



## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

# **«ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΓΡΩΝ ΑΠΟΒΛΗΤΩΝ»**

**ΔΙΑΜΑΝΤΗ ANNA ΝΕΟΦΙΛΗ**

**ΑΕΜ: 00073**

Επιβλέπων: ΣΟΥΛΙΩΤΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ

Επόπτες:

α) ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ ΖΑΧΑΡΙΑΣ

β) ΠΑΝΑΡΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΚΟΖΑΝΗ, Σεπτέμβριος 2021



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





Με ιδιαίτερη εκτίμηση και ευγνωμοσύνη,  
στη μνήμη του αγαπημένου μου παππού, Nenad Cubrilo



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





## Περιεχόμενα

<b>Περιεχόμενα</b> .....	<b>5</b>
<b>Ευχαριστίες</b> .....	<b>7</b>
<b>Περίληψη</b> .....	<b>9</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>11</b>
<b>Κεφάλαιο 1ο Εισαγωγή</b> .....	<b>13</b>
1.1 Ηλιακή ακτινοβολία .....	13
1.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά .....	13
1.1.2 Ηλιακή γεωμετρία .....	19
<b>Κεφάλαιο 2ο Απόδειξη τύπων</b> .....	<b>25</b>
2.1 Νόμος Snell .....	25
2.2 Εξισώσεις Fresnel .....	26
2.3 Διαπερατότητα λόγω ανάκλασης .....	34
2.4 Διαπερατότητα λόγω απορρόφησης .....	34
2.5 Οπτικές ιδιότητες των διαφανών μέσων .....	35
<b>Κεφάλαιο 3ο Σχεδίαση των Ηλιακών Συσκευών</b> .....	<b>39</b>
3.1 Ηλιακές συσκευές ICS .....	39
3.1.1 Γενικά .....	39
3.1.2 Σχεδίαση και λειτουργία τύπων ηλιακών συσκευών ICS .....	40
3.1.3 Χρήση κατοπτρικών διατάξεων .....	41
3.1.4 Παράμετροι σχεδίασης ηλιακών συσκευών ICS .....	42
3.1.5 Παράμετροι σχεδίασης καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων .....	43
3.2 Οπτική ανάλυση ηλιακής συσκευής ICS με τη μέθοδο υπολογισμού πορείας ακτίνων (RTM). .....	43
3.2.1 Μέθοδος RTM .....	44
3.2.2 Μαθηματικές σχέσεις κατά την ανάπτυξη της μεθόδου RTM σε σύστημα με συμμετρικά καμπύλα κάτοπτρα τύπου CPC .....	45
3.2.3 Μαθηματικές σχέσεις κατά την ανάπτυξη της μεθόδου RTM σε σύστημα κατοπτρικών διατάξεων γεωμετρίας involute .....	53
3.2.4 Οπτική ανάλυση συσκευών ICS με γωνίες υποδοχής 60°, 90° και 180° .....	58
3.3 Αρχές σχεδιασμού των ειδών CPC ηλιακών συσκευών ICS .....	59
<b>Κεφάλαιο 4ο Αποτελέσματα ανάλυσης πορείας ακτίνων</b> .....	<b>85</b>
4.1 Ανάλυση πορείας ακτίνων .....	85
4.1.1 Γενικά .....	85
4.2 Εφαρμογή της μεθόδου .....	85



4.3 Αποτελέσματα της ανάλυσης πορείας ακτίνων.....	87
<b>Κεφάλαιο 5ο Επεξεργασία Υγρών Αποβλήτων Μέσω της Φωτοκατάλυσης.....</b>	<b>121</b>
5.1 Φωτοκατάλυση.....	121
5.1.1 Γενικά.....	121
5.1.2 Είδη του φαινομένου.....	122
5.2 Φωτοαντιδραστήρες.....	124
5.2.1 Παράμετροι σχεδιασμού.....	125
5.2.2 Είδη φωτοαντιδραστήρων.....	125
<b>Συμπεράσματα.....</b>	<b>129</b>
<b>Παράρτημα Α.....</b>	<b>130</b>
ΤΜΗΜΑ Ι.....	131
ΤΜΗΜΑ ΙΙ.....	133
ΤΜΗΜΑ ΙΙΙ.....	137
ΤΜΗΜΑ ΙV.....	139
<b>Παράρτημα Β.....</b>	<b>143</b>
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>159</b>



## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της εν λόγω διπλωματικής εργασίας, κρίνεται απαραίτητο να απευθύνω ιδιαίτερες ευχαριστίες σε όλους όσους συνέβαλλαν ουσιαστικά, ο καθένας με το δικό του μοναδικό τρόπο, στην εκπόνησή της.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή και μέντορά μου, κύριο Εμμανουήλ Σουλιώτη, Αναπληρωτή Καθηγητή στο Τμήμα Χημικών Μηχανικών του ΠΔΜ, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε εξ' αρχής αναθέτοντάς μου το συγκεκριμένο θέμα, για την επιστημονική του καθοδήγηση, το αμείωτο ενδιαφέρον που έδειξε, τις μείζονος σημασίας συμβουλές που αποκόμισα από εκείνον αλλά και τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσε με σκοπό να με βοηθήσει να φέρω σε πέρας την εν λόγω εργασία.

Επίσης οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κύριο Ζαχαρία Φροντιστή, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Χημικών Μηχανικών του ΠΔΜ και επόπτη της εν λόγω διπλωματικής εργασίας, για την άριστη συνεργασία, τον επίσης πολύτιμο χρόνο αλλά και το ενδιαφέρον που έδειξε για την επίλυση αποριών. Επιπροσθέτως ευχαριστώ πολύ και τον κύριο Γεώργιο Πανάρα, Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του ΠΔΜ, για τις εποικοδομητικές του υποδείξεις, ως μέλος της τριμελούς επιτροπής.

Δεν θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω θερμά τους γονείς αλλά και τον αδερφό μου, για την πολύτιμη, τόσο υλική όσο και ψυχική στήριξη, όχι μόνο κατά την εκπόνηση της εν λόγω διπλωματικής εργασίας αλλά και κατά την διάρκεια των σπουδών μου, οι οποίοι βρίσκονται πάντοτε στο πλευρό μου ενθαρρύνοντας τις επιλογές και τα όνειρά μου.

Κλείνοντας λοιπόν τις ευχαριστίες, θα ήθελα να απευθύνω και ένα ιδιαίτερο ευχαριστώ, σε αγαπημένα μου πρόσωπα, πέραν της οικογένειάς μου, τα οποία πιστεύουν σε εμένα και με στηρίζουν καθημερινά.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---







## Περίληψη

Η χρήση της ηλιακής ενέργειας με σκοπό τη θέρμανση του νερού για οικιακή χρήση, αποτελεί την πιο ευρέως διαδεδομένη εφαρμογή των ηλιακών συσκευών. Τα εξέχοντα και μείζονος σημασίας πλεονεκτήματα των ηλιακών συσκευών ολοκληρωμένου συλλέκτη – αποθήκης θερμότητας ICS, ως προς το κόστος, την κατασκευή αλλά και τη λειτουργία τους, καθιστούν τις εν λόγω συσκευές, καταλληλότερες συγκριτικά με τις θερμοσιφωνικές συσκευές επίπεδων ηλιακών συσκευών, FPTU. Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας όμως, προτείνεται η χρήση των ηλιακών συσκευών ICS, με σκοπό την διαχείριση υγρών αποβλήτων. Στοχεύοντας στην όσο το δυνατόν καλύτερη κατανομή των ηλιακών ακτίνων, μελετάται η προσάρτηση συμμετρικών κατοπτρικών διατάξεων γεωμετρίας CPC, διαφορετικών γωνιών υποδοχής  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  και  $180^\circ$ . Επιπλέον, πραγματοποιείται οπτική μελέτη των παραπάνω συσκευών μέσω της ανάπτυξης ενός υπολογιστικού μοντέλου το οποίο στηρίζεται στη μέθοδο πορείας ακτίνων RTM, καταλήγοντας, μέσω των αποτελεσμάτων, στην επιλογή εκείνης της γωνίας, η οποία προσφέρει τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση αλλά ταυτοχρόνως και το μικρότερο δυνατό κόστος, λόγω μικρότερων διαστάσεων. Σε αντίθεση με τις ηλιακές συσκευές ICS που χρησιμοποιούνται για τη θέρμανση του νερού, στην εν λόγω περίπτωση για την διαχείριση λυμάτων, δεν χρησιμοποιείται απορροφητής αλλά διαφανές μέσο το οποίο μέσω των πολλαπλών ανακλάσεων «εκμεταλλεύεται» μεγάλο ποσοστό των ακτίνων που προσπίπτουν σε αυτό. Ως μέθοδος διαχείρισης των υγρών αποβλήτων προτείνεται η φωτοκατάλυση και πιο συγκεκριμένα το φαινόμενο της ετερογενούς φωτοκατάλυσης, η οποία δύναται να εφαρμοστεί μελλοντικά στην πράξη, προς επίτευξη του συγκεκριμένου σκοπού.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





## Abstract

The most widespread application of solar devices is the usage of solar energy for the purpose of heating water for domestic use. The ICS integrated heat collectors – heat storage devices have so many important advantages, that are more practical due to their low cost, simple construction and operation, compared to Flat Plate Thermosiphonic Units, FPTU. In this thesis, the application of ICS solar devices for wastewater treatment, is proposed. Aiming the best possible solar ray distribution, the attachment of Compound Parabolic Concentrators CPC, with different acceptance angles  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $180^\circ$  is studied. In addition, a visual study of those devices is showcased which is based on the Ray Tracing Method, RTM. In the end, due to the results of this computational method, the angle that attributes the highest efficiency and the lowest cost has been selected. Unlike ICS solar devices used for water heating which use an absorber, those for wastewater treatment, use a transparent medium in which through multiple reflections a large percentage of rays is being “trapped”. Photocatalysis and especially heterogenous photocatalysis is being proposed as a wastewater treatment method, which can be applied in the future for this exact purpose.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





## Κεφάλαιο 1ο Εισαγωγή

### 1.1 Ηλιακή ακτινοβολία

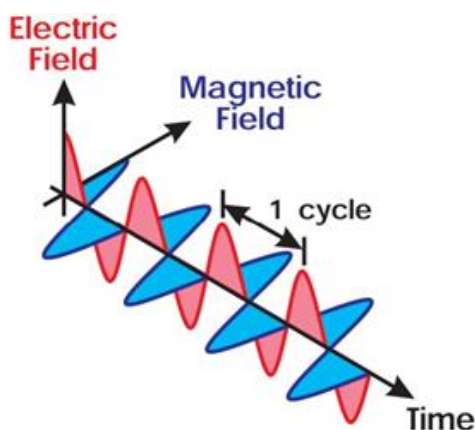
Ο Ήλιος είναι ένα τυπικό αστέρι, αποτελούμενο κυρίως από υδρογόνο, H: 71 % και ήλιο, He: 27 % κατά μάζα, του οποίου η δομή και τα χαρακτηριστικά καθορίζουν τη φύση της ενέργειας την οποία εκπέμπει στο χώρο. Η Ηλιακή ακτινοβολία παράγεται στον πυρήνα του Ηλίου μέσω θερμοπυρηνικής σύντηξης με τον λεγόμενο κύκλο πρωτονίου-πρωτονίου (ή p-p cycle).

Στο εν λόγω υποκεφάλαιο, θα πραγματευτούν δύο βασικά και μείζονος σημασίας, όσον αφορά την κατανόηση και την εξοικείωση με τον όρο της Ηλιακής ακτινοβολίας, θέματα. Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη υποενότητα θα μελετηθούν τα βασικά χαρακτηριστικά της εν λόγω ακτινοβολίας εκτός των ορίων της ατμόσφαιρας, η φασματική της απόκριση, η έντασή της αλλά και ένα θεμελιώδες μέγεθος η πυκνότητα ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας και η εξάρτησή της από το μήκος κύματος. Επιπρόσθετα, στη δεύτερη υποενότητα, θα πραγματοποιηθεί παρουσίαση της ηλιακής γεωμετρίας, της θέσης δηλαδή του ήλιου στον ουρανό η οποία αποτελεί συνάρτηση διαφόρων γωνιών, που θα αναλυθούν παρακάτω.

#### 1.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά

Με τον όρο ακτινοβολία εννοούμε την εκπομπή και διάδοση ενέργειας με ηλεκτρομαγνητικά κύματα, είτε στο κενό, είτε μέσα σε διαπερατό από την ακτινοβολία μέσο. Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, χαρακτηρίζεται από το μήκος κύματος ( $\lambda$ ), την ένταση της ακτινοβολίας δηλαδή την ενέργεια που προσπίπτει στη μονάδα μιας επιφάνειας, στη μονάδα του χρόνου, αλλά και από την ικανότητα εκπομπής για ορισμένο μήκος κύματος και ορισμένη θερμοκρασία (T), δηλαδή την ενέργεια που εκπέμπει το σώμα από την μονάδα επιφάνειας, στην μονάδα του χρόνου. Όταν μια ποσότητα ακτινοβολίας προσπίπτει σ' ένα σώμα, τότε ένα μέρος αυτής απορροφάται από αυτό, ένα άλλο μέρος της ανακλάται και το υπόλοιπο διαθλάται. Αν το σώμα απορροφά όλη την ακτινοβολία που προσπίπτει σε αυτό τότε ονομάζεται μέλαν σώμα, το οποίο και αποτελεί ένα ιδεατό σώμα.

Η Ηλιακή ακτινοβολία αποτελεί ένα συνδυασμό εκπομπής και διάδοσης ενέργειας με ηλεκτρομαγνητικά κύματα, αυτό λοιπόν βάση της κβαντικής θεωρίας, έπεται ότι η φύση της Ηλιακής ακτινοβολίας αποτελεί με τη σειρά της ένα συνδυασμό της κυματικής και της σωματιδιακής φύσης, της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.



Εικόνα 1.1.1 Γραφική αναπαράσταση ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Πηγή: ΗΛΙΑΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ/ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Σουλιώτης Εμμανουήλ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

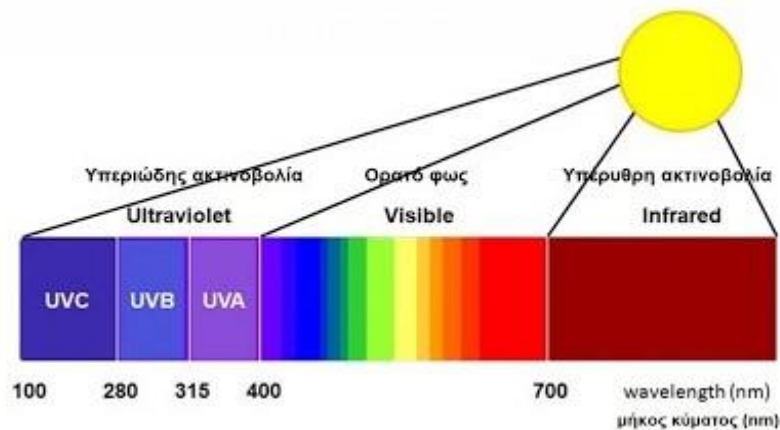
Η κυματική φύση χαρακτηρίζεται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας ( $\lambda$ ), την ταχύτητα των φωτονίων στο κενό ( $c = 2,9979 \cdot 10^8$  m/s) και τη συχνότητα της ακτινοβολίας ( $f$ ). Το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας υπολογίζεται από τον εξής τύπο, ο οποίος αποτελεί τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.1.1)$$

Όσον αφορά τη σωματιδιακή φύση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, είναι γνωστό ότι το φως μπορεί να μεταφέρει μόνο συγκεκριμένα ποσά ενέργειας μέσω των φωτονίων (αδιαίρετα «πακέτα» που διαθέτουν ενέργεια και ορμή) και η ενέργεια ( $E$ ) που μεταφέρει κάθε φωτόνιο, προσδιορίζει και το μήκος κύματός του. Η εν λόγω ενέργεια υπολογίζεται από τον εξής τύπο:

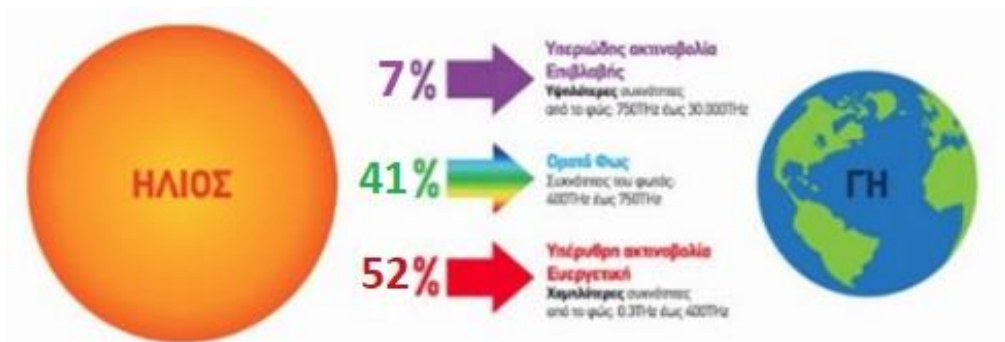
$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (1.1.2)$$

όπου  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s: σταθερά του Plank



Εικόνα 1.1.2 Ηλιακό φάσμα. Πηγή: Alter eclass, Ηλιακό Φάσμα  
<https://sites.google.com/site/altereclass/eliako-phasma>

Αναφορικά με το φάσμα της Ηλιακής (Ηλεκτρομαγνητικής) Ακτινοβολίας, ο Ήλιος εκπέμπει σε ένα μέρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Για τη μελέτη της ατμόσφαιρας το τμήμα του φάσματος που μας αφορά, εκτείνεται από 250 nm έως 2500 nm, δηλαδή από το υπεριώδες μέχρι και το υπέρυθρο. Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι από το σύνολο της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας που εκπέμπει ο Ήλιος, περίπου το 50% εμπίπτει στο υπέρυθρο φάσμα με μήκη κύματος  $\lambda > 0,7 \mu\text{m}$ , το 40% περίπου βρίσκεται στην περιοχή του ορατού με μήκη κύματος μεταξύ  $0,4 \mu\text{m}$  και  $0,7 \mu\text{m}$ , ενώ ένα ποσοστό περίπου 10% βρίσκεται στο υπεριώδες με  $\lambda < 0,4 \mu\text{m}$ .



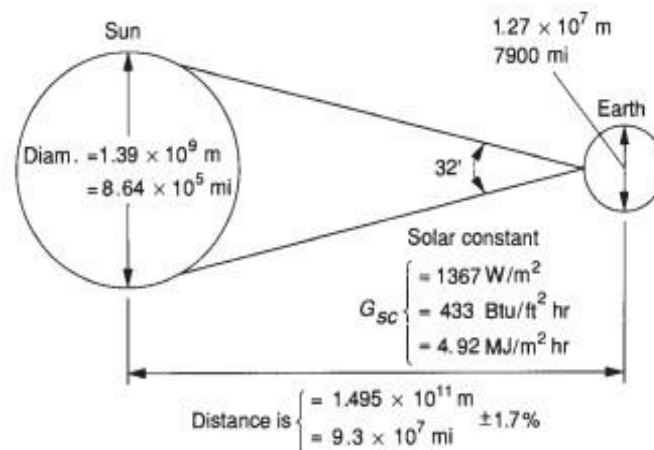
Εικόνα 1.1.3 Φασματική κατανομή Ηλιακής ακτινοβολίας. Πηγή: ΗΛΙΑΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ/ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Σουλιώτης Εμμανουήλ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Βασική πηγή ενέργειας για την ατμόσφαιρα, σε ύψη πάνω από 10 km, αποτελεί το υπεριώδες μέρος του φάσματος με μήκη κύματος  $\lambda < 0,3 \mu\text{m}$ . Έχει παρατηρηθεί ότι το εύρος μήκους κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, το οποίο περιλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας που εκπέμπεται από τον ήλιο, κυμαίνεται από 0,25 έως 3μm. Οποιαδήποτε ακτινοβολία, όπως και εκείνη του Ηλιακού φωτός, περιλαμβάνει φωτόνια διαφόρων μηκών κύματος, αναφέρεται ως πολυχρωματική ή ευρυζωνική.



Κάθε φωτόνιο της Ηλιακής ακτινοβολίας, όπως προαναφέρθηκε, διέρχεται διαμέσου μιας επιφάνειας αλλά και κινείται στο κενό, με την ταχύτητα του φωτός. Έπεται λοιπόν, η ύπαρξη μιας ροής φωτονίων, η οποία μετρείται σε μονάδες ενέργειας ανά μονάδα χρόνου (J/s ή Watt) και συνεπάγεται ροή ακτινοβολίας (radiant flux), η οποία με τη σειρά της ισοδυναμεί με ροή ενέργειας (radiant energy flux). Το γεγονός αυτό καταδεικνύει την ύπαρξη ενός θεμελιώδους μεγέθους το οποίο αναπαριστά την ενέργεια που παρέχεται κάθε δευτερόλεπτο από την Ηλιακή ακτινοβολία, όταν εκείνη διέρχεται από μία επιφάνεια εμβαδού  $1 \text{ m}^2$ . Το μέγεθος αυτό ονομάζεται πυκνότητα ισχύος (irradiance), συμβολίζεται με  $I$  και η μονάδα μέτρησής της είναι  $\text{W/m}^2$  ( $(\text{J/s})/\text{m}^2$ ).

Η γη απορροφά την ηλιακή ακτινοβολία που φθάνει σε αυτήν και κατόπιν την επανεκπέμπει στο διάστημα σε μεγαλύτερα μήκη κύματος. Η ποσότητα της ενέργειας του Ηλίου που δέχεται μια μονάδα της επιφάνειας η οποία είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης των ηλιακών ακτινών, στη μέση απόσταση Ηλίου-Γης ( $149,5 \cdot 10^6 \text{ km}$ ) στο όριο της ατμόσφαιρας ανά μονάδα χρόνου ονομάζεται ηλιακή σταθερά (solar constant). Αξίζει να σημειωθεί ότι η απόσταση Ηλίου-Γης μεταβάλλεται κατά ένα ποσοστό  $\pm 1,7\%$ , λόγω της εκκεντρότητας της Γης. Η ηλιακή σταθερά συμβολίζεται ως  $I_{sc}$  και στην πραγματικότητα εκπροσωπεί μια μέση τιμή της πυκνότητας ισχύος κατά το διάστημα ενός έτους. Από διάφορες πειραματικές εκτιμήσεις, η τιμή της εν λόγω σταθεράς λαμβάνεται προσεγγιστικά γύρω στα  $1367 \text{ W/m}^2$ .



Εικόνα 1.1.4 Σχηματική απεικόνιση των σχέσεων Ήλιου-Γης. Πηγή: John A. Duffie and William A. Beckman (2003). Solar Engineering of Thermal Processes, Fourth Edition. Solar Energy Laboratory University of Wisconsin-Madison. New Jersey and Canada: John Wiley & Sons.

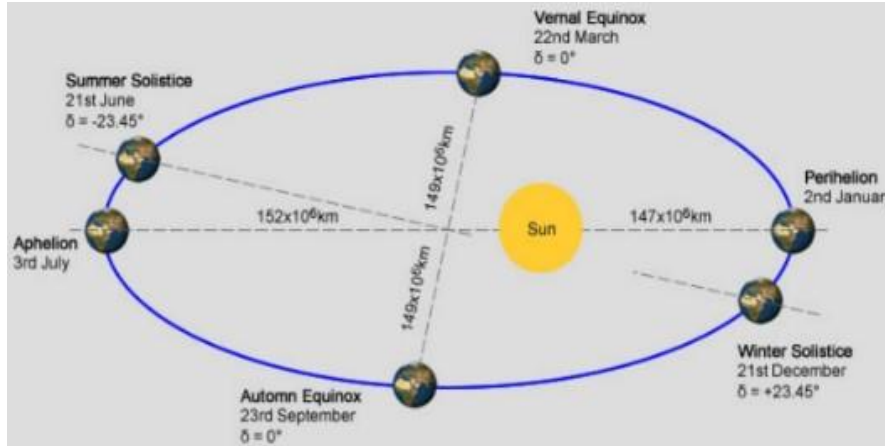
Η Γη βρίσκεται πλησιέστερα στον ήλιο στις 2 Ιανουαρίου (περιήλιο) και μακρύτερα από εκείνον στις 2 Ιουλίου (αφήλιο), λόγω της ελλειπτικής της τροχιάς. Εξαιτίας αυτού, η πυκνότητα ισχύος  $I$ , μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια του έτους, περίπου κατά  $105 \text{ W/m}^2$ . Η σχέση που συνδέει την πυκνότητα ισχύος με την ηλιακή σταθερά παρουσιάζεται στον παρακάτω τύπο, ο οποίος περιγράφει την ετήσια μεταβολή της εξωατμοσφαιρικής πυκνότητας ισχύος, στη διάρκεια του έτους:





$$I = \left(1 + 0,033 \cdot \cos \frac{360 \cdot n}{365}\right) \quad (1.1.3)$$

όπου n: ο αύξων αριθμός της ημέρας



Εικόνα 1.1.5 Απεικόνιση ελλειπτικής τροχιάς που διαγράφει η Γη κατά την κίνησή της.  
Πηγή: ΗΛΙΑΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ/ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Σουλιώτης Εμμανουήλ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Μείζονος σημασίας θεωρείται η μελέτη της εξάρτησης της πυκνότητας ισχύος από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Παρατηρείται ότι όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος κύματος λ, της ακτινοβολίας τόσο λιγότερη ενέργεια μεταφέρεται, συνεπώς και μικρότερη πυκνότητα ισχύος. Επιπλέον το μέγιστο μήκος κύματος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας είναι αντιστρόφως ανάλογο της θερμοκρασίας του σώματος από το οποίο εκπέμπεται.

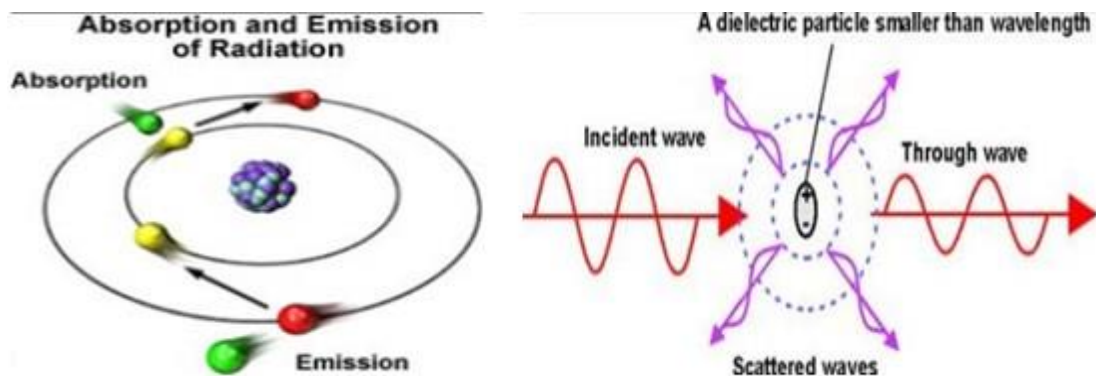
Η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας έξω από την ατμόσφαιρα της Γης πλησιάζει αυτή του μέλαν σώματος σε θερμοκρασία περίπου 5800K (επιφανειακή θερμοκρασία Ηλίου). Μελετώντας όμως την ηλιακή ακτινοβολία στην επιφάνεια της Γης, δεν θα ήταν συνετό να παραληφθεί η αναφορά στην έντασή της και την μεταβολή που εκείνη υφίσταται κατά την διέλευσή της από την ατμόσφαιρα της Γης. Η εν λόγω ένταση εξαρτάται από τη μέση απόσταση Ηλίου-Γης στην οποία έγινε αναφορά παραπάνω, το ύψος του Ηλίου, το οποίο αποτελεί έναν αστρονομικό παράγοντα που επηρεάζει την ηλιακή σταθερά και αποτελεί συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους και της εποχής στην οποία γίνεται η καταγραφή και θα αναλυθεί στην επόμενη υποενότητα, αλλά και επιπλέον εξαρτάται από την ατμόσφαιρα και την κατάσταση της.

Κατά τη διέλευση των ηλιακών ακτινών από τη γήινη ατμόσφαιρα η ένταση της ακτινοβολίας ελαττώνεται, καθώς τα φωτόνια σκεδάζονται, απορροφώνται και ανακλώνται προς το διάστημα. Όσο μεγαλύτερη είναι η οπτική μάζα την οποία διασχίζει η ακτινοβολία τόσο μεγαλύτερη είναι και η εξασθένισή της λόγω απορρόφησης.

Η ατμοσφαιρική σκέδαση της ηλιακής ακτινοβολίας προκαλείται από μόρια αέρα, νερού και αιωρούμενων σωματιδίων (σκόνης). Ο βαθμός σκέδασης εξαρτάται από τον αριθμό των σωματιδίων μέσω των οποίων πρέπει να διέλθει η ακτινοβολία, αλλά και από το μέγεθός

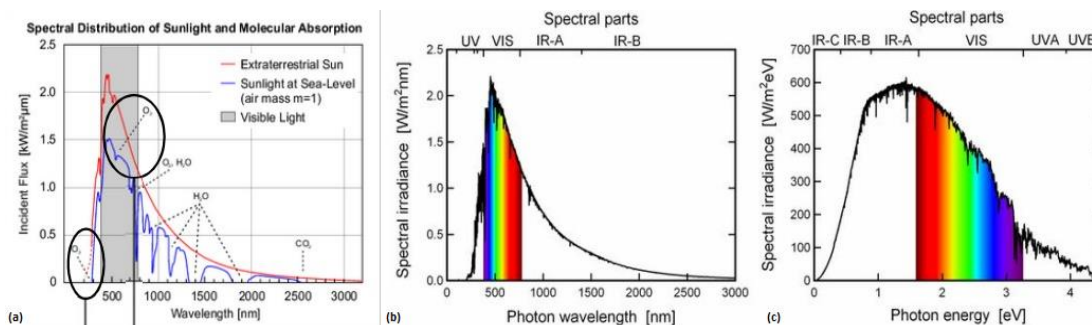


τους σε σχέση με το μήκος κύματός της. Γνωστή είναι η θεωρία σκέδασης κατά Rayleigh, η οποία παρατηρείται στα σωματίδια του αέρα τα οποία είναι πολύ μικρά σε μέγεθος (ο συντελεστής σκέδασης ποικίλλει κατά  $\lambda^{-4}$ ). Η εν λόγω σκέδαση είναι σημαντική μόνο σε μικρά μήκη κύματος καθώς για  $\lambda > 0,6 \mu\text{m}$ , έχει ελάχιστη επίδραση στην ατμοσφαιρική μετάδοση της ακτινοβολίας. Όσον αφορά τα αιωρούμενα σωματίδια και το νερό, λόγω του ότι τα μεγέθη των σωματιδίων τους είναι αρκετά μεγαλύτερα, πιθανόν λόγω συσσωμάτωσης και συμπύκνωσης του νερού σε σωματίδια σκόνης, η αντιμετώπιση της σκέδασης που προκαλούν θεωρείται πιο δύσκολη. Η εν λόγω δυσκολία έγκειται στο γεγονός ότι η φύση και η εξάπλωση των σωματιδίων σκόνης και υγρασίας στην ατμόσφαιρα μεταβάλλονται αισθητά, ανάλογα με την τοποθεσία και την εποχή.



Εικόνα 1.1.6 (a) Απορρόφηση και εκπομπή της ακτινοβολίας, (b) Ατμοσφαιρική σκέδαση της ηλιακής ακτινοβολίας. Πηγή: ΗΛΙΑΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ/ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Σουλιώτης Εμμανουήλ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

Η διεργασία της ατμοσφαιρικής απορρόφησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Προκαλείται από το όζον ( $\text{O}_3$ ), το νερό ( $\text{H}_2\text{O}$ ) αλλά και το διοξείδιο του άνθρακα ( $\text{CO}_2$ ) της ατμόσφαιρας. Το όζον απορροφά κυρίως στο υπεριώδες τμήμα του ηλιακού φάσματος, ενώ οι υδρατμοί και το διοξείδιο του άνθρακα, απορροφούν ισχυρά σε ζώνες του υπέρυθρου τμήματος του ηλιακού φάσματος. Επιπροσθέτως, όσον αφορά την ατμοσφαιρική ανάκλαση της ακτινοβολίας, οφείλεται σε αιωρήματα και νέφη της ατμόσφαιρας.



Εικόνα 1.1.7 Φασματική Κατανομή της Ηλιακής Ακτινοβολίας στην επιφάνεια της Γης, **(a)** Διάγραμμα φασματικής κατανομής ηλιακής ακτινοβολίας και μοριακής απορρόφησης, **(b)** Διάγραμμα φασματικής πυκνότητας ισχύος συναρτήσει του μήκους κύματος των φωτονίων, **(c)** Διάγραμμα φασματικής πυκνότητας ισχύος συναρτήσει της ενέργειας των φωτονίων.

Πηγή: ΗΛΙΑΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ/ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Σουλιώτης Εμμανουήλ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

Από το διάγραμμα (α) παρατηρούμε ότι με τη μείωση του  $O_3$  (όζοντος), περιορίζεται η απορρόφηση της Ηλιακής Ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα με αποτέλεσμα την αλλαγή της θερμοκρασίας στην επιφάνεια της Γης.

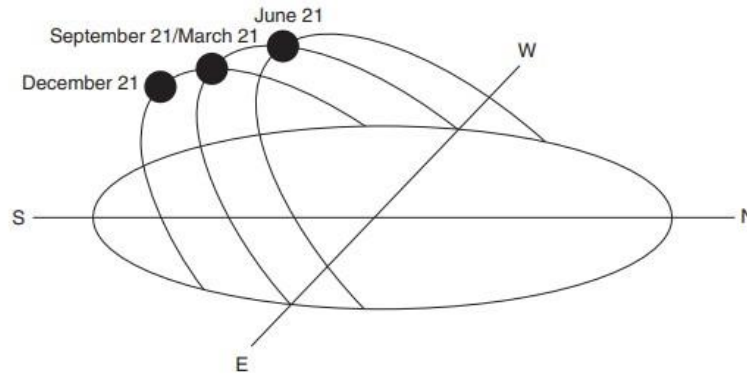
Η Ηλιακή ακτινοβολία που καταφθάνει στην επιφάνεια της Γης μπορεί να διαιρεθεί σε δύο συνιστώσες: την άμεση ακτινοβολία (beam radiation) και την διάχυτη ακτινοβολία (diffuse radiation). Αναφορικά με την πρώτη, αντιπροσωπεύει την ηλιακή ακτινοβολία που φτάνει στην επιφάνεια της Γης χωρίς να σκεδαστεί στην ατμόσφαιρα. Η δεύτερη εκπροσωπεί την Ηλιακή ακτινοβολία που φτάνει στην επιφάνεια της Γης αφού η κατεύθυνσή της έχει αλλάξει λόγω σκέδασης από την ατμόσφαιρα (σκέδαση Rayleigh). Η εν λόγω ακτινοβολία, επηρεάζεται από την ανακλαστικότητα του εδάφους, το ποσό και το είδος των νεφών αλλά και τη σύνθεση των αερίων και των σωματιδίων στην ατμόσφαιρα. Η ολική Ηλιακή ακτινοβολία τέλος, προκύπτει από το άθροισμα της άμεσης και της διάχυτης Ηλιακής ακτινοβολίας.

### 1.1.2 Ηλιακή γεωμετρία

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της υποενότητας, η Ηλιακή γεωμετρία καταδεικνύει τη θέση του Ήλιου στον ουρανό. Η θέση αυτή, αλλάζει από μέρα σε μέρα και από ώρα σε ώρα. Οι σχετικές κινήσεις μεταξύ Γης και Ήλιου δεν είναι μεν απλές, είναι όμως συστηματικές και επομένως προβλέψιμες. Η πιο εμφανής κίνηση του Ηλίου αφορά την καθημερινή του κίνηση σε ένα τόξο κατά μήκος του ουρανού, φθάνοντας στο υψηλότερο σημείο του το μεσημέρι. Κατά τη μεταβολή των εποχών από χειμώνα σε άνοιξη και έπειτα σε καλοκαίρι, τα σημεία της ανατολής και της δύσης του Ηλίου μεταφέρονται σταδιακά προς τα βόρεια κατά μήκος του ορίζοντα. Στις 21 Ιουνίου ο ήλιος κατέχει τη βορειότερη θέση του σε σχέση με τη Γη. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται θερινό ηλιοστάσιο και κατά τη διάρκεια αυτού η ημέρα αποτελεί



το μέγιστο. Έξι μήνες αργότερα, στις 21 Δεκεμβρίου, κατά το χειμερινό ηλιοστάσιο, ο ήλιος βρίσκεται στην νοτιότερη θέση του.



Εικόνα 1.1.8 Ετήσιες μεταβολές της θέσης του Ήλιου στον ουρανό (βόρειο ημισφαίριο).  
Soteris A. Kalogirou (2014). Solar Energy Engineering Processes and Systems, Second Edition. Elsevier.

Μελετώντας τη θέση του Ήλιου και δεδομένου ότι όλη η κίνηση είναι σχετική, θεωρείται χρηστικότερο να υιοθετηθεί η παραδοχή ότι η Γη παραμένει σταθερή, για να περιγραφεί η εικονική κίνηση του Ηλίου σε ένα σύστημα συντεταγμένων, με βάση την τοποθεσία ενδιαφέροντος πάνω στη Γη. Η θέση του Ήλιου, σε σχέση με έναν παρατηρητή στη Γη μπορεί να περιγραφεί πλήρως μέσω δύο αστρονομικών γωνιών, του ηλιακού υψομέτρου ( $\alpha_s$ ) και του ηλιακού αζιμουθίου ( $\gamma_s$ ). Για τον υπολογισμό των εν λόγω γωνιών απαιτείται αρχικά ο καθορισμός αλλά και ο υπολογισμός επιπλέον γωνιών. Παρακάτω πραγματοποιείται ανάλυση όλων των απαραίτητων γωνιών που απαιτούνται για την εύρεση της ηλιακής θέσης, οι οποίες είναι οι εξής:

Μια σημαντική γωνία για τον προσδιορισμό της ηλιακής θέσης αποτελεί το γεωγραφικό πλάτος  $\varphi$  (latitude). Η εν λόγω συντεταγμένη αναπαριστά τη γωνιακή θέση βόρεια ή νότια του ισημερινού.

$$-90^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$$

Το γεωγραφικό πλάτος λαμβάνεται θετικό, βόρεια του ισημερινού.

Εξίσου σημαντική θεωρείται και η απόκλιση  $\delta$  (declination), η οποία αναπαριστά τη γωνιακή θέση του Ήλιου κατά το Ηλιακό μεσημέρι, όταν ο ήλιος δηλαδή βρίσκεται πάνω από τον τοπικό μεσημβρινό (ο νοητός άξονας κάθετα στον ορίζοντα της περιοχής) σε σχέση με το επίπεδο του ισημερινού. Η γωνία αυτή μεταβάλλεται συνεχώς, είναι μηδενική στις ισημερίες και παίρνει τις μέγιστες κατ' απόλυτο τιμές τις στο θερινό(+23,5°) και χειμερινό (-23,5°) ηλιοστάσιο.

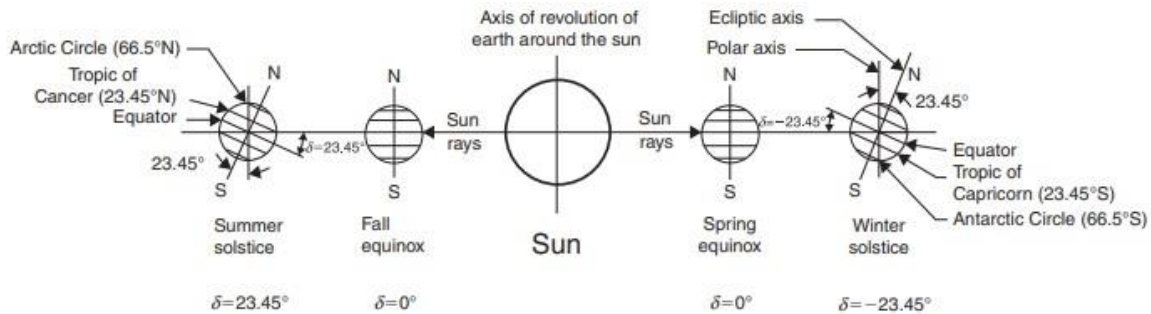
$$-23,45^\circ \leq \delta \leq +23,45^\circ$$

Η ηλιακή απόκλιση λαμβάνεται θετική βόρεια του ισημερινού και υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:



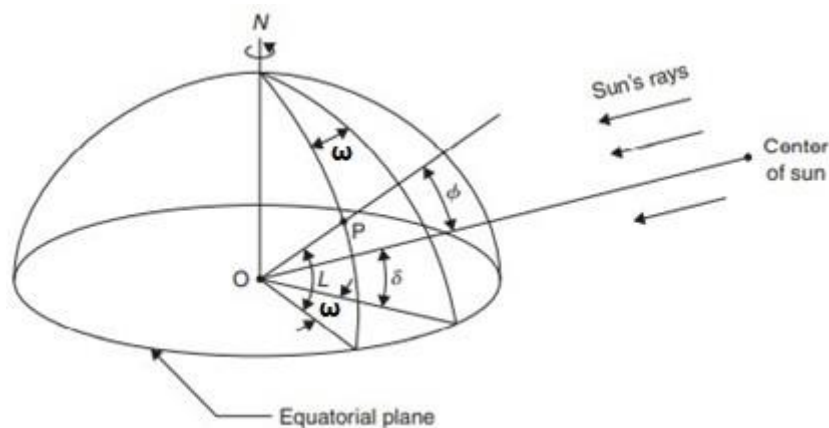
$$\delta = 23,45 \cdot \sin\left(360 \cdot \frac{284+n}{365}\right) \quad (1.1.4)$$

όπου n: η επιθυμητή ημέρα του χρόνου



Εικόνα 1.1.9 Απεικόνιση της ετήσιας διακύμανσης της ηλιακής απόκλισης  $\delta$ . Πηγή: Soteris A. Kalogirou (2014). *Solar Energy Engineering Processes and Systems, Second Edition*. Elsevier.

Έπειτα αναφέρεται η γωνία ώρας  $\omega$  (hour angle), ενός σημείου στην επιφάνεια της Γης, η οποία ορίζεται ως η γωνιακή μετατόπιση του Ηλίου ανατολικά ή δυτικά του τοπικού μεσημβρινού, λόγω περιστροφής της Γης στον άξονά της κατά  $15^\circ$  την ώρα. Πιο συγκεκριμένα η γωνία ώρας, αναπαριστά την γωνία κατά την οποία η Γη θα περιστραφεί με σκοπό να μετατοπίσει τον μεσημβρινό του σημείου της επιφάνειας ενδιαφέροντος, ακριβώς κάτω από τον Ήλιο. Κατά τις πρωινές ώρες (πριν τις 12 το μεσημέρι) λαμβάνεται αρνητική, ενώ τις απογευματινές (μετά τις 12 το μεσημέρι) λαμβάνεται θετική.



Εικόνα 1.1.10 Σχηματική αναπαράσταση γεωγραφικού πλάτους ( $\phi$ ), γωνίας ώρας ( $\omega$ ) και ηλιακής απόκλισης ( $\delta$ ). Πηγή: Soteris A. Kalogirou (2014). *Solar Energy Engineering Processes and Systems, Second Edition*. Elsevier.

Επιπλέον, ουσιώδης γωνία, αποτελεί η κλίση  $\beta$  (slope) του επιπέδου της επιφάνειας ενδιαφέροντος (π.χ. ενός συλλέκτη) ως προς το οριζόντιο επίπεδο.



$$0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$$

Σε περίπτωση που ισχύει  $\beta > 90^\circ$ , ένα τμήμα της επιφάνειας έχει κατεύθυνση προς τα κάτω.

Εξίσου σημαντική θεωρείται η αναφορά στην επιφανειακή αζιμούθια γωνία  $\gamma$  (surface azimuth angle), η οποία είναι η γωνία μεταξύ του τοπικού μεσημβρινού (νότος) και της προβολής της καθέτου της επιφάνειας πάνω στον ορίζοντα. Η συγκεκριμένη γωνία λαμβάνεται μηδενική προς το νότο, αρνητική ανατολικά και θετική δυτικά.

$$-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$$

Η ηλιακή γωνία πρόσπτωσης  $\theta$  (angle of incidence), αποτελεί τη γωνία μεταξύ των ακτινών του Ηλίου και της καθέτου της επιφάνειας. Υπολογίζεται από τον εξής τύπο:

$$\cos \theta = \sin \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \beta - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \gamma + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \beta \cdot \cos \omega + \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \omega + \cos \delta \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \omega \quad (1.1.5)$$

Η ηλιακή ζενίθεια γωνία  $\theta_z$  (zenith angle), ή αλλιώς γωνία ζενίθ, αντιπροσωπεύει τη γωνία μεταξύ του τοπικού ζενίθ και της ηλιακής ακτινοβολίας, δηλαδή δείχνει κατά πόσο αποκλίνει ο Ήλιος από την κατακόρυφο του τόπου ενδιαφέροντος.

Καταλήγοντας στις δύο θεμελιώδεις γωνίες οι οποίες δύνανται να περιγράψουν πλήρως τη θέση του Ήλιου σε σχέση με έναν παρατηρητή στη Γη, αρχικά παρουσιάζεται η ηλιακή υψομετρική γωνία  $\alpha_s$  (solar altitude angle). Θεωρείται η γωνία μεταξύ του ορίζοντα και της κατεύθυνσης της ηλιακής ακτινοβολίας και είναι συμπληρωματική της ζενίθιας γωνίας του Ηλίου, συνεπώς ισχύει:

$$\alpha_s + \theta_z = 90^\circ \quad (1.1.6)$$

Όταν η υψομετρική γωνία του Ηλίου είναι μικρή, το ηλιακό φως για να φτάσει στο έδαφος διανύει πολύ μεγαλύτερη διαδρομή από το πάχος της ατμόσφαιρας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η πυκνότητα ισχύος  $I$  να είναι μικρή. Καθώς η εν λόγω γωνία του Ήλιου αυξάνει, η διαδρομή του Ηλιακού φωτός μειώνεται και έπεται εξασθένησή του από απορρόφηση και σκέδαση. Συνεπώς η στάθμη πυκνότητας ισχύος του φάσματος αυξάνει σε κάθε μήκος κύματος (το παρατηρούμενο φάσμα πλησιάζει προς το εξωατμοσφαιρικό) και η πυκνότητα ισχύος  $I$ , διαρκώς αυξάνει. Στο βόρειο ημισφαίριο, η υψομετρική γωνία του Ηλίου είναι μέγιστη κατά το καλοκαιρινό και ελάχιστη κατά το χειμερινό ηλιοστάσιο.

Η δεύτερη θεμελιώδης αστρονομική γωνία είναι η ηλιακή αζιμούθια γωνία  $\gamma_s$  (solar azimuth angle) και αποτελεί τη γωνιακή μετατόπιση της προβολής της ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο, από το νότο για το βόρειο ημισφαίριο και από το βορρά για το νότιο ημισφαίριο.

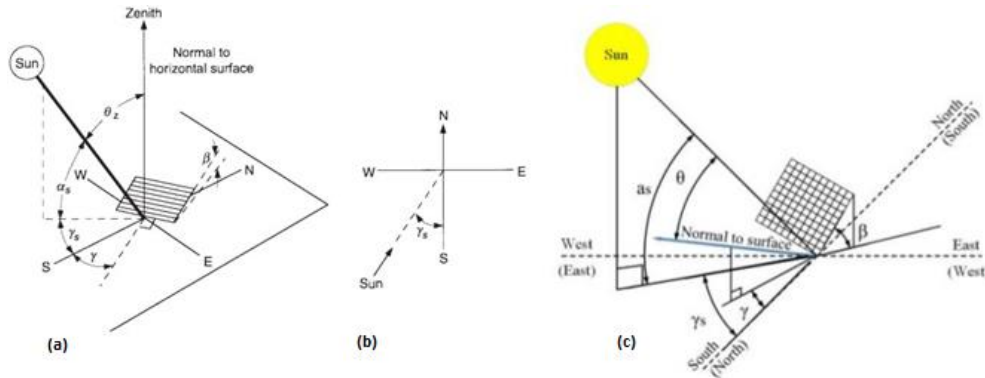
$$-180^\circ \leq \gamma_s \leq 180^\circ$$

Η μετατόπιση δυτικά λαμβάνεται θετική, ενώ ανατολικά αρνητική. Η εν λόγω γωνία υπολογίζεται από τον τύπο:



$$\gamma_s = \text{sign}(\omega) \cdot \left| \cos^{-1} \left( \frac{\cos \theta_z \cdot \sin \varphi - \sin \delta}{\sin \theta_z \cdot \cos \varphi} \right) \right| \quad (1.1.7)$$

όπου:  $\text{sign}(\omega) = +1$ , αν  $\omega > 0$  ή  $\text{sign}(\omega) = -1$ , αν  $\omega < 0$



Εικόνα 1.1.11 Αναπαράσταση των βασικών γωνιών της ηλιακής γεωμετρίας, (a) Σχηματική απεικόνιση της ζενίθειας γωνίας και της υψομετρικής γωνίας του Ηλίου, της κλίσης της επιφάνειας, της αζιμούθιας γωνίας της επιφάνειας και της ηλιακής αζιμούθιας γωνίας, στο επίπεδο. (b) Κάτοψη η οποία απεικονίζει την ηλιακή αζιμούθια γωνία, από το νότο. (c) Σχηματική απεικόνιση των γωνιών του σχήματος (α), πλην της ζενίθειας, συμπεριλαμβανομένης και της γωνίας πρόσπτωσης. Πηγή (a),(b): John A. Duffie and William A. Beckman (2003). *Solar Engineering of Thermal Processes, Fourth Edition*. Solar Energy Laboratory University of Wisconsin-Madison. New Jersey and Canada: John Wiley & Sons. Πηγή (c): Λιάρτση Τάνια, «Υπολογισμός ηλιακής ενέργειας σε επιφάνειες με διάφορες κλίσεις από συνδυασμό μετρήσεων και μοντέλου» (πτυχιακή εργασία). Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Φυσικής, 2018.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---



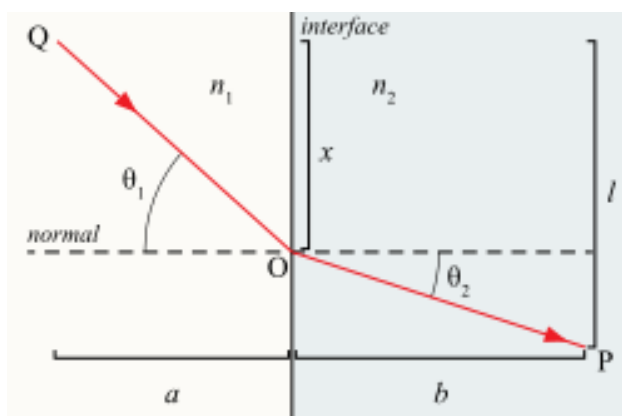




## Κεφάλαιο 2ο Απόδειξη τύπων

### 2.1 Νόμος Snell

Στην οπτική και στην φυσική ο νόμος του Snell (γνωστός και ως ο νόμος του Descartes ή ο νόμος του Snell-Descartes ή ως ο νόμος της διάθλασης) είναι μια μαθηματική σχέση που περιγράφει τη σχέση της γωνίας πρόσπτωσης με την γωνία διάθλασης του φωτός σε μια διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων (π.χ. από αέρα-κενό σε νερό ή γυαλί). Ο εν λόγω νόμος μπορεί να εξαχθεί με διάφορους τρόπους. Εκείνος που επιλέχθηκε στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία βασίζεται στην αρχή του ελαχίστου χρόνου που είναι γνωστή και ως αρχή του Fermat. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη αρχή, το φως, κατά τη διαδρομή του από ένα σημείο Q σε ένα σημείο P, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.1, διερχόμενο από ένα μέσο, σε ένα άλλο, ακολουθεί τον οπτικό δρόμο που θα του επιτρέψει να διανύσει την εν λόγω διαδρομή στον μικρότερο δυνατό χρόνο.



Σχήμα 2.1 Μετάβαση του φωτός από το μέσο 1 (σημείο Q), στο μέσο 2, διάθλασή του και κατάληξή του στο σημείο P. Πηγή: Wikipedia

[https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s\\_law#Derivation\\_from\\_Fermat's\\_principle](https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s_law#Derivation_from_Fermat's_principle)

Υποθέτοντας ότι ο δείκτης διάθλασης του μέσου 1 είναι  $n_1$  και του μέσου 2,  $n_2$ , παρατηρούμε στην εικόνα ότι το φως από το μέσο 1 εισέρχεται στο μέσο 2 μέσω του σημείου O. Ως γωνία πρόσπτωσης ορίζεται η γωνία  $\theta_1$  ενώ ως γωνία διάθλασης ορίζεται η  $\theta_2$ , ως προς το οριζόντιο επίπεδο (διακεκομμένη γραμμή στο σχήμα). Για τις ταχύτητες φάσης του φωτός στα μέσα 1 και 2 αντίστοιχα, ισχύει:

$$u_1 = \frac{c}{n_1} \quad (2.1)$$

$$u_2 = \frac{c}{n_2} \quad (2.2)$$



όπου

$c$  : ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Για να υπολογίσουμε το χρόνο που χρειάζεται το φως για να διανύσει την απόσταση από το σημείο Q στο O και έπειτα στο P, θεωρώντας τις αποστάσεις  $a$ ,  $b$ ,  $x$ ,  $L$  στο σχήμα χρησιμοποιούμε τον τύπο της ομαλής κίνησης:  $x = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u}$

$$t = \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{u_1} + \frac{\sqrt{b^2+(l-x)^2}}{u_2} = \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{u_1} + \frac{\sqrt{b^2+l^2-(2 \cdot l \cdot x)+x^2}}{u_2}$$

Έπειτα υπολογίζεται η παράγωγος του μήκους  $x$ , της οπτικής διαδρομής για ένα σταθερό σημείο:

$$\frac{dt}{dx} = \left( \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+a^2}} \cdot 2 \cdot x \right) + \left\{ \frac{1}{u_2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{b^2+(l-x)^2}} \cdot [(-2 \cdot l) + (2 \cdot x)] \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{u_1 \sqrt{x^2+a^2}} + \frac{-(l-x)}{u_2 \sqrt{(l-x)^2+b^2}} = 0 \text{ (σταθερό σημείο)} \quad (2.3)$$

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} = \sin \theta_1 \text{ και } \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+b^2}} = \sin \theta_2$$

Συνεπώς στην 2.3

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sin \theta_1}{u_1} - \frac{\sin \theta_2}{u_2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\sin \theta_1}{u_1} = \frac{\sin \theta_2}{u_2} \xrightarrow{\text{από (2.1)\&(2.2)}} \frac{\sin \theta_1}{\frac{c}{n_1}} = \frac{\sin \theta_2}{\frac{c}{n_2}} \Rightarrow$$

$$\sin \theta_1 \cdot n_1 = \sin \theta_2 \cdot n_2 \quad (2.4)$$

## 2.2 Εξισώσεις Fresnel

Το φως ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα αποτελείται από την συνιστώσα του ηλεκτρικού  $E$  και μαγνητικού  $B$  πεδίου του κύματος. Τα διανύσματα  $E$  και  $B$  είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος αλλά μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε προσανατολισμό γύρω από αυτήν την κατεύθυνση. Κάθε πεδίο έχει μια συνιστώσα παράλληλη με το επίπεδο πρόσπτωσης και μια κάθετη στο ίδιο επίπεδο. Η πόλωση ενός



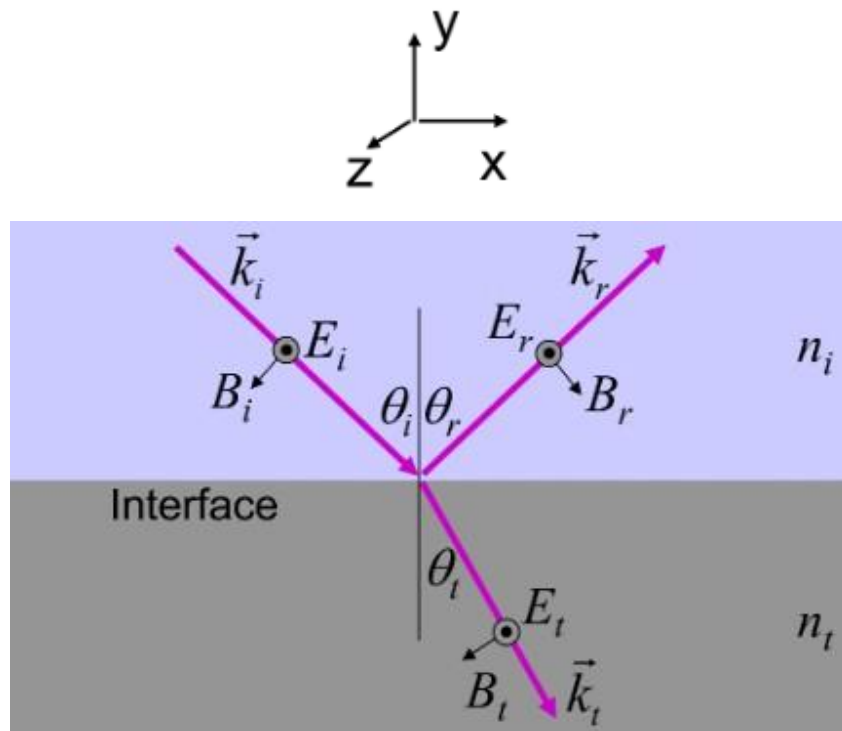
ηλεκτρομαγνητικού κύματος συνηθίζεται να ορίζεται βάση του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  (αντί για το μαγνητικό πεδίο  $B$ ).

α) Συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης πλατών

Για τον υπολογισμό των συντελεστών ανάκλασης ( $r$ ) και διέλευσης ( $t$ ) πλατών, θα πραγματοποιηθεί η εξαγωγή των τύπων για κάθετη και παράλληλη πόλωση στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης.

1. Κάθετη πόλωση στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης (s-polarization)

Η περίπτωση που το Ηλεκτρικό πεδίο του Η/Μ κύματος είναι κάθετο στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης είναι γνωστή ως περίπτωση σ-πόλωσης.



Σχήμα 2.2 Κάθετη πόλωση σε επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης.  
Πηγή: Lecture 13. Fresnel's Equations for Reflection and Transmission

Με βάση το σχήμα 2.2, μπορούν να εξαχθούν οι παρακάτω σχέσεις για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα:

Συνθήκη Συνέχειας για Ηλεκτρικό πεδίο ( $E$ ):  $E_i(y = 0) + E_r(y = 0) = E_t(y = 0)$

Συνθήκη Συνέχειας για Μαγνητικό πεδίο ( $B$ ):  $-B_i(y = 0) \cdot \cos \theta_i + B_r(y = 0) \cdot \cos \theta_r = -B_t(y = 0) \cdot \cos \theta_t$

για  $\mu_i = \mu_t = \mu_0$ , που ισχύει για τα περισσότερα διηλεκτρικά υλικά



Για  $\theta_i = \theta_r$  (όπου  $\theta_i$  γωνία πρόσπτωσης και  $\theta_r$  γωνία ανάκλασης):

$$E_i + E_r = E_t \quad (2.5)$$

$$-B_i \cdot \cos \theta_i + B_r \cdot \cos \theta_i = -B_t \cdot \cos \theta_t \quad (2.6)$$

Γνωρίζουμε ότι  $E = u \cdot B$ , όπου  $u$ : ταχύτητα φάσης ( $u = \frac{c}{n}$ ), συνεπώς  $B = \frac{n \cdot E}{c}$ , στην (2.6)  $\Rightarrow$   
$$-\frac{n_i \cdot E_i}{c} \cdot \cos \theta_i + \frac{n_i \cdot E_r}{c} \cdot \cos \theta_i = -\frac{n_t \cdot E_t}{c} \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$n_i \cdot (E_r - E_i) \cdot \cos \theta_i = -n_t \cdot E_t \cdot \cos \theta_t \quad (2.7)$$

$$(2.7) \xrightarrow{(2.5)} n_i \cdot (E_r - E_i) \cdot \cos \theta_i = -n_t \cdot (E_r + E_i) \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$n_i \cdot E_r \cdot \cos \theta_i - n_i \cdot E_i \cdot \cos \theta_i = -n_t \cdot E_r \cdot \cos \theta_t - n_t \cdot E_i \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$E_r \cdot [n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t] = E_i \cdot [n_i \cdot \cos \theta_i - n_t \cdot \cos \theta_t] \Rightarrow$$

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n_i \cdot \cos \theta_i - n_t \cdot \cos \theta_t}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t} = r_{\perp} \quad (2.8)$$

Για τον συντελεστή διέλευσης ακολουθούμε παρόμοια διαδικασία.

$$\eta (2.6) \text{ γίνεται : } B_i \cdot \cos \theta_i - B_r \cdot \cos \theta_i = B_t \cdot \cos \theta_t$$

για  $n = \frac{n_t}{n_i}$ , σχετικός δείκτης διαθλάσεως

$$(2.6) \xrightarrow{(2.5)} E_i \cdot \cos \theta_i - E_r \cdot \cos \theta_i = n \cdot E_t \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$E_i - E_r = n \cdot E_t \cdot \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \quad (2.9)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (2.5) και (2.9) :

$$2 \cdot E_i = E_t \cdot \left(1 + n \cdot \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2}{1 + \frac{n \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_i}} \Rightarrow$$

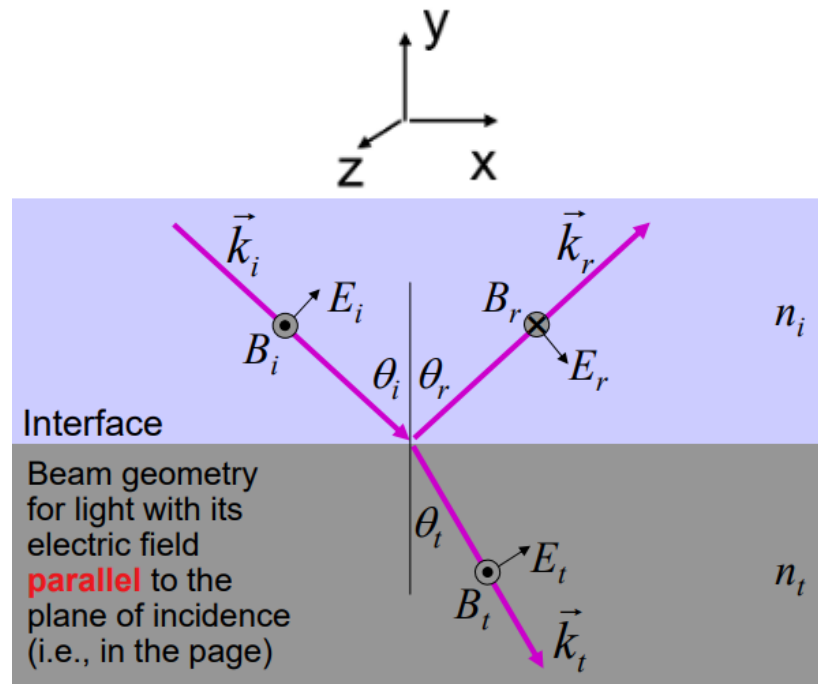
$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2 \cdot \cos \theta_i}{\cos \theta_i + n \cdot \cos \theta_t} \Rightarrow$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos \theta_i}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t} = t_{\perp} \quad (2.10)$$



## 2. Παράλληλη πόλωση στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης (p-polarization)

Στην εν λόγω περίπτωση, το Ηλεκτρικό πεδίο του Η/Μ κύματος είναι παράλληλο στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης και είναι γνωστή ως περίπτωση π-πόλωσης. Όπως είναι ορατό και στην εικόνα 4.2, το ανακλώμενο μαγνητικό πεδίο πρέπει να δείχνει προς την οθόνη. Το x με κύκλο γύρω από αυτό αντιπροσωπεύει την φορά «στην οθόνη».



Σχήμα 2.3 Παράλληλη πρόσπτωσηση σε επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης  
Πηγή: Lecture 13. Fresnel's Equations for Reflection and Transmission

Με βάση το σχήμα μπορούν να εξαχθούν οι παρακάτω σχέσεις για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα:

Συνθήκη Συνέχειας για Ηλεκτρικό πεδίο (E):

$$E_i \cdot \cos \theta_i + E_r \cdot \cos \theta_r = E_t \cdot \cos \theta_t \quad (2.11)$$

$$\text{Συνθήκη Συνέχειας για Μαγνητικό πεδίο (B): } B_i - B_r = B_t \quad (2.12)$$

Επίσης για  $\theta_i = \theta_r$  :

$$(E_i + E_r) \cdot \cos \theta_i = E_t \cdot \cos \theta_t \quad (2.13)$$

Επιπλέον  $B = \frac{n \cdot E}{c}$ , άρα στην (2.12) =>

$$\frac{n_i \cdot E_i}{c} - \frac{n_i \cdot E_r}{c} = \frac{n_t \cdot E_t}{c} \Rightarrow$$



$$n_i \cdot (E_r - E_i) = n_t \cdot E_t \Rightarrow$$

$$E_t = \frac{n_i}{n_t} \cdot (E_i - E_r) \quad (2.14)$$

$$\text{Στην (2.13)} \xrightarrow{(2.14)} (E_i + E_r) \cdot \cos \theta_i = \frac{n_i}{n_t} \cdot (E_i - E_r) \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$(E_i + E_r) \cdot \cos \theta_i \cdot n_t = n_i \cdot (E_i - E_r) \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$E_i \cdot \cos \theta_i \cdot n_t + E_r \cdot \cos \theta_i \cdot n_t = n_i \cdot E_i \cdot \cos \theta_t - n_i \cdot E_r \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$E_r \cdot (\cos \theta_i \cdot n_t + n_i \cdot \cos \theta_t) = E_i \cdot (n_i \cdot \cos \theta_t - \cos \theta_i \cdot n_t) \Rightarrow$$

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n_i \cdot \cos \theta_t - \cos \theta_i \cdot n_t}{\cos \theta_i \cdot n_t + n_i \cdot \cos \theta_t} = r_{\parallel} \quad (2.15)$$

Για το συντελεστή διέλευσης ακολουθούμε παρόμοια διαδικασία.

$$B_i - B_r = B_t \quad (2.16)$$

για  $\theta_i = \theta_r$ :

$$E_i \cdot \cos \theta_i + E_r \cdot \cos \theta_i = E_t \cdot \cos \theta_t \Rightarrow \quad (2.17)$$

$$E_i + E_r = E_t \cdot \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \quad (2.18)$$

για  $B = \frac{n \cdot E}{c}$  και  $\frac{n_t}{n_i} = n$ , σχετικός δείκτης διαθλάσεως

η (2.16) γίνεται :

$$E_i - E_r = E_t \cdot n \quad (2.19)$$

προσθέτοντας κατά μέλη τις (2.18) και (2.19) :

$$2 \cdot E_i = E_t \cdot \left( n + \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2}{n + \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}} \Rightarrow$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2 \cdot \cos \theta_i}{\frac{n_t}{n_i} \cdot \cos \theta_i + \cos \theta_t} \Rightarrow$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos \theta_i}{n_t \cdot \cos \theta_i + n_i \cdot \cos \theta_t} = t_{\parallel} \quad (2.20)$$



β) Συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης έντασης

Και για τις δύο περιπτώσεις (π- και σ-πόλωσης) που προαναφέρθηκαν, από τους συντελεστές ανάκλασης ( $r$ ) και διέλευσης ( $t$ ) πλάτους, μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές ανάκλασης ( $R$ ) και διέλευσης ( $T$ ) έντασης.

Θεωρώντας  $R, T$  τις αναλογίες ανακλώμενης και μεταδιδόμενης ισχύος αντίστοιχα, σχετικά με την προσπίπτουσα ισχύ έχουμε:

$$R = \frac{P_r}{P_i} \text{ και } T = \frac{P_t}{P_i}$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας και για διαχωριστικές επιφάνειες μη απορροφητικών διηλεκτρικών υλικών ισχύει:

$$P_i = P_r + P_t \xrightarrow{\text{διαιρώντας με } P_i} 1 = R + T \quad (2.21)$$

Εκφράζοντας την ισχύ σε κάθε πεδίο ως συνάρτηση της ακτινοβολίας και της επιφάνειας έχουμε:

$$P_i = I_i \cdot A_i \quad (2.22)$$

$$P_r = I_r \cdot A_r \quad (2.23)$$

$$P_t = I_t \cdot A_t \quad (2.24)$$

Από τις σχέσεις (2.21), (2.22), (2.23) και (2.24):

$$I_i \cdot A_i + I_r \cdot A_r = I_t \cdot A_t \Rightarrow$$

$$I_i \cdot A \cdot \cos \theta_i + I_r \cdot A \cdot \cos \theta_r = I_t \cdot A \cdot \cos \theta_t \Rightarrow$$

$$I_i \cdot \cos \theta_i + I_r \cdot \cos \theta_r = I_t \cdot \cos \theta_t \quad (2.25)$$

Όμως γνωρίζουμε ότι ο τύπος της έντασης είναι ο εξής:

$$I = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E_0^2 \quad (2.26)$$

$$(2.25) \xrightarrow{(2.26)} \frac{1}{2} \cdot n_i \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E_i^2 \cdot \cos \theta_i = \frac{1}{2} \cdot n_r \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E_r^2 \cdot \cos \theta_r + \frac{1}{2} \cdot n_t \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E_t^2 \cdot \cos \theta_t$$

$$\xrightarrow{\text{διαιρώντας με } E_i^2 \cdot \cos \theta_i} 1 = \frac{E_r^2}{E_i^2} + n \cdot \left( \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_t} \right) \cdot \frac{E_t^2}{E_i^2} \Rightarrow$$

$$1 = r^2 + n \cdot \left( \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_t} \right) \cdot t^2$$

Στηριζόμενοι στη σχέση  $1=R+T$ , συμπεραίνουμε ότι:



$$R = r^2 \text{ και } T = n \cdot \left( \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \right) \cdot t^2$$

Συντελεστές ανάκλασης:

$$R_{\perp} = \left( \frac{n_i \cdot \cos \theta_i - n_t \cdot \cos \theta_t}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t} \right)^2 \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{n_i^2 \cdot \cos^2 \theta_i - n_i \cdot 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_t \cdot n_t + \cos^2 \theta_t \cdot n_t^2}{n_i^2 \cdot \cos^2 \theta_i + n_i \cdot 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_t \cdot n_t + \cos^2 \theta_t \cdot n_t^2} \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{n_i^2 \cdot \sin^2 \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i - n_i \cdot 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin^2 \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot n_t + \cos^2 \theta_t \cdot n_t^2 \cdot \sin^2 \theta_t}{n_i^2 \cdot \sin^2 \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i + n_i \cdot 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin^2 \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot n_t + \cos^2 \theta_t \cdot n_t^2 \cdot \sin^2 \theta_t}$$

από το νόμο του Snell:  $\sin \theta_i = \frac{n_t \cdot \sin \theta_t}{n_i}$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_t) \cdot \cos^2(\theta_i) - 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot \frac{n_t \cdot \sin \theta_t}{n_i} + \cos^2 \theta_t \cdot \frac{n_t^2 \cdot \sin^2 \theta_t}{n_i^2}}{\sin^2(\theta_t) \cdot \cos^2(\theta_i) + 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot \frac{n_t \cdot \sin \theta_t}{n_i} + \cos^2 \theta_t \cdot \frac{n_t^2 \cdot \sin^2 \theta_t}{n_i^2}} \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2 \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i - 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot \sin \theta_i + \cos^2 \theta_t \cdot \sin^2 \theta_i}{\sin^2 \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i + 2 \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_t \cdot \sin \theta_i + \cos^2 \theta_t \cdot \sin^2 \theta_i} \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{[(\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i) - (\cos \theta_t \cdot \sin \theta_i)]^2}{[(\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i) + (\cos \theta_t \cdot \sin \theta_i)]^2} \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_t - \theta_i)}{\sin^2(\theta_t + \theta_i)} \quad (2.27)$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_t - \theta_i)}{\tan^2(\theta_t + \theta_i)} \Rightarrow \quad (2.28)$$

$$R_{\parallel} = \frac{\left( \frac{\tan \theta_t - \tan \theta_i}{1 + \tan \theta_t \cdot \tan \theta_i} \right)^2}{\left( \frac{\tan \theta_t + \tan \theta_i}{1 - \tan \theta_t \cdot \tan \theta_i} \right)^2} = \frac{\left( \frac{\frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t} - \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i}}{1 + \frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t} \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i}} \right)^2}{\left( \frac{\frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t} + \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i}}{1 - \frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t} \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i}} \right)^2} = \left( \frac{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i}}{\frac{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\left( \frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i} \right)^2 \Rightarrow$$





$$R_{\parallel} = \left( \frac{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i}}{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i}} \right)^2 \quad (2.29)$$

Από την δεύτερη σχέση για το  $R_{\parallel}$ ,

$$R_{\parallel} = \left( \frac{n_i \cdot \cos \theta_t - \cos \theta_i \cdot n_t}{\cos \theta_i \cdot n_t + n_i \cdot \cos \theta_t} \right)^2$$

Μέσω του νόμου του Snell για  $n_t = \frac{n_i \cdot \sin \theta_i}{\sin \theta_t}$  έχουμε:

$$R_{\parallel} = \left( \frac{n_i \cdot \cos \theta_t - \frac{n_i \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_t}}{\frac{n_i \cdot \sin \theta_i}{\sin \theta_t} \cdot \cos \theta_i + n_i \cdot \cos \theta_t} \right)^2 = \left( \frac{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_t - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_t}}{\frac{\sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \cos \theta_t \cdot \sin \theta_t}{\sin \theta_t}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$R_{\parallel} = \left( \frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_t - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \cos \theta_t \cdot \sin \theta_t} \right)^2 \quad (2.30)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (2.29) και (2.30), αν καταλήξουμε σε κάτι που θα ισχύει, θα ισχύει και η απόδειξη.

$$\left( \frac{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i}}{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_i \cdot \cos \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos \theta_i - \sin \theta_t \cdot \sin \theta_i}} \right)^2 = \left( \frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_t - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \cos \theta_t \cdot \sin \theta_t} \right)^2 \Rightarrow$$

Εφόσον τα τετράγωνά τους είναι ίσα, και το εσωτερικό τους είναι ίσο.

$$\frac{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i \cdot \cos \theta_t - \sin^2 \theta_t \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i - \sin \theta_i \cdot \cos^2 \theta_t \cdot \cos \theta_i + \sin^2 \theta_i \cdot \cos \theta_t \cdot \sin \theta_t}{\cos \theta_t \cdot \cos^2 \theta_i \cdot \sin \theta_t + \cos^2 \theta_t \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i + \sin^2 \theta_t \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \sin^2 \theta_i \cdot \cos \theta_t}}{\frac{\sin \theta_t \cdot \cos \theta_t - \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \sin \theta_t \cdot \cos \theta_t}} \Rightarrow =$$

$$\sin \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_t \cdot (\cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_t - \cos^2 \theta_t + \sin^2 \theta_i) = \sin \theta_i \cdot \sin \theta_t \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_t \cdot (-\cos^2 \theta_t + \sin^2 \theta_t - \sin^2 \theta_i) \Rightarrow$$

$$2 \cdot \cos^2 \theta_i - 2 \cdot \sin^2 \theta_t - 2 \cdot \cos^2 \theta_t + 2 \cdot \sin^2 \theta_i = 0 \Rightarrow$$

$$\sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_t - \cos^2 \theta_t = 0 \Rightarrow 1 - 1 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

Καταλήξαμε σε κάτι που ισχύει, συνεπώς ισχύει ότι:

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_t - \theta_i)}{\tan^2(\theta_t + \theta_i)}$$



Οι συντελεστές  $R_{\perp}$  και  $R_{\parallel}$  δεν είναι ίσοι μεταξύ τους (εκτός αν η πρόσπτωση είναι κάθετη), η συνολική ανάκλαση (κάθετη και παράλληλη) υπολογίζεται από την εξής σχέση:

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{1}{2} \cdot [R_{\perp} + R_{\parallel}] = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\sin^2(\theta_t - \theta_i)}{\sin^2(\theta_t + \theta_i)} + \frac{\tan^2(\theta_t - \theta_i)}{\tan^2(\theta_t + \theta_i)} \right]$$

Αν  $\theta_1=0$  και  $\theta_2=0$  τότε:

$$R_{\perp}(0) = \left( \frac{n_i \cdot \cos 0 - n_t \cdot \cos 0}{n_i \cdot \cos 0 + n_t \cdot \cos 0} \right)^2 \xrightarrow{\cos 0^0=1} R_{\perp}(0) = \left( \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \right)^2$$

$$R_{\parallel}(0) = \left( \frac{n_i \cdot \cos 0 - n_t \cdot \cos 0}{n_t \cdot \cos 0 + n_i \cdot \cos 0} \right)^2 \xrightarrow{\cos 0^0=1} R_{\parallel}(0) = \left( \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \right)^2$$

άρα

$$R(0) = \frac{1}{2} \cdot [R_{\perp}(0) + R_{\parallel}(0)] = \frac{1}{2} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \right)^2 \right] \Rightarrow$$

$$R(0) = \left( \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \right)^2 \quad (2.31)$$

### 2.3 Διαπερατότητα λόγω ανάκλασης

Για μία οπτική ακτίνα που υφίσταται μία ανάκλαση στην διαχωριστική επιφάνεια και γνωρίζοντας ότι  $1=T+R$  προκύπτει:

$$T_{\perp} = 1 - R_{\perp} \text{ και } T_{\parallel} = 1 - R_{\parallel}$$

Η συνολική διαπερατότητα λόγω ανάκλασης υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$T_r = \frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{2} \cdot [T_{\perp} + T_{\parallel}] \Rightarrow$$

$$T_r = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{\sin^2(\theta_t - \theta_i)}{\sin^2(\theta_t + \theta_i)} + 1 - \frac{\tan^2(\theta_t - \theta_i)}{\tan^2(\theta_t + \theta_i)} \right] \Rightarrow$$

$$T_r = \frac{1}{2} \cdot \left[ 2 - \frac{\sin^2(\theta_t - \theta_i)}{\sin^2(\theta_t + \theta_i)} - \frac{\tan^2(\theta_t - \theta_i)}{\tan^2(\theta_t + \theta_i)} \right] \quad (2.32)$$

### 2.4 Διαπερατότητα λόγω απορρόφησης

Η Ηλιακή ακτινοβολία, κατά τη διέλευσή της από το δεύτερο οπτικό μέσο, το οποίο περιέχει μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης (γυαλί), εξασθενεί λόγω της απορρόφησης ενέργειας από το διαφανές οπτικό μέσο.



Η απορρόφηση της ακτινοβολίας σε ένα μερικώς διαφανές μέσο περιγράφεται από τον νόμο του Bouguer, ο οποίος βασίζεται στην υπόθεση ότι ο ρυθμός εξασθένισης της πυκνότητας ισχύος, της ηλιακής ακτινοβολίας είναι ανάλογος της πυκνότητας ισχύος αλλά και της απόστασης  $L$  που έχει διανύσει η ακτινοβολία στο μέσο και παρουσιάζεται στον παρακάτω τύπο:

$$\frac{dI}{dL} = -K_{\lambda} \cdot I \Rightarrow$$

$$\frac{1}{I} \cdot dI = -K_{\lambda} \cdot dL \Rightarrow$$

$$\ln \frac{I_t}{I_i} = -K_{\lambda} \cdot L \Rightarrow$$

$$T_{\lambda} = \frac{I_{t,\lambda}}{I_{i,\lambda}} = e^{-K_{\lambda} \cdot L} \Rightarrow$$

$$T_{\alpha} = e^{-(K \cdot L \cdot \cos \theta_t)} \quad (2.33)$$

όπου,

$K_{\lambda}$ : ο συντελεστής απόσβεσης του διαφανούς οπτικού μέσου για συγκεκριμένη φασματική περιοχή (εξασθένιση της ακτινοβολίας κατά την διαδρομή)

$K$ : ο συνολικός συντελεστής απόσβεσης του διαφανούς οπτικού μέσου για όλο το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας.

$L$ : η οπτική διαδρομή.

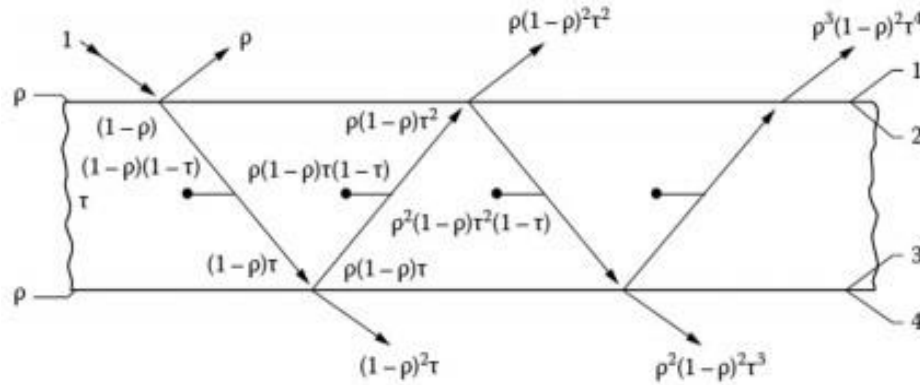
$D$ : το πάχος του διαφανούς οπτικού μέσου.

$T_{\alpha}$ : ο συντελεστής διαπερατότητας λόγω απορρόφησης της ηλιακής ακτινοβολίας στο οπτικό μέσο.

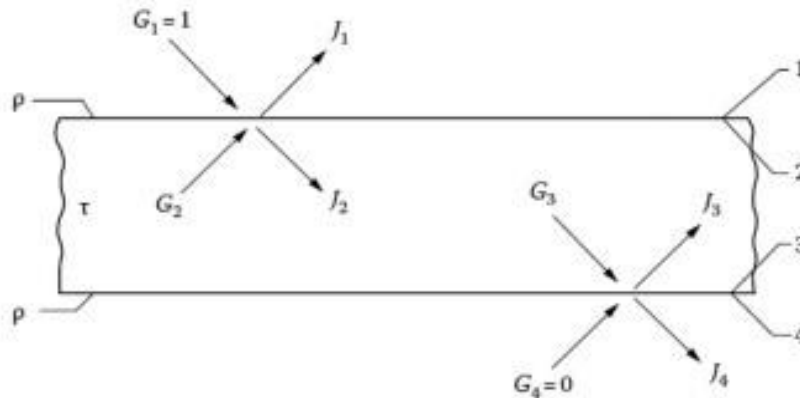
## 2.5 Οπτικές ιδιότητες των διαφανών μέσων

Η διαπερατότητα, η ανάκλαση και η απορρόφηση από ένα απλό διαφανές μέσο, επιτρέποντας απώλειες τόσο λόγω ανάκλασης όσο και απορρόφησης, μπορούν να προσδιοριστούν είτε με τεχνικές ανίχνευσης ακτινών είτε με τη μέθοδο net radiation (Siegel and Howel, 2002).

Η μέθοδος net radiation είναι ένα ισχυρό αναλυτικό εργαλείο που μπορεί, σε πολλές περιπτώσεις, να είναι λιγότερο δύσκολο να εφαρμοστεί συγκριτικά με την μέθοδο ανίχνευσης ακτινών. Με βάση τα σχήματα των εικόνων 2.4 και 2.5, θα εξαχθούν οι σχέσεις της διαπερατότητας, της ανάκλασης αλλά και της απορρόφησης για κάθετη και παράλληλη πόλωση στο επίπεδο, συμπεριλαμβανομένων των απωλειών λόγω ανάκλασης αλλά και απορρόφησης.



Εικόνα 2.4 Πολλαπλές εσωτερικές ανακλάσεις ακτινοβολίας προσπίπτουσας σε οπτικό μέσο. Πηγή: John R. Howell, M. Pinar Mengüç, Kyle Daun and Robert Siegel (2021). Thermal Radiation Heat Transfer, Seventh Edition. Boca Raton, London, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group.



Εικόνα 2.5 Εφαρμογή της μεθόδου net radiation σε μερικώς διαφανές οπτικό μέσο. Πηγή: John R. Howell, M. Pinar Mengüç, Kyle Daun and Robert Siegel (2021). Thermal Radiation Heat Transfer, Seventh Edition. Boca Raton, London, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group.

Αναφορικά με το σχήμα της εικόνας 2.5, οι ροές εξόδου ( $J_1, J_2, J_3, J_4$ ) της κάθε διεπιφάνειας, μπορούν να γραφούν ως συνάρτηση των ροών εισόδου ( $G_1, G_2, G_3, G_4$ ), με σκοπό την εξαγωγή των παρακάτω εξισώσεων των ροών, όπου η ροή εισόδου της διεπιφάνειας 1, από μία μόνο κατεύθυνση, ισούται με τη μονάδα ( $G_1=1$ ) και η εισερχόμενη ροή στην επιφάνεια 4 είναι μηδενική ( $G_4=0$ ).

$$J_1 = \rho \cdot G_1 + (1 - \rho) \cdot G_2 = \rho + (1 - \rho) \cdot G_2 \quad (2.34)$$

$$J_2 = (1 - \rho) \cdot G_1 + \rho \cdot G_2 = (1 - \rho) + \rho \cdot G_2 \quad (2.35)$$

$$J_3 = \rho \cdot G_3 + (1 - \rho) \cdot G_4 = \rho \cdot G_3 \quad (2.36)$$

$$J_4 = (1 - \rho) \cdot G_3 + \rho \cdot G_4 = (1 - \rho) \cdot G_3 \quad (2.37)$$

Μέσω της διαπερατότητας  $\tau$ , του μέσου, συνδέονται η εσωτερική προσπίπτουσα ροή ακτινοβολίας ( $G$ ) με την ροή εξόδου της ακτινοβολίας ( $J$ ), με τις εξής σχέσεις:



$$G_2 = J_3 \cdot \tau \quad (2.38)$$

$$G_3 = J_2 \cdot \tau \quad (2.39)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (2.38) στις σχέσεις (2.34) και (2.35) αλλά και επιπρόσθετα τη σχέση (2.39) στις σχέσεις (2.36) και (2.37) εξάγονται οι εξής σχέσεις:

$$J_1 = \rho + (1 - \rho) \cdot J_3 \cdot \tau \quad (2.40)$$

$$J_2 = (1 - \rho) + \rho \cdot J_3 \cdot \tau \quad (2.41)$$

$$J_3 = \rho \cdot J_2 \cdot \tau \quad (2.42)$$

$$J_4 = (1 - \rho) \cdot J_2 \cdot \tau \quad (2.43)$$

Έπειτα εισάγοντας τη σχέση (2.42) στις σχέσεις (2.40) και (2.41), οδηγούμαστε στις νέες σχέσεις:

$$J_1 = \rho + (1 - \rho) \cdot \rho \cdot \tau^2 \cdot J_2 \Rightarrow \quad (2.44)$$

$$J_2 = (1 - \rho) + \rho^2 \cdot J_2 \cdot \tau^2 \Rightarrow$$

$$J_2 \cdot (1 - \tau^2 \cdot \rho^2) = 1 - \rho \Rightarrow$$

$$J_2 = \frac{1 - \rho}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \quad (2.45)$$

$$(2.44) \stackrel{(2.45)}{\Rightarrow} J_1 = \rho + (1 - \rho) \cdot \rho \cdot \tau^2 \cdot \frac{1 - \rho}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \Rightarrow$$

$$J_1 = \rho \cdot \left[ 1 + \frac{(1 - \rho)^2 \cdot \rho \cdot \tau^2}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \right] \quad (2.46)$$

$$J_3 = \frac{\rho \cdot \tau \cdot (1 - \rho)}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \quad (2.47)$$

$$J_4 = (1 - \rho) \cdot \frac{1 - \rho}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \cdot \tau \Rightarrow$$

$$J_4 = \frac{(1 - \rho)^2 \cdot \tau}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \quad (2.48)$$

Για προσπίπτουσα ροή εισόδου στη διεπιφάνεια 1,  $G_1=1$ , το μέρος της ακτινοβολίας που ανακλάται από το επίπεδο είναι η ροή  $J_1$ , ενώ το μέρος της που διαπερνά το επίπεδο είναι η ροή  $J_4$ . Συνεπώς, το συμπέρασμα που εξάγεται είναι το εξής:

$$R = J_1 = \rho \cdot \left[ 1 + \frac{(1 - \rho)^2 \cdot \rho \cdot \tau^2}{1 - \tau^2 \cdot \rho^2} \right] = \rho \cdot [1 + (J_4 \cdot \tau)] \Rightarrow$$

$$R = J_1 = \rho \cdot [1 + (T \cdot \tau)] \quad (2.49)$$

$$T = J_4 = \frac{\tau \cdot (1 - \rho)^2}{1 - \rho^2 \cdot \tau^2} = \tau \cdot \left( \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right) \cdot \left( \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^2 \tau^2} \right) \quad (2.50)$$



Όσον αφορά το μέρος της ακτινοβολίας που απορροφάται, από το συνδυασμό των σχημάτων, των εικόνων 2.4 & 2.5, εξάγεται η εξής σχέση:

$$\alpha = (J_2 + J_3) \cdot (1 - \tau) = \left[ \frac{1-\rho}{1-\rho^2\tau^2} + \frac{\rho\tau(1-\rho)}{1-\rho^2\tau^2} \right] \cdot (1 - \tau) = \frac{(1-\rho)\cdot(1+\rho\tau)}{(1-\rho\tau)\cdot(1+\rho\tau)} \cdot (1 - \tau) \Rightarrow$$
$$\alpha = \frac{(1-\rho)\cdot(1-\tau)}{(1-\rho\tau)} \quad (2.51)$$

Επομένως για κάθετη και παράλληλη πόλωση αντίστοιχα οι σχέσεις για την διαπερατότητα, την ανάκλαση και την απορρόφηση είναι οι εξής:

$$T'_{\perp} = T_{\alpha} \cdot \left( \frac{1-R_{\perp}}{1+R_{\perp}} \right) \cdot \left( \frac{1-R_{\perp}^2}{1-R_{\perp}^2 T_{\alpha}^2} \right) \quad \& \quad T'_{\parallel} = T_{\alpha} \cdot \left( \frac{1-R_{\parallel}}{1+R_{\parallel}} \right) \cdot \left( \frac{1-R_{\parallel}^2}{1-R_{\parallel}^2 T_{\alpha}^2} \right)$$
$$R'_{\perp} = R_{\perp} + \frac{(1-R_{\perp})^2 \cdot T_{\alpha}^2 \cdot R_{\perp}}{1-(T_{\alpha} \cdot R_{\perp})^2} = R_{\perp} \cdot (1 + T_{\alpha} \cdot T'_{\perp}) \quad \& \quad R'_{\parallel} = R_{\parallel} + \frac{(1-R_{\parallel})^2 \cdot T_{\alpha}^2 \cdot R_{\parallel}}{1-(T_{\alpha} \cdot R_{\parallel})^2} = R_{\parallel} \cdot (1 + T_{\alpha} \cdot T'_{\parallel})$$
$$\alpha'_{\perp} = (1 - T_{\alpha}) \cdot \left( \frac{1-R_{\perp}}{1-T_{\alpha} \cdot R_{\perp}} \right) \quad \& \quad \alpha'_{\parallel} = (1 - T_{\alpha}) \cdot \left( \frac{1-R_{\parallel}}{1-T_{\alpha} \cdot R_{\parallel}} \right)$$

Αναφορικά με μη-πολωμένη εισερχόμενη ηλιακή ακτινοβολία, οι συνολικοί παράμετροι της διαπερατότητας, της ανάκλασης και της απορρόφησης, μπορούν να υπολογιστούν ως η μέση τιμή των κάθετα και παράλληλα πολωμένων αυτών παραμέτρων, στο επίπεδο πρόσπτωσης-ανάκλασης. Συνεπώς οι σχέσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$T' = \frac{1}{2} (T'_{\perp} + T'_{\parallel}) \quad (2.52)$$

$$R' = \frac{1}{2} (R'_{\perp} + R'_{\parallel}) \quad (2.53)$$

$$\alpha' = \frac{1}{2} (\alpha'_{\perp} + \alpha'_{\parallel}) \quad (2.54)$$

Οι γωνίες πρόσπτωσης της Ηλιακής ακτινοβολίας που μελετώνται, είναι σχετικά μικρές και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται απλοποιημένες σχέσεις, στην πράξη, για το οπτικό μέσο, οι οποίες είναι οι ακόλουθες:

$$T \approx T_{\alpha} \cdot T_r \quad (2.55)$$

$$\alpha \approx 1 - T_{\alpha} \quad (2.56)$$

$$R = 1 - \alpha - T \Rightarrow R \approx T_{\alpha} \cdot (1 - T_r) = T_{\alpha} - T \quad (2.57)$$

Η εξίσωση (2.55), αποτελεί τη σχέση υπολογισμού της διαπερατότητας ενός οπτικού μέσου.



## Κεφάλαιο 3ο

### Σχεδίαση των Ηλιακών Συσκευών

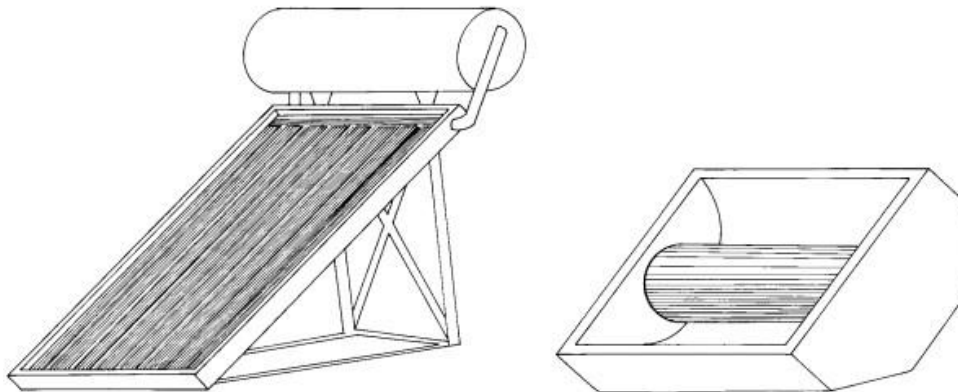
#### 3.1 Ηλιακές συσκευές ICS

##### 3.1.1 Γενικά

Η ηλιακή ενέργεια αποτελεί μια καθαρή ανανεώσιμη πηγή ενέργειας η οποία δύναται να εκμεταλλευθεί με διάφορους τρόπους με σκοπό την αξιοποίησή της σε ένα εύρος εφαρμογών. Μερικές από τις πιο εξεζητημένες εφαρμογές της, είναι η συλλογή και μετέπειτα η μετατροπή της σε θερμότητα. Στην Ελλάδα, ο κυριότερος τομέας αξιοποίησης της εν λόγω ενέργειας, αποτελεί η απευθείας μετατροπή της σε θερμότητα. Η θερμική αυτή μετατροπή της ηλιακής ενέργειας, πραγματοποιείται με τη χρήση ηλιακών συσκευών, οι οποίες καλύπτουν μεγάλο μέρος των αναγκών για θέρμανση νερού.

Η θέρμανση του νερού με σκοπό την οικιακή χρήση, αποτελεί εξέχουσα εφαρμογή των ηλιακών συσκευών αλλά και η πιο ευρέως διαδεδομένη. Οι ηλιακές συσκευές που βρίσκουν κυρίως εφαρμογή στην θέρμανση του νερού για οικιακή χρήση, μέχρι προσφάτως, είναι είτε θερμοσιφωνικά συστήματα μονάδων που συνδυάζουν επίπεδο ηλιακό συλλέκτη και ένα κλειστό κύκλωμα που μεταφέρει το θερμό νερό σε ένα θερμικά μονωμένο δοχείο – αποθήκη θερμότητας, όπου με τη χρήση θερμικού εναλλάκτη θερμαίνεται τελικά το νερό που προορίζεται προς χρήση (Flat Plate Thermosiphonic Units, FPTU), οι οποίες προορίζονται για ανεξάρτητες μικρού και μέσου μεγέθους κατοικίες ή μικρά συγκροτήματα κατοικιών και μικρές ξενοδοχειακές μονάδες. Είτε διατάξεις επίπεδων ηλιακών συλλεκτών βεβιασμένης κυκλοφορίας ρευστού, για μέσου και μεγάλου μεγέθους κατοικίες και ξενοδοχειακές μονάδες. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται και διατάξεις συγκεντρωτικών ή μη συγκεντρωτικών ηλιακών συλλεκτών κενού αλλά η εφαρμογή τους περιορίζεται σε περιπτώσεις όπου η διαθέσιμη επιφάνεια εγκατάστασης είναι περιορισμένη.

Μια εναλλακτική λύση που θα προταθεί στο εν λόγω κεφάλαιο, αποτελεί η χρήση ηλιακών συσκευών στις οποίες ο συλλέκτης και η αποθήκη θερμότητας αποτελούν ενιαία μονάδα. Τα ηλιακά αυτά συστήματα ονομάζονται ολοκληρωμένες συσκευές συλλέκτη – αποθήκης θερμότητας ή στην αγγλική ορολογία, Integrated Collector Storage (ICS). Τα εν λόγω συστήματα στην προκειμένη περίπτωση δεν θα χρησιμοποιηθούν για τη θέρμανση του νερού, με σκοπό την οικιακή χρήση. Εν αντιθέσει θα προβούμε σε συλλογή της ηλιακής ενέργειας, είτε άμεσα, με την πρόσπτωση της ακτινοβολίας στην απορροφητική επιφάνεια, είτε μέσω ανάκλασης, με απώτερο σκοπό τη διάσπαση των τοξικών δεσμών υγρών αποβλήτων, με τη διαδικασία της φωτοκατάλυσης, η οποία θα παρουσιασθεί σε επόμενο κεφάλαιο. Στο παρακάτω σχήμα 3.1.1 παρουσιάζεται η εμπρός-πλάγια όψη μιας συσκευής ICS και μιας συσκευής FPTU, αποτελούμενες από δύο κυλινδρικά δοχεία με ίσο όγκο νερού αποθήκευσης, χαρακτηριστική και ευδιάκριτη αποτελεί η διαφορά ύψους μεταξύ τους.



Σχήμα 3.1.1 Θερμοσιφωνικό σύστημα επίπεδου ηλιακού συλλέκτη (FPTU) και συσκευή ολοκληρωμένου συλλέκτη - αποθήκης θερμού νερού (ICS).

Πηγή: Σουλιώτης Εμμανουήλ (2003). Διδακτορική διατριβή. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΕΣ ΗΛΙΑΚΕΣ ΣΥΣΚΕΥΕΣ ΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΑ ΚΑΤΟΠΤΡΑ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΕΣ. Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών.

Σημαντική απαίτηση αποτελεί η αύξηση της θερμικής αποδοτικότητας. Για το λόγο αυτό λοιπόν, στις ηλιακές συσκευές τύπου ICS, μπορούν να τοποθετηθούν καμπύλες κατοπτρικές διατάξεις, μέσω των οποίων οι ηλιακές ακτίνες ανακλώμενες, θα μεταφέρονται στην απορροφητική επιφάνεια, με αποτέλεσμα να μπορούν να κατασκευαστούν συστήματα μέσω των οποίων και υψηλών θερμοκρασιών και τελικά θα προβαίνουν στην επιδιωκόμενη φωτοκατάλυση των υγρών αποβλήτων τα οποία θα εισάγονται στον κυλινδρικό απορροφητή. Η σχεδίαση των εν λόγω συστημάτων αναλύεται σε επόμενη υποενότητα.

Μερικά από τα πλεονεκτήματα των ηλιακών συσκευών ICS που μπορούμε να διακρίνουμε είναι το γεγονός ότι στις εν λόγω συσκευές, όπως προαναφέρθηκε, το δοχείο αποθήκευσης είναι ταυτόχρονα και η απορροφητική επιφάνεια της συσκευής. Πέραν όμως της απλής κατασκευής και λειτουργίας, επιπλέον πλεονεκτήματα, αποτελούν το χαμηλό κόστος κατασκευής αλλά και η βελτιωμένη αισθητική. Καθώς συγκριτικά με τα συστήματα FPTU, τα συστήματα ICS διαθέτουν χαμηλό ύψος με αποτέλεσμα να μπορούν να εναρμονίζονται καλύτερα με την αρχιτεκτονική του χώρου εγκατάστασης, γεγονός το οποίο συμβάλλει πέραν της αισθητικής, στην λειτουργική ενσωμάτωσή τους σε κτήρια.

### 3.1.2 Σχεδίαση και λειτουργία τύπων ηλιακών συσκευών ICS

Μελετώντας πιο λεπτομερώς τις ηλιακές συσκευές ICS, παρατηρείται ότι το βασικότερο στοιχείο αυτών αποτελεί το δοχείο συλλογής και αποθήκευσης θερμότητας. Η συσκευή ICS, ανάλογα με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου στον οποίο θα εγκατασταθεί, τοποθετείται ακίνητη, υπό την ανάλογη κλίση και με συγκεκριμένο προσανατολισμό. Συνεπώς καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι μείζονα ρόλο στην λειτουργία της συσκευής παίζει το σχήμα του δοχείου συλλογής της ηλιακής ακτινοβολίας. Εάν το δοχείο αυτό περιέχει επίπεδες





επιφάνειες, μία από αυτές χρησιμοποιείται ως απορροφητής ενώ οι υπόλοιπες θερμομονώνονται εξωτερικά.

Σημαντικό μέλημα όσον αφορά τα εν λόγω ηλιακά συστήματα αποτελεί ο περιορισμός των θερμικών τους απωλειών καθώς κατά τη διάρκεια της νύκτας ή των χρονικών διαστημάτων της ημέρας όπου η ηλιακή ακτινοβολία είναι ανεπαρκής, παρατηρούνται αυξημένες θερμικές απώλειες του δοχείου και τελικά μη επαρκής διατήρηση της θερμότητας. Κατά τη διάρκεια της ημέρας, οι θερμικές αυτές απώλειες είναι ανάλογες των θερμικών απωλειών των επίπεδων συλλεκτών στις συσκευές FPTU, καθώς περιορίζονται λόγω συλλογής της ηλιακής ακτινοβολίας, πράγμα το οποίο δεν είναι εφικτό κατά τη διάρκεια της νύκτας. Συνεπώς η επίλυση του προβλήματος του περιορισμού των απωλειών είναι πλέον σημαντική καθώς μέσω αυτού, θα καταστεί εφικτή η πρακτική εφαρμογή των εν λόγω συσκευών. Το εν λόγω ζήτημα έχει απασχολήσει αρκετούς επιστήμονες-μηχανικούς διεθνώς, οι οποίοι έχουν παραθέσει πληθώρα προτάσεων, μερικές εξ αυτών οικονομικά εφικτές και άλλες όχι.

### 3.1.3 Χρήση κατοπτρικών διατάξεων

Όπως αναφέρθηκε και στην υποενότητα 3.1.1, με σκοπό την ενίσχυση της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας στην απορροφητική επιφάνεια των ηλιακών συσκευών, μπορεί να γίνει η κατάλληλη προσάρτηση κατοπτρικών διατάξεων, συγκεκριμένης γεωμετρίας, γύρω από το δοχείο αποθήκευσης. Κατά κύριο λόγο είναι ακίνητες υπό συγκεκριμένη κλίση και προσανατολισμό έτσι ώστε να επιτυγχάνεται κατά τη διάρκεια ολόκληρου του έτους, η τελεσφόρος λειτουργία των συσκευών ICS.

Λόγω της μειωμένης πυκνότητας της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια της Γης, οι κατοπτρικές διατάξεις που συγκεντρώνουν τις ακτίνες του Ηλίου, βάση της γεωμετρίας τους επιτυγχάνουν την αύξηση της εν λόγω πυκνότητας κατά δέκα φορές, λόγω του μεγάλου εύρους της γωνίας υποδοχής τους.

Εξαιρετικά σημαντική παράμετρος των συγκεντρωτικών διατάξεων της ηλιακής ακτινοβολίας, αποτελεί ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης (Concentration Ratio, CR), ο οποίος αναπαριστά το λόγο της επιφάνειας μέσω της οποίας διέρχεται η ηλιακή ακτινοβολία, η οποία και αποτελεί την επιφάνεια ανοίγματος της κατοπτρικής διάταξης, προς την επιφάνεια του δέκτη της ηλιακής ακτινοβολίας, δηλαδή του απορροφητή.

Η γωνία υποδοχής της ηλιακής ακτινοβολίας ( $\alpha$  ή  $2\theta$ ) ισοδυναμεί με το εύρος της γωνίας μέσω της οποίας συλλέγεται η ηλιακή ακτινοβολία από τον απορροφητή άμεσα ή μέσω πολλαπλών ανακλάσεων στην επιφάνεια του κατόπτρου και η οποία δεν διέρχεται δευτερογενώς από την επιφάνεια ανοίγματος της συγκεντρωτικής συσκευής. Όσο μικρότερη λοιπόν είναι η γωνία υποδοχής τόσο μεγαλύτερο είναι και το ποσοστό των ηλιακών ακτίνων το οποίο καταφθάνει στον απορροφητή. Η γωνία υποδοχής ποικίλλει ανάλογα με την γεωμετρία των κατόπτρων που χρησιμοποιούνται. Παραδείγματος χάρη η παραβολική γεωμετρία των κατόπτρων περιορίζει τη γωνία υποδοχής η οποία είναι πάντοτε μικρότερη από



180°, με αποτέλεσμα σε γωνίες πρόσπτωσης πέρα από την τιμή της γωνίας υποδοχής, τμήμα της ακτινοβολίας ανακλάται και δεν συλλέγεται από την απορροφητική επιφάνεια και συνεπώς μικρότερος αριθμός προσπιπτουσών ακτινών καταλήγει στον απορροφητή. Ενώ η γωνία υποδοχής κατόπτρου involute γεωμετρίας (ανελιγμένης καμπύλης κύκλου), είναι 180° και συνεπώς μεγαλύτερος αριθμός ηλιακών ακτινών καταλήγουν στον απορροφητή, άρα η εν λόγω γεωμετρία κατοπτρικών διατάξεων πλεονεκτεί έναντι των παραβολικών κατόπτρων.

Αναφορικά με τη γεωμετρία των κατοπτρικών διατάξεων, η απλούστερη περίπτωση είναι η τοποθέτηση ενός επίπεδου κατόπτρου σε κατάλληλη θέση, με απώτερο σκοπό την αύξηση της πρόσληψης της ηλιακής ακτινοβολίας από μια ήδη υπάρχουσα διάταξη, όπως σε έναν επίπεδο συλλέκτη.

Ένα ιδιαίτερα αποδοτικό είδος συγκεντρωτικών διατάξεων οι οποίες συνδιάζονται επιτυχημένα με τις συσκευές ICS, αποτελούν οι συγκεντρωτικές διατάξεις σύνθετων παραβολικών κατόπτρων (Compound Parabolic Concentrators, CPC). Η αυξημένη αποδοτικότητα των εν λόγω διατάξεων, οφείλεται στο γεγονός ότι δύνανται, με κατάλληλη σχεδίαση να προσδώσουν τη μέγιστη, θεωρητικά συγκέντρωση της ηλιακής ακτινοβολίας, η οποία αντιστοιχεί στη γωνία υποδοχής τους.

Τα κάτοπτρα που προσαρτώνται στις συσκευές ICS, μπορεί να είναι μεταξύ τους, συμμετρικά είτε ασύμμετρα, όπου σε συνδυασμό με την ανισοκατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας γύρω από την επιφάνεια του απορροφητή, που χαρακτηρίζει τις εν λόγω ηλιακές συσκευές, να επιτυγχάνεται η επιθυμητή θερμοκρασιακή διαστρωμάτωση στο εσωτερικό του δοχείου αποθήκευσης.

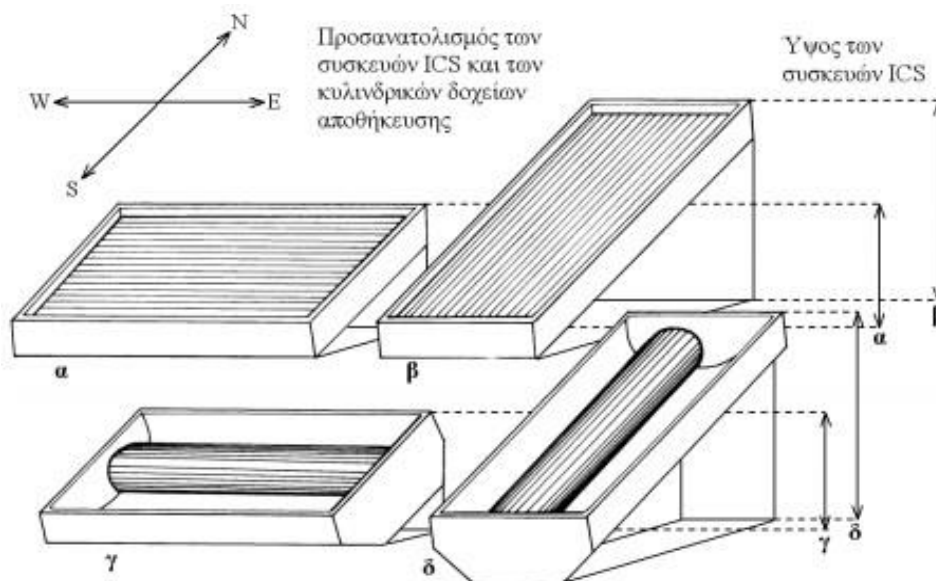
#### 3.1.4 Παράμετροι σχεδίασης ηλιακών συσκευών ICS

Οι παράμετροι σχεδίασης των ηλιακών συσκευών που μελετώνται στο εν λόγω κεφάλαιο, δύνανται να κατανεμηθούν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη αφορά αποκλειστικά την σχεδίαση των προσαρτημένων καμπύλων κατόπτρων σε σχέση με το δοχείο αποθήκευσης. Στην εν λόγω κατηγορία εντάσσονται και οι παράμετροι οι οποίες αφορούν το σχήμα, τον προσανατολισμό και τις διαστάσεις των απορροφητικών επιφανειών που χρησιμοποιούνται αλλά και επιπρόσθετα οι συνολικές διαστάσεις των συσκευών ICS.

Η δεύτερη κατηγορία αφορά τα υλικά κατασκευής των συσκευών ICS όπως τα υλικά του δοχείου αποθήκευσης και των καμπύλων κατοπτρικών τμημάτων, το είδος αλλά και την ποσότητα της θερμικής μόνωσης που θα τοποθετηθεί, τα διαφανή καλύμματα και επιπλέον επιμέρους λειτουργικά στοιχεία των συσκευών. Στην εν λόγω διπλωματική εργασία θα πραγματοποιηθεί μελέτη σχετικά με τις παραμέτρους της πρώτης κατηγορίας, με άλλα λόγια θα ερευνηθεί η βέλτιστη γεωμετρία από την οποία θα πρέπει να χαρακτηρίζονται τα τμήματα των κατοπτρικών διατάξεων, στοχεύοντας σε μειωμένες θερμικές απώλειες και στην όσο το δυνατόν μεγαλύτερη κατανομή των ακτινών του Ηλίου στην επιφάνεια του απορροφητή.

### 3.1.5 Παράμετροι σχεδίασης καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων

Οι παράμετροι που διέπουν τη σχεδίαση των καμπύλων κατόπτρων κατανέμονται με βάση την αποδοτική ημερήσια και νυκτερινή λειτουργία τους. Η γεωμετρία των καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων που προσαρτώνται γύρω από τα κυλινδρικά δοχεία αποθήκευσης των συσκευών ICS καθορίζεται από την απαίτηση για μέγιστη συγκέντρωση της ηλιακής ακτινοβολίας σε συνδυασμό με τον προσανατολισμό του άξονα των κυλινδρικών δοχείων. Αναφορικά με την τοποθέτηση και τον προσανατολισμό των εν λόγω δοχείων, μπορεί να είναι τοποθετημένα, είτε σε οριζόντια θέση με προσανατολισμό Ανατολής–Δύσης είτε υπό κλίση με προσανατολισμό Βορρά–Νότου, όπως είναι ορατό και στο σχήμα 3.1.2. Σχετικά με την πρώτη περίπτωση, συνήθως χρησιμοποιούνται κατοπτρικές διατάξεις με γεωμετρία τύπου CPC, που αποτελούνται από το συνδυασμό καμπύλων κατόπτρων των οποίων τα τμήματα είναι παραβολικής και involute γεωμετρίας. Στην δεύτερη περίπτωση, η γεωμετρία των κατόπτρων είναι involute με γωνία υποδοχής  $\alpha=180^\circ$  με σκοπό να συλλέγεται η ηλιακή ακτινοβολία καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας με σημαντικό ποσοστό αυτής να είναι διάχυτη.



Εικόνα 3.1.2 Σχηματική απεικόνιση του προσανατολισμού των δοχείων αποθήκευσης των συσκευών ICS στη διεύθυνση Ανατολή–Δύση (E–W) ή Βορρά–Νότου (N–S).

Πηγή: Σουλιώτης Εμμανουήλ (2003). Διδακτορική διατριβή. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΕΣ ΗΛΙΑΚΕΣ ΣΥΣΚΕΥΕΣ ΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΝΕΡΟΥ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΑ ΚΑΤΟΠΤΡΑ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΕΣ. Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών.

### 3.2 Οπτική ανάλυση ηλιακής συσκευής ICS με τη μέθοδο υπολογισμού πορείας ακτινών (RTM)

Κατά τη μελέτη ηλιακών συσκευών στις οποίες προσαρτώνται κατοπτρικές διατάξεις, μείζονος σημασίας κρίνεται ο προσδιορισμός της οπτικής απόδοσης των εν λόγω διατάξεων



αλλά και επιπλέον η κατανομή στην απορροφητική επιφάνεια, της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας. Ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης θεωρείται, όπως ήδη αναφέρθηκε, μια ιδιαίτερα σημαντική παράμετρος, η οποία προσδιορίζεται από την επιλογή της γεωμετρίας των κατόπτρων. Ο συνδυασμός των καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων με το σχήμα της απορροφητικής επιφάνειας συμβάλλει στην διαφορετική κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας επάνω στην εν λόγω επιφάνεια, γεγονός το οποίο με τη σειρά του οδηγεί σε θερμοκρασιακή διαστρωμάτωση, με συγκέντρωση των υψηλότερων θερμοκρασιών στο επάνω μέρος του δοχείου. Η διαστρωμάτωση αυτή κρίνεται ιδιαίτερα σημαντική για τις συσκευές ICS, καθώς θα συνδράμει στην αύξηση της θερμικής απόδοσης, όπως σημειώθηκε και σε προηγούμενη υποενότητα, η οποία με τη σειρά της θα συμβάλλει στη λύση των τοξικών δεσμών των υγρών αποβλήτων.

Εφόσον για την περίπτωση των ηλιακών συσκευών ICS, η επιφάνεια υποδοχής της ηλιακής ακτινοβολίας ισούται με την επιφάνεια του απορροφητή (δοχείου) που είναι εκτεθειμένη στην ηλιακή ακτινοβολία, ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης ισούται με την μονάδα.

Η οπτική απόδοση της συγκεντρωτικής διάταξης ισούται με τον λόγο της απορροφούμενης ακτινοβολίας στην επιφάνεια του απορροφητή προς την προσπίπτουσα ακτινοβολία στην επιφάνεια ανοίγματος. Η εν λόγω παράμετρος αποτελεί συνάρτηση της γεωμετρίας της διάταξης καθώς και της απορροφητικότητας του δοχείου, της ανακλαστικότητας των κατόπτρων και της διαπερατότητας των διαφανών καλυμμάτων που τοποθετούνται στην ηλιακή συσκευή ICS. Έτσι λοιπόν καθίσταται προφανές το γεγονός ότι προβαίνουμε σε επιλογή κατόπτρων με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ανακλαστικότητα και γυάλινες επιφάνειες με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη διαπερατότητα, ενώ η απορροφητική επιφάνεια που θα επιλεγεί θα πρέπει να φέρει μεγάλο συντελεστή απορροφητικότητας. Η ποιοτική και ποσοτική μελέτη των βασικών χαρακτηριστικών του συλλέκτη καθίσταται δυνατή μέσω της προσομοίωσης της οπτικής συμπεριφοράς της συσκευής. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η μέθοδος υπολογισμού πορείας ακτινών (Ray Tracing Method, RTM), η οποία παρουσιάζεται στην επόμενη υποενότητα.

### 3.2.1 Μέθοδος RTM

Η μέθοδος πορείας ακτινών είναι μια μέθοδος οπτικής μελέτης η οποία περιγράφει την οπτική συμπεριφορά της ηλιακής συσκευής, μέσω του υπολογισμού της πορείας των ακτινών του φωτός που εισέρχονται στο συλλέκτη από την επιφάνεια υποδοχής αλλά και μέσω της ενέργειας που απορροφάται τελικά από το συλλέκτη. Η εν λόγω μέθοδος είναι ανεξάρτητη του μεγέθους και σχήματος του απορροφητή καθώς και των συνολικών διαστάσεων των συγκεντρωτικών διατάξεων που χρησιμοποιούνται.

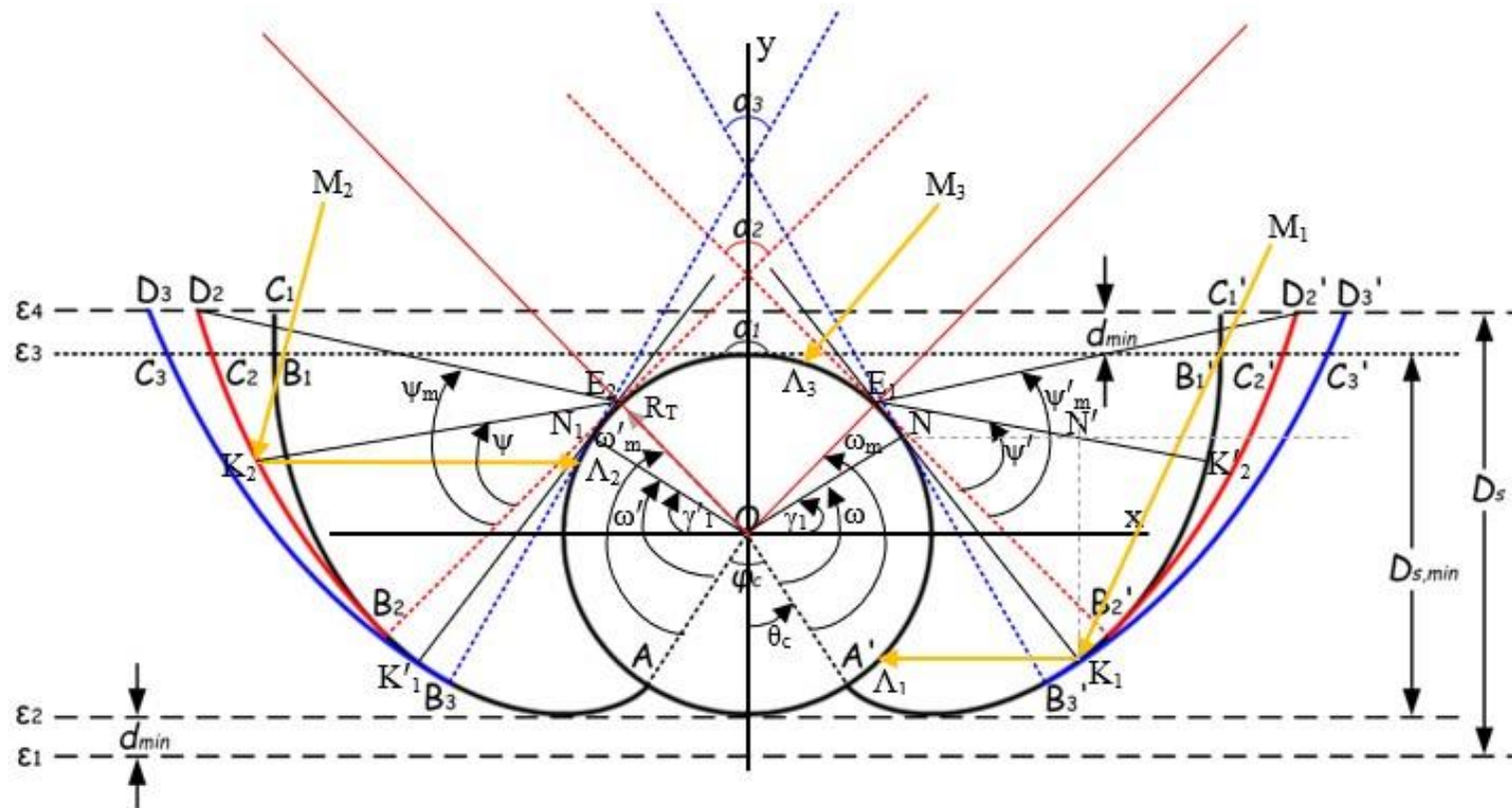
Το μοντέλο αναπτύσσεται θεωρητικά είτε υλοποιείται μέσω ενός υπολογιστικού προγράμματος το οποίο προσομοιώνει τη συμπεριφορά της οπτικής διάταξης σε διαφορετικές



γωνίες πρόσπτωσης της ακτινοβολίας. Τα αποτελέσματα της μεθόδου RTM που εξάγονται, περιλαμβάνουν διαγράμματα κατανομής της έντασης της απορροφούμενης ηλιακής ακτινοβολίας στην απορροφητική επιφάνεια και επιπλέον διαγράμματα κατανομής της έντασης της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας στην κατοπτρική επιφάνεια της συσκευής σε σχέση με το είδος των διαφανών καλυμμάτων και τον τύπο των κατοπτρικών επιφανειών. Τα αποτελέσματα επίσης λαμβάνονται συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης της ηλιακής ακτινοβολίας στο άνοιγμα της συσκευής για τις χαρακτηριστικές ημέρες κάθε μήνα του έτους και επιπρόσθετα επαληθεύονται πειραματικά μέσω κατάλληλης διάταξης μέσω της οποίας καταγράφονται οι θερμοκρασίες κατά μήκος της επιφάνειας του απορροφητή και των καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων, συσχετίζοντας με αυτόν τον τρόπο, τις κατανομές της ακτινοβολίας η οποία προσπίπτει και τελικά απορροφάται από την απορροφητική και κατοπτρική επιφάνεια. Η μέθοδος RTM λοιπόν, επιτρέπει τον ακριβή καθορισμό της κατανομής των ηλιακών ακτινών κατά μήκος διαφόρων επιφανειών, ακόμη και όταν η γεωμετρία των κατόπτρων είναι πολύπλοκη.

### 3.2.2 Μαθηματικές σχέσεις κατά την ανάπτυξη της μεθόδου RTM σε σύστημα με συμμετρικά καμπύλα κάτοπτρα τύπου CPC

Στην εν λόγω υποενότητα, θα εξαχθούν οι μαθηματικές σχέσεις που διέπουν την ηλιακή συσκευή ICS, στην οποία έχει τοποθετηθεί διάταξη καμπύλων συμμετρικών κατόπτρων τύπου CPC με γωνία υποδοχής  $90^\circ$ , αλλά και επίσης παρατίθενται οι εξισώσεις για CPC  $60^\circ$ . Για την επίτευξη της εξαγωγής των σχέσεων που μας αφορούν παρουσιάζεται στο σχήμα της εικόνας 3.2.2, η τομή πειραματικού μοντέλου – συσκευής.



Σχήμα 3.2.2 Τομή της σχεδίασης πειραματικής συσκευής με προσαρτημένα καμπύλα συμμετρικά κάτοπτρα τύπου CPC. Πρόσπτωση και ανάκλαση ακτινών φωτός στην κατοπτρική – απορροφητική επιφάνεια της συσκευής.



Το πειραματικό μοντέλο, περιλαμβάνει δύο συμμετρικά κατοπτρικά τμήματα. Το τμήμα ( $D_2C_2B_2A$ ) και το τμήμα ( $D'_2C'_2B'_2A'$ ). Εκ των τμημάτων αυτών, τα ( $D_2C_2B_2$ ) και ( $D'_2C'_2B'_2$ ) είναι παραβολικά, ενώ τα τμήματα ( $B_2A$ ) και ( $B'_2A'$ ) είναι γεωμετρίας involute (ανελιγμένης κύκλου). Στο διαφανές κάλυμμα ( $D_2D'_2$ ), προσπίπτουν τρεις τυχαίες ακτίνες φωτός (σημεία  $M_1, M_2, M_3$ ), μετά από μια μικρή μετατόπιση που υφίστανται εντός του διαφανούς καλύμματος, προσπίπτουν είτε άμεσα (σημεία  $\Lambda_3, \Lambda_4$ ), είτε μέσω ανάκλασης (σημεία  $\Lambda_1, \Lambda_2$ ), στην απορροφητική επιφάνεια. Η γωνία  $\omega$  αντιπροσωπεύει το γωνιακό άνοιγμα του τμήματος ( $B'_2A'$ ) involute γεωμετρίας και η  $\omega'$  τη γωνία ανοίγματος του συμμετρικού του τμήματος  $B_2A$ , ίδιας γεωμετρίας, ενώ οι γωνίες  $\omega_m$  και  $\omega'_m$  τις μέγιστες γωνίες ανοίγματος των δύο involute τμημάτων. Η γωνία  $\psi$  αναπαριστά τη γωνία ανοίγματος της παραβολικής γεωμετρίας του τμήματος ( $D_2C_2B_2$ ) και η γωνία  $\psi'$  το γωνιακό άνοιγμα του συμμετρικού του τμήματος ( $D'_2C'_2B'_2$ ), ίδιας γεωμετρίας, ενώ οι γωνίες  $\psi_m$  και  $\psi'_m$ , τις μέγιστες γωνίες ανοίγματος των δύο παραβολικών τμημάτων.

### Παραβολικό τμήμα ( $D_2C_2B_2$ )

Εφόσον τοποθετούμαστε στο  $2^\circ$  τεταρτημόριο, οι προβολές στον άξονα  $x$  είναι αρνητικές ενώ εκείνες στον άξονα  $y$  θετικές.

### Άξονας $x$ :

$$x = -R_T \cdot \cos \frac{\pi}{4} - E_2 K_2 \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \psi \right) \quad (3.2.1)$$

Όμως γνωρίζουμε ότι το ευθύγραμμο τμήμα  $E_2 K_2$  αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης ( $AB$ ), το οποίο ισούται με,

$$\frac{2f}{1+\cos\psi}, \text{ όπου } f = R_T \cdot \omega'_m = R_T \cdot \left( \frac{\pi}{4} + 1 \right)$$

$$\text{Άρα } \frac{2f}{1+\cos\psi} = \frac{2 \cdot R_T \cdot \left( \frac{\pi}{4} + 1 \right)}{1+\cos\psi}$$

Άρα η σχέση (3.2.1) λαμβάνει τη μορφή,

$$x = -R_T \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \frac{R_T \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right)}{1+\cos\psi} \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \psi \right)$$

Αναπτύσσοντας τη γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ , καταλήγουμε στην παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$x = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi} \cdot \left[ \left( \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos\psi \right) + \left( \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin\psi \right) \right] \Rightarrow$$

$$x = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\psi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\psi \right) \Rightarrow$$

$$x = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ -1 - \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \left( \frac{\cos\psi + \sin\psi}{1+\cos\psi} \right) \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi \leq \psi_m \quad (3.2.2)$$



Άξονας y:

$$\begin{aligned}y &= +R_T \cdot \sin \frac{\pi}{4} + E_2 K_2 \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{4} - \psi \right) = \\&= \left( R_T \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) + \frac{2f}{1+\cos\psi} \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{4} - \psi \right) = \\&= \left( R_T \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi} \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{4} - \psi \right)\end{aligned}$$

Αναπτύσσοντας τη γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ , καταλήγουμε στην παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$\begin{aligned}y &= \left( R_T \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi} \cdot \left[ \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \psi + \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \psi \right] = \\&= \left( R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi} \cdot \left[ -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \psi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \psi \right] = \\&= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \left( \frac{-\cos \psi + \sin \psi}{1+\cos\psi} \right) \right] \Rightarrow \\y &= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \left( \frac{\sin \psi - \cos \psi}{1+\cos\psi} \right) \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi \leq \psi_m\end{aligned}\quad (3.2.3)$$

Παραβολικό τμήμα ( $D'_2C'_2B'_2$ ):

Καθώς τα δύο παραβολικά τμήματα των καμπύλων κατόπτρων είναι συμμετρικά, ορίζουμε ένα σημείο  $K'_2$ , συμμετρικό του  $K_2$  που ανήκει στο παραβολικό τμήμα ( $D_2C_2B_2$ ).

Αυτό που θα μεταβληθεί στις μαθηματικές σχέσεις που διέπουν το παραβολικό τμήμα ( $D'_2C'_2B'_2$ ) συγκριτικά με το τμήμα ( $D_2C_2B_2$ ), είναι το γωνιακό άνοιγμα  $\psi$  της εν λόγω γεωμετρίας, όπου στην προκειμένη περίπτωση θα αντικατασταθεί από το  $\psi'$ .

Επιπλέον εφόσον μεταφερόμαστε στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, οι προβολές στους άξονες x,y θα φέρουν θετικές τιμές.

Άξονας x:

$$x = +\left( R_T \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right) + E_1 K'_2 \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \psi' \right)\quad (3.2.4)$$

Όμως γνωρίζουμε ότι το ευθύγραμμο τμήμα  $E_1 K'_2$  αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης ( $D'_2C'_2B'_2$ ), το οποίο ισούται με,

$$\frac{2f}{1+\cos\psi} = \frac{2 \cdot \left( \frac{\pi}{4} + 1 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi'}$$

Άρα η σχέση (3.2.4) λαμβάνει τη μορφή,

$$x = \left( R_T \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T}{1+\cos\psi'} \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \psi' \right)$$





Αναπτύσσοντας τη γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ , καταλήγουμε στην παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$x = (R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{(\frac{\pi}{2}+2) \cdot R_T}{1+\cos\psi'} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\psi' + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\psi') \Rightarrow$$
$$x = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [1 + (\frac{\pi}{2} + 2) \cdot (\frac{\cos\psi' + \sin\psi'}{1+\cos\psi'})], \text{ όπου } 0 \leq \psi' \leq \psi'_m \quad (3.2.5)$$

Άξονας y:

$$y = +(R_T \cdot \sin\frac{\pi}{4}) + E_1 K'_2 \cdot \cos(\frac{3\pi}{4} - \psi') =$$
$$= (R_T \cdot \sin\frac{\pi}{4}) + \frac{2f}{1+\cos\psi'} \cdot \cos(\frac{3\pi}{4} - \psi') =$$
$$= (R_T \cdot \sin\frac{\pi}{4}) + \frac{(\frac{\pi}{2}+2) \cdot R_T}{1+\cos\psi'} \cdot \cos(\frac{3\pi}{4} - \psi')$$

Αναπτύσσοντας τη γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ , καταλήγουμε στην παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$y = (R_T \cdot \sin\frac{\pi}{4}) + \frac{(\frac{\pi}{2}+2) \cdot R_T}{1+\cos\psi'} \cdot [\cos\frac{3\pi}{4} \cdot \cos\psi' + \sin\frac{3\pi}{4} \cdot \sin\psi'] =$$
$$= (R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{(\frac{\pi}{2}+2) \cdot R_T}{1+\cos\psi'} \cdot [-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\psi' + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\psi'] =$$
$$= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [1 + (\frac{\pi}{2} + 2) \cdot (\frac{-\cos\psi' + \sin\psi'}{1+\cos\psi'})] \Rightarrow$$
$$y = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [1 + (\frac{\pi}{2} + 2) \cdot (\frac{\sin\psi' - \cos\psi'}{1+\cos\psi'})], \text{ όπου } 0 \leq \psi' \leq \psi'_m \quad (3.2.6)$$

Involute τμήμα (A'B'<sub>2</sub>):

Αρχικά θεωρούμε ως σημείο N, στο σχήμα 3.2.2, το σημείο τομής της εφαπτόμενης από το σημείο K<sub>1</sub>, στον κύκλο-απορροφητή.

Από τη γεωμετρία της ανελιγμένης κύκλου, γνωρίζουμε ότι το μήκος του τόξου NA', ισούται με το μήκος K<sub>1</sub>N. Συνεπώς το μήκος K<sub>1</sub>N=R<sub>T</sub>·ω

Όσον αφορά τις προβολές στους δύο άξονες, στον άξονα x η ακτίνα και το τμήμα K<sub>1</sub>N προβάλλονται στον θετικό ημιάξονα των τετμημένων, συνεπώς οι προβολές είναι θετικές. Στον άξονα y η προβολή της ακτίνας εμπεριέχεται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο άρα θεωρείται θετική ενώ το ευθύγραμμο τμήμα K<sub>1</sub>N, προβάλλεται στον αρνητικό ημιάξονα τεταγμένων και συνεπώς λαμβάνεται ως αρνητικό.

Άξονας x:

Προβάλλοντας την K<sub>1</sub>N στην παράλληλη του άξονα x, στο σημείο N', η γωνία (NK<sub>1</sub>N') που σχηματίζεται είναι ίση με την ω καθώς έχουν κάθετες πλευρές.



$$\begin{aligned}x &= +(R_T \cdot \cos \gamma_1) + K_1 N \cdot \sin \gamma_1 = \\&= (+R_T \cdot \cos \gamma_1) + (R_T \cdot \omega) \cdot \sin \gamma_1 = \\&= R_T \cdot \cos \left( \omega - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \right) + R_T \cdot \omega \cdot \sin \left( \omega - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \right),\end{aligned}$$

όπου  $\theta_c = \frac{\pi-2}{2}$ , το οποίο αποδεικνύεται αναλυτικά στην υποενότητα 3.2.3, που ακολουθεί.

Έτσι η προηγούμενη σχέση γίνεται,

$$\begin{aligned}x &= R_T \cdot \cos(\omega - 1) + R_T \cdot \omega \cdot \sin(\omega - 1) = \\&= R_T \cdot [\cos(\omega - 1) + \omega \cdot \sin(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m\end{aligned}\tag{3.2.7}$$

Άξονας y:

Καθώς τα ορθογώνια τρίγωνα,  $(\Lambda_1 N K_1)$  και  $(N K_1 N')$  είναι ίσα, η γωνία  $(\Lambda_1 N K_1) = (N K_1 N') = \gamma_1$ .

$$\begin{aligned}y &= +(R_T \cdot \sin \gamma_1) - (R_T \cdot \omega) \cdot \cos \gamma_1 = \\&= R_T \cdot \sin \left( \omega - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \right) - [R_T \cdot \omega \cdot \cos \left( \omega - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \right)] = \\&= R_T \cdot \sin(\omega - 1) - R_T \cdot \omega \cdot \cos(\omega - 1) = \\&= R_T \cdot [\sin(\omega - 1) - \omega \cdot \cos(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m\end{aligned}\tag{3.2.8}$$

Involute τμήμα  $(A'B'_2)$ :

Καθώς τα δύο τμήματα με γεωμετρία ανελιγμένης κύκλου, των καμπύλων κατόπτρων είναι συμμετρικά, ορίζουμε ένα σημείο  $K'_1$ , συμμετρικό του  $K_1$  που ανήκει στο involute τμήμα  $(A'B'_2)$ . Επίσης ορίζεται ως σημείο  $N_1$ , όπως παρουσιάζεται και στο σχήμα 3.2.2, η τομή της εφαπτόμενης από το σημείο  $K'_1$ , στον κύκλο-απορροφητή.

Αυτό που θα μεταβληθεί στις μαθηματικές σχέσεις που διέπουν το εν λόγω τμήμα, συγκριτικά με το τμήμα  $(A'B'_2)$ , είναι το γωνιακό άνοιγμα  $\omega$ , της συγκεκριμένης γεωμετρίας όπου στην προκειμένη περίπτωση θα αντικατασταθεί από το  $\omega'$ .

Επιπλέον αναφορικά με τις προβολές στους δύο άξονες, τα ευθύγραμμο τμήματα προβάλλονται στον αρνητικό ημιάξονα των τετμημένων, συνεπώς θα λάβουν αρνητικές τιμές. Ενώ όσον αφορά των y άξονα, η ακτίνα  $R_T$  προβάλλεται στον θετικό ημιάξονα των τεταγμένων σε αντίθεση με το ευθύγραμμο τμήμα  $N_1 K'_1$ , το οποίο προβάλλεται στον αρνητικό ημιάξονα αυτών και συνεπώς οι τιμές των δύο αυτών προβολών θα είναι θετική και αρνητική αντίστοιχα.



Όπως προαναφέρθηκε και για το involute τμήμα ( $A'B'_2$ ), από τη γεωμετρία της ανελιγμένης κύκλου, γνωρίζουμε ότι το μήκος του τόξου  $N_1A$  ισούται με το μήκος  $N_1K'_1$ . Συνεπώς προκύπτει ότι:  $N_1K'_1 = R_T \cdot \omega'$ .

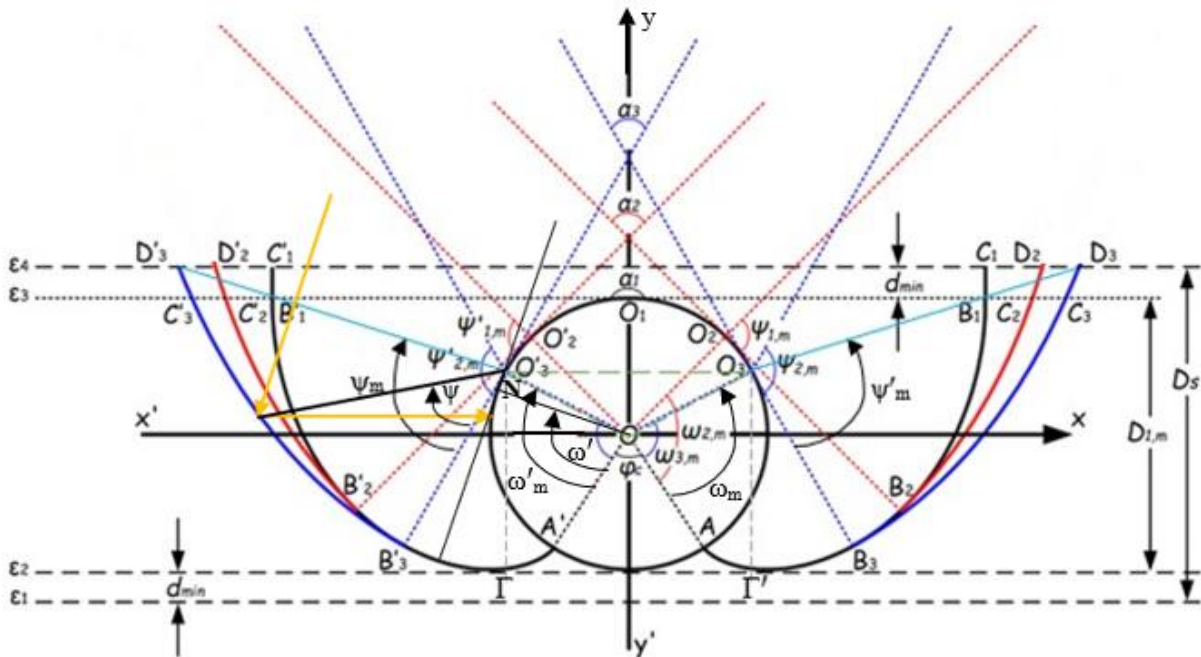
Άξονας x:

$$\begin{aligned}x &= -(R_T \cdot \cos) - N_1K'_1 \cdot \sin\gamma'_1 = \\&= -(R_T \cdot \cos\gamma'_1) - (R_T \cdot \omega') \cdot \sin\gamma'_1 = \\&= -R_T \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) - [R_T \cdot \omega' \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c))] = \\&= -R_T \cdot \cos(\omega' - 1) - R_T \cdot \omega' \cdot \sin(\omega' - 1) \Rightarrow \\x &= -R_T \cdot [\cos(\omega' - 1) + \omega' \cdot \sin(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m\end{aligned}\quad (3.2.9)$$

Άξονας y:

$$\begin{aligned}y &= +(R_T \cdot \sin\gamma'_1) - (R_T \cdot \omega') \cdot \cos\gamma'_1 = \\&= R_T \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) - [R_T \cdot \omega' \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c))] = \\&= R_T \cdot \sin(\omega' - 1) - R_T \cdot \omega' \cdot \cos(\omega' - 1) \\y &= R_T \cdot [\sin(\omega' - 1) - \omega' \cdot \cos(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m\end{aligned}\quad (3.2.10)$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία όπου προβήκαμε σε εξαγωγή των μαθηματικών σχέσεων κατά την ανάπτυξη της μεθόδου RTM σε σύστημα κατοπτρικής διάταξης CPC  $90^\circ$  (κόκκινο, σχήμα 3.2.2, προκύπτουν οι εξισώσεις για την κατοπτρική διάταξη με γωνία υποδοχής  $60^\circ$  (μπλε) βάση του σχήματος 3.2.3.



Σχήμα 3.2.3 Τομή της σχεδίασης πειραματικής συσκευής με προσαρτημένα καμπύλα συμμετρικά κάτοπτρα τύπου CPC. Πρόσπτωση και ανάκλαση ακτίνων φωτός στην κατοπτρική – απορροφητική επιφάνεια της συσκευής.

Στο σχήμα της εικόνας 3.2.3, αναπαρίσταται η τομή της σχεδίασης μιας πειραματικής συσκευής με σκοπό την παρουσίαση των χαρακτηριστικών γωνιών της συσκευής ICS με γωνία υποδοχής  $60^\circ$ . Οι εν λόγω γωνίες είναι οι  $\psi_m$  και  $\psi'_m$  (μέγιστη γωνία ανοίγματος και η συμμετρική της αντίστοιχα για τα παραβολικά τμήματα),  $\psi$  (γωνία ανοίγματος παραβολικού τμήματος  $D'_3C'_3B'_3$ ) της οποίας συμμετρική είναι η  $\psi'$  και δεν εμφανίζεται στο σχήμα. Επίσης αναπαρίστανται οι  $\omega_m$  και  $\omega'_m$  (μέγιστη γωνία ανοίγματος και η συμμετρική της αντίστοιχα, των τμημάτων involute γεωμετρίας), η  $\omega'$  (γωνία ανοίγματος involute τμήματος) της οποίας συμμετρική είναι η  $\omega$  και δεν εμφανίζεται επίσης στο σχήμα για λόγους αισθητικής όπως και η γωνία  $\psi'$ , καθώς από προηγούμενα σχήματα είναι ευκόλως κατανοήσιμη η θέση τους στο σχήμα.

Παραβολικό τμήμα  $D'_3C'_3B'_3$ :

$$x = -\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[ \sqrt{3} + \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{\cos\psi + \sqrt{3} \cdot \sin\psi}{1 + \cos\psi'} \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi \leq \psi_m \quad (3.2.11)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{\sin\psi - \sqrt{3} \cdot \cos\psi}{1 + \cos\psi} \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi \leq \psi_m \quad (3.2.12)$$

Involute τμήμα  $A'B'_3$ :

$$x = -R_T \cdot [\cos(\omega' - 1) + \omega' \cdot \sin(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m \quad (3.2.13)$$

$$y = R_T \cdot [\sin(\omega' - 1) - \omega' \cdot \cos(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m \quad (3.2.14)$$



Involute τμήμα AB<sub>3</sub>:

$$x = R_T \cdot [\cos(\omega - 1) + \omega \cdot \sin(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m \quad (3.2.15)$$

$$y = R_T \cdot [\sin(\omega - 1) - \omega \cdot \cos(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m \quad (3.2.16)$$

Παραβολικό τμήμα D<sub>3</sub>C<sub>3</sub>B<sub>3</sub>:

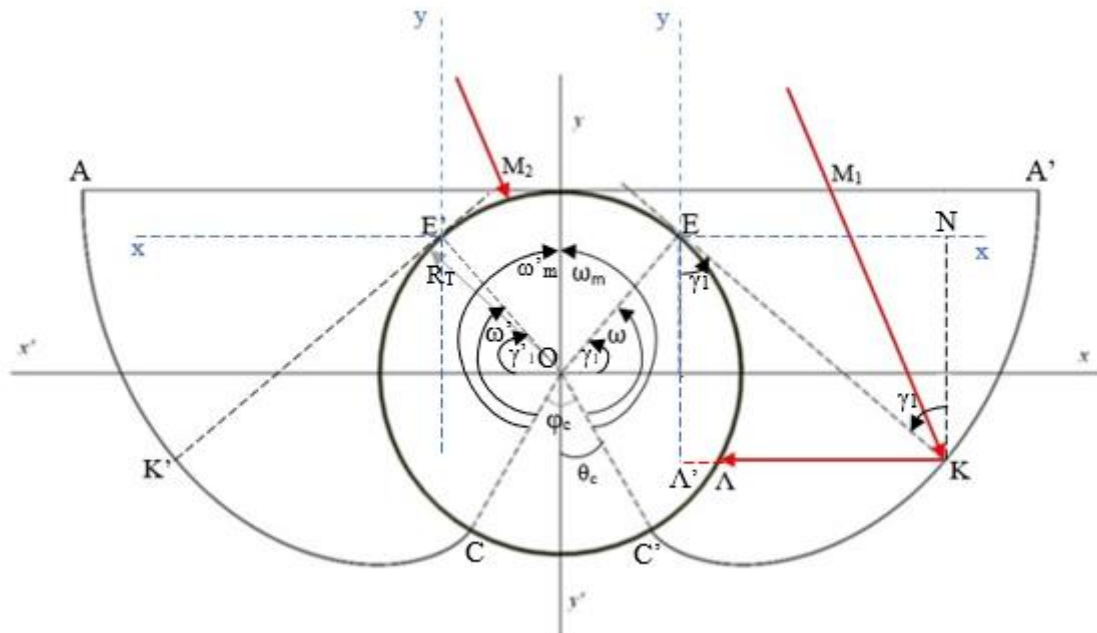
$$x = \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[ \sqrt{3} + \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{\cos\psi' + \sqrt{3} \cdot \sin\psi'}{1 + \cos\psi'} \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi' \leq \psi'_m \quad (3.2.17)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{\sin\psi' - \sqrt{3} \cdot \cos\psi'}{1 + \cos\psi'} \right], \text{ όπου } 0 \leq \psi' \leq \psi'_m \quad (3.2.18)$$

### 3.2.3 Μαθηματικές σχέσεις κατά την ανάπτυξη της μεθόδου RTM σε σύστημα κατοπτρικών διατάξεων γεωμετρίας involute

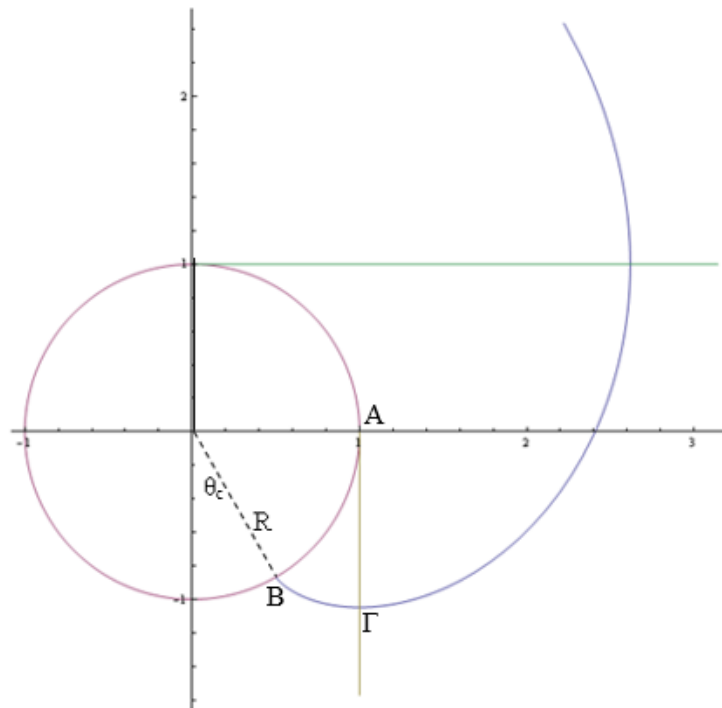
Όπως ειπώθηκε και στο υποκεφάλαιο 3.1, η involute γεωμετρία κατοπτρικών διατάξεων, φέρει σημαντικά πλεονεκτήματα. Πέραν του ότι τα κάτοπτρα με την προαναφερθείσα γεωμετρία, λόγω της γωνίας υποδοχής των 180°, υπερτερούν έναντι των παραβολικών τα οποία περιορίζουν την συγκεκριμένη γωνία, μείζονος σημασίας αποτελεί το γεγονός ότι οι συσκευές ICS με κάτοπτρα involute γεωμετρίας δύνανται να τοποθετηθούν σε οριζόντια αλλά και σε κατακόρυφη επικλινή θέση, με αποτέλεσμα την επίτευξη έντονης θερμοκρασιακής διαστρωμάτωσης η οποία είναι και επιθυμητή.

Στο σχήμα 3.2.4 παρουσιάζεται ένα ενδεικτικό σχέδιο της τομής της εν λόγω συσκευής.



Σχήμα 3.2.4 Τομή της σχεδίασης πειραματικής συσκευής ICS με προσαρτημένα κάτοπτρα involute γεωμετρίας. Πρόσπτωση και ανάκλαση ακτινών φωτός στην κατοπτρική – απορροφητική επιφάνεια της συσκευής.

Επιζητώντας την εύρεση των εξισώσεων του κάθε άξονα  $(x,y)$  που χαρακτηρίζουν τα εν λόγω κάτοπτρα, ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή της εικόνας 3.2.4, η οποία αποτελεί βάση για την κατανόηση και τελικά την εξαγωγή τους. Αρχικά όπως έχει ήδη επισημανθεί, στο πειραματικό μοντέλο που μελετάται, είναι προσαρτημένα καμπύλα κάτοπτρα involute γεωμετρίας, συμμετρικά μεταξύ τους, τα  $AC$  και  $A'C'$ . Η αρχή των καμπύλων των δύο κατόπτρων, βρίσκεται επί του κύκλου σε τόξο  $\phi_c$  από τον αρνητικό ημιάξονα των τεταγμένων. Στο διαφανές κάλυμμα  $AA'$ , προσπίπτουν τυχαίες ακτίνες  $M_1$  έμμεσα και  $M_2$  άμεσα. Ύστερα από μια μικρή μετατόπιση που υφίσταται η ακτίνα  $M_1$  εντός του διαφανούς καλύμματος, προσπίπτει μέσω ανάκλασης (σημείο  $\Lambda$ ) στην απορροφητική επιφάνεια. Το σημείο  $K$  αποτελεί το σημείο ανάκλασης της ακτίνας  $M_1$  στην κατοπτρική επιφάνεια.



Σχήμα 3.2.5 Σχέδιο για την καμπύλη του ενός κατόπτρου

Αποσκοπώντας στον υπολογισμό της γωνίας  $\varphi_c$  που είναι ορατή στο σχήμα 3.2.4 και η οποία είναι απαραίτητη για την εξαγωγή των εξισώσεων, εστιάζουμε στο σχήμα 3.2.5 όπου μέσω της  $\theta_c$  θα καταλήξουμε στην επιθυμητή  $\varphi_c$ . Βάση της γεωμετρίας καμπύλης ανελιγμένης κύκλου όπως εφαρμόστηκε και προηγουμένως, το μήκος του τόξου AB ισούται με το μήκος ΑΓ. Συνεπώς η σχέση που εξάγεται είναι η εξής:

$$R \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \theta_c\right) = R \quad (3.2.19)$$

Άρα έχουμε,

$$\frac{\pi}{2} - \theta_c = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} - 1 = \theta_c \Rightarrow \frac{\pi-2}{2} = \theta_c$$

Έτσι λοιπόν, η γωνία  $\theta_c = 32,7^\circ$  και εφόσον αποτελεί το ήμισυ της γωνίας  $\varphi_c$  όπως είναι ορατό στο σχήμα 3.2.5,  $\varphi_c = 2 \cdot 32,7^\circ = 65,1^\circ$ . Η εν λόγω γωνία, χρησιμοποιήθηκε και στην προηγούμενη υποενοότητα καθώς δεν μεταβάλλεται η τιμή της για κατοπτρική διάταξη τύπου CPC με γωνία υποδοχής  $90^\circ$ .

Οι γωνίες  $\omega$  και  $\omega'$  αναπαριστούν τα γωνιακά ανοίγματα της involute γεωμετρίας των τμημάτων  $A'C'$  και AC αντίστοιχα. Οι γωνίες  $\omega_m$  και  $\omega'_m$  αποτελούν τις μέγιστες γωνίες  $\omega$ , για τις οποίες ισχύει:  $\omega_m = \omega'_m = \pi - \left(\frac{\pi-2}{2}\right) = \frac{\pi+2}{2}$ .

Γνωρίζοντας λοιπόν την τυχούσα γωνία  $\varphi_c$  μεταξύ των δύο καμπυλών (δηλαδή η αρχή της καμπύλης επί του κύκλου βρίσκεται σε τόξο  $\varphi_c/2$  από τον άξονα  $yy'$ ) η ανελιγμένη καμπύλη δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις για τον κάθε άξονα.



### Involute τμήμα Α'C':

Ορίζουμε ως σημείο E, την τομή της εφαπτομένης από το σημείο K, στον κύκλο-απορροφητή.

Από τη γεωμετρία της ανελιγμένης κύκλου, όπως αναφέρθηκε και στο κομμάτι της σχεδίασης του πειραματικού μοντέλου με γωνία υποδοχής  $90^\circ$  (κάτοπτρα με παραβολικά και involute τμήματα), γνωρίζουμε ότι το μήκος του τόξου EC', ισούται με το μήκος EK. Συνεπώς το μήκος  $EK=R_T \cdot \omega$ .

Επιπλέον αναφορικά με τις προβολές στους δύο άξονες, σχετικά με τον άξονα x, η προβολή της ακτίνας  $R_T$  αλλά και του ευθύγραμμου τμήματος είναι θετικές καθώς προβάλλονται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο (ημιάξονας θετικών τεταγμένων). Ενώ όσον αφορά τον άξονα y, η ακτίνα προβάλλεται στον ημιάξονα των θετικών τεταγμένων και το ευθύγραμμο τμήμα προβάλλεται στον ημιάξονα των αρνητικών τεταγμένων.

### Άξονας x:

Προβάλλοντας την EK στην παράλληλη του άξονα x (διακεκομμένη μπλε), στο σημείο N, η γωνία (EKN) που σχηματίζεται είναι ίση με την  $\gamma_1$  καθώς έχουν κάθετες πλευρές.

$$\begin{aligned}x &= +R_T \cdot \cos \gamma_1 + EK \cdot \sin \gamma_1 = \\ &= R_T \cdot \cos(\omega - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) + R_T \cdot \omega \cdot \sin(\omega - (\frac{\pi}{2} - \theta_c))\end{aligned}$$

Όμως όπως υπολογίστηκε προηγουμένως η  $\theta_c$  ισούται με  $\frac{\pi-2}{2}$ , συνεπώς:

$$\begin{aligned}x &= R_T \cdot \cos(\omega - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) + R_T \cdot \omega \cdot \sin(\omega - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) = \\ &= R_T \cdot \cos(\omega - 1) + R_T \cdot \omega \cdot \sin(\omega - 1) \Rightarrow \\ x &= R_T \cdot [\cos(\omega - 1) + \omega \cdot \sin(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m\end{aligned}\tag{3.2.20}$$

### Άξονας y:

Καθώς τα ορθογώνια τρίγωνα, ( $\Lambda'EK$ ) και ( $NEK$ ) είναι ίσα, η γωνία ( $\Lambda'EK$ ) = ( $NKE$ ) =  $\gamma_1$ .

$$\begin{aligned}y &= +R_T \cdot \sin \gamma_1 - EK \cdot \cos \gamma_1 = \\ &= R_T \cdot \sin(\omega - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) - R_T \cdot \omega \cdot \cos(\omega - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) = \\ &= R_T \cdot \sin(\omega - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) - R_T \cdot \omega \cdot \cos(\omega - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) = \\ &= R_T \cdot \sin(\omega - 1) - R_T \cdot \omega \cdot \cos(\omega - 1) \Rightarrow \\ y &= R_T \cdot [\sin(\omega - 1) - \omega \cdot \cos(\omega - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega \leq \omega_m\end{aligned}\tag{3.2.21}$$





### Involute τμήμα AC:

Δεδομένου ότι το involute τμήμα (AC) είναι συμμετρικό του τμήματος (A'C'), ορίζουμε ένα σημείο K', συμμετρικό του K, στο τμήμα (AC).

Το αντίστοιχο σημείο τομής της εφαπτομένης από το σημείο K', στον κύκλο-απορροφητή είναι το σημείο E'.

Αυτό που θα μεταβληθεί στις μαθηματικές σχέσεις που διέπουν το εν λόγω τμήμα, συγκριτικά με το τμήμα (A'C'), είναι το γωνιακό άνοιγμα  $\omega$  της συγκεκριμένης γεωμετρίας, όπου στην προκειμένη περίπτωση θα αντικατασταθεί από το  $\omega'$ .

Επιπλέον αναφορικά με τον άξονα x, η ακτίνα αλλά και το ευθύγραμμο τμήμα E'K', προβάλλονται στον ημιάξονα των αρνητικών τετμημένων. Ενώ σχετικά με τον άξονα y, η ακτίνα προβάλλεται στον ημιάξονα των θετικών και το ευθύγραμμο τμήμα στον ημιάξονα των αρνητικών τεταγμένων.

### Άξονας x:

$$\begin{aligned}x &= -R_T \cdot \cos \gamma'_1 - E'K' \cdot \sin \gamma'_1 = \\&= -R_T \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) - R_T \cdot \omega' \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) = \\&= -R_T \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) - R_T \cdot \omega' \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) = \\&= -R_T \cdot \cos(\omega' - 1) - R_T \cdot \omega' \cdot \sin(\omega' - 1) \Rightarrow \\x &= R_T \cdot [-\cos(\omega' - 1) - \omega' \cdot \sin(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m\end{aligned}\tag{3.2.22}$$

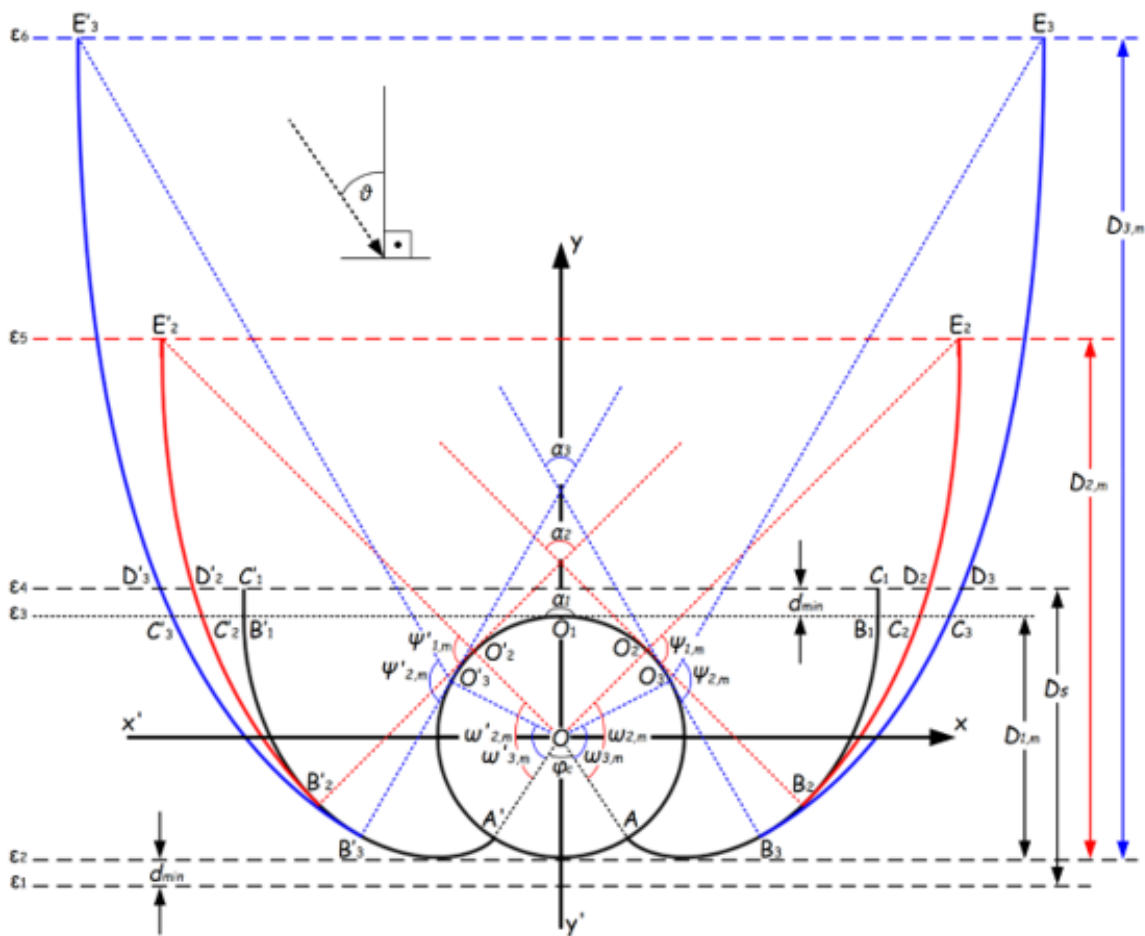
### Άξονας y:

$$\begin{aligned}y &= +R_T \cdot \sin \gamma'_1 - E'K' \cdot \cos \gamma'_1 = \\&= R_T \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) - R_T \cdot \omega' \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \theta_c)) = \\&= R_T \cdot \sin(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) - R_T \cdot \omega' \cdot \cos(\omega' - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-2}{2})) = \\&= R_T \cdot \sin(\omega' - 1) - R_T \cdot \omega' \cdot \cos(\omega' - 1) \Rightarrow \\y &= R_T \cdot [\sin(\omega' - 1) - \omega' \cdot \cos(\omega' - 1)], \text{ όπου } 0 \leq \omega' \leq \omega'_m\end{aligned}\tag{3.2.23}$$

### 3.2.4 Οπτική ανάλυση συσκευών ICS με γωνίες υποδοχής $60^\circ$ , $90^\circ$ και $180^\circ$

Σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν σε προηγούμενες ενότητες, έχει καταστεί σαφές το γεγονός ότι η γεωμετρία των εκάστοτε τμημάτων μιας ηλιακής συσκευής ICS, καθορίζεται από την γωνία υποδοχής που σχηματίζουν οι κατοπτρικές διατάξεις.

Όπως παρατηρήθηκε λοιπόν προηγουμένως, μελετήθηκαν οι γεωμετρίες, με γωνία υποδοχής,  $\alpha$ ,  $90^\circ$  αλλά και  $180^\circ$ . Πέραν των γωνιών αυτών, στην εν λόγω διπλωματική εργασία, παρουσιάζεται και η γωνία υποδοχής των  $60^\circ$ . Στο σχήμα 3.2.6, απεικονίζεται μια ηλιακή συσκευή ICS, με κατοπτρικές διατάξεις οι οποίες σχηματίζουν γωνίες υποδοχής:  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  και  $180^\circ$ .



Σχήμα 3.2.6 Σχηματική απεικόνιση τομής ηλιακής συσκευής ICS, με προσαρτημένα κάτοπτρα διαφόρων γεωμετριών, γωνιών υποδοχής  $60^\circ$  (μπλε κάτοπτρο),  $90^\circ$  (κόκκινο κάτοπτρο) και  $180^\circ$  (μαύρο κάτοπτρο).

Στο σχήμα 3.2.6 λοιπόν παρατηρείται ότι η μπλε κατοπτρική διάταξη που προσαρτάται στην εν λόγω ηλιακή συσκευή, σχηματίζει γωνία υποδοχής  $\alpha_3 = 60^\circ$  και τα τμήματα από τα οποία συνίσταται είναι το  $AB_3$  involute γεωμετρίας με το συμμετρικό του  $A'B'_3$  αλλά και επιπλέον το τμήμα  $B_3D_3$  παραβολικής γεωμετρίας, με το συμμετρικό του  $B'_3D'_3$ . Τα



κόκκινα κατοπτρικά τμήματα, που σχηματίζουν γωνία υποδοχής  $\alpha_2 = 90^\circ$ , είναι το  $AB_2$  involute γεωμετρίας με το συμμετρικό του  $A'B'_2$  και επιπρόσθετα το τμήμα  $B_2D_2$  παραβολικής γεωμετρίας, με το συμμετρικό του  $B'_2D'_2$ . Τέλος η μαύρη κατοπτρική διάταξη, με γωνία υποδοχής  $\alpha_1=180^\circ$ , αποτελείται το τμήμα  $AB_1$  και το συμμετρικό του  $A'B'_1$ , εξ ολοκλήρου involute γεωμετρίας. Τα τμήματα  $B_1C_1$  και  $B'_1C'_1$  είναι επίπεδα.

Στην κατοπτρική διάταξη με γωνία υποδοχής  $60^\circ$ , αντιστοιχούν το μέγιστο γωνιακό άνοιγμα  $\omega_{3,m}$ , αλλά και το μέγιστο γωνιακό άνοιγμα του συμμετρικού του τμήματος  $\omega'_{3,m}$ , της involute γεωμετρίας. Για τα καμπύλα κατοπτρικά τμήματα, η μέγιστη γωνία ανοίγματος συμβολίζεται με  $\psi_{2,m}$  και η αντίστοιχη μέγιστη γωνία του συμμετρικού του τμήματος με  $\psi'_{2,m}$ .

Όσον αφορά τα κατοπτρικά τμήματα με γωνία υποδοχής  $90^\circ$ , το μέγιστο γωνιακό άνοιγμα των καμπύλων κατόπτρων συμβολίζεται με  $\psi_{1,m}$  και το αντίστοιχο συμμετρικό του με  $\psi'_{1,m}$  ενώ σχετικά με τα κατοπτρικά τμήματα involute γεωμετρίας, η μέγιστη γωνία ανοίγματος και η συμμετρική της, συμβολίζονται με  $\omega_{2,m}$  και  $\omega'_{2,m}$  αντίστοιχα.

Ένα βασικό συμπέρασμα που εξάγεται από την παραπάνω εικόνα λοιπόν με βάση την ανάλυση που προβήκαμε, είναι ότι παρόλο που στις κατοπτρικές διατάξεις μπλε και κόκκινου χρώματος, οι γεωμετρίες των τμημάτων είναι ίδιες (παραβολική και involute), η γωνία υποδοχής που σχηματίζουν οι επαπτόμενες από τα σημεία  $B_2, B'_2$  και  $B_3, B'_3$  στον απορροφητή, διαφέρει. Συγκεκριμένα παρατηρείται ότι σε κάτοπτρα των οποίων η γωνία υποδοχής των ηλιακών ακτινών που σχηματίζεται είναι μικρότερη, τόσο μεγαλύτερο είναι το τμήμα της παραβολικής γεωμετρίας, και άρα μικρότερο μέρος της ηλιακής ακτινοβολίας προσπίπτει και εισέρχεται στον απορροφητή.

### 3.3 Αρχές σχεδιασμού των ειδών CPC ηλιακών συσκευών ICS

Πέραν της εξαγωγής μαθηματικών εξισώσεων μέσω της ανάπτυξης της μεθόδου πορείας ακτινών σε συστήματα με συμμετρικά κάτοπτρα τύπου CPC, ιδιαίτερα σημαντικός αλλά και ταυτόχρονα απαραίτητος για το σχεδιασμό τους, θεωρείται ο υπολογισμός των βασικών παραμέτρων διαστασιολόγησης των κατοπτρικών διατάξεων των διαφορετικών γωνιών υποδοχής που προαναφέρθηκαν, όπως το άνοιγμα του κατόπτρου, το βάθος αλλά και επιπλέον το μήκος του. Επιπροσθέτως, στο εν λόγω υποκεφάλαιο θα υπολογιστούν και οι αναλογίες των παραπάνω μεγεθών όπως βάθος προς άνοιγμα και μήκος προς άνοιγμα αλλά και ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης.



### CPC 180°

- Άνοιγμα (Aperture):

Παρατηρώντας το σχήμα 3.2.5 ότι το μήκος του ανοίγματος του εν λόγω κατόπτρου ισούται με το τμήμα  $C'_1C_1$  αλλά και επιπλέον όπως αποδείχθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο ότι  $\frac{\varphi_c}{2} = \theta_c = \frac{\pi-2}{2}$ , υπολογίζουμε το άνοιγμα της συγκεκριμένης κατοπτρικής διάταξης.

$$W_1 = C'_1C_1 \Rightarrow 2 \cdot R_T \cdot (\pi - \theta_c) = 2 \cdot R_T \cdot \left(\pi - \frac{\pi-2}{2}\right) = 2 \cdot R_T \cdot \left(\frac{2\pi-\pi+2}{2}\right) = \\ = 2 \cdot R_T \cdot \frac{\pi+2}{2} \Rightarrow$$

$$W_1 = R_T \cdot (\pi + 2) \quad (3.3.1)$$

- Βάθος (Depth):

Όσον αφορά το βάθος του, αντιστοιχεί στο κάθετο στην ευθεία  $e_2$ , ευθύγραμμο τμήμα το οποίο έχει ως αρχή του το σημείο  $C'_1$ . Το εν λόγω τμήμα λοιπόν συνίσταται από τη διάμετρο του κύκλου(απορροφητή) και από το τμήμα  $C'_1B'_1$ , το οποίο αποτελεί την απόσταση του απορροφητή από το γυαλί και εμπειρικά ισούται με  $\frac{1}{5} \cdot R_T$ . Συνεπώς το βάθος  $D_1$  της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής  $180^\circ$ , είναι το εξής,

$$D_1 = \frac{1}{5} \cdot R_T + 2 \cdot R_T \Rightarrow$$

$$D_1 = \frac{11}{5} \cdot R_T \quad (3.3.2)$$

- Μήκος (Length):

Γνωρίζοντας ότι το εν λόγω κάτοπτρο είναι εξ ολοκλήρου involute γεωμετρίας το μήκος του ισούται με το ολοκλήρωμα του  $dr$ , το οποίο με τη σειρά του ισούται με το ολοκλήρωμα της τετραγωνικής ρίζας, του αθροίσματος των τετραγώνων  $dx$  και  $dy$ , των αξόνων  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, συναρτήσει της γωνίας ανοίγματος  $\omega$ . Οι μαθηματικές σχέσεις για τον κάθε άξονα που αφορούν την εν λόγω γεωμετρία έχουν εξαχθεί στην υποενότητα 3.2.3. Συνεπώς ισχύει:

$$L = \int dr = \int \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (3.3.3)$$

Για το involute τμήμα  $A'C'$ :

Για τον άξονα  $x$ ,

$$\frac{dx}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\cos(\omega-1) + \omega \cdot \sin(\omega-1)]\}}{d\omega} = R_T \cdot \omega \cdot \cos(1 - \omega)$$



Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega-1) - \omega \cdot \cos(\omega-1)]\}}{d\omega} = -R_T \cdot \omega \cdot \sin(1 - \omega)$$

Συνεπώς το μήκος του involute τμήματος A'C', βάση της σχέσης (3.3.3) ισούται με,

$$L_{A'C'} = \int_0^{\omega_m} \sqrt{[R_T \cdot \omega \cdot \cos(1 - \omega)]^2 + [-R_T \cdot \omega \cdot \sin(1 - \omega)]^2} d\omega \Rightarrow$$

$$L_{A'C'} = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \sqrt{\omega^2 \cdot \sin^2(\omega - 1) + \omega^2 \cdot \cos^2(\omega - 1)} d\omega$$

Εξάγοντας ως κοινό παράγοντα το  $\omega^2$  και γνωρίζοντας ότι  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ , η σχέση παίρνει τη μορφή,

$$L_{A'C'} = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \sqrt{\omega^2} d\omega = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \omega d\omega$$

Βάση του κανόνα ολοκλήρωσης  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ , για  $n=1$ :

$$L_{A'C'} = R_T \cdot \frac{\omega^2}{2} = R_T \cdot \frac{\omega_m^2}{2}$$

Όμως όπως έχει αποδειχθεί σε προηγούμενη υποενοότητα,  $\omega_m = \frac{\pi+2}{2}$ , συνεπώς το μήκος του εν λόγω τμήματος είναι ίσο με,

$$L_{A'C'} = R_T \cdot \frac{\left(\frac{\pi+2}{2}\right)^2}{2} = \frac{(\pi+2)^2}{8} \quad (3.3.4)$$

Για το involute τμήμα AC:

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [-\cos(\omega'-1) - \omega' \cdot \sin(\omega'-1)]\}}{d\omega} = -R_T \cdot \omega' \cdot \cos(1 - \omega')$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega'-1) - \omega' \cdot \cos(\omega'-1)]\}}{d\omega} = -R_T \cdot \omega' \cdot \sin(1 - \omega')$$

Συνεπώς το μήκος του involute τμήματος A'C' ισούται με,

$$L_{AC} = \int_0^{\omega'_m} \sqrt{[-R_T \cdot \omega' \cdot \cos(1 - \omega')]^2 + [-R_T \cdot \omega' \cdot \sin(1 - \omega')]^2} d\omega \Rightarrow$$

$$L_{AC} = R_T \cdot \int_0^{\omega'_m} \sqrt{[\sin^2(\omega' - 1) \cdot \omega'^2] + [\cos^2(\omega' - 1) \cdot \omega'^2]} d\omega$$

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία με τον υπολογισμό του μήκους του τμήματος  $L_{AC}$ , εξάγεται κοινός παράγοντα το  $\omega^2$  και αντικαθιστώντας το άθροισμα  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  προκύπτει,



$$L_{AC} = R_T \cdot \int_0^{\omega' m} \sqrt{\omega'^2} d\omega = R_T \cdot \int_0^{\omega' m} \omega' d\omega$$

Βάση του κανόνα ολοκλήρωσης  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ , για  $n=1$ :

$$L_{AC} = R_T \cdot \frac{\omega'^2}{2} = R_T \cdot \frac{\omega' m^2}{2}$$

Όμως όπως έχει αποδειχθεί σε προηγούμενη υποενότητα,  $\omega_m = \omega'_m = \frac{\pi+2}{2}$ , συνεπώς το μήκος του εν λόγω τμήματος είναι ίσο με

$$L_{AC} = R_T \cdot \frac{\left(\frac{\pi+2}{2}\right)^2}{2} = R_T \cdot \frac{(\pi+2)^2}{8} \quad (3.3.5)$$

Συνεπώς το συνολικό μήκος της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης αποτελεί άθροισμα των δύο επιμέρους μηκών που μόλις υπολογίστηκαν.

$$L_1 = R_T \cdot \frac{(\pi+2)^2}{8} + R_T \cdot \frac{(\pi+2)^2}{8} = R_T \cdot \frac{(\pi+2)^2}{4} \quad (3.3.6)$$

- Βάθος/Άνοιγμα (Depth/Aperture):

Η αναλογία του βάθους προς το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης είναι η εξής,

$$\frac{D_1}{W_1} = Q_1 = \frac{\frac{11}{5} \cdot R_T}{R_T \cdot (\pi+2)} \Rightarrow$$

$$\frac{D_1}{W_1} = Q_1 = \frac{11 \cdot (\pi+2)}{5} \quad (3.3.7)$$

- Μήκος/Άνοιγμα (Length/Aperture):

Η αναλογία του μήκους προς το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης είναι η εξής,

$$\frac{L_1}{W_1} = P_1 = \frac{R_T \cdot \frac{(\pi+2)^2}{4}}{R_T \cdot (\pi+2)} = \frac{\pi+2}{4} \quad (3.3.8)$$

- Γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης (Concentration Ratio):

Ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης όπως αναφέρθηκε στην αρχή του εν λόγω κεφαλαίου αποτελεί σημαντική παράμετρο των συγκεντρωτικών διατάξεων της ηλιακής ακτινοβολίας και ισούται με τον λόγο της επιφάνειας του ανοίγματος της εκάστοτε κατοπτρικής διάταξης προς την επιφάνεια του απορροφητή. Το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής  $180^\circ$ , υπολογίστηκε προηγουμένως ενώ η επιφάνεια του απορροφητή είναι ίση με  $(2\pi - \varphi_c) \cdot R_T$ .

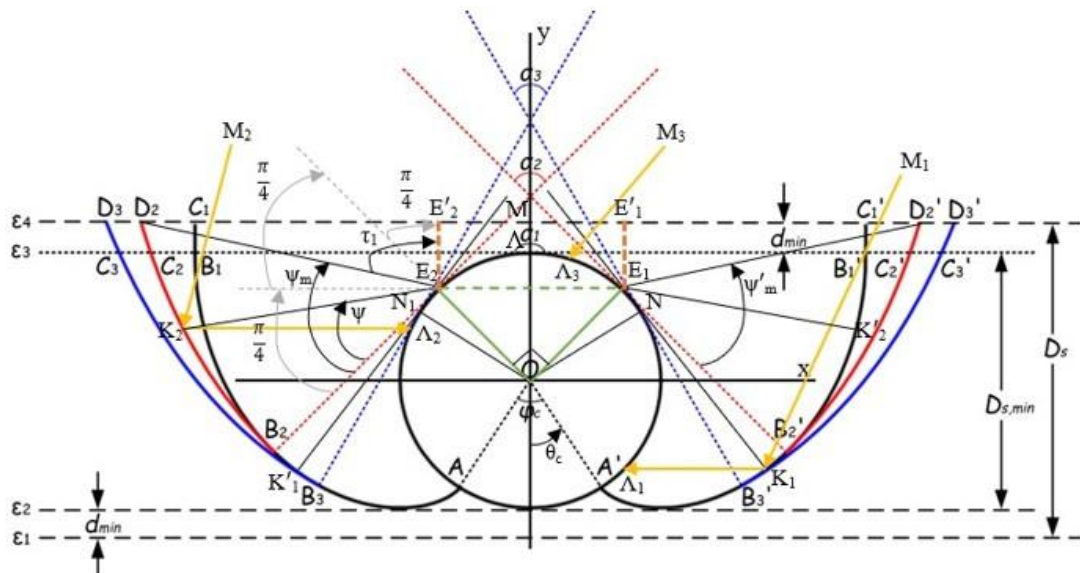


$$CR_1 = \frac{R_T \cdot (\pi + 2)}{[2\pi - 2 \cdot (\frac{\pi - 2}{2})] \cdot R_T} = \frac{\pi + 2}{2\pi - \pi + 2} = 1 \quad (3.3.9)$$

### CPC 90°

- Άνοιγμα (Aperture):

Για τον υπολογισμό του ανοίγματος της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής 90° αλλά και την κατανόηση της διαδικασίας στην οποία προβήκαμε, επισυνάπτεται το σχήμα 3.3.1. Όπως είναι ορατό σε αυτό, το άνοιγμα του εν λόγω κατόπτρου, αποτελεί άθροισμα των τμημάτων  $AE'_2$ ,  $E'_2E'_1$  και  $E'_1A'$ .



Σχήμα 3.3.1 Υπολογισμός ανοίγματος ηλιακής συσκευής ICS με προσαρτημένη κατοπτρική διάταξη τύπου CPC γωνίας υποδοχής 90°

Συνεπώς έχουμε:

$$W_2 = D_2E'_2 + E'_2E'_1 + E'_1D'_2 \quad (3.3.10)$$

Μελετώντας και αναπτύσσοντας το κάθε ευθύγραμμο τμήμα ξεχωριστά, εξάγονται οι παρακάτω σχέσεις.

Για το τμήμα  $D_2E'_2$

$$D_2E'_2 = D_2E_2 \cdot \sin \tau_1, \text{ όπου η γωνία } \tau_1 = \frac{3\pi}{4} - \psi_m \text{ όπως φαίνεται και στο σχήμα.}$$

Άρα

$$D_2E'_2 = D_2E_2 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \psi_m\right) \quad (3.3.11)$$



Όσον αφορά το  $D_2E_2$ , αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης το οποίο είναι,

$$D_2E_2 = R_T(\psi_m) = \frac{2f}{1+\cos\psi_m}$$

Το  $f$  με τη σειρά του ισούται με την εστιακή απόσταση  $E_2B_2$

$$f = E_2B_2 = R_T \cdot \left(\frac{3\pi}{4} - \theta_c\right) = R_T \cdot \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi-2}{2}\right) = R_T \cdot \frac{3\pi-2\pi+4}{4} = R_T \cdot \frac{\pi+4}{4}$$

Έτσι λοιπόν,

$$D_2E_2 = \frac{2 \cdot (R_T \cdot \frac{\pi+4}{4})}{1+\cos\psi_m} = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos\psi_m}$$

Στην εξίσωση (3.3.11) εισάγουμε το τμήμα  $D_2E_2$  που μόλις υπολογίσαμε και αναπτύσσουμε την γεωμετρική έκφραση  $\sin(x-y)$ .

$$D_2E'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos\psi_m} \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \psi_m\right) \Rightarrow$$

$$D_2E'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos\psi_m} \cdot \left[\left(\sin\frac{3\pi}{4} \cdot \cos\psi_m\right) - \left(\cos\frac{3\pi}{4} \cdot \sin\psi_m\right)\right] \Rightarrow$$

$$D_2E'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos\psi_m} \cdot \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\psi_m\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\psi_m\right)\right] \Rightarrow$$

$$D_2E'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos\psi_m} \cdot \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\psi_m\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\psi_m\right)\right] \Rightarrow$$

$$D_2E'_2 = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[\left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos\psi_m + \sin\psi_m}{1+\cos\psi_m}\right]$$

Για το τμήμα  $E'_2E'_1$

Στο σχήμα 3.3.1, έχει σημειωθεί με διακεκομμένα πράσινα τμήματα το ισοσκελές τρίγωνο  $E_2OE_1$ , του οποίου η γωνία  $E_2OE_1$  είναι κάθετη. Η υποτείνουσα του εν λόγω τριγώνου  $E_2E_1$  η οποία ισούται και με το τμήμα  $E'_2E'_1$  που μας αφορά, είναι ίση με,

$$E_2E_1^2 = E'_2E'_1^2 = OE_1^2 + OE_2^2 = R_T^2 + R_T^2 \Rightarrow$$

$$E_2E_1 = E'_2E'_1 = \sqrt{2 \cdot R_T^2} = \sqrt{2} \cdot R_T$$

Για το τμήμα  $E'_1D'_2$

Το εν λόγω τμήμα είναι συμμετρικό και ίσο με το τμήμα  $AE'_2$ .

$$E'_1D'_2 = D'_2E_1 \cdot \sin\tau'_1 \text{ όπου η γωνία } \tau'_1 = \frac{3\pi}{4} - \psi'_m \text{ όπως φαίνεται και στο σχήμα.}$$

Άρα η συγκεκριμένη εξίσωση γράφεται ως εξής,





$$E'_1 D'_2 = D'_2 E_1 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \psi'_m\right) \quad (3.3.12)$$

Όσον αφορά το  $D_2 E_2$ , αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης το οποίο είναι,

$$D'_2 E_1 = R_T(\psi'_m) = \frac{2f}{1 + \cos \psi'_m}$$

Το  $f$  με τη σειρά του ισούται με την εστιακή απόσταση  $E_1 B'_2$ .

$$f = E_1 B'_2 = R_T \cdot \left(\frac{3\pi}{4} - \theta_c\right) = R_T \cdot \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi-2}{2}\right) = R_T \cdot \frac{3\pi-2\pi+4}{4} = R_T \cdot \frac{\pi+4}{4}$$

Έτσι λοιπόν,

$$D'_2 E_1 = \frac{2 \cdot (R_T \cdot \frac{\pi+4}{4})}{1 + \cos \psi'_m} = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1 + \cos \psi'_m}$$

Στην εξίσωση (3.3.12) εισάγουμε το τμήμα  $D'_2 E_1$  που μόλις υπολογίσαμε και αναπτύσσουμε τις γεωμετρικές εκφράσεις  $\cos(x-y)$  και  $\sin(x-y)$ .

$$E'_1 D'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \psi'_m\right) \Rightarrow$$

$$E'_1 D'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \left[ \left(\sin \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \psi'_m\right) - \left(\cos \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \psi'_m\right) \right] \Rightarrow$$

$$E'_1 D'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \left[ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \psi'_m\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \psi'_m\right) \right] \Rightarrow$$

$$E'_1 D'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \left[ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \psi'_m\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \psi'_m\right) \right] \Rightarrow$$

$$E'_1 D'_2 = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi'_m + \sin \psi'_m}{1 + \cos \psi'_m} \right]$$

Στη σχέση (3.2.19) εισάγουμε τα τμήματα που υπολογίσαμε με σκοπό τον υπολογισμό του συνολικού ανοίγματος:

$$W_2 = W_2(\psi_m) = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right] + \sqrt{2} \cdot R_T + R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi'_m + \sin \psi'_m}{1 + \cos \psi'_m} \right] \Rightarrow$$

$$W_2(\psi_m) = 2 \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right] + \sqrt{2} \cdot R_T \Rightarrow$$

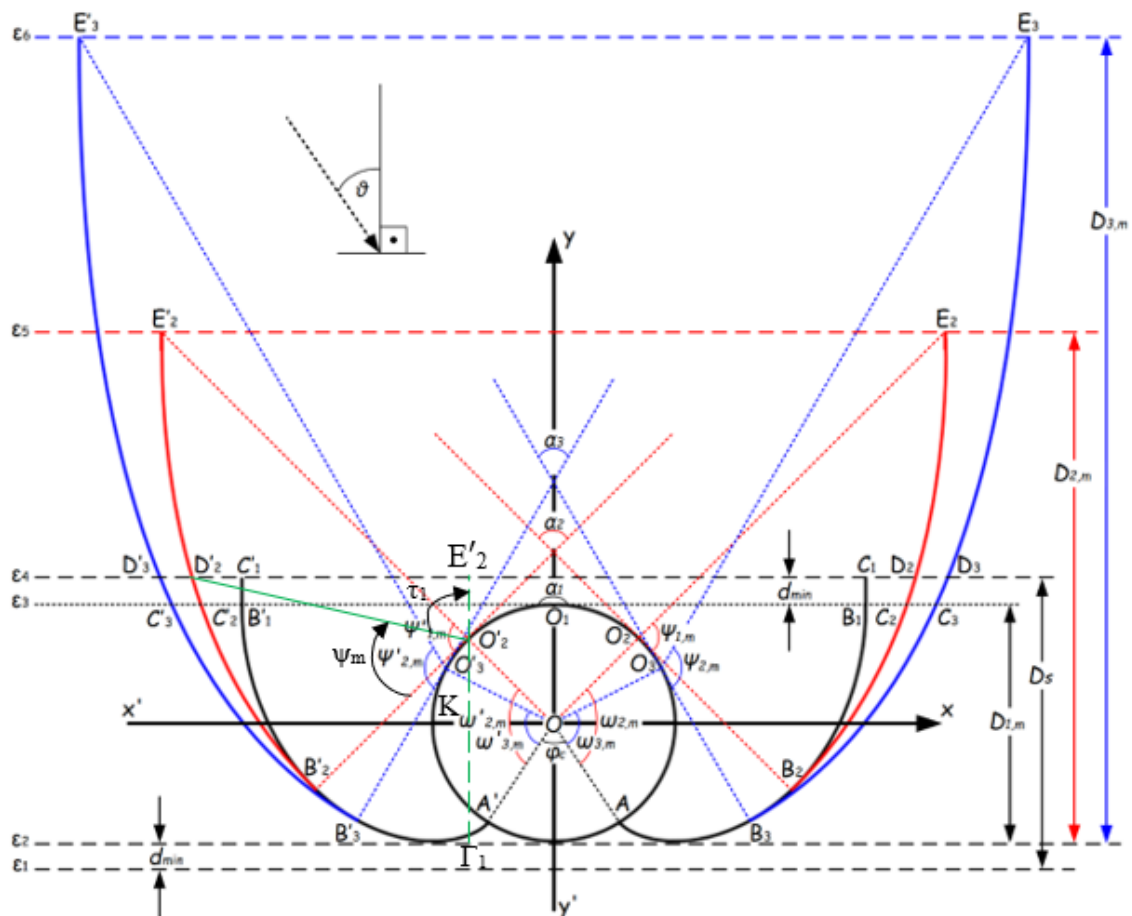
$$W_2(\psi_m) = R_T \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} + \sqrt{2} \cdot R_T \Rightarrow$$

$$W_2(\psi_m) = R_T \cdot \sqrt{2} \cdot \left[ \left(\frac{\pi+4}{2}\right) \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right] + 1 \quad (3.3.13)$$

- Βάθος (Depth):

Βασιζόμενοι στο σχήμα 3.2.5, θα προβούμε σε υπολογισμό του βάθους του εν λόγω κατόπτρου.

Για ευνόητους λόγους κατανόησης της μεθοδολογίας υπολογισμού των τμημάτων που χρησιμοποιήθηκαν, με απώτερο σκοπό τον τελικό υπολογισμό του βάθους, στο σχήμα 3.2.5 σχεδιάστηκαν και προστέθηκαν κάποιои συμβολισμοί.



Σχήμα 3.3.2 Υπολογισμός βάθους κατοπτρικής διάταξης γωνίας υποδοχής 90° προσαρτημένης σε ηλιακή συσκευή ICS

Όπως παρατηρείται, το βάθος του κατόπτρου ισούται με το ευθύγραμμο τμήμα  $E'_2\Gamma_1$  το οποίο με τη σειρά του ισούται με το άθροισμα των τμημάτων  $E'_2O'_2$ ,  $O'_2K$ ,  $K\Gamma_1$ .

Αναφορικά με το τμήμα πρώτο εκ των τριών τμημάτων,

$$E'_2O'_2 = D'_2O'_2 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \psi_m\right)$$

Το τμήμα  $D'_2O'_2$  όπως απεφάνθει και κατά τον υπολογισμό του ανοίγματος, ισούται με



$$D'_2 O'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos \psi_m}$$

Άρα εισάγοντας την εν λόγω σχέση στο τμήμα  $E'_2 O'_2$  και αναπτύσσοντας την γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ ,

$$E'_2 O'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos \psi_m} \cdot \left[ \left( \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \psi_m \right) + \left( \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \psi_m \right) \right] \Rightarrow$$

$$E'_2 O'_2 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+4}{2}}{1+\cos \psi_m} \cdot \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \psi_m \right) + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \psi_m \right) \right] \Rightarrow$$

$$E'_2 O'_2 = R_T \cdot \frac{\pi+4}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1+\cos \psi_m} \right) \Rightarrow$$

$$E'_2 O'_2 = R_T \cdot \frac{\pi+4}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1+\cos \psi_m} \right)$$

Σχετικά με το τμήμα  $O'_2 K$  υπολογίζεται από το ορθογώνιο τρίγωνο  $K O O'_2$  μέσω του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

$$O'_2 K^2 = O'_2 O^2 - O K^2$$

Όπου,

$$O K = R_T \cdot \cos \frac{\pi}{4} = R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Συνεπώς εισάγοντας στο Πυθαγόρειο το τμήμα  $O K$  που υπολογίσαμε,

$$O'_2 K^2 = R_T^2 - \left( R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$O'_2 K^2 = R_T^2 - \frac{1}{2} \cdot R_T^2 \Rightarrow$$

$$O'_2 K^2 = \frac{1}{2} \cdot R_T^2 \Rightarrow$$

$$O'_2 K = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_T$$

Καταλήγοντας στον υπολογισμό του βάθους της κατοπτρικής διάταξης γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ ,

$$D_2 = D_2(\psi_m) = E'_2 O'_2 + O'_2 K + K \Gamma_1 \Rightarrow$$

$$D_2(\psi_m) = R_T \cdot \frac{\pi+4}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1+\cos \psi_m} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_T + R_T \Rightarrow$$

$$D_2(\psi_m) = R_T \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{4} + 1 \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1+\cos \psi_m} \right) + \frac{\sqrt{2}+2}{2} \right] \quad (3.3.14)$$

- Μήκος (Length):



Το συνολικό μήκος της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης θα υπολογιστεί από το άθροισμα των μηκών των επιμέρους τμημάτων, δύο παραβολικών και δύο involute γεωμετρίας από τα οποία και αποτελείται. Το κάθε μήκος θα ισούται με το ολοκλήρωμα του  $dr$ , το οποίο με τη σειρά του ισούται με το ολοκλήρωμα της τετραγωνικής ρίζας, του αθροίσματος των τετραγώνων  $dx$  και  $dy$ , των αξόνων  $x$  και  $y$ . Τα  $dx$  και  $dy$  αποτελούν συναρτήσεις της γωνίας ανοίγματος  $\psi$  και  $\varphi$  για το παραβολικό και το involute τμήμα αντίστοιχα. Κατά τον υπολογισμό του μήκους σημαντικό ρόλο παίζει η εύρεση της μέγιστης γωνίας ανοίγματος για κάθε γεωμετρία. Παρακάτω παρατίθεται η διαδικασία εύρεσης της μέγιστης γωνίας ανοίγματος  $\psi'_m$  η οποία είναι η συμμετρική της  $\psi_m$ , για την παραβολική γεωμετρία.

Αρχικά βασιζόμενοι στο σχήμα 3.3.1, είναι ορατό ότι,

$$E_1E'_1 = LM + \left( R_T - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_T \right), \text{ καθώς το τρίγωνο } E_1OE_2 \text{ είναι ισοσκελές.}$$

Η απόσταση του απορροφητή από το γυαλί  $LM$  ( $d_{\min}$  στο σχήμα), θεωρείται ότι είναι ίση με το  $\frac{1}{5}$  της ακτίνας. Συνεπώς,

$$E_1E'_1 = \frac{1}{5} \cdot R_T + \left( R_T - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_T \right) = \frac{(12-5\sqrt{2})}{10} \cdot R_T$$

Επιπρόσθετα, το ευθύγραμμο τμήμα  $E_1E'_1$ , ισούται με το  $E_1D'_2$  το οποίο με τη σειρά του αποτελεί το μέγιστο άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης  $D'_2B'_2$  επί το συνημίτονο της γωνίας  $\tau'_1$ .

$$E_1E'_1 = \frac{2 \cdot f}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \tau'_1$$

Όπου  $\tau'_1$  είναι η γωνία  $E'_1E_1D'_2$ , η οποία είναι συμμετρική της  $\tau_1$  και ισούται με  $\frac{3\pi}{4} - \psi'_m$ . Επίσης το  $f$ , όπως έχει προαναφερθεί, αποτελεί την εστιακή απόσταση της καμπύλης κατοπτρικής γεωμετρίας. Συνεπώς η σχέση που περιγράφει το τμήμα  $E_1E'_1$ , παίρνει την εξής μορφή,

$$E_1D'_2 = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{4} - \psi'_m \right) = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{4} - \psi'_m \right)$$

Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις, που μόλις εξήχθησαν για το τμήμα  $E_1E'_1$ , καταλήγουμε στον υπολογισμό της μέγιστης γωνίας ανοίγματος  $\psi'_m$ . Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν παρουσιάζονται αναλυτικά στο τμήμα I, του Παραρτήματος Α', της διπλωματικής εργασίας.

Έπειτα από τον υπολογισμό της διακρίνουσας εξήχθησαν δύο λύσεις:

1<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{12\sqrt{2}-10}{5(\pi+4)} \left( \frac{12\sqrt{2}-10}{5(\pi+4)} + 1 \right) + \sqrt{8 \cdot \left( \frac{12\sqrt{2}-10}{5(\pi+4)} + 1 \right)}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{12\sqrt{2}-10}{5(\pi+4)} + 1 \right)^2 + 1 \right]} =$$



Και τελικά  $\psi'_m = \cos^{-1} 0,5339975 = 57,724050^\circ = 1,0074747 \text{ rad}$

2<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right) - \sqrt{8 \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 8}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)^2 + 1 \right]}$$

Και τελικά  $\psi'_m = \cos^{-1} -0,86358 = 149,72095^\circ$

Συνεπώς βάση του σχήματος απορρίπτεται.

Επίσης σημαντικός είναι και ο υπολογισμός της γωνίας  $\omega'_m$ , της μέγιστης δηλαδή γωνίας ανοίγματος των κατοπτρικών τμημάτων της involute γεωμετρίας, η οποία είναι συμμετρική και άρα ίση με τη γωνία  $\omega_m$  και ισούται με  $\frac{\pi}{4} + 1$ .

Για το παραβολικό τμήμα  $D_2B_2$ :

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\psi} = \frac{d\left\{R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[-1 - \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{\cos\psi + \sin\psi}{1 + \cos\psi}\right)\right]\right\}}{d\psi}$$

$$\frac{dx}{d\psi} = -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 - \sin\psi + \cos\psi)}{(\cos\psi + 1)^2}$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\psi} = \frac{d\left\{R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[1 + \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sin\psi - \cos\psi}{1 + \cos\psi}\right)\right]\right\}}{d\psi} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{d\psi} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 + \sin\psi + \cos\psi)}{(\cos\psi + 1)^2}$$

Το μήκος λοιπόν του τμήματος  $D_2B_2$  υπολογίζεται με τον εξής τρόπο,

$$\begin{aligned} L_{D_2B_2} &= \int dr = \int_0^{\psi_m} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} d\psi = \\ &= \int_0^{\psi_m} \sqrt{\left[\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos\psi - \sin\psi)^2 + (1 + \sin\psi + \cos\psi)^2}{(\cos\psi + 1)^4}} d\psi \Rightarrow \\ L_{D_2B_2} &= \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}\right|\right)\right) \end{aligned}$$

Το  $\psi_m$  είναι ίσο με το  $\psi'_m$  το οποίο και υπολογίστηκε παραπάνω, άρα



$$L_{D_2B_2} = \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{57,724050^\circ}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{57,724050^\circ}{2}\right)} + \ln\left(\frac{1 + \sin\left(\frac{57,724050^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{57,724050^\circ}{2}\right)}\right)\right)$$

$$L_{D_2B_2} = 1,650121405 \cdot R_T \quad (3.3.15)$$

Οι αναλυτικές πράξεις παρουσιάζονται στο Τμήμα ΙΙ του Παραρτήματος Α'.

### Παραβολικό τμήμα D'<sub>2</sub>B'<sub>2</sub>:

Το εν λόγω παραβολικό τμήμα είναι συμμετρικό του παραβολικού τμήματος D<sub>2</sub>B<sub>2</sub>, συνεπώς για τους άξονες x,y οι τύποι  $\frac{dx}{d\psi}$  και  $\frac{dy}{d\psi}$  είναι ίδιοι.

Έτσι, για την εύρεση του μήκους του εν λόγω παραβολικού τμήματος, προβαίνουμε σε υπολογισμό του ολοκληρώματος dr,

$$L_{D'_2B'_2} = L_{D_2B_2} = \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}\right|\right)\right)$$

$$\text{Άρα } L_{D'_2B'_2} = L_{D_2B_2} = 1,650121405 \cdot R_T \quad (3.3.16)$$

### Involute τμήμα AB<sub>2</sub>:

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\omega'} = \frac{d\{-R_T \cdot [\cos(\omega' - 1) + \omega' \cdot \sin(\omega' - 1)]\}}{d\omega'} \Rightarrow$$

$$\frac{dx}{d\omega'} = -R_T \cdot \cos(\omega' - 1) \cdot \omega'$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\omega'} = \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega' - 1) - \omega' \cdot \cos(\omega' - 1)]\}}{d\omega'} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{d\omega'} = R_T \cdot \sin(\omega' - 1) \cdot \omega'$$

Με σκοπό την εύρεση του μήκους του involute τμήματος AB<sub>2</sub>, θα πρέπει να προβούμε σε υπολογισμό του ολοκληρώματος dr, έτσι

$$L_{AB_2} = \int dr = \int_0^{\omega_m} \sqrt{[-R_T \cdot \cos(\omega' - 1) \cdot \omega']^2 + [R_T \cdot \sin(\omega' - 1) \cdot \omega']^2} =$$

$$= R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \sqrt{\sin^2(\omega - 1) \cdot \omega^2 + \cos^2(\omega - 1) \cdot \omega^2} d\omega$$



Βάση του ότι  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,

$$L_{AB_2} = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \omega' d\omega = R_T \cdot \frac{\omega^2}{2} = R_T \cdot \frac{\omega_m^2}{2}$$

Το  $\omega'_m$  όμως είναι ίσο με  $\frac{\pi}{4} + 1$

Συνεπώς το μήκος του εν λόγω τμήματος τελικά ισούται με,

$$L_{AB_2} = R_T \cdot \frac{\left(\frac{\pi+1}{4}\right)^2}{2} = \frac{(\pi+4)^2}{2} \Rightarrow$$

$$L_{AB_2} = R_T \cdot \frac{(\pi+4)^2}{32} \quad (3.3.17)$$

Οι αναλυτικές πράξεις για το εν λόγω involute τμήμα, παρατίθενται στο τμήμα II του Παραρτήματος Α'.

#### Involute τμήμα A'B'<sub>2</sub>:

Το εν λόγω involute τμήμα είναι συμμετρικό του involute τμήματος AB<sub>2</sub>, συνεπώς για τους άξονες x,y οι τύποι  $\frac{dx}{d\omega}$  και  $\frac{dy}{d\omega}$  είναι ίδιοι.

Άρα το μήκος του εν λόγω τμήματος τελικά ισούται με,

$$L_{A'B'_2} = L_{AB_2} = R_T \cdot \frac{(\pi+4)^2}{32} \quad (3.3.18)$$

Τελικά το συνολικό μήκος της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής 90°, υπολογίζεται ως το άθροισμα των μηκών των παραπάνω τμημάτων, δηλαδή των σχέσεων (3.3.16) έως (3.3.18).

$$L_2(\psi_m) = L_{D_2B_2} + L_{D'_2B'_2} + L_{AB_2} + L_{A'B'_2} = 2 \cdot \left[\left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1+\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}\right|\right)\right)\right] + 2 \cdot \frac{(\pi+4)^2}{32}$$

$$L_2(\psi_m) = \frac{\pi+4}{2} \cdot R_T \cdot \left[\frac{\pi+4}{8} + \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1+\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}\right|\right)\right)\right]$$

$$L_2 = \left(2 \cdot \frac{(\pi+4)^2}{32} \cdot R_T\right) + (2 \cdot 1,650121405 \cdot R_T) \Rightarrow$$

$$L_2 = 6,487889412 \cdot R_T \quad (3.3.19)$$



- Βάθος/Άνοιγμα (Depth/Aperture):

Η αναλογία του βάθους προς το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης είναι η εξής,

$$\begin{aligned} \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{R_T \cdot \left[ \frac{\pi+4}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + \frac{\sqrt{2}+2}{2} \right]}{R_T \cdot \sqrt{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi+4}{2} \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 \right]} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\left( \frac{\pi}{4} + 1 \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + \frac{\sqrt{2}+2}{2}}{\sqrt{2} \cdot \left[ \frac{\pi+4}{2} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 \right]} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 + \sqrt{2} \right]}{\sqrt{2} \cdot \left[ (\pi+4) \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 2 \right]} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot (\sin \psi_m - \cos \psi_m) + (1 + \cos \psi_m) + (1 + \cos \psi_m) \cdot \sqrt{2}}{\frac{(\pi+4) \cdot (\cos \psi_m + \sin \psi_m) + 2 + (1 \cdot \cos \psi_m)}{1 + \cos \psi_m}} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \sin \psi_m - \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \cos \psi_m + (1 + \cos \psi_m) + (\cos \psi_m \cdot \sqrt{2}) + \sqrt{2}}{(\pi+4) \cdot \cos \psi_m + (\pi+4) \cdot \sin \psi_m + 2 + (2 \cdot \cos \psi_m)} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \sin \psi_m - \frac{\pi}{2} \cdot \cos \psi_m - 2 \cdot \cos \psi_m + 1 + \cos \psi_m + (\cos \psi_m \cdot \sqrt{2}) + \sqrt{2}}{(\pi+6) \cdot \cos \psi_m + (\pi+4) \cdot \sin \psi_m + 2} \Rightarrow \\ \frac{D_2}{W_2} = Q_2(\psi_m) &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \sin \psi_m + \left( -\frac{\pi}{2} - 1 + \sqrt{2} \right) \cdot \cos \psi_m + 1 + \sqrt{2}}{(\pi+6) \cdot \cos \psi_m + (\pi+4) \cdot \sin \psi_m + 2} \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

- Μήκος/Άνοιγμα (Length/Aperture):

Η αναλογία του μήκους προς το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης είναι η εξής,

$$\begin{aligned} \frac{L_2}{W_2} = P_2(\psi_m) &= \frac{\frac{\pi+4}{2} \cdot R_T \cdot \left[ \frac{\pi+4}{8} + \left( \frac{\sin \left( \frac{\psi_m}{2} \right)}{\cos^2 \left( \frac{\psi_m}{2} \right)} + \ln \left( \left| \frac{1 + \sin \left( \frac{\psi_m}{2} \right)}{\cos \left( \frac{\psi_m}{2} \right)} \right| \right) \right]}{R_T \cdot \sqrt{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi+4}{2} \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 \right]} \Rightarrow \\ \frac{L_2}{W_2} = P_2(\psi_m) &= \frac{\frac{\pi+4}{2} \cdot \left[ \frac{\pi+4}{8} + \left( \frac{\sin \left( \frac{\psi_m}{2} \right)}{\cos^2 \left( \frac{\psi_m}{2} \right)} + \ln \left( \left| \frac{1 + \sin \left( \frac{\psi_m}{2} \right)}{\cos \left( \frac{\psi_m}{2} \right)} \right| \right) \right]}{\left[ \frac{(\pi+4) \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} + 2}{2} \right]} \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

- Γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης (Concentration Ratio):

Για τη συγκεκριμένη κατοπτρική διάταξη, ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης είναι ο εξής,

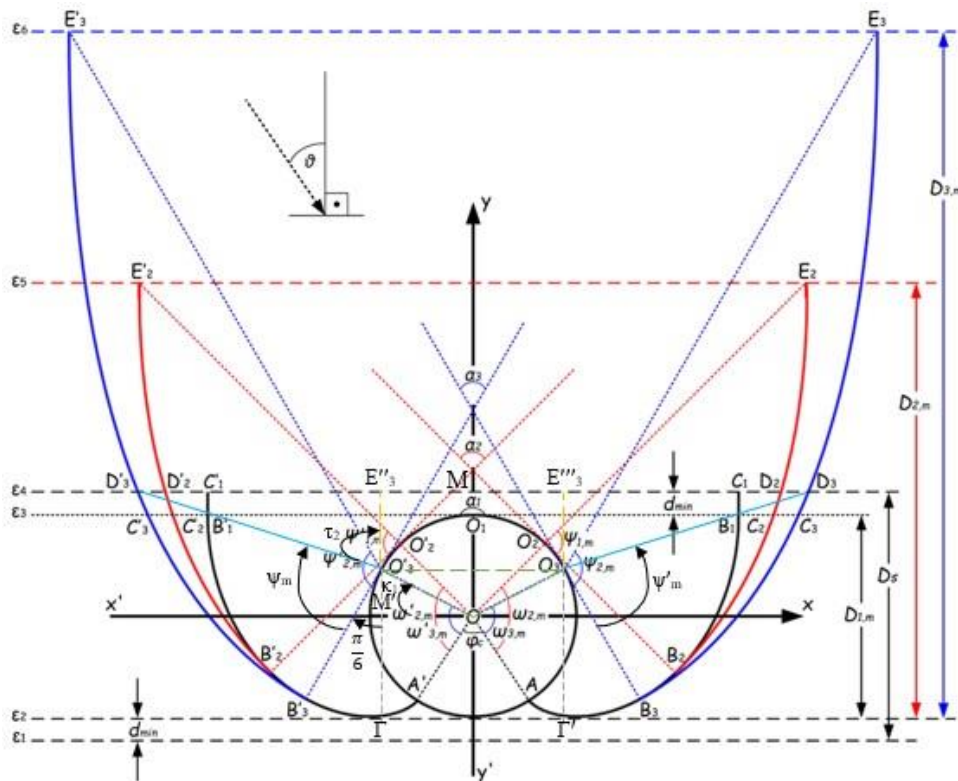




$$CR_2 = \frac{R_T \cdot \sqrt{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi+4}{2} \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 \right]}{R_T \cdot (\pi+2)} = \frac{\sqrt{2} \cdot \left[ \left( \frac{\pi+4}{2} \cdot \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 1 \right]}{(\pi+2)} \quad (3.3.22)$$

### CPC 60°

Για την εν λόγω γωνία υποδοχής, υιοθετείται η εικόνα 3.2.6 του προηγούμενου υποκεφαλαίου, στην οποία προστίθενται μερικοί συμβολισμοί με σκοπό την επεξήγηση της μεθόδου μέσω της οποίας έγινε η εξαγωγή των μαθηματικών σχέσεων.



Σχήμα 3.3.3 Απεικόνιση παραμέτρων διαστασιολόγησης κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής 60° σε τομή ηλιακής συσκευής ICS

- Άνοιγμα (Aperture):

Σχετικά με το άνοιγμα της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής 60°, από το σχήμα 3.3.3, παρατηρούμε ότι ισούται με το άθροισμα των εξής επιμέρους τμημάτων,  $D'_3E''_3$ ,  $E''_3E'''_3$  και  $E'''_3D_3$ .

Συνεπώς έχουμε:

$$W_3 = D'_3E''_3 + E''_3E'''_3 + E'''_3D_3 \quad (3.3.23)$$



Εστιάζοντας στην γωνία υποδοχής  $\alpha_3=60^\circ$ , είναι εμφανές ότι ο άξονας  $y'y$  διχοτομεί την εν λόγω γωνία κι έτσι σχηματίζονται δύο γωνίες των  $30^\circ$  ( $\frac{\pi}{6}$ ).

Η γωνία  $\kappa_1$  ισούται κι εκείνη με  $\frac{\pi}{6}$  καθώς τα ορθογώνια τρίγωνα που σχηματίζονται έχουν κάθετες πλευρές μεταξύ τους αλλά και η γωνία  $B'_3O'_3\Gamma = \frac{\pi}{6}$  για τον ίδιο λόγο καθώς και η συμπληρωματική της γωνία  $B_3O_3\Gamma' = \frac{\pi}{6}$ .

Μελετώντας και αναπτύσσοντας το κάθε ευθύγραμμο τμήμα ξεχωριστά, εξάγονται οι παρακάτω σχέσεις.

Για το τμήμα  $D'_3E''_3$

$D'_3E''_3 = D'_3O'_3 \cdot \sin \tau_2$  όπου η γωνία  $\tau_2 = \pi - \frac{\pi}{6} - \psi_m$  όπως φαίνεται και στο σχήμα.

$$\text{Άρα } D'_3E''_3 = D'_3O'_3 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \psi_m\right) \quad (3.3.24)$$

Όσον αφορά το  $D'_3O'_3$ , αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης το οποίο είναι,

$$D'_3O'_3 = R_T(\psi_m) = \frac{2f}{1+\cos\psi_m}$$

Το  $f$  με τη σειρά του ισούται με την εστιακή απόσταση  $O'_3B'_3$ ,

$$f = O'_3B'_3 = R_T \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} - \theta_c\right) = R_T \cdot \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi-2}{2}\right) = R_T \cdot \frac{4\pi-3\pi+6}{6} = R_T \cdot \frac{\pi+6}{6}$$

Έτσι λοιπόν,

$$D'_3O'_3 = \frac{2 \cdot R_T \cdot \frac{\pi+6}{6}}{1+\cos\psi_m} = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1+\cos\psi_m}$$

Συνεπώς εισάγοντας στην εξίσωση (3.3.24) το τμήμα  $D'_3O'_3$  που υπολογίσαμε παραπάνω έχουμε,

$$D'_3E''_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1+\cos\psi_m} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \psi_m\right)$$

Αναπτύσσοντας την γεωμετρική έκφραση  $\sin(x-y)$ ,

$$D'_3E''_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1+\cos\psi_m} \cdot \left[\left(\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \cos\psi_m\right) - \left(\cos\frac{5\pi}{6} \cdot \sin\psi_m\right)\right] \Rightarrow$$

$$D'_3E''_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1+\cos\psi_m} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \cos\psi_m\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin\psi_m\right)\right] \Rightarrow$$

$$D'_3E''_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\cos\psi_m + \sin\psi_m \cdot \sqrt{3}}{1+\cos\psi_m}\right)$$



Για το τμήμα  $E''_3E'''_3$

Το εν λόγω τμήμα διαχωρίζεται σε δύο επιμέρους ίσα τμήματα, το  $E''_3M$  και  $ME'''_3$  για τα οποία ισχύει:

$$E''_3M = OO'_3 \cdot \cos \kappa_1 \text{ και } ME'''_3 = OO_3 \cdot \cos \kappa'_1,$$

όπου  $\kappa'_1$  η συμμετρική γωνία της  $\kappa_1$ .

$$E''_3M = ME'''_3 = R_T \cdot \cos \frac{\pi}{6} = R_T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Το συμπέρασμα που εξάγεται λοιπόν είναι ότι:

$$E''_3E'''_3 = 2 \cdot R_T \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

Για το τμήμα  $E'''_3D_3$

Το εν λόγω τμήμα είναι συμμετρικό και ίσο με το τμήμα  $D'_3E''_3$ .

$$E'''_3D_3 = D_3O_3 \cdot \sin \tau'_2 \text{ όπου η γωνία } \tau'_2 = \pi - \frac{\pi}{6} - \psi'_m \text{ όπως φαίνεται και στο σχήμα.}$$

$$\text{Άρα } E'''_3D_3 = D_3O_3 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \psi'_m\right) \quad (3.3.25)$$

Όσον αφορά το  $D_3O_3$ , αποτελεί το άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης το οποίο είναι,

$$D_3O_3 = R_T(\psi'_m) = \frac{2f}{1 + \cos \psi'_m}$$

Το  $f$  με τη σειρά του ισούται με την εστιακή απόσταση  $O_3B_3$  όπως παρουσιάστηκε και παραπάνω για το τμήμα  $D'_3E''_3$ ,

$$f = O_3B_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{6}$$

Έτσι λοιπόν,

$$D_3O_3 = \frac{2 \cdot R_T \cdot \frac{\pi+6}{6}}{1 + \cos \psi'_m} = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi'_m}$$

Συνεπώς εισάγοντας στην εξίσωση (3.3.25) το τμήμα  $D_3O_3$  έχουμε,

$$E'''_3D_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \psi'_m\right)$$

Αναπτύσσοντας την γεωμετρική έκφραση  $\sin(x-y)$ ,

$$E'''_3D_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \left[ \left( \sin \frac{5\pi}{6} \cdot \cos \psi'_m \right) - \left( \cos \frac{5\pi}{6} \cdot \sin \psi'_m \right) \right] \Rightarrow$$

$$E'''_3D_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot \cos \psi'_m \right) - \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \psi'_m \right) \right] \Rightarrow$$



$$E'''_3 D_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\cos \psi'_m + \sin \psi'_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi'_m} \right)$$

Καταλήγοντας στο συνολικό άνοιγμα της κατοπτρικής διάταξης τύπου CPC 60°, στην σχέση 3.3.22 εισάγουμε τα τμήματα που υπολογίσαμε, ξεχωριστά, παραπάνω.

$$W_3 = W_3(\psi_m) = \left[ R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) \right] + [2 \cdot R_T \cdot \cos \frac{\pi}{6}] + [R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\cos \psi'_m + \sqrt{3} \cdot \sin \psi'_m}{1 + \cos \psi'_m} \right)] \Rightarrow$$

$$W_3 = W_3(\psi_m) = 2 \cdot R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sqrt{3} \cdot \sin \psi_m}{1 + \cos \psi_m} \right) + 2 \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$W_3 = W_3(\psi_m) = R_T \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + R_T \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$W_3 = W_3(\psi_m) = R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right] \quad (3.3.26)$$

- Βάθος (Depth):

Σχετικά με το βάθος της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης, με βάση και πάλι το σχήμα 3.3.3, θα προβούμε σε υπολογισμό των επιμέρους τμημάτων που το αποτελούν και έπειτα σε άθροισή τους, με σκοπό την εύρεσή του.

Όπως είναι ορατό λοιπόν από το σχήμα, το βάθος συνίσταται από την άθροιση των τμημάτων  $E''_3 O'_3$  και  $O'_3 \Gamma$ .

Για το τμήμα  $E''_3 O'_3$  ισχύει,

$$E''_3 O'_3 = D'_3 O'_3 \cdot \cos \tau_2$$

Όπου το  $\tau_2$  όπως απεφάνθη και παραπάνω είναι ίσο με  $\frac{5\pi}{6} - \psi_m$  και το τμήμα  $D'_3 O'_3$  ίσο με

$$\frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi_m}$$

συνεπώς εισάγοντας τις εν λόγω σχέσεις στο τμήμα  $E''_3 O'_3$ ,

$$E''_3 O'_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi_m} \cdot \cos \left( \frac{5\pi}{6} - \psi_m \right)$$

Αναπτύσσοντας την γεωμετρική έκφραση  $\cos(x-y)$ ,

$$E''_3 O'_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi_m} \cdot \left[ \left( \cos \frac{5\pi}{6} \cdot \cos \psi_m \right) + \left( \sin \frac{5\pi}{6} \cdot \sin \psi_m \right) \right] \Rightarrow$$

$$E''_3 O'_3 = \frac{R_T \cdot \frac{\pi+6}{3}}{1 + \cos \psi_m} \cdot \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \psi_m \right) + \left( \frac{1}{2} \cdot \sin \psi_m \right) \Rightarrow$$

$$E''_3 O'_3 = R_T \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) \Rightarrow$$



$$E''_3 O'_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{6} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right)$$

Αναφορικά με το τμήμα  $O'_3 M'$ , βρίσκεται από το Πυθαγόρειο Θεώρημα,

$$O'_3 M'^2 = O O'_3^2 - O M'^2$$

Το τμήμα  $O M'$  με τη σειρά του ισούται με,

$O M' = R_T \cdot \cos \kappa_1$ , όπου  $\kappa_1 = \frac{\pi}{6}$  όπως παρουσιάστηκε και στο άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης.

Άρα,

$$O M' = R_T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Συνεπώς εισάγοντας στο Πυθαγόρειο το τμήμα που μόλις υπολογίστηκε,

$$O'_3 M'^2 = R_T^2 - \left( R_T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$O'_3 M'^2 = R_T^2 - R_T^2 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$O'_3 M'^2 = R_T^2 \cdot \left( 1 - \frac{3}{4} \right) \Rightarrow$$

$$O'_3 M' = \sqrt{\frac{R_T^2}{4}} \Rightarrow$$

$$O'_3 M' = \frac{R_T}{2}$$

Καταλήγοντας λοιπόν στον υπολογισμό του βάρους του κατόπτρου, έχουμε

$$D_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{6} \cdot \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} + R_T + \frac{R_T}{2} \Rightarrow$$

$$D_3 = R_T \cdot \frac{\pi+6}{6} \cdot \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} + \frac{3}{2} \cdot R_T \Rightarrow$$

$$D_3 = R_T \cdot \left[ \frac{3}{2} + \frac{\pi+6}{6} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) \right] \quad (3.3.27)$$

- Μήκος (Length):

Για την εύρεση του μήκους της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης, θα υπολογιστούν και τελικά θα αθροιστούν τα επιμέρους μήκη των παραβολικών και involute τμημάτων που την αποτελούν. Το μήκος της κάθε γεωμετρίας ισούται με το ολοκλήρωμα της τετραγωνικής ρίζας, του αθροίσματος των τετραγώνων  $dx$  και  $dy$  των αξόνων  $x$  και  $y$ , τα οποία με τη σειρά τους αποτελούν συναρτήσεις της γωνίας ανοίγματος  $\psi$  και  $\omega$  για την παραβολική και την involute γεωμετρία αντίστοιχα.



Αρχικά όμως θα υπολογιστεί η γωνία  $\psi_m$  η οποία είναι συμμετρική και ίση με τη γωνία  $\psi'_m$  με σκοπό την αντικατάστασή τους στον τύπο του μήκους και τελικά τον υπολογισμό του.

Από το σχήμα 3.3.3, είναι ορατό ότι το τμήμα  $E''_3O'_3$  είναι ίσο με το άθροισμα των τμημάτων,

$$E''_3O'_3 = O_1M + (R_T - O'_3M')$$

Το τμήμα  $O_1M$  εκφράζει την απόσταση του απορροφητή από το γυαλί και ισούται με το  $\frac{1}{5}$  της ακτίνας. Επιπλέον το τμήμα  $O'_3M'$ , προέκυψε κατά τον υπολογισμό του βάθους για την κατοπτρική διάταξη με γωνία υποδοχής  $60^\circ$  και με τη σειρά του ισούται με  $\frac{R_T}{2}$ .

Έτσι η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή,

$$E''_3O'_3 = \frac{1}{5} \cdot R_T + \left( R_T - \frac{1}{2} \cdot R_T \right) = \frac{7}{10} \cdot R_T$$

Επιπλέον το εν λόγω τμήμα, παρατηρώντας και πάλι το σχήμα είναι ίσο με,

$$E''_3O'_3 = D'_3O'_3 \cdot \cos \tau_2$$

Όπου  $\tau_2$  ισούται με  $\frac{5\pi}{6} - \psi_m$ . Το τμήμα  $D'_3O'_3$  αποτελεί το μέγιστο άνοιγμα της κατοπτρικής παραβολικής καμπύλης  $D'_3B'_3$  και με τη σειρά του ισούται με  $\frac{2 \cdot f}{1 + \cos \psi_m}$ , όπου το  $f$  συμβολίζει την εστιακή απόσταση της παραβολικής γεωμετρίας.

Συνεπώς η σχέση που περιγράφει το τμήμα  $E''_3O'_3$  είναι η εξής,

$$E''_3O'_3 = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi+6}{6}\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi_m} \cdot \cos \left( \frac{5\pi}{6} - \psi_m \right)$$

Συνδυάζοντας λοιπόν, τις δύο σχέσεις, που μόλις εξήχθησαν για το τμήμα  $E''_3O'_3$ , καταλήγουμε στον υπολογισμό της μέγιστης γωνίας ανοίγματος  $\psi_m$ .

Συνεπώς θα βρεθούν δύο λύσεις,

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3} \right) \pm \sqrt{8 \cdot \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \sqrt{3} + 2 \right)}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3} \right)^2 + 1 \right]}$$

1<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3} \right) + \sqrt{8 \cdot \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \sqrt{3} + 2 \right)}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3} \right)^2 + 1 \right]} = 0,2339957022$$

Και τελικά  $\psi_m = \cos^{-1} 0,2339957022 = 76,4675697^\circ = 1,3346109 \text{ rad}$



2<sup>η</sup> λύση:

$$\cos\psi_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3}\right) - \sqrt{8 \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} \cdot \sqrt{3} + 2\right)}}{2 \cdot \left[\left(\frac{21}{5 \cdot (\pi+6)} + \sqrt{3}\right)^2 + 1\right]} = -0,5810298713$$

$$\text{Και τελικά } \psi_m = \cos^{-1} -0,5810298713 = 125,5230109^\circ$$

Συνεπώς βάση του σχήματος απορρίπτεται.

Οι αναλυτικές πράξεις που πραγματοποιήθηκαν παρουσιάζονται στο τμήμα ΙΙΙ του Παραρτήματος Α'.

Εξίσου σημαντικός είναι και ο υπολογισμός της μέγιστης γωνίας ανοίγματος για τα τμήματα involute γεωμετρίας  $\omega_m$ , η οποία είναι συμμετρική και ίση με την  $\omega'_m$ . Οι γωνίες αυτές είναι ίσες με  $\frac{\pi}{6} + 1$ .

Παραβολικό τμήμα  $D_3C_3B_3$ :

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\psi'} = \frac{d\left\{-\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[\sqrt{3} + \left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{\cos\psi' + \sqrt{3} \cdot \sin\psi'}{1 + \cos\psi'}\right]\right\}}{d\psi'} \Rightarrow$$

$$\frac{dx}{d\psi'} = -\frac{(\pi+6) \cdot R_T \cdot (\sqrt{3} - \sin\psi' + \sqrt{3} \cdot \cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi' + 1)^2}$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\psi'} = \frac{d\left\{\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left[1 + \left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{\sin\psi' - \sqrt{3} \cdot \cos\psi'}{1 + \cos\psi'}\right]\right\}}{d\psi'} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{d\psi'} = \frac{(\pi+6) \cdot R_T \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot \sin\psi' + \cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi' + 1)^2}$$

Συνεπώς για την εύρεση του μήκους του εν λόγω παραβολικού τμήματος, θα υπολογιστεί το ολοκλήρωμα του  $dr$  με τον ίδιο τρόπο όπως και κατά τον υπολογισμό του για CPC  $90^\circ$ .

$$L_{D_3C_3B_3} = \int dr = \int_0^{\psi'_m} \sqrt{\left[\frac{(\pi+6) \cdot R_T}{6}\right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos\psi' - \sin\psi')^2 + (1 + \sqrt{3} \cdot \sin\psi' + \cos\psi')^2}{(\cos\psi' + 1)^4}} \Rightarrow$$

$$L_{D_3C_3B_3} = \frac{(\pi+6)}{6} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}\right|\right) \right)$$

Το  $\psi_m$  υπολογίστηκε προηγουμένως και είναι ίσο με το  $\psi'_m$ .



Έτσι το μήκος του τμήματος  $D'_3C'_3B'_3$  είναι το εξής,

$$L_{D'_3C'_3B'_3} = \frac{(\pi+6)}{6} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} + \ln \left( \left| \frac{1+\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} \right| \right) \right) \Rightarrow$$

$$L_{D'_3C'_3B'_3} = \frac{(\pi+6)}{6} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{76,4675697^\circ}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{76,4675697^\circ}{2}\right)} + \ln \left( \frac{1+\sin\left(\frac{76,4675697^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{76,4675697^\circ}{2}\right)} \right) \right) \Rightarrow$$

$$L_{D'_3C'_3B'_3} = 2,630053388 \cdot R_T \quad (3.3.28)$$

Οι αναλυτικές πράξεις στις οποίες προβήκαμε για τον υπολογισμό του μήκους του εν λόγω παραβολικού τμήματος, παρατίθενται στο τμήμα IV, του Παραρτήματος Α'.

### Involute τμήμα $AB_3$

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\cos(\omega-1) + \omega \cdot \sin(\omega-1)]\}}{d\omega} \Rightarrow$$

$$\frac{dx}{d\omega} = R_T \cdot \cos(\omega - 1) \cdot \omega$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega-1) - \omega \cdot \cos(\omega-1)]\}}{d\omega} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{d\omega} = R_T \cdot \sin(\omega - 1) \cdot \omega$$

Με σκοπό την εύρεση του μήκους του τμήματος  $AB_3$ , θα προβούμε σε υπολογισμό του ολοκληρώματος  $dr$ . Συνεπώς,

$$\begin{aligned} L_{AB_3} &= \int dr = \int_0^{\omega_m} \sqrt{[R_T \cdot \cos(\omega - 1) \cdot \omega]^2 + [R_T \cdot \sin(\omega - 1) \cdot \omega]^2} d\omega = \\ &= \int_0^{\omega_m} R_T \cdot \sqrt{\sin^2(\omega - 1) \cdot \omega^2 + \cos^2(\omega - 1) \cdot \omega^2} d\omega \end{aligned}$$

Γνωρίζοντας ότι,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  η σχέση παίρνει τη μορφή,

$$L_{AB_3} = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \sqrt{\omega^2} d\omega = R_T \cdot \int_0^{\omega_m} \omega d\omega = R_T \cdot \frac{\omega^2}{2} = R_T \cdot \frac{\omega_m^2}{2}$$

Το  $\omega_m$  υπολογίστηκε  $\frac{\pi}{6} + 1$

Τελικά το μήκος του εν λόγω involute τμήματος ισούται με,





$$L_{AB_3} = R_T \cdot \frac{(\frac{\pi}{6}+1)^2}{2} \Rightarrow$$

$$L_{AB_3} = R_T \cdot \frac{(\pi+6)^2}{72} \quad (3.3.29)$$

Οι αναλυτικές πράξεις στις οποίες προβήκαμε για τον υπολογισμό του μήκους του εν λόγω involute τμήματος, παρατίθενται στο τμήμα IV, του Παραρτήματος Α'.

### Involute τμήμα A'B'<sub>3</sub>

Το εν λόγω involute τμήμα είναι συμμετρικό του τμήματος AB<sub>3</sub>, συνεπώς για τους άξονες x,y οι τύποι  $\frac{dx}{d\psi}$  και  $\frac{dy}{d\psi}$  είναι ίδιοι.

Ισχύει επίσης ότι  $\omega'_m = \omega_m$ .

Έτσι καταλήγουμε ότι το μήκος του εν λόγω involute τμήματος ισούται με,

$$L_{A'B'_3} = L_{AB_3} = R_T \cdot \frac{(\pi+6)^2}{72} \quad (3.3.30)$$

### Παραβολικό τμήμα D'<sub>3</sub>C'<sub>3</sub>B'<sub>3</sub>:

Το εν λόγω παραβολικό τμήμα, είναι ίσο με το τμήμα LD<sub>3</sub>C<sub>3</sub>B<sub>3</sub>

$$L_{D'_3C'_3B'_3} = L_{D_3C_3B_3} = \frac{(\pi+6)}{6} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\sin(\frac{\psi'_m}{2})}{\cos^2(\frac{\psi'_m}{2})} + \ln \left( \left| \frac{1+\sin(\frac{\psi'_m}{2})}{\cos(\frac{\psi'_m}{2})} \right| \right) \right)$$

$$L_{D'_3C'_3B'_3} = 2,630053388 \cdot R_T \quad (3.3.31)$$

Συνεπώς το συνολικό μήκος της κατοπτρικής διάταξης με γωνία ανοίγματος 60°, ισούται με το άθροισμα,

$$L_3 = L_{D'_3C'_3B'_3} + L_{A'B'_3} + L_{AB_3} + L_{D_3C_3B_3} \Rightarrow$$

$$L_3 = 2 \cdot \left[ \frac{(\pi+6)}{6} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\sin(\frac{\psi_m}{2})}{\cos^2(\frac{\psi_m}{2})} + \ln \left( \left| \frac{1+\sin(\frac{\psi_m}{2})}{\cos(\frac{\psi_m}{2})} \right| \right) \right) \right] + 2 \cdot R_T \cdot \frac{(\pi+6)^2}{72} \Rightarrow$$

$$L_3(\psi_m) = \frac{\pi+6}{3} \cdot R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{12} \cdot \left( \frac{\sin(\frac{\psi_m}{2})}{\cos^2(\frac{\psi_m}{2})} + \ln \left( \left| \frac{1+\sin(\frac{\psi_m}{2})}{\cos(\frac{\psi_m}{2})} \right| \right) \right) \right] \Rightarrow$$

$$L_3 = (2 \cdot 2,630053388 \cdot R_T) + 2 \cdot R_T \cdot \frac{(\pi+6)^2}{72} \Rightarrow$$

$$L_3 = 7,581460005 \cdot R_T \quad (3.3.32)$$



- Βάθος/Άνοιγμα (Depth/Aperture):

Προβαίνοντας στον υπολογισμό της αναλογίας του βάθους προς το άνοιγμα της κατοπτρικής διάταξης γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , τα οποία με τη σειρά τους, υπολογίστηκαν προηγουμένως έχουμε,

$$\begin{aligned}\frac{D_3}{W_3} = Q_3(\psi_m) &= \frac{R_T \cdot \left[ \frac{3}{2} + \frac{\pi+6}{6} \cdot \left( \frac{\sin \psi_m - \cos \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) \right]}{R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right]} \Rightarrow \\ \frac{D_3}{W_3} = Q_3(\psi_m) &= \frac{(\pi+6) \cdot (-\sqrt{3} \cdot \cos \psi_m + \sin \psi_m) + 9 \cdot (1 + \cos \psi_m)}{6 \cdot (1 + \cos \psi_m)} \Rightarrow \\ \frac{D_3}{W_3} = Q_3(\psi_m) &= \frac{-(\pi+6) \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \psi_m + (\pi+6) \cdot \sin \psi_m + 9 + (9 \cdot \cos \psi_m)}{2 \cdot (\pi+6) \cdot \cos \psi_m + (\pi+6) \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \psi_m + 6 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \psi_m} \Rightarrow \\ \frac{D_3}{W_3} = Q_3(\psi_m) &= \frac{[-(\pi+6) \cdot \sqrt{3} + 9] \cdot \cos \psi_m + (\pi+6) \cdot \sin \psi_m + 9}{[2 \cdot (\pi+6) + 6 \cdot \sqrt{3}] \cdot \cos \psi_m + [2 \cdot \sqrt{3} \cdot (\pi+6)] \cdot \sin \psi_m + 6 \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \\ \frac{D_3}{W_3} = Q_3(\psi_m) &= \frac{(\pi+6) \cdot \sin \psi_m + (9 - \sqrt{3} \cdot \pi - 6 \cdot \sqrt{3}) \cdot \cos \psi_m + 9}{[2 \cdot (\pi+6) + 6 \cdot \sqrt{3}] \cdot \cos \psi_m + [2 \cdot \sqrt{3} \cdot (\pi+6)] \cdot \sin \psi_m + 6 \cdot \sqrt{3}}\end{aligned}\quad (3.3.33)$$

- Μήκος/Άνοιγμα (Length/Aperture):

Η αναλογία του μήκους προς το άνοιγμα της εν λόγω κατοπτρικής διάταξης είναι η εξής,

$$\begin{aligned}\frac{L_3}{W_3} = P_3(\psi_m) &= \frac{\frac{\pi+6}{3} \cdot R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{12} \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} + \ln\left(\left| \frac{1 + \sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} \right| \right) \right)}{R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right]} \\ \frac{L_3}{W_3} = P_3(\psi_m) &= \frac{\frac{\pi+6}{12} \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} + \ln\left(\left| \frac{1 + \sin\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi'_m}{2}\right)} \right| \right) \right)}{\frac{\pi+6}{3} \cdot \left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right]}\end{aligned}\quad (3.3.34)$$

- Γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης (Concentration Ratio):

Στην προκειμένη περίπτωση, ο γεωμετρικός λόγος συγκέντρωσης είναι ίσος με,

$$CR_3 = \frac{R_T \cdot \left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right]}{R_T \cdot (\pi+2)} = \frac{\left[ \frac{\pi+6}{3} \cdot \left( \frac{\cos \psi_m + \sin \psi_m \cdot \sqrt{3}}{1 + \cos \psi_m} \right) + \sqrt{3} \right]}{(\pi+2)}\quad (3.3.35)$$



Εστιάζοντας στα μήκη των κατοπτρικών διατάξεων με γωνίες υποδοχής  $180^\circ$ ,  $90^\circ$  και  $60^\circ$ , παρατηρείται ότι  $L_1 (180^\circ) < L_2 (90^\circ) < L_3 (60^\circ)$ , συνεπώς το συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι όσο μειώνεται η γωνία υποδοχής τόσο αυξάνεται το μήκος της κατοπτρικής διάταξης. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει ότι επιλέγοντας μια μικρή γωνία υποδοχής, το μήκος της πειραματικής συσκευής που θα κατασκευαστεί, θα είναι αρκετά μεγάλο με συνέπεια και την ταυτόχρονη αύξηση του κόστους.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





## Κεφάλαιο 4ο

### Αποτελέσματα ανάλυσης πορείας ακτίνων

#### 4.1 Ανάλυση πορείας ακτίνων

##### 4.1.1 Γενικά

Η αποδοτική λειτουργία των ηλιακών συσκευών που διαθέτουν ακίνητες κατοπτρικές διατάξεις εξαρτάται από το λόγο συγκέντρωσης της ηλιακής ακτινοβολίας και τη συνολική οπτική τους απόδοση. Ο λόγος συγκέντρωσης και η οπτική απόδοση καθορίζονται κυρίως από τη γεωμετρία που υιοθετείται κατά τη σχεδίαση και κατασκευή των κατοπτρικών διατάξεων σε συνδυασμό με το σχήμα του απορροφητή. Στις συγκεντρωτικές ηλιακές συσκευές που λειτουργούν ως συλλέκτες, η χρήση κατοπτρικών διατάξεων γεωμετρίας CPC σε συνδυασμό με επίπεδους ή κυλινδρικούς απορροφητές βελτιώνει τη λειτουργία τους, αξιοποιώντας τη μέγιστη συγκέντρωση της ηλιακής ακτινοβολίας μέσω της πλήρους ανάπτυξης των καμπύλων κατοπτρικών διατάξεων, όπως αναλύθηκε και στο Κεφάλαιο 3 της εργασίας. Στην περίπτωση αυτή η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας στην απορροφητική επιφάνεια καθορίζει σε μεγάλο βαθμό το θερμοκρασιακό εύρος της αποδοτικής λειτουργίας, καθώς η θερμική μετατροπή της ενέργειας της ηλιακής ακτινοβολίας έχει άμεση εξάρτηση με την πυκνότητά της. Τα καμπύλα κάτοπτρα σε συνδυασμό με το σχήμα των απορροφητών οδηγούν σε ανομοιόμορφη κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας, δηλαδή η πυκνότητα ενέργειας διαφέρει σε διαφορετικές περιοχές του απορροφητή. Η ανομοιόμορφη κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας μπορεί να αποτελέσει σημαντικό παράγοντα για την αποδοτική λειτουργία τους, καθώς με τον τρόπο αυτό είναι δυνατός ο χωρισμός του απορροφητή σε ανεξάρτητα τμήματα με αποτέλεσμα τη μέγιστη απολαβή πυκνότητας ηλιακών ακτίνων.

Στο παρόν κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας, επιχειρείται η οπτική μελέτη της πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS, αναφορικά με την κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας στην απορροφητική και κατοπτρική επιφάνειά της. Η μελέτη αυτή αποσκοπεί στον ποσοτικό προσδιορισμό της ακτινοβολίας που κατανέμεται κατά μήκος των δύο επιφανειών ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο η γεωμετρία του πειραματικού μοντέλου σχετίζεται με τη θερμοκρασιακή διαστρωμάτωση εντός του κυλινδρικού δοχείου αποθήκευσης. Η μελέτη πραγματοποιείται μέσω της ανάπτυξης ενός υπολογιστικού μοντέλου που βασίζεται στη μέθοδο πορείας ακτίνων, η οποία αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Python και τα αποτελέσματα παρατίθενται σε επόμενη υποενότητα του κεφαλαίου.

#### 4.2 Εφαρμογή της μεθόδου

Η χρησιμοποιηθείσα μέθοδος υπολογισμού πορείας ακτίνων στις ηλιακές συσκευές (μέθοδος RTM) πραγματοποιείται για συστήματα δύο διαστάσεων (συγκεντρωτικές συσκευές γραμμικής εστίασης) και τριών διαστάσεων (κυλινδροπαραβολικά κ.α) και επιτρέπει τον ακριβή καθορισμό της κατανομής των ηλιακών ακτίνων κατά μήκος διαφόρων επιφανειών, ακόμη και όταν η γεωμετρία των κατοπτρικών διατάξεων είναι πολύπλοκη. Η ανάλυση της



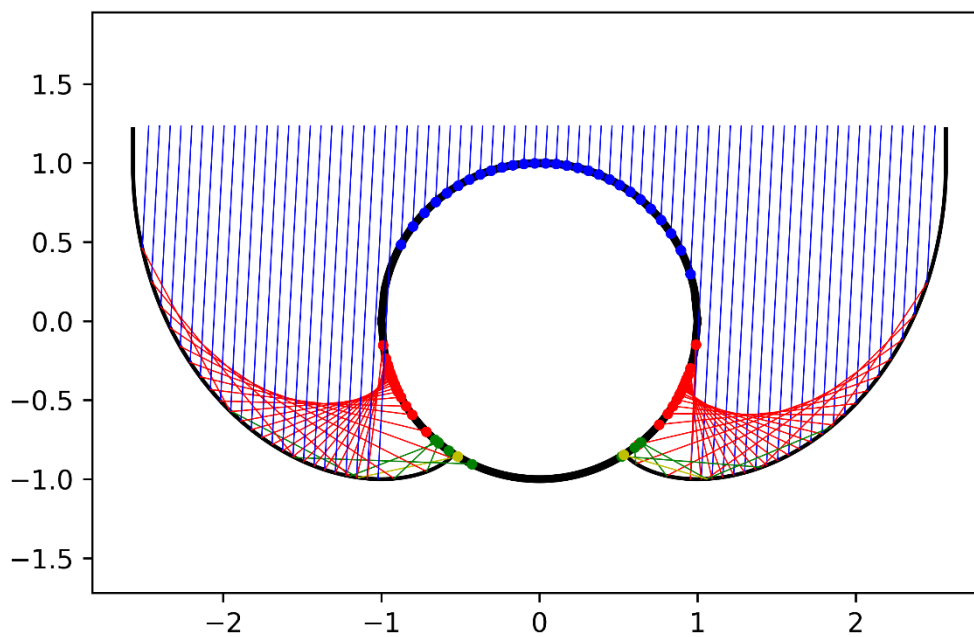
μεθόδου RTM βρίσκεται σε πολλά επιστημονικά συγγράμματα, όπως των Welford και Winston (1981), όπου παρουσιάζεται μια ολοκληρωμένη περιγραφή της. Η οπτική αυτή ανάλυση έχει εφαρμοστεί παλαιότερα σε πολλές περιπτώσεις μελέτης ηλιακών συσκευών και τα αποτελέσματα από τον υπολογισμό τόσο της κατανομής της ηλιακής ακτινοβολίας όσο και της συνολικής οπτικής απόδοσης έχουν δημοσιευτεί σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά. Από το πλήθος των εργασιών, χαρακτηριστικές θεωρούνται αυτές των Spencer και Murty (1962), αλλά και των Bendt et al, οι οποίοι αναπτύσσουν τη μέθοδο RTM σε παραβολικά κάτοπτρα γραμμικής εστίασης. Οι Ortabasi και Buehl το 1980, παρουσίασαν την οπτική ανάλυση ενός συλλέκτη που διαθέτει κυλινδρικό απορροφητή αποτελούμενου από ένα συνδυασμό κυλινδρικών σωλήνων εντός κατοπτρικής επιφάνειας που περιβάλλεται από γυάλινο κάλυμμα. Οι Eames και Norton το 1993, μελέτησαν την οπτική συμπεριφορά συλλέκτη γεωμετρίας CPC ενώ και οι Zacharopoulos et al το 1996, παρουσίασαν μια παρόμοια οπτική ανάλυση ενός ηλιακού συλλέκτη εντός κατοπτρικής διάταξης CPC με τέσσερις διαφορετικές διευθετήσεις απορροφητή – διαφανούς καλύμματος. Λεπτομέρειες σχετικά με την ανάπτυξη της μεθόδου RTM παρουσιάζονται τόσο στην εργασία του Winston το 1970, όσο και γενικότερα στη διεθνή βιβλιογραφία. Παρόμοια διαδικασία υπολογισμού πορείας ακτίνων έχει πραγματοποιηθεί και στο εργαστήριο του τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών, όπου μελετήθηκε η ανομοιόμορφη κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας στην απορροφητική επιφάνεια συμμετρικού και ασύμμετρου συλλέκτη με γεωμετρία CPC με επίπεδους απορροφητές, χωρισμένους σε ανεξάρτητα τμήματα προκειμένου να μελετηθεί η απολαβή θερμότητας σε κάθε περίπτωση χωρισμού του απορροφητή. Η μέθοδος RTM μπορεί να εφαρμοστεί με την ίδια ακρίβεια των αποτελεσμάτων της και στην περίπτωση των ολοκληρωμένων ηλιακών συσκευών συλλέκτη – αποθήκης θερμότητας με σκοπό τον ακριβή καθορισμό της οπτικής συμπεριφοράς τους σε σχέση με τη γεωμετρία των καμπύλων κατόπτρων και το σχήμα των απορροφητών.



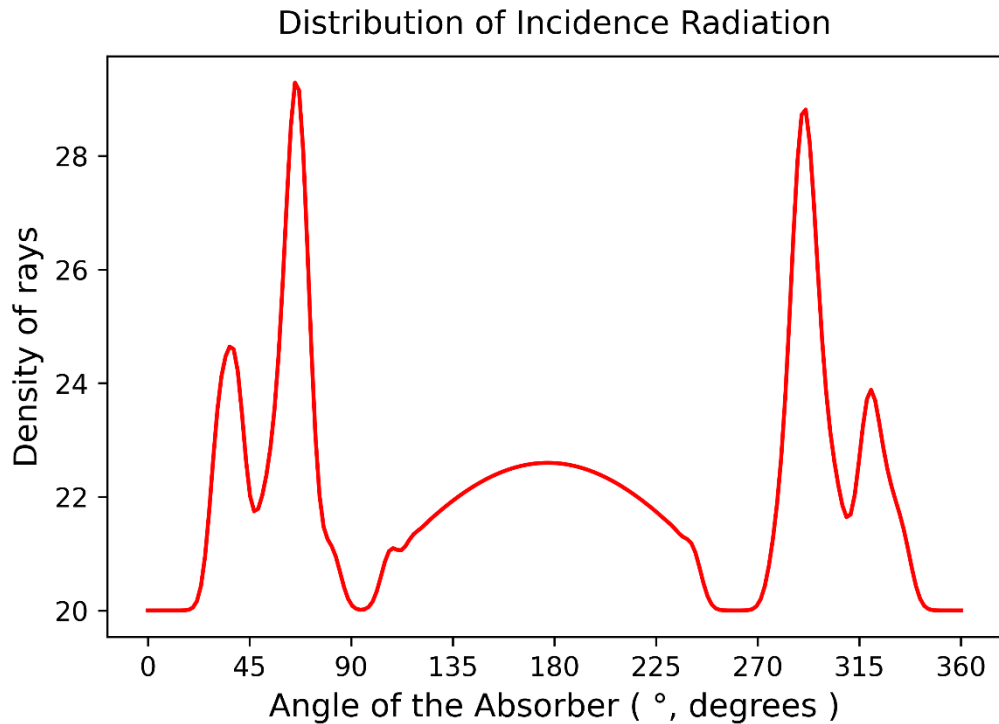
#### 4.3 Αποτελέσματα της ανάλυσης πορείας ακτίνων

CPC\_180

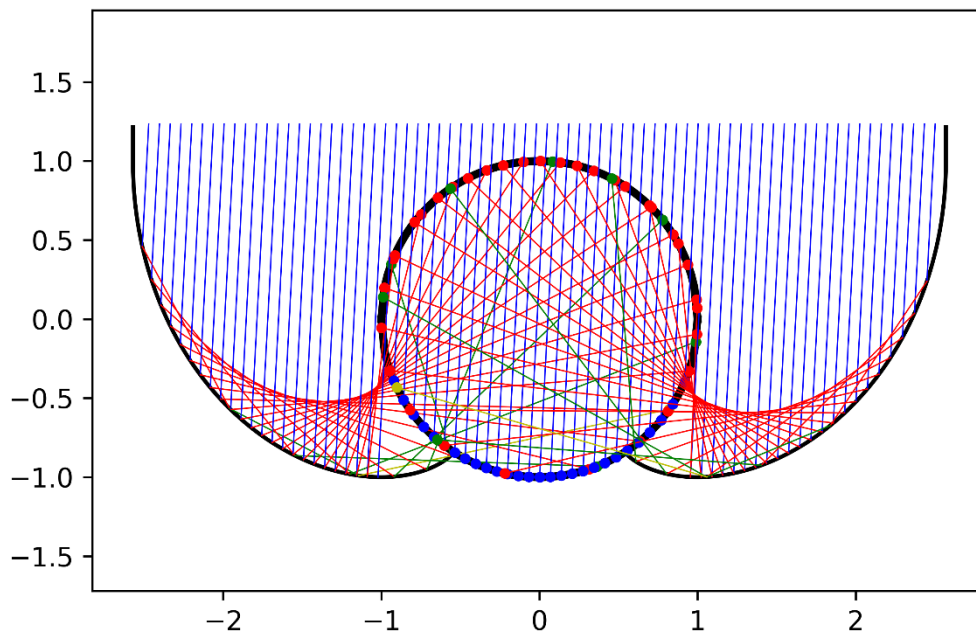
Γωνία Πρόσπτωσης  $0^\circ$



Σχήμα 4.1 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας κατά την κάθετη πρόσπτωση σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=0^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων



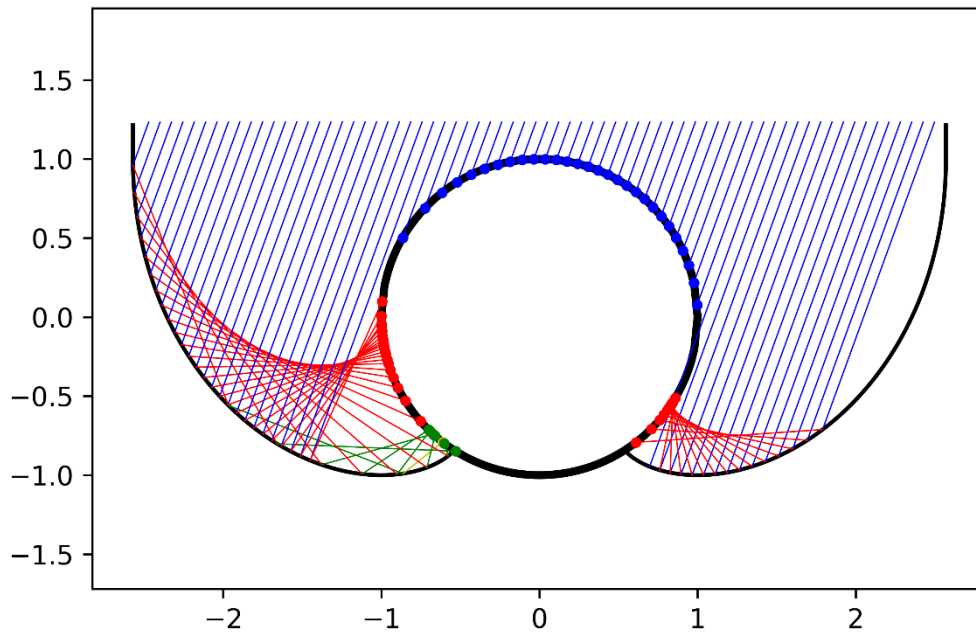
Σχήμα 4.3 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας κατά την κάθετη πρόσπτωση σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



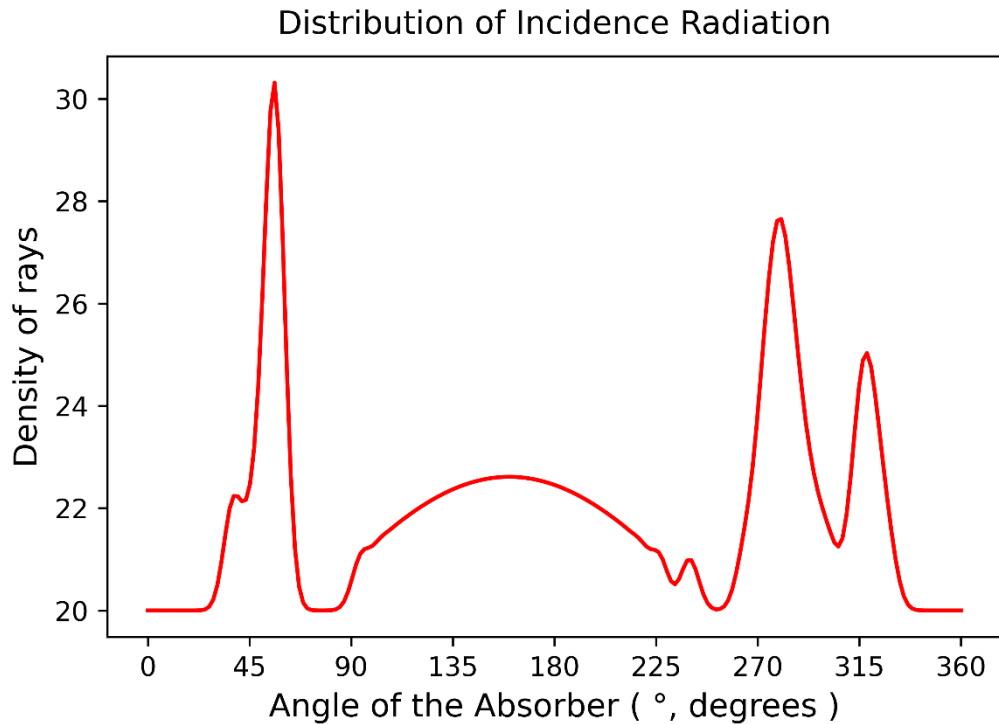


**CPC\_180**

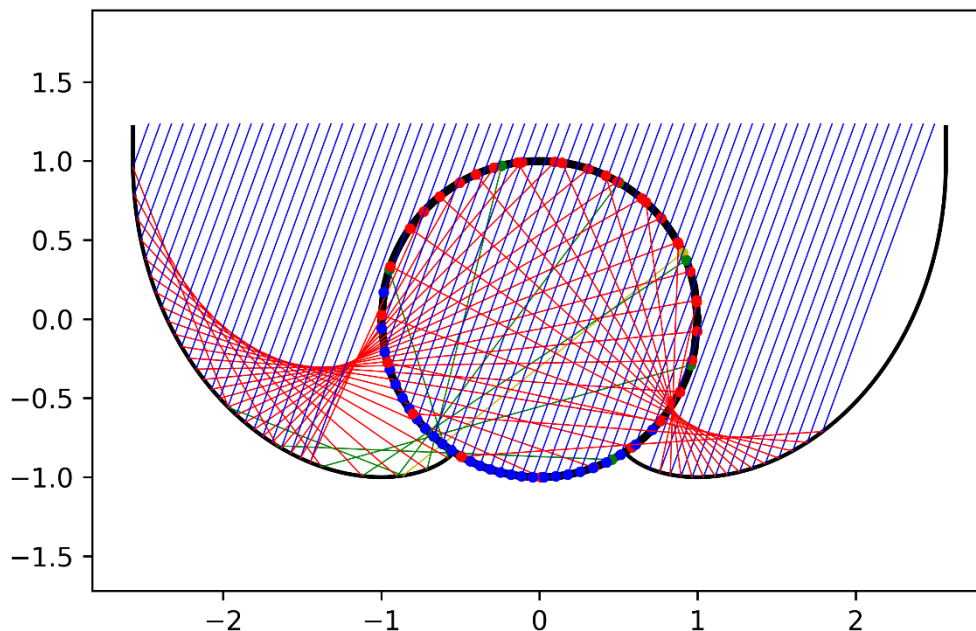
**Γωνία Πρόσπτωσης 20°**



Σχήμα 4.4 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

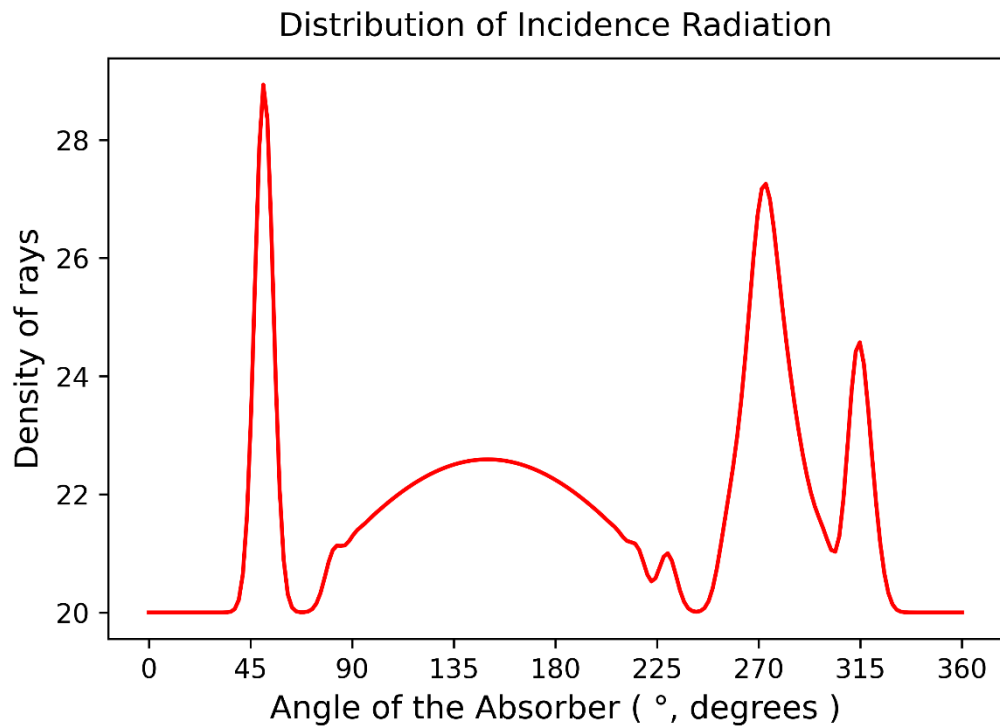


Σχήμα 4.5 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=20^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων

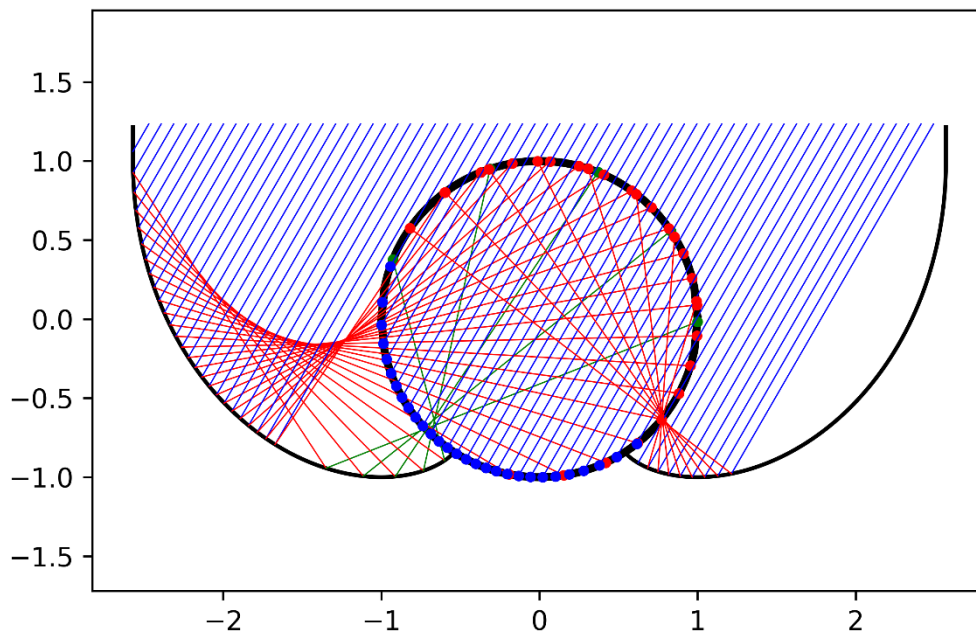


Σχήμα 4.6 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου





Σχήμα 4.8 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=30^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων

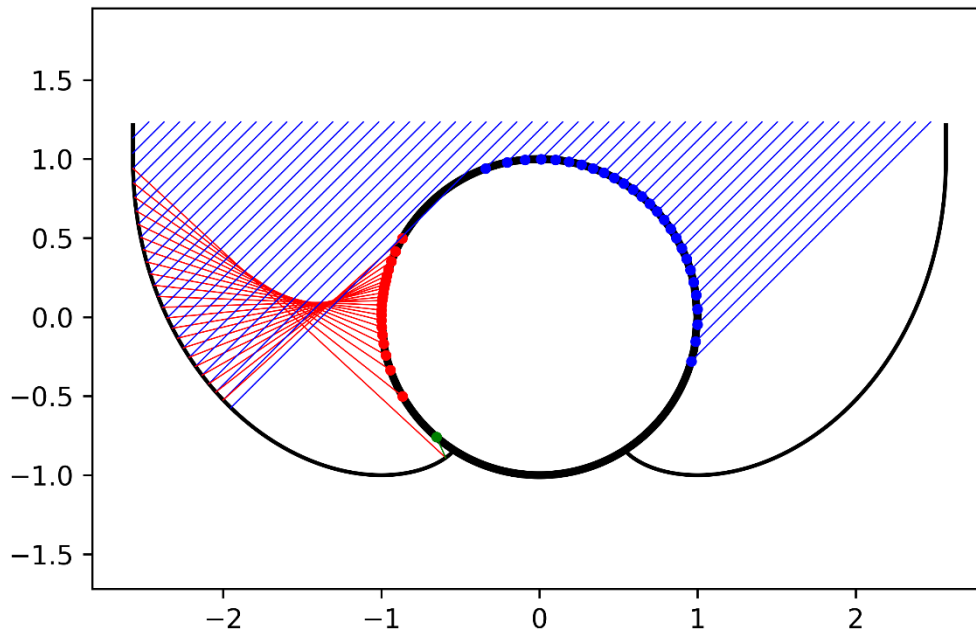


Σχήμα 4.9 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=30^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

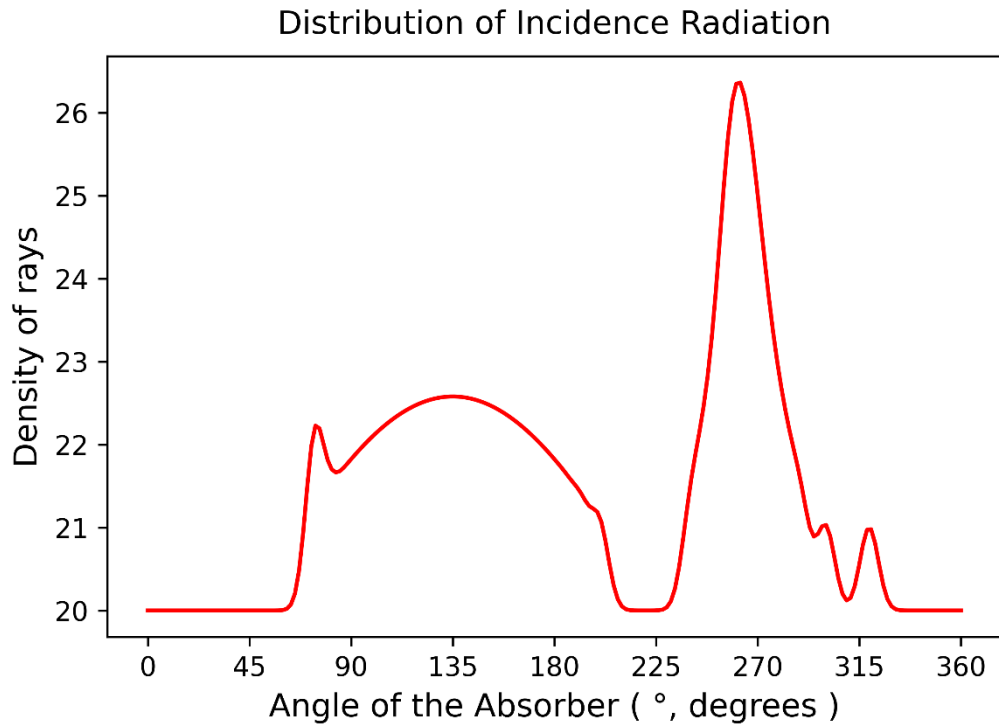


### CPC\_180

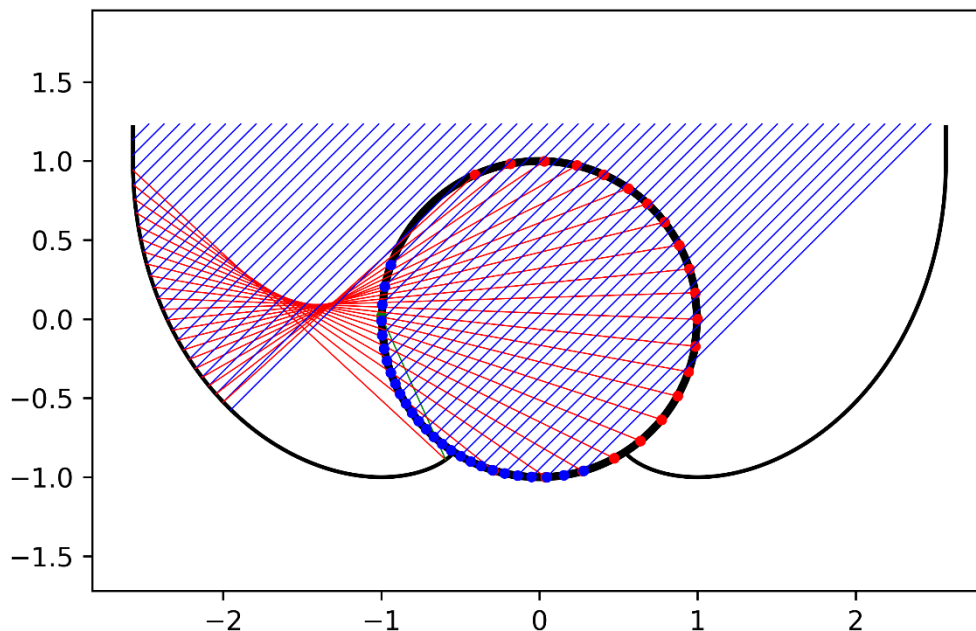
Γωνία Πρόσπτωσης  $45^\circ$



Σχήμα 4.10 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλο



Σχήμα 4.11 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=45^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων

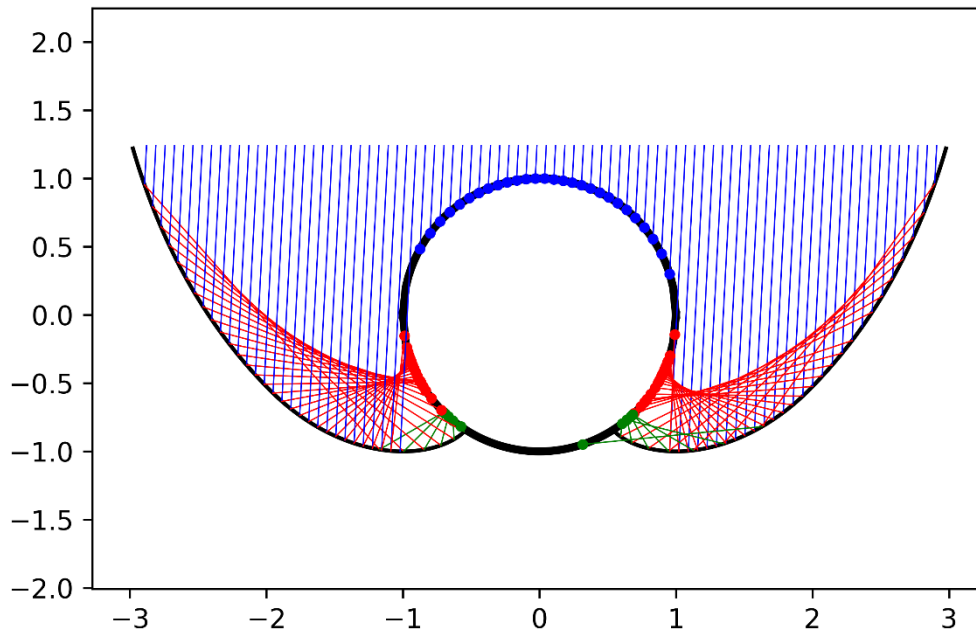


Σχήμα 4.12 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $180^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

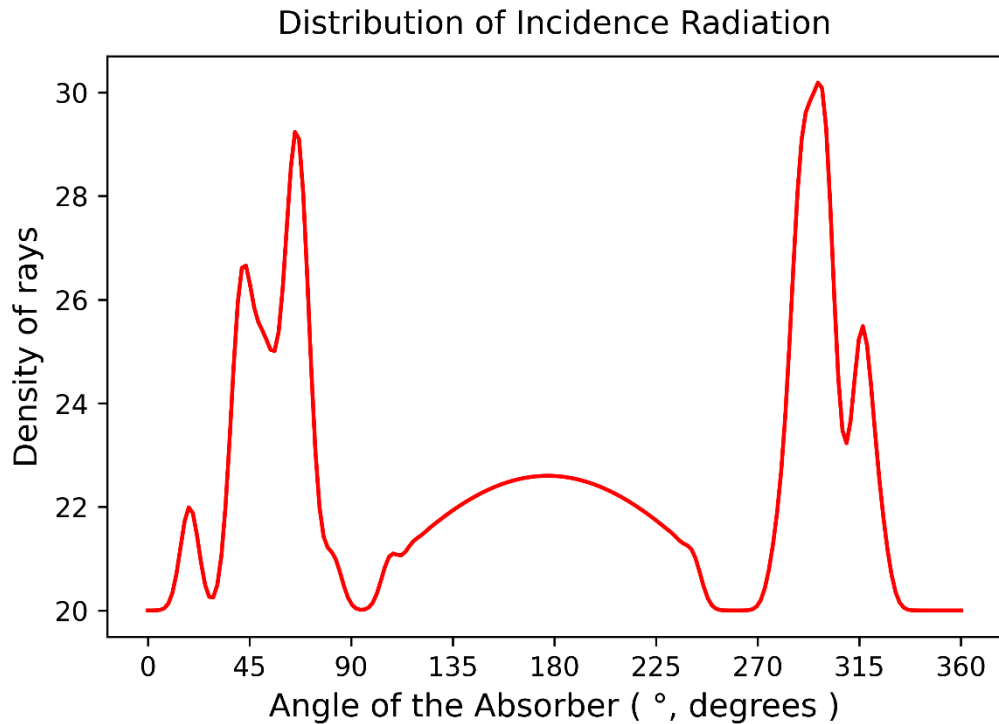


**CPC\_90**

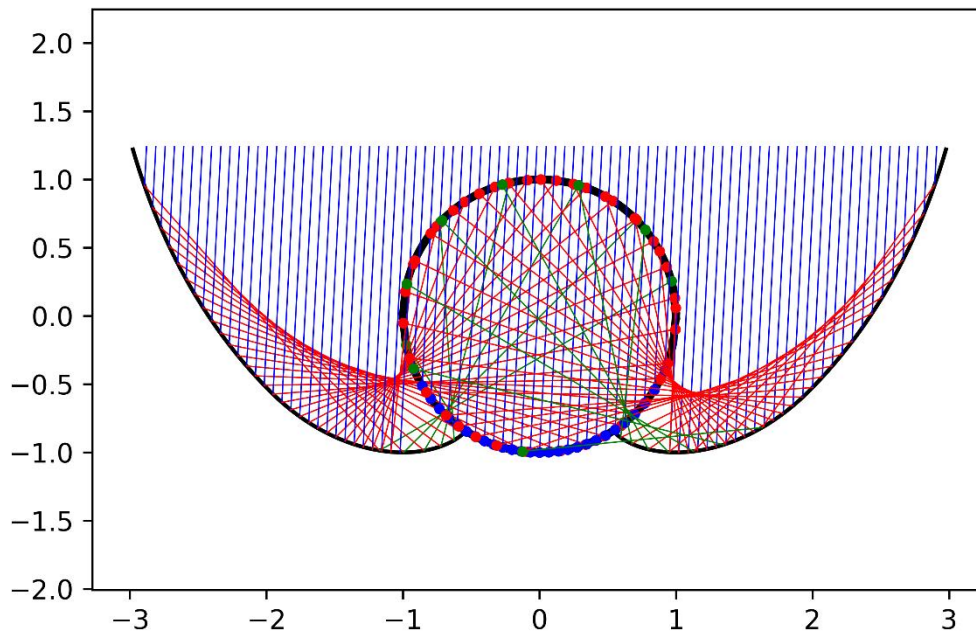
**Γωνία Πρόσπτωσης  $0^\circ$**



Σχήμα 4.13 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=0^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.14 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=0^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων



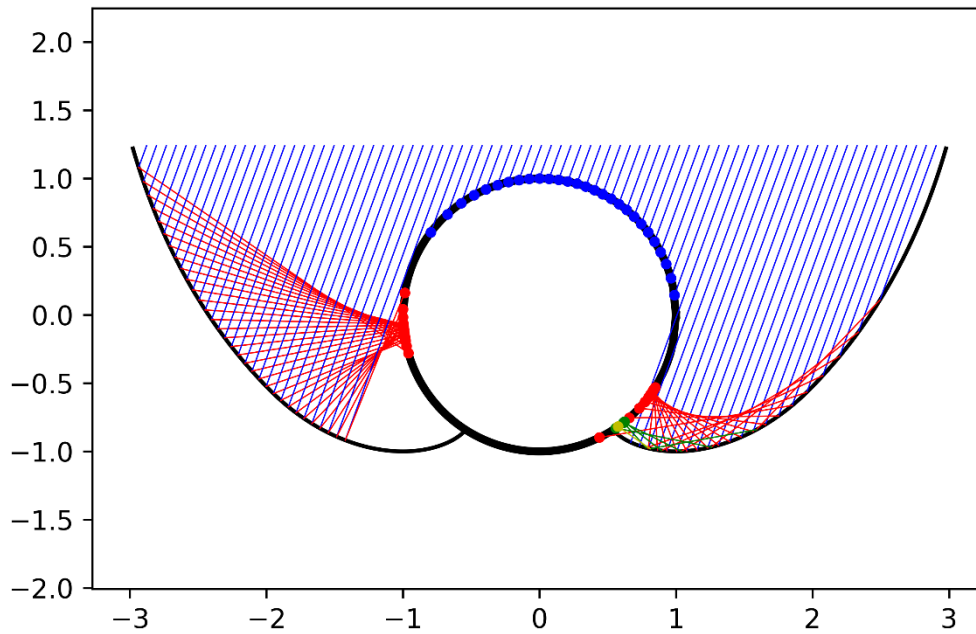
Σχήμα 4.15 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=0^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



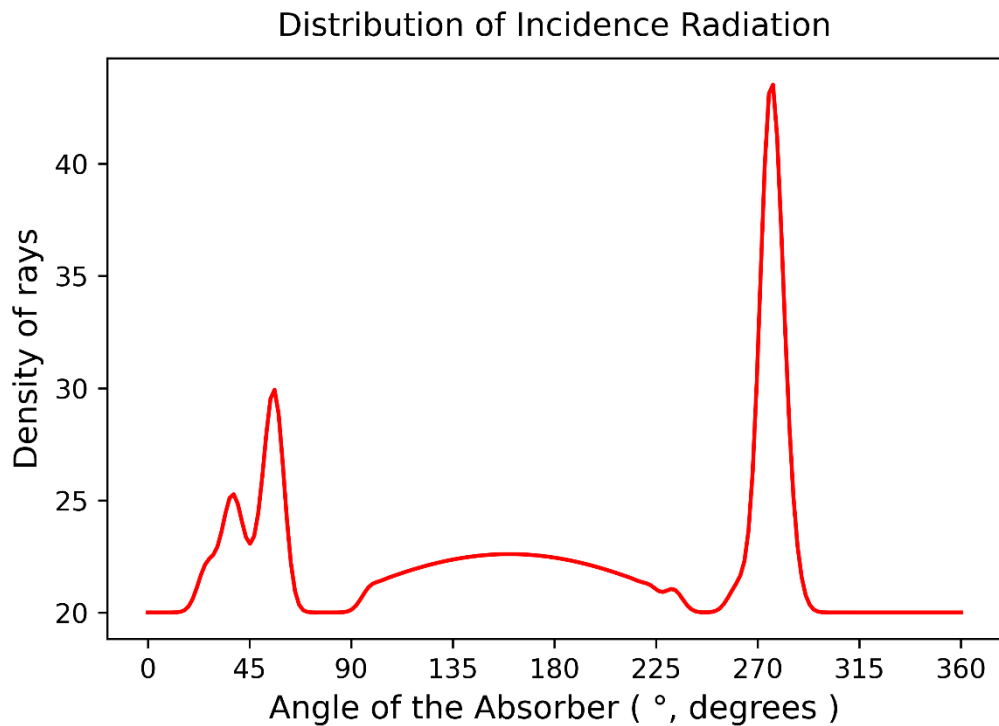


**CPC\_90**

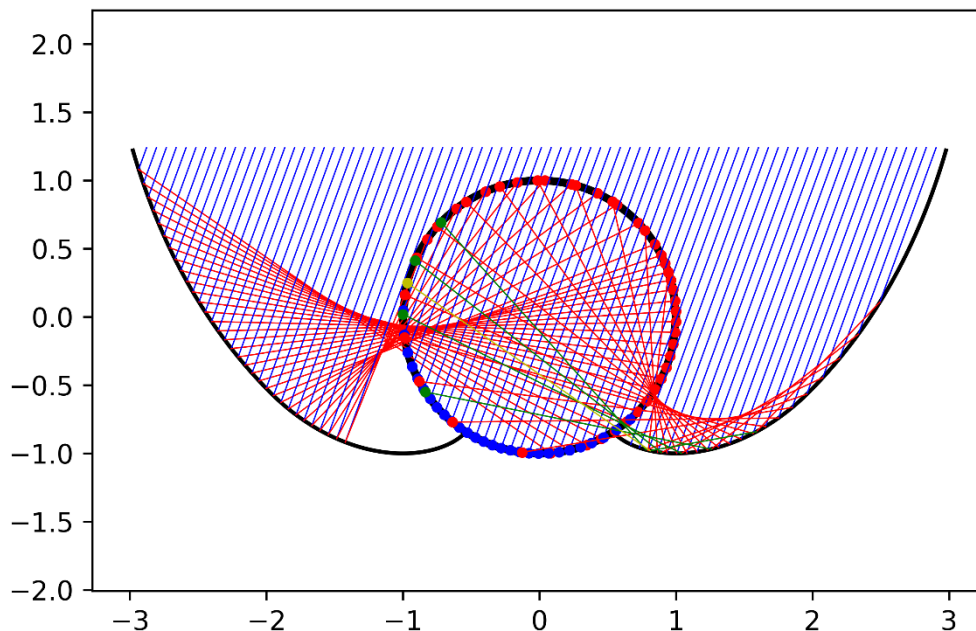
**Γωνία Πρόσπτωσης  $20^\circ$**



Σχήμα 4.16 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλο



Σχήμα 4.17 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=20^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων

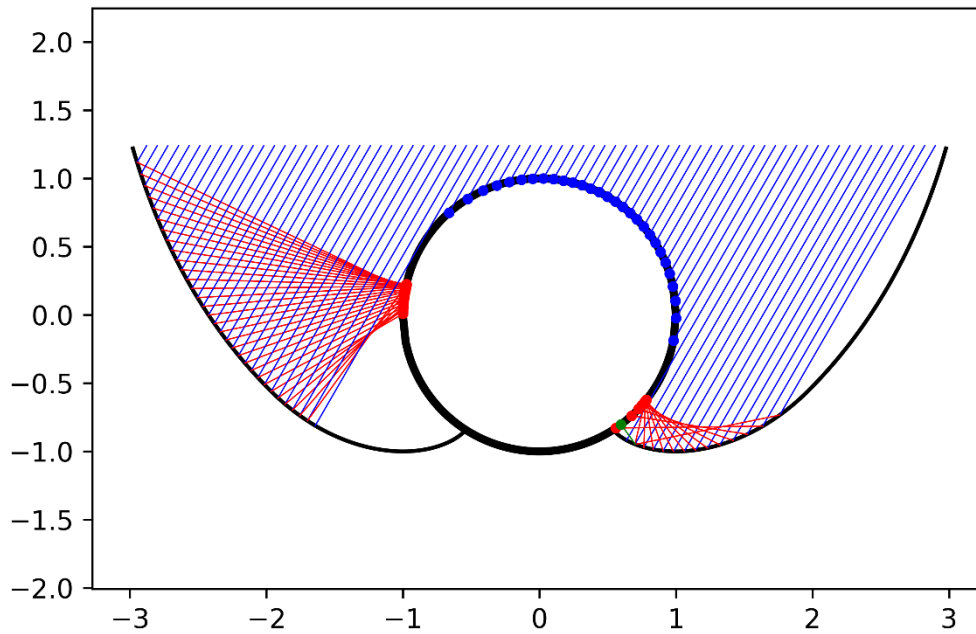


Σχήμα 4.18 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

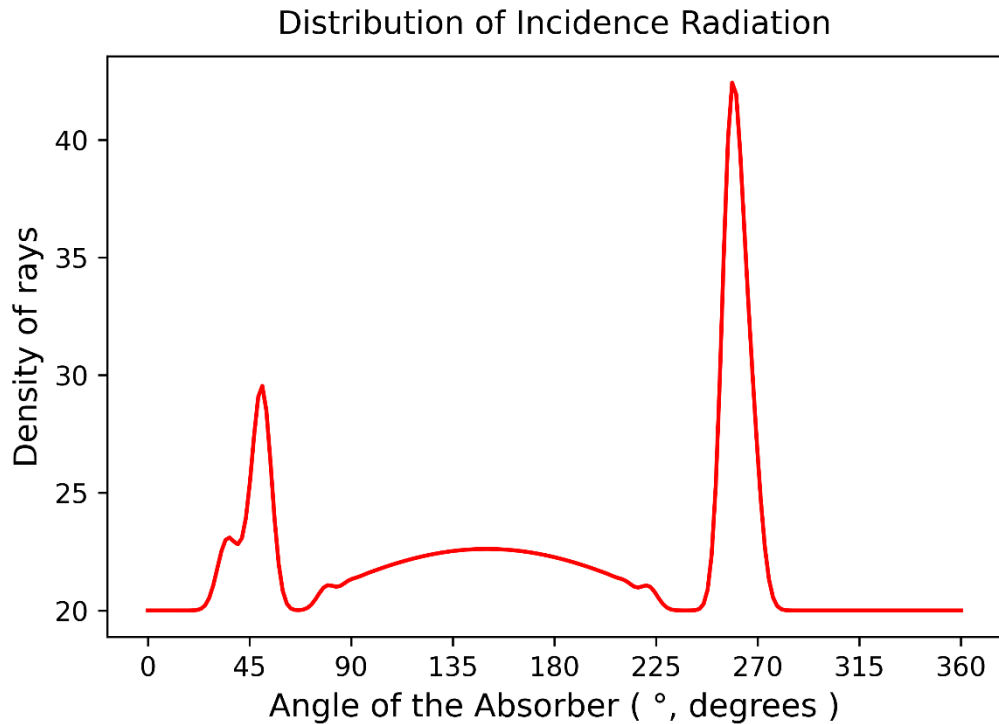


**CPC\_90**

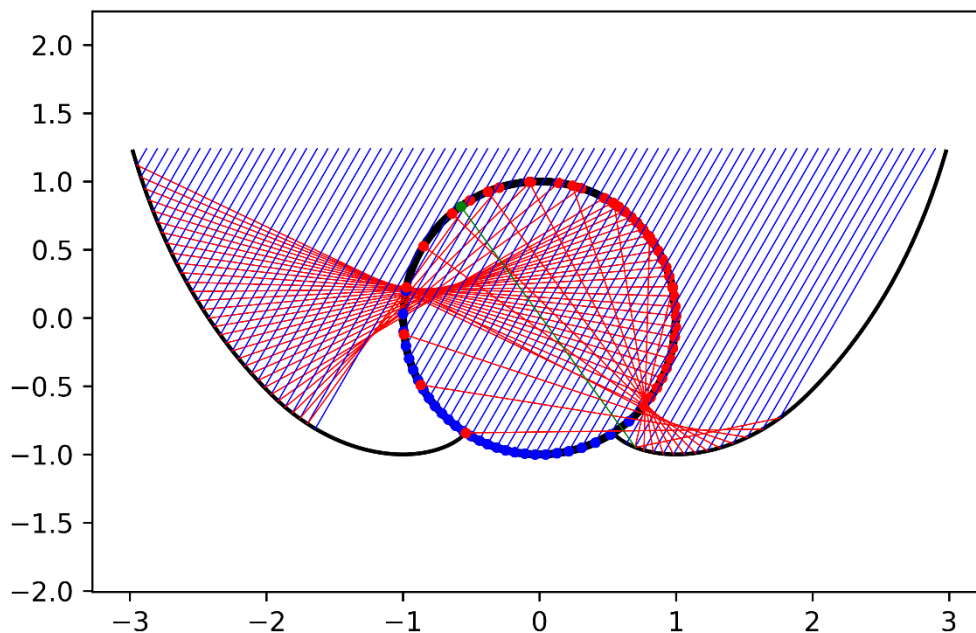
**Γωνία Πρόσπτωσης 30°**



Σχήμα 4.19 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=30^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.20 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=30^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων

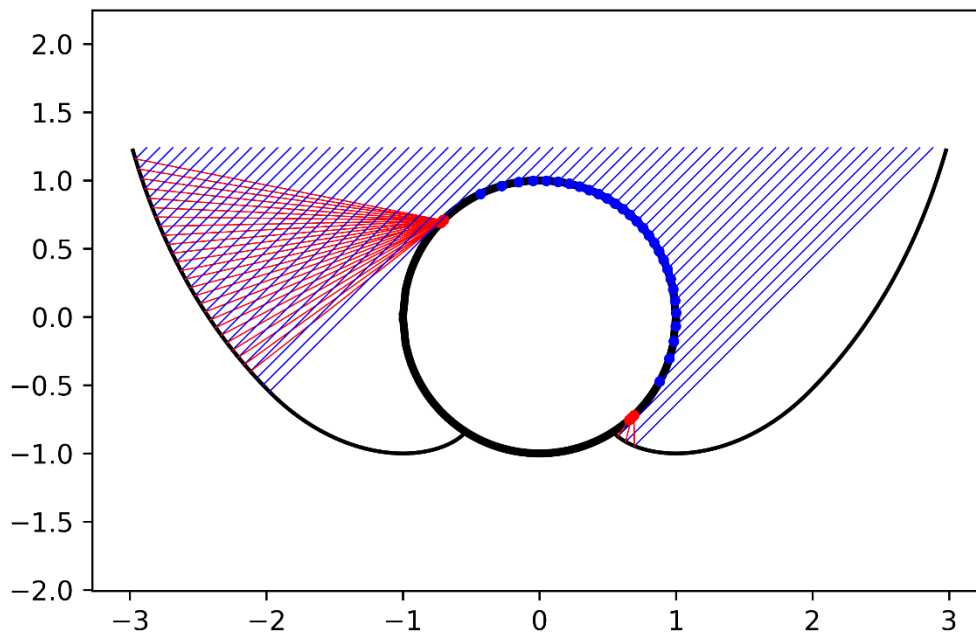


Σχήμα 4.21 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=30^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

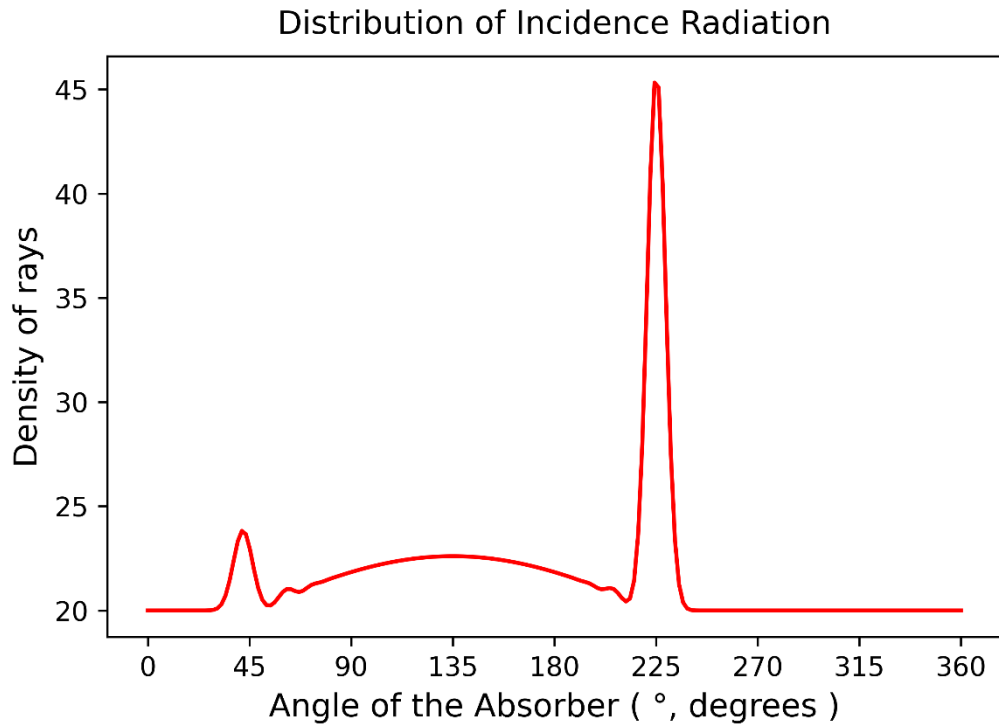


CPC\_90

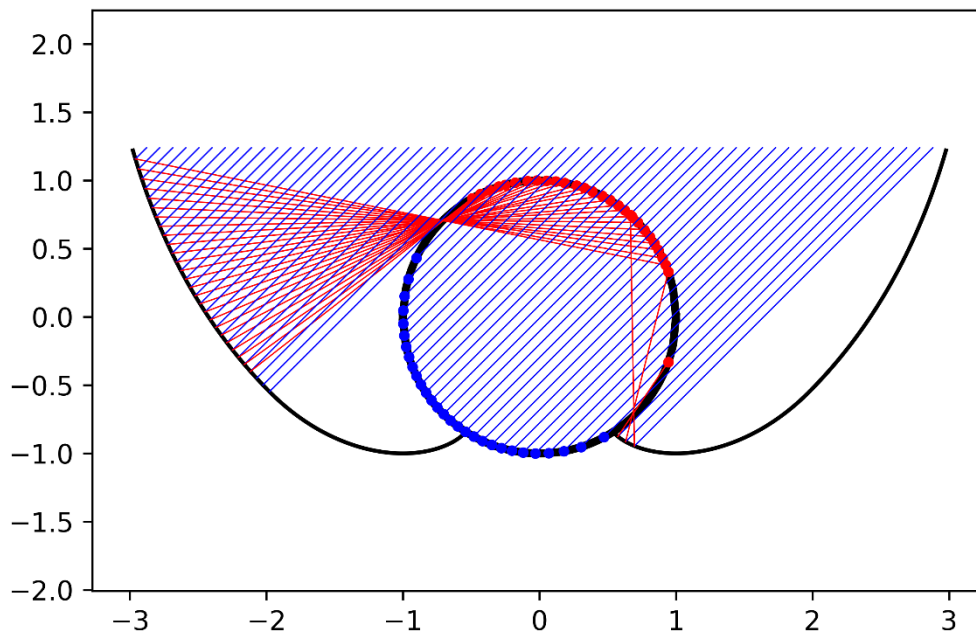
Γωνία Πρόσπτωσης  $45^\circ$



Σχήμα 4.22 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.23 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=45^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων

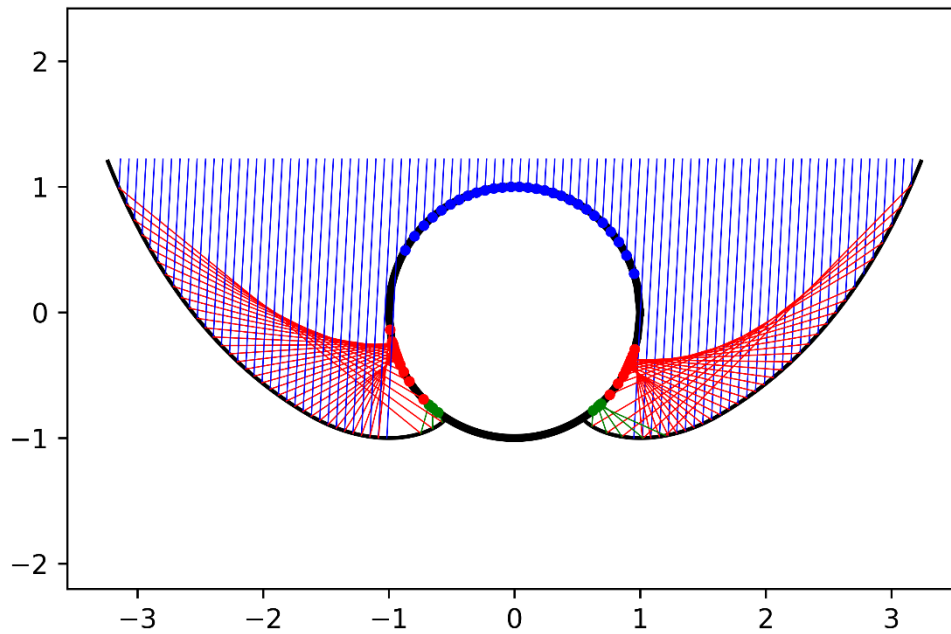


Σχήμα 4.24 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $90^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

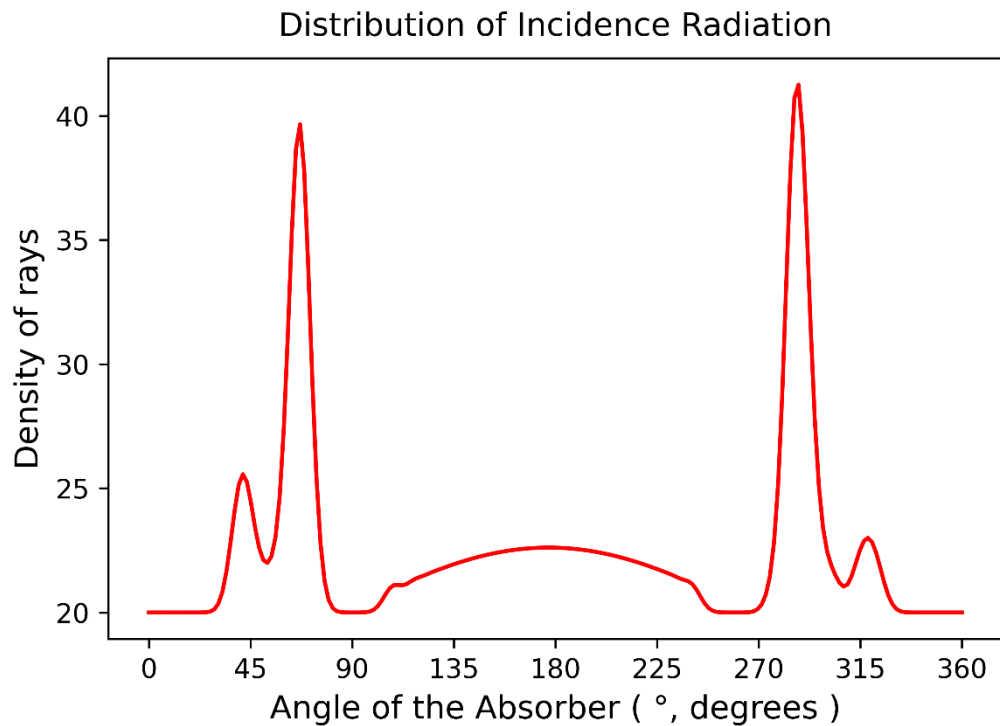


**CPC\_60**

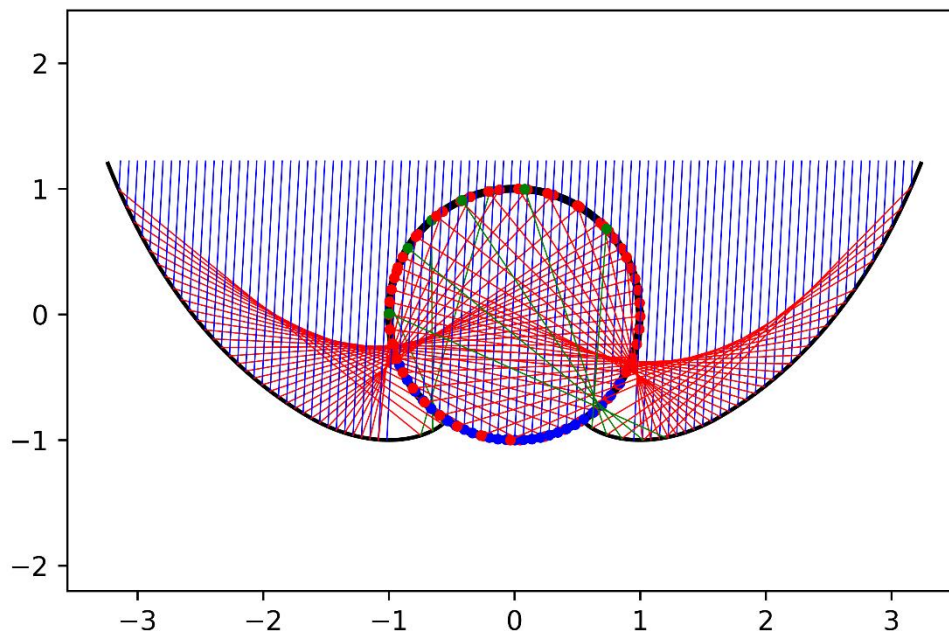
**Γωνία Πρόσπτωσης  $0^\circ$**



Σχήμα 4.25 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=0^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.26 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=0^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων



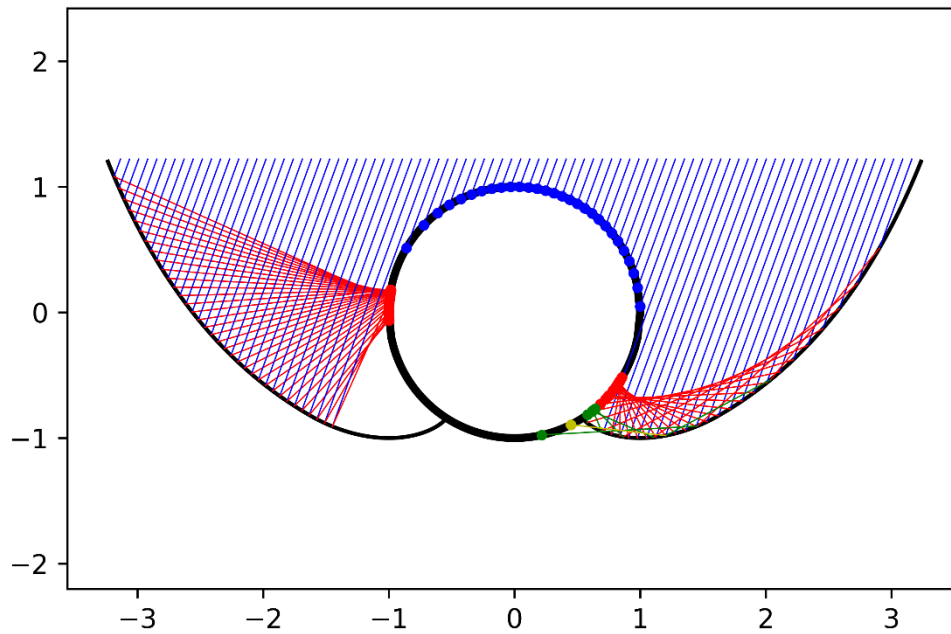
Σχήμα 4.27 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=0^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



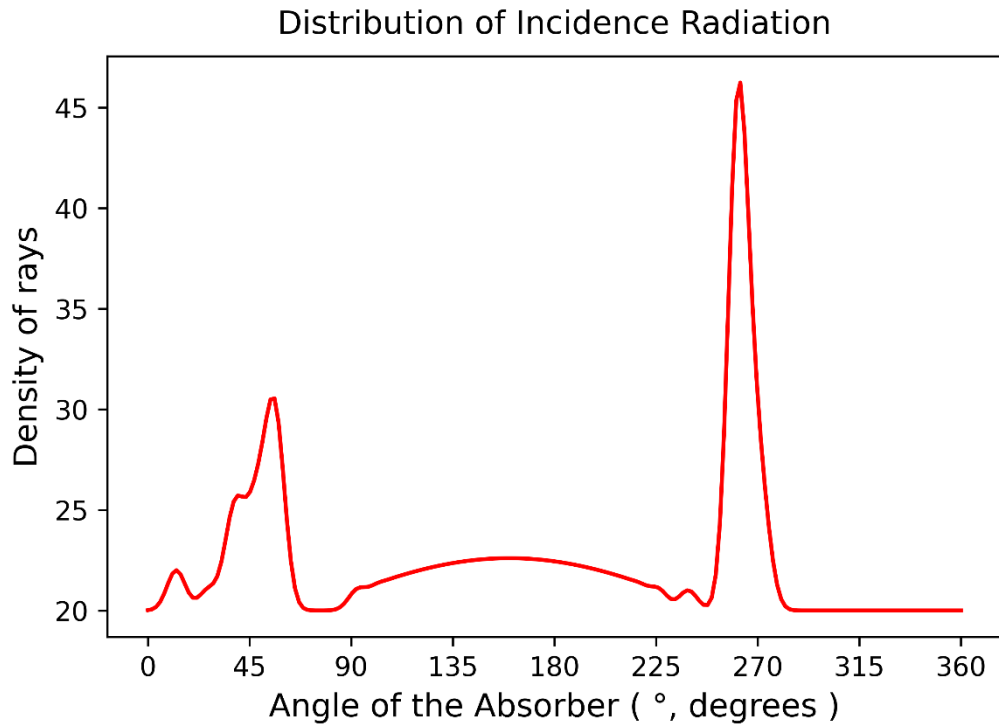


**CPC\_60**

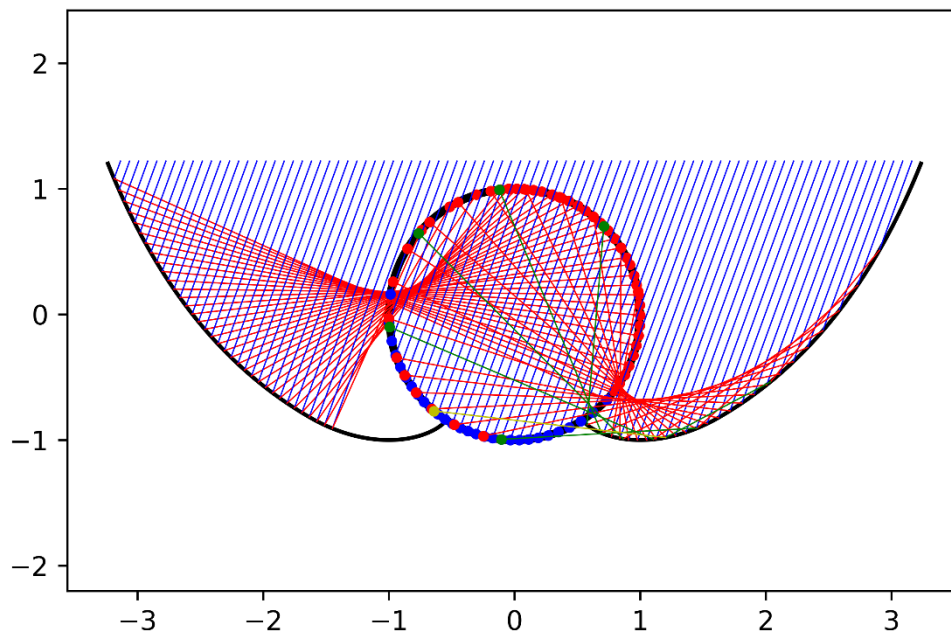
**Γωνία Πρόσπτωσης  $20^\circ$**



Σχήμα 4.28 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.29 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=20^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων

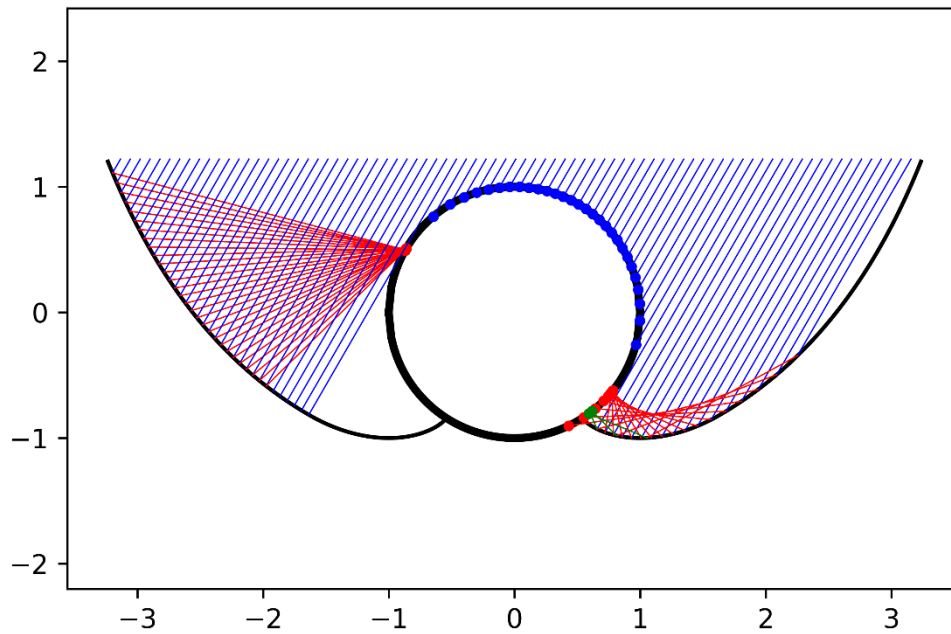


Σχήμα 4.30 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=20^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

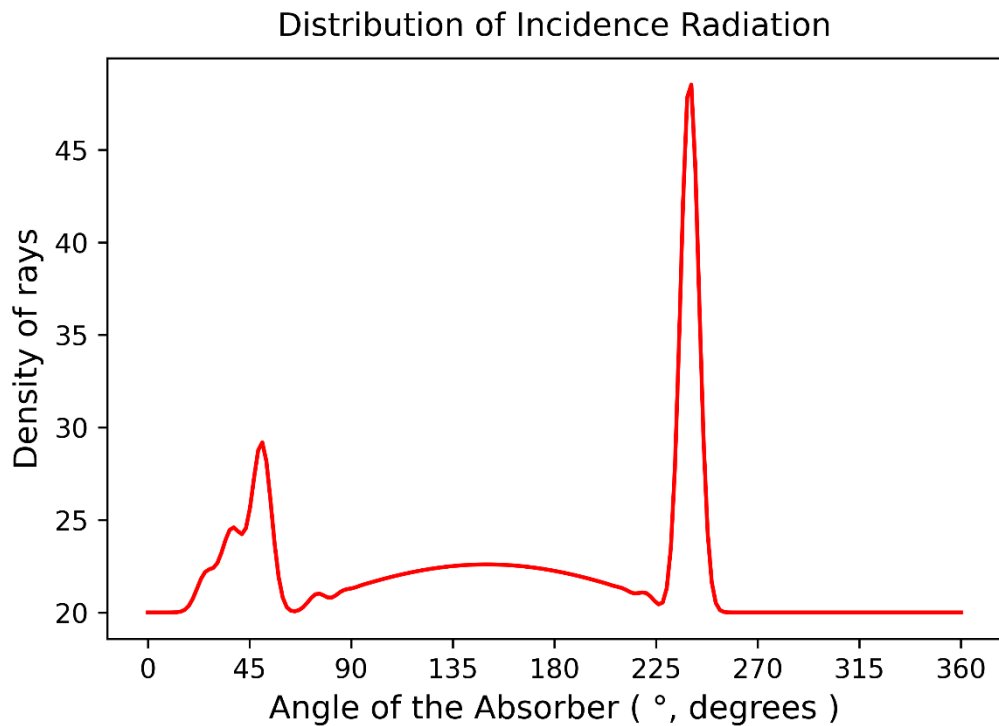


**CPC\_60**

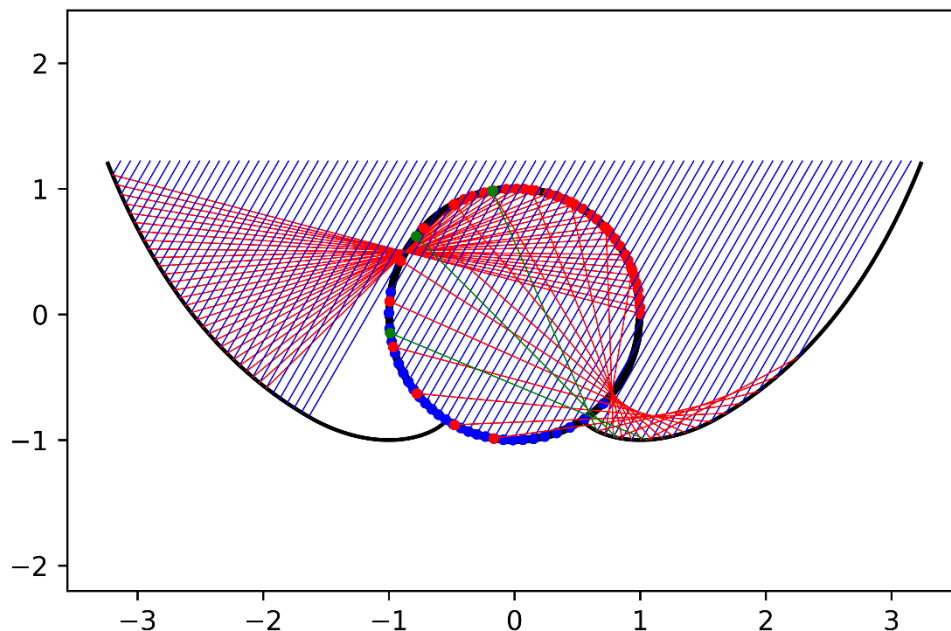
**Γωνία Πρόσπτωσης 30°**



Σχήμα 4.31 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=30^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.32 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=30^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων

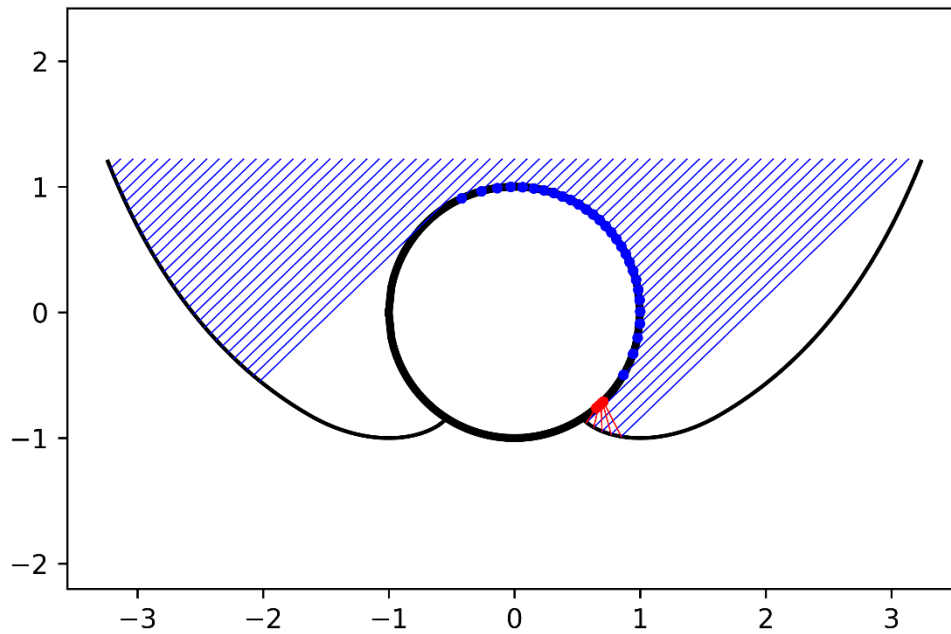


Σχήμα 4.33 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=30^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου

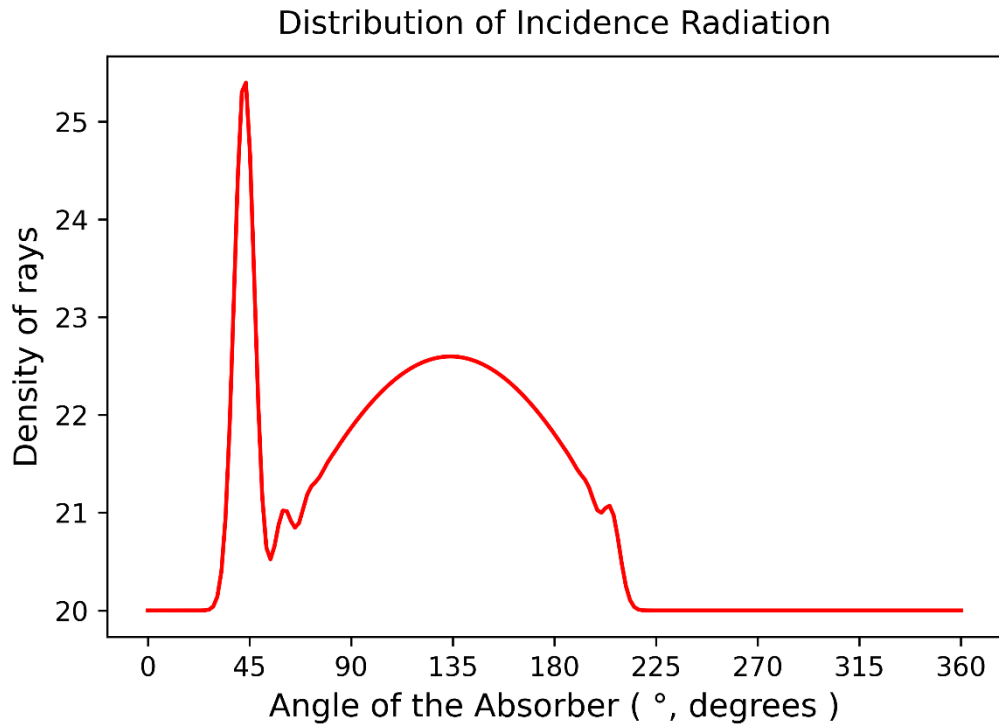


**CPC\_60**

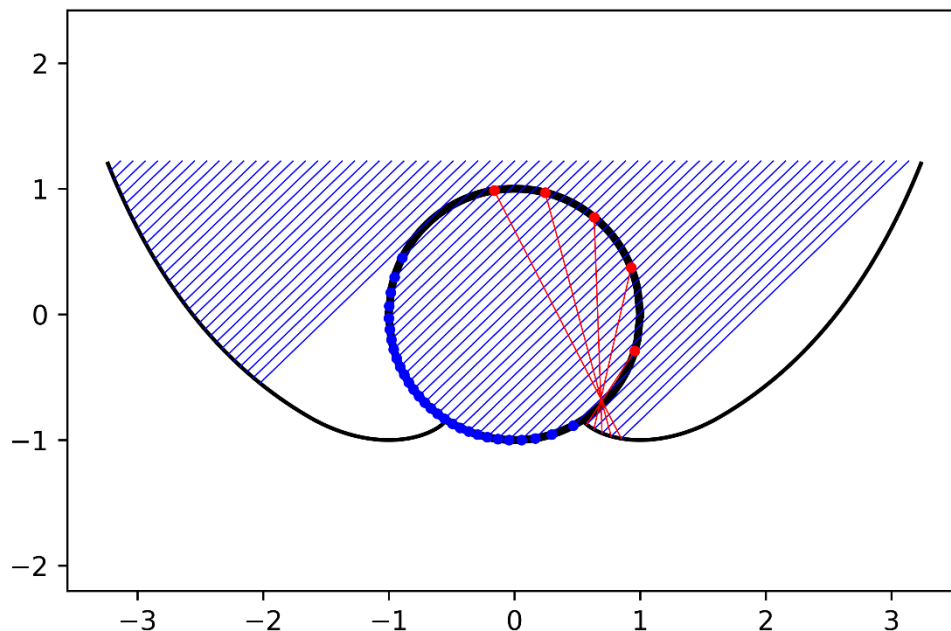
**Γωνία Πρόσπτωσης  $45^\circ$**



Σχήμα 4.34 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό απορροφητή πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



Σχήμα 4.35 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=45^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων



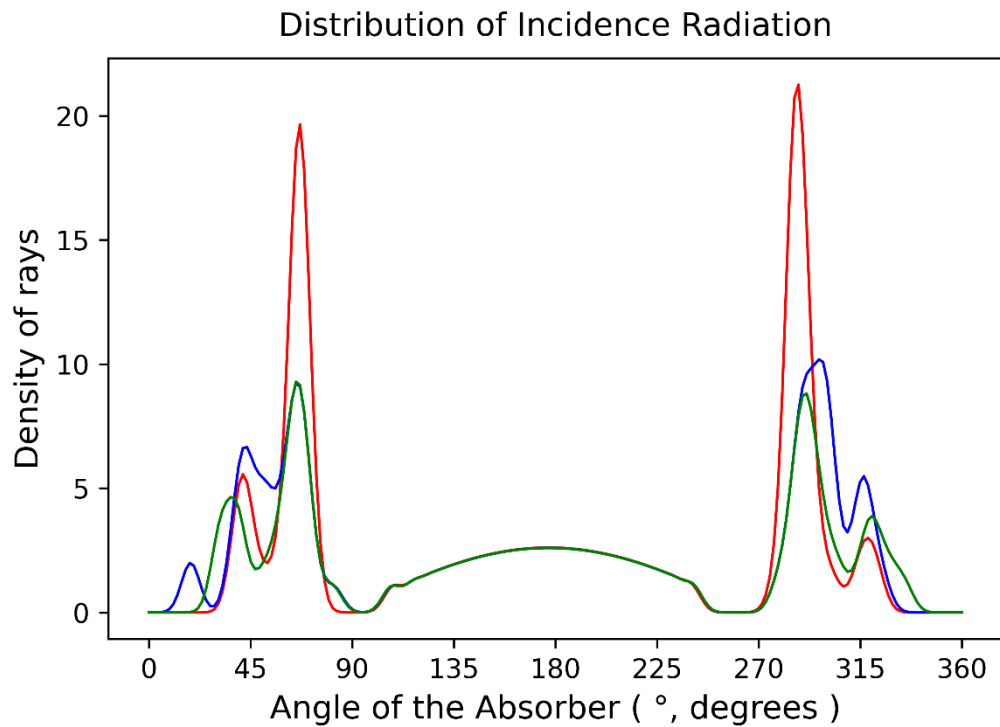
Σχήμα 4.36 Διάγραμμα κατανομής έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας με γωνία πρόσπτωσης  $\theta=45^\circ$ , σε κυλινδρικό διαφανές μέσο πειραματικής ηλιακής συσκευής ICS γωνίας υποδοχής  $60^\circ$ , όπου οι άξονες αντιστοιχούν στις διαστάσεις του μοντέλου



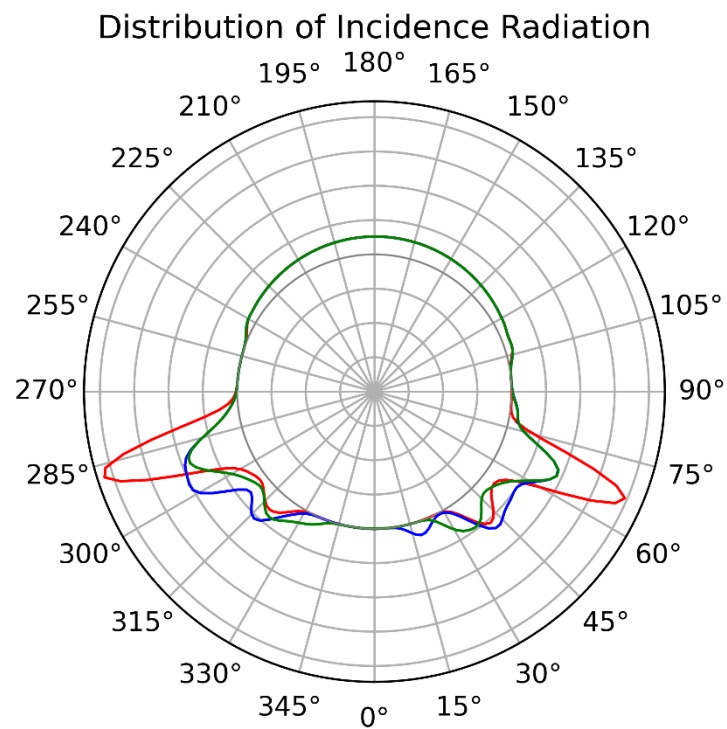
#### 4.4 Συγκριτικά αποτελέσματα της ανάλυσης πορείας ακτίνων

### CPC\_ALL

Γωνία Πρόσπτωσης  $0^\circ$



Σχήμα 4.37 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=0^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$



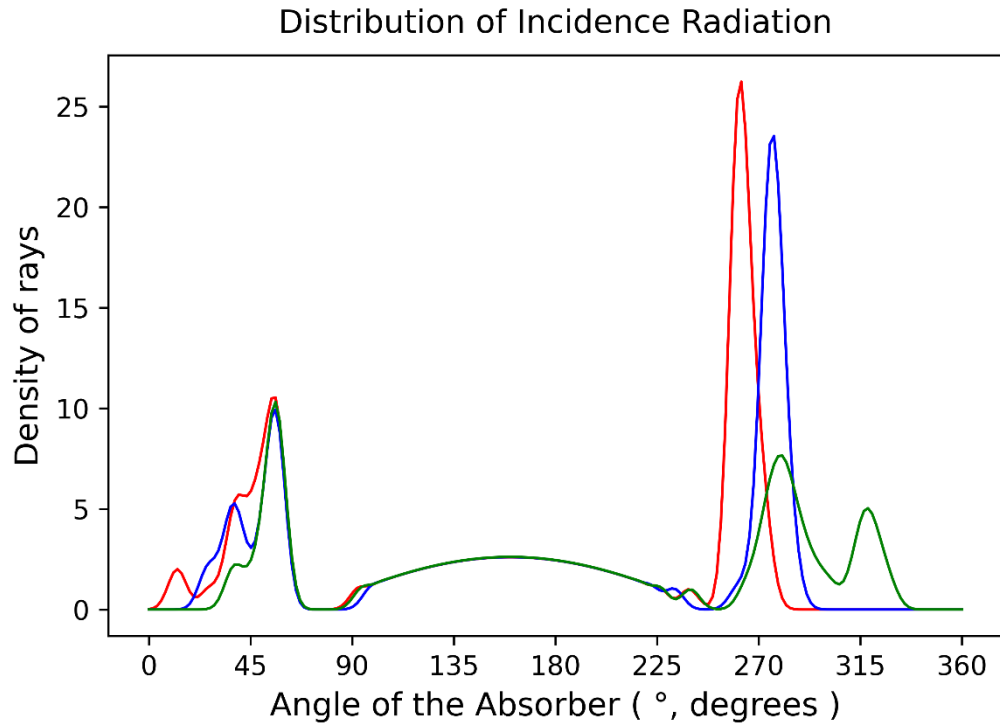
Σχήμα 4.38 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=0^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$



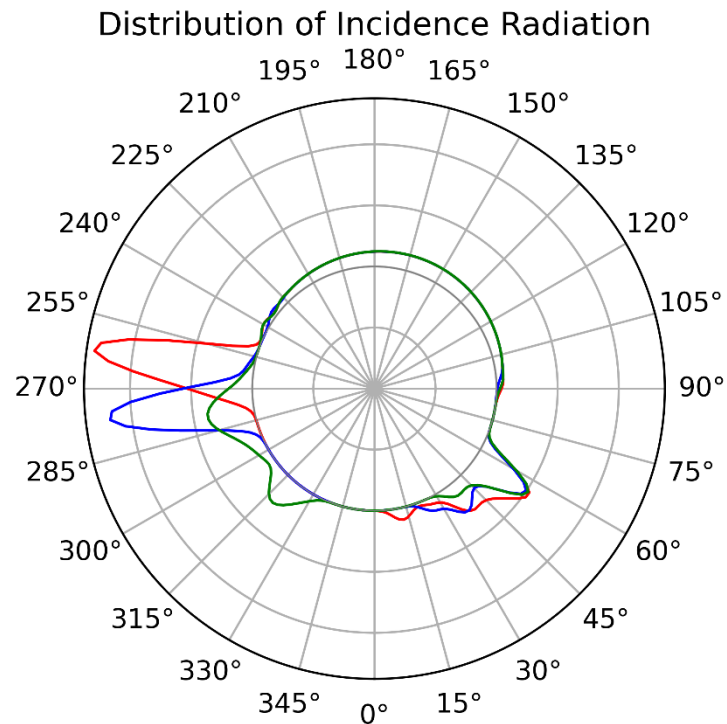


**CPC\_ALL**

**Γωνία Πρόσπτωσης 20°**



Σχήμα 4.39 Διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=20^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$



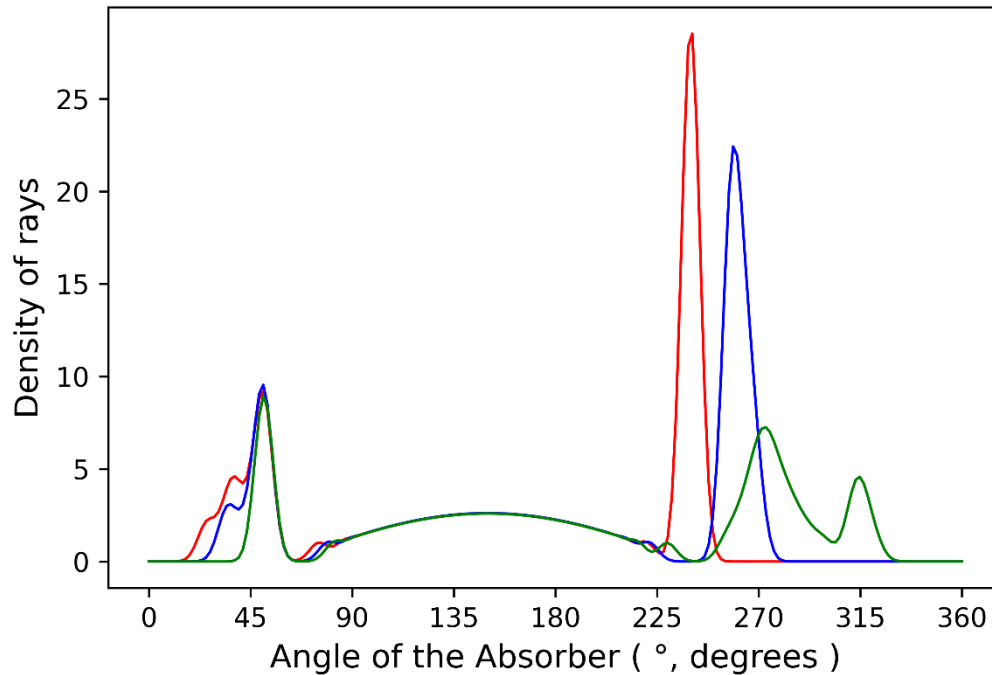
Σχήμα 4.40 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=20^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$



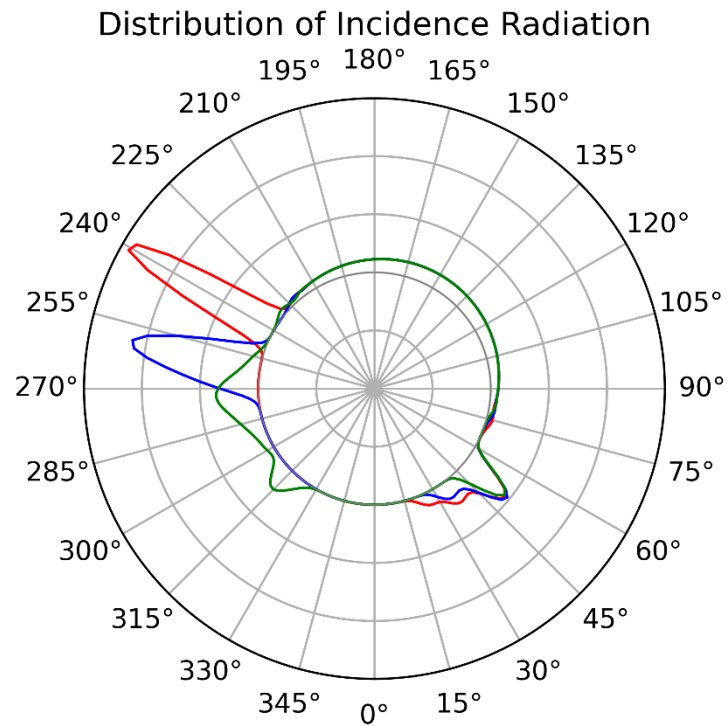
### CPC\_ALL

Γωνία Πρόσπτωσης 30°

Distribution of Incidence Radiation



Σχήμα 4.41 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=30^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσεως της πυκνότητας των ακτίνων, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC 180°, το μπλε σε CPC 90° και το κόκκινο σε CPC 60

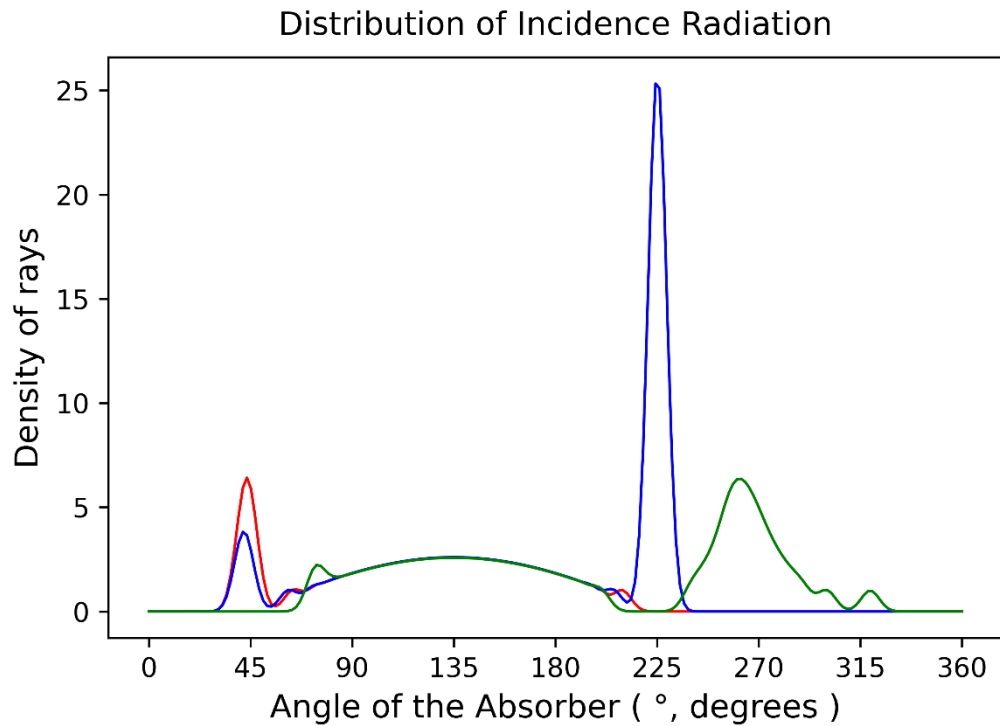


Σχήμα 4.42 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=30^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$

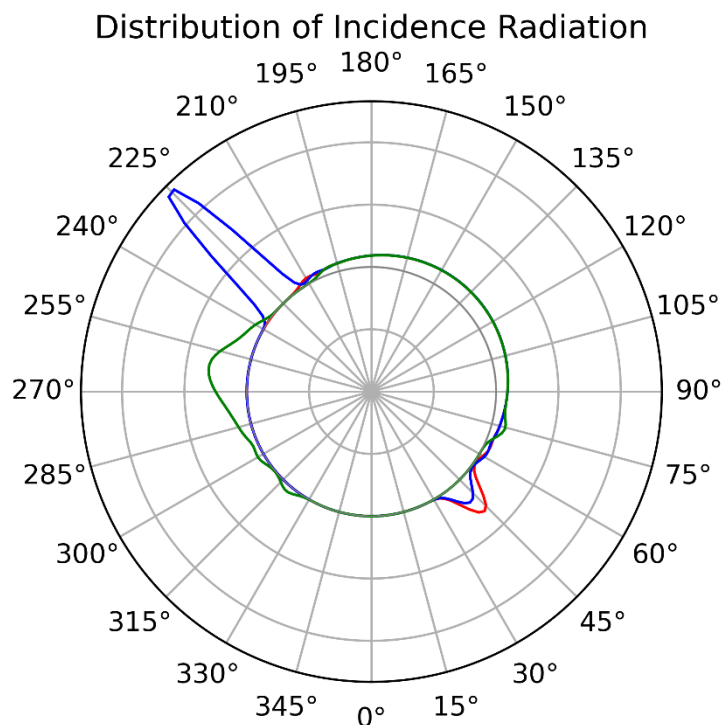


**CPC\_ALL**

**Γωνία Πρόσπτωσης 45°**



Σχήμα 4.43 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=45^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, συναρτήσει της πυκνότητας των ακτίνων, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC 180°, το μπλε σε CPC 90° και το κόκκινο σε CPC 60



Σχήμα 4.44 Πολικό διάγραμμα κατανομής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ( $\theta=45^\circ$ ) στην επιφάνεια του απορροφητή από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  αριστερόστροφα, το πράσινο αντιστοιχεί σε CPC  $180^\circ$ , το μπλε σε CPC  $90^\circ$  και το κόκκινο σε CPC  $60^\circ$

#### 4.4 Σχολιασμός αποτελεσμάτων της ανάλυσης πορείας ακτίνων

Συμπεριλαμβανομένων και των τριών γωνιών υποδοχής, παρατηρώντας τα διαγράμματα των διαφορετικών γωνιών πρόσπτωσης ( $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , και  $45^\circ$ ) συμπεραίνεται ότι σε CPC  $180^\circ$ , παρατηρείται η πιο ομαλή κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας εξαιτίας της απουσίας παραβολικών κατοπτρικών τμημάτων και συνεπώς κρίνεται ως η καταλληλότερη γεωμετρία (γωνία υποδοχής) για την πειραματική ηλιακή συσκευή ICS που μελετάται. Το συμπέρασμα αυτό εξάγεται από το γεγονός ότι η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας σε CPC  $90^\circ$  και CPC  $60^\circ$  εμφανίζει μερικά μέγιστα σε ορισμένες γωνίες του απορροφητή ενώ σε μεγαλύτερο εύρος γωνιών οι τιμές της εν λόγω έντασης είναι αρκετά χαμηλές έως και μηδενικές, εξαιτίας της παρουσίας παραβολικών κατοπτρικών τμημάτων. Το συγκεκριμένο φαινόμενο δεν εμφανίζεται τόσο έντονα για CPC  $180^\circ$ , όπου η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας είναι πιο ομαλή με λίγα μέγιστα αλλά πιο υπολογίσιμη συγκριτικά με τις άλλες δύο γωνίες υποδοχής σε μεγαλύτερο εύρος γωνιών. Μελετώντας αναλυτικότερα τα διαγράμματα της πυκνότητας της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας συναρτήσει της γωνίας του απορροφητή, εξάγονται τα εξής συμπεράσματα:

Για γωνία απορροφητή της ηλιακής συσκευής περίπου  $70^\circ$  αλλά και  $286^\circ$  (αριστερόστροφα), εμφανίζεται υψηλότερη ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας για CPC  $60^\circ$  συγκριτικά με τις άλλες δύο γωνίες υποδοχής. Στο εύρος περίπου  $90^\circ$ - $270^\circ$  γωνίας απορροφητή, η κατανομή της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας είναι ίδια και για τις τρεις γωνίες



υποδοχής, ενώ πιο συγκεκριμένα στο εύρος  $0^{\circ}$ - $8^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ - $104^{\circ}$ ,  $248^{\circ}$ - $270^{\circ}$  και  $345^{\circ}$ - $360^{\circ}$  η εν λόγω ένταση είναι μηδενική καθώς και η πυκνότητα των ηλιακών ακτίνων είναι μηδέν.

Αναφορικά με την κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας για γωνία πρόσπτωσης  $20^{\circ}$ , παρατηρείται ότι για γωνία απορροφητή περίπου  $50^{\circ}$ , η πυκνότητα των ηλιακών ακτίνων για CPC 180 και CPC 90 είναι ίδια, ενώ όσον αφορά και τις τρεις γωνίες υποδοχής, για εύρος γωνιών  $100^{\circ}$  περίπου, έως  $225^{\circ}$ , η κατανομή είναι ίδια και ταυτόχρονα χαμηλή. Επιπλέον είναι εμφανές ότι σε εύρος γωνιών απορροφητή από  $248^{\circ}$  έως και  $293^{\circ}$  περίπου, η πυκνότητα των ηλιακών ακτίνων είναι μεγαλύτερη για CPC 90 και CPC 60, πιο συγκεκριμένα, για γωνία απορροφητή  $265^{\circ}$  παρατηρείται η μέγιστη πυκνότητα ακτίνων, περίπου 27, σε CPC 60. Επιπροσθέτως, από περίπου  $285^{\circ}$  έως και  $338^{\circ}$  εύρος γωνιών απορροφητή, εμφανίζεται υψηλότερη κατανομή ηλιακής ακτινοβολίας σε CPC 180. Τέλος, για εύρος  $68^{\circ}$ - $83^{\circ}$  και  $338^{\circ}$ - $360^{\circ}$  η κατανομή είναι μηδενική, για όλες τις γωνίες υποδοχής που μελετώνται.

Σχετικά με τη γωνία πρόσπτωσης των  $30^{\circ}$ , η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας, για γωνία απορροφητή  $240^{\circ}$ , είναι μέγιστη σε CPC 60, με πυκνότητα ηλιακών ακτίνων περίπου 27, ενώ για γωνία απορροφητή περίπου  $260^{\circ}$ , η εν λόγω κατανομή είναι μέγιστη σε CPC 90, με πυκνότητα ακτίνων περίπου 23. Αξιοσημείωτο αποτελεί το γεγονός ότι για εύρος γωνίας απορροφητή περίπου από  $270^{\circ}$  έως  $330^{\circ}$ , η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας για CPC 180 λαμβάνει μέγιστες τιμές πυκνότητας ακτίνων περίπου 8 και 4 για γωνίες απορροφητή  $275^{\circ}$  και  $315^{\circ}$  περίπου αντίστοιχα. Όσον αφορά και τις τρεις γωνίες υποδοχής, σε εύρος  $90^{\circ}$ - $218^{\circ}$  περίπου, η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας είναι όμοια αλλά και χαμηλή, επιπλέον για εύρος γωνιών απορροφητή  $0^{\circ}$ - $15^{\circ}$  και  $330^{\circ}$ - $360^{\circ}$  η ένταση της εν λόγω ακτινοβολίας είναι μηδενική.

Για γωνία πρόσπτωσης  $45^{\circ}$  αναφορικά με την κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια του απορροφητή, παρατηρείται ότι στο εύρος γωνιών απορροφητή  $30^{\circ}$ - $60^{\circ}$  περίπου, η πυκνότητα της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας είναι μηδενική για CPC 180. Όμως στο εν λόγω εύρος και πιο συγκεκριμένα για γωνία απορροφητή  $45^{\circ}$  παρουσιάζεται μέγιστη πυκνότητα ηλιακών ακτίνων, περίπου 6, για CPC 60. Αξιοσημείωτη είναι η κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας, σε εύρος γωνιών απορροφητή  $240^{\circ}$  έως και  $330^{\circ}$  μόνο για CPC 180, όπου ιδιαίτερα υψηλή πυκνότητα ακτίνων παρατηρείται για γωνία απορροφητή  $265^{\circ}$  περίπου. Σε γωνίες από  $0^{\circ}$ - $35^{\circ}$  περίπου και  $320^{\circ}$ - $360^{\circ}$ , η ένταση είναι μηδενική και για τις τρεις γωνίες υποδοχής, ενώ σε εύρος περίπου  $83^{\circ}$ - $203^{\circ}$  είναι ίδια και αρκετά χαμηλή.

Ακόμη και στην περίπτωση της χρήσης διαφανούς μέσου αντί του απορροφητή, παρατηρείται πιο ομαλή και ομοιόμορφη κατανομή των ηλιακών ακτίνων, σε όλο το εύρος γωνιών του κυλινδρικού μέσου, σε CPC 180, εν αντιθέσει με τις άλλες δύο γωνίες υποδοχής που μελετώνται. Το συμπέρασμα αυτό, εξάγεται από το γεγονός ότι μέσω της απευθείας πρόσπτωσης στο συγκεκριμένο μέσο, είτε των πολλαπλών ανακλάσεων που λαμβάνουν χώρα αλλά και της απορρόφησης, εξασθενεί μεν η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας, αλλά δε «χάνεται» και συνεπώς αξιοποιείται μεγάλο ποσοστό αυτής το οποίο και κρίνεται ιδιαίτερα σημαντικό για την διαχείριση των υγρών αποβλήτων που θα εισαχθούν στην πειραματική συσκευή.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---







## Κεφάλαιο 5ο

### Επεξεργασία Υγρών Αποβλήτων Μέσω της Φωτοκατάλυσης

#### 5.1 Φωτοκατάλυση

##### 5.1.1 Γενικά

Με την πάροδο του χρόνου και δεδομένου ότι οι μη ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, γνωστές ως συμβατικές, εξαντλούνται, το ενδιαφέρον στρέφεται αναγκαία σε εναλλακτικές λύσεις όπως οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας οι οποίες είναι η ηλιακή και η αιολική ενέργεια αλλά και η γεωθερμία. Μείζονος σημασίας για το εγγύς μέλλον αποτελεί η ηλιακή ενέργεια η οποία με τη σειρά της μπορεί να μετατραπεί σε χημική ενέργεια μέσω ηλιακών φωτοβοηθούμενων αντιδράσεων.

Μεταξύ των φωτοαντιδράσεων, εξέχουσα θέση καταλαμβάνει η φωτοκατάλυση, η οποία είναι και η πιο ευρέως μελετημένη. Η εν λόγω μορφή κατάλυσης βρίσκει εφαρμογή σε πολλούς τομείς, όπως στην βιομηχανία, την αρχιτεκτονική και τις κατασκευές, την υγιεινή, την προστασία του περιβάλλοντος αλλά και την επεξεργασία του νερού και του αέρα.

Το νερό αποτελεί στοιχείο ζωτικής σημασίας για τον άνθρωπο, την χλωρίδα και την πανίδα, καθιστώντας με αυτόν τον τρόπο απαραίτητη την επεξεργασία του. Μεταξύ των ρύπων του νερού συγκαταλέγονται οι οργανικοί ρύποι όπως φαινόλες, φυτοφάρμακα, φαρμακευτικά προϊόντα, χρωστικές κ.α. Η αφαίρεση των εν λόγω οργανικών ρύπων με την χρήση συμβατικών μεθόδων όπως προσρόφηση, κροκίδωση, διήθηση, χρήση μικροοργανισμών και ενζύμων χαρακτηρίζεται από αρκετά μειονεκτήματα. Ένα από αυτά αποτελεί η ατελής διάσπαση του οργανικού ρύπου, η οποία δύναται να αυξήσει το δυναμικό τοξικότητας. Επιπλέον έχει παρατηρηθεί ότι οι συμβατικοί μέθοδοι έχουν αποτύχει στην απομάκρυνση των εξαιρετικά τοξικών ρύπων που εντοπίζονται σε χαμηλές συγκεντρώσεις, όπως οι ρύποι που προέρχονται από ιατρική περίθαλψη ή βιομηχανικές δραστηριότητες οι οποίοι μπορεί να παραμείνουν για μεγάλο χρονικό διάστημα στο μολυσμένο περιβάλλον.

Απόρροια των παραπάνω αποτελεί η ανάγκη για την εύρεση μιας αποτελεσματικότερης μεθόδου απομάκρυνσης των εν λόγω ρύπων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται η εφαρμογή της φωτοκαταλυτικής τεχνολογίας η οποία με τη σειρά της αποτελεί μια προηγμένη διαδικασία οξειδωσης (Advanced Oxidation Process, AOP) με κινητήριο δύναμή της, την ακτινοβολία του φωτός.



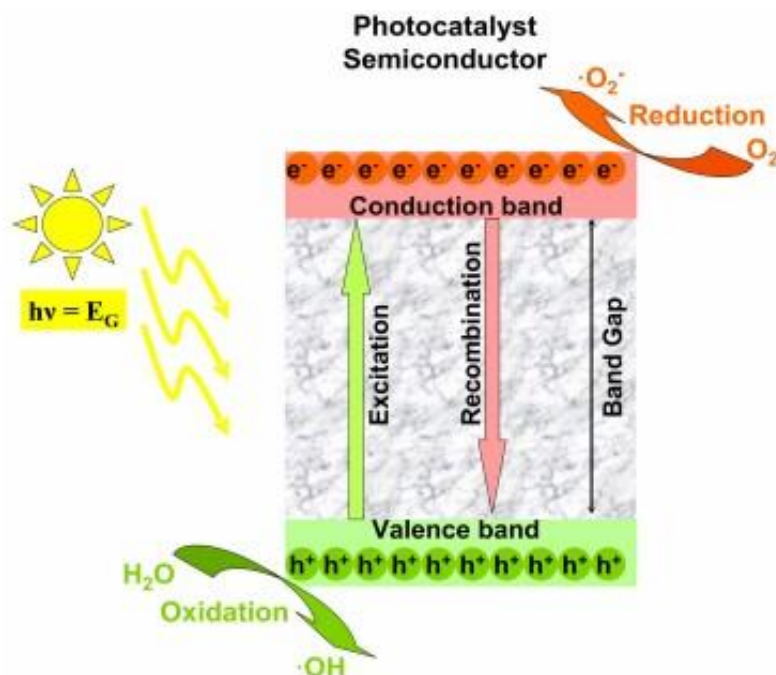
### 5.1.2 Είδη του φαινομένου

Οι προηγμένες διαδικασίες οξειδωσης για την επεξεργασία λυμάτων χωρίζονται σε δύο κύριες ομάδες, τις ομογενείς τεχνολογίες, οι οποίες βασίζονται στην ομογενή φωτοκατάλυση και τις ετερογενείς τεχνολογίες οι οποίες βασίζονται στην ετερογενή φωτοκατάλυση και συγκεκριμένα στον φωτοηλεκτρικό φαινόμενο το οποίο και θα αναλυθεί παρακάτω.

Στην ομογενή φωτοκατάλυση, τα αντιδρώντα και ο φωτοκαταλύτης, βρίσκονται στην ίδια φάση. Το πλέον ενδεικτικό παράδειγμα φωτοκαταλύτη αποτελεί το αντιδραστήριο Photo-Fenton. Το αντιδραστήριο Fenton (μίγμα  $\text{Fe}^{+2}$  και  $\text{H}_2\text{O}_2$ ) είναι γνωστό για την ικανότητά του να οξειδώνει μία σειρά οργανικών ρύπων στα υγρά απόβλητα. Η μέθοδος αυτή μπορεί να σχεδιαστεί έτσι ώστε να εξασφαλίζει την ανάμειξη ομογενών αντιδραστηρίων αλλά ταυτοχρόνως και τη βέλτιστη κατανομή της έντασης του φωτός. Σημαντικό της μειονέκτημα όμως αποτελούν οι περιορισμοί του pH, η υψηλή κατανάλωση χημικών αντιδραστηρίων, καθώς και η μερική μόνο οξείδωση πολλών οργανικών ρύπων.

Η ετερογενής φωτοκατάλυση αφορά καταλυτικές αντιδράσεις και διεργασίες οι οποίες βασίζονται στη δημιουργία ριζών υδροξυλίου ( $\text{HO}^\bullet$ ) με χρήση στερεών καταλυτών, ημιαγωγών ( $\text{TiO}_2$ ,  $\text{ZnO}$ ,  $\text{WO}_3$ ,  $\text{CdS}$ ) παρουσία τεχνητού ή φυσικού φωτισμού. Οι εν λόγω αντιδράσεις, επιφέρουν την πλήρη οξείδωση διαφόρων οργανικών και ανόργανων ρύπων, αλλά και επιπρόσθετα την απενεργοποίηση των παθογόνων μικροοργανισμών χωρίς να επιβαρύνουν το περιβάλλον. Οι ρίζες  $\text{HO}^\bullet$ , αποτελούν κύριο οξειδωτικό μέσο της διεργασίας, το οποίο προσβάλλει τα οργανικά μόρια του αποβλήτου και μέσω των υπεροξειδικών ριζών ( $\text{ROO}^\bullet$ ) τα αποδομεί προς  $\text{CO}_2$  και ανόργανα άλατα.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η ετερογενής φωτοκατάλυση βασίζεται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Αναφορικά με το μοντέλο των ενεργειακών ζωνών, ανάμεσα στα κατειλημμένα δεσμικά τροχιακά της ζώνης σθένους (Valanced band) και τα μη κατειλημμένα αντιδεσμικά τροχιακά της ζώνης αγωγιμότητας (Conduction band) ενός στερεού, παρεμβάλλεται η απαγορευμένη ζώνη ή απαγορευμένο ενεργειακό χάσμα ( $E_g$ ), όπως αλλιώς λέγεται. Όταν φωτίζεται ένα φωτοευαίσθητο ημιαγώγιμο υλικό, που βρίσκεται σε επαφή με ηλεκτρολυτικό διάλυμα με κατάλληλου μήκους κύματος ακτινοβολία, τα ηλεκτρόνια ( $e^-$ ) της ζώνης σθένους διεγείρονται απορροφώντας φωτόνια ενέργειας ίσης ή μεγαλύτερης από αυτή του ενεργειακού χάσματος του ημιαγωγού ( $h\nu \geq E_g$ ) και με αυτό τον τρόπο μεταπηδούν στην ζώνη αγωγιμότητας. Εξαιτίας αυτού, στη ζώνη σθένους δημιουργούνται θετικές οπές ( $h^+$ ). Τα φωτοδημιουργούμενα σωματίδια ( $e^-$ ) και ( $h^+$ ) δρουν ως ισχυρά αναγωγικά και οξειδωτικά αντίστοιχα και συνεισφέρουν, μέσω οξειδοαναγωγικών αντιδράσεων με τις κατάλληλες ουσίες που είναι διαλυμένες στο νερό, στη μετατροπή του φωτός σε ηλεκτρική ή χημική ενέργεια. Οι φωτοδημιουργούμενες οπές αντιδρούν με τα ιόντα  $\text{OH}$  ή με τα μόρια του  $\text{H}_2\text{O}$  που είναι προσροφημένα στην επιφάνεια του ημιαγωγού και τα οξειδώνουν προς τις αντίστοιχες ρίζες του υδροξυλίου ( $\text{HO}^\bullet$ ). Το φαινόμενο αυτό γίνεται πιο κατανοητό εάν παρατηρηθεί η εικόνα 5.1.



Εικόνα 5.1 Σχηματική αναπαράσταση του μηχανισμού της ετερογενούς φωτοκατάλυσης.  
Πηγή: Alexandru Enesca (2021). “The Influence of Photocatalytic Reactors Design and Operating Parameters on the Wastewater Organic Pollutants Removal—A Mini-Review”. Photo/Electrocatalysis for Wastewater Treatment,11:5, pp. 556. MDPI (2021).  
<https://doi.org/10.3390/catal11050556>

Λόγω του υψηλού δυναμικού αναγωγής των ριζών ( $HO^\bullet$ ) είναι δυνατή η προσβολή πρακτικά όλων των οργανικών ρύπων που συναντώνται στην υγρή φάση. Εκτός από τη δυνατότητα καταστροφής των οργανικών τοξικών ουσιών είναι επίσης εφικτή, η οξείδωση ανόργανων ιόντων ( $NO_2^-$ ,  $CN^-$ ,  $S^{-2}$ ,  $S_2O_3^{-2}$  κ.α.) αλλά και η απολύμανση του νερού και του αέρα με τη μέθοδο αυτή.

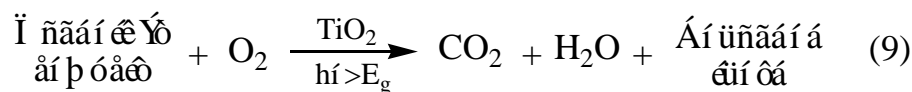
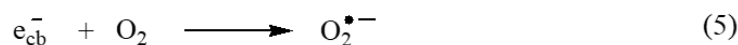
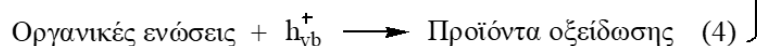
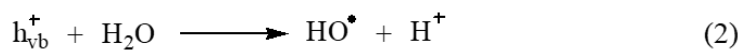
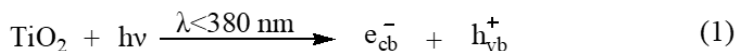
Ως φωτοκαταλύτες χρησιμοποιούνται ημιαγωγοί, καθώς έχει αποδειχθεί ότι τόσο οι φυσικές όσο και οι φυσικοχημικές τους ιδιότητες παίζουν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στη λειτουργία του συστήματος. Ο πιο διαδεδομένος ετερογενής φωτοκαταλύτης είναι το διοξείδιο του τιτανίου ( $TiO_2$ ), το οποίο πέραν της μεγάλης φωτοκαταλυτικής του δραστηριότητας, σε σχέση με τους υπόλοιπους ημιαγωγούς, εμφανίζει και τη μεγαλύτερη ανθεκτικότητα στη διάβρωση και τη φωτοδιάβρωση, επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο την ανακύκλωσή του. Μερικά επιπλέον πλεονεκτήματα του συγκεκριμένου καταλύτη είναι το χαμηλό κόστος, η εύκολη παραγωγή και χρήση του, αλλά και το γεγονός ότι είναι χημικά και βιολογικά αδρανής καταλύτης.

Ιδιαίτερη σημασία δίνεται στη μορφολογία των φωτοκαταλυτών, αφού η φωτοκατάλυση εξαρτάται από την επιφάνεια. Έτσι λοιπόν, η αύξηση της ενεργούς επιφάνειας, είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την επίτευξη καλής φωτοκαταλυτικής απόδοσης που επιτρέπει τον σχηματισμό θέσεων υψηλής ενέργειας, οι οποίες με τη σειρά τους συμβάλλουν



στην ανάπτυξη οξειδωτικών ειδών. Ο συνδυασμός των ημιαγωγών με άλλα υλικά φιλικά προς το περιβάλλον, όπως άνθρακας, ιπτάμενη τέφρα κ.λ.π, ενισχύει ιδιότητες όπως η αγωγιμότητα, η κρυσταλλικότητα, η ενέργεια της επιφάνειας και το πορώδες.

Παρακάτω παρατίθενται οι αντιδράσεις τις ετερογενούς κατάλυσης:



Εικόνα 5.2 Αντιδράσεις ετερογενούς φωτοκατάλυσης. Πηγή: «Τεχνολογία Πειβάλλοντος: Επεξεργασία Βιομηχανικών Υγρών Αποβλήτων, Φωτοκατάλυση (part 1)», Μαντζαβίνος Διονύσιος, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2015.

<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2170/>

Τα τελευταία χρόνια, η ανάπτυξη λοιπόν της φωτοκατάλυσης κρίνεται αλματώδης, εξαιτίας βασικών της πλεονεκτημάτων συγκριτικά με τις υπόλοιπες μεθόδους, όσον αφορά την αδρανοποίηση τοξικών ρύπων στα υγρά απόβλητα και τον αέρα.

## 5.2 Φωτοαντιδραστήρες

Στο εν λόγω υποκεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα είδη των φωτοαντιδραστήρων και θα εξηγηθούν οι λόγοι για τους οποίους επιλέγεται ένα συγκεκριμένο είδος εξ αυτών. Επιπλέον θα παραταθούν και οι παράμετροι οι οποίοι πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός φωτοαντιδραστήρα.



### 5.2.1 Παράμετροι σχεδιασμού

Αρχικά, μείζονος σημασίας αποτελεί η αναφορά στους παράγοντες που επηρεάζουν τη φωτοενεργότητα, της οποίας ο ρόλος είναι ουσιώδης για τη λειτουργία του συστήματος. Στην εν λόγω διπλωματική εργασία παρουσιάζονται πέντε φυσικοί παράγοντες.

Η συγκέντρωση των αντιδρώντων, είναι απαραίτητη για την εκκίνηση της φωτοκαταλυτικής αντίδρασης. Θα πρέπει να συντελείται η προσρόφηση ενός τουλάχιστον από τα αντιδραστήρια στην επιφάνεια του καταλύτη. Επιπλέον η μάζα του καταλύτη αποτελεί βασικό παράγοντα, καθώς ο ρυθμός των φωτοκαταλυτικών αντιδράσεων αυξάνεται με την αύξηση της ποσότητας του καταλύτη, ως συνέπεια της αύξησης της διαθέσιμης επιφάνειας για τη ρόφηση των αντιδρώντων και στα ενεργά κέντρα τα οποία είναι διαθέσιμα για την πραγματοποίηση αντιδράσεων.

Επίσης η θερμοκρασία παίζει σημαντικό ρόλο, καθώς ο ημιαγωγός δεν μπορεί να διεγερθεί θερμικά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος λόγω υψηλής της ενέργειας χάσματος. Ο ρυθμός της αντίδρασης εξαρτάται από την θερμοκρασία διότι πραγματοποιούνται σκοτεινές αντιδράσεις. Επιπρόσθετοι παράγοντες που επηρεάζουν την φωτοενεργότητα είναι η ενέργεια και η ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, εφόσον οι φωτοκαταλυτικές αντιδράσεις ενεργοποιούνται από φωτόνια έτσι και ο καταλυτικός ρυθμός μεταβάλλεται συναρτήσει της έντασης της ακτινοβολίας. Το pH του διαλύματος επίσης μεταβάλλει τις θέσεις των ζωνών σθένους και αγωγιμότητας καθώς και την ισορροπία προσρόφησης αλλά και την κατανομή των φορτίων στην επιφάνεια του ημιαγωγού.

Αναφορικά με τους παράγοντες που επηρεάζουν το σχεδιασμό των φωτοαντιδραστήρων, η πηγή του φωτός είναι ιδιαίτερα σημαντική αλλά και η ένταση του φωτός, επίσης το φασματικό εύρος και η θέση της πηγής ακτινοβολίας στην φωτοκαταλυτική εγκατάσταση, επηρεάζουν την αποτελεσματικότητα απομάκρυνσης των ρύπων.

### 5.2.2 Είδη φωτοαντιδραστήρων

Οι φωτοαντιδραστήρες ταξινομούνται βάση διαφόρων παραμέτρων όπως το γεωμετρικό τους σχήμα, τον τύπο ή τη μορφολογία του καταλύτη αλλά και άλλων παραγόντων. Στην εν λόγω διπλωματική εργασία παρουσιάζονται συνοπτικά τα είδη των φωτοαντιδραστήρων βάση της γεωμετρίας τους. Ωστόσο πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι για την επιλογή του κατάλληλου φωτοαντιδραστήρα μας ενδιαφέρει η βέλτιστη κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας έτσι ώστε να επιτευχθούν όσο το δυνατόν μεγαλύτερες συνολικές αποδόσεις της φωτοχημικής διαδικασίας. Με τη χρήση ενός ετερογενή καταλύτη, ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στο σχεδιασμό και την κλιμάκωση ενός ηλιακού φωτοαντιδραστήρα είναι η επίτευξη ομοιόμορφης κατανομής του ηλιακού φωτός μέσα στον αντιδραστήρα, λόγω απορρόφησης, ανάκλασης και επιδράσεων σκέδασης από τα σωματίδια του καταλύτη ή το υποστηρικτικό υλικό.



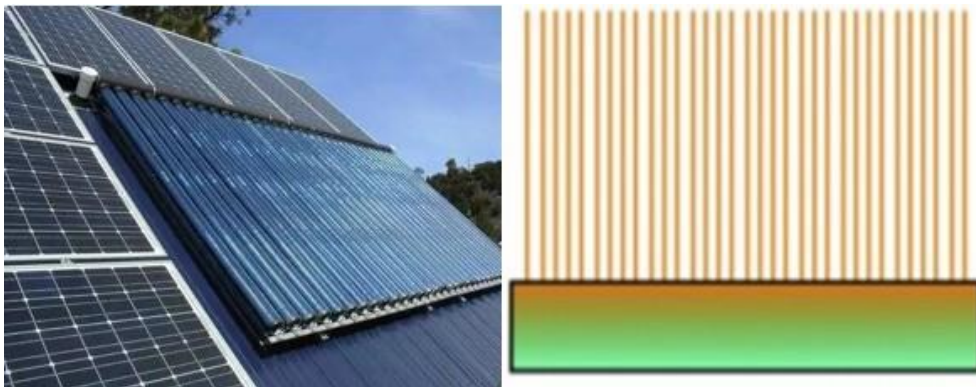
Οι πιο κοινοί φωτοαντιδραστήρες βάση γεωμετρίας λοιπόν είναι οι εξής:

- Κυλινδρικοί συλλέκτες-φωτοαντιδραστήρες (Parabolic trough collectors)



Εικόνα 5.3 SOLARIS: Κυλινδρικός συλλέκτης. Πηγή: Danilo Spasiano, Raffaele Marotta, Sixto Malato, Pilar Fernandez-Ibanez, Ilaria Di Somma (2015). “Solar photocatalysis: Materials, reactors, some commercial, and pre-industrialized applications. A comprehensive approach”. *Applied Catalysis B: Environmental*, 170-171, pp. 90-123  
<https://doi.org/10.1016/j.apcatb.2014.12.050>

- Ορθογώνιοι συλλέκτες-φωτοαντιδραστήρες (Non-concentrating collectors)



Εικόνα 5.4 (αριστερά) Ορθογώνιος συλλέκτης, (δεξιά) Συμπεριφορά προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε ορθογώνιο συλλέκτη. Πηγή: (αριστερά) Solar Octa (2021)  
<https://solarocta.com/non-concentrating-type-solar-heating-products-with-pros-and-cons/> (accessed January 29, 2021-πρόσβαση 29 Ιανουαρίου, 2021)

- Σύνθετοι παραβολικοί συλλέκτες-φωτοαντιδραστήρες (Compound parabolic collectors)



Εικόνα 5.5 (δύο πρώτες εικόνες) CPC συλλέκτες, (τρίτη εικόνα) Συμπεριφορά προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε CPC συλλέκτη. Πηγή: Danilo Spasiano, Raffaele Marotta, Sixto Malato, Pilar Fernandez-Ibanez, Ilaria Di Somma (2015). “Solar photocatalysis: Materials, reactors, some commercial, and pre-industrialized applications. A comprehensive approach”. Applied Catalysis B: Environmental, 170-171, pp. 90-123 <https://doi.org/10.1016/j.apcatb.2014.12.050>

Εστιάζοντας στους σύνθετους παραβολικούς συλλέκτες, κρίνεται σημαντικό να αναφερθεί ότι αποτελούν σταθερούς συλλέκτες με παραβολική ανακλαστική επιφάνεια γύρω από έναν κυλινδρικό σωλήνα αντιδραστήρα. Ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματα αυτού του είδους συλλέκτη είναι το γεγονός ότι η γεωμετρία του ανακλαστήρα αντανάκλα το φως που προσπίπτει έμμεσα στο δέκτη-σωλήνα (ύστερα από πολλαπλές ανακλάσεις, απορρόφηση, σκέδαση), «εγκλωβίζοντας» με αυτό τον τρόπο και την άμεση αλλά και τη διάχυτη ακτινοβολία.

Επιπλέον η συνολική ποσότητα ηλιακού φωτός η οποία απορροφάται από έναν CPC συλλέκτη είναι αποδεδειγμένα μεγαλύτερη από εκείνη που απορροφάται από έναν κυλινδρικό συλλέκτη. Έτσι λοιπόν οι φωτοαντιδραστήρες μπορεί να είναι μικρότεροι, δίνοντας την ικανότητα χαμηλότερου κόστους αλλά και επίσης μπορούν να χρησιμοποιούνται και κατά τη διάρκεια συννεφιασμένων ημερών. Ορισμένες εφαρμογές του συγκεκριμένου είδους συλλεκτών είναι η επεξεργασία υγρών αποβλήτων υγειονομικής ταφής, αστικών αποβλήτων αλλά και ελαιοτριβείων.

Συνοψίζοντας λοιπόν κατά κάποιο τρόπο τα πλεονεκτήματα αλλά και τα μειονεκτήματα των παραπάνω τριών ειδών συλλεκτών-φωτοαντιδραστήρων και συγκρίνοντάς τα, καταλήγουμε στα εξής παρακάτω συμπεράσματα:

- Ενώ ο κυλινδρικός και ο CPC συλλέκτης μπορούν να σχεδιαστούν με μικρούς όγκους σε αντίθεση με τον ορθογώνιο, ο πρώτος απαιτεί μεγαλύτερο κόστος οπότε σε αυτό το κομμάτι υπερτερεί ο σύνθετος παραβολικός. Από χαμηλό κόστος όμως χαρακτηρίζεται και ο ορθογώνιος συλλέκτης.
- Επιπροσθέτως, ο κυλινδρικός συλλέκτης χαρακτηρίζεται από πολλά βασικά μειονεκτήματα όπως οι οπτικές απώλειες, η υπερθέρμανση και οι χαμηλές αποδόσεις αλλά και επιπλέον «εγκλωβίζει» μόνο την άμεση ακτινοβολία σε αντίθεση με τον CPC όπου όπως έχει ήδη επισημανθεί, «εγκλωβίζει» τόσο την άμεση όσο και τη διάχυτη ακτινοβολία.



- c. Ο ορθογώνιος συλλέκτης από την άλλη χαρακτηρίζεται από περιορισμούς της πίεσης αλλά και χαμηλή μεταφορά μάζας λόγω στρωτής ροής συγκριτικά με τον CPC όπου χαρακτηρίζεται από καλύτερη ροή μάζας λόγω της τυρβώδους ροής.

Εν κατακλείδι από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε παρά τα όποια μειονεκτήματα του σύνθετου παραβολικού συλλέκτη, τα πλεονεκτήματά του συγκριτικά με τα υπόλοιπα είδη φωτοαντιδραστήρων υπερτερούν όσον αφορά την ισοκατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας αλλά και τις επιδόσεις του φωτοαντιδραστήρα αναφορικά με την επεξεργασία υγρών αποβλήτων.





## Συμπεράσματα

Με την ολοκλήρωση της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξάγονται ουσιώδη συμπεράσματα από την μελέτη και την ανάπτυξη διάταξης ηλιακής ενέργειας με σκοπό τη διαχείριση υγρών αποβλήτων. Αρχικά αξίζει να τονιστεί το γεγονός ότι η έρευνα που πραγματοποιήθηκε με σκοπό την επιλογή κατάλληλης γεωμετρίας, ηλιακής συσκευής ICS, μέσω της ένταξης της σε πρόγραμμα προσομοίωσης, σε θεωρητικό αρχικά υπόβαθρο, αποτελεί ουσιαστικά το πρώτο βήμα για την κατασκευή πιλοτικής μονάδας επεξεργασίας υγρών αποβλήτων. Τα συμπεράσματα που αποκομίστηκαν λοιπόν από την εν λόγω μελέτη και στα οποία επιβάλλεται να εστιάσουμε είναι τα εξής:

- Αρχικά αναδείχθηκε η πρακτικότητα των ηλιακών συσκευών ICS όπου πλεονεκτούν σε χρόνο λειτουργίας και χαρακτηρίζονται από χαμηλό ύψος, το οποίο αποτελεί πλεονέκτημα σχετικά με την χωροταξία, δηλαδή την τοποθέτησή τους στο χώρο.
- Επιπλέον συμπεραίνεται ότι όσο αυξάνεται η γωνία υποδοχής της κατοπτρικής διάταξης που προσαρτάται στην ηλιακή συσκευή, τόσο μειώνεται το βάθος του κατόπτρου εξαιτίας της μειωμένης πλήρους ανάπτυξης του κατόπτρου, γεγονός το οποίο οδηγεί αυτομάτως και σε μικρότερο κόστος.
- Στις ηλιακές συσκευές με σκοπό τη διαχείριση υγρών αποβλήτων εν αντιθέσει με εκείνες που βρίσκουν εφαρμογή στην θέρμανση του νερού προς οικιακή χρήση, ως συλλέκτης (άρα και αποθηκευτικό μέσο), χρησιμοποιείται διαφανές μέσο και όχι απορροφητής. Παρόλο που ως βάση της μελέτης, χρησιμοποιήθηκε ο απορροφητής, η έρευνα διευρύνεται στην χρήση διαφανών μέσων ως συλλεκτών, καθώς μέσω της ανάκλασης, της απορρόφησης και της διαπερατότητας από τις οποίες χαρακτηρίζονται, οδηγούν στην εκμετάλλευση όσο το δυνατόν μεγαλύτερου ποσοστού της ηλιακής ακτινοβολίας, το οποίο με τη σειρά του αποτελεί βασική προϋπόθεση για την διαχείριση των υγρών αποβλήτων που θα εισαχθούν σε αυτά.
- Η γωνία πρόσπτωσης της ηλιακής ακτινοβολίας αποτελεί ουσιώδη γωνία της ηλιακής γεωμετρίας καθώς συναρτήσει εκείνης εισάγονται οι εξισώσεις που περιγράφουν τις κατοπτρικές διατάξεις διαφορετικών γωνιών υποδοχής, που προσαρτώνται στις ηλιακές συσκευές, σε πρόγραμμα προσομοίωσης όπου με τη μέθοδο πορείας ακτίνων επιλέγεται η κατάλληλη γεωμετρία.
- Η γεωμετρία άρα και η γωνία υποδοχής που επιλέγεται είναι η CPC 180, καθώς σύμφωνα με τα αποτελέσματα που αποκομίστηκαν από την Python, συμπεραίνεται ότι επικρατεί η πιο ομαλή κατανομή της ηλιακής ακτινοβολίας καθώς η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας σε CPC 90 και CPC 60 εμφανίζει μερικά μέγιστα σε ορισμένες γωνίες του απορροφητή ενώ σε μεγαλύτερο εύρος γωνιών οι τιμές της εν λόγω έντασης είναι αρκετά χαμηλές έως και μηδενικές, γεγονός που δεν παρατηρείται σε CPC 180.



- Η φωτοκαταλυτική μέθοδος αποτελεί μια πολλά υποσχόμενη μέθοδο η οποία μέσω του φαινομένου της οξείδωσης δύναται να συμβάλλει στη διαχείριση και επεξεργασία των υγρών αποβλήτων με την χρήση των φωτοαντιδραστήρων CPC, οι οποίοι με τη σειρά τους υπερτερούν μεταξύ άλλων ειδών φωτοαντιδραστήρων στην επίτευξη ισοκατανομής της ηλιακής ακτινοβολίας.

## **Παράρτημα Α**



Στο εν λόγω παράρτημα, κυρίως για λόγους διατήρησης της στοιχειώδους αισθητικής της διπλωματικής εργασίας που εκπονήθηκε, συγκεντρώνονται οι εκτενείς πράξεις που πραγματοποιήθηκαν με σκοπό την εξαγωγή των θεμελιωδών σχέσεων του τρίτου κεφαλαίου.

### ΤΜΗΜΑ Ι

Για τον υπολογισμό της γωνίας ανοίγματος  $\psi'_m$  της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής  $90^\circ$  και την μετέπειτα εισαγωγή της στη μαθηματική έκφραση που περιγράφει το μήκος του εν λόγω κατόπτρου συναρτήσει της ακτίνας, οι αναλυτικές πράξεις που ακολουθήθηκαν είναι οι εξής:

$$E_1 D'_2 = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \psi'_m\right) = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \psi'_m\right) \Rightarrow$$

$$\frac{(12 - 5 \cdot \sqrt{2})}{10} \cdot R_T = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \psi'_m\right) \Rightarrow$$

$$\frac{(12 - 5 \cdot \sqrt{2})}{10} \cdot R_T = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T}{1 + \cos \psi'_m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin \psi'_m - \cos \psi'_m) \Rightarrow$$

$$\frac{(12 - 5 \cdot \sqrt{2})}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot 10} = \frac{(\sin \psi'_m - \cos \psi'_m)}{1 + \cos \psi'_m} \Rightarrow$$

$$\frac{(\sin \psi'_m - \cos \psi'_m)}{1 + \cos \psi'_m} = \frac{(12 - 5 \cdot \sqrt{2})}{\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{(\sin \psi'_m - \cos \psi'_m)}{1 + \cos \psi'_m} = \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)}$$

Η γενική λύση της εν λόγω εξίσωσης είναι η εξής:

$$\frac{\sin \psi'_m - \cos \psi'_m}{1 + \cos \psi'_m} = \alpha$$

Θέτοντας  $\cos \psi'_m = y$  και άρα  $\sin \psi'_m = \sqrt{1 - y^2}$  η γενική λύση παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\sqrt{1 - y^2} - y}{1 + y} = a \Rightarrow$$

$$\sqrt{1 - y^2} - y = a \cdot (1 + y) \Rightarrow$$

$$\sqrt{1 - y^2} = a \cdot (1 + y) + y \Rightarrow$$

Υψώνοντας τη σχέση στο τετράγωνο,

$$1 - y^2 = [a \cdot (1 + y)]^2 + 2 \cdot a \cdot (1 + y) \cdot y + y^2 \Rightarrow$$

$$1 - y^2 = a^2 + 2 \cdot a^2 \cdot y + a^2 \cdot y^2 + 2 \cdot a \cdot y + 2 \cdot a \cdot y^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$a^2 + 2 \cdot a^2 \cdot y + a^2 \cdot y^2 + 2 \cdot a \cdot y + 2 \cdot a \cdot y^2 - 1 + y^2 + y^2 = 0 \Rightarrow$$



$$y^2 \cdot (a^2 + 2 \cdot a + 2) + y \cdot (2 \cdot a^2 + 2 \cdot a) + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$y^2 \cdot [(a + 1)^2 + 1] + 2 \cdot a \cdot y \cdot (a + 1) + a^2 - 1 = 0$$

Βάση της διακρίνουσας,

$$\Delta = [2 \cdot a \cdot (a + 1)]^2 - 4 \cdot [(a + 1)^2 + 1] \cdot (a^2 - 1) \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 \cdot a^2 \cdot (a^2 + 2 \cdot a + 1) - 4 \cdot (a^2 + 2 \cdot a + 1 + 1) \cdot (a^2 - 1) \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 \cdot a^4 + 8 \cdot a^3 + 4 \cdot a^2 - 4 \cdot a^4 - 8 \cdot a^3 - 4 \cdot a^2 - 4 \cdot a^2 + 4 \cdot a^2 + 8 \cdot a + 4 + 4 =$$
$$= 8 \cdot a + 8 = 8 \cdot (a + 1)$$

Άρα  $\Delta > 0$ .

Συνεπώς θα βρεθούν δύο λύσεις,

$$y_{1,2} = \frac{-2 \cdot a \cdot (a+1) \pm \sqrt{8 \cdot (a+1)}}{2 \cdot [(a+1)^2 + 1]}$$

Άρα,

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot a \cdot (a+1) \pm \sqrt{8 \cdot (a+1)}}{2 \cdot [(a+1)^2 + 1]} \Rightarrow$$

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right) \pm \sqrt{8 \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)^2 + 1 \right]}$$

1<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right) + \sqrt{8 \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)^2 + 1 \right]} =$$

$$\text{Και τελικά } \psi'_m = \cos^{-1} 0,5339975 = 57,724050^\circ = 1,0074747 \text{ rad}$$

2<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right) - \sqrt{8 \cdot \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)} + 8}{2 \cdot \left[ \left( \frac{12 \cdot \sqrt{2} - 10}{5 \cdot (\pi + 4)} + 1 \right)^2 + 1 \right]}$$

$$\text{Και τελικά } \psi'_m = \cos^{-1} -0,86358 = 149,72095^\circ$$

Συνεπώς βάση του σχήματος απορρίπτεται.



ΤΜΗΜΑ ΙΙ

Με σκοπό τον υπολογισμό του μήκους της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής  $90^\circ$ , παρατίθενται στο εν λόγω τμήμα του παραρτήματος οι αναλυτικές πράξεις που εκπονήθηκαν για το κάθε τμήμα του κατόπτρου, παραβολικής αλλά και involute γεωμετρίας οι οποίες είναι οι εξής:

Για το παραβολικό τμήμα  $D_2B_2$ :

Για τον άξονα x,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\psi} &= \frac{d\left\{R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left[-1 - \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{\cos \psi + \sin \psi}{1 + \cos \psi}\right)\right]\right\}}{d\psi} = \frac{d}{d\psi} \left[ R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot (\sin \psi + \cos \psi)}{\cos \psi + 1} - 1 \right) \right] = \\ &= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \frac{d}{d\psi} \left[ -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot (\sin \psi + \cos \psi)}{\cos \psi + 1} \right] + \frac{d}{d\psi} [-1] \right) = \\ &= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \left( -\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot \frac{d}{d\psi} \left[ \frac{\sin \psi + \cos \psi}{\cos \psi + 1} \right] \right) + 0 \right) = \\ &= -\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\frac{d}{d\psi}[\sin \psi + \cos \psi] \cdot (\cos \psi + 1) - (\sin \psi + \cos \psi) \cdot \frac{d}{d\psi}[\cos \psi + 1]}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \left( \frac{d}{d\psi}[\sin \psi] + \frac{d}{d\psi}[\cos \psi] \right) \cdot (\cos \psi + 1) - \left( \frac{d}{d\psi}[\cos \psi] + \frac{d}{d\psi}[1] \right) \cdot (\sin \psi + \cos \psi) \right)}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [(\cos \psi + (-\sin \psi)) \cdot (\cos \psi + 1) - ((-\sin \psi) + 0) \cdot (\sin \psi + \cos \psi)]}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [\sin \psi \cdot (\sin \psi + \cos \psi + (\cos \psi + 1) \cdot (\cos \psi - \sin \psi))]}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin^2 \psi - \sin \psi + \cos^2 \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin^2 \psi - \sin \psi + \cos^2 \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2} = \\ \frac{dx}{d\psi} &= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 - \sin \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2} \end{aligned}$$

Για τον άξονα y,

$$\frac{dy}{d\psi} = \frac{d\left\{R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left[1 + \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sin \psi - \cos \psi}{1 + \cos \psi}\right)\right]\right\}}{d\psi} = \frac{d}{d\psi} \left[ R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot (\sin \psi - \cos \psi)}{\cos \psi + 1} + 1 \right) \right] =$$



$$\begin{aligned}
 &= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \frac{d}{d\psi} \left[ \frac{\pi(\sin \psi - \cos \psi)}{\cos \psi + 1} \right] + \frac{d}{d\psi} [1] \right) = \\
 &= R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \frac{d}{d\psi} \left[ \frac{\sin \psi - \cos \psi}{\cos \psi + 1} \right] + 0 \right) = \\
 &= \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\frac{d}{d\psi} [\sin \psi - \cos \psi] \cdot (\cos \psi + 1) - (\sin \psi - \cos \psi) \cdot \frac{d}{d\psi} [\cos \psi + 1]}{(\cos \psi + 1)^2} = \\
 &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \left( \frac{d}{d\psi} [\sin \psi] - \frac{d}{d\psi} [\cos \psi] \right) \cdot (\cos \psi + 1) - (\sin \psi - \cos \psi) \cdot \left( \frac{d}{d\psi} [\cos \psi] + \frac{d}{d\psi} [1] \right) - (\sin \psi - \cos \psi) \right)}{(\cos \psi + 1)^2} = \\
 &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [(\cos \psi - (-\sin \psi)) \cdot (\cos \psi + 1) - ((-\sin \psi) + 0) \cdot (\sin \psi - \cos \psi)]}{(\cos(\psi) + 1)^2} = \\
 &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin^2 \psi + \sin \psi + \cos^2 \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2} = \\
 \frac{dy}{d\psi} &= \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 + \sin \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2}
 \end{aligned}$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο τα  $\frac{dx}{d\psi}$  και  $\frac{dy}{d\psi}$  αλλά και αθροίζοντάς τα με σκοπό την εισαγωγή της σχέσης στο ολοκλήρωμα που θα ακολουθήσει, προκύπτει,

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{dx}{d\psi} \right)^2 &= \left[ - \frac{\left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 - \sin \psi + \cos \psi)}{(\cos \psi + 1)^2} \right]^2 = \\
 &= \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos \psi - \sin \psi)^2}{(\cos \psi + 1)^2} = \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos \psi - \sin \psi)^2}{(\cos \psi + 1)^4} \\
 \left( \frac{dy}{d\psi} \right)^2 &= \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^2 \cdot \frac{(1 + \sin \psi + \cos \psi)^2}{[(\cos \psi + 1)^2]^2} = \\
 &= \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^2 \cdot \frac{(1 + \sin \psi + \cos \psi)^2}{(\cos \psi + 1)^4} \\
 \left( \frac{dx}{d\psi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\psi} \right)^2 &= \left[ \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos \psi - \sin \psi)^2 + (1 + \sin \psi + \cos \psi)^2}{(\cos \psi + 1)^4}
 \end{aligned}$$

Το μήκος λοιπόν του τμήματος  $D_2B_2$  υπολογίζεται με τον εξής τρόπο,

$$L_{D_2B_2} = \int dr = \int_0^{\psi_m} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} d\psi =$$



$$\begin{aligned} &= \int_0^{\psi_m} \sqrt{\left[\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos \psi - \sin \psi)^2 + (1 + \sin \psi + \cos \psi)^2}{(\cos \psi + 1)^4}} d\psi = \\ &= 2 \cdot \left| \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right| \cdot \int \frac{1}{(\cos \psi + 1)^{\frac{3}{2}}} d\psi = \end{aligned}$$

Βάση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων,

$$L_{D_2B_2} = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot \int \frac{1}{\cos^3\left(\frac{\psi}{2}\right)} d\psi =$$

$$\text{Θέτοντας } u = \frac{\psi}{2} \Rightarrow \frac{du}{d\psi} = \frac{1}{2} \Rightarrow d\psi = 2 \cdot du$$

$$\begin{aligned} L_{D_2B_2} &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \int \frac{1}{\cos^3 u} du = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sec u \cdot \tan u}{2} + \frac{1}{2} \int \sec u du\right) = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sec u \cdot \tan u}{2} + \frac{1}{2} \cdot \ln(\tan u + \sec u)\right) = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot \ln(\tan u + \sec u) + \sec u \cdot \tan u \end{aligned}$$

Με άρση της θέσης,

$$\begin{aligned} L_{D_2B_2} &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(\sec\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \ln\left(\tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sec\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)\right) = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sec\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)}{2^{\frac{3}{2}}} + \frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sec\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)}{2^{\frac{3}{2}}}\right) = \\ &= \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sec\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\sqrt{2}} + \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sec\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\sec\left(\frac{\psi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \ln\left(|\tan\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sec\left(\frac{\psi}{2}\right)|\right)\right)}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Όμως  $\sec x = \frac{1}{\cos x}$  και  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , έτσι η εξίσωση παίρνει τη μορφή,

$$\begin{aligned} L_{D_2B_2} &= \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|\right)\right)}{2} = \\ &= \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|\right)\right) = \end{aligned}$$



$$L_{D_2B_2} = \left(\frac{\pi}{4} + 1\right) \cdot R_T \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\psi_m}{2}\right)} + \ln\left(\left|\frac{1 + \sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\psi_m}{2}\right)}\right|\right)\right)$$

Involute τμήμα AB<sub>2</sub>:

Για τον άξονα x,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\omega'} &= \frac{d\{-R_T \cdot [\cos(\omega' - 1) + \omega' \cdot \sin(\omega' - 1)]\}}{d\omega'} = \\ &= \frac{d}{d\omega'} [-R_T \cdot (\sin(\omega' - 1) \cdot \omega' + \cos(\omega' - 1))] = \\ &= -R_T \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [\sin(\omega' - 1) \cdot \omega'] + \frac{d}{d\omega'} [\cos(\omega' - 1)]\right) = \\ &= -R_T \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [\sin(\omega' - 1)] \cdot \omega' + \sin(\omega' - 1) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega'] + (-\sin(\omega' - 1)) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega' - 1]\right) = \\ &= -R_T \cdot \left(\cos(\omega' - 1) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega' - 1] \cdot \omega' + \sin(\omega' - 1) \cdot 1 - \left(\frac{d}{d\omega'} [\omega'] + \frac{d}{d\omega'} [-1]\right) \cdot \sin(\omega' - 1)\right) = \\ &= -R_T \cdot \left(\cos(\omega' - 1) \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [\omega'] + \frac{d}{d\omega'} [-1]\right) \cdot \omega' - (1 + 0) \cdot \sin(\omega' - 1) + \sin(\omega' - 1) \cdot 1\right) = \\ &= -R_T \cdot (1 + 0) \cdot \cos(\omega' - 1) \cdot \omega' = \\ &= -R_T \cdot \cos(\omega' - 1) \cdot \omega' \end{aligned}$$

Για τον άξονα y,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\omega'} &= \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega' - 1) - \omega' \cdot \cos(\omega' - 1)]\}}{d\omega'} = \frac{d}{d\omega'} [R_T \cdot (\sin(\omega' - 1) - \cos(\omega' - 1) \cdot \omega')] = \\ &= R_T \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [-\cos(\omega' - 1) \cdot \omega'] + \frac{d}{d\omega'} [\sin(\omega' - 1)]\right) = \\ &= R_T \cdot \left(\left(-\frac{d}{d\omega'} [\cos(\omega' - 1) \cdot \omega']\right) + \cos(\omega' - 1) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega' - 1]\right) = \\ &= R_T \cdot \left(-\left(\frac{d}{d\omega'} [\cos(\omega' - 1)] \cdot \omega' + \cos(\omega' - 1) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega']\right) + \cos(\omega' - 1) \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [\omega'] + \frac{d}{d\omega'} [-1]\right)\right) = \\ &= R_T \cdot \left(-(-\sin(\omega' - 1)) \cdot \frac{d}{d\omega'} [\omega' - 1] \cdot \omega' - 1 \cdot \cos(\omega' - 1) + \cos(\omega' - 1) \cdot (1 + 0)\right) = \\ &= R_T \cdot \left(\frac{d}{d\omega'} [\omega'] + \frac{d}{d\omega'} [-1]\right) \cdot \sin(\omega' - 1) \cdot \omega' = \end{aligned}$$





$$= R_T \cdot (1 + 0) \cdot \sin(\omega' - 1) \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{d\omega'} = R_T \cdot \sin(\omega' - 1) \cdot \omega'$$

### ΤΜΗΜΑ ΙΙΙ

Στο εν λόγω τμήμα του παραρτήματος, παρατίθενται οι αναλυτικές πράξεις που ακολουθήθηκαν για τον υπολογισμό της γωνίας ανοίγματος  $\psi_m$ , η οποία είναι συμμετρική και ίση με τη γωνία  $\psi'_m$ , της κατοπτρικής διάταξης με γωνία υποδοχής  $60^\circ$ , με σκοπό την μετέπειτα εισαγωγή της στη μαθηματική έκφραση που περιγράφει το μήκος του εν λόγω κατόπτρου συναρτήσει της ακτίνας.

$$E''_3 O'_3 = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi+6}{6}\right) \cdot R_T}{1 + \cos\psi_m} \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{6} - \psi_m\right) \Rightarrow$$

$$\frac{7}{10} \cdot R_T = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi+6}{6}\right) \cdot R_T}{1 + \cos\psi_m} \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{6} - \psi_m\right) \Rightarrow$$

$$\frac{7}{10} \cdot R_T = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi+6}{6}\right) \cdot R_T}{1 + \cos\psi_m} \cdot \frac{\sin\psi_m - \sqrt{3} \cdot \cos\psi_m}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin\psi_m - \sqrt{3} \cdot \cos\psi_m}{1 + \cos\psi_m} = \frac{21}{5 \cdot (\pi+6)}$$

Η γενική λύση της εν λόγω εξίσωσης είναι η εξής,

$$\frac{\sin\psi_m - \sqrt{3} \cdot \cos\psi_m}{1 + \cos\psi_m} = a$$

Θέτοντας  $\cos\psi_m = y$  και άρα  $\sin\psi_m = \sqrt{1 - y^2}$  η γενική λύση παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\sqrt{1-y^2} - \sqrt{3} \cdot y}{1+y} = a \Rightarrow$$

$$a \cdot (1+y) = \sqrt{1-y^2} - \sqrt{3} \cdot y \Rightarrow$$

$$\sqrt{1-y^2} = a \cdot (1+y) + \sqrt{3} \cdot y$$

Υψώνοντας τη σχέση στο τετράγωνο,

$$1 - y^2 = [a \cdot (1+y)]^2 + 2 \cdot a \cdot (1+y) \cdot \sqrt{3} \cdot y + y^2 \Rightarrow$$

$$1 - y^2 = a^2 + 2 \cdot a^2 \cdot y + a^2 \cdot y^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot y + 2 \cdot a \cdot y^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot y^2 \Rightarrow$$

$$a^2 + 2 \cdot a^2 \cdot y + a^2 \cdot y^2 + 2 \cdot a \cdot y \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot a \cdot y^2 \cdot \sqrt{3} - 1 + 3 \cdot y^2 + y^2 = 0 \Rightarrow$$

$$y^2 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{3} + 4) + y \cdot (2 \cdot a^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{3}) + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$y^2 \cdot [(a+1)^2 + 1] + 2 \cdot a \cdot y \cdot (a + \sqrt{3}) + a^2 - 1 = 0$$



Βάση της διακρίνουσας,

$$\Delta = [2 \cdot a \cdot (a + \sqrt{3})]^2 - 4 \cdot [(a + \sqrt{3})^2 + 1] \cdot (a^2 - 1) \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 \cdot a^2 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{3} + 3) - 4 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{3} + 3 + 1) \cdot (a^2 - 1) \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 \cdot a^4 + 8 \cdot a^3 \cdot \sqrt{3} + 12 \cdot a^2 - 4 \cdot a^4 - 8 \cdot a^3 \cdot \sqrt{3} - 12 \cdot a^2 - 4 \cdot a^2 + 4 \cdot a^2 + 8 \cdot a \cdot \sqrt{3} + 12 + 4 \Rightarrow$$

$$\Delta = 8 \cdot a \cdot \sqrt{3} + 16 = 8 \cdot (a \cdot \sqrt{3} + 2)$$

Άρα  $\Delta > 0$ .

Συνεπώς θα βρεθούν δύο λύσεις,

$$y_{1,2} = \frac{-2 \cdot a \cdot (a + \sqrt{3}) \pm \sqrt{8 \cdot (a \cdot \sqrt{3} + 2)}}{2 \cdot [(a + \sqrt{3})^2 + 1]}$$

$$\text{Άρα } \cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot a \cdot (a + \sqrt{3}) \pm \sqrt{8 \cdot (a \cdot \sqrt{3} + 2)}}{2 \cdot [(a + \sqrt{3})^2 + 1]}$$

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right) \pm \sqrt{8 \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \sqrt{3} + 2\right)}}{2 \cdot \left[\left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right)^2 + 1\right]}$$

1<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi'_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right) + \sqrt{8 \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \sqrt{3} + 2\right)}}{2 \cdot \left[\left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right)^2 + 1\right]} = 0,2339957022$$

Και τελικά  $\psi_m = \cos^{-1} 0,2339957022 = 76,4675697^\circ = 1,3346109 \text{ rad}$

2<sup>η</sup> λύση:

$$\cos \psi_m = \frac{-2 \cdot \frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right) - \sqrt{8 \cdot \left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} \cdot \sqrt{3} + 2\right)}}{2 \cdot \left[\left(\frac{21}{5 \cdot (\pi + 6)} + \sqrt{3}\right)^2 + 1\right]} = -0,5810298713$$

Και τελικά  $\psi_m = \cos^{-1} -0,5810298713 = 125,5230109^\circ$

Συνεπώς βάση του σχήματος απορρίπτεται.



ΤΜΗΜΑ IV

Στο τέταρτο τμήμα του εν λόγω παραρτήματος παρατίθενται οι αναλυτικές πράξεις που εκπονήθηκαν για το κάθε τμήμα του κατόπτρου, παραβολικής αλλά και involute γεωμετρίας με απώτερο σκοπό τον υπολογισμό του συνολικού μήκους της κατοπτρικής διάταξης γωνίας υποδοχής 60°.

Παραβολικό τμήμα D<sub>3</sub>C<sub>3</sub>B<sub>3</sub>:

Για τον άξονα x,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\psi'} &= \frac{d\left\{-\frac{1}{2}R_T \left[\sqrt{3} + \left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \frac{\cos\psi' + \sqrt{3}\sin\psi'}{1 + \cos\psi'}\right]\right\}}{d\psi'} = \frac{d}{d\psi'} \left[ -\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi')}{\cos\psi' + 1} + \sqrt{3} \right) \right] = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi')}{\cos\psi' + 1} \right] + \frac{d}{d\psi'} [\sqrt{3}] \right) = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi'}{\cos\psi' + 1} \right] + 0 \right) = \\ &= -\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \frac{\frac{d}{d\psi'} [\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi'] \cdot (\cos\psi' + 1) - (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi') \cdot \frac{d}{d\psi'} [\cos\psi' + 1]}{(\cos\psi' + 1)^2} = \\ &= \frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( (\sqrt{3} \cdot \frac{d}{d\psi'} [\sin\psi'] + \frac{d}{d\psi'} [\cos\psi']) \cdot (\cos\psi' + 1) - (\frac{d}{d\psi'} [\cos\psi'] + \frac{d}{d\psi'} [1]) \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi') \right)}{(\cos\psi' + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( (\sqrt{3}\cos\psi' + (-\sin\psi')) \cdot (\cos\psi' + 1) - ((-\sin\psi') + 0) \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi') \right)}{(\cos\psi' + 1)^2} = \\ &= -\frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot (\sin\psi' \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi') + (\cos\psi' + 1) \cdot (\sqrt{3}\cos\psi' - \sin\psi'))}{(\cos\psi' + 1)^2} = \\ &= -\frac{(\pi + 6) \cdot R_T \cdot (\sqrt{3}\sin^2\psi' - \sin\psi' + \sqrt{3}\cos^2\psi' + \sqrt{3}\cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi' + 1)^2} = -\frac{(\pi + 6) \cdot R_T \cdot (\sqrt{3} - \sin\psi' + \sqrt{3}\cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi' + 1)^2} \end{aligned}$$

Για τον άξονα y,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\psi'} &= \frac{d\left\{\frac{1}{2}R_T \left[1 + \left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \frac{\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi'}{1 + \cos\psi'}\right]\right\}}{d\psi'} = \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi')}{\cos\psi' + 1} + 1 \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\left(\frac{\pi}{3} + 2\right) \cdot (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi')}{\cos\psi' + 1} \right] + \frac{d}{d\psi'} [1] \right) = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi'}{\cos\psi'+1} \right] + 0 \right) = \\
 &= \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi'}{\cos\psi'+1} \right] + 0 \right) \cdot \\
 &\frac{\frac{d}{d\psi'}[\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi'] \cdot (\cos\psi'+1) - (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi') \cdot \frac{d}{d\psi'}[\cos\psi'+1]}{(\cos\psi'+1)^2} = \\
 &\frac{\left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( \left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{d}{d\psi'} \left[ \frac{\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi'}{\cos\psi'+1} \right] + 0 \right) \cdot \left( \left( \frac{d}{d\psi'}[\sin\psi'] - \sqrt{3} \cdot \frac{d}{d\psi'}[\cos\psi'] \right) \cdot (\cos\psi'+1) - \left( \frac{d}{d\psi'}[\cos\psi'] + \frac{d}{d\psi'}[1] \right) \cdot (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi') \right)}{(\cos\psi'+1)^2} \\
 &= \\
 &= \frac{\left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( (\cos\psi' - \sqrt{3} \cdot (-\sin\psi')) \cdot (\cos\psi'+1) - ((-\sin\psi') + 0) \cdot (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi') \right)}{(\cos\psi'+1)^2} = \\
 &= \frac{\left( \frac{\pi}{3} + 2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot R_T \cdot \left( (\cos\psi'+1) \cdot (\sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi') + \sin\psi' \cdot (\sin\psi' - \sqrt{3}\cos\psi') \right)}{(\cos\psi'+1)^2} = \\
 &= \frac{(\pi+6) \cdot R_T \cdot (\sin^2\psi' + \sqrt{3}\sin\psi' + \cos^2\psi' + \cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi'+1)^2} = \frac{(\pi+6) \cdot R_T \cdot (1 + \sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi'+1)^2}
 \end{aligned}$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο τα  $\frac{dx}{d\psi}$  και  $\frac{dy}{d\psi}$  αλλά και αθροίζοντάς τα με σκοπό την εισαγωγή της σχέσης στο ολοκλήρωμα που θα ακολουθήσει, προκύπτει,

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{dx}{d\psi'} \right)^2 &= \left[ -\frac{(\pi+6) \cdot R_T \cdot (\sqrt{3} - \sin\psi' + \sqrt{3}\cos\psi')}{6 \cdot (\cos\psi'+1)^2} \right]^2 = \\
 &= \left[ \frac{(\pi+6) \cdot R_T}{6} \right]^2 \cdot \frac{(\sqrt{3} - \sin\psi' + \sqrt{3}\cos\psi')^2}{(\cos\psi'+1)^2} = \left[ \frac{(\pi+6) \cdot R_T}{6} \right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos\psi' - \sin\psi')^2}{(\cos\psi'+1)^4}
 \end{aligned}$$

$$\left( \frac{dy}{d\psi'} \right)^2 = \left[ \left( \frac{\pi+6}{6} \right) \cdot R_T \right]^2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi')^2}{[(\cos\psi'+1)^2]^2} = \left[ \frac{(\pi+6) \cdot R_T}{6} \right]^2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{3}\sin\psi' + \cos\psi')^2}{(\cos\psi'+1)^4}$$

$$\left( \frac{dx}{d\psi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\psi} \right)^2 = \left[ \frac{(\pi+6) \cdot R_T}{6} \right]^2 \cdot \frac{(1 - \cos\psi - \sin\psi)^2 + (1 + \sqrt{3}\sin\psi + \cos\psi)^2}{(\cos\psi+1)^4}$$

### Involute τμήμα AB<sub>3</sub>

Για τον άξονα x,

$$\frac{dx}{d\omega} = \frac{d\{R_T \cdot [\cos(\omega-1) + \omega \cdot \sin(\omega-1)]\}}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} [R_T (\sin(\omega-1) \cdot \omega + \cos(\omega-1))] =$$



$$\begin{aligned} &= R_T \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [\sin(\omega - 1) \cdot \omega] + \frac{d}{d\omega} [\cos(\omega - 1)] \right) = \\ &= R_T \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [\sin(\omega - 1)] \cdot \omega + \sin(\omega - 1) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega] + (-\sin(\omega - 1)) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega - 1] \right) = \\ &= R_T \cdot \left( \cos(\omega - 1) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega - 1] \cdot \omega + \sin(\omega - 1) \cdot 1 - \left( \frac{d}{d\omega} [\omega] + \frac{d}{d\omega} [-1] \right) \cdot \sin(\omega - 1) \right) = \\ &= R_T \cdot \left( \cos(\omega - 1) \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [\omega] + \frac{d}{d\omega} [-1] \right) \cdot \omega - (1 + 0) \cdot \sin(\omega - 1) + \sin(\omega - 1) \right) = \\ &= R_T \cdot (1 + 0) \cdot \cos(\omega - 1) \cdot \omega = \\ &= R_T \cdot \cos(\omega - 1) \cdot \omega \end{aligned}$$

Για τον άξονα y,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\omega} &= \frac{d\{R_T \cdot [\sin(\omega - 1) - \omega \cdot \cos(\omega - 1)]\}}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} [R_T \cdot (\sin(\omega - 1) - \cos(\omega - 1) \cdot \omega)] = \\ &= R_T \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [-\cos(\omega - 1) \cdot \omega] + \frac{d}{d\omega} [\sin(\omega - 1)] \right) = \\ &= R_T \cdot \left( \left( -\frac{d}{d\omega} [\cos(\omega - 1) \cdot \omega] \right) + \cos(\omega - 1) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega - 1] \right) = \\ &= R_T \cdot \left( -\left( \frac{d}{d\omega} [\cos(\omega - 1)] \cdot \omega + \cos(\omega - 1) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega] \right) + \cos(\omega - 1) \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [\omega] + \frac{d}{d\omega} [-1] \right) \right) = \\ &= R_T \cdot \left( -(-\sin(\omega - 1)) \cdot \frac{d}{d\omega} [\omega - 1] \cdot \omega - 1 \cdot \cos(\omega - 1) + \cos(\omega - 1) \cdot (1 + 0) \right) = \\ &= R_T \cdot \left( \frac{d}{d\omega} [\omega] + \frac{d}{d\omega} [-1] \right) \cdot \sin(\omega - 1) \cdot \omega = \\ &= R_T \cdot (1 + 0) \cdot \sin(\omega - 1) \cdot \omega = \\ &= R_T \cdot \sin(\omega - 1) \cdot \omega \end{aligned}$$



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---





## Παράρτημα Β

### ΚΩΔΙΚΑΣ PYTHON (RAY TRACING MODEL)

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy import optimize

system=180

if system==60:
    rimangle=76.468
if system==90:
    rimangle=57.724
if system==180:
    rimangle=30

#rimangle=90
REFLECTOR=np.pi*rimangle/180

raydens=15
ypodoxi1=3
ypodoxi2=((np.pi)*ypodoxi1)/180
initialslope=1/(np.tan(ypodoxi2))

#% %
# ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ CPC180
def createreflector180(REFLECTOR):
```



```
#INVOLUTE
```

```
t2=np.linspace(0,np.pi/2+1,20000);
```

```
#INVOLUTE ΔΕΞΙ ΤΜΗΜΑ
```

```
x21=np.cos(t2-1)+t2*np.sin(t2-1);
```

```
y21=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);
```

```
#INVOLUTE ΑΡΙΣΤΕΡΟ ΤΜΗΜΑ
```

```
x22=-np.cos(t2-1)-t2*np.sin(t2-1);
```

```
y22=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);
```

```
#ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ
```

```
t3=np.linspace(1,1+3/14,100)
```

```
#ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ ΔΕΞΙ
```

```
x31=[(np.pi/2+1)]*100
```

```
y31=t3
```

```
#ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ ΑΡΙΣΤΕΡΟ
```

```
x32=[-(np.pi/2+1)]*100
```

```
y32=t3
```

```
leftreflectorx=np.concatenate([x22,x32])
```

```
leftreflectory=np.concatenate([y22,y32])
```

```
idx=np.argsort(leftreflectorx) # indices that sort the leftreflectorx array
```

```
leftreflectorx=leftreflectorx[idx]
```

```
leftreflectory=leftreflectory[idx]
```

```
rightreflectorx=np.concatenate([x21,x31])
```





```
rightreflectorx=np.concatenate([y21,y31])  
idx=np.argsort(rightreflectorx) # indices that sort the rightreflectorx array  
rightreflectorx=rightreflectorx[idx]  
rightreflectorx=rightreflectorx[idx]  
return leftreflectorx,leftreflectorx,rightreflectorx,rightreflectorx
```

```
##
```

```
# ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ CPC90
```

```
def createreflector60(trunc):
```

```
    t2=np.linspace(0,np.pi/6+1,20000);
```

```
    x21=np.cos(t2-1)+t2*np.sin(t2-1);
```

```
    y21=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);
```

```
    x22=-np.cos(t2-1)-t2*np.sin(t2-1);
```

```
    y22=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);
```

```
    t3=np.linspace(0,trunc,20000)
```

```
    x31=((np.sqrt(3))/2)+(((np.pi/3)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.cos(t3-(np.pi/3)))
```

```
    y31=1.0/2.0+(((np.pi/3)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3-(np.pi/3)));
```

```
    x32=-((np.sqrt(3))/2)-(((np.pi/3)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.cos(t3-(np.pi/3)))
```

```
    y32=1.0/2.0+(((np.pi/3)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3-(np.pi/3)));
```

```
    leftreflectorx=np.concatenate([x32,x22])
```

```
    leftreflectorx=np.concatenate([y32,y22])
```

```
    idx=np.argsort(leftreflectorx) # indices that sort the leftreflectorx array
```



```
leftreflectorx=leftreflectorx[idx]
leftreflectory=leftreflectory[idx]

rightreflectorx=np.concatenate([x21,x31])
rightreflectory=np.concatenate([y21,y31])
idx=np.argsort(rightreflectorx) # indices that sort the rightreflectorx array
rightreflectorx=rightreflectorx[idx]
rightreflectory=rightreflectory[idx]
return leftreflectorx,leftreflectory,rightreflectorx,rightreflectory

#%%
# ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ CPC60
def createreflector90(trunc):
    t2=np.linspace(0,np.pi/4+1,20000);
    x21=np.cos(t2-1)+t2*np.sin(t2-1);
    y21=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);

    x22=-np.cos(t2-1)-t2*np.sin(t2-1);
    y22=np.sin(t2-1)-t2*np.cos(t2-1);

    t3=np.linspace(0,trunc,20000)
    x31=((np.sqrt(2))/2)*(1+(((np.pi/2)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3)+np.cos(t3)))
    y31=((np.sqrt(2))/2)*(1+(((np.pi/2)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3)-np.cos(t3)));
    x32=-((np.sqrt(2))/2)*(1+(((np.pi/2)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3)+np.cos(t3)))
    y32=((np.sqrt(2))/2)*(1+(((np.pi/2)+2)/(1+np.cos(t3)))*(np.sin(t3)-np.cos(t3)));
```



```
leftreflectorx=np.concatenate([x32,x22])
leftreflectory=np.concatenate([y32,y22])
idx=np.argsort(leftreflectorx) # indices that sort the leftreflectorx array
leftreflectorx=leftreflectorx[idx]
leftreflectory=leftreflectory[idx]

rightreflectorx=np.concatenate([x21,x31])
rightreflectory=np.concatenate([y21,y31])
idx=np.argsort(rightreflectorx) # indices that sort the rightreflectorx array
rightreflectorx=rightreflectorx[idx]
rightreflectory=rightreflectory[idx]
return leftreflectorx,leftreflectory,rightreflectorx,rightreflectory

#%%
def reflector(x):
    global lrx
    global lry
    n=np.abs(lrx-x).argmin()
    return lry[n]

#%%
# ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΗ
def absorberup(x):
    global R
    y0=0.0
    x0=0.0
    y=y0 + np.sqrt(R**2-(x-x0)**2)
    return y
```



```
def absorberdn(x):
```

```
    global R
```

```
    y0=0
```

```
    x0=0
```

```
    y=y0 - np.sqrt(R**2-(x-x0)**2)
```

```
    return y
```

```
###
```

```
def line(x):
```

```
    global slope
```

```
    global beta
```

```
    y=slope*x+beta
```

```
    return y
```

```
###
```

```
def checkreflector(x):
```

```
    global slope
```

```
    global beta
```

```
    return line(x)-reflector(x)
```

```
###
```

```
def func(t):
```

```
    global R
```

```
    global slope
```



```
global beta
return R*np.sin(t)-slope*R*np.cos(t)-beta

#%%

def crosscheck(xini,yini,slope,beta):
    global lx
    global ly
    global rx
    global ry
    global R
    print("#####")
    print ("crosscheck received",xini,yini,slope,beta)
    xcross='null'
    ycross='null'
    typ='null'
    x=[]
    y=[]
    t=np.linspace(0,2*np.pi,10)
    for i in range(len(t)-1):
        print (func(t[i]),func(t[i+1]))
        if func(t[i])*func(t[i+1])<0:
            temp=optimize.brentq(func, t[i], t[i+1])
            x.append(R*np.cos(temp))
            y.append(R*np.sin(temp))
    if len(x)==2:
        d1=np.sqrt((xini-x[0])**2+(yini-y[0])**2)
        d2=np.sqrt((xini-x[1])**2+(yini-y[1])**2)
# ΣΥΝΘΗΚΗ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ - ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ
```



```
if d1<d2:
#   if d1>d2:
    xcross=x[0]
    ycross=y[0]
    typ='absorber'
    print ("absorbed")
# ΣΥΝΘΗΚΗ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ - ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ
    if d1>d2:
#   if d1<d2:
        xcross=x[1]
        ycross=y[1]
        typ='absorber'
        print ("absorbed")

found=0
if len(x)==0:
    print ("ray does not cross the absorber")
    print ("checking the reflector")
    space=np.linspace(np.min(lx),np.max(lx), 20)
    for i in range(len(space)-1):
        print("checking space:",space[i], space[i+1])
        print(checkreflector(space[i]),checkreflector(space[i+1]))
        if checkreflector(space[i])*checkreflector(space[i+1])<0:
            xleft=optimize.bisect(checkreflector, space[i], space[i+1])
            if np.abs(xleft-xini) > 0.01:
                xcross=xleft
                ycross=slope*xcross+beta
                typ='reflector'
                print ("crossing point",xcross,ycross)
```



```
found=1
break
if found==0:
    space=np.linspace(np.min(rx),np.max(rx), 6)
    for i in range(len(space)-1):
        print("checking space:",space[i], space[i+1])
        print(checkreflector(space[i]),checkreflector(space[i+1]))
        if checkreflector(space[i])*checkreflector(space[i+1])<0:
            xright=optimize.bisect(checkreflector, space[i], space[i+1])
            if np.abs(xright-xini) > 0.01:
                xcross=xright
                ycross=slope*xcross+beta
                print ("crossing point",xcross,ycross)
                typ='reflector'
                break
    if typ=="null":
        print("NO CROSSING AT ALL!!!!!!!!!!!!!!")
    return xcross,ycross,typ

#% %

def findreflectedray(x,y):
    global slope
    global beta
    h=0.01
    while np.abs(reflector(x+h)-reflector(x-h)) >0.1:
        h=h/2.0
    tangentslope=(reflector(x+h)-reflector(x-h))/(2.0*h)
    verticalslope=-1/tangentslope
```



```
verticalbeta=y-verticalslope*x
tanangle=(slope-verticalslope)/(1+slope*verticalslope)
newslope=(verticalslope-tanangle)/(1+verticalslope*tanangle)
newbeta=y-newslope*x
print ("reflected ray: slope=%f12.8 beta=%f12.8" %(newslope, newbeta))
return newslope, newbeta

###

if system==60:
    lx,ly,rx,ry = createreflector60(REFLECTOR)
if system==90:
    lx,ly,rx,ry = createreflector90(REFLECTOR)
if system==180:
    lx,ly,rx,ry = createreflector180(REFLECTOR)

lrx = np.concatenate([lx,rx])
lry = np.concatenate([ly,ry])

###

fwhm=100

appeture=np.max(rx)-np.min(lx)-0.1 # ΣΗΜΕΙΟ ΤΕΛΟΥΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ
ΕΙΣΟΔΟ
print (appeture)
print(np.cos(np.pi/2 - np.arctan(initialslope)))
activeappeture=appeture*np.cos(np.pi/2 - np.arctan(initialslope))-0.1
```





```
print(activeappeture)
print(np.int(raydens*activeappeture))
ndirectrays=np.abs(np.int(np rint(raydens*activeappeture)))

diffuse=0 # yes=1 no=0
ndiffrays=1 #number of diffuse rays
raycount=0 #count the absorbed rays

ddxx=appeture/ndirectrays

R=1.0
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(lx,ly,'k')
ax.plot(rx,ry,'k')
x=np.linspace(-R,R, 100)
ax.plot(x,absorberup(x),'k', linewidth=3)
ax.plot(x,absorberdn(x),'k', linewidth=3)

yy0=np.max(ly)+0.02 # ΣΗΜΕΙΟ ΥΨΟΥΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ
xabsorbed=[]
yabsorbed=[]
for i in range(ndirectrays):
    slope=initialslope
    kliseis=slope +diffuse*(-2.0+4*np.random.rand(ndiffrays)) # random apokliseis apo ti
slope gia thn diaxyth
    for slope in kliseis:
        xx=(np.min(lx)+0.1)+i*ddxx # ΣΗΜΕΙΟ ΑΡΧΗΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ
        bb=yy0 - slope*xx # opou to y paramenei sta8ero kai iso me 5.0
        beta=bb
```



```
print (slope,beta)
yini=yy0
xini=xx #(ytemp-beta)/slope
xfin,yfin, typ = crosscheck(xini,yini,slope,beta) #calling the main function
ax.plot([xini,xfin], [yini, yfin], 'b', linewidth=0.5 )
if typ=='absorber':
    ax.plot(xfin, yfin, 'ob', markersize=3)
    raycount = raycount + 1
    xabsorbed.append(xfin)
    yabsorbed.append(yfin)

if typ=='reflector':
    xini=xfin
    yini=yfin
    slope, beta =findreflectedray(xini,yini)
    xfin,yfin,typ = crosscheck(xini,yini,slope,beta) #FIRST REFLECTION
    if typ != "null":
        ax.plot([xini,xfin], [yini, yfin], 'r', linewidth=0.5 )
    if typ=='absorber':
        ax.plot(xfin, yfin, 'or', markersize=3)
        raycount = raycount + 0.8
        xabsorbed.append(xfin)
        yabsorbed.append(yfin)

if typ=='reflector':
    xini=xfin
    yini=yfin
    slope, beta =findreflectedray(xini,yini)
    xfin,yfin,typ = crosscheck(xini,yini,slope,beta) #SECOND REFLECTION
```



```
if typ != "null":
```

```
    ax.plot([xini,xfin], [yini, yfin], 'g', linewidth=0.5 )
```

```
if typ=='absorber':
```

```
    ax.plot(xfin, yfin, 'og', markersize=3)
```

```
    raycount = raycount + 0.64
```

```
    xabsorbed.append(xfin)
```

```
    yabsorbed.append(yfin)
```

```
if typ=='reflector':
```

```
    xini=xfin
```

```
    yini=yfin
```

```
    slope, beta =findreflectedray(xini,yini)
```

```
    xfin,yfin,typ = crosscheck(xini,yini,slope,beta) #THIRD REFLECTION
```

```
if typ != "null":
```

```
    ax.plot([xini,xfin], [yini, yfin], 'y', linewidth=0.5)
```

```
if typ=='absorber':
```

```
    ax.plot(xfin, yfin, 'oy', markersize=3)
```

```
    raycount = raycount + 0.512
```

```
    xabsorbed.append(xfin)
```

```
    yabsorbed.append(yfin)
```

```
if typ=='reflector':
```

```
    xini=xfin
```

```
    yini=yfin
```

```
    slope, beta =findreflectedray(xini,yini)
```

```
    xfin,yfin,typ = crosscheck(xini,yini,slope,beta) #FORTH REFLECTION
```

```
if typ != "null":
```



```
ax.plot([xini,xfin], [yini, yfin], 'c', linewidth=1 )
if typ=='absorber':
    ax.plot(xfin, yfin, 'oc', markersize=3)
    raycount = raycount + 0.4096
    xabsorbed.append(xfin)
    yabsorbed.append(yfin)

plt.axis('equal')
fig.savefig("RayTrace_"+str(system)+".png", dpi=600)
plt.show()

print("A TOTAL OF %d RAYS ENTERED THE COLLECTOR " %(ndirectrays) )
print ("NUMBER OF ABSORBED RAYS = %f" %(raycount))

###

def g(x,z,x0):
    return np.exp(-1.0*z*(x-x0)**2)

xabsorbed = np.asarray(xabsorbed)
yabsorbed = np.asarray(yabsorbed)
theta=np.arctan2(yabsorbed,xabsorbed)+np.pi/2  #*180/np.pi

for i in range(len(theta)):
    if theta[i]<0:
        theta[i]=2*np.pi+theta[i]
theta=np.sort(theta)
theta=np.append(theta,theta[0])
```



```
t=np.linspace(0,2*np.pi,200)
t=np.append(t,t[0])
rho2=[]
for i in range(len(t)):
    s=10
    for j in range(len(theta)):
        s=s+g(t[i],fwhm,theta[j])
    s=s+10
    rho2.append(s)

R=20
circle=[R]*len(t)
fig2 = plt.figure()
ax2 = plt.subplot(111, projection='polar')
ax2.plot(t, rho2, linewidth=1.5,color='red')
ax2.set_xticks(np.pi/180. * np.linspace(0,360, 24, endpoint=False))
ax2.set_title("Distribution of Incidence Radiation", va='bottom',y=1.07)
ax2.plot(t,circle,color='k',linewidth=0.5)
ax2.set_theta_zero_location("S")
#ax2.set_xticklabels([]) #MANOLIS CHANGES
ax2.set_yticklabels([]) #MANOLIS CHANGES

fig2.savefig("polar_"+str(system)+".png", dpi=600)
plt.show()

fig3 = plt.figure()
ax3 = plt.subplot(111)
ax3.plot(t[0:-1]*180/np.pi, rho2[0:-1], linewidth=1.5, color='red')
```



```
ax3.set_xticks(np.arange(0, 361, step=45))
ax3.set_title("Distribution of Incidence Radiation", va='bottom', fontsize=12)
ax3.set_xlabel(r'Angle of the Absorber ( °, degrees )', fontsize=12)
ax3.set_ylabel(r'Density of rays', fontsize=12)
fig3.savefig("straight_"+str(system)+".png", dpi=600)
plt.show()

#% %

txtdata1=open("cpc_"+str(system)+".dat",'w')
for i in range(len(t)):
    txtdata1.write(" %f  %f \n"%(t[i],rho2[i]))

rho2=np.asarray(rho2)
txtdata2=open("cpcpolar_"+str(system)+".dat",'w')
for i in range(len(t)):
    txtdata2.write(" %f  %f \n"%(t[i],rho2[i]))

txtdata1.close()
txtdata2.close()
```



## Βιβλιογραφία

1. John A. Duffie and William A. Beckman (2013). “Solar Engineering of Thermal Processes”, Fourth Edition. Solar Energy Laboratory University of Wisconsin-Madison. New Jersey and Canada: John Wiley & Sons.
2. Soteris A. Kalogirou (2014). “Solar Energy Engineering Processes and Systems”, Second Edition. Elsevier.
3. John R. Howell, M. Pinar Mengüç, Kyle Daun, and Robert Siegel (2021). Thermal Radiation Heat Transfer, Seventh Edition. Boca Raton and Oxon: CRC Press, Taylor & Francis Group.
4. Μετεωρολογία-Κλιματολογία, ΔΙΑΛΕΞΗ: ΗΛΙΑΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ, Δρ. Μάρθα Λαζαρίδου – Αθανασιάδου, ΤΕΙ Καβάλας, Τμήμα Δασοπονίας και Διαχείρισης Φυσικού Περιβάλλοντος  
[http://www.teidasoponias.gr/site/news/xtra/morfologia/iliaki\\_aktinovolia.pdf](http://www.teidasoponias.gr/site/news/xtra/morfologia/iliaki_aktinovolia.pdf)
5. Κλίμα και Κλιματική Αλλαγή, Υποστηρικτικές σημειώσεις για το μάθημα Κλίμα και Κλιματική Αλλαγή: Διάδοση Η/Μ ακτινοβολίας – forcing, Κων/νος Καρτάλης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, 2017-2018.  
<https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/PHYS238/%CE%A5%CF%80%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B7%CF%81%CE%B9%CE%BA%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82%20%CF%83%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82%202017-2018.pdf>
6. Ahmet Senpinar (2017). “Optimization of Slope Angles of Photovoltaic Arrays for Different Seasons”, in Ibrahim Dincer, C. Ozgur Colpan and Onder Kizilkan (2018). “Exergetic, Energetic and Environmental Dimensions”. Chapter 2.16, 507-521. Elsevier.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128137345000287>
7. Λιάρτση Τάνια, «Υπολογισμός ηλιακής ενέργειας σε επιφάνειες με διάφορες κλίσεις από συνδυασμό μετρήσεων και μοντέλου» [πτυχιακή εργασία]. Θεσσαλονίκη, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Φυσικής, 2018.  
<http://ikee.lib.auth.gr/record/300359/files/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1%20-%20%CE%9B%CE%B9%CE%AC%CF%81%CF%84%CF%83%CE%B7%20%CE%A4%CE%AC%CE%BD%CE%B9%CE%B1.pdf>
8. Ζώρας Δημήτριος, Τζιώτης Πέτρος, «Συγκριτική πειραματική μελέτη δύο ολοκληρωμένων ηλιακών συσκευών θέρμανσης νερού συλλέκτη – αποθήκης θερμότητας» [πτυχιακή εργασία]. Πάτρα, ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2015.  
<http://repository.library.teiwest.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/3952/%CE%A3%CE%A5%CE%93%CE%9A%CE%A1%CE%99%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%97%20%CE%A0%CE%95%CE%99%CE%A1%CE%91%CE%9C%CE%91%CE>



[%A4%CE%99%CE%9A%CE%97%20%CE%9C%CE%95%CE%9B%CE%95%CE%A4%CE%97%20%CE%94%CE%A5%CE%9F%20%CE%9F%CE%9B%CE%9F%CE%9A%CE%9B%CE%97%CE%A1%CE%A9%CE%9C%CE%95%CE%9D%CE%A9%CE%9D%20%CE%97%CE%9B%CE%99%CE%91%CE%9A%CE%A9%CE%9D%20%CE%A3%CE%A5%CE%A3%CE%9A%CE%95%CE%A5%CE%A9%CE%9D%20%CE%98%CE%95%CE%A1%CE%9C%CE%91%CE%9D%CE%A3%CE%97%CE%A3%20%CE%9D%CE%95%CE%A1%CE%9F%CE%A5%20%CE%A3%CE%A5%CE%9B%CE%9B%CE%95%CE%9A%CE%A4%CE%97%20-%20%CE%91%CE%A0%CE%9F%CE%98%CE%97%CE%9A%CE%97%CE%A3%20%CE%98%CE%95%CE%A1%CE%9C%CE%9F%CE%A4%CE%97%CE%A4%CE%91%CE%A3..pdf?sequence=1&isAllowed=y](#)

9. Ηλιακή Τεχνική / Φωτοβολταϊκά συστήματα, Διαλέξεις: Ηλιακή Ακτινοβολία, Δρ. Εμμανουήλ Σουλιώτης, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2015.
10. Ηλιακή Τεχνική / Φωτοβολταϊκά συστήματα, Διαλέξεις: Ηλιακοί Θερμικοί Συλλέκτες (Μέρος Α), Δρ. Εμμανουήλ Σουλιώτης, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2015.
11. Snell's law, Wikipedia.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s\\_law#Derivation\\_from\\_Fermat's\\_principle](https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s_law#Derivation_from_Fermat's_principle)
12. Σμσερίδης Κωνσταντίνος (2015). «Κβαντική Οπτική και Lasers». Κεφάλαιο 7, 249-270. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.  
<https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/2108/1/%CE%9A%CE%B2%CE%B1%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%20%CE%9F%CF%80%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%20%CE%BA%CE%B1%CE%B9%20Lasers%20%CE%A3%CE%B9%CE%BC%CF%83%CE%B5%CF%81%CE%AF%CE%B4%CE%B7%CF%82.pdf>
13. Fresnel's Equations for Reflection and Transmission  
[https://www.brown.edu/research/labs/mittleman/sites/brown.edu.research.labs.mittleman/files/uploads/lecture13\\_0.pdf](https://www.brown.edu/research/labs/mittleman/sites/brown.edu.research.labs.mittleman/files/uploads/lecture13_0.pdf)
14. Fresnel Equations  
<http://www.patarnott.com/atms749/pdf/FresnelEquations.pdf>
15. D. Yogi Goswami (2015). “Principles of Solar Engineering”, Third Edition. Boca Raton: Taylor & Francis Group.
16. Εμμανουήλ Σουλιώτης, «Ολοκληρωμένες ηλιακές συσκευές θέρμανσης νερού με καμπύλα κάτοπτρα και κυλινδρικούς απορροφητές» [διδακτορική διατριβή]. Πάτρα, Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Φυσικής, 2003.
17. Γεωργοστάθης Παναγιώτης, «Μελέτη συγκεντρωτικών φωτοβολταϊκών / θεμικών ηλιακών συλλεκτών» [μεταπτυχιακή εργασία]. Πάτρα, Πανεπιστήμιο Πατρών, Σχολή Θετικών Επιστημών, 2010.
18. Ηλιακή Ενέργεια





<https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/PHYS145/%CE%97%CE%BB%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%95%CE%BD%CE%AD%CF%81%CE%B3%CE%B5%CE%B9%CE%B1.pdf>

19. Κεφάλαιο 5: Η Ακτινοβολία στην Ατμόσφαιρα  
[https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/3713/1/05\\_chapter\\_05\\_r1.pdf](https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/3713/1/05_chapter_05_r1.pdf)
20. Y. Tripanagnostopoulos and P. Yianoulis, (1996). “CPC solar collectors with multichannel absorber”. Solar Energy 58, pp. 49–61
21. W. T. Welford and R. Winston, (1981). In Solar Energy Handbook of J. Kreider and F. Keith “Principles of Optics Applied to Solar Energy Concentrators”. McGraw–Hill, New York
22. G. H. Spencer and M. V. R. K. Murty, (1962). “General Ray–Tracing Procedure”. J. Optical Soc. of America, 52, pp. 672.
23. P. Bendt, A. Rabl, H. W. Gaul and K. A. Reed, (1972). “Optical Analysis and Optimization of Line Focus Solar Collectors”. Report SERI/TR–34–092 of the Solar Energy Research Institute, Golden, CO.
24. U. Ortabasi and W. M. Buehl, (1980). “An internal cusp reflector for an evacuated tubular heat pipe solar thermal collector”. Solar Energy 25, pp. 67–78.
25. P. C. Eames and B. Norton, (1993). “Validated, unified model for optics and heat transfer in line–axis concentrating solar energy collectors”. Solar Energy 50, pp. 339–355.
26. A. Zacharopoulos, P. C. Eames and B. Norton, (1996). “Optical analysis of a compound parabolic concentrator with four different absorber–envelope configurations, using a ray–trace technique”. In Proc. Int. Conf. WREC IV, 1892–1895, Denver, USA
27. R. Winston, (1970). “Light collection within the framework of geometrical optics”. J. Opt. Soc. Am. 60, pp. 245–247.
28. R. Winston and W. T. Welford, (1978). “The optics of nonimaging concentrators”, Academic Press, New York.
29. W. T. Welford and R. Winston, (1989). “High collection nonimaging optics”, Academic Press, New York.
30. Ζαχαρίας Φροντιστής, «Απομάκρυνση διαταρακτών ενδοκρινικής δράσης από την υδατική φάση με την χρήση προχωρημένων διεργασιών οξείδωσης» [διδακτορική διατριβή]. Χανιά, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, 2011.
31. Danilo Spasiano, Raffaele Marotta, Sixto Malato, Pilar Fernandez-Ibanez, Ilaria Di Somma (2015). “Solar photocatalysis: Materials, reactors, some commercial, and pre-industrialized applications. A comprehensive approach”. Applied Catalysis B: Environmental, 170-171, pp. 90-123.
32. Alexandru Enesca (2021). “The Influence of Photocatalytic Reactors Design and Operating Parameters on the Wastewater Organic Pollutants Removal—A Mini-Review”. Catalysts 2021, 11:5, pp. 556.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

---

