



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ Δ/ΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ: ΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΚΤΙΚΗ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΑΛΕΞΙΟΥ (ΑΕΜ 1022)

ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΤΟΥ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΤΙΤΛΟΥ
στις «Επιστήμες της Αγωγής με Νέες Τεχνολογίες»
στην κατεύθυνση «Θετικές Επιστήμες με Νέες Τεχνολογίες»

ΦΛΩΡΙΝΑ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Φύλλο Εξέτασης

1. Επόπτης: Νικολαντωνάκης Κωνσταντίνος , Καθηγητής

Βαθμός:

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

2. Δεύτερος Βαθμολογητής: Λεμονίδης Χαράλαμπος , Καθηγητής

Βαθμός:.....

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

3. Τρίτος Βαθμολογητής: Κασβίκης Κωνσταντίνος , Επίκουρος Καθηγητής

Βαθμός:.....

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

Ο συγγραφέας **Νικόλαος Αλεξίου** βεβαιώνει ότι το περιεχόμενο του παρόντος έργου είναι αποτέλεσμα προσωπικής εργασίας και ότι έχει γίνει η κατάλληλη αναφορά στις εργασίες τρίτων, όπου κάτι τέτοιο ήταν απαραίτητο, σύμφωνα με τους κανόνες της ακαδημαϊκής δεοντολογίας.

Υπογραφή:

Ημερομηνία:

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	6
Abstract	7
Κατάλογος Πινάκων.....	8
Κατάλογος Σχημάτων	11
Εισαγωγή.....	12
<i>Το Θεωρητικό Πλαίσιο Διδακτικής Αξιοποίησης της Ι.τ.Μ</i>	15
<i>Ιστορική Αναδρομή</i>	15
<i>Η Ι.τ.Μ στα Προγράμματα Σπουδών (Π.Σ) Διεθνώς</i>	18
<i>Γιατί (“Why”) να συμπεριληφθεί η Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική;</i>	27
<i>Με ποιους τρόπους (“Hows”) μπορεί η Ι.τ.Μ να συμπεριληφθεί στη Διδακτική Πρακτική</i>	29
<i>Παράγοντες που συμβάλλουν στην Ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική</i>	31
<i>Παράγοντες που περιορίζουν την Ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική</i>	33
<i>Τα Ι.Σ στα Νέα Π.Σ/2021, στις Οδηγίες Διδασκαλίας και στα Σχολικά Εγχειρίδια των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης</i>	36
<i>Νέα Π.Σ/2021 vs ΦΕΚ 2015</i>	36
<i>Οδηγίες διδασκαλίας</i>	38
<i>Τα Ι.Σ στα Σχολικά Εγχειρίδια της Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης</i>	42
Α΄ Λυκείου	44
Β΄ Λυκείου	46
Γ΄ Λυκείου.....	54
<i>Ερευνητικά Ερωτήματα (ΕΕ)</i>	58
Μεθοδολογία Έρευνας.....	59
<i>Συμμετέχοντες</i>	59
<i>Μέσο Συλλογής Δεδομένων</i>	59
<i>Ερευνητική Διαδικασία</i>	61
<i>Σχεδιασμός της έρευνας</i>	61
<i>Διαδικασία συλλογής δεδομένων</i>	61

Αποτελέσματα.....	64
Περιγραφή του δείγματος.....	64
<i>Ανάλυση των δεδομένων με περιγραφική στατιστική</i>	<i>69</i>
Ερευνητικό Ερώτημα 1 (EE1).....	71
Ερευνητικό Ερώτημα 2 (EE2).....	74
Ερευνητικό Ερώτημα 3 (EE3).....	79
Ερευνητικό Ερώτημα 4 (EE4).....	85
<i>Διεξαγωγή επαγωγικής στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων</i>	<i>87</i>
<i>E.E. 1</i>	<i>87</i>
#9: Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ.....	87
#1: Φύλο vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ.....	88
#15: Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. vs #21δ: Επίπεδο κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.	88
#21δ: Επίπεδο κατάρτισης στην Ι.τ.Μ. vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ.....	89
<i>E.E. 2.....</i>	<i>90</i>
#1: Φύλο vs #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ	90
#15: Ι.τ.Μ στο Π.Σ vs #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ.....	90
#9: Χρόνια εμπειρίας vs #20: Η επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ. είναι σημαντική pre-service	90
Πολλαπλές συσχετίσεις της #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ ...	91
<i>E.E. 3.....</i>	<i>93</i>
Έλεγχοι-συσχετίσεις της #26α: Ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου μέσω των Ι.Σ.	94
Έλεγχοι-συσχετίσεις #26γ: Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει την επικοινωνία με τους μαθητές.....	95
Έλεγχοι-συσχετίσεις #27α: Βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών μέσω Ι.Σ.	95
Συσχετίσεις #28β: Η χρήση των Ι.Σ. εξανθρωπίζει τα Μαθηματικά	96
Έλεγχοι-συσχετίσεις #28ζ: Αποπροσανατολισμός και ανάδειξη ανεπάρκειας λόγω χρήσης Ι.Σ.	97
Συσχετίσεις #28στ: Η χρήση των Ι.Σ. εμπόδιο στην ολοκλήρωση της ύλης.....	98
Συσχετίσεις #28η: Κατανόηση εννοιών μέσω Ι.Σ. για την ανακάλυψη και εξέλιξή τους	99
Έλεγχοι-συσχετίσεις #29: Δραστηριότητες με βάση την Ι.τ.Μ. να περιλαμβάνονται στο Π.Σ.	99

<i>E.E. 4</i>	100
#15: <i>I.τ.Μ. στο Π.Σ. vs #24α: Μη χρήση Ι.Σ. λόγω έλλειψης ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ.</i>	101
#1: <i>Φύλο vs #24β: Μη χρήση Ι.Σ. λόγω απουσίας σχετικών θεμάτων στις εξετάσεις</i>	101
<i>Συσχετίσεις #24γ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω της άποψης ότι προκαλούν χάσιμο χρόνου</i>	102
#1: <i>Φύλο vs #24δ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω ελλιπούς εκπροσώπησης στα σχολικά βιβλία</i> ...	102
<i>Έλεγχοι-συσχετίσεις #24στ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω αδιαφορίας των μαθητών</i>	103
#1: <i>Φύλο vs #24ζ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω αδυναμίας των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους</i>	104
#7: <i>Κύκλος σπουδών διδασκαλίας vs #25α: Τα Ι.Σ. είναι επαρκή</i>	104
<i>Έλεγχοι-συσχετίσεις #25β: Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης</i>	105
<i>Έλεγχοι-συσχετίσεις-αναλύσεις κατανομών #25γ: Τα Ι.Σ. είναι ακριβή</i>	106
<i>Έλεγχοι-συσχετίσεις-αναλύσεις κατανομών #25δ: Τα Ι.Σ. είναι σωστά τοποθετημένα</i>	108
<i>Συζήτηση-Συμπεράσματα</i>	109
<i>Συζήτηση των αποτελεσμάτων</i>	109
<i>Περιορισμοί της έρευνας και Προτάσεις για μελλοντικές έρευνες</i>	115
<i>Βιβλιογραφία</i>	117
<i>Παράρτημα</i>	123

Περίληψη

Στόχος της παρούσας εργασίας ήταν να διερευνήσει τις θέσεις και τις στάσεις των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης σχετικά με τη χρήση και την αποτελεσματική αξιοποίηση των Ιστορικών Σημειωμάτων (Ι.Σ.) στη διδακτική πρακτική. Η έρευνα φιλοδοξεί να ενταχθεί στο γενικό προβληματισμό που αναπτύχθηκε τις τελευταίες δεκαετίες στη Μαθηματική κοινότητα για την επίδραση της Ιστορίας των Μαθηματικών (Ι.τ.Μ.), μέσω της ιστορικής προσέγγισης, στη διδασκαλία.

Τα δεδομένα της μελέτης ελήφθησαν από 102 Μαθηματικούς, με συνδυασμό των μεθόδων βολικής δειγματοληψίας και χιονοστιβάδας, της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης που δίδασκαν σε δημόσιες και ιδιωτικές εκπαιδευτικές δομές. Για τη συλλογή των δεδομένων διανεμήθηκε ηλεκτρονικά δομημένο ερωτηματολόγιο αποτελούμενο κυρίως από δηλώσεις της πενταβάθμιας κλίμακας Likert, η οποία αποτελεί κλίμακα εκτίμησης απόψεων ή συμπεριφοράς.

Η βιβλιογραφική ανασκόπηση των σχολικών εγχειριδίων, των νέων Προγραμμάτων Σπουδών (Π.Σ.) και των οδηγίων διδασκαλίας κατέδειξε την απουσία δραστηριοτήτων βασισμένων στην Ι.τ.Μ., με τα Ι.Σ. τις περισσότερες φορές να περιορίζονται σε απλές ιστορικές αναφορές χωρίς διδακτικές προεκτάσεις. Συνακόλουθα, η στατιστική ανάλυση των δεδομένων του ερωτηματολογίου, από τη μια ανέδειξε το αναμφισβήτητο ενδιαφέρον και τη σημαντικότητα της Ι.τ.Μ. στη διδασκαλία των Μαθηματικών, από την άλλη την περιορισμένη χρήση της μέσω των Ι.Σ. Επίσης, στα αποτελέσματα προβάλλεται η θέση των συμμετεχόντων ότι τα Ι.Σ. χρειάζονται αναθεώρηση και ότι από τις σημαντικότερες αιτίες μη ευρείας χρήσης τους είναι το υπερφορτωμένο Π.Σ., και η απουσία σχετικών θεμάτων στις εξετάσεις.

Τα αποτελέσματα εστιάζουν στη χρήση των Ι.Σ. στις τάξεις των Μαθηματικών διότι ενισχύουν τη γνώση περιεχομένου, την επικοινωνία των διδασκόντων με τους μαθητές, το “ανθρώπινο” πρόσωπο των Μαθηματικών και συμβάλλουν καταλυτικά στη βελτίωση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης (Μ.Ε.). Από την άλλη όμως, διαπιστώνεται η ανάγκη κατάρτισης/επιμόρφωσης στη χρήση της Ι.τ.Μ., όπως και ο εφοδιασμός των εκπαιδευτικών με κατάλληλο υλικό και οδηγίες υλοποίησης, έτσι ώστε η διδασκαλία να διαφοροποιηθεί μέσω ιστορικών προσεγγίσεων.

Λέξεις κλειδιά: Ιστορία των Μαθηματικών (Ι.τ.Μ.), Ιστορικά Σημειώματα (Ι.Σ.), Προγράμματα Σπουδών (Π.Σ.), σχολικά εγχειρίδια.

Abstract

The present study aims at examining the Mathematicians' (those serving in the Secondary Education) stances and attitudes in relation to how they can use and take full advantage of the Historical Notes (H.N.) in the area of teaching practice. The study hopes to incorporate itself into the overall extensive consideration-developed by the mathematic Community over the last decades-concerning the impact of History of Mathematics (H.o.M.) on teaching in the light of historical approach.

The data offered by 102 Mathematicians serving in the Secondary Education (public or private sector), were based on a combination of convenience and snowball sampling. An e-questionnaire was sent, aiming at gathering these data. It consisted mainly of statements on the Likert 5-point scale, a scale assessing stances and attitudes.

The bibliographic review of schoolbooks, the New Curriculums (N.C.) and the teaching instructions testified that no activities were based on the History of Mathematics, with Historical Notes usually confined to mere historical references, devoid of any teaching tips. Consequently, the statistical analysis of the questionnaire findings demonstrated *both* the indisputable value and significance of the History of Mathematics in teaching subject itself *and* its confined usage through Historical Notes. Moreover, the findings bring out the position of the respondents to the questionnaire who stressed that Historical Notes should be reviewed and the overloaded Curriculum as well as the absence of exams related to Historical Notes are mainly to blame for their limited use.

The results point to the use of the Historical Notes during Math classes because they enhance the comprehension of the content, the communication between the teacher and the students and highlight the "human" face of Mathematics. They also contribute decisively to the improvement of the Mathematics Education (M.E.). On the other hand, (further) training on how to use History of Mathematics is verified; also, teachers should be supplied with the suitable material and instructions on how to materialize it with a view to enriching teaching through historical approach.

Keywords: History of Mathematics, Historical Notes, Curriculum, schoolbooks

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1. Κατανομή του δείγματος με βάση το Φύλο.....	63
Πίνακας 2. Κατανομή του δείγματος με βάση τις Ηλικίες.....	63
Πίνακας 3. Κατανομή του δείγματος με βάση τις σπουδές (επιπλέον).....	64
Πίνακας 4. Κατανομή του δείγματος με βάση την Επιμόρφωση στις Τ.Π.Ε.....	65
Πίνακας 5. Κατανομή του δείγματος με βάση το Καθεστώς εργασίας των συμμετεχόντων.....	65
Πίνακας 6. Κατανομή του δείγματος με βάση τα Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία.....	66
Πίνακας 7. Κατανομή του δείγματος με βάση το ενδιαφέρον για την Ιστορία.....	68
Πίνακας 8. Κατανομή του δείγματος με βάση το ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ.....	68
Πίνακας 9. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση: <i>Η Δημιουργικότητα & η Ικανότητα Επι- κοινωνίας του εκπαιδευτικού σχετίζονται με την Επαρκή γνώση του γνωστικού αντικειμέ- νου και τη διαχρονική εξέλιξή του.....</i>	69
Πίνακας 10. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση: <i>Ο Παιδαγωγικά και επιστημολογικά καταρτισμένος εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να αντιμετωπίσουν τη “μαθηματικοφοβία” τους.....</i>	69
Πίνακας 11. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση <i>Επάρκειας στο γνωστικό αντικείμενο.....</i>	69
Πίνακας 12. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση <i>Διδακτικής Επάρκειας.....</i>	70
Πίνακας 13. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση <i>Παιδαγωγικής Επάρκειας.....</i>	70
Πίνακας 14. Κατανομή του δείγματος με βάση την ανταπόκριση των συμμετεχόντων στις ερωτήσεις μαθητών σχετικά με την Ι.τ.Μ.....	71
Πίνακας 15. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση: <i>Αισθάνομαι ανασφάλεια όταν χρησιμοποιώ τα Ι.Σ. στη διδασκαλία.....</i>	71
Πίνακας 16: Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση ότι <i>Η έλλειψη γνώσης και κατάλληλου υλικού ευθύνονται για τη μη χρήση της Ι.τ.Μ. στη διδακτική πρακτική.....</i>	72
Πίνακας 17. Κατανομή του δείγματος με βάση <i>Το επίπεδο κατάρτισης των εκπαιδευτικών για τη χρήση της Ι.τ.Μ. μέσω των Ι.Σ.....</i>	72
Πίνακας 18. Κατανομή του δείγματος με βάση τη δήλωση <i>Η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ. είναι σημαντική.....</i>	73
Πίνακας 19. Κατανομή του δείγματος με βάση την τεκμηρίωση των απαντήσεων του Πίνακα 18.....	74

Πίνακας 20. Περιγραφική στατιστική ανάλυση περιεχομένου των τεκμηριώσεων της δήλωσης <i>H επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ. είναι σημαντική</i>	75
Πίνακας 21. Κατανομή του δείγματος με βάση τις δηλώσεις ότι <i>H χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να διαφοροποιήσει τη διδασκαλία και ότι είναι δυνατόν Να την αποπροσανατολίσει</i>	79
Πίνακας 22. Κατανομή του δείγματος με βάση τις δηλώσεις ότι η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν <i>Να βελτιώσει τη διδασκαλία των Μαθηματικών και να βοηθήσει στην Αντιμετώπιση μαθησιακών δυσκολιών</i>	83
Πίνακας 23. Κατανομή του δείγματος με βάση τις δηλώσεις ότι η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν <i>Να υποστηρίξει τη μάθηση με νόημα ή Να αποτελέσει εμπόδιο στην ολοκλήρωση της ύλης</i>	83
Πίνακας 24. Κατανομή του δείγματος με βάση δηλώσεις για <i>Τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ.</i>	84
Πίνακας 25. Έλεγχος κανονικότητας των μεταβλητών <i>Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία και Ανασφάλεια στην ένταξη των Ι.Σ. στη διδασκαλία</i>	87
Πίνακας 26. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 των μεταβλητών του Πίνακα 25.....	87
Πίνακας 27. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Φύλο και Ανασφάλεια στη χρήση των Ι.Σ.</i>	87
Πίνακας 28. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Παρακολουθήσατε μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ. και Αίσθηση κατάρτισης για την αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδασκαλία</i>	88
Πίνακας 29. Έλεγχος συσχέτισης μεταξύ <i>Αίσθηση κατάρτισης για την αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδασκαλία και Αίσθηση ανασφάλειας στη χρήση των Ι.Σ.</i>	89
Πίνακας 30. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Φύλο και Σημαντικότητα κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.</i>	89
Πίνακας 31. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Ι.τ.Μ. στο Πρόγραμμα Σπουδών (Π.Σ.) της σχολής και Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ.</i>	90
Πίνακας 32. Έλεγχος συσχέτισης μεταξύ <i>Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία και Αναγκαία η επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ. πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου</i>	90
Πίνακας 33. Έλεγχοι συσχέτισεων μεταξύ <i>Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία, Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ., Η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ. είναι σημαντική, Επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο και Παιδαγωγική επάρκεια</i>	91
Πίνακας 34. Έλεγχοι συσχέτισεων μεταξύ <i>Ανώτερο επίπεδο σπουδών, Καθεστώς εργασίας, Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. και Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει τη γνώση περιεχομένου</i>	93
Πίνακας 35. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Φύλο και Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει την επικοινωνία με τους μαθητές</i>	94
Πίνακας 36. Έλεγχοι συσχέτισεων μεταξύ <i>Κύκλος σπουδών διδασκαλίας, Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία και Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει την επικοινωνία με τους μαθητές</i>	94
Πίνακας 37. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ <i>Φύλο και Η χρήση των Ι.Σ. βελτιώνει τη διδασκαλία</i> ...	95
Πίνακας 38. Έλεγχος συσχέτισης μεταξύ <i>Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία και Η χρήση των Ι.Σ. βελτιώνει τη διδασκαλία</i>	95

Πίνακας 39. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Συμπερίληψη της Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. της σχολής αποφοίτησης και Η χρήση των Ι.Σ. βελτιώνει τη διδασκαλία.....	95
Πίνακας 40. Έλεγχοι συσχετίσεων μεταξύ Κύκλου σπουδών διδασκαλίας, Χρόνων εμπειρίας στη διδασκαλία, Ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. και Η χρήση των Ι.Σ. εξανθρωπίζει τα Μαθηματικά...	96
Πίνακας 41. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Φύλο και Η χρήση των Ι.Σ. αποπροσανατολίζει τη διδασκαλία και αναδεικνύει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών.....	96
Πίνακας 42. Έλεγχοι συσχετίσεων μεταξύ Αίσθησης διδακτικής επάρκειας, Αίσθησης κατάρτισης για την αξιοποίηση των Ι.Σ. και Η χρήση των Ι.Σ. αποπροσανατολίζει τη διδασκαλία και αναδεικνύει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών.....	97
Πίνακας 43. Έλεγχοι συσχετίσεων μεταξύ Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ., Αντιμετώπιση της “μαθηματικοφοβίας” μέσω της παιδαγωγικής και επιστημολογικής κατάρτισης και Οι μαθητές κατακτούν τη γνώση μέσω των πληροφοριών για τη διαχρονική εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών.	98
Πίνακας 44. Έλεγχοι συσχετίσεων μεταξύ Καθεστώς εργασίας των εκπαιδευτικών, Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία και Συμπερίληψη δραστηριοτήτων με βάση την Ι.τ.Μ στο Π.Σ.....	99
Πίνακας 45. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Συμπερίληψης της Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. της σχολής και Μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. λόγω απουσίας ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ.....	100
Πίνακας 46. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Φύλου και Μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. λόγω απουσίας σχετικών θεμάτων από τις εξετάσεις.....	100
Πίνακας 47. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Φύλου και Μη ικανοποιητικής χρήσης των Ι.Σ. διότι οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. αδιάφορη/βαρετή.....	102
Πίνακας 48. Έλεγχοι ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ Καθεστώς εργασίας των συμμετεχόντων και Μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ., διότι οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. αδιάφορη/βαρετή.....	102
Πίνακας 49. Έλεγχοι συσχετίσεων μεταξύ των Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ., Η χρήση των Ι.Σ. κίνητρο για μελέτη των Μαθηματικών και Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης.....	104
Πίνακας 50. Έλεγχος συσχέτισης μεταξύ των Χρόνων εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών και Τα Ι.Σ. είναι ακριβή.....	106

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Το ανώτερο επίπεδο σπουδών που ολοκληρώσατε.....	64
Σχήμα 2. Κυκλικό διάγραμμα: Κύκλο σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός.....	66
Σχήμα 3. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Περιοχή διδασκαλίας.....	66
Σχήμα 4. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Στο Π.Σ. υπήρχε μάθημα Διδακτικής των Μαθηματικών....	67
Σχήμα 5. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Υλοποιήσατε πρακτική άσκηση στις σπουδές σας;.....	67
Σχήμα 6. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Παρακολουθήσατε μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ.;.....	67
Σχήμα 7. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Έχετε δεχτεί ερωτήσεις από μαθητές σχετικές με Ι.τ.Μ.;.....	71
Σχήμα 8. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.....	77
Σχήμα 9. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Επίδραση της χρήσης των Ι.Σ. στους εκπαιδευτικούς.....	78
Σχήμα 10. Κυκλικό διάγραμμα: Η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική.....	80
Σχήμα 11. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Τα Ι.Σ. διευκόλυναν τη διδασκαλία σας.....	80
Σχήμα 12. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Επίδραση της χρήσης των Ι.Σ. στους μαθητές.....	82
Σχήμα 13. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Ανάγκη συμπερίληψης των Ι.Σ. στο Π.Σ.....	84
Σχήμα 14. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Αξιολόγηση των Ι.Σ. από τους εκπαιδευτικούς.....	86
Σχήμα 15. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων: Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός vs Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης.....	104
Σχήμα 16. Ραβδόγραμμα σχ. συχνοτήτων Mann-Whitney U test: Φύλο vs Τα Ι.Σ. είναι ακριβή.....	105
Σχήμα 17. Θηκογράμματα ανάλυσης διακύμανσης Kruskal-Wallis: Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία vs Τα Ι.Σ. είναι ακριβή.....	106

Εισαγωγή

Η αφηρημένη φύση των Μαθηματικών εννοιών είναι υπεύθυνη για τη δυσκολία της εννοιολογικής τους κατανόησης, τουλάχιστον όσον αφορά τους μαθητές. Οι Μαθηματικές έννοιες γίνονται αντικείμενο διδακτικής διαπραγμάτευσης μέσω των αναπαραστάσεών τους, χωρίς να είναι δυνατόν να γίνουν αντιληπτές από τις αισθήσεις (Sfard, 1991). Ο Skemp (1969) ισχυρίζεται ότι μια καθαρά λογική προσέγγιση των Μαθηματικών εννοιών προωθεί μόνο το τελικό εξαγόμενο μιας Μαθηματικής ανακάλυψης και δεν προκαλεί στο μαθητή το ενδιαφέρον για τις διαδικασίες μέσω των οποίων έγιναν οι αυτές οι Μαθηματικές ανακαλύψεις. Έτσι, μια τέτοια προσέγγιση διδάσκει την τυποποιημένη Μαθηματική σκέψη και όχι τη διαδικαστική Μαθηματική σκέψη. Το ζητούμενο στη Μαθηματική Εκπαίδευση (Μ.Ε.) είναι η πληρέστερη κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών, η οποία εστιάζεται στη γνώση όχι μόνο του 'πώς πρέπει να κάνω κάτι' αλλά και του 'γιατί πρέπει να το κάνω' (Skemp, 1976).

Από αρκετούς ερευνητές έχει διατυπωθεί η άποψη ότι η χρήση της Ιστορίας των Μαθηματικών (Ι.τ.Μ) στα σχολικά προγράμματα σπουδών μπορεί να θεραπεύσει τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών και να τους παράσχει κίνητρα για την ενασχόλησή τους με αυτές. Επιπλέον, θα βοηθήσει και στην ανάπτυξη αναστοχαστικών ικανοτήτων όσον αφορά στην κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών και στην εμπέδωσή τους. Σύμφωνα με έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί η ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική μπορεί να βοηθήσει στην επίτευξη των παραπάνω στόχων (Tzanakis & Arcavi et al., 2000).

Η διδασκαλία των Μαθηματικών εννοιών είναι μια πολύπλοκη υπόθεση, που έχει σχέση με το επίπεδο ενδιαφερόντων και φαντασίας των μαθητών, με το επίπεδο γνώσεων και προσωπικής ακτινοβολίας του καθηγητή και σαφέστατα με τις συνθήκες κάτω από τις οποίες διδάσκονται οι συγκεκριμένες έννοιες. Οι συνθήκες αυτές είναι δυνατόν να βελτιωθούν με τη συμπερίληψη στη διδασκαλία της Ι.τ.Μ που περιέχεται στα Ιστορικά Σημειώματα (Ι.Σ) των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης, διότι σύμφωνα με εξέχοντες Μαθηματικούς του παρελθόντος, όπως οι Felix Klein, Henri Poincare, George Polya και Rene Thom, οι οποίοι χρησιμοποίησαν τη μεταφορά του λεγόμενου «βιογενετικού νόμου» στην εκπαίδευση, για να υποστηρίξουν με τη διδακτική τους πρακτική ότι «αν η γνωστική ανάπτυξη ενός ατόμου ανακεφαλαιώνει την ανάπτυξη του ανθρώπινου γένους, τότε θα πρέπει η διδασκαλία των Μαθηματικών να ακολουθεί κατά κάποιο τρόπο την ιστορική τους πορεία και να ενσωματώνει στοιχεία της τελευταίας». Οι συζητήσεις για τη σχέση μεταξύ της Ι.τ.Μ και της Μαθηματικής εκπαίδευσης εμφανίζονται από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα με όρους ενός «παραλληλισμού» και με πρόθεση να συμβάλλουν στη βελτίωση της διδασκαλίας και μάθησης. Η έννοια του «παραλληλισμού» στηρίχτηκε σε μια μεταφορά, όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, στο χώρο της εκπαίδευσης του «βιογενετικού νόμου» του Ernst Haeckel (1834-1919) σύμφωνα με τον οποίο η οντογένεση

(δηλαδή η ανάπτυξη ενός οργανισμού), είναι μια βραχεία επανάληψη ή ανακεφαλαίωση της φυλογένεσης (δηλαδή της εξέλιξης του αντίστοιχου γένους).

Προς επιβεβαίωση των προαναφερθέντων, τα τελευταία χρόνια αρκετές έρευνες παγκοσμίως επιχείρησαν να διερευνήσουν την αποτελεσματική αξιοποίηση της Ι.τ.Μ στη σχολική διδακτική πρακτική, μέσα από τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) των Μαθηματικών και τα σχολικά εγχειρίδια. Στο πλαίσιο αυτό η παρούσα εργασία επιχείρησε, με τη σειρά της, να διερευνήσει τις θέσεις και τις στάσεις των καθηγητών Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σχετικά με τη χρήση και την αξιοποίηση των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών, στη διδακτική πρακτική. Η εργασία αυτή αποτέλεσε προέκταση της εργασίας των Μιόγλου (2017) και Βούζιου (2019), οι οποίοι διερεύνησαν το θέμα στη πρωτοβάθμια εκπαίδευση και στο Γυμνάσιο αντίστοιχα, ενώ η παρούσα επεκτάθηκε και στους εκπαιδευτικούς του Λυκείου.

Η εργασία αποτελείται από πέντε κεφάλαια και τα αντίστοιχα υποκεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο περιέχει το θεωρητικό πλαίσιο της αξιοποίησης (ιστορική αναδρομή, διεθνής εμπειρία, τα ‘γιατί’ και ‘πως’, τα υπέρ και τα κατά της ενσωμάτωσης της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία, τρόπους προσέγγισης και εφαρμογής) της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, το δεύτερο μέρος του θεωρητικού πλαισίου της εργασίας, ασχοληθήκαμε με τα Ι.Σ στις επίσημες πηγές (σχολικά εγχειρίδια, Νέο Π.Σ/2021) την ανάλυση και την κριτική τους. Επιχειρήθηκε μια ανασκόπηση και κριτική των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του Γυμνασίου και του Λυκείου, όπως και των αποσπασμάτων που περιέχονται στο Νέο Π.Σ/2021 και στις αντίστοιχες οδηγίες διδασκαλίας προς τους διδάσκοντες. Στο τέλος του θεωρητικού μέρους τέθηκαν τα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας, η διερεύνηση των οποίων με την εξαγωγή αντίστοιχων συμπερασμάτων ήταν και ο σκοπός της υλοποίησής της.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η μέθοδος της ερευνητικής εργασίας η οποία απαρτίζεται από τέσσερα μέρη: (α) τους συμμετέχοντες, (β) το μέσο συλλογής των δεδομένων (ερωτηματολόγιο), (γ) το σχεδιασμό της έρευνας και (δ) τη διαδικασία συλλογής των δεδομένων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που συγκεντρώθηκαν από την επεξεργασία των ερωτηματολογίων με τη χρήση του λογισμικού IBM SPSS Statistics 28.0.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται συζήτηση επί των αποτελεσμάτων, σύγκριση τους με τα εξαγόμενα άλλων παρεμφερών ερευνών, προοπτικές επέκτασης της έρευνας, περιορισμοί της έρευνας και προτάσεις για την αποτελεσματικότερη ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ. στη μαθηματική εκπαίδευση.

«Η Μαθηματική εκπαίδευση είναι ζήτημα πολιτικής, διότι είναι από τις πιο σημαντικές διεξόδους προσέγγισης των επιστημών από το λαό»

ICMI Study, 2002

Το Θεωρητικό Πλαίσιο Διδακτικής Αξιοποίησης της Ι.τ.Μ

Ιστορική Αναδρομή

Μέχρι τις αρχές του 19^{ου} αιώνα ένα διαδεδομένο σχήμα συνύπαρξης της Ι.τ.Μ με τη διδασκαλία τους ήταν η ιστορική εισαγωγή στο μάθημα της Γεωμετρίας. Αυτή η μορφή είχε τις ρίζες της στον Πρόκλο ο οποίος στο σχολιασμό του στο πρώτο βιβλίο των «Στοιχείων» του Ευκλείδη κάνει μια ιστορική ανασκόπηση της Γεωμετρίας. Το παράδειγμά του ακολούθησαν αρκετοί διανοούμενοι από την Αναγέννηση μέχρι την εποχή μας, με ενδεικτικά παραδείγματα τη Γεωμετρία του Peter Ramus (1555) κι αυτή του A. Tacquet (1654), οι οποίες άσκησαν μεγάλη επίδραση στη διδασκαλία της γεωμετρίας στα σχολεία, όπως αναφέρουν οι Θωμαΐδης και Καστάνης (1987).

Η ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Μαθηματική Εκπαίδευση (Μ.Ε) υποστηρίζεται από το δεύτερο μισό του 19^{ου}, όταν μαθηματικοί όπως οι De Morgan, Poincare, Klein και άλλοι υποστήριξαν σθεναρά αυτή την επιλογή και ιστορικοί όπως ο Tannery και αργότερα ο Loria έδειξαν ζωηρό ενδιαφέρον για το ρόλο που μπορεί να διαδραματίσει η Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. (Clark, Kjeldsen, Schorcht, Tzanakis & Wang, 2016). Αργότερα, η ιστορία αποτέλεσε πηγή για διάφορες επιστημολογικές προσεγγίσεις όπως, η ιστορική επιστημολογία του Bachelard, η γενετική επιστημολογία του Piaget και η φαινομενολογική επιστημολογία του Freudenthal, και την ίδια στιγμή ενθαρρυντικός παράγοντας για τη διαμόρφωση συγκεκριμένων ιδεών και συμπερασμάτων όσον αφορά τη μαθησιακή διαδικασία (Fauvel & van Maanen, 2000). Αντί άλλων επιχειρημάτων για τη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. θα αναφερθούμε στις απόψεις φωτισμένων μαθηματικών του παρελθόντος, οι οποίοι από πολύ νωρίς συνειδητοποίησαν ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών για να είναι αποτελεσματική έχει ανάγκη την ιστορία της. Ο κορυφαίος μαθηματικός Joseph Louis Lagrange (1736-1813) κατά τη διάρκεια σειράς διαλέξεων που έδωσε στην Ecole Normale σε εκπαιδευόμενους δασκάλους ισχυρίστηκε απευθυνόμενος στο ακροατήριό του ότι θα πρέπει οι νεότεροι, να είναι περίεργοι να ανακαλύψουν τα δύσκολα και δαιδαλώδη μονοπάτια που ακολούθησαν διακεκριμένοι Μαθηματικοί του παρελθόντος για να επιτύχουν τους στόχους τους, και το εύρος της ευγνωμοσύνης που οφείλουμε σε αυτούς τους ευεργέτες του ανθρώπινου γένους. Όπως υπογραμμίζει ο Lagrange αυτή η γνώση δεν είναι απλά θέμα περιέργειας αλλά μπορεί να μας παρέχει καθοδήγηση σε παρόμοιες ανακαλύψεις διαφωτίζοντας προοδευτικά τα αντικείμενα με τα οποία καταπιανόμαστε (Fasanelli et al., 2000). Ο Augustus De Morgan (1806-1871) στην εναρκτήρια τοποθέτησή του ως πρώτος πρόεδρος της Μαθηματικής Εταιρείας του Λονδίνου, στις 16 Ιανουαρίου 1865, επισήμανε ότι καμία τέχνη ή επιστήμη δε μπορεί να λογίζεται ως προοδευτική εκτός εάν μελετηθεί σε σχέση με την ανθρώπινη διάνοηση περασμένων εποχών. Επιπλέον, του φάνηκε εκπληκτικό το γεγονός ότι οι Μαθηματικοί μιλούν περίεργα για τα Μαθηματικά, επειδή δε γνωρίζουν την ιστορία του αντικειμένου τους. Σε αυτό το σημείο παρατηρούμε πως ο De Morgan διαπίστωσε

την αναγκαιότητα γνώσης της Ι.τ.Μ ήδη από τα μέσα του 19^{ου} αιώνα. Σύμφωνα με τον De Morgan, ο Μαθηματικός πρέπει να γνωρίζει την πορεία των ανακαλύψεων στους διάφορους κλάδους των Μαθηματικών' όπως να παρακολουθεί τον Isaac Newton να αναδεικνύει και να εξελίσσει το Θεώρημα του Διωνύμου στηριζόμενος σε πρόταση που είχε δοθεί ωρίτερα από τον Wallis (Fasanelli et al., 2000). Ο Henri Poincare (1854-1912) (ό.α. η Furinghetti, 2006) γράφει ότι καθήκον των εκπαιδευτικών είναι να κάνουν τα παιδιά να ακολουθήσουν το μονοπάτι που ακολούθησαν και οι πρόγονοί τους, περνώντας γρήγορα διαμέσου συγκεκριμένων σταδίων χωρίς να παραλείψουν κανένα από αυτά· με αυτόν τον τρόπο, η ιστορία των επιστημών θα πρέπει να είναι ο οδηγός των νεότερων γενεών. Κλείνοντας την αναφορά μας στις απόψεις μεγάλων Μαθηματικών του παρελθόντος σχετικά με τη σπουδαιότητα της χρήσης της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. θα παραθέσουμε τις απόψεις του Felix Klein (1849-1925) (ό.α. οι Θωμαΐδης και Καστάνης, 1987) όπως τις διατύπωσε το 1907 σε μια σειρά διαλέξεων που έδωσε στα πλαίσια της επιμόρφωσης των Μαθηματικών:

«Ένα ουσιαστικό εμπόδιο στην ανάδυση μιας τόσο φυσικής κι αληθινά επιστημονικής μεθόδου διδασκαλίας είναι η έλλειψη ιστορικής γνώσης που τόσο συχνά γίνεται αισθητή. Για να το καταπολεμήσω αυτό αποφάσισα να εισάγω ιστορικές παρατηρήσεις στην παρουσίασή μου και κάνοντάς το, πιστεύω ότι σας έχω ξεκαθαρίσει πόσο αργά γεννήθηκαν όλες οι μαθηματικές ιδέες· πως σχεδόν πάντα εμφανίζονται πρώτα σε προφορικές μάλλον μορφές και μόνο μετά από μακριά ανάπτυξη αποκρυσταλλώθηκαν σε αυστηρές μορφές τόσο οικείες στη συστηματική παρουσίαση. Είναι κρυφή μου ελπίδα ότι αυτή η γνώση θα αποκτήσει μια διαρκή και τελεσφόρα επίδραση πάνω στο χαρακτήρα της δικής σας διδασκαλίας»

Ας δούμε στη συνέχεια ποια ήταν η πορεία του θέματός μας στην Ελληνική πραγματικότητα. Οι πληροφορίες που παρατίθενται ανακτήθηκαν από την εργασία των Θωμαΐδη και Καστάνη που ανακοινώθηκε στις 19-2-87 στο Μαθηματικό Τμήμα του Πανεπιστημίου της Πάτρας. Ανατρέχοντας στο παρελθόν, διαπιστώθηκε ένα σχετικό ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ σε πανεπιστημιακό επίπεδο, αν και ποτέ δεν υπήρξε σε Ελληνικό Πανεπιστήμιο αμιγής έδρα της Ι.τ.Μ. Υπάρχουν περιπτώσεις (π.χ. στο Πανεπιστήμιο Πατρών) που προσφέρεται στο πρόγραμμα σπουδών μάθημα της Ι.τ.Μ, αλλά επιλεγόμενο, ενώ στο Τμήμα Μαθηματικών του Ε.Κ.Π.Α μια σειρά διαλέξεων στο μάθημα «Αξιοποίηση της Ι.τ.Μ στη διδακτική τους» προσφέρεται στα πλαίσια του Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών σπουδών με τίτλο «Διδακτική και μεθοδολογία των Μαθηματικών».

Μια πολύ διαδεδομένη συνήθεια ήταν να αρχίζει κάποιος νέος υφηγητής ή καθηγητής τη διδασκαλία του, με ένα εναρκτήριο μάθημα αναφερόμενος στην ιστορική εξέλιξη του αντικειμένου της

διδασκαλίας. Διαπιστώθηκε, ότι αυτή η πρώτη προσπάθεια σύνδεσης της Ι.τ.Μ με τη διδασκαλία δε φαίνεται να είχε κάποια συστηματική συνέχεια. Σημειώνεται, ότι ο καθηγητής του Πανεπιστημίου Αθηνών Νικόλαος Χατζηδάκης, ο οποίος δίδαξε από το 1904 ως το 1938, συμπεριέλαβε την Ι.τ.Μ κάποια διαστήματα στα πλαίσια ελευθέρων μαθημάτων. Στο επίπεδο της Μέσης Εκπαίδευσης, αρχίζει να διαφαίνεται ένα περιορισμένο αλλά σταθερό ενδιαφέρον για το ρόλο της Ι.τ.Μ, όταν γίνονται γνωστές στην Ελλάδα οι μεταρρυθμιστικές προσπάθειες του F. Klein, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Ο Κ.Ν. Λαμπίρης μετέφρασε στα Ελληνικά το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών που συντάχθηκε στη Γερμανία, το οποίο περιείχε ιδιαίτερες αναφορές στην Ι.τ.Μ. Παραθέτουμε από αυτή τη μετάφραση μια σχετική παράγραφο, όπως αναφέρουν οι Θωμαΐδης και Καστάνης το 1987 : «...Η Ιστορία των Μαθηματικών πρέπει, όπου τούτο είναι πρόσφορον, να λαμβάνεται υπ' όψιν κατά την ανάπτυξιν της διδακτέας ύλης ως και κατά τον καθορισμό των προβλημάτων. Πρέπει ενταύθα κατά το δυνατόν να καταδεικνύεται η συνάφεια μετά τις εξελίξεις του καθόλου πολιτισμού...».

Το ευνοϊκό κλίμα που διαμορφώθηκε στις αρχές του 20^{ου} αιώνα για τη χρήση της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. συνεχίστηκε μέχρι περίπου το 1935, όπως διαπιστώθηκε από μια σειρά δημοσιευμένων άρθρων κυρίως στις μαθηματικές επιθεωρήσεις της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (Ε.Μ.Ε) όπως για παράδειγμα του Δ. Μωραΐτη, που ήταν υποδιευθυντής του Διδασκαλείου Μέσης Εκπαίδευσης, ο οποίος έγραψε: «... Η ύλη να διατάσσεται τοιουτοτρόπως ώστε εν συντομία να ακολουθή την αυτήν πορείαν την οποίαν ηκολούθησε το ανθρώπινον πνεύμα κατά την ανακάλυψιν αυτής...» και αλλού : «...δια ταύτα χρησιμωτάτη θα ήτο η γνώσις της Ιστορίας των Μαθηματικών, η οποία δυστυχώς δεν διδάσκεται εις το Πανεπιστήμιον μας, ούτε βιβλίον αυτής ελληνιστί γραμμένον υπάρχει». Το 1935, λόγω των πολιτικών εξελίξεων, το εκπαιδευτικό σύστημα οδηγήθηκε σε μεταβολές και απώλεσε τον προοδευτικό ρόλο που απέκτησε με το αναλυτικό πρόγραμμα του 1931. Καταργήθηκαν πολλές καινοτομίες που έδιναν έμφαση στις εφαρμογές των Μαθηματικών καθώς επίσης και η ενότητα για τη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ στο μάθημα. Ο καθηγητής Νείλος Σακελλαρίου (1882-1955) σ' ένα άρθρο του κριτική της εκπαιδευτικής πολιτικής σημειώνει την ανάγκη πλήρους κατάρτισης των μαθητών, όχι μόνο στα υπολογιστικά μαθηματικά, αλλά κυρίως στο να σκέπτονται με μαθηματική αυστηρότητα και ακρίβεια. Διαπιστώνει όμως ότι τούτο δεν είναι εφικτό να υλοποιηθεί λόγω ανεπάρκειας ωρών διδασκαλίας των Μαθηματικών, όπως και λόγω της απροθυμίας των καθηγητών της Μέσης Εκπαίδευσης να διδάξουν έστω και περιεκτικά την Ιστορία-Φιλοσοφία των Μαθηματικών, παρόλο που υπήρχε στο αναλυτικό πρόγραμμα. Όπως και σήμερα, το πρόβλημα της ολοκλήρωσης της διδακτέας ύλης οδηγεί στην παράλειψη, έστω και ιστορικών αναφορών, της διαχρονικής εξέλιξης που έχουν υποστεί οι Μαθηματικές έννοιες μέχρι τις μέρες μας. Γενικά, αναγνωρίζεται ο θετικός ρόλος της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε, χωρίς όμως να υπάρχει κάποια μεθοδική και συνολική πρόταση για συστηματική αξιοποίησή της στη διδασκαλία.

Το ίδιο χρονικό διάστημα στη Σοβιετική Ένωση, ο Mark Yakovlevich Vygotskii στο έργο του “Foundations of Infinitesimal Calculus” σημειώνει ότι η Ι.τ.Μ. δεν αποτελεί το αντικείμενο, αλλά το μέσο παρουσίασης των Μαθηματικών εννοιών αλλάζοντας το σχήμα από φορμαλιστικό-λογικό σε ιστορικό-λογικό (Fasanelli et al., 2000).

Στις Η.Π.Α το 1930 εκδόθηκε το βιβλίο της Vera Sanford, “ A Short History of Mathematics” στο οποίο η συγγραφέας σημειώνει ότι η μελέτη των παλαιότερων έργων των Μαθηματικών συνιστάται στους καθηγητές των Μαθηματικών, έτσι ώστε να αναδειχθούν οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν στο παρελθόν οι Μαθηματικές διάνοιες για να εξελίξουν τις αντίστοιχες Μαθηματικές έννοιες, οι οποίες κατά κάποιο τρόπο είναι ίδιες με αυτές που αντιμετωπίζουν και οι μαθητές. Σε πολλές των περιπτώσεων οι δυσκολίες αυτές ήταν ικανές να αποτελέσουν τροχοπέδη στην πρόοδο των εργασιών τους (Fasanelli et al., 2000).

Όπως αναφέρει η Clark et al. (2016), το ενδιαφέρον για την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ εντάθηκε την περίοδο 1960-1980 ως απάντηση στη μεταρρύθμιση των Νέων Μαθηματικών (New Math), οι υποστηρικτές των οποίων ήταν κάθετα αντίθετοι σε μια ιστορική αντίληψη της Μ.Ε. Έτσι λοιπόν η Ι.τ.Μ εμφανίστηκε σαν θεραπεία απέναντι στο δογματισμό, θεωρώντας τα Μαθηματικά όχι μόνο ως συμβολική γλώσσα, αλλά και ως ανθρώπινη δραστηριότητα. Το 1969 το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) στις Η.Π.Α. αφιέρωσε την 31^η έκδοσή του στην Ι.τ.Μ. και στη δεκαετία του 1970 άρχισε να διαμορφώνεται ένα ευρύ διεθνές κίνημα παρακινούμενο και υποστηριζόμενο από την ομάδα ιστορικής προσέγγισης της διδασκαλίας των Μαθηματικών (History and Pedagogy of Mathematics-HPM) που ιδρύθηκε το 1972 στο 2^ο International Congress of Mathematics Education (ICME).

Έτσι, τα τελευταία 40 χρόνια, η ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. έχει εξελιχθεί σε έναν τομέα, που μελετάται εντατικά διεθνώς, ο οποίος ασχολείται με νέες παιδαγωγικές πρακτικές όσο και με συγκεκριμένες ερευνητικές δραστηριότητες που αναδεικνύουν τη βαθμιαία αυξανόμενη συνειδητοποίηση της χρησιμότητας της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική.

Η Ι.τ.Μ στα Προγράμματα Σπουδών (Π.Σ) Διεθνώς

Η Ι.τ.Μ μας δείχνει πόσο θεμελιώδης είναι η σύνδεση μεταξύ των Μαθηματικών της Μ.Ε και τις γενικές απόψεις του κόσμου σε κάθε χρονική στιγμή και σε κάθε τόπο. Μας δείχνει επίσης, πως το περιεχόμενο οποιουδήποτε αναλυτικού προγράμματος σπουδών Μαθηματικών αποτελεί επιλογή, κυρίως πολιτική επιλογή που έχει προκριθεί και με την ίδια λογική την τάση να αλλάξει όταν εμφανιστούν άλλες πολιτικές επιρροές. Θα μπορούσε ένα επίσημο Π.Σ των Μαθηματικών να έχει ιστορική προοπτική; Κι αν ναι, πώς θα μπορούσε αυτό να συμβεί; Στην ενότητα που ακολουθεί θα παρουσιάσουμε τα Π.Σ, για τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, των Μαθηματικών ορισμένων χωρών και πως αυτά ενσωματώνουν ή όχι την Ι.τ.Μ. Άλλα με μη τυπικό τρόπο και άλλα στον κορμό της διδασκαλίας χρη-

σιμοποιώντας αυθεντικές πηγές γι' αυτό το σκοπό. Το κύριο μέρος των πληροφοριών ανακτήθηκε από Fasanelli et al. (2000), και όπου αλλού είναι απαραίτητο θα αναφέρεται η πηγή.

Αργεντινή. Στο Π.Σ της Αργεντινής, οι στόχοι για όλους τους μαθητές μέχρι την ηλικία των 14 συνοψίζονται σε οκτώ σημεία στα οποία πρέπει να επικεντρωθούν οι μαθηματικές σπουδές στο σχολείο. Στα σημεία αυτά περιλαμβάνονται η εννοιολογική κατανόηση, η ευχαρίστηση κάνοντας Μαθηματικά, η αξία των νέων τεχνολογιών, η εσωτερική συνάφεια των μαθηματικών, η σημαντικότητα και η αποτελεσματικότητα των μαθηματικών στην εργασία, η δεξιότητα της δόμησης και επίλυσης προβλημάτων σε διάφορες περιοχές των μαθηματικών, και τελικά η αξία των μαθηματικών στον πολιτισμό και στην κοινωνία, διαχρονικά. Όμως, πουθενά στα επίσημα έγγραφα δε βρέθηκαν οδηγίες για τη χρήση της Ι.τ.Μ στα πλαίσια του Π.Σ, αν και οι εκπαιδευτικοί ατομικά εκφράζουν το ενδιαφέρον τους και συμμετέχουν διοργανώνοντας ετήσιες επιμορφωτικές συναντήσεις επιδιώκοντας τη γνώση της Ι.τ.Μ.

Αυστρία. Στο αναλυτικό πρόγραμμα της Αυστρίας, οι γενικοί μαθησιακοί στόχοι για τις βαθμίδες 9-12 (Γ' Γυμνασίου-Γ' Λυκείου) ορίζουν ότι οι μαθητές θα πρέπει «να γνωρίζουν την ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών σε συνδυασμό και με την προσωπική τους ανάπτυξη». Πιο αναλυτικά, στην καθ' ημάς Γ' Γυμνασίου, οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν την εννοιολογική αλλαγή της συνάρτησης· στην Α' Λυκείου θα πρέπει να γνωρίζουν την ιστορική σημασία των λογαρίθμων και στη Β' Λυκείου θα πρέπει να έρθουν σε επαφή με ιστορικές πτυχές της Ανάλυσης. Ωστόσο, τίποτε από τα προηγούμενα δεν είναι υποχρεωτικό. Στα σχολικά εγχειρίδια των τάξεων από την Ε' Δημοτικού μέχρι και τη Β' Γυμνασίου, υπάρχουν Ι.Σ, με έκταση από λίγες γραμμές μέχρι αρκετές σελίδες, αναφορικά με τριγωνομετρία, μιγαδικούς αριθμούς, και όρια σε συνδυασμό με άλλα χωρία. Αρκετές φορές περιέχονται πληροφορίες για ιστορικά πρόσωπα όπως για τον Al-Khwarizmi, τον Αρχιμήδη, τον Cardano, τον Ερατοσθένη, τον Gallileo, τον Omar Khayyam, τον Πυθαγόρα και τον Adam Ries.

Βιετνάμ. Οι Tong, Loc, Uyen and Y (2019) αναφέρουν ότι στο γενικό πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών του Βιετνάμ μνημονεύεται ότι: «η απόκτηση γνώσεων στα Μαθηματικά είναι αποτελεσματική μόνο όταν προκαλεί αισθήματα αρμονίας και καλαισθησίας στους μαθητές. Ως εκ τούτου, τα Μαθηματικά συνεισφέρουν στην ανάπτυξη τέτοιου είδους αισθημάτων εξοικειώνοντας τους μαθητές με την Ι.τ.Μ, μέσω βιογραφιών Μαθηματικών και μέσω της αναγνώρισης της ομορφιάς των Μαθηματικών στο φυσικό κόσμο». Η Ι.τ.Μ θα εφοδιάσει τους μαθητές με τη βασική γενική εκπαίδευση, βοηθώντας τους να εφαρμόσουν τις γνώσεις, τις δεξιότητές τους και την εμπειρία τους με δημιουργικό τρόπο. Επιπλέον οι Tong et al. (2019) επισημαίνουν ότι στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών υπάρχουν σύντομες οδηγίες στους Μαθηματικούς και ορισμένα Ι.Σ σχετικά με το περιεχόμενο του μαθήματος. Ωστόσο, τα στοιχεία της Ι.τ.Μ δεν παρουσιάζονται σε όλες τις ενότητες των Μα-

θηματικών με πλήρη και ακριβή τρόπο. Επί του παρόντος, οι πηγές πληροφόρησης για την Ι.τ.Μ είναι περιορισμένες, έτσι οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν τη δυνατότητα να προσεγγίσουν, να μελετήσουν και να εμβαθύνουν στο αντικείμενο, αν και είναι πολύ σημαντικό.

Βραζιλία. Στα τέλη της δεκαετίας του 1990 το Υπουργείο Παιδείας της Βραζιλίας έθεσε κάποιες εθνικές παραμέτρους στη Μ.Ε που θα έπρεπε να ακολουθήσουν όλες οι πολιτείες. Για τις τάξεις Α΄ Δημοτικού – Β΄ Γυμνασίου δόθηκε ισχυρή έμφαση στο γεγονός ότι τα Μαθηματικά δεν είναι μόνο ένα σώμα γνώσεων, αλλά επίσης διαδικασίες και πρακτικές που αναπτύχθηκαν αργά σε απάντηση των αναγκών και της περιέργειας του ανθρώπινου γένους. Επίσης επισημάνθηκε ότι τα Μαθηματικά δε θα έπρεπε να αντιμετωπίζονται ξεχωριστά από τα υπόλοιπα σχολικά αντικείμενα, ούτε βεβαίως από ευρύτερου ενδιαφέροντος θέματα όπως το περιβάλλον, η υγεία, κλπ. Τέσσερις κατηγορίες πηγών περιλαμβάνει ο προτεινόμενος κατάλογος του Υπουργείου για τα Μαθηματικά που πρέπει να γίνονται στην τάξη: επίλυση προβλημάτων, Ι.τ.Μ, τεχνολογίες της πληροφορίας και παιχνίδια (serious games). Ειδικά σχετικά με την Ι.τ.Μ επισημαίνεται ότι: η Ι.τ.Μ, μέσω μιας διαδικασίας διδακτικού μετασχηματισμού και από κοινού με άλλες διδακτικές και μεθοδολογικές πηγές, μπορεί να συνεισφέρει σημαντικά στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών. Παρουσιάζοντας τα Μαθηματικά ως ανθρώπινη δημιουργία, αναδεικνύοντας τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα από διαφορετικούς πολιτισμούς σε διαφορετικές χρονικές περιόδους, αντιπαραβάλλοντας συγκρίσεις μεταξύ μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών του παρελθόντος με το παρόν, ο εκπαιδευτικός έχει την πιθανότητα να προκαλέσει περισσότερες ευνοϊκές στάσεις και αξίες στους μαθητές που έρχονται σε επαφή με τις μαθηματικές έννοιες. Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι εκπαιδευτικοί παροτρύνονται να χρησιμοποιήσουν την Ι.τ.Μ στη διδακτική τους πρακτική (το “γιατί”), αλλά τους δίνονται ελάχιστες οδηγίες και υλικό για το “πώς” θα το κάνουν.

Γαλλία. Η Ι.τ.Μ, στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών των Μαθηματικών της Γαλλίας, αναφέρεται μόνο στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Χαρακτηριστικά, σε μια μεταρρύθμιση του Π.Σ. αναφέρεται: «Είναι σημαντικό ότι το πολιτιστικό περιεχόμενο των Μαθηματικών δε θα έπρεπε έτσι απλά να θυσιάζεται στο βωμό του λογικό-φορμαλιστικού τους περιεχομένου. Συγκεκριμένα, ιστορικά κείμενα και αναφορές επιτρέπουν την ανάλυση της διάδρασης μεταξύ των μαθηματικών προβλημάτων και της οικοδόμησης των εννοιών [...]». Αυτά όμως ισχύουν για τους σπουδαστές της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης.

Οι Aldon and Soury-Laverge (2018), για τη μεταρρύθμιση των Π.Σ. των Μαθηματικών το 2016 σημειώνουν χαρακτηριστικά τους στόχους που έθεσε το Υπουργείο Παιδείας της Γαλλίας: α) τα Μαθηματικά να παρέχουν μια συμβολική γλώσσα χρήσιμη για την επίλυση προβλημάτων, γενίκευση των λύσεων, διαχείριση δεδομένων... Το σκεπτικό είναι α) να ενθαρρύνει τους εκπαιδευτικούς να συλλο-

γιστούν ότι τα Μαθηματικά παρέχουν μια γλώσσα ικανή ώστε οποιοδήποτε θέμα να δομηθεί και να χρησιμοποιηθεί με τη βοήθειά της, β) να αναπτύξουν οι μαθητές τις δεξιότητες της χρήσης αριθμητικών εργαλείων, τη συνεργασία μεταξύ τους για την ολοκλήρωση ενός έργου, τη διαχείριση πηγών πληροφοριών και ψηφιακών περιβαλλόντων, τη χρήση λογισμικών δυναμικών Μαθηματικών και επεξεργασίας αριθμητικών δεδομένων, γ) να αναπτύξουν, μέσω των Μαθηματικών, την αυτοπεποίθησή τους, τον αμοιβαίο σεβασμό, την κριτική σκέψη και την αναζήτηση της αλήθειας με τη βοήθεια της επιχειρηματολογίας και της απόδειξης, δ) να αποκτήσουν τη γνώση των αριθμών, των μεγεθών και των μετρήσεων του χρόνου και του χώρου, τα οποία είναι το κλειδί για την κατανόηση του κόσμου, ε) να επιλύουν προβλήματα με διαφορετικές μεθόδους, συμπεριλαμβανομένων της δοκιμής και του λάθους, της εικασίας και της επιβεβαίωσης και ε) να εκτεθούν οι μαθητές στη διεπιστημονικότητα και στη διαθεματικότητα, με συνδυαστικό κρίκο τα Μαθηματικά, έτσι ώστε να εκτιμήσουν την επίδραση και τη βιωσιμότητα των επιστημονικών καινοτομιών.

Γίνεται αντιληπτό ότι, δεν υπάρχει σαφής αναφορά στη χρήση της Ι.τ.Μ. ως εργαλείου για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στη Γαλλία, η οποία αφήνεται στην προαίρεση των εκπαιδευτικών.

Δανία. Έως τη δεκαετία του 1970 η Ι.τ.Μ είχε δευτερεύοντα ρόλο στα Π.Σ των Μαθηματικών όλων των επιπέδων. Αν και η Ι.τ.Μ υπήρχε ως προσωπική επιλογή των εκπαιδευτικών από το παρελθόν, σε πανεπιστημιακό επίπεδο προσφέρονταν μαθήματα στο αντικείμενο, και αρκετοί φοιτητές υποστήριζαν μεταπτυχιακές διπλωματικές εργασίες στο θέμα, η επίδραση όλων αυτών στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών ήταν σχεδόν μηδαμινή. Οι αλλαγές ξεκίνησαν το 1972 σε πανεπιστημιακό επίπεδο (Roskilde University) όταν η Ι.τ.Μ ενσωματώθηκε στο πρόγραμμα από την αρχή. Ήταν και παραμένει κυρίαρχη η ιδέα στο Roskilde ότι τα Μαθηματικά είναι ένας επιστημονικός κλάδος ο οποίος υπάρχει, εξελίσσεται και εξετάζεται σε συνάρτηση με το χρόνο και το χώρο· το οποίο σημαίνει ιστορικά και κοινωνικά. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1970, ο πληθυσμός των μαθητών που αποφάσισε να παρακολουθήσει την ανώτερη ακαδημαϊκή δευτεροβάθμια εκπαίδευση (Λύκειο), αυξήθηκε δραματικά. Έτσι, ήταν ανάγκη να αλλάξει ο κατά βάση θεωρητικός προσανατολισμός των Π.Σ για να συντηρηθεί το ενδιαφέρον του ευρύτερου πλέον ακροατηρίου. Από τον Niss (2004) (έγκριτο Δανό Μαθηματικό), προτάθηκε η προώθηση «των μαθηματικών από την ιστορική τους πλευρά» ως μέρος της αναμόρφωσης των Π.Σ που να αναδεικνύουν τις πολύμορφες διαστάσεις των μαθηματικών και όχι ως απλή παράθεση μαθηματικών χωρίων όπως σ' ένα παραδοσιακό Π.Σ.

Με αρκετή διάθεση πειραματισμού, από σχολεία αλλά και από προσωπικές προσπάθειες εκπαιδευτικών, ξεκίνησε η απόπειρα συμπερίληψης τρόπων ενσωμάτωσης της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική. Όταν αργότερα το Κοινοβούλιο αποφάσισε να αναμορφώσει το Π.Σ, μεταξύ των άλλων συμπεριέλαβε στο ισχύον Π.Σ την εξής δήλωση:

« Οι μαθητές είναι αναγκαίο να αποκτήσουν γνώση στοιχείων της Ι.τ.Μ και των Μαθηματικών σε πολιτιστικά και κοινωνικά πλαίσια. [...] Μερικές από τις κύριες [μαθηματικές] επιδιώξεις είναι μέρος της συλλογιστικής τους να αποτελούν τα στοιχεία της Ι.τ.Μ των θεμάτων τα οποία αντιμετώπισαν, και-σε μικρότερη έκταση- όψεις της εποχής, του πολιτισμού ή της κοινωνίας στις οποίες αυτά τα θέματα αναπτύχθηκαν.»

Οι παραπάνω οδηγίες του αναμορφωμένου Π.Σ, όσον αφορά την ανώτερη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (Λύκειο), είχαν ως αποτέλεσμα όλα τα τμήματα Μαθηματικών των πανεπιστημίων στη Δαυνία να εντάξουν σειρές μαθημάτων που να θεραπεύουν την Ι.τ.Μ, διότι ήταν απαίτηση για την εργασία στο Λύκειο, των αποφοίτων των πανεπιστημιακών τμημάτων, η συμπερίληψη στις σπουδές τους στοιχείων της Ι.τ.Μ. Παρόλα αυτά, στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση και στο Γυμνάσιο δεν έχουν συμπεριληφθεί ακόμη ιστορικά στοιχεία στο Π.Σ είτε επίσημα είτε ανεπίσημα (Fasanelli et al., 2000)

Οι λόγοι για τους οποίους στοιχεία της Ι.τ.Μ εισήχθησαν στα Π.Σ του Λυκείου και των Πανεπιστημίων, δεν ήταν προσωπικοί κάποιων Μαθηματικών με επιρροή, ούτε αποτέλεσμα πίεσης κάποιων επιστημονικών ενώσεων, αλλά αντίθετα ένας συνδυασμός ιστορικών συνθηκών και καταστάσεων που οδήγησαν στις αλλαγές που περιεγράφηκαν πιο πάνω. Δύο φαίνεται να ήταν οι κύριοι παράγοντες: α) το έργο και ο ρόλος του Λυκείου γενικά και β) οι καθηγητές των Μαθηματικών που επεξεργάστηκαν νέες αρχές για το σχεδιασμό των αναλυτικών προγραμμάτων των Μαθηματικών και απέκτησαν εμπειρίες από καινοτόμες πρακτικές διδασκαλίας και μάθησης.

Για το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών, της *Ελλάδας*, θα αναφερθούμε στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας μας, το οποίο αποτελεί και το δεύτερο μέρος της θεωρητικής προσέγγισης του θέματός μας.

Ηνωμένο Βασίλειο (H.B.). Στο Α.Π.Σ. των μαθηματικών του Η.Β. δεν εμφανίζεται πουθενά η απαίτηση της συμπερίληψης της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική. Η λέξη “ιστορία” δε συμπεριλαμβάνεται στο Εθνικό Πρόγραμμα Σπουδών για τα μαθηματικά. Τα σχολικά βιβλία δεν ελέγχονται από κανένα επίσημο όργανο και ποικίλλουν ως προς τον βαθμό στον οποίο περιλαμβάνουν την Ι.τ.Μ., αλλά σε κάθε σύνολο σχολικών εγχειριδίων υπάρχουν κάποια ελάχιστα Ι.Σ. Σημειώνουμε ότι το Η.Β. με τόση μεγάλη παράδοση και κληρονομιά στα μαθηματικά αγνοεί επιδεικτικά τη συμβολή της Ι.τ.Μ στη βελτίωση της Μ.Ε. Στο Η.Β. υπάρχουν πολλές εξεταστικές επιτροπές καθεμία από τις οποίες ανταγωνίζεται για “πελάτες μαθητές” και όλο και περισσότερο η κυβέρνηση ενθαρρύνει την έννοια της εκπαίδευσης ως αγοράς. Τα σχολεία χρηματοδοτούνται σύμφωνα με τον αριθμό των μαθητών και οι γονείς ενθαρρύνονται να “αγοράσουν” σχολείο ανάλογα με τις επιτυχίες που παρουσιάζουν στις εξετάσεις. Είναι φυσικό να μην απομένει χώρος και χρόνος για την Ι.τ.Μ στα προγράμματα των μαθημάτων μέσα σε ένα τέτοιο εξετασιοκεντρικό σύστημα εκπαίδευσης.

Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής (Η.Π.Α). Στις Η.Π.Α, υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση στα Π.Σ. μεταξύ των πολιτειών, διότι οι περισσότερες αποφάσεις που αφορούν εκπαιδευτικά θέματα λαμβάνονται σε τοπικό επίπεδο. Στο ίδιο πλαίσιο, διαφέρουν και οι θέσεις των πολιτειών σχετικά με την Ι.τ.Μ. Η θέση του Εθνικού Συμβουλίου των Διδασκόντων Μαθηματικά (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM), που αριθμεί χιλιάδες μέλη και προφανώς επηρεάζει τη διδακτική τους πρακτική, για την Ι.τ.Μ:

« Οι μαθητές πρέπει να έχουν πολυάριθμες και ποικίλες εμπειρίες σχετικές με τη πολιτισμική, ιστορική και επιστημονική εξέλιξη των Μαθηματικών έτσι ώστε να εκτιμήσουν το ρόλο των μαθηματικών στην ανάπτυξη των σύγχρονων κοινωνιών μας και να διερευνήσουν τις σχέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων επιστημονικών πεδίων με τα οποία διασυνδέονται...[...] και να εστιάσουν οι μαθητές στη διάδραση μεταξύ των Μαθηματικών και των ιστορικών συνθηκών που συνετέλεσαν στην ανάπτυξή τους και στην επίδραση που είχε αυτή η διάδραση στον πολιτισμό μας και στις ζωές μας.»

Το NCTM για μεγάλο χρονικό διάστημα υποστήριζε τη συνεισφορά της ιστορίας στη Μ.Ε., ειδικά στο εορταστικό και επιδραστικό τριακοστό πρώτο ετήσιο τεύχος, των 542 σελίδων *Historical topics for the mathematic classroom (NCTM, 1969)*, στο οποίο πλήθος κορυφαίων ιστορικών και Μαθηματικών δασκάλων ένωσαν τις δυνάμεις τους για να παράσχουν επισκόπηση και πηγές αναφορών σε Μαθηματικούς και μαθητές.

Στο ίδιο μήκος κύματος με τη NCTM, ήταν και η Ένωση Μαθηματικών της Αμερικής (MAA) η οποία πρότεινε οι επιμορφώσεις των εκπαιδευτικών να συμπεριλαμβάνουν την Ι.τ.Μ, και η οποία επίσης έχει να επιδείξει ένα μακρύ και αξιοσημείωτο κατάλογο δημοσιεύσεων σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε. Όλοι οι θεσμοί δεν ήταν τόσο υποστηρικτικοί για τη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ στα Π.Σ. Η Επιτροπή για τη Μαθηματική Εκπαίδευση του Εθνικού Συμβουλίου Ερευνών δεν ανέφερε ούτε το ιστορικό ούτε το πολιτισμικό πλαίσιο των Μαθηματικών στις προτάσεις της για την αναμόρφωση των σχολικών Μαθηματικών.

Ιταλία. Στην Ιταλία η σχέση της ιστορίας με τη διδασκαλία των Μαθηματικών έχει μακρά παράδοση. Αυτή η παράδοση συνδέεται με παλαιότερη επιρροή σημαντικών μελετητών στον τομέα της ιστορίας των μαθηματικών και της επιστημολογίας, οι οποίοι ασχολήθηκαν τόσο με προβλήματα της διδασκαλίας των μαθηματικών όσο και της εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών. Στοιχεία αυτής της πα-

ράδοσης στη διδασκαλία εντοπίζονται σε δημοσιεύσεις μαθηματικών περιοδικών για μαθητές, γύρω στο 1900, στις οποίες η Ι.τ.Μ ήταν ένα από τα βασικά θέματα τα οποία πραγματεύονταν.

Ο Ιταλικός προσανατολισμός προς μια ιστορική προοπτική στη διδασκαλία είναι επίσης παρών στα νέα Ιταλικά Π.Σ των μαθηματικών, τα οποία είναι πολύ συγκεντρωτικά και απαιτούν εξετάσεις σε εθνικό επίπεδο. Για τους μαθητές ηλικίας 14-16 ετών, το επίσημο πρόγραμμα αναφέρει ότι «Στο τέλος των δύο πρώτων ετών της ανώτερης δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ο μαθητής πρέπει να είναι σε θέση να βάλει σε μια ιστορική προοπτική μερικές σημαντικές στιγμές της εξέλιξης της μαθηματικής σκέψης». Το 1985 υπήρξε ένα νέο πειραματικό πρόγραμμα που περιελάμβανε την ακόλουθη θέση: «Τα αποτελέσματα της έρευνας στον ιστορικό/επιστημολογικό τομέα προσφέρουν την καλύτερη έμπνευση για να παρακινήσουν τους μαθητές να δημιουργήσουν εικασίες, υποθέσεις, προβλήματα πάνω στα οποία ο δάσκαλος μπορεί να αναπτύξει τη διδασκαλία του.» Για τους μαθητές ηλικίας 11-14 ετών το πλαίσιο διδασκαλίας από το 1979 ήταν ότι: «Ο δάσκαλος πρέπει να προσανατολίσει τον μαθητή προς έναν προβληματισμό για την ιστορική διάσταση των επιστημών».

Στην πράξη, όπως αναφέρει η Fasanelli et al. (2000), υπήρχαν λίγα βιβλία γραμμένα ή μεταφρασμένα στα ιταλικά για την ιστορία των Μαθηματικών. Το αποτέλεσμα ήταν ότι η γνώση των εκπαιδευτικών για την Ι.τ.Μ περιοριζόταν σε ότι αναγράφονταν στα Ι.Σ των σχολικών βιβλίων των μαθητών. Παρόλα αυτά, έχει συγκεντρωθεί σημαντικός όγκος πληροφοριών σχετικά με το “πώς” και “γιατί” οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν την Ι.τ.Μ στη διδασκαλία, όπως: να χρησιμοποιούν παράδοξα για να εξαλείψουν από τους μαθητές εσφαλμένες πεποιθήσεις για διάφορες μαθηματικές έννοιες· να συζητήσουν κρίσιμες έννοιες των Μαθηματικών, όπως τη μεταβλητή, ξεκινώντας από το ιστορικό τους πλαίσιο· να διερευνήσουν τις πεποιθήσεις των μαθητών για την ιστορική ανάπτυξη των Μαθηματικών· να χρησιμοποιούν αυθεντικές πηγές στη Γεωμετρία. Είναι προφανές, ότι ορισμένοι δάσκαλοι έχουν εστίασει ξεκάθαρα σε ορισμένους Μαθηματικούς στόχους μέσω της διδασκαλίας τους που μπορούν εύκολα να επιτευχθούν με τη βοήθεια της Ι.τ.Μ.

Κίνα. Από τότε που ο Κινέζικος λαός απέκτησε πραγματικά την ανεξαρτησία του το 1949, η κυβέρνηση προώθησε ένα κίνημα πατριωτισμού, ζητώντας από τους καθηγητές των Μαθηματικών να ενισχύσουν τον πατριωτισμό των μαθητών τους με το να συμπεριλάβουν στη διδασκαλία τους περισσότερες γνώσεις της Κινέζικης Ι.τ.Μ. Αυτό οδήγησε σε έρευνες σχετικά με την αρχαία Ι.τ.Μ και είχε ως επακόλουθο όταν οι Κινέζοι ιστορικοί των Μαθηματικών κλήθηκαν να συντάξουν τα νέα σχολικά εγχειρίδια, ένας αριθμός από μαθηματικές έννοιες άλλαξε παίρνοντας το ισοδύναμο αρχαίο Κινέζικο όνομα ή το όνομα του Κινέζου συγγραφέα που τις ανακάλυψε. Για παράδειγμα, πριν το 1949 το Gou Gu Theorem λεγόταν Πυθαγόρειο θεώρημα, το τρίγωνο του Yang Hui ήταν το τρίγωνο του Pascal, και η Αρχή του Zu Geng ήταν η Αρχή του Cavalieri. Στα σχολικά βιβλία της Κίνας, τα οποία υιοθετεί το

95% των σχολείων, συμπεριλαμβάνονται περίπου 16 θέματα σχετικά με την Ι.τ.Μ εκ των οποίων τα μισά αναφέρονται αποκλειστικά στην Κινέζικη Ι.τ.Μ. Ελάχιστοι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν το ιστορικό υλικό επικουρικά στη διδασκαλία τους, εκτός από κάποιες παραγράφους οι οποίες αναφέρονται αποκλειστικά στην ενίσχυση του πατριωτισμού των μαθητών.

Το Π.Σ των Μαθηματικών στην Κίνα υποστηρίζει τις σταθερές του φορμαλισμού, της μαθηματικής αυστηρότητας και του επαγωγικού συλλογισμού. Οι περισσότεροι καθηγητές Μαθηματικών υποστηρίζουν ότι η εξάσκηση στη λογική σκέψη είναι ο πυρήνας της διδασκαλίας των Μαθηματικών και κάθε άλλη μη τυπική προσέγγιση θα ήταν επιβλαβής για τους μαθητές. Στο πρόγραμμα σπουδών που δημοσιεύτηκε από το Υπουργείο Παιδείας της Κίνας υπάρχει μόνο μια πρόταση αναφορικά με την Ι.τ.Μ.: «Να βοηθηθείτε από την Ι.τ.Μ για να ενισχύσετε τον πατριωτισμό των μαθητών» και αλλού «προβάλλοντας τα αρχαία και σύγχρονα κατορθώματα των Κινέζων επιστημόνων, εξυψώνετε το αίσημα εθνικής περηφάνιας και πατριωτικού φρονήματος των μαθητών». Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητο να επισημανθεί ότι η Ι.τ.Μ τίθεται στις υπηρεσίες ενός κακώς εννοούμενου πατριωτισμού ή εθνικισμού.

Νορβηγία. Έχει γίνει σαφές, στις πιο πρόσφατες μεταρρυθμίσεις του προγράμματος σπουδών της Νορβηγίας, η συσχέτιση του πολιτισμού με την Ι.τ.Μ μέσω των προσπαθειών Νορβηγών ερευνητών και εκπαιδευτικών Μαθηματικών εμπνευσμένων από τη δανική σκέψη, που περιεγράφηκε παραπάνω. Στο Π.Σ. επισημαίνονται οι κοινοί στόχοι (αυτοί που περιγράφουν στάσεις, δεξιότητες και προοπτικές που θα πρέπει να επιδιώκονται σε όλο το μάθημα για όλους τους μαθητές) και επιπλέον ο στόχος ώστε να αντιμετωπιστούν:

«Τα Μαθηματικά ως πολιτιστική κληρονομιά. Οι μαθητές θα πρέπει να αποκτήσουν γνώσεις για την Ι.τ.Μ και να αναγνωρίζουν τη σημασία της για την κοινωνική και πολιτιστική ζωή μας. Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν μερικά κύρια θέματα από την Ι.τ.Μ, τις ρίζες των Μαθηματικών σε διαφορετικούς πολιτισμούς, μερικά χαρακτηριστικά εργαλεία στα Μαθηματικά αυτών των πολιτισμών, τη σημασία των Μαθηματικών για την τεχνο-επιστημονική κουλτούρα και παραδείγματα της αλληλεπίδρασης μεταξύ Μαθηματικών και τέχνης»

Παρόλο που στο Π.Σ επισημαίνεται τη σπουδαιότητα της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία των Μαθηματικών, η έκδοση σχολικών εγχειριδίων η οποία απαιτεί εθνική έγκριση, δεν έχει ακόμη πλήρως ενσωματώσει την Ι.τ.Μ στα εγκεκριμένα κείμενα.

Ολλανδία. Το Υπουργείο Παιδείας της Ολλανδίας, όπως αναφέρει η Van den Heuvel-Panhuizen (2020), μπορεί να ορίσει μόνο το περιεχόμενο της ύλης που θα διδαχθεί και όχι τον τρόπο

με τον οποίο διδάσκεται αυτό το περιεχόμενο. Αυτό σημαίνει ότι οι συγγραφείς και οι εκδότες σχολικών εγχειριδίων έχουν πολλές ευκαιρίες να συμπεριλάβουν τις δικές τους απόψεις και ιδέες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Επιπλέον, δεν υπάρχει καμία αρχή που να συνιστά, να πιστοποιεί ή να εγκρίνει σειρές ολλανδικών σχολικών βιβλίων προτού διατεθούν στην αγορά.

Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα επί του παρόντος, η Ι.τ.Μ να μην έχει καμία δομική θέση στη Μ.Ε στα Ολλανδικά σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Ωστόσο, υπήρχε μια ζωντανή παράδοση στην Ι.τ.Μ. κατά τον εικοστό αιώνα. Πολλά εγχειρίδια για τα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης είχαν κεφάλαια αφιερωμένα στην ιστορία του μαθήματος. Ο καθηγητής και ιστορικός των μαθηματικών Eduard Jan Dijksterhuis προώθησε την Ι.τ.Μ ως μάθημα στην κατάρτιση των δασκάλων μαθηματικών και σε αρκετά Πανεπιστήμια η Ι.τ.Μ είναι ακόμη υποχρεωτικό μέρος του Π.Σ τους. Όμως στα σημερινά Π.Σ των Μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, η Ι.τ.Μ δεν έχει πλέον θέση ως μάθημα από μόνη της. Ένας μεγάλος αριθμός διδακτολόγων των Μαθηματικών στην Ολλανδία προωθεί τη Ρεαλιστική Εκπαίδευση για τα Μαθηματικά (RME) η οποία αναφέρεται σε Μαθηματικά που σχετίζονται με την “πραγματική” ζωή. Επομένως, στην Ολλανδία, η διδασκαλία και η εκμάθηση των Μαθηματικών δεν μπορούν να θεωρηθούν ξεχωριστά από τη RME, τη θεωρία διδασκαλίας που καθόρισε την ολλανδική εκπαίδευση στα Μαθηματικά τον τελευταίο μισό αιώνα. Θα λέγαμε ότι “υπεύθυνος” της ανάπτυξης της θεωρίας RME που κυριάρχησε στα Ολλανδικά Μαθηματικά ήταν ο Hans Freudenthal (1905-1990), ο οποίος πρόβλεψε ότι : ο δάσκαλος των Μαθηματικών θα πρέπει να καθοδηγήσει τους μαθητές του/της να εφεύρουν εκ νέου τα μαθηματικά (ο Freudenthal έγραψε την επαν-εφεύρεση με παύλα). Αυτή η προσέγγιση στην εκπαίδευση των Μαθηματικών επέκρινε επίσης την αντιδιδασκτική αντιστροφή, το φαινόμενο ότι γενικά τα Μαθηματικά διδάσκονται με αντίστροφη σειρά: δεν παρουσιάζεται πρώτα το πρόβλημα που οδήγησε σε ένα ορισμένο θεώρημα, αλλά στη διδασκαλία ξεκινά κανείς με την απόδειξη του θεωρήματος και μόνο τότε έρχεται το πρόβλημα, ως παράδειγμα ή άσκηση για τους μαθητές . Αν και ο Freudenthal ενδιαφερόταν πολύ για την Ι.τ.Μ, ένα αντικείμενο στο οποίο διέθετε μεγάλη εξειδίκευση, αμφέβαλλε αν η διαδικασία επανεφεύρεσης των Μαθηματικών έπρεπε να ακολουθήσει την ιστορική τους εξέλιξη (Van Gulik-Gulikers, Krüger & van Maanen 2020).

Εκτός από τους περιορισμούς που αναφέρθηκαν, υπάρχουν και θετικά σημάδια για τον μελλοντικό ρόλο της ιστορίας στην εκπαίδευση των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, η έρευνα στην περιοχή βρίσκεται σε εξέλιξη, από ορισμένους διδακτορικούς φοιτητές σε ολλανδικά πανεπιστήμια και από αρκετούς επίσημους φορείς όπως το Ινστιτούτο Freudenthal. Συνοπτικά: η Ι.τ.Μ είχε μια ισχυρότερη θέση στην Ολλανδική εκπαίδευση στα Μαθηματικά από ότι έχει αυτή τη στιγμή, αλλά τα πράγματα εξελίσσονται (Van Gulik-Gulikers et al., 2020).

Στις χώρες της **Ανατολικής Ευρώπης**, όπως αναφέρει ο Karp (2020), τα Π.Σ. των Μαθηματικών και τα αντίστοιχα σχολικά εγχειρίδια έχουν περιέλθει σε μια δίνη αναθεωρήσεων και αναμορφώσεων, ειδικά στη μετακομμουνιστική εποχή, προσπαθώντας οι κυβερνήσεις να συνδέσουν το παρελθόν με το μέλλον με τη μεγαλύτερη δυνατή επιτυχία. Προσανατολίζονται στην επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής και στην ενσωμάτωση της επιστήμης των υπολογιστών. Η αποτελεσματική αξιοποίηση της Ι.τ.Μ απουσιάζει και μόνο ορισμένες σκόρπιες βιογραφικές αναφορές διάσημων Μαθηματικών του παρελθόντος παρουσιάζονται στα σχολικά εγχειρίδια. Στη Ρωσία για παράδειγμα, χώρα καταγωγής του Karp, μόνο στο Π.Σ. σχολείων με προσανατολισμό στις Ανθρωπιστικές Επιστήμες, σαν σύσταση αναφέρεται : «Προσπαθήσαμε όσο το δυνατόν περισσότερο να πούμε για την εφαρμογή των Μαθηματικών σε διάφορους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, για να σας εξοικειώσουμε με ορισμένες σελίδες της ιστορίας και τους δημιουργούς αυτής της αξιοσημείωτης επιστήμης» (Karp 2020, p. 190).

Μετά την παράθεση παραδειγμάτων για το επίπεδο ενσωμάτωσης της Ι.τ.Μ στα Π.Σ των Μαθηματικών ορισμένων χωρών, που όπως διαπιστώθηκε είναι ως επί το πλείστον χαμηλό, θα προσπαθήσουμε να επιχειρηματολογήσουμε για την αναγκαιότητα της αξιοποίησής της στη διδακτική πρακτική, ανατρέχοντας στην αντίστοιχη βιβλιογραφία.

Γιατί (“Why”) να συμπεριληφθεί η Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική;

Οι μέθοδοι διδασκαλίας, που χρησιμοποιούνται κυρίως από τους εκπαιδευτικούς, θεωρούν και παρουσιάζουν τα Μαθηματικά ως ένα προκατασκευασμένο σύστημα από κανόνες και διαδικασίες που θα πρέπει οι μαθητές να αποστηθίσουν, θα πρέπει να δέχονται ότι όλα αυτά είναι σωστά και αληθινά, επειδή το εγγυάται η αυθεντία του εκπαιδευτικού ή του συγγραφέα του εγχειριδίου που χρησιμοποιείται (Γκίνης, 2008). Στην πράξη, οι Μαθηματικές έννοιες μεταφέρονται στους μαθητές ως αποτελέσματα ήδη γνωστών διαδικασιών αγνοώντας τη φάση της ανακάλυψης και της ιστορικής εξέλιξης που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Με αυτό τον τρόπο δε μεταφέρεται από τη Μ.Ε η πρόκληση, η γοητεία και η αμφισβήτηση που ενυπάρχει στα Μαθηματικά. Στο σημείο αυτό, όπως πολύ εύστοχα σημειώνει η Barbin (2000): «Η ιστορική διάσταση οδηγεί στην ιδέα ότι τα Μαθηματικά δεν είναι πλέον μια ακολουθία διακριτών κεφαλαίων (στη Γεωμετρία, την Άλγεβρα ή την Ανάλυση), αλλά είναι μια δραστηριότητα που κινείται μεταξύ διαφορετικών τρόπων σκέψης για Μαθηματικές έννοιες και εργαλεία». Η ιστορική εξέλιξη μιας Μαθηματικής έννοιας και η κατάκτησή της από τους μαθητές δε γίνεται διαδοχικά και ιεραρχημένα, όπως πρεσβεύουν οι Piaget & Garcia. Στην πορεία για την κατάκτηση της γνώσης συναντάμε εμπόδια άλλοτε μικρά και άλλοτε μεγάλα, σύμφωνα με τον Brousseau, ο οποίος μετέφερε στη Διδακτική τη θεωρία του “εμποδίου”. Τα εμπόδια που συναντούν οι μαθητές στην κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών, αν ενημερώνονταν μέσω της Ι.τ.Μ ότι τα α-

ντιμετώπισαν και μεγάλοι Μαθηματικοί του παρελθόντος μέχρι να εξελιχθούν αυτές οι έννοιες όπως διδάσκονται σήμερα, ίσως να αποκτούσαν πιο “ανθρώπινο πρόσωπο”.

Όλοι οι καθηγητές των Μαθηματικών όταν ξεκινούν να διδάξουν μια νέα ενότητα αντιμετωπίζουν κάθε φορά το ερώτημα : «Πού χρειάζεται αυτό;». Το ερώτημα αυτό που διατυπώνεται άλλοτε με λόγια και άλλοτε με τα μάτια, αφορά τη χρησιμότητα της ενότητας στη ζωή ή στην προσεχή πορεία του μαθητή στα Μαθηματικά και πρέπει να απαντιέται πάντοτε. Μόλις απαντηθεί το προηγούμενο ερώτημα, το επόμενο που μπορεί να γεννηθεί σε μαθητές με στοιχειώδη αντίληψη θα μπορούσε να είναι: «Πότε το περιεχόμενο αυτής της ενότητας εμφανίστηκε στην ιστορία του πολιτισμού και γιατί;». Αυτά τα δύο ερωτήματα, αν επιθυμούμε την ενεργή συμμετοχή του ακροατηρίου μας, πρέπει να απαντούνται πάντα έστω κι αν δεν διατυπωθούν ρητά. Οι απαντήσεις δημιουργούν πρόσφορο έδαφος για την πορεία της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Έτσι, κάθε ενότητα στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης, θα πρέπει να συνοδεύεται από Ι.Σ με κατάλληλο υλικό που να δίνει απαντήσεις και τροφή για σκέψη-προβληματισμό για τις ιστορικές, κοινωνικές, οικονομικές και πολιτισμικές συνθήκες που οδήγησαν στη γένεση και εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών που περιέχονται σε αυτή (Τσιμπουράκης, 1997).

Όπως αναφέρει ο Jankvist (2012), τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότερα άρθρα δημοσιεύονται στην ερευνητική βιβλιογραφία για τη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε, αναφέροντας ως παράδειγμα το Science & Education, στο οποίο μια συγκεκριμένη χρονιά είχαν δημοσιευτεί τρία άρθρα με ανάλογο περιεχόμενο. Ο ίδιος ερευνητής, Jankvist (2009a), επιχειρηματολογεί για τη χρήση της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική κατηγοριοποιώντας τα “γιατί” σε δύο διαφορετικά είδη, κυρίως την ιστορία ως εργαλείο και την ιστορία ως στόχο. Αρχικά, η Ι.τ.Μ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο (βοήθημα-βοηθητικό μέσο) για τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών αντικειμένων, εννοιών, θεωριών, μεθόδων, αλγόριθμων, αιτιολογήσεων και αποδείξεων, κλπ. Η χρήση της Ι.τ.Μ μπορεί περαιτέρω να κατηγοριοποιηθεί ως εξής:

- Ως εργαλείο κινητοποίησης/ επηρεασμού των μαθητών
- Ως εργαλείο για την ανίχνευση, ταυτοποίηση και εντέλει υπερπήδηση επιστημολογικών εμποδίων
- Ως εργαλείο για τη συνειδητοποίηση του ρόλου της ιστορίας σε αυτό που αναφέρεται ως εξελικτική επιχειρηματολογία (η συζήτηση για την «ανακεφαλαίωση» ή του ιστορικού παραλληλισμού).
- Ως εργαλείο που θα δώσει στα Μαθηματικά μια πιο “ανθρώπινη” διάσταση και θα βοηθήσει τους μαθητές να διαχειριστούν τη φοβία τους προς τα Μαθηματικά.

- Ως εργαλείο που θα προσφέρει διαφορετική προσέγγιση και διαφορετικό τρόπο παρουσίασης μιας Μαθηματικής έννοιας με αφορμή τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια ή άλλου σχετικού ιστορικού υλικού ή και αυθεντικών πηγών.

Η ιστορία ως στόχος αφορά τη διδασκαλία και μάθηση της ιστορικής εξέλιξης των Μαθηματικών (Clark et al., 2016), ή όπως αναφέρει ο Jankvist (2009a) η ιστορία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως στόχος, που σημαίνει ότι πρέπει οι μαθητές να διδαχθούν σχετικά με το πώς δημιουργήθηκαν τα Μαθηματικά, την ιστορική τους εξέλιξη καθώς και τις ανθρώπινες και πολιτιστικές πτυχές αυτής της εξέλιξης. Να σημειωθεί, ότι αυτό δεν είναι το ίδιο με τη διδασκαλία της ιστορίας των Μαθηματικών αφ' εαυτού (*per se*).

Με ποιους τρόπους (“Hows”) μπορεί η Ι.τ.Μ να συμπεριληφθεί στη Διδακτική Πρακτική

Όπως συζητήθηκε στον Jankvist (2009a), ο αυστηρός διαχωρισμός των προθέσεων (τα «γιατί») της χρήσης της Ι.τ.Μ από τις προσεγγίσεις για να γίνει αυτό (τα «πώς»), δεν είναι απλή υπόθεση, καθώς συχνά είναι αλληλένδετα. Ωστόσο, η προσπάθεια να το κάνουμε ούτως ή άλλως μπορεί να μας οδηγήσει σε νέες ιδέες σχετικά με την υλοποίηση διαφορετικών «γιατί» μέσω διαφορετικών «πώς», κυρίως από σχεδιαστική άποψη. Επίσης, διακρίνονται οι παρακάτω τρεις κύριες κατηγορίες προσέγγισης για την ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ (Jankvist, 2009a), εστιάζοντας στη μεθοδολογία που υιοθετείται:

1. Διαφωτιστικές προσεγγίσεις (*illumination approaches*), όπου η συνηθισμένη διδασκαλία συμπληρώνεται κατά κάποιο τρόπο ή «πυροδοτείτε» από ιστορικές πληροφορίες.

2. Προσεγγίσεις βάσει οριοθετημένων ενότητων (*modules approaches*), οι οποίες είναι διδακτικές ενότητες αφιερωμένες στην ιστορία, είτε μικρές ενότητες που συνδέονται με το πρόγραμμα σπουδών, είτε εκτενέστερες με ευρύτερο περιεχόμενο αλλά σχετικές με μια συγκεκριμένη περίπτωση.

3. Προσεγγίσεις βασισμένες στην ιστορία (*history-based approaches*), που σχετίζονται άμεσα ή εμπνέονται από την ιστορική εξέλιξη κάποιων Μαθηματικών εννοιών ή χωρίων, η ιστορική εξέλιξη των οποίων θέτει την ατζέντα για την παρουσίαση αυτών. Φυσικά, καθένας από αυτούς τους τύπους προσεγγίσεων μπορεί να κλιμακωθεί ανάλογα με το μέγεθος και το εύρος της αντίστοιχης ενότητας.

Σχετικά με τους τρόπους εφαρμογής της Ι.τ.Μ στη μαθηματική τάξη έχουν καταγραφεί (Τζανάκης, 2009, ό. α. στο Μπιζμπιάνος, 2011):

- α. Εφαρμογές βάσει άμεσης επαφής με ιστορικό υλικό και γεγονότα.
- β. Εφαρμογές που οδηγούν σε λεπτομερώς δομημένες δραστηριότητες.

- γ. Ευέλικτες εφαρμογές πιο «τοπικού» χαρακτήρα, προσαρμοσμένες στον πληθυσμό στον οποίο απευθύνονται.
- δ. Εφαρμογές πιο «πειραματικού» και εμπειρικού χαρακτήρα.
- ε. Το Διαδίκτυο ως πηγή πληροφόρησης και επικοινωνίας

Διαφορετικές κατηγοριοποιήσεις με διαφορετικούς σκοπούς ενδέχεται σε μεγαλύτερο βαθμό, να τονίσουν, για παράδειγμα, τον τύπο της ιστορίας σε χρήση (πραγματική, εννοιολογική, πολιτιστική, κ.λπ.)· την «ποσότητα» της ιστορίας που χρησιμοποιείται· τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές εργάζονται με την ιστορία (φύλλα εργασίας, μαθητικά έργα, κ.λπ.) ή τα υλικά που χρησιμοποιούνται (αυθεντικές πηγές, δευτερεύουσες πηγές ή μείγμα). Ωστόσο, παρόλο που αυτές οι προσεγγίσεις μπορεί να μην αποτελούν μέρος του ορισμού των τριών κατηγοριών όπως παρουσιάστηκαν πιο πάνω, θα πρέπει να γίνει σαφές ότι, με τον έναν ή τον άλλον τρόπο, εξακολουθούν να αντιπροσωπεύονται από αυτές. Όσον αφορά τη χρήση πρωτότυπων πηγών, όπως αναφέρθηκε, ο παρακάτω σχολιασμός είναι εύστοχος. Η διάκριση μεταξύ της χρήσης πρωτογενών (πρωτότυπων) πηγών και της χρήσης δευτερογενών πηγών κατά την ενσωμάτωση της ιστορίας είναι απαραίτητη. Όταν οι μαθητές χρησιμοποιούν δευτερεύουσες πηγές (όπως τα Ι.Σ), πιθανώς εκτίθενται σε μια υποκειμενική παρουσίαση και ερμηνεία του ιστορικού υλικού εκ μέρους του συγγραφέα και πρέπει να κάνουν τις επιλογές τους με βάση αυτό το δεδομένο (Furinghetti, 2007, σ.136). Από την άλλη, σύμφωνα με τον Fried (όπως αναφέρει ο Jankvist, 2009a) οι μαθητές κατά την ανάγνωση πρωτότυπων πηγών πρέπει να κάνουν τη δική τους ερμηνεία για το τι πραγματικά συνέβη, γιατί ένας συγκεκριμένος Μαθηματικός ανέπτυξε μια θεωρία με τον ένα ή τον άλλο τρόπο ανεξάρτητα από το αν αυτό που γράφεται είναι αληθινό ή όχι, τις εσωτερικές και/ ή τις εξωτερικές δυνάμεις που οδήγησαν στην ανάπτυξη του έργου, κ.λπ. Η χρήση αυθεντικών πηγών βοηθάει τους μαθητές να ανακαλύψουν εκ νέου και να δώσουν έμφαση στην πολιτιστική κληρονομιά εντός της οποίας μαθαίνουν. Διαβάζοντας μια αυθεντική(πρωτότυπη) πηγή είναι μια συγκεκριμένη δραστηριότητα που συσχετίζει τη σύγχρονη με τη διαχρονική Μαθηματική παιδεία. Εν ολίγοις, πρέπει οι μαθητές να εκτελέσουν τη δική τους έρευνα, ένα τύπο έρευνας τον οποίο δεν ευνοούν οι δευτερεύουσες πηγές .

Στην επισκόπηση που παρουσίασαν οι Boyé, Dematté, Lakoma and Tzanakis (2011), οι τρόποι με τους οποίους εμφανίζεται η Ι.τ.Μ στα σχολικά βιβλία, της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης κυρίως, μπορούν να συνοψιστούν κατά προσέγγιση σύμφωνα με τα ακόλουθα πρότυπα:

- Ισχυροί δεσμοί μεταξύ της ιστορίας και του περιεχομένου του σχολικού βιβλίου. Αυτό το μοτίβο βρίσκεται σε κεφάλαια βιβλίων που αναφέρονται σε προχωρημένα θέματα, όπως ο διαφορικός ή ο ολοκληρωτικός λογισμός .
- Ανεκδοτικές αναφορές (βιογραφίες, αποσπάσματα κ.λπ.)

- Χρήση μερικών (συνήθως σύντομων) πρωτότυπων εγγράφων για την εισαγωγή ή την ανάπτυξη ενός θέματος
- Υποδείξεις για περαιτέρω εμβάθυνση εκτός σχολικού βιβλίου
- Εστίαση στους δεσμούς μεταξύ της ανάπτυξης των Μαθηματικών, των φυσικών επιστημών και του πολιτισμού.

Η προηγούμενη επισκόπηση αφορά τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών των χωρών: Γαλλίας, Δανίας, Ελλάδας, Ηνωμένου Βασιλείου, Ισραήλ, Ιταλίας και Πολωνίας, των οποίων τα Π.Σ (εκτός της Ελλάδας) όσον αφορά τη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία των Μαθηματικών, παρουσιάστηκαν εν συντομία σε προηγούμενη ενότητα της παρούσας εργασίας. Η ενσωμάτωση πτυχών της Ι.τ.Μ σε οποιοδήποτε πρόγραμμα σπουδών απαιτεί προσεκτική εξέταση των εθνικών χαρακτηριστικών και του «περιβάλλοντος» του εκπαιδευτικού συστήματος, της φιλοσοφίας (ή της έλλειψής της) των συντακτών των προγραμμάτων σπουδών, των πολιτικών και οικονομικών πλαισίων που επικρατούν και του συστήματος της εκπαίδευσης τόσο των μελλοντικών όσο και των υπηρετούντων εκπαιδευτικών. Ο δανεισμός «έτοιμου» (ή μεταφρασμένου) υλικού από άλλες εθνικότητες είναι συχνά αντιπαραγωγικός και δε λαμβάνει υπόψη ούτε τα εθνικά χαρακτηριστικά, ούτε τις ευκαιρίες, τις ανάγκες, τους τοπικούς ήρωες, ή τις συγκεκριμένες κοινωνικές ευκαιρίες που μπορεί να παρουσιαστούν (Boyé et al., 2011).

Συνεχίζοντας, οι Boyé et al. (2011) επισημαίνουν ότι προσφέρονται νέα μέσα πληροφόρησης και μετάδοσης της γνώσης στα οποία οι κυβερνήσεις, οι επίσημοι σχεδιαστές Π.Σ και οι συγγραφείς σχολικών βιβλίων έχουν ελάχιστο ή καθόλου έλεγχο, και αυτό παρέχει πολλές δυνατότητες για τη διάθεση καλού όπως και κακού υλικού. Στην τάξη ο εκπαιδευτικός είναι ο τελικά υπεύθυνος και μπορεί να επιλέξει αν θα δώσει ή όχι προσοχή στο ιστορικό υλικό που περιέχεται στα σχολικά εγχειρίδια. Ως εκ τούτου, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν τα νέα μέσα για να διατεθεί στους εκπαιδευτικούς υλικό με κατάλληλους πόρους που να έχει σαφή σύνδεση με στοιχεία του σχολικού προγράμματος και υλικό για τους μαθητές που να παρουσιάζει τα Μαθηματικά ως το θεμέλιο, το αναπόσπαστο συστατικό και τον εμπνευστή πολλών πτυχών της πολιτιστικής μας ιστορίας. Ίσως, τέτοιες «μη συμβατικές» μορφές υλικού «διδακτικών βιβλίων» γίνουν «κανόνας» και είναι πιο άμεσα προσβάσιμες από τους ίδιους τους μαθητές!

Παράγοντες που συμβάλλουν στην Ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική

Σύμφωνα με τον Τσιμπουράκη (1997) , η ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ μέσω των Ι.Σ είναι αναγκαία στη Μαθηματική εκπαίδευση για τους παρακάτω λόγους:

- Ενημερώνουν τους εκπαιδευτικούς, με αποτέλεσμα να κάνουν γλαφυρότερο το μάθημά τους: παράλληλα ερεθίζουν τη φαντασία τους και αναπτύσσουν την ανάγκη τους για (αυτο)επιμόρφωση.
- Ερεθίζουν τη φαντασία και το θαυμασμό των μαθητών και έτσι αυξάνουν το ενδιαφέρον της τάξης. Ταυτόχρονα αφυπνίζουν, στο ποσοστό που είναι δυνατόν, τους αδιάφορους.
- Τα ιστορικά γεγονότα των Μαθηματικών τονώνουν τη μνήμη (Σημασιολογική, “Πολιτιστική”) των μαθητών και τους διευκολύνουν να διεισδύουν στη διδασκόμενη ενότητα, διότι πλέον γνωρίζουν την ιστορική συνέχεια.

Τα ευρήματα έρευνας σε καθηγητές Μαθηματικών Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης (Genckaya & Tan-Sisman, 2021), σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική, ανέδειξαν την αναγκαιότητα της χρήσης της. Συγκεκριμένα τα οφέλη συνοψίστηκαν ως εξής:

Για τους μαθητές

- Κατανόηση της διαδικασίας τυποποίησης της Μαθηματικής γνώσης
- Ενδυνάμωση της μαθησιακής τους ικανότητας
- Παρότρυνση για διεξαγωγή έρευνας
- Συνειδητοποίηση ότι τα Μαθηματικά είναι ανθρώπινο δημιούργημα
- Εμπλουτισμός της άποψής τους για τα Μαθηματικά

Για τους εκπαιδευτικούς

- Ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου
- Ενίσχυση της εκτίμησης που τρέφουν οι μαθητές στους διδάσκοντες
- Βελτίωση της επαγγελματικής ικανοποίησης
- Ενίσχυση/ενδυνάμωση της επικοινωνίας με τους μαθητές

Για την εκπαιδευτική διαδικασία

- Υποστηρίζει την ουσιαστική μάθηση
- Οδηγεί σε εμπέδωση του αντικειμένου μάθησης

Επιπρόσθετα, ο El Idrissi (ό.α. οι Boyé et al., 2011) ισχυρίζεται ότι το ιστορικό υλικό των σχολικών εγχειριδίων μπορεί να προσφέρει μια ποικιλία επίτευξης διαφορετικών στόχων που έχουν να κάνουν είτε με εσωτερικά ζητήματα των Μαθηματικών (inner issues) είτε με ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν ως απόρροια των Μαθηματικών εφαρμογών (meta-issues):

Ενδότερα ζητήματα των Μαθηματικών

- Για ερμηνεία των Μαθηματικών εννοιών

- Να δώσει κίνητρο στους μαθητές για εμβάθυνση στις Μαθηματικές έννοιες, για αναζήτηση λεπτομερειών μέσω της μελέτης καταστάσεων που οδήγησαν σε συγκεκριμένες έννοιες και μεθόδους.
- Να παρέχει δραστηριότητες επαν-εφεύρεσης/ανακάλυψης εννοιών και μέσω της ψυχαγωγίας
- Να συνδέσει τα σχολικά Μαθηματικά με τα Μαθηματικά εν εξελίξει, ή με πρόσφατα ευρήματα και ερευνητικές τάσεις.

Μετα-ζητήματα των Μαθηματικών

- Να δώσει έμφαση και να επισημάνει την εξελικτική φύση των Μαθηματικών .
- Να τροποποιήσει την αντίληψη των μαθητών για τα Μαθηματικά.
- Να εμφανίσει τους Μαθηματικούς ως δημιουργικά ανθρώπινα όντα και κατ' επέκταση να "εξανθρωπίσει" τα μαθήματα των Μαθηματικών.
- Να συνδέσει τα Μαθηματικά με άλλες επιστήμες και με το γενικότερο ιστορικό-πολιτιστικό περιβάλλον, έτσι ώστε να βοηθήσει τους μαθητές να διαμορφώσουν μια διεπιστημονική άποψη για τα Μαθηματικά.
- Να παρακινήσει σε συνεργασία μαθητών και εκπαιδευτικών σε διεπιστημονικές δραστηριότητες.

Στην προηγούμενη ενότητα προσπαθήσαμε να επιχειρηματολογήσουμε και αναφερθήκαμε με συντομία στους κυριότερους λόγους, σύμφωνα με την προαναφερθείσα βιβλιογραφία, που καθιστούν αναγκαία την ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Παράγοντες που περιορίζουν την Ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη Διδακτική Πρακτική

Σε αυτήν την ενότητα θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε, σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία, τους παράγοντες που επηρεάζουν τη μη χρήση, τη σπάνια χρήση ή και τη μη αποτελεσματική χρήση της Ι.τ.Μ που περιλαμβάνεται στα σχολικά εγχειρίδια, αφού σύμφωνα με τη Furinghetti (2012): «Στις οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών, πολλών κρατών, αναφέρεται η Ι.τ.Μ, αλλά αυτή η μνημόνευση, δε συνοδεύεται πάντα από δομημένα σχέδια μαθημάτων και πηγές για την προετοιμασία των εκπαιδευτικών, όσον αφορά τη χρήση της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική». Έτσι λοιπόν, ενώ υπάρχουν αποσπάσματα στα Π.Σ και στις οδηγίες διδασκαλίας που υποστηρίζουν την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ, ακόμη και σήμερα η ιστορική προσέγγιση δεν έχει πετύχει την καθολική αποδοχή εκ μέρους των εμπλεκόμενων μερών (Υπουργείο Παιδείας, σχεδιαστές Π.Σ, συγγραφείς σχολικών εγχειριδίων, εκπαιδευτικών, μαθητών, κλπ.), οπότε οι αναφορές στην Ι.τ.Μ μάλλον σαν άλλοθι μπορούν να εκληφθούν. Ένα πλήθος αντιρρήσεων και προσκομιμάτων έχει εγερθεί από τα περισσότερα από τα παραπάνω εμπλεκόμενα μέρη, το οποίο συνοψίζεται σε μια ανασκόπηση της Clark et al. (2016) στηριζόμενη

σε αντίστοιχες διαπιστώσεις των Tzanakis and Arcavi (2000), Furinghetti (2012) και Tzanakis and Thomaidis (2012) :

Αντιρρήσεις σχετικά με την επιστημολογική και μεθοδολογική φύση των Μαθηματικών

— Σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών

- Αυτά δεν είναι Μαθηματικά! Πρώτα το αντικείμενο· μετά η ιστορία του.
- Η πρόοδος στα Μαθηματικά επιτυγχάνεται όταν προκρίνεται η επίλυση δύσκολων προβλημάτων. Έτσι, γιατί να προβληματιζόμαστε κοιτώντας πίσω;
- Αυτό που πραγματικά συνέβη μπορεί να είναι σύνθετο. Εξιστορώντας το μπορεί να προκαλέσει σύγχυση στους μαθητές παρά να τους διαφωτίσει.

— Σχετικά με τις δυσκολίες που άπτονται αυτής της προσέγγισης

- Βοηθά πραγματικά η ανάγνωση αυθεντικών πηγών, η οποία είναι πολύ δύσκολη και χρονοβόρα διαδικασία;
- Είναι δόκιμο να τροφοδοτείται ο πολιτιστικός σωβινισμός και ο στενών αντιλήψεων εθνικισμός;
- Οι μαθητές μπορεί να έχουν μια ακαθόριστη αίσθηση για την ιστορία του παρελθόντος που καθιστά αδύνατη την ιστορική πλαισιοποίηση των Μαθηματικών χωρίς να έχουν μια ευρύτερη εκπαίδευση στη γενική ιστορία.

Αντιρρήσεις σχετικά με την εφαρμογή στην πράξη και τη διδασκαλία

— Το γνωστικό υπόβαθρο και η διάθεση των εκπαιδευτικών για την Ι.τ.Μ

- Έλλειψη διδακτικού χρόνου: δεν περισσεύει χρόνος για την ιστορία στην τάξη.
- Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να είναι επαρκώς επιμορφωμένοι/καταρτισμένοι στην Ι.τ.Μ : “Πώς μπορώ να είμαι σίγουρος για την ακρίβεια αυτών που παρουσιάζω;”
- Έλλειψη εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών.
- Έλλειψη κατάλληλου διδακτικού υλικού και πηγών.

— Το γνωστικό υπόβαθρο και η διάθεση των μαθητών για την Ι.τ.Μ

- Την εκλαμβάνουν ως ιστορία και δεν τους αρέσει.
- Τη θεωρούν τόσο βαρετή όσο και τα ίδια τα Μαθηματικά.
- Δεν έχουν αρκετή γνώση ή παιδεία για να την εκτιμήσουν.

— Θέματα αξιολόγησης

- Πώς μπορείς να θέσεις ερωτήσεις σχετικά με την Ι.τ.Μ σε ένα διαγώνισμα ή στις εξετάσεις;

- Υπάρχει κάποια απόδειξη εμπειρική ή άλλου είδους που να πιστοποιεί ότι οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα όταν ενσωματώνεται η Ι.τ.Μ στη διδασκαλία;

Στα ίδια συμπεράσματα κατέληξε και μια μεταγενέστερη έρευνα των Genckaya and Tan-Sisman (2021) σε εκπαιδευτικούς που δίδασκαν Μαθηματικά στη Δ/βάθμια εκπαίδευση. Επιπρόσθετα αναφέρουν και κάποιους ακόμη παράγοντες που επηρεάζουν τη χρήση της Ι.τ.Μ :

- Αποτυχία των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους.
- Φόβος, εκ μέρους των εκπαιδευτικών, ότι μπορεί να χαθεί η εκτίμηση και η εμπιστοσύνη που τρέφουν οι μαθητές προς αυτούς αν δεν ανταποκριθούν επαρκώς σε ζητήματα Ι.τ.Μ
- Έλλειψη ιστορικής προοπτικής στα Π.Σ
- Ανεπαρκή ή και ανακριβή Ι.Σ στα σχολικά εγχειρίδια
- Υπερφορτωμένο Π.Σ

Όλα τα προαναφερθέντα, καταδεικνύουν το μέγεθος της προσπάθειας που πρέπει να καταβάλουν οι εμπλεκόμενοι φορείς στη Μ.Ε. για να ξεπεραστούν τα εμπόδια και οι περιορισμοί της αποτελεσματικής χρήσης της Ι.τ.Μ στην τάξη. Επειδή τελικά η εφαρμογή της εκπαιδευτικής πολιτικής εναπόκειται κυρίως στους εκπαιδευτικούς, η προσπάθεια ενσωμάτωσης της Ι.τ.Μ. πρέπει να εστιαστεί στην κατάλληλη επιμόρφωση/κατάρτιση και στην ανανέωση/εμπλουτισμό των σχολικών εγχειριδίων με κατάλληλο υλικό που να ευνοεί την ιστορική προοπτική στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Τα Ι.Σ στα Νέα Π.Σ/2021, στις Οδηγίες Διδασκαλίας και στα Σχολικά Εγχειρίδια των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης

Νέα Π.Σ/2021 vs ΦΕΚ 2015

Στα Νέα Π.Σ των Μαθηματικών, για το Γυμνάσιο και το Λύκειο, που δημοσιεύτηκαν στα ΦΕΚ Β' 5260/12.11.2021 και Β' 5390/19.11.2021 αντίστοιχα, απουσιάζουν σχεδόν εντελώς αναφορές στην Ι.τ.Μ και την αξιοποίησή της. Διατρέχοντας τα δύο Νέα Π.Σ διαπιστώσαμε ότι οι κατευθύνσεις που δίνονται αφορούν τη «μαθηματικοποίηση» (μοντελοποίηση) προβλημάτων, τη σύνδεση των Μαθηματικών με τη καθημερινή ζωή μέσω των λεγόμενων ρεαλιστικών Μαθηματικών (Realistic Mathematics Education) και τη χρήση κατάλληλων λογισμικών για τη δυναμική διερεύνηση των Μαθηματικών αντικειμένων. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε με κριτική διάθεση σε αυτές τις ελάχιστες παροτρύνσεις χρήσης της Ι.τ.Μ που περιλαμβάνονται στα Νέα Π.Σ:

- Στη σελίδα 19 του Νέου Π.Σ για το Γυμνάσιο και στη στήλη των Ενδεικτικών Δραστηριοτήτων που αφορά τη Θεματική Ενότητα μήκος, του Θεματικού Πεδίου Μέτρηση σημειώνονται τα εξής: «...ή από την Ι.τ.Μ, όπως τα σχόλια 321.19-322.23 του Πρόκλου για την πρόταση Ι.20 των Στοιχείων του Ευκλείδη με το παράδειγμα επικούρειων φιλοσόφων σχετικά με τον όνο». Χωρίς παραπομπή σε αντίστοιχους συνδέσμους ή αναλυτική περιγραφή του υλικού που περιγράφεται (αόριστα) δε νομίζουμε ότι θα είναι εφικτή η υλοποίηση της δραστηριότητας.
- Στη σελίδα 20 του Νέου Π.Σ για τη Γεωμετρία της Α' Λυκείου στα Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (Π.Μ.Α) της Θεματικής Ενότητας Γεωμετρία του επιπέδου του Θεματικού Πεδίου Γεωμετρία αναφέρονται τα εξής: «Οι μαθητές/-τριες: Αναγνωρίζουν τη σημασία του 5^{ου} Ευκλείδειου Αιτήματος στην εξέλιξη της Γεωμετρίας» με Ενδεικτικές Δραστηριότητες :
 - «Διερεύνηση του 5ου Ευκλείδειου Αιτήματος και βασικών προτάσεων της θεωρίας των παραλλήλων στη σφαιρική γεωμετρία». Η σφαιρική γεωμετρία είναι κλάδος της Μη Ευκλείδειας Γεωμετρίας και επομένως θα μπορούσε μέσω της Ι.τ.Μ που περιλαμβάνεται στο αντίστοιχο Ι.Σ (το οποίο ομολογουμένως περιγράφει διεξοδικά τη βάση που υπέστη διαχρονικά Η Θεωρία των Παραλλήλων) να προταθεί μια μαθησιακή τροχιά που θα οδηγούσε τους μαθητές ομαλά από τον Ευκλείδη στον Riemann, τον θεμελιωτή της Ελλειπτικής Γεωμετρίας.
 - «Μέθοδος του Ερατοσθένη για τον υπολογισμό της περιμέτρου της Γης». Η αλήθεια είναι ότι μέσω ενός εμπλουτισμένου Ι.Σ με κατάλληλο υλικό και πηγές, θα

μπορούσε να δομηθεί μια διαθεματική βιωματική δραστηριότητα που να αξιοποιεί εκτενώς την Ι.τ.Μ.

—Και τέλος, στη σελίδα 41 του Νέου Π.Σ για τα Μαθηματικά Προσανατολισμού της Β΄ Λυκείου της Θεματικής Ενότητας Συναρτήσεις, του Θεματικού πεδίου Άλγεβρα, στα πλαίσια της Ενδεικτικής Δραστηριότητας για την επίτευξη των Π.Μ.Α προτείνεται: «...Επίσης επισημαίνεται (και ιστορικά) η σημασία των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών», χωρίς άλλες διευκρινίσεις-κατευθύνσεις προς τους εκπαιδευτικούς να αξιοποιήσουν το αντίστοιχο εξαιρετικό Ι.Σ (ίσως το μοναδικό ενυπόγραφο) του Δρ. της Διδακτικής των Μαθηματικών Ιωάννη Θωμαΐδη.

Είναι εμφανές ότι τα Νέα Π.Σ/2021 των Μαθηματικών δεν προάγουν τη διδασκαλία με ιστορική προοπτική, διότι αγνοείται επιδεικτικά η διδακτική αξιοποίηση της Ι.τ.Μ. μέσω των πολυάριθμων Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια.

Σε αντιπαραβολή με τα Νέα Π.Σ/2021, στο Π.Σ των Μαθηματικών που δημοσιεύτηκε στο ΦΕΚ Β΄ 162/ 22.1.2015 στα πλαίσια του εισαγωγικού κειμένου «Η Αντίληψή μας για τα Μαθηματικά», αφιερώνεται μια ολόκληρη ενότητα, στη σελίδα 1945 (9 από 228), με τίτλο: «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ και ΙΣΤΟΡΙΑ» αναδεικνύοντας τη σπουδαιότητα της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική. Στη συνέχεια παραθέτουμε ορισμένα χαρακτηριστικά αποσπάσματα:

«...Ειδικότερα για την διδασκαλία των μαθηματικών η σύνδεση των μαθηματικών με την ιστορία των μαθηματικών και με την περιρρέουσα ιστορία της ανθρωπότητας, συνιστάται τουλάχιστον για τους δύο παρακάτω λόγους

α) Έχει αποδειχθεί ότι κάνει το μάθημα πιο ευχάριστο με συνέπεια οι μαθητές να το βλέπουν με καλύτερη διάθεση και αυτό να επηρεάζει την απόδοσή τους

β) Εξηγεί ότι τα μαθηματικά είναι μέρος του πολιτισμού γενικώς (όχι μόνο της τεχνολογίας), συμβάλλει στην κατανόηση του ρόλου της στην ιστορία και στην κοινωνία, συμβάλλοντας έτσι στο να γίνει ο μαθητής καλλίτερος [*sic*] πολίτης που είναι σε θέση να παρακολουθεί-κατανοεί τις εξελίξεις και να παρεμβαίνει σε αυτές.

Σε αυτό το πνεύμα νομίζουμε ότι το διδακτικό βιβλίο θα πρέπει να διανθίζεται με ιστορικά σχόλια που συνδέουν τα μαθηματικό υλικό με τους δημιουργούς του και την κοινωνία που τους γέννησε.

...Έχουν τοποθετηθεί στα μαθηματικά βιβλία μας από την δεκαετία του 1980, ιστορικά σημειώματα σε σελίδες ξεχωριστές από το καθαρό μαθηματικό υλικό. Η ιστορία μας έχει δείξει ότι η πρακτική αυτή στην πράξη εξοβέλισε την ιστορία των μαθηματικών από τα μαθηματικά. Νομίζουμε ότι κατ αρχάς [*sic*] θα πρέπει τα ιστορικά ζητήματα να

διαπραγματεύονται μέσα στη συνολική ροή του βιβλίου. Επίσης πιστεύουμε ότι τα ιστορικά ζητήματα θα πρέπει να «αναμιγνύονται» με το μαθηματικό υλικό.»

Παρά τις καλές προθέσεις των συγγραφέων του Π.Σ του 2015, η ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη διδακτική πρακτική ήταν και πάλι απύσπαστη. Θα αναφέρουμε τα μοναδικά αποσπάσματα, τα οποία αφορούν και τα δύο τη Γεωμετρία της Β' Λυκείου, στις σελίδες 2008 (72 από 228) και 2011 (75 από 228), εκ των οποίων το δεύτερο είναι εκτός της διδακτέας ύλης τα τελευταία χρόνια (Θεώρημα Διχοτόμων). Στο πρώτο, μάλλον εκφραζόταν η ευχή: «Μέσα από τα ιστορικά σημειώματα, τα οποία αναμιγνύονται με τη θεωρία και δεν είναι αποκομμένα από αυτήν, οι ιδέες του παρελθόντος συγκρίνονται με τις σημερινές. Οι παρουσιαζόμενες δυνατότητες για περισσότερες από μια αποδείξεις του ίδιου θεωρήματος αναδεικνύουν ότι ο δρόμος για την αλήθεια δεν είναι μοναδικός». Όμως τα Ι.Σ εντοπίζονται κυρίως στο τέλος κάθε κεφαλαίου, εκτός του ιστού των «καθαρών» Μαθηματικών, όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω στο ίδιο Π.Σ με αποτέλεσμα να μην αποτελούν αφορμή ή αντικείμενο έρευνας της διαδικασίας διδασκαλίας και μάθησης. Στο δεύτερο απόσπασμα, που αφορά το Θεώρημα των Διχοτόμων, προτείνεται: «Στα ιστορικά σημειώματα να συμπεριληφθεί παρουσίαση για τον κύκλο του Απολλωνίου.», χωρίς διευκρίνιση του τρόπου χρήσης αυτής της παρουσίασης σε συνδυασμό με το ήδη πλούσιο σε πληροφορίες Ι.Σ του 7^{ου} Κεφαλαίου (Αναλογίες) της Γεωμετρίας της Β' Λυκείου. Όπως γίνεται κατανοητό και από το Π.Σ του 2015 απουσιάζει η ιστορική προοπτική στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Οδηγίες διδασκαλίας

Στην επόμενη ενότητα θα επιχειρηθεί μια συνοπτική ανασκόπηση των οδηγιών-κατευθύνσεων διδασκαλίας που έχουν εκδοθεί κατά καιρούς και σχετίζονται με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ (που περιλαμβάνεται στα Ι.Σ των σχολικών εγχειριδίων) στη διδακτική πρακτική. Στη προσπάθεια του ο καθηγητής Μαθηματικών να εφαρμόσει όσα ζητούνται από το αναλυτικό πρόγραμμα έχει ως κύριο εργαλείο το βιβλίο/οδηγίες του καθηγητή. Σε αυτό περιγράφονται αναλυτικά το πώς ο καθηγητής πρέπει να διδάξει την ύλη κάθε τάξης. Επιπλέον τίθενται οι διδακτικοί στόχοι που πρέπει να επιτευχθούν κατά τη διδασκαλία και τρόποι για να φτάσει ο καθηγητής σε αυτούς. Στα βιβλία/οδηγίες του καθηγητή για τα Μαθηματικά γίνεται μια προσπάθεια να ενταχθεί στη διδασκαλία η διαθεματικότητα και η Ιστορία των Μαθηματικών. Δυστυχώς, τα τελευταία χρόνια διακόπηκε η εκτύπωσή τους (στο βωμό των οικονομικών περικοπών), με αποτέλεσμα οι οδηγίες που δίνονται στην αρχή κάθε σχολικής χρονιάς να είναι σε ηλεκτρονική μορφή (με ότι αυτό συνεπάγεται) και να κρίνονται από ελλειπείς έως και ανεπαρκείς.

Η τελευταία έντυπη μορφή των οδηγιών που μπορέσαμε να εντοπίσουμε χρονολογείται από το 2007. Στο κεφάλαιο των γενικών οδηγιών και στην παράγραφο 12 η συγγραφική ομάδα σημειώνει τα εξής:

«Στο τέλος των περισσότερων κεφαλαίων των βιβλίων υπάρχουν ιστορικά σημειώματα που έχουν σκοπό να διεγείρουν το ενδιαφέρον και την αγάπη των μαθητών για τα Μαθηματικά και να τους πληροφορήσουν για την ιστορική πορεία της μαθηματικής σκέψης. Η αξιοποίηση των ιστορικών σημειωμάτων στη διδασκαλία εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις πρωτοβουλίες και ιδέες που θα αναπτύξουν οι διδάσκοντες. Μια πρόταση που έχει με επιτυχία δοκιμαστεί πειραματικά σε άλλες χώρες, είναι διάθεση μιας διδακτικής ώρας μετά την ολοκλήρωση της ύλης ενός κεφαλαίου, για τη μελέτη του αντίστοιχου ιστορικού σημειώματος και ελεύθερη συζήτηση στην τάξη. Με αυτή την προοπτική έχουν γραφτεί ιδιαίτερα τα ιστορικά σημειώματα για τη λογαριθμική συνάρτηση στο βιβλίο της Άλγεβρας της Β΄ Λυκείου.»

Στο πως θα γίνει η εφαρμογή της Ι.τ.Μ στην τάξη (μέσω των πολυάριθμων Ι.Σ) αφήνεται στη κρίση του εκάστοτε καθηγητή. Οι οδηγίες που δίνονται είναι πολύ γενικές και τις περισσότερες φορές προκαλούν σύγχυση παρά βοηθούν τους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι με τη σειρά τους πρέπει να στηριχθούν στη κρίση τους. Επιπλέον με αυτόν τον τρόπο παρατηρείται το φαινόμενο να έχουμε εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις για την ίδια διδακτική ενότητα ανάλογα με την κρίση του διδάσκοντα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην επιτυγχάνεται η συνοχή που είναι επιθυμητή από το αναλυτικό πρόγραμμα. Αυτός εξάλλου είναι και ο κύριος λόγος που υπάρχει το βιβλίο του καθηγητή.

Για την κριτική στα βιβλία καθηγητή του Γυμνασίου όπως και για τις επιμέρους οδηγίες διδασκαλίας θα σας παραπέμψουμε στην εργασία της Φιλίππακου (2015), ενώ για τις οδηγίες του σχολικού έτους 2021-2022 (που στάλθηκαν μόνο ηλεκτρονικά) η ανασκόπησή μας με λέξεις κλειδιά που αφορούν την Ι.τ.Μ και τα Ι.Σ ανέδειξε μηδενικά αποτελέσματα. Όσον αφορά τις οδηγίες για το Λύκειο, έχουμε να επισημάνουμε ότι στην τελευταία έντυπη έκδοση του 2007, εκτός από το προαναφερθέν εισαγωγικό σημείωμα δεν υπήρχε καμία άλλη αναφορά στην αξιοποίηση των Ι.Σ, ίσως γιατί αφήνεται στην κρίση του εκάστοτε εκπαιδευτικού ο τρόπος ενσωμάτωσης στη διδασκαλία. Στις οδηγίες που εστάλησαν για το σχολικό έτος 2021-2022, για το Λύκειο, παρατηρήθηκαν τα εξής:

— Για τη Γεωμετρία της Α΄ Λυκείου

- στη σελίδα 4: «Για να αποκτήσουν οι μαθητές/ήτριες μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικού συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα»,

«θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αξιοποιηθούν από το 1ο κεφάλαιο και να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα». Παρατηρούμε ότι δε δίνεται καμία κατεύθυνση για την αξιοποίηση των πληροφοριών του 1^{ου} κεφαλαίου.

- στη σελίδα 6 : «Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου.». Προτείνεται να διατεθεί 1 ώρα για τη μελέτη του Ι.Σ στο τέλος του κεφαλαίου, το οποίο αναδεικνύει τη σημασία του 5^{ου} αιτήματος στη δημιουργία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και ανάθεση κατάλληλων εργασιών στους/στις μαθητές/μαθήτριες, χωρίς άλλες επεξηγήσεις.
- στη σελίδα 8: «Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους/τις μαθητές/ήτριες η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (σελ. 125) και, κατά την κρίση του/της εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα». Επικαλείται για άλλη μια φορά την κρίση του εκπαιδευτικού, η οποία κατά τη γνώμη μας δεν εξασφαλίζει την απαραίτητη ισοτιμία, ισονομία και συνάφεια ως προς τον τρόπο που πρέπει να παραδίδεται ένα μάθημα σε συνθήκες τάξης.

— Για τη Γεωμετρία της Β΄ Λυκείου

- στη σελίδα 4: «Στην παράγραφο 9.3 είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι τρεις κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων)». Σε αυτό το σημείο θα παρατηρήσουμε ότι, οι οδηγίες που δίνονται για την προσέγγιση και κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών της ενότητας και σε συνδυασμό με τη δραστηριότητα του Μικροπειράματος που προτείνεται για τη δυναμική διερεύνηση, είναι επαρκείς . Επιπλέον να επισημάνουμε ότι το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος της ενότητας (και όχι στο τέλος του κεφαλαίου όπως συνήθως), με αποτέλεσμα η ενσωμάτωσή του στη διδασκαλία να είναι άμεση και πιο αποτελεσματική.

- στη σελίδα 6: «Θα μπορούσε να γίνει η απόδειξη του Πυθαγορείου θεωρήματος μέσω εμβαδών, όπως παρατίθεται στα στοιχεία του Ευκλείδη και αναφέρεται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του Κεφαλαίου.» Στο σημείο αυτό προτείνεται μια δραστηριότητα η οποία ενσωματώνει την ιστορική προσέγγιση που είναι το ζητούμενο, η οποία όμως βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου και αμφιβάλουμε αν ο εκπαιδευτικός αφιερώσει χρόνο σε αυτήν, λόγω των περιορισμένων ωρών διδασκαλίας (δύο την εβδομάδα) σε σχέση με τον όγκο της διδακτέας ύλης. Να σημειωθεί ότι στην έκδοση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας των Θωμαΐδη, Ξένου και Πούλου(1999) το αντίστοιχο Ι.Σ ήταν μέρος της διδακτέας ύλης, η παράγραφος 10.4.2 στη σελίδες 258-259.
 - στη σελίδα 8: « Οι παράγραφοι αυτές [11.4-11.7] μπορούν να εισάγουν τους μαθητές στις άπειρες διαδικασίες με φυσιολογικό τρόπο, μέσω αναφοράς στην μέθοδο της εξάντλησης. Η σύνδεση μεθόδων του Αρχιμήδη με μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν περίπου δύο χιλιετίες μετά, στην απαρχή του απειροστικού λογισμού, έχει ευρύτερο ενδιαφέρον για όλους τους μαθητές. Θα μπορούσαν να αναφερθούν κάποια επιπλέον στοιχεία για τον αριθμό π ». Η οδηγία διδασκαλίας συνδυαζόμενη με την προτεινόμενη δραστηριότητα: «Να σχεδιάσετε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα 4. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το κανονικό εγγεγραμμένο και το κανονικό περιεγραμμένο εξάγωνο στον κύκλο. α) Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο εξάγωνων. β) Τι συμπεραίνετε για το μήκος του κύκλου; γ) Μπορείτε να βρείτε ακριβέστερο τρόπο προσέγγισης του μήκους του κύκλου; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας με αριθμητικά αποτελέσματα» και ένα λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας για διερεύνηση του προβλήματος με μεγαλύτερο πλήθος κορυφών, είναι δυνατόν να μνήσει τους μαθητές στις άπειρες διαδικασίες, να τους εξοικειώσει με τη μέθοδο της εξάντλησης και να βοηθήσει στην ιστορική προσέγγιση του θέματος.
- Για τα Μαθηματικά Γενικής Παιδείας της Γ' Λυκείου η ανασκόπηση με λέξεις κλειδιά εντόπισε μόνο το συγκεκριμένο απόσπασμα: «Ιδιαίτερα σε σχέση με την περίπτωση της δειγματοληψίας, συζητώντας ιστορικά παραδείγματα, θα πρέπει να επισημανθεί ότι το τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα παίζει σημαντικό ρόλο στην ποιότητα της έρευνας και την άντληση συμπερασμάτων». Η οδηγία είναι να χρησιμοποιηθούν παραδείγματα από την Ιστορία, χωρίς όμως να δίνονται περαιτέρω κατευθύνσεις/οδηγίες για τον εντοπισμό τους (πρωτότυπο υλικό, πηγές) και την αξιοποίησή τους προς όφελος των μαθητών.

Σε καμία άλλη από τις οδηγίες διδασκαλίας που στάλθηκαν από το Ι.Ε.Π για τα μαθήματα των Μαθηματικών που διδάσκονται στο Λύκειο, το σχολικό έτος 2021-2022, δεν εντοπίσαμε αναφορές στην αξιοποίηση της Ι.τ.Μ μέσω των Ι.Σ· και όσες εντοπίσαμε αφήνονται στην κρίση του εκάστοτε εκπαιδευτικού να τις χρησιμοποιήσει κατά το δοκούν. Προφανώς, ούτε οι οδηγίες διδασκαλίας προωθούν την ιστορική προσέγγιση των Μαθηματικών εννοιών .

Καταλήγοντας, σχετικά με τα Ι.Σ απουσιάζουν διδακτικές κατευθύνσεις οι οποίες θα μπορούσαν να βοηθήσουν το διδάσκοντα να τα συμπεριλάβει με επιτυχία στη διδασκαλία του. Οι οδηγίες παρουσιάζονται ανεπαρκείς και έχουν αρκετές ελλείψεις, καθώς θα έπρεπε να αποσαφηνίζεται: α) ο τρόπος με τον οποίο εμπλέκονται οι μαθητές με την ενασχόληση αυτών των δραστηριοτήτων, β) κατά πόσο θα έπρεπε να διδάσκονται ως ανεξάρτητες ενότητες, ενώ σε περίπτωση που αξιοποιούνται στο μάθημα δεν αποσαφηνίζεται α) πότε και πως πρέπει να γίνεται η ένταξή τους και β) ποιος ο ρόλος του εκπαιδευτικού και του μαθητή κατά την ενασχόληση αυτή.

Τα Ι.Σ στα Σχολικά Εγχειρίδια της Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης

Τα Ι.Σ υπάρχουν πλέον σε όλα τα σχολικά βιβλία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, διότι υπήρχε σαν όρος της προκήρυξης του διαγωνισμού συγγραφής των διδακτικών βιβλίων και προέβλεπε ρητά την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ.. Στα βιβλία του Γυμνασίου υπάρχουν ιστορικές αναφορές σε μεγαλύτερη έκταση και χωρίς κάποιο περιορισμό· εντοπίζονται όχι μόνο στο τέλος του εκάστοτε κεφαλαίου (κυρίως), ενίοτε στο τέλος παραγράφων όπως και στο κύριο σώμα της θεωρίας. Στα βιβλία του Λυκείου η ιστορική αναδρομή γίνεται συνήθως στο τέλος του κεφαλαίου.

Σύμφωνα με τον Τσιμπουράκη (1997) , τα Ι.Σ για να υπηρετήσουν πληρέστερα τους διδακτικούς και πολιτιστικούς τους στόχους, πρέπει να πληρούν ορισμένους όρους:

- Τα Ι.Σ πρέπει να είναι κατά το δυνατόν πλήρη, χωρίς να ξεφεύγουν από το περιεχόμενο της ενότητας στην οποία αναφέρονται, ώστε να αναδεικνύουν την προϊστορία της και να υπηρετούν τους διδακτικούς στόχους που θέσαμε.
- Στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών πρέπει να τοποθετούνται στην αρχή του κεφαλαίου (ή ενότητας), ώστε να προκαλούν το ενδιαφέρον του μαθητή.
- Η έκταση των Ι.Σ πρέπει να είναι επαρκής ώστε να ικανοποιεί την περιέργεια των μαθητών, όσον αφορά στην ιστορική εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών που πρόκειται να διαπραγματευτούν.
- Τα Ι.Σ πρέπει να είναι επώνυμα, διότι η ανωνυμία των Ι.Σ μπορεί να προστατεύει αυτόν που τα έγραψε, αλλά ταυτόχρονα τον απαλλάσσει από τις ευθύνες τυχόν λανθασμένων πληροφοριών, παραλείψεων ή προκατειλημμένων απόψεων.

— Τέλος, στα Ι.Σ των σχολικών εγχειριδίων πρέπει να αναφέρεται με επιχειρήματα η επιλογή των πηγών και όχι μόνο η σχετική βιβλιογραφία.

Ομοίως, οι Thomaidis and Tzanakis (2009) αναφέρουν ότι τα Ι.Σ στα σχολικά εγχειρίδια δεν πρέπει να περιορίζονται μόνο σε ιστορικά γεγονότα, αλλά και να συνεισφέρουν στην κατανόηση των εννοιών που πρόκειται να διδαχθούν (Tzanakis et al., 2000) ·θα πρέπει να παρέχουν ιδέες και υλικό για την οργάνωση της διδασκαλίας και για παροχή κινήτρων μάθησης στους μαθητές. Επομένως, θα πρέπει να ικανοποιούν δύο εύλογες απαιτήσεις: α) να είναι ακριβή και από Μαθηματική και από ιστορική άποψη και β) να υπηρετούν τους στόχους διδασκαλίας των ενοτήτων στις οποίες εμπεριέχονται.

Στη συνέχεια θα επιχειρήσουμε να αναδείξουμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του Γυμνασίου και του Λυκείου. Για μεν του Γυμνασίου θα συμφωνήσουμε με την εμπειριστατωμένη ανάλυση των Φιλιππάκου (2015) και Βούζιου (2019), οι οποίοι σημειώνουν χαρακτηριστικά, ότι και στα τρία βιβλία περιλαμβάνονται κυρίως στοιχεία για τις χρονικές περιόδους που έζησαν οι αναφερόμενοι επιστήμονες, τους τόπους που γεννήθηκαν και δραστηριοποιήθηκαν, για δε του Λυκείου θα ακολουθήσει στα επόμενα μια ανασκόπηση και κριτική των Ι.Σ.

Σύμφωνα με τη Φιλιππάκου (2015), μια κατηγορία Ι.Σ που εμφανίζεται κυρίως στα βιβλία της Α΄ και της Γ΄ Γυμνασίου είναι αυτή που αναφέρεται στις νοητικές επινοήσεις των προσώπων και στους τρόπους υπολογισμού και πειραματισμού τους με τις Μαθηματικές έννοιες. Επίσης, αρκετά συχνά στα βιβλία της Α΄ και Β΄ τάξης, το βιογραφικά σημειώματα περιλαμβάνουν συσχετίσεις των Μαθηματικών επιτευγμάτων ενός επιστήμονα, με το επιστημονικό έργο άλλων επιστημόνων. Όσον αφορά στις αναφορές των Μαθηματικών επιτευγμάτων των διάφορων πολιτισμών, στην Α΄ και Γ΄ Γυμνασίου οι αναφορές προέρχονται μόνο από τα Μαθηματικά της Αρχαίας Ελλάδας, ενώ στη Β΄ Γυμνασίου γίνεται ίση κατανομή από Ελληνικά Μαθηματικά επιτεύγματα και επιτεύγματα άλλων πολιτισμών. Αξίζει να αναφέρουμε ότι τα περισσότερα Ι.Σ της Γ΄ Γυμνασίου αξιοποιούνται για τη δημιουργία δραστηριοτήτων και προβλημάτων που προορίζονται για τους μαθητές, επιτελώντας έτσι το διδακτικό τους ρόλο. Σύμφωνα με τη Φιλιππάκου (2015), τα Ι.Σ φαίνεται να υπηρετούν απλά μια “διαφωτιστική προσέγγιση” κάποιων πτυχών της ιστορίας, με εξαίρεση της Γ΄ Γυμνασίου όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, κατά βάση όμως δεν περιγράφεται η διαχρονική πορεία της Μαθηματικής σκέψης και η σύνδεση του παρελθόντος με το παρόν. Επίσης, στις περισσότερες των περιπτώσεων τα Ι.Σ είναι τοποθετημένα στο τέλος του κεφαλαίου ή της ενότητας, οπότε υποβαθμίζεται η διδακτική τους αξία. Για επιπλέον πληροφορίες σχετικά με τα Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια του Γυμνασίου ανατρέξτε στις προαναφερθείσες εργασίες των Φιλιππάκου και Βούζιου.

Στην επόμενη ενότητα παρατίθενται και σχολιάζονται τα Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του Λυκείου. Η ανασκόπηση των σχολικών εγχειριδίων ανέδειξε για:

A' Λυκείου

α) την Άλγεβρα της Α' Λυκείου, αντλώντας στοιχεία και από την κριτική παρουσίαση του Παλαιολόγου (2015), συνολικά τέσσερα (4) Ι.Σ τα οποία κατανέμονται ως εξής:

- στο 1^ο Κεφάλαιο με τίτλο Πιθανότητες, το Ι.Σ βρίσκεται στην Εισαγωγή του κεφαλαίου και περιγράφεται σε αυτό, με αδρές γραμμές, το κίνητρο για την ανάπτυξη της Θεωρίας των Πιθανοτήτων, η ιστορική της εξέλιξη και η σύνδεσή της με ένα ευρύ φάσμα επιστημών. Το Ι.Σ κρίνεται ανεπαρκές και δυσνόητο για τους μαθητές διότι βρίθει ονομάτων επιστημόνων και επιστημών, χωρίς βιογραφικές και επιστημονικές αναφορές που θα ήταν δυνατόν να βοηθήσουν στην εμπλοκή των μαθητών. Να σημειωθεί ότι τα τελευταία χρόνια το συγκεκριμένο κεφάλαιο είναι εκτός της διδακτέας ύλης.
- στο 2^ο κεφάλαιο με τίτλο Οι Πραγματικοί Αριθμοί, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ.78, κρίνεται: ανεπαρκές χωρίς διδακτικές προεκτάσεις, διότι πραγματεύεται μόνο την «ανακάλυψη» των άρρητων αριθμών από τους Πυθαγόρειους και τους θρύλους που την περιβάλλουν, ενώ η ύλη του κεφαλαίου θα μπορούσε να αποτελέσει αφορμή για την ανάδειξη της θεμελίωσης των Πραγματικών Αριθμών, από τους Λόγους του Εύδοξου του Κνίδιου μέχρι τις τομές Dedekind (Νεγρεπόντης, Γιωτόπουλος και Γιαννακούλιας, 1987) · επαναλαμβανόμενο διότι οι μαθητές το έχουν ξανασυναντήσει στο βιβλίο της Β' Γυμνασίου, στην ενότητα 2.2 του Α' Μέρους του βιβλίου.
- στο 3^ο Κεφάλαιο με τίτλο Εξισώσεις, το ενδιαφέρον Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 98-100, και καταγράφει τεχνικές επίλυσης της εξίσωσης 2^{ου} βαθμού από την αρχαιότητα (γεωμετρική μέθοδος) μέχρι τον 17^ο αιώνα (αλγεβρικές μέθοδοι). Οι αλγεβρικές μέθοδοι που αναλύονται διεξοδικά, των Ινδών, των Αράβων, του Vieta και του Harriot, θα μπορούσαν να αποτελέσουν ενδιαφέρον υλικό για ανάθεση κατάλληλων δραστηριοτήτων στους μαθητές και επομένως το Ι.Σ να ενσωματωθεί στη διδασκαλία των εξισώσεων 2^{ου} βαθμού. Οι ενστάσεις εντοπίζονται σε δύο σημεία
 - i) δεν αναλύεται η γεωμετρική μέθοδος (η γεωμετρική μέθοδος του Descartes περιγράφεται στο Tong, Loc, Uyen & Y, 2019) και
 - ii) δεν υπάρχουν βιογραφικές αναφορές για τους επιστήμονες που αναφέρονται
- στο 6^ο Κεφάλαιο με τίτλο Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ.186, παρέχει μόνο πληροφορίες και κρίνεται ελλιπές διότι εξαντλείται σε βιογραφικά στοιχεία των Descartes και Fermat, λόγω της ομολογουμένως μεγάλης συνεισφοράς τους στην αναπαράσταση των σημείων του επιπέδου με χρήση διατεταγμένων ζευγών αριθμών, αγνοώντας τη σπουδαιότητα των υπόλοιπων Μαθηματικών εννοιών που εισάγονται στο κεφάλαιο. Στο τέλος αυτού του σύντομου Ι.Σ. γίνεται αναφορά

στην περίφημη “εικασία του Fermat”, χωρίς να συνδέεται με το περιεχόμενο του κεφαλαίου.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε ότι σε ολόκληρο το βιβλίο δεν εικονίζεται ούτε ένας από τους μεγάλους Μαθηματικούς που μνημονεύονται, όπως επίσης καμία καταγραφή κάποιου αυθεντικού έργου ή πηγής για επέκταση της μελέτης.

β) Στην Ευκλείδεια Γεωμετρία της Α΄ Λυκείου εντοπίστηκαν τέσσερα (4) Ι.Σ στα πλαίσια των κεφαλαίων και ένα (1) στο παράρτημα στο τέλος του βιβλίου:

- στο 1^ο Κεφάλαιο με τίτλο Εισαγωγή στην Ευκλείδεια Γεωμετρία, το Ι.Σ βρίσκεται στις σελ. 12-14 και επιχειρείται μια Ιστορική Αναδρομή στη γέννηση και ανάπτυξη της Γεωμετρίας από τα αρχαία χρόνια (3^η-2^η χιλιετία π.Χ.) μέχρι και τον Riemann (τέλη 19^{ου} αιώνα). Η ιστορική συνέχεια-εξέλιξη της Γεωμετρίας περιγράφεται επαρκώς και εντοπίζει τα ιστορικά ορόσημά της. Κρίνεται όμως αρκετά εκτεταμένο, περιέχει πληθώρα ονομάτων Μαθηματικών και μάλιστα εξαλλοτριωμένων, περιλαμβάνει Μαθηματικές έννοιες άγνωστες για τους μαθητές (όπως μέθοδος της Εξάντλησης, Ανάλυση, Κωνικές τομές, Διαφορική Γεωμετρία), συνεπώς κάνει δύσκολη την ανάγνωση και την κατανόηση του περιεχομένου. Επίσης δεν υποδεικνύεται κάποια διδακτική αξιοποίηση του Ι.Σ, όπως έχουμε αναφέρει και στην κριτική των οδηγιών διδασκαλίας, παρά μόνο συζήτηση κατά την κρίση του εκπαιδευτικού για να αναδειχθούν οι έννοιες «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη» κτλ.
- στο 3^ο Κεφάλαιο με τίτλο Τρίγωνα, το Ι.Σ βρίσκεται εντός του ιστού του κεφαλαίου, στη σελ.72 πριν την παράγραφο των Γεωμετρικών Κατασκευών και αναφέρεται σε αυτές. Το θετικό είναι ότι προηγείται της παραγράφου και επομένως είναι δυνατόν να λειτουργήσει σαν αφόρμηση για τη διδασκαλία της πολύ σημαντικής ενότητας των Γεωμετρικών Κατασκευών, αν και έχει απαξιωθεί τα τελευταία χρόνια. Το Ι.Σ θεωρείται ανεπαρκές για να περιγράψει τη σπουδαιότητα των Γεωμετρικών Κατασκευών με Κανόνα και Διαβήτη που πρωτοεμφανίστηκαν, σύμφωνα με το Ι.Σ, στα Στοιχεία του Ευκλείδη. Η άποψη ότι, το Γεωμετρικό αντικείμενο που μπορεί να κατασκευαστεί με Κανόνα και Διαβήτη γίνεται αποδεκτό από την επιστημονική κοινότητα αποτέλεσε εφιαλτήριο για την αποφυγή λογικών λαθών, τη συστηματοποίηση και τη λογική αυστηρότητα γενικά των Μαθηματικών αλλά και τροχοπέδη για την εξέλιξη τους, διότι τα Στοιχεία του Ευκλείδη αποτέλεσαν το “ευαγγέλιο” της επιστημονικής κοινότητας για πολλούς αιώνες και κάθε παρέκκλιση από αυτά θεωρούνταν ισοδύναμη με αίρεση.
- στο 4^ο Κεφάλαιο με τίτλο Παράλληλες Ευθείες, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, στις σελ. 96-98 και αφορά τη Θεωρία των Παραλλήλων από τον Ευκλείδη μέχρι και τον 19^ο αιώνα μ.Χ. Στο Ι.Σ γίνεται ιστορική αναδρομή των προσπαθειών μεγάλων Μαθηματικών του παρελθόντος να αποδείξουν το γνωστό ως 5^ο Αίτημα του Ευκλείδη οι οποίες τελικά οδήγησαν στη θεμελίωση των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών. Ενώ η ιστορική εξέλιξη προς τις μη-

Ευκλείδειες Γεωμετρίες περιγράφεται ικανοποιητικά, το Ι.Σ. περιέχει πλήθος ονομάτων και ορολογιών που είναι δυνατόν να προκαλέσουν σύγχυση στους μαθητές. Στις οδηγίες διδασκαλίας προτείνεται να αφιερωθεί μια (1) διδακτική ώρα για τη μελέτη του Ι.Σ. και ο εκπαιδευτικός να αναθέσει στους μαθητές και στις μαθήτριες κατάλληλες εργασίες χωρίς όμως, για άλλη μια φορά, να σημειώνονται υποδείξεις ή πηγές προς αξιοποίηση.

- στο 5^ο Κεφάλαιο με τίτλο Παραλληλόγραμμα-Τραπέζια, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, στις σελ. 123-124, αναφέρεται στην Έννοια του Τετράπλευρου και επικεντρώνεται στην ταξινόμησή τους σύμφωνα με τον Ευκλείδη, των Ποσειδωνίου-Ήρωνα, του Ramus ή de la Ramée και στη σύγχρονη ταξινόμηση. Ενδιαφέρον Ι.Σ για την ονοματολογία των τετραπλευρών, όπως και για τη σύγκριση των ταξινομήσεων. Δυστυχώς, δεν προτείνεται κάποια δραστηριότητα για την αξιοποίηση των ανωτέρω. Θα μπορούσε το Ι.Σ να προτείνει στους μαθητές να ονοματίσουν δοθέντα τετράπλευρα, σύμφωνα με τις ταξινομήσεις και να εξάγουν ανάλογα συμπεράσματα.
- τέλος στο Παράρτημα, που βρίσκεται στις σελίδες 147-152 αναλύεται η Αξιοματική Μέθοδος η οποία είναι τρόπος κατασκευής μιας επιστημονικής θεωρίας. Περιγράφονται αναλυτικά το αξιωματικό σύστημα του Ευκλείδη και του Hilbert, του θεμελιωτή της σύγχρονης Γεωμετρίας. Το Ι.Σ είναι εκτεταμένο, βρίθει ονομάτων και ορολογιών, ενώ η εννοιολογική προσέγγιση θεμάτων δείχνει να απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς παρά σε μαθητές. Επιπρόσθετα, η θέση του στο τέλος του βιβλίου υποβαθμίζει την αξία του και το καθιστά “αόρατο”.

Στο σημείο αυτό, είναι αναγκαίο να επισημανθεί ότι τα Ι.Σ είναι επώνυμα (Βανδουλάκης Ι.), αφού στην αρχή του βιβλίου αναγράφεται ο υπεύθυνος σύνταξής τους.

B' Λυκείου

γ) Στην Άλγεβρα της Β' Λυκείου εντοπίστηκαν συνολικά τρία (3) Ι.Σ τα οποία κατανέμονται ως εξής:

- στο 3^ο Κεφάλαιο με τίτλο Τριγωνομετρία το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 125-126, παρακολουθεί την εξέλιξή της από το 125 π.Χ. (Ιππαρχος) μέχρι περίπου το 200 μ.Χ. (Πτολεμαίος). Αναφέρεται στους λόγους που οδήγησαν στη δημιουργία της (αστρονομία, ναυσιπλοΐα, γεωγραφία) και επικεντρώνεται μόνο στην “ελληνική” τριγωνομετρία. Το Ι.Σ κρίνεται ελλιπές και ίσως μεροληπτικό, διότι η ιστορική αναδρομή τερματίζεται απότομα στο 200 μ.Χ., στη συνεισφορά των αρχαίων Ελλήνων, αφήνοντας να εννοηθεί ότι δεν αναπτύχθηκε στη συνέχεια η Τριγωνομετρία, και δε δίνει τη δυνατότητα ανάθεσης εργασιών στους μαθητές μέσω πρόσθετων πηγών ή αυθεντικών κειμένων.

- στο 4^ο Κεφάλαιο με τίτλο Πολυώνυμα-Πολυωνυμικές Εξισώσεις, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 156-158 και αναφέρεται στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων κάνοντας μια ιστορική αναδρομή από το 2000 π.Χ (Βαβυλώνιοι) μέχρι το 1832 μ.Χ. (Galois). Το Ι.Σ κρίνεται ενδιαφέρον και περιεκτικό διότι παραθέτει τον τύπο επίλυσης εξίσωσης 3^{ου} βαθμού (ιστορική διαμάχη των Cardano, del Ferro και Ferrari), την πληροφορία ότι υπάρχει μέθοδος αναγωγής μιας εξίσωσης 4^{ου} βαθμού σε 3^{ου} και την πνευματική πάλη των Μαθηματικών στην αναζήτηση συνθηκών ώστε μια εξίσωση να έχει ρίζες που να εκφράζονται με τους συντελεστές της (Galois), όπως συμβαίνει με τις εξισώσεις 2^{ου} και 3^{ου} βαθμού. Το Ι.Σ, μέσω του περιεχομένου του, δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να ασχοληθούν εκτενέστερα με την επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων 3^{ου} και 4^{ου} βαθμού, αξιοποιώντας τον τύπο και τις πληροφορίες που τους παρέχονται. Δεν προτείνεται κάποια δραστηριότητα, αφήνεται στις προσωπικές επιλογές του εκπαιδευτικού ο οποίος είναι αμφίβολο αν θα το χρησιμοποιήσει στη διδασκαλία καθώς και με ποιους τρόπους θα το επιτύχει αυτό, εγκλωβισμένος σε ένα ασφυκτικό χρονικά αναλυτικό πρόγραμμα. Τέλος, να επισημανθεί ότι θα ήταν απαραίτητη τουλάχιστον μια βιογραφική αναφορά στον Horner, το όνομα του οποίου χρησιμοποιείται κατά κόρον στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων λόγω του Σχήματός του (Horner's Scheme).
- στο 5^ο Κεφάλαιο με τίτλο Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 187-192, είναι επώνυμο (του Μαθηματικού Γιάννη Θωμαΐδη) και αναφέρεται στη Βασική Ιδέα των Λογαρίθμων. Η ιστορική αναφορά για τις ρίζες, την εξέλιξη και τη χρησιμότητα της έννοιας αυτής ξετυλίγεται σ' ένα Ι.Σ: ενδιαφέρον, περιεκτικό, κατατοπιστικό και καθόλου δυσνόητο, κατά την άποψή μας, για τους μαθητές. Χαρακτηριστικά, στην ενότητα “Η εμφάνιση των φυσικών λογαρίθμων” ο συγγραφέας, εντέχνως, αποφεύγει να χρησιμοποιήσει ορολογία του Ολοκληρωτικού Λογισμού για τον υπολογισμό του εμβαδού μκτόγραμμου χωρίου, ορολογία με την οποία θα έρθουν σε επαφή οι μαθητές των ομάδων προσανατολισμού με Μαθηματικά στη Γ' Λυκείου. Γνώμη μας είναι ότι το Ι.Σ θα έπρεπε να προηγηθεί της ενότητας των Λογαρίθμων, διότι έτσι θα επιλύονταν οι συνήθεις απορίες των μαθητών, “γιατί ονομάστηκαν Λογάριθμοι”, “για ποιο λόγο δημιουργήθηκαν”, “ποια είναι η σχέση τους με τον πραγματικό κόσμο” κλπ., αναθέτοντας κατάλληλες δραστηριότητες ενταγμένες σε προτεινόμενες διδακτικές πρακτικές. Μια ενδιαφέρουσα διδακτική προσέγγιση των Λογαρίθμων περιέχεται στην εργασία της Λάππα (2018). Να επισημάνουμε την έλλειψη ιστορικών αναφορών για την Εκθετική συνάρτηση.

Συνοψίζοντας την παρουσίαση και κριτική των Ι.Σ του σχολικού εγχειριδίου της Άλγεβρας Β' Λυκείου επισημαίνεται: η απουσία απεικονίσεων, η απουσία πηγών και αυθεντικών κειμένων, η θέση

όλων των Ι.Σ στο τέλος των κεφαλαίων, η απουσία προτάσεων διδακτικής αξιοποίησης και η απουσία υπογραφής του συντάκτη, εκτός του τελευταίου.

δ) Στην Ευκλείδεια Γεωμετρία της Β' Λυκείου εντοπίστηκαν έξι (6) Ι.Σ, κατά κανόνα στο τέλος των κεφαλαίων, και αρκετά ιστορικά σχόλια στο εσωτερικό των κεφαλαίων, ειδικά στο 11^ο. Να σημειώσουμε ότι τα κεφάλαια 12 (Ευθείες και Επίπεδα στο Χώρο) και 13 (Στερεά Σχήματα) είναι εκτός διδακτέας ύλης εδώ και πολλά χρόνια. Οι ιστορικές αναφορές κατανέμονται ως εξής:

- στο 7^ο Κεφάλαιο με τίτλο Αναλογίες, το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 27-28 και εξιστορεί την έννοια της Μέτρησης. Το Ι.Σ είναι ενδιαφέρον και κατανοητό για τους μαθητές, περιγράφει τη διαδικασία μετάβασης από τις μετρήσεις μεγεθών “με το μάτι” στις ακριβείς μετρήσεις με υποδιαιρέσεις της μονάδας μέτρου. Εισάγει και εξηγεί ικανοποιητικά πολύ σημαντικές έννοιες των μετρήσεων όπως, τα σύμμετρα και ασύμμετρα μεγέθη, τη θεωρία των αναλογιών του Εύδοξου του Κνίδιου, τα Αρχιμήδεια και μη Αρχιμήδεια μεγέθη αλλά και μεθόδους μέτρησης όπως, τη διαδικασία της ανθυφαίρεσης, τη μέθοδο της εξάντλησης και το αξίωμα του Αρχιμήδη-Εύδοξου. Το Ι.Σ θα μπορούσε να εμπλουτιστεί με κατάλληλα παραδείγματα-εφαρμογές και εικόνες για να γίνει πιο ελκυστικό στους μαθητές, αφού οπτικοποιώντας κάποια μέρη του θεωρητικού πλαισίου αναμένεται υποκίνηση των μαθητών. Στις οδηγίες διδασκαλίας δεν υπάρχει καμία υπόδειξη διδακτικής αξιοποίησης αυτού του αξιόλογου Ι.Σ.
- στο 9^ο Κεφάλαιο με τίτλο Μετρικές Σχέσεις εντοπίσαμε δύο (2) Ι.Σ και ένα σχόλιο με ιστορικές αναφορές. Το πρώτο Ι.Σ βρίσκεται στη σελ. 49, μετά την παράγραφο 9.3 (Γεωμετρικές Κατασκευές) και αναφέρεται στην Ανακάλυψη της Ασυμμετρίας. Δίνεται ο ορισμός της ασυμμετρίας, η απόδειξη της ασυμμετρίας από τον Αριστοτέλη και μνημονεύεται η συνεισφορά των Θεόδωρου του Κυρηναίου και Θεαίτητου στην ανακάλυψη ασύμμετρων μεγεθών. Στις οδηγίες διδασκαλίας της ενότητας προτείνεται να διατεθεί χρόνος (αόριστα) για το σχολιασμό του Ι.Σ, να γίνουν και οι τρεις κατασκευές με κανόνα και διαβήτη, ενώ ειδικά για το πρόβλημα τρία (3) προτείνεται μια διερευνητική δραστηριότητα με ιστορική προσέγγιση μέσω του μικροπειράματος «Κατασκευή ασύμμετρων τμημάτων (Η σπείρα του Κυρηναίου)». Εκτιμούμε ότι δίνεται μια πλήρης διδακτική προσέγγιση με ιστορική προοπτική, αλλά στα πλαίσια του ασφυκτικού Α.Π.Σ είναι δύσκολο να υλοποιηθεί. Η δεύτερη ιστορική αναφορά στο 9^ο Κεφάλαιο αφορά σε σχόλιο για τη Διαίρεση Τμήματος σε Μέσο και Άκρο Λόγο (Χρυσή Τομή), βρίσκεται στη σελ. 64 μετά την ενότητα Μετρικές Σχέσεις σε Κύκλο και παραπέμπει στο Ι.Σ που ακολουθεί.

Το δεύτερο Ι.Σ (3^η ιστορική αναφορά) βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ. 66-67, και έχει τίτλο Το Πρόβλημα της Διαίρεσης Τμήματος σε Μέσο και Άκρο Λόγο.

Το Ι.Σ κάνει πλήρη ιστορική αναδρομή στο πρόβλημα, ξεκινώντας από τους Πυθαγόρειους και καταλήγοντας στον 15^ο -16^ο αι. μ.Χ. Χαρακτηρίζεται ευανάγνωστο για τους μαθητές (χωρίς άγνωστη ορολογία) και καταφέρνει να αναδείξει τη σχέση της Χρυσής Τομής με την ακολουθία Fibonacci, δίνοντας την δυνατότητα υλοποίησης μιας διαθεματικής δραστηριότητας(δεν περιλαμβάνεται στις επίσημες οδηγίες), συνδέοντας τις Ακολουθίες που διδάχθηκαν οι μαθητές στην Α΄ Λυκείου με τις Μετρικές Σχέσεις σε Κύκλο της Β΄ Λυκείου. Δυστυχώς, τα τελευταία χρόνια η ενότητα Μετρικές Σχέσεις σε Κύκλο είναι εκτός διδακτέας ύλης και επομένως ο σχολιασμός στην τάξη των δύο τελευταίων ιστορικών αποσπασμάτων και η προτεινόμενη δραστηριότητα δεν είναι δυνατόν να πραγματοποιηθούν.

- στο 10^ο Κεφάλαιο με τίτλο Εμβαδά εντοπίστηκαν δύο (2) ιστορικές αναφορές. Η πρώτη στην εισαγωγή του κεφαλαίου, η οποία επιχειρηματολογεί για την ανάγκη υπολογισμού μηκών, εμβαδών και όγκων από αρχαιοτάτων χρόνων για την αντιμετώπιση προβλημάτων της καθημερινής ζωής. Έτσι, οι μαθητές εισάγονται στην έννοια του εμβαδού αναγνωρίζοντας ότι προέκυψε και εξελίχθηκε ως ανθρώπινη ανάγκη και δεν είναι απλά άλλος ένας Μαθηματικός όρος που γεννήθηκε στο μυαλό κάποιου επιστήμονα για να ταλαιπωρεί τους μαθητές. Το βασικό Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, σελ.87 και παραθέτει την απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος, όπως δίνεται στα Στοιχεία του Ευκλείδη, μέσω εμβαδών. Στις οδηγίες διδασκαλίας προτείνεται να γίνει η απόδειξη στην τάξη αξιοποιώντας το Ι.Σ και θα προσθέταμε να αναγνωστεί και το πρωτότυπο κείμενο της απόδειξης του Ευκλείδη με συνδρομή Φιλόλογου καθηγητή, αν χρειαστεί. Με αυτή τη διαδικασία οι μαθητές έρχονται σε επαφή με άλλη μια απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος (η πρώτη στο κεφ. 9), η οποία περιέχεται στα Στοιχεία του Ευκλείδη, που αποτελούν παγκόσμια πνευματική κληρονομιά.

Τις ιστορικές αναφορές στο κεφάλαιο των Εμβαδών θα τις χαρακτηρίζαμε ελλιπείς, διότι για παράδειγμα στην παράγραφο 10.4 αναφέρεται ο τύπος του Ήρωνα για τον υπολογισμό του εμβαδού τριγώνου, χωρίς κανένα βιογραφικό στοιχείο για τη ζωή και το έργο του Ήρωνα από την Αλεξάνδρεια, του περίφημου εφευρέτη της πρώτης ατμομηχανής στην ιστορία.

- Το 11^ο Κεφάλαιο με τίτλο Μέτρηση Κύκλου, έχει αρκετές ιστορικές αναφορές οι οποίες αναφέρονται συνοπτικά:
 1. στην εισαγωγή του κεφαλαίου, σελ. 89, για να αναδειχθεί η σπουδαιότητα της μέτρησης του κύκλου (μήκος, εμβαδόν), μνημονεύονται τα ονόματα σπουδαίων Μαθηματικών που ασχολήθηκαν με το αντικείμενο από την αρχαιότητα μέχρι τον Gauss.

2. στη σελίδα 93, το ιστορικό σχόλιο αναφέρεται στις προσπάθειες κατασκευής κανονικών πολυγώνων με κανόνα και διαβήτη από τον Αρχιμήδη και τον Gauss, ο οποίος απέδειξε και τη συνθήκη που πρέπει να πληροί το πλήθος n των πλευρών του κανονικού πολυγώνου για να μπορεί να κατασκευαστεί.
3. στη σελίδα 98, η εισαγωγή του Τύπου του Αρχιμήδη γίνεται σε λυμένη εφαρμογή, η οποία αφορά στην εγγραφή κανονικού $2n$ -γώνου σε κύκλο ακτίνας R , με ήδη εγγεγραμμένο κανονικό n -γωνο στον ίδιο κύκλο· οι μαθητές επικουρούμενοι από ένα λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας (π.χ. Geogebra) είναι δυνατόν να οδηγηθούν στις άπειρες διαδικασίες μέσω ιστορικών προσεγγίσεων.
4. στη σελίδα 100, στην εισαγωγή της § 11.4 (Μήκος Κύκλου), σημειώνεται ότι η ανακάλυψη της σταθερότητας του λόγου (Μήκος Κύκλου)/(διάμετρος κύκλου) $= \pi \approx 3,14\dots$, προέρχεται από την αρχαιότητα και αποδείχθηκε από τον Ιπποκράτη τον Χίο. Στις οδηγίες διδασκαλίας προτείνεται να παρασχεθούν περισσότερες πληροφορίες για τον αριθμό π , από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα.
5. στη σελίδα 104, στη πρώτη λυμένη εφαρμογή της § 11.7 (Εμβαδόν κυκλικού τομέα και κυκλικού τμήματος) περιγράφεται ο τετραγωνισμός(κατασκευή τετραγώνου ισοδύναμου με σχήμα ευθύγραμμου ή μη) των Μηνίσκων του Ιπποκράτη του Χίου, που αποτελεί την πρώτη επιτυχημένη προσπάθεια τετραγωνισμού μη ευθύγραμμου σχήματος στην ιστορία.
6. στη σελίδα 106, στην εισαγωγή της § 11.8 (Τετραγωνισμός κύκλου) η οποία τα τελευταία χρόνια είναι εκτός διδακτέας ύλης, η ιστορική αναδρομή αναφέρεται στο αδύνατο της γεωμετρικής λύσης του προβλήματος μέσω της απόδειξης του Lindemann.
7. στη σελίδα 108 συναντάμε την αποδεικτική άσκηση τέσσερα (4) με ιστορικές προεκτάσεις, διότι αναφέρεται στον υπολογισμό εμβαδού καμπυλόγραμμου χωρίου που ονομάζεται Άρβηλος (ημικυκλικό κοπίδι που χρησιμοποιούν οι υποδηματοποιοί) του Αρχιμήδη.
8. στις σελίδες 110-112, στο τέλος του κεφαλαίου, βρίσκεται το βασικό Ι.Σ το οποίο έχει τίτλο Τα μη Επιλύσιμα Γεωμετρικά Προβλήματα της Αρχαιότητας. Περιγράφεται εκτενέστατα, αλλά όχι αρκούντως παραστατικά, η προσπάθεια των Μαθηματικών να τα λύσουν Γεωμετρικά, από το Ιπποκράτη τον Χίο μέχρι τον Lindemann και τον Hermite (1882), όπου αποδείχθηκε η μη επιλυσιμότητα του τετραγωνισμού του κύκλου με κανόνα και διαβήτη. Τα άλλα δύο προβλήματα ήταν ο διπλασιασμός του κύβου (το Δήλιο πρόβλημα) και η τρι-

χοτόμηση της γωνίας. Στο Ι.Σ εισάγονται διάφορες μέθοδοι για την επίλυση των προβλημάτων όπως, οι συνεχείς αναλογίες του Ιπποκράτη, η επιφάνεια «κρίκου» του Αρχύτα, του «μεσολάβου» του Ερατοσθένη, των φερόνυμων καμπυλών του Διοκλή και του Νικομήδη, της «νεύσης» του Αρχιμήδη, της «τετραγωνίζουσας» του Ιππία του Ηλείου και πολλών ακόμα μεταγενέστερων. Η εκτίμησή μας είναι ότι με κατάλληλο εμπλουτισμό του κειμένου με εικόνες, με σχήματα από αυθεντικές πηγές και παραπομπές σε ιστοσελίδες που να υποστηρίζουν την κινηματική αναπαράσταση ορισμένων από τις ανωτέρω μεθόδους, το Ι.Σ θα συνέβαλλε πολύ περισσότερο στην κατανόηση και εμπέδωση των πολύ σημαντικών Μαθηματικών εννοιών, με προεκτάσεις στο Απειροστικό Λογισμό. Τέλος, να επισημανθεί ότι στο σχήμα 2 του Ι.Σ δεν σημειώνονται οι τεταγμένες y , y_1 και οι γωνίες φ , φ_1 που αναφέρονται στο κείμενο.

- στο 13^ο (το οποίο είναι εκτός διδακτέας ύλης) και τελευταίο κεφάλαιο του σχολικού εγχειριδίου της Ευκλείδειας Γεωμετρίας της Β' Λυκείου, με τίτλο Στερεά Σχήματα, εντοπίστηκαν τρεις (3) ιστορικές αναφορές στο εσωτερικό του κεφαλαίου και ένα (1) Ι.Σ στο τέλος του:
 1. στη σελίδα 174, στην εισαγωγή της § 13.18 (Μέτρηση Σφαίρας) σημειώνεται ότι, για τον υπολογισμό του εμβαδού της επιφάνειας της σφαίρας και του όγκου της είναι απαραίτητα τα θεωρήματα του Πάππου, για τον οποίο δίνονται ελάχιστες πληροφορίες όπως ότι έζησε τον 3^ο αι. μ.Χ. και δίδαξε στο Πανεπιστήμιο της Αλεξάνδρειας.
 2. στη σελίδα 175, της ίδιας παραγράφου, πληροφορούμαστε ότι και ο Αρχιμήδης υπολόγισε τον όγκο και το εμβαδό της επιφάνειας της σφαίρας και τον όγκο και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου, κόλουρου κώνου και κυλίνδρου με διαφορετική μέθοδο από αυτήν του σχολικού εγχειριδίου, την οποία ο ίδιος αποκαλούσε «έφοδο», χωρίς να δίνεται άλλη πληροφορία γι' αυτή.
 3. στη σελίδα 179, στα πλαίσια της § 13.19 (Κανονικά Πολύεδρα) γίνεται αναφορά και σχηματική αναπαράσταση στα λεγόμενα Πλατωνικά Στερεά (εικοσάεδρο, οκτάεδρο, τετράεδρο, κύβος και δωδεκάεδρο)
 4. στη σελίδα 181, στο τέλος του κεφαλαίου, βρίσκεται το βασικό Ι.Σ με τίτλο Τα Κανονικά Πολύεδρα. Γίνεται εκτενέστερη αναφορά στα Πλατωνικά Στερεά με φιλοσοφικές προεκτάσεις, διότι τα τέσσερα από αυτά συμβολίζουν τα δομικά στοιχεία του σύμπαντος (το τετράεδρο τη φωτιά, ο κύβος τη γη, το εικοσάεδρο το νερό και το οκτάεδρο τον αέρα) ενώ το πέμπτο, το δωδεκάεδρο

(η «πέμπτη ουσία» ή πεμπτουσία) συμβόλιζε τον κόσμο. Επίσης, αναφέρονται τα αποκαλούμενα σήμερα Αρχιμήδεια Στερεά, τα οποία ήταν δεκατρία (13) ημικανονικά πολύεδρα. Στο τέλος του Ι.Σ αναφέρονται και εργασίες του 15^{ου} και 16^{ου} αι. μ.Χ. που αφορούν στη μελέτη των κανονικών πολύεδρων και δεν ήταν από Έλληνες Μαθηματικούς.

Κλείνοντας την ανασκόπηση των Ι.Σ. του βιβλίου της Γεωμετρίας της Β΄ Λυκείου να σημειωθεί ότι στην αρχή του αναγράφεται ο υπεύθυνος σύνταξής τους (Βανδουλάκης Ι.): αρκετά σημεία μπορούν να αξιοποιηθούν διδακτικά με κατάλληλη καθοδήγηση· υπάρχει ανισοκατανομή τους στα διάφορα κεφάλαια· λείπουν βιογραφικές αναφορές και επεξηγήσεις ιστορικών αναφορών· απαιτείται εμπλουτισμός τους με εικόνες, πηγές και προτάσεις διδασκαλίας.

ε) στο σχολικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών της Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών της Β΄ Λυκείου, εντοπίστηκαν επτά (7) Ι.Σ τα τέσσερα (4) στις εισαγωγές των αντίστοιχων κεφαλαίων και τα υπόλοιπα τρία (3) ως εισαγωγές παραγράφων του 4^{ου} κεφαλαίου. Να σημειωθεί ότι σε αυτό το σχολικό εγχειρίδιο ακολουθήθηκε η τάση (σωστή κατά γενική ομολογία), τα Ι.Σ να βρίσκονται στην εισαγωγή του εκάστοτε κεφαλαίου ως προϋδεασμό των μαθητών για το περιεχόμενο της ενότητας που ακολουθεί.

- Στο 1^ο Κεφ. με τίτλο Διανύσματα, το Ι.Σ βρίσκεται στις σελίδες 9-10 και αναφέρεται συνοπτικά στην ιστορική εξέλιξη του Διανύσματος και του Διανυσματικού Λογισμού, από τον Ήρωνα τον Αλεξανδρινό (γεωμετρικός προσδιορισμός της “συνισταμένης” με τη σύγχρονη έννοια) μέχρι και την αξιωματική θεμελίωση του Διανυσματικού Λογισμού από τον Peano το 1888.
- Στο 2^ο Κεφ. με τίτλο Η Ευθεία Στο Επίπεδο, βρίσκεται στις σελίδες 55-57 και αναφέρεται στην εξέλιξη και καθιέρωση του συστήματος συντεταγμένων, από τον Απολλώνιο τον Περγαίο στο 1^ο βιβλίο των “Κωνικών” (≈250 π.Χ) όπου χρησιμοποιεί δύο συγκεκριμένες ευθείες του σχήματος για να αποδείξει χαρακτηριστικές ιδιότητες κάθε καμπύλης, έως τον Euler του οποίου το έργο “Introductio in analysin infinitorum” (1748) αποτελεί ένα πλήρες διδακτικό εγχειρίδιο Αναλυτικής Γεωμετρίας, στο οποίο οι καμπύλες του επιπέδου και οι επιφάνειες του χώρου ορίζονται και εξετάζονται αποκλειστικά μέσω των εξισώσεών τους ως προς ένα πλαγιογώνιο σύστημα συντεταγμένων.
- Στο 3^ο Κεφ. με τίτλο Κωνικές Τομές, το Ι.Σ βρίσκεται στις σελίδες 79-81 και αναφέρεται στη μελέτη των Κωνικών Τομών από τους Αρχαίους Έλληνες Μαθηματικούς, έχοντας ως αφετηρία τον Ιπποκράτη τον Χίο (≈430 π.Χ), ο οποίος ασχολήθηκε με το αντικείμενο προσπαθώντας να επιλύσει το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου (Δήλιο πρόβλημα), μέχρι τον Απολλώνιο (≈250 π.Χ) και τα περίφημα “Κωνικά” του, ο οποίος

μέσω των εργασιών του για τις Κωνικές Τομές ήταν υπεύθυνος και για την εισαγωγή των όρων “παραβολή”, “έλλειψη” και “υπερβολή”.

- Στο 4^ο Κεφ. με τίτλο Θεωρία Αριθμών (το οποίο τα τελευταία χρόνια είναι εκτός διδακτέας ύλης), περιέχονται τέσσερα (4) Ι.Σ τα οποία αναδεικνύουν, μεταξύ των άλλων, τη σημαντική συνεισφορά των Αρχαίων Ελλήνων Μαθηματικών στο θεμελιώδη κλάδο των Μαθηματικών που ονομάζεται Θεωρία Αριθμών.

Το πρώτο από τα τέσσερα Ι.Σ βρίσκεται στην αρχή του κεφαλαίου, σελίδες 135 & 136 και αναφέρεται στο πολύ σημαντικό αποδεικτικό εργαλείο της Μαθηματικής Επαγωγής (ενός γενικού τρόπου μετάβασης από τη μια περίπτωση στην αμέσως επόμενη), αρχής γενομένης από τον Maurolico (1557) μέχρι τον Dedekind (1887).

Το δεύτερο Ι.Σ βρίσκεται στις σελίδες 145 & 146, στην εισαγωγή της παραγράφου της Διαιρετότητας και αναδεικνύει τη συνεισφορά του Ευκλείδη μέσω των “Στοιχείων” του. Παραθέτονται σχετικοί ορισμοί όπως εμφανίζονται στο πρωτότυπο κείμενο και εισάγεται η έννοια του σπάνιου “τέλειου” αριθμού. Εκτιμάται ότι θα έπρεπε να σημειώνονται και οι μεταφράσεις στα Νέα Ελληνικά ή να ζητείται από τους μαθητές, ως εργασία, η μετάφρασή τους σε συνεργασία με Φιλόλογο καθηγητή του σχολείου για πληρέστερη κατανόηση του θέματος.

Το τρίτο Ι.Σ εντοπίζεται στις σελίδες 161-162, στην εισαγωγή της παραγράφου Πρώτοι Αριθμοί, στο οποίο σημειώνονται προτάσεις στο πρωτότυπο από τα “Στοιχεία” του Ευκλείδη (χωρίς μετάφραση), τίθεται το ζήτημα της ακανόνιστης κατανομής των Πρώτων Αριθμών μέσα στην ακολουθία των φυσικών και η τάξη που επήλθε σε αυτό το χάος μέσω του Θεωρήματος των Πρώτων Αριθμών, το οποίο αποδείχθηκε ανεξάρτητα από τους Hadamard και Poussin το 1896.

Τέλος, το τέταρτο Ι.Σ βρίσκεται στην εισαγωγή της παραγράφου Η Γραμμική Διοφαντική Εξίσωση, στις σελίδες 170-171 και αναφέρεται στις προσπάθειες επίλυσης, διαχρονικά, των Διοφαντικών Εξισώσεων (δλδ. στην επίλυση στο σύνολο των θετικών ακεραίων αριθμών πολυωνυμικών εξισώσεων με έναν ή περισσότερους αγνώστους και ακέραιους συντελεστές). Στο Ι.Σ σημειώνεται ότι η Διοφαντική Εξίσωση $x^n + y^n = z^n$, με n φυσικός μεγαλύτερος του 2, αποτέλεσε την αφορμή για τη διατύπωση της περίφημης εικασίας από τον Fermat ότι η παραπάνω εξίσωση είναι αδύνατη. Η εικασία αυτή αποτέλεσε ένα από τα διασημότερα άλυτα προβλήματα της Θεωρίας Αριθμών, η οποία αποδείχθηκε αληθής από τον Wiles το 1994 έπειτα από 350 χρόνια.

Ολοκληρώνοντας την ανασκόπηση των Ι.Σ του σχολικού εγχειριδίου των Μαθηματικών της Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών της Β΄ Λυκείου είναι αναγκαίο να επισημανθούν τα εξής θετικά σημεία:

- στα στοιχεία της αρχικής έκδοσης αναφέρεται ο συντάκτης των Ι.Σ (Θωμάϊδης Ι.)
- προηγούνται και είναι σχετικά με το κεφάλαιο/παράγραφο στο/στην οποία αναφέρονται
- συμβάλλουν στον προβληματισμό για την αναγκαιότητα της ανακάλυψης και της εξέλιξης της Μαθηματικής Ιδέας που εξετάζεται
- έχουν επαρκή έκταση

Όμως:

- δεν είναι ελκυστική η εμφάνισή τους ώστε να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των αναγνωστών
- δεν παρέχουν βιογραφικά στοιχεία για τους μεγάλους Μαθηματικούς του παρελθόντος που αναφέρονται (π.χ. Ευκλείδη, Αρχιμήδη, Απολλώνιο, Descartes, Gauss, κλπ.)
- δεν παρέχονται επιπλέον πηγές που θα βοηθούσαν τους μαθητές σε επέκταση της μελέτης
- δεν ανατίθενται εργασίες στους μαθητές σχετικές με το περιεχόμενο των Ι.Σ, ώστε να δοθεί η δυνατότητα διδακτικής αξιοποίησής τους.

Γ' Λυκείου

στ) Στο σχολικό εγχειρίδιο Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής της Γ' Λυκείου εντοπίστηκαν τρία(3) Ι.Σ στις εισαγωγές των αντίστοιχων κεφαλαίων και μια ιστορική αναφορά στην εισαγωγή της παραγράφου Γραμμική Παλινδρόμηση του δευτέρου κεφαλαίου. Πιο αναλυτικά:

- στο 1^ο Κεφ. με τίτλο Διαφορικός Λογισμός το Ι.Σ βρίσκεται στην εισαγωγή, στη σελίδα 9 και μας παρέχει ελάχιστες πληροφορίες για το αντικείμενο και για τους Μαθηματικούς του παρελθόντος που θεμελίωσαν το Διαφορικό Λογισμό (αναφέρεται ως μελέτη της κίνησης ενός σώματος) και συνετέλεσαν στην εξέλιξή του από τον 17^ο μέχρι και τον 19^ο αιώνα. Έτσι, αναφέρονται οι Newton, Leibniz, οι αδελφοί Bernoulli, ο Euler, ο Lagrange, ο Bolzano, ο Cauchy και ο Weierstrass χωρίς άλλες πληροφορίες, παρά μόνο η ημερομηνία γέννησης και θανάτου τους. Το Ι.Σ κρίνεται ανεπαρκές και ελλιπές, διότι εισάγει τους μαθητές σ' έναν κλάδο της Ανάλυσης που η ανάπτυξή του άλλαξε το ρου της ιστορίας μέσω των εφαρμογών του στα Μαθηματικά και στις Φυσικές Επιστήμες.
- στο 2^ο Κεφ. με τίτλο Στατιστική το Ι.Σ βρίσκεται στην εισαγωγή του, στις σελίδες 55-57 και τονίζεται η ανάγκη εμφάνισης και ανάπτυξης της διότι συνδέεται άρρηκτα με την ανάγκη των ανθρώπων να μελετήσουν ζητήματα, που σχετίζονται με την καθημερινή τους ζωή και παρέχουν τεράστιο όγκο δεδομένων προς αξιοποίηση, όπως: θανάτους, γεννήσεις, φόρους, παραγωγή προϊόντων, στράτευση, οικονομία και γενικά την πολιτική ενός κράτους. Αρκετά ενδιαφέρον και επαρκές θα χαρακτηρίζαμε το Ι.Σ το οποίο δε μένει μόνο στην ιστορική εξέλιξη της Στατιστικής αλλά δίνει το σύγχρονο ορισμό της (κα-

τά Fisher), περιγράφει τους κλάδους της και αναδεικνύει το ρόλο της σε όλους σχεδόν τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας. Επίσης, στη σελίδα 105, στην εισαγωγή της παραγράφου της Γραμμικής Παλινδρόμησης, αναφέρεται ότι ιστορικά ο όρος παλινδρόμηση (regression) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Άγγλο ανθρωπολόγο Galton το 1885, χωρίς όμως να παρέχει επιπλέον πληροφορίες για τους λόγους αυτής της χρήσης. Όπως και στο προηγούμενο Ι.Σ, δεν αναφέρονται πηγές για επιπλέον άντληση σχετικού υλικού και δε δίδεται η δυνατότητα αξιοποίησής του στην τάξη.

- στο 3^ο Κεφ. με τίτλο Πιθανότητες το Ι.Σ βρίσκεται στην εισαγωγή του, στις σελίδες 137-138, και επιχειρεί να ανατρέψει την ευρέως διαδεδομένη άποψη ότι η ανάπτυξη της Θεωρίας Πιθανοτήτων οφείλεται στο ενδιαφέρον των ανθρώπων για τα τυχερά παιχνίδια. Ο συντάκτης του παραθέτει επιχειρήματα υποστηρίζοντας την άποψη ότι η Θεωρία Πιθανοτήτων αναπτύχθηκε τον 17^ο αι. μ.Χ κυρίως λόγω της ανάγκης να αντιμετωπιστούν προβλήματα που ενέσκηψαν από την ανάπτυξη του εμπορίου, των ασφαλίσεων, της συλλογής εσόδων του κράτους, της αστρονομίας (Θεωρία Σφαλμάτων, κατανομή Gauss) κλπ. Επίσης, αναδεικνύεται η διεπιστημονικότητα της Θεωρίας Πιθανοτήτων και λόγω αυτής η μετεξέλιξή της σε αυτοτελή κλάδο των εφαρμοσμένων Μαθηματικών. Να σημειώσουμε ότι αναφέρονται πάρα πολλά ονόματα διακεκριμένων Μαθηματικών (Laplace, Gauss, Pascal, Fermat, Chebysev, Markov, Von Misses, Kolmogorov) που συνέβαλλαν στην ανάπτυξη της Θεωρίας Πιθανοτήτων χωρίς όμως να περιλαμβάνονται βιογραφικά στοιχεία για τη ζωή και το πολυσχιδές έργο τους. Όπως και με τα προαναφερθέντα Ι.Σ του σχολικού εγχειριδίου, δε δίδεται η δυνατότητα διδακτικής αξιοποίησής τους με ανάθεση κατάλληλων δραστηριοτήτων.

Ολοκληρώνοντας την ανασκόπηση των Ι.Σ του σχολικού εγχειριδίου Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής της Γ' Λυκείου, να επισημάνουμε συνοπτικά ότι:

- είναι ανώνυμα
- δεν είναι δομημένα έτσι ώστε να προκαλούν το ενδιαφέρον (χρώματα, εικόνες, σχέδια)
- δεν παρέχουν τη δυνατότητα διδακτικής αξιοποίησης (π.χ. ανάθεση εργασιών)
- χρήζουν εμπλουτισμού με βιογραφικά στοιχεία των Μαθηματικών που αναφέρονται
- βρίσκονται στη σωστή θέση (Τσιμπουράκης, 1997) για προϊδεασμό των μαθητών

ζ) Στο τελευταίο σχολικό εγχειρίδιο, στο οποίο εντοπίστηκαν Ι.Σ, είναι τα Μαθηματικά Γ' Λυκείου- Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και Σπουδών Οικονομίας & Πληροφορικής. Η ανασκόπηση έδειξε ότι υπάρχουν τρία (3) Ι.Σ στο τέλος των ισάριθμων κεφαλαίων του βιβλίου, το οποίο αποτελεί μειονέκτημα (Τσιμπουράκης, 1997), διότι συνήθως παραλείπεται η διαπραγμάτευσή

τους από τους διδάσκοντες λόγω του άγχους της ολοκλήρωσης της διδακτέας ύλης και ειδικά για τη Γ' Λυκείου.

- στο 1^ο Κεφ. με τίτλο Όριο-Συνέχεια Συνάρτησης το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου στις σελίδες 86 έως 90. Όπως διαπιστώθηκε ήταν αρκετά εκτεταμένο και καλύπτει τη χρονική περίοδο από την αρχαιότητα μέχρι το τέλος του 19^{ου} αιώνα μ.Χ, όσον αφορά τη γέννηση και την εξέλιξη των εννοιών της συνάρτησης, της συνέχειας και του ορίου, θεμελιωδών εννοιών της Μαθηματικής Ανάλυσης. Περιλαμβάνονται αυθεντικά μεταφρασμένα αποσπάσματα εργασιών των Descartes, Bernoulli, Euler, Fourier, Cauchy, Bolzano, d' Alembert και Lacroix, τα οποία εισάγουν τους προβληματισμούς και τον τρόπο σκέψης τους, συντελώντας στην απόδειξη με λογική αυστηρότητα των ιδιοτήτων των παραπάνω εννοιών που αποτελούν τους δομικούς λίθους της Ανάλυσης. Ως συνήθως, το ιστορικό υλικό που παρατίθεται είναι απλά πληροφοριακό και δε δίνει κατευθύνσεις διδακτικής αξιοποίησης.
- στο 2^ο Κεφ. με τίτλο Διαφορικός Λογισμός το Ι.Σ βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου, στις σελίδες 182-184 και αναφέρεται στην ιστορική εξέλιξη της έννοιας της παραγώγου και των κανόνων παραγωγίσης. Εισάγει ομαλά και κατανοητά την έννοια της παραγώγου μέσω της εφαπτόμενης ευθείας σε καμπύλη, χρησιμοποιώντας έναν από τους τρόπους που εμπνεύστηκαν οι Μαθηματικοί του 17^{ου} αιώνα μ.Χ για τον προσδιορισμό της, δείχνοντας με αυτόν τον τρόπο στους μαθητές ότι η σύγχρονη μέθοδος υπολογισμού έχει προκύψει μετά από προσπάθειες τριών και πλέον αιώνων. Εκτιμάται ότι η θέση αυτής της ενότητας του Ι.Σ έπρεπε να ήταν στην εισαγωγή του κεφαλαίου για να κεντρίσει το ενδιαφέρον των μαθητών μέσω του προβληματισμού που προκάλεσε διαχρονικά ο υπολογισμός της εφαπτόμενης ευθείας (Αρχιμήδης, Newton, Leibniz).

Η επόμενη ενότητα του Ι.Σ διαπραγματεύεται την εξέλιξη των κανόνων παραγωγίσης μέσω των εργασιών των Newton, Leibniz και Cauchy. Η παράθεση των αυθεντικών κειμένων (μεταφρασμένων) και αποδείξεων, όπως της παραγώγου της συνάρτησης x^2 , του γινομένου δύο συναρτήσεων από τον Leibniz και της σύνθετης συνάρτησης από τον Cauchy, αποτελεί ενδιαφέρουσα προσέγγιση, διότι συνδέει τις απαρχές του Διαφορικού Λογισμού με την αντίστοιχη ύλη που διδάσκονται σήμερα οι μαθητές. Έχουμε την άποψη ότι, αυτό το απόσπασμα του Ι.Σ θα έπρεπε να βρίσκεται στο τέλος της αντίστοιχης ενότητας εμπλουτισμένο με κάποιες μεθοδολογικές υποδείξεις για τη διδακτική του αξιοποίηση, όπως π.χ. την απόδειξη κι άλλων κανόνων παραγωγίσης με χρήση των μεθόδων του Leibniz ή του Cauchy ως μέτρο σύγκρισης με τις σύγχρονες προσεγγίσεις.

- στο 3^ο Κεφ. με τίτλο Ολοκληρωτικός Λογισμός το Ι.Σ εντοπίστηκε στο τέλος του κεφαλαίου, σελίδες 242-245, αποτελείται από τις ενότητες Αρχική Συνάρτηση- Αόριστο Ολο-

κλήρωμα και Ορισμένο Ολοκλήρωμα- Η Έννοια του Εμβαδού. Στο πρώτο μέρος του Ι.Σ με τίτλο *Αρχική Συνάρτηση-Αόριστο Ολοκλήρωμα* περιγράφεται διεξοδικά η μέθοδος της “εξάντλησης” που χρησιμοποίησε ο Αρχιμήδης για τον υπολογισμό εμβαδών μικτόγραμμων επιφανειών, αποφεύγοντας τις άπειρες διαδικασίες που δεν ήταν αποδεκτές από τους αρχαίους Έλληνες. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο τίτλος της ενότητας δε συνάδει με το περιεχόμενό της.

Στο δεύτερο μέρος του Ι.Σ με τίτλο *Ορισμένο Ολοκλήρωμα-Η Έννοια του Εμβαδού*, περιγράφεται αναλυτικά η μέθοδος του Wallis (1655) για τον υπολογισμό του εμβαδού του κύκλου, η οποία είναι μια εξελιγμένη μορφή της μεθόδου της “εξάντλησης” του Εύδοξου με τη συνδρομή όμως του άπειρου και του απειροστού. Η μέθοδος του Wallis θεωρείται, σύμφωνα με το Ι.Σ, προπομπός του ορισμού του Riemann (1854) στον οποίο στηρίζεται η έννοια του Ολοκληρώματος όπως χρησιμοποιείται σήμερα στην τάξη.

Συνοψίζοντας, κρίνεται άξιο να σημειωθεί ότι εξιστορείται με τρόπο κατανοητό η προσπάθεια των Μαθηματικών από τον 3^ο αι. π.Χ (Αρχιμήδης) μέχρι τον 19^ο αι. μ.Χ (Riemann) να υπολογίσουν το εμβαδόν της επιφάνειας μικτόγραμμων χωρίων, παραλείποντας όμως τη συνεισφορά των Αράβων, των Βυζαντινών και των δυτικών Μαθηματικών πριν τον 17^ο αι. μ.Χ, όπως των Viete, Stevin, Cavallieri, Barrow κ.α. Να προστεθεί ότι απουσιάζουν τα βιογραφικά σημειώματα τα οποία αν ήταν και εικονογραφημένα θα αποτελούσαν επιπλέον κίνητρο για ευχάριστη ανάγνωση. Τέλος, δε δίνεται καμία κατεύθυνση διδακτικής αξιοποίησης.

Ολοκληρώνοντας το σχολιασμό των Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του Λυκείου είναι αναγκαίο να επισημανθούν τα εξής:

- συνήθως δε βρίσκονται στη σωστή θέση του κεφαλαίου ή της ενότητας που αναφέρονται, έτσι αδυνατούν να κεντρίσουν το ενδιαφέρον των μαθητών
- δεν περιέχουν επαρκή ιστορικό υλικό σχετικό με την ενότητα στην οποία αναφέρονται και δεν παραπέμπουν σε πηγές άντλησης επιπλέον υλικού
- λείπουν τα βιογραφικά σημειώματα και η εικονογράφηση
- δε δίνονται κατευθύνσεις για διδακτική αξιοποίησή τους
- στις περισσότερες περιπτώσεις αναφέρεται ο υπεύθυνος σύνταξής τους, με εξαίρεση τα εγχειρίδια της Άλγεβρας Α΄ & Β΄ Λυκείου και των Μαθηματικών και Στοιχείων Στατιστικής της Γ΄ Λυκείου.

Σύμφωνα με τα Α.Π.Σ. τα ιστορικά σημειώματα των Μαθηματικών πρέπει να συνδέονται άμεσα με την αναζήτηση και κατάκτηση της γνώσης. Αυτό σημαίνει ότι τα ιστορικά σημειώματα δεν πρέπει απλά να παρέχουν πληροφοριακό υλικό αλλά να βοηθούν στην κατανόηση των εννοιών που αποτελούν το αντικείμενο της διδασκαλίας και να συνεισφέρουν στη γνωστική συγκρότηση του περιεχομέ-

νου της συγκεκριμένης ενότητας. Συμπερασματικά οι ιστορικές αναφορές των διδακτικών βιβλίων θα πρέπει:

- ✓ να είναι έγκυρες
- ✓ να εξυπηρετούν τους στόχους της ενότητας στην οποία ενσωματώνονται
- ✓ να βρίσκονται στη σωστή θέση, με προτάσεις διδακτικής αξιοποίησης
- ✓ να έχουν επαρκή έκταση και πληρότητα
- ✓ να αναφέρεται ο υπεύθυνος σύνταξής τους
- ✓ να περιέχουν τον προβληματισμό και τα επιχειρήματα για τα διάφορα αμφιλεγόμενα ιστορικά θέματα των Μαθηματικών (Τσιμπουράκης, 1997)

Όλα τα παραπάνω, αν περιέχονται στα Ι.Σ, θα τα κάνουν γοητευτικά και θα προσφέρουν στους εκπαιδευτικούς και στους μαθητές τα κίνητρα, για μεν τους πρώτους να τα αξιοποιήσουν επαρκώς στη διδακτική τους πρακτική, για δε τους δεύτερους να επωφεληθούν μαθησιακά κατανοώντας σε βάθος τις Μαθηματικές έννοιες που πραγματεύονται.

Μετά τις διαπιστώσεις και τους προβληματισμούς που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο μέρος της εργασίας από την ανασκόπηση των Π.Σ αρκετών χωρών, των βιβλίων καθηγητή-οδηγιών διδασκαλίας και των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών της Δ/βάθμιας Εκπ/σης (ειδικότερα του Λυκείου), το υπόλοιπο μέρος της εργασίας προσπάθησε να διερευνήσει τις θέσεις και στάσεις των εκπαιδευτικών οι οποίοι καλούνται να εφαρμόσουν την εκάστοτε εκπαιδευτική πολιτική με τις δυνατότητες που έχουν και τις κατευθύνσεις που τους παρέχονται, όσον αφορά την αποτελεσματική χρήση των Ι.Σ στη Μαθηματική τάξη. Η έρευνά μας είχε σκοπό να δώσει απαντήσεις στα κάτωθι

Ερευνητικά Ερωτήματα (ΕΕ)

- 1) Οι Μαθηματικοί θεωρούν ότι οι γνώσεις τους σχετικά με την Ι.τ.Μ είναι επαρκείς για να τις χρησιμοποιήσουν, μέσω των Ι.Σ, στη διδακτική τους πρακτική;
- 2) Οι Μαθηματικοί θεωρούν σημαντική την κατάρτιση/επιμόρφωσή τους σχετικά με την Ι.τ.Μ, έτσι ώστε να αξιοποιήσουν επαρκώς τα Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια;
- 3) Ποια είναι η στάση των Μαθηματικών σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ, που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, κατά τη διδακτική διαδικασία;
- 4) Ποιοι παράγοντες θεωρούν οι Μαθηματικοί ότι συμβάλλουν ή περιορίζουν την αποτελεσματική χρήση των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια;

Μεθοδολογία Έρευνας

Το κεφάλαιο περιέχει κυρίως το σχεδιασμό της έρευνας και τις διαδικασίες που ακολουθήθηκαν για την εκπόνηση της εργασίας στα πλαίσια τεσσάρων υποενοτήτων: (α) συμμετέχοντες, (β) μέσο συλλογής δεδομένων, (γ) σχεδιασμός της έρευνας και (δ) διαδικασία συλλογής δεδομένων (Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας-Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, 2013).

Συμμετέχοντες

Στην ερευνητική διαδικασία κλήθηκαν να συμμετάσχουν εκπαιδευτικοί, ειδικότητας Μαθηματικοί (ΠΕ03), που δίδασκαν σε δομές της Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης (δημόσιες ή ιδιωτικές) με σχέση εργασίας όλων των τύπων (μόνιμος/η, αναπληρωτής/ρια, ωρομίσθιος/α). Στο δομημένο ερωτηματολόγιο που στάλθηκε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου ανταποκρίθηκαν 102 εκπαιδευτικοί συμπληρώνοντας τη φόρμα Google η οποία συντάχθηκε γι' αυτόν το σκοπό. Εφαρμόστηκε δειγματοληψία χωρίς πιθανότητα (non probability sampling), στην οποία ο ερευνητής επέλεξε άτομα επειδή ήταν διαθέσιμα, βολικά και εκπροσωπούσαν τον πληθυσμό που ήθελε να μελετήσει (Creswell, 2011). Η προσέγγιση του δείγματος έγινε μέσω βολικής δειγματοληψίας (convenience sampling) και χιονοστιβάδας (snowball sampling) διότι, αφενός το κοινωνικό περιβάλλον του ερευνητή βρίθει εκπαιδευτικών αυτής της ειδικότητας και αφετέρου το ερωτηματολόγιο στάλθηκε σε παραρτήματα της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας και στις διευθύνσεις σχολείων της Δ/βάθμιας ανά την Ελλάδα, με την προτροπή οι παραπάνω φορείς να το προωθήσουν στα μέλη τους. Σύμφωνα με τον Ζαφειρόπουλο (2005), από τη μια τα εξαγόμενα αποτελέσματα από ένα βολικό δείγμα δεν είναι γενικεύσιμα και έχουν πολλούς περιορισμούς ενώ από την άλλη η μέθοδος της χιονοστιβάδας είναι χρήσιμη για να εντοπίζονται ομάδες δυσπρόσιτων ατόμων. Το μεγαλύτερο ποσοστό των απαντήσεων προήλθε από άντρες (αναμενόμενο λόγω του φύλου του ερευνητή και των στερεότυπων της ειδικότητας), ηλικίας από σαράντα έως εξήντα ένα χρονών (επιβεβαιώνεται η γήρανση του πληθυσμού των εκπαιδευτικών) οι οποίοι διδάσκουν σε δημόσιες εκπαιδευτικές δομές (όπως και ο ερευνητής). Η αλήθεια είναι ότι αναμένονταν μεγαλύτερη ανταπόκριση εκ μέρους των εκπαιδευτικών έτσι ώστε να εξάγονταν ασφαλέστερα συμπεράσματα. Είναι προφανές ότι η κούραση του εκπαιδευτικού πληθυσμού λόγω του άγχους που γεννάνε τα προβλήματα της καθημερινής ζωής, της πανδημίας, της πίεσης για την ολοκλήρωση της εξεταστέας ύλης (π.χ. τράπεζα θεμάτων για το Λύκειο), της γραφειοκρατίας που πηγάζει από το διοικητικό έργο που καλούνται να διεκπεραιώσουν και της πληθώρας των ερωτηματολογίων που φτάνουν στα εισερχόμενά τους, αποτέλεσαν αρνητικούς παράγοντες για τη συγκέντρωση περισσότερων δεδομένων.

Μέσο Συλλογής Δεδομένων

Το ερευνητικό μέρος της εργασίας είχε ως αφετηρία τη βιβλιογραφική επισκόπηση των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών του Λυκείου, των οδηγιών διδασκαλίας και των Νέων Προγραμ-

μάτων Σπουδών για τα Μαθηματικά, προκειμένου να εντοπιστούν εκείνα τα αποσπάσματα που πρότειναν την αξιοποίηση των Ι.Σ ως διδακτικό υλικό. Όσα εντοπίστηκαν καταγράφηκαν, αναλύθηκαν και κρίθηκαν σύμφωνα με τη βιβλιογραφία που παρατέθηκε στο θεωρητικό μέρος της εργασίας. Για τα αντίστοιχα βιβλία μαθητή και καθηγητή του Γυμνασίου, όσον αφορά το επίμαχο ζήτημα, μπορούν οι ενδιαφερόμενοι να ανατρέξουν στην αντίστοιχη εργασία του Βούζιου (2019). Το μέσο που επιλέχθηκε για τη συλλογή των δεδομένων της έρευνας ήταν ένα δομημένο ερωτηματολόγιο, το οποίο στηρίχθηκε στις θεωρητικές προσεγγίσεις του πρώτου κεφαλαίου της εργασίας, στις διαπιστώσεις από το εκπαιδευτικό υλικό που μελετήθηκε, και σε παρεμφερή ερωτηματολόγια των Alpaslan (2011), Μιόγλου (2017), Βούζιου (2019) και Γιάντση (2021) των οποίων ο στόχος ήταν η διερεύνηση των στάσεων και των θέσεων σχετικά: με τα Ι.Σ των σπουδαστών παιδαγωγικών τμημάτων, δασκάλων του Δημοτικού, των Μαθηματικών του Γυμνασίου όπως και των εκπαιδευτικών γενικά για την αξία της πρακτικής άσκησης, αντίστοιχα. Η χρήση δομημένου ερωτηματολογίου, λόγω κυρίως της πανδημίας και της ευκολίας συγκέντρωσης δεδομένων, εγείρει διάφορους προβληματισμούς που πρέπει να αναδειχθούν. Για παράδειγμα, ό.α. οι Cohen, Manion and Morrison, (2008):

- η μέθοδος είναι συμπεριφοριστική και αποκλείει κάθε αναφορά σε προθέσεις και κίνητρα των προσώπων που παρατηρούνται,
- η υποκειμενικότητα του ατόμου χάνεται μέσα σε ένα αθροιστικό νούμερο,
- εικάζεται ότι η παρατηρούμενη συμπεριφορά παρέχει ενδείξεις για τα συναισθήματα που υποβόσκουν, δηλαδή οι έννοιες ή αυτό που οικοδομείται τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή επηρεάζεται από τα πρόσφατα συμβάντα.

Η παρούσα έρευνα επεκτάθηκε και στους Μαθηματικούς που δίδασκαν στο Λύκειο κατά το χρονικό διάστημα διεξαγωγής της έρευνας, οπότε ορισμένες ερωτήσεις διαμορφώθηκαν ανάλογα.

Το ερωτηματολόγιο περιελάμβανε 32 ερωτήσεις συνολικά, κυρίως κλειστού τύπου και δύο ερωτήσεις ανοικτού τύπου. Στις κλειστού τύπου περιλαμβάνονταν έξι διχοτομικές (1,11,12,15,22 και 31), οκτώ κλίμακας απλής επιλογής (2,3,4,5,6,7,8 και 9) και δεκαέξι διαβαθμισμένων απαντήσεων της πενταβάθμιας κλίμακας Likert (10,13,14,16,17,19,20,21,23,24,25,26,27,28,29,30). Οι δύο ερωτήσεις ανοικτού τύπου (18 & 32) ήταν διευκρινιστικές αναφορικά με την απάντηση ΝΑΙ που δόθηκε στις ερωτήσεις 17 & 31 αντίστοιχα. Ο στόχος ήταν η ποιοτική διερεύνηση των απαντήσεων και η ανάδειξη καλών πρακτικών. Δυστυχώς, η ανταπόκριση των εκπαιδευτικών που απάντησαν ΝΑΙ στις ερωτήσεις 17 και 31 που ήταν υποχρεωτικές, δεν ήταν καθολική στις 18 και 32 που ήταν προαιρετικές. Το ίδιο παρατηρήθηκε και στην ερώτηση 23 τύπου Likert που ήταν διευκρινιστική στην 22. Οι ερωτήσεις ήταν καταναμημένες σε πέντε ενότητες, ως εξής:

- Η Ενότητα Α περιελάμβανε τις ερωτήσεις από 1 έως 9 οι οποίες αφορούσαν τα δημογραφικά χαρακτηριστικά του δείγματος.

- Η Ενότητα Β περιελάμβανε τις ερωτήσεις από 10-16 οι οποίες ήταν γενικές ερωτήσεις.
- Η Ενότητα Γ περιελάμβανε τις ερωτήσεις 17 έως 20 οι οποίες είχαν στόχο να αποτυπώσουν τις απόψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με την αναγκαιότητα επιμόρφωσης/κατάρτισης για τη χρήση και αξιοποίηση της Ι.τ.Μ στη Μ.Ε.
- Η Ενότητα Δ περιελάμβανε τις ερωτήσεις 21 έως 24 οι οποίες είχαν στόχο να αναδείξουν την αίσθηση που έχουν οι εκπαιδευτικοί για την Παιδαγωγική-Διδακτική τους επάρκεια γενικά, αλλά και σε σχέση με τη χρήση των Ι.Σ, όπως και να επισημανθούν πιθανές ελλείψεις-κενά.
- Η Ενότητα Ε περιελάμβανε τις ερωτήσεις 25-32 οι οποίες είχαν στόχο να διερευνήσουν τις θέσεις των εκπαιδευτικών του δείγματος για τη χρήση και την αποτελεσματική Διδακτική αξιοποίηση των Ι.Σ.

Στο ερωτηματολόγιο διενεργήθηκε έλεγχος εσωτερικής συνέπειας των τιμών με χρήση του συντελεστή alpha του Cronbach, ο οποίος εκφράζει το μέσο όρο των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των ερωτήσεων ενός ερωτηματολογίου. Παίρνει τιμές στο διάστημα [-1,1] και όσο περισσότερο τείνει στη μονάδα αντιστοιχεί σ' ένα αξιόπιστο ερωτηματολόγιο. Συνήθως τιμές μεγαλύτερες του 0,70 θεωρούνται αποδεκτές (Ζαφειρόπουλος, 2005). Στο ερωτηματολόγιο που χρησιμοποιήθηκε, ο συντελεστής alpha του Cronbach, για τις 39 ερωτήσεις τύπου Likert που βαθμολογήθηκαν ως συνεχείς μεταβλητές (*διαφωνώ απόλυτα* ως *συμφωνώ απόλυτα*) ήταν $\alpha=0,752$. Συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστο και παρατίθεται, όπως ακριβώς στάλθηκε στους εκπαιδευτικούς που αποτέλεσαν το δείγμα της έρευνας, στο Παράρτημα στο τέλος της εργασίας.

Ερευνητική Διαδικασία

Σχεδιασμός της έρευνας. Στην παρούσα έρευνα η πρόθεσή μας ήταν να διερευνήσουμε τις θέσεις και τις στάσεις των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης σχετικά με τη χρήση και την αξιοποίηση των Ι.Σ, που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, στη διδακτική τους πρακτική. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε το ερωτηματολόγιο που αναλύθηκε πιο πάνω, στη δημοφιλή πλατφόρμα Google Forms και διαμοιράστηκε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου. Να τονιστεί ότι λόγω των περιορισμών της πανδημίας τα εργαλεία WEB 2.0 έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην ασφαλή συγκέντρωση των δεδομένων, καθιστώντας δυνατή την πραγματοποίηση της έρευνας, χωρίς τη φυσική μας παρουσία στους χώρους εργασίας των εκπαιδευτικών.

Διαδικασία συλλογής δεδομένων. Η έρευνα που περιέχεται στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε το σχολικό έτος 2021-2022 και συγκεκριμένα από τις 12/02/2022 έως τις 25/05/2022. Στην έρευνα συμμετείχαν αποκλειστικά Μαθηματικοί που δίδασκαν στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, σε δημόσιες και ιδιωτικές δομές. Η αποστολή των ερωτηματολογίων στους εκπαιδευτικούς που αποτέλεσαν το δείγμα έγινε ηλεκτρονικά μέσω των προσωπικών γνωριμιών του ερευνητή, των διευθύνσεων των

σχολείων και των Παραρτημάτων της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, στα οποία υπήρχε πρόσβαση. Για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου τηρήθηκε ο κανόνας της ανωνυμίας και ο ερευνητής ήταν διαθέσιμος για διευκρινιστικές ερωτήσεις. Επιπλέον, δόθηκε η δυνατότητα στους συμμετέχοντες, αν το επιθυμούσαν, να τους γίνει κοινοποίηση των αποτελεσμάτων της έρευνας.

Για την επεξεργασία και στατιστική ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο SPSS (v. 28) και για να εξαχθούν πιο χρήσιμα συμπεράσματα και να εντοπιστούν τυχόν στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις και διαφορές, κρίθηκε απαραίτητο να μελετηθούν ορισμένα από τα αποτελέσματα με χρήση στατιστικών μεθόδων.

Όταν συγκρίνονται ομάδες ή συσχετίζονται δύο ή περισσότερες μεταβλητές, τότε πραγματοποιείται επαγωγική ανάλυση. Όπως σημειώνει ο Creswell (2011), στη συσχετιστική έρευνα ο ερευνητής “παίρνει τους συμμετέχοντες όπως είναι”, χωρίς πειραματική παρέμβαση. Ο Thorndike υποστηρίζει (ό.α. ο Creswell, 2011), ότι οι συγγραφείς μιας συσχετιστικής μελέτης συχνά χρησιμοποιούν τη φράση “βαθμός συσχέτισης ανάμεσα σε δύο μεταβλητές”, μια έννοια που εκφράζει μια γενική συνύπαρξη ανάμεσα σε μεταβλητές αντί μια πιθανή αιτιότητα. Επιπλέον ο Ζαφειρόπουλος (2005) υπογραμμίζει:

«Η έννοια της συσχέτισης δεν θα πρέπει να συγχέεται με την έννοια της σχέσης. Η συσχέτιση είναι μια ιδιότητα που εκφράζεται με ένα δείκτη. Πρόκειται δηλαδή για μια μαθηματική ιδιότητα. Σχέση είναι κάτι γενικό και πολύμορφο. Μπορεί να μετριέται με έναν ή συνήθως με περισσότερους συντελεστές και συνήθως προϋποθέτει την ύπαρξη σχέσης αιτίου-αποτελέσματος. Μια υψηλή συσχέτιση (θετική ή αρνητική) δεν συνεπάγεται την ύπαρξη σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών, γιατί η διαμόρφωση τιμών στις δύο μεταβλητές μπορεί να προέρχεται από την επίδραση τρίτων μεταβλητών που λειτουργούν με λανθάνοντα τρόπο, είτε απλά δεν έχουν ληφθεί υπόψη από τον ερευνητή.»

Οι αναλύσεις που θα ακολουθήσουν διεξήχθησαν με σκοπό την αναζήτηση επιπλέον απαντήσεων για τα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης. Επιλέχθηκαν μη-παραμετρικοί έλεγχοι, όπως οι χ^2 , Kendall's tau_b, Kruskal-Wallis, Mann-Whitney οι οποίοι αφορούν τη διαπίστωση της ύπαρξης στατιστικής εξάρτησης ή ανεξαρτησίας, γραμμικής συσχέτισης και ανάλυσης διακύμανσης δύο ή περισσότερων διακριτών δειγμάτων, αντίστοιχα. Γενικά, ως διακριτές μεταβλητές θεωρούνται οι ονομαστικές μεταβλητές (nominal) και οι μεταβλητές διάταξης (ordinal) οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά κόρον στην παρούσα έρευνα.

Αρχικά, με τον έλεγχο χ^2 δημιουργείται ένας πίνακας συνάφειας μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται, τα κελιά του οποίου περιέχουν τις συχνότητες ή τις σχετικές συχνότητες της από κοινού κατανομής των δύο μεταβλητών. Ο χ^2 έλεγχος για τον οποίο

στον αντίστοιχο πίνακα τα κελιά με αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5 υπερβαίνουν το 20% του πλήθους των κελιών του πίνακα, δεν παρέχει αξιόπιστα συμπεράσματα (Ζαφειρόπουλος, 2005). Αν, σύμφωνα με τον Crowson (2020), παραβιάζεται ο παραπάνω περιορισμός τότε χρησιμοποιείται ο έλεγχος πηλίκου πιθανοφανειών (Likelihood Ratio). Να σημειωθεί ότι ο παραπάνω περιορισμός δεν υφίσταται όταν ο πίνακας είναι 2x2.

Αποτελέσματα

Στο στάδιο της παρουσίασης των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τα δεδομένα, θα επιχειρήσουμε να ακολουθήσουμε τις υποδείξεις όπως αναφέρονται στους Cohen et al. (2008), έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η έλλειψη εγκυρότητας, όπως για παράδειγμα:

- αποφυγή της επιλεκτικής και μη αντιπροσωπευτικής χρήσης των δεδομένων (π.χ., μέσω της ανάδειξης των θετικών στοιχείων και της υποβάθμισης των αρνητικών)
- παρουσίασης των δεδομένων χωρίς διαστροφή των μηνυμάτων τους
- διατύπωσης ισχυρισμών που υποστηρίζονται από τα δεδομένα
- αποφυγή ανακριβούς και εσφαλμένης παρουσίασης των δεδομένων
- διασφάλισης του γεγονότος ότι έχουν απαντηθεί τα ερευνητικά ερωτήματα.

Περιγραφή του δείγματος. Στην παρούσα έρευνα συμμετείχαν 102 εκπαιδευτικοί, ειδικότητας Μαθηματικοί (ΠΕ 03), που δίδασκαν Μαθηματικά σε δομές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, εκ των οποίων το 60,8% ήταν άντρες και το 39,2% γυναίκες (Πίνακας 1).

Πίνακας 1. Φύλο

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστική ποσοστό %
Τιμές:	Άνδρας	62	60,8	60,8
	Γυναίκα	40	39,2	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Ως προς τις συχνότητες των ηλικιών των συμμετεχόντων, σύμφωνα με τον Πίνακα 2,

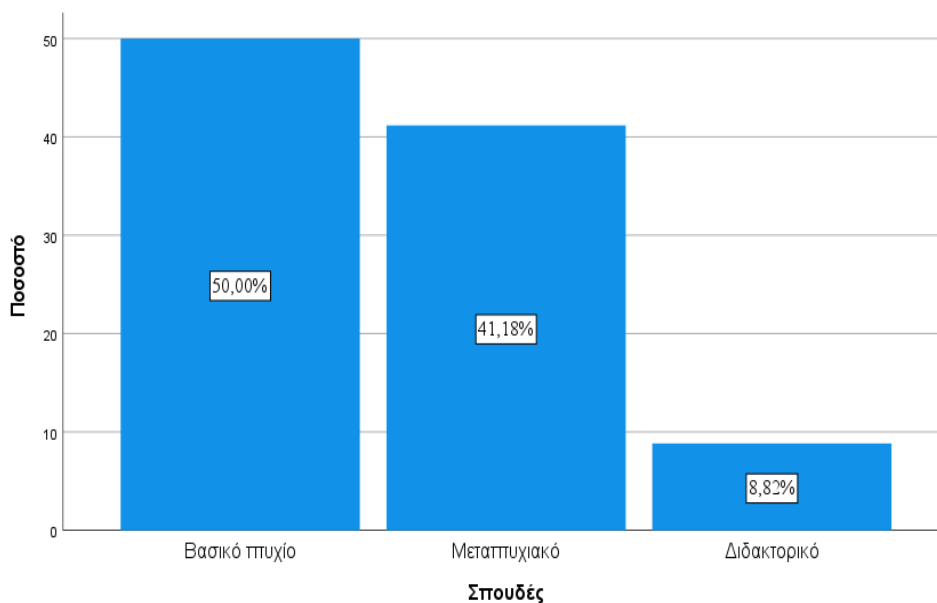
Πίνακας 2. Ηλικίες

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Κλάσεις:	<28	4	3,9	3,9
	29-39	15	14,7	18,6
	40-50	33	32,4	51,0
	51-61	40	39,2	90,2
	>62	10	9,8	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

παρατηρούμε ότι το 39,2% των εκπαιδευτικών ανήκει στην ηλικιακή ομάδα 51-61, το 32,4% στην ομάδα 40-50, το 14,7% στην 29-39, το 9,8% στην ομάδα με ηλικίες μεγαλύτερες των 62 και τέλος το 3,9% σε ηλικίες μικρότερες των 28 ετών. Είναι αξιοσημείωτο ότι αθροιστικά το 71,6% των συμμετεχόντων αντιπροσωπεύουν τις κλάσεις των ηλικιών [40,50] και [51,61].

Στη συνέχεια οι εκπαιδευτικοί ρωτήθηκαν για το ανώτερο επίπεδο σπουδών που είχαν ολοκληρώσει και οι απαντήσεις τους αποτυπώνονται στο Σχήμα 1

Διαπιστώθηκε ότι το 50% των Μαθηματικών είχαν ολοκληρώσει μόνο τις βασικές σπουδές, το 41,18% ήταν κάτοχοι μεταπτυχιακού τίτλου και τέλος το 8,82% είχαν ολοκληρώσει το διδακτορικό τους. Αξιοσημείωτο είναι ότι συνολικά το 50% των συμμετεχόντων είχαν ολοκληρώσει επιπλέον σπουδές.



Σχήμα 1. Επίπεδο σπουδών των συμμετεχόντων

Στη συνέχεια ζητήθηκε μια διευκρινιστική απάντηση για το λόγο που οι εκπαιδευτικοί επέλεξαν να ολοκληρώσουν επιπλέον σπουδές, τα αποτελέσματα της οποίας φαίνονται στον Πίνακα 3 που ακολουθεί.

Πίνακας 3. Γιατί επιπλέον σπουδές;

	Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές: Προσωπική βελτίωση	14	27,5	27,5
Επαγγελματική εξέλιξη	7	13,7	41,2
Και για τους δύο παραπάνω λόγους	30	58,8	100,0
Σύνολο	51	100,0	

Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω το 50% του συνολικού δείγματος απάντησε στην ερώτηση, με το μικρότερο ποσοστό (13,7%) να προβάλλει ως λόγο την επαγγελματική εξέλιξη, το 27,5% την προσωπική βελτίωση και τέλος το μεγαλύτερο ποσοστό (58,8%) και τους δύο παραπάνω λόγους.

Η επόμενη ερώτηση αναφερόταν στο επίπεδο επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών στις Τ.Π.Ε, τα αποτελέσματα της οποίας παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4. Επιμόρφωση στις Τ.Π.Ε

	Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Επίπεδο: A	13	12,7	12,7
B_1	8	7,8	20,6
B_2	21	20,6	41,2
B	22	21,6	62,7
Δεν έχω λάβει επιμόρφωση	38	37,3	100,0
Σύνολο	102	100,0	

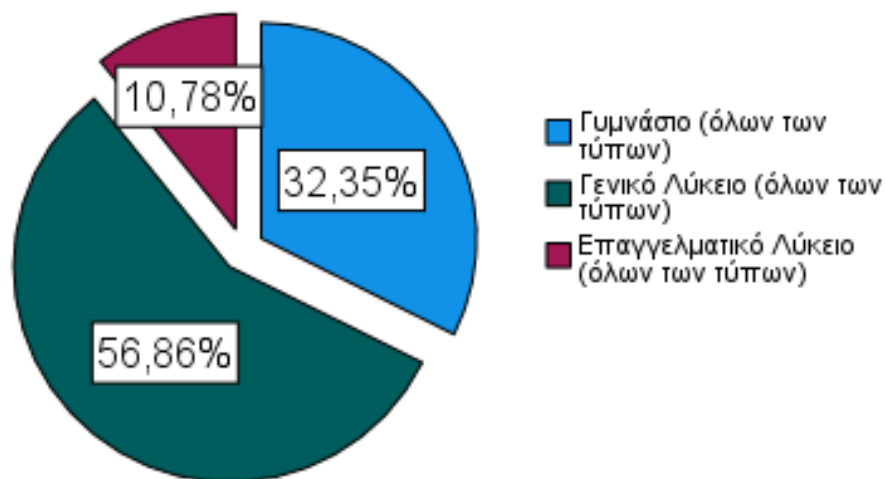
Το μεγαλύτερο ποσοστό του δείγματος (37,3%) δεν έχει λάβει επιμόρφωση στις Τ.Π.Ε, το 21,6% έχει ολοκληρώσει το επίπεδο Β (πριν διαχωριστεί σε Β1 και Β2), το 20,6% το επίπεδο Β2, το 12,7% το επίπεδο Α και τέλος το μικρότερο ποσοστό (7,8%) το επίπεδο Β1. Διαπιστώνουμε ότι το 50% των εκπαιδευτικών του δείγματος δεν έχουν λάβει καθόλου ή στοιχειώδη επιμόρφωση στις Τ.Π.Ε.

Η 6^η ερώτηση αφορούσε την τρέχουσα εργασιακή κατάσταση των εκπαιδευτικών του δείγματος τα αποτελέσματα της οποίας αντιστοιχούν στον Πίνακα 5 που ακολουθεί, σύμφωνα με τον οποίο η συντριπτική πλειοψηφία των συμμετεχόντων (60,8%) είχε μόνιμη σχέση εργασίας σε δημόσιο σχολείο. Το 15,7% εργαζόταν ως αναπληρωτής ή αναπληρώτρια, το 8,8% σε φροντιστήριο Μ.Ε, το 5,9% σε ιδιαίτερα μαθήματα ή με μόνιμη σχέση εργασίας σε ιδιωτικό σχολείο και τέλος το μικρότερο ποσοστό (2,9%) ως ωρομίσθια ή ωρομίσθιος. Διαπιστώθηκε ότι η ιδιωτική εκπαίδευση συμμετείχε ελάχιστα στο δείγμα μας.

Πίνακας 5. Είδος εργασίας

	Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Εργασία: Μόνιμη-ος σε δημόσιο σχολείο	62	60,8	60,8
Μόνιμη-ος σε ιδιωτικό σχολείο	6	5,9	66,7
Αναπληρώτρια-τής	16	15,7	82,4
Ωρομίσθια-ος	3	2,9	85,3
Φροντιστήριο Μ.Ε.	9	8,8	94,1
Ιδιαίτερα μαθήματα	6	5,9	100,0
Σύνολο	102	100,0	

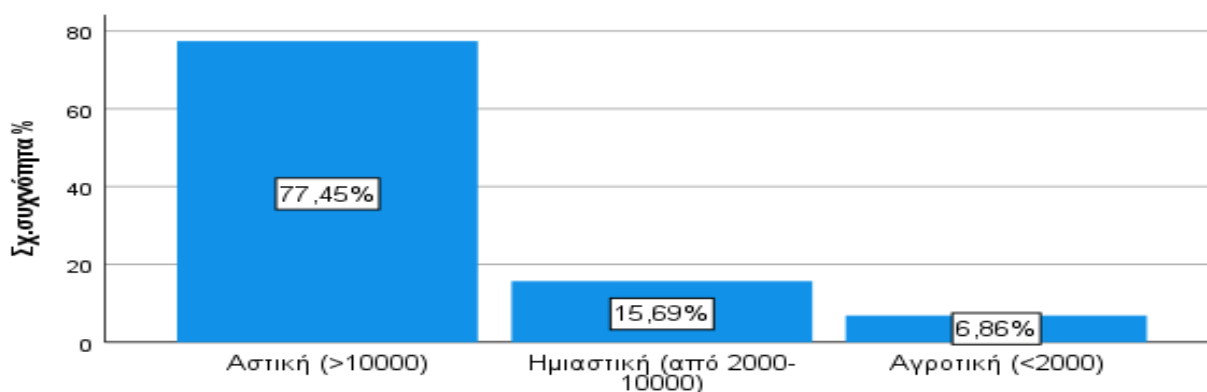
Η 7^η ερώτηση αφορούσε τον κύκλο σπουδών στον οποίο δίδασκαν Μαθηματικά τις περισσότερες ώρες την εβδομάδα οι συμμετέχοντες, τα αποτελέσματα της οποίας φαίνονται στο Σχήμα 2 που ακολουθεί:



Σχήμα 2. Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός

Είναι προφανές ότι η πλειοψηφία, το 56,86%, των εκπαιδευτικών δίδαξαν Μαθηματικά σε Γενικό Λύκειο, ακολουθεί το Γυμνάσιο με 32,35% και τέλος το ΕΠΑ.Λ με 10,78%.

Η ερώτηση 8 αφορούσε την περιοχή στην οποία δραστηριοποιούνταν οι συμμετέχοντες κατά τη σχολική χρονιά 2021-2022, τα αποτελέσματα της οποίας εμφανίζονται στο Σχήμα 3:



Σχήμα 3. Περιοχή διδασκαλίας

Το 77,45% δίδασκε σε αστική περιοχή, το 15,69% σε ημιαστική και τέλος το 6,86% σε αγροτική περιοχή.

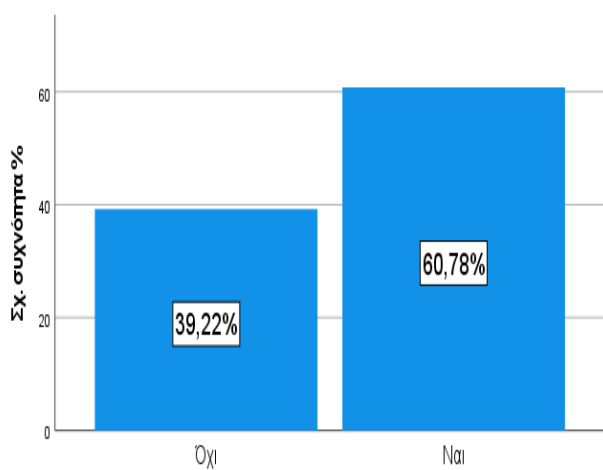
Στην ερώτηση 9 ζητήθηκε από τους συμμετέχοντες να καταγράψουν τα χρόνια εμπειρίας τους στη διδασκαλία των Μαθηματικών :

Πίνακας 6. Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία

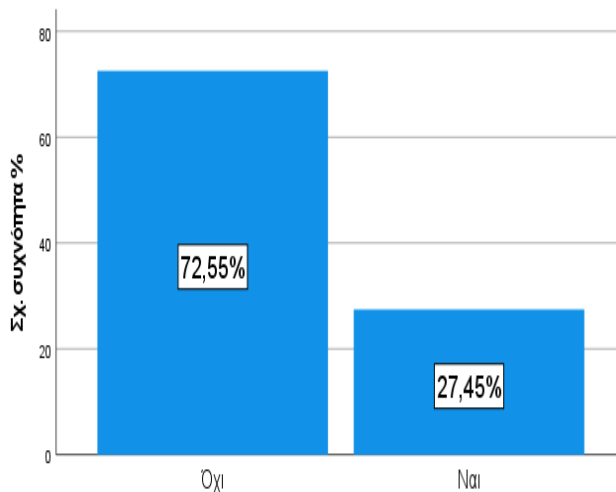
Κλάσεις:	Αριθμός	Ποσοστό (%)	Σύνολο (%)
1-8	16	15,7%	15,7%
9-16	14	13,7%	29,4%
17-24	29	28,4%	57,8%
25-32	28	27,5%	85,3%
>33	15	14,7%	100,0%
Σύνολο	102	100,0%	

Το μεγαλύτερο ποσοστό, 28,4%, είχε εμπειρία 17-24 χρόνια στη διδασκαλία των Μαθηματικών, το 27,5% ανήκε στην κλάση [25,32), το 15,7% αφορούσε σχετικά νέους συναδέλφους, το 14,7% Μαθηματικούς με πάνω από 33 χρόνια εμπειρίας και τέλος, το μικρότερο ποσοστό (13,7%) των συμμετεχόντων αφορούσε την κλάση [9,16) ετών εμπειρίας. Παρατηρήθηκε ότι οι πολύ έμπειροι Μαθηματικοί, με εμπειρία στη διδασκαλία πάνω από 17 έτη, αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία του δείγματός μας με ποσοστό 70,6%.

Οι ερωτήσεις 11,12 και 15 ήταν διχοτομικές ερωτήσεις τύπου Ναι-Όχι και είχαν την πρόθεση να διερευνήσουν κατά πόσο στο πρόγραμμα σπουδών των συμμετεχόντων του τμήματος Μαθηματικών από το οποίο αποφοίτησαν ή των επιπλέον σπουδών τους, περιλαμβάνονταν: μάθημα Διδακτικής των Μαθηματικών, πρακτική άσκηση σε κάποια εκπαιδευτική δομή ή μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ. αντίστοιχα.

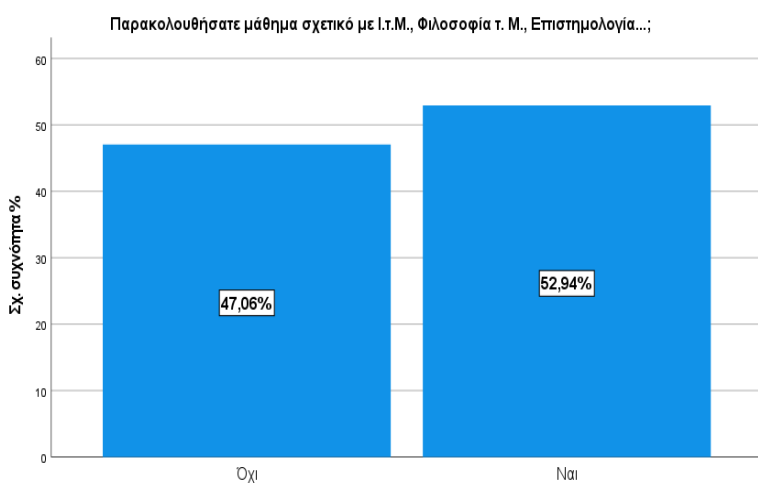


Σχήμα 4. Στο πρόγραμμα σπουδών σας υπήρχε μάθημα Διδακτικής των μαθηματικών;



Σχήμα 5. Υλοποιήσατε πρακτική άσκηση στις σπουδές σας;

Στην ερώτηση 11 (Σχήμα 4) το 60,78% των καθηγητών απάντησε ότι υπήρχε μάθημα με τον τίτλο



Σχήμα 6. Παρακολουθήσατε μάθημα σχετικό με Ι.τ.Μ.;(Φιλοσοφία τ. Μ., Επιστημολογία...)

Δ.τ.Μ. στο πρόγραμμα σπουδών τους. Το Σχήμα 5 αφορούσε την ερώτηση 12, κατά πόσο οι ερωτηθέντες υλοποίησαν πρακτική άσκηση σε κάποια εκπαιδευτική δομή, με την απάντηση Όχι σε ποσοστό 72,55% να επικρατεί καταλυτικά. Τέλος, στο Σχήμα 6 παρατηρούμε ότι το 52,94% των ερωτηθέντων απάντησε ότι έχει παρακολουθήσει κάποιο μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ.

Ανάλυση των δεδομένων με περιγραφική στατιστική. Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε σε ανάλυση των δεδομένων των ερωτήσεων/δηλώσεων με περιγραφική στατιστική, επιλέγοντας ως μέτρο κεντρικής τάσης την επικρατούσα τιμή (mode), διότι εκφράζει αποτελεσματικότερα τις κλίμακες Likert.

Δήλωση 10. Με ενδιαφέρει το γνωστικό αντικείμενο της Ιστορίας.

Πίνακας 7. Με ενδιαφέρει η Ιστορία

	Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές: Διαφωνώ απόλυτα	1	1,0	1,0
Διαφωνώ	4	3,9	4,9
Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	31	30,4	35,3
Συμφωνώ	38	37,3	72,5
Συμφωνώ απόλυτα	28	27,5	100,0
Σύνολο	102	100,0	

Η επικρατούσα τιμή ή κορυφή των απαντήσεων με ποσοστό 37,3% ήταν η *Συμφωνώ* με τη δήλωση ότι τους ενδιαφέρει η Ιστορία. Το 30,4% διατήρησε ουδέτερη στάση, το 27,5% *Συμφώνησε απόλυτα*, τέλος το 3,9% και το 1% αντίστοιχα *Διαφώνησε* ή *Διαφώνησε απόλυτα*. Είναι σημαντικό να επισημανθεί το πολύ μικρό ποσοστό $3,9\%+1\%=4,9\%$ της ρητά εκπεφρασμένης αδιαφορίας για την Ιστορία.

Στη συνέχεια εξειδικεύσαμε το ενδιαφέρον των εκπαιδευτικών για την Ι.τ.Μ.

Δήλωση 14. Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ.

Ακολουθεί ο στατιστικός πίνακας

Πίνακας 8. Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ.

	Συχνότητα	Ποσοστό%	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές: Διαφωνώ απόλυτα	0	0	0
Διαφωνώ	6	5,9	5,9
Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	20	19,6	25,5
Συμφωνώ	38	37,3	62,7
Συμφωνώ απόλυτα	38	37,3	100,0
Σύνολο	102	100,0	

Η κατανομή των απαντήσεων είναι δικόρυφη (bimodal), δηλαδή έχει δύο επικρατούσες τιμές, με ποσοστό 37,3% για τις *Συμφωνώ* και *Συμφωνώ απόλυτα*. Ακολουθεί η ουδέτερη θέση με 19,6% και τέλος η δήλωση *Διαφωνώ* με 5,9%. Αξιοσημείωτο είναι ότι δεν υπάρχουν θετικές δηλώσεις για την τιμή *Διαφωνώ απόλυτα* της εξεταζόμενης μεταβλητής. Επίσης, να επισημανθεί το υψηλό ποσοστό ενδιαφέροντος για την Ι.τ.Μ με συνολικό ποσοστό $\cong 74,5\%$.

Δήλωση 13. Η δημιουργικότητα και η επικοινωνία του εκπαιδευτικού με τους μαθητές του, σχετίζονται με την επαρκή γνώση του αντικειμένου και τη διαχρονική εξέλιξή του.

Πίνακας 9. Δημιουργικότητα & επικοινωνία

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές :	Διαφωνώ απόλυτα	1	1,0	1,0
	Διαφωνώ	5	4,9	5,9
	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	14	13,7	19,6
	Συμφωνώ	40	39,2	58,8
	Συμφωνώ απόλυτα	42	41,2	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Η πλειοψηφία του δείγματος (41,2%) επέλεξε τη δήλωση *Συμφωνώ απόλυτα*, το 39,2% *Συμφωνώ*, το 13,7% *Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ*, το 4,9% *Διαφωνώ* και τέλος το 1% τη δήλωση *Διαφωνώ απόλυτα*. Παρατηρούμε ότι αθροιστικά το 80,4% των συμμετεχόντων *Συμφωνεί* ή *Συμφωνεί απόλυτα* με τη δήλωση 13.

Δήλωση 16. Ένας παιδαγωγικά και επιστημολογικά καταρτισμένος εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να αντιμετωπίσουν τη “μαθηματικοφοβία” τους.

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 10 που ακολουθεί, η επικρατούσα τιμή της μεταβλητής είναι η δήλωση *Συμφωνώ* με ποσοστό 45,1%, ακολουθεί η δήλωση *Συμφωνώ απόλυτα* με 43,1%, με ποσοστό *Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ* το 9,8% και τέλος η θέση *Διαφωνώ* με ποσοστό 2%. Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν απαντήσεις για τη δήλωση *Διαφωνώ απόλυτα*, ενώ το συντριπτικό ποσοστό (88,2%) είναι υπέρ της παιδαγωγικής και επιστημολογικής κατάρτισης των εκπαιδευτικών.

Πίνακας 10. Αντιμετώπιση της “μαθηματικοφοβίας”

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Διαφωνώ	2	2,0	2,0
	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	10	9,8	11,8
	Συμφωνώ	46	45,1	56,9
	Συμφωνώ απόλυτα	44	43,1	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Ακολουθούν τρεις δηλώσεις (24α),24β),24γ)) που είχαν την πρόθεση να διερευνήσουν την αίσθηση επάρκειας των εκπαιδευτικών σχετικά με το γνωστικό αντικείμενο, την ικανότητα πραγματοποίησης της διδασκαλίας και τις γενικές παιδαγωγικές γνώσεις αντίστοιχα.

Πίνακας 11. Επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Λίγο	3	2,9	2,9
	Μέτρια	7	6,9	9,8
	Πολύ	51	50,0	59,8
	Πάρα πολύ	41	40,2	100,0

Σύνολο	102	100,0
--------	-----	-------

Οι μισοί εκπαιδευτικοί του δείγματός μας αισθάνονται *Πολύ* καταρτισμένοι σχετικά με το αντικείμενό τους, το 40,2% *Πάρα πολύ*, το 6,9% δηλώνει *Μέτρια*, ενώ το 2,9% *Λίγο*. Στο δείγμα μας δε βρέθηκαν εκπαιδευτικοί που να δήλωσαν *Καθόλου*, ενώ το 90,2% αθροιστικά δήλωσε άρτια καταρτισμένο.

Πίνακας 12. Διδακτική επάρκεια (μορφές, μέσα, τεχνικές)

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Καθόλου	1	1,0	1,0
	Λίγο	2	2,0	2,9
	Μέτρια	22	21,6	24,5
	Πολύ	53	52,0	76,5
	Πάρα πολύ	24	23,5	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Σε ποσοστό 52% οι συμμετέχοντες αισθάνονται *Πολύ* καταρτισμένοι σχετικά με την ικανότητά τους στην υλοποίηση διδασκαλίας με χρήση διαφόρων μορφών, τεχνικών και μέσων, το 23,5% δήλωσε *Πάρα πολύ*, το 21,6% *Μέτρια*, το 2% *Λίγο* και το 1% *Καθόλου*. Αίσθηση προκαλεί το γεγονός ότι σχεδόν το 1/4 του δείγματος αξιολογεί τη διδακτική του επάρκεια από *Καθόλου* ως *Μέτρια*.

Τέλος, όσον αφορά την αίσθηση παιδαγωγικής επάρκειας(εκπαιδευτικές θεωρίες, θεωρίες μάθησης, στρατηγικές διαχείρισης της τάξης κλπ.) που παρουσιάζεται στον Πίνακα 13 που ακολουθεί, έχουμε να σημειώσουμε τα εξής: το 45,1% δηλώνει *Πολύ* καταρτισμένο, το 35,3% αισθάνεται *Μέτρια* καταρτισμένο, το 13,7% *Πάρα πολύ*, ενώ το 4,9% και το 1% δηλώνει *Λίγο* ή *Καθόλου* καταρτισμένο παιδαγωγικά. Παρατηρούμε ότι ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό, το 41,2% των εκπαιδευτικών, δεν αισθάνεται παιδαγωγικά καταρτισμένο επαρκώς.

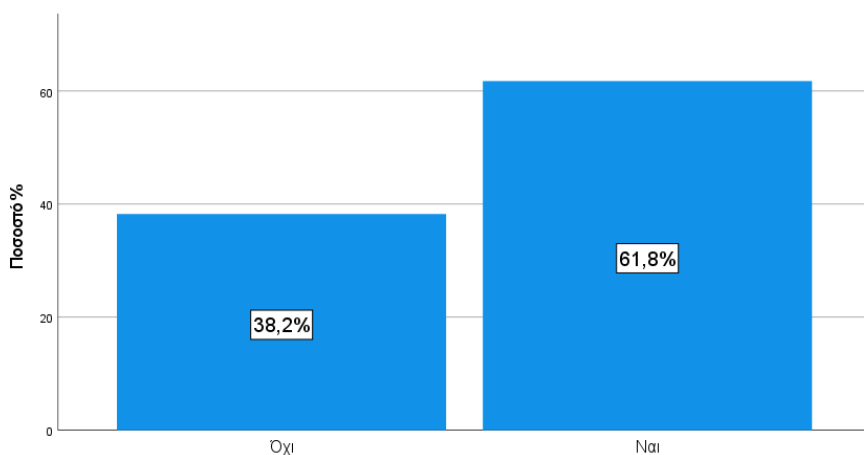
Πίνακας 13. Παιδαγωγική επάρκεια

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Καθόλου	1	1,0	1,0
	Λίγο	5	4,9	5,9
	Μέτρια	36	35,3	41,2
	Πολύ	46	45,1	86,3
	Πάρα πολύ	14	13,7	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Ερευνητικό Ερώτημα 1 (EE1): Θεωρούν οι Μαθηματικοί ότι οι γνώσεις τους σχετικά με την Ι.τ.Μ είναι επαρκείς, μέσω των Ι.Σ, για να τις χρησιμοποιήσουν στη διδακτική τους πρακτική;

Για το EE1 συντάχθηκαν οι ερωτήσεις/δηλώσεις 22,23,19,24η,21δ, τους πίνακες συχνοτήτων των οποίων ή τα σχήματα θα παραθέσουμε στη συνέχεια με τον αντίστοιχο σχολιασμό.

Ερώτηση 22: Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας σας έχετε δεχθεί ερωτήσεις από τους μαθητές που απαιτούσαν γνώσεις της Ι.τ.Μ για να απαντηθούν;



Σχήμα 7. Ερωτήσεις σχετικά με Ι.τ.Μ. από μαθητές

Παρατηρήθηκε ότι το 61,8% των Μαθηματικών του δείγματός μας απάντησε *Ναι*, το οποίο δηλώνει αρκετά μεγάλο ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ εκ μέρους των μαθητών, ενώ το υπόλοιπο 38,2% απάντησε *Όχι*.

Η Δήλωση 23 αφορούσε τους εκπαιδευτικούς που στην προηγούμενη ερώτηση απάντησαν *Ναι*, σχετικά με το βαθμό ανταπόκρισής τους στις ερωτήσεις των μαθητών, ο οποίος παρουσιάζεται στον Πίνακα 14.

Πίνακας 14. Επίπεδο απόκρισης στην ερώτηση 22

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Καθόλου καλή	0	0	0
	Σχετικά καλή	3	4,6	4,6
	Ικανοποιητική	21	32,3	36,9
	Καλή	26	40,0	76,9
	Πολύ καλή	15	23,1	100,0
	Σύνολο	65	100,00	

Το 40% εκτίμησε ότι ανταποκρίθηκε *Καλά* στις ερωτήσεις των μαθητών, το 32,3% *Ικανοποιητικά*, το 23,1% *Πολύ καλά*, το 4,6% *Σχετικά καλά*, ενώ δεν υπάρχουν δηλώσεις για *Καθόλου καλή* ανταπόκριση των εκπαιδευτικών σε ερωτήσεις σχετικές με την Ι.Σ.

Δήλωση 19. Ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να δηλώσουν το επίπεδο ανασφάλειας που αισθάνθηκαν όταν χρειάστηκε να εντάξουν τα Ι.Σ στη διδασκαλία τους· τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 15 που ακολουθεί

Πίνακας 15. Επίπεδο ανασφάλειας στη χρήση των Ι.Σ

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Διαφωνώ απόλυτα	27	26,5	26,5
	Διαφωνώ	25	24,5	51,0
	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	28	27,5	78,4
	Συμφωνώ	21	20,6	99,0
	Συμφωνώ απόλυτα	1	1,0	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Το μεγαλύτερο ποσοστό των εκπαιδευτικών (27,5%) δήλωσε *Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ* σχετικά με το αν αισθάνθηκε ανασφάλεια με τη χρήση των Ι.Σ κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας τους. Το 26,5% *Διαφώνησε απόλυτα*, το 24,5% *Διαφώνησε*, το 20,6% *Συμφώνησε* με την προαναφερθείσα δήλωση και

τέλος το 1% μόλις *Συμφώνησε απόλυτα*. Γίνεται φανερό ότι το 51% των εκπαιδευτικών αισθάνθηκε ασφαλές με τη χρήση των Ι.Σ, ενώ το 21,6% αισθάνθηκε με κάποιο τρόπο ανασφάλεια, το οποίο υποδηλώνει ότι σχεδόν ένας στους πέντε εκπαιδευτικούς του δείγματός μας θα απέφευγε ενδεχομένως τη χρήση των Ι.Σ για να μη βρεθεί σε δύσκολη θέση.

Δήλωση 24η : Κατά πόσο συμφωνείτε με τη δήλωση ότι, η έλλειψη γνώσης και κατάλληλου υλικού για την ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ στη διαδικασία διδασκαλίας των Μαθηματικών, ευθύνονται για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ στη διδακτική πρακτική. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 16.

Πίνακας 16. Έλλειψη γνώσης και κατάλληλου υλικού για τη μη ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ.

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Διαφωνώ απόλυτα	1	1,0	1,0
	Διαφωνώ	9	8,8	9,8
	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	33	32,4	42,2
	Συμφωνώ	45	44,1	86,3
	Συμφωνώ απόλυτα	14	13,7	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Το 44,1% των εκπαιδευτικών δήλωσαν *Συμφωνώ* με το ότι η έλλειψης γνώσης και κατάλληλου υλικού ευθύνονται για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ, το 32,4% εκδήλωσε ουδέτερη στάση, το 13,7% δήλωσε *Συμφωνώ απόλυτα*, ενώ οι στάσεις *Διαφωνώ* και *Διαφωνώ απόλυτα* κινήθηκαν σε μονοψήφια ποσοστά 8,8% και 1% αντίστοιχα.

Ερώτηση 21δ. Πόσο καλά καταρτισμένη/ος αισθάνεστε σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ μέσω των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια; Τα αποτελέσματα εικονίζονται στον Πίνακα 17

Πίνακας 17. Επίπεδο κατάρτισης για την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ. που περιέχεται στα Ι.Σ.

		Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές	Καθόλου	3	2,9	2,9
	Λίγο	33	32,4	35,3
	Μέτρια	38	37,3	72,5
	Πολύ	17	16,7	89,2
	Πάρα πολύ	11	10,8	100,0
	Σύνολο	102	100,0	

Σε ποσοστό 37,3% οι εκπαιδευτικοί του δείγματος δήλωσαν *Μέτρια* καταρτισμένοι, το 32,4% *Λίγο*, το 16,7% *Πολύ*, το 10,8% *Πάρα πολύ* και τέλος το 2,9% *Καθόλου*. Αξίζει να σημειωθεί ότι το 72,5% των εκπαιδευτικών δήλωσε *Μέτρια* ή κάτω του μετρίου επίπεδο κατάρτισης σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ.

Ερευνητικό Ερώτημα 2 (EE2): Οι Μαθηματικοί θεωρούν σημαντική την κατάρτιση/επι-μόρφωσή τους σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ που περιλαμβάνεται στα Ι.Σ των σχολικών εγχειριδίων; Για το EE2 συντάχθηκαν οι δηλώσεις 17&20 ενώ στη 18 ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να αιτιολογήσουν (προαιρετικά) την επιλογή τους στη δήλωση 17.

Δήλωση 17. Η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ, σχετικά με την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου θεωρείται σημαντική.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 18.

Πίνακας 18. Είναι σημαντική η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.

	Συχνότητα	Ποσοστό %	Αθροιστικό ποσοστό %
Τιμές			
<i>Διαφωνώ απόλυτα</i>	0	0	0
<i>Διαφωνώ</i>	11	10,8	10,8
<i>Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ</i>	25	24,5	35,3
<i>Συμφωνώ</i>	44	43,1	78,4
<i>Συμφωνώ απόλυτα</i>	22	21,6	100,0
<i>Σύνολο</i>	102	100,0	

Η δήλωση *Συμφωνώ* αποτελεί το μεγαλύτερο ποσοστό του δείγματός μας με 43,1%, ακολουθεί η ουδέτερη στάση με 24,5%, στη συνέχεια η δήλωση *Συμφωνώ απόλυτα* με 21,6% και τέλος η στάση *Διαφωνώ* με 10,8%. Αξίζει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει δήλωση *Διαφωνώ απόλυτα*, όπως επίσης ότι το 35,3% (ένα καθόλου ευκαταφρόνητο ποσοστό) των εκπαιδευτικών δεν τηρεί θετική στάση έναντι της σημαντικότητας της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.

Στην *ερώτηση 18* ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να αιτιολογήσουν επιγραμματικά την επιλογή τους στη δήλωση 17. Οι ανοικτού τύπου ερωτήσεις σε ερωτηματολόγια μας επιτρέπουν να διερευνήσουμε τους λόγους για τους οποίους δίνονται οι απαντήσεις κλειστού τύπου, με το μειονέκτημα ότι υπάρχουν και σύντομες και μακροσκελείς απαντήσεις (Creswell, 2011). Τα δεδομένα προέρχονται από μεταγραφή των ανοικτών απαντήσεων της ερώτησης 18. Υπάρχουν αρκετές προσεγγίσεις ανάλυσης των ποιοτικών δεδομένων. Εδώ επιλέχθηκε η *Ανάλυση Περιεχομένου* η οποία «εστιάζει στους τρόπους με τους οποίους τα θέματα εντός ενός κειμένου γίνονται αντικείμενο διαπραγμάτευσης και τη συχνότητα της εμφάνισής τους. Η αναζήτηση των θεμάτων γίνεται στη βάση «προκαθορισμένων ερωτημάτων ή συστήματος κατηγοριών» (Τσιώλης, 2014). Σύμφωνα με τους Ίσαρη & Πουρκό (2016) «ένας από τους βασικούς στόχους των ποιοτικών μεθόδων έρευνας είναι η καταγραφή, ανάλυση, ερμηνεία και κατανόηση των βιωμάτων των υποκειμενικών νοημάτων. Σε όλη την ποιοτική ερευνητική διαδικασία το κύριο ενδιαφέρον του ερευνητή εστιάζεται στη σύλληψη και κατανόηση των νοημάτων που τα υποκείμενα της έρευνας έχουν για το υπό διερεύνηση ζήτημα [...]». Για τη διαδικασία ανάλυσης των ποιοτικών δεδομένων και ειδικότερα της κωδικοποίησης υπήρξε καθοδήγηση από τη θεωρία και ακολουθήθηκε η «από επάνω προς τα κάτω» (top-down) κατεύθυνση. Η προσέγγιση αυτή υιοθετείται συχνά στο πλαίσιο της ανάλυσης περιεχομένου ή της θεματικής ανάλυσης (Τσιώλης, 2014).

Αρχικά να αναφέρουμε ότι από τους 102 εκπαιδευτικούς του δείγματός μας μόνο οι 57, ήτοι το 55,9%, απάντησαν στην ερώτηση 18. Τεκμηρίωσαν την απάντησή τους: οι 24 από τους 44 που δήλωσαν *Συμφωνώ*, οι 15 από τους 25 που δήλωσαν ουδέτερη στάση, οι 14 από τους 22 που *Συμφώνησαν απόλυτα* και τέλος οι 4 από τους 11 που *Διαφώνησαν*. Παρατηρήθηκε ότι ένα μεγάλο ποσοστό εκπαιδευτικών (είτε με θετική είτε με ουδέτερη ή αρνητική στάση έναντι της δήλωσης 17) δε θεώρησε αναγκαίο να τεκμηριώσει τη στάση του σχετικά με την αναγκαιότητα επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ όσον αφορά τη βελτίωση της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Πίνακας 19. Τεκμηρίωση της δήλωσης 17

Δήλωση		Συχνότητα	Ποσοστό %	
Αρνητική ή ουδέτερη στάση	Διαφωνώ	4 από τους 11	3,9 από το 10,8	18,6 από το 35,3
	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	15 από τους 25	14,7 από το 24,5	
Θετική ή πολύ θετική στάση	Συμφωνώ	24 από τους 44	23,6 από το 43,1	37,3 από το 64,7
	Συμφωνώ απόλυτα	14 από τους 22	13,7 από το 21,6	
Σύνολο		57 από τους 102	55,9 από το 100	

Σύμφωνα με τον Πίνακα 19, το 18,6% (N=19) του 35,3% (N=36) αισθάνθηκε την ανάγκη να δικαιολογήσει την αρνητική ή ουδέτερη στάση του στη δήλωση 17, ενώ το 37,3% (N=38) του 64,7% (N=66) τεκμηρίωσε τη θετική ή πολύ θετική στάση που δήλωσε στην πρόταση 17. Είναι αξιοσημείωτο ότι δεν παρατηρήθηκε σημαντική διαφοροποίηση των ποσοστών απόκρισης στην ερώτηση 18, αφού αυτοί που τεκμηρίωσαν τη στάση τους για μεν την πρώτη περίπτωση ήταν το 52,8%, για δε τη δεύτερη το 57,6% των υποκειμένων της έρευνας. Αφού οι μεταγραφές διαβάστηκαν επανειλημμένα, για να αποκτηθεί μια αίσθηση του συνόλου, χωρίστηκαν τα κείμενα σε τμήματα πληροφοριών, προσδιορίστηκαν τα τμήματα πληροφοριών με κωδικούς, μειώθηκε η επικάλυψη και ο πλεονασμός των κωδικών και τέλος συγκεντρώθηκαν οι κωδικοί σε κατηγορίες και υποκατηγορίες. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας αποτυπώνονται στον Πίνακα 20 που ακολουθεί:

Πίνακας 20. Περιγραφική Στατιστική ανάλυση των δεδομένων της ερώτησης 18

Κατηγορίες	Υποκατηγορίες	n	N ανά κατη- γορία	f%	f% ανά κατη- γορία	\bar{x}	\bar{x} ανά κατη- γορία
Συσχέτιση της Ι.τ.Μ με τη διδασκαλία	Ως εργαλείο των εκπαιδευτικών	14	31	24,6	54,4	4,2	3,7
	Ως επίδραση στους μαθητές	10		17,5		3,4	
	Ως επίδραση στη διδασκαλία γενικότερα	7		12,3		3,1	
Συσχέτιση της Ι.τ.Μ με την ανάγκη για επιστημονική γνώση/κατάρτιση	Σχετικά με την εξελικτική πορεία των Μαθηματικών	6	15	10,5	26,3	4,2	4,4
	Σχετικά με την κατανόηση της επιστημονικής, πολιτισμικής, κλπ αξίας των Μαθηματικών	5		8,8		4,4	
	Σχετικά με την καλύτερη κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών	4		7		4,8	
Γενικές απαντήσεις			11		19,3		3,8
Σύνολο			57		100		$\bar{x}_{57} = 3,9$

Η πρώτη και πολυπληθέστερη κατηγορία (54,4%) που αναδείχθηκε, *Συσχέτιση της Ι.τ.Μ με τη διδασκαλία* περιλάμβανε τις υποκατηγορίες: *ως εργαλείο των εκπαιδευτικών (1α)*, *ως επίδραση στους μαθητές (1β)*, *ως επίδραση στη διδασκαλία γενικότερα (1γ)* οι οποίες αναγράφονται με φθίνουσα σειρά πλήθους αντίστοιχων απαντήσεων. Για την 1α παρατηρήθηκε ποσοστό 24,6% με μέση τιμή 4,2 η οποία υποδηλώνει ότι οι εκπαιδευτικοί *Συμφωνούν* ότι η Ι.τ.Μ αποτελεί χρήσιμο διδακτικό εργαλείο. Το 17,5% με μέση τιμή 3,4 θεωρεί την Ι.τ.Μ επιδραστική στους μαθητές (1β), όχι όμως σε μεγάλο βαθμό διότι η μέση τιμή κινείται οριακά πάνω από το *Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ*. Τέλος, το 12,3% με μέση τιμή 3,1 για τη 1γ μας πληροφορεί ότι η στάση των εκπαιδευτικών είναι ουδέτερη, όσον αφορά την επίδραση της Ι.τ.Μ στη διδασκαλία γενικότερα. Να σημειώσουμε ότι η μέση τιμή της πρώτης

κατηγορίας διαμορφώθηκε στο 3,7 που δηλώνει μια τάση προς το *Συμφωνώ*. Ενδεικτικά παρουσιάζονται ορισμένες απαντήσεις από κάθε υποκατηγορία (σημειώνετε ότι διατηρήθηκε αναλλοίωτη η σύνταξη και η ορθογραφία των πρωτότυπων απαντήσεων):

1α. *Για εποικοδομητική χρήση των αποσπασμάτων που περιέχονται στα βιβλία*

1α. *ΓΙΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ, ΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΟΝ GAUSS ΤΟΤΕ ΑΥΤΟΣ ΓΙΝΕΤΑΙ ΠΙΟ ΟΙΚΕΙΟΣ ΜΕ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ, ΟΠΟΤΕ ΜΠΟΡΩ ΠΙΟ ΕΥΚΟΛΑ ΝΑ ΤΟΥΣ ΔΩΣΩ ΚΑΙ ΚΑΤΙ ΑΠΟ ΤΟ ΕΡΓΟ ΤΟΥ*

1α. *Μπορούμε να πάρουμε ιδέες για την παρουσίαση μιας έννοιας και τη σύνδεση με την καθημερινή ζωή.*

1β. *Κεντρίζει περισσότερο τους μαθητές*

1β. *Αν μιλήσω για κάτι "ιστορικό", δεν παρατηρώ διαφορά στην μετέπειτα αντιμετώπιση των μαθητών προς το μάθημα*

1γ. *Δεν θεωρώ ότι είναι σημαντική η επιμόρφωση στην ιστορία των μαθηματικών στην άσκηση του εκπαιδευτικού έργου. Είναι βοηθητική όχι σημαντική*

1γ. *Βοηθάει στην εκπαιδευτική διαδικασία.*

Η δεύτερη κατηγορία του Πίνακα 20 με ποσοστό εμφάνισης 26,3% ήταν αυτή με τίτλο *Συσχέτιση της Ι.τ.Μ με την ανάγκη για επιστημονική γνώση/κατάρτιση* με τις υποκατηγορίες : 2α) *σχετικά με την εξελικτική πορεία των Μαθηματικών*, 2β) *σχετικά με την κατανόηση της επιστημονικής, πολιτισμικής κλπ. αξίας των Μαθηματικών*, 2γ) *σχετικά με την καλύτερη κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών*, οι οποίες αναγράφονται με φθίνουσα σειρά πλήθους απαντήσεων. Αρχικά, για την υποκατηγορία 2α αντιστοιχεί το 10,5% των τεκμηριώσεων με μέση τιμή 4,2, οριακά πάνω από τη δήλωση *Συμφωνώ*. Το 8,8% των απαντήσεων με μέση τιμή 4,4 αντιστοιχεί στην υποκατηγορία 2β και τέλος το 7% με μέση τιμή 4,8, η οποία τείνει στη δήλωση *Συμφωνώ απόλυτα*, αντιστοιχεί στην υποκατηγορία 2γ. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η 2^η κατηγορία έχει μέση τιμή 4,4, η οποία δηλώνει τη θετική στάση των εκπαιδευτικών που τεκμηρίωσαν την απάντησή τους στη δήλωση 17, αναφορικά με την ανάγκη συσχέτισης της Ι.τ.Μ με την επιστημονική γνώση/κατάρτιση. Και στο σημείο αυτό, ενδεικτικά παρουσιάζονται κάποιες απαντήσεις διατηρώντας την πρωτότυπη σύνταξη και ορθογραφία:

2α. *Τα Μαθηματικά ως ανθρώπινο δημιούργημα διαχρονική ανάγκη λύσης προβλημάτων της κοινωνίας αλλά και εργαλείο των επιστημών. Τίποτα ουρανοκατέβητο και βέβαια δεν πρόκειται για «δημιουργία εκ του μηδενός», αφού κάθε γενιά μαθηματικών στηρίζεται στις πλάτες γιγάντων. Μπορούμε να καταλάβουμε πως, όπως και η τέχνη, τα μαθηματικά και η εξέλιξή τους είναι και θέμα κοινωνίας και θέμα συνθηκών. Μόνο έτσι καταλαβαίνουμε την σημασία της ανάπτυξής τους όπως και της μελέτης των προηγούμενων θεωριών και κλάδων των μαθηματικών.*

2α. *ΓΝΩΡΙΖΕΙ ΤΗ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.*

2β. Η γνώση της ιστορίας των Μαθηματικών βοηθάει στην αποτελεσματικότερη και πιο τεκμηριωμένη τοποθέτησή μας για την σημαντικότητα και την σπουδαιότητα των Μαθηματικών

2β. Κρίσιμες έννοιες - σχετίζονται με κρίσιμα ιστορικά συμβάντα , τα μαθηματικά ως πολιτισμικό αγαθό, αναγνώριση της ανθρώπινης πλευράς πίσω από αυτά κ.α.

2γ. Είναι απόλυτα σημαντική για την πλήρη κατανόηση των εννοιών με την σειρά που έχουν επινοηθεί.

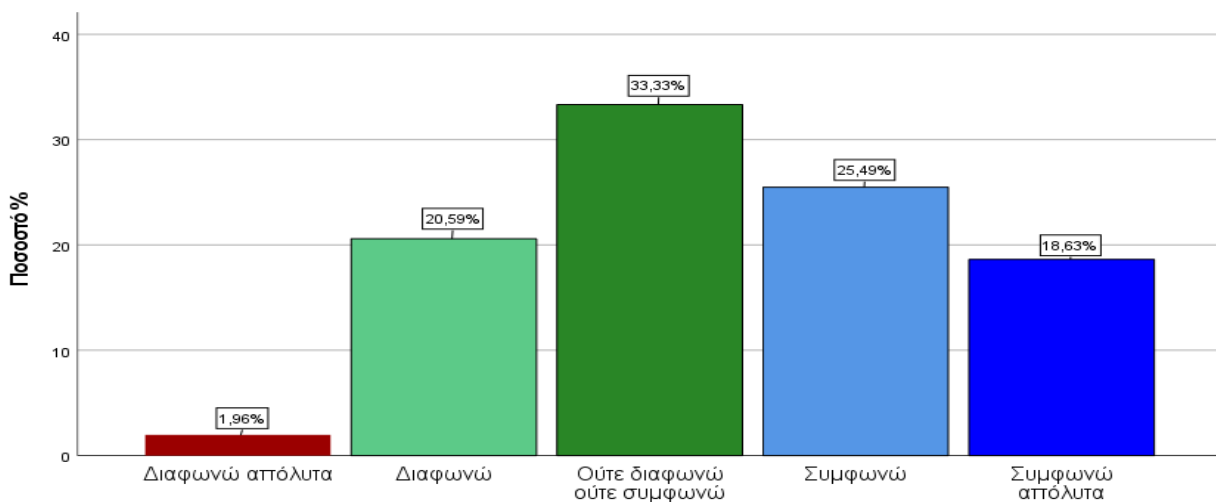
Στην Τρίτη κατηγορία με ποσοστό 19,3% και μέση τιμή 3,8 συγκεντρώθηκαν οι απαντήσεις που δεν ήταν δυνατόν να ενταχθούν σε κάποια από τις προηγούμενες κατηγορίες, όπως για παράδειγμα:

- 3. Δεν είναι πάντα απαραίτητη
- 3. Ίσως χρειάζεται
- 3. Ως μάθημα του βασικού πτυχίου αρκεί
- 3. Κάθε επιμόρφωση είναι σημαντική.

Η τιμή 3,8 για τη μέση τιμή δηλώνει μια ισχυρή τάση προς τη θετική στάση των εκπαιδευτικών, των οποίων όμως η τεκμηρίωση ήταν σε ένα γενικότερο πλαίσιο.

Τέλος, η μέση τιμή των δηλώσεων της πρότασης 17, των 57 τεκμηριώσεων, ήταν 3,9. Μια τιμή που τείνει ισχυρά προς το Συμφωνώ, υπογραμμίζοντας τη θετική στάση των υποκειμένων έναντι της σημαντικότητας της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.

Στα πλαίσια του 2^{ου} ΕΕ οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να δηλώσουν τη στάση τους στην επόμενη πρόταση 20 : Η επιμόρφωση/κατάρτιση των εκπαιδευτικών στην Ι.τ.Μ είναι αναγκαία πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού τους έργου, της οποίας τα αποτελέσματα σημειώνονται στο παρακάτω Σχήμα 8



Σχήμα 8.Αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.

Το 33,3% των εκπαιδευτικών του δείγματός μας διατηρεί ουδέτερη στάση έναντι της πρότασης 20, το 25,5% Συμφωνεί, το 20,6% Διαφωνεί με τη δήλωση ότι είναι αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου, το 18,6% Συμφωνεί απόλυτα και τέλος το 2%

Διαφωνεί απόλυτα. Επισημαίνουμε ότι, αθροιστικά το 55,9% των υποκειμένων της έρευνάς μας διατηρεί αρνητική ή ουδέτερη στάση όσον αφορά την αναγκαιότητα επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου, ενώ μόλις το 44,1% διατηρεί θετική ή πολύ θετική στάση.

Ερευνητικό Ερώτημα 3 (ΕΕ3): Ποια είναι η στάση των Μαθηματικών σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ, που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, κατά τη διδακτική διαδικασία;

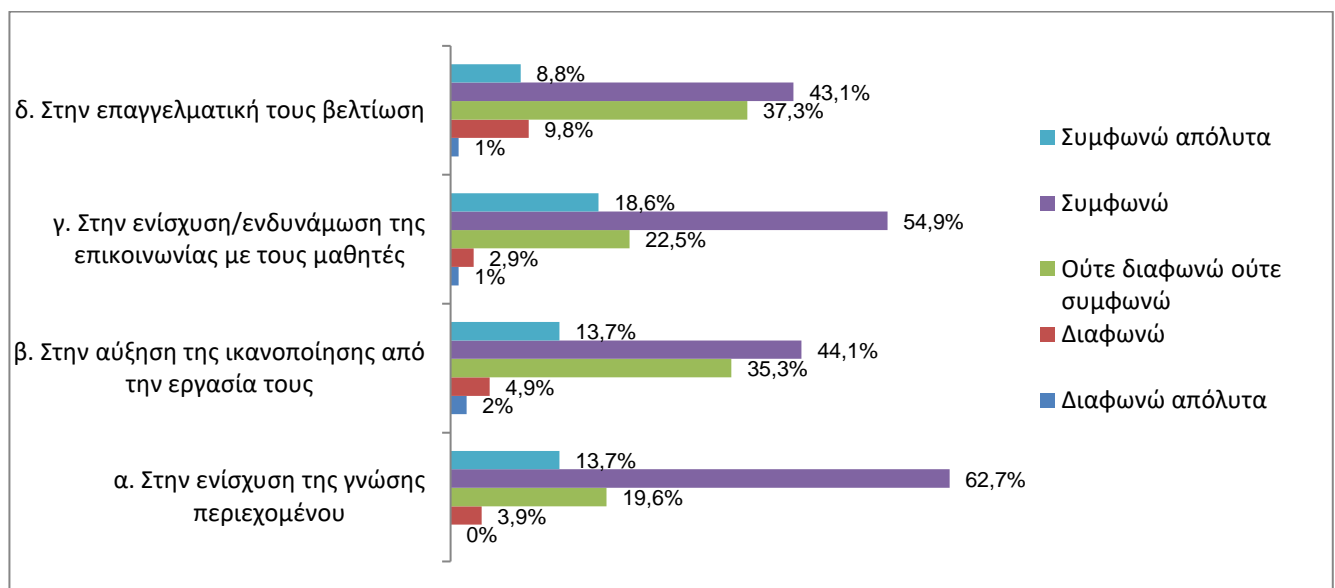
Για να διερευνηθούν οι προθέσεις των υποκειμένων της έρευνας αναφορικά με το ΕΕ3 συντάχθηκαν οι δηλώσεις/προτάσεις τύπου Likert: (26)α,β,γ,δ, (27)α,β, (28)α,β,γ,δ,ε,στ,ζ,η, (29), (30)· μια διχοτομική ερώτηση (31) και μια ανοικτού τύπου (32) διευκρινιστική της (31).

Αρχικά με τις προτάσεις/δηλώσεις (26)α,β,γ,δ, (28)γ,ζ, (30) τη διχοτομική ερώτηση (31) και τη διευκρινιστική ανοικτού τύπου (32), διερευνήθηκαν οι θέσεις και οι στάσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με την επίδραση της αξιοποίησης των Ι.Σ στην προσωπική τους επαγγελματική βελτίωση.

Δηλώσεις/προτάσεις 26 : Η χρήση των Ι.Σ (κατ' επέκταση η Ι.τ.Μ) ωφελεί τους εκπαιδευτικούς:

- α) Στην ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου
- β) Στην αύξηση της ικανοποίησης από την εργασία τους
- γ) Στην ενίσχυση/ ενδυνάμωση της επικοινωνίας με τους μαθητές
- δ) Στην επαγγελματική τους βελτίωση

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στο Σχήμα 9 που ακολουθεί



Σχήμα 9. Η χρήση των Ι.Σ ωφελεί τους εκπαιδευτικούς

Σύμφωνα με το σχήμα 9 για την πρόταση 26)α το 62,7% των εκπαιδευτικών του δείγματος Συμφωνεί, το 19,6% διατηρεί ουδέτερη στάση, 13,7% Συμφωνεί απόλυτα, το 3,9% Διαφωνεί και τέλος κανείς δε Διαφώνησε απόλυτα. Να επισημάνουμε σε αυτό το σημείο το πολύ μεγάλο ποσοστό (76,4%) των υποκειμένων που θεωρεί ότι η χρήση των Ι.Σ συμβάλλει στην ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου. Για τη δήλωση 26)β το 44,1% δήλωσε ότι Συμφωνεί, το 35,3% διατήρησε ουδέτερη στάση, το 13,7% Συμ-

φώνησε απόλυτα, το 4,9% Διαφώνησε και τέλος το 2% Διαφώνησε απόλυτα. Και στη δήλωση 26)β η θετική στάση των εκπαιδευτικών προσέγγισε το 58%. Συνεχίζοντας την περιγραφή του σχήματος 9, το 54,9% Συμφωνεί ότι η χρήση των Ι.Σ συμβάλλει στην ενίσχυση/ενδυνάμωση της επικοινωνίας με τους μαθητές (πρόταση 26)γ), το 22,5% δήλωσε Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ, το 18,6% Συμφώνησε απόλυτα, το 2,9% Διαφώνησε και τέλος το 1% Διαφώνησε απόλυτα. Για άλλη μια φορά, το 73,5% των υποκειμένων της έρευνας δεικνύει θετική στάση έναντι της δήλωσης 26)γ. Τέλος, όσον αφορά την επαγγελματική βελτίωση το 43,1% Συμφωνεί ότι η χρήση των Ι.Σ συμβάλλει σε αυτή, το 37,3% Ούτε διαφωνεί ούτε συμφωνεί, το 9,8% Διαφωνεί, το 8,8% Συμφωνεί απόλυτα και το 1% Διαφωνεί απόλυτα. Παρατηρούμε ότι, για τη δήλωση 26)δ σχεδόν το 50% του δείγματος δεν εκφράζει θετική θέση.

Δηλώσεις/προτάσεις 28 : Η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν:

γ) Να προσφέρει διαφορετική οπτική και ένα διαφορετικό τρόπο παρουσίασης μιας Μαθηματικής έννοιας

ζ) Να αποπροσανατολίσει εκπαιδευτικούς και μαθητές οδηγώντας τους σε ατέρμονες συζητήσεις επιστημολογικού-φιλοσοφικού χαρακτήρα, αναδεικνύοντας ταυτόχρονα την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών σε τέτοιου είδους συζητήσεις

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 21 που ακολουθεί

Πίνακας 21. Δηλώσεις/προτάσεις (28) γ, ζ

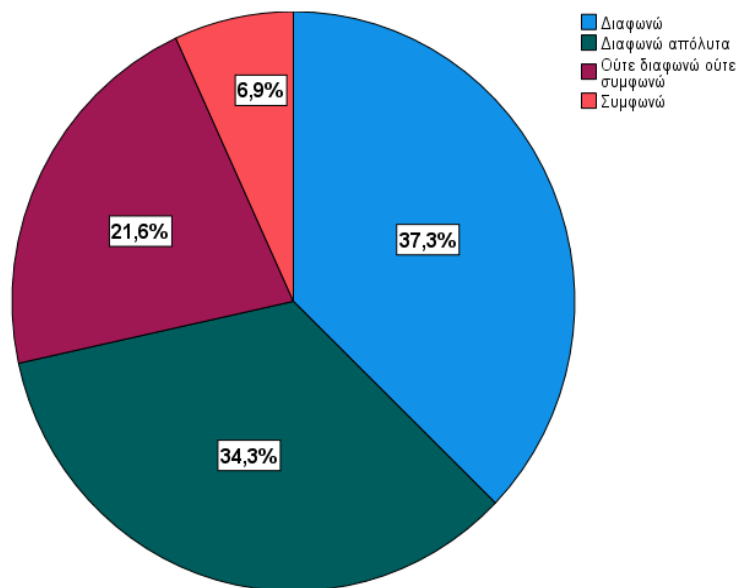
Μεταβλητές \ Τιμές	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Σύνολο
(28)γ	0,0%	0,0%	5,9%	68,6%	25,5%	100%
(28)ζ	18,6%	34,3%	28,4%	16,7%	2,0%	100%

Σύμφωνα με τον Πίνακα 21, το 68,6% των Μαθηματικών του δείγματος Συμφωνεί με την πρόταση ((28)γ) ότι η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν να βοηθήσει στη διαφοροποιημένη παρουσίαση μιας Μαθηματικής έννοιας, το 25,5% Συμφωνεί απόλυτα ενώ το 5,9% διατηρεί ουδέτερη στάση. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχουν δηλώσεις Διαφωνώ απόλυτα ή Διαφωνώ και ότι το 94,1% θεωρεί τη χρήση των Ι.Σ ως απαραίτητο εργαλείο στη διαφοροποιημένη παρουσίαση των Μαθηματικών εννοιών. Για τη δήλωση (28)ζ, το 34,3% Διαφωνεί με το ότι η χρήση των Ι.Σ είναι παράγοντας αποπροσανατολισμού εκπαιδευτικών και μαθητών, όπως και ανάδειξης της ανεπάρκειας των πρώτων, το 28,4% Ούτε διαφωνεί ούτε συμφωνεί, το 18,7% Διαφωνεί απόλυτα, το 16,7% Συμφωνεί και το 2% Συμφωνεί απόλυτα. Παρατηρούμε ότι, άνω του 50% των εκπαιδευτικών θεωρούν ότι η χρήση των Ι.Σ στη διδακτική πρακτική δεν είναι παράγοντας αποπροσανατολισμού και ανάδειξης της γνωστικής ανεπάρκειας σε τέτοιου είδους συζητήσεις, ως εκ τούτου τα Ι.Σ λογίζονται ως επιπλέον διδακτικό εργαλείο από την πλειοψηφία των υποκειμένων της έρευνας.

Δήλωση 30 : Η χρήση των Ι.Σ στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο κυκλικό διάγραμμα του σχήματος 10

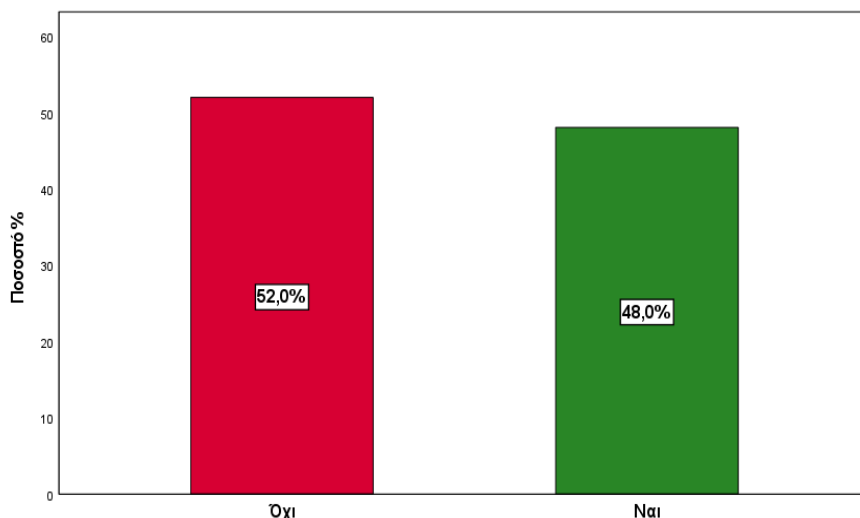
Παρατηρούμε ότι το 37,3% των εκπαιδευτικών *Διαφωνεί* με την πρόταση ότι η χρήση των Ι.Σ στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική, το 34,3% *Διαφωνεί απόλυτα*, το 21,6% *Ούτε διαφωνεί ούτε συμφωνεί* και το 6,9% *Συμφωνεί*. Είναι προφανές ότι δεν υπάρχουν δηλώσεις *Συμφωνώ απόλυτα* ενώ το 72% θεωρεί ότι τα Ι.Σ είναι χρήσιμα στη διδασκαλία των Μαθηματικών.



Σχήμα 10. Η χρήση των Ι.Σ. δεν είναι σημαντική

Ερώτηση 31 (Ναι ή Όχι) : Τα Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια διευκόλυναν τη διδασκαλία σας σε κάποιο από τα μαθήματά σας;

Τα αποτελέσματα της διχοτομικής ερώτησης 31 εμφανίζονται στο Σχήμα 11 που ακολουθεί. Παρατηρούμε ότι, το 52% των ερωτηθέντων απάντησε ότι τα Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια δε διευκόλυναν τη διδασκαλία τους, ενώ το 48% απάντησε θετικά. Είναι λυπηρό το γεγονός ότι περισσότεροι από τους μισούς εκπαιδευτικούς του δείγματός μας δε βοηθήθηκαν από τα Ι.Σ στη διδακτική τους πρακτική. Οι λόγοι αυτού του αποτελέσματος θα διερευνηθούν από το ΕΕ4 που θα ακολουθήσει.



Σχήμα 11. Τα Ι.Σ διευκόλυναν τη διδασκαλίας σας;

Στη συνέχεια οι εκπαιδευτικοί που απάντησαν καταφατικά στην προηγούμενη ερώτηση κλήθηκαν να καταγράψουν το/τα Ι.Σ που τους διευκόλυναν στη διδασκαλία τους, απαντώντας στην ανοικτού τύπου *Ερώτηση 32*. Από τη μεταγραφή των δεδομένων διαπιστώθηκε ότι μόνο οι 34 από τους 49 που απάντησαν *Ναι* στην *Ερώτηση 31* κατέγραψαν την εμπειρία τους. Από τους 34 οι 28 ανέφεραν συγκεκριμένα Ι.Σ που χρησιμοποίησαν, ενώ οι 6 αναφέρθηκαν αόριστα στη σπουδαιότητα της χρήσης τους.

Από τους 28 οι 16 ανέφεραν ότι αξιοποίησαν τα Ι.Σ των σχολικών εγχειριδίων του Λυκείου και οι υπόλοιποι 12 του Γυμνασίου. Επειδή αρκετοί εκπαιδευτικοί του δείγματος δεν περιορίστηκαν στην αναφορά ενός μόνο Ι.Σ αναγνωρίστηκαν 22 καταγραφές σχετικές με Γεωμετρία και 13 σχετικές με Άλγεβρα. Από τις αναφορές στη Γεωμετρία δημοφιλέστερες ήταν: α) το Πυθαγόρειο Θεώρημα και οι συνέπειές του με 5 εμφανίσεις β) το 5^ο Αίτημα του Ευκλείδη και οι μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες με 4 εμφανίσεις και γ) η Μέτρηση απρόσιτων αποστάσεων (Ισότητα τριγώνων, Ομοιότητα) με 4 εμφανίσεις. Αντίστοιχα για την Άλγεβρα : α) το εξαιρετικό Ι.Σ του συναδέλφου Ιωάννη Θωμαΐδη για τους Λογάριθμους στη Β' Λυκείου με 4 εμφανίσεις β) τα Τριώνυμα και οι εφαρμογές τους με 2 εμφανίσεις και γ) οι Ταυτότητες με 2 καταγραφές. Να σημειωθεί ότι ένας εκπαιδευτικός ανέφερε ότι χρησιμοποιεί το παράδοξο του Ζήνωνα του Ελεάτη (Αχιλλέας-χελώνα), το οποίο δεν υπάρχει στα σχολικά εγχειρίδια, για την εισαγωγή της έννοιας του ορίου. Τα παραπάνω Ι.Σ αναφέρθηκαν ως ανάδειξη κάποιων καλών πρακτικών που θα μπορούσαν να διαχυθούν στην Μαθηματική εκπαιδευτική κοινότητα.

Στη συνέχεια οι δηλώσεις/προτάσεις (28)α, β, δ και η συντάχθηκαν για να διερευνήσουν τις θέσεις των εκπαιδευτικών για την επιρροή των Ι.Σ στους μαθητές.

Δηλώσεις/προτάσεις 28 : Η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν

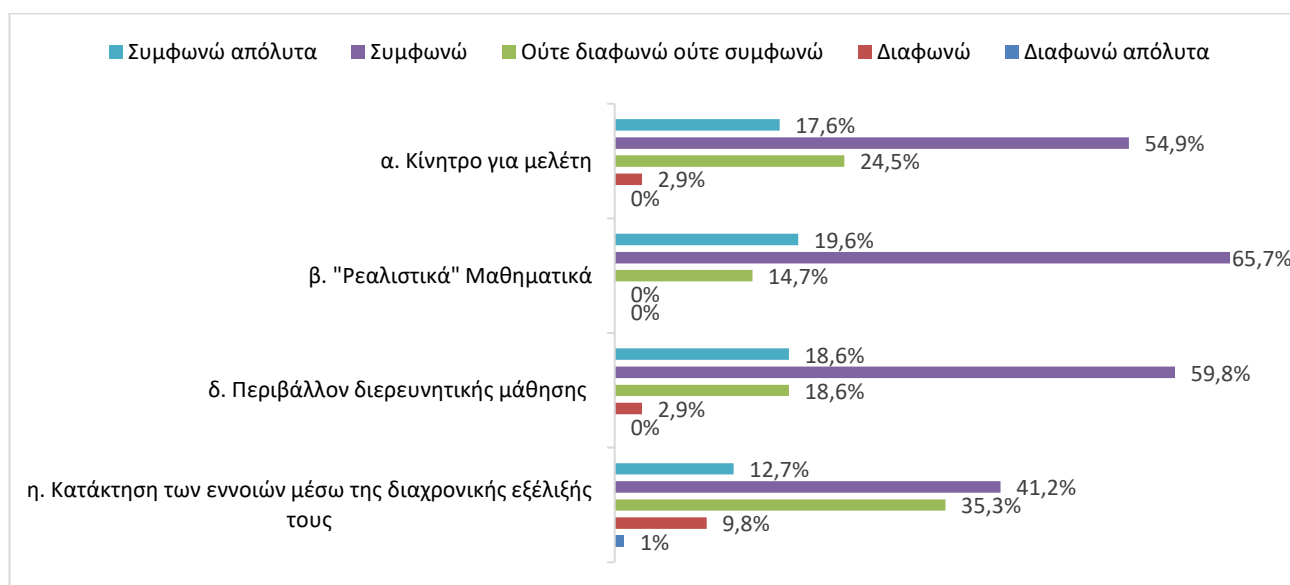
α) Να αποτελείσει κίνητρο των μαθητών για να μελετήσουν Μαθηματικά

β) Να δώσει στα Μαθηματικά «ανθρώπινο» πρόσωπο (Ρεαλιστικά Μαθηματικά) βοηθώντας τους μαθητές να τα προσεγγίσουν με αυτοπεποίθηση και σιγουριά

δ) Να προωθήσει ένα μαθητοκεντρικό περιβάλλον μάθησης, μετατρέποντας την τάξη σε πεδίο έρευνας για την πρόσκτηση της γνώσης και όχι σε πεδίο μεταφοράς της (Διερευνητική μάθηση)

η) Να αποτελέσει απαραίτητη προϋπόθεση για την κατανόηση Μαθηματικών εννοιών, μέσω της πληροφορίας που δέχεται ο μαθητής για τη γέννηση και τη διαχρονική εξέλιξή όπως.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 12 που ακολουθεί



Σχήμα 12. Επιρροή των Ι.Σ στους μαθητές

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 12, το 54,9% των υποκείμενων της έρευνας *Συμφωνεί* ότι η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν να αποτελέσει κίνητρο μελέτης των Μαθηματικών για τους μαθητές, ενώ αθροιστικά το 72,5% διατηρεί θετική στάση έναντι της δήλωσης (28)α. Ακόμη ισχυρότερη εμφανίζεται η θετική στάση των εκπαιδευτικών, με 65,7%, στη δήλωση ότι τα Ι.Σ αναδεικνύουν το ανθρώπινο πρόσωπο των Μαθηματικών και ενισχύουν την αυτοπεποίθηση των μαθητών στην προσέγγισή τους. Να σημειώσουμε την απουσία αρνητικής στάσης για την πρόταση (28)β. Συνεχίζοντας την περιγραφή του Σχήματος 12, το 59,8% *Συμφωνεί* ότι η χρήση των Ι.Σ στη διδασκαλία προωθεί τη δημιουργία διερευνητικού περιβάλλοντος μάθησης και συνολικά το 78,4% *Συμφωνεί* ή *Συμφωνεί απόλυτα* με τη δήλωση (28)δ. Τέλος, αντίθετα με τις προηγούμενες δηλώσεις, ένα μεγάλο ποσοστό των εκπαιδευτικών του δείγμάτος μας (αθροιστικά το 46,1%) δε διατηρεί θετική στάση στη δήλωση ότι οι πληροφορίες που παρέχονται στους μαθητές σχετικά με τη γέννηση και τη διαχρονική εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών αποτελούν απαραίτητη προϋπόθεση για την κατανόησή τους. Καταλήγοντας, κατά μέσο όρο το 72,5% των Μαθηματικών που πήραν μέρος στην έρευνα *Συμφώνησαν* ή *Συμφώνησαν απόλυτα* στις δηλώσεις/προτάσεις (28)α, β, δ, η.

Στην επόμενη ομάδα προτάσεων (27)α, β, (28)ε, στ και (29) διερευνήθηκαν οι θέσεις και οι στάσεις των εκπαιδευτικών όσον αφορά τη χρήση των Ι.Σ στη διδακτική διαδικασία γενικότερα.

Δηλώσεις/προτάσεις 27: Η ενσωμάτωση των Ι.Σ στη διδακτική πρακτική θα μπορούσε να συμβάλει

α) *Στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών*

β) *Στην αντιμετώπιση προβλημάτων εννοιολογικής κατανόησης και μάθησης*

Πίνακας 22. Η ενσωμάτωση των Ι.Σ συμβάλει

Τιμές Μεταβλητές	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Σύνολο
Στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών	0,0%	3,9%	14,7%	61,8%	19,6%	100%
Στην αντιμετώπιση ζητημάτων κατανόησης εννοιών και μάθησης	0,0%	3,9%	20,6%	56,9%	18,6%	100%

Στον Πίνακα 22, για τη συμβολή των Ι.Σ στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών, καταγράφεται μια μεγάλη κατηγορία εκπαιδευτικών οι οποίοι *Συμφωνούν* ή *Συμφωνούν απόλυτα* με συνολικό ποσοστό 81,4% (61,4%+19,6% αντίστοιχα), ενώ λιγότερο από το 1/5 των συμμετεχόντων στην έρευνα *Διαφώνησε* ή διατήρησε ουδέτερη στάση στην άποψη (27)α. Όσον αφορά την πρόταση (27)β, γίνεται φανερό ότι η πλειονότητα των υποκείμενων της έρευνας τοποθετείτε στις κατηγορίες *Συμφωνώ* (56,9%) και *Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ* (20,6%). Λιγότεροι από ένας στους πέντε *Συμφωνούν απόλυτα*, ενώ ελάχιστοι *Διαφωνούν*. Και στις δύο προτάσεις του Πίνακα 22 δεν υπάρχουν εκπαιδευτικοί που να *Διαφώνησαν απόλυτα*.

Δηλώσεις/προτάσεις 28: Η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν

ε) Να υποστηρίξει τη μάθηση με νόημα/σημασία

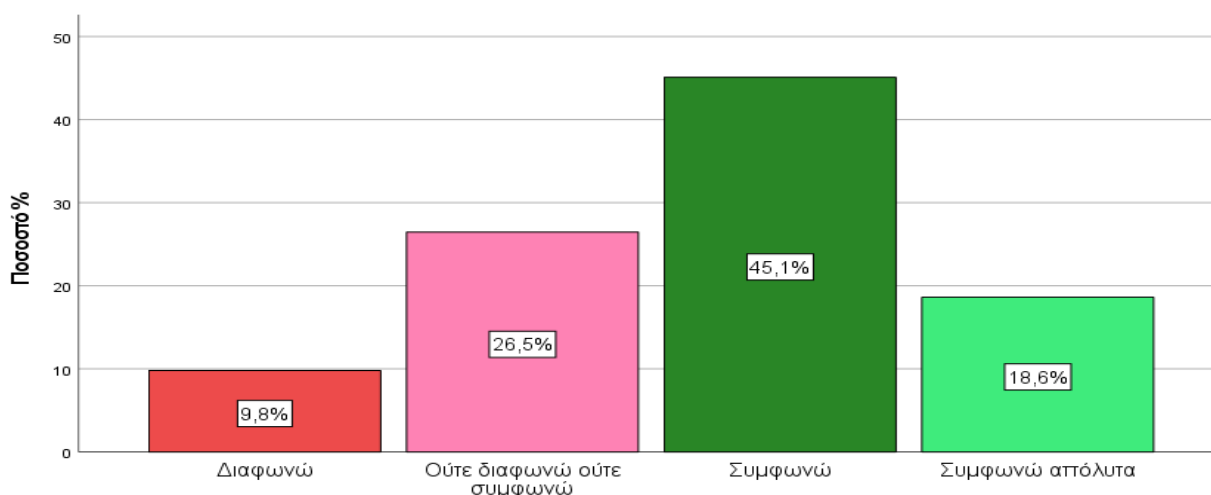
στ) Να αποτελέσει τροχοπέδη στην ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης

Πίνακας 23. Η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν

Τιμές Μεταβλητές	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Σύνολο
Να υποστηρίξει τη μάθηση με νόημα/σημασία	0,0%	2%	22,5%	57,8%	17,6%	100%
Να αποτελέσει τροχοπέδη στην ολοκλήρωση της ύλης	11,8%	39,2%	22,5%	22,5%	3,9%	100%

Στον Πίνακα 23, για την άποψη ότι η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν να υποστηρίξει τη μάθηση με νόημα, είναι φανερό ότι η δήλωση *Συμφωνώ* υπερτερεί με 57,8%, έπεται η ουδέτερη στάση με 22,5%, λιγότεροι από ένας στους πέντε *Συμφωνούν απόλυτα* ενώ *Διαφωνεί* μόνο το 2%. Συνεχίζοντας την περιγραφή του Πίνακα 23, περίπου οι μισοί συμμετέχοντες *Διαφωνούν* ή *Διαφωνούν απόλυτα* (39,2%+11,8% αντίστοιχα) με την πρόταση ότι η χρήση των Ι.Σ είναι δυνατόν να αποτελέσει εμπόδιο για την ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης, το 22,5% *Ούτε διαφωνεί ούτε συμφωνεί* ενώ σχεδόν ένας στους τέσσερις *Συμφωνεί* ή *Συμφωνεί απόλυτα*. Αξίζει να σημειωθεί το 26,4% των εκπαιδευτικών που θεωρεί ότι η αξιοποίηση των Ι.Σ είναι χάσιμο χρόνου σε βάρος της ολοκλήρωσης της διδακτέας ύλης.

Δήλωση 29 : Οι δραστηριότητες που προετοιμάζονται με βάση την Ι.τ.Μ θα πρέπει να περιλαμβάνονται στο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών.



Σχήμα 13. Συμπερίληψη στο Π.Σ.

Σύμφωνα με το Σχήμα 13, η πλειονότητα των συμμετεχόντων με 63,7% (45,1%+18,6%) *Συμφωνεί* ή *Συμφωνεί απόλυτα* με την άποψη ότι δραστηριότητες με βάση την Ι.τ.Μ θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στα Π.Σ των Μαθηματικών, ενώ οι υπόλοιποι διατηρούν ουδέτερη στάση (26,5%) ή *Διαφωνούν* (9,8%). Στο σημείο αυτό να επισημάνουμε ότι ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό εκπαιδευτικών επιθυμεί τα Π.Σ των Μαθηματικών να αποκτήσουν ιστορική προοπτική.

Ερευνητικό Ερώτημα 4 (EE4) : Ποιοι παράγοντες θεωρούν οι Μαθηματικοί ότι συμβάλλουν ή είναι αποτρεπτικοί στην αποτελεσματική χρήση των Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια;

Για να δοθούν απαντήσεις στο EE4 συντάχθηκαν οι δηλώσεις/προτάσεις (24)α, β, γ, δ, ε, στ, ζ και (25)α, β, γ, δ του ερωτηματολογίου της έρευνας.

Πίνακας 24. Κατά πόσο συμφωνείτε με τις παρακάτω δηλώσεις για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ στη διδακτική πρακτική

Μεταβλητές	Τιμές					
	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Σύνολο
α. Έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο Πρόγραμμα Σπουδών (Π.Σ.)	3,9%	4,9%	34,3%	46,1%	10,8%	100%
β. Δεν εξετάζεται κάτι σχετικό με την Ι.τ.Μ στις εξετάσεις	4,9%	9,8%	21,6%	44,1%	19,6%	100%
γ. Η χρήση υλικού βασισμένου στα Ι.Σ είναι χάσιμο χρόνου	30,4%	33,3%	21,6%	14,7%	0%	100%
δ. Δεν υπάρχει αρκετός χώρος για την Ι.τ.Μ στα σχολικά βιβλία	9,8%	13,7%	27,4%	42,2%	6,9%	100%
ε. Υπερφορτωμένο Πρόγραμμα Σπουδών Μαθηματικών	2,9%	11,8%	6,9%	52,9%	25,5%	100%
στ. Οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ βαρετή/αδιάφορη	21,6%	22,5%	27,5%	21,6%	6,9%	100%
ζ. Αδυναμία των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους	8,8%	11,8%	19,6%	48%	11,8%	100%

Στον Πίνακα 24, Συμφωνεί το 46,1% των συμμετεχόντων στην έρευνα με την άποψη ότι για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ ευθύνεται η έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών. Το 34,3% *Ούτε διαφωνεί ούτε συμφωνεί*, το 10,8% *Συμφωνεί απόλυτα*, το 4,9% *Διαφωνεί* και τέλος το 3,9% *Διαφωνεί απόλυτα*. Να επισημανθεί ότι το ποσοστό αυτών που *Συμφωνούν* ή *Συμφωνούν απόλυτα* με την πρόταση (24)α είναι λίγο μικρότερο του αντίστοιχου της δήλωσης (29), συμπεραίνοντας ότι πάνω από τους μισούς εκπαιδευτικούς του δείγματος επιθυμούν τα προγράμματα σπουδών των Μαθηματικών να αποκτήσουν ιστορική προοπτική. Ένας άλλος αποτρεπτικός παράγοντας που αναγνωρίστηκε με συνολικό ποσοστό 63,7% (44,1%+19,6%), σύμφωνα με την πρόταση (24)β, είναι η μη συμπερίληψη θεμάτων σχετικών με την Ι.τ.Μ στις εξετάσεις, ενώ το υπόλοιπο 36,3% διατηρεί ουδέτερη στάση ή διαφωνεί. Το αποτέλεσμα αυτό χαρακτηρίζεται αναμενόμενο διότι το εκπαιδευτικό μας σύστημα είναι εξετασιοκεντρικό/βαθμο-θηρικό. Αντίθετα, ένα μεγάλο ποσοστό συμμετεχόντων με 63,7% θεωρεί ότι η χρήση διδακτικού υλικού βασισμένου στα Ι.Σ δεν αποτελεί χάσιμο ωφέλιμου χρόνου διδασκαλίας. Αν το παραπάνω ποσοστό συνδυαστεί και με το 21,6% που διατηρεί ουδέτερη στάση, μπορεί να εξαχθεί το αποτέλεσμα ότι οι εκπαιδευτικοί δε θεωρούν χαμένο χρόνο την ενασχόληση με τα Ι.Σ. Από την άλλη, στην άποψη ότι δεν υπάρχει αρκετός χώρος για την Ι.τ.Μ

στα σχολικά βιβλία, καταγράφονται δύο μεγάλες κατηγορίες συμμετεχόντων στην έρευνα, αυτοί που Συμφωνούν ή Συμφωνούν απόλυτα με συνολικό ποσοστό 49,1% (42,2%+6,9%) και αυτοί που Ούτε διαφωνούν ούτε συμφωνούν ή Διαφωνούν ή Διαφωνούν απόλυτα με συνολικό ποσοστό 50,9% (27,4%+13,7%+9,8%). Γίνεται φανερό ότι οι απόψεις σχετικά με το θέμα δίστανται. Συνεχίζοντας την περιγραφή του Πίνακα 24, ο αποτρεπτικός παράγοντας που συγκέντρωσε μακράν το μεγαλύτερο συνολικό ποσοστό με 78,4% (52,9%+25,5%) είναι το υπερφορτωμένο πρόγραμμα σπουδών που πιέζει ασφυκτικά τους εκπαιδευτικούς για την ολοκλήρωση της ύλης, ειδικά με την εφαρμογή της Τράπεζας Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας (Τ.Θ.Δ.Δ) στις προαγωγικές εξετάσεις 2021-2022 των Α΄ και Β΄ τάξεων του Λυκείου. Με τη δήλωση ότι οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ βαρετή/αδιάφορη δεν εκφέρει άποψη το 27,5%, το 22,5% Διαφωνεί, με 21,6% ακολουθούν οι τιμές Συμφωνώ και Διαφωνώ απόλυτα, ενώ το 6,9% Συμφωνεί απόλυτα. Φαίνεται ότι οι απόψεις των εκπαιδευτικών μοιράζονται σχεδόν ισόδυναμα στις τέσσερις πρώτες κατηγορίες. Τέλος, οι Μαθηματικοί με συνολικό ποσοστό 59,8% (48%+11,8%) συμφωνούν ότι οι μαθητές αδυνατούν να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους, ενώ περίπου ένας στους πέντε διαφωνεί με την άποψη αυτή. Η αδυναμία αυτής της σύνδεσης δε μπορεί να χρεωθεί στους μαθητές, αλλά σε όλους τους εμπλεκόμενους που είναι υπεύθυνοι για τη χάραξη της εκπαιδευτικής πολιτικής και δη των υπεύθυνων της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

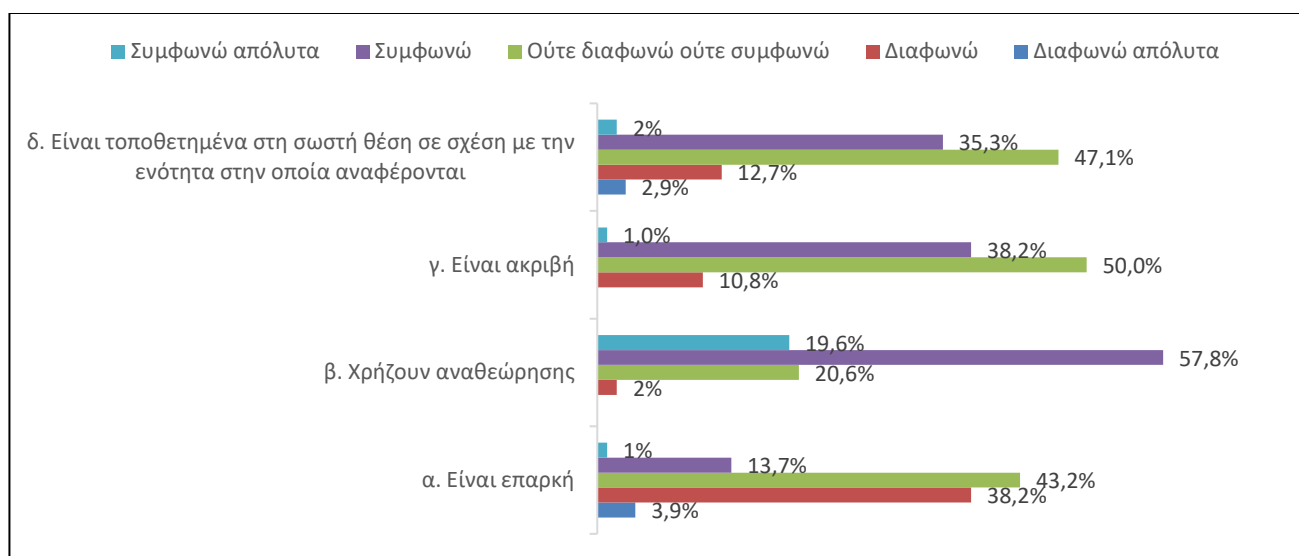
Δηλώσεις 25 : Τα Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια

α) Είναι επαρκή

β) Χρήζουν αναθεώρησης

γ) Είναι ακριβή

δ) Είναι τοποθετημένα στη σωστή θέση σε σχέση με την ενότητα στην οποία αναφέρονται



Σχήμα 14. Αξιολόγηση των Ι.Σ από τους εκπαιδευτικούς

Παρατηρώντας το Σχήμα 14 διαπιστώνουμε ότι το 43,2% των εκπαιδευτικών διατηρεί ουδέτερη στάση στο ότι το περιεχόμενο των Ι.Σ στα σχολικά εγχειρίδια είναι επαρκές, είτε λόγω αδιαφορίας είτε

λόγω έλλειψης γνώσεων, ενώ με συνολικό ποσοστό 42,1% (38,2%+3,9%) οι συμμετέχοντες διαφωνούν. Αξιοσημείωτο είναι το μικρό συνολικά ποσοστό αυτών που συμφωνούν με την επάρκεια των Ι.Σ που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια. Με συνολικό ποσοστό 77,4%(57,8%+19,6%) η πλειονότητα των Μαθηματικών δηλώνει ότι τα Ι.Σ χρήζουν αναθεώρησης, ενώ μόλις το 2% θεωρεί ότι δεν απαιτείται η τροποποίησή τους. Στη συνέχεια, το 50% δεν εκφράζει άποψη για την ακρίβεια των Ι.Σ, με συνολικό ποσοστό 39,2% (38,2%+1%) οι εκπαιδευτικοί *Συμφωνούν* ή *Συμφωνούν απόλυτα* ότι τα Ι.Σ είναι ακριβή και τέλος το 10,8% *Διαφωνεί*. Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι οι μισοί εκπαιδευτικοί δεν είναι σε θέση να κρίνουν την ακρίβεια των Ι.Σ, είτε λόγω μη χρήσης τους είτε λόγω άγνοιας. Άλλωστε, σύμφωνα με την *Ερώτηση 31*, το 52% των υποκείμενων του δείγματος δεν έχει χρησιμοποιήσει προς διευκόλυνση της διδασκαλίας του κάποιο Ι.Σ. Τέλος, η δήλωση 25δ) προσπάθησε να διερευνήσει την άποψη των εκπαιδευτικών σχετικά με την τοποθέτηση των Ι.Σ στον ιστό των σχολικών εγχειριδίων. Για άλλη μια φορά, η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών με 47,1% διατηρεί ουδέτερη στάση, το 35,3% *Συμφωνεί* με τη θέση των Ι.Σ αναφορικά με την έννοια ή την ενότητα για την οποία συντάχθηκαν, ενώ με συνολικό ποσοστό 15,6% (12,7%+2,9%) *Διαφωνούν* ή *Διαφωνούν απόλυτα*. Να επισημανθεί ότι, στις τρεις από τις τέσσερις δηλώσεις πλειοψηφούν οι συμμετέχοντες στην έρευνα που αποφεύγουν να αξιολογήσουν τα Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, διατηρώντας ουδέτερη στάση.

Διεξαγωγή επαγωγικής στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων

E.E. 1

#9: Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ

Αρχικά, διεξήχθη έλεγχος κανονικότητας για τις δύο μεταβλητές, όπου σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0,001$ διαπιστώθηκε ότι δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή όπως φαίνεται στον Πίνακα 25, διότι $\text{Sig.}<0.001$

Πίνακας 25. Έλεγχος κανονικότητας

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	,177	102	<,001	,901	102	<,001
Ανασφάλεια με την ένταξη των Ι.Σ. στη διδασκαλία	,178	102	<,001	,876	102	<,001

a. Lilliefors Significance Correction

Στη συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι χ^2 όπως καταγράφονται στον Πίνακα 26

Πίνακας 26. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	20,057 ^a	16	,218
Likelihood Ratio	18,782	16	,280
Linear-by-Linear Association	1,635	1	,201
N of Valid Cases	102		

a. 17 cells (68,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,14.

Παρατηρούμε ότι παραβιάζεται ο όρος τα κελιά με πλήθος <5 να είναι $\leq 20\%$, οπότε όπως αναφέρθηκε πιο πάνω θα λάβουμε υπόψη το Likelihood Ratio: $[LR\chi^2=18.782, df=16, p=0.280 > a=0.05]$. Αφού $p > a$ τότε μπορούμε να δεχτούμε τη μηδενική υπόθεση ότι οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες σε στάθμη σημαντικότητας 0.05. Αυτό σημαίνει ότι η μεταβλητή πρόβλεψης “Χρόνια διδακτικής εμπειρίας” δεν επηρεάζει τον παράγοντα “Ανασφάλεια στη χρήση των Ι.Σ.”.

#1: Φύλο vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ.

Οι έλεγχοι ανεξαρτησίας του κριτηρίου χ^2 έδωσαν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 27 που ακολουθεί

Πίνακας 27. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	7,348 ^a	4	,119
Likelihood Ratio	8,004	4	,091
Linear-by-Linear Association	,000	1	,994
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,39.

Λαμβάνοντας υπόψη τον δείκτη Pearson Chi-Square: $[\chi^2=7.348, df=4, p=0.119 > 0.05]$ δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, άρα μπορούμε να υποθέσουμε ότι ο παράγοντας “Φύλο” δεν επηρεάζει την ανασφάλεια που νιώθουν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος όταν κάνουν χρήση των Ι.Σ. που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια.

Στη συνέχεια ελέγχθηκε αν ο παράγοντας της Ερ.15: “Στο Π.Σ. του τμήματος από το οποίο αποφοιτήσατε, συμπεριλαμβανόταν μάθημα σχετικά με την Ι.τ.Μ., όπως Φιλοσοφία των Μαθηματικών, Επιστημολογία κλπ.,” επηρέασε τη Δήλωση 21δ: “Πόσο καλά καταρτισμένος/η αισθάνεστε σχετικά με την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ. μέσω των Ι.Σ. που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια;”

#15: Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. vs #21δ: Επίπεδο κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.

Ο έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 έδειξε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική εξάρτηση μεταξύ αυτών που απάντησαν ότι παρακολούθησαν μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ. και του πόσο καλά καταρτισμένοι/ες αισθάνονται σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδακτική τους πρακτική $[\chi^2= 1.851, df=4, p=0.763 > a=0.05]$, σύμφωνα με τον Πίνακα 28

Πίνακας 28. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,851 ^a	4	,763
Likelihood Ratio	1,864	4	,761
Linear-by-Linear Association	,037	1	,846
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,41.

Για το Ε.Ε 1 διεξήχθη άλλος ένας έλεγχος συνάφειας μεταξύ των δηλώσεων 21δ και 19 για να διαπιστωθεί αν υπάρχει στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των συμμετεχόντων που δήλωσαν

“ Πόσο καλά καταρτισμένοι/ες...που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια ” και αυτών που δήλωσαν “ Αισθάνομαι ανασφαλής όταν...στη διδασκαλία μου ” αντίστοιχα. Για τον έλεγχο επιλέχθηκε ο μη παραμετρικός συντελεστής του Kendall tau_b ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση που έχουμε κατηγορικές μεταβλητές οι οποίες όμως είναι υποχρεωτικά σε κλίμακα διάταξης (Τσαγρής, 2014). Είναι δηλαδή διατακτικές κατηγορικές μεταβλητές (ordinal). Επιπλέον να αναφερθεί ότι με το συντελεστή γραμμικής συσχέτισης ελέγχεται αν σε ένα ζεύγος μεταβλητών υπάρχει μόνο γραμμική συσχέτιση. Να υπενθυμίσουμε ότι το σκεπτικό αν θα απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση είναι πάντα το ίδιο. Αν το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0.05 τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση H_0 : δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών.

#21δ: Επίπεδο κατάρτισης στην Ι.τ.Μ. vs #19: Ανασφάλεια στη χρήση Ι.Σ.

Σύμφωνα με τον Πίνακα 29 υπάρχει μόνο μια ασθενής αρνητική συσχέτιση μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών, η οποία μπορεί να θεωρηθεί στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0.01, διότι το πλήθος των συμμετεχόντων της έρευνας είναι $N=102 > 100$ (Creswell, 2008).

Πίνακας 29. Correlations

		21δ	19
Kendall's tau_b	21δ	Correlation Coefficient	1,000
		Sig. (2-tailed)	,004
		N	102
	19	Correlation Coefficient	-,244**
		Sig. (2-tailed)	,004
		N	102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Η αρνητική συσχέτιση αναμένονταν σαφώς ισχυρότερη, διότι θα ήταν φυσιολογικό ότι όσο αυξάνονταν το επίπεδο της αίσθησης κατάρτισης σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ., τόσο θα μειώνονταν η ανασφάλεια στη χρήση τους.

E.E. 2

Στη συνέχεια διεξήχθησαν συσχετίσεις που αφορούσαν το E.E 2 για να διερευνηθούν οι θέσεις και οι στάσεις των συμμετεχόντων σχετικά με το επίπεδο σημαντικότητας της κατάρτισης/ επιμόρφωσης στην αξιοποίηση των Ι.Σ. Αρχικά, ελέγχθηκε αν οι παράγοντες Φύλο (Ερ.1) και Ι.τ.Μ στο Π.Σ. (Δηλ.15) επηρέασαν τη Δήλωση 17(Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ).

#1: Φύλο vs #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ

Σύμφωνα με τον Πίνακα 30 που ακολουθεί, διαπιστώθηκε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική εξάρτηση μεταξύ των παραγόντων που εξετάστηκαν [$\chi^2=0.553$, $df=3$, $p=0.907>a=0.05$]. Συγκεκριμένα ο παράγοντας Φύλο δε φαίνεται να επηρεάζει τη στάση των συμμετεχόντων όσον αφορά τη σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ για την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου.

Πίνακας 30. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	,553 ^a	3	,907
Likelihood Ratio	,549	3	,908
Linear-by-Linear Association	,159	1	,690
N of Valid Cases	102		

a. 1 cells (12,5%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4,31.

#15: Ι.τ.Μ στο Π.Σ vs #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ

Ο Πίνακας 31 αναδεικνύει την ανεξαρτησία των δύο μεταβλητών [$\chi^2=0.923$, $df=3$, $p=0.820>a=0.05$]

Πίνακας 31. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	0,923 ^a	3	,820
Likelihood Ratio	0,927	3	,819
Linear-by-Linear Association	,003	1	,959
N of Valid Cases	102		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 5,18.

Συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες των οποίων στο Π.Σ της σχολής τους συμπεριλαμβάνονταν η Ι.τ.Μ ή κάποιο παρεμφερές μάθημα, δε θεώρησαν αρκούντως σημαντική την κατάρτιση/επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ.

Ακολούθως, εξετάστηκε η συσχέτιση (Πίνακας 32) μεταξύ της Ερ.9 (Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών) και της Δηλ.20 (Η επιμόρφωση/κατάρτιση των εκπαιδευτικών στην Ι.τ.Μ είναι αναγκαία πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού τους έργου).

#9: Χρόνια εμπειρίας vs #20: Η επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ. είναι σημαντική pre-service

Πίνακας 32. Correlations

			Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	Αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.
Kendall's tau_b	Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	Correlation Coefficient	--	
		Sig. (2-tailed)	.	
		N	102	
	Αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.	Correlation Coefficient	,074	--
		Sig. (2-tailed)	,366	.
		N	102	102

Ο συντελεστής συσχέτισης Kendall's tau_b αναδεικνύει μια ιδιαίτερα ασθενή θετική συσχέτιση ($\tau=0.074$), η οποία δεν είναι στατιστικά σημαντική ($p=0.366 > \alpha=0.05$), μεταξύ των χρόνων εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών και της αναγκαιότητας επιμόρφωσης/κατάρτισης των εκπαιδευτικών πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου.

Τέλος, ο Πίνακας συνάφειας 33, που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα, περιλαμβάνει ελέγχους συσχέτισης των κάτωθι μεταβλητών διάταξης:

Πολλαπλές συσχετίσεις της #17: Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ

Ελέγχθηκε η επίδραση των παραγόντων *Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών, Ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ., Επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο, Γενική Παιδαγωγική επάρκεια* στη στάση των εκπαιδευτικών σχετικά με τη *Σημαντικότητα της κατάρτισης/επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ για την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου.*

Πίνακας 33. Correlations

Kendall's tau_b	9.Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	9.Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	14.Με ενδιαφέρει η Ιστορία των Μαθηματικών	17. Επμόρφωση/ κατάρτιση στην Ι.Τ.Μ. είναι σημαντική	21α.Επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο	21γ. Παιδαγωγική επάρκεια
	Correlation Coefficient	--				
	Sig. (2-tailed)					
	N	102				
	Correlation Coefficient	,216**	--			
	Sig. (2-tailed)	,010				
	N	102	102			
	Correlation Coefficient	,103	,469**	--		
	Sig. (2-tailed)	,214	<,001			
	N	102	102	102		
	Correlation Coefficient	,116	,056	,098	--	
	Sig. (2-tailed)	,179	,530	,271		
	N	102	102	102	102	
	Correlation Coefficient	,067	,009	,137	,404**	--
	Sig. (2-tailed)	,428	,918	,112	<,001	
	N	102	102	102	102	102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

α) Υπάρχει ασθενής θετική συσχέτιση ($\tau=0.103$) η οποία δεν είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha=0.05$ ($p=0.214>0.05=\alpha$) μεταξύ των μεταβλητών *Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών* και *Σημαντικότητας της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.* Συγκεκριμένα, ο παράγοντας *Χρόνια διδασκαλίας...* δεν επηρεάζει σημαντικά τη στάση των συμμετεχόντων σχετικά με την *Επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ.*

β) Αντίθετα, διαπιστώθηκε μέτρια θετική συσχέτιση ($\tau=0.469$) η οποία ήταν στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha=0.01$ ($p<0.001<0.01=\alpha$) μεταξύ των μεταβλητών *Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ* και *Σημαντικότητας ... στην Ι.τ.Μ.* Αυτό το μέγεθος του συντελεστή τ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για περιορισμένη πρόβλεψη της μιας μεταβλητής από την άλλη (Cohen et al., 2008). Συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται το ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. αυξάνεται και το επίπεδο σημαντικότητας της στάσης των εκπαιδευτικών για την επιμόρφωση/κατάρτιση σ' αυτήν.

γ) Μεταξύ των μεταβλητών *Αίσθηση επάρκειας στο γνωστικό αντικείμενο* και *Σημαντικότητας...στην Ι.τ.Μ.* αναδείχθηκε ασθενής θετική συσχέτιση η οποία δεν ήταν στατιστικά σημαντική [$\tau=0,098$, $p=0.271>0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο δεν επηρέασε τη στάση των υποκειμένων της έρευνας έναντι της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.

δ) Η συσχέτιση των μεταβλητών *Παιδαγωγική επάρκεια vs Σημαντικότητα...στην Ι.τ.Μ.* υπολογίστηκε θετική-ασθενής και όχι στατιστικά σημαντική [$\tau=0.137$, $p=0.112>0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, η αίσθηση παιδαγωγικής επάρκειας των εκπαιδευτικών δε σχετίζεται με τη στάση τους έναντι της σημαντικότητας της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ.

ε) Τέλος, από τον Πίνακα συνάφειας 33 αναδείχθηκε μια συσχέτιση άξια να αναφερθεί. Συγκεκριμένα, υπάρχει μέτρια θετική συσχέτιση ($\tau=0.404$) στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha=0.01$ ($p<0.001<0.01=\alpha$) μεταξύ των μεταβλητών διάταξης (ordinal) *Παιδαγωγική επάρκεια* και *Επάρκεια στο γνωστικό αντικείμενο.*

E.E. 3

Ακολούθως, διεξήχθησαν έλεγχοι-συσχετίσεις που αφορούσαν το E.E 3 για να διερευνηθούν περαιτέρω οι θέσεις και οι στάσεις των συμμετεχόντων σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ., που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, στη διδακτική διαδικασία. Πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι κανονικότητας (Kolmogorov-Smirnov & Shapiro-Wilk) για τις μεταβλητές που ενεπλάκησαν στις συσχετίσεις του E.E 3, μέσω των οποίων εξήχθη το συμπέρασμα ότι δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Επομένως, εφαρμόστηκαν μη-παραμετρικοί έλεγχοι για τη διακρίβωση των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών.

Έλεγχοι-συσχετίσεις της #26α: Ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου μέσω των Ι.Σ.

Αρχικά, ελέγχθηκε αν οι παράγοντες *Επίπεδο σπουδών (Ερ.3)*, *Καθεστώς εργασίας (Ερ.6)* και *Ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. (Δήλ.14)* των συμμετεχόντων επηρεάζουν και σε ποιο βαθμό τη *Δήλ.26α* ότι *Η χρήση των Ι.Σ. ωφελεί τους εκπαιδευτικούς όσον αφορά την ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου*.

Το Kruskal-Wallis (H) test χρησιμοποιήθηκε για να καθορίσει κατά πόσο υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ ομάδων των παραγόντων που αναφέρθηκαν πιο πάνω στη *Δήλ.26α*. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι : α) δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των συμμετεχόντων που δήλωσαν ότι *Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει τη γνώση περιεχομένου* ως προς το *Επίπεδο σπουδών τους* [$H=0.306$, $df=2$, $p=0.858>a=0.05$]. β) Διατηρείται η μηδενική υπόθεση (H_0), που σημαίνει ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ αυτών που καταχώρισαν τη δήλωσή τους στην 26α ως προς το *Καθεστώς εργασίας τους* [$H=6.111$, $df=5$, $p=0.296>0,05=a$]. γ) Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά σε επίπεδο $a=0.05$, άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, μεταξύ των συμμετεχόντων στη *Δήλ.26α* ως προς το *Ενδιαφέρον τους για την Ι.τ.Μ.* [$H=9.938$, $df=3$, $p=0.019<0.05=a$]. Για τις συγκεκριμένες μεταβλητές έγιναν και έλεγχοι συσχέτισης (Kendall's tau_b) που παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 34. Correlations

		3	6	14	26α	
Kendall's tau_b	3. Επίπεδο σπουδών	Correlation Coefficient	--			
		Sig. (2-tailed)	.			
		N	102			
6. Καθεστώς εργασίας		Correlation Coefficient	-,195*	--		
		Sig. (2-tailed)	,030	.		
		N	102	102		
14. Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ.		Correlation Coefficient	-,037	-,182*	--	
		Sig. (2-tailed)	,678	,035	.	
		N	102	102	102	
26α. Ενισχύει τη γνώση περιεχομένου		Correlation Coefficient	,038	-,195*	,266**	--
		Sig. (2-tailed)	,680	,027	,003	.
		N	102	102	102	102

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Παρατηρούμε ότι, η συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών 3 και 26α ήταν οριακά θετικά-ασθενής και όχι στατιστικά σημαντική [$\tau=0.038$, $p=0.680>0.05=a$]. Μεταξύ των 6 και 26α αναδείχθηκε μια αρνητική-ασθενής συσχέτιση στατιστικά σημαντική [$\tau=-0.195$, $p=0.027<0.05=a$] και τέλος μεταξύ των 14 και 26α προέκυψε μια ασθενής προς μέτρια θετική συσχέτιση στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0.01 [$\tau=0.266$, $p=0.003<0.01=a$]. Η τελευταία συσχέτιση αναμένονταν ισχυρότερη, διότι θα περίμενε κανείς το ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. να επηρεάζε σε μεγαλύτερο βαθμό την άποψη των συμμετεχόντων για την ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου μέσω της χρήσης των Ι.Σ.

Έλεγχοι-συσχετίσεις #26γ: Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει την επικοινωνία με τους μαθητές

Πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι ανεξαρτησίας (χ^2) και συσχετίσεων (Kendall's tau_b), μεταξύ των παραγόντων Φύλο (Ερ. 1), Κύκλου σπουδών που διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Ερ.7) και Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ. 9) με την επίδρασή τους Στην ενίσχυση/ενδυνάμωση της επικοινωνίας με τους μαθητές μέσω των Ι.Σ. (26γ), οι οποίοι παρουσιάζονται στους Πίνακες 35, 36 αντίστοιχα.

Πίνακας 35. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	2,733 ^a	4	,603
Likelihood Ratio	3,031	4	,553
Linear-by-Linear Association	,570	1	,450
N of Valid Cases	102		

a. 4 cells (40,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,39.

Επειδή παραβιάζεται ο όρος τα κελιά με συχνότητα <5 να είναι $\leq 20\%$ θα χρησιμοποιηθεί ο έλεγχος πηλίκου πιθανοφανειών για να ερμηνεύσουμε τη σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών: [$LR\chi^2=3.031$, $df=4$, $p=0.553>0.05=a$], ο οποίος δηλώνει ότι ο παράγοντας Φύλο (Ερ.1) δεν επηρεάζει τη Δήλ. 26γ.

Πίνακας 36. Correlations

		7	9	26γ
Kendall's tau_b	7.Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός	Correlation Coefficient	--	
		Sig. (2-tailed)	.	
		N	102	
9.Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών		Correlation Coefficient	,119	--
		Sig. (2-tailed)	,167	.
		N	102	102
26γ.Ενισχύει την επικοινωνία με τους μαθητές		Correlation Coefficient	-,054	,209*
		Sig. (2-tailed)	,554	,014
		N	102	102

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Από τις παραπάνω συσχετίσεις αξίζει να αναφερθεί μόνο η στατιστικά σημαντική, σε επίπεδο $a=0.05$, ασθενής-θετική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα 9 και της δήλωσης 26γ [$\tau=0.209$, $p=0.014<0.05=a$], δηλαδή ο παράγοντας Χρόνια διδασκαλίας στα Μαθηματικά επηρεάζει ασθενώς θετικά τις δηλώσεις των εκπαιδευτικών ότι Η χρήση των Ι.Σ. ενισχύει/ενδυναμώνει την επικοινωνία τους με τους μαθητές.

Έλεγχοι-συσχετίσεις #27α: Βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών μέσω Ι.Σ.

Ελέγχθηκε αν οι παράγοντες Φύλο (Ερ.1), Χρόνια εμπειρίας... (Ερ.9) και Στο Π.Σ. του τμήματος... συμπεριλαμβάνονταν η Ι.τ.Μ... (Ερ.15) επηρέασαν και σε ποιο βαθμό τη στάση των εκπαιδευτικών στη δήλωση ότι Η ενσωμάτωση των Ι.Σ. στη διδασκαλία θα μπορούσε να συμβάλει στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών (Δήλ.27α). Αρχικά, έγινε έλεγχος χ^2 μεταξύ Ερ.1 και Δήλ.27α τα αποτελέσματα του οποίου παρουσιάζονται στον Πίνακα 37.

Πίνακας 37 . Έλεγχοι Chi-Square

Ο παράγοντας Φύλο δεν επηρεάζει τη στάση των εκπαιδευτικών όσον αφορά ότι Η ενσωμάτωση των Ι.Σ. θα συμβάλει στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών
 [LR χ^2 =0.723, df=3, p=0.868>0.05=a].

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	,727 ^a	3	,867
Likelihood Ratio	,723	3	,868
Linear-by-Linear Association	,113	1	,737
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,57.

Στη συνέχεια ελέγχθηκε η επίδραση της Εμπειρίας... των Μαθηματικών στη Συμβολή των Ι.Σ.... των Μαθηματικών με μη παραμετρικό έλεγχο Kendall's tau_b (Πίνακας 38).

Πίνακας 38. Correlations

		9	27α
Kendall's tau_b	9. Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	Correlation Coefficient	--
		Sig. (2-tailed)	.
		N	102
27α. Τα Ι.Σ. συμβάλουν στη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών	27α. Τα Ι.Σ. συμβάλουν στη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών	Correlation Coefficient	,045 --
		Sig. (2-tailed)	,600 .
		N	102 102

Είναι προφανές ότι υπάρχει ασθενής θετική συσχέτιση στατιστικά μη σημαντική [τ =0.045, p=0.6>0.05=a]. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας της Ερ.9 δεν επηρεάζει γραμμικά τη Δήλ.27α.

Στον Πίνακα 39 που ακολουθεί, ελέγχθηκε αν ο παράγοντας της Συμπερίληψης της Ι.τ.Μ. ή παρεμφερούς μαθήματος στο Π.Σ. των συμμετεχόντων επηρέασε τη στάση τους στην άποψη ότι Η ενσωμάτωση των Ι.Σ. στη διδακτική πρακτική θα μπορούσε να συμβάλει στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Πίνακας 39. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,229 ^a	3	,746
Likelihood Ratio	1,231	3	,746
Linear-by-Linear Association	,523	1	,470
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,88.

Συγκεκριμένα, η άποψη ότι η συμπερίληψη των Ι.Σ. θα μπορούσε να βελτιώσει τη διδασκαλία των Μαθηματικών δεν εξαρτάται από το αν στο Π.Σ. του τμήματος από το οποίο αποφοίτησαν οι συμμετέχοντες υπήρχε η Ι.τ.Μ. ή άλλο παρεμφερές μάθημα.

[LR χ^2 =1.231, df=3, p=0.746>0.05=a]

Συσχετίσεις #28β: Η χρήση των Ι.Σ. εξανθρωπίζει τα Μαθηματικά

Ελέγχθηκε αν η άποψη ότι Η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να δώσει στα Μαθηματικά “ανθρώπινο” πρόσωπο ...(Δήλ.28β) σχετίζεται και σε ποιο βαθμό με τους παράγοντες Κύκλο σπουδών στον οποίο

διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Ερ.7), Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία (Ερ.9) και Ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. (Δήλ.14).

Πίνακας 40. Correlations

		7	9	14	28β	
Kendall's tau_b	7. Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός	Correlation Coefficient	--			
		Sig. (2-tailed)	.			
		N	102			
9. Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών		Correlation Coefficient	,119	--		
		Sig. (2-tailed)	,167	.		
		N	102	102		
14. Με ενδιαφέρει η Ιστορία των Μαθηματικών		Correlation Coefficient	-,158	,216**	--	
		Sig. (2-tailed)	,077	,010	.	
		N	102	102	102	
28β. Η χρήση των Ι.Σ. προσδίδει στα Μαθηματικά "ανθρώπινο" πρόσωπο...		Correlation Coefficient	-,052	,084	,320**	--
		Sig. (2-tailed)	,571	,330	<,001	.
		N	102	102	102	102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Όπως παρουσιάζονται τα αποτελέσματα στον Πίνακα 40, συμπεραίνουμε ότι μεταξύ των μεταβλητών (7, 28β) και (9, 28β) που εξετάστηκαν υπάρχουν ασθενείς συσχετίσεις οι οποίες δεν είναι στατιστικά σημαντικές. Άρα, οι παράγοντες 7, 9 δεν επηρεάζουν τη δήλωση 28β. Όμως, διαπιστώθηκε μέτρια θετική συσχέτιση ($\tau = 0.320$) στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha = 0.01$ ($p < 0.001$). Συγκεκριμένα, ο παράγοντας *Ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ.* επηρεάζει θετικά την άποψη ότι *Η χρήση των Ι.Σ. προσδίδει "ανθρώπινο" πρόσωπο στα Μαθηματικά...*

Έλεγχοι-συσχετίσεις #28ζ: Αποπροσανατολισμός και ανάδειξη ανεπάρκειας λόγω χρήσης Ι.Σ.

Ο διπλανός Πίνακας 41, παρουσιάζει το αποτέλεσμα του ελέγχου ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ του παράγοντα

Φύλο (Ερ.1) και της Δήλ.28ζ ότι Η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να αποπροσανατολίσει τη διδακτική διαδικασία και να αναδείξει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών ...

$[\chi^2 = 1.342, df = 4, p = 0.854 > 0.05 = \alpha]$. Είναι προφανές ότι ο παράγοντας *Φύλο* δεν επηρεάζει τη στάση των συμμετεχόντων στη *Δήλωση 28ζ*.

Ακολούθως, διενεργήθηκαν έλεγχοι συσχέτισης (Kendall's tau_b) μεταξύ των μεταβλητών *Αίσθηση διδακτικής επάρκειας (Δήλ.21β)* και *Αίσθηση πληρότητας κατάρτισης για την αξιοποίηση των*

Πίνακας 41. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,342 ^a	4	,854
Likelihood Ratio	1,356	4	,852
Linear-by-Linear Association	,806	1	,369
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,78.

I.Σ. (Δήλ. 21δ) από τη μια και *H* χρήση των *I.Σ.* ενδέχεται να αποπροσανατολίσει την τάξη και να αναδείξει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών σε ζητήματα της *I.τ.Μ.* (Δήλ. 28ζ) από την άλλη, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 42.

Πίνακας 42. Correlations

		28ζ	21β	21δ
Kendall's tau_b	28ζ. Η χρήση των <i>I.Σ.</i> ενδέχεται να αποπροσανατολίσει και να αναδείξει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών	Correlation Coefficient	--	
		Sig. (2-tailed)	.	
		N	102	
21β. Διδακτική επάρκεια (τεχνικές, μέσα, μορφές...)		Correlation Coefficient	,258**	--
		Sig. (2-tailed)	,003	.
		N	102	102
21δ. Αίσθηση κατάρτισης για την αξιοποίηση της <i>I.τ.Μ.</i> που περιέχεται στα <i>I.Σ.</i>		Correlation Coefficient	-,055	,363**
		Sig. (2-tailed)	,511	<,001
		N	102	102
				102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτιση, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$, μεταξύ των μεταβλητών του ζεύγους (21β, 28ζ) [$\tau=0.258$, $p=0.003<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, αυξανόμενη η αίσθηση διδακτικής επάρκειας, αυξάνεται ασθενώς προς μέτρια και η στάση ότι η χρήση των *I.Σ.* είναι δυνατόν να αποπροσανατολίσει την τάξη και να αναδείξει την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών στο χειρισμό τέτοιου είδους συζητήσεων. Η γραμμική συσχέτιση του ζεύγους (21δ, 28ζ) είναι ασθενής και δεν είναι στατιστικά σημαντική [$\tau=-0.055$, $p=0.511>0.05=\alpha$]. Να επισημάνουμε τη μέτρια θετική στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών *Διδακτική επάρκεια* και *Αίσθηση κατάρτισης στην αξιοποίηση των *I.Σ.** [$\tau=0.363$, $p<0.001<0.01=\alpha$]. Οι εκπαιδευτικοί που αισθάνονται διδακτικά επαρκείς, αισθάνονται και καταρτισμένοι για την αξιοποίηση της *I.τ.Μ.* που περιέχεται στα *I.Σ.*

*Συσχετίσεις #28στ: Η χρήση των *I.Σ.* εμπόδιο στην ολοκλήρωση της ύλης*

Οι επόμενες στατιστικές αναλύσεις με τη χρήση του συντελεστή Kendall's tau_b πραγματοποιήθηκαν για να διερευνηθεί κατά πόσο *Ο κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Ερ. 7)*, *Τα χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ. 9)* και *Η αίσθηση επάρκειας στο γνωστικό αντικείμενο (Δήλ. 21α)* σχετίζονται με την άποψη ότι *Η χρήση των *I.Σ.* είναι δυνατόν να αποτελέσει τροχόπεδη στην ολοκλήρωση της ύλης (Δήλ. 28στ)*. Τα εξαγόμενα της ανάλυσης υποδηλώνουν ασθενείς συσχετίσεις, μη σημαντικές στατιστικά:

- α) 7 vs 28στ : [$\tau=0.006$, $p=0.945>0.05=\alpha$], β) 9 vs 28στ: [$\tau=-0.097$, $p=0.238>0.05=\alpha$] και
- γ) 21α vs 28στ : [$\tau=0.014$, $p=0.874>0.05=\alpha$].

Αναμενόταν η συσχέτιση μεταξύ της *Ερ. 7* και της *Δήλ. 28στ* να ήταν μέτρια ή ισχυρή, διότι ειδικά κατά το σχολικό έτος 2021-2022 εφαρμόστηκε η Τ.Θ.Δ.Δ. και θα ήταν πιθανό το άγχος για την ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης να είχε κυριεύσει τους συμμετέχοντες στην έρευνα.

Συσχετίσεις #28η: Κατανόηση εννοιών μέσω Ι.Σ. για την ανακάλυψη και εξέλιξή τους

Οι συσχετίσεις που διενεργήθηκαν μεταξύ των μεταβλητών *Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. (Δήλ.14)* και *Καταπολέμηση της “μαθηματικοφοβίας”...(Δήλ.16)* από τη μια και *Κατάκτηση της γνώσης μέσω της πληροφορίας για τη διαχρονική εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών (Δήλ.28η)* από την άλλη, παρήγαγαν τα εξαγόμενα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 43 που ακολουθεί.

Πίνακας 43. Correlations

		14	16	28η	
Kendall's tau_b	14. Με ενδιαφέρει η Ιστορία των Μαθηματικών	Correlation Coefficient	--		
		Sig. (2-tailed)	.		
		N	102		
	16. Αντιμέτωπιση της "μαθηματικοφοβίας" μέσω της παιδαγωγικής & επιστημολογικής κατάρτισης	Correlation Coefficient	,225*	--	
		Sig. (2-tailed)	,011	.	
		N	102	102	
	28η. Κατάκτηση της γνώσης μέσω της πληροφορίας για τη διαχρονική εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών	Correlation Coefficient	,391**	,314**	--
		Sig. (2-tailed)	<,001	<,001	.
		N	102	102	102

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Παρατηρείται μέτρια θετική συσχέτιση, στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha=0.01$, μεταξύ αυτών που ενδιαφέρονται για την Ι.τ.Μ. και της στάσης τους, ότι η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να βοηθήσει τους μαθητές στην κατανόηση Μαθηματικών εννοιών μέσω της πληροφορίας που δέχονται για τη διαχρονική εξέλιξή τους [$\tau=0.391$, $p<0.001$]. Επίσης, μέτρια θετική συσχέτιση, στατιστικά σημαντική σε επίπεδο $\alpha=0.01$, εμφανίζεται μεταξύ των συμμετεχόντων που θεωρούν ότι η “μαθηματικοφοβία” καταπολεμείται μέσω της παιδαγωγικής και επιστημολογικής κατάρτισης και αυτών που ενστερνίζονται την άποψη ότι η κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω της πληροφορίας που δέχεται ο μαθητής για την ανακάλυψη και τη διαχρονική εξέλιξη τους [$\tau=0.314$, $p<0.001$].

Έλεγχοι-συσχετίσεις #29: Δραστηριότητες με βάση την Ι.τ.Μ. να περιλαμβάνονται στο Π.Σ.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι Kruskal Wallis για τις προαναφερόμενες μεταβλητές οι οποίοι ανέδειξαν ότι δύο πληθυσμοί της ανεξάρτητης μεταβλητής *Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ.9)* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς τη στάση τους για τη *Συμπερίληψη των δραστηριοτήτων με βάση την Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. (Δήλ.29)* [$H=11.303$, $df=4$, $p=0.023<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, η διεξαγωγή ανάλυσης διακύμανσης βασισμένη στις τάξεις μεγέθους των τιμών της *Δήλωσης 29* ανέδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά των διαμέσων μεταξύ των ομάδων 1-8 και >33 χρόνων εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα:

Pairwise Comparisons of Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών

Sample 1-Sample 2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig. ^a
1-8->33	-32,650	9,989	-3,268	,001	,011

Στη συνέχεια, παρατίθεται ο Πίνακας 44 συσχετίσεων μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών Καθεστώς εργασίας (*Ερ.6*), Χρόνια εμπειρίας... (*Δήλ.9*) από τη μία και της Δήλωσης 29 (*Συμπερίληψη των δραστηριοτήτων με βάση την Ι.τ.Μ.*) από την άλλη.

Πίνακας 44. Correlations

		6	9	29	
Kendall's tau_b	6. Καθεστώς εργασίας	Correlation Coefficient	--		
		Sig. (2-tailed)	.		
		N	102		
	9. Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών	Correlation Coefficient	-,322**	--	
		Sig. (2-tailed)	<,001	.	
		N	102	102	
	29. Συμπερίληψη στο Π.Σ. δραστηριοτήτων με βάση την Ι.τ.Μ.	Correlation Coefficient	-,192*	,256**	--
		Sig. (2-tailed)	,026	,002	.
		N	102	102	102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ασθενής αρνητική γραμμική συσχέτιση μεταξύ της *Ερ.6* και της *Δήλ.29* [$\tau=-0.192$, $p=0.026<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, όσο προχωράμε σε ελαστικότερες μορφές εργασίας μειώνεται το επίπεδο συμφωνίας με την άποψη της συμπερίληψης δραστηριοτήτων με βάση την Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. των Μαθηματικών. Ενώ, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ($p=0.002<0.01=\alpha$) ασθενής προς μέτρια θετική γραμμική συσχέτιση ($\tau=0.256$) μεταξύ της *Ερ.9* και της *Δήλ.29*. Συγκεκριμένα, αυξανόμενα τα χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών αυξάνεται και το επίπεδο συμφωνίας με την άποψη ότι πρέπει να συμπεριληφθούν στο Π.Σ. των Μαθηματικών δραστηριότητες με βάση την Ι.τ.Μ.

E.E. 4

Για το E.E.4 διεξήχθησαν έλεγχοι-συσχετίσεις για να διερευνηθούν περαιτέρω οι θέσεις και οι στάσεις των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα σχετικά με τους παράγοντες που είναι δυνατόν να επηρεάσουν θετικά ή αρνητικά την αξιοποίηση των Ι.Σ., που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, στη διδακτική διαδικασία. Πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι κανονικότητας (Kolmogorov-Smirnov & Shapiro-Wilk) για τις μεταβλητές που ενεπλάκησαν στις συσχετίσεις του E.E. 4, μέσω των οποίων προέκυψε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση (H_0), δηλαδή ότι δεν ακολουθούν την κανονική κατα-

νομή. Επομένως, εφαρμόστηκαν μη-παραμετρικοί έλεγχοι για τη διακρίβωση των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών. Τέλος, να επισημανθεί ότι πραγματοποιήθηκαν πολλαπλοί έλεγχοι μεταξύ των μεταβλητών και επιλέχθηκε να παρουσιαστούν οι στατιστικά σημαντικοί ή αυτοί που παρουσίαζαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

#15: Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. vs #24α: Μη χρήση Ι.Σ. λόγω έλλειψης ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ.

Πραγματοποιήθηκε έλεγχος ανεξαρτησίας με το κριτήριο χ^2 , για να διαπιστωθεί αν ο παράγοντας Συμπερίληψης της Ι.τ.Μ. ή παρεμφερούς μαθήματος στο Π.Σ. του τμήματος από το οποίο αποφοίτησαν οι εκπαιδευτικοί (Ερ.15) επηρέασε την άποψή τους ότι η Μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία οφείλεται στην έλλειψη ιστορικής προοπτικής του Π.Σ. (Δήλ.24α), του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 45:

Πίνακας 45. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	9,778 ^a	4	,044
Likelihood Ratio	11,423	4	,022
Linear-by-Linear Association	,550	1	,458
N of Valid Cases	102		

a. 4 cells (40,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,88.

Το γεγονός ότι παραβιάζεται ο όρος $\leq 20\%$ των κελιών να έχουν συχνότητα <5 μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε το πηλίκo ελέγχου πιθανοφανειών για να αποφανθούμε για τη σχέση εξάρτησης των δύο μεταβλητών [$LR(\chi^2)=11,423$, $df=4$, $p=0.022<0.05=a$]. Συγκεκριμένα, ο έλεγχος χ^2 έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική εξάρτηση σε επίπεδο $a=0.05$, μεταξύ του παράγοντα 15 και της δήλωσης 24α, δηλαδή το γεγονός της Συμπερίληψης της Ι.τ.Μ...οι εκπαιδευτικοί, επηρέασε την άποψη τους για την Έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ. των μαθηματικών ως αίτιου για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. στη διδακτική διαδικασία.

#1: Φύλο vs #24β: Μη χρήση Ι.Σ. λόγω απουσίας σχετικών θεμάτων στις εξετάσεις

Πραγματοποιήθηκε έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 για να διαπιστωθεί αν ο παράγοντας Φύλο (Ερ.1) επηρέασε τη στάση των συμμετεχόντων σχετικά με τη δήλωση ότι ένας αποτρεπτικός παράγοντας για τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. είναι και η Μη εξέταση σχετικών θεμάτων στις γραπτές εξετάσεις (Δήλ.24β). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 46 που ακολουθεί.

Πίνακας 46. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	14,287 ^a	4	,006
Likelihood Ratio	15,901	4	,003
Linear-by-Linear Association	5,706	1	,017
N of Valid Cases	102		

a. 3 cells (30,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,96.

Για τους λόγους που έχουν αναφερθεί και πιο πάνω θα χρησιμοποιηθεί ο έλεγχος Likelihood Ratio για να εκτιμηθεί η σχέση των δύο μεταβλητών [$LR(\chi^2)=15.901$, $df=4$, $p=0.003<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας Φύλο και ειδικά ο πληθυσμός των ανδρών, επηρέασε στατιστικά σημαντικά την άποψη των συμμετεχόντων ότι η Μη εξέταση θέματος σχετικού με την Ι.τ.Μ. στις εξετάσεις αποτελεί αποτρεπτικό παράγοντα χρήσης των Ι.Σ. στη διδασκαλία.

Συσχετίσεις #24γ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω της άποψης ότι προκαλούν χάσιμο χρόνου

Διενεργήθηκαν αναλύσεις συσχέτισης Kendall's tau_b μεταξύ των μεταβλητών από τις οποίες αναδείχθηκαν τα κάτωθι αποτελέσματα:

α) Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ασθενής θετική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα Σχέση εργασίας (Ερ.6) και της δήλωσης ότι η Χρήση διδακτικού υλικού βασισμένου στα Ι.Σ. είναι χάσιμο χρόνου (Δήλ.24γ) [$\tau=0.199$, $p=0.02<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, προχωρώντας προς ελαστικότερες μορφές εργασίας αυξάνεται ελαφρά και η συμφωνία ότι η χρήση των Ι.Σ. αποτελεί χάσιμο χρόνου.

β) Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική αρνητική ασθενής συσχέτιση μεταξύ του προβλεπτικού παράγοντα Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ.9) και της Δήλωσης 24γ [$\tau=-0.222$, $p=0.007<0.01=\alpha$]. Συγκεκριμένα, αυξανόμενα τα χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών μειώνεται ο βαθμός συμφωνίας ότι η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία είναι χάσιμο χρόνου.

γ) Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική μέτρια αρνητική συσχέτιση μεταξύ του βαθμού συμφωνίας της Δήλωσης 14: Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. και της εξεταζόμενης μεταβλητής της Δήλωσης 24γ [$\tau=-0.320$, $p<0.001$]. Συγκεκριμένα, αυξανόμενο το επίπεδο ενδιαφέροντος για την Ι.τ.Μ., όπως ήταν αναμενόμενο μειώνεται ο βαθμός συμφωνίας των εκπαιδευτικών με την άποψη ότι η Χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία είναι χάσιμο χρόνου.

δ) Ομοίως, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ασθενής προς μέτρια αρνητική συσχέτιση μεταξύ της στάσης των εκπαιδευτικών για Την ανάγκη επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ. πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου (Δήλ.20) και της άποψης ότι η Χρήση των Ι.Σ. είναι χάσιμο χρόνου (Δήλ.24γ) [$\tau=-0.267$, $p=0.001<0.01=\alpha$]. Συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες στην έρευνα που θεωρούν ότι η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ. είναι αναγκαία πριν ο εκπαιδευτικός διδάξει για πρώτη φορά διαφωνούν ασθενώς προς μέτρια με τη στάση ότι η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία είναι χάσιμο χρόνου. Στο σημείο αυτό θα αναμέναμε υψηλότερο επίπεδο διαφωνίας.

#1: Φύλο vs #24δ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω ελλιπούς εκπροσώπησης στα σχολικά βιβλία

Μεταξύ των μεταβλητών Φύλο (Ερ.1) και Η μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. οφείλεται στην ελλιπή εκπροσώπηση της Ι.τ.Μ. στα σχολικά εγχειρίδια (Δήλ.24δ), διενεργήθηκε ανάλυση διακύμανσης Krus-

kal-Wallis βασισμένη στις τάξεις μεγέθους της δήλωσης 24δ. Το αποτέλεσμα ήταν να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση (H_0) αναδεικνύοντας το γεγονός ότι οι δύο πληθυσμοί του παράγοντα φύλο διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς τη διάμεση τιμή τους [$H=4.524$, $df=1$, $p=0.033<0.05=a$].

Συγκεκριμένα, οι δηλώσεις των γυναικών σχετικά με την επάρκεια των Ι.Σ. στα σχολικά εγχειρίδια ως λόγος μη ικανοποιητικής χρήσης τους παρουσιάζουν μεγαλύτερη διακύμανση σε σχέση με των ανδρών.

Για τη δήλωση 24ε που αφορούσε *Τη μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. στη διδακτική πρακτική λόγω υπερφορτωμένου προγράμματος σπουδών* δεν προέκυψαν στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις ή έλεγχοι.

Έλεγχοι-συσχετίσεις #24στ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω αδιαφορίας των μαθητών

Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι ανεξαρτησίας με το κριτήριο χ^2 για να διαπιστωθεί αν οι παράγοντες *Φύλο (Ερ.1)* και *Μορφή εργασίας (Ερ.6)* των συμμετεχόντων επηρέασαν τη στάση τους στη *Δήλωση 24στ: Η μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. στη διδακτική πρακτική οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. βαρετή/αδιάφορη*. Στον Πίνακα 47 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πρώτου ελέγχου.

Πίνακας 47. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	9,731 ^a	4	,045
Likelihood Ratio	9,836	4	,043
Linear-by-Linear Association	1,283	1	,257
N of Valid Cases	102		

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,75.

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση περί ανεξαρτησίας των δύο μεταβλητών [$\chi^2=9.731$, $df=4$, $p=0.045<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας *Φύλο* επηρεάζει τη στάση των εκπαιδευτικών στη *Δήλωση 24στ*. Αναλογικά μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών εκφράζει τη διαφωνία του με τη *Δήλωση 24στ* σε σχέση με τους άντρες.

Συνεχίζοντας, στον Πίνακα 48 εμφανίζονται τα αποτελέσματα του δεύτερου ελέγχου.

Πίνακας 48. Έλεγχοι Chi-Square

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	35,661 ^a	20	,017
Likelihood Ratio	39,849	20	,005
Linear-by-Linear Association	5,858	1	,016
N of Valid Cases	102		

a. 26 cells (86,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is , 21.

Ο δείκτης Likelihood Ratio μας πληροφορεί ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ ο παράγοντας *Μορφή εργασίας* επηρεάζει τη *Δήλωση 24στ* [$LR(\chi^2)$, $df=20$, $p=0.005<0.01=\alpha$]. Συγκεκριμένα, οι συμ-

μετέχοντες που είναι μόνιμοι σε δημόσια εκπαιδευτική δομή εξέφρασαν σε μεγαλύτερο ποσοστό τη διαφωνία τους με τη δήλωση 24στ, σε σχέση με τους εκπαιδευτικούς των άλλων μορφών εργασίας.

Ακολουθώντας, διενεργήθηκαν συσχετίσεις με τη χρήση του δείκτη Kendall's tau_b μεταξύ των παραγόντων *Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. (Δήλ.14)* και *Η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική (Δήλ.30)* από τη μια και της *Δήλ. 24στ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω αδιαφορίας των μαθητών* από την άλλη. Τα αποτελέσματα των συσχετιστικών αναλύσεων εμφανίζονται στη συνέχεια:

α) Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική μέτρια αρνητική συσχέτιση μεταξύ των υποκειμένων της έρευνας που δήλωσαν ότι τους ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. (*Δήλ.14*) και της στάσης τους ότι η μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. οφείλεται στην άποψη ότι *Οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. αδιάφορη/βαρετή (Δήλ.24στ)* [$\tau=-0.330$, $p<0.001$]. Συγκεκριμένα, αυξανόμενο το επίπεδο του ενδιαφέροντος για την Ι.τ.Μ. βαίνει μετρίως μειούμενη η άποψη ότι οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. αδιάφορη/βαρετή.

β) Ομοίως, σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.01$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ της θέσης ότι *Η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική (Δήλ.30)* και της άποψης ότι *Δε χρησιμοποιείται επαρκώς η Ι.τ.Μ. διότι οι μαθητές τη βρίσκουν αδιάφορη/βαρετή* [$\tau=0.366$, $p<0.001$]. Παρατηρούμε ότι αυξανόμενη η τάση θεώρησης μη σημαντικής της χρήσης των Ι.Σ., αυξάνεται και η πεποίθηση των συμμετεχόντων της έρευνας ότι αυτό οφείλεται στην άποψη των μαθητών ότι η Ι.τ.Μ. είναι αδιάφορη/βαρετή.

#1: Φύλο vs #24ζ: Μη χρήση των Ι.Σ. λόγω αδυναμίας των μαθητών να συνδέσουν τα

Μαθηματικά με την ιστορία τους

Ο έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ του παράγοντα *Φύλο (Ερ.1)* και της δήλωσης ότι η μη ικανοποιητική χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία οφείλεται στην *Αδυναμία των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους (Δήλ.24ζ)* ανέδειξε στατιστικά σημαντική εξάρτηση μεταξύ των δύο μεταβλητών σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$ [$LR(\chi^2)=11.067$, $df=4$, $p=0.026<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο πληθυσμός των γυναικών της έρευνας σε μεγαλύτερο ποσοστό αναλογικά με τον αντρικό πληθυσμό, εκφράζει τη διαφωνία του με τη δήλωση 24ζ και σε μικρότερο ποσοστό τη συμφωνία του.

Τελειώνοντας, διενεργήθηκαν έλεγχοι ανεξαρτησίας, συσχετίσεις και αναλύσεις διακύμανσης για να διερευνηθούν οι παράγοντες που επηρεάζουν τη στάση των εκπαιδευτικών σχετικά με τις δηλώσεις 25 ότι τα Ι.Σ που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια είναι: α) *επαρκή* β) *χρησιμοποιούνται αναθεώρησης* γ) *είναι ακριβή* και δ) *είναι τοποθετημένα στη σωστή θέση σε σχέση με την ενότητα που αναφέρονται*.

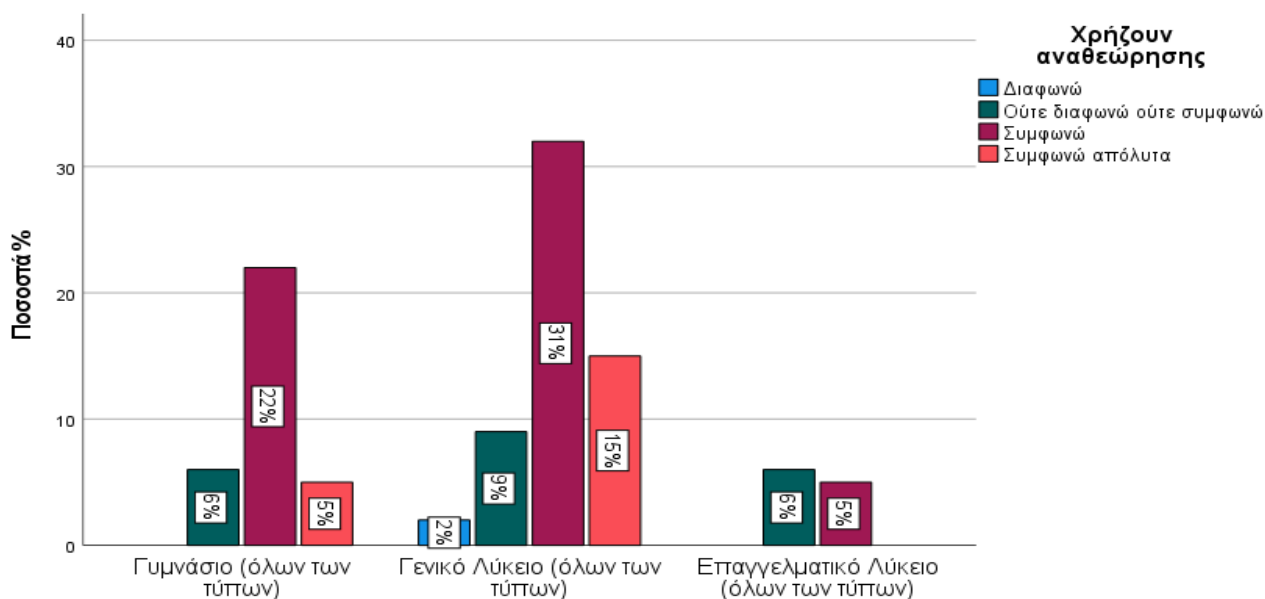
#7: Κύκλος σπουδών διδασκαλίας vs #25α: Τα Ι.Σ. είναι επαρκή

Ο παράγοντας *Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Ερ.7)* επηρέασε στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ τη θέση τους ότι τα Ι.Σ. *είναι επαρκή (Δήλ.25α)*, όπως έδειξε το κριτήριο χ^2 [$LR(\chi^2)=16.155$, $df=8$, $p=0.04<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες που δι-

δασκαν σε Λύκειο κατά τη διάρκεια της έρευνας εξέφρασαν σε μεγαλύτερο ποσοστό τη διαφωνία τους στη δήλωση ότι *Τα Ι.Σ. είναι επαρκή* σε σχέση με τις άλλες ομάδες εκπαιδευτικών.

Έλεγχοι-συσχετίσεις #25β: Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης

Αρχικά πραγματοποιήθηκε έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ των μεταβλητών *Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Ερ.7)* και *Τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια χρήζουν αναθεώρησης (Δήλ.25β)*, ο οποίος ανέδειξε, σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$, ότι ο παράγοντας *Ερ.7* επηρέασε τη *Δήλ.25β* των εκπαιδευτικών [$LR(\chi^2)=13.907$, $df=6$, $p=0.031<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, όπως απεικονίζεται και στο Σχήμα 15, διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι απόψεις των διδασκόντων στη γενική από την επαγγελματική εκπαίδευση.



Σχήμα 15. Κύκλος σπουδών στον οποίο διδάσκει ο εκπαιδευτικός vs Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης

Συνεχίζοντας, η μεταβλητή *25β* συσχετίστηκε στατιστικά σημαντικά με τις μεταβλητές *14* & *28α*, χρησιμοποιώντας το δείκτη συσχέτισης Kendall's tau_b, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 49.

Πίνακας 49. Correlations

		14	28α	25β
Kendall's tau_b	14. Με ενδιαφέρει η Ιστορία των Μαθηματικών	Correlation Coefficient	--	
		Sig. (2-tailed)	.	
		N	102	
28α. Η χρήση των Ι.Σ. κίνητρο για μελέτη των Μαθηματικών		Correlation Coefficient	,372**	--
		Sig. (2-tailed)	<,001	.
		N	102	102
25β. Τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης		Correlation Coefficient	,188*	,213* --
		Sig. (2-tailed)	,033	,017
		N	102	102

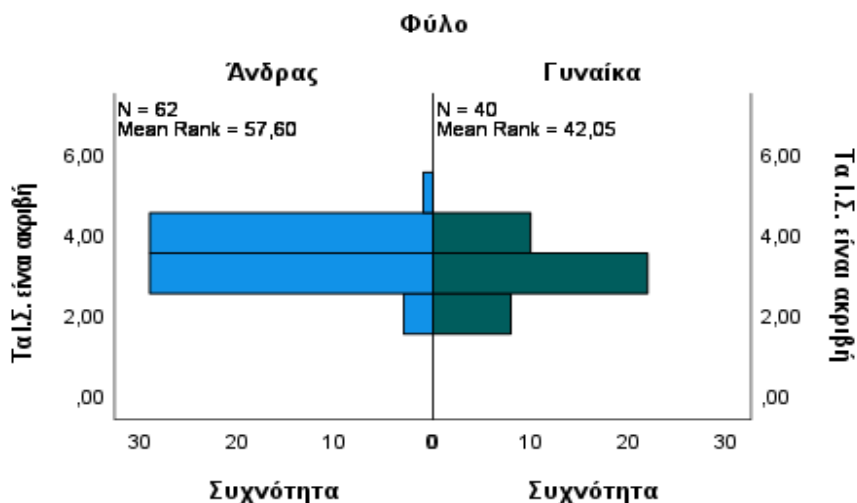
** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed) & * . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Αρχικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ασθενής θετική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα 14 και της μεταβλητής 25β [$\tau=0.188$, $p=0.033<0.05=\alpha$]. Δηλαδή, η δήλωση ότι *Με ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ. επηρεάζει στατιστικά σημαντικά τη θέση ότι Τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια χρήζουν αναθεώρησης*.

Ομοίως, σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική ασθενής θετική συσχέτιση μεταξύ της άποψης ότι *Η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να αποτελέσει κίνητρο των μαθητών για μελέτη των Μαθηματικών (Δήλ.28α)* και της θέσης ότι *τα Ι.Σ. χρήζουν αναθεώρησης* [$\tau=0.213$, $p=0.017<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, το αυξανόμενο επίπεδο συμφωνίας με την άποψη 28α σχετίζεται με το αυξανόμενο επίπεδο συμφωνίας με τη δήλωση 25β.

Έλεγχοι-συσχετίσεις-αναλύσεις κατανομών #25γ: Τα Ι.Σ. είναι ακριβή

Ο έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 μεταξύ του παράγοντα Φύλο (Ερ.1) και της Δήλ.25γ ότι *Τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια είναι ακριβή* έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική εξάρτηση σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$ [$LR(\chi^2)=9.588$, $df=3$, $p=0.022<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το Mann-Whitney U test δύο ανεξάρτητων δειγμάτων για να διερευνηθεί εάν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ ανδρών και γυναικών ως προς τη θέση τους για την ακρίβεια των Ι.Σ., από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι η κατάταξη (Ranking) των μέσων τιμών των γυναικών (Mean Rank=42.05) ήταν μικρότερη από αυτή των ανδρών (Mean Rank=57.60) [$U=862$, $p=0.004<0.05=\alpha$], όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 16.



Σχήμα 16. Independent-Samples Mann-Whitney U test

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ η απάντηση στην Ερ.15: *Συμπεριλαμβάνονταν μάθημα σχετικό με την Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. του τμήματος Μαθηματικών από το οποίο αποφοιτήσατε* επηρέασε στατιστικά σημαντικά τη Δήλ.25γ: *Τα Ι.Σ. είναι ακριβή*, σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον έλεγχο ανεξαρτησίας χ^2 [$\chi^2=11.890$, $df=3$, $p=0.008<0.01=\alpha$]. Συγκεκριμένα, τα υποκείμενα που απάντησαν *Ναι* (N=54, Mean Rank=46.52) στην Ερ.15 θεωρούν σε μικρότερο βαθμό ότι τα Ι.Σ. είναι α-

κριβή, σε σχέση με αυτά που απάντησαν Όχι (N=48, Mean Rank=57.10), σύμφωνα με τη μη παραμετρική ανάλυση κατανομής Mann-Whitney U test [U=1027, p=0.046<0.05=a].

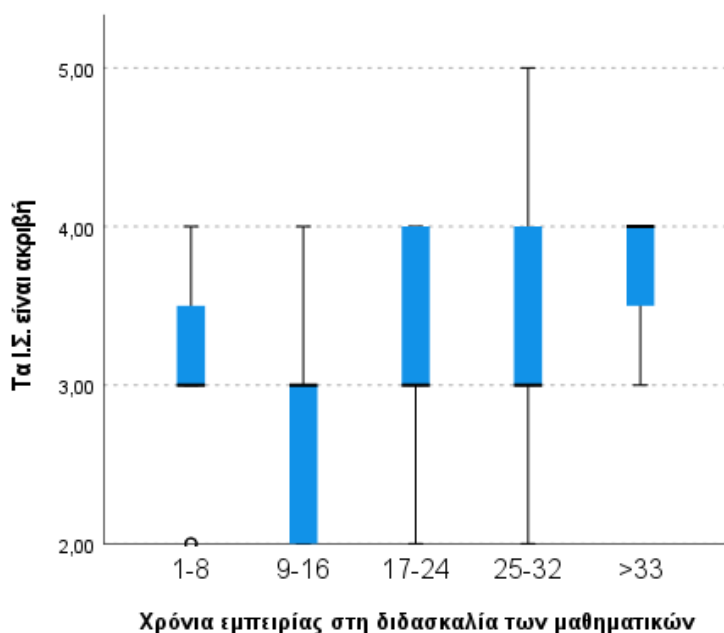
Στη συνέχεια διενεργήθηκε έλεγχος συσχέτισης με το δείκτη Kendall's tau_b μεταξύ του παράγοντα Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ.9) και της Δήλ.25γ: Τα Ι.Σ. στα σχολικά εγχειρίδια είναι ακριβή (Δήλ.25γ). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 50.

Πίνακας 50. Correlations

		9	25γ
Kendall's tau_b	9. Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών	Correlation Coefficient	--
		Sig. (2-tailed)	.
		N	102
	25γ. τα Ι.Σ. είναι ακριβή	Correlation Coefficient	,285**
		Sig. (2-tailed)	<,001
		N	102
			102

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.01$ προέκυψε στατιστικά σημαντική ασθενής προς μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα της Ερ.9 και της θέσης που διαμορφώνεται από τη Δήλ.25γ [$\tau=0.285$,



Σχήμα 17. Independent-Samples Kruskal-Wallis H test

$p<0.001<0.01=\alpha$]. Συγκεκριμένα, αυξανόμενα τα χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών αυξάνεται και ο βαθμός συμφωνίας ότι τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά βιβλία είναι ακριβή.

Από την ανάλυση της κατανομής των δύο μεταβλητών με Kruskal-Wallis H test εμφανίστηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ της ομάδας των εκπαιδευτικών με 9-16 χρόνια εμπειρίας και αυτών με περισσότερα από 33 χρόνια [$H=13.165$, $df=4$, $p=0.01<0.05=\alpha$], όπως φαίνεται στο διπλανό Σχήμα 17.

Έλεγχοι-συσχετίσεις-αναλύσεις κατανομών #25δ: Τα Ι.Σ. είναι σωστά τοποθετημένα

Φτάνοντας στο τέλος της επαγωγικής στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων της έρευνας, διερευνήθηκε η επίδραση των παραγόντων *Φύλο (Ερ.1)*, *Εκπαιδευτική δομή διδασκαλίας (Ερ.7)*, *Χρόνια εμπειρίας (Ερ.9)* και *Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. (Ερ.15)* στη στάση των συμμετεχόντων σχετικά με τη *Δήλ.25δ: Τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά βιβλία είναι τοποθετημένα στη σωστή θέση σε σχέση με την ενότητα στην οποία αναφέρονται.*

Σύμφωνα με τον έλεγχο ανεξαρτησίας χ^2 , ο παράγοντας *Φύλο* επηρέασε στατιστικά σημαντικά σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$ το βαθμό συμφωνίας στη *Δήλωση 25δ* [$LR(\chi^2)=10.297$, $df=4$, $p=0.036<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο πληθυσμός των γυναικών της έρευνας συμφωνεί με τη *Δήλ.25δ* σε ποσοστό 25%, ενώ ο αντρικός πληθυσμός σε ποσοστό 45%, αντίστοιχα.

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ ο έλεγχος ανεξαρτησίας χ^2 ανέδειξε στατιστικά σημαντική εξάρτηση μεταξύ του παράγοντα της *Ερ.7* και του βαθμού συμφωνίας στη *Δήλ.25δ* [$LR(\chi^2)=16.310$, $df=8$, $p=0.038<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, ο κύκλος σπουδών που δίδασκαν οι εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια της έρευνας επηρέασε τη στάση τους στη δήλωση ότι τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά βιβλία είναι σωστά τοποθετημένα σε σχέση με τη Μαθηματική έννοια στην οποία αναφέρονται, διότι οι Μαθηματικοί που δίδασκαν σε Γυμνάσιο, σε Γε. Λ. και σε Επα.Λ. συμφώνησαν σε ποσοστό 56%, 33% και 9% αντίστοιχα.

Σύμφωνα με τον έλεγχο ανεξαρτησίας χ^2 υπάρχει στατιστικά σημαντική εξάρτηση, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$, μεταξύ της *Ερ.15* και της *Δήλ.25δ* [$LR(\chi^2)=10.707$, $df=4$, $p=0.030<0.05=\alpha$]. Συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες που απάντησαν *Ναι* στην ερώτηση αν στο Π.Σ. του τμήματος από το οποίο αποφοίτησαν συμπεριλαμβάνονταν μάθημα με αντικείμενο την Ι.Τ.Μ. ή κάτι παρεμφερές, αμφισβήτησαν με συντριπτικά μεγαλύτερο ποσοστό (22%) τη *Δήλωση 25δ*, σε σχέση με αυτούς που απάντησαν *Όχι* (8%).

Σε στάθμη σημαντικότητας $\alpha=0.05$, προέκυψε στατιστικά σημαντική ασθενής αρνητική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα *Χρόνια εμπειρίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Ερ.9)* και του βαθμού συμφωνίας των υποκειμένων της έρευνας με τη δήλωση ότι *Τα Ι.Σ. είναι στη σωστή θέση τοποθετημένα σε σχέση με την ενότητα στην οποία αναφέρονται (Δήλ.25δ)* [$\tau=-0.167$, $p=0.048<0.05=\alpha$].

Συγκεκριμένα, αυξανόμενα τα χρόνια εμπειρίας εκτιμάται ότι μειώνεται ο βαθμός συμφωνίας με την άποψη ότι τα Ι.Σ. εντοπίζονται στη σωστή θέση στη διάρθρωση των σχολικών εγχειριδίων. Επιπρόσθετα, από τη διεξαγωγή ανάλυσης διακύμανσης Kruskal-Wallis παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων του παράγοντα της *Ερ.9* στη μεταβλητή της *Δήλ.25β* [$H=12.174$, $df=4$, $p=0.016<0.05=\alpha$] και συγκεκριμένα στην κατανομή των τιμών των ομάδων με 25-32 και 1-8 έτη διδακτικής εμπειρίας αντίστοιχα [$H=28.304$, $p=0.009<0.01=\alpha$].

Συζήτηση-Συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη είχε ως στόχο να εξετάσει τις θέσεις και τις στάσεις των Μαθηματικών σχετικά με τη χρήση και την αξιοποίηση στη διδακτική πρακτική των Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια. Στη συνέχεια συζητάμε τα ευρήματα της έρευνας με βάση τα ερευνητικά ερωτήματα, τις επιπτώσεις στις εκπαιδευτικές πρακτικές, τους περιορισμούς της έρευνας αναφορικά με τη γενίκευση των αποτελεσμάτων και τις προτάσεις για μελλοντικές ερευνητικές εργασίες.

Συζήτηση των αποτελεσμάτων

Σε αυτό το μέρος της εργασίας, θα συζητηθούν τα αποτελέσματα βασισμένα στα ερευνητικά ερωτήματα λαμβάνοντας υπόψη και τις σχετικές υπάρχουσες μελέτες στη βιβλιογραφία, όπου αυτό είναι εφικτό.

Από τη στατιστική ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων διαπιστώνουμε ότι η πλειοψηφία των συμμετεχόντων στην παρούσα έρευνα ήταν άντρες, όπως και στην αντίστοιχη έρευνα του Βούζιου (2019) για τους καθηγητές Γυμνασίου, ενώ στην έρευνα της Μιόγλου (2017) για τους δασκάλους η πλειοψηφία ήταν γυναίκες. Ίσως αυτή η διαφορά να οφείλεται στο φύλο του ερευνητή ή στο φύλο των διδασκόντων που πλειοψηφεί στην αντίστοιχη βαθμίδα εκπαίδευσης. Όσον αφορά τις ηλικίες των εκπαιδευτικών, η συντριπτική πλειοψηφία των υποκειμένων στην παρούσα εργασία και στην εργασία του Βούζιου (2019) υπερέβαινε τα 40 χρόνια. Σε ποσοστό άνω του 80% οι καθηγητές Μαθηματικών Γυμνασίου και Λυκείου, της παρούσας έρευνας, έχουν διαφορά ηλικίας με το κοινό στο οποίο απευθύνονται άνω των 25 ετών, γεγονός που αποδεικνύει τη γήρανση του εκπαιδευτικού δυναμικού. Επιπλέον, να επισημάνουμε ότι οι μισοί εκπαιδευτικοί της έρευνας ολοκλήρωσαν μεταπτυχιακές ή διδακτορικές σπουδές, στην πλειοψηφία τους για προσωπική βελτίωση και επαγγελματική εξέλιξη, γεγονός που ενδεχομένως προσδίδει μεγαλύτερη εγκυρότητα στα αποτελέσματα λόγω της αυξημένης κριτικής τους ικανότητας. Από την άλλη, είναι λυπηρό το αποτέλεσμα ότι σχεδόν 4 στους 10 εκπαιδευτικούς δεν έχουν επιμορφωθεί στις Τ.Π.Ε., οι οποίες είναι απαραίτητες για τον ψηφιακό μετασχηματισμό της εκπαίδευσης γενικότερα και πολύ περισσότερο της Μαθηματικής εκπαίδευσης. Ενώ στις εργασίες των Βούζιου (2019) και Μιόγλου (2017) η πλειοψηφία των συμμετεχόντων είχε 11-25 χρόνια υπηρεσίας, στην παρούσα εργασία το μεγαλύτερο ποσοστό είχε πάνω από 25 χρόνια διδακτικής εμπειρίας. Αυτό μας οδηγεί στην εκτίμηση ότι οι Μαθηματικοί του Λυκείου (οι οποίοι αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό της έρευνας) έχουν περισσότερα χρόνια εμπειρίας από τους αντίστοιχους του Γυμνασίου της έρευνας Βούζιου και των δασκάλων της έρευνας Μιόγλου. Επίσης, οι έρευνες Βούζιου (2019) και η παρούσα συμφωνούν ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των συμμετεχόντων είναι μόνιμοι εκπαιδευτικοί, ενώ στην έρευνα Μιόγλου (2017) δεν υπήρχε αντίστοιχη ερώτηση. Συνεχίζοντας, όσον αφορά τη συμπερίληψη μαθήματος σχετικού με την Ι.τ.Μ. στα Π.Σ. των τμημάτων από τα οποία αποφοίτησαν οι συμμετέχοντες των ερευνών, παρατηρούμε μεγάλες διαφορές. Στην παρούσα έρευνα, λίγο

παραπάνω από τους μισούς εκπαιδευτικούς του δείγματος απάντησαν καταφατικά στη σχετική ερώτηση, στην έρευνα Βούζιου το αντίστοιχο ποσοστό άγγιξε το απόλυτο 100% !!, ενώ οι δάσκαλοι της έρευνας Μιόγλου απάντησαν αρνητικά σε πολύ μεγάλο ποσοστό. Είναι φανερό ότι οι μισοί εκπαιδευτικοί της έρευνας δεν έχουν έρθει σε επαφή με την Ι.τ.Μ. ή κάποιο σχετικό μάθημα σε ακαδημαϊκό επίπεδο, που αποτελεί κατά την άποψή μας όπως και κατά την άποψη των πολυάριθμων μελετών που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή σημαντική έλλειψη, διότι τα τελευταία χρόνια γίνεται προσπάθεια σύνδεσης της Ι.τ.Μ. με τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών. Επίσης, παρατηρούμε ότι η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών της έρευνας εξέφρασε θετική άποψη για το αντικείμενο της Ιστορίας αποτελεσμα το οποίο μας προϋδεάζει και για την άποψή τους για την Ι.τ.Μ. Πράγματι, τα 3/4 των συμμετεχόντων *Συμφώνησαν* ή *Συμφώνησαν απόλυτα* με τη δήλωση ότι τους ενδιαφέρει η Ι.τ.Μ., ενώ στην έρευνα του Βούζιου (2019) το αντίστοιχο ποσοστό έφτασε στο 95% !! Η διαφορά αυτή ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι στην παρούσα έρευνα η ερώτηση ήταν τύπου Likert ενώ στου Βούζιου ήταν διχοτομική. Και στις δύο περιπτώσεις διαπιστώνεται μεγάλο ενδιαφέρον για την Ι.τ.Μ. και συνακόλουθα για τη χρήση της.

Στην επόμενη ενότητα θα επιχειρήσουμε να σχολιάσουμε τα αποτελέσματα που σχετίζονται με τις απαντήσεις που αφορούν στο πρώτο ερευνητικό ερώτημα : *Οι Μαθηματικοί θεωρούν ότι οι γνώσεις τους σχετικά με την Ι.τ.Μ. είναι επαρκείς για να τις χρησιμοποιήσουν, μέσω των Ι.Σ., στη διδασκαλία τους;*

Η Μιόγλου (2017) διαπιστώνει ότι οι δάσκαλοι επιφυλάσσονται στη χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία τους λόγω έλλειψης αυτοπεποίθησης, ενώ στην παρούσα εργασία και του Βούζιου (2019) δεν παρατηρήθηκε ανασφάλεια ή αμηχανία εκ μέρους των καθηγητών όταν έκαναν χρήση των Ι.Σ. Αυτό το αποτέλεσμα εκτιμάται ότι προέκυψε λόγω της συμπερίληψης μαθήματος σχετικού με την Ι.τ.Μ. στο Π.Σ. των σχολών αποφοίτησης της συντριπτικής πλειοψηφίας των εκπαιδευτικών της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης. Οι συμμετέχοντες των προαναφερθέντων ερευνών συμφωνούν σε μεγάλο ποσοστό ότι η ενίσχυσή τους με κατάλληλο υλικό και η επιμόρφωση/κατάρτιση στην ανάδειξη της ιστορικής διάστασης των Μαθηματικών εννοιών θα βοηθούσε στην αποτελεσματική ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ. στη διδασκαλία. Οι εκπαιδευτικοί όλων των βαθμίδων ταυτίζονται με την άποψη ότι η κατάρτισή τους στην αξιοποίηση της Ι.τ.Μ. μέσω των Ι.Σ. στη διδακτική πρακτική είναι ελλιπής. Παρ' όλα αυτά, όταν κλήθηκαν να απαντήσουν σε ερωτήσεις των μαθητών σχετικές με την Ι.τ.Μ. οι δηλώσεις τους ότι ανταποκρίθηκαν από *Πολύ καλά* έως *Πάρα πολύ καλά* ήταν οι επικρατέστερες.

Εκτιμούμε ότι το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στη διδακτική εμπειρία των υποκειμένων της έρευνας. Να σημειώσουμε τη μεγάλη ποσοστιαία διαφορά που παρατηρήθηκε μεταξύ του πλήθους των ερωτήσεων που υποβλήθηκαν στην παρούσα εργασία και της Μιόγλου (2017) από τους μαθητές σχετικά με την Ι.τ.Μ. Οι μαθητές της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης έδειξαν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για θέματα που α-

πτονται της Ι.τ.Μ., ίσως και λόγω της ωριμότητάς τους να συνδέουν τα Μαθηματικά με την Ιστορία τους, σε μεγαλύτερο βαθμό.

Σε ποικίλες συσχετίσεις και ελέγχους ανεξαρτησίας που διενεργήθηκαν για περαιτέρω στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών και των μεταβλητών που αφορούσαν το Ε.Ε.1, διαπιστώθηκε ότι καμία από τις μεταβλητές πρόβλεψης δεν επηρέασε στατιστικά σημαντικά τη θέση των συμμετεχόντων αναφορικά με την επάρκειά τους στη χρήση των Ι.Σ. στη διδακτική πρακτική. Η μόνη ασθενής προς μέτρια αρνητική, στατιστικά σημαντική, συσχέτιση που παρατηρείται είναι μεταξύ δύο εξαρτημένων μεταβλητών, της αίσθησης ανασφάλειας που βιώνουν οι εκπαιδευτικοί όταν εντάσσουν τα Ι.Σ. στη διδασκαλία τους και του κατά πόσο καλά καταρτισμένοι αισθάνονται για την αποτελεσματική ένταξή τους. Επισημαίνουμε ότι, αναμένονταν ισχυρότερος βαθμός συσχέτισης μεταξύ των προαναφερθέντων μεταβλητών, αφού αυξανόμενος ο βαθμός επάρκειας στην κατάρτιση της αξιοποίησης των Ι.Σ., θα ήταν λογικό να μειώνεται το επίπεδο ανασφάλειας της χρήσης τους.

Στη συνέχεια, ακολουθεί συζήτηση επί των αποτελεσμάτων σχετικά με τις θέσεις και στάσεις των εκπαιδευτικών που αφορούν στο δεύτερο ερευνητικό ερώτημα: *Οι Μαθηματικοί θεωρούν σημαντική την κατάρτιση/επιμόρφωσή τους σχετικά με την Ι.τ.Μ., έτσι ώστε να αξιοποιήσουν επαρκώς τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια;*

Η απάντηση που δίνουν οι συμμετέχοντες στην έρευνα στο παραπάνω ερευνητικό ερώτημα είναι καταφατική με μεγάλη πλειοψηφία. Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί και με το αντίστοιχο της έρευνας της Μιόγλου (2017) για τους δασκάλους, δηλώνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο ότι οι εκπαιδευτικοί και των δύο βαθμίδων κρίνουν την κατάρτιση/επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ. ως επιτακτική ανάγκη. Επίσης, οι Ho (2008), Panasuk & Horton (2012) και Bütüner (2018) σε αντίστοιχες έρευνες επισημαίνουν τις δηλώσεις των εκπαιδευτικών για τη σημαντικότητα της επιμόρφωσης/κατάρτισης στην Ι.τ.Μ., ούτως ώστε να την αξιοποιήσουν στη διδασκαλία τους. Στην παρούσα έρευνα ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να αιτιολογήσουν τη δήλωσή τους αναφορικά με τη σημαντικότητα της επιμόρφωσης στην Ι.τ.Μ.. Δυστυχώς, λίγο παραπάνω από τους μισούς συμμετέχοντες επιχειρηματολόγησαν. Η ανάλυση περιεχομένου που διενεργήθηκε ανέδειξε τη θετική στάση των υποκειμένων, κατά μέσο όρο, στην αναγκαιότητα περαιτέρω επιμόρφωσης στη χρήση της Ι.τ.Μ. και την ενσωμάτωσης της στην τάξη μέσω των Ι.Σ.. Αξιοσημείωτο είναι ότι, το μεγαλύτερο σκορ επετεύχθη στην υποκατηγορία όπου συνιστάται η επιπλέον κατάρτιση για *Καλύτερη κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών* που είναι και το ζητούμενο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Ενώ οι εκπαιδευτικοί κράτησαν θετική στάση για επιμόρφωση στην Ι.τ.Μ. κατά τη διάρκεια της υπηρεσίας, δε θεώρησαν σε μεγάλο ποσοστό ότι είναι απαραίτητη πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου (κατά τη διάρκεια των σπουδών ή κατά την εισαγωγική επιμόρφωση). Αντίθετα, οι έρευνες των Alpaslan (2011) και Bütüner (2017) σε υποψήφιους καθηγητές Μαθηματικών της Δ/βάθμιας εκπαίδευσης υπογραμμίζουν αυτή την ανάγκη, αφού τα ανανεωμένα Π.Σ. των περισσότερων χωρών επενδύουν στην προσέγγιση των Μαθηματικών εννοιών μέσω της ιστορίας

τους. Ολοκληρώνοντας τη διερεύνηση των απόψεων των καθηγητών, αναφορικά με το Ε.Ε.2, πραγματοποιήσαμε ελέγχους ανεξαρτησίας και συσχετίσεις μεταξύ των εμπλεκόμενων μεταβλητών, οι οποίου/ες ανέδειξαν κάτι αναμενόμενο: ότι οι εκπαιδευτικοί που ενδιαφέρονται για την Ι.τ.Μ. θεωρούν σημαντική και την επιμόρφωση/κατάρτιση σ' αυτή σε επίπεδο στατιστικά σημαντικό.

Αναφορικά με το τρίτο ερευνητικό ερώτημα το οποίο διερεύνησε τις θέσεις και τις στάσεις των Μαθηματικών σχετικά με την αξιοποίηση των Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια, η πλειοψηφία των συμμετεχόντων φαίνεται πως θεωρεί απαραίτητη την ενσωμάτωσή τους στη διδακτική πρακτική. Τα οφέλη τους αναγνωρίστηκαν και στους τρεις πυλώνες της εκπαιδευτικής διαδικασίας: στους εκπαιδευτικούς, τους κυρίως υπεύθυνους εφαρμογής της εκάστοτε εκπαιδευτικής πολιτικής· στη διδασκαλία των Μαθηματικών, τη διαδικασία που έχει στόχο να επικοινωνεί τις Μαθηματικές έννοιες στους μαθητές και τέλος, στους μαθητές που είναι οι βασικοί αποδέκτες των παραπάνω. Πιο συγκεκριμένα, στις απαντήσεις τους δηλώνουν με μεγάλη πλειοψηφία ότι η χρήση των Ι.Σ. συμβάλει στην ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου, αυξάνει την ικανοποίηση από την εργασία τους, ενδυναμώνει ή και αποκαθιστά την επικοινωνία με τους μαθητές, συνήθως με αυτούς που αδιαφορούν για το μάθημα έχοντας χάσει τη σύνδεση με τα προηγούμενα και εν γένει συνεισφέρει στην επαγγελματική τους βελτίωση. Με αυτές τις θέσεις, σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία, ταυτίζονται διάφορες μελέτες όπως των Fried (2001), Liu (2003), Furinghetti (2020) και Doz (2021) που είναι μερικές από αυτές. Χαρακτηριστικά, ο Liu (2003) αναφέρει ότι η Ι.τ.Μ. βοηθά τους Μαθηματικούς να δομούν αποτελεσματικά σχέδια μαθήματος και αλλού η Furinghetti (2020) ότι «η Ι.τ.Μ. θα πρέπει να διδάσκεται διότι είναι δυνατόν να βελτιώσει την ικανότητα των εκπαιδευτικών να διδάξουν Μαθηματικά και συνακόλουθα τη μάθηση των μαθητών». Επίσης, η χρήση των Ι.Σ., με συντριπτική πλειοψηφία, θεωρείται ένα επιπλέον εργαλείο διαφοροποιημένης διδασκαλίας ικανό να προσφέρει μια άλλη οπτική κι έναν εναλλακτικό τρόπο παρουσίασης των Μαθηματικών εννοιών. Ενώ σχεδόν τρεις στους τέσσερεις διαφωνούν με τη δήλωση ότι η χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία δεν είναι σημαντική, λιγότεροι από τους μισούς χρησιμοποίησαν τα Ι.Σ. στη διδασκαλία τους. Το αποτέλεσμα αυτό εκτιμάται ότι οφείλεται είτε στην ανεπάρκεια των Ι.Σ., είτε στην έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ. και σαφών οδηγιών για τη χρήση τους, είτε στην αίσθηση ανασφάλειας που νιώθουν οι εκπαιδευτικοί λόγω ελλιπούς επιμόρφωσης, είτε σε έλλειψη χρόνου λόγω πίεσης για την ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης. Η ανάλυση περιεχομένου των απαντήσεων για το/τα Ι.Σ. που χρησιμοποίησαν οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί ανέδειξε για μεν την Άλγεβρα το εξαιρετικό Ι.Σ. για τους Λογάριθμους της Β' Λυκείου, για δε τη Γεωμετρία το Ι.Σ. που αναφέρεται στο Πυθαγόρειο θεώρημα της Β' Γυμνασίου και της Β' Λυκείου. Τέλος, οι εκπαιδευτικοί υπερασπίζοντας τη συνολική τους θέση για την ωφέλεια της χρήσης των Ι.Σ. στη διδασκαλία, διαφωνούν με τη δήλωση ότι είναι δυνατόν να εμπλακούν σε ατέρμονες συζητήσεις επιστημολογικού/φιλοσοφικού χαρακτήρα με τους μαθητές που είναι πιθανόν να οδηγήσουν την ολομέλεια της τάξης μακριά από το αντικείμενο του μαθήματος και διακινδυνεύοντας να αναδειχθεί η

ανεπάρκειά τους σε τέτοιου είδους συζητήσεις· παρόλο που σε προηγούμενο μέρος της εργασίας διαπιστώθηκε η ανάγκη επιμόρφωσης στη χρήση των Ι.Σ. και ένδειας οδηγιών και αντίστοιχου υποστηρικτικού υλικού.

Σύμφωνα με τις απαντήσεις τους, οι εκπαιδευτικοί θεωρούν με μεγάλη πλειοψηφία ότι η ενσωμάτωση των Ι.Σ. θα μπορούσε να συμβάλλει στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στην αντιμετώπιση προβλημάτων εννοιολογικής κατανόησης και μάθησης. Με αυτό το αποτέλεσμα συμφωνούν οι έρευνες των Lim & Chapman (2015), Sen (2017) και Βούζιου (2019) ενώ στην έρευνα της Μιόγλου (2017) η πλειοψηφία των δασκάλων εκφράζει σημαντικές αμφιβολίες για τη συμβολή της Ι.τ.Μ. στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στην αντιμετώπιση προβλημάτων μάθησης. Ο Sen (2017) επιβεβαιώνει ότι «η ιστορία των μαθηματικών παίζει σημαντικό ρόλο στην εκμάθηση των μαθηματικών γιατί δημιουργεί ενδιαφέρον, θετική στάση και σεβασμό για το μάθημα που ενισχύουν τελικά τους γνωστικούς και συναισθηματικούς τομείς (domains) των μαθητών». Σε αυτό το πλαίσιο τα υποκείμενα της έρευνας συμφωνούν ότι η χρήση των Ι.Σ. υποστηρίζει τη μάθηση με νόημα/σημασία (meaningful learning) ερχόμενοι σε τούτιση με τις αντίστοιχες μελέτες των Fried (2001) και Liu (2003). Αντίθετα, ένας στους δύο διαφωνεί με τη δήλωση ότι η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν να αποτελέσει τροχοπέδη στην ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης, αποτέλεσμα το οποίο έρχεται σε αντίθεση με συμπεράσματα διαφόρων ερευνών όπως των Ho (2008) και Panasuk & Horton (2012) που διαπιστώνουν ότι η χρήση της Ι.τ.Μ. είναι δυνατόν να αποτελέσει εμπόδιο στην ολοκλήρωση της ύλης λόγω έλλειψης διαθέσιμου χρόνου. Άλλη μια αντίφαση που παρατηρείται αφορά από τη μια στην ισχυρή θέση των συμμετεχόντων ότι οι δραστηριότητες με βάση την Ι.τ.Μ. θα πρέπει να ενσωματωθούν στο Π.Σ. των Μαθηματικών, ενώ από την άλλη λιγότεροι από τους μισούς, όπως δήλωσαν, χρησιμοποίησαν επικουρικά στο μάθημά τους κάποιο Ι.Σ. Πλέον, οι δραστηριότητες μέσω των οποίων παράγονται τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα βρίσκονται στο επίκεντρο της διδασκαλίας. Οι μαθητές πρέπει να έχουν τη δυνατότητα πολλαπλής προσέγγισης μιας έννοιας μέσω διαφόρων τύπων αναπαράστασεων, διαθεματικά ή με αναφορά στην Ι.τ.Μ. (Φιλιππάκου, 2015).

Ολοκληρώνοντας τη συζήτηση των αποτελεσμάτων του τρίτου ερευνητικού ερωτήματος αναφορικά με τον τελευταίο πυλώνα της εκπαιδευτικής διαδικασίας, τους μαθητές, παρατηρούμε ότι οι δηλώσεις των συμμετεχόντων με μεγάλη πλειοψηφία υποδεικνύουν τη χρήση της Ι.τ.Μ. στη διδασκαλία, ως ένα σημαντικό παράγοντα κινητοποίησης των μαθητών για μελέτη των Μαθηματικών. Θεωρούν τη χρήση των Ι.Σ. ισχυρό κίνητρο: για αλλαγή στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά· για την προώθηση μαθητοκεντρικού περιβάλλοντος διερευνητικής μάθησης στην τάξη· και για την κατανόηση Μαθηματικών εννοιών μέσω της πληροφορίας που δέχεται ο μαθητής για την ανακάλυψη και τη διαχρονική εξέλιξή τους. Με τις παραπάνω θέσεις των εκπαιδευτικών της παρούσας έρευνας συμφωνούν και τα αποτελέσματα των μελετών των Lit et al. (2001)(όπως αναφέρεται στο Doz, 2021), του Τζανάκη (2009), του Jankvist (2010) και των Lim and Chapman (2015). Χαρακτηριστικά οι Lim and Chap-

man (2015) σημειώνουν: «Οι μαθητές απόλαυσαν τα μαθήματα της ιστορίας των μαθηματικών και τα βρήκαν ενδιαφέροντα. Ανέφεραν ότι τα μαθήματα ήταν διασκεδαστικά και ότι οι ιστορίες για τους μαθηματικούς ζωντάνεψαν τα κανονικά μαθήματα. Επιπλέον, τα μαθήματα ιστορίας τους έκαναν να εκτιμήσουν περισσότερο τα μαθηματικά και τους κράτησαν σε εγρήγορση κατά τη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών». Επιπρόσθετα, ο Τζανάκης (2009) υπογραμμίζει ότι «ο στόχος μιας τέτοιας προσέγγισης [ιστορικής] είναι η ενεργοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών και η δημιουργία κινήτρων μάθησης από την πλευρά τους».

Ως προς το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα, σχετικά με το ποιοι παράγοντες θεωρούν οι Μαθηματικοί ότι είναι αποτρεπτικοί ή συμβάλουν στην αποτελεσματική χρήση των Ι.Σ. στη διδασκαλία προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα. Σύμφωνα με τα ευρήματα που αναδείχθηκαν από το ερωτηματολόγιο, οι εκπαιδευτικοί απαρίθμησαν, με μεγάλη πλειοψηφία, τα ακόλουθα ως εμπόδια για τη χρήση της Ι.τ.Μ.: Έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο Π.Σ., οι μαθητές δεν ενδιαφέρονται για δραστηριότητες βασισμένες σε ιστορική προσέγγιση αφού κάτι σχετικό δεν αξιολογείται, υπερφορτωμένο πρόγραμμα σπουδών και αδυναμία των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την ιστορία τους. Άλλα πολύ συνηθισμένα εμπόδια που επισημάνθηκαν από τους συμμετέχοντες είναι ότι δεν υπάρχει αρκετός χώρος για την Ι.τ.Μ. στα σχολικά εγχειρίδια και ότι είναι επιβεβλημένη η αναθεώρηση των ήδη υπάρχοντων Ι.Σ.. Η έλλειψη ιστορικής προοπτικής στα Π.Σ των Μαθηματικών(νέα και παλαιά) διαφάνηκε και από την ανασκόπησή τους σε προηγούμενο μέρος της εργασίας. Επίσης, αναφορικά με τις οδηγίες διδασκαλίας που παρέχονται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Ι.Ε.Π.) σχετικά με τα Ι.Σ. απουσιάζουν βασικές διδακτικές κατευθύνσεις οι οποίες θα μπορούσαν να βοηθήσουν το διδάσκοντα να τα συμπεριλάβει με επιτυχία στη διδακτική του πρακτική. Το γεγονός ότι το εκπαιδευτικό μας σύστημα είναι εξετασιοκεντρικό επιτείνει την ασυμφωνία μεταξύ της επιθυμητής ιστορικής προσέγγισης των Μαθηματικών και των εξετάσεων στις οποίες θα λάβουν μέρος οι μαθητές, από τις οποίες απουσιάζουν θέματα σχετικά με την Ι.τ.Μ.. Με τα παραπάνω συμπεράσματα συμφωνούν αρκετές μελέτες όπως των Ho (2008), Smestad (2008), Panasuk and Horton (2012), Φιλιππάκου (2015), Bütüner (2018) και Βούζιου (2019). Αξίζει να σημειωθεί ότι από τα ευρήματα της παρούσας έρευνας διαπιστώθηκε ότι οι εκπαιδευτικοί, με μεγάλο ποσοστό, δε θεωρούν χάσιμο χρόνου τη χρήση διδακτικού υλικού βασισμένου στην Ι.τ.Μ., σε αντίθεση με τις προαναφερθείσες έρευνες των Ho, Smestad, Panasuk and Horton και Bütüner και σε αντίθεση με τις δικές τους απαντήσεις ότι τελικά ένα αρκετά μικρότερο ποσοστό αυτών χρησιμοποίησε επικουρικά τα Ι.Σ. στη διδασκαλία τους. Ωστόσο, δε γίνεται σαφές από τις απαντήσεις κατά πόσο θεωρούν οι εκπαιδευτικοί ότι οι μαθητές βρίσκουν βαρετή/αδιάφορη την Ι.τ.Μ. και επίσης διατηρούν ουδέτερη στάση όταν αξιολογούν τα Ι.Σ. ως προς την επάρκειά τους, την ακρίβειά τους και τη σωστή τοποθέτησή τους σε σχέση με την ενότητα στην οποία αναφέρονται. Η δηλωμένη ουδετερότητα ίσως οφείλεται στην έλλειψη ικανών γνώσεων για τη σωστή θέση και χρήση των Ι.Σ., διότι από τη βιβλιογραφία αναδεικνύεται ότι τα Ι.Σ. πρέπει να προηγούνται

του αντίστοιχου μαθήματος, αποτελώντας αφόρμηση για διερεύνηση της παρουσιαζόμενης Μαθηματικής έννοιας εκ μέρους των μαθητών, και στη συνέχεια ακολουθεί η αυστηρή παρουσίασή της από τον εκπαιδευτικό.

Συνολικά, η αποτίμηση της στάσης των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών στην παρούσα έρευνα για τη χρήση και αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι θετική, εναρμονιζόμενη με τη γενικότερη τάση ότι η αποτελεσματική εφαρμογή της Ι.τ.Μ. στην τάξη είναι φλέγον θέμα που απασχολεί τη Μαθηματική κοινότητα τα τελευταία χρόνια. Παρόλη την αυξανόμενη συμπερίληψη της Ι.τ.Μ. στην τάξη και τα πιθανά ευεργετικά οφέλη που απορρέουν από την παροχή κινήτρων στους μαθητές, πιστεύεται ότι το αντικείμενο διδάσκεται με επιφανειακό τρόπο.

Ακολουθούν ορισμένες προτάσεις οι οποίες πιστεύεται ότι θα βοηθήσουν στην αποτελεσματική αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδασκαλία των μαθηματικών:

- Αρχικά, κρίνεται αναγκαία η επιμόρφωση/κατάρτιση των υπηρετούντων εκπαιδευτικών στην αξιοποίηση των Ι.Σ. και μάλιστα να είναι καθολική και συστηματική.
- Να συμπεριληφθεί/ούν υποχρεωτικό/ά μάθημα ή μαθήματα σχετικό/ά με την Ι.τ.Μ. στα βασικά Π.Σ. των τμημάτων Μαθηματικών.
- Να γίνει αναθεώρηση των υπαρχόντων Ι.Σ., να τοποθετηθούν στην αρχή της σχετικής ενότητας, να εμπλουτιστούν με κατάλληλες δραστηριότητες και σχετικούς συνδέσμους για επιπλέον μελέτη.
- Οι οδηγίες διδασκαλίας που αποστέλλονται κάθε χρόνο από το Ι.Ε.Π. να εφοδιαστούν με κατευθύνσεις, σχέδια μαθημάτων με ιστορική προσέγγιση κάποιων βασικών Μαθηματικών εννοιών, επιπλέον υλικό και συνδέσμους για την καλύτερη αξιοποίηση των Ι.Σ.
- Η συμπερίληψη της Ι.τ.Μ. να είναι πιο συχνή στη σειρά των μαθημάτων για συνεχή ενίσχυση των μαθητών και διατήρηση της θετικής διάθεσης που εκδηλώνουν προς τα Μαθηματικά όταν τα διδάσκονται μέσω της ιστορίας τους (Lim and Chapman, 2015).

Περιορισμοί της έρευνας και Προτάσεις για μελλοντικές έρευνες

Στην παρούσα έρευνα εξετάστηκαν οι θέσεις και οι στάσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τη χρήση και την αξιοποίηση των Ι.Σ. στη διδασκαλία τους. Ωστόσο, η κατάσταση που επικρατούσε λόγω της πανδημίας, κατά τη διάρκεια της οποίας διενεργήθηκε η έρευνα, ήταν ένας περιοριστικός παράγοντας διότι δε δόθηκε η ευκαιρία στον ερευνητή να συνδυάσει τη διανομή του ερωτηματολογίου και με ημιδομημένες προσωπικές συνεντεύξεις. Δεδομένου ότι η μελέτη είχε ως στόχο τη διερεύνηση των απόψεων των συμμετεχόντων, πραγματοποιήθηκε με τεχνικές ποσοτικής έρευνας ως επί τω πλείστον. Όμως, αυτό το ποσοτικό είδος έρευνας έφερε από μόνο του κάποιους περιορισμούς. Για παράδειγμα, οι δηλώσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τις θέσεις και τις στάσεις τους έναντι της χρήσης των Ι.Σ. περιορίστηκαν λόγω των συγκεκριμένων ερωτημάτων που περιελάμβανε το ερωτηματολόγιο.

Οι σχετικές θέσεις και στάσεις πίσω από το πεδίο εφαρμογής του ερωτηματολογίου δε θα μπορούσαν να αξιολογηθούν. Δεν τους επιτράπη να εμβαθύνουν στα πιστεύω τους σχετικά με τη χρήση των Ι.Σ. στη Μαθηματική Εκπαίδευση και επομένως να προέκυπταν ασφαλέστερα συμπεράσματα. Επίσης, ένας άλλος περιοριστικός παράγοντας ήταν η μικρή αναλογικά ανταπόκριση των συναδέλφων σε σχέση με τη διάχυση του ερωτηματολογίου σε Διευθύνσεις Δ/βάθμιας Εκπαίδευσης, σε παραρτήματα της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, σε ιδιωτικά εκπαιδευτήρια και σε Μαθηματικούς από το κοινωνικό περιβάλλον του ερευνητή. Εκτιμάται ότι η μικρή συμμετοχή στην έρευνα οφείλεται, στην επαγγελματική εξουθένωση των εκπαιδευτικών λόγω του εξωδιδασκτικού φόρτου εργασίας που επωμίζονται και της τηλεεκπαίδευσης στη διάρκεια της πανδημίας, όπως και της πληθώρας των ερωτηματολογίων που καταφθάνουν στα εισερχόμενα μηνύματα του ηλεκτρονικού τους ταχυδρομείου με συνέπεια κάποια από αυτά να μένουν αναπάντητα.

Επομένως, είναι επιτακτική ανάγκη να ερευνηθούν διεξοδικότερα και σε βάθος χρόνου οι απόψεις (αλλά και το επίπεδο γνώσεων στην Ι.τ.Μ.) των Μαθηματικών και των μαθητών για τη χρήση της Ι.τ.Μ., μέσω των Ι.Σ., στη διδασκαλία δεδομένου ότι δεν υπάρχουν αρκετές μελέτες στην Ελληνική Δ/βάθμια εκπαίδευση σε αυτό το αντικείμενο. Έτσι, θα μπορούσαν να δημιουργηθούν δύο ομάδες μαθητών, μια πειραματική (experimental group) και μια ελέγχου (control group), οι οποίες θα παρακολουθήσουν μαθήματα Μαθηματικών με χρήση και με μη χρήση Ι.τ.Μ. αντίστοιχα, στα χρονικά πλαίσια ενός τετράμηνου. Οι επιδόσεις των ομάδων θα αξιολογηθούν πριν την εφαρμογή του εργαλείου της Ι.τ.Μ., στο τέλος του τετράμηνου και την επόμενη σχολική χρονιά για να εκτιμηθεί η επίδραση της εφαρμογής σε βάθος χρόνου. Αντίστοιχη έρευνα θα μπορούσε να διενεργηθεί και στα τμήματα Μαθηματικών της επικράτειας, συμπεριλαμβάνοντας και τους διδάσκοντες και τους φοιτητές, μιας και ένας από τους ρόλους των Α.Ε.Ι. είναι διερευνητικός, των οποίων οι αναδυόμενες καλές πρακτικές είναι δυνατόν να διαχυθούν για τη βελτίωση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Οι σχέσεις μεταξύ της Ι.τ.Μ., της Παιδαγωγικής και της Διδακτικής, καθώς και του σχεδιασμού και της δοκιμής δραστηριοτήτων με χρήση της Ι.τ.Μ. είναι εκτεταμένες και πολύπλοκες (Fauvel and van Maanen, 2000). Επομένως, θα απαιτηθούν πολλές περισσότερες μελέτες για να αποσαφηνιστούν και να καθιερωθούν νέες σχέσεις μεταξύ τους. Συλλογικά, η παρούσα μελέτη και άλλες παρόμοιες μελέτες για την Ι.τ.Μ. θα βοηθούσαν τους Μαθηματικούς να κατανοήσουν καλύτερα τα “γιατί” και τα “πώς” της αποτελεσματικής ενσωμάτωσης των Ιστορικών Σημειωμάτων στη διδασκαλία τους.

Βιβλιογραφία

- Aldon, G., & Soury-Lavergne, S. (2018). The French curriculum for mathematics and technology. *In book: International Approaches to STEM Education. CIDREE Yearbook 2018. Publisher: Mysore, S. (Ed.) (2018). International Approaches to STEM Education. CIDREE Yearbook 2018. Luxembourg: Service de Coordination de la Recherche et de l'Innovation pédagogiques et technologiques.*
- Alpaslan, M. (2011). *Prospective elementary mathematics teachers' knowledge of history of mathematics and their attitudes and beliefs towards the use of history of mathematics in mathematics education* (Master's thesis, Middle East Technical University). Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/268515460_Prospective_Elementary_Mathematics_Teachers%27_Knowledge_of_History_of_Mathematics_and_Their_Attitudes_and_Beliefs_towards_the_Use_of_History_of_Mathematics_in_Mathematics_Education
- Barbin, E. (2000). The Historicity of the Notion of what is Obvious in Geometry. *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective*, 51, 89.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education—Discussion document. *Educational studies in mathematics*, 51(1), 149-171.
- Boyé, A., Demattè, A., Lakoma, E., & Tzanakis, C. (2011). The history of mathematics in school textbooks. *Proc. of the 6th ESU*, 153-163.
- Büttner, S. Ö. (2018). Secondary School Mathematics Teachers' Knowledge Levels and Use of History of Mathematics. *Journal of Education and Training Studies*, 6(1), 9-20.
- Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., Tzanakis, C., & Wang, X. (2016, July). History of mathematics in mathematics education. Recent developments. In *History and pedagogy of mathematics*.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο
- Creswell, J. (2011). Έρευνα στην Εκπαίδευση—Σχεδιασμός Διεξαγωγή και Αξιολόγηση Ποσοτικής και Ποιοτικής Έρευνας (μτφ. Ν. Κουβαράκου, επιμ. Χ. Τσορμπατζούδης). *Αθήνα: Ιων*.
- Crowson, H.M. (April, 2020). *Chi-square test of associaton (independence) using SPSS: Analysis of GSS data*. [Powerpoint slides] Retrieved from: <https://drive.google.com/open?id=1m5bOD6RRJ5IOACUF9u-301UGFAjDgdSW>

- Doz, Daniel. (2021). *Using the History of Mathematics as a Motivational Factor in Teaching Math*. 10.46793/NNU21.471D. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/355470182_Using_the_History_of_Mathematics_as_a_Motivational_Factor_in_Teaching_Math
- Fasanelli, F., Arcavi, A., Bekken, O., Silva, J., Daniel, C., Furinghetti, F., Grugnetti, L., Hodgson, B., Kahane, J.-P., Kronfellner, M., Lakoma, E., Maanen, J., Michel-Pajus, A., Millman, R., Nagaoka, R., Niss, M., Carvalho, J., Dynnikov, Ci., & Zhang, D. (2006). 2000 - The political context. doi:10.1007/0-306-47220-1_1.
- Fauvel, J., & Van Maanen, J. (2000). *History in mathematical education: The ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- ΦΕΚ Β' 162/ 22.1.2015. *Πρόγραμμα Σπουδών για το σχολικό έτος 2015-2016*. Εφημερίς Της Κυβερνήσεως Της Ελληνικής Δημοκρατίας, τ.2, 1945.
- Φιλιππάκου, Χ. (2015). *Η αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών και τα αντίστοιχα διδακτικά βιβλία Δημοτικού – Γυμνασίου* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Fried, M. N. (2001). *Can mathematics education and history of mathematics coexist?* *Science & Education*, 10(4), 391–408.
- Furinghetti, F. (2006). Not out of the blue: Historical roots of mathematics education in Italy. *The Mathematics Enthusiast*, 3(1), 99-103.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 66(2), 131-143.
- Furingetti, F. (2012). History and epistemology in mathematics. *History of mathematics. In Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS). Developed under the auspices of the UNESCO, Oxford, England: EOLSS.*
- Furinghetti, F. (2020). *Rethinking history and epistemology in mathematics education*. 51 of International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 967-994.
- Gençkaya, Ş., & Tan-Şişman, G. (2021). The use of the history of mathematics in teaching-learning process: The perspectives of faculty members and teachers. *Psycho-Educational Research Reviews*, 10(2), 241-257.

- Γιάντση, Ε. (2021). *Οι απόψεις των εκπαιδευτικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σχετικά με τον ρόλο της παιδαγωγικής και διδακτικής κατάρτισης και της πρακτικής άσκησης* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Ανακτήθηκε από <https://dspace.uowm.gr/xmlui/handle/123456789/2239>
- Γκίνης, Δ. (2008). *Σημειώσεις μαθημάτων*. Ανακτήθηκε από: <http://unipi.gr/faculty/dghinis>
- Ho, W. K. (2008). *Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore*. Paper presented at the 1st RICE, Singapore: Raffles Junior College.
- Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (2021). *Πρόγραμμα Σπουδών για το μάθημα των Μαθηματικών στις Α', Β' και Γ' Τάξεις Γυμνασίου* (1η έκδοση). Αθήνα: Ι.Ε.Π.
- Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής. *Σχολικά Εγχειρίδια Μαθηματικών Λυκείου* (Έκδοση 2021). Αθήνα: ΙΤΥΕ-«Διόφαντος».
- Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (2021). *Πρόγραμμα Σπουδών για το μάθημα των Μαθηματικών στις Α', Β' και Γ' Τάξεις Λυκείου* (1η έκδοση). Αθήνα: Ι.Ε.Π.
- Τσαρη, Φ., & Πουρκός, Μ. (2016). *Ποιοτική μεθοδολογία έρευνας*. Ανακτήθηκε από: <https://repository-web.kallipos.gr/handle/11419/5826>
- Jankvist, U. T. (2009a). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Jankvist, U. T. (2012). History, Applications, and Philosophy in Mathematics Education: HAPh—A Use of Primary Sources. *Science & Education* (2013), 22, 635-656. DOI: 10.1007/s11191-012-9470-8.
- Karp, A. (Ed.). (2020). *Eastern European Mathematics Education in the Decades of Change. International Studies in the History of Mathematics and Its Teaching*. Springer. DOI:10.1007/978-3-030-38744-0
- Λάππα, Ε. (2018). *Διδασκαλία των Λογαρίθμων στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση με Ιστορική Προοπτική* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Ανακτήθηκε από: <https://dspace.uowm.gr/xmlui/handle/123456789/2318>
- Lim, S. Y., & Chapman, E. (2015). Effects of using history as a tool to teach mathematics on students' attitudes, anxiety, motivation and achievement in grade 11 classrooms. *Educational studies in mathematics*, 90(2), 189-212.

- Liu, P. H. (2003). Connecting Research to Teaching: Do Teachers Need to Incorporate the History of Mathematics in Their Teaching? *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416–421.
- Μιόγλου, Κ. (2017). *Πεποιθήσεις των δασκάλων για τη διδακτική αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Ανακτήθηκε από <https://dspace.uowm.gr/xmlui/handle/123456789/848>
- Μπιζμπιάνος, Μ. (2011). *Διδακτική αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών. Η περίπτωση της Γεωμετρίας* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Αθήνα: Τμήμα Μαθηματικών Ε.Κ.Π.Α.
- National Council of Teachers of Mathematics (1969). *Historical topics for the mathematics classroom*. NCTM Yearbook 31st. Washington: NCTM.
- Νεγρεπόντης, Σ., Γιαννακούλιας, Ε. και Γιωτόπουλος, Σ. (1987). *Απειροστικός Λογισμός* (1^{ος} τόμος). Αθήνα: Συμμετρία.
- Niss, M. A. (2004). The Danish "KOM" Project and possible consequences for teacher education. In R. Strässer, G. Brandell, B. Grevholm, & O. Helenius (Eds.), *Educating for the Future: Proceedings of an International Symposium on Mathematics Teacher Education: Preparation of Mathematics Teachers for the Future*. Malmö University, Sweden, 5-7 May 2003 (pp. 179-190). Kungl. Vetenskapsakademien. KVA rapport
- Οδηγίες διδασκαλίας μαθημάτων ΓΕΛ κατά το σχολικό έτος 2021-2022* [Ανακοινώσεις] (2021, Σεπτέμβριος 20). Ανακτήθηκε από <http://iep.edu.gr/el/graf-b-yliko-2021-2022>
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο-Τμήμα Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (2007). *Οδηγίες για τη διδασκτέα ύλη και τη διδασκαλία των Μαθηματικών του Γενικού Λυκείου κατά το σχολικό έτος 2007-2008*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Παλαιολόγος, Δ. (2015). *Κριτική Παρουσίαση Του Σχολικού Βιβλίου Της Α' Λυκείου: «ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ»* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Ανακτήθηκε από <http://hdl.handle.net/10889/8899>
- Panasuk, R. M., & Horton, L. B. (2012). *Integrating history of mathematics into curriculum: What are the chances and constraints?* *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 7(1), 3-20.

Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Σχολή Κοινωνικών και Ανθρωπιστικών Επιστημών, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης (2013). *Σύντομος Οδηγός Επιστημονικής Τεχνολογίας*. Ανακτήθηκε από:

<http://masteredu.eled.uowm.gr/%cf%87%cf%81%ce%ae%cf%83%ce%b9%ce%bc%ce%b1-%ce%ad%ce%b3%ce%b3%cf%81%ce%b1%cf%86%ce%b1/>

Sen, S. (2017). Integrating history of mathematics into the mathematics teaching: A study on concept of variable in elementary algebra in Indian perspective. *International Journal of Multidisciplinary Education and Research*, 2(1), 16–19.

Sfard, Anna. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*. 22. 1-36. DOI: 10.1007/BF00302715.

Skemp R (1969) *The psychology of learning mathematics*. Harmondsworth: Penguin.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Smestad, B. (2008). Teachers' conceptions of history of mathematics. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/263733702_Teachers%27_conceptions_of_history_of_mathematics?enrichId=rgreq-baab635c41c9ae9f913fb826c7d12f28-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzI2MzczMzczwMjtBUzoyMTI2NjY1Nzc2MjUxMDFAMTQyNzcxNTA3MTYyOA%3D%3D&el=1_x_2&esc=publicationCoverPdf

Θωμαΐδης, Γ., & Καστάνης, Ν. (1987). Μια διαχρονική εξέταση της σχέσης της Ιστορίας με τη Διδακτική των Μαθηματικών. *Ενκλείδης Γ*, 16, 61-92.

Thomaidis, Y., & Tzanakis, C. (2010). The implementation of the history of mathematics in the new curriculum and textbooks in Greek secondary education. *CERME 6–WORKING GROUP 15*, 2801.

Tong, D., Loc, N., Uyen, B., & Y, T. (2019). Integrating the History of Mathematics into Mathematics Education: A Case Study of Teaching the Quadratic Equations. *Universal Journal of Educational Research*. 7. 2454-2462. DOI: 10.13189/ujer.2019.071124.

Τσαγγρής, Μ. (2014). *Στατιστική με τη χρήση του πακέτου IBM SPSS 22*. Αθήνα και Nottingham. Ανακτήθηκε από <https://mathbooksgr.files.wordpress.com/2014/03/spss-22.pdf> (Σημειώσεις διδασκαλίας).

Τσιμπουράκης, Δ. (1997). Τα ιστορικά σημειώματα στα σχολικά μαθηματικά βιβλία. *Ενκλείδης Β'*, 25, 1-10.

- Τσιώλης, Γ. (2014). Μέθοδοι και τεχνικές ανάλυσης στην ποιοτική κοινωνική έρευνα. *Αθήνα: Κριτική*.
- Τζανάκης Κ. (2009). Η αξιοποίηση των σχέσεων μεταξύ της Ιστορίας των Μαθηματικών και Μαθηματικής Εκπαίδευσης: Συζήτηση σχετικά με τα υπέρ και τα κατά, βάσει της διεθνούς εμπειρίας. Στο Βαμβακούση Ξ., Θωμαΐδης, Γ., Πάσχος Θ. (επιμ.), *Αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Επιστημονική Ένωση για τη Διδακτική των Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη, σελ. 17 – 39.
- Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Chapter 7, Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. [eds.] John Fauvel and Jan van Maanen. *History in mathematics education: the ICMI study*. Dordrecht : Kluwer, pp. 201-240.
- Tzanakis, C., Arcavi, A., Sa, C., Isoda, M., Lit, C.-K., Niss, M., Carvalho, J., Rodríguez, M., & Siu, M.-K. (2006). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. DOI: 10.1007/0-306-47220-1_7
- Tzanakis, C., & Thomaidis, Y. (2012). Classifying the arguments and methodological schemes for integrating history in mathematics education. *Crossroads in the history of mathematics and mathematics education*, 247, 294.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2020). A Spotlight on Mathematics Education in the Netherlands and the Central Role of Realistic Mathematics Education. In: Van den Heuvel-Panhuizen, M. (eds) *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_1
- Van Gulik-Gulikens, I., Krüger, J., van Maanen, J. (2020). Eighteenth Century Land Surveying as a Context for Learning Similar Triangles and Measurement. In: Van den Heuvel-Panhuizen, M. (eds) *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_13
- Βούζιος, Γ. (2019). *Πεποιθήσεις των καθηγητών Γυμνασίου για τη διδακτική αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου* (Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία). Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Φλώρινα.
- Ζαφειρόπουλος, Κ. (2005). *Πώς γίνεται μια επιστημονική εργασία: επιστημονική έρευνα και συγγραφή εργασιών*. Αθήνα: Κριτική

Παράρτημα

Το ερωτηματολόγιο που συντάχθηκε για τους σκοπούς της έρευνας με τίτλο:

ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ Δ/ΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ: ΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΚΤΙΚΗ

1. Φύλο

- Άνδρας Γυναίκα

2. Ηλικία

- <28 29-39 40-50 51-61 >62

3. Ποιο είναι το ανώτερο επίπεδο σπουδών που ολοκληρώσατε;

- Βασικό πτυχίο Μεταπτυχιακό Διδακτορικό

4. Αν ολοκληρώσατε επιπλέον σπουδές, για ποιο λόγο τις επιλέξατε;

- Προσωπική βελτίωση Επαγγελματική εξέλιξη Και για τους δύο παραπάνω λόγους

5. Επίπεδο επιμόρφωσης που έχω ολοκληρώσει στις Τ.Π.Ε.

- Α Β₁ Β₂ Β Δεν έχω λάβει επιμόρφωση

6. Όλες ή τις περισσότερες διδακτικές ώρες την εβδομάδα εργάζομαι:

- Ως μόνιμη/ος σε δημόσιο σχολείο Ως μόνιμη/ος σε ιδιωτικό σχολείο
 Ως αναπληρώτρια/τής Ως ωρομίσθια/ος Σε φροντιστήριο Μ.Ε. Σε ιδιαίτερα μαθήματα

7. Τις περισσότερες ώρες την εβδομάδα διδάσκετε μαθηματικά σε μαθητές:

- Γυμνασίου (όλων των τύπων) Γε. Λ. (όλων των τύπων) Επα.Λ. (όλων των τύπων)

8. Τις περισσότερες ώρες την εβδομάδα διδάσκετε σε περιοχή

- Αστική (πληθ.>10000) Ημιαστική (πληθ. 2000-10000) Αγροτική (πληθ.<2000)

9. Τα χρόνια εμπειρίας σας στη διδασκαλία των Μαθηματικών

- 1-8 9-16 17-24 25-32 > 33

10. Με ενδιαφέρει το γνωστικό αντικείμενο της Ιστορίας

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

11. Στο πρόγραμμα σπουδών του τμήματος Μαθηματικών από το οποίο αποφοιτήσατε, συμπεριλαμβάνονταν μάθημα σχετικό με τη Διδακτική των Μαθηματικών (Δ.τ.Μ.);

Ναι Όχι

12. Κατά τη διάρκεια των βασικών σπουδών σας υλοποιήσατε πρακτική άσκηση σε κάποια εκπαιδευτική δομή;

Ναι Όχι

13. Υπάρχει η άποψη ότι η δημιουργικότητα και η ικανότητα επικοινωνίας του εκπαιδευτικού με τους μαθητές σχετίζεται με την επαρκή γνώση του γνωστικού αντικειμένου και τη διαχρονική εξέλιξή του

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

14. Με ενδιαφέρει η Ιστορία των Μαθηματικών (Ι.τ.Μ.)

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

15. Στο πρόγραμμα σπουδών του τμήματος από το οποίο αποφοιτήσατε, συμπεριλαμβάνονταν μάθημα σχετικό με την Ιστορία των Μαθηματικών (Ι.τ.Μ.), όπως Φιλοσοφία των Μαθηματικών, Επιστημολογία κλπ.;

Ναι Όχι

16. Ένας παιδαγωγικά και επιστημολογικά καταρτισμένος εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να αντιμετωπίσουν τη “μαθηματικοφοβία” τους

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

17. Η επιμόρφωση/κατάρτιση στην Ι.τ.Μ. σχετικά με την άσκηση του εκπαιδευτικού έργου, θεωρείται σημαντική.

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

18. Αιτιολογήστε επιγραμματικά την προηγούμενη επιλογή σας.

.....

19. Αισθάνομαι ανασφάλεια όταν εντάσσω τα Ιστορικά Σημειώματα (Ι.Σ.) που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια στη διδασκαλία μου.

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

20. Η επιμόρφωση/κατάρτιση των εκπαιδευτικών στην Ι.τ.Μ. είναι αναγκαία πριν την άσκηση του εκπαιδευτικού τους έργου.

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

21. Πόσο καλά καταρτισμένη/ος αισθάνεστε σχετικά με:

	Καθόλου	Λίγο	Μέτρια	Πολύ	Πάρα πολύ
α. Το γνωστικό αντικείμενο	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Την ικανότητα πραγματοποίησης διδασκαλίας (μορφές, τεχνικές, μέσα κλπ.)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
γ. Τις γενικές παιδαγωγικές γνώσεις (εκπαιδευτικές θεωρίες, στρατηγικές διαχείρισης της τάξης κλπ.)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
δ. Την αξιοποίηση της Ι.τ.Μ. μέσω των Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

22. Κατά τη διάρκεια της διδασκαλία σας έχετε δεχθεί ερωτήσεις από τους μαθητές που να απαιτούσαν γνώσεις της Ι.τ.Μ.;

- Ναι Όχι

23. Αν απαντήσατε ΝΑΙ στην προηγούμενη ερώτηση, αξιολογήστε την ανταπόκρισή σας σε αυτές.

	1	2	3	4	5	
Καθόλου καλή	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Πολύ καλή

24. Κατά πόσο συμφωνείτε με τις παρακάτω δηλώσεις για τους λόγους της μη ικανοποιητικής χρήσης στη διδακτική πρακτική

	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
α. Έλλειψη ιστορικής προοπτικής στο Πρόγραμμα Σπουδών (Π.Σ.)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Δεν εξετάζεται κάτι σχετικό στις εξετάσεις	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
γ. Η χρήση διδακτικού υλικού στην Ι.τ.Μ. προκαλεί χάσιμο χρόνου	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
δ. Δεν υπάρχει αρκετός χώρος για την Ι.τ.Μ. στα σχολικά εγχειρίδια	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ε. Υπερφορτωμένο Π.Σ.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
στ. Οι μαθητές βρίσκουν την Ι.τ.Μ. βαρετή/αδιάφορη	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ζ. Αδυναμία των μαθητών να συνδέσουν τα Μαθηματικά με την Ιστορία τους (ανακάλυψη, εξέλιξη)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
η. Έλλειψη γνώσης και υλικού για την ενσωμάτωση της Ι.τ.Μ. στη διδασκαλία	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

25. Τα Ι.Σ. που περιέχονται στα σχολικά εγχειρίδια

	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
α. Είναι επαρκή	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Χρηρίζουν αναθεώρησης	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
γ. Είναι ακριβή	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
δ. Είναι τοποθετημένα στη σωστή θέση σε σχέση με την ενότητα στην οποία αναφέρονται	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

26. Η χρήση των Ι.Σ. (κατ' επέκταση η Ι.τ.Μ.) ωφελεί τους εκπαιδευτικούς

	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
α. Στην ενίσχυση της γνώσης περιεχομένου	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Στην αύξηση της ικανοποίησης από την εργασία τους	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
γ. Στην ενίσχυση/ενδυνάμωση της επικοινωνίας με τους μαθητές	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
δ. Στην επαγγελματική τους βελτίωση	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

27. Η ενσωμάτωση των Ι.Σ. στη διδασκαλία θα μπορούσε να συμβάλει

	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
α. Στη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Στην αντιμετώπιση προβλημάτων εννοιολογικής κατανόησης & μάθησης	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

28. Η χρήση των Ι.Σ. είναι δυνατόν

	Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
α. Να αποτελέσει κίνητρο των μαθητών για μελέτη των Μαθηματικών	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
β. Να προσδώσει στα Μαθηματικά “ανθρώπινο” πρόσωπο (πιο κοντά στην καθημερινή ζωή) βοηθώντας τους μαθητές να τα προσεγγίσουν με αυτοπεποίθηση και σιγουριά.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
γ. Να συμβάλει στη διαφοροποίηση της διδασκαλίας των Μαθηματικών	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
δ. Να προωθήσει ένα μαθητοκεντρικό περιβάλλον μάθησης μετασχηματίζοντας τη σχολική αίθουσα από πεδίο μεταφοράς της γνώσης σε πεδίο διερευνητικής μάθησης	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ε. Να υποστηρίξει τη μάθηση με νόημα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
στ. Να αποτελέσει εμπόδιο για την ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ζ. Να αποπροσανατολίσει καθηγητές και μαθητές οδηγώντας τους σε ατέρμονες συζητήσεις φιλοσοφικού - επιστημολογικού χαρακτήρα, αναδεικνύοντας την ανεπάρκεια των εκπαιδευτικών σε τέτοιες συζητήσεις	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
η. Να αποτελέσει απαραίτητη προϋπόθεση για την κατανόηση Μαθηματικών εννοιών, μέσω της πληροφορίας που δέχεται ο μαθητής για την ανακάλυψη και την εξέλιξή τους.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

29. Οι δραστηριότητες που προετοιμάζονται με βάση την Ι.τ.Μ θα πρέπει να περιλαμβάνονται στο Π.Σ. των Μαθηματικών.

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

30. Η χρήση των Ι.Σ. δεν είναι σημαντική

	1	2	3	4	5	
Διαφωνώ απόλυτα	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Συμφωνώ απόλυτα

31. Τα Ι.Σ. που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια διευκόλυναν τη διδασκαλία σας σε κάποιο μάθημά σας;

- Ναι Όχι

32. Αν απαντήσατε ΝΑΙ στην προηγούμενη ερώτηση να καταγράψετε το ή τα Ι.Σ. που χρησιμοποιήσατε.

.....

Ευχαριστώ για τη συμμετοχή σας

