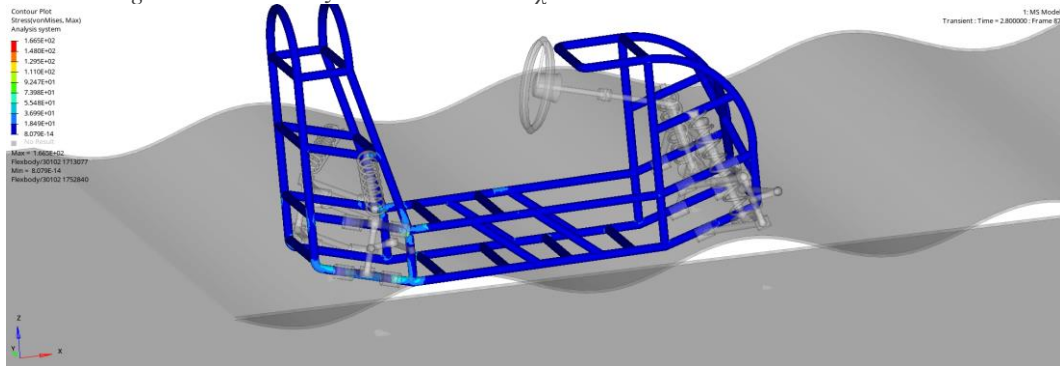


Figure 124 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε  $t = 2.8 \text{ sec}$

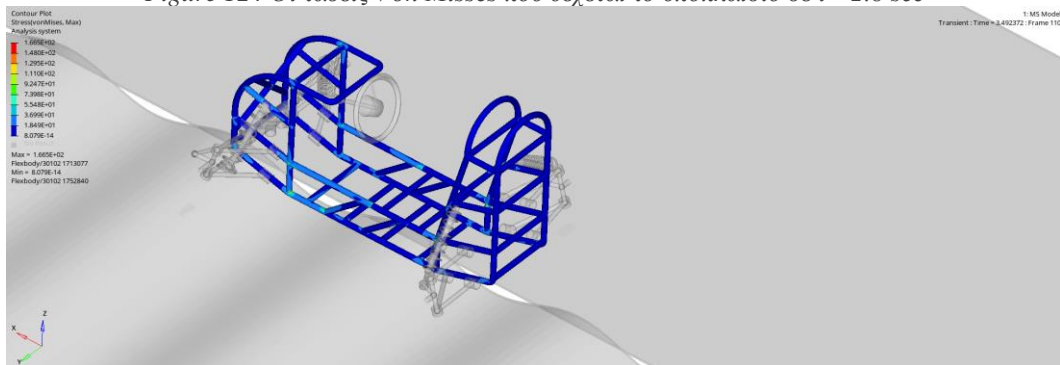


Figure 125 Οι τάσεις Von Misses που δέχεται το υποπλαίσιο σε  $t = 3.492372 \text{ sec.}$

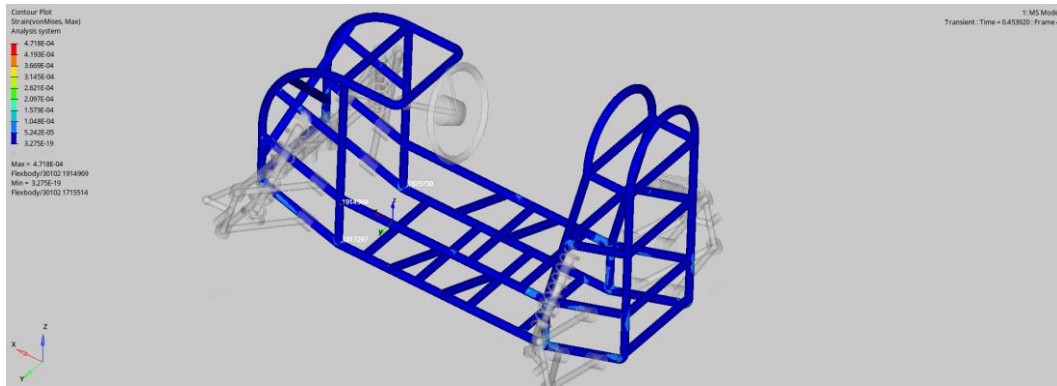


Figure 126 Οι θέσεις τριών στοιχείων για τα οποία έγινε εξαγωγή χρονοιστοριών.

Τα στοιχεία υπ. αριθμό 1817297 , 1825750 και 1914969 επιλέχθηκαν για περεταίρω μελέτη καθώς δέχονται μεγάλα φορτία και βρίσκονται σε δομικά κρίσιμες θέσεις, με το στοιχείο 1914969 να δέχεται τις μεγαλύτερες τάσεις στο μοντέλο.

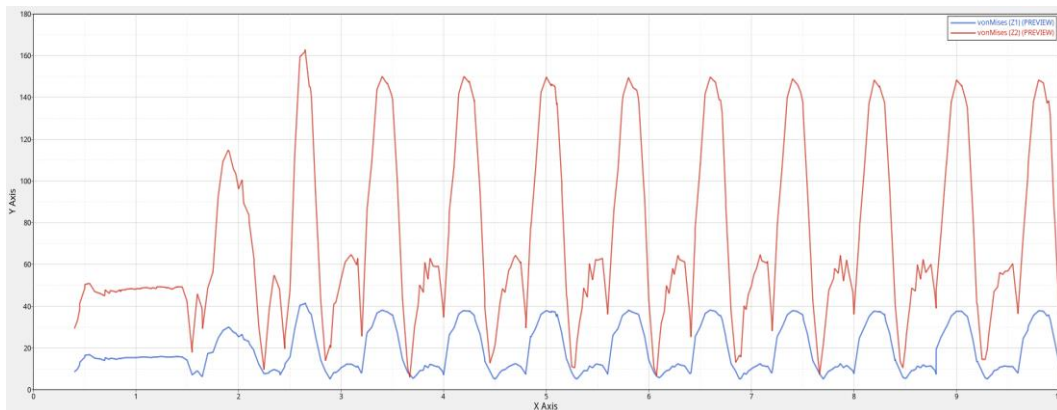


Figure 127 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1914969 κατά Von Misses.

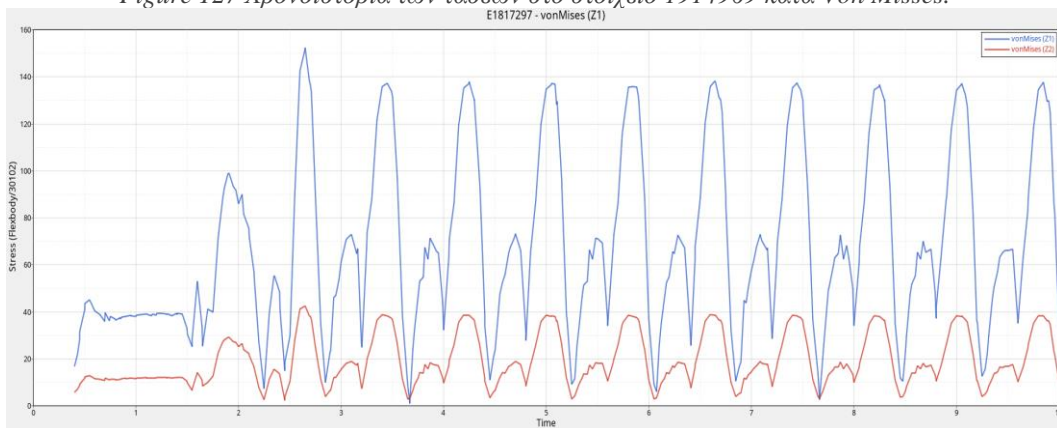


Figure 128 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1817297 κατά Von Misses.

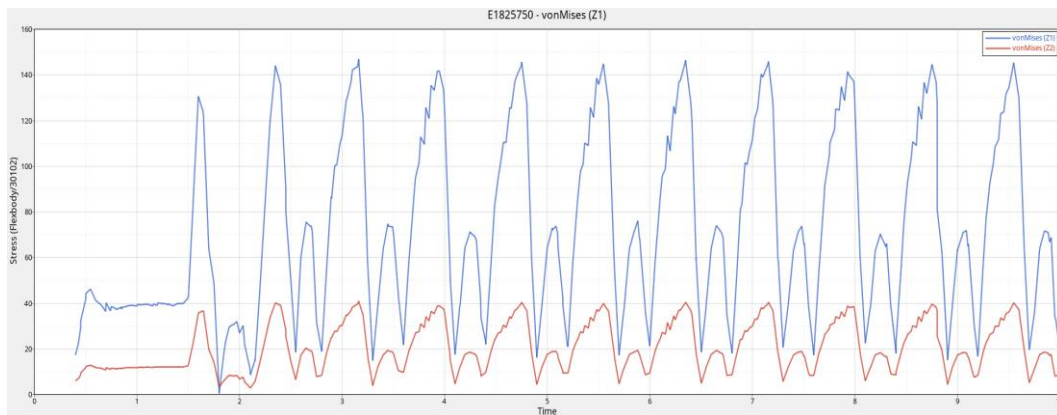


Figure 129 Χρονοιστορία των τάσεων στο στοιχείο 1825750 κατά Von Misses..

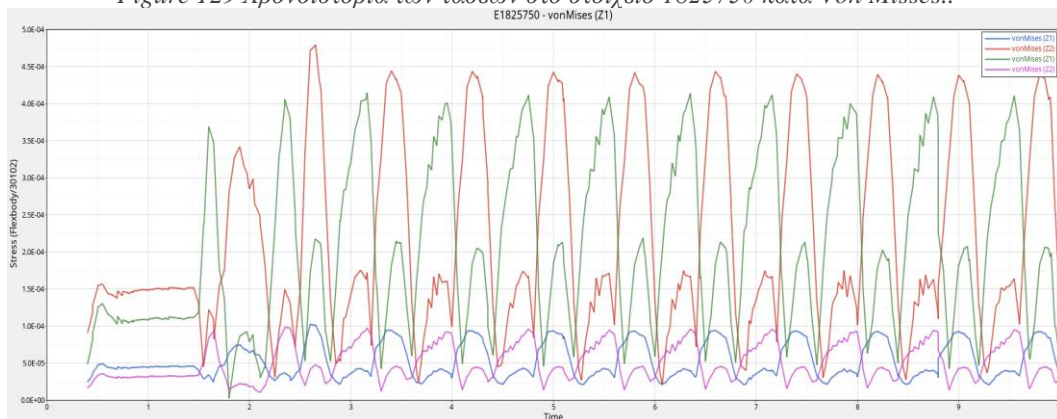


Figure 130 Χρονοιστορία των τροπών στα στοιχεία 1914969 και 1825750 κατά Von Misses.,

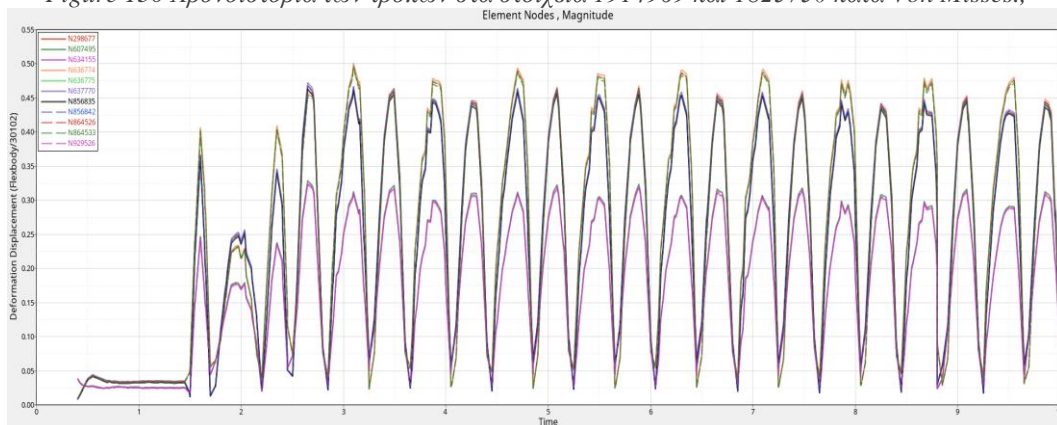


Figure 131 Χρονοιστορία των παραμορφώσεων στους κόμβους των ίδιων στοιχείων.

Σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι η μέγιστη τάση που παρατηρείται στο υποπλάισιο είναι 162,8 Mpa κατά Von Misses και 187.6 Mpa κατά Tresca καθώς και οι δύο είναι μικρότερες του ελαστικού ορίου αντοχής του υλικού δηλαδή τα 250 Mpa μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η γραμμική φύση του μοντέλου είναι αντιπροσωπευτική για το σενάριο φορτίσεων.

## 9.8. Κυκλική οδήγηση υπό επιτάχυνση

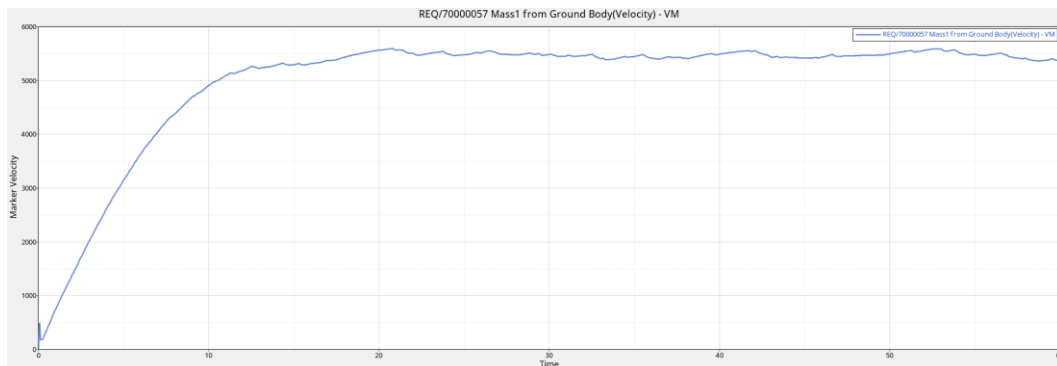
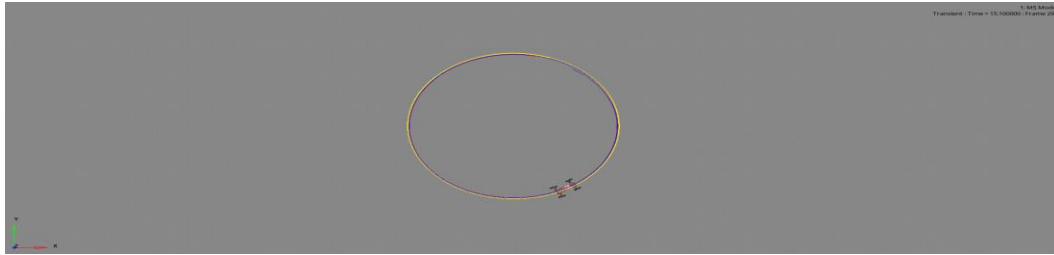


Figure 132 Η ταχύτητα του οχήματος.

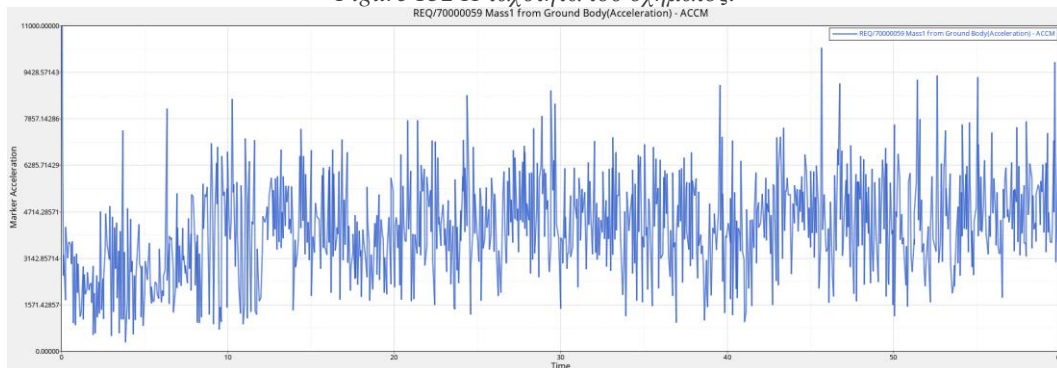


Figure 133 Η επιτάχυνση του οχήματος.

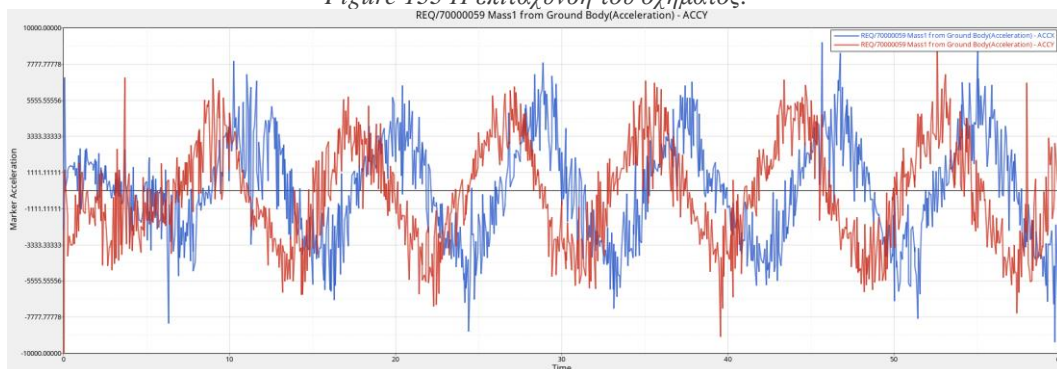


Figure 134 Οι συνιστώσες της επιτάχυνσης στους άξονες X και Y.

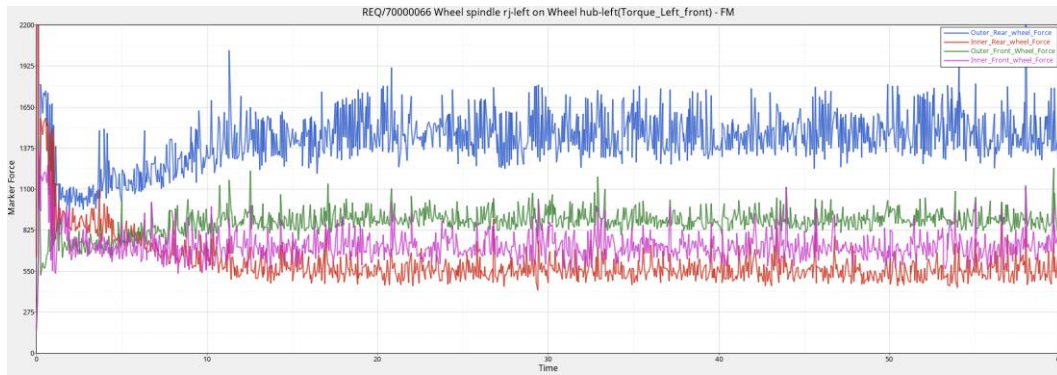


Figure 135 Οι δυνάμεις στα ελαστικά.

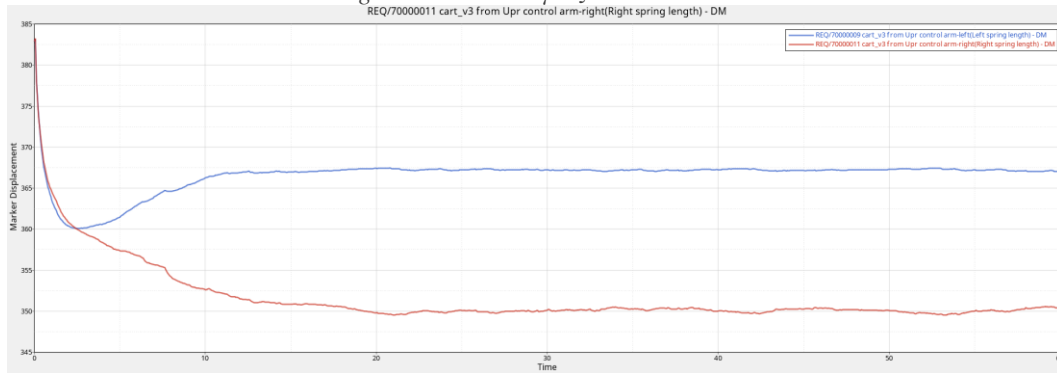


Figure 136 Μήκος ελατηρίων πίσω ανάρτησης.

Είναι εμφανές ότι καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του οχήματος, αυξάνονται οι επιταχύνσεις αλλά και οι δυνάμεις στα ελαστικά. Το όχημα φτάνει ένα κρίσιμο σημείο όταν η ταχύτητα του είναι περίπου 5,5 m/s (20 km/h) όπου το όριο πρόσφυσης των ελαστικών ισούται με τις φυγοκεντρικές δυνάμεις του οχήματος και αδυνατεί να επιταχύνει επιπλέον διατηρώντας την ίδια ακτίνα στροφής που είναι τα 8 μέτρα. Επίσης παρατηρούμε το φαινόμενο του body roll όπου λόγω των φυγοκεντρικών επιταχύνσεων που δέχεται το σώμα τα εξωτερικά ελαστικά δέχονται μεγαλύτερες δυνάμεις και έχουν καλύτερη πρόσφυση από τα εσωτερικά.

## 10. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα γενικά συμπεράσματα που εξήχθησαν από την εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας ήταν τα εξής:

- Τα συστήματα πολλαπλών σωμάτων είναι ένα πάρα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη διαδικασία προσομοίωσης μηχανισμών και εξαγωγής χρήσιμων αποτελεσμάτων όταν βρίσκονται σε σχεδιαστική ακόμα φάση , επιτρέποντας την ταχύτερη και με μικρότερο κόστος ανάπτυξη τους.
- Οι δυνατότητες των συστημάτων πολλαπλών σωμάτων είναι τεράστιες ειδικά όταν χρησιμοποιούνται συνδυαστικά με άλλα εργαλεία όπως για παράδειγμα οι μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων.
- Μέσω αυτών των συστημάτων είναι δυνατή η βελτιστοποίηση της λειτουργίας ενός μηχανισμού ή συστήματος, καθώς και η πρόβλεψη σφαλμάτων ή αστοχιών τους, ώστε να αποφευχθούν ανεπιθύμητα και ίσως επικίνδυνα αποτελέσματα σε κατάσταση λειτουργίας.
- Η πολυπλοκότητα ενός μοντέλου πολλαπλών σωμάτων που μπορεί να περιέχει εύκαμπτα , άκαμπτα σώματα , επαφές , απόσβεση και πληθώρα κινηματικών περιορισμών είναι μεγάλη , επομένως τα αποτελέσματα του μπορεί να είναι αντιπροσωπευτικά και έγκυρα υπο τις κατάλληλες συνθήκες αλλά πάντα θα πρέπει να αξιολογούνται και να επαληθεύονται με πειραματικές διατάξεις και αναλυτικές επιλύσεις.

## 11. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

- Δημιουργία και εισαγωγή μοντέλων ελαστικών με μεγαλύτερη ευκρίνεια βασισμένα σε πραγματικά δεδομένα.
- Εισαγωγή συστημάτων αυτομάτου ελέγχου για την προσομοίωση οδηγού ή και δημιουργίας ενεργών συστημάτων ανάρτησης.
- Δημιουργία πειραματικής διάταξης για σύγκριση και βελτίωσης του υπάρχοντος προσομοιωτικού μοντέλου.
- Δημιουργία σεναρίων με μοντέλα με τη μέθοδο Discrete Element για την προσομοίωση οδήγησης σε άμμο.
- Εισαγωγή και μη γραμμικών εύκαμπτων σωμάτων στο μοντέλο.

## 12. REFERENCES - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Adam Opel GmbH - GME Engineering. “Golden source templates for vehicle dynamics simulations with HyperWorks MotionView.” EHTC. Strasbourg, 2008.
- [2] Alfa Romeo. “Putting simulation muscle behind a sporty concept car.” 2003. Altair HyperWorks. 26 October 2008 <<http://www.altairhyperworks.com/html/en-US/rl/Alfa-Romeo.pdf>>.
- [3] American Institute of Aeronautics and Astronautics “Design of Flexible Bodies in Multibody Dynamic Systems using Equivalent Static Load Method.” 2007.
- [4] R. N. Jazar, “Δυναμική Οχημάτων”, Αθήνα: Fountas, 2017 .
- [5] A. A. Shabana,” Dynamics of Multibody Systems”, New York: Cambridge University Press, 2013
- [6] O. A. Bauchau, “Flexible Multibody Dynamics”, Springer, (2011)
- [7] Arun K. Banerjee, “Flexible Multibody Dynamics Efficient Formulations and Applications”, WILEY, (2016)
- [8] Altair Engineering “MotionSolve User Manual 2008”. 25 September 2011 <[http://www.cadfamily.com/onlinehelp/Hyperworks10/help/hwsolvers/hwsolvers.htm?user\\_subroutines.htm](http://www.cadfamily.com/onlinehelp/Hyperworks10/help/hwsolvers/hwsolvers.htm?user_subroutines.htm)>.
- [9] Σ. Νατσιάβας,” Εφαρμοσμένη Δυναμική”, Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη, 1999.
- [10] Σ. Νατσιάβας, “Ταλαντώσεις Μηχανικών Συστημάτων”, Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη, 2001.
- [11] Craig, Roy R. and Mervyn C. C. Bampton. “Coupling of Substructures for Dynamic Analyses.” AIAA Journal 1968
- [12] Zdravko Terze, “Multibody Dynamics Computational Methods and Applications”, Springer, Zagreb March 2014
- [13] JARI Battery Transportation Working group “Vibration Test for Large Lithium-ion Battery Assemblies on UN Transportation Manual of Tests & Criteria” April 2009.
- [14] Lenkutis, T.; Ćerškus, A.; Šešok, N.; Dzedzickis, A.; Bučinskas, V. Road Surface Profile Synthesis: Assessment of Suitability for Simulation. Symmetry 2021, <https://doi.org/10.3390/sym13010068>.

- [15] Jochem Giesbers, “CONTACT MECHANICS IN MSC ADAMS A technical evaluation of the contact models in multibody dynamics software MSC Adams”, University of Twente, (July 11, 2012)
- [16] Josep M. Font-Llagunes, “Multibody Dynamics Computational Methods and Applications” στο Chapter 4, Filipe Marques, Paulo Flores and Hamid M. Lankarani, “On the Frictional Contacts in Multibody System Dynamics”, Springer, (2016)
- [17] Albers, A.; Emmrich, D.; Häußler, P., “Automated Structural Optimization of Flexible Components using MSC.Adams/Flex and MSC.Nastran Sol200”, 1st European MSC.ADAMS Users’ Conference (2002)
- [18] Α. Τζιγιέρας, «Βέλτιστος Σχεδιασμός και Ανάπτυξη Πειραματικής Διάταξης Συστήματος Στροφάλου-Διωστήρα-Εμβόλου, με Χρήση Λογισμικού Δυναμικής Ανάλυσης Συστημάτων Πολλαπλών Σωμάτων,» Ιούλιος 2019.
- [19] Ε. Παππάς και Π. Παπαδόπουλος, «Βέλτιστη Μοντελοποίηση, Δυναμική Ανάλυση και Διάγνωση Βλαβών Συστημάτων Μετάδοσης Κίνησης με Χρήση Λογισμικού Συστημάτων Πολλαπλών Σωμάτων και Πειραματικών Μετρήσεων,» Ιούλιος 2019.
- [20] Α.Χειμωνίδης “ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΕΤΡΑΚΙΝΗΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΟΧΗΜΑΤΟΣ”, Κοζάνη 2018.

## 13. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΠΕΡΙΟΧΟΜΕΝΑ

road roughness classification .....	1
three frequencies (cycles/m).....	1
plotting of the road roughness class lines.....	2
generate space domain profile from roughness PSD .....	3
calculating the elevation values .....	4

### Κώδικας Matlab

#### Road roughness classification

```
clear all; close all
; clc;
% Road data
% The road data is loaded into the script
PSD=fopen('PSD_Data');
% obtaining the frequency data
    % the first and last value are extracted seperated, because the line containing these
    % values also have character data types.
first_line1 = fgetl(PSD); first_value1 =
first_line1(9:end);
frequency(1)=str2double(first_value1);
for k=2:124
values1 = fgetl(PSD);
frequency(k) = str2double(values1); % frequency in cycle/ft
end
last_line1 = fgetl(PSD); last_value1 =
last_line1(1:end-2);
frequency(125) = str2double(last_value1);
% obtaining the amplitude data
    % the first and last value are extracted seperated, because the line containing these
    % values also have character data types.
zero_line = fgetl(PSD); first_line2 =
fgetl(PSD);
first_value2 = first_line2(14:end); amplitude
(1)=str2double(first_value2); for l=2:124
values 2 = fgetl(PSD);
amplitude(1) = str2double(values2); % amplitude in ft^2/cycle/ft
end
last_value2 = fgetl(PSD);
amplitude (125) = str2double(last_value2);
```

### Three frequencies (cycles/m)

```

omega(1) = 0.01; omega(2) =
1/(2*pi); omega(3) = 10;
%Generate road roughness class lines
s_a(2) = 8e-6 ; %5g_0 in m^2/cycles/m
s_b(2) = 32e-6 ; %5g_0 in m^2/cycles/m s_c(2) = 128e-6
; %Sg_0 in m^2/cycles/m s_d(2) = 512e-6 ; %Sg_0 in
m^2/cycles/m s_e(2) = 2048e-6 ; %Sg_0 in m^2/cycles/m
s_f(2) = 8192e-6 ; %Sg_0 in m^2/cycles/m s_g(2) =
32768e-6 ; %5g_0 in m^2/cycles/m
%class A -road roughness higher range line
s_a(1) = s_a(2)*(omega(1)/omega(2))^-2;
s_a(3) = s_a(2)*(omega(3)/omega(2))^-1.5;
%class B -road roughness higher range line
s_b(1) = s_b(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_b(3) = s_b(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
%class C -road roughness higher range line
s_c(1) = s_c(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_c(3) = s_c(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
%class D -road roughness higher range line
s_d(1) = s_d(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_d(3) = s_d(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
%class E -road roughness higher range line
s_e(1) = s_e(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_e(3) = s_e(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
%class F -road roughness higher range line
s_f(1) = s_f(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_f(3) = s_f(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
%class G -road roughness higher range line
s_g(1) = s_g(2)*((omega(1)/omega(2))^-2);
s_g(3) = s_g(2)*((omega(3)/omega(2))^-1.5);
% The region above this line is of class H
    % Since the given data is in different units and the ISO road roughness
    class lines are plotted for a different unit.
for k = 1:125
    freq1(k) = frequency(k)/0.3048 ; %frequency converted from cycles/ft to cycles/m
    amplitude1(k) = (amplitude(k)*((0.3048)^3))*(2*pi) ; % amplitude
    converted from ft^2/cycles/ft to m^2/cycles/m
end
figure(1); % plot showing the ISO classification of road A to H
x=6; % location of the text included in the plot to indicate the various class zones
y1=2.0*10^-8;
y2=0.75*10^-7;
y3=2.5*10^-7;
y4=1.0*10^-6;
y5=3.5*10^-6;
y6=1.75*10^-5;
y7=0.75*10^-4;
y8=2.5*10^-4;

```

## Plotting of the road roughness class lines

```
loglog (omega,s_a, 'linewidth',3);
text(x,y1,'A', 'FontSize',15);
text(x,y2, 'B', 'FontSize',15); hold on;
loglog (omega, s_b, 'linewidth',3);
text(x,y3,'C', 'FontSize',15);
loglog(omega,s_c, 'linewidth',3); text(x,y4,
'D', 'FontSize',15); loglog(omega,s_d,
'linewidth',3); text(x,y5,'E', 'FontSize',15);
loglog(omega,s_e, 'linewidth',3); text(x,y6,
'F', 'FontSize',15); loglog(omega, s_f,
'linewidth',3); text(x,y7,'G', 'FontSize',15);
loglog (omega,s_g, 'linewidth',3); text(x,y8,
'H', 'FontSize',15); set(gca,'fontsize',15);
xlabel('spatial frequency ( cycles/m)'); ylabel('Power spectral
density (m^2/cycles/m)'); title('Road classification by ISO');
hold off;
```

## Generate space domain profile from roughness PSD

The difference between the frequency values gives the frequency increment or frequency bandwidth

```
delta_sigma (1)=frequency (2)-frequency(1); delta_sigma (125)=
frequency (125)-frequency (124); for j=2:124;
delta_sigma (j)=(frequency (j)-frequency (j-1));
end;
%plotting the road PSD Data
figure(2)
loglog(freq1, amplitude1, 'linewidth',3);
set(gca,'fontsize', 15);
xlabel('spatial frequency ( cycles/m)'); ylabel('Power spectral
density (m^2/cycles/m)'); title('Road PSD Data');
% Overlaying the PSD profile over the 150 classification and
determination of road quality
figure(3) X=6;
y1=2.0*10^-8;
y2=0.75*10^-7;
y3=2.5*10^-7;
y4=1.0*10^-6;
y5=3.5*10^-6;
y6=1.75*10^-5;
y7=0.75*10^-4;
y8=2.5*10^-4;
loglog (omega, s_a, 'linewidth',3);
text(x,y1,'A','FontSize',15);
```

```

text(x,y2, 'B', 'FontSize',15); hold on;
loglog (omega, s_b, 'linewidth',3);
text(x,y3,'C', 'FontSize',15);
loglog(omega,s_c, 'linewidth',3); text(x,y4,
'D', 'FontSize',15); loglog(omega,s_d,
'linewidth',3); text(x,y5, 'E', 'FontSize',15);
loglog(omega, s_e, 'linewidth',3);
text(x,y6,'F', 'FontSize',15); loglog
(omega,s_f, 'linewidth',3); text(x,y7,'G',
'FontSize',15); loglog (omega, s_g,
'linewidth',3); text(x,y8,'H', 'FontSize',15);
loglog(freq1, amplitudel, 'linewidth',3);
set(gca,'fontsize',15);
xlabel('spatial frequency ( cycles/m)'); ylabel('Power spectral
density (m^2/cycles/m)'); title('Road classification by ISO');
hold off;

```

### calculating the elevation values

```

for j=1:500
distance(j)=j;
total(j)=0; for
i=1:125;
z(i) = sqrt((amplitude(1,i)*2)*delta_sigma(i));
total(j) = total(j)+ z(i)*sin(frequency(i)*distance(j)*2*pi);
end
end
% plotting the elevation profile
figure(4)
plot(distance, total, 'linewidth',3); set
(gca,'fontsize', 15);
label('Distance (ft)');
ylabel('Elevation(ft)'); title('Road
elevation profile');

```