ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΦΛΩΡΙΝΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ"

Σχέσεις περιμέτρου - εμβαδόν με χρήση ΤΠΕ σε φοιτητές Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ ΣΟΛΑΚΗ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

ΦΛΩΡΙΝΑ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2019

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΦΛΩΡΙΝΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Σχέσεις περιμέτρου - εμβαδόν με χρήση ΤΠΕ σε φοιτητές Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ ΣΟΛΑΚΗ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΤΙΤΛΟΥ
Στις «Επιστήμες της Αγωγής»

με εξειδίκευση στις «Θετικές Επιστήμες και Νέες Τεχνολογίες»

ΦΛΩΡΙΝΑ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2019

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη

Στα πλαίσια της παρούσας Διπλωματικής εργασίας, έγινε μια προσπάθεια κατανόησης και αποσαφήνισης των εννοιών της περιμέτρου και του εμβαδού. Αναλύθηκαν οι έννοιες χώρου και γεωμετρικές έννοιες, η μάθηση μέσω μαθηματικών δραστηριοτήτων και επίλυσης προβλημάτων, η διδασκαλία των μαθηματικών και η Γεωμετρία στο Δημοτικό, η γνωστική σύγκρουση ως προϋπόθεση μάθησης στα Μαθηματικά, η διδασκαλία της περιμέτρου και του εμβαδού, η αντίληψη των παιδιών Δημοτικού καθώς και οι παρανοήσεις και οι διδακτικές προϋποθέσεις για τις έννοιες αυτές. Επιπλέον έγινε η παρουσίαση και σύγκριση τριών προγραμμάτων σπουδών, Ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΔΕΠΠΣ – ΑΠΣ), το Νέο Ελληνικό Πρόγραμμα (ΝΠΣ) του 2011 και το πρόγραμμα CCSS της Αμερική, στον άξονα του γνωστικού περιεχομένου Μετρήσεις και Περίμετρος.

Διερευνήθηκε η συμβολή της Ενσώματης Μάθησης, όπως αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί μέσα από την χρήση ΤΠΕ, στην αποσαφήνιση της πρακτικής διάστασης των δύο γεωμετρικών εννοιών, όπου συχνά παρατηρείται οι μαθητές να τελούν υπό σύγχυση γύρω από τη σχέση τους. Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η «Ευκλείδειος Σχολή», ένα εκπαιδευτικό ψηφιακό πρόγραμμα, όπου αξιοποιείται η Ενσώματη Μάθηση μέσω απτικών διεπαφών μέσα σε ένα δυναμικό περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας.

Η εφαρμογή έγινε σε ένα δείγμα από 25 φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης. Αρχικά συμπλήρωσαν την αρχική αξιολόγηση, στην συνέχεια έκαναν χρήση της Ευκλείδειος Σχολή και κατόπιν συμπλήρωσαν την τελική αξιολόγηση. Στην στατιστική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στο πρόγραμμα SPSS και περιγράφεται αναλυτικά στο 4^{o} Κεφάλαιο, αναφέρονται τα ερευνητικά ερωτήματα και τα αποτελέσματα της ανάλυσης (έλεγχοι και μετρήσεις), όπου παρατηρείτε μια στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης. Πράγματι, υπήρχε μία σημαντική βελτίωση της μέσης τιμής των βαθμολογιών των φοιτητών. Στην Αρχική αξιολόγηση είναι 28,8 στα 34 με τυπική απόκλιση 3,38, ενώ στην Τελική αξιολόγηση είναι 32,64 στα 34 με τυπική απόκλιση 1,7.

Λέξεις Κλειδιά: ΤΠΕ, Περίμετρος, Εμβαδόν, Scratch, Μαθηματικά, Γεωμετρία, Απτικές διεπαφές, Ευκλείδειος Σχολή.

Abstract

Within the framework of this Master thesis, an attempt was made to understand and clarify the concepts of perimeter and area. Analysed the concepts of space and geometric concepts, learning through mathematical activities and problem solving, teaching mathematics and geometry in elementary school, cognitive conflict as a prerequisite for learning in mathematics, the teaching of perimeter and area, the perception of elementary school children as well as the misunderstandings and the teaching conditions for these concepts. In addition, three curriculums, the Applied Curriculum, the New Greek Program (NSP) of 2011 and the CCSS program in America were presented and compared on the axis of the cognitive content Measurements and Perimeter.

It has been investigated the contribution of Tangible Learning, as it can be exploited through the use of ICT, has been investigated to clarify the practical dimension of the two geometric concepts, where it is often observed that students are confused about their relationship. For this reason, the "Euclidean school" was designed and implemented, an educational digital program, which exploited the tangible learning through tactile interfaces in a dynamic environment of mixed reality.

The application was made in a sample of 25 students of the pedagogical Department of Primary Education. They first completed the initial assessment, then made use of the Euclidean School and then completed the final evaluation. In the statistical analysis carried out in the SPSS program and described in detail in the 4th chapter, the research questions and the results of the analysis are reported, where you notice a statistically significant difference Initial and final evaluation. Indeed, there was a significant improvement in the average price of student grades. The initial evaluation is 28.8 to 34 with a standard deviation of 3.38, while the final evaluation is 32.64 in 34 with a standard deviation of 1.7.

Keywords: ICT, Perimeter, Area, Scratch, Mathematics, Geometry, Tactile Interfaces, Euclidean School.

Εισαγωγή

Τα Μαθηματικά αποτελούν έναν από τους πυλώνες της υποχρεωτικής εκπαίδευσης προσφέροντας το πεδίο ανάπτυξης γνώσεων και δεξιοτήτων, που προϋποτίθενται για την περαιτέρω ακαδημαϊκή εξέλιξη των μαθητών, την κατάκτηση αυτονομίας στην καθημερινότητα και τη συνολική διαμόρφωση της προσωπικότητάς τους (Kablan, Zeynel, Topan Beyda & Erkan Burak, 2013). Κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών αυτό, που κυρίως επιδιώκεται, είναι να γίνει κατανοητή η χρηστική, πρακτική διάστασή τους, να συνειδητοποιήσουν οι μαθητές ότι τα μαθηματικά έχουν νόημα για την ίδια τους τη ζωή (Cifarelli & Sevim, 2015˙ Παπαδόπουλος, 2013˙ Van de Walle, 2005). Αυτό μπορεί να συμβεί, όταν η οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης γίνεται μέσα από διάφορες οπτικές γωνίες και πλαίσια, όπου ο μαθητής κατανοεί βάσει συσχετίσεων ανάμεσα στο αφηρημένο και το συγκεκριμένο (συσχετιστική κατανόηση), με πολλαπλά οφέλη σε γνωστικό, μεταγνωστικό και συναισθηματικό επίπεδο (Κολέζα, 2000˙ Olanoff, Lo & Tobias, 2014). Για την επίτευξη μιας τέτοιας μορφής μαθησιακής διαδικασίας, όπου ο μαθησιακός στόχος κατακτάτε με ευέλικτες, ποικιλότροπες και πολυμεθοδικές διδακτικές πράξεις, αξιοποιήθηκε η χρήση ΤΠΕ μεταξύ άλλων μαθημάτων και στον τομέα των Μαθηματικών (Jonassen & Howland, 2003˙ Jupri, Drijvers & van de Heuvel – Panhuizen, 2015). Το βασικό εκπαιδευτικό πλεονέκτημα της χρήσης ΤΠΕ είναι ότι προσφέρεται ως περιβάλλον κι εργαλείο μάθησης ταυτόχρονα με ποικίλες δυνατότητες (NCTM, 2000). Μεταξύ των δυνατοτήτων αυτών τα τελευταία χρόνια παρατηρείται ότι οι Απτικές Διεπαφές «κερδίζουν έδαφος» ως εκπαιδευτικό μέσο (Manches & O’Malley, 2012), ωστόσο η έρευνα για τη συμβολή τους στον τομέα των Μαθηματικών πρόσφατα ξεκίνησε και παραμένει περιορισμένη σε συγκεκριμένα γνωστικά αντικείμενα. Οι Απτικές Διεπαφές αφορούν στο ευρύτερο πλαίσιο της Ενσώματης Μάθησης, όπου υπογραμμίζεται η σημαντικότητα της αισθητηριακής αντίληψης και κίνησης στην κατάκτηση μάθησης (Skulmowski, Pradel, Kühnert, Brunnett & Rey, 2016).

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η συμβολή της Ενσώματης Μάθησης, όπως αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί μέσα από την χρήση ΤΠΕ, στην αποσαφήνιση της πρακτικής διάστασης δύο γεωμετρικών εννοιών, του εμβαδού και της περιμέτρου, όπου συχνά παρατηρείται οι μαθητές να τελούν υπό σύγχυση γύρω από τη σχέση τους.

Στο πρώτο κεφάλαιο αναλύεται το θεωρητικό υπόβαθρο, δηλαδή γιατί μαθαίνουμε μαθηματικά, οι έννοιες χώροι και γεωμετρικές έννοιες, η μάθηση μέσω μαθηματικών δραστηριοτήτων, τα χαρακτηριστικά και παραδείγματα υψηλού και χαμηλού επιπέδου δραστηριότητας, η επίλυση προβλημάτων, η διδασκαλία των μαθηματικών, της Γεωμετρίας και συγκεκριμένα της περιμέτρου και του εμβαδού στο Δημοτικό Σχολείο, η αντίληψη των παιδιών σχετικά με τις έννοιες αυτές και οι διδακτικές προϋποθέσεις αλλά και οι παρανοήσεις που κατέχουν τα παιδιά. Επιπλέον στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται μία παρουσίαση και σύγκριση των τριών προγραμμάτων σπουδών, το Ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΔΕΠΠΣ – ΑΠΣ), το Νέο Ελληνικό Πρόγραμμα (ΝΠΣ) του 2011 και το πρόγραμμα CCSS της Αμερική, στον άξονα του γνωστικού περιεχομένου Μετρήσεις και Περίμετρος. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται λόγος για τη χρήση των ΤΠΕ στην υπηρεσία της Διδακτικής, για την τεχνολογία στα μαθηματικά, για τα διαδραστικά συστήματα απτικής διεπαφής και την αξιοποίηση των δυναμικών περιβαλλόντων στην Μαθηματική εκπαίδευση. Επίσης γίνεται μια επεξήγηση στο τι είναι προγραμματισμός και τι είναι το Scratch.

Ύστερα από ανασκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας προτείνεται και εφαρμόζεται στο κεφάλαιο 3, ένα ψηφιακό εκπαιδευτικό πρόγραμμα Απτικών Διεπαφών, όπου προωθείται η Ενσώματη Μάθηση, για τη λύση της γνωστικής σύγκρουσης, που πιθανά υπάρχει σε φοιτητές της παιδαγωγικής σχολής του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας ως προς τη σχέση εμβαδού και περιμέτρου. Με τη στατιστική ανάλυση που περιγράφεται διεξοδικά στο 4 κεφάλαιο εξάγουμε τα συμπεράσματα του δείγματος και της έρευνας μας και καταλήγουμε στη συζήτηση των αποτελεσμάτων, όπου δρομολογείται το πλαίσιο κάτω από το οποίο αυτό το πεδίο των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (ΤΠΕ) συμβάλει στην καλύτερη κι ευρύτερη οικοδόμηση της γεωμετρικής γνώσης και σκέψης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 –ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ

Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της ανθρώπινης σκέψης είναι η ικανότητα έκφρασης μιας ιδέας με πολλούς τρόπους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το γεγονός ότι παρουσιάζεται ένα σχέδιο ή μια εικόνα ως επεξήγηση μιας φράσης ή ενός κειμένου, χωρίς να παρέχεται οποιαδήποτε εξήγηση.

Κατά συνέπεια, η εκπαιδευτική πράξη, η οποία είναι μια από τις εκφράσεις τις ανθρώπινης σκέψης, χαρακτηρίζεται από τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων με στόχο την απόδοση ιδεών με διαφορετικούς τρόπους. Κατ’ επέκταση, η Μαθηματική Εκπαίδευση ως αναπόσπαστο μέρος της εκπαιδευτικής πράξης, που περιλαμβάνει σύνολα ιδεών και εννοιών, αποτελεί επίσης τομέα της ανθρώπινης δραστηριότητας και σκέψης, ο οποίος χαρακτηρίζεται από τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων. Σύμφωνα με τον Kaput (Γραββάνη Κ., 2006), τα μαθηματικά αποτελούν ένα επιστημονικό οικοδόμημα που εξετάζει τη διαδικασία της αναπαράστασης από μια δομή σε άλλη. «Μεγάλο μέρος της δουλειάς που γίνεται στα μαθηματικά επικεντρώνεται στον εντοπισμό εκείνης της δομής που τελικά διατηρείται μετά την αναπαράσταση».

Η ανάγκη μελέτης της έννοιας της αναπαράστασης προκύπτει τόσο για πρακτικούς όσο και για θεωρητικούς λόγους. Οι πρακτικοί λόγοι αφορούν στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στη μετάφραση από τη μια αναπαράσταση στην άλλη σε σχέση με τις μαθηματικές έννοιες, καθώς επίσης και ανάμεσα στην καθημερινή εμπειρία και τα μαθηματικά.

Τα παιδιά από μικρή ηλικία έρχονται καθημερινά σε επαφή με μια μεγάλη ποικιλία εξωτερικών αναπαραστάσεων μέσα στα πλαίσια της διδασκαλίας των μαθηματικών. Στόχος της διδασκαλίας είναι η σε βάθος κατανόηση των μαθηματικών εννοιών μέσα από τη δημιουργία πλούσιων και καλά οργανωμένων νοητικών αναπαραστάσεων. Η κατανόηση μιας έννοιας προϋποθέτει την ικανότητα αναγνώρισης της έννοιας, όταν αυτή παρουσιάζεται με μια ποικιλία ποιοτικά διαφορετικών συστημάτων αναπαράστασης, την ικανότητα ευέλικτου χειρισμού της έννοιας μέσα στα συγκεκριμένα συστήματα αναπαράστασης και τέλος, την ικανότητα μετάφρασης της έννοιας από το ένα σύστημα στο άλλο. Η ικανότητα μετάφρασης από το ένα σύστημα αναπαράστασης στο άλλο είναι ιδιαίτερα σημαντική τόσο για τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών όσο και για την επίλυση προβλήματος (Γαγάτση, Α., Μιχαηλίδου, Ε., & Σιακαλλή, Μ., 2000).

Γιατί μαθαίνουμε Μαθηματικά;

Καμία προσπάθεια για αποτελεσματική διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών δεν θα είχε νόημα αν η μαθηματική γνώση δεν αναγνωρίζονταν κοινωνικά και επιστημονικά ως σημαντική και απαραίτητη. Είναι πιθανό στην ερώτηση «γιατί μαθαίνουμε Μαθηματικά;» να μην δίνονται παρά γενικές και ασαφείς απαντήσεις όπως «γιατί καλλιεργούν τη σκέψη», «γιατί κάνουν τον άνθρωπο ικανό να λύνει προβλήματα», «γιατί χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές», η σημασία όμως γι’ αυτήν τη μάθηση δεν αμφισβητείται από κανέναν.

Είναι γνωστό ότι τα προγράμματα σπουδών περιλαμβάνουν πολλές μαθηματικές έννοιες, οι γνώσεις των Μαθηματικών στηρίζουν συχνά εξεταστικές διαδικασίες και αποδεικνύουν ικανότητες αλλά είναι λιγότερο γνωστό τελικά πόσες από αυτές τις γνώσεις μαθαίνει, κατανοεί και χρησιμοποιεί ο μέσος άνθρωπος.

Έρευνες που πραγματοποιήθηκαν στην Ελλάδα και παγκόσμια έδειξαν ότι περίπου τα 2/3 των μαθητών, τουλάχιστον με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας, δεν καταφέρνουν να προσεγγίσουν βασικές μαθηματικές έννοιες και δυσκολεύονται να αντιμετωπίσουν στοιχειώδη μαθηματικά προβλήματα (Τζεκάκη Μ., 2007).

Μπορεί εύκολα να υποστηριχθεί ότι το αίτημα «Μαθηματικά για όλους» σχετίζεται αρχικά με ζητήματα δημοκρατίας και κοινωνικής δικαιοσύνης (Τζεκάκη Μ., 2007), το ερώτημα όμως παραμένει: γιατί το να μάθουμε όλοι μαθηματικά γίνεται τα τελευταία πενήντα χρόνια ευκαιρία και δικαίωμα; Οι λόγοι γι’ αυτό είναι πολλοί, με τους σπουδαιότερους να επικεντρώνονται στα εξής:

- Γιατί τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα στην καθημερινή ζωή
- Γιατί τα Μαθηματικά αναπτύσσουν συλλογιστική ικανότητα
- Γιατί τα Μαθηματικά έχουν πολιτισμική αξία

Η απάντηση λοιπόν στο αρχικό ερώτημα, «*Γιατί μαθαίνουμε Μαθηματικά*», είναι ότι μαθαίνουμε Μαθηματικά γιατί μας είναι χρήσιμα και μας βοηθούν να αποκτήσουμε συλλογιστική δύναμη. Παράλληλα, γιατί αποτελούν ένα υψηλό ανθρώπινο δημιούργημα στο οποίο η εκπαίδευση οφείλει να προσφέρει πρόσβαση (Τζεκάκη Μ., 2007).

Έννοιες χώρου και γεωμετρικές έννοιες

Η διδασκαλία των Μαθηματικών ιδιαίτερα για τις μικρές ηλικίες, ήταν για πολλά χρόνια προσανατολισμένη στις λεγόμενες προ-μαθηματικές έννοιες και κατά συνέπεια έριχνε ένα ιδιαίτερο βάρος σε αυτές πριν καταλήξει τελικά στην ουσιαστική μάθηση. Στη λογική αυτή η ανάπτυξη «χωρικής σκέψης» και η είσοδος στο σχηματισμό γεωμετρικών εννοιών περιορίζονταν σε απλές έννοιες χώρου και στις ονομασίες γεωμετρικών σχημάτων. Γενικότερα η ανάπτυξη χωρικών και γεωμετρικών εννοιών σε όλο το φάσμα της εκπαίδευσης εμφανίζεται μειωμένο σε σχέση, αρχικά με τις αριθμητικές και μεταγενέστερα τις αλγεβρικές έννοιες (Τζεκάκη Μ., 2007).

Τα τελευταία χρόνια αποδίδεται μια μεγαλύτερη σημασία στην ανάπτυξη χωρικής και γεωμετρικής σκέψης καθώς ο χώρος και οι εμπειρίες μέσα σε αυτόν, εκτός από το να αποτελούν μια πρώτη πηγή εννοιών, στηρίζουν τη μαθηματική σκέψη των παιδιών και αποτελούν βάση ανάπτυξης μαθηματικού συλλογισμού σε πολλά επίπεδα. Έτσι, για παράδειγμα, η λύση προβλημάτων και η δημιουργία μοντέλων στηρίζονται σημαντικά στη δημιουργία σχημάτων, διαγραμμάτων ή άλλων παραστάσεων με γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Η χωρική σκέψη συνδέεται ιδιαίτερα με ότι αποκαλείται *εικονοποίηση* ή *οπτικοποίηση* (visualization) και *οπτικοποιημένη σκέψη* (visual thinking, visual imagery) λόγω της οπτικής αντίληψης και αναπαράστασης χωρικών ή γεωμετρικών σχέσεων, αρχικά με απλά μορφικά στοιχεία και μεταγενέστερα με πιο σύνθετα μαθηματικά. Η έρευνα σε αυτό το επίπεδο μπορεί να διαιρεθεί, σύμφωνα και με το ερευνητικό προσανατολισμό, τόσο σε επίπεδο μάθησης όσο και σε επίπεδο διδασκαλίας σε τρείς κατηγορίες (Τζεκάκη Μ., 2007):

1. Την ανάπτυξη χωρικής σκέψης (spatial thinking).

Η κατανόηση του χώρου αποτελεί μια θεμελιώδη ανάγκη, γιατί το άτομο βρίσκεται από τη γέννηση του και λειτουργεί μέσα σε αυτόν.

Ως χωρική αίσθηση (spatial sense) νοείται μια διαισθητική αντίληψη για το χώρο που μας περιβάλλει και τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν. Η ανάπτυξη της στηρίζεται σε χωρικές εμπειρίες που εμπλέκουν τις σχέσεις αντικειμένων με έννοιες όπως η διεύθυνση, η τοποθέτηση, ο προσανατολισμός και οι μετασχηματισμοί (σχέσεις που δείχνουν θέσεις δύο ή τριών αντικειμένων).

2. Την ανάπτυξη γεωμετρικής σκέψης (geometrical thinking)

Ως γεωμετρική σκέψη νοείται η νοητική δραστηριότητα που οργανώνει και επεξεργάζεται τα στοιχεία του βιωμένο χώρου (in context) ώστε να μετασχηματίσει σε γεωμετρικά αντικείμενα και σχέσεις. Το πέρασμα από τα βιώματα του χώρου στην ανάδειξη και κατανόηση ενός μοντέλου του, όπως είναι ο γεωμετρικός χώρος, δεν είναι αυτονόητη διαδικασία. Προϋποθέτει τη μετεξέλιξη των άτυπων χωρικών εμπειριών σε συστηματοποιημένες ιδέες, δηλαδή την ανάπτυξη μιας λειτουργικής αντίληψης που οδηγεί στην αναγνώριση ομοιοτήτων, επαναλαμβανόμενων ιδιοτήτων, κανόνων και σχέσεων.

Ο Fisbein (Τζεκάκη Μ., 2007) υποστηρίζει ότι η μοντελοποίηση του χώρου είναι ένα σύνθετο σύστημα αντιλήψεων (δράσεων, μιμήσεων και προσδοκιών) που επιτρέπουν στο άτομο να ερμηνεύσει την πραγματικότητα, ξεκινώντας από τη διαμόρφωση μιας υποκειμενικής αντίληψης προς την ανάπτυξη μιας περισσότερο αντικειμενικής. Έτσι, για παράδειγμα μια γεωμετρική έννοια, όπως η ευθεία, είναι μια αφηρημένη οντότητα που παριστάνεται με έναν τρόπο γεωμετρικά. Η παράσταση αυτή δεν αποδίδει αυτό που είναι, αλλά αυτό που «νοούμε» γι' αυτήν ότι είναι.

3. Την ανάπτυξη της οπτικοποιημένης σκέψης (visual thinking)

Από την εποχή του Piaget, την προσοχή τράβηξε η σχέση ανάμεσα στην οπτική και τη νοερή αντίληψη, όπου η οπτική αφορούσε την άμεση αντίληψη όσων βλέπουμε, ενώ η παράσταση ή η νοερή αντίληψη αφορά την εικόνα που δημιουργούμε για όσα έχουμε δει. Με την έννοια αυτή η έκφραση «*εικονοποίηση ή οπτικοποίηση*» αφορούσε, με απλά λόγια, το να «*βλέπει*» το άτομο κάτι με το μυαλό, δηλαδή να δημιουργεί μία νοερή εικόνα για αντικείμενα ή καταστάσεις στο χώρο.

Είναι φανερό ότι η μελέτη του χώρου και η ανάπτυξη γεωμετρικής σκέψης συνδέεται στενά με μια διαδικασία που μπορεί να περιγραφεί ως «*σκέψη μέσω οπτικών εικόνων*». Η μεγάλη σημασία που αποδίδεται στη διαδικασία αυτή κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, οδήγησε τους ερευνητές να την περιγράψουν πιο λεπτομερειακά ως *(Τζεκάκη Μ., 2007)*:

«τη διαδικασία κατασκευής και μετασχηματισμού των στοιχείων της νοερής οπτικής εξεικόνισης (visual mental imagery) και όλες τις παραστάσεις χωρικής φύσης που εμπλέκονται στα Μαθηματικά»

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας

Οι τέσσερις στόχοι της Γεωμετρίας μπορούν να συνοψισθούν στους ακόλουθους τίτλους: *Σχήματα* και *Ιδιότητες*, *Μετασχηματισμός*, *Θέση στο χώρο* και *Νοερή απεικόνιση*,

- Το «*Σχήματα* και *Ιδιότητες»* περιλαμβάνει τη μελέτη των ιδιοτήτων των σχημάτων, τόσο των δισδιάστατων όσο και των τρισδιάστατων, καθώς επίσης και τη μελέτη των σχέσεων που θεμελιώνονται σε ιδιότητες
- Ο *Μετασχηματισμός* περιλαμβάνει τη μελέτη μεταφράσεων, αντανακλάσεων και περιστροφών (γλιστρήματα, τινάγματα και στροφές) και τη μελέτη της συμμετρίας.
- Η *Θέση στο χώρο* αναφέρεται πρωτίστως στο συντονισμό της γεωμετρίας ή άλλων τρόπων συγκεκριμενοποίησης του πως τοποθετούνται τα αντικείμενα στο επίπεδο ή στο χώρο.

- Η *Νοερή απεικόνιση*, περιλαμβάνει την αναγνώριση σχημάτων στο περιβάλλον, την ανάπτυξη σχέσεων δισδιάστατων και τρισδιάστατων αντικειμένων από άλλες οπτικές γωνίες.

Η αξία αυτών των στόχων του περιεχομένου είναι ότι επιτέλους υπάρχει ένα πλαίσιο του περιεχομένου, που να χωρίζει τις τάξεις με τέτοιον τρόπο, ώστε τόσο οι εκπαιδευτικού όσο και οι σχεδιαστές του προγράμματος σπουδών, να μπορούν να εξετάζουν την ανάπτυξη από χρόνο σε χρόνο (Van de Walle, J.A., 2007).

Συνήθεις δυσκολίες στην ανάπτυξη τύπων

Η εννοιολογική ανάπτυξη των τύπων είναι πολλή πιο σημαντική από το να παρέχει απλά στα παιδιά τύπους. Όταν τα παιδιά αναπτύσσουν τύπους, κερδίζουν σε επίπεδο εννοιολογικής κατανόησης των ιδεών και των σχέσεων που εμπλέκονται και ασχολούνται με μία από τις πραγματικές διαδικασίες της ενασχόλησης με τα μαθηματικά. Υπάρχει μικρότερη πιθανότητα τα παιδιά να μπερδέψουν το εμβαδόν και την περίμετρο. Για παράδειγμα, τα παιδιά μπορούν να δουν πως όλοι οι τύποι για το εμβαδόν συνδέονται με μία ιδέα: το μήκος της βάσης επί το ύψος. Τα παιδιά που καταλαβαίνουν πως προκύπτουν οι τύποι δεν τους θεωρούν ως μυστήρια, τείνουν να τους θυμούνται πιο εύκολα και ενισχύουν την ιδέα ότι τα μαθηματικά έχουν λογική. Η χρήση των τύπων με αποστήθιση από ένα βιβλίο δεν προσφέρει κανένα από αυτά τα πλεονεκτήματα.

Τα αποτελέσματα της Εθνικής Αξιολόγησης της Εκπαιδευτικής Προόδου (NAEP) δείχνουν ξεκάθαρα ότι τα παιδιά δεν έχουν καλή κατανόηση των τύπων. Για παράδειγμα στην NAEP, μόνο το 19% των παιδιών της τέταρτης τάξης και το 65% των παιδιών της έκτης τάξης μπόρεσαν να δώσουν το εμβαδόν ενός χαλιού με μήκος 9 πόδια και πλάτος 6 πόδια (Kenney & Kouba, 1997). Ένα συνηθισμένο λάθος είναι να μπερδεύουν τους τύπους για το εμβαδόν και την περίμετρο. Τέτοιου είδους επιδόσεις οφείλονται κατά κύριο λόγο στην υπερβολική προσοχή που δίνεται στους τύπους χωρίς να υπάρχει σχεδόν καθόλου το σχετικό υπόβαθρο.

Ένα άλλον συνηθισμένο λάθος όταν τα παιδιά χρησιμοποιούν τύπους προκύπτει από την αποτυχία τους να δομήσουν στο μυαλό τους την έννοια τους ύψους και της βάσης τόσο σε δισδιάστατα όσο και σε τρισδιάστατα γεωμετρικά σχέδια. Για παράδειγμα σε σχήματα με που το καθένα έχει μια κυρτή πλευρά και ένα ύψος που δίνεται, τα παιδιά τείνουν να τα μπερδεύουν. Οποιαδήποτε πλευρά ή επίπεδη επιφάνεια μπορεί να ονομαστεί σε αυτά τα σχήματα βάση. Για κάθε βάση που έχει το σχήμα, υπάρχει και το αντίστοιχο ύψος.

Τα παιδιά έχουν πολλές πρώιμες εμπειρίες με τον τύπο μήκος-επί-πλάτος για τα παραλληλόγραμμα στα οποία το ύψος είναι ακριβώς το ίδιο με το μήκος της πλευράς. Ίσως αυτό να τους προσκαλεί και τη σύγχυση. Προτού συζητηθούν οι τύποι που περιλαμβάνουν ύψη, τα παιδιά θα πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίσουν που μπορεί να μετρηθεί το κάθε ύψος για οποιαδήποτε βάση έχει το κάθε σχήμα (Van de Walle, J.A., 2007).

Το εμβαδόν των ορθογωνίων, των παραλληλογράμμων, των Τριγώνων και των Τραπεζίων

Ο τύπος για το εμβαδόν ενός ορθογωνίου είναι ο πρώτος που αναπτύσσεται και συνήθως παρουσιάζεται ως Ε=Μ * Π «εμβαδόν ίσον με μήκος επί πλάτος». Προτρέχοντας σε άλλους τύπους εμβαδού, μια ισοδύναμη αλλά πιο συνεκτική ιδέα θα ήταν Ε=Β * Υ «εμβαδόν ίσον βάση επί ύψος». Η διατύπωση βάση επί ύψος μπορεί να γενικευτεί σε όλα τα παραλληλόγραμμα (όχι μόνο τα ορθογώνια), ενώ χρησιμεύει και στην ανάπτυξη των τύπων εμβαδού για τρίγωνα και τραπέζια. Επιπλέον, η ίδια προσέγγιση μπορεί να επεκταθεί και στις τρεις διαστάσεις, όπου ο όγκος των κυλίνδρων εκφράζεται ως το εμβαδόν της βάσης επί το ύψος. Ο τύπος βάση επί ύψος, λοιπόν, βοηθά να συνδεθεί μια μεγάλη οικογένεια τύπων, οι οποίοι διαφορετικά θα έπρεπε να αναπτυχθούν ανεξάρτητα (Van de Walle, J.A., 2007).

Μάθηση μέσω μαθηματικών δραστηριοτήτων

Για να αναπτύξουμε μια μαθηματική δραστηριότητα χρειάζεται να προκαλέσουμε το ενδιαφέρον των παιδιών που προσεγγίζοντας τα μέσα από καταστάσεις και προβλήματα που τους αφορούν θα καταφέρουν να κατανοήσουν τι σημαίνει δουλεύω με μαθηματικό τρόπο και κατά συνέπεια τι είναι τα Μαθηματικά, τι αφορούν, τι μπορούν να κάνουν, γιατί δημιουργούνται και πως μπορούμε να τα χρησιμοποιήσουμε (Τζεκάκη Μ., 2007).

Η διερευνητική στάση απέναντι στα Μαθηματικά είναι απαραίτητο να σχετίζεται με την ανάγκη ή τη χρησιμότητα που η γνώση που επιδιώκουμε να αναπτύξουμε αποκτά στα μάτια του μαθητή, μέσα από κατάλληλα σχεδιασμένες δραστηριότητες, σημαντικές ερωτήσεις, δράσεις, προβλήματα και παιχνίδια που τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών και ο εκπαιδευτικός καλούνται να οργανώσουν.

Μερικά παιδιά αποκλείονται από αυτήν τη μοναδική ευκαιρία να μάθουν Μαθηματικά. Έτσι είναι σημαντικό να γίνουν ελκυστικά, να αισθάνονται όλα τα παιδιά ότι μπορούν να κατανοήσουν και να τα χρησιμοποιήσουν και για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητο να τα διευκολύνουμε να προσεγγίσουν τη φύση τους, τον τρόπο ανάπτυξης τους και να δώσουν αξία στην εφαρμοσιμότητά τους σε όσα τους αφορούν (Τζεκάκη Μ., 2007).

Τι είναι μια μαθηματική δραστηριότητα;

Οι περισσότεροι θα είχαν την τάση να πιστεύουν ότι μαθηματική ονομάζεται κάθε δραστηριότητα που εμπλέκει μαθηματικά αντικείμενα, όπως αριθμούς, σχήματα, πράξεις, τύπους, εξισώσεις κλπ. Στην πραγματικότητα πολλές από αυτές τις δραστηριότητες δεν είναι μαθηματικές ή δεν είναι καν δραστηριότητες.

Με βάση τη γενική παραδοχή ότι το άτομο αναπτύσσει μια νέα γνώση όταν τη χρειάζεται, δηλαδή όταν είναι αντιμέτωπος με μία κατάσταση την οποία δεν μπορεί να διαχειριστεί με τις προηγούμενες γνώσεις που διαθέτει, η γένεση ή η ανάπτυξη μιας μαθηματικής έννοιας απαιτεί καταστάσεις που είναι ειδικά σχεδιασμένες για να οδηγήσουν στη γένεση ή στην ανάπτυξη αυτή (Τζεκάκη Μ., 2007). Η επιλογή ή ο σχεδιασμός τέτοιων καταστάσεων δεν φαίνεται να είναι όσο απλός θα μπορούσε να υποτεθεί. Οι αιτίες γι’ αυτό είναι πολλές, επιγραμματικά συνοψίζονται στις κάτωθι:

- ❖ Οι μαθηματικές δραστηριότητες δεν είναι μεμονωμένες
- ❖ Οι μαθηματικές δραστηριότητες χρειάζεται να προκαλούν δράση και σκέψη
- ❖ Οι μαθηματικές δραστηριότητες αφορούν την αυτόνομη δράση του μαθητή

Ο σχεδιασμός δραστηριοτήτων για τη μαθηματική εκπαίδευση λοιπόν, έχει σημαντικές δυσκολίες γιατί οι έννοιες αναπτύσσονται μέσα από σύνολα καταστάσεων που εμπλέκουν περισσότερες ιδέες, η δράση των μαθητών σε αυτές μπορεί να ξεφύγει από τον επιδιωκόμενο στόχο ή να μην οδηγήσει στην ανάπτυξη νέων ιδεών και γιατί η ενασχόληση των μαθητών αλλά και ο τρόπος διαχείρισής τους από τον εκπαιδευτικό μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένη αναζήτηση από την μεριά των παιδιών (Τζεκάκη Μ., 2007)..

Χαρακτηριστικά μιας μαθηματικής δραστηριότητας

Με δεδομένο ότι μια δραστηριότητα σχεδιάζεται για την ανάπτυξη μιας έννοιας ή μιας όψης της, ο σχεδιασμός της, εκτός από το να βρίσκεται στο πεδίο των ενδιαφερόντων των παιδιών είναι απαραίτητο να ενθαρρύνει τη ***δράση*** τους όπως και/τη ***λεκτική*** ή άλλη αναπαραστατική απόδοση αυτής της δράσης. Σε ένα σύνολο δραστηριοτήτων που στοχεύουν στην ανάπτυξη μια έννοιας ο μαθητής είναι απαραίτητο να αναγνωρίζει τα χαρακτηριστικά που παραμένουν κοινά σε όλες τις δραστηριότητες και να οδηγείται σε μία πρώτης μορφής γενίκευση. Ένα επιπλέον στοιχείο που είναι απαραίτητο να πλαισιώνει μια δραστηριότητα ώστε να επιτρέπει στα παιδιά αυτόνομες βελτιώσεις είναι ο ***έλεγχος*** της ορθότητας της δράσης ή της αναπαράστασης που χρησιμοποίησαν (Τζεκάκη Μ., 2007).

Οι δραστηριότητες που οδηγούν σε μαθηματικές έννοιες είναι σχεδιασμένες με τρόπο ώστε να προκαλούν τη μαθηματική δράση του παιδιού, δηλαδή μια συστηματική αναζήτηση που, με βάση ένα κίνητρο, οδηγεί σε ιδιότητες, σχέσεις και επιτρέπει τη δημιουργία πιο γενικών ιδεών.

Η λεκτική παρουσίαση της δράσης του από την πλευρά του μαθητή και οι ανταλλαγές μεταξύ μαθητών, αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό των μαθηματικών δραστηριοτήτων. Μέσα από αυτές τα παιδιά επανοργανώνουν τη σκέψη τους και διαμορφώνουν νοήματα.

Μια δράση στο πλαίσιο μια δραστηριότητας δεν ολοκληρώνεται αν τα παιδιά δεν είναι σε θέση να ελέγξουν την ορθότητα αυτής της δράσης. Οι κατάλληλες διαδικασίες ελέγχου που επιτρέπουν την επανεξέταση της δράσης τους οδηγούν τους μαθητές στις απαραίτητες προσαρμογές που χρειάζονται για να οδηγηθούν σε καλύτερα αποτελέσματα και μέσα από αυτές στη δημιουργία νέων ιδεών.

Η ολοκλήρωση μιας δραστηριότητας ή μιας ομάδας δραστηριοτήτων πραγματοποιείται μέσα από μια φάση επισημοποίησης στην οποία μπορούν να οδηγηθούν οι μαθητές και μέσα από μετα-δραστηριότητες. Στη φάση αυτή σταθεροποιείται η γνώση που έχει παραχθεί στη διάρκεια της δράσης και του ελέγχου της (Τζεκάκη Μ., 2007).

Σύμφωνα με την Κολέζα *(Κολέζα Ε., 2007),* για να χαρακτηριστεί «καλή» η μαθηματική δραστηριότητα πρέπει:

- Να είναι πλούσια, αυθεντική, ένα πραγματικό πρόβλημα που έχει ενδιαφέρον να εμπλακεί κάποιος στη λύση του.

- ❖ Να συν-διαμορφώνεται από τον δάσκαλο και τους μαθητές.
- ❖ Να έχει σαφές και σημαντικούς στόχους.
- ❖ Να επιτρέπει τον προβληματισμό και να έχει προοπτικές επέκτασης.
- ❖ Τα αποτελέσματα να μπορούν να ενταχθούν σε ένα ευρύτερο πλαίσιο μέσα και έξω από το σχολείο.
- ❖ Να υποκινεί αι να υποστηρίζει την ανάπτυξη σημαντικών ικανοτήτων.
- ❖ Να είναι προσιτή σε κάθε μαθητή, τουλάχιστον στο ξεκίνημα.
- ❖ Να αποτελεί πρόκληση για τους καλούς μαθητές, χωρίς να αποθαρρύνονται οι πιο αδύνατοι.
- ❖ Να παρακινεί τα παιδιά στο να σκεφθούν, να διατυπώνουν υποθέσεις, να ελέγχουν, να παίρνουν αποφάσεις και να αναστοχάζονται.
- ❖ Να επιδέχεται διάφορες προσεγγίσεις.
- ❖ Να προωθεί τη συζήτηση και την επικοινωνία.
- ❖ Να ενθαρρύνει ερωτήσεις της μορφής «τι θα συνέβαινε αν».

Παράδειγμα υψηλού και χαμηλού επιπέδου δραστηριοτήτων

Ας δούμε αναλυτικά ένα παράδειγμα υψηλού και χαμηλού επιπέδου δραστηριοτήτων και ας τις συγκρίνουμε ως προς το σε τι μοιάζουν και σε τι διαφέρουν *(Κολέζα Ε., 2007)*.

Η μοκέτα:

Η Μάρθα θέλει να στρώσει μοκέτα σε ένα χώρο με διαστάσεις 15μ. επί 10μ. Πόσα τετραγωνικά μέτρα μοκέτας πρέπει να αγοράσει;

Η περίφραξη:

Σε μια άκρη του κήπου, μια οικογένεια αποφάσισε να φτιάξει μια ορθογώνια περίφραξη για να κινούνται τα κουνέλια. Έχουν μόνο 24 μέτρα συρματόπλεγμα.

1. Θέλουν τα κουνέλια να έχουν όσο το δυνατόν περισσότερο χώρο / επιφάνεια για να κινούνται. Πόσο μήκος πρέπει να έχουν οι πλευρές της περίφραξης;
2. Πόσο μήκος θα είχαν οι πλευρές της περίφραξης αν υπήρχαν μόνο 16 μέτρα συρματόπλεγμα;
3. Πως μπορείς να προσδιορίσεις τις διαστάσεις της περίφραξης για οποιοδήποτε μήκος συρματοπλέγματος, αν ήθελες πάντα να έχεις όσο το δυνατόν μεγαλύτερη επιφάνεια για να αναπτυχθούν τα κουνέλια;

Σε τι μοιάζουν;

Αναφέρονται και οι δύο σε εμβαδόν. Και οι δύο απαιτούν γνώση του εμβαδού.

Σε τι διαφέρουν;

- Στον τρόπο που χρησιμοποιείται ο τύπος του εμβαδού.
- Στην ανάγκη για γενίκευση.
- Στο είδος του συλλογισμού που απαιτείται.
- Στον αριθμό των τρόπων που λύνεται το πρόβλημα.

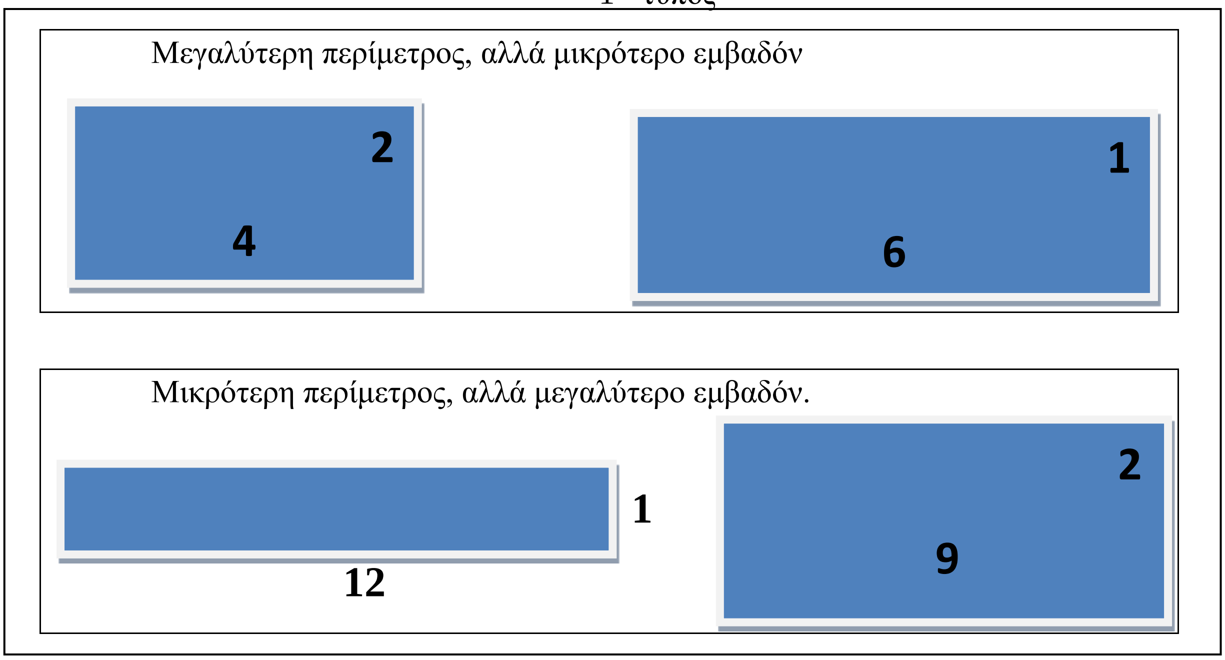
Παρατηρούμε ότι ο στόχος μια δραστηριότητας -σε σχέση με την κατανόηση- είναι αμφίδρομος;

- ❖ Δραστηριότητες προκειμένου οι μαθητές να κατανοήσουν μια έννοια ή μια διαδικασία
- ❖ Δραστηριότητες προκειμένου ο δάσκαλος να κατανοήσει το επίπεδο των μαθητών του

Παραδείγματα παιδαγωγικού χειρισμού Γεωμετρικού θέματος

Δύο τύποι αντιπαραδειγμάτων *(Κολέζα Ε., 2007).*

1ος τύπος

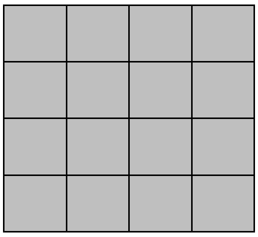


2ος τύπος

Ίδια περίμετρος, αλλά διαφορετικό εμβαδόν.

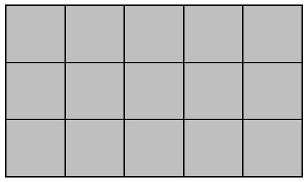
Περίμετρος = 16

Εμβαδόν = 16



Περίμετρος = 16

Εμβαδόν = 15



Ίδιο εμβαδόν, αλλά διαφορετική περίμετρος.

Περίμετρος = 34 Εμβαδόν = 16

Ανάλυση των συνθηκών:

Τρεις περιπτώσεις παράγουν μια αύξηση στην περίμετρο

- Εάν το μήκος ή το πλάτος αυξάνεται
- Εάν το μήκος και το πλάτος αυξάνονται
- Εάν είτε το μήκος είτε το πλάτος αυξάνονται, αλλά το άλλο μέτρο μειώνεται.

Μαθηματική λύση (Γενίκευση)

Όταν μια αύξηση στην περίμετρο προκαλείται από την αύξηση μιας των διαστάσεων ή και των δύο, το εμβαδόν θα αυξηθεί αναλόγως.

Όταν μια αύξηση στην περίμετρο προκαλείται από μια αύξηση σε μια διάσταση (μήκος ή πλάτος) που ακολουθείται από μια μείωση στην άλλη διάσταση, το εμβαδόν μπορεί να αυξηθεί, μπορεί και όχι

Επίλυση προβλήματος

Η ανάπτυξη ικανότητας επίλυσης προβλήματος είναι ένας από τους πιο σημαντικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και, κατά συνέπεια, διατρέχει όλα τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών Η κατάλληλη επιλογή προβλημάτων με νόημα για τους μαθητές και η αντιμετώπιση τους από τους ίδιους αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στοιχεία της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Πρόβλημα ονομάζεται μια κατάσταση για την οποία το άτομο δεν γνωρίζει άμεσο τρόπο αντιμετώπισης, δηλαδή δεν γνωρίζει ποια πορεία είναι απαραίτητο να ακολουθήσει για να οδηγηθεί στη λύση του. Η απόκλιση της επιθυμητής κατάστασης ή του επιδιωκόμενου αποτελέσματος από την τρέχουσα είναι αυτή που οδηγεί το άτομο στην αναζήτηση τρόπων αντιμετώπισης μιας κατάστασης – πρόβλημα (Τζεκάκη Μ., 2007).

Η αναζήτηση μιας λύσης σε πρόβλημα οδηγεί στην κινητοποίηση των γνώσεων που το άτομο έχει και αν αυτές δεν είναι αρκετές για το πρόβλημα που αντιμετωπίζει, τότε οδηγείται στη διερεύνηση, τον επαναπροσδιορισμό ή την αναδόμηση προηγούμενων γνώσεων, στοιχεία που μπορούν να οδηγήσουν και στην ανάπτυξη μιας νέας γνώσης (Τζεκάκη Μ., 2007). Για πολλούς ερευνητές η διδασκαλία των Μαθηματικών είναι ουσιαστικά η επιλογή των κατάλληλων προβλημάτων που έχουν ενδιαφέρον για τα παιδιά και τα κινητοποιούν για τη λύση τους.

Το ενδιαφέρον που αναγνωρισμένα έχει αναπτύξει η μαθηματική εκπαίδευση για την επίλυση προβλήματος έχει οδηγήσει σε διάφορες αναλύσεις των σταδίων που ακολουθούνται κατά τη διαδικασία αυτή, είτε για διδακτικούς, είτε για μεθοδολογικούς λόγους (Τζεκάκη Μ., 2007). Με πρώτο το μοντέλο των τεσσάρων σταδίων του Polya , τα σημαντικότερα είναι το μοντέλο των τριών σταδίων του Schoenfeld , το μοντέλο ανάλυσης των γνωστικών στρατηγικών τεσσάρων σταδίων που προτείνεται από τον DeCorte et al. και η στρατηγική των πέντε βημάτων του Verschaffel et al. Στη συνέχεια παρουσιάζεται πίνακας με τα στάδια αυτά που δημιούργησαν οι Markou και Lerman στη προσπάθεια τους να συνδυάσουν τις στρατηγικές επίλυσης μαθηματικού προβλήματος με αυτές της αυτό-ρυθμιζόμενης μάθησης (Τζεκάκη Μ., 2007).

Polya (1967)	Schoenfeld (1985,1992)	DeCorte et al. (2000)	Verschaffel et al. (1999)
1. Κατανόηση 2. Επινόηση ενός σχεδίου 3. Υλοποίηση του σχεδίου 4. Έλεγχος	1. Ανάλυση 2. Εξερεύνηση 3. Επαλήθευση	1. Προσανατολισμός 2. Οργάνωση 3. Εκτέλεση 4. Επαλήθευση	1. Νοερή αναπαράσταση του προβλήματος 2. Τρόπος επίλυσης του προβλήματος 3. Εκτέλεση των απαραίτητων πράξεων

			4. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων και διαμόρφωση απάντησης 5. Αξιολόγηση της λύσης

Εκτός από τις παραπάνω υπάρχουν και άλλες περιγραφές των σταδίων επίλυσης ενός προβλήματος. Δοκιμάζοντας να τις συνδυάσουμε καταλήγουμε στα ακόλουθα τέσσερα βήματα:

- Κατανόηση του προβλήματος και διατύπωση του με άλλα μέσα.
- Σχεδιασμός ενεργειών επίλυσης του προβλήματος – Επεξεργασία τρόπων για την εύρεση αποτελεσμάτων.
- Ερμηνεία των αποτελεσμάτων με βάση τα ζητούμενα της αρχικής κατάστασης – Παρουσίαση των αποτελεσμάτων και του τρόπου λύσης.
- Αξιολόγηση, σύγκριση και γενίκευση των τρόπων λύσης.

Η ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος κατέχει μία κεντρική θέση στα σύγχρονα προγράμματα σπουδών. Ο εκπαιδευτικός καλείται να δημιουργήσει ένα κλίμα αναζήτησης και συζήτησης, να ενθαρρύνει τους μαθητές να δρουν αυθόρμητα και ασυστηματοποίητα αλλά να σκέφτονται και να επιχειρηματολογούν. Οι έρευνες δείχνουν ότι ευνοείται η δουλεία σε μικρές ομάδες, αν εξασφαλίζεται η συλλογική και η ατομική συμμετοχή.

Επίσης παρατηρείται ότι οι μαθητές εμφανίζουν ιδιαίτερες δυσκολίες στην επίλυση προβλήματος οι οποίες κυρίως συνδέονται με διδακτικά ελλείμματα. Αν και αρχικές μελέτες υποστήριξαν ότι το είδος και ο τρόπος παρουσίασης ενός προβλήματος δυσχεραίνει τους μαθητές στη λύση του, πιο πρόσφατα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι δυσκολίες αυτές κινούνται σε δύο άξονες: την κατανόηση του προβλήματος από τους μαθητές και την επεξεργασία στρατηγιών για τη λύση του. Οι οπτικοποιήσεις που χρησιμοποιούνται για να στηρίξουν την κατανόηση του προβλήματος λειτουργούν θετικά αλλά επιβαρύνονται από τον τρόπο με τον οποίο τα παιδιά αντιλαμβάνονται αυτές τις οπτικοποιήσεις. Οι στρατηγικές για τη λύση ενός προβλήματος συνδέονται στενά με ικανότητες εντοπισμού λαθών και προσαρμογών που παραπέμπουν σε μεταγνωστικές δεξιότητες (Τζεκάκη Μ., 2007).

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο Δημοτικό

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο αποσκοπεί στην ανάπτυξη ποικίλων γνωστικών και κοινωνικών δεξιοτήτων των μαθητών. Σε γενικές γραμμές οι μαθησιακοί στόχοι, που επιδιώκεται να εκπληρωθούν αφορούν στα εξής:

- Απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και εννοιών
- Καλλιέργεια μαθηματικής γλώσσας ως μέσο επικοινωνίας
- Κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων
- Εξοικείωση με διαδικασίες παραγωγής συλλογισμών και αποδείξεων
- Ανάπτυξη ικανότητας επίλυσης προβλημάτων & εφαρμογής της πρακτικής χρήσης των μαθηματικών

Η σημαντικότερη όμως επιδίωξη της μαθηματικής διδακτικής είναι η κατανόηση εκ μέρους των μαθητών ότι τα μαθηματικά έχουν νόημα (Van de Walle, 2005), γεγονός, που μπορεί να συμβεί μέσα από διάφορες οπτικές γωνίες και πλαίσια (Κολέζα, 2000). Έτσι προκύπτει μια συσχετιστική κατανόηση, που βοηθά στην οικοδόμηση της γνώσης με πολλαπλά οφέλη για τους μαθητές σε γνωστικό, μεταγνωστικό και συναισθηματικό επίπεδο.

Ειδικά όταν επιλέγονται μαθησιακά περιβάλλοντα μέσα από την ίδια την καθημερινότητα, τότε τα μαθηματικά αποκτούν πραγματικό, αισθητοποιημένο νόημα για τα παιδιά, αφού τα μαθηματικά γίνονται μέσο επίλυσης προβλημάτων της ίδιας τους της ζωής. Δεν αρκεί τα παιδιά να αξιοποιούν τύπους και κανόνες ή λέξεις – κλειδιά για να προσεγγίσουν τη λύση, αλλά να μάθουν πώς να λύνουν τα προβλήματα στηριζόμενα στη λογική τους, στην ικανότητά τους να σκέφτονται αξιολογώντας και συνδυάζοντας πληροφορίες, ώστε να επιλέξουν στρατηγικές διαχείρισης του προβλήματος τόσο για τη λύση, όσο και την επαλήθευσή της.

Η Γεωμετρία χρησιμοποιείται στην Ε’ & Στ’ Δημοτικού είτε ως διδακτικό γνωστικό πλαίσιο, είτε ως υπόβαθρο διαισθητικής κατανόησης άλλων εννοιών, π.χ. των κλασμάτων. Οι μετρήσεις βοηθούν στην κατανόηση των σχέσεων των αριθμών μεταξύ τους. Προς αυτή την κατεύθυνση χρησιμοποιούνται και τα μοτίβα. Γενικά η χρήση εποπτικού υλικού κρίνεται απαραίτητη για τη διαισθητική κατανόηση παντός είδους μαθηματικών εννοιών.

Οι βασικές αρχές μάθησης στη διδασκαλία των μαθηματικών σε παιδιά της Ε’ & Στ’ Δημοτικού θα μπορούσαν να προσδιοριστούν ως εξής:

Α) ενεργητική συμμετοχή του μαθητή

Β) οι νέες πληροφορίες γίνονται γνώση μέσα από τη σύνδεσή τους με τις προϋπάρχουσες (εποικοδομισμός) και μέσα από την εμπειρία του λάθους

Γ) Κοινωνική αλληλεπίδραση κατά τις μαθησιακές διαδικασίες

Δ) Συμμετοχή σε δραστηριότητες με νόημα

Ε) Χρήση στρατηγικών στη λύση προβλημάτων

ΣΤ) Ο αναστοχασμός & η αυτορρύθμιση να είναι συστατικό των μαθησιακών διαδικασιών

Η γνωστική σύγκρουση ως προϋπόθεση μάθησης στα Μαθηματικά

Η μαθηματική γνώση κατακτάτε σταδιακά κι εξαρτάται από το επίπεδο μαθησιακής ετοιμότητας, τις εμπειρίες και τη δυνατότητα αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον για κάθε μαθητή (Κασσώτη, Κλιάπης & Οικονόμου, 2005). Οι νέες μαθηματικές έννοιες κατακτούνται από τους μαθητές είτε με την αρμονική ενσωμάτωση της νέας έννοιας σε προϋπάρχουσες, είτε με την αναπροσαρμογή των παλιότερων νοητικών σχημάτων μέσα από μια διαδικασία γνωστικής σύγκρουσης (Κολέζα 2009˙ Κωστίνος, 2012). Ορισμένες φορές η προ υπάρχουσα γνώση μπορεί να εμποδίσει το δρόμο προς τη μάθηση της νέας (Bird, 2009). Ο εκπαιδευτικός χρειάζεται να αναδείξει κατά τη διδασκαλία τις λανθασμένες πεποιθήσεις των μαθητών αξιοποιώντας τες ως το «μονοπάτι» οικοδόμησης της νέας γνώσης (Κωστίνος 2012˙ Παπαδόπουλος, 2013).

Η διδακτική λειτουργία του λάθους ως προϊόν παρανοήσεων εξασφαλίζεται μόνον όταν αντιμετωπίζεται αυτό ως αποδεκτή συμπεριφορά κατά τη μαθησιακή διαδικασία ενισχύοντας τη γνωστική και συναισθηματική εμπλοκή του μαθητή για γνωστική αναπροσαρμογή (Καλογήρου, 2017˙Κοκκώνη, 2016). Η τακτική διόρθωσης εκ μέρους του εκπαιδευτικού ως μόνος τρόπος αντιμετώπισης παρανοήσεων και λαθών δε συνδράμει στην ενίσχυση της θεώρησης του λάθους ως αποδεκτής συμπεριφοράς, διότι δε βοηθά το μαθητή στην οικοδόμηση της γνώσης, απλά του προσφέρεται έτοιμο το σωστό αποτέλεσμα (Bird, 2009). Αντίθετα χρειάζεται διαφοροποιημένη διδασκαλία βάσει της μαθησιακής ετοιμότητας κάθε μαθητή, που τον οδηγεί στη γνώση μέσα από ενεργητική μάθηση (Κωστίνος 2012˙ Παπαδόπουλος, 2013). Συνεπώς οι όποιες παρανοήσεις παρατηρούνται γύρω από μαθηματικές έννοιες συνήθως δεν οφείλονται σε γνωστική ανεπάρκεια ή σε έλλειψη δυναμικής λόγω της μικρής ηλικίας των μαθητών του Δημοτικού, ούτε σε κάποιο «ειδικό» χαρακτηριστικό των Μαθηματικών, αλλά σε ακατάλληλη διδασκαλία (Κολέζα, 2009˙ Παπαδόπουλος, 2013˙Van de Walle, 2005).

Η Γεωμετρία στο Δημοτικό Σχολείο

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας ως κλάδου των Μαθηματικών προσφέρει στους μαθητές τα μέσα, για να μπορούν να διαχειρίζονται και να περιγράφουν το φυσικό περιβάλλον σχηματίζοντας με γεωμετρικά μοντέλα νοερές απεικονίσεις και αναπαραστάσεις, που οδηγούν στην ανάπτυξη της συλλογιστικής του χώρου (Bonotto & Santo, 2015˙ Λεμονίδης, 2003). Γι' αυτό ως προτεραιότητες κατά τη διδασκαλία της στο Δημοτικό τίθενται οι αρχές της εξερεύνησης, της κατονομασίας, της περιγραφής, της ομαδοποίησης, του σχεδιασμού και της καταμέτρησης αντικειμένων στο επίπεδο ή στο χώρο (Kablan et al., 2013˙ Κολέζα, 2000, 2009). Έτσι εμπλέκονται τρία είδη γνωστικών λειτουργιών κατά την ενασχόληση με γεωμετρικά προβλήματα: α) οπτικοποίηση, β) διαδικασίες κατασκευής, γ) συλλογισμοί (Αλεξανδρόπουλος, Γλάρος & Μαρκόπουλος, 2013˙ Κολέζα, 2000, 2009). Η Γεωμετρία χρησιμοποιείται είτε ως διδακτικό γνωστικό πλαίσιο, είτε ως υπόβαθρο διαισθητικής κατανόησης άλλων εννοιών, π.χ. των κλασμάτων (Παπαδόπουλος, 2013).

Η γεωμετρική σκέψη αποτελεί μια γνωστική ικανότητα, που εξελίσσεται και ωριμάζει, όχι μόνο σε συνάρτηση με τη συνολική γνωστική εξέλιξη των παιδιών, καθώς μεγαλώνουν, αλλά και βάσει της οργάνωσης του διδακτικού πλαισίου (Kablan et al., 2013). Συνέπεια αυτού είναι ότι μετά από ένα μάθημα Γεωμετρίας δεν είναι σε κάθε περίπτωση αυτονόητη, δεδομένη και αυθόρμητη η οικοδόμηση εννοιών γεωμετρίας εκ μέρους των παιδιών (Olanoff et al., 2014). Αντίθετα βασική παράμετρος, που λαμβάνεται υπόψη κατά την οργάνωση του μαθήματος είναι το είδος των στόχων και το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης, στο οποίο βρίσκονται οι μαθητές, ώστε να αποφευχθεί η εμφάνιση παρανοήσεων (Cai et al., 2015˙ Kablan et al., 2013).

Η διδασκαλία της περιμέτρου & του εμβαδού

Σύμφωνα με το Α.Π.Σ.(Δ.Ε.Π.Π.Σ, 2003) τελειώνοντας την Ε' Δημοτικού τα παιδιά αναμένεται ότι διαθέτουν τις παρακάτω δεξιότητες σχετικά με τη διαχείριση μαθηματικών καταστάσεων με θέμα την περίμετρο ή το εμβαδόν:

- Αναγνωρίζουν ποικίλα κανονικά & μη κανονικά πολύγωνα κι επιμέρους στοιχεία των σχημάτων, π.χ. πλευρές

- Υπολογίζουν σωστά την περίμετρο ως άθροισμα του μήκους των πλευρών χρησιμοποιώντας διάφορα μέσα
- Αναγνωρίζουν ισοπεριμετρικά σχήματα
- Αναλύουν σύνθετα γεωμετρικά σχήματα σε άλλα πιο απλά και το αντίστροφο
- Κατανοούν την έννοια του εμβαδού ως κάλυψη επιφάνειας και το υπολογίζουν σε διάφορα σχήματα όχι μόνο με τον τύπο εύρεσής του, αλλά και με τη χρήση διαγραμμισμένου ή τετραγωνισμένου χαρτιού και μέσω συγκρίσεων με άλλα μικρότερα ή μεγαλύτερα σχήματα
- Διακρίνουν την περίμετρο από το εμβαδόν ενός σχήματος (απλού ή σύνθετου) και τις μονάδες, που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση του καθενός
- Έχουν αισθητοποιημένες και διαφοροποιημένες μεταξύ τους τις διαστάσεις των τετραγωνικών μονάδων μέτρησης διενεργώντας μετατροπές ανάμεσά τους
- Επιλύουν προβλήματα της καθημερινής ζωής σχετικά με την κάλυψη επιφάνειας
- Αναπαράγουν και μεγεθύνουν σε πλέγμα απλά ευθύγραμμα σχήματα
- Βρίσκουν το λόγο κάλυψης μιας τετραγωνισμένης επιφάνειας και τον συγκρίνουν με το λόγο κάλυψης της ίδιας επιφάνειας σε μεγέθυνση κατανοώντας ότι ο λόγος παραμένει σταθερός, αλλάζει μόνο το εμβαδόν της επιφάνειας
- Διενεργούν σμίκρυνση και μεγέθυνση σε τετραγωνισμένο χαρτί χωρίς υπολογιστικές διαδικασίες αναλογιών και κλιμάκων

Κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στο Δημοτικό προτείνονται από το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (ΑΠΣ) διάφορα υλικά, που εύκολα μπορούν να βρεθούν στο οικείο περιβάλλον των μαθητών (Κασσώτη και συν., 2005). Τα υλικά, που συνήθως προτείνονται από το Α.Π.Σ. για την ανάπτυξη των προαναφερθέντων δεξιοτήτων (Kablan et al., 2013), είναι τα εξής:

- Σπάγκος / καλαμάκια / ξυλάκια αρίθμησης
- Τάγκραμ
- Ψαλίδι / κόλλες
- Χαρτί: Διαφόρων μεγεθών και γεωμετρικών σχημάτων / λωρίδες με ποικιλία μήκους / διαφανές χαρτί / χαρτί με πλέγμα ή τετραγωνισμένο / μιλιμετρέ / εφημερίδες – διαφημιστικά φυλλάδια

- Μεζούρα, μέτρο, χάρακες, μετροταινίες
- Χάρτες

Πέρα από τα προαναφερθέντα υλικά προτείνεται από το Α.Π.Σ. η αξιοποίηση κάθε κατάλληλου κατά περίπτωση πεδίου από το περιβάλλον να αποτελέσει πλαίσιο των μαθησιακών εξελίξεων, π.χ. κάνουμε μετρήσεις στην αυλή του σχολείου. Σε κάθε περίπτωση προωθείται η ενεργητική και βιωματική εμπλοκή του μαθητή στην ανακάλυψη της νέας γνώσης. Ο εκπαιδευτικός διατηρεί κυρίως ένα ρόλο συντονιστή ή καθοδηγητή. Ενθαρρύνεται η ομαδική συνεργασία και προωθείται σε κάθε βήμα η διαλογική, ώστε να συζητιέται ο τρόπος σκέψης των παιδιών. Σε πολλές περιπτώσεις προτείνεται η διαθεματική προσέγγιση των εννοιών του εμβαδού και της περιμέτρου μέσα από υλικό άλλων μαθημάτων.

Πέραν των προαναφερθέντων μέσα από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση φάνηκε ότι τα τελευταία χρόνια προτείνονται και άλλα διδακτικά εργαλεία, όπως:

Α) **<u>Γεωπίνακας</u>**: Τα τελευταία χρόνια έγινε πολύ δημοφιλής η χρήση του γεωπίνακα σε όλες τις εκδοχές του, όπως ο τρισδιάστατος, ο χάρτινος και ο ψηφιακός γεωπίνακας (Εικόνα 1.1) (Πόταρη, 2014). Ο Γεωπίνακας συνάδει με τις διδακτικές αρχές του εποικοδομητισμού, όπου ο μαθητής κατανοεί την έννοια του εμβαδού και συγκρίνει εμβαδά επιφανειών χωρίς τη χρήση των γνωστών «τύπων» αλλά και χωρίς τη χρησιμοποίηση οργάνων μέτρησης (Murphy, 2012).

Ο Γεωπίνακας, στην αρχική - πρότυπη μορφή, αποτελείται βασικά από μια πλάκα (ξύλινη ή πλαστική ή άλλο υλικό), πάνω στην οποία προσαρμόζονται μικρά «καρφάκια» (ή πινέζες), τα οποία διατάσσονται έτσι, ώστε να σχηματίζουν διάφορους σχηματισμούς με βάση το τετράγωνο, το τρίγωνο ή τον κύκλο. Τα λαστιχάκια διαφορετικών χρωμάτων, που συνοδεύουν την πλάκα με τα καρφάκια, χρησιμεύουν στο να δημιουργούνται με σχετική ευκολία γεωμετρικά σχήματα και να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές του Δημοτικού να πειραματίζονται με μήκη, τεθλασμένες γραμμές, συντεταγμένες, περιμέτρους και εμβαδά, και να μυούνται σε τεχνικές μετρήσεων και υπολογισμών.

Εκτός από τους παραπάνω Γεωπίνακες με τα λαστιχάκια, πολλές φορές στην πράξη χρησιμοποιούνται τα «Φύλλα με τις τελίτσες», που αναπαράγουν στο χαρτί τη διάταξη των καρφιών. Σ΄ αυτήν την περίπτωση ο μαθητής χρησιμοποιεί τα «Φύλλα με τις τελίτσες» και χαράσσει γραμμές με το μολύβι του ενώνοντας τελίτσες, για να σχεδιάζει διάφορα σχήματα (τρίγωνα, ορθογώνια, πολύγωνα).

Επιπλέον, παίρνοντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδών το τετράγωνο ή το τρίγωνο ο μαθητής μπορεί να ασκηθεί στη μέτρηση εμβαδού μιας επιφάνειας, που σχεδιάζεται στο Γεωπίνακα.

Από παιδαγωγική σκοπιά με το Γεωπίνακα έχουμε πολλές ευκαιρίες, για να εφαρμοστούν οι αρχές του Εποικοδομητισμού στη διδασκαλία. Με άλλα λόγια μια διδακτική προσέγγιση, που χρησιμοποιεί Γεωπίνακες, ενδιαφέρεται για την έννοια του εμβαδού και τη σύγκριση εμβαδών επιφανειών χωρίς τη χρήση των γνωστών «τύπων» αλλά και χωρίς τη χρησιμοποίηση οργάνων μέτρησης.

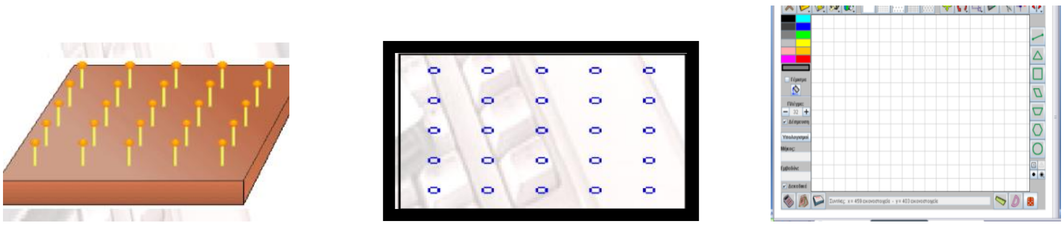
Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων «Δυναμικής γεωμετρίας» σε πληροφορικά περιβάλλοντα, το «πρότυπο» του γεωπίνακα πέρασε στην οθόνη του υπολογιστή. Ένα σημαντικό πρόγραμμα «Ψηφιακού γεωπίνακα» με τη μορφή Applet βρίσκεται στο δικτυακό τόπο της Αμερικάνικης Ένωσης μαθηματικών (National Council of Teachers of Mathematics) και το οποίο τρέχει online (http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap4/4.2/index.htm). Ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει όσα «λαστιχάκια» επιθυμεί για να σχηματίζει εύκολα και γρήγορα διάφορα σχήματα στο Γεωπίνακα. Στη συνέχεια μπορεί να μετασχηματίσει το σχήμα με *«κλικ και σύρσιμο»* του λάστιχου. Άλλους ψηφιακούς πίνακες μπορεί κανείς να βρει στα sites www.cut-the-knot.org και www.explorlearning.com και στη διεύθυνση www.learner.org .

Ένας «Ψηφιακός Γεωπίνακας» περιλαμβάνει ένα σύνολο κουκίδων, που αναπαριστάνουν σημεία της οθόνης και σχηματίζουν μια σταθερή διάταξη σύμφωνα με κάποιο κανόνα. Η οθόνη και οι κουκίδες αντιστοιχούν στο πλακίδιο με τα «καρφάκια» του παραδοσιακού γεωπίνακα. Οι δραστηριότητες δημιουργήθηκαν έτσι ώστε να εξυπηρετούνται συγκεκριμένοι στόχοι διδασκαλίας με τους μαθητές να εργάζονται μπροστά στους υπολογιστές. Για παράδειγμα, με τις δραστηριότητες στους «Ψηφιακούς Γεωπίνακες» επιδιώκεται οι μαθητές:

- Να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα, τεθλασμένες γραμμές, τρίγωνα, ορθογώνια και πολύγωνα.
- Να συγκρίνουν μήκη διαφόρων γραμμών και περιμέτρων

- Να συγκρίνουν εμβαδά επιφανειών γεωμετρικών σχημάτων του Γεωπίνακα
- Να εκτιμούν μήκη γραμμών και εμβαδών επιφανειών
- Να επιβεβαιώνουν τις εκτιμήσεις του με τα εργαλεία που διαθέτει κάθε μικρόκοσμος
- Να λύνουν προβλήματα ανάλυσης και σύνθεσης σχημάτων
- Να υπερνικήσουν τις λανθασμένες νοητικές αναπαραστάσεις για τις έννοιες «περίμετρος» και «εμβαδόν».

Εικόνα 1.1: i) ο τρισδιάστατος γεωπίνακας με λαστιχάκια, ii) ο χάρτινος γεωπίνακας, iii) το λογισμικό με γεωπίνακα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου



i ii iii

Β) **<u>Γεωμετρικό sketchpad</u>** (Εικόνα 1.2): Το «Geometer's Sketchpad» (Jackiw, 2001) είναι ένα «ανοικτό» περιβάλλον διερευνητικής μάθησης. Οι δυνατότητές του είναι τόσο ευρείες, που αν και αρχικά σχεδιασμένο για τις ανάγκες της γυμνασιακής εκπαίδευσης, σήμερα συνιστάται από την Πέμπτη τάξη του Δημοτικού μέχρι τις τελευταίες τάξεις του Λυκείου. Οι δυνατότητες αυτές το μετέτρεψαν σε ένα εκπαιδευτικό εργαλείο με απεριόριστο αριθμό εφαρμογών. Αν και σχεδιάστηκε αρχικά για Γεωμετρία, σήμερα οι μαθητές μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να εξερευνήσουν την Άλγεβρα, την Τριγωνομετρία, την Τέχνη, την Επιστήμη και πολλά άλλα. Το λογισμικό:

- Προσφέρει ένα θεματικό πλαίσιο το οποίο διευρύνει την φαντασία των ενεργητικά ενασχολούμενων με αυτό δημιουργώντας κίνητρο για μάθηση.
- Η δυνατότητα σχεδίασης και κατασκευής δισδιάστατων αντικειμένων προσφέρει την δυνατότητα ενεργητικής ενασχόλησης των μαθητών και εμπλουτίζει τις γνωστικές και μεταγνωστικές τους εικόνες.
- Αποτελείται από «εικόνες», οι οποίες παίζουν τον ρόλο «φυσικών μεταφορών» ή/και «οπτικών αναπαραστάσεων» μαθηματικών εννοιών με δυνατότητα

διαβάθμισης της γνωστικής τους επεξεργασίας (π.χ. διαισθητική, πρακτική και φορμαλιστική επεξεργασία εννοιών).

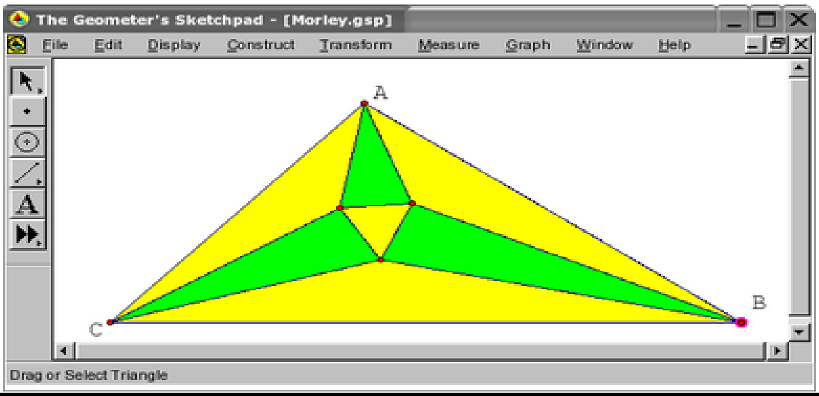
- Η χρήση της γεωμετρίας γίνεται μέσω οπτικών και λεκτικών κωδίκων, οι οποίοι με την κατάλληλη διδακτική παρέμβαση (π.χ. προτεινόμενη μέσα από ένα διδακτικό σενάριο, ή/και με την παρέμβαση του καθηγητή) βοηθούν στην εποικοδόμηση μαθηματικών εννοιών.

Η διδακτική προσέγγιση σε ένα τέτοιο περιβάλλον προσφέρει και ενθαρρύνει την:

- Απόκτηση εμπειριών από την ενεργή ενασχόληση των μαθητών με το φυσικό και γεωμετρικό χώρο, που παρέχεται (π.χ. κατασκευή, σχεδιασμός, παρατήρηση)
- Επικοινωνία αυτών των εμπειριών και των προσπαθειών τους για την προσέγγιση των γεωμετρικών εννοιών, που επεξεργάζονται, μέσα από κατάλληλες ασκήσεις και τεχνολογικά εργαλεία.
- Συνειδητή προσέγγιση των εμπειριών, που αποκτούν οι μαθητές με την ενασχόλησή τους στο περιβάλλον της γεωμετρίας και τη χρήση των τεχνολογικών εργαλείων ως προς το γνωστικό αντικείμενο που εκάστοτε διδάσκεται
- Χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων της μαθηματικής έννοιας και προσέγγισής της με τεχνολογικά και παραδοσιακά εργαλεία (π.χ. κανόνας, διαβήτης, σχεδιαστικά υλικά).

Η σημαντικότερη δυνατότητα του «Geometer's Sketchpad» είναι το "direct manipulation", η δυνατότητα δηλαδή της άμεσης διαχείρισης των μαθηματικών αντικειμένων και σχημάτων και την επεξεργασία των την επεξεργασία γεωμετρικών και εννοιών ολιστικά και από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Ο εκπαιδευτικός/ μαθητής, αφού δημιουργήσει ένα σχήμα, μπορεί να το μεγεθύνει, να το μετακινήσει, να εξετάσει αν συμπίπτει με άλλο παρόμοιο, πράγμα που βέβαια δεν μπορεί να γίνει με τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας. Η δυνατότητα της κίνησης και της ταυτόχρονης παρακολούθησης της αλλαγής των διαφόρων στοιχείων και μεγεθών του σχήματος, δίνει τη δυνατότητα της χρήσης της «εικασίας» και του πειραματισμού στη διδακτική πράξη, κάτι που έχει μεγάλη ανάγκη η διδακτική των Μαθηματικών. Το «Geometer's Sketchpad» μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σαν εργαλείο επίλυσης προβλημάτων, όπως π.χ. στην εύρεση γεωμετρικών τόπων, αφού παρέχει τη δυνατότητα να διαγράφεται στην οθόνη η γραμμή που σχηματίζεται από τις διαδοχικές θέσεις ενός επιλεγμένου σημείου κατά την κίνηση των παραμετρικών στοιχείων του σχήματος.

ΕΙΚΟΝΑ 1.2



Γ) **e - tangram**: Το κινέζικο παιχνίδι 'Τάνγκραμ' σε ηλεκτρονική μορφή (Εικόνα 1.3). Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές δουλεύουν στα πλαίσια του μικρόκοσμου ΄Τάνγκραμ’. Καλούνται να χρησιμοποιήσουν τα γεωμετρικά σχήματα του τάνγκραμ με στόχο να κατασκευάσουν συγκεκριμένα σύνθετα γεωμετρικά σχήματα. Έτσι οι μαθητές εμπλέκονται στην ανάλυση και τη σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και στην εκτίμηση και σύγκριση επιφανειών.

ΕΙΚΟΝΑ 1.3

Παράλληλα προτείνεται η αξιοποίηση κάθε κατάλληλου κατά περίπτωση πεδίου από το περιβάλλον να αποτελέσει πλαίσιο των μαθησιακών εξελίξεων, π.χ. μετρήσεις στην αυλή του σχολείου (Κωστίνος, 2012). Κρίνεται επίσης ως αποτελεσματική η διαθεματική προσέγγιση των εννοιών του εμβαδού και της περιμέτρου μέσα από υλικό άλλων μαθημάτων (Bonotto & Santo, 2015). Σε κάθε περίπτωση προωθείται η ενεργητική και βιωματική εμπλοκή του μαθητή στην ανακάλυψη της νέας γνώσης, ενθαρρύνεται η ομαδική συνεργασία και υπογραμμίζεται σε κάθε βήμα η διαλογική, ώστε να συζητιέται ο τρόπος σκέψης των παιδιών (Olanoff et al., 2014). Ο εκπαιδευτικός καλό είναι να διατηρεί κυρίως ένα ρόλο συντονιστή ή καθοδηγητή (Αλεξανδρόπουλος και συν., 2013).

Η αντίληψη παιδιών Δημοτικού για το Εμβαδόν & την Περίμετρο

Οι μαθητές της Στ' Δημοτικού αναμένεται ότι έχουν οικοδομήσει γεωμετρικές έννοιες, που αφορούν στην αναγνώριση και ανάλυση διαφόρων σχημάτων και των επιμέρους στοιχείων τους, έχουν αισθητοποιημένες τις έννοιες του εμβαδού και της περιμέτρου διενεργώντας υπολογισμούς, μετατροπές και αναπαραγωγές με διάφορα μέσα και γενικά επιλύουν προβλήματα της καθημερινής ζωής σχετικά με την επιφάνεια (Kablan et al., 2013˙Κασσώτη και συν., 2005). Παρατηρούνται όμως συχνά δυσκολίες ως προς διάφορες παραμέτρους σχετικές με το εμβαδόν και την περίμετρο, που φαίνεται πως προκύπτουν από τις διαφορετικές στρατηγικές θεώρησης και διαχείρισης των γεωμετρικών καταστάσεων, που χρησιμοποιούν τα παιδιά σε σχέση με τους ενηλίκους (Αλεξανδρόπουλος και συν., 2013˙ Κολέζα, 2009). Πιο συγκεκριμένα φαίνεται ότι τα παιδιά κάνοντας χρήση ήδη κεκτημένων και παγιωμένων κανόνων ρέπουν προς μονοδιάστατες δράσεις κρίνοντας ένα ερέθισμα σε σχέση με τις πιο σημαντικές κατά τα φαινόμενα διαστάσεις του (Olanoff et al., 2014˙ Siegler, 1983).

Οι κανόνες αυτοί αναπτύχθηκαν σταδιακά από τα πρώτα χρόνια φοίτησης στο Δημοτικό, όπου καλλιεργήθηκαν για κάθε γεωμετρική έννοια μια σειρά προτύπων – παραδειγμάτων, πάνω στα οποία ακολούθως οικοδομήθηκαν τα γεωμετρικά γνωστικά σχήματα (Kablan et al., 2013˙Siegler, 1983). Τα πρότυπα περιλαμβάνουν όλα τα κρίσιμα χαρακτηριστικά της έννοιας, που κυρίως αφορούν στα ισχυρά οπτικά της στοιχεία (Hershkowitz, Parzysz & Van Dormolen, 1996˙ Kablan et al., 2013). Λόγω των γενικότερων χαρακτηριστικών γνωστικής ανάπτυξης των παιδιών στο Δημοτικό παρατηρούνται οπτικο-αντιληπτικοί περιορισμοί, που ελέγχουν τις δυνατότητές τους για αναγνώριση και διαχείριση γεωμετρικών καταστάσεων (Olanoff et al., 2014).

Ειδικά για την περίπτωση του μήκους και του εμβαδού, στις παρανοήσεις στηρίζεται η ανάπτυξη μιας μαθηματικής θεωρίας για τη μέτρηση (Chappell & Thompson, 1999˙ Kablan et al., 2013). Τα παιδιά όμως έμαθαν να σκέφτονται έτσι και χρειάζονται scaffolding, για να απεγκλωβιστούν από αυτήν την προσέγγιση (Olanoff et al., 2014).

Παρανοήσεις & Διδακτικές προϋποθέσεις για τις έννοιες του Εμβαδού και της Περιμέτρου στο Δημοτικό

Διάφορες έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί ως σήμερα, προκειμένου να αναδειχθούν οι ακριβείς παρανοήσεις, που συνήθως εμφανίζουν τα παιδιά στο Δημοτικό γύρω από το Εμβαδόν και τη Περίμετρο. Παρανοήσεις, που σε ορισμένες περιπτώσεις τους ακολουθούν ακόμη και κατά τη διάρκεια της μέσης εκπαίδευσης (Cifarelli & Sevim, 2015˙ Bonotto & Santo, 2015˙ Chappell & Thompson, 1999).

Πιο συγκεκριμένα ως προς την Περίμετρο μια συνήθης παρανόηση αφορά στην στρατηγική, που ακολουθείται για τον υπολογισμό της σε τετράπλευρα, όπου αντί της πρόσθεσης όλων των πλευρών, περιορίζονται στην πρόσθεση του μήκους και του πλάτους (Cifarelli & Sevim, 2015). Η εξάσκηση με δραστηριότητες, όπου τα παιδιά επιχειρούν να ανακαλύψουν το μισό της Περιμέτρου, αλλά και να ορίσουν την έννοια της Περιμέτρου φαίνεται πως μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην αποκατάσταση αυτής της παρανόησης (Chappell & Thompson, 1999˙ Olanoff et al., 2014).

Μια άλλη παράμετρος, που συχνά χαίρει παρανοήσεων σχετίζεται με την αντίληψη των παιδιών γύρω από τη μη αλληλοεξαρτώμενη σχέση ανάμεσα στο Εμβαδόν και την Περίμετρο (Cifarelli & Sevim, 2015˙ Van de Walle, 2005). Όταν παιδιά Δημοτικού καλούνται να σκεφτούν για τη σχέση ανάμεσα στις δύο έννοιες, θεωρούν ότι η μία εξαρτάται από την άλλη: όσο μεγαλώνει το Εμβαδόν, μεγαλώνει και η Περίμετρος και το αντίστροφο (Kablan et al., 2013). Αυτή η παρανόηση μάλλον πηγάζει από τα διδακτικά μέσα, που χρησιμοποιούνται κατά την εξάσκηση στον καθορισμό του Εμβαδού και της Περιμέτρου (Kordaki, 2015).

Ένα αναποτελεσματικό διδακτικό μέσο είναι ότι στις πρώτες επαφές των παιδιών με αυτές τις δύο έννοιες χρησιμοποιούνται συνήθως κανονικά πολύγωνα, όπως τετράγωνα και ορθογώνια παραλληλόγραμμα, όπου οι διαδικασίες προσδιορισμού του Εμβαδού και της Περιμέτρου είναι παρόμοιες για τα συγκεκριμένα σχήματα, με αποτέλεσμα η ταυτόχρονη παρουσίασή τους να προκαλεί εννοιολογική σύγχυση στα παιδιά (Cifarelli & Sevim, 2015˙ Bonotto & Santo, 2015).

Η σύγχυση αυτή προσδιορίζει τις απόπειρές τους να ασχοληθούν και με άλλες μορφές γεωμετρικών σχημάτων (Olanoff et al., 2014). Αναφορικά με αυτό (Cifarelli & Sevim, 2015˙ Τύπας, 2001) προτείνεται ως τακτική να διδάσκεται πρώτα η έννοια του Εμβαδού κι ύστερα της Περιμέτρου, δεν είναι ορθή η ταυτόχρονη διδασκαλία τους. Στη βάση αυτή διαμορφώθηκε και έρευνα του Rickard (2005) για τη μαθηματική σχέση ανάμεσα στη σταθερή Περίμετρο και το μεταβαλλόμενο Εμβαδόν στα ορθογώνια, στην οποία όλοι οι μαθητές απλώς είχαν διδαχθεί να υπολογίζουν το Εμβαδόν ενός ορθογωνίου, χρησιμοποιώντας τον τύπο του Εμβαδού (Ε = β x υ).

Οι μαθητές επίσης παρουσιάζουν δυσκολίες στο να καθορίσουν τις μονάδες μέτρησης και δεν ξέρουν τι αναπαριστά ο αριθμός, που βρήκαν. Κρύβουν την έλλειψη κατανόησης απομνημονεύοντας τύπους και ενεργοποιώντας αριθμούς, γνωρίζοντας ότι χρειάζεται να χρησιμοποιήσουν τους αριθμούς στις πλευρές των σχημάτων με κάποιο τρόπο σε ένα τύπο, ώστε να εξασφαλίσουν τη σωστή απάντηση.

Οι μαθητές/τριες συχνά δείχνουν αδυναμία να διακρίνουν ανάμεσα στους τύπους της Περιμέτρου και του Εμβαδού, διότι δεν μπορούν να διακρίνουν καθαρά ποια χαρακτηριστικά μετρά κάθε τύπος. «Πολλοί μαθητές μπερδεύονται σχετικά με το ποιο είναι το Εμβαδόν και ποια Περίμετρος. Γιατί; Προφανώς διότι οι δύο έννοιες συχνά διδάσκονται μαζί. Αυτό πρέπει να αλλάξει... .Είναι σημαντικό να διδάσκουμε πρώτα την έννοια του Εμβαδού και ύστερα της Περιμέτρου» (Τύπας, 2001). Σε έρευνα της η Moyer (2001), εντόπισε ως πηγή διαμόρφωσης παρανοήσεων και τη μη χρήση ποικίλων τρόπων μέτρησης, διότι έτσι οι δύο έννοιες διδάσκονται και μαθαίνονται μόνον ως σειρά συγκεκριμένων διαδικασιών και δεν προωθείται η ερευνητική μάθηση. Προτείνεται δηλαδή και χρήση άλλων τρόπων μέτρησης, διότι τα παιδιά μπορεί να μην έχουν πάντα συγκεκριμένα υλικά, για να καλύπτουν το σχήμα. Όπως για παράδειγμα, χρήση ενός χάρακα για τη μέτρηση και της Περιμέτρου και του Εμβαδού. Όταν η κατανόηση των παιδιών για το Εμβαδόν και την Περίμετρο βασίζεται μόνο σε διαδικασίες, μπορεί να σχηματίσουν παρανοήσεις για αυτές τις σημαντικές έννοιες μέτρησης.

Η έννοια του Εμβαδού είναι μια ιδιαίτερα σημαντική ενότητα στα σχολικά Μαθηματικά. Είναι από τα περισσότερο χρησιμοποιούμενα περιβάλλοντα μέτρησης στην καθημερινή ζωή και είναι βάση για πολλά μοντέλα, τα οποία χρησιμοποιούνται από τους δασκάλους και τα σχολικά εγχειρίδια, για να εξηγήσουν τον πολλαπλασιασμό ακέραιων αριθμών (Hirstein, Lamb & Osborne, 1978). Η μέτρηση του Εμβαδού είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα, γιατί εμπεριέχει το συνδυασμό δύο διαστάσεων. Ένα βασικό προαπαιτούμενο για κάθε είδους μέτρηση, είναι να γνωρίζουμε ποια είναι ιδιότητα, που πρόκειται να μετρηθεί.

Σημασία όμως φαίνεται πως έχει και η θεώρηση βάσει της οποίας διδάσκεται η έννοια του Εμβαδού (Bonotto & Santo, 2015), η οποία χρειάζεται να συνδυάζει τη στατική και δυναμική προοπτική της ιδιότητας της επιφάνειας, ωστόσο η διδασκαλία συνήθως περιορίζεται στη μονοδιάστατη στατική διδακτική προσέγγιση (Baturo & Nason, 1996). Εξαιτίας αυτού συνήθως οι μαθητές αναπτύσσουν την παρανόηση της αναλογικής αλληλεξάρτησης μεταξύ εμβαδού και περιμέτρου (Cai et al., 2015˙ Kordaki, 2015). Προεκτείνοντας αυτές τις παρατηρήσεις άλλοι ερευνητές (Johnston – Wilder & Pimm, 2005˙ Kablan et al., 2013) έθεσαν το ζήτημα της τυπικής πολιτιστικής πρακτικής προσδιορισμού του Εμβαδού, όπου αντί της εφαρμογής μονάδων εμβαδού, πολλαπλασιάζονται δύο γραμμικές μετρήσεις, διαδικασία που δύσκολα συνδέεται εννοιολογικά με τη διάσταση, που αντιπροσωπεύει το Εμβαδόν. Συνέπεια αυτού είναι η δυσκολία των παιδιών να χρησιμοποιήσουν στις μετρήσεις τους τις μονάδες μέτρησης επιφάνειας και όχι μήκους, όπως συνήθως εσφαλμένα χρησιμοποιούν (Cai et al., 2015).

Η χρήση του τύπου για τον προσδιορισμό του Εμβαδού από την άλλη φαίνεται ότι γίνεται μηχανικά εκ μέρους των μαθητών και συχνά ατελώς, δηλαδή τελούν υπό σύγχυση για το πότε απαιτείται πρόσθεση και πότε πολλαπλασιασμός και συνέπεια όλων αυτών είναι η δυσκολία γενίκευσης και προσαρμογής (Bonotto & Santo, 2015). Η μηχανική εκμάθηση του τύπου του εμβαδού με συνέπεια την συγκεχυμένη κατανόηση προκύπτει είτε εξαιτίας της περιορισμένης ευκαιρίας για εξάσκηση (Carpenter, Coburn, Reys & Wilson, 1975˙ Jupri et al., 2015), είτε της μη ενίσχυσης των παιδιών να στραφούν από μια διαισθητική προσέγγιση εμφατική προς την κάλυψη μιας επιφάνειας στην τυπική προσέγγιση εμφατική προς τον συσχετισμό Εμβαδού και γραμμικών διαστάσεων του σχήματος (Cai et al., 2015˙Battista et al., 1998˙Mitchelmore, 1983). Δραστηριότητες, κατά τις οποίες τα παιδιά καλύπτουν ορθογώνια σχήματα με στερεά υλικά, έχουν συχνά προταθεί ως κατάλληλες για την κατανόηση του τύπου του Εμβαδού (Olanoff et al., 2014˙ Jupri et al., 2015˙ Kordaki, 2015).

Στο ισχύον Αναλυτικό Πρόγραμμα του Δημοτικού Σχολείου, το ζήτημα των εννοιών του Εμβαδού και της Περιμέτρου και η έννοια της διατήρησης του Εμβαδού (επιφάνειας), δε διδάσκεται καθόλου. Οι μαθησιακές δραστηριότητες συχνά δίνουν έμφαση στον υπολογισμό Εμβαδών, χρησιμοποιώντας τύπους και σπάνια αναφέρονται στη μέτρηση επιφανειών με τη χρήση μονάδων επιφάνειας. Στους/στις μαθητές/τριες επίσης, ποτέ δεν ζητείται να κατασκευάσουν επιφάνειες ίσες και όμοιες με μια δοσμένη επιφάνεια. Ο Kamii (1996), αναφέρει ότι τα παιδιά κάνουν σφάλματα σε δραστηριότητες, που εμπλέκουν το Εμβαδόν, εξαιτίας της ανικανότητάς τους να αφαιρούν το Εμβαδόν από γραμμικές μετρήσεις του χώρου. Τα παιδιά δεν μπορούν να κατανοήσουν την έννοια του Εμβαδού, μέχρι να κατακτήσουν την αφηρημένη έννοια (ιδέα) της επιφάνειας, ως συνεχούς ξετυλίγματος ανάπτυξης των μονοδιάστατων γραμμών.

Η έρευνα δείχνει ότι μικροί μαθητές (6-8 ετών), τείνουν να αναγνωρίζουν το μεγαλύτερο σχήμα ανάλογα με το αν είναι πλατύτερο ή ψηλότερο και άλλα παιδιά ίσως προσθέτουν τις μετρήσεις του πλάτους και του ύψους, παρά τις πολλαπλασιάζουν. Η εύρεση του Εμβαδού για ένα παιδί είναι μία εντελώς νέα λειτουργία, η οποία ίσως και να το εκπλήσσει. Ενώ γνωρίζει πώς να προσθέτει μετρήσεις του μήκους, το άθροισμα των οποίων παραμένει ακόμη μια μέτρηση του μήκους, τώρα έχει να πολλαπλασιάσει δύο μετρήσεις του ίδιου τύπου για να βρει μια άλλη μέτρηση ενός εντελώς διαφορετικού τύπου (Jaquet, 2000). Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι δυσκολίες, που αντιμετωπίζουν οι μαθητές/τριες με τη μέτρηση της επιφάνειας, μπορούν να ανιχνευθούν πίσω στις μαθησιακές εμπειρίες, που παρέχονται από το σχολείο. Γενικότερα, οι περισσότερες έρευνες καταλήγουν στο ότι οι αναπαραστάσεις βοηθούν τα παιδιά να διαφοροποιήσουν το Εμβαδόν από την Περίμετρο και να κατανοήσουν αυτή τη διαφορά.

Συνοψίζοντας οι συνήθεις δυσκολίες ή παρανοήσεις μαθητών Δημοτικού στον τομέα της Γεωμετρίας είναι οι εξής (Bonotto & Santo, 2015˙ Cai et al., 2015˙ Cifarelli & Sevim, 2015˙ Kablan et al., 2013):

- Συγκεχυμένη αντίληψη της σχέσης Περιμέτρου - Εμβαδού (πιστεύουν ότι το ένα καθορίζει το άλλο)
- Ασαφής αντίληψη της περίπτωσης διατήρησης του Εμβαδού μιας επιφάνειας
- Μη παραγωγική κατανόηση και μηχανική χρήση των μαθηματικών τύπων, που συχνά οδηγεί σε αμοιβαίες μεταθέσεις μεταξύ τους (εκτέλεση πολλαπλασιασμού για την Περίμετρο / εκτέλεση πρόσθεσης για το Εμβαδόν)
- Αδυναμίες παραγωγικής εφαρμογής σε πρακτικές δραστηριότητες είτε λόγω εσφαλμένης μέτρησης κι οργάνωσης επιμέρους τμημάτων για τη σύνθεση μιας συνολικής επιφάνειας, είτε ορθής μεν αναπαραγωγής ενός μοντέλου διαχείρισης χωρίς όμως προηγούμενη κατανόηση των στρατηγικών, που το υπαγορεύουν
- Δυσκολίες στο μετασχηματισμό σχημάτων και στην εύρεση του Εμβαδού τους

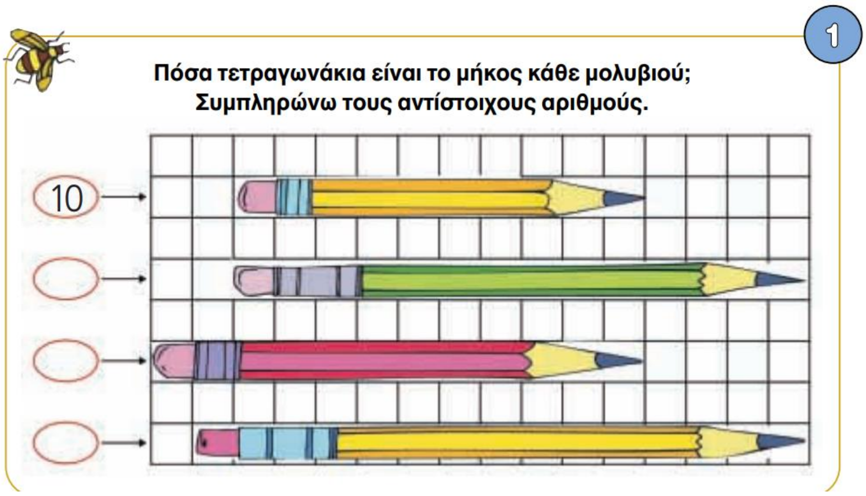
Σύγκριση τριών προγραμμάτων σπουδών στον άξονα γνωστικού περιεχομένου Μετρήσεις και Περίμετρος

Τα προγράμματα σπουδών που εξετάστηκαν είναι το Ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ), το Νέο ελληνικό πρόγραμμα (ΝΠΣ) του 2011 και το πρόγραμμα CCSS της Αμερικής

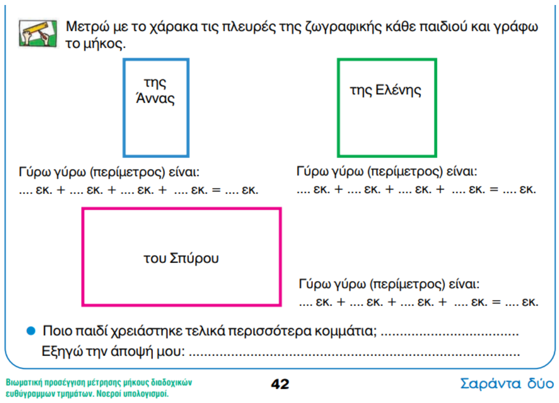
Το Ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ)

Στο Ισχύον Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (ΑΠΣ) για τα Μαθηματικά του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών Δ.Ε.Π.Π.Σ (2003) περιγράφονται για κάθε τάξη και για κάθε κατηγορία περιεχομένου οι επιμέρους στόχοι, ο ενδεικτικός χρόνος καθώς και ενδεικτικές δραστηριότητες. *Γ*ια κάθε τάξη προτείνεται για την μέτρηση του μήκους και της περιμέτρου τα εξής:

Α΄ τάξη: Η εξοικείωση των μαθητών με την ορολογία των διαστάσεων των μεγεθών (αλλαγή της χρήσης «ψηλότερο» σε «υψηλό - χαμηλό»). Να διατάσσουν διάφορα ομοειδή αντικείμενα σύμφωνα με μια από τις διαστάσεις. Να μετρούν με μη συμβατικές μονάδες μέτρησης, να εφαρμόζουν τους αριθμούς 1-50 στις μετρήσεις τους. Να εισαχθούν στην συμβατική μονάδα μέτρησης (μέτρο). Ενδεικτική δραστηριότητα ΤΕ_ δ΄τεύχος_σελ 14_εργασία 1.



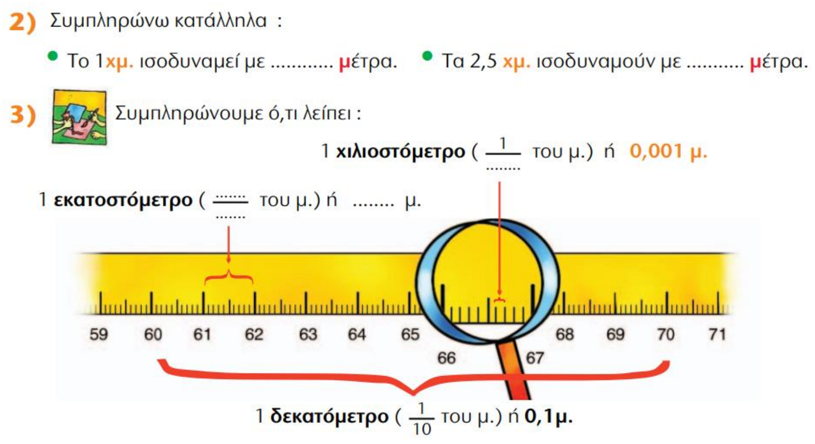
Β΄ τάξη: Να αντιλαμβάνονται την έννοια «ποιο μακριά» με άτυπες και τυπικές μονάδες μέτρησης. Να εξοικειωθούν με την έννοια του εκατοστόμετρου. Να μετρούν μήκη και να συγκρίνουν τις μετρήσεις σε εκατοστόμετρα. Να υπολογίζουν το μήκος διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων και πλευρές απλών γεωμετρικών σχημάτων. Εισαγωγή στην έννοια της περιμέτρου. Να εξοικειωθούν με την έννοια του Μέτρου (φυσικό μέγεθος- το μήκος 1 μέτρου και του μισού). Να μετατρέπουν 100 εκατοστόμετρα σε μέτρο και αντίστροφα. Να συγκρίνουν μετρήσεις μήκους και να κάνουν μετρήσεις κατά εκτίμηση. Ενδεικτική δραστηριότητα ΒΜ_σελ 42_εργασία 2.



Γ΄ τάξη: Να αντιμετωπίζουν καταστάσεις από την καθημερινή ζωή που απαιτούν μέτρηση μήκους και να χρησιμοποιούν μέτρο και τις υποδιαιρέσεις του (εκατοστό και χιλιοστό). Να μάθουν τις σχέσεις μεταξύ τους και να μπορούν να μετατρέπουν τις μονάδες του μήκους. Να μπορούν να διαβάζουν δεδομένα από αποτελέσματα μετρήσεων σε πίνακες και να τους ερμηνεύουν. Να διατάσσουν μεγέθη και να εξασκηθούν στις πράξεις με διψήφιου και τριψήφιους αριθμούς και στις σχέσεις μεταξύ τους ως μονάδων μήκους. Να μετρούν περιμέτρους αντικειμένων. Ενδεικτική δραστηριότητα ΒΜ_σελ 28_εργασία 1.

Δ΄ τάξη: Να γνωρίζουν τις συνήθεις μονάδες μήκους και την σχέση ανάμεσα στο μέτρο και τις υποδιαιρέσεις του, να μπορούν να χρησιμοποιούν τον χάρακα, την μεζούρα και το γαλλικό μέτρο, να εκφράζουν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης με μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού (με δύο ψηφία δεκαδικά και μονάδα αναφοράς το μέτρο) αριθμού. Να γνωρίζουν ότι το 1 χιλιοστό του μέτρου συμβολίζεται με δεκαδικό αριθμό με 3 δεκαδικά ψηφία. Να σταθεροποιήσουν τις γνώσεις τους στις μετατροπές μονάδων μήκους.

Ενδεικτική δραστηριότητα ΒΜ β' τεύχος _σελ 45_εργασία 2&3.



Στο ισχύον ΑΠΣ προτείνονται διαθεματικά σχέδια εργασίας για τη μέτρηση μήκους – περιμέτρου όπως α) η ρίψη σφαίρας και καταγραφή σε πίνακα για το ποιος έριξε «πιο μακριά», Β' Δημοτικού – Γυμναστική και β) Σχέδιο Εργασίας Δ΄ Δημοτικού: Τα παιδιά αναζητούν πληροφορίες για τις μονάδες μέτρησης μήκους στην αρχαία Ελλάδα (π.χ. το στάδιο) και μαθαίνουν για το Διεθνές σύστημα μονάδων μέτρησης (S.I.). Το ισχύον πρόγραμμα Σπουδών ακολουθεί σειρά βιβλίων Δασκάλου-Μαθητή-Τετράδιο Μαθητή και υποστηρίζει την χρήση τεχνολογίας με προτάσεις επισκέψεων σε ιστοσελίδες και συνοδευτικό cd με επιπλέον διδακτικό υλικό. Η εξοικείωση με τις μονάδες μέτρησης και τη διαδικασία μέτρησης ή υπολογισμού διαφόρων γεωμετρικών αντικειμένων (μήκη, γωνίες, εμβαδά, όγκοι) ενισχύει την δυνατότητα περιγραφής του χώρου από τους μαθητές. Ο χώρος είναι έννοια του Γνωστικού άξονα της Γεωμετρίας.

Νέο ελληνικό πρόγραμμα (ΝΠΣ) του 2011

Στον νέο ελληνικό πρόγραμμα (ΝΠΣ) του 2011 οι μετρήσεις αποτελούν έναν από τους πέντε άξονες του μαθηματικού περιεχομένου και στοχεύουν στην ουσιαστική κατανόηση της διαδικασίας μέτρησης με την προσέγγιση και χρήση μεθόδων και εργαλείων, την ανάπτυξη δεξιοτήτων εκτίμησης και υπολογισμών. Η θεματική ενότητα των Μετρήσεων αναπτύσσεται σε τέσσερις τροχιές. Η δεύτερη τροχιά αφορά στην Μέτρηση μήκους.

Στην αρχή προσεγγίζονται οι **μετρικές έννοιες** δηλαδή οι σχέσεις ανάμεσα σε αντικείμενα που σχετίζονται με τα μαθηματικά μεγέθη – μήκος. Με την διαδικασία της μέτρησης εισάγεται η έννοια του μεγέθους, της μονάδας και της επανάληψης. Οι μαθητές πραγματοποιούν άμεσες συγκρίσεις για την κατανόηση του μήκους, έμμεσες συγκρίσεις με συστηματικές επικαλύψεις με μονάδες και συνδέουν τις επικαλύψεις ή τις επαναλήψεις των μονάδων με αριθμητικό αποτέλεσμα. Με αυτές τις διαδικασίες μπορούν να συνδέσουν τα *συνεχή χαρακτηριστικά* των γεωμετρικών αντικειμένων με *διακριτά* μεγέθη, στην περίπτωση μας το *μήκος* με τις *μονάδες μέτρησης* του.

Η χρήση των μονάδων κάνει απαραίτητη την εννοιολογική κατανόηση της διαίρεσης ενός μεγέθους σε ίσα μέρη, την επανάληψη των μονάδων, την καταμέτρηση των ίσων μερών και την σύνδεση της επανάληψης με έναν αριθμό που αποδίδει το μέτρο του μεγέθους. Τα παραπάνω αναπτύσσονται βαθμιαία στους μαθητές από τις μικρότερες τάξεις μέσα από πραγματικές καταστάσεις. Για παράδειγμα ένα στοιχείο από την καθημερινότητα που δίνει ευκαιρία στους μαθητές να εισαχθούν στην έννοια των χιλιοστών των δεκαδικών αριθμών είναι η μέτρηση μηκών – ύψος μαθητών. Επιπλέον η χρήση των εργαλείων μέτρησης και η ανάπτυξη στρατηγικών εκτίμησης υποστηρίζουν τους μαθητές στην ουσιαστική κατανόηση των μεγεθών.

Στο Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Υποχρεωτικής εκπαίδευσης γίνεται διάκριση μεταξύ ηλικιακών κύκλων και όχι απλά των τάξεων του σχολείου όπως γινόταν σε παλαιοτέρα προγράμματα. Ο διαχωρισμός γίνεται σε τρεις ηλικιακούς κύκλους :

I. 1^{ος} ηλικιακός κύκλος συμπεριλαμβάνει παιδιά από 5 έως 8 χρόνων δηλαδή τις τάξεις από Νήπια έως και Β’ τάξη του Δημοτικού.
II. 2^{ος} ηλικιακός κύκλος (από 8 έως 12) δηλαδή από Γ’ έως Στ’ τάξη του Δημοτικού και
III. 3^{ος} ηλικιακός κύκλος (από 12 έως 15 χρόνων) που συμπεριλαμβάνει τις τρεις τάξεις του Γυμνασίου.

Σε αυτήν την τροχιά των μετρήσεων θα εξετάσουμε μέχρι την Δ’ τάξη του Δημοτικού που ανήκει στον 2^{ο} ηλικιακό κύκλο.

Τα παιδιά ήδη από προσχολική ηλικία πραγματοποιούν αυθόρμητες συγκρίσεις. Κατά την διάρκεια του 1^{ου} ηλικιακού κύκλου τα παιδιά διδάσκονται την διαδικασία της μέτρησης με την εννοιολογική προσέγγιση του μετρούμενου μεγέθους – το μήκος. Η εισαγωγή στην μέτρηση είναι σύνθετη διαδικασία. Το μήκος ως αμετάβλητο χαρακτηριστικό των αντικειμένων επιτρέπει άμεση και έμμεση σύγκρισή των με την χρήση μονάδων κατά επανάληψη και σύνδεσή της με έναν αριθμό. Η δημιουργία βασικών αναπαραστάσεων με επικαλύψεις μεγέθους με ομοειδή μεγέθη ή «γεμίσματα» με διάφορα υλικά ενισχύει την αντίληψης της έννοιας της επανάληψης. Παρόλο που τα παιδιά δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι το μήκος διατηρείται μπορούν να πραγματοποιήσουν έργα μέτρησης μέσω σύγκρισης χρησιμοποιώντας ακόμα και τυπικές μονάδες μέτρησης. Στις άμεσες συγκρίσεις τα καταφέρνουν εύκολα ενώ στις έμμεσες απαιτούνται κατάλληλες δράσης για ολοκλήρωση της μέτρησης και σύνδεσης της με αριθμητικό αποτέλεσμα. Τα παιδιά χρησιμοποιούν μονάδες μετρήσεις και ως διαδικασία γίνεται κατανοητή, δεν επιτυγχάνεται όμως η εννοιολογική μάθηση π.χ. μπορούν να διαβάσουν το αποτελέσματα της μέτρησης πάνω στο μέτρο αλλά δεν αντιλαμβάνονται τι είναι μέγεθος-μέτρο-μέτρηση. Η απαίτηση λοιπόν είναι η σύνδεση της διαδικασίας με το μέγεθος που μετράτε και του αριθμού με την επανάληψη της μονάδας πάνω στο μέγεθος.

Οι στόχοι του Προγράμματος παρουσιάζονται ως Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ) που υπάγονται στα Βασικά θέματα των γεωμετρικών μετρήσεων. Αναφέρονται και ενδεικτικές δραστηριότητες που αντιστοιχούν σε στόχους. Οι δραστηριότητες είτε είναι δανεικές από τα ήδη υπάρχοντα βιβλία που συνοδεύουν το ισχύον ΑΠΣ – 2003, είτε προτείνονται νέες, κάποιες από τις οποίες είναι με ΤΠΕ - χρήση λογισμικού.

Το πρόγραμμα CCSS της Αμερικής

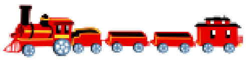
Στο πρόγραμμα της Αμερικής (CCSS) η τροχιά διδασκαλίας των γεωμετρικών μετρήσεων περιλαμβάνει την μέτρηση των μεγεθών μήκους, εμβαδού, όγκου και γωνίας. Οι Μεγάλες Ιδέες, δηλαδή οι γνώσεις και οι δεξιότητες που συμβαδίσουν με συγκεκριμένες σημαντικές μαθηματικές έννοιες οργανώνονται από τις τροχιές διδασκαλίας οι οποίες προσφέρουν ευκαιρίες μάθησης και βαθύτερης διερεύνησης των εννοιών από τα παιδιά. Οι μεγάλες ιδέες στη μέτρηση μήκους και περιμέτρου αφορούν

- στην διάκριση των χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου,
- στην αναγνώριση του μεγέθους του μήκους και της σύνδεσης του με μονάδα μέτρησης (αριθμητικό δεδομένο),
- στην κατανόηση διαφοροποίησης των διακριτών μονάδων μέτρησης από την συνεχή μονάδα και
- στην απόκτηση γνώσης ότι η μέτρηση του μήκους αποτελείται από δύο πτυχές, την επιλογή μιας μονάδας μέτρησης και την υποδιαίρεση (διανοητικά και φυσικά) του αντικείμενου από την εν λόγω μονάδα. Το μήκος του αντικειμένου είναι ο αριθμός

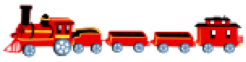
των μονάδων που απαιτούνται να τοποθετηθούν κατά επανάληψη από το ένα άκρο του αντικειμένου προς το άλλο, χωρίς κενά ή επικαλύψεις.

Στην τροχιά, της μέτρησης μήκους για το Δημοτικό Σχολείο που προτείνεται από το CCSS- M οι <u>διδακτικοί στόχοι κατά τάξη</u> και οι προτεινόμενες δραστηριότητες είναι οι εξής:

Grade 1: Ανάπτυξη της κατανόησης γραμμικών μετρήσεων και μετρήσεων με μήκη ως επαναλαμβανόμενες μονάδες μήκους. Οι μαθητές κατανοούν την σημασία και την διαδικασία της μέτρησης, συμπεριλαμβανομένων υποκείμενων εννοιών όπως της επανάληψης (η διανοητική δραστηριότητα δημιουργίας του μήκους ενός αντικειμένου με μονάδες ίσου μεγέθους) και της μεταβατικής ιδιότητας για την έμμεση μέτρηση.
Έμμεση σύγκριση μηκών και χρήση μη τυπικών μονάδων.
CCSS.MATH.CONTENT. 1.MD.A.1: Παράθεση τριών αντικείμενων κατά μήκος. Συγκρίνετε έμμεσα τα μήκη των δύο αντικειμένων χρησιμοποιώντας ένα τρίτο αντικείμενο.
CCSS.MATH.CONTENT. 1.MD.A.2: Εκφράστε το μήκος ενός αντικειμένου με αριθμό - πλήθος των μονάδων μήκους, τοποθετώντας πολλαπλά αντίγραφα ενός άλλου μικρότερου αντικειμένου (η μονάδα μέτρησης μήκους) από άκρο σε άκρο. Παρατηρήστε ότι η μέτρηση μήκους ενός αντικειμένου είναι ο αριθμός μονάδων μήκους του ίδιου μεγέθους που εκτείνονται χωρίς κενά ή επικαλύψεις. Περιορισμός του πλαισίου όπου το μετρούμενο αντικείμενο εκτάθηκε χωρίς κενά ή επικαλύψεις, από έναν ακέραιο αριθμό μονάδων μήκους.



Rod Trains



Level A:

You have 10 different rods - each a different color and a different length.

If you use just the red rods and put them together in a train (one next to each other), what other length rods could you make? List the other rods by color. Explain why only some rods work.

If the light green rod is 3 units long, determine the length of each of the other rods.

Explain the method you used to figure out the lengths.

Organize the rods in order from smallest to largest and draw each of them. Write the length next to each of your drawings.

Grade 2: Χρήση τυπικών μονάδων μέτρησης. Οι μαθητές αναγνωρίζουν την ανάγκη για χρήση τυπικών μονάδες μέτρησης (εκατοστά και ίντσες), χρησιμοποιούν χάρακες και άλλα εργαλεία μέτρησης με την προϋπόθεση ότι το γραμμικό μέτρο περιλαμβάνει επανάληψη των μονάδων. Αναγνωρίζουν ότι όσο μικρότερη είναι η μονάδα, τόσο περισσότερες επαναλήψεις χρειάζονται για να καλύψουν ένα δεδομένο μήκος.

Να μετρήσουν και να εκτιμήσουν τα μήκη με τυπικές μονάδες.

CCSS.MATH.CONTENT. 2.MD.A.1: Μετρήστε το μήκος ενός αντικειμένου επιλέγοντας και χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα εργαλεία, όπως χάρακες, γνώμονες, ράβδους μέτρησης και μετροταινίες.

CCSS.MATH.CONTENT. 2.MD.A.2: Μετρήστε το μήκος ενός αντικειμένου δύο φορές, χρησιμοποιώντας μονάδες μήκους διαφορετικών μηκών για τις δύο μετρήσεις. Περιγράψτε πώς οι δύο μετρήσεις σχετίζονται με το μέγεθος της επιλεγμένης μονάδας.

CCSS.MATH.CONTENT. 2.MD.A.3: Υπολογίστε μήκη χρησιμοποιώντας μονάδες ίντσες, πόδια, εκατοστά και μέτρα.

CCSS.MATH.CONTENT. 2.MD.A.4: Μετρήστε για να προσδιορίσετε πόσο μεγαλύτερο είναι ένα αντικείμενο από ένα άλλο, εκφράζοντας τη διαφορά μήκους με μια τυπική μονάδα μήκους.

Grade 3: Περίμετρος. Να αναγνωρίσουν την περίμετρο ως χαρακτηριστικό των επίπεδων μορφών και να διακρίνουν την μέτρηση μεταξύ μήκους και εμβαδού.

CCSS.MATH.CONTENT. 3.MD.D.8: Επίλυση πραγματικών και μαθηματικών προβλημάτων που αφορούν περιμετρικά όρια πολυγώνων, συμπεριλαμβανομένης της εύρεσης της περιμέτρου με δεδομένα τα πλευρικά μήκη, της ανεύρεσης αγνώστου μήκους πλευράς και της εμφάνισης ορθογωνίων με την ίδια περίμετρο και διαφορετικά εμβαδά ή με ίδια εμβαδά και διαφορετικές περιμέτρους.

Grade 4: Επίλυση προβλημάτων που συνεπάγονται τη μέτρηση και μετατροπή μονάδων από μεγαλύτερη μονάδα σε μια μικρότερη μονάδα.

CCSS.MATH.CONTENT 4.MD.A.1: Γνωρίστε τα σχετικά μεγέθη μονάδων μέτρησης σε ένα σύστημα μονάδων μέτρησης μήκους. Στο σύστημα μέτρησης που θα επιλέξετε, να εκφράσετε μέγεθος της μεγαλύτερης μονάδας με μια μικρότερη μονάδα. Αναφέρεται τις ισοδύναμες μετρήσεις σε έναν πίνακα δύο στηλών. Για παράδειγμα, ξέρετε ότι το 1 ft είναι 12 φορές μία 1 in. Εκφράστε το μήκος ενός φιδιού 4 ft ως 48 in. Δημιουργήστε έναν πίνακα μετατροπής για πόδια και ίντσες που απαριθμεί τα ζεύγη αριθμών (1, 12), (2, 24), (3, 36), ...

Τα κύρια σημεία της σύγκρισης των προγραμμάτων κατά το διδακτικό αντικείμενο Μέτρηση Μήκους

Α) Βασικές έννοιες ή στόχοι των 3 προγραμμάτων.

Ανά τάξη	**Ισχύον ΑΠΣ 2003**	**ΝΠΣ 2011**	**CCSS-M ΗΠΑ**
Α΄ Δημοτικού – grade 1	Εισαγωγή έννοια μήκους	Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις Σύνδεση μετρήσεων με αριθμητικό αποτέλεσμα – ΤΠΕ	Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις Να αντιληφθούν την ανάγκη χρήσης τυπικών μονάδων μέτρησης
Β΄ Δημοτικού – grade 2	Εφαρμογή διαδικασίας	Μέτρηση με χρήση τυπικών μονάδων,	Να μετρήσουν και να εκτιμήσουν τα

	μέτρησης με συμβατικές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης - εκτίμηση	επίλυση προβλημάτων μέτρησης μήκους, υπολογισμός αθροισμάτων μηκών	μήκη με τυπικές μονάδες μέτρησης
Γ΄ Δημοτικού – grade 3	Μέτρηση με συμβατικές μονάδες, έννοια και μέτρηση περιμέτρου	Ανάλυση και σύνθεση μηκών, μέτρηση μήκους τεθλασμένης διαδρομής, μετατροπές απλών μονάδων μέτρησης - ΤΠΕ	Να αναγνωρίσουν την περίμετρο ως χαρακτηριστικό των επίπεδων μορφών και να διακρίνουν την μέτρηση μεταξύ μήκους και εμβαδού
Δ΄ Δημοτικού – grade 4	Εξάσκηση μέτρηση μήκους και απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης	Μέτρηση και σύγκριση περιμέτρων πολυγωνικών σχημάτων κατασκευή σχημάτων με δεδομένη περίμετρο - ΤΠΕ	Επίλυση προβλημάτων που συνεπάγονται τη μέτρηση και μετατροπή μονάδων από μεγαλύτερη μονάδα σε μια μικρότερη μονάδα.

Β) Αναφορά χρήσης της τεχνολογίας και σε ποια σημεία των προγραμμάτων.

Στο Ισχύον ΑΠΣ 2003 μέσα στο βιβλίο του δασκάλου προτείνεται χρήση τεχνολογίας με την διάθεση ιστοσελίδων για περαιτέρω πληροφορίες ή χρήση του συνοδευτικού cd. Για παράδειγμα στο ΒΔ της Δ΄ Δημοτικού στο κεφάλαιο 17 _ Μετρήσεις διατίθεται χρήσιμη ηλεκτρονική σελίδα http://www.eim.gr.

Στο ΝΠΣ 2011 στην Δ΄ Δημοτικού http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4279?locale =el ΨΣ -Μετρώντας με βήματα

Γ) Σε τι διαφέρουν τα προγράμματα ως προς τη σειρά παρουσίασης των εννοιών και των στόχων;

Για την έννοια της περιμέτρου στο Ισχύον ΑΠΣ 2003 δεν προβάλλεται στους βασικούς στόχους στην Β΄ & Γ΄ δημοτικού. Στο βιβλίο του δασκάλου στην Β΄ Δημοτικού υπάρχει σαν Μαθηματική έννοια και εμφανίζεται στο κεφάλαιο 42 αλλά δεν αναπτύσσεται, ωστόσο υπάρχει και δραστηριότητα. Στην Γ΄ δημοτικού εμφανίζεται με δύο δραστηριότητες. Τα άλλα δύο προγράμματα την εντάσσουν στην τροχιά μάθησης της μέτρησης μήκους τεθλασμένης γραμμής και να την αναγνωρίσουν οι μαθητές ως χαρακτηριστικό των επίπεδων μορφών δημιουργώντας την βάση κατανόησης των γεωμετρικών επιπέδων. Σταθμός μάθησης για την διάκριση μέτρησης μεταξύ μήκους και εμβαδού. Το ΝΠΣ 2011 στην Γ΄ Δημοτικού προτάσσει για την μέτρηση μήκους τεθλασμένης διαδρομής δραστηριότητες από το βιβλίο μαθητή της Β΄ Δημοτικού.

Για την έννοια του μεγέθους μήκους τα δύο σύγχρονα προγράμματα την εντάσσουν μέσω των συγκρίσεων και μάλιστα ξεκινούν με τις άμεσες και προχωρούν στις έμμεσες. Οι μαθητές προσεγγίζουν εννοιολογικά το αμετάβλητο του μεγέθους ενώ στο ισχύον εκτελούν μετρήσεις εμπειρικές και χρησιμοποιούν εκφράσεις «ψηλότερο από» κτλ.

Η χρήση συμβατικών μονάδων μέτρησης στα δυο σύγχρονα προγράμματα εντάσσετε στην Β δημοτικού αφού έχει γίνει αντιληπτή η ανάγκη χρήσης τους στην Α δημοτικού ενώ στο Ισχύον ΑΠΣ 2003 ο στόχος σταθεροποιείται στην Γ΄ Δημοτικού.

Για την μετατροπή των μονάδων ο στόχος συναντάται στην Δ΄ Δημοτικού – grade 4 στο ισχύον και στο Αμερικάνικο ενώ στο ΝΠΣ 2011 ξεκινάει στην Γ΄ Δημοτικού.

Δ) Ποιες διαφορές παρουσιάζουν τα προγράμματα ως προς τη διδακτική τους θεωρία;

Τα δύο Προγράμματα το ΝΠΣ 2011 και το CCSS-M των ΗΠΑ στηρίζουν την δομή τους στην διδακτική θεωρία των τροχών μάθησης. Η θεωρία δεν είναι γραμμική, ούτε υποστηρίζει την ροή διδασκαλίας βήμα – βήμα τα όποια βήματα να βρίσκονται σε αλληλουχία. Αντιθέτως σε μία τροχιά μάθησης – διδασκαλίας η μαθησιακή διδασκαλία εξελίσσεται σε επίπεδα, ο μαθητής μετακινούμενος από επίπεδο σε επίπεδο αποκτούν συνοχή οι γνώσεις και οι δεξιότητες του. Οι δυσκολίες των μαθητών είναι σε συνάρτηση με την προηγούμενη και την επόμενη γνώση με στόχο την εννοιολογική κατανόηση και μάθηση των εννοιών και συγκεκριμένα των μετρικών εννοιών. Για παράδειγμα η έννοια της μεταβατικότητας ενώ δεν γίνεται ρητή στο CCSS-M εντούτοις συμβαίνει όταν οι μαθητές πραγματοποιούν έμμεσες συγκρίσεις μεγέθους μήκους με την χρήση ενός τρίτου αντικειμένου ως μεσολαβητή. Στα δυο προγράμματα επισημαίνονται οι σταθμοί μάθησης των τροχών μάθησης. Σημαντικό είναι να μπορέσουν οι μαθητές να ξεχωρίσουν την μονάδα μέτρησης «1» άλλοτε ως *διακριτή* και άλλοτε ως *συνεχής* και αυτό είναι σταθμός μάθησης για την κατανόηση της αριθμογραμμής και των κλασμάτων. Η δυσκολία της κατανόησης των ρητών αριθμών βρίσκεται στην εμμονή του κανόνα και όχι στην ιδέα που κρύβεται στην πράξη της καθημερινότητας. Η χρήση της τεχνολογίας προτείνεται και στα δυο προγράμματα σε λογισμικά που παρέχουν δραστηριότητες.

Αντίθετα το ισχύον ΑΠΣ 2003 ενώ είναι μαθητοκεντρικό μεταβαίνει τα επίπεδα με βάση την γνώση του περιεχομένου, δεν γίνεται κατανοητή η αναγκαιότητα της εξελικτικής ανάπτυξης των περιεχομένων. Παρόλο που προτάσσει να λαμβάνονται υπόψη οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών δεν βοηθά τον εκπαιδευτικό να αιτιολογήσει τις δυσκολίες τους και να προσδιορίσει το επίπεδο της εννοιολογικής τους μάθησης. Η έλλειψη της κατανόησης ιδιαίτερα στα Μαθηματικά απωθεί τους μαθητές από την μαθησιακή διαδικασία. Η χρήση της τεχνολογίας προτείνεται αλλά περιορίζεται στην διάθεση ιστοσελίδων για επιπλέον πληροφορίες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΤΠΕ

Η Τεχνολογία στα Μαθηματικά

Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (ΤΠΕ) περιλαμβάνουν τους Η/Υ, το διαδίκτυο, τις τεχνολογίες αναμετάδοσης και την τηλεφωνία. Ειδικότερα ο Η/Υ κατά την εκπαιδευτική του χρήση αναδεικνύεται σε εξέχον εργαλείο της νόησης (cognitive ή mind tool) υποστηρίζοντας τις γνωστικές διεργασίες των μαθητών και προσφέροντας ένα περιβάλλον περαιτέρω γνωστικής καλλιέργειας ως προς την κριτική σκέψη, τις εκτελεστικές λειτουργίες και τις μεταγνωστικές διεργασίες (Βοσνιάδου, 2006˙ Jupri et al., 2015). Συνολικά η εκπαιδευτική χρήση του Η/Υ και των ΤΠΕ έχουν συνδράμει ευεργετικά στη σχολική πρακτική, γεγονός αναγνωρισμένο από την πλειονότητα της εκπαιδευτικής κοινότητας, παρά τον αντίλογο, που κατά καιρούς θέτει σε αμφισβήτηση την ωφελιμότητα και προστιθέμενη αξία των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία (Ζωγόπουλος, 2012˙ Laborde, Kynigos, Hollebrands & Strässer, 2006).

Αν και εγείρονται και ενστάσεις, ως προς την ωφελιμότητα και προστιθέμενη αξία των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία, σε κάθε περίπτωση όμως, ο κύριος πυλώνας τεχνολογικής, εκπαιδευτικής αξιοποίησης αποτυπώνεται περίτρανα στη δηκτική δήλωση του Noss, συνεργάτη του Piaget: «Τα χρηματικά ποσά, που διατίθενται για την παιδαγωγική κατάρτιση και επιμόρφωση των εκπαιδευτικών, επιβάλλεται να είναι εκατονταπλάσια αυτών, που δαπανώνται για την αγορά υπολογιστών».

Οι εκπαιδευτικές χρήσεις των ΤΠΕ χωρίζονται σε 3 κατηγορίες (Βοσνιάδου, 2006). Η πρώτη κατηγορία αφορά στην ανάπτυξη βασικών δεξιοτήτων και στην εξοικείωση με την Τεχνολογία. Επίσης, οι μαθητές μαθαίνουν να χρησιμοποιούν λογισμικά. Η δεύτερη περίπτωση επικεντρώνεται σε λογισμικά εξάσκησης και επανάληψης. Τέλος η τελευταία κατηγορία χρήσεων των ΤΠΕ περιλαμβάνει περισσότερο κονστρουκτιβιστικές προσεγγίσεις.

Σύμφωνα με το NCTM (2000), η τεχνολογία είναι ουσιαστική για τη μάθηση των Μαθηματικών, διότι επιδρά δραστικά στα Μαθηματικά, που διδάσκονται στο σχολείο, ενισχύοντας τη διαδικασία της μάθησης. Τα τεχνολογικά εργαλεία μπορούν να υποστηρίξουν την έρευνα και την ανακάλυψη της γνώσης από τους μαθητές, σε κάθε τομέα των Μαθηματικών. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν περισσότερα Μαθηματικά με τη χρήση της τεχνολογίας, η οποία όταν αξιοποιείται κατάλληλα και επαρκώς, μπορεί να παρέχει ένα πλούσιο περιβάλλον στο οποίο μπορούν να αναπτυχθούν η κατανόηση της Γεωμετρίας αλλά και η διαίσθηση των μαθητών. Οι

ΤΠΕ χρειάζεται να αποτελούν ένα από τα βασικά μαθησιακά εργαλεία βοηθώντας τους μαθητές κατά την επίλυση προβλημάτων, προσφέροντας πρόσβαση σε πληροφορίες, αποτελώντας ιδανικό πεδίο για μοντελοποίηση προβλημάτων και για ανάπτυξη μοντέλων και διαδικασιών λήψης αποφάσεων (Jonassen & Howland, 2003˙ Jupri et al., 2015).

Χρήση νέων τεχνολογιών στην υπηρεσία της Διδακτικής

Η μία ενεργητική διαδικασία που διαχωρίζεται από την έννοια του απλώς διδάσκομαι. Η ενεργητική ενασχόληση στη μαθησιακή διαδικασία βοηθάει τους μαθητές να οικοδομούν τη γνώση και αυτό είναι και το ζητούμενο που προτείνεται από τους Κονστρουκτιβιστές. Οι μαθητές όμως χρειάζονται τη βοήθεια και την προτροπή που θα τους δραστηριοποιήσει όταν θα την έχουν ανάγκη και θα τους καθοδηγήσει όταν θα είναι απαραίτητο. Τα μαθησιακά περιβάλλοντα, τα οποία βασίζονται σε αυτές τις αρχές αλληλεπίδρασης – αλληλόδρασης (Interactive Learning Environments (ILEs), έχουν σαν βάση τις νέες τεχνολογίες. Η χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση είναι μία πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς να επανεξετάσουν τί είναι δυνατό να διδάξουν, διότι μπορούν να φέρουν νέους τρόπους και προσεγγίσεις στη διδασκαλία που δεν είναι εφικτές χωρίς τη χρήση τους (Μηλιός Γ, 2011).

Με την εμφάνιση των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι επιστήμονες άρχισαν συγχρόνως να σκέπτονται και την αξιοποίησή τους στην εκπαίδευση. Αυτή η προσπάθεια ξεκίνησε ουσιαστικά από τα μέσα της δεκαετίας του εβδομήντα με την εμφάνιση των επιστημονικών υπολογιστών τσέπης (scientific calculators) και συνεχίστηκε μέχρι τις ημέρες μας με τη χρήση των προσωπικών υπολογιστών (PC) αλλά και με πληθώρα λογισμικού (software). Ειδικότερα για το μάθημα των Μαθηματικών αλλά και γενικότερα τα μαθήματα των θετικών επιστημών, η σημερινή τεχνολογία μπορεί να προσφέρει τη γνώση με τέτοιο τρόπο που το βιβλίο είναι αδύνατον να προσφέρει. Είναι γεγονός ότι εδώ και πολλά χρόνια οι μαθητές προσπαθούν να απορροφήσουν τη γνώση με τον ίδιο πάντα τρόπο. Είτε μέσα από τις σελίδες του σχολικού βιβλίου, είτε με τη βοήθεια και την καθοδήγηση του δασκάλου τους. Η εκπαιδευτική τεχνολογία η οποία παρέχεται σήμερα με τη μορφή ηλεκτρονικών υπολογιστών και κατάλληλου λογισμικού θέτει τις βάσεις για αποτελεσματικότερη διδασκαλία, με στόχο πάντα την καλύτερη αφομοίωση των νέων εννοιών.

Ο Richard Mayer στο άρθρο του Multimedia Learning (Μηλιός Γ, 2011) αναφέρει ότι η έρευνά του κινείται γύρω από την ιδέα ότι το να σχεδιάσεις διδακτικά μοντέλα τα οποία βασίζονται σε λογισμικά προγράμματα θα πρέπει να κινούνται γύρω από τη θεωρία της ουσιαστικής μάθησης. Δηλαδή η χρήση τους δε θα πρέπει να γίνεται απλώς για τη χρήση. Προτείνει περισσότερη έρευνα στον τομέα που αφορά πώς οι μαθητές μαθαίνουν από φωτογραφίες και λέξεις. Δηλαδή πώς οι μαθητές αφομοιώνουν οπτικές και προφορικές πληροφορίες στη διάρκεια της μάθησης με χρήση πολυμέσων. Σύμφωνα με τη θεωρία του Mayer ο μαθητής θα πρέπει να αντιμετωπίζεται ως ένας κατασκευαστής της γνώσης ο οποίος ενεργητικά επιλέγει και κατασκευάζει κομμάτια από οπτική και ακουστική γνώση με μοναδικούς τρόπους.

Ο Mayer επίσης υποστηρίζει (Μηλιός Γ, 2011) ότι με βάση τη γενετική θεωρία του Wittrock (Generative Theory), η ουσιαστική μάθηση συμβαίνει όταν οι μαθητές επιλέγουν πληροφορίες από ότι τους παρουσιάζεται , την οργανώνουν σε κομμάτια πληροφοριών τα οποία ανακατασκευάζουν και τέλος τα μοιράζονται με άλλους ανταλλάσσοντας απόψεις και γνώμες. Όσον αφορά τη δική του θεωρία τα ακουστικά και οπτικά λειτουργικά συστήματα που προσφέρουν τα πολυμέσα είναι πολύ σημαντικά στην προσπάθεια των μαθητών να κατασκευάσουν τη νέα γνώση.

Τεχνολογία – Δυναμικά Περιβάλλοντα & Γεωμετρία

Ένα βασικό χαρακτηριστικό, που χρειάζεται να διέπει τη διδασκαλία κατά τη Γεωμετρία, είναι η πρόταξη της δυναμικής της προοπτικής (Παπαδόπουλος, 2013). Προς ικανοποίηση αυτής της ανάγκης στα τέλη της δεκαετίας του ΄80 αναπτύχθηκαν τα αλληλεπιδραστικά ψηφιακά περιβάλλοντα «Δυναμικής Γεωμετρίας» με έντονη παρουσία έκτοτε κατά την εκπαιδευτική πράξη (Arango, Gaviria & Valencia, 2015˙ Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001). Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η ψηφιοποίηση του γεωπίνακα (Εικόνα 1.1), η ανάπτυξη του γεωμετρικού sketchpad (Εικόνα 1.2), όπου προωθούνται οι φυσικές μεταφορές και / ή οι οπτικές αναπαραστάσεις με δυνατότητα άμεσης διαχείρισης μαθηματικών αντικειμένων και εννοιών και ολιστικής επεξεργασίας τους και το e-tangram (Εικόνα 1.3) (Ζωγόπουλος, 2012). Όλα αυτά τελούν υπό την φιλοσοφία του «ανοιχτού» περιβάλλοντος διερευνητικής μάθησης, που βοηθά τους μαθητές να αντιληφθούν τις γενικές πτυχές ενός στατικού διαγράμματος (Jackiw, 2001˙ Laborde et all, 2006).

Η υψηλού βαθμού ανατροφοδότηση και η αλληλεπίδραση αποτελούν τα βασικά μαθησιακά χαρακτηριστικά ενός εκπαιδευτικού λογισμικού για τη Γεωμετρία

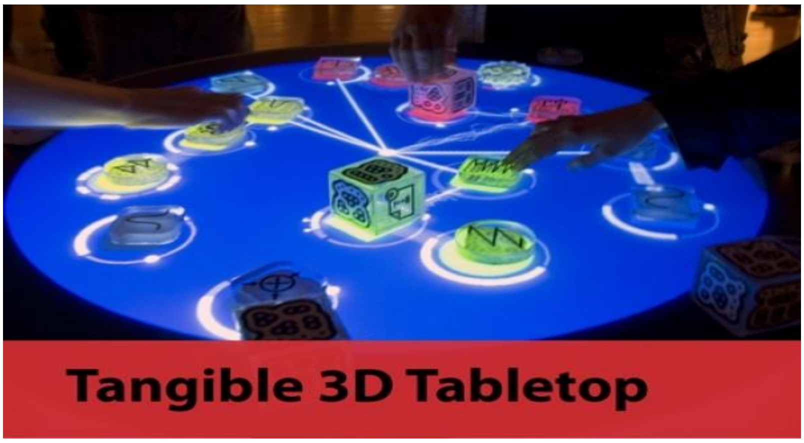
(Μαστρογιάννης & Τρύπα, 2010˙ Sarama & Douglas, 2009˙ Yook Kin Loong, 2014). Ουσιαστικά μέσω ενός λογισμικού προσφέρεται στους μαθητές ένα είδος «εικονικού εργαστηρίου», όπου μπορούν ελεύθερα αξιοποιώντας τη δημιουργικότητά τους να αυτενεργήσουν, να αναζητήσουν, να πειραματισθούν και να παρατηρήσουν ανακαλύπτοντας σταθερές, πρότυπα και κανονικότητες, μέσω των οποίων θα οδηγηθούν στη διατύπωση υποθέσεων, που εν συνεχεία θα δοκιμάσουν και πάλι με τη συνδρομή του λογισμικού (Arango et al., 2015˙ Gawlick, 2005˙ Jupri et al., 2015).

Γενικά βάσει της έρευνας σε αυτόν τον τομέα διαπιστώνεται ότι με την εφαρμογή δυναμικών περιβαλλόντων επιτυγχάνεται υψηλότερο επίπεδο κατανόησης των γεωμετρικών εννοιών και ενθαρρύνονται οι μαθητές να κινηθούν προς υψηλότερα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης, όπου περιττεύει η στείρα απομνημόνευση ιδιοτήτων γεωμετρικών σχημάτων και εννοιών (Nkhwalume & Liu, 2013˙ Ustun & Ubuz, 2004).

Διαδραστικά συστήματα απτικής διεπαφής

Ένα είδος δυναμικών ψηφιακών εφαρμογών, που φαίνεται ότι ενισχύει τη μάθηση και την κατανόηση αφηρημένων φαινομένων αποτελούν τα διαδραστικά συστήματα απτικών διεπαφών (Istenić Starčić, Turk & Zajc, 2015˙ Fleck & Hachet, 2016). Οι απτικές διεπαφές (Tangible User Interfaces ή TUIs) αφορούν στην αλληλεπίδραση του χρήστη – δέκτη δερματικών και μυϊκών ερεθισμών (ανάδραση) με εικονικά ή απομακρυσμένα συστήματα (Skulmowski et al., 2016). Η απτική ανάδραση ενσωματώνεται από τον χρήστη, ο οποίος μπορεί να δράσει ποικιλοτρόπως σε σχέση με τα αντικείμενα του περιβάλλοντος (Manches et al., 2012). Ένα σύστημα απτικών διεπαφών περιλαμβάνει τη συσκευή της αλληλεπίδρασης και μια αναπαράσταση του εικονικού περιβάλλοντος, με το οποίο αλληλοεπιδρά ο χρήστης (O’Malley & Stanton Fraser, 2004). Επομένως η διεπαφή διαμεσολαβεί στη σχέση χρήστη και αναπαράστασης ως δέκτης και πομπός σωματικών ερεθισμάτων για τον χρήστη (Antle & Wise, 2013). Οι απτικές διεπαφές διαχωρίζονται σε φορητές και μη φορητές (Εικόνα 2.1), καθώς και σε διεπαφές με δερματική ή κιναισθητική ανάδραση, που μπορούν να είναι φορητές ή μη (Εικόνα 2.2) (Burlson et al., 2017).

Εκπαιδευτικά με τη χρήση απτικών διεπαφών επιδιώκεται μεταξύ άλλων η παροχή στα παιδιά ενός συνεργατικού περιβάλλοντος, όπου οικοδομούν τη γνώση ουσιαστικά παίζοντας (Orit & Eva, 2009˙ Price et al., 2003). Οι απτικές διεπαφές σε εκπαιδευτικό επίπεδο συνάδουν με τις θεωρίες της ενσώματης μάθησης, όπου υποστηρίζεται ότι το σώμα είναι εργαλείο γνωστικής ανάπτυξης μέσα από διαδικασίες ενσωμάτωσης σωματικών ερεθισμάτων και μετατροπής τους σε εμπειρίες μέσω κινητικών δράσεων (Παλαιγεωργίου, 2017). Η μάθηση σε αυτή την περίπτωση είναι προϊόν της σύνδεσης κι αλληλεπίδρασης νόησης, σωματικής δράσης και αναπαράστασης – περιβάλλοντος (Παλαιγεωργίου, 2017˙ Pouw, van Gog & Paas, 2014).

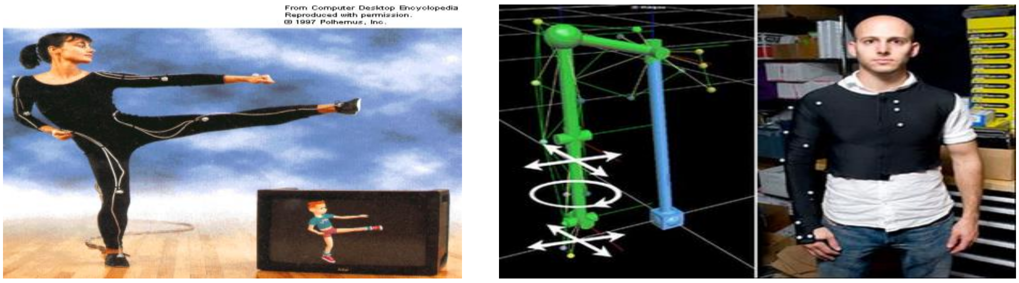


<u>ΕΙΚΟΝΑ 2.1</u>

Το κύριο πλεονέκτημα των απτικών διεπαφών είναι ο συνδυασμός πολυάριθμων ερεθισμάτων και παιδαγωγικής υποστήριξης παράλληλα με τη διατήρηση του χρήστη σε εμπλοκή με πραγματικούς φυσικούς πειραματισμούς (Burlson et al., 2017˙ Fleck & Hachet, 2016). Το πλεονέκτημα αυτό τις καθιστά ικανά μέσα υποστήριξης γνωστικών λειτουργιών και μοντελοποίησης ιδεών, που υποβοηθιέται από την παροχή πολλαπλών αναπαραστάσεων (Istenić Starčić et al., 2015).

<u>ΕΙΚΟΝΑ 2.2</u>: Φορητές απτικές διεπαφές i) κιναισθητικής ανάδρασης, ii) δερματικής ανάδρασης

i) ii)



Οι χειριστικές ιδιότητες των απτικών διεπαφών με φυσικούς χειρισμούς ενισχύει τη μετάβαση μεταξύ φυσικών και εικονικών αναπαραστάσεων και τη μετάβαση μεταξύ επιπέδων λογικών διαδικασιών (Burlson et al., 2017˙Istenić Starćić et al., 2015˙ Pouw, van Gog & Paas, 2014).Η εκπαίδευση με τη χρήση απτικών διεπαφών μπορεί να έχει διάφορες μορφές: ατομικά, σε ζεύγη, σε μικρές ομάδες κ.π.ά. (Istenić Starćić et al., 2015). Επίσης με τη χρήση κάθε τύπου απτικής διεπαφής επιτυγχάνονται διαφορετικά αποτελέσματα (Antle & Wise, 2013). Για παράδειγμα, στην περίπτωση χειρισμού της ίδιας μη φορητής συσκευής απτικών διεπαφών από μια ομάδα μαθητών προάγεται η συνεργατική μάθηση. Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση, όπου αξιοποιείται ο πίνακας της τάξης ως επιφάνεια εργασίας της απτικής διεπαφής, που είναι το σύνηθες, το «φυσικό» περιβάλλον για μαθησιακές δραστηριότητες (Istenić Starćić et al., 2015).

Η κατάλληλη χρήση διεπαφών μπορεί να καλμάρει το γνωστικό φορτίο και καθιστά τους μαθητές ικανούς να αρπάξουν νοητικές και φυσικές προκλήσεις (Antle & Wise, 2013˙ Istenić Starćić et al., 2015˙ Manches & O'Malley, 2012˙ Pouw, van Gog & Paas, 2014). Αυτό συμβαίνει κυρίως επειδή κατά τις απτικές διαδράσεις γίνεται μια συνεχής ανακύκλωση μεταξύ προσωπικής έκφρασης των μαθητών και εξερεύνησης (O'Malley & Stanton Fraser, 2004).

Οι απτικές διαδράσεις συνδράμουν θετικά στη μάθηση, διότι χρησιμοποιούν ως κύριο μέσο τη φυσική δραστηριότητα και τον ενεργητικό χειρισμό, που βοηθούν στο «χτίσιμο» αντιπροσωπευτικών αντιστοιχίσεων, οι οποίες εξυπηρετούν την μετέπειτα πιο συμβολική μεσολαβούμενη δραστηριότητα, που οδηγεί στην εξειδίκευση των αισθησιοκινητικών αναπαραστάσεων (O'Malley & Stanton Fraser, 2004). Ενώ μπορεί τα παιδιά να αποτυγχάνουν στη λύση προβλημάτων, όταν το αποπειρώνται σε πιο αφηρημένες αναπαραστάσεις, φαίνεται να τα καταφέρνουν, όταν το αποπειρώνται με συμβολικούς χειρισμούς φυσικών αντικειμένων (O'Malley & Stanton Fraser, 2004˙ Price & Pontual Falcão, 2011).

Οι απτικές διεπαφές έχουν εφαρμογή σε όλα τα μαθησιακά πεδία στο σχολείο (Fleck & Hachet, 2016˙Gervais, Frey, Gay, Lotte& Hachet, 2016). Ένα παράδειγμα χρήσης των απτικών διεπαφών στον τομέα των Μαθηματικών είναι το σύστημα Button Matrix, όπου χρησιμοποιούνται συζευγμένη αφή, δόνηση και οπτική ανατροφοδότηση. Σκοπός της σύζευξης όλων αυτών των στοιχείων είναι αφενός να υπογραμμιστούν τα στοιχεία των σωματικών εμπειριών, που αντιπροσωπεύουν αριθμητικές έννοιες, αφετέρου να υπάρχουν «συνθήματα» απόκρισης εκεί, όπου συνδέονται η σωματική εμπειρία και οι μαθηματικοί συμβολισμοί (Crame & Antle, 2015).

Αξιοποίηση των Δυναμικών Περιβαλλόντων στη Μαθηματική εκπαίδευση

Υπάρχουν πολλοί διαθέσιμοι τύποι λογισμικών για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Προς τα τέλη της δεκαετίας του ΄80, τοποθετείται η νέα γενιά του γεωμετρικού λογισμικού, δηλαδή, των Περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας με δημοφιλέστερους αντιπροσώπους το Cabri και το Sketchpad, που ριζοσπαστικοποίησαν τη διδασκαλία και μάθηση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Τα πρώτα Δυναμικά Περιβάλλοντα Γεωμετρίας αξιοποίησαν πλήρως, την τεράστια πρόοδο που είχε συντελεστεί στη δημιουργία γραφικών διεπαφών χρήστη. Ένα από τα κίνητρα ήταν να ενισχυθούν οι μαθητές, ώστε να αντιληφθούν τις γενικές πτυχές ενός στατικού διαγράμματος (Laborde et all, 2006). Επιπλέον ήταν (και είναι) περισσότερο φιλικά στο χρήστη και φυσικά δεν απαιτούν γνώσεις προγραμματισμού, κάτι που προβάλλει, μάλλον, ως το σημαντικότερο πλεονέκτημά τους.

Τα μαθηματικά είναι μια από τις γλώσσες της φαντασίας και η γεωμετρία είναι μια δεξιότητα των ματιών, των χεριών καθώς επίσης και του νου. Οι λέξεις «θεώρημα» και «θέατρο» είναι ομόριζες και σχετίζονται με τις παρουσιάσεις, με τις επιδείξεις, ενώ και οι δύο παρέχουν μια αύρα μαγείας γύρω τους (Johnston - Wilder & Pimm, 2005). Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας προσφέρουν αυτή την αίσθηση της μαγείας, με τη δημιουργία και το συνεχή μετασχηματισμό διαγραμμάτων και άλλων μαθηματικών μορφών. Αντίθετα από την ανθρώπινη νοητική φαντασία, η οθόνη του υπολογιστή μπορεί επίσης να κρατήσει συγκεκριμένες εικόνες για παρατήρηση και διερεύνηση και, επιπλέον, είναι ένας δημόσιος χώρος, που καθιστά τις δυναμικές φαντασίες, ορατές σε όλους (Johnston - Wilder & Pimm, 2005). Η Γεωμετρία, αναμφίβολα, είναι το γνωστικό αντικείμενο, στο οποίο η τεχνολογία έχει υπεισέλθει «δυναμικά», μέσω, αυτών των γνωστών διαδραστικών περιβαλλόντων μάθησης. Ακόμα, τέτοιες τεχνολογικές προσεγγίσεις είναι δυνατές ακόμα και στην ύλη του Δημοτικού Σχολείου.

Το σωστό εκπαιδευτικό λογισμικό έχει υψηλή ανατροφοδοτική και αλληλεπιδραστική λειτουργία, αφού σχεδιάζεται και υλοποιείται, αυστηρά, για καθαρά διδακτικούς σκοπούς. Τα λογισμικά αυτά ανήκουν στην κατηγορία των διερευνητικών μικρόκοσμων, αποτελούν εικονικά εργαστήρια και επιτρέπουν στους μαθητές να δημιουργήσουν πληθώρα ομοειδών σχημάτων, να πειραματισθούν, να εξερευνήσουν και να παρατηρήσουν, προκειμένου να εντοπίσουν σταθερές, πρότυπα και κανονικότητες, ώστε να διατυπώσουν υποθέσεις τις οποίες και θα δοκιμάσουν ακολούθως, με τη συνδρομή του λογισμικού. Σε ένα τέτοιο είδος αλληλεπίδρασης με το μικρόκοσμο ο μαθητής μπορεί να αποκτήσει τη γνώση, που ενσωματώνεται στο λογισμικό και μπορεί έπειτα να κατασκευάσει μια κατάλληλη γεωμετρική γνώση (Bartolini Bussi et al., 2004).

Γενικά, πολλά αποτελέσματα ερευνών αποκαλύπτουν ότι τα δυναμικά περιβάλλοντα διευκολύνουν την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών και ενθαρρύνουν τους μαθητές να κινηθούν προς υψηλότερα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης πέραν μιας στραγγαλιστικής απομνημόνευσης ιδιοτήτων, κάποιων γεωμετρικών σχημάτων (Ustun & Ubuz, 2004).

Scratch

Τι είναι ο προγραμματισμός;

Η τέχνη του να μπορούμε να γράφουμε τα δικά μας προγράμματα ονομάζεται προγραμματισμός. Ο ορισμός του προγραμματισμού από την ελληνική Wikipedia:

«*Το σύνολο των διαδικασιών σύνταξης ενός υπολογιστικού προγράμματος για την πραγματοποίηση εργασιών ή για την επίλυση ενός δεδομένου προβλήματος. Ο προγραμματισμός περιλαμβάνει επίσης τον έλεγχο του προγράμματος για την επαλήθευση της ακρίβειάς του, και την προπαρασκευή των οδηγιών με τις οποίες ένας υπολογιστής θα εκτελέσει τις εργασίες που καθορίζονται στις προδιαγραφές του προγράμματος*».

Γενικότερα ως προγραμματιστικό πρόβλημα θεωρούμε κάθε ζήτημα που τίθεται προς επίλυση, κάθε κατάσταση που μας απασχολεί, κάθε ηλεκτρονική συμπεριφορά που επιθυμούμε να επιδειχθεί από τον υπολογιστή μας. Τα παιχνίδια, όπως όλα τα προβλήματα, έχουν τα δικά τους συγκεκριμένα δεδομένα και ζητούμενα. Π.χ. σε ένα παιχνίδι ράλι, θέλουμε, αν ο χρήστης πατά το δεξί βέλος του πληκτρολογίου, το αυτοκινητάκι μας να στρίβει προς τα δεξιά. Πριν λύσουμε λοιπόν οποιοδήποτε πρόβλημα ως προγραμματιστές, οφείλουμε να κατανοήσουμε σε βάθος αυτά τα δυο στοιχεία, τα δεδομένα και τα ζητούμενα.

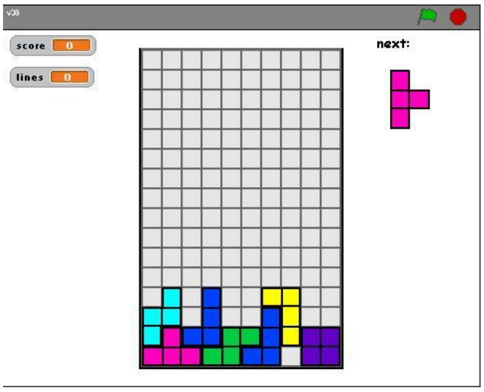
Τι σημαίνει όμως «λύνουμε ένα πρόβλημα», π.χ. δημιουργούμε ένα νέο παιχνίδι, ως προγραμματιστές; Σημαίνει ότι θα πρέπει να δώσουμε συγκεκριμένες και ακριβείς οδηγίες στον υπολογιστή για τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να λειτουργεί.

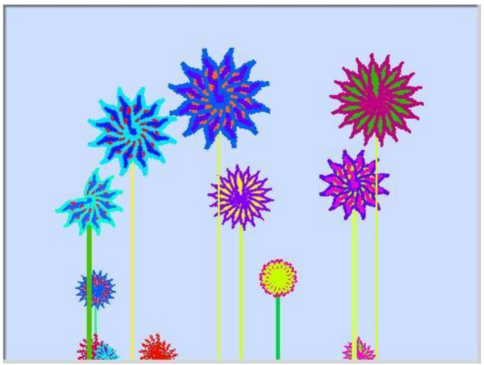
Πως θα φαίνεται η οθόνη μας; Πως θα αντιδρούν οι πρωταγωνιστές του παιχνιδιού στα διαφορετικά συμβάντα; Τι θα συμβαίνει όταν ο χρήστης χάσει μια ζωή; Τι θα γίνει αν η σφαίρα αγγίξει ένα ζωάκι; Η περιγραφή της λύσης, δηλαδή η διατύπωση των σωστών οδηγιών για την επίλυση του προβλήματος, περιέχει συχνά δυσκολίες.

Το κυριότερο συστατικό ενός προγράμματος είναι οι εντολές. Μπορούμε να φανταστούμε τις εντολές σαν οδηγίες του προγραμματιστή προς τον υπολογιστή για να κάνει κάτι (π.χ. να δημιουργήσει μια γραμμή, να μετακινήσει έναν στρατιώτη, να δείξει μια εικόνα στην οθόνη). Μία ακολουθία εντολών συνιστά το πρόγραμμα. Τα προγράμματα που χρησιμοποιείτε καθημερινά, όπως το Tetris ή ο ναρκαλιευτής, αποτελούνται από μια σειρά εντολών, μια σειρά οδηγιών για το πώς πρέπει να συμπεριφέρονται. (scratchplaybook, 2010).

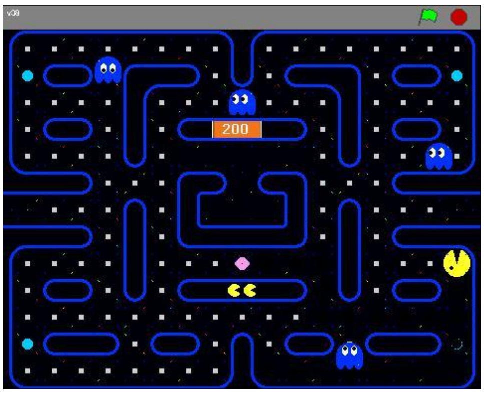
Τί είναι το Scratch;

Το Scratch είναι μία νέα γλώσσα προγραμματισμού με την οποία μπορούμε να φτιάχνουμε τις δικές μας διαδραστικές ιστορίες, τα δικά μας παιχνίδια εύκολα και γρήγορα, ενώ παράλληλα θα συζητάμε για βασικές αρχές του προγραμματισμού. Με αυτή τη πλατφόρμα προγραμματισμού θα μπορέσουμε να φτιάξουμε το δικό μας tetris, packman ή το δικό μας κήπο, όπως βλέπουμε στις παρακάτω εικόνες.





Επίσης μπορούμε να δημιουργούμε τα δικά μας κινούμενα σχέδια με διάλογους της επιλογής μας, καθώς και θα μοντελοποιούμε προβλήματα φυσικής όπως για παράδειγμα την κίνηση των πλανητών γύρω από τον ήλιο.

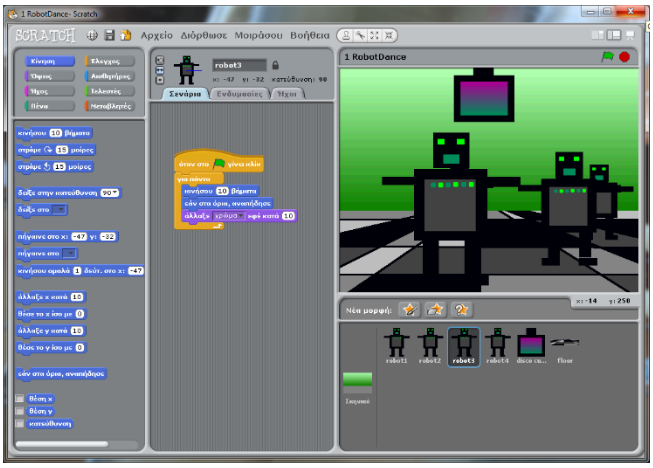


Ιστορικά στοιχεία για το Scratch.

Αναπτύχθηκε από το Lifelong Kindergarten group στο MIT με επικεφαλή τον Mitchel Resnick και πρωτοεμφανίστηκε το καλοκαίρι του 2007, είναι δηλαδή σχετικά καινούριο περιβάλλον. Το λογισμικό διανέμεται δωρεάν για διαφορετικά λειτουργικά συστήματα (Windows, Mac OS X ή Linux) και η εγκατάστασή του είναι πολύ απλή. Σήμερα χρησιμοποιείται ευρέως για τη διδασκαλία του προγραμματισμού, ενώ η διάδοσή του είναι ταχύτατη. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι στην ιστοσελίδα του Scratch (http://scratch.mit.edu/) υπάρχουν γύρω στα 700.000 εγγεγραμμένα μέλη και γύρω στους 200.000 προγραμματιστές που δημοσιεύουν τα προγράμματά τους στον συγκεκριμένο ιστοχώρο!

Ενδιαφέρον είναι ότι το Scratch πήρε το όνομά του από την τεχνική των DJ's (scratching). Το βασικό χαρακτηριστικό της τεχνικής των DJ's είναι η επαναχρησιμοποίηση των μουσικών κομματιών. Αντίστοιχα στο Scratch όλα τα αντικείμενα, γραφικά, ήχοι, και κείμενα μπορούν εύκολα να εισαχθούν σε ένα νέο πρόγραμμα και να συνδυαστούν με ποικίλους τρόπους για την παραγωγή ενός προγράμματος, κάτι το οποίο δίνει κίνητρο για περαιτέρω ενασχόληση με αυτό.

Στην παρακάτω εικόνα εμφανίζεται το περιβάλλον του Scratch ενώ έχουμε ανοίξει ένα από τα έτοιμα παραδείγματα που μας προσφέρει.



Οι εντολές, που όπως είπαμε είναι τα δομικά συστατικά ενός προγράμματος, αναπαριστώνται ως **τουβλάκια**. Τα τουβλάκια, που αποκαλούμε **εντολές**, συνθέτονται σε στοίβες, οι οποίες συνιστούν τα **σενάρια ενεργειών**,

Παρατηρούμε πως ενώνονται τα τουβλάκια-εντολές και σχηματίζουν ένα μπλοκ, κατά τρόπο όμοιο με αυτόν που θα ενώναμε τουβλάκια lego.

Όλες αυτές οι στοίβες από τουβλάκια δημιουργούν το πρόγραμμά μας. Ποια είναι όμως τα πλεονεκτήματα της χρήσης του Scratch;

Οι δημιουργοί του Scratch για να μας διευκολύνουν σχεδίασαν τις εντολές κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους μόνο όταν ο συνδυασμός τους έχει νόημα. Επιπλέον, οι εντολές που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είναι εκ των προτέρων γνωστές και εντοπίζονται εύκολα ανοίγοντας καθεμιά από τις διαθέσιμες **παλέτες εντολών** (βρίσκονται στα αριστερά της οθόνης του Scratch). Τα ονόματα των εντολών έχουν επιλεχθεί ώστε να μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε τι κάνει μία εντολή. Τέλος, το Scratch μας δίνει τη δυνατότητα να εξετάζουμε πολύ γρήγορα και εύκολα τα αποτελέσματα οποιασδήποτε εντολής (scratchplaybook, 2010). Αρκεί να πατήσουμε διπλό κλικ πάνω της (ακόμη και μέσα στην παλέτα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - «Η Ευκλείδειος Σχολή»

Απτικές διεπαφές & διαχείριση της γνωστικής σύγκρουσης για το Εμβαδόν & την Περίμετρο – Μια εκπαιδευτική πρόταση

Στη βάση όλων των προαναφερθέντων σχεδιάστηκε ένα εκπαιδευτικό ψηφιακό πρόγραμμα, όπου αξιοποιείται η Ενσώματη Μάθηση μέσω απτικών διεπαφών μέσα σε ένα δυναμικό περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας. Το περιβάλλον χαρακτηρίζεται ως «μεικτής πραγματικότητας», επειδή πλαισιώνεται η ψηφιακή αναπαράσταση με φυσικά αντικείμενα, ώστε να γίνει πιο ρεαλιστική και να ενισχυθεί η αισθησιοκινητική μάθηση εκ μέρους του παιδιού (Παλαιγεωργίου, 2017). Το πρόγραμμα σχεδιάστηκε με την εφαρμογή scratch (γλώσσα προγραμματισμού) σε συνδυασμό με τα εργαλεία Makey – Makey, μέσω των οποίων γίνονται οι απτικές διεπαφές. Δημιουργήθηκε μια κατάλληλη για τις ανάγκες του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού προγράμματος τρισδιάστατη μακέτα ενός κήπου, όπου διαδραματίζονταν οι δραστηριότητες του προγράμματος μέσα από εικονικές αναπαραστάσεις, που προβάλλονταν με τη βοήθεια ενός προτζέκτορα πάνω στην επιφάνεια της μακέτας. Η αρχική μορφή και το πρόωρο σενάριο αφορούσε στην επίσκεψη παιδιών στην «Ευκλείδειο Σχολή». Εκεί είχαν την ευκαιρία να ασχοληθούν με δραστηριότητες, που παρουσιάζονταν από το πρόγραμμα, οι οποίες αφορούσαν στις γεωμετρικές έννοιες του Εμβαδού και της Περιμέτρου. Η δόμηση των δραστηριοτήτων τέλεσε υπό τη φιλοσοφία του μοντέλου των van Hiele οδηγώντας τα παιδιά σταδιακά από την οπτικοποίηση στην ανάλυση με καθοδηγούμενο προσανατολισμό, ενισχύοντας κατάλληλα τα παιδιά να υποθέσουν και να συσχετίσουν, ώστε με ελεύθερο προσανατολισμό να προσεγγίσουν γεωμετρικές αποδείξεις (Abdul Halim & Effandi, 2013˙Mason, 1997˙ Murphy, 2012˙ Πατσιομίτου & Εμβαλωτής, 2010). Κατά την επιλογή των δραστηριοτήτων ελήφθη υπόψη το επίπεδο μαθησιακής ετοιμότητας, στο οποίο τυπικά βρίσκονται παιδιά Στ' Δημοτικού. Περιελήφθησαν κατάλληλες μορφές ανατροφοδότησης, ώστε να υπάρχει «*scaffolding*», προκειμένου να οδηγηθεί η σκέψη των παιδιών με ενεργητική, διερευνητική μάθηση σε ένα επόμενο μαθησιακό επίπεδο.

Σε επόμενο στάδιο και στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγιναν οι απαραίτητες βελτιώσεις – προσθήκες, ώστε να προσαρμοστεί το επίπεδο δυσκολίας στο επίπεδο των φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδυσης.

Όραμα

Ποικίλες έρευνες συνάμα με την καθημερινή εκπαιδευτική πράξη έχουν αναδείξει σημεία, που αποτελούν πηγή εννοιολογικής σύγχυσης ως προς την κατάκτηση μαθησιακών αντικειμένων μέχρι το τελικό μαθησιακό στάδιο, δηλαδή το στάδιο προσαρμογής. Στο στάδιο προσαρμογής τα άτομα καταφέρνουν τόσο στην αντιληπτή, όσο και στη μη αντιληπτή πραγματικότητα να διαχειρίζονται ορθά και παραγωγικά γεωμετρικές έννοιες με ισχυρισμούς, που μπορούν να αποδείξουν, αν τους ζητηθεί.

Κατά την εννοιολογική σύγχυση πιθανά ένα άτομο να κατέχει τους κανόνες, αλλά να «μπλοκάρει» κατά την εφαρμογή ή να τους επεκτείνει εσφαλμένα. Η' μπορεί εξ αρχής να διαμόρφωσε εσφαλμένη αναπαράσταση για τον κανόνα. Ειδικά στην περίπτωση των γεωμετρικών σχημάτων, που μοιραία η κατανόηση εξασφαλίζεται μεταξύ άλλων και μέσω της οπτικοποίησης τα εννοιολογικά σφάλματα είναι συχνά. Δεδομένου ότι η κατανόηση των σχημάτων προϋποθέτει κατανόηση μέσω αντιληπτικών και τουλάχιστον ενός ακόμη είδους γνωστικών διαδικασιών επεξεργασίας (ήτοι λεκτικών / σειριακών / λειτουργικών) είναι αποτελεσματικό να προσφέρονται μαθησιακές ευκαιρίες προσαρμοσμένες σε αυτές τις παραμέτρους. Δηλαδή να δίνεται η δυνατότητα πειραματισμού σε σχέση με την αντιληπτική, λεκτική, σειριακή και λειτουργική διαδικασία ως περιβάλλον εργασίας.

Διαμορφώθηκε σε καθεμία από τις προτεινόμενες περιπτώσεις ένας Γεωμετρικός Χώρος Εργασίας, που απευθύνεται σε παιδιά (αρχικά), αλλά και σε φοιτητές (τελική μορφή) που έχουν διέλθει επιτυχώς από τα τρία πρώτα στάδια μάθησης (απόκτηση / αφομοίωση / διατήρηση) και βρίσκονται ένα βήμα πριν το τελικό στάδιο μάθησης, δηλαδή βρίσκονται στο στάδιο της γενίκευσης. Επιχειρούμε να προσφέρουμε σε αυτό το στάδιο ένα πεδίο πειραματισμού, διαίσθησης και παραγωγής, ώστε το παιδί και ο φοιτητής να ανακαλύψει την προϋπόθεση, για να περάσει στο τελικό στάδιο μάθησης: την προσαρμογή. Θα προκαλέσουμε λογικούς προβληματισμούς (τυπική αξιωματική γεωμετρία) και ο χρήστης με μέσο το σώμα του θα λύσει κάθε εννοιολογική σύγχυση γύρω από γεωμετρικές σχέσεις.

🗁 ΣΕΝΑΡΙΟ 1: «Χρησιμοποιώντας άλλο μέτρο, δεν αλλάζει το εμβαδόν»

Το σενάριο αυτό έρχεται να λύσει μια συνήθη σύγχυση, που παρατηρείται σε παιδιά Στ' Δημοτικού, η οποία παρουσιάζεται, όταν ζητείται από τα παιδιά να προσδιορίσουν το εμβαδό της ίδιας επιφάνειας με τη χρήση διαφορετικών μέτρων. Νομίζουν, όπως φαίνεται, ότι αν αυξομειωθεί το μέτρο, αυξομειώνεται ανάλογα και το εμβαδόν / μέγεθος του σχήματος / επιφάνειας.

🗁 ΣΕΝΑΡΙΟ 2: «Όταν αλλάζει το εμβαδόν, αλλάζει πάντα και η περίμετρος;»

Μια άλλη συνήθης εννοιολογική σύγχυση, που παρατηρείται σε παιδιά Στ' Δημοτικού είναι αναφορική με τη σχέση μεταξύ περιμέτρου & εμβαδού. Εσφαλμένα νομίζουν ότι κάθε φορά, που αλλάζει το εμβαδόν, αλλάζει και η περίμετρος.

«Η Ευκλείδειος Σχολή»

ΕΙΚΟΝΑ 3.1: Το εκπαιδευτικό περιβάλλον της εφαρμογής

Το εκπαιδευτικό περιβάλλον της προτεινόμενης εφαρμογής εξελίσσεται με τη χρήση μιας μακέτας 1,5 Χ 1, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.1. Το περιβάλλον συνδυάζει ψηφιακά και παιγνιωδώς ρεαλιστικά στοιχεία, που συνθέτουν έναν πραγματικό κήπο (περίφραξη, χόρτο, φυτά, ζωάκια κ.τ.λ.). Η συνολική διάρκεια του εκπαιδευτικού προγράμματος είναι περίπου 25-30 λεπτά και μπορούν να συμμετέχουν παιδιά ΣΤ' Δημοτικού είτε κατ' άτομο, είτε σε μικρές ομάδες 2-3 παιδιών. Οι χρήστες στέκονται μπροστά στη μακέτα και κρατώντας έναν «ειδικό» κρίκο, που ενεργοποιεί τη λειτουργία του συστήματος makey-makey, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2, μπορούν να αλληλεπιδρούν με όσα προβάλλονται στην επιφάνεια της μακέτας αναπτύσσοντας απτική επαφή (πατώντας πάνω σε διάφορες περιοχές της επιφάνειας).

ΕΙΚΟΝΑ 3.2: Στον κύκλο επισημαίνεται ο τρόπος, που επιτρέπει την αλληλεπίδραση των παιδιών με την εφαρμογή

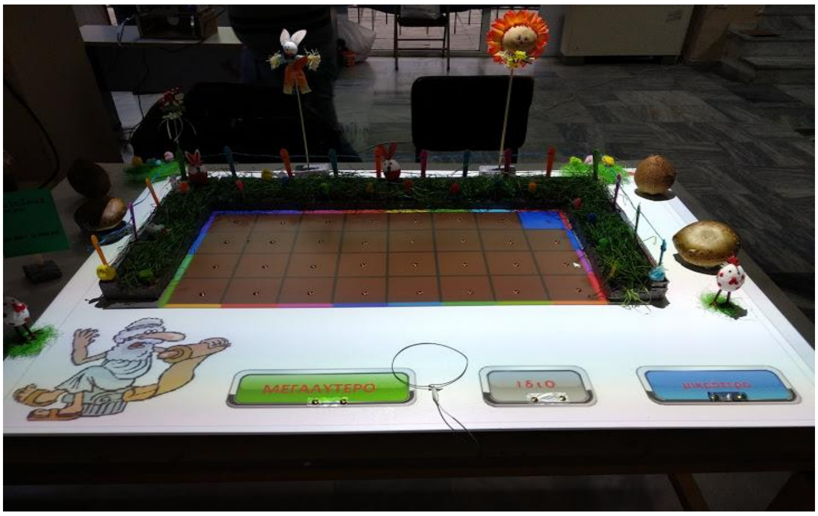
Χωρίς να χρειάζεται παρέμβαση από τον ερευνητή οι χρήστες μπορούν εξ ολοκλήρου να διαχειριστούν την εφαρμογή ακολουθώντας το σενάριο της εφαρμογής, όπως προβάλλεται πάνω στην επιφάνεια της και αλληλοεπιδρώντας με αυτή (Εικόνες 3.3 & 3.4).

ΕΙΚΟΝΑ 3.3

ΕΙΚΟΝΑ 3.4

Οι χρήστες εισάγονται στην εφαρμογή με την εμφάνιση ενός ήρωα, του Αριθμομνήμων, ο οποίος είναι μαθητής του Ευκλείδη. Ο Αριθμομνήμων (Εικόνα 3.5) παρουσιάζει αρχικά στους χρήστες μια σειρά από δραστηριότητες Νοερής Απεικόνισης, όπως με ζωγραφικούς πίνακες του Καντίνσκι, προκειμένου να εκπληρωθεί το 1^{ο} επίπεδο της θεωρίας των van Hiele, δηλαδή της ολιστικής αναγνώρισης σχημάτων χωρίς ανάλυση ιδιοτήτων. Ακολούθως ο Αριθμομνήμων εισάγει τα παιδιά στο 2^{ο} επίπεδο δραστηριοτήτων, αυτό της Ανάλυσης, όπου καλούνται να κάνουν χρήση ορολογίας κι αναγνώριση ιδιοτήτων χωρίς επιχειρηματολόγηση γύρω από το εμβαδόν και την περίμετρο, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.6.

ΕΙΚΟΝΑ 3.5: Ο Αριθμομνήμων



<u>ΕΙΚΟΝΑ 3.6</u>

Στη φάση αυτή χρησιμοποιούνται, όποτε χρειάζεται, ανάλογα με το επίπεδο μαθησιακής ετοιμότητας των χρηστών οπτικοί και ακουστικοί ενισχυτές, δείκτες και στοιχεία ανατροφοδότησης, ώστε να καταφέρουν να οικοδομήσουν περαιτέρω γνώση. Βάσει αυτής οδηγούνται σταδιακά από τον Αριθμομνήμων στο $3^{ο}$ επίπεδο της Μη Τυπικής Παραγωγής, αναπτύσσοντας λεπτομερέστερη αντίληψη και διαισθητική κατανόηση των ιδιοτήτων του εμβαδού και της περιμέτρου κι επιχειρηματολογώντας λογικά για τις σχέσεις μεταξύ τους.

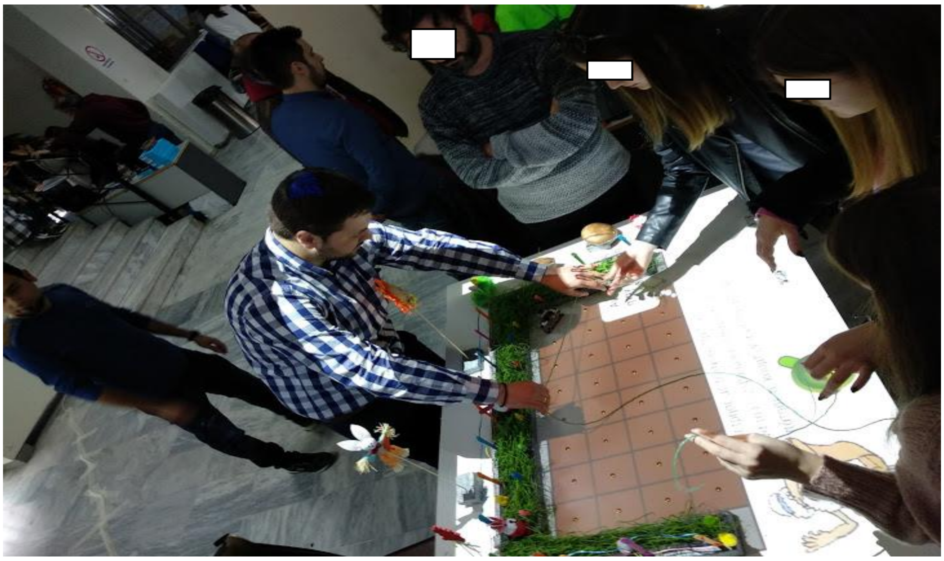
Σε αυτή τη φάση το εκπαιδευτικό πλαίσιο είναι ένας κήπος, που οι χρήστες καλούνται να διαμορφώσουν ως χώρο με διάφορους τρόπους, μέσω των οποίων επηρεάζονται φαινομενικά ή πραγματικά οι διαστάσεις του εμβαδού ή / και της περιμέτρου του. Για παράδειγμα, οι χρήστες θα πρέπει να κρίνουν αν αλλάζει η περίμετρος του κήπου με την προσθήκη μιας βρύσης σε μια γωνιά, αν αλλάζει το εμβαδόν της επιφάνειας, όπου φυτεύονται λάχανα, όταν αλλάζει το σχήμα της επιφάνειας ή αν αλλάζει η περίμετρος της επιφάνειας, όπου φυτεύονται τριαντάφυλλα, όταν αλλάζει το εμβαδόν και το ανάποδο, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.7. Οι υπολογισμοί γίνονται με διάφορους τρόπους εκ μέρους των χρηστών.

ΕΙΚΟΝΑ 3.7

Δηλαδή μπορούν να υπολογίσουν με τη χρήση συγκεκριμένων μέτρων με φυσικό τρόπο (μετρώ τα τετραγωνάκια - Εικόνες 3.8 & 3.9) ή με τη χρήση σχοινιού (Εικόνα 3.10) ακολουθώντας ψηφιακή οπτικοακουστική ανατροφοδότηση (Εικόνα 3.11).

ΕΙΚΟΝΑ 3.8

ΕΙΚΟΝΑ 3.9

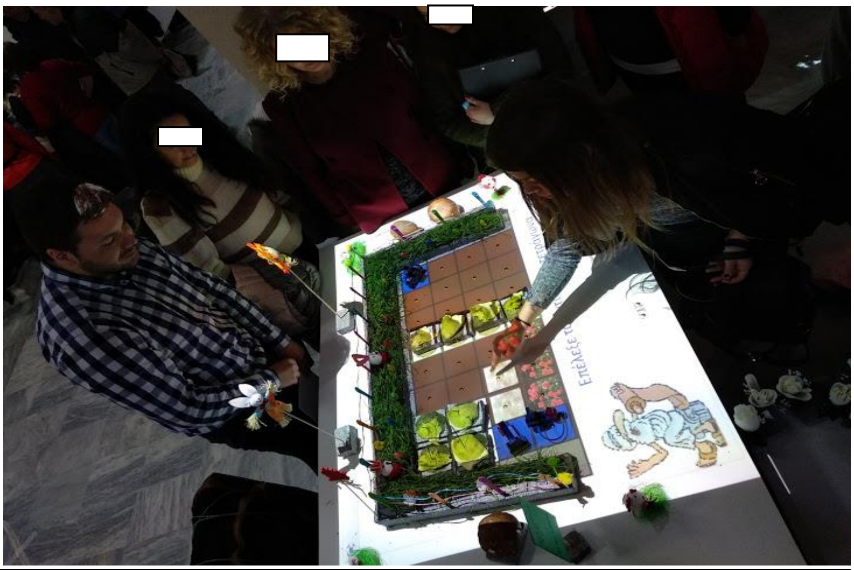


ΕΙΚΟΝΑ 3.10

ΕΙΚΟΝΑ 3.11

Στην τελική φάση, δηλαδή στο $4^{ο}$ επίπεδο της Παραγωγής ζητείται από τους χρήστες μέσα από διάφορες σχετικές με τον κήπο δραστηριότητες να αποδείξουν τις μη απαραίτητα αλληλοεπηρεαζόμενες μεταξύ τους διαστάσεις της περιμέτρου και του εμβαδού, κάνοντας επιπλέον προσαρμογές στα στοιχεία του κήπου (Εικόνα 3.12).

Στο πρόγραμμα αυτό δεν επιχειρήθηκε η δημιουργία δραστηριοτήτων, που αφορούν στο $5^{ο}$ και τελευταίο στάδιο της θεωρίας των van Hiele, διότι αυτό δεν αφορούσε στον μαθητικό πληθυσμό, που εξαρχής απευθυνόταν το πρόγραμμα.



ΕΙΚΟΝΑ 3.12

Αποτελέσματα εφαρμογής της απτικής διεπαφής σχετικά με τις έννοιες περιμέτρου και εμβαδού σε παιδιά ΣΤ' Δημοτικού

Με αφορμή την οργάνωση διημέρου φεστιβάλ νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση εκ μέρους του πανεπιστημίου ανοιχτού για το κοινό το Μάρτιο του 2018 υπήρξε η δυνατότητα να εφαρμοστεί μια πρόωρη έκδοση (πειραματική) του προγράμματος σε περισσότερα από 30 παιδιά.

Κατόπιν τούτου, η τελική μορφή με τις βελτιώσεις - προσθήκες και τις απαραίτητες αιτιολογήσεις πραγματοποιήθηκε την Τρίτη 05 Μαρτίου 2019 από τον ερευνητή στους φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης μελλοντικούς δασκάλους.

Για την αξιολόγηση της αρχικής μορφής του προγράμματος στα παιδιά της ΣΤ' Δημοτικού χρησιμοποιήθηκε μια φόρμα ερωτήσεων γύρω από το γνωστικό δυναμικό των συμμετεχόντων για το εμβαδόν και την περίμετρο πριν την ενασχόλησή τους με την εφαρμογή (pre-test) κι ένα αντίστοιχου, αλλά διαφοροποιημένου περιεχομένου μετά την ενασχόλησή τους με την εφαρμογή (post-test), προκειμένου να σκιαγραφηθεί η πιθανή βελτίωση του γνωστικού τους δυναμικού σε αυτόν τον τομέα εξαιτίας της εφαρμογής. Το περιεχόμενο κάθε φόρμας περιείχε ερωτήσεις κατάλληλες για το αναμενόμενο γνωστικό δυναμικό σε αυτόν τον τομέα παιδιών ΣΤ' Δημοτικού. Παρατηρήθηκε ότι πριν τη χρήση της εφαρμογής το 75% των συμμετεχόντων παρουσίαζαν στις μισές περίπου από τις ασκήσεις αξιολόγησης παρανοήσεις γύρω από τη σχέση εμβαδού και περιμέτρου, ενώ μετά την εφαρμογή μόλις το 30% είχαν ακόμη παρανοήσεις για το 25% περίπου των ασκήσεων αξιολόγησης. Κρίθηκε ότι οι θετικές αλλαγές από την εφαρμογή του προγράμματος ήταν θεαματικές, γεγονός ιδιαίτερα ενθαρρυντικό για τη συνέχεια.

Επίσης όλοι οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν ερωτηματολόγιο γύρω από τις γενικότερες εντυπώσεις, που τους άφησε η ενασχόληση με την χρήστη ΤΠΕ σε συνδυασμό με την Ενσώματη Μάθηση. Στη συντριπτική πλειοψηφία τους οι συμμετέχοντες έκριναν ότι αυτό το εκπαιδευτικό περιβάλλον είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό, ενδιαφέρον, ενισχύει την εκούσια συμμετοχή, δεν κουράζει και δεν προκαλεί ανία στους συμμετέχοντες. Επίσης έκριναν ότι μαθαίνουν γρηγορότερα, χωρίς να αισθάνονται ότι μετέχουν σε ένα αυστηρό εκπαιδευτικό πλαίσιο, αντίθετα ο παιγνιώδης χαρακτήρας των εφαρμογών μείωνε τα επίπεδα άγχους, που πιθανά θα βίωναν σε ένα άλλο εκπαιδευτικό περιβάλλον.

Η τελική μορφή της απτικής διεπαφής

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής έγινε την Τρίτη 05 Μαρτίου 2019 η χρήση και η δοκιμή της απτικής διεπαφής σχετικά με τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού, σε φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης.

Στην τελική αυτή μορφή της εφαρμογής έγιναν οι απαραίτητες προσθήκες και βελτιώσεις για να προσαρμοστεί το επίπεδο της εφαρμογής στο επίπεδο των φοιτητών, έτσι ώστε να μην τους φανεί ανιαρό (εικόνα 3.13 και 3.15). Όσον αφορά το επίπεδο και την ύλη που χρησιμοποιήθηκε, ως επί των πλείστων χρησιμοποιήθηκε το σχολικό βιβλίο της ΣΤ' Δημοτικού, αλλά λήφθηκε υπόψη και η εντριβή των φοιτητών με το μάθημα του Δ εξαμήνου «Στοιχεία γεωμετρίας και επίλυση προβλημάτων».

<u>ΕΙΚΟΝΑ 3.13</u>

Πρωτίστως, ζητήθηκε η επαρκής αιτιολόγηση – σχολιασμός πριν από κάθε απάντηση. Κατά την διάρκεια της χρήσης της εφαρμογής, υπήρχε ένα μικρόφωνο (εικόνα 3.14) και ηχογραφούσε τις αιτιολογήσεις των φοιτητών. Το πρόγραμμα δεν επέτρεπε στους φοιτητές να συνεχίσουν στην επόμενη ερώτηση αν προηγουμένως δεν αιτιολογούσαν – επιχειρηματολογούσαν την απάντηση τους.

<u>ΕΙΚΟΝΑ 3.14</u>

Έγιναν προσθήκες στα γεωμετρικά σχήματα, με περισσότερα παραδείγματα και περισσότερες ερωτήσεις, όπως η εύρεση - υπολογισμός και της περιμέτρου εκτός από το εμβαδόν σε ακανόνιστα σχήματα (εικόνα 3.15), πέραν των κλασικών γεωμετρικών σχημάτων. Επίσης πριν το τέλος της εφαρμογής προστέθηκε και 2 νέες ερωτήσεις που παρακινούν τους χρήστες να υπολογίσουν τους δύο κήπους με λουλούδια (άσπρα και κόκκινα), οι οποίοι έχουν την ίδια περίμετρο, αλλά διαφορετικό εμβαδόν. Καταλήγουν έτσι στο συμπέρασμα ότι το τετράγωνο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν από τα υπόλοιπα σχήματα και ότι δυο διαφορετικά σχήματα με ίδια περίμετρο δεν έχουν πάντοτε και ίσο εμβαδό όπως και δύο διαφορετικά σχήματα με ίδιο εμβαδό (ισοεμβαδικά) δεν έχουν πάντοτε ίση περίμετρο.

ΕΙΚΟΝΑ 3.15

Με τις αρχικές ερωτήσεις, αλλά και με τις προσθήκες που έγιναν στην εφαρμογή, ξεδιαλύνονται – αποσαφηνίζονται όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο, στην στατιστική ανάλυση, οι παρανοήσεις που μπορεί να προ- υπήρχαν σχετικά με τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού.

Οι φοιτητές συμπλήρωσαν στα πλαίσια του μαθήματος του Δ εξαμήνου «Στοιχεία γεωμετρίας και επίλυση προβλημάτων» ερωτηματολόγια (αρχική αξιολόγηση) και 1 εβδομάδα μετά ήρθαν σε επαφή με την απτική διεπαφή που δημιουργήθηκε και «στήθηκε» για το σκοπό αυτό, στο φουαγιέ της Παιδαγωγικής Σχολής του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας. Με το πέρας της χρήσης της απτικής διεπαφής, οι φοιτητές συμπλήρωσαν ένα διαφορετικό ερωτηματολόγιο (τελική αξιολόγηση), αλλά ίδιου επιπέδου, ίσων αριθμό ερωτήσεων και των ίδιων κατηγοριών (εννοιολογικές – οπτικές – υπολογιστικές και σχεδιαστικές ερωτήσεις). Τα αποτελέσματα αναλύονται στο επόμενο κεφάλαιο.

Για καλύτερη διαχείριση χρόνου, εξυπηρέτησης των φοιτητών αλλά και για να μπορέσουν να δοκιμάσουν την εφαρμογή περισσότεροι φοιτητές, υπήρξε ένας προγραμματισμός μέσω της εφαρμογής doodle (https://doodle.com). Οι φοιτητές μπορούσαν να συνδεθούν στην ιστοσελίδα και να επιλέξουν ένα από τα διαθέσιμα ραντεβού.

Θεωρήθηκε όμως ορθό και δίκαιο να δοθεί η ευκαιρία να δοκιμάσουν την εφαρμογή και σε αυτούς που δεν είχαν κλείσει ραντεβού, σε χρόνο όμως που δεν υπήρχε κάποιο ραντεβού και εφόσον είχαν συμπληρώσει προηγουμένως την αρχική αξιολόγηση και συμφωνούσαν μετά να συμπληρώσουν και την τελική αξιολόγηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – Στατιστική ανάλυση των αξιολογήσεων

Το δείγμα της έρευνας

Το δείγμα αποτελείται από 25 φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης. Από αυτούς οι 3 ήταν άνδρες και οι 22 γυναίκες. Λόγω του μικρού ποσοστού των ανδρών δεν θα γίνει κάποια στατιστική ανάλυση μεταξύ των ανδρών και των γυναικών. Επίσης αξίζει να αναφερθεί ότι υπήρχαν και άλλες αξιολογήσεις – ερωτηματολόγια, τα οποία όμως δεν ήταν ολοκληρωμένα στο σύνολο τους ή δεν υπήρχε η τελική αξιολόγηση. Τέλος άξιο αναφοράς είναι ότι την ημέρα που ήταν διαθέσιμη στο κοινό για χρήση η απτική διεπαφή, υπήρχε ένας μικρός αριθμός συμμετεχόντων που επιθυμούσε να την δοκιμάσει αλλά δεν επιθυμούσε να συμπληρώσει την αρχική και τελική αξιολόγηση. Οπότε ο αριθμός των συμμετεχόντων που συμπλήρωσαν πλήρως τις αξιολογήσεις ήταν 25.

Τα κριτήρια επιλογής των συμμετεχόντων ήταν να είναι φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης και να παρακολουθούν ή να είχαν παρακολουθήσει το μάθημα « Στοιχεία Γεωμετρίας και επίλυση προβλημάτων». Θεωρήθηκε σκόπιμο οι φοιτητές να κατέχουν μια στοιχειώδη γνώση γεωμετρίας και κυρίως να έχουν ασχοληθεί με τις έννοιες τις περιμέτρου και του εμβαδού.

Ερευνητικά μέσα

Στους φοιτητές δόθηκαν 2 αξιολογήσεις. Μία αρχική (pre test) και μία τελική (post test). Η αρχική δόθηκε στην διάρκεια του μαθήματος και πριν «τρέξουν την διαδραστική – απτική διεπαφή που δημιουργήθηκε σχετικά με τις έννοιες περίμετρο και εμβαδόν. Και οι δυο αξιολογήσεις αποτελούνταν από συνολικά 17 ερωτήσεις ίδιων κατηγοριών (εννοιολογικές – οπτικές – υπολογιστικές - σχεδιαστικές) και ίδιου επιπέδου. Η κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 2 μονάδες. Δηλαδή συνολικά ένας φοιτητής που θα τα απαντούσε όλα σωστά θα λάμβανε μέγιστο σκορ 34 μονάδες. Αν σε μία ερώτηση υπήρχαν 2 υποερωτήματα, τότε το καθένα λάμβανε από μία μονάδα, έτσι ώστε η ερώτηση συνολικά να λάβει 2 μονάδες.

Ερευνητικά ερωτήματα

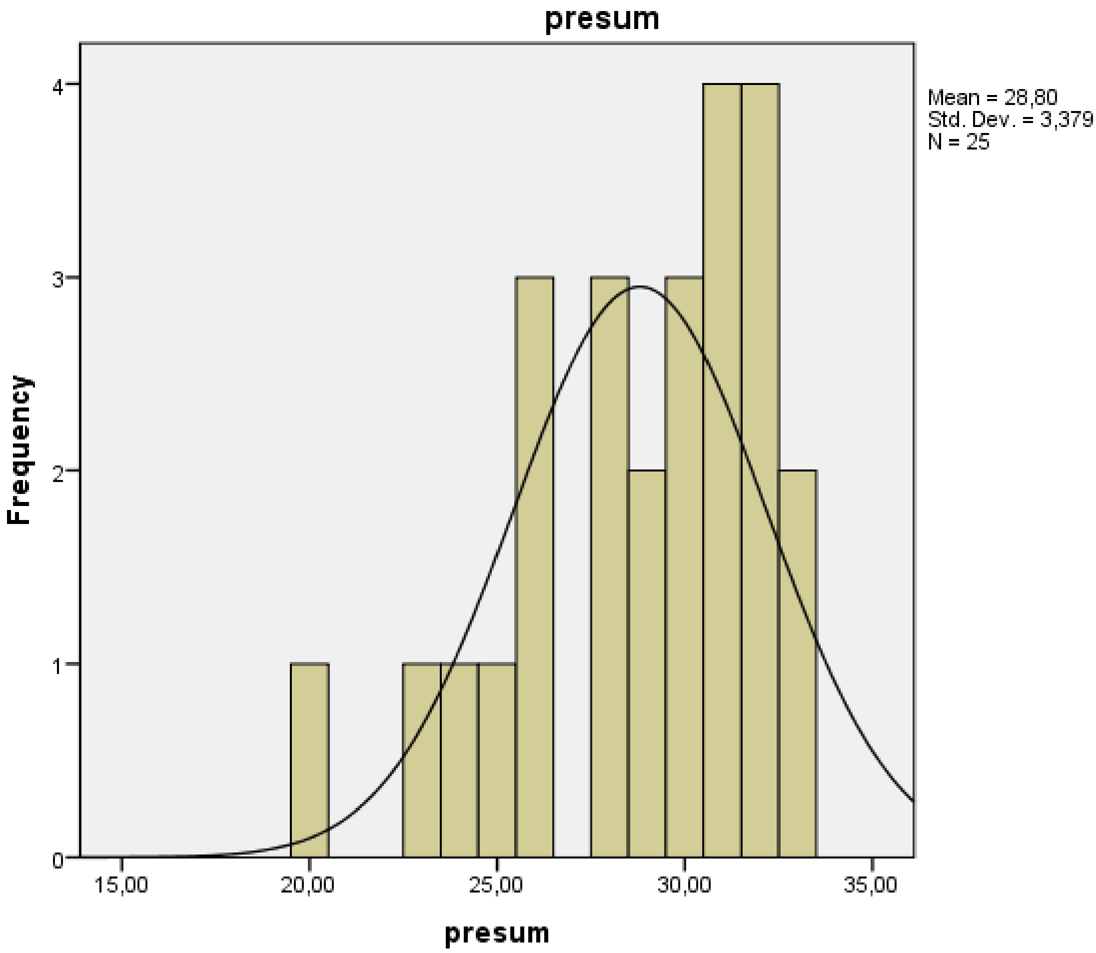
Τα ερευνητικά ερωτήματα που απασχολούν τον ερευνητή είναι πρωτίστως εάν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στον μέσο όρο των βαθμολογιών της αρχικής αξιολόγησης με την τελική αξιολόγηση, αλλά και μεταξύ των κατηγοριών των ερωτήσεων (εννοιολογικές – οπτικές – υπολογιστικές - σχεδιαστικές). Επίσης ο ερευνητής θα αναζητήσει εάν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης (θετική ή αρνητική, χαμηλή, μέτρια ή υψηλή) καθώς και εάν υπάρχει βελτίωση στις επιδόσεις των φοιτητών και εάν υπάρχει, τότε πόσοι φοιτητές βελτίωσαν τις επιδόσεις τους. Βασικός σκοπός της έρευνας είναι να ερευνηθεί ένα η χρήσης της απτικής διεπαφής σχετικά με τις έννοιες περίμετρο και εμβαδόν βοήθησε τους φοιτητές στην αποσαφήνιση των εννοιών της περιμέτρου και του εμβαδού.

Statistics

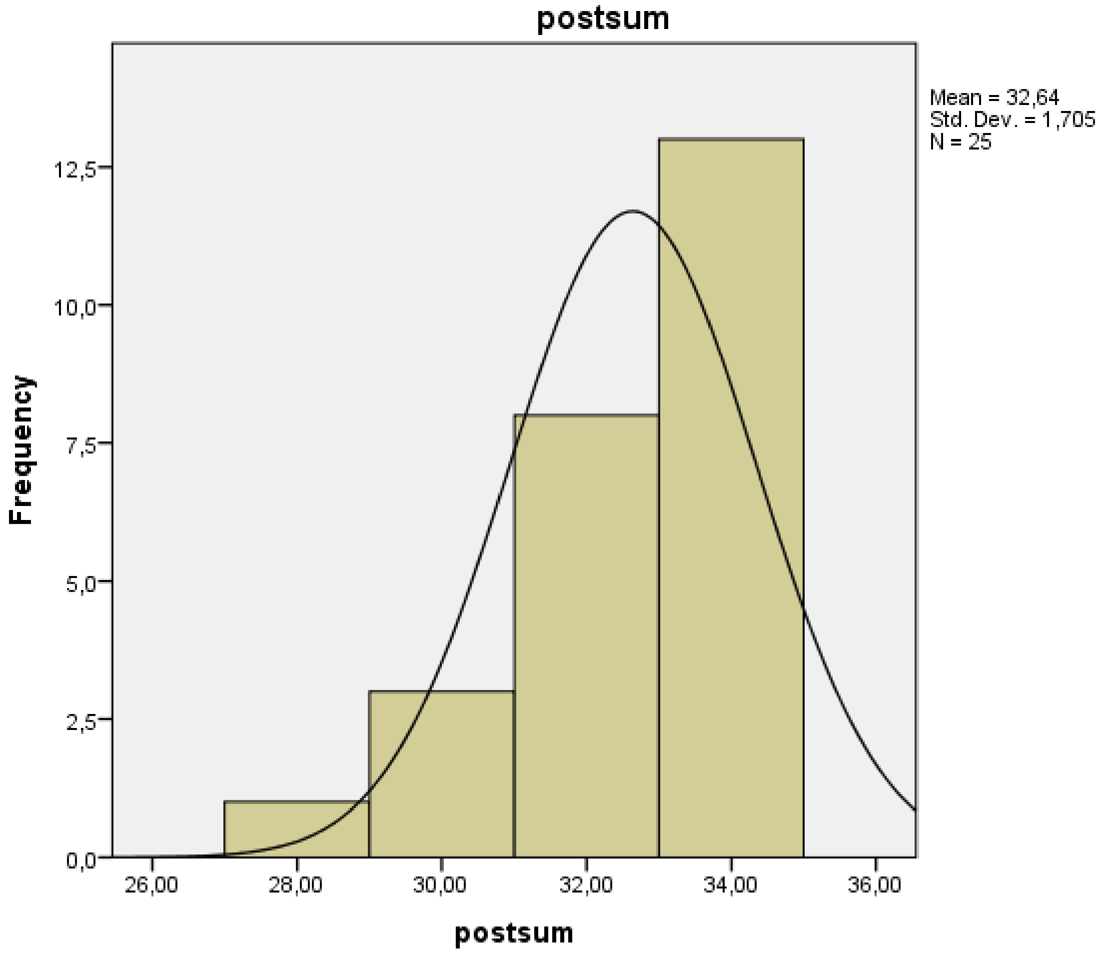
		presum	postsum
N	Valid	25	25
	Missing	0	0
Mean		28,8000	32,6400
Median		30,0000	34,0000
Mode		31,00[a]	34,00
Std. Deviation		3,37886	1,70489
Variance		11,417	2,907
Range		13,00	6,00
Minimum		20,00	28,00
Maximum		33,00	34,00
Percentiles	25	26,0000	32,0000
	50	30,0000	34,0000
	75	31,5000	34,0000

a. Multiple modes exist. The smallest value is shown

Η μέση βαθμολογία της αρχικής αξιολόγησης του δείγματος (25 φοιτητές) ήταν 28,8 με τυπική απόκλιση 3,38. Η μεγαλύτερη βαθμολογία ήταν 33 στα 34 και η ελάχιστη 20 στα 34. Δηλαδή υπήρχε ένα εύρος 13 βαθμών στο δείγμα. Οι περισσότεροι φοιτητές (επικρατούσα τιμή) βαθμολογήθηκαν με 31 στα 34. Οι μισοί φοιτητές (διάμεσος) είχαν βαθμό έως 30. Το 25% των φοιτητών με την χαμηλότερη επίδοση είχαν βαθμό έως 26, το 50% των φοιτητών πήρε βαθμό έως 30 και το 25% των φοιτητών με την μεγαλύτερη επίδοση πήρε βαθμό πάνω από 31,5.



Η μέση βαθμολογία της τελικής αξιολόγησης του δείγματος (25 φοιτητές) ήταν 32,64 με τυπική απόκλιση 1,7. Η μεγαλύτερη βαθμολογία ήταν 34 στα 34 και η ελάχιστη 28 στα 34. Δηλαδή υπήρχε ένα εύρος 6 βαθμών στο δείγμα. Οι περισσότεροι φοιτητές (επικρατούσα τιμή) βαθμολογήθηκαν με 31 στα 34. Οι μισοί φοιτητές (διάμεσος) είχαν βαθμό έως 34. Το 25% των φοιτητών με την χαμηλότερη επίδοση είχαν βαθμό έως 32, το 50% των φοιτητών πήρε βαθμό έως 34 και το 25% των φοιτητών με την μεγαλύτερη επίδοση πήρε βαθμό 34 στα 34



One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		presum	postsum
N		25	25
Normal Parameters[a,b]	Mean	28,8000	32,6400
	Std. Deviation	3,37886	1,70489
Most Extreme Differences	Absolute	,159	,307
	Positive	,107	,213
	Negative	-,159	-,307
Test Statistic		,159	,307
Asymp. Sig. (2-tailed)		,104[c]	,000[c]
	Sig.	,502[d]	,013[d]

Monte Carlo Sig. (2-tailed)	99% Confidence Interval	Lower Bound	,489	,010
		Upper Bound	,515	,015

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

c. Lilliefors Significance Correction.

d. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.

Έλεγχος κανονικότητας (α= 0.05, 0.01, 0.005, 0.001):

H0: Η ποσοτική μεταβλητή ακολουθεί κανονική κατανομή

H1: Η ποσοτική μεταβλητή δεν ακολουθεί κανονική κατανομή

Για την Αρχική αξιολόγηση, sig=0,502>α=0,05. Άρα η H0 δεν απορρίπτεται, συνεπώς η μεταβλητή presum, δηλαδή η συνολική βαθμολογία ανά φοιτητή στην αρχική αξιολόγηση ακολουθεί κανονική κατανομή.

Για την μεταβλητή postsum, sig=0,013>α=0,01. Άρα η H0 δεν απορρίπτεται, συνεπώς η μεταβλητή postsum, δηλαδή η συνολική βαθμολογία ανά φοιτητή στην τελική αξιολόγηση ακολουθεί κανονική κατανομή.

<u>Έλεγχος για τις μέσες τιμές της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης</u>

H0: μ1=μ2 (Οι μέσες τιμές των φοιτητών στις 2 αξιολογήσεις είναι ίσες)

H1: μ1≠μ2 (Οι μέσες τιμές των φοιτητών στις 2 αξιολογήσεις δεν είναι ίσες)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	presum	28,8000	25	3,37886	,67577
	postsum	32,6400	25	1,70489	,34098

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	presum - postsum	-3,84000	3,27465	,65493	-5,19171	-2,48829	-5,863	24	,000

Η μέση τιμή των βαθμολογιών των φοιτητών στη Αρχικής αξιολόγηση είναι 28,8 στα 34 με τυπική απόκλιση 3,38, ενώ η μέση τιμή των βαθμολογιών των φοιτητών στην Τελική αξιολόγηση είναι 32,64 στα 34 με τυπική απόκλιση 1,7. Η διαφορά που παρατηρείται είναι στατιστικά σημαντική (t=5,863, df=24, p=0<0.001).

Έλεγχος συσχέτισης

H0: r=0 (Οι 2 μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες)

H1: r≠0 (Οι 2 μεταβλητές ΔΕΝ είναι ασυσχέτιστες)

r: συντελεστής συσχέτισης του Pearson

Correlations

		presum	postsum
presum	Pearson Correlation	1	,312
	Sig. (2-tailed)		,128
	N	25	25
postsum	Pearson Correlation	,312	1
	Sig. (2-tailed)	,128	
	N	25	25

Ο συντελεστής συσχέτισης r=0,312 ανάμεσα στην Αρχική αξιολόγηση και στην Τελική αξιολόγηση είναι θετικός σε επίπεδο σημαντικότητας 1%. Άρα υπάρχει μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ Αρχικής αξιολόγησης και Τελικής αξιολόγησης (0 . 3 < r≤ 0.65).

NPar Tests

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	Percentiles 25th	50th (Median)	75th
presum	25	28,8000	3,37886	20,00	33,00	26,0000	30,0000	31,5000
postsum	25	32,6400	1,70489	28,00	34,00	32,0000	34,0000	34,0000

Sign Test

Frequencies

		N
postsum - presum	Negative Differences[a]	3
	Positive Differences[b]	21
	Ties[c]	1
	Total	25

a. postsum < presum

b. postsum > presum

c. postsum = presum

Από τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι 21 φοιτητές βελτιώσαν την συνολική τους επίδοση.

Test Statistics[a]

	postsum - presum
Exact Sig. (2-tailed)	,000[b]

a. Sign Test

b. Binomial distribution used.

Ένα sign τεστ έδειξε ότι η εφαρμογή της ενσώματης μάθησης προκάλεσε στατιστικά σημαντική αλλαγή στην επίδοση των φοιτητών ($p = 0.000$). Πράγματι, η μέση βαθμολογία των επιδόσεων ήταν 28,8 και έγινε 32,64 μετά την εφαρμογή της ενσώματης μάθησης.

Ερώτημα: Να ελεγχθεί αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις βαθμολογίες των φοιτητών στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης

Έλεγχος κανονικότητας

Εάν υπάρχει κανονικότητα συνεχίζουμε το ζευγαρωτό T-Test. Αν δεν υπάρχει κανονικότητα κάνουμε μη παραμετρικούς ελέγχους (Non-Parametric Statistics) όπως ο έλεγχος του Wilcoxon, εναλλακτικά στο ζευγαρωτό T-Test.

H0: Η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

H1: Η μεταβλητή δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
pre_concept	,443	25	,000	,551	25	,000
post_concept	,539	25	,000	,203	25	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Επειδή το δείγμα μας (N=df) είναι 25 φοιτητές, δηλαδή είναι κάτω από 50, κοιτάμε το Significance του Shapiro-Wilk.

Pre_concept: το $p=0 < 0,05$ απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

Post_concept: το p=0 < 0,05 απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

Έλεγχος του Wilcoxon

H0: Υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

H1: Δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

NPar Tests

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	Percentiles 25th	Percentiles 50th (Median)	Percentiles 75th
pre_concepts	30	1,5667	,72793	,00	2,00	1,0000	2,0000	2,0000
post_concepts	30	1,9333	,25371	1,00	2,00	2,0000	2,0000	2,0000

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
post_concept - pre_concept	Negative Ranks	1[a]	3,00	3,00
	Positive Ranks	6[b]	4,17	25,00
	Ties	18[c]		
	Total	25		

a. post_concept < pre_concept

b. post_concept > pre_concept

c. post_concept = pre_concept

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι 18 φοιτητές είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, αλλά και 6 φοιτητές από τους 25 που βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού.

Test Statistics[a]

	post_concept - pre_concept

Z	-1,930[b]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,054

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on negative ranks.

Το παραπάνω τεστ Wilcoxon έδειξε ότι υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης, επομένως δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις βαθμολογίες των φοιτητών (Z = -1,930, p = 0,054) ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

Πράγματι, η μέση βαθμολογία των φοιτητών πριν την εφαρμογή της ενσώματης μάθησης ήταν 1,5667 και έγινε 1,9333 μετά την εφαρμογή.
Στον εννοιολογικό τομέα, οι φοιτητές κατά την διάρκεια της εφαρμογής φαίνεται να έχουν βελτίωση.

<u>Ερώτημα</u>: Να ελεγχθεί αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις βαθμολογίες των φοιτητών στις οπτικές ερωτήσεις της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης

<u>Έλεγχος κανονικότητας</u>

H0: Η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

H1: Η μεταβλητή δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
pre_visual	,204	25	,009	,867	25	,004
post_visual	,495	25	,000	,461	25	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Επειδή το δείγμα μας (N=df) είναι 25 φοιτητές, δηλαδή είναι κάτω από 50, κοιτάμε το Significance του Shapiro-Wilk.
Pre_ visual: το $p=0,004 < 0,05$ απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

Post_ visual: το p=0 < 0,05 απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

Έλεγχος του Wilcoxon

H0: Υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις οπτικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

H1: Δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις οπτικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

NPar Tests

Descriptive Statistics

						Percentiles		
	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	25th	50th (Median)	75th
pre_visual	25	3,6400	1,07548	2,00	5,00	3,0000	4,0000	5,0000
post_visual	25	5,6000	1,00000	2,00	6,00	6,0000	6,0000	6,0000

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
post_visual - pre_visual	Negative Ranks	2[a]	4,50	9,00
	Positive Ranks	22[b]	13,23	291,00
	Ties	1[c]		
	Total	25		

a. post_visual < pre_visual

b. post_visual > pre_visual

c. post_visual = pre_visual

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι 1 φοιτητής είχε τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, 2 φοιτητές δεν κατάφεραν στην τελική αξιολόγηση να συγκεντρώσουν το σκορ που είχαν στην αρχική αξιολόγηση, αλλά και 22 φοιτητές από τους 25 που βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού.

Test Statistics[a]

	post_visual - pre_visual
Z	-4,066[b]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on negative ranks.

Το παραπάνω τεστ Wilcoxon έδειξε ότι δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις οπτικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης, επομένως υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις βαθμολογίες των φοιτητών ($Z = -4{,}066$, $p = 0{,}000$) ανάμεσα στις οπτικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

Πράγματι, η μέση βαθμολογία των φοιτητών πριν την εφαρμογή της ενσώματης μάθησης ήταν 3,64 και έγινε 5,6 μετά την εφαρμογή.

Στον οπτικό κομμάτι, οι φοιτητές κατά την διάρκεια της εφαρμογής φαίνεται να έχουν βελτίωση.

Ερώτημα: Να ελεγχθεί αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις βαθμολογίες των φοιτητών στις υπολογιστικές ερωτήσεις της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης

<u>Έλεγχος κανονικότητας</u>

H0: Η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

H1: Η μεταβλητή δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
pre_computation	,334	25	,000	,749	25	,000
post_computaton	,375	25	,000	,693	25	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Επειδή το δείγμα μας (N=df) είναι 25 φοιτητές, δηλαδή είναι κάτω από 50, κοιτάμε το Significance του Shapiro-Wilk.

Pre_ computation: το p=0 < 0,05 απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.
Post_ computation: το p=0 < 0,05 απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

Έλεγχος του Wilcoxon

H0: Υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις υπολογιστικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

H1: Δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις υπολογιστικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

NPar Tests

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	Percentiles 25th	50th (Median)	75th
pre_computation	25	12,4800	2,02320	8,00	14,00	11,0000	14,0000	14,0000
post_computaton	25	13,1200	1,16619	10,00	14,00	12,0000	14,0000	14,0000

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
post_computaton - pre_computation	Negative Ranks	6[a]	6,17	37,00
	Positive Ranks	9[b]	9,22	83,00
	Ties	10[c]		
	Total	25		

a. post_computaton < pre_computation

b. post_computaton > pre_computation

c. post_computaton = pre_computation

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι 10 φοιτητές είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, 6 φοιτητές δεν κατάφεραν στην τελική αξιολόγηση να συγκεντρώσουν το σκορ που είχαν στην αρχική αξιολόγηση, αλλά και 9 φοιτητές από τους 25 που βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού.

Test Statistics[a]

	post_computation - pre_computation
Z	-1,345[b]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,179

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on negative ranks.

Το παραπάνω τεστ Wilcoxon έδειξε ότι υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης, επομένως δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις βαθμολογίες των φοιτητών (Z = -1,345, p = 0,179) ανάμεσα στις υπολογιστικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

Πράγματι, η μέση βαθμολογία των φοιτητών πριν την εφαρμογή της ενσώματης μάθησης ήταν 12,48 και έγινε 13,12 μετά την εφαρμογή.

Στον υπολογιστικό τομέα τα πράγματα δεν είναι τόσο ξεκάθαρα, οι φοιτητές κατά την διάρκεια της εφαρμογής φαίνεται να έχουν και βελτίωση (9 φοιτητές) αλλά και χειροτέρευση (6 φοιτητές).

<u>Ερώτημα</u>: Να ελεγχθεί αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις βαθμολογίες των φοιτητών στις σχεδιαστικές ερωτήσεις της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης

<u>Έλεγχος κανονικότητας</u>

H0: Η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

H1: Η μεταβλητή δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή

Warnings

post_design is constant. It will be included in any boxplots produced but other output will be omitted.

Tests of Normality[b]

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
pre_design	,423	25	,000	,583	25	,000

a. Lilliefors Significance Correction

b. post_design is constant. It has been omitted.

Όλοι οι φοιτητές απάντησαν σωστά στην μεταβλητή post_deisgn γι' αυτό και το πρόγραμμα (spss) την θεωρεί σταθερή.

Επειδή το δείγμα μας (N=df) είναι 25 φοιτητές, δηλαδή είναι κάτω από 50, κοιτάμε το Significance του Shapiro-Wilk.

Pre_ design: το p=0 < 0,05 απορρίπτουμε την H0 και δεχόμαστε την H1, ότι δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα.

<u>Έλεγχος του Wilcoxon</u>

H0: Υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

H1: Δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις εννοιολογικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

NPar Tests

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	Percentiles		
						25th	50th (Median)	75th
pre_design	25	5,2400	1,42244	2,00	6,00	5,0000	6,0000	6,0000
post_design	25	6,0000	,00000	6,00	6,00	6,0000	6,0000	6,0000

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
post_design - pre_design	Negative Ranks	0[a]	,00	,00
	Positive Ranks	7[b]	4,00	28,00
	Ties	18[c]		
	Total	25		

a. post_design < pre_design

b. post_design > pre_design

c. post_design = pre_design

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι 18 φοιτητές είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, αλλά και 7 φοιτητές από τους 25 που βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού.

Test Statistics[a]

	post_design - pre_design
Z	-2,388[b]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,017

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on negative ranks.

Το παραπάνω τεστ Wilcoxon έδειξε ότι δεν υπάρχει ομοιογένεια ανάμεσα στις σχεδιαστικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης, επομένως υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις βαθμολογίες των φοιτητών (Z = -2,388, p = 0,017) ανάμεσα στις σχεδιαστικές ερωτήσεις της αρχικής και της τελικής αξιολόγησης.

Πράγματι, η μέση βαθμολογία των φοιτητών πριν την εφαρμογή της ενσώματης μάθησης ήταν 5,24 και έγινε 6 μετά την εφαρμογή.

Στον σχεδιαστικό κομμάτι, οι φοιτητές κατά την διάρκεια της εφαρμογής φαίνεται να έχουν βελτίωση.

<u>Σύγκριση ανά ερώτηση στην αρχική και τελική αξιολόγηση</u>

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	πρόσθεση_πελυρών	1,9200	25	,40000	,08000
	περ σχηματος	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 2	ορίζω επιφάνεια	1,9200	25	,40000	,08000
	εμβ σχήματος	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 3	ίδια περ - ίδιο εμβαδόν	1,8400	25	,55377	,11075
	ισοεμβαδικά	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 4	Τετράδια	1,6000	25	,81650	,16330
	πλακάκια	1,9200	25	,40000	,08000
Pair 5	er5	1,0800	25	,64031	,12806
	Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α	2,0000	25	,00000	,00000

Pair 6	Οπτικά- ίδια περίμετρο	2,0000	25	,00000	,00000
	Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου	1,7600	25	,66332	,13266
Pair 7	Σύγκριση σχημάτων	,5600	25	,91652	,18330
	Σύγκριση σχημάτων	1,8400	25	,55377	,11075
Pair 8	εμβαδόν ορθογωνίου	1,8400	25	,55377	,11075
	εμβαδόν ορθογωνίου	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 9	περίπετρος ορθογωνίου	1,9200	25	,40000	,08000
	περίπετρος ορθογωνίου	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 10	περίμετρος τετραγώνου	1,6800	25	,74833	,14967
	περίμετρος τετραγώνου	1,9200	25	,40000	,08000
Pair 11	εμβαδό τετραγώνου	1,6000	25	,81650	,16330
	εμβαδό τετραγώνου	1,9200	25	,40000	,08000
Pair 12	εύρεση εμβαδού ορθ	1,8400	25	,55377	,11075
	εμβαδό τετραγώνου	1,6000	25	,81650	,16330
Pair 13	ευρεση εμβαδού τετραγώνου	1,8400	25	,55377	,11075
	εμβαδόν πεζοδρομίου	1,9200	25	,40000	,08000
Pair 14	μεγαλύτερος κήπος	1,7600	25	,66332	,13266
	φθνίουσα σειρά	1,7600	25	,66332	,13266
Pair 15	κατασκευή Α	1,8400	25	,47258	,09452
	κατασκευή Α	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 16	κατασκευή Β	1,8800	25	,33166	,06633
	κατασκευή Β	2,0000	25	,00000	,00000
Pair 17	κατασκευή Γ	1,6800	25	,69041	,13808
	κατασκευή Γ	2,0000	25	,00000	,00000

Η μέγιστη βαθμολογία της κάθε ερώτησης είναι το 2. Σε ερώτηση με 2 υποερωτήματα, λάμβανε από 1 μονάδα το κάθε υποερώτημα.

Παρατηρούμε ότι από το σύνολο των 17 ερωτήσεων, στις 14 ο μέσος όρος βελτιώθηκε στην τελική αξιολόγηση σε σχέση με την αρχική αξιολόγηση. Άξιο αναφοράς είναι ότι στις 9 από τις 14 ερωτήσεις, ο μέσος όρος στην τελική αξιολόγηση έλαβε την μέγιστη τιμή 2. Δηλαδή όλοι οι φοιτητές μετά την εφαρμογή απάντησαν σωστά στην ερώτηση.

Στην ερώτηση 14 υπήρξε ο ίδιος μέσος όρος (1,76) και στις δύο αξιολογήσεις

Σε δύο ερωτήσεις, την 6 και την 12, υπήρξε μείωση του μέσου όρου στην τελική αξιολόγηση από ότι ήταν στην αρχική. Συγκεκριμένα στην ερώτηση 6, στην αρχική αξιολόγηση υπήρξε η μέγιστη βαθμολογία (2) και στην τελική έπεσε στο 1,76. Στην ερώτηση 12, ο μέσος όρος από 1,84, έγινε 1,6.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	πρόσθεση_πελυρών - περ σχηματος	-,08000	,40000	,08000	-,24511	,08511	-1,000	24	,327
Pair 2	ορίζω επιφάνεια - εμβ σχήματος	-,08000	,40000	,08000	-,24511	,08511	-1,000	24	,327
Pair 3	ίδια περ - ίδιο εμβαδόν - ισοεμβαδικά	-,16000	,55377	,11075	-,38859	,06859	-1,445	24	,161
Pair 4	Τετράδια - πλακάκια	-,32000	,94516	,18903	-,71014	,07014	-1,693	24	,103
Pair 5	er5 - Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α	-,92000	,64031	,12806	-1,18431	-,65569	-7,184	24	,000
Pair 6	Οπτικά- ίδια περίμετρο - Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου	,24000	,66332	,13266	-,03381	,51381	1,809	24	,083
Pair 7	Σύγκριση σχημάτων - Σύγκριση σχημάτων	-1,28000	,97980	,19596	-1,68444	-,87556	-6,532	24	,000
Pair 8	εμβαδόν ορθογωνίου - εμβαδόν ορθογωνίου	-,16000	,55377	,11075	-,38859	,06859	-1,445	24	,161
Pair 9	περίπετρος ορθογωνίου - περίπετρος ορθογωνίου	-,08000	,40000	,08000	-,24511	,08511	-1,000	24	,327
Pair 10	περίμετρος τετραγώνου - περίμετρος τετραγώνου	-,24000	,87939	,17588	-,60300	,12300	-1,365	24	,185
Pair 11	εμβαδό τετραγώνου - εμβαδό τετραγώνου	-,32000	,94516	,18903	-,71014	,07014	-1,693	24	,103

Pair 12	εύρεση εμβαδού ορθ - εμβαδό τετραγώνου	,24000	,87939	,17588	-,12300	,60300	1,365	24	,185
Pair 13	ευρεση εμβαδού τετραγώνου - εμβαδόν πεζοδρομίου	-,08000	,70238	,14048	-,36993	,20993	-,569	24	,574
Pair 14	μεγαλύτερος κήπος - φθνίουσα σειρά	,00000	,81650	,16330	-,33703	,33703	,000	24	1,000
Pair 15	κατασκευή Α - κατασκευή Α	-,16000	,47258	,09452	-,35507	,03507	-1,693	24	,103
Pair 16	κατασκευή Β - κατασκευή Β	-,12000	,33166	,06633	-,25690	,01690	-1,809	24	,083
Pair 17	κατασκευή Γ - κατασκευή Γ	-,32000	,69041	,13808	-,60499	-,03501	-2,317	24	,029

Λαμβάνοντας υπόψη τα Paired Samples Test, στατιστικά σημαντική διαφορά έχουμε:

- ✓ στην ερώτηση 5 (Pair 5) όπου $t = -7{,}184$, $df = 24$, $p = 0.000 < 0.001$
- ✓ στην ερώτηση 7 (Pair 7) όπου $t = -6{,}532$, $df = 24$, $p = 0.000 < 0.001$
- ✓ στην ερώτηση 17 (Pair 17) όπου $t = -2{,}317$, $df = 24$, $p = 0.029 < 0.05$

Στις υπόλοιπες ερωτήσεις δεν παρατηρείται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ της αρχικής αξιολόγησης και της τελικής αξιολόγησης, παρ' όλο που στις περισσότερες από αυτές υπήρχε αύξηση του μέσου όρου και βελτίωση των φοιτητών.

Sign Test

Frequencies

		N
περ σχηματος - πρόσθεση_πελυρών	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	1
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	24
	Total	25
εμβ σχήματος - ορίζω επιφάνεια	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0

	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	1
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	24
	Total	25
ισοεμβαδικά - ίδια περ - ίδιο εμβαδόν	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	2
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	23
	Total	25
πλακάκια - Τετράδια	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	1
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	5
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	19
	Total	25
Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α - er5	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	19
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	6
	Total	25
Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου - Οπτικά- ίδια περίμετρο	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	3
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	0
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	22
	Total	25

Σύγκριση σχημάτων - Σύγκριση σχημάτων	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	16
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	9
	Total	25
εμβαδόν ορθογωνίου - εμβαδόν ορθογωνίου	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	2
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	23
	Total	25
περίπετρος ορθογωνίου - περίπετρος ορθογωνίου	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	1
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	24
	Total	25
περίμετρος τετραγώνου - περίμετρος τετραγώνου	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	1
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	4
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	20
	Total	25
εμβαδό τετραγώνου - εμβαδό τετραγώνου	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	1
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	5

	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	19
	Total	25
εμβαδό τετραγώνου - εύρεση εμβαδού ορθ	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	4
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	1
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	20
	Total	25
εμβαδόν πεζοδρομίου - ευρεση εμβαδού τετραγώνου	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	1
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	2
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	22
	Total	25
φθνίουσα σειρά - μεγαλύτερος κήπος	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	2
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	2
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	21
	Total	25
κατασκευή Α - κατασκευή Α	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	3
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	22
	Total	25
κατασκευή Β - κατασκευή Β	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0

	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	3
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	22
	Total	25
κατασκευή Γ - κατασκευή Γ	Negative Differences[a,d,g,j,m,p,s,v,y,ab,ae,ah,ak,an,aq,at,aw]	0
	Positive Differences[b,e,h,k,n,q,t,w,z,ac,af,ai,al,ao,ar,au,ax]	5
	Ties[c,f,i,l,o,r,u,x,aa,ad,ag,aj,am,ap,as,av,ay]	20
	Total	25

a. περ σχηματος < πρόσθεση_πελυρών

b. περ σχηματος > πρόσθεση_πελυρών

c. περ σχηματος = πρόσθεση_πελυρών

d. εμβ σχήματος < ορίζω επιφάνεια

e. εμβ σχήματος > ορίζω επιφάνεια

f. εμβ σχήματος = ορίζω επιφάνεια

g. ισοεμβαδικά < ίδια περ - ίδιο εμβαδόν

h. ισοεμβαδικά > ίδια περ - ίδιο εμβαδόν

i. ισοεμβαδικά = ίδια περ - ίδιο εμβαδόν

j. πλακάκια < Τετράδια

k. πλακάκια > Τετράδια

l. πλακάκια = Τετράδια

m. Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α < er5

n. Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α > er5

o. Οπτικά- ίδιο εμβαδόν -Α = er5

p. Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου < Οπτικά- ίδια περίμετρο

q. Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου > Οπτικά- ίδια περίμετρο

r. Οπτικά- υπολογισμός περιμέτρου = Οπτικά- ίδια περίμετρο

s. Σύγκριση σχημάτων < Σύγκριση σχημάτων

t. Σύγκριση σχημάτων > Σύγκριση σχημάτων

u. Σύγκριση σχημάτων = Σύγκριση σχημάτων

v. εμβαδόν ορθογωνίου < εμβαδόν ορθογωνίου

w. εμβαδόν ορθογωνίου > εμβαδόν ορθογωνίου

x. εμβαδόν ορθογωνίου = εμβαδόν ορθογωνίου

y. περίπετρος ορθογωνίου < περίπετρος ορθογωνίου

z. περίπετρος ορθογωνίου > περίπετρος ορθογωνίου

aa. περίπετρος ορθογωνίου = περίπετρος ορθογωνίου

ab. περίμετρος τετραγώνου < περίμετρος τετραγώνου
ac. περίμετρος τετραγώνου > περίμετρος τετραγώνου
ad. περίμετρος τετραγώνου = περίμετρος τετραγώνου
ae. εμβαδό τετραγώνου < εμβαδό τετραγώνου
af. εμβαδό τετραγώνου > εμβαδό τετραγώνου
ag. εμβαδό τετραγώνου = εμβαδό τετραγώνου
ah. εμβαδό τετραγώνου < εύρεση εμβαδού ορθ
ai. εμβαδό τετραγώνου > εύρεση εμβαδού ορθ
aj. εμβαδό τετραγώνου = εύρεση εμβαδού ορθ
ak. εμβαδόν πεζοδρομίου < ευρεση εμβαδού τετραγώνου
al. εμβαδόν πεζοδρομίου > ευρεση εμβαδού τετραγώνου
am. εμβαδόν πεζοδρομίου = ευρεση εμβαδού τετραγώνου
an. φθνίουσα σειρά < μεγαλύτερος κήπος
ao. φθνίουσα σειρά > μεγαλύτερος κήπος
ap. φθνίουσα σειρά = μεγαλύτερος κήπος
aq. κατασκευή Α < κατασκευή Α
ar. κατασκευή Α > κατασκευή Α
as. κατασκευή Α = κατασκευή Α
at. κατασκευή Β < κατασκευή Β
au. κατασκευή Β > κατασκευή Β
av. κατασκευή Β = κατασκευή Β
aw. κατασκευή Γ < κατασκευή Γ
ax. κατασκευή Γ > κατασκευή Γ
ay. κατασκευή Γ = κατασκευή Γ

Από το sign test, παρατηρούμε ότι σε 14 από τις 17 ερωτήσεις, έστω και ένας φοιτητής βελτίωσε την απόδοση του, μετά την εφαρμογή, στην τελική αξιολόγηση σε σχέση με την επίδοση του στην αρχική αξιολόγηση. Σε 2 ερωτήσεις υπήρξε χειροτέρευση των αποδόσεων και σε 1 ερώτηση δεν υπήρξε μεταβολή στις επιδόσεις των φοιτητών. Πιο συγκεκριμένα:

1. Στην ερώτηση 1, ένας φοιτητής βελτίωσε την απόδοση του και 24 είχαν την ίδια απόδοση
2. Στην ερώτηση 2, ένας φοιτητής βελτίωσε την απόδοση του και 24 είχαν την ίδια απόδοση
3. Στην ερώτηση 3, δύο φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 23 είχαν την ίδια απόδοση
4. Στην ερώτηση 4, 5 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους, 19 είχαν την ίδια απόδοση και ένας φοιτητής χειροτέρευσε την απόδοση του

5. Στην ερώτηση 5, 19 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 6 είχαν την ίδια απόδοση
6. Στην ερώτηση 6, τρεις φοιτητές χειροτέρευσαν τις αποδόσεις τους και 22 είχαν την ίδια απόδοση
7. Στην ερώτηση 7, 16 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 9 είχαν την ίδια απόδοση
8. Στην ερώτηση 8, δύο φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 23 είχαν την ίδια απόδοση
9. Στην ερώτηση 9, ένας φοιτητής βελτίωσε την απόδοση του και 24 είχαν την ίδια απόδοση
10. Στην ερώτηση 10, 4 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους, 20 είχαν την ίδια απόδοση και ένας φοιτητής χειροτέρευσε την απόδοση του
11. Στην ερώτηση 11, 5 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους, 19 είχαν την ίδια απόδοση και ένας φοιτητής χειροτέρευσε την απόδοση του
12. Στην ερώτηση 12, ένας φοιτητής βελτίωσε την απόδοση του, 20 είχαν την ίδια απόδοση και 4 φοιτητές χειροτέρευσαν την απόδοση του
13. Στην ερώτηση 13, δύο φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους, 22 είχαν την ίδια απόδοση και ένας φοιτητής χειροτέρευσε την απόδοση του
14. Στην ερώτηση 14, δύο φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους, δύο τις χειροτέρευσαν και 21 είχαν την ίδια απόδοση
15. Στην ερώτηση 15, 3 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 22 είχαν την ίδια απόδοση
16. Στην ερώτηση 16, 3 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 22 είχαν την ίδια απόδοση
17. Στην ερώτηση 17, 5 φοιτητές βελτίωσαν τις αποδόσεις τους και 20 είχαν την ίδια απόδοση

Συγκεντρωτική αποτύπωση στατιστικής ανάλυσης

Το δείγμα μας αποτελείται από 25 φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης. Στην αρχή συμπλήρωσαν την αρχική αξιολόγηση, έπειτα χρησιμοποιήσαν την εφαρμογή και στο τέλος συμπλήρωσαν την τελική αξιολόγηση.

Η μέση βαθμολογία της αρχικής αξιολόγησης ήταν 28,8 στα 34 με τυπική απόκλιση 3,38. Αντίστοιχα, στην τελική αξιολόγηση η μέση βαθμολογία ήταν 32,64 με τυπική απόκλιση 1,7. Παρατηρούμε μία σημαντική βελτίωση, η οποία αποτυπώνεται και στο «paired samples statistics test», όπου το sig είναι 0 ($t=5{,}863$, $df=24$, $p=0<0.001$). Εκτελέσαμε το συγκεκριμένο τεστ γιατί το δείγμα μας ακολουθεί την κανονική κατανομή. Στην αρχική αξιολόγηση το sig=0,502>α=0,05. Άρα η αρχική υπόθεση δεν απορρίπτεται, συνεπώς η μεταβλητή presum, δηλαδή η συνολική βαθμολογία ανά φοιτητή στην αρχική αξιολόγηση ακολουθεί κανονική κατανομή. Όμοια και στην τελική αξιολόγηση με την μεταβλητή postsum (sig=0,013>α=0,01).

Ο συντελεστής συσχέτισης του Pearson είναι $r=0{,}312$, άρα υπάρχει μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ Αρχικής αξιολόγησης και Τελικής αξιολόγησης ($0.3<r\leq 0.65$). Επιπρόσθετα, ένα sign τεστ έδειξε ότι η εφαρμογή της ενσώματης μάθησης προκάλεσε στατιστικά σημαντική αλλαγή στην επίδοση των φοιτητών ($p = 0.000$) και μία μεγάλη βελτίωση στις επιδόσεις καθώς 21 φοιτητές βελτίωσαν την συνολική τους επίδοση.

Σχετικά με τις πεποιθήσεις που είχε το δείγμα μας πριν και μετά την εφαρμογή, παρατηρούμε ότι 6 βελτίωσαν -αποσαφήνισαν τις εννοιολογικές παρανοήσεις που είχαν σχετικά με τις έννοιες περιμέτρου-εμβαδού και 18 είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις. Όσον αφορά τις οπτικές ασκήσεις, 1 φοιτητής είχε τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, 2 φοιτητές δεν κατάφεραν στην τελική αξιολόγηση να συγκεντρώσουν το σκορ που είχαν στην αρχική αξιολόγηση, αλλά το σημαντικότερο είναι πως 22 από τους 25 φοιτητές, βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση που είχαν. Στο εννοιολογικό και οπτικό κομμάτι, υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στην αρχική και τελική αξιολόγηση

Αντίθετα στις υπολογιστικές ερωτήσεις, το Wilcoxon signed rank test έδειξε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο αξιολογήσεων καθώς 10 φοιτητές είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, 6 φοιτητές δεν κατάφεραν στην τελική αξιολόγηση να συγκεντρώσουν το σκορ που είχαν στην αρχική αξιολόγηση και 9 από τους 25 φοιτητές βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού. Τέλος στο σχεδιαστικό κομμάτι, το Wilcoxon signed rank test έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο αξιολογήσεων. Επιπλέον, 18 φοιτητές είχαν τις ίδιες πεποιθήσεις πριν και μετά την εφαρμογή, αλλά και 7 από τους 25 φοιτητές, οι οποίοι βελτίωσαν-αποσαφήνισαν την παρανόηση περιμέτρου-εμβαδού.

Στο σκέλος των συγκρίσεων της κάθε ερώτησης ξεχωριστά, τα αποτελέσματα δείχνουν πως από το σύνολο των 17 ερωτήσεων, στις 14 ο μέσος όρος βελτιώθηκε στην τελική αξιολόγηση σε σχέση με την αρχική αξιολόγηση. Άξιο αναφοράς είναι ότι στις

9 από τις 14 ερωτήσεις, ο μέσος όρος στην τελική αξιολόγηση έλαβε την μέγιστη τιμή 2. Δηλαδή όλοι οι φοιτητές μετά την εφαρμογή απάντησαν σωστά στην ερώτηση. Σε μία ερώτηση δεν υπήρχε μεταβολή και σε δύο ερωτήσεις υπήρχε μία ελαφριά πτώση του μέσου όρου.

Λαμβάνοντας υπόψη τα Paired Samples Test και το αντίστοιχο sig, οι ερωτήσεις με την μεγαλύτερη στατιστικά σημαντική διαφορά είναι οι: ερώτηση 5 (Pair 5) όπου $t = -7{,}184$, $df = 24$, $p = 0.000 < 0.001$, ερώτηση 7 (Pair 7) όπου $t = -6{,}532$, $df = 24$, $p = 0.000 < 0.001$ και ερώτηση 17 (Pair 17) όπου $t = -2{,}317$, $df = 24$, $p = 0.029 < 0.05$.

Συμπεράσματα

Αποτελέσματα πολλών ερευνών οι οποίες έχουν καταγραφεί στη διεθνή βιβλιογραφία, κατέδειξαν ότι όχι μόνο τα παιδιά, αλλά και οι φοιτητές των παιδαγωγικών σχολών, συναντούν ιδιαίτερες δυσκολίες στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών όπως της Περιμέτρου και του Εμβαδού επίπεδων σχημάτων. Οι δυσκολίες τους στο σχολείο συνεχίζουν να τους ακολουθούν και έξω από αυτό, όσον αφορά σε εφαρμογές που σχετίζονται με τις παραπάνω έννοιες. Αυτό το γεγονός καθιστά επιτακτική την ανάγκη για υιοθέτηση διαφορετικών διδακτικών προσεγγίσεων των γεωμετρικών εννοιών γενικότερα και των δύο αυτών εννοιών πιο ειδικά.

Οι νέες τεχνολογίες έχουν πλέον γίνει κομμάτι της καθημερινότητας σε κάθε ηλικία και χρησιμοποιούνται με ποικίλους τρόπους, ώστε να απλοποιηθούν καταστάσεις επικοινωνίας, εργασίας, ψυχαγωγίας ή εκπαίδευσης. Ειδικά τα ICT's εξελίσσονται σε δημοφιλές εκπαιδευτικό μέσο τα τελευταία χρόνια, αφού με παιγνιώδη τρόπο αξιοποιούν ποικιλοτρόπως τα επικοινωνιακά κανάλια προσφέροντας βιωματικά ένα κατάλληλο περιβάλλον αλληλεπίδρασης για κάθε χρήστη. Αυτό αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματικό στην περίπτωση της εκπαίδευσης στον τομέα των μαθηματικών, έναν τομέα παραδοσιακά «δύσκολο» για τους μικρούς μαθητές αλλά και για τους δασκάλους, μιας και περιλαμβάνει συχνά έννοιες αρκετά συμπυκνωμένες κι εύκολα παρανοήσιμες, όπως είναι οι σχέσεις, που μπορούν να έχουν μεταξύ τους οι αλλαγές σε γεωμετρικά μεγέθη, σχετικά με το εμβαδόν και την περίμετρο.

Με την προτεινόμενη εφαρμογή φάνηκε ότι συνήθεις παρανοήσεις γύρω από το εμβαδόν και την περίμετρο μπορούν να αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά, αρκεί να αξιοποιηθούν σωστά τα συγκεκριμένα τεχνολογικά μέσα. Η διαπίστωση αυτή μπορεί να ανοίξει καινούριες οδούς στα εκπαιδευτικά μέσα που αξιοποιούνται, ώστε να προσφερθεί η δυνατότητα σε όλους τους φοιτητές και κατ' επέκταση στους αυριανούς μαθητές ανάλογα με το επίπεδο μαθησιακής ετοιμότητας, στο οποίο βρίσκονται να οικοδομήσουν σωστά τις έννοιες του εμβαδού και της περιμέτρου.

Στην έρευνα μας και συγκεκριμένα στις σχέσεις περιμέτρου - εμβαδού, πριν την παρέμβαση, πολλοί φοιτητές αποδέχτηκαν ότι στα ορθογώνια παραλληλόγραμμα, ίση περίμετρος συνεπάγεται ίσο εμβαδόν ή/και ότι μεγαλύτερη ή μικρότερη περίμετρος συνεπάγεται, αντιστοίχως, μεγαλύτερο ή μικρότερο εμβαδόν. Κάποιοι φοιτητές έκριναν το ένα μέγεθος με βάση το άλλο και ότι είχαν γενικότερα αυτές τις ιδέες σε ορθογώνια. παραλληλόγραμμα ή σε σύνθετα σχήματα. Παρατηρήθηκε επίσης ότι η σχέση μεγαλύτερη/μικρότερη περίμετρος-μεγαλύτερο/μικρότερο εμβαδόν ήταν περισσότερο αποδεκτή συγκριτικά με τη σχέση ίση περίμετρος-ίσο εμβαδόν.

Πιο συγκεκριμένα λαμβάνοντας υπόψη την στατιστική ανάλυση που προηγήθηκε στην αρχική και τελική αξιολόγηση των 25 φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η εφαρμογή επέφερε θετικά αποτελέσματα και συνέβαλε στην αποσαφήνιση των δύο εννοιών βελτιώνοντας την μέση βαθμολογία των φοιτητών από 28,8 στα 34 με τυπική απόκλιση 3,38 στην αρχική αξιολόγηση, σε 32,64 στα 34 με τυπική απόκλιση 1,7. Η διαφορά αυτή είναι στατιστικά σημαντική ($t=5{,}863$, $df=24$, $p=0<0.001$).

Την συνολική τους επίδοση βελτίωσαν 21 από τους 25 φοιτητές. Αυτό καθιστά σημαντική την παρέμβαση που έγινε μέσω της διαδραστικής – απτικής διεπαφής. Οι φοιτητές μέσω αυτής της εφαρμογής βελτιώσαν σημαντικά τις επιδόσεις τους και οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι αποσαφήνισαν τις παρανοήσεις που είχαν σχετικά με τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού. Αυτό διασταυρώνεται και από τις αιτιολογήσεις (προφορικές) που έδιναν σε κάθε απάντηση, καθώς οι φοιτητές επεξηγούσαν και δικαιολογούσαν την κάθε απάντηση στο μικρόφωνο που υπήρχε μπροστά τους.

Συνοψίζοντας και λαμβάνοντας υπόψη τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν στην αρχή της έρευνας καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι πράγματι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στον μέσο όρο των βαθμολογιών της αρχικής αξιολόγησης με την τελική αξιολόγηση, αλλά και μεταξύ των κατηγοριών των ερωτήσεων (εννοιολογικές – οπτικές – υπολογιστικές - σχεδιαστικές). Από την στατιστική ανάλυση παρατηρούμε ότι υπάρχει μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ Αρχικής και Τελικής Αξιολόγησης ($0.3 < r \leq 0.65$). Σχετικά με τις βελτιώσεις στις επιδόσεις των φοιτητών, όπως προαναφέραμε υπάρχει αισθητή πρόοδος καθώς 21 από τους 25 φοιτητές βελτίωσαν τις συνολικές τους επιδόσεις. Όσον αφορά το τελευταίο ερευνητικό ερώτημα που αποτελεί και τον βασικό σκοπό της έρευνας, παρατηρούμε ότι η χρήσης της απτικής διεπαφής σχετικά με τις έννοιες περίμετρο και εμβαδόν βοήθησε τους φοιτητές στην αποσαφήνιση των εννοιών της περιμέτρου και του εμβαδού.

Βιβλιογραφία

Ελληνική βιβλιογραφία

Δ.Ε.Π.Π.Σ (2003). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων, ΦΕΚ 303Β/13-3-2003. NCTM (2006).

Πρόγραμμα Σπουδών (2011). Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό). ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα), Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΕΣΠΑ 2007-2013.

Αλεξανδρόπουλος, Γ., Γλάρος, Ε. & Μαρκόπουλος, Χ. (2013). Οι αντιλήψεις των μαθητών σχετικά με την έννοια της επιφάνειας. *Παιδαγωγική επιθεώρηση, 55*, 105 – 123

Αναστασιάδης Μ., *Ισοπεριμετρικά Σχήματα και Γεωμετρικοί Χώροι Εργασίας: Διδακτική Παρέμβαση στην ΣΤ' Δημοτικού με Αξιοποίηση Ιστορικών Πηγών* (Διπλωματική εργασία), Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, 2017.

Βοσνιάδου, Σ. (2006). *Παιδιά Σχολεία και Υπολογιστές*. Αθήνα: Gutenberg

Γραββάνη Κ. (2006), «Αναπαραστάσεις συναρτήσεων και ο μετασχηματισμός τους από μαθητές λυκείου», Διπλωματική εργασία, Αθήνα

Γαγάτση, Α., Μιχαηλίδου, Ε., & Σιακαλλή, Μ. (2000). Συναρτήσεις. Ένα παιχνίδι αλλαγών πεδίου αναπαράστασης. Λευκωσία: Πανεπιστήμιο Κύπρου, ERASMUS IP1.

«Δημιουργώ παιχνίδια στο Scratch» - scratchplaybook, τμήμα Μηχανικών Η/Υ, Δικτύων και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, στα πλαίσια του μαθήματος «Διδακτική της Πληροφορικής ΙΙ», Συγγραφική ομάδα 64 φοιτητών, Επιμέλεια: Παλαιγεωργίου, Γ., (cc) Attribution – NonCommercial 2010

Ζωγόπουλος, Ε. (2012). Η αποτελεσματική ενσωμάτωση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία. *i Teacher*, *4*, 153-164

Κακαδιάρης, Χ., Μπελίτσου, Ν., Στεφανίδης, Γ., & Χρονοπούλου, Γ. (2006). *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Καλογήρου, Μ. (2017). *Γενίκευση, Ειδίκευση και Αναλογία στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Μη εκδεδομένη διδακτορική διατριβή, ΕΑΠ, Αθήνα https://apothesis.eap.gr/handle/repo/36778

Καριώτογλου, Π. (2006). *Παιδαγωγική γνώση περιεχομένου φυσικών επιστημών*. Θεσσαλονίκη: Γράφημα.

Κασσώτη, Ο., Κλιάπης, Π. & Οικονόμου, Θ. (2005). *Μαθηματικά Στ' Δημοτικού – Βιβλίο Δασκάλου*, Αθήνα: ΙΤΥΕ «Διόφαντος»

Κοκκώνη, Α. (2016). Οι αριθμοί αποκτούν νόημα: Η περίπτωση της Σοφίας. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης & Ειδικής Αγωγής*, Αθήνα, 6, 878-916

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών Μαθηματικών εννοιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Leader Books

Κολέζα, Ε. (2007). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα, Εκδόσεις Gutenberg, ISBN: 978-960-01-1892-6

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα, Εκδόσεις Τόπος

Κωστίνος, Δ. (2012). Διδασκαλία των Μαθηματικών: Χθες και Σήμερα, *The Journal for Open and Distance Education and Educational Technology, 8, (1),* 44-52.

Λεμονίδης, Χ., Θεοδώρου, Ε., Νικολαντωνάκης, Κ., Παναγάκος, Ι., & Σπανακά, Α. (2006). *Μαθηματικά Γ΄ Δημοτικού. Μαθηματικά της φύσης και της ζωής*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Λεμονίδης, Χ. (2003). *Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις Πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου,* Αθήνα: Πατάκης

Μαστρογιάννης, Α. & Τρύπα, Α. (2010). ΤΠΕ και Μαθηματικά: Ωφελιμότητα, Περιττότητα ή ουτοπία; *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης με διεθνή συμμετοχή και θέμα «Μαθαίνω πώς να Μαθαίνω»*, Αθήνα, 7 - 8 - 9 Μαΐου 2010

Μηλιός Γ. (2011), «Μετάβαση από το ημω , $0^0 \le ω \le 90^0$ στο ημx , x∈ℝ μέσω της χρήσης του λογισμικού Geogebra», Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Αθηνών και Πανεπιστήμιο Κύπρου, Αθήνα.

Ντζιαχρήστος, Β. & Ζαράνης, Ν. (2001). Η αξιοποίηση της θεωρίας van Hiele στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών της Α΄ Γυμνασίου με την βοήθεια εκπαιδευτικού λογισμικού, *Μαθηματική Επιθεώρηση, 56,* 55 – 65 http://eudml.org/doc/237463

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2011). *Μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση (Δημοτικό). Οδηγός για τον εκπαιδευτικό: Εργαλεία διδακτικών προσεγγίσεων*.

Παλαιγεωργίου, Γ. (2017). Μαθητές και δάσκαλοι ως δημιουργοί απτικών εκπαιδευτικών εφαρμογών, *Πρακτικά Εργασιών 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία», σ. χ - ψ*, Ανώτατη Σχολή Παιδαγωγικής & Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, 21-23 Απριλίου 2017

Παπαδόπουλος, Γ. (2013). *Τα Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση και η Διδασκαλία τους*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας

Πατσιομίτου Σ, & Εμβαλωτής, Α. (2010). *Επίδραση των μετασχηματισμών Δυναμικού διαγράμματος στο συλλογισμό των μαθητών*. Στο Α. Τζιμογιάννης, *Πρακτικά Εργασιών 7ου Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»*, τόμος ΙΙ, σ. 445-452, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Κόρινθος, 23-26 Σεπτεμβρίου 2010

Πόταρη, Δ. (2014). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»*. Αθήνα: ΙΕΠ

Τζεκάκη Μ. (2007). Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα : προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία, εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.

Τύπας, Γ. (2001). Αναλυτικά προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών της Α/βάθμιας Εκπαίδευσης. Εισήγηση στην υπ' αριθμ. 9/11-7-2001 *Συνεδρία του Τμήματος Α/βάθμιας Εκπαίδευσης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου με θέμα «Έγκριση Νέων Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και Προδιαγραφών για τη Σύνταξη Διδακτικού Υλικού».*

ΥΠΕΠΘ. (2003, 13 Μαρτίου). Αποφάσεις. Αριθμ. 21072α/Γ2. *Εφημερίς της Κυβερνήσεως της Ελληνικής Δημοκρατίας*. *Τεύχος δεύτερο,* Αρ. Φ. 303. Αθήνα: Εθνικό Τυπογραφείο

Van de Walle, J.A. (2007). *Διδάσκοντας Μαθηματικά – Για Δημοτικό και Γυμνάσιο – Μια αναπτυξιακή διαδικασία.* Αθήνα: Εκδόσεις Επίκεντρο

Van de Walle, J.A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*. Αθήνα, Εκδόσεις Τυπωθήτω

Ξενόγλωσση βιβλιογραφία

Abdul Halim, A. & Effandi, Z. (2013). Enhancing Students' Level of Geometric Thinking Through Van Hiele's Phase-Based Learning, *Indian Journal of Science and Technology, 6(5)*, 4432-4446

Antle, A. & Wise, A.F. (2013). Getting Down to Details: Using Theories of Cognition And Learning to Inform Tangible User, *Interface Design Interacting with Computers*, 1-20 doi:10.1093/iwc/iws007

Arango, J., Gaviria, D. & Valencia, A. (2015). Differential Calculus Teaching Through Virtual Learning Objects in the Field of Management Sciences, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, *176*, pp. 412-418 https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.490

Bartolini Bussi, M. & Chiappini, G. & Reggiani, M. & Robutti, O. (2004). Learning Mathematics with tools. In proceedings of IMCE-10, Copenhagen

Battista, M. T., Clements, D. H., ArnofF, J., Battista, K. & Borrow, C.V.A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares, *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*, pp. 503-532, http://www.jstor.org/stable/749731

Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement, *Educational Studies in Mathematics*, *31*, pp. 235-268 https://doi.org/10.1007/BF00376322

Bird, R. (2009). *Overcoming Difficulties with numbers: Supporting Dyscalculia and Students who Struggle with Maths.* London: SAGE Publications Ltd

Blåsjö, V. (2005). The evolution of the isoperimetric problem. *American Mathematical Monthly*, *112*(6), 526-566.

Bonotto C., & Santo L. D. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in primary school. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing: From research to effective practice* (pp. 103 - 123). New York: Springer https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_5

Burlson, W. et al. (2017). Active Learning Environments with Robotic Tangibles: Children's Physical and Virtual Spatial Programming Experiences, *IEEE Transactions on Learning Technologies*, *99* **DOI:** 10.1109/TLT.2017.2724031

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-posing research in

Mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing: From research to effective practice* (pp. 3-34). New York: Springer https://doi.org/10.1007/978-1-4614-62583_1

Carpenter, T.P., Cobum, T.G., Reys, R.E. & Wilson, J.W. (1975). Notes from National assessment: Basic concepts of area and volume, *Arithmetic Teacher, 22*, 501-507 http://www.jstor.org/stable/27960218

Cavanagh, M. (2007). Year 7 students' understanding of area measurement. In K. Milton, H. Reeves, & T. Spencer (Eds.), *Mathematics: Essential for learning, essential for life. Proceedings of the 21st biennial conference of the Australian Association of Mathematics Teachers* (pp. 136-143). Adelaide: AAMT

Chappell, M. F. & Thompson, D. R. (1999). Perimeter or area? Which measure is it? Mathematics Teaching in the Middle School, 5, (1), 20-23

Cifarelli. V. V. & Sevim V. (2015). Problem Posing as reformulation and sense Making within problem solving. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing: From research to effective practice* (pp. 177 194). New York: Springer https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_8

Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). Common core state standards for mathematics. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers

Crame, E. S. & Antle, A.N. (2015). *Button Matrix: how Tangible Interfaces can Structure Physical Experiences for Learning*, Paper Demonstration, TEI, January 15–19, Stanford, CA, USA http://dx.doi.org/10.1145/2677199.2680566

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131.

Fleck, S. & Hachet, M. (2016). Making Tangible the Intangible: hybridization of the Real and the Virtual to enhance learning of Abstract phenomena, *Frontiers in ICT, 3, (30)* Doi:103389/fict.2016.00030

Gawlick, T. (2005). Connecting Arguments to Actions- Dynamic Geometry as Means for the Attainment of Higher van Hiele Levels, *ZDM, 37, (5)*, 361-370 https://doi.org/10.1007/s11858-005-0024-2

Gervais, R., Frey, J., Gay, A., Lotte, F. & Hachet, M. (2016). TOBE: Tangible Out-of Body Experience. *Association for Computing Machinery, 16*, arXiv:

1511.06510vI (cs.HC), DOI: http://dx.doi.org/10.1145/2839462.2839486

Hershkowitz, R., Parzysz, B. & Van Dormolen, J. (1996). Space and shape. In A. J. Bishop et al (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 161-204). Netherlands: Kluwer Academic Publisher https://doi.org/10.1007/978-94-00914650_6

Hirstein, J., Lamb, C. E., & Osborn, A. (1978). Student Misconceptions about area measure. Arithmetic Teacher, 25(6), 10-16

Istenić Starćić, A., Turk, Ź. & Zajc, M. (2015). Transforming Pedagogical Approaches Using Tangible User Interface Enabled Computer Assisted Learning, *iJET, 10, (6),* 42 - 52 http://dx.doi.org/10.3991/ijet.v10i6.4865

Jackiw, N. (2001). *The geometer's sketchpad: Dynamic geometry software for Exploring mathematics version 4*. Berkeley, California: Key Curriculum Press

Jaquet, F. (2000). "Le Conflit area-perimetre", *L'Educazione Matematica,* part 1, 2, 66-67 and part 2, 3, 126 -143.

Johnston - Wilder S. & Pimm D. (2005). *Teaching Secondary Mathematics with ICT*. Open University Press

Jonassen, D. & Howland, J. (2003). *Learning to Solve Problems with Technology. A Constructivist Perspective*. New Jersey: Pearon Education Inc, Upper Saddle River

Jupri, A., Drijvers, P. & van de Heuvel – Panhuizen, M. (2015). Improving Grade 7 Student's Achievement in Initial Algebra Through a Technology – Based Intervention, *Digital Experiences in Mathematic's Education*, 1 (*1*), 28 – 58 https://doi.org/10.1007/s40751-015-0004-2

Kablan, Zeynel, Topan Beyda και Erkan Burak (2013). The Effectiveness Level of Material Use in Classroom Instruction: A Meta-analysis Study. *Educational Sciences Theory & Practice, 13(3).* 1638-1644 DOI: 10.12738/estp.2013.3.1692

Kenney, P. A., & Kouba, V. L. (1997). What do students know about measurement? In P.A. Kenney & E. Silver (Eds), *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 141-163). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Kordaki, M. (2015). The challenge of multiple perspectives. Multiple solution tasks for students incorporating diverse tools and representation systems, *Technology, Pedagogy and Education*, *24* (*4*), 493 – 512 https://doi.org/10.1080/1475939X.2014.919346

Kuzniak, A., & Vivier, L. (2010). A French look on the Greek geometrical working space at secondary school level. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 686-695). Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique.

Laborde, C. & Kynigos, C. & Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *In Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. A. Gutiırrez, P. Boero (eds.), 275–304, Sense Publishers

Manches, A. & O'Malley, C. (2012). Tangibles for learning: a representational analysis of physical manipulation, *Pers Ubiquit Comput*, *16*, pp. 405–419 DOI 10.1007/s00779-011-0406-0

Mason, M. M. (1997). The van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, *21*, 39-53 https://doi.org/10.1177/016235329702100103

Mitchelmore, M. C. (1983). Geometry and Spatial Learning: Some Lessons from a Jamaican Experience, *For the Learning of Mathematics*, *3 (3)*, 2 – 7 http://www.jstor.org/stable/40247830

Moyer, P. (2001). Are we having fun yet? Flow teachers use manipulatives to Teach Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, *47*, pp. 175-176 https://doi.org/10.1023/A:1014596316942

Murphy C. (2012). The role of subject knowledge in primary prospective approaches to teaching the topic of area, *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*, 187-206 https://doi.org/10.1007/s10857-011-9194-8

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston: VA: NCTM

Nkhwalume, A. A. & Liu, Y. (2013). Using technology to teach mathematical Concepts through cultural designs and natural phenomena, *Asian journal of Management sciences and education, 2, (2),* pp. 26 - 35

Olanoff, D. Lo, J. J. & Tobias, J. M. (2014). Mathematical Content Knowledge for Teaching Elementary Mathematics: A Focus on Fractions. *TME, 11, (2),* 267 – 277

O'Malley, C. & Stanton Fraser, D. (2004). *REPORT 12: Literature Review in Learning with Tangible Technologies*, Nesta Futurelab Series

Orit, S. & Eva, H. (2009). Tangible user interfaces: Past, present, and future directions. *Foundations and Trends in Human–Computer Interaction, 3(1-2),* 1-137

Pouw, W. T. J. L., van Gog, T. & Paas, F. (2014). An Embedded and Embodied Cognition, Review of Instructional Manipulatives, *Educational Psychology Review, 26,* pp. 51 –72 DOI 10.1007/s10648-014-9255-5

Price, S. & Pontual Falcão, T. (2011). Where the attention is: Discovery learning in Novel tangible environments, *Interacting with Computers, 23*, 499 – 512, doi: 10.1016/j.intcom.2011.06.003

Price, S., Rogers, Y., Scaife, M., Stanton, D. & Neale, H. (2003). Using 'tangibles' to promote novel forms of playful learning, *Interacting with Computers*, *15*, (*2*), 169 – 185 https://doi.org/10.1016/S0953-5438(03)00006-7

Rickard, J. (2005). A Concept Geometry for Conceptual Spaces with Applications to Levels 2 & 3 Fusion, *Journal of Fuzzy Optimization and Decision Making, 5*, 311-329

Sarama, J. & Clements, H. D. (2009). "Concrete" Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Child Development Perspectives*, *3, (3)*, 145-150 DOI:10.1111/j.1750-8606.2009.00095.x

Siegler, R. S. (1983). Five generalizations about cognitive development, *American Psychologist*, *38*, 263-277 http://dx.doi.org/10.1037/0003-066X.38.3.263

Skulmowski, A., Pradel, S., Kühnert, T., Brunnett, G. & Rey, G. D. (2016). Embodied learning using a tangible user interface: The effects of haptic perception and selective pointing on a spatial learning task, *Computers & Education*, *92 – 93*, 64 – 75 https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.10.011

Üstün, I. & Ubuz, B. (2004). Student's Development of Geometrical Concepts Through a Dynamic Learning Environment. *The 10th International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Denmark. July 4-11, 2004

Vighi, P., & Marchini, C. (2011). *A gap between learning and teaching geometry*. Paper presented at the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Rzeszów, Poland.

Vosniadou, S., & Vamvakoussi, X. (2006). Examining mathematics learning from a conceptual change point of view: Implications for the design of learning environments. In L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts, & S. Vosniadou (Eds.), *Instructional psychology: Past, present and future trends. Sixteen essays in honour of Erik De Corte* (pp. 55-72). Oxford: Elsevier.

Yook Kin Loong, E. (2014). Fostering mathematical understanding through physical and virtual manipulatives, *The Australian mathematics Teacher*, *70 (4)*, 3–10 http://hdl.handle.net/10536/DRO/DU:30069340

Διευθύνσεις στο Διαδίκτυο

http://inrp.fr [Ινστιτούτο για την παιδαγωγική έρευνα INRP (Γαλλία)]
www.hms.gr (Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία)
www.cms.org.cy/ (Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία)
http://stem.edu.gr/
http://www.corestandards.org/Math/
http://www.pi-schools.gr/books/dimotiko/
http://www.insidemathematics.org/common-core-resources/mathematical-content-standards/standards-by-strand/measurement-and-data

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Α- Αρχική αξιολόγηση

Ονοματεπώνυμο:………………………………………………………… Ηλικία: …………………………………

Φύλλο: ΑΓΟΡΙ ☐ **ΚΟΡΙΤΣΙ** ☐

<u>ΑΡΧΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ</u>

1. Αν προσθέσω το μήκος όλων των πλευρών ενός σχήματος, τι θα βρω;

Α) Τη χωρητικότητά του B) Το ανάπτυγμά του

Γ) Την περίμετρό του Δ) Το εμβαδόν του

2. Όταν προσπαθώ να ορίσω την επιφάνεια, που καλύπτει ένα σχήμα, τι ψάχνω να βρω;

Α) Τη χωρητικότητά του B) Το ανάπτυγμά του

Γ) Την περίμετρό του Δ) Το εμβαδόν του

3. Δυο διαφορετικά σχήματα με ίδια περίμετρο έχουν πάντοτε και ίσο εμβαδό;

ΣΩΣΤΟ □ ΛΑΘΟΣ □

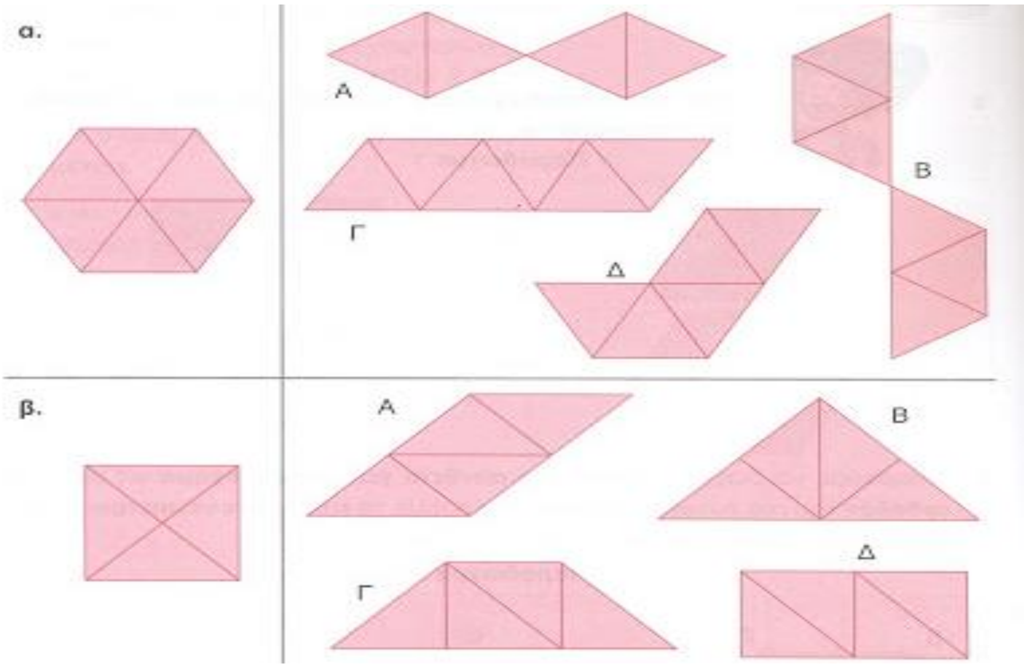
4. Ο δάσκαλος ζήτησε να έχουμε 2 ίδια μπλε τετράδια 60 φύλλων για το μάθημα της γλώσσας, που το ένα θα είναι τετράδιο γραπτού λόγου και το άλλο τετράδιο εργασιών. Για να τα ξεχωρίζω, αποφάσισα να κολλήσω στο εξώφυλλό τους ορθογώνια αυτοκόλλητα. Στο $1^{ο}$ τετράδιο κόλλησα 15 ίδια αυτοκόλλητα και στο $2^{ο}$, 21 ίδια αυτοκόλλητα. Τα αυτοκόλλητα του $1^{ου}$ τετραδίου σε σχέση με τα αυτοκόλλητα του $2^{ου}$ τετραδίου ήταν (σε μέγεθος):

15 αυτοκόλλητα	21 αυτοκόλλητα

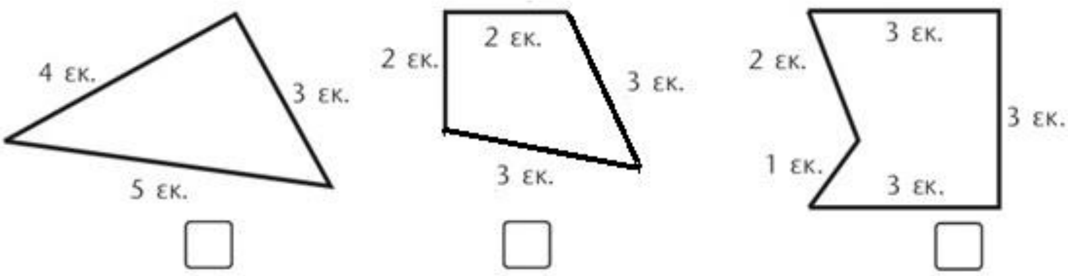
Α) μεγαλύτερα B) μικρότερα Γ) ίσα

Εξήγησε την απάντησή σου: ………………………………………………………………………………………
………
………
………
………

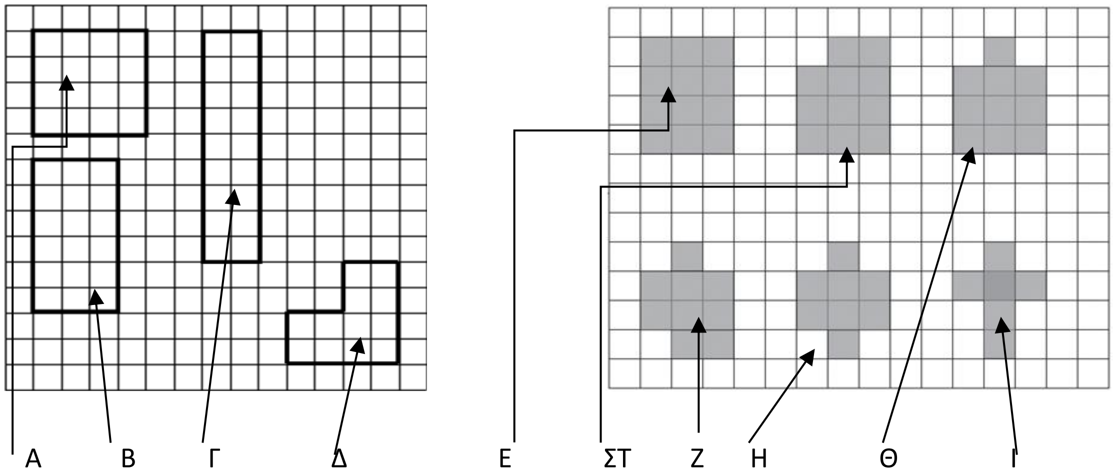
5. Στην παρακάτω εικόνα κύκλωσε σε κάθε περίπτωση ποιο ή ποια από τα σχήματα δεξιά έχουν ίδιο εμβαδό με το αρχικό σχήμα στα αριστερά.



6. Ποια από τα παρακάτω σχήματα έχουν την ίδια περίμετρο;



7. Παρατήρησε τα σχήματα στις παρακάτω εικόνες. Να ξέρεις ότι η πλευρά για κάθε τετραγωνάκι και στις 2 εικόνες είναι 1 εκατοστό.



I. Ο Γιάννης είπε: «Το σχήμα ΣΤ έχει μεγαλύτερη περίμετρο από το σχήμα Θ»

II. Ο Αντώνης είπε: «Το σχήμα Γ έχει μεγαλύτερο εμβαδόν από το σχήμα Β»

III. Ο Θανάσης είπε: «Το σχήμα Α και το σχήμα Δ έχουν την ίδια περίμετρο, άρα έχουν και το ίδιο εμβαδό»

IV. Η Άννα είπε: «Το σχήμα Β και το σχήμα Γ έχουν το ίδιο εμβαδό, άρα έχουν και την ίδια περίμετρο»

V. Ο Δημήτρης είπε: «Τα σχήματα Ε, Η, Ζ, έχουν την ίδια περίμετρο»

VI. Ο Νίκος είπε: «Το σχήμα Δ και το σχήμα Ε έχουν ίδιο εμβαδόν, αλλά διαφορετική περίμετρο»

VII. Η Στέλλα είπε: «Την μεγαλύτερη περίμετρο από όλα τα σχήματα την έχει το σχήμα Γ»

VIII. Η Κατερίνα είπε: « Το σχήμα Δ έχει μεγαλύτερο εμβαδόν από το σχήμα ΣΤ»

Γράψε με ποιο παιδί ή ποια παιδιά συμφωνείς κι εξήγησε το γιατί: …………………………..
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………

8. Το μήκος ενός ορθογωνίου είναι 6 cm και το πλάτος του 5cm.

Το εμβαδό του είναι: α) 30 cm² β) 30 cm γ) 22 cm δ) 22 cm²

Η περίμετρός του είναι: α) 30 cm² β) 30 cm γ) 22 cm δ) 22 cm²

9. Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 10 cm.

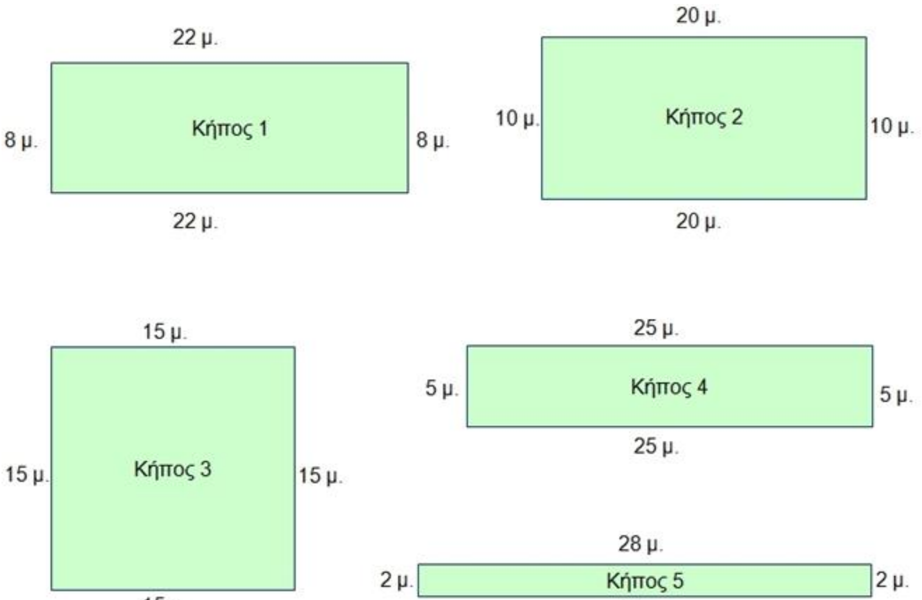
Η περίμετρός του είναι : α) 40 cm² β) 40 cm γ) 100 cm δ) 100 cm²

Το εμβαδό του είναι: α) 40 cm² β) 40 cm γ) 100 cm δ) 100 cm²

10. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 22μ. Το μήκος του είναι 8 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν του;

11. Ένα παρτέρι σχήματος τετραγώνου έχει περίμετρο 24 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν του;

12. Ο κ. Δήμος αγόρασε ένα φράχτη με μήκος 60 μέτρα για να περιφράξει τον κήπο που θέλει να φτιάξει. Θέλει, όμως, ο κήπος του να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος, ώστε να χωράει όσο το δυνατόν περισσότερο χορτάρι και λουλούδια. Έκανε, λοιπόν, 5 διαφορετικά ορθογώνια σχέδια, το καθένα από τα οποία έχει περίμετρο 60 μέτρα. Τι από αυτά ισχύει: είναι μεγαλύτερος ο κήπος 1, ο κήπος 2, ο κήπος 3, ο κήπος 4 ή ο κήπος 5; Ή είναι όλοι οι κήποι το ίδιο μεγάλοι; Γιατί;



……
……
……
………
………
……
……
……
………
………

13. Να κατασκευάσετε και στη συνέχεια να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν στα σχήματα αυτά:

Α. Τετράγωνο με πλευρά 5 cm.

Β. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 6 cm και πλάτος 4 cm.

Γ. Τετράγωνο με εμβαδό 9 cm^2.

Β- Τελική αξιολόγηση

Ονοματεπώνυμο:…………………………………………………………… Ηλικία: …………………………………

Φύλλο: ΑΓΟΡΙ ☐ **ΚΟΡΙΤΣΙ** ☐

<u>ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ</u>

1. Η περίμετρος ενός σχήματος μπορεί να βρεθεί με το άθροισμα του μήκος όλων των πλευρών του

ΣΩΣΤΟ ☐ ΛΑΘΟΣ ☐

2. Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου βρίσκεται με το άθροισμα του μήκους και του πλάτους του

ΣΩΣΤΟ ☐ ΛΑΘΟΣ ☐

3. Δύο διαφορετικά σχήματα με ίδιο εμβαδό (ισοεμβαδικά) έχουν πάντοτε ίση περίμετρο;

ΣΩΣΤΟ ☐ ΛΑΘΟΣ ☐

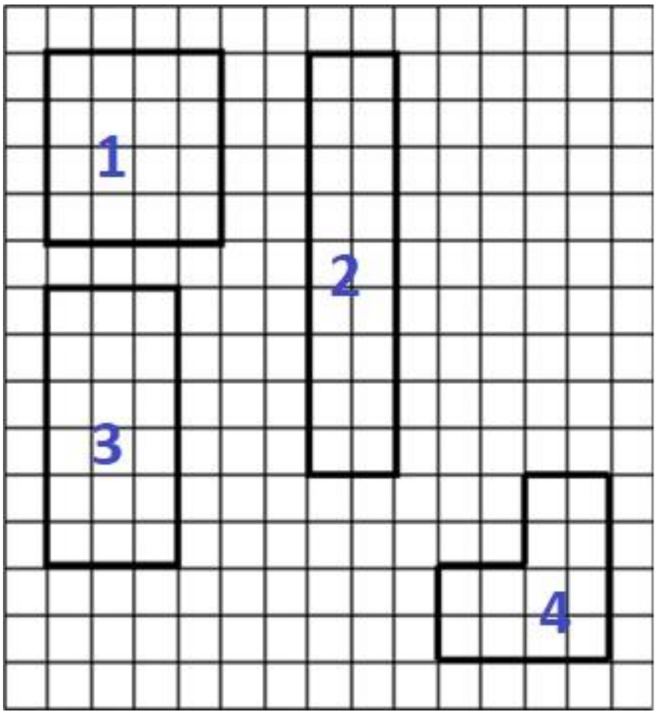
4. Τα πλακάκια της κουζίνας μας ράγισαν και οι γονείς μου αποφάσισαν να τα αλλάξουν. Στη μαμά μου άρεσαν 2 σχέδια από πλακάκια. Αν προτιμήσει το $1^{ο}$, η επιφάνεια θα καλυφθεί με 48 πλακάκια, ενώ αν προτιμήσει το $2^{ο}$ σχέδιο, η επιφάνεια θα καλυφθεί με 36 πλακάκια. Τα πλακάκια του $1^{ου}$ σχεδίου σε σχέση με τα πλακάκια του $2^{ου}$ σχεδίου είναι (σε μέγεθος):

48 πλακάκια	36 πλακάκια

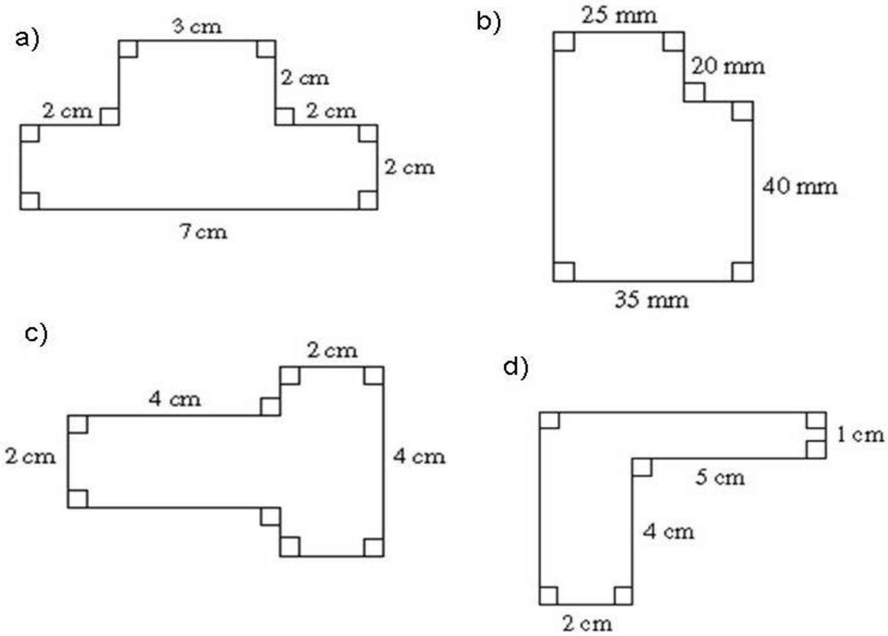
Α) μεγαλύτερα Β) μικρότερα Γ) ίσα

Εξήγησε την απάντησή σου: ……………………………………………………………………………………
………
………
………
………

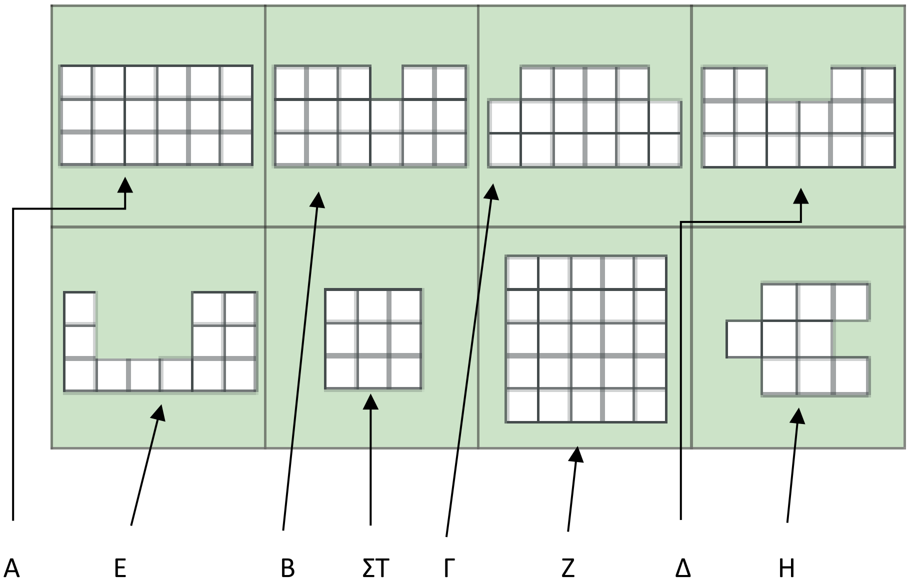
5. Στην παρακάτω εικόνα κύκλωσε ποια από τα σχήματα έχουν το ίδιο εμβαδόν.



6. Υπολόγισε και γράψε δίπλα σε κάθε σχήμα την περίμετρό του.



7. Παρατήρησε τα σχήματα στην παρακάτω εικόνα. Να ξέρεις ότι η πλευρά για κάθε τετραγωνάκι είναι 1 εκατοστό.



I. Ο Μιχάλης είπε: «Το σχήμα Β έχει μικρότερη περίμετρο από το σχήμα Α»
II. Η Ελένη είπε: «Το σχήμα ΣΤ έχει μικρότερο εμβαδόν από το σχήμα Η»
III. Η Δήμητρα είπε: «Το σχήμα Γ και το σχήμα Δ έχουν την ίδια περίμετρο»
IV. Ο Φώτης είπε: «Το σχήμα ΣΤ και το σχήμα Η έχουν το ίδιο εμβαδό»
V. Ο Γιώργος είπε: «Τη μεγαλύτερη περίμετρο όλων των σχημάτων την έχει το σχήμα Ε»
VI. Η Βίκυ είπε: «Τα σχήματα Α, Β, Γ, Δ έχουν την ίδια περίμετρο»
VII. Η Ντίνα είπε: «Το σχήμα Ζ έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν, άρα έχει και τη μεγαλύτερη περίμετρο»
VIII. Ο Πέτρος είπε: «Το σχήμα ΣΤ έχει ίδιο εμβαδόν με το σχήμα Η, άρα έχουν και την ίδια περίμετρο»

Γράψε με ποιο παιδί ή ποια παιδιά συμφωνείς κι εξήγησε το γιατί: ……………………….
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

8. Το μήκος ενός ορθογωνίου είναι 10 cm και το πλάτος του 5cm.

Το εμβαδό του είναι: α) 50 cm² β) 50 cm γ) 30 cm δ) 30 cm²

Η περίμετρός του είναι: α) 50 cm² β) 50 cm γ) 30 cm δ) 30 cm²

9. Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 6 cm.

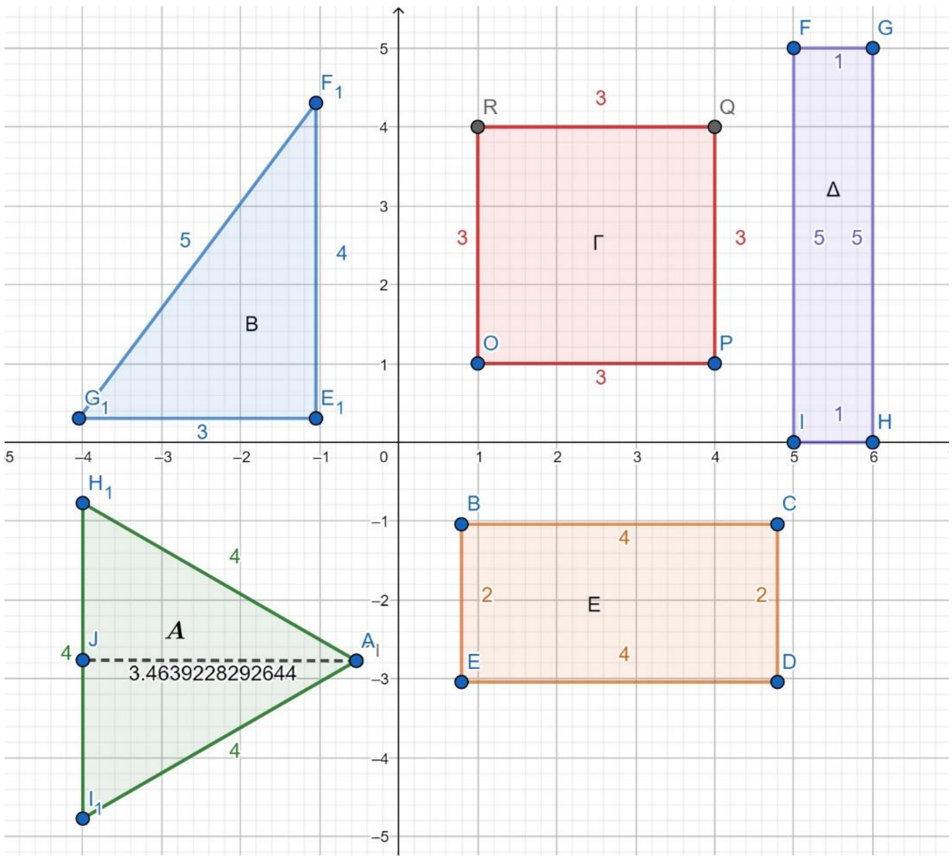
Η περίμετρός του είναι : α) 24 cm² β) 24 cm γ) 36 cm δ) 36 cm²

Το εμβαδό του είναι: α) 24 cm² β) 24 cm γ) 36 cm δ) 36 cm²

10. Η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 40 εκ. πόσο είναι το εμβαδό του;

11. Ένα πεζοδρόμιο μήκους 25μ και πλάτος 4μ. πλακοστρώθηκε με τετραγωνικές πλάκες πλευράς 0,5 μ. Πόσες πλάκες χρησιμοποιήθηκαν;

12. Τα σχήματα στην παρακάτω εικόνα έχουν ίδια περίμετρο. Το κάθε ένα έχει 12 εκ. Παρατηρείστε το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων και βάλτε τα σε φθίνουσα σειρά (από το μεγαλύτερο στο μικρότερο).



13. Να κατασκευάσεις τα πιο κάτω σχήματα

Α. Τετράγωνο με περίμετρο 8 cm.

Β. Ορθογώνιο με μήκος 5 cm και περίμετρο 14 cm.

Γ. Οποιοδήποτε σχήμα που να έχει εμβαδό 12 cm².