



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Τμήμα Επιστημών Προσχολικής
Αγωγής και Εκπαίδευσης της
Παιδαγωγικής Σχολής



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΡΑΚΗΣ

Παιδαγωγικό Τμήμα
Δημοτικής Εκπαίδευσης



Τμήμα Εκπαιδευτικής & Κοινωνικής
Πολιτικής της Σχολής Κοινωνικών,
Ανθρωπιστικών Επιστημών & Τεχνών



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Παιδαγωγικό Τμήμα
Δημοτικής Εκπαίδευσης

Διαίδρυματικό-Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Διδακτική των Μαθηματικών»

Διπλωματική Εργασία

«Αυτορρυθμιζόμενη μάθηση σε σχολική τάξη με ταμπλέτες και
αλληλεπιδραστικό βίντεο ή παραδοσιακή διδασκαλία;
Μια συγκριτική διερευνητική έρευνα σχετικά με την εκμάθηση
στρατηγικών της υπολογιστικής εκτίμησης»

Διαμαντοπούλου Ελευθερία

(697)

Επιβλέποντες Καθηγητές:

Παλαιγεωργίου Γεώργιος

Θεσσαλονίκη, 2019

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το
Διαίδρυματικό-Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Διδακτική των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την Παρασκευή 25 Οκτωβρίου 2019 από Εξεταστική Επιτροπή
αποτελούμενη από τους :

1. Παλαιγεωργίου Γεώργιος

2. Λεμονίδης Χαράλαμπος

3.

Πνευματικά δικαιώματα

Copyright © [Διαμαντοπούλου Ελευθερία, 2019]

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Επιστημών Προσχολικής Αγωγής και Εκπαίδευσης του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, από το τμήμα Εκπαιδευτικής & Κοινωνικής Πολιτικής της Σχολής Κοινωνικών, Ανθρωπιστικών Επιστημών & Τεχνών του Πανεπιστημίου Μακεδονίας και από τα Παιδαγωγικά Τμήματα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης και του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας δε δηλώνει απαραίτητως την αποδοχή των απόψεων του/της συγγραφέα/των συγγραφέων.

Υπεύθυνη Δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι η συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια που προσφέρθηκε στην εκπόνησή της αναγνωρίζεται και αναφέρεται στο κείμενο. Επιπλέον, αναφέρονται όλες οι βιβλιογραφικές πηγές που αξιοποιήθηκαν, πρωτογενείς και δευτερογενείς, είτε η συμβολή τους παρατίθεται επακριβώς ως απόσπασμα είτε ως παράφραση.

Η συγγραφέας της εργασίας

[Υπογραφή]



**UNIVERSITY OF WESTERN MACEDONIA
DEPARTMENT OF PRIMARY EDUCATION**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ



**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ARISTOTLE UNIVERSITY OF THESSALONIKI
FACULTY OF EARLY & PRIMARY EDUCATION**



**DEMOCRITUS UNIVERSITY OF THRACE
SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
PRIMARY EDUCATION DEPARTMENT
SCIENCE SECTOR**



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

**UNIVERSITY OF MACEDONIA
SCHOOL OF SOCIAL SCIENCES, HUMANITIES AND
ARTS**

Master Degree Report

**Self-regulated learning in the classroom with tablets and interactive
video or traditional instruction? A comparative study for learning
about mental calculations**

Author: Diamantopoulou Eleftheria (697)

Supervisor: Palaigeorgiou Georgios

A report submitted as partial fulfillment of the requirements
for the degree of Master of Education

Thessaloniki, 2019

Ευχαριστίες-Πρόλογος

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται την αποδοτικότητα και αποτελεσματικότητα, τη χρησιμότητα και χρηστικότητα των φορητών ηλεκτρονικών συσκευών και του αλληλεπιδραστικού βίντεο κατά τη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία. Ειδικότερα, μέσα από μια συγκριτική μέθοδο διερευνάται κατά πόσο υπερέρχει μαθησιακά, γνωστικά και αυτορρυθμιστικά η εκμάθηση στρατηγικών της υπολογιστικής εκτίμησης με τη αξιοποίηση ταμπλετών και αλληλεπιδραστικού βίντεο σε σχολική τάξη, από ότι με τη παραδοσιακή διδασκαλία.

Για την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνέβαλαν με οποιοδήποτε τρόπο, ώστε να ολοκληρωθεί. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Χαράλαμπο Λεμονίδη, καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας στη Φλώρινα, για την ευκαιρία που μου έδωσε ν' ασχοληθώ με το γνωστικό αντικείμενο των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, καθώς επίσης και για τις οδηγίες αλλά και συμβουλές που μου πρόσφερε στα αντίστοιχα κομμάτια, για τα οποία χρειάστηκα βοήθεια. Επίσης, θα ήθελα ιδιαίτερος να ευχαριστήσω τον κ. Γεώργιο Παλαιγεωργίου, λέκτορα του ίδιου τμήματος για την διαρκή ενασχόλησή του με το τεχνικό μέρος της εργασίας, καθώς με τη δική του συμβουλή συνδυάστηκε το αντικείμενο των κατ' εκτίμηση υπολογισμών με τη χρήση του αλληλεπιδραστικού βίντεο, αλλά επίσης και για τις οδηγίες και την συνεχή ανατροφοδότηση που μου παρείχε ώστε να ξεπερνά τα οποιαδήποτε ζητήματα ανέκυπταν στην πορεία υλοποίησης της διπλωματικής εργασίας. Ταυτόχρονα, θα ήθελα να ευχαριστώ την κ. Άννα Κλώθου, μέλος ΕΔΠ του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου, καθώς και τον κ. Χαράλαμπο Σακονίδη, πρόεδρο και καθηγητή του ίδιου τμήματος, για την διαμεσολάβηση των οποίων έγινε εφικτή η πραγμάτωση της παραδοσιακής διδασκαλίας σε σχολείο της Αλεξανδρούπολης. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω ξεχωριστά τη φίλη και συνάδερφο Κυριακή Παπαϊωάννου για τη συνεχή βοήθεια και στήριξη που μου παρείχε καθ' όλη την πορεία προς την ολοκλήρωσή της παρούσας εργασίας. Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στα τρία αγαπημένα πρόσωπα των ατόμων που εμφανίζονται μαζί μου στα βίντεο, τα οποία και με βοήθησαν στην σκηνοθεσία και τη λήψη αυτών.

Περίληψη

Στην αυτορρυθμιζόμενη προσέγγιση, οι μαθητές πρέπει να ακολουθήσουν από μια αυτοκαθοδηγούμενη πορεία μάθησης με τον εκπαιδευτικό να διαδραματίζει ρόλο καθοδηγητή, μέντορα, που θα βοηθάει τους μαθητές όποτε το χρειάζονται. Χρησιμοποιήσαμε την πλατφόρμα LearnWorlds (<http://www.learnworlds.com>) ως περιβάλλον προβολής, καθώς είναι φιλική προς τις ταμπλέτες και προσφέρει τόσο τη δυνατότητα δημιουργίας διαδρομών μαθήματος, όσο και την ενσωμάτωση και επεξεργασία βίντεο αλληλεπιδραστικής εκμάθησης σε αυτές τις διαδρομές. Το γνωστικό περιεχόμενο των τριών μαθημάτων που δημιουργήθηκαν, καθώς και όλα τα σχετικά βίντεο, αφορούν νοητικούς εκτιμητικούς υπολογισμούς. Οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί περιλαμβάνουν αριθμητικούς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας μόνο νοερούς υπολογισμούς, όχι αριθμομηχανές και γραπτούς ακριβείς υπολογισμούς, ούτε είναι μια απλή μαντεψιά. Η παρούσα έρευνα αποτελείται από δύο συγκριτικά μέρη, την πειραματική συνθήκη, όπου οι μαθητές εργάζονται αυτορρυθμιστικά με ταμπλέτες, συνεργατικά ανά ζεύγη και με αλληλεπιδραστικά βίντεο, και την ομάδα ελέγχου όπου χρησιμοποιούνται η δασκαλοκεντρική και η εν μέρει η συνεργατική μάθηση, το απλό βίντεο και ένα φύλλο εργασίας (παραδοσιακή διδασκαλία), στα οποία έλαβαν μέρος 16 μαθητές αντίστοιχα. Πέρα από τη αλληλεπιδραστική ιστορία που κατασκευάστηκε και των ερωτηματολογίων (pre & post-test) που δημιουργήθηκαν για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας και της χρηστικότητας των αλληλεπιδραστικών βίντεο για την διερεύνηση ανάπτυξης των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, κατασκευάστηκε και ένα ερωτηματολόγιο στάσεων για την αξιολόγηση της εφαρμογής επεξεργασίας βίντεο. Στις στάσεις αυτές συμπεριλαμβάνεται η ευχρηστία, η ικανοποίηση και γνωστική αποτελεσματικότητα της εφαρμογής. Τα στατιστικά αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι, αν και στις δύο πειραματικές συνθήκες οι μαθητές είχαν παρόμοια εξέλιξη των στρατηγικών τους στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, από τις παρατηρήσεις πεδίου, τα ερωτηματολόγια στάσεων και τις συλλογικές συνεντεύξεις η ομάδα των μαθητών με τις ταμπλέτες υπερέχει στην ανάπτυξη των αυτορρυθμιστικών και συνεργατικών τους δεξιοτήτων και ικανοτήτων, με τη διαμεσολάβηση της φορητής μάθησης και της αξιοποίησης των αλληλεπιδραστικών βίντεο. Είναι αναγκαία η μελλοντική έρευνα της αποδοτικότητας και χρηστικότητας της φορητής, αυτορρυθμιζόμενης μάθησης στη σύγχρονη παιδαγωγική, με την παράλληλη αξιοποίηση των δυναμικών δυνατοτήτων των αλληλεπιδραστικών βίντεο.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

αυτορρυθμιζόμενη μάθηση, ταμπλέτες, φορητή μάθηση, αλληλεπιδραστικό βίντεο, υπολογιστική εκτίμηση

Abstract

In the self-regulated approach, students have to follow a learning path by themselves and the instructor from the first moment of the lesson will hold a mentoring role and support students whenever they need to. We exploited the platform LearnWorlds (<http://www.learnworlds.com>) as the delivery environment since it is tablet friendly, and offers both the opportunity to create lesson paths and embed and edit interactive learning video in these paths. The domain knowledge and all the related video concern mental calculations. Mental calculations comprise arithmetical calculations using only the human brain, with no help from any other supplies, for example, a calculator. A 4-hour course was designed about mental calculations in the e-learning environment which was mainly consisted of interactive videos. The interactive video contained pointers, navigation menus, inductive questions, rhetoric questions, internal video links, external video links, inter-path links, further activities inside (such as reading an e-text, or answering a questionnaire) and outside (such as completing a worksheet) the electronic environment. The course was offered to 16 students of 6th grade of an elementary school. Data collection was actualized through a pre-post questionnaire, an experience questionnaire assessing the perceived value of the learning environment and the perceived learning value of the pedagogical approach, researchers' observation and focus group. In order to determine the effectiveness and the efficiency of exploiting interactive video and tables for self-regulated learning, we have also designed a 4-hour instructional intervention without the use of tablets or interactive video but with the aim of maintaining the equivalence between the instructional material and the related activities with the ones of the electronic platform. This intervention takes place these days with a classroom of 16 students of 6th grade of another elementary school. Data collection will be conducted again through a pre-post questionnaire, an experience questionnaire, researchers' observation and focus group. The results showed that, although there was a huge, exciting and interesting adaption of the tablets & the interactive video in the learning process, the cognitive results of learning the strategies of the estimated calculations did not seem to differ significantly from the traditional instructional process. However, the students in the experimental condition not only developed more interest in the learning material by attending a larger amount (a whole lesson) than the control group, cultivated their self-regulatory skills and abilities. Future research into the efficiency and efficacy of portable, self-regulated learning in modern pedagogy is needed, while taking advantage of the dynamic potential of interactive video-based lessons.

KEYWORDS

Interactive video, mental calculations, self-paced learning, tablets

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 ^ο	13
Η Εκτίμηση ως Μαθηματική Έννοια	13
Η Σημασία και οι Ορισμοί της Εκτίμησης	13
Τα Είδη της Εκτίμησης.....	15
Το Νόημα και οι Παράγοντες Ανάπτυξης της Υπολογιστικής Εκτίμησης.....	17
Παράγοντες Ανάπτυξης της Υπολογιστικής Εκτίμησης.....	19
Η Υπολογιστική Εκτίμηση στα Προγράμματα Σπουδών	22
1.4.1 Ελλάδα : Δ.Ε.Π.Π.Σ – Α.Π.Σ (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003)	22
ΗΠΑ: Common Core (2013) & NCTM standards (2013).....	24
Ταϊβάν: Ministry of Education (2003).....	25
Ιαπωνία: Japanese Ministry of Education (1951, 1978, 1989, 2008)	26
Αναφορές στα ΑΠΣ Άλλων Χωρών: Κίνα, Τουρκία, Αυστραλία	27
Οι Στρατηγικές της Υπολογιστικής Εκτίμησης.....	28
Η Εννοιολογική, Διαδικαστική Γνώση και η Αίσθηση του Αριθμού.....	35
Η Εκτίμηση και οι Νοεροί Υπολογισμοί.....	37
Η Εκτίμηση και η Αίσθηση του Αριθμού.....	39
Το Ρεπερτόριο, η Ευελιξία και η Ευχέρεια Μαθητών με την Υπολογιστική Εκτίμηση	41
Οι Έρευνες για την Υπολογιστική Εκτίμηση	43
Υπολογιστική Εκτίμηση και Μαθητές	44
Υπολογιστική Εκτίμηση και Φοιτητές	46
Υπολογιστική Εκτίμηση και Εκπαιδευτικοί.....	47
Υπολογιστική Εκτίμηση και Ενήλικες	48
Κεφάλαιο 2 ^ο	50
Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση	50
Θεωρητικό Πλαίσιο της Αυτορρύθμισης της Μάθησης.....	50
Ορισμοί της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης.....	52
Μοντέλα Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης.....	55
Boekaerts (1995, 1996, 1999): Μοντέλο της Προσαρμοζόμενης Μάθησης – Μοντέλο της Διπλής Επεξεργασίας	55
Zimmerman (1990, 2002): Τριών Φάσεων Κοινωνικο-Γνωστικό Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης	56

Pintrich (2000): Το Γενικό Πλαίσιο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης	57
Winne & Hadwin (1998): Τεσσάρων Φάσεων Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης.....	58
Hadwin, Järvelä & Miller (2011): Κοινωνικά-Συνεργατικά Πλαισιωμένη Αυτορρύθμιση της Μάθησης (Shared Self-Regulation of Learning – SSRL)	59
Στρατηγικές Ανάπτυξης Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης.....	60
Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση μέσα στη Σχολική Τάξη (Self-paced Learning & Self-regulated Learning)	64
Χαρακτηριστικά των Αυτορρυθμιζόμενων Μαθητών.....	65
Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση μέσω Τεχνολογίας στην Τάξη.....	66
Χαρακτηριστικά της Αξιοποίησης των Εκπαιδευτικών Διαδικτυακών Πολυμέσων στη Σχολική Πραγματικότητα.....	67
Αρνητικά Αποτελέσματα της Ενσωμάτωσης των Εκπαιδευτικών Διαδικτυακών Πολυμέσων στη Σχολική Πραγματικότητα.....	70
Είδη Εκπαιδευτικών Τεχνολογικών Διαδικτυακών Εργαλείων	71
Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση με Ταμπλέτες μέσα στην Τάξη	77
Κεφάλαιο 3 ^ο	82
Η Αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών στη Σχολική Τάξη.....	82
Η Ενσωμάτωση των Φορητών Συσκευών στη Σχολική Πραγματικότητα.....	83
Προαπαιτούμενα Ομαλής & Ουσιαστικής Ενσωμάτωσης των Φορητών Συσκευών στην Εκπαιδευτική Πραγματικότητα	84
Φορητές Συσκευές (tablets) & «Φορητή Μάθηση»	86
Χαρακτηριστικά & Χρηστικές Προοπτικές των Φορητών Συσκευών (tablets) κατά την Αξιοποίησή τους στην Εκπαιδευτική Διαδικασία	93
Εκπαιδευτικά Λογισμικά: Τα είδη τους, οι Δεξιότητες που Αναπτύσσουν και τα Κριτήρια Επιλογής τους	93
Θετικά Χαρακτηριστικά των Φορητών Συσκευών και της Φορητής Μάθησης στην Εκπαιδευτική Διαδικασία.....	96
Αρνητικά Χαρακτηριστικά των Φορητών Συσκευών και της Φορητής Μάθησης στην Εκπαιδευτική Διαδικασία.....	101
Φορητές Συσκευές (tablets) & Σχολικά Μαθηματικά	103
Κεφάλαιο 4 ^ο	109
Μαθηματικά, Υπολογιστική Εκτίμηση και Τεχνολογία.....	109
Εκπαιδευτικά Χειραπτικά Μοντέλα, Εργαλεία, Παιχνίδια & Υπολογιστική Εκτίμηση	112
Σχολικά, Εκπαιδευτικά Βοηθήματα και Εκτίμηση.....	113
Λογοτεχνία και Εκτίμηση.....	117

Κεφάλαιο 5 ^ο	119
Η υλοποίηση της έρευνας.....	119
Βασικός στόχος και επιμέρους στόχοι.....	119
Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα	121
Το Δείγμα της έρευνας	122
Εργαλεία συλλογής δεδομένων	122
Η επιλογή και ο σχεδιασμός των βίντεο	124
Ανάλυση σχεδίασης ερωτηματολογίων (pro- και post-):	130
Ανάλυση σχεδίασης ερωτηματολογίων στάσεων.....	141
Διαδικασία Πειραματικής συνθήκης	145
Διαδικασία διδασκαλίας ομάδας ελέγχου.....	147
Κεφάλαιο 6 ^ο	149
Αποτελέσματα έρευνας	149
Ανάλυση & σχολιασμός της διδασκαλίας της πειραματικής συνθήκης.....	149
Ανάλυση & σχολιασμός της διδασκαλίας της ομάδας ελέγχου	156
Στατιστικά αποτελέσματα ερωτηματολογίων Α (pro-test) & Β (post-test).....	160
Στατιστικά αποτελέσματα ερωτηματολογίου στάσεων (αξιολόγησης της εφαρμογής)	173
Ανάλυση τελικών συλλογικών συζητήσεων	174
Κεφάλαιο 7 ^ο	178
Συζήτηση – Συμπεράσματα.....	178
Βιβλιογραφία.....	186
Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία	186
Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία	187
Παράρτημα.....	199
Κείμενο.....	199
Πίνακες.....	243
Εικόνες	245
Ερωτηματολόγιο – Α (pro test)	247
Ερωτηματολόγιο – Β (post test)	248

Εισαγωγή

Η παρούσα έρευνα εξετάζει την επίδραση που ασκεί η ενσωμάτωση του αλληλεπιδραστικού βίντεο, των tablet και της αυτορυθμιζόμενης μάθησης στην ικανότητα των μαθητών Στ' δημοτικού να εκτελούν υπολογιστικές εκτιμήσεις, καθώς και τις στρατηγικές που χρησιμοποιούνται για την διενέργεια αυτών. Η υπολογιστική εκτίμηση είναι μια δια βίου ικανότητα που χρησιμοποιείται σε καθημερινή βάση και μια σχετικά θεμελιώδης δεξιότητα στον τομέα των μαθηματικών. Για το λόγο αυτό, είναι σημαντικό όλοι, όχι μόνο οι μαθητές, να αποκτήσουν τις κατάλληλες γνώσεις και δεξιότητες, ώστε να πραγματοποιούν τέτοιους υπολογισμούς.

Το αλληλεπιδραστικό βίντεο και το tablet, λοιπόν, ως μέσα που βοηθούν και ενισχύουν την υπολογιστική ικανότητα, έχουν εισχωρήσει στην καθημερινότητα των παιδιών, μέσω παιχνιδιών και εφαρμογών, αλλά και τη σύγχρονη εκπαιδευτική πραγματικότητα κατά τη διδακτική, μαθησιακή και αξιολογική πρακτική. Άλλωστε, η αυτορυθμιζόμενη μάθηση αποτελεί κύριο στόχο πολλών προγραμμάτων σπουδών, όπως και σε αυτό της Ελλάδας, επιθυμώντας και προωθώντας την αυτεπίγνωση, τον αυτοέλεγχο, την αυτο-αποτελεσματικότητα, την αυτοκριτική των μαθητών μέσα στο σχολικό μαθησιακό πλαίσιο, με άμεσο στόχο την ανάπτυξη του ενεργού τους ρόλου στη διαδικασία μάθησης.

Γενικά, στα μαθηματικά είναι επιθυμητές οι ακριβείς υπολογιστικές λύσεις με την αξιοποίηση των αριθμομηχανών και αλγορίθμων, με αποτέλεσμα οι μαθητές να μην αναγνωρίζουν τη σημασία της εκτίμησης, τη λογικότητα του εύρους των εκτιμητικών υπολογιστικών απαντήσεων και την πιστότητα των εκάστοτε στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Το γεγονός αυτό υπονομεύει την ουσιαστική αίσθηση των μαθητών για τους αριθμούς και την ικανότητα αυτών να συνδυάζουν και να αξιοποιούν καταλλήλως τις προηγούμενες γνώσεις τους, να κάνουν εικασίες, εκτελώντας προσεγγιστικές υπολογιστικές τεχνικές, όπως η εκτίμηση.

Η εκτίμηση είναι μια χρήσιμη και επωφελής δεξιότητα στον τομέα των μαθηματικών και αποδίδει νοηματική αξία ο συνδυασμός της με άλλες μαθηματικές έννοιες. Η εκτίμηση είναι μία από τις λίγες μαθηματικές δεξιότητες που χρησιμοποιούνται συχνότερα σε καθημερινή βάση, αλλά και σε πολλά μαθήματα μαθηματικών και φυσικής, αποδίδοντας έτσι μεγάλη βαρύτητα στην καλλιέργεια των νοερών υπολογισμών και της υγιούς αίσθησης των αριθμών, χαρακτηριστικά που σχετίζονται και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Βασιζόμενη στη βιβλιογραφία, ξεκίνησε η συγγραφή του θεωρητικού μέρους της εργασίας μας, το οποίο αποτελείται από τέσσερα(4) κεφάλαια, καθένα από τα οποία χωρίζεται σε μικρότερες ενότητες-υποκεφάλαια.

Πιο συγκεκριμένα, στο **πρώτο** κεφάλαιο γίνεται μια προσπάθεια να χαρακτηριστεί και να περιγραφεί το επιστημονικό περιεχόμενο της εκτίμησης ως μαθηματική έννοια και δεξιότητα. Παρουσιάζονται η σημασία, οι διάφοροι ορισμοί και τα είδη της εκτίμησης, ενώ πέρα από το νόημα και τους παράγοντες ανάπτυξης της υπολογιστική εκτίμησης, γίνεται μια γρήγορη αναφορά στην ύπαρξη της

υπολογιστικής εκτίμησης ως στοιχείο μαθησιακής ύλης σε διάφορα προγράμματα σπουδών. Εκτός, από τα παραπάνω στο πρώτο κεφάλαιο αυτής της έρευνας αναλύονται οι στρατηγικές της υπολογιστικής εκτίμησης, η σχέση αυτών με την ανάπτυξη νοερών υπολογισμών και της αίσθησης του αριθμού και παράλληλα γίνεται αναφορά στο ρεπερτόριο και την ευχέρεια των μαθητών, των φοιτητών, ακόμη και των εκπαιδευτικών, με την υπολογιστική εκτίμηση.

Προχωρώντας στο **δεύτερο** κεφάλαιο γίνεται αναφορά του θεωρητικού πλαισίου της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, δηλαδή η ανάλυση των ορισμών της, των μοντέλων και των στρατηγικών ανάπτυξης αυτής. Στο κεφάλαιο αυτό δεν παραλείπεται να αναδειχθούν οι σχέσεις και οι συσχετίσεις της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης με τη τεχνολογία και τα πολυμέσα μέσα στη σχολική τάξη. Στο **τρίτο** κεφάλαιο προσεγγίζεται το θέμα των νέων τεχνολογιών στην σχολική τάξη, και πιο συγκεκριμένα η ένταξη και αξιοποίηση των φορητών συσκευών, των ταμπλέτων, στα σχολικά μαθηματικά. Τέλος, στο **τέταρτο** κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά οι αλληλοσυνδέσεις των μαθηματικών με την υπολογιστική εκτίμηση και την Τεχνολογία, εστιάζοντας στα χειραπτικά εκπαιδευτικά μοντέλα, τα εκπαιδευτικά διαδικτυακά παιχνίδια, τα σχολικά, εκπαιδευτικά εγχειρίδια και τα λογοτεχνικά βιβλία.

Η εργασία, πέρα από το θεωρητικό κομμάτι, περιέχει και το λεγόμενο **εμπειρικό**. Σε αυτό το μέρος αποτυπώνεται ευχέρεια/ ευελιξία των μαθητών κατά την εκτέλεση νοερών εκτιμητικών πράξεων και καταγράφεται το ποσοστό επιτυχία τους σε σχετικά προβλήματα υπολογιστικής εκτίμησης. Επιπλέον, παρουσιάζεται η άποψή τους σχετικά με την αποτελεσματικότητα και τη χρησιμότητα των φορητών συσκευών κατά τη διδασκαλία του μαθηματικού περιεχομένου, αλλά και οι στάσεις τους από την εμπειρία εργασίας τους σε αυτορρυθμιζόμενο μαθησιακό πλαίσιο. Περιλαμβάνεται, ακόμη, η **μεθοδολογία** που χρησιμοποιήθηκε κατά την πειραματική και τη συνθήκη ελέγχου, η ανάλυση δεδομένων, η συζήτηση και τα συμπεράσματα.

Το τρίτο μέρος της εργασίας αποτελείται από το **παράρτημα**, το οποίο είναι σημαντικό, διότι σε αυτό παρατίθενται τα δύο βασικά ερευνητικά μας εργαλεία (ερωτηματολόγια pro & post διδασκαλιών) και η ανάλυση των περιεχομένων του 4^{ου} κεφαλαίου, ώστε ο κάθε αναγνώστης, θέλοντας να αποκτήσει μια πιο εμπειριστατωμένη και ολοκληρωμένη εικόνα για την έρευνά μας, μπορεί να ανατρέξει σε αυτό.

Κεφάλαιο 1^ο

Η Εκτίμηση ως Μαθηματική Έννοια

Η διδασκαλία και η μάθηση των μαθηματικών είναι αποτελεσματική όταν συνεπάγεται την ενεργό συμμετοχή των μαθητών, την αξιοποίηση μεταγνωστικών δεξιοτήτων και εμπλαισιωμένων προβληματικών καταστάσεων, και όταν καλλιεργεί και χρησιμοποιεί την αριθμητική εκτίμηση, η οποία αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της αίσθησης του αριθμού (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Mildenhall, Hackling & Swan, 2010).

Η εκτίμηση είναι μια διαδεδομένη διαδικασία, ένα σημαντικό μέρος της μαθηματικής γνώσης στη ζωή τόσο των παιδιών όσο και των ενηλίκων, ενώ παράλληλα έχει παρατηρηθεί ότι χρησιμοποιείται περισσότερο από κάθε άλλη διαδικασία ποσοτικοποίησης. Καθώς όλοι μας συχνά αναρωτιόμαστε «πόσο καιρό θα πάρει για να φτάσω στο σπίτι μου;», «πόσα χρήματα θα κοστίσουν τα ψώνια μας στο σουπερ-μάρκετ;», «πόσο βαρύ είναι αυτό το αντικείμενο;», «πόσο μακριά είναι η απόσταση μεταξύ εδώ και εκεί;», «πόσες εβδομάδες θα μου πάρει για να τελειώσω μια εργασία;», γίνεται έντονα φανερό, ότι χωρίς την ικανότητα να εκτιμά, να κρίνει και να υπολογίζει με ακρίβεια, η ζωή του ανθρώπου θα ήταν δύσκολη (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Lemonidis, 2016· Star, Rittle-Johnson, Lynch, & Perova, 2009).

Η Σημασία και οι Ορισμοί της Εκτίμησης

Η εκτίμηση είναι κάτι παραπάνω από μια απλοϊκή μαντεψιά ή μια απλή στρογγυλοποίηση, ενώ δεν αποτελεί έναν ακριβή υπολογισμό (Sowder & Wheeler, 1989). Σύμφωνα με τους Van de Walle et al. (όπως αναφέρονται στους Cochran & Hartmann-Dugger, 2013), η εκτίμηση αναφέρεται στην επιλογή ενός κατάλληλου αριθμού που είναι προσεγγιστικά κοντά στον ακριβή αριθμό της λύσης ενός συγκεκριμένου προβληματικού πλαισίου. Πέραν της εκτεταμένης καθημερινής της χρήσης η εκτίμηση είναι σημαντική, καθώς συνδέεται με άλλες ειδικές πτυχές της μαθηματικής ικανότητας αλλά και συσχετίζεται βαθμολογικά με τη γενικότερη μαθηματική επιτυχία (Dowker, 1992· LeFevre, Greenham & Waheed, 1993· Siegler & Booth, 2005).

Ως εκτίμηση μπορεί να οριστεί η δεξιότητα εκφοράς μιας γρήγορης και ικανοποιητικής απάντησης για την ποσότητα ή το μέγεθος του αποτελέσματος ενός προβλήματος χωρίς την ακριβή μέτρησή του ή τον έμπρακτο υπολογισμό του (Lemaire, Lecacheur & Farioli, 2000· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Senol, Dundar & Dunduz, 2015· Rittle-Johnson & Star, 2009). Σύμφωνα με το NCTM (όπως αναφέρεται στους Senol, Dundar & Gunduz 2015), «εκτιμώ» σημαίνει επιτυχάνω ένα κατά προσέγγιση συμπέρασμα, εκτελώ έναν προσεγγιστικά ακριβή υπολογισμό των ποσοτήτων. Η λέξη της εκτίμησης από τη μια αναφέρεται στην εκτιμητική διαδικασία, τη μέθοδο και τις στρατηγικές, και από την άλλη αντιπροσωπεύει το ίδιο το αποτέλεσμα της εκτίμησης.

Η **εκτίμηση** είναι «μια διαδικασία μετάφρασης μεταξύ εναλλακτικών ποσοτικών αναπαραστάσεων, μία από τις οποίες είναι ανακριβής» (Siegler & Booth, 2004·

Siegler & Booth, 2005). Οι ποσοτικές αναπαραστάσεις άλλοτε είναι αριθμητικές και άλλοτε μη-αριθμητικές. Δύο βασικές υποκατηγορίες των εκτιμήσεων αποτελεί η **αριθμητική εκτίμηση** κατά την οποία το ένα ή και τα δύο μέρη της μετάφρασης περιλαμβάνει αριθμητικά δεδομένα και η **μη-αριθμητική εκτίμηση** κατά την οποία κανένα από τα μέρη της μετάφρασης δεν είναι αριθμητικό (πχ. η φωτεινότητα μιας λάμπας και η αναπαράστασή της σε μια χωρικά προσδιοριζόμενη γραμμή) (Lemonidis, 2016· Siegler & Booth, 2005).

Οι Star et al. (2009) υποστηρίζουν ότι η εκτίμηση είναι μια πολύ χρήσιμη δεξιότητα στην καθημερινή ζωή και τα μαθηματικά, διερευνώντας, επιπλέον, τη μαθησιακή αποτελεσματικότητα που έχει η σύγκριση και η διαδοχική ανάπτυξη των διαφόρων στρατηγικών εκτίμησης (Morgan, 2013· Rittle-Johnson & Star, 2009).

Η εκτίμηση, ως αριθμητική δραστηριότητα, θεωρείται σημαντικός παράγοντας της μαθηματικής γνώσης, καθώς παρέχει πληροφορίες για τη γενικότερη κατανόηση του ατόμου περί των μαθηματικών εννοιών, των σχέσεων, των στρατηγικών και φυσικά προσφέρει μια ολιστική οπτική της γνωστικής ανάπτυξης των μαθητών στον τομέα των μαθηματικών (Lemaire et al., 2000· Lemonidis, Nolka & Nikolantonakis, 2014c). Παράλληλα, η προσεγγιστική απάντηση αναδεικνύει το βαθμό της ακρίβειας σε συνάρτηση με το κατάλληλο πλαίσιο αναφοράς (Ανεστάκης & Δεσλή, 2014· Lemaire et al., 2000· Rittle-Johnson & Star, 2009).

Στις έρευνες του Reys (1984) και των Senol et al. (2015) παρουσιάζονται και αναλύονται τα χαρακτηριστικά της **υπολογιστικής εκτίμησης** (για την οποία γίνεται εκτενής λόγος στη συνέχεια) αλλά και τα **γενικότερα χαρακτηριστικά της έννοιας της εκτίμησης** που είναι τα κάτωθι (LeFevre et al., 1993· Reys et al., 1982· Rittle-Johnson & Star, 2009· Tsao & Pan, 2011):

- ✓ προσδιορισμός της αξίας μιας αριθμητικής πράξης ή μιας ποσότητας
- ✓ αντικείμενο διερεύνησης και προσδιορισμού ορισμένων πληροφοριών εννοιολογικών γνώσεων ή εμπειριών
- ✓ νοεροί υπολογισμοί (mental calculation), και διανοητική κρίση του προβλήματος
- ✓ γρήγορη εκτέλεση πράξεων με απλοποιημένους αριθμούς, που παρέχει ένα προσεγγιστικά σωστό αποτέλεσμα (“*simplification*”)
- ✓ ποικιλία εκτιμήσεων ως μεμονωμένες προσεγγιστικές απαντήσεις σε κάθε πρόβλημα ανάλογα με τα κριτήρια αξιολόγησης του ατόμου (στρατηγικές, εννοιολογικές και διαδικαστικές γνώσεις) (“*proximity*”)

Οι LeFevre et al. (1993) στην έρευνά τους τονίζουν τους **λόγους ενσωμάτωσης και ανάδειξης της σπουδαιότητας της εκτίμησης στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών** ως μαθηματικό εργαλείο, παρά ως μια απομονωμένη δεξιότητα (Anestakis & Desli, 2014· Liu & Neber, 2012· Staretal., 2009· Rittle-Johnson & Star, 2009):

1. Η γνώση των εκτιμητικών στρατηγικών ανασύνθεσης των αριθμητικών δεδομένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση ικανοποιητικών απαντήσεων, γρήγορα και με ακρίβεια. «*Καλλιεργείται η ευελιξία των μαθητών με τους υπολογισμούς και ελαττώνεται η προσκόλλησή τους στη χρήση της τυποποιημένης αλγοριθμικής προσέγγισης*». Οι στρατηγικές αυτές εκτός του ότι αναδεικνύουν την εννοιολογική κατανόηση των αρχών της απλοποίησης

(simplification) και της εγγύτητας (proximity), ενισχύουν τις υπολογιστικές δεξιότητες, νοερές και μη.

2. «Η εκτίμηση συνεπάγεται τη χρήση μιας ευρείας ποικιλίας μαθηματικών δεξιοτήτων». Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ενίσχυση και την πρακτική πολλών εννοιολογικών και διαδικαστικών δεξιοτήτων αλλά και για την καλλιέργεια της αίσθησης του αριθμού (number sense).

Παρομοίως, μέσα από την έρευνα του Goodman (1991) εντοπίζονται οι **τρεις διαστάσεις των εκτιμήσεων**, οι οποίες όχι μόνο καθορίζουν αλλά και επηρεάζουν έντονα το βαθμό επιτυχίας, την ακρίβεια, το χρόνο και τη διάθεση των ατόμων κατά την ενασχόλησή τους με προβλήματα εκτίμησης (Liu, 2009). Αυτές είναι:

- I. Τύποι αριθμών:
 - a. Φυσικοί
 - b. Δεκαδικοί
 - c. Κλασματικοί
 - d. Ποσοστά-Λόγοι
- II. Μορφή προβλήματος:
 - a. Αριθμητικό (number problem) (πχ. το 10% του 40?, α)400, β)4, γ)30, δ)κανένα από τα προηγούμενα)
 - b. Πλαισιωμένο (story problem) (πχ. η δεξαμενή του αεροπλάνου χωράει 24.300 γαλόνια πετρέλαιο. Με πόσες δεξαμενές των 15-γαλονιών θα γεμίσεις?)
- III. Μορφή Απάντησης:
 - a. Ανοιχτού τέλους (open-ended problem) (πχ. Εκτιμείστε: $3.235 \div 5$)
 - b. Αριθμός αναφοράς (reference number) (πχ. τα 80 από τα 100 δέντρα αποψιλώνονται. Αν φυτέψουμε 200.000 δέντρα, περιμένουμε ότι θα αποψιλωθούν περισσότερα από 150.000 δέντρα?)
 - c. Διατεταγμένα μεγέθη (order of magnitude) (πχ. το 4,5% του 14.368=? , α)60, β)6000, γ)600, δ)κανένα από τα προηγούμενα)

Τα Είδη της Εκτίμησης

Η εκτίμηση περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα προαπαιτούμενων δεξιοτήτων και γνώσεων, την ακολουθία πολλαπλών αρχών, στρατηγικών και αναπαραστάσεων, σε αντίθεση από τις απλές ποσοτικές διαδικασίες μέτρησης.

Οι άνθρωποι ανάλογα με το πλαίσιο, τις συνθήκες και τις καταστάσεις εκτίμησης που αντιμετωπίζουν στην καθημερινή τους ζωή, αναπτύσσουν, χρησιμοποιούν και καλλιεργούν διαφορετικά **είδη εκτιμήσεων** τα οποία είναι (Anestakis & Desli, 2014· Hanson & Hogan, 2000· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis, 2016· Siegler & Booth, 2005· Sowder & Wheeler, 1989):

- **Υπολογιστική εκτίμηση** (computational estimation): η μετάφραση από μία αριθμητική αναπαράσταση (πχ. 75×29) σε μια άλλη αριθμητική αναπαράσταση (πχ. 2000)

- **Εκτίμηση μέτρησης** (measurement estimation): η μετάφραση από μία μη-αριθμητική, μετρική αναπαράσταση (πχ. αριθμός ορόφων, ύψος πολυκατοικίας) σε μια αριθμητική
- **Εκτίμηση πλήθους** (numerosity estimation): η μετάφραση από μία μη-αριθμητική ποσοτική αναπαράσταση (πχ. μια εικονική αναπαράσταση του κατά προσέγγιση όγκου και πυκνότητας ενός κουτιού με σοκολάτες) σε μια αριθμητική
- **Εκτίμηση αριθμογραμμής** (number line estimation): η μετάφραση είτε ενός αριθμού σε μια χωρικά προσδιορισμένη θέση επάνω στην αριθμογραμμή είτε, αντίστροφα, μιας χωρικά προσδιορισμένης θέσης επάνω στην αριθμογραμμή σε έναν αριθμό.

Η **υπολογιστική εκτίμηση** αποτελείται από τις ενσωματωμένες διαδικασίες ανασύνθεσης και μετασχηματισμού των αριθμητικών δεδομένων και από τους νοερούς υπολογισμούς αυτών, ενώ ταυτόχρονα αναπαριστά μια ικανότητα υψηλότερου γνωστικού και διαδικαστικού επιπέδου, βασιζόμενη στην αίσθηση των αριθμών, την οπτικοποίηση αυτών και τη νοερή διαχείριση των αριθμών και πράξεων (Seethaler & Fuchs, 2006).

Η **εκτίμηση μέτρησης** αποτελεί μια διαδικασία προσαρμογής των συνεχών ή μη διακριτών μεγεθών μέτρησης των αντικειμένων σε μια αυθαίρετη μονάδα μέτρησης. Τέτοια μεγέθη είναι το μήκος, το εμβαδόν, ο όγκος, ο χρόνος, το βάρος, κ.ά. Η εκτίμηση μέτρησης μπορεί να οριστεί και ως η διαδικασία μέσω της οποίας εκτελείται μια μέτρηση χωρίς τη χρήση εργαλείων μέτρησης. Για την εκτέλεση μιας καλής, λογικής και ικανοποιητικά αποτελεσματικής εκτίμησης μετρήσεων, το άτομο θα πρέπει να έχει την κατάλληλη γνωστική και διαδικαστική εμπειρία των μετρήσεων και μια καλή εικόνα (νοερά σχήματα) ή αίσθηση του μεγέθους της μονάδας μέτρησης που χρησιμοποιεί (Lemonidis, 2016).

Η **εκτίμηση του πλήθους**, η εκτίμηση δηλαδή του αριθμού των αντικειμένων, των κουκίδων σε μια γραμμή ή μια εγκλεισμένη περιοχή, αποτελεί σύμφωνα με τον Geary (όπως αναφέρεται στους Hanson & Hogan, 2000) μια εξελικτικά θεμελιώδης δεξιότητα του ανθρώπου.

Η **εκτίμηση αριθμογραμμής** δεν αποτελεί μια μεμονωμένη εργασία. Αντίθετα, σύμφωνα με την άποψη των Case and Okamoto (όπως αναφέρεται στους Siegler & Booth, 2004), η οικοδόμηση μιας γραμμικής αναπαράστασης των αριθμητικών μεγεθών χαρακτηρίζεται κρίσιμη για τη μαθηματική ανάπτυξη και επιτυχία στην αρχή της δημοτικής εκπαίδευσης (Mitchell & Horne, 2010· Seethaler & Fuchs, 2006). Ακόμα, οι Siegler and Opfer (2003) στην έρευνά τους αναφέρουν τη σπουδαιότητα της αριθμογραμμής κατά την εκτίμηση των αριθμητικών μεγεθών, χαρακτηρίζοντάς την ως μια μετάφραση της γραμμικής και χωρικής πυκνότητας των αριθμητικών μεγεθών (φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα), ως μια δυναμική αναπαράσταση, ιδανική για την εκτίμηση και την ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών.

Η διαδικασία της εκτίμησης μπορεί να τελειοποιηθεί με **α)** την ενσωμάτωση νέων στρατηγικών, **β)** την εξέλιξη των ήδη υπαρχόντων στρατηγικών, **γ)** την αποτελεσματική εκτέλεση των στρατηγικών και φυσικά **δ)** την ολοένα και αναπτυσσόμενη ευελιξία και προσαρμοστικότητα των στρατηγικών, ανάλογα με το

εκάστοτε πρόβλημα, μέσω νοερών υπολογισμών (Siegler & Booth, 2005· Star et al., 2009· Rittle-Johnson & Star, 2009).

Σύμφωνα με τους Siegler and Booth (2005), κάθε ένα είδος εκτίμησης ξεχωρίζει από τις υπόλοιπες, καθώς χρειάζεται το ανάλογο, κατάλληλο πλαίσιο αναφοράς μέσα από το οποίο αναδύεται και γίνεται κατανοητό. Καθένα είδος εκτίμησης απαιτεί την ευέλικτη εφαρμογή και μετακίνηση των διαδικαστικών διεργασιών και της υπονοούμενης μαθηματικής γνώσης. Επιπλέον, σε κάθε ένα από τα είδη εκτίμησης, παιδιά και ενήλικες χρησιμοποιούν διαφορετικές στρατηγικές, οι οποίες οικοδομούνται και αυξάνονται ανάλογα με την ηλικία και την εμπειρία (εννοιολογικοί παράγοντες, άλλες σχετικές έννοιες και δεξιότητες και συναισθηματικοί παράγοντες). Το είδος που χρησιμοποιείται πιο συχνά είναι η υπολογιστική εκτίμηση, η οποία και θα μας απασχολήσει στη συγκεκριμένη εργασία.

Το Νόημα και οι Παράγοντες Ανάπτυξης της Υπολογιστικής Εκτίμησης

Η **υπολογιστική εκτίμηση** συνεπάγεται την απλοποιημένη απάντηση σε ένα αριθμητικό πρόβλημα βασιζόμενη στον κατά προσέγγιση ικανοποιητικά ορθό ορισμό των μεγεθών, παρά στον υπολογισμό της ακριβούς απάντησης (Chalepaki & Kourkoulos, 2014· Dowker, 1992· Ganor-Stern, 2015· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Liu & Neber, 2012· Mildenhall et al, 2010· Siegler & Booth, 2005). Η απλοποιημένη και στο «περίπου» απάντηση βέβαια, σύμφωνα με την έρευνα των Mildenhall et al. (2010), δεν αποτελεί μόνο μια απλή «διαδικασία ελέγχου» του εκάστοτε υπολογιστικού αλγορίθμου μιας προβληματικής κατάστασης, όπως λανθασμένα θεωρούν πολλοί μαθητές, αλλά και μια στρατηγικά κατάλληλη διαδικασία οικοδόμησης της αίσθησης του αριθμού (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Chalepaki & Kourkoulos, 2014· Liu & Neber, 2012· Mildenhall & Hackling, 2012).

Η **υπολογιστική εκτίμηση** μπορεί να οριστεί ως η διαδικασία απλούστευσης ενός αριθμητικού προβλήματος χρησιμοποιώντας ένα σύνολο κανόνων και διαδικασιών, στρατηγικών για την εκφορά μιας κατά προσέγγιση αλλά ορθής απάντησης μέσω νοερών υπολογισμών (LeFevre et al., 1993· Liu, 2009· Senol et al., 2015· Rittle-Johnson & Star, 2009· Tsao & Pan, 2011· Tsao & Pan, 2013· Xu, Wells, LeFevre & Imbo, 2014).

Οι Reys et al. (1982) ορίζουν την **υπολογιστική εκτίμηση** ως μια εσωτερική διαδικασία, χωρίς τη χρήση ακριβούς υπολογισμού ή χαρτί-μολύβι, αλληλεπίδρασης, συνδυασμού των νοερών υπολογισμών, των αριθμητικών εννοιών και δεξιοτήτων (πχ. στρογγυλοποίηση, θεσιακή αξία) και της ευέλικτης και γρήγορης νοερής αντιστάθμισης των απαντήσεων για την τελική ανάδειξη λογικών και κατά προσέγγιση απαντήσεων που είναι ικανοποιητικά κοντά στο υπολογισμένο αποτέλεσμα.

Σαφέστερα, η Rubenstein (όπως αναφέρεται στους Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014) ορίζει την **υπολογιστική εκτίμηση** ως την *«έγερση μιας κατά προσέγγισης απάντησης σε ένα προφορικό ή γραπτό αριθμητικό πρόβλημα, χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής ή άλλων υποστηρικτικών εργαλείων, χρησιμοποιώντας νοερούς*

υπολογισμούς που εφαρμόζονται γρήγορα, για να βρεθεί μία επαρκής απάντηση για τη λήψη αποφάσεων.»

Παρατηρείται, λοιπόν, ότι πρόκειται για μια πολύπλοκη διαδικασία. Η ανάπτυξη και αξιοποίησή της κατά την επίλυση προβλημάτων επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες (εννοιολογήσεις και διαδικαστικές δεξιότητες, προσωπικές διαφορές), γεγονός που συμβάλλει στη βαθμιαία της χρησιμοποίηση (Lemonidis, Mouratoglou & Pnevmatikos, 2014· Sowder & Wheeler, 1989· Tsao & Pan, 2011).

Η κατανόησή της και ο χρόνος που απαιτείται για την εκτίμηση αθροισμάτων και γινόμενων αναπτύσσεται σημαντικά, αν και βαθμιαία, μετά την Γ' και Δ' δημοτικού, όπου οι μαθητές τείνουν να δίνουν όλο και περισσότερο ακριβείς απαντήσεις εκτίμησης για τα εκάστοτε αριθμητικά μεγέθη (LeFevre et al., 1993· Lemonidis et al., 2014b· Siegler & Booth, 2005).

Σύμφωνα με τους LeFevre et al. (1993), η ενσωμάτωση και αξιοποίηση του συγκεκριμένου είδους εκτίμησης τόσο στα σχολικά μαθηματικά όσο και στα ρεαλιστικά, καθημερινά, εμπράγματα μαθηματικά βοηθά στην εκπλήρωση δύο βασικών στόχων (Liu, 2009· Sowder & Wheeler, 1989· Tsao & Pan, 2011· Tsao & Pan, 2013):

1. μελετάται η γνωσιακή ανάπτυξη στον τομέα της μαθηματικής ικανότητας (διερευνώνται και αναδεικνύονται οι αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στις διάφορες εννοιολογικές και διαδικαστικές μαθηματικές γνώσεις, η γενικότερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, σχέσεων και στρατηγικών, η αίσθηση των αριθμών), και
2. αναδεικνύονται τυχόν αδυναμίες και ελλείψεις της παρεχόμενης εκπαίδευσης (αναθεωρείται η καταλληλότητα των προγραμμάτων σπουδών, μέσω της διερεύνησης του τρόπου ανάπτυξης της εκτιμητικής διαδικασίας και των στρατηγικών της).

Η ενσωμάτωση και διδασκαλία της σημασίας της εκτίμησης και των στρατηγικών της σε πλαισιωμένα μαθηματικά προβλήματα με νόημα για τους ίδιους τους μαθητές, καθιστά ευκολότερη την κατανόησή τους, κυρίως μέσα από το γεγονός ότι η εκτίμηση μπορεί και μειώνει το γνωστικό φόρτο και τον υπολογιστικό χρόνο εργασίας (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Imbo & LeFevre, 2011· Mildenhall & Hackling, 2012· Xu et al., 2014). Οι μαθητές πρέπει να διδαχθούν τους κανόνες εκτίμησης, ωστόσο κρίνεται πιο σημαντικό να τους επισημανθεί το «πότε» και το «γιατί» οφείλουν να τους εφαρμόζουν (Hanson & Hogan, 2000· LeFevre et al., 1993· Reys, 1984· Seethaler & Fuchs, 2006). Από το να τους αποτραπεί να χρησιμοποιούν την αλγοριθμική προσέγγιση ή να τους τονιστούν τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας της στρογγυλοποίησης, είναι ωφελιμότερο γνωστικά και διαδικαστικά, να εμπλακούν σε εκτιμητικές καταστάσεις που αποφέρουν όμοια αποτελέσματα σχετικά γρήγορα και με ακρίβεια μέσω των νοερών υπολογισμών.

Η διδασκαλία και κατανόηση των εκτιμήσεων και γενικότερα των μαθηματικών είναι αποτελεσματική όταν οι μαθητές οικοδομούν ενεργά τις γνώσεις τους, ενεργοποιούν και αναπτύσσουν μεταγνωστικές δεξιότητες και όταν η μάθηση είναι εμπλαισιωμένη. Έτσι, όχι μόνο ενισχύονται τα κίνητρα μάθησης των μαθητών αλλά και αποκτούν ευελιξία κατά την επίλυση ανοιχτού τύπου προβλημάτων (αποδοχή

πολλαπλών, λογικών κατ' εκτίμηση απαντήσεων) (Liu & Neber, 2012· Tsao & Pan, 2013). Μέσα από δυναμικές και ευχάριστες δραστηριότητες τους παρέχεται η δυνατότητα να διερευνήσουν την αξία της εκτίμησης και να την αντιληφθούν ως μια αξιολογή υπολογιστική επιλογή για την εξαγωγή απαντήσεων (Mildenhall & Hackling, 2012). Επομένως, γίνεται αντιληπτή η αμοιβαία σύνδεση της υπολογιστικής εκτίμησης με τις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων, με την γενικότερη μαθηματική γνώση και τη λεκτική ικανότητα και τέλος με την ευελιξία εκτέλεσης γρήγορων και νοερών υπολογισμών (Lemonidis et al., 2014c· Liu, 2009· Seethaler & Fuchs, 2006).

Η Rubenstein (1985) παρουσιάζει 8 βασικές μαθηματικές δεξιότητες, που είναι απαραίτητες για την ανάπτυξη και εκτέλεση διαδικασιών και στρατηγικών στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς, οι οποίες είναι οι εξής:

1. Επιλογή κατάλληλης αριθμητικής πράξης – Αναγνώριση λανθάνουσας πράξης στα λεκτικά υπολογιστικά προβλήματα
2. Σύγκριση μεγεθών των αριθμητικών τύπων (φυσικοί VS δεκαδικοί VS κλάσματα) (πχ. $39 \times 29 < 29 \times 41$)
3. Γνώση αριθμητικών στοιχείων (προπαίδια) - Γρήγοροι υπολογισμοί (πχ. $6 \times 7 = 42$)
4. Εκτέλεση όλων των αριθμητικών πράξεων με δυνάμεις του 10 (πχ. $68 \div 10$)
5. Εκτέλεση όλων των αριθμητικών πράξεων με πολλαπλάσια της δύναμης του 10 (πχ. 30, 400)
6. Γνώση της αξίας θέσης ψηφίου
7. Γνώση και εκτέλεση της διαδικασίας της στρογγυλοποίησης (πχ. στρογγυλοποίηση του 647 στην κοντινότερη εκατοντάδα)
8. Αναγνώριση και κρίση σχετικών αριθμητικών μεγεθών (πχ. $9,9 > 9,80 > 9,08$)

Παράγοντες Ανάπτυξης της Υπολογιστικής Εκτίμησης

Πολλές έρευνες αποδεικνύουν ότι τα μικρά παιδιά δεν χαρακτηρίζονται ως επιδέξιοι εκτιμητές. Το συμπέρασμα αυτό έχει εξαχθεί από έρευνες που μελετούν την ικανότητα της εκτίμησης διαφόρων ιδιοτήτων, συμπεριλαμβανομένης της απόστασης, του χρήματος, του αριθμού των διακριτών αντικειμένων και των απαντήσεων σε αριθμητικά προβλήματα. Το πρόβλημα αυτό έχει αποδοθεί σε ποικίλες αιτίες, όπως η χωρίς νόημα χειραγώγηση των συμβόλων, η υπερβολική έμφαση στις διαδικασίες παρά στις αρχές, η ελλιπής αριθμητική αίσθηση, η έλλειψη κεντρικών εννοιολογικών δομών, ακόμη και η εξάρτηση από ακατάλληλες αναπαραστάσεις αριθμών (Siegler & Booth, 2004· Siegler & Booth, 2005· Siegler & Opfer, 2003).

Η εξέλιξη και η αξιοποίηση της εκτίμησης και των στρατηγικών της ως εναλλακτική διαδικασία επίλυσης προβλημάτων πραγματοποιείται βαθμιαία ανάλογα με την ηλικία των υποκειμένων, εξαρτώμενη από τις *εννοιολογικές και τις διαδικαστικές τους γνώσεις*, από *άλλες σχετικές έννοιες και δεξιότητες*, και τέλος από *συναισθηματικούς παράγοντες* (Νόλκα, 2015· Chalepaki & Kourkoulos, 2014· LeFevre et al., 1993· Lemonidis et al., 2014· Lemonidis, 2016· Liu & Neber, 2012· Seethaler & Fuchs, 2006· Senol et al., 2015· Sowder & Wheeler, 1989· Tsao & Pan, 2011· Tsao &

Pan, 2013). Επιπλέον, σύμφωνα με τους Xu et al. (2014), *το περιεχόμενο των εκφωνήσεων* των δραστηριοτήτων/προβλημάτων εκτίμησης και η *ανατροφοδότηση* που παρέχεται ή όχι κατά τη διάρκεια επίλυσης αυτών από τους μαθητές, επηρεάζουν τις αποφάσεις και την ευελιξία των μαθητών σχετικά με τις διαδικασίες και τις στρατηγικές επίλυσης που θα χρησιμοποιήσουν και θα φέρουν εις πέρας.

Σε πολλές έρευνες, τονίζεται η επίδραση που έχει ο *τύπος των αριθμών* του εκάστοτε προβλήματος στη διαδικασία της εκτίμησης με τους ρητούς αριθμούς, κυρίως τα κλάσματα και τους δεκαδικούς, να ξεπερνούν τους φυσικούς σε δυσκολία (ακόμη και στην εκτίμηση αθροισμάτων διψήφιου με τριψήφιου αριθμού) (Λεμονίδης, 2016· Castro et al., 2002· Hanson & Hogan, 2000· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis, Kermeli & Palaigeorgiou, 2014a· Lemonidis et al., 2014b· Lemonidis, 2016· Rubenstein, 1985).

Οι δυσκολίες αυτές οφείλονται στο λανθασμένο συνδυασμό των *παρανοήσεων των μαθητών σχετικά με το μέγεθος των αριθμών και των σχέσεών τους με τις πράξεις* (κυρίως τον πολλαπλασιασμό & τη διαίρεση, «ο πολλαπλασιασμός πάντοτε μεγαλώνει, η διαίρεση μικραίνει.»), με τους κανόνες της εκάστοτε υπολογιστικής εκτιμητικής στρατηγικής που χρησιμοποιείται (κυρίως της στρογγυλοποίησης) (πχ. το $187,6 \times 0,06$ μετατρέπεται λανθασμένα σε $(200 \times 6) / 1000 = 1,2$, ενώ θα έπρεπε να γίνει τουλάχιστον $(200 \times 6) / 100 = 12$) (Castro et al., 2002· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis et al., 2014b· Rubenstein, 1985).

Η επιτυχία των μαθητών στις υπολογιστικές εκτιμήσεις φαίνεται ότι επηρεάζεται έντονα από (Chalepaki & Kourkoulos, 2014· Seethaler & Fuchs, 2006· Siegler & Booth, 2005):

- το *δείκτη νοημοσύνης (IQ)* (Reys et al., 1982),
- τη *μαθηματική ικανότητα* (εννοιολογική και διαδικαστική κατανόηση της αλγεβρικής σκέψης, επίλυση προβλημάτων, ανάλυση δεδομένων και επιδέξιο χειρισμό περίπλοκων εξισώσεων) (Reys et al., 1982),
- τη *λεκτική ικανότητα* - Ανάγνωση και κατανόηση της γλώσσας (λεξιλόγιο, ειδική μαθηματική ορολογία) της εκφώνησης έναντι αυτής της απάντησης – Ο ρόλος της μητρικής-δεύτερης γλώσσας (αποκωδικοποίηση των δεδομένων) (Imbo & LeFevre, 2011· Reys et al., 1982· Xu et al., 2014),
- τη «*γενική βαθμολογία στα μαθηματικά του δημοτικού*» (Siegler & Booth, 2004),
- την «*αριθμητική και εννοιολογική ευελιξία και ευχέρεια*» (Dowker, 1992· LeFerve et al., 1993),
- την «*επιδεξιότητα στους αριθμητικούς υπολογισμούς*», νοερούς και μη, την γρήγορη και εύελικτη εκτέλεση υπολογισμών (Dowker, 1992).
- την *επιμελή συμπεριφορά* κατά τη διάρκεια του μαθήματος (προσοχή και ενδιαφέρον στο μάθημα)

Εκτός των άλλων, σε αντίθεση με τους ενήλικες, η επιτυχία των μαθητών στην υπολογιστική εκτίμησης επηρεάζεται και από την *ανάπτυξη και καλλιέργεια και των άλλων ειδών εκτίμησης*, πλήθους και αριθμογραμμής, μεταξύ Β΄, Γ΄ και Δ΄ τάξης (Siegler & Booth, 2005). Αναλυτικότερα, οι Star et al. (2009) υποστηρίζουν ότι η «*αναπτυγμένη υπολογιστική ικανότητα, ως προϋπάρχουσα γνώση*» των μαθητών,

βοηθά στην οικοδόμηση πιο περίπλοκων στρατηγικών, στην κατάλληλη επιλογή αυτών ανάλογα με το πρόβλημα και το εκάστοτε πλαίσιο του (Lemonidis et al., 2014b· Xu et al., 2014).

Ταυτόχρονα, οι Reys et al. (1982), οι Sowder and Wheeler (1989)¹ και η Dowker (1992), παρουσιάζουν στις έρευνές τους *τα χαρακτηριστικά, τις δεξιότητες και τις ικανότητες των καλών εκτιμητών*, τα οποία μπορούν να παρατεθούν συνοπτικά στην ακόλουθη λίστα (Anestakis & Desli, 2014· Bobis, 1991· Chalepaki & Kourkoulos, 2014· Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· LeFevre et al., 1993· Lemonidis et al., 2014c· Lemonidis, 2016· Liu & Neber, 2012· Reys et al., 1991· Tsao & Pan, 2011· Tsao & Pan, 2013· Xu et al., 2014):

✓ **Εννοιολογικές Ικανότητες:**

- Γρήγορη και ακριβής ανάκληση των *βασικών δεδομένων* σχετικά με όλες τις αριθμητικές πράξεις και διαδικασίες
- *Κατανόηση της θέσης αξίας ψηφίου* για τον ακριβή προσδιορισμό των απαντήσεων στις διάφορες αριθμητικές πράξεις
- *Γνώση και κατανόηση της αίσθησης των αριθμών και των αριθμητικών κανόνων* (η ποικιλία υπολογιστικών εργαλείων εκτίμησης τροφοδοτεί την ανάπτυξη αξιολογής ευελιξίας στην ορθή και ακριβή επιλογή στρατηγικών εκτίμησης κατάλληλων ανά περίπτωση)
- *Γνώση του νοήματος και του σκοπού της εκτίμησης*, που υποβοηθά την αποδοχή των λογικά ακριβή προσεγγιστικών απαντήσεων και του *εύρους των σχετικών εκτιμήσεων* (απόκλιση των απαντήσεων)

✓ **Διαδικαστικές, Υπολογιστικές Δεξιότητες:**

- Εκτέλεση γρήγορων και αποτελεσματικών *νοερών υπολογισμών* για την ανάπτυξη αριθμητικών δεδομένων με ακρίβεια, τα οποία υποβοηθούν τη διατύπωση εκτιμήσεων (κυρίως *πράξεις με δυνάμεις του 10*, με πολλαπλάσια του 10, επιλογή σωστής πράξης στα λεκτικά προβλήματα)
- *Ισχυρές υπολογιστικές δεξιότητες*, που αξιοποιούνται και παράλληλα ενισχύουν τις *στρατηγικές μετάφρασης* της υπολογιστικής εκτίμησης (ικανότητα παράλληλου χειρισμού/προσαρμογή των αριθμών και της μαθηματικής δομής των προς επίλυση προβλημάτων εκτίμησης)
- Ευελιξία μετακίνησης μεταξύ των *διάφορων και διαφορετικού τύπου στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης* (αναγνώριση των πολλών τρόπων/διαδικασιών/μεθόδων εξαγωγής μιας εκτίμησης)

✓ **Άλλες σχετικές έννοιες, ικανότητες & δεξιότητες:**

- *Ευελιξία και ευχέρεια μεταξύ των αναπαραστάσεων των αριθμητικών μεγεθών*, αξιοποιώντας όλες τις δυνατές στρατηγικές ανασύνθεσης/μετασχηματισμού των αριθμητικών μορφών για μια πιο βολική διαχείρισή τους

¹ Βλ. Παράρτημα Πίνακες : Πίνακας 1: Μια ανάλυση των παραγόντων που επηρεάζουν την υπολογιστική εκτίμηση (Sowder & Wheeler, 1989, pp. 132)

- *Αξιοποίηση της αντιστάθμισης* ως βασικής συνιστώσας κάθε στρατηγικής υπολογιστικής εκτίμησης (η αναγνώριση της σημασίας της ικανότητας και της επίμονης προσαρμογής της αρχικής εκτίμησης για την ανάδειξη της αριθμητικής διακύμανσης των απαντήσεων ως αποτέλεσμα μετάφρασης ή ανασύνθεσης)
- ✓ **Ατομικά - Συναισθηματικά Χαρακτηριστικά:**
 - Ο *βαθμός αυτοπεποίθησης* στα μαθηματικά γενικότερα, επιδρά στην ταχύτητα επιλογής της κατάλληλης κάθε φορά στρατηγικής των εκτιμητικών προσεγγίσεων.
 - Ο *βαθμός εμπιστοσύνης* στην προσωπική ικανότητα εκτίμησης και εξαγωγής προσεγγιστικών απαντήσεων και χρήσης των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών.
 - *Επιχειρηματολογία της λογικότητας των απαντήσεων*, αναπτυγμένη ή μη κριτική σκέψη και λογική, χωρική ή και ποσοτική συλλογιστική ικανότητα

Συγκεκριμένα, αναφορικά με τα ατομικά – συναισθηματικά χαρακτηριστικά, ο CHI (όπως αναφέρεται στους Tsao & Pan, 2011), συμπέρανε ότι τόσο *εσωτερικοί* (η αναγνώριση της ωριμότητας, η γενική μαθηματική ικανότητα, η διάθεση, οι προτιμήσεις και οι συνήθειες μέθοδοι επίλυσης προβληματικών καταστάσεων) όσο και *εξωτερικοί-περιβαλλοντικοί παράγοντες* (σχολικές απαιτήσεις, η στάση των εκπαιδευτικών και των γονέων και η πίεση της ομάδας) επηρεάζουν τα κίνητρα και την ικανότητα των μαθητών για την αξιοποίηση της υπολογιστικής εκτίμησης και των στρατηγικών της.

Η Υπολογιστική Εκτίμηση στα Προγράμματα Σπουδών

Παρακάτω παρουσιάζεται εν συντομία και περιεκτικά το περιεχόμενο διάφορων ερευνών, όπου αναδεικνύεται η θέση των νοερών υπολογισμών, των εκτιμήσεων και κυρίως της υπολογιστικής εκτίμησης στα Προγράμματα σπουδών και την υποχρεωτική εκπαίδευση διάφορων χωρών ανά τον κόσμο. Αναλύονται εμπειριστατωμένα τα προγράμματα σπουδών της Ελλάδας, των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, της Ταϊβάν και της Ιαπωνίας. Τέλος, γίνονται ορισμένες συγκεκριμένες αναφορές στα Αναλυτικά Προγράμματα της Κίνας, της Τουρκίας και της Αυστραλίας.

1.4.1 Ελλάδα : Δ.Ε.Π.Π.Σ – Α.Π.Σ (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003)

Στην Ελλάδα η έννοια της εκτίμησης εμφανίστηκε το 2003 στα προγράμματα σπουδών των Δ.Ε.Π.Π.Σ – Α.Π.Σ (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003) και το 2006 εφαρμόστηκε στις σχολικές τάξεις με τα καινούργια σχολικά εγχειρίδια. (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Νόλκα, 2015· Lemonidis & Kaimakami, 2013).

Οι νοεροί υπολογισμοί συμπεριλήφθηκαν πρόσφατα στα Προγράμματα Σπουδών της υποχρεωτικής εκπαίδευσης για τα μαθηματικά στην Ελλάδα, όπως και σε πολλές άλλες χώρες ανά τον κόσμο (Anestakis & Desli, 2014). Ακόμη και σήμερα, τα σχολικά βιβλία μαθηματικών αποτελούν κύρια πηγή γνώσης στα ελληνικά

σχολεία, αντανακλώντας τις διδακτικές πρακτικές και τη σημασία που δίνεται από το πρόγραμμα στις εκάστοτε επί διδασκαλία μαθηματικές έννοιες.

Στο νέο πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά που εκδόθηκε το 2011, το «Νέο Σχολείο», περίοπτη θέση κατέχει η ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών. Ο σχεδιασμός του νέου προγράμματος στηρίζεται στις «Τροχιές Μάθησης», σύμφωνα με τις οποίες οι μαθηματικές έννοιες αναπτύσσονται βαθμιαία συμβάλλοντας στην ουσιαστικότερη και καταλληλότερη καλλιέργεια της αίσθησης των αριθμών (φυσικών, κλασματικών, ακεραίων, ρητών και πραγματικών). Μέσα από τις υποτροχιές, οι μαθητές εμπλέκονται σε καταστάσεις αναγνώρισης, εκτίμησης, εκτέλεσης ή υπολογισμού (νοερού και μη) του αποτελέσματος των αριθμητικών παραστάσεων. Επίσης, η στρογγυλοποίηση χαρακτηρίζεται ως βασική στρατηγική προσαρμογής των αριθμητικών δεδομένων, προκειμένου να καταστεί πιο βολική η διαχείριση αυτών (ΝΠΣ, 2011).

Η έννοια της εκτίμησης προωθείται και για τον έλεγχο της λογικότητας των λύσεων (επιχειρηματολογία), ενώ παράλληλα αποτελεί στοιχειώδες κομμάτι των μετρήσεων. Στις μετρήσεις οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί να χρησιμοποιούν καταλλήλως τα εργαλεία μέτρησης (γνώμονας, διαβήτη, μοιρογνωμόνιο κα.) αλλά και να μπορούν με ευελιξία να αξιοποιούν στρατηγικές εκτίμησης, με σκοπό την ουσιαστική κατανόηση των μεγεθών και των αντίστοιχων μονάδων μέτρησης (Νόλκα, 2015· ΝΠΣ, 2011).

Ήδη οι μαθητές από την **Α΄ δημοτικού** προβαίνουν σε άμεσες εκτιμήσεις για τη γρήγορη αναγνώριση ποσοτήτων με δομημένη μορφή ενός, δύο ή τριών στοιχείων σε διαισθητικές εκτιμήσεις μετρήσεων του χρόνου, χρημάτων και μάζας. Στην **Γ΄ δημοτικού** οι μαθητές καλούνται να κάνουν υποθέσεις, εκτιμήσεις των απαντήσεων για την ύπαρξη ή μη περισσότερων από μία λύσεις, ενώ ταυτόχρονα εξασκούνται σε διάφορες στρατηγικές της αίσθησης των αριθμών (στρογγυλοποίηση, σημεία αναφοράς, σχηματικές αναπαραστάσεις). Αντίστοιχα στην **Δ΄ δημοτικού** οι μαθητές **α)** χρησιμοποιούν την εκτίμηση για την επιχειρηματολογία της λογικότητας των απαντήσεών τους, εξασκούμενοι στην επικοινωνία των στρατηγικών επίλυσης με τους συμμαθητές τους, **β)** χρησιμοποιούν διαδικασίες της εκτίμησης μετρήσεων για τη διαισθητική σύλληψη των όγκων των υγρών, **γ)** εκτελούν «απλούς» πολλαπλασιασμούς «με το μυαλό» και αναπτύσσουν στρατηγικές νοερού υπολογισμού γινομένων με τη βοήθεια των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού, και τέλος **δ)** εμπλουτίζουν και αναπτύσσουν την αίσθηση του αριθμού με την παράλληλη ενασχόληση των φυσικών, των δεκαδικών και των κλασματικών αριθμών (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003).

Στην **Ε΄ δημοτικού** οι μαθητές **α)** εξασκούνται στους υπολογισμούς με τη βοήθεια των αριθμομηχανών για την εστίαση στις διαδικασίες επίλυσης, **β)** χρησιμοποιούν την εκτίμηση μετρήσεων για τη διαισθητική αντίληψη της έννοιας του εμβαδού, **γ)** ασχολούνται περισσότερο με τις διαδικασίες/στρατηγικές της αίσθησης των αριθμών, **δ)** μαθαίνουν μεθόδους προσεγγιστικού υπολογισμού και στρογγυλοποίησης («Προσεγγιστικός υπολογισμός στην εκτίμηση της ορθότητας ενός αποτελέσματος»), **ε)** προβαίνουν σε νοερούς υπολογισμούς και προσεγγιστικές

εκτιμήσεις των λύσεων και στη χρήση κατάλληλων αριθμητικών αναπαραστάσεων. Τέλος, στην **Στ' δημοτικού** οι μαθητές **α)** μαθαίνουν να εκτιμούν και να ελέγχουν τις απαντήσεις τους, **β)** εξασκούνται σε περισσότερο προσεγγιστικές μεθόδους υπολογισμού, όπως αντιστάθμιση, ειδικοί και συμβατοί αριθμοί («Προσεγγιστικός υπολογισμός στην εκτίμηση ενός αποτελέσματος πριν, μετά ή χωρίς την πραγματοποίηση μιας πράξης») και σε γρήγορους νοερούς υπολογισμούς, **γ)** με την εισαγωγή στις εξισώσεις εκτιμούν κατά προσέγγιση τον αριθμό που λείπει για να συμπληρωθεί η πράξη, **δ)** εκτιμούν τις διαστάσεις των αντικειμένων κατά τις σμικρύνσεις και μεγεθύνσεις (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2003).

Εκτός των άλλων, η εκτίμηση παρουσιάζεται στα μοτίβα και τις κανονικότητες για την πρόβλεψη και τον έλεγχο των ακολουθιών, και επιπλέον εμφανίζεται στο κομμάτι των πιθανοτήτων μέσω της εκτίμησης της πιθανότητας, όπου οι μαθητές αρχίζουν να αποκτούν μια κατανόηση του τυχαίου (ΝΠΣ, 2011). Σύμφωνα με την έρευνα της Νόλκα (2015), μεγαλύτερη έμφαση στην ανάπτυξη των εκτιμητικών διαδικασιών/στρατηγικών και της προσεγγιστικής αντίληψης δίνεται στα Μαθηματικά του Δημοτικού, ελάχιστη στα Μαθηματικά του Γυμνασίου, ενώ στο Λύκειο δε γίνεται καμία αναφορά.

ΗΠΑ: Common Core (2013) & NCTM standards (2013)

Οι Tsao and Pan (2013) αναφέρουν χαρακτηριστικά την ενσωμάτωση της υπολογιστικής εκτίμησης στα Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000) των Ηνωμένων Πολιτειών, σύμφωνα με τα οποία οι μαθητές πρέπει να καταστούν ικανοί να εκτελούν υπολογιστικές πράξεις με ευελιξία και να προβαίνουν σε εύλογες υπολογιστικές εκτιμήσεις, ενώ ταυτόχρονα προτείνεται η βελτίωση της διδασκαλίας της υπολογιστικής εκτίμησης για την ανάδειξη της σημασίας της (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Liu, 2009). Το Αμερικάνικο πρόγραμμα σπουδών παροτρύνει τους μαθητές να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές των νοερών υπολογισμών και υπολογιστικών εκτιμήσεων με τους συνομήλικους, ώστε να γίνονται ευκολότερα κατανοητές βασικές αριθμητικές σχέσεις και αρχές, όπως αυτή της αξίας θέσης ψηφίου (CCSSM, 2013). Τονίζεται ότι οι νοεροί υπολογισμοί και η υπολογιστική εκτίμηση είναι πιο γρήγορες και αποτελεσματικές από τους ακριβείς υπολογισμούς σε ορισμένες προβληματικές καταστάσεις.

Σύμφωνα με το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2013, όπως ενσωματώνεται στο CCSSM, 2013), η μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών εστιάζει στην ανάπτυξη της υπολογιστικής εκτίμησης και της εκτίμησης μετρήσεων μέσω ευέλικτων και γρήγορων νοερών υπολογισμών, με την αξιοποίηση και των αριθμομηχανών. Χαρακτηριστικά τονίζεται ότι η χρήση των αριθμομηχανών, όπως και της εκτίμησης, δε θα πρέπει να περιορίζεται στον έλεγχο της λογικότητας των απαντήσεων, αλλά θα πρέπει να προωθεί τη διερεύνηση, ανάπτυξη και συσχέτιση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων. Όπως αναφέρεται και στο Curriculum and Evaluation Standards for Mathematics Education, που εκδόθηκε από το NCTM (όπως αναφέρεται στη Νόλκα, 2015), οι δεξιότητες και οι εννοιολογικές δομές της

εκτίμησης ενισχύουν την ουσιαστική αίσθηση των αριθμών από τους μαθητές, μέσω των νοερών υπολογισμών και των αριθμομηχανών.

Αναλυτικά, όπως παρουσιάζεται στο CCSSM (2013), από τη **Β΄ δημοτικού** εισάγεται η εκτίμηση μήκους, ενώ στην Γ΄ η εκτίμηση χρόνου, όγκου υγρών, μάζας. Στην **Δ΄ δημοτικού** διδάσκεται για πρώτη φορά η υπολογιστική εκτίμηση, όπου ανάλογα με το πλαίσιο και τους αριθμούς, οι μαθητές μαθαίνουν να επιλέγουν και να εκτελούν με ακρίβεια κατάλληλες στρατηγικές προκειμένου να εκτιμούν ή να υπολογίζουν νοερά γινόμενα αριθμών (Morgan, 2013). Στην **Ε΄ δημοτικού** οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί να υπολογίζουν με ευχέρεια αποτελέσματα πράξεων με όλα τα είδη των αριθμών, να μετακινούνται ευέλικτα μεταξύ των διάφορων αναπαραστατικών αριθμητικών μορφών (φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα) και να αξιολογούν τη λογικότητα των απαντήσεών τους, εκτελώντας νοερούς υπολογισμούς και στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· NCTM, 2000). Τέλος, η υπολογιστική εκτίμηση εμφανίζεται στη **Β΄ γυμνασίου** με την εισαγωγή των άρρητων αριθμών, όπως π^2 (Morgan, 2013).

Ταϊβάν: Ministry of Education (2003)

Ακόμα και στην Ταϊβάν, η υπολογιστική εκτίμηση εντάσσεται στα πέντε πρώτα μαθηματικά πεδία της εννιάχρονης υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Σύμφωνα με το Υπουργείο Παιδείας (όπως αναφέρεται στους Tsao & Pan, 2013), η διδασκαλία προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης ενσωματώνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του δημοτικού με σκοπό **α)** την προώθηση της γενικότερης μαθηματικής γνωστικής και διαδικαστικής ενημερότητας των μαθητών, **β)** τη βελτίωση των αντιλήψεων σχετικά με τις σχέσεις μεταξύ των μαθηματικών εννοιών, **γ)** την καλλιέργεια ευέλικτων μεθόδων επίλυσης υπολογιστικών εξισώσεων, και **δ)** την ανάπτυξη της ευχέρειας των στρατηγικών κατά την επίλυση προβλημάτων.

Από την άλλη πλευρά, στις έρευνες των Yang and Lai (2013), Tsao and Pan (2011), Yang (2005), οι μαθητές των ανώτερων τάξεων του δημοτικού εμφανίζονται προσκολλημένοι, αν και επιτυχείς, στις αλγοριθμικές υπολογιστικές στρατηγικές (σημεία αναφοράς μετρήσεων, μέγεθος αριθμών) γεγονός, όμως, που παρεμποδίζει την ουσιαστική ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού συμβάλλοντας στην ελλιπή επιχειρηματολογία των απαντήσεών τους σε προβλήματα και στη πενιχρή κριτική μαθηματική τους σκέψη. Στα σχολικά εγχειρίδια η υπολογιστική εκτίμηση σχετίζεται κυρίως με την προσαρμογή ακέραιων αριθμών, με αποτέλεσμα οι μαθητές να αντιμετωπίζουν μεγαλύτερη δυσκολία στην υπολογιστική αντιμετώπιση και εκτίμηση άλλων τύπων αριθμών (Tsao & Pan, 2011).

Για τους περισσότερους Ταϊβανέζους μαθητές τα μαθηματικά αποτελούν ένα συνονθύλευμα μεμονωμένων αρχών και τύπων, τα οποία οφείλουν να απομνημονεύσουν και στα οποία πρέπει να εξασκηθούν για την απόδοση σωστών απαντήσεων· μια στάση εκ διαμέτρου αντίθετη με τη έννοια της αίσθησης του αριθμού και της μαθηματικής σκέψης (Tsao & Pan, 2011· Yang, 2005). Συγκεκριμένα, οι Ταϊβανέζοι μαθητές της **Στ΄ δημοτικού** αν και εμφανίζονται ικανοί να υπολογίζουν με ακρίβεια πολύπλοκες κλασματικές παραστάσεις (πχ. $12/13 + 7/8$),

αδυνατούν στο ίδιο παράδειγμα να χρησιμοποιήσουν τα σημεία αναφοράς ως διαδικασία εκτίμησης του τελικού αθροίσματος (πχ. το $12/13$ είναι κοντά στο 1, ομοίως και το $7/8$, οπότε η απάντηση θα είναι περίπου 2), αναδεικνύοντας ταυτοχρόνως τις όποιες παρανοήσεις τους σχετικά με τους ρητούς αριθμούς (Yang & Lai, 2013). Γίνεται προσπάθεια να συσχετιστεί και να ενσωματωθεί η διδασκαλία της υπολογιστικής εκτίμησης σε προβληματικές καταστάσεις του πραγματικού κόσμου, της καθημερινής ζωής (νομισματικές συναλλαγές, χρόνος, γεωμετρικές έννοιες) που να έχουν σημασία για τους μαθητές, μέσα από τις οποίες θα αναδειχθεί και η σπουδαιότητα των εκτιμήσεων (Tsao & Pan, 2011).

Ιαπωνία: Japanese Ministry of Education (1951, 1978, 1989, 2008)

Από την έρευνα των Reys et al. (1991), μπορούμε να συλλέξουμε πληροφορίες για την ενσωμάτωση των νοερών υπολογισμών, της στρογγυλοποίησης και της εκτίμησης στα Αναλυτικά Προγράμματα της Ιαπωνίας. Αρχικά, μέχρι και σήμερα οι νοερόι υπολογισμοί διδάσκονται στην αρχή της **Γ΄ δημοτικού** εστιάζοντας σε συγκεκριμένες νοερές υπολογιστικά πρακτικές, όπως την πρόσθεση και αφαίρεση διψήφιων αριθμών, ως αντίστροφες πράξεις, και αντίστοιχα τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση μονοψήφιου με διψήφιο αριθμό. Σύμφωνα με το Γιαπωνέζικο Υπουργείο Παιδείας (όπως αναφέρεται στους Reys et al., 1991), δίνεται έμφαση στη διδασκαλία της εκτίμησης προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές **α)** να κατανοήσουν τις σχέσεις μεταξύ των διάφορων τύπων των αριθμών (φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα), **β)** να κατανοήσουν το νόημα των εκτιμήσεων προβαίνοντας σε στρογγυλοποιήσεις αριθμών, και **γ)** να ελέγχουν το αριθμητικό μέγεθος των γινομένων ή των πηλίκων (Νόλκα, 2015; Reys et al., 1991). Επίσης, η στρατηγική της στρογγυλοποίησης (με τις υποκατηγορίες της, όπως θα αναφερθούν αργότερα), ως μέρος της διαδικασίας της εκτίμησης, διδάσκεται μόνο στη **Δ΄ δημοτικού**.

Το Υπουργείο Παιδείας της χώρας (όπως αναφέρεται στους Reys et al., 1991; Νόλκα, 2015) περικλείει την υπολογιστική εκτίμηση στη διδακτέα ύλη της **Δ΄ και Ε΄ δημοτικού** με την εστίαση σε συγκεκριμένες τεχνικές εκτίμησης, όπου και δίνεται περιορισμένη προσοχή. Τα σχολικά βιβλία είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να προωθούν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού και να ενισχύουν την προσπάθεια των μαθητών, ώστε να καταστούν καλοί, ικανοί εκτιμητές. Σταδιακά δίνεται προσοχή στις αριθμομηχανές και την εκτίμηση και από τη **Β΄ έως και την Ε΄ δημοτικού** οι μαθητές εξασκούνται στις διαδικασίες των νοερών υπολογισμών και σε ορισμένες κατ' εκτίμηση τεχνικές για τον έλεγχο της λογικότητας των υπολογιστικών απαντήσεων μέσω της εκτίμησης.

Παρόλη την ελλιπή προσοχή των αναλυτικών μαθηματικών προγραμμάτων σπουδών στην υπολογιστική εκτίμηση, παρατηρείται ότι συμπεριλαμβάνεται στις Γιαπωνέζικες εθνικές, εκπαιδευτικές αξιολογήσεις. Σε στατιστικές αναλύσεις, οι Ιάπωνες παρουσιάζονται άριστοι λύτες υπολογιστικών προβλημάτων με ακρίβεια, ενώ, ταυτόχρονα χαρακτηρίζονται ανεπαρκείς εκτιμητές, λόγω της προσκόλλησής τους σε αλγοριθμικές υπολογιστικές στρατηγικές (Reys et al., 1991).

Πιο συγκεκριμένα, οι Ιάπωνες μαθητές χαρακτηρίζονται ικανοί στους ακριβείς νοερούς αριθμητικούς υπολογισμούς, τους οποίους και ενθαρρύνουν τα σχολικά τους βιβλία προβάλλοντας έτσι την προσκόλλησή τους σε διαδικαστικές υπολογιστικές μεθόδους. Η στάση τους αυτή επηρεάζει αρνητικά τις διαδικασίες, στρατηγικές εκτίμησης που επιλέγουν, επιδρώντας στην αποτελεσματικότητα και την καταλληλότητά αυτών ανάλογα με την προβληματική κατάσταση (Reys et al., 1991). Ακόμη, παρουσιάζονται με άριστες γνώσεις της αξίας θέσης ψηφίου και των σχετικών τεχνικών οργάνωσης και αναγνώρισης των μεγεθών των αριθμών, γεγονός στο οποίο συμβάλλει η ειδική μαθηματική ορολογία που χρησιμοποιούν, ακόμη και το νομισματικό τους σύστημα.

Τέλος, στο ανανεωμένο αναλυτικό πρόγραμμα της Ιαπωνίας (Japanese Ministry of Education, Culture, Sports, Sciences and Technology, 2008), προωθείται η κατανόηση της αίσθησης των αριθμών, των σχετικών και κατά προσέγγιση μεγεθών αυτών. Οι μαθητές πρέπει να καταστούν ικανοί να χρησιμοποιούν κατάλληλα και να κατανοούν τα κατ' εκτίμηση αριθμητικά μεγέθη των αριθμών, και ταυτόχρονα να αναπτύσσουν κατάλληλες στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών (Νόλκα, 2015).

Αναφορές στα ΑΠΣ Άλλων Χωρών: Κίνα, Τουρκία, Αυστραλία

Στις έρευνες των Liu (2009), Liu και Neber (2012), Xu et al. (2014), Imbo και LeFevre (2011) αναδεικνύεται η προσκόλληση της γενικής κινέζικης διδακτικής πρακτικής στην εκτέλεση των αριθμητικών υπολογισμών με ακρίβεια, με τη χρήση αλγορίθμων και κανόνων. Γίνεται αντιληπτό μέσω των παραπάνω βιβλιογραφικών πηγών, ότι ενώ εκτιμάται η σπουδαιότητα της εκτίμησης στην καθημερινή ζωή των μαθητών και η χρησιμότητα αυτής στη μαθηματική παιδεία, δίνεται ελάχιστη βαρύτητα και διδακτικός χρόνος στην καλλιέργεια εκτιμητικών προσεγγίσεων. Περαιτέρω, σύμφωνα με το People's Republic of **China** Ministry of Education (όπως αναφέρεται στον Liu, 2009), από την **Α΄ έως τη Γ΄ δημοτικού** οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί να εκτελούν εκτιμήσεις σε συγκεκριμένες πλαισιωμένες προβληματικές καταστάσεις, και να επεξηγούν τη συλλογιστική της εκτιμητικής διαδικασίας. Οι Κινέζοι μαθητές παρουσιάζονται να εκτελούν με ευελιξία νοερούς υπολογισμούς και να αξιοποιούν στις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων ποικίλα αναπαραστατικά μοντέλα των αριθμών (εκτίμηση κλασματικών μεγεθών: οπτικές αναπαραστάσεις-μοντέλα περιοχής & σημεία αναφοράς μετρήσεων) (Liu & Neber, 2012).

Στην **Τουρκία**, σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά (Turkish Ministry of National Education, 2004), οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς, να επιλύουν με ακρίβεια, ευελιξία και ευχέρεια αριθμητικούς υπολογισμούς αλλά και να χρησιμοποιούν διαδικασίες/στρατηγικές υπολογιστικής εκτίμησης για τον έλεγχο των απαντήσεων τους σε υπολογισμούς και σε καταστάσεις επίλυσης προβλήματος (Νόλκα, 2015). Σύμφωνα με το TMNE (2005), η υπολογιστική εκτίμηση παρουσιάζεται κυρίως στις τάξεις της **Στ΄ δημοτικού** (πχ. εκτίμηση του αποτελέσματος των πράξεων με δεκαδικούς ή και κλασματικούς αριθμούς μέσω της χρήσης κατάλληλων στρατηγικών) και της **Α΄ και Β΄ Γυμνασίου** (πχ. εκτίμηση τετραγωνικών ριζών αριθμών που δεν έχουν ακριβή

τετραγωνική ρίζα) ως μια βασική μαθηματική ικανότητα για τη διευκόλυνση και υποστήριξη της επίλυσης προβλημάτων, για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού (Νόλκα, 2015).

Σύμφωνα με το **Αυστραλιανό Πρόγραμμα Σπουδών για τα μαθηματικά για το Δημοτικό**, οι μαθητές θα πρέπει να καταστούν ικανοί και ευέλικτοι λύτες προβλημάτων, επιλέγοντας και αξιοποιώντας τις κατάλληλες στρατηγικές μεθόδους και προσεγγίσεις για την εξαγωγή απαντήσεων με ακρίβεια και λογικότητα (Νόλκα, 2015). Συγκεκριμένα, γίνεται φανερός ο γενικότερος σκοπός της μαθηματικής υποχρεωτικής εκπαίδευσης του δημοτικού, που είναι η καλλιέργεια και ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών και των σχέσεων με τις πράξεις (προωθείται η ανάπτυξη της αξίας θέσης ψηφίου και των γρήγορων και ευέλικτων αριθμητικών υπολογισμών). Χαρακτηριστικά, το πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά της **Ε΄ Δημοτικού** αναφέρει την εξάσκηση των μαθητών στη χρήση της εκτίμησης και της στρογγυλοποίησης προκειμένου να ελεγχθεί η λογικότητα των υπολογιστικών απαντήσεων, όπως και η χρήση κατάλληλων στρατηγικών για την εκτίμηση, τον υπολογισμό (νοερό ή μη) των γινομένων διψήφιων αριθμών (ACARA, 2012).

Οι Στρατηγικές της Υπολογιστικής Εκτίμησης

Από πολύ νωρίς στην ανάπτυξη της υπολογιστικής εκτίμησης τα παιδιά χρησιμοποιούν μια ποικιλία από στρατηγικές και όχι κατά τρόπο μονοδιάστατο καθώς αυτές συνδυάζονται και εμπλέκονται η μία με την άλλη. Ως **στρατηγική** ορίζεται η μέθοδος εργασίας για την εύρεση μιας λύσης σε μια προβληματική κατάσταση (Lemaire et al., 2000). Συχνά, οι μαθητές αναπτύσσουν στρατηγικές εκτίμησης χωρίς εστιασμένη διδασκαλία σε αυτές, με την εισαγωγή του δεκαδικού συστήματος προκειμένου να υπερβούν τις δυσκολίες ενσωμάτωσης αυτού στο ήδη υπάρχον αριθμητικό σύστημα των φυσικών.

Στην έρευνα των Rittle-Johnson and Star (2009), γίνονται φανερές οι διαφορές μεταξύ των στρατηγικών επίλυσης εξισώσεων και των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης, οι οποίες έγκεινται σε δύο βασικά σημεία. Πρώτον, κατά τη σύγκριση των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης οι μαθητές θα πρέπει να παρατηρούν τόσο τη στρατηγική αυτή καθ' εαυτή όσο και την εκτιμητική τιμή προκειμένου να αξιολογήσουν τη σχετική αποτελεσματικότητα μιας στρατηγικής. Αντίθετα, κατά τη σύγκριση των στρατηγικών επίλυσης εξισώσεων οι μαθητές μπορούν ουσιαστικά να αγνοήσουν την απάντηση και να επικεντρωθούν σε ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των στρατηγικών. Και δεύτερον, η αποτελεσματικότητα των στρατηγικών επίλυσης των κατ' εκτίμηση υπολογισμών είναι λιγότερο προφανής σε σύγκριση με αυτήν της επίλυσης εξισώσεων. Κατά την επίλυση εξισώσεων είναι σχετικά εύκολη (και οπτικά εμφανής) η αποτελεσματικότητα δύο στρατηγικών. Αντίθετα, κατά τον υπολογισμό μιας εκτίμησης η αποτελεσματικότητα και η ευκολία υπολογισμού αυτής πρόκειται συχνά για μεμονωμένες και υποκειμενικές κρίσεις.

Οι στρατηγικές υπολογιστικής εκτίμησης ποικίλουν ανάλογα με τη συχνότητα χρήσης, την αποτελεσματικότητα της εκτέλεσής τους και την ακρίβεια της λύσης

(Dowker, 1992· LeFevre et al., 1993· Lemaire et al., 2000). Μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με διαφορετικά επίπεδα γενίκευσης και ανάλογα με τις εκάστοτε διαδικαστικές γνώσεις που ακολουθούνται. Σ' ένα γενικό επίπεδο, τα παιδιά και οι ενήλικες χρησιμοποιούν τις εξής **τρεις γενικές κατηγορίες στρατηγικών** της υπολογιστικής εκτίμησης (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Νόλκα, 2015· Hanson & Hogan, 2000· LeFevre et al., 1993· Lemonidis et al., 2014b· Lemonidis et al., 2014c· Liu, 2009· Morgan, 2013· Reys et al., 1982· Reys et al., 1991· Siegler & Booth, 2005· Sowder & Wheeler, 1989):

- I **Ανασύνθεση** ή **Μετασχηματισμός** (reformulation): μετατροπή των αρχικών όρων του προβλήματος σε πιο βολικούς υπολογιστικά αριθμητικούς όρους (πχ. στρογγυλοποιώντας και τους δύο τελεστές στην πλησιέστερη δεκαδική βάση)
- II **Μετάφραση** (translation): αλλαγή της μορφής της εξίσωσης, της δομής του προβλήματος σε μια βολικότερη υπολογιστικά μορφή (κατά προσέγγιση άθροισμα μιας λίστας αριθμών, με τον υπολογισμό του μέσου όρου των αριθμών και πολλαπλασιασμός με το πλήθος των όρων) (πχ. η παράσταση $19+22+16+23$ εκτιμάται σε $20+20+20+20 \approx 4 \cdot 20 \approx 80$)
- III **Αντιστάθμιση** (compensation): η διαδικασία προσαρμογών των ήδη εκτιμημένων απαντήσεων για τον έλεγχο τυχόν μεγάλης αριθμητικής απόκλισης της απάντησης από τη σωστή ή αλλιώς η διόρθωση των προβλεπόμενων αριθμητικών στρεβλώσεων από τη διαδικασία της εκτίμησης (πχ. πρόσθεση του υπολοίπου στο ήδη εκτιμημένο άθροισμα των όρων με στρογγυλοποίηση, όπως $31.151 + 62.198 \approx 93.000$ και στη συνέχεια προσθέτονται ακόμη 300 με αποτέλεσμα ≈ 93.300).

Οι Sowder and Wheeler (1989) συμπεριλαμβάνουν *τέσσερις επιμέρους στρατηγικές ανασύνθεσης*: **α)** τη *στρογγυλοποίηση* (rounding), **β)** το *κουτσούρεμα* (truncating), **γ)** τον *μέσο όρο* (averaging) και **δ)** την *αλλαγή της μορφής ενός αριθμού* (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· LeFevre et al., 1993· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis et al., 2014c). Γενικότερα, όμως, επισημαίνουν ότι μια επιτυχημένη υπολογιστική εκτίμηση *δεν απαιτεί μονάχα* την ικανότητα αναπαραγωγής στρατηγικών ανασύνθεσης, λογικά επιλεγμένες και εκτελεσμένες.

Από την άλλη πλευρά, η **μετάφραση** είναι μία πιο ευέλικτη στρατηγική συγκριτικά με την ανασύνθεση και απαιτεί υψηλότερο επίπεδο εννοιολογικής κατανόησης, καθώς απαιτείται η μεταβολή της δομής του προβλήματος (LeFevre et al., 1993· Reys et al., 1982). Οι μαθητές που χρησιμοποιούν στρατηγικές **μετάφρασης** παρατηρείται ότι αποκτούν μια πανοραμική οπτική των προβλημάτων εκτίμησης, λιγότερο εξαρτημένης από το μέγεθος των εμπλεκόμενων αριθμών (Reys et al., 1982). Στις στρατηγικές μετάφρασης εντάσσονται οι επιμέρους στρατηγικές: **α)** η *συσσώρευση* ή ο *μέσος όρος* (clustering / averaging), και **β)** τα *σημεία αναφοράς* (benchmarks) (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Lemonidis et al., 2014c).

Η **αντιστάθμιση** είναι πιο περίπλοκη από τις άλλες δύο και για αυτό το λόγο η χρήση της εμφανίζεται σε μικρότερο ποσοστό (Lemaire et al., 2000· Reys, 1984· Reys et al., 1991· Siegler & Booth, 2005· Sowder & Wheeler, 1989). Η συγκεκριμένη στρατηγική είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια ή και μετά την

υπολογιστική διαδικασία (προγενέστερη/μεταγενέστερη αντιστάθμιση) (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Chalepaki & Kourkoulos, 2014· LeFevre et al., 1993· Lemonidis et al., 2014c).

Σύμφωνα με τους Reys et al. (1982) και Lemaire et al. (2000), η *χρήση της στρατηγικής της αντιστάθμιση επηρεάζεται από Α)* το διαθέσιμο χρόνο απάντησης, *Β)* την ευελιξία κατά τη διαχείριση των αριθμητικών δεδομένων, *Γ)* το πλαίσιο του προβλήματος, και *Δ)* την απόκλιση των απαντήσεων. Σύμφωνα με τη Νόλκα (2015), οι μαθητές που χαρακτηρίζονται καλοί εκτιμητές χρησιμοποιούν την αντιστάθμιση πιο συχνά, αναγνωρίζοντάς τη ως την καταλληλότερη στρατηγική για εκτέλεση επιτυχημένων και ορθών εκτιμήσεων (LeFevre et al., 1993· Reys et al., 1982· Siegler & Booth, 2005· Sowder & Wheeler, 1989). Αξίζει να σημειωθεί, ότι μέσω της χρήσης της στρατηγικής της αντιστάθμισης οι μαθητές καλλιεργούν και αναπτύσσουν τις μεταγνωστικές τους ικανότητες, οι οποίες, όπως τονίζει ο Ματσαγγούρας (όπως αναφέρεται στους Chalepaki & Kourkoulos, 2014), υποστηρίζουν την ανάπτυξη της αυτό-ρυθμιζόμενης μάθησης από τους ίδιους τους μαθητές και τη διαμόρφωση μιας θετικής στάσης απέναντι στη μαθηματική γνώση.

Επίσης, οι έρευνες των Reys et al. (1982) και Lemaire et al. (2000) παραθέτουν και τους λόγους που επηρεάζουν το *βαθμό της αντιστάθμισης* αναφέροντας χαρακτηριστικά *i)* τις προσαρμογές που αντανακλούν συγκεκριμένες υπολογιστικές διαδικασίες, εκτελούμενες για την ακριβέστερη προσέγγιση της σωστής απάντησης (πχ. το $1\frac{7}{8} \times 1.19 \times 4$, στρογγυλοποιείται σε $4 \times 1.2 \times 2$, οπότε $4.8 \times 2 = 9.6$, αλλά είναι $1/8$ μεγαλύτερο, λόγω της στρογγυλοποίησης του $1\frac{7}{8}$ σε 2. Έτσι $9.6 - 1/8 = 9.6 - 1.2 = 8.4$) και *ii)* τη διαισθητική προσέγγιση του αποτελέσματος, που δεν σχετίζεται έντονα με συγκεκριμένα υπολογιστικά στάδια της επίλυσης του προβλήματος, αναδεικνύοντας την αδυναμία των μαθητών να εκφράσουν ή να περιγράψουν τη λογική των προσαρμογών (πχ. στο $\frac{347 \times 6}{43}$, $347/43$ είναι περίπου 9, οπότε $9 \times 6 = 54$, αλλά το αποτέλεσμα είναι μικρότερο, γιατί $347/43 < 9$. Έτσι, αφαιρείται λίγο... και γίνεται 50).

Η υπολογιστική ευελιξία κατά την εκτίμηση σχετίζεται με την ουσιαστική αντίληψη των αρχών της απλοποίησης (“*simplification*”) και της εγγύτητας (δηλαδή την αποδοχή πολλαπλών κατά προσέγγιση απαντήσεων) (“*proximity*”) (LeFevre et al., 1993· Rittle-Johnson & Star, 2009· Seethaler & Fuchs, 2006· Xu et al., 2014). Πιο συγκεκριμένα, στην έρευνα των Xu et al. (2014) παρατηρείται ότι η ευελιξία των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης δεν εξαρτάται μόνο από τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων και των αριθμών που περιέχουν αλλά και από την ευελιξία και ευχέρεια των ατόμων σε αριθμητικές και διαδικαστικές γνώσεις και δεξιότητες, και από τις προτιμήσεις αυτών (σύνηθες ρεπερτόριο διαδικαστικών διεργασιών-εθνικά προσδιορισμένο). Ενώ παράλληλα, οι Cochran and Hartmann-Dugger (2013) θεωρούν ότι, για την ουσιαστική κατανόηση της σημασίας της εκτίμησης και την ευελιξία των στρατηγικών της, θα πρέπει να αξιολογείται ο βαθμός συσχέτισης και η συχνότητα χρήσης των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης σε άλλες μαθηματικές έννοιες.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια λίστα με **διάφορες στρατηγικές** που εμφανίζονται στην υπολογιστική εκτίμηση με βάση τη σχετική βιβλιογραφία

(Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Dowker, 1992· Hanson & Hogan, 2000· LeFevre et al., 1993· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Mildenhall et al., 2010· Mildenhall & Hackling, 2012· Reys, 1984· Reys et al., 1982· Reys et al., 1991· Sowder & Wheeler, 1989· Tsao & Pan, 2013)². Οι στρατηγικές αυτές, βέβαια, ως επί το πλείστον εξαρτώνται από τις πράξεις που γίνονται στην εκτίμηση, ενώ σε μερικές περιπτώσεις ποικίλουν οι ονομασίες που τους αποδίδουν οι διάφοροι συγγραφείς. Επιπλέον πρέπει να τονιστεί ότι η λίστα είναι διαρθρωμένη ανάλογα με τον επιμέρους διαχωρισμό των στρατηγικών ανασύνθεσης που προτείνουν οι Lemonidis και Palaigeorgiou (in press), σε **ενδο-αριθμητικές** (intra-numerical reformulation) (σε αυτές όπου μεταβάλλεται η ίδια η μορφή του κάθε αριθμού, προσαρμοζόμενη βάσει ατομικών κριτηρίων) και **δια-αριθμητικές** (trans-numerical reformulation) (σε αυτές όπου ολόκληροι οι αριθμοί αντικαθίστανται με άλλους ανάλογους, αλλάζοντας έτσι τη δομή του προβλήματος) ανάλογα με το βαθμό και τρόπο επεξεργασίας των αριθμών (Reys et al., 1982).

✎ ΜΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΗΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ:

1. **Διαίσθηση ή Μαντεψιά** (intuition/guess): Αυτή η στρατηγική χρησιμοποιείται κυρίως από νεότερους και άπειρους εκτιμητές και ενισχύει την πεποίθηση ότι οι κατά προσέγγιση απαντήσεις ίσως να είναι πολύτιμες. Για παράδειγμα, ένας μαθητής μπορεί να απαντήσει ότι ο μέσος όρος των 3, 5, 8 και 10 είναι περίπου 6, αλλά δεν μπορεί να δικαιολογήσει την απάντησή του.
2. **Με αλγοριθμικό τρόπο** (Proceeding algorithmically): Χρήση κάποιου αλγόριθμου για τον υπολογισμό στο περίπου, ώστε να υπολογιστεί η τελική απάντηση (π.χ. στο $8,3 \times 11,2$, υπολογίζεται το $8 \times 11 = 88$ και προστίθεται το $8 \times 0,2 = 1,6$ και το $0,3 \times 11 = 3,3$, βγάζοντας στο περίπου $88 + 5 = 93$).

✎ ΑΝΑΣΥΝΘΕΣΗ: ΕΝΔΟ-ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ:

3. **Στρογγυλοποίηση** (rounding): Μετατροπή του πρώτου ή του δεύτερου ή και των δύο μελών της πράξης στον πλησιέστερο αριθμό, καταλήγοντας σε ένα ή περισσότερα μηδενικά ανάλογα με το πλαίσιο ή το γνωστικό επίπεδο του ατόμου (π.χ. το 95×43 , μπορεί να μετατραπεί σε 100×43 , 95×40 ή και 100×40 , 90×40). Μπορεί να ακολουθήσει και η προσαρμογή της εκτίμησης, αν απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια. Διακρίνονται τρεις τύποι στρογγυλοποίησης:
 - a. **Στρογγυλοποίηση βασισμένη στον κανόνα**: η στρογγυλοποίηση εδώ βασίζεται στο γνωστό κανόνα του 5. Καθορίζεται το ψηφίο ως προς το οποίο θα γίνει η στρογγυλοποίηση και ελέγχεται το ψηφίο στα δεξιά του. Εάν είναι ίσο ή μεγαλύτερο του 5, το ψηφίο στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά ένα. Αντίθετα, αν είναι μικρότερο από 5 τότε το ψηφίο στρογγυλοποίησης μειώνεται κατά ένα. Το πλαίσιο της κατάστασης δεν λαμβάνεται υπόψη.
 - b. **Στρογγυλοποίηση βασισμένη στην κατάσταση**: η στρογγυλοποίηση εδώ επηρεάζεται από το πλαίσιο του αριθμητικού προβλήματος και τη

² Βλ. Παράρτημα Πίνακες: Πίνακας 2: Ταξινόμηση στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης

συγκεκριμένη κατάσταση υπολογισμού. Εδώ, η προσκόλληση στον κανόνα της στρογγυλοποίησης δεν είναι ούτε αναγκαία ούτε επιθυμητή. Αντίθετα, η διαδικασία στρογγυλοποίησης χαρακτηρίζεται από ευελιξία και ποικιλία τρόπων εκτέλεσής της, με απώτερο σκοπό την διευκόλυνση των νοερών υπολογισμών (πχ. για το γινόμενο 65×23 οι στρογγυλοποιήσεις 60×20 , 70×20 ή 70×23 είναι όλες αποδεκτές).

- c. **Στρογγυλοποίηση χωρίς κανόνα:** η στρατηγική αυτή αντιστοιχεί σε μια πιο ουσιαστική χρήση της στρογγυλοποίησης με την επιλεκτική προσαρμογή των αριθμών ανάλογα με την προσωπική ευελιξία και τις προτιμήσεις.
4. **Στρατηγική εμπρόσθιου άκρου** (Front – end strategy): η στρατηγική αυτή χρησιμοποιείται και στις τέσσερις πράξεις $\cdot 0$ η κύρια, όμως, χρησιμότητά της είναι στην πρόσθεση. Συμπεριλαμβάνει δύο στάδια, όπου αρχικά η προσοχή του μαθητή επικεντρώνεται στα ψηφία του αριστερού άκρου των αριθμών, αγνοώντας τα υπόλοιπα. Αφού διατυπωθεί μία εκτίμηση, προσαρμόζονται υπολογιστικά και τα τμήματα που αγνοήθηκαν [πχ. στο $5,4+3,2+7,5+9,8$, αρχικά υπολογίζεται το άθροισμα των ακέραιων μερών (εμπρόσθιο άκρο) $5+3+7+9=24$, και στη συνέχεια προσαρμόζονται αθροιστικά και τα δεκαδικά μέρη $0,4+0,5 \approx 1$ και $0,2+0,8=1$, άρα τελικά γίνεται $24+2=26$].
5. **Κουτσούρεμα** (truncating): η στρατηγική βρίσκεται στην ίδια λογική με την προηγούμενη στρατηγική και βασίζεται στο σχετικό μέγεθος των αριθμών και την αξία θέσης του πρώτου ψηφίου. Στον κουτσουρεμένο αριθμό το πρώτο ψηφίο ή ψηφία (με την μεγαλύτερη θεσιακή αξία) παραμένει το ίδιο, ενώ τα υπόλοιπα ψηφία (προς τα δεξιά) μετατρέπονται σε μηδενικά (πχ. το 3682 μπορεί να μετατραπεί σε 3.000, 3.600 ή 3.680). Η επιλογή της θέσης του κουτσουρέματος επιλέγεται ανάλογα με την κατάσταση του υπολογισμού.

✎ **ΑΝΑΣΥΝΘΕΣΗ: ΔΙΑ-ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ:**

6. **Στρατηγική συμβατών αριθμών** (Compatible numbers strategy): συνδυαστική επιλογή των κατάλληλων αριθμών που καθιστούν τον υπολογισμό εύκολο, δίνοντας μια καλή εκτίμηση του αρχικού προβλήματος (πχ. στο άθροισμα $35+46+65+71+60+38$ προστίθενται τα “συμβατά” ζεύγη αριθμών, όπως το $35+71 \approx 100$, το $46+60 \approx 100$ και το $65+38 \approx 100$, με αποτέλεσμα στο περίπου $100+100+100=300$). Η στρατηγική αυτή ενδείκνυται στις εκτιμήσεις ηλικιών όπου όλοι οι αριθμοί του προβλήματος μπορούν να διαιρεθούν με κάποιον άλλο (πχ. το $2,368 \div 8$, μετατρέπεται σε $2,4 \div 8 = 0,3$).
7. **Στρατηγική ειδικών αριθμών ή σημείων αναφοράς** (special numbers strategy or benchmarking): η στρατηγική αυτή αξιοποιείται όταν οι αριθμοί της υπό εκτίμησης πράξης βρίσκονται κοντά σε ειδικές τιμές. Αυτό συμβαίνει με τα κλάσματα, όπου οι ειδικές τιμές είναι 0 , $\frac{1}{2}$ και 1 , ακόμη και το 2 (πχ. στο άθροισμα $\frac{3}{4} + \frac{1}{25} + \frac{7}{13}$, το $\frac{3}{4}$ μπορεί να θεωρηθεί περίπου 1 , το $\frac{1}{25}$ περίπου 0 και το $\frac{7}{13}$ περίπου $\frac{1}{2}$, άρα το άθροισμα είναι περίπου $1,5$).

✎ **ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ (ΔΙΑ-ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ):**

8. **Συσώρευση (clustering) ή Μέσος όρος (averaging):** η ειδική αυτή στρατηγική εφαρμόζεται στην πρόσθεση πολλών αριθμών, όταν οι αριθμοί αυτοί βρίσκονται γύρω από μία ειδική τιμή (πχ. το $23+18+19+22$, υπολογίζεται ως $4 \times 20 = 80$).

✎ **ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ:**

9. **Αντιστάθμιση (compensation):** Μπορούμε να διακρίνουμε δύο τύπους αντιστάθμισης, την προγενέστερη και την μεταγενέστερη αντιστάθμιση.
- a. *Προγενέστερη αντιστάθμιση (prior compensation):* οι αλλαγές στο αποτέλεσμα γίνονται κατά τη διάρκεια των νοερών υπολογισμών κατά τους οποίους είναι ορατά τα στάδια επίλυσης του προβλήματος (Reys et al., 1982). Συνήθως, ο δεύτερος όρος στρογγυλοποιείται σε αντίθετη κατεύθυνση από τον πρώτο, πριν πραγματοποιηθεί οποιαδήποτε πράξη (πχ. το 297×296 το 296 μπορεί να γίνει 290 παρά 300 για να αντισταθμίσει τη στρογγυλοποίηση του 297 σε 300, έτσι $300 \times 290 = 87.000$, ενώ $300 \times 300 = 90.000$, το οποίο είναι πιο μακριά από το ακριβές αποτέλεσμα 87.912).
- b. *Μεταγενέστερη αντιστάθμιση (post compensation):* η μεταγενέστερη αντιστάθμιση συναντάται επίσης στη βιβλιογραφία και ως *στρατηγική προσαρμογής* (Reys, 1984), κατά την οποία οι αλλαγές στο αποτέλεσμα γίνονται ύστερα από όλους τους νοερούς υπολογισμούς, όταν είναι επιθυμητή η μεγαλύτερη ακρίβεια, γεγονός που αντανακλά την επίγνωση της σχέσης μεταξύ της εκτίμησης και της σωστής απάντησης (πχ. στο $57 \times 56 \approx 60 \times 60 = 3.600$ αφαιρείται το $3 \times 60 = 180$ και το $4 \times 60 = 240$, δηλαδή περίπου 400 από το 3.600, καταλήγοντας στο 3.200).

✎ **ΆΛΛΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ:**

10. **Ανασύνθεση ή αντικατάσταση (reformulation or substitution or change number format):** αλλάζει η μορφή ενός ή και των δύο αριθμών για να δημιουργηθεί ένας ευκολότερος υπολογισμός (π.χ. η πράξη $0,52 \times 0,35$ μπορεί να μετατραπεί σε $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$).
11. **Εύρος (range):** οι μαθητές χρησιμοποιούν αυτήν τη στρατηγική για να υπολογίσουν το εύρος μέσα στο οποίο αναμένεται να πέσει η απάντηση σε έναν υπολογισμό (πχ. η απάντηση του 2.6×7 αναμένεται να είναι μεταξύ 14 και 21 με κατώτερο όριο το $2 \times 7 = 14$ και με ανώτερο όριο το $3 \times 7 = 21$).
12. **Παραγοντοποίηση (Factorization ή Decomposition):** ανάλυση των αριθμών, ώστε να μετατραπούν σε απλούστερη αριθμητικά/ποσοτικά μορφή είτε με τη διάσπαση αυτών στους παράγοντές τους είτε με τη διαίρεση αυτών με ένα κοινό παράγοντα (πχ. το 128×152 γίνεται $130 \times 10 \times 15$ ή το $9208 \div 32$ γίνεται $4604 \div 16$, $2302 \div 8$, $1151 \div 4 = 288$).
13. **Επιμεριστικότητα (Distributivity):** αξιοποίηση της επιμεριστικής ιδιότητας των πράξεων [πχ. το 38×91 αλλάζει σε $(38 \times 100) - (38 \times 10) = 3.800 - 380 \approx 3.400$ ή σύμφωνα με τον κανόνα $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$, το 12.6×11.4 αλλάζει σε $(12+0.6) \times (12-0.6) = 12^2 - (0.6)^2 = 144 - 0.36 = 143.64$].

Η στρατηγική της **στρογγυλοποίησης** είναι η πιο συχνά αξιοποιούμενη κατά τις υπολογιστικές εκτιμήσεις των μεγεθών από τους μαθητές, σε αντίθεση με την **αντιστάθμιση**. Πολλές έρευνες δείχνουν ότι τόσο οι μαθητές όσο και οι ενήλικοι περιορίζουν την έννοια και τις τεχνικές της εκτίμησης στη διαδικασία της στρογγυλοποίησης βάσει των δυνάμεων του 10 (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014· Alajmi, 2009· LeFevre et al., 1993· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Rubenstein, 1985). Το **κουτσορέμα** είναι πιο γρήγορα εκτελέσιμη στρατηγική από την στρογγυλοποίηση, μα λιγότερο χρησιμοποιούμενη από την δεύτερη. Στην έρευνα των Lemaire et al. (2000), οι μαθητές της Ε΄ δημοτικού χρησιμοποιούν κατά 64% την στρογγυλοποίηση στις εκτιμήσεις πολυψήφιων αθροισμάτων, έναντι της αντιστάθμισης, 2%. Για την επιλογή ή όχι της στρογγυλοποίησης με ή χωρίς παραγοντοποίηση σημαντικό παράγοντα διαδραμάτισε η αντίληψη των μαθητών για τη δυσκολία της στρογγυλοποίησης, ενώ για τη χρήση του κουτσορέματος από τους μαθητές κρίσιμης σημασίας θεωρήθηκε το μέγεθος των αριθμητικών όρων των προβλημάτων (Lemaire et al., 2000).

Όσον αφορά την υπολογιστική στρατηγική των ειδικών αριθμών, οι μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων παρουσιάζονται να αξιοποιούν τις διάφορες αναπαραστατικές μορφές των ρητών αριθμών προκειμένου να καταστεί ευκολότερη, βολικότερη η νοερή υπολογιστική εκτίμηση αυτών (Sowder & Wheeler, 1989).

Η εκάστοτε επιλογή και η αλλαγή των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης πραγματοποιείται ανάλογα με (Hanson & Hogan, 2000· LeFerve et al., 1993· Liu & Neber, 2012· Seethaler & Fuchs, 2006· Siegler & Booth, 2005· Sowder & Wheeler, 1989):

- το **βαθμό της εννοιολογικής κατανόησης της εκτίμησης**: η ακριβής υπολογιστική εκτίμηση απαιτεί την κατανόηση της απλοποίησης (οι νοεροί υπολογισμοί γίνονται πιο εύκολοι με βολικούς όρους) και της προσεγγιστικής ιδιότητας (στόχος της εκτίμησης είναι η εύρεση απαντήσεων κοντά στο μέτρο/μέγεθος της σωστής απάντησης). Συχνά, οι μαθητές αντιμετωπίζουν την εκτίμηση ως μια άκαμπτη αλγοριθμική διαδικασία που ακολουθεί ορισμένους κανόνες παρά ως μια ευέλικτη προσπάθεια προσέγγισης του μεγέθους της απάντησης, χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε λογικά μέσα/στρατηγικές ανάλογα την κατάσταση.
- την **ηλικία και τη χωρητικότητα της μνήμης εργασίας** (βραχύχρονη μνήμη): οι περισσότεροι μαθητές της Ε΄ δημοτικού ενώ αναγνωρίζουν την αξία της αντιστάθμισης ως στρατηγική υπολογιστικής εκτίμησης δεν την επιλέγουν κατά την επίλυση προβλημάτων εκτίμησης. Το γεγονός αυτό επισημαίνει την αδυναμία των μικρότερων μαθητών να διατηρούν στη βραχύχρονη μνήμη τους ολοένα και πιο πολλές και διάφορες αναπαραστάσεις ταυτόχρονα, σε συνάρτηση με τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους στην μακρόχρονη μνήμη.
- την **ηλικία και τις υπολογιστικές/διαδικαστικές δεξιότητες**: μέσω των εμπειριών οι μαθητές εξασκούνται στους ακριβείς νοερούς και εμπράγματους υπολογισμούς με αποτέλεσμα την παράλληλη αύξηση της ακρίβειας και της ευελιξίας κατά τη προσπάθεια εκτίμησης αριθμητικών μεγεθών.

Οι μαθητές εμφανίζονται ικανοί να προσαρμόζουν κάθε φορά την επιλογή των στρατηγικών ανάλογα με την προσωπική τους εκτίμηση για την καταλληλότητά τους για το εκάστοτε πρόβλημα. Κατά τη διάρκεια των νοερών υπολογισμών, τα χαρακτηριστικά του προβλήματος (πλαίσιο, μέγεθος αριθμών, πράξεις) επηρεάζουν την επιλογή των στρατηγικών των μαθητών (Lemaire et al., 2000· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis et al., 2014c· Tsao & Pan, 2013). Ακόμη, η διαφορά μεταξύ της μητρικής γλώσσας με τη γλώσσα των εκφωνήσεων των προβλημάτων και αυτήν των αντίστοιχων απαντήσεων (πχ. η κινεζική γραφή-αγγλική εκφώνηση της άσκησης-αραβικοί αριθμοί), κωλύει τις εκτιμητικές διαδικασίες, καταναλώνοντας χρόνο, γνωστικούς και εκτελεστικούς πόρους, επηρεάζοντας τελικά αρνητικά την αποτελεσματικότητα των στρατηγικών εκτίμησης (Imbo & LeFevre, 2011· Liu, 2009). Εκτός των άλλων, για τα άτομα που έχουν ένα ευρύτερο ρεπερτόριο διαδικαστικών γνώσεων και εκτιμητικών στρατηγικών για την παροχή πιθανών απαντήσεων, οι περιορισμένες επιλογές απαντήσεων (α)..., β)..., γ)..., δ)...) ενδέχεται να επηρεάζουν τις στρατηγικές τους αποφάσεις (Xu et al., 2014).

Τα παιδιά αναπτύσσουν και χρησιμοποιούν ποικιλία πολλαπλών στρατηγικών, προσαρμόζοντάς τες σε κάθε προβληματική κατάσταση, που έχουν να αντιμετωπίσουν. Όσο περισσότερες (διαφορετικού τύπου) υπολογιστικές στρατηγικές αξιοποιεί το άτομο, τόσο πιο ακριβείς γίνονται οι εκτιμήσεις του (Lemonidis et al., 2014c· Siegler & Booth, 2005). Με την πάροδο του χρόνου και τον εμπλουτισμό των εμπειριών στην επίλυση προβλημάτων, οι μαθητές μετακινούνται δια-και-μεταξύ των ειδών της εκτίμησης, δημιουργώντας (invent), αναπτύσσοντας και τελειοποιώντας (sophistication) το ρεπερτόριο των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης. Έτσι, προκειμένου να βελτιωθεί η κατανόηση των μαθητών για την αίσθηση των αριθμών και των πράξεων, και να εμπλουτιστούν οι ικανότητες υπολογιστικής εκτίμησης, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να συνδέσουν όλα τα προηγούμενα με την πραγματική ζωή των μαθητών, ώστε να μπορούν να αξιοποιήσουν διαφορετικές υπολογιστικές στρατηγικές εκτίμησης, με βάση τις ατομικές τους ανάγκες, διαφορές και τρόπο σκέψης (Tsao & Pan, 2013).

Η Εννοιολογική, Διαδικαστική Γνώση και η Αίσθηση του Αριθμού

Ως *εννοιολογική γνώση* ορίζεται μια ολοκληρωμένη και λειτουργική κατανόηση των μαθηματικών ιδεών, μια γνώση ευέλικτη που δεν συνδέεται με συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων, επομένως είναι γενικεύσιμη. Ενώ, ως *διαδικαστική γνώση* ορίζεται η ικανότητα εκτέλεσης ακολουθιών ενεργειών για την επίλυση προβλημάτων και μεταξύ άλλων χαρακτηρίζεται ως η ικανότητα προσαρμογής των γνωστών διαδικασιών σε νέα προβλήματα («μεταφορά») (Rittle-Johnson & Star, 2009).

Από την ηλικία των τεσσάρων με πέντε ετών τα παιδιά διαθέτουν μια ποσοτικά προσδιοριζόμενη εννοιολογική δομή των αναπαριστώμενων αριθμών και ποσοτήτων (πχ. «η συλλογή αυτή έχει λίγα αντικείμενα, ενώ η άλλη πολλά»), ενώ τα παιδιά από την ηλικία των έξι ετών και ύστερα αναπτύσσουν και οικοδομούν μια γραμμική, αναλογική αναπαραστατική δομή των αριθμών (Siegler & Booth, 2004). Οι

αναπαραστάσεις που έχουν για το αριθμητικό μέγεθος περιλαμβάνουν ένα ισχυρό χωροταξικό στοιχείο καθώς οι μεγαλύτεροι αριθμοί μεταφράζονται σε μεγαλύτερες χωρικές οντότητες/περιοχές, όπως διαπιστώθηκε στην έρευνα των Case and Okamoto (όπως αναφέρεται στους Siegler & Booth, 2004· Seethaler & Fuchs, 2006).

Από τους LeFevre et al. (1993) και τους Sowder and Wheeler (1989) τονίζεται η ανάγκη συνδυασμού διάφορων τύπων γνώσης για την επίτευξη μιας ουσιαστικής κατανόησης και εκτέλεσης της εκτίμησης. Χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι κάθε στάδιο της εκτιμητικής διαδικασίας απαιτεί τουλάχιστον τρία διαφορετικά είδη γνώσεων: **α)** την εννοιολογική γνώση του ρόλου των κατά προσέγγιση αριθμών για την επιλογή της διαδικασίας μετατροπής των αριθμών, **β)** τις διαδικαστικές γνώσεις για την ανασύνθεση, το μετασχηματισμό των αριθμών μέσω διαδικασιών (των στρατηγικών εκτίμησης), όπως αυτές της στρογγυλοποίησης, της μετάφρασης ή του κουτσουρέματος, και **γ)** την έμπρακτη γνώση των απομνημονευμένων αριθμητικών πράξεων, της αξίας θέσης ψηφίου, της δεκαδικής βάσης κατά την ανάπτυξη των νοερών υπολογισμών (LeFevre et al., 1993· Morgan, 2013· Sowder & Wheeler, 1989).

Οι Sowder and Wheeler (1989), LeFevre et al. (1993) επισημαίνουν μερικά αναγκαία είδη εννοιολογικής γνώσης για την επίτευξη μιας αποτελεσματικότερης, ορθής υπολογιστικής εκτίμησης, μιας και συχνότερα οι τύποι των λαθών που πραγματοποιούν οι μαθητές είναι συνήθως εννοιολογικής φύσης (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Siegler & Booth, 2005):

- Ο στόχος της εκτίμησης είναι η παροχή μιας απάντησης λογικώς προσεγγιστικής κοντά στο μέγεθος/μέτρο της σωστής απάντησης.
- Ο ρόλος που διαδραματίζουν οι κατά προσέγγιση αριθμοί στη διαδικασία της εκτίμησης.
- Η εκτίμηση μπορεί να συνεπάγεται πολλαπλές έγκυρες διαδικασίες/προσεγγίσεις και ποικίλες λογικές απαντήσεις.
- Η καταλληλότητα του κατά προσέγγιση αριθμητικού ή μη αποτελέσματος της εκτίμησης βασίζεται στο εκάστοτε πλαίσιο αναφοράς.

Η έλλειψη της εννοιολογικής κατανόησης της εκτίμησης επιδρά στην επίλυση των προβλημάτων αλλά και αναπαράγει λανθασμένα στερεότυπα για τη σημασία της εκτίμησης και των στρατηγικών της (Siegler & Booth, 2005). Σύμφωνα με τους LeFevre et al. (1993), η πλειοψηφία των μαθητών Δ' δημοτικού δυσκολεύεται να προσδιορίσει την έννοια της εκτίμησης ή συχνά την εξισώνει με τη διαδικασία της απλής μαντεψιάς. Περαιτέρω, οι ίδιοι παρατήρησαν ότι στην Στ' δημοτικού οι μαθητές, αντιλαμβανόμενοι τη σπουδαιότητα της απλοποίησης κατά την υπολογιστική εκτίμηση μεγεθών, αξιοποιούν τις στρατηγικές της στρογγυλοποίησης και της προγενέστερης αντιστάθμισης προκειμένου να «απλοποιήσουν» τη μορφή των αριθμητικών δεδομένων, τη δομή του προβλήματος.

Γίνεται αντιληπτό ότι συχνά οι μαθητές χρησιμοποιούν λανθασμένα τα μαθηματικά εργαλεία οδηγούμενοι σε λανθασμένες απαντήσεις. Αν, όμως, πρώτα μάθουν να εκτιμούν τη λύση και να κατανοούν τη διαδικασία, θα είναι σε θέση να προλάβουν τα λάθη τους. Η εκτίμηση θα πρέπει να ενθαρρύνεται και να εφαρμόζεται καθημερινά στις τάξεις των μαθηματικών, μια σύσταση προς τους εκπαιδευτικούς που εκφέρεται από πολλές σχετικές έρευνες.

Η Εκτίμηση και οι Νοεροί Υπολογισμοί

Σύμφωνα με τους Sowder and Wheeler (1989), «εκτίμηση είναι η διαδικασία μετατροπής αριθμών από ακριβείς σε προσεγγιστικούς, μέσω νοερών υπολογισμών με αυτούς τους αριθμούς, ώστε να ληφθεί μια απάντηση, η οποία είναι αρκετά κοντά στο αποτέλεσμα του ακριβούς υπολογισμού».

Ο νοερός υπολογισμός (mental computation ή mental calculation ή mental arithmetic) είναι ο υπολογισμός που πραγματοποιείται με το νου και με τη χρήση στρατηγικών. Παράγει μια ακριβή απάντηση και πραγματοποιείται, συνήθως, χωρίς τη χρήση εξωτερικών μέσων, όπως χαρτί και μολύβι (αν και μπορεί να χρησιμοποιείται το χαρτί και το μολύβι για «σύντομες σημειώσεις» που υποστηρίζουν τη μνήμη) (Anestakis & Desli, 2014· LeFevre et al., 1993· Reys, 1984). Ο νοερός υπολογισμός αποτελεί σημαντικό στοιχείο της εκτίμησης καθώς παρέχει τη βάση, τη «σκηνή» που είναι απαραίτητη για διενέργεια της ποικιλίας των αριθμητικών υπολογιστικών διαδικασιών που χρησιμοποιούνται κατά τις υπολογιστικές εκτιμήσεις (Mildenhall, 2011· Reys, 1984).

Η εκτίμηση είναι κάτι περισσότερο από τον νοερό υπολογισμό, τον οποίο και περιλαμβάνει. Ενώ, από τη μια πλευρά, ο νοερός υπολογισμός είναι η διαδικασία διεξαγωγής αριθμητικών πράξεων για την επίτευξη απαντήσεων με ακρίβεια από την άλλη, η εκτίμηση αναφέρεται στη διενέργεια των αριθμητικών πράξεων και απαντήσεων που σχετίζονται με τους μαθηματικούς υπολογισμούς στις περιπτώσεις που είναι απαραίτητη μια κατά προσέγγιση λογική απάντηση (Δεσλή & Ανεστάκης, 2014· Anestakis & Desli, 2014).

Ένας μαθητής είναι δυνατόν ενώ είναι ικανός στους νοερούς υπολογισμούς, να είναι αδύναμος κατά την εκτίμηση. Ωστόσο, το αντίστροφο δεν αληθεύει, μιας και το άτομο που έχει αναπτυγμένη υπολογιστική εκτιμητική ικανότητα πραγματοποιεί γρήγορους και ικανοποιητικά ακριβείς νοερούς υπολογισμούς (Reys, 1984· Reys et al., 1982).

Οι νοεροί υπολογισμοί είναι σημαντικοί και αναπόσπαστο κομμάτι της μαθηματικής παιδείας, καθώς (Reys, 1984):

- *εφαρμόζονται στην πράξη*: χρησιμοποιούνται πολύ στην καθημερινή ζωή και μάλιστα περισσότερο από τους γραπτούς υπολογισμούς, ενώ αποτελούν προϋπόθεση για την επιτυχή ανάπτυξη όλων των γραπτών αριθμητικών αλγορίθμων.
- *συμβάλλουν στην ανάπτυξη και κατανόηση άλλων μαθηματικών εννοιών*: η εξάσκηση με αυτούς προωθεί μια καλύτερη και βαθύτερη κατανόηση της αίσθησης του αριθμού (δομή των αριθμών και οι σχέσεις τους με τις πράξεις). Βοηθούν στην κατανόηση και την ανάπτυξη των γραπτών μεθόδων υπολογισμού. Αποτελούν τη βάση για την ανάπτυξη των ικανοτήτων των κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Η νοερή εργασία αναπτύσσει την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων.
- *συμβάλλουν στην καλλιέργεια και τη βελτίωση των γνωστικών ικανοτήτων*: με τους νοερούς υπολογισμούς προωθείται η δημιουργική και ανεξάρτητη σκέψη με την ανάπτυξη στρατηγικών και μεθόδων επίλυσης καλλιεργείται η ικανότητα αναπαράστασης και χρήσης αφηρημένων εννοιών στη *βραχύχρονη μνήμη* και ασκείται η ικανότητα της *ευελιξίας χειρισμού προβληματικών καταστάσεων*. Τέλος,

ενθαρρύνεται και αναπτύσσεται η *μεταγνωστική ικανότητα* των μαθητών με την επιχειρηματολογία του τρόπου εύρεσης και υπολογισμού των λύσεων.

Στην έρευνά του ο Reys (1984) τονίζει τέσσερα βασικά χαρακτηριστικά των νοερών υπολογισμών για την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης και των αριθμητικών υπολογιστικών δεξιοτήτων, τα οποία είναι τα ακόλουθα (Mildenhall, 2011):

- ❖ προώθηση και καλλιέργεια της κριτικής και ευέλικτης σκέψης (σε αντίθεση με τους γραπτούς υπολογισμούς που πολλές φορές εκτελούνται μηχανικά)
- ❖ εξοικονόμηση χρόνου και νοητικής εργασίας κατά την επίλυση προβλημάτων (γρήγοροι και πολλές φορές ακριβέστεροι υπολογισμοί)
- ❖ υποστήριξη της αναγνώρισης, κατανόησης και χρήσης των δομικών αριθμητικών σχέσεων και ιδιοτήτων με τη δυνατότητα παρακίνησης πολλαπλών μεθόδων, τρόπων επίλυσης προβλημάτων
- ❖ συγχρονισμός με τα πραγματικά/ρεαλιστικά μαθηματικά (σε αντίθεση με τους γραπτούς υπολογισμούς που εξαρτώνται από τις χαρτί και μολύβι μεθόδους)

Η εκτίμηση και ο νοερός υπολογισμός δεν είναι μόνο χρήσιμα εργαλεία στην καθημερινή ζωή, αλλά μπορούν επίσης να οδηγήσουν στην καλύτερη αίσθηση του αριθμού (Δεσλή & Ανεστάκης, 2014· Whitacre, 2015). Μέσω των νοερών υπολογισμών αναπτύσσεται η ποσοτική αναλογική διαίσθηση, διερευνάται η σύνθεση των αριθμών, οικοδομείται η αξία θέσης ψηφίου, ενθαρρύνονται οι πολλαπλές διαδικασίες επίλυσης και απαντήσεις, αμφισβητείται και αξιολογείται η λογικότητα / καταλληλότητα των αποτελεσμάτων, αιτιολογείται ο τρόπος σκέψης και δράσης (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Reys, 1984). Αναμφισβήτητα, οι νοεροί υπολογισμοί συμβάλλουν στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού μιας και η ακρίβεια, η ταχύτητα, η επιτυχία των νοερών υπολογισμών αποτελούν ενδείξεις του βαθμού κατανόησης των εννοιών των αριθμών, αλλά και η εξελισσόμενη επιχειρηματολογία των νοερών υπολογισμών που πραγματοποιούνται αποτελεί ένα «*παράθυρο*» επίβλεψης της ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού (Whitacre, 2015)H

Εκτίμηση και η Αίσθηση του Αριθμού

Η εκτίμηση θεωρείται ένας βασικός παράγοντας ανάπτυξης και καλλιέργειας της αίσθησης του αριθμού (Chalepaki & Kourkoulos, 2014· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Lemonidis et al., 2014c· Mildenhall, 2011). Η αίσθηση του αριθμού (number sense) αναφέρεται στη γενικά καλή κατανόηση και γνώση ενός ατόμου για τους αριθμούς και τις πράξεις (εναλλαγή μεταξύ των διάφορων αριθμητικών αναπαραστάσεων και τη σχέση αυτών με τις αριθμητικές πράξεις). Ταυτόχρονα αναφέρεται στην ικανότητα και την κλίση του εκάστοτε μαθητή να χρησιμοποιεί αυτή την κατανόηση με ευέλικτους τρόπους σε καταστάσεις που αφορούν την καθημερινή ζωή (ποικιλία πλαισίων αναφοράς), επιλύοντας με στρατηγικές αριθμητικά προβλήματα (Cochran & Hartmann-Dugger, 2013· Mildenhall et al., 2010· Senol et al., 2015· Whitacre, 2015· Yang, 2009).

Ως **αίσθηση του αριθμού** χαρακτηρίζεται η διαισθητική, καλά οργανωμένη εννοιολογική γνώση και κατανόηση του ατόμου σχετικά με τις σχέσεις των αριθμών και των ιδιοτήτων των αριθμητικών πράξεων (Dowker, 1992). Οι Dowker (1992) και Mildenhall (2011) αναφέρουν τα χαρακτηριστικά της καλής αίσθησης του αριθμού,

τα οποία είναι (Anestakis & Desli, 2014· Lemonidis et al., 2014a· Yang, 2009):

- η καλή κατανόηση του νοήματος των αριθμητικών αναπαραστάσεων,
- η κατανόηση και η χρήση των σχέσεων μεταξύ των τύπων των αριθμών (φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα, ποσοστά) και των αριθμητικών πράξεων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση),
- η ευελιξία στην εκτίμηση και την κρίση των μεγεθών και των σχετικών μεγεθών των αριθμών ανάλογα με το πλαίσιο αναφοράς (size effect)
- η ικανότητα αναγνώρισης παράλογων αποτελεσμάτων - επιχειρηματολογία λογικότητας απαντήσεων,
- η ευελιξία στους νοερούς (και έμπρακτους) υπολογισμούς (mental computations) και η χρήση αριθμομηχανής,
- η ευχέρεια πολλαπλών υπολογιστικών και αριθμητικών στρατηγικών για την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων (εκτίμηση & νοεροί υπολογισμοί), και
- η ανάπτυξη και ικανότητα μετακίνησης μεταξύ διαφορετικών αριθμητικών αναπαραστάσεων (πχ. $\frac{1}{2}=0,5=50\%$) και η χρήση της πιο κατάλληλης αναπαράστασης (ανάπτυξη και χρήση σημείων αναφοράς των μετρήσεων)

Η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται βαθμιαία και συστηματικά προσδιοριζόμενη ανάλογα με την ηλικία και τις γνώσεις που διαθέτουν τα παιδιά στις διάφορες ηλικίες (Senol et al., 2015· Yang, 2009). Η ανάπτυξη και κατανόηση της αίσθησης του αριθμού είναι μια προοδευτική, εξελικτική διαδικασία που ξεκίνησε να αναπτύσσεται πολύ πριν από την επίσημη εκπαίδευση. Επιπλέον, διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στην οικοδόμηση της κατανόησης περί των ρητών αριθμών και των πράξεων με αυτούς (Johanning, 2011· Lemonidis et al., 2014a).

Στο πλαίσιο αυτό της αίσθησης του ρητού αριθμού βρίσκονται και οι έρευνες των Λεμονίδης (2016), Lemonidis et al. (2014a) και Yang (2005) που επισημαίνουν ορισμένες ειδικές στρατηγικές της αίσθησης του μέτρου των ρητών αριθμών που ακολουθούν οι μαθητές κατά τις διαδικασίες επίλυσης, όπως είναι (Johanning, 2011· Mitchell & Home, 2010· Pantziara & Philippou, 2011· Van de Walle, 2005· Yang & Lai, 2013):

- a. «**η σκέψη του υπολοίπου**» (residual thinking) για την ολοκλήρωση της μονάδας, του όλου: μια μαθηματικά ορθή στρατηγική, χρήσιμη για τη σύγκριση των κλασμάτων που βρίσκονται μακριά από τη μονάδα [πχ. $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$, γιατί το $\frac{1}{8}$ που υπολείπεται για την συμπλήρωση του όλου ($\frac{8}{8}$) είναι μικρότερο από το $\frac{1}{6}$ που υπολείπεται για τη συμπλήρωση του αντίστοιχου όλου ($\frac{6}{6}$)]. Η σκέψη περί του υπολοίπου αντιπροσωπεύει μια επιτυχημένη μετάβαση στις συγκρίσεις των μεγεθών των διάφορων κλασματικών μονάδων. Η στρατηγική αυτή έχει άμεση σχέση με την αναγνώριση και κατασκευή ισοδύναμων κλασμάτων.
- b. «**σημεία αναφοράς μετρήσεων**» (measurements benchmarks): αποτελεί μια στρατηγική κατά την οποία ο μαθητής συγκρίνει δύο κλασματικούς αριθμούς βάσει αυτο-αναπαραγόμενων σημείων αναφοράς (το $\frac{1}{2}$ ή και το $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, η μονάδα, ακόμη και το 2) (πχ. ισχύει $\frac{5}{8} > \frac{3}{7}$, γιατί το $\frac{5}{8}$ είναι μεγαλύτερο του μισού, ενώ το $\frac{3}{7}$ είναι μικρότερο του αντίστοιχου μισού). Η καλλιέργεια και η αξιοποίηση σημείων αναφοράς βοηθά στην ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης των κλασμάτων, με την όξυνση της αναλογικής και διαδικαστικής σκέψης και των νοερών εκτιμήσεων μέσω της

αναγνώρισης και δημιουργίας πολλαπλών αναπαραστατικών μοντέλων (Εικονικών → Συμβολικών & Λεκτικών)

- c. **σχηματική αναπαράσταση κλασμάτων** (schematic representation of fractions): δημιουργία και αξιοποίηση των νοερών σχημάτων, των νοερών εικόνων του ατόμου για την οικοδόμηση των νοημάτων και των ερμηνειών των οπτικών ρητών αναπαραστατικών μοντέλων (μοντέλα περιοχής/ εμβαδού, μέτρησης/αριθμογραμμής, συνόλων)
- d. **μετατροπή συμβολικής αναπαράστασης**: ευέλικτη μετακίνηση μεταξύ και διά των ρητών συμβολικών αναπαραστάσεων (κλάσμα- δεκαδικός- ποσοστά) (πχ. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 0,75 - 0,5 = \dots$)
- e. **εύρεση κοινών παρονομαστών** ($a/x_b/x$): μετατροπή των ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα. Συχνά η διαδικασία αυτή εκτελείται μηχανικά, τυποποιημένα χωρίς κάποια ουσιαστική κατανόηση του νοήματος της αλλαγής των παρονομαστών των κλασμάτων για την εκτέλεση μιας "δίκαιης" σύγκρισης.
- f. Όταν οι **αριθμητές είναι κοινοί** ($x/a_x/b$) οι μαθητές εκτιμούν ότι το κλάσμα με το μικρότερο παρονομαστή είναι και το μεγαλύτερο.

Οι νοεροί υπολογισμοί και οι εκτιμήσεις είναι ένα υποσύνολο της αίσθησης του αριθμού και συνδέονται, εξαρτώνται και εμπεριέχονται σε αυτήν (Mildenhall et al., 2010· Tsao & Pan, 2011). Εξάλλου, μια ουσιαστική κατανόηση της αίσθησης του αριθμού αναπτύσσει χρήσιμες, ευέλικτες και αποδοτικές στρατηγικές, αυτές του νοερού υπολογισμού και της εκτίμησης για την αντιμετώπιση αριθμητικών προβλημάτων, και αντίστροφα, η εξάσκηση στους νοερούς υπολογισμούς και την εκτίμηση καλλιεργεί μια καλύτερη και βαθύτερη αίσθηση του αριθμού (Johanning, 2011· Yang, 2009).

Από τη Γ' δημοτικού οι μαθητές είναι ικανοί να αναγνωρίσουν και να εκτιμήσουν το μέγεθος των αριθμών (των φυσικών κυρίως και βαθμιαία των ρητών) κατά την επίλυση προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης (Sowder & Wheeler, 1989). Οι μαθητές με αυξημένη αίσθηση του αριθμού δύνανται να αναπτύξουν και να χρησιμοποιήσουν την υπολογιστική εκτίμηση ως αξιόλογο παιδαγωγικό εργαλείο για τον υπολογισμό, τον έλεγχο και την επίλυση προβλημάτων (Tsao & Pan, 2013).

Η αυστηρή εφαρμογή των κανόνων χωρίς την κατάλληλη εννοιολογική κατανόηση έχει ως αποτέλεσμα την απόδοση εσφαλμένων απαντήσεων (Lemonidis et al., 2014a). Οι μαθητές θα πρέπει, μέσα από μια κατάλληλη διδασκαλία, να είναι σε θέση να εφαρμόζουν τις εννοιολογικές τους γνώσεις κατά την ανασύνθεση των προβλημάτων, έτσι ώστε να αναπτύξουν μια ουσιαστική αίσθηση των αριθμών. Είναι ίσως υπερβολικά αισιόδοξο να ισχυριστεί κανείς ότι αυτή η αίσθηση αριθμού θα μεταφερθεί αυτόματα σε άλλα μαθηματικά πεδία, αλλά εάν η εκτίμηση χρησιμοποιείται ευρύτερα και οι μαθητές κατανοήσουν το σκοπό αυτής, οι συνδέσεις πιθανώς να είναι πιο ορατές (LeFevre et al., 1993· Yang, 2009). Ομοίως, στην έρευνα του Bobis (1991) οι μαθητές που κατέχουν τις απαραίτητες εννοιολογικές και διαδικαστικές γνώσεις για την εκτέλεση εκτιμήσεων δε συνεπάγεται αυτόματα και τη γνώση του τρόπου εφαρμογής των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης (όπως αναφέρεται στη Yang, 2009).

Το Ρεπερτόριο, η Ευελιξία και η Ευχέρεια Μαθητών με την Υπολογιστική Εκτίμηση

Οι ατομικές διαφορές στο ρεπερτόριο των στρατηγικών ή και την ακρίβεια των υπολογισμών προκύπτουν από την αναγνώριση, τη χρήση και την εμπλοκή των ατόμων με διαφορετικές στρατηγικές (διάφορες κατηγορίες στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης ανάλογα με την προσαρμογή των αριθμητικών δεδομένων ή της δομής του προβλήματος) σε διάφορα είδη προβλημάτων (ανάλογα με τα χαρακτηριστικά και το πλαίσιο των προβλημάτων) (Lemaire et al., 2000· Rittle-Johnson & Star, 2009). Το εύρος των ατομικών στρατηγικών σχετικά με τους νοερούς υπολογισμούς καθορίζεται ανάλογα με την εκάστοτε αριθμητική πράξη που εκτελεί το άτομο, ως ένα σύνολο συγκεκριμένων και έγκυρων στρατηγικών που χρησιμοποιούνται νοερά. Αυτό το σύνολο στρατηγικών αναπαριστά την ευελιξία ή μη και την ευχέρεια ή μη του εκάστοτε μαθητή στους αριθμητικούς υπολογισμούς, την κατανόηση των σχετικών αριθμών, πράξεων και των ενδιάμεσων σχέσεων αυτών, καθώς και τη νοηματοδότηση των αλγοριθμικών κανόνων/αρχών [οι στρατηγικές, ανάλογα με τον τύπο τους, διατάσσονται κατά μήκος του φάσματος από το πρότυπο (ακριβής αλγοριθμική προσέγγιση) ως το μη τυποποιημένο (αντιστάθμιση)] (Whitacre, 2015).

Πιο συγκεκριμένα, ως *ευελιξία στρατηγικών* ορίζεται η γνώση πολλαπλών στρατηγικών και η επιλογή της καταλληλότερης βάσει του εκάστοτε προβλήματος και των στόχων αυτού (Star et al., 2009). Οι προηγούμενες γνώσεις και η αξιοποίησή τους, για την καλλιέργεια της νοοτροπίας των εκτιμήσεων και του νοήματός τους μέσω ποικίλων παραδειγμάτων σύγκρισης, παρέχουν ένα κρίσιμο και βασικό υπόβαθρο για την ανάπτυξη μιας ευέλικτης και προσαρμοζόμενης γνώσης με σκοπό να πυροδοτήσουν την ευελιξία των στρατηγικών επίλυσης (Rittle-Johnson & Star, 2009). Η προηγούμενη γνώση χαρακτηρίζεται ως *φίλτρο* που μπορεί να βοηθήσει ή όχι τον μαθητή να αναγνωρίσει και να υιοθετήσει τις στρατηγικές διαδικασίες κατά τη μέθοδο επίλυσης προβληματικών καταστάσεων (Star et al., 2009).

Οι Lemaire and Lecacheur (όπως αναφέρονται στους Ανεστάκης & Δεσλή, 2014) υποστηρίζουν ότι το ρεπερτόριο των μαθητών σχετικά με τη σημασία, την κατανόηση και την αξιοποίηση της εκτίμησης εμπλουτίζεται ανάλογα με την *ηλικία και τις εμπειρίες* των μαθητών (Liu & Neber, 2012· Seethaler & Fuchs, 2006). Σε όλες τις ηλικίες οι συχνότερες στρατηγικές υπολογιστικής εκτίμησης που αξιοποιούνται από τα άτομα είναι αυτές της στρογγυλοποίησης, του κουτσουρέματος και της αντιστάθμισης (Liu & Neber, 2012). Όπως παρουσιάζεται και στην έρευνα των Sowder and Wheeler (1989), ακόμη και οι μαθητές της Α΄ Γυμνασίου χαρακτηρίζονται από περιορισμένες στρατηγικές υπολογιστικής εκτίμησης, με το κουτσούρεμα και την στρογγυλοποίηση να κυριαρχούν κατά την επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης. Χαρακτηριστικά στην έρευνα των Lemonidis et al. (2014b), οι μαθητές της Στ΄ δημοτικού εμφανίζονται ικανότεροι εκτιμητές αθροισμάτων τριψηφίων προσθετέων από αυτούς της Δ΄, ενώ οι μαθητές της Γ΄ γυμνασίου είναι ικανότεροι εκτιμητές γινομένων από αυτούς της Στ΄.

Εξαιτίας της υπερβολικής προσοχής και της αυξημένης σημασίας που δίνεται στην ακρίβεια των υπολογιστικών απαντήσεων από την Α΄ κιάλας δημοτικού, οι μαθητές όλων των σχολικών τάξεων είναι διστακτικοί κατά την αξιοποίηση των

νοερών υπολογισμών, και κατ' επέκταση της εκτίμησης, ως ορθή διαδικασία του κατά προσέγγιση υπολογισμού του μεγέθους των αριθμητικών απαντήσεων (Ανεστάκης & Δεσλή, 2014· Anastakis & Desli, 2014· Bobis, 1991· Hanson & Hogan, 2000· LeFevre et al., 1993· Lemonidis & Kaimakami, 2013· Mildenhall, 2011· Reys, 1984· Reys et al., 1991· Sowder & Wheeler, 1989). Στην έρευνα της Yang (2005) οι μαθητές της Στ' δημοτικού παρουσιάζονται βαθιά προσκολλημένοι στην ανάγκη εξαγωγής ακριβών απαντήσεων σε σημείο που να νιώθουν άβολα και με νευρικότητα που δεν μπορούν να υπολογίσουν τους αλγορίθμους, καθώς τους ζητούνταν η υπολογιστική εκτίμηση των αποτελεσμάτων (Anestakis & Desli, 2014· Hanson & Hogan, 2000). Αντίστοιχα, στις έρευνες των McIntosh et al. (1995) και Reys et al. (1995) (όπως αναφέρονται στον Liu, 2009) η μορφή παρουσίασης των προβλημάτων εκτίμησης φαίνεται να επηρεάζει δραστικά τα ποσοστά επιτυχίας των μαθητών στις νοερές υπολογιστικές εκτιμήσεις με τους Γιαπωνέζους μαθητές να επιτυγχάνουν συχνότερα κατά την γραπτή, εικονική παρουσίαση των προβλημάτων παρά κατά την προφορική τους εκφορά, σε αντίθεση με τους Αμερικάνους και Αυστραλούς μαθητές (Liu & Neber, 2012).

Ακόμη και οι φοιτητές κατά τον Levine (όπως αναφέρεται στους LeFevre et al., 1993) συχνά υπολογίζουν την ακριβή αριθμητική απάντηση σε δραστηριότητες εκτίμησης λόγω της ελλιπούς κατανόησης του νοήματος και της διαδικασίας των εκτιμήσεων (Hanson & Hogan, 2000· Lemonidis & Kaimakami, 2013). Επομένως, γίνεται αντιληπτό ότι η ενθάρρυνση και η έντονη προσκόλληση στους αλγόριθμους και τις επιλυτικές μεθόδους βάσει κανόνων παρακωλύουν την ανάπτυξη της κριτικής μαθηματικής σκέψης και επιχειρηματολογίας των μαθητών (Ανεστάκης & Δεσλή, 2014· Cochran & Hartmann-Dugger, 2013).

Παρατηρείται, επομένως, ότι η προσοχή που δίνεται στο νόημα και το σκοπό της υπολογιστικής εκτίμησης και των στρατηγικών της κατά την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων παρουσιάζεται ελλιπής, με αποτέλεσμα οι μαθητές δημοτικού και γυμνασίου να την υποβιβάζουν στο επίπεδο της μαντεψιάς ή της απλής απλοποίησης, ή ακόμη και εάν αναγνωρίζουν το ρόλο της να αντιμετωπίζουν προβλήματα ευελιξίας και ευχέρειας σε αυτή (Lemonidis et al., 2014c· Seethaler & Fuchs, 2006· Sowder & Wheeler, 1989).

Οι LeFerve et al. (1993) προτείνουν ένα μοντέλο επιλογής στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης, σύμφωνα με το οποίο οι μαθητές όταν καλούνται να επιλύσουν ένα πρόβλημα υπολογιστικής εκτίμησης, πρώτα προσπαθούν να μαντέψουν διαισθητικά την απάντηση. Στη συνέχεια, εάν δεν είναι αποτελεσματική η μαντεψιά, μεταβαίνουν σε μια σειρά στρατηγικών ανασύνθεσης (όπως, στρογγυλοποίηση, παραγοντοποίηση, κουτσούρεμα), προκειμένου να μετασχηματίζουν το πρόβλημα. Τέλος, όταν η ανασύνθεση ολοκληρωθεί μπορεί να μεταβούν σε αντιστάθμιση της απάντησης, διορθώνοντας την αρχική εκτίμηση. Η αντιστάθμιση είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί ανάλογα με την εννοιολογική κατανόηση και τη χωρητικότητα της μνήμης εργασίας του εκτιμητή (Siegler & Booth, 2005).

Ο Reys, ήδη από το 1984, υποστηρίζει ότι οι Νέες Τεχνολογίες θα πρέπει να αξιοποιούνται σε όλες τις φάσεις διδασκαλίας και μάθησης της υπολογιστικής εκτίμησης, διότι παρέχουν ένα ισχυρό κίνητρο για την ανάπτυξη καλών δεξιοτήτων εκτίμησης. Η τεχνολογία υποδηλώνει επίσης έναν φυσικό καταμερισμό εργασίας. Οι άνθρωποι πια μπορούν να κάνουν νοερούς και γρήγορους υπολογισμούς και οι

αριθμομηχανές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτέλεση όλων των κουραστικών και χρονοβόρων αριθμητικών υπολογισμών. Παρόλα αυτά, πρέπει πάντα να χρησιμοποιείται η εκτίμηση για τον έλεγχο της καταλληλότητας των αποτελεσμάτων (Reys, 1984).

Οι Έρευνες για την Υπολογιστική Εκτίμηση

Στη συγκεκριμένη ενότητα θα παρουσιαστούν αναλυτικά ποικίλα αποτελέσματα ερευνών που έχουν διενεργηθεί με κύριο ζήτημά τους τον τρόπο ανάπτυξης, τους παράγοντες επίδρασης και την ευχέρεια των στρατηγικών της εκτίμησης, κυρίως της υπολογιστικής. Τα αποτελέσματα αυτά χωρίζονται με βάση το υποκείμενο των ερευνών, τους μαθητές (νηπιαγωγείο έως Γ΄ Λυκείου), τους φοιτητές (Παιδαγωγικής ή καθαρά Μαθηματικής κατεύθυνσης) και τους μαθηματικούς (εν ενεργεία εκπαιδευτικούς των μαθηματικών, καθηγητές μαθηματικών). Το απαύγασμα όλων των παρακάτω ερευνών είναι ότι η εκπαίδευση των μαθητών υπολείπεται της εστίασης στην υπολογιστική εκτίμηση (η οποία αποτελεί μια δεξιότητα βασική για την ανάπτυξη μιας γενικότερης, ουσιαστικά κατανοητής μαθηματικής γνώσης), ενώ η αντίστοιχη προσκόλληση στους αλγοριθμικούς υπολογισμούς δυσκολεύει την ανάπτυξη της κριτική μαθηματικής σκέψης. Τόσο οι μαθητές όσο και οι εκπαιδευτικοί μπορούν να διδαχθούν καταλλήλως για περαιτέρω βελτίωση, κατανόηση και ενσωμάτωση της υπολογιστικής εκτίμησης στην μαθηματική εκπαίδευσή τους και ταυτόχρονα δύνανται να εξελίξουν τον τρόπο σκέψης τους και τις μεθόδους επίλυσης προβληματικών καταστάσεων αξιοποιώντας έμπρακτα την εκτίμηση στην καθημερινή τους ζωή.

Υπολογιστική Εκτίμηση και Μαθητές

Τα άτομα, από μικρή ηλικία έως και την ενηλικίωση, στηρίζονται σε ποικίλες και διαφορετικές αναπαραστάσεις των αριθμών ανάλογα με τις γνώσεις και την εμπειρία τους (Siegler & Booth, 2004· Siegler & Opfer, 2003), επιλέγοντας και αξιοποιώντας με βάση το αριθμητικό πλαίσιο (αριθμητικό εύρος & τύποι αριθμού) διάφορα αλγοριθμικά ή και γραμμικά μοντέλα. Οι Siegler and Opfer (2003) απέδειξαν στην έρευνά τους ότι οι δυσκολίες των μαθητών κατά τις υπολογιστικές εκτιμήσεις των μεγεθών οφείλονται στην εξάρτηση των αριθμητικών μεγεθών από τις λογαριθμικές τους αναπαραστάσεις, ενώ η ακριβής εκτίμηση απαιτεί τη χρήση των γραμμικών, αναλογικών αναπαραστάσεων.

Στην έρευνα των Ginsburg et al. (όπως αναφέρεται στους LeFevre et al., 1993), οι μαθητές της Β΄ δημοτικού που είναι καλοί στην αριθμητική παρουσιάζονται συχνότερα να εκτελούν συστηματικές εκτιμήσεις σε προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης από ότι οι χαμηλής και μέσης επίδοσης μαθητές. Η έρευνα των McCrink and Spelke (όπως αναφέρεται στη Ganor-Stem, 2015), δείχνει ότι ακόμη και τα παιδιά ηλικίας πέντε έως επτά χρονών είναι ικανά να εκτιμήσουν ικανοποιητικά ορθά το αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού αριθμητικότητας μεταξύ της σωστής και της προτεινόμενης απάντησης, βασιζόμενα σε μια διαισθητική ικανότητα εκτίμησης των μεγεθών των αριθμών.

Με το πέρασμα του χρόνου και τον εμπλουτισμό των εμπειριών οι μαθητές

αναπτύσσουν και βελτιώνουν τις πολλαπλές αριθμητικές τους αναπαραστάσεις και κυρίως αρχίζουν να στηρίζονται ολοένα και περισσότερο (μετά την Ε΄ δημοτικού) στις γραμμικές αναλογικές σχέσεις των αριθμών για την εκτίμηση των αντίστοιχων μεγεθών τους (Siegler & Opfer, 2003). Μάλιστα, η πλέον ενδεδειγμένη στρατηγική αναγνώρισης και υπόδειξης του μεγέθους των κλασματικών αριθμών είναι η χρήση σημείων αναφοράς (Johanning, 2011· Lemonidis, 2016· Siegler & Opfer, 2003).

Οι μαθητές της Γ΄ δημοτικού εμφανίζονται περισσότερο διστακτικοί στην αποδοχή δύο ή περισσότερων τρόπων/απαντήσεων υπολογιστικής εκτίμησης με στρογγυλοποίηση, ενώ δεν είναι λίγες οι φορές που, λόγω της έλλειψης κατανόησης της σημασίας της στρογγυλοποίησης, επιλέγουν τον ακριβή αριθμητικό υπολογισμό ως τον σωστότερο τρόπο (Seethaler & Fuchs, 2006· Sowder & Wheeler, 1989). Τόσο οι μαθητές Γ΄ δημοτικού όσο και αυτοί της Ε΄ δημοτικού, ενώ αναγνωρίζουν την αξία της στρατηγικής της αντιστάθμισης αισθάνονται ακόμη αδύναμοι να την υιοθετήσουν μη αναγνωρίζοντας τη επίδραση του πλαισίου αναφοράς στην επιλυτική, εκτιμητική μεν, διαδικασία. Δεν μπορεί να παραληφθεί το γεγονός ότι οι μαθητές της Γ΄ δημοτικού τείνουν να χρησιμοποιούν συχνότερα στρατηγικές που βασίζονται στην στρογγυλοποίηση, ενώ αυτοί της Ε΄ σε γραπτές αλγοριθμικά προσδιοριζόμενες στρατηγικές (Liu, 2009· Liu & Neber, 2012). Η προτίμηση αυτή μπορεί να οφείλεται στην υπολογιστική επάρκεια των μαθητών της Ε΄ ως προς την εκτέλεση νοερών πολλαπλασιαστικών υπολογισμών σε αντίθεση με αυτούς της Γ΄, με αποτέλεσμα την απροθυμία απόδοσης μιας μη ακριβούς απάντησης (Liu, 2009). Επί το πλείστον, οι μαθητές δεν προβαίνουν σε εκτίμηση των λύσεων, διότι απλώς ο ακριβής υπολογισμός της απάντησης είναι εντός των ικανοτήτων των νοερών υπολογισμών τους (Hanson & Hogan, 2000· Liu, 2009).

Στην έρευνα των Siegler and Booth (2005) οι μαθητές εμφανίζονται να δυσκολεύονται κατά την εκτίμηση του γινομένου πολυψήφιων αριθμών, καθώς δεν έχουν ακόμα αναπτύξει μια ουσιαστική κατανόηση, αίσθηση του μεγέθους των αριθμών (Ganor-Stern, 2015). Η ταχύτητα και η ακρίβεια των απαντήσεων σε προβλήματα σύγκρισης (comparison tasks) με εκτίμηση επηρεάζονται από την απόσταση (*distance effect*) μεταξύ του αριθμού αναφοράς και της ακριβούς απάντησης και από τα σχετικά τους μεγέθη (*size effect*) (πχ. είναι ευκολότερο για τους μαθητές να εκτιμήσουν ότι η απάντηση στο 37×54 είναι μεγαλύτερη από 400, παρά αν είναι μικρότερη από 4000) (Ganor-Stern, 2015· Liu, 2009· Siegler & Opfer, 2003). Η επιλογή των στρατηγικών στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων (απόσταση και μέγεθος αριθμών, πλαίσιο αναφοράς) (Goodman, 1991· LeFevre et al., 1993· Lemaire et al., 2000).

Στην έρευνα του Bobis (1991), οι μαθητές Ε΄ δημοτικού ανέπτυξαν και βελτίωσαν το ρεπερτόριο των στρατηγικών τους στις υπολογιστικές εκτιμήσεις, αφού προηγήθηκε διδασκαλία ποικίλων στρατηγικών από τους εκπαιδευτικούς μέσω δραστηριοτήτων (Mildenhall, 2011). Ερευνώντας τον ίδιο πληθυσμό, οι Tsao και Pan (2011) διαπιστώνουν ότι ενώ οι μαθητές της Ε΄ δημοτικού έχουν θετική άποψη για την εκτίμηση και τη σημασία και χρήση αυτής στα σχολικά μαθηματικά και την καθημερινή τους ζωή, οι ίδιοι παρουσιάζονται αρνητικοί και παθητικοί κατά τις εμπειρίες τους με εκτιμητικές προσεγγίσεις, γεγονός που υπογραμμίζει και αιτιολογεί την προσκόλλησή τους στους αλγοριθμικούς υπολογισμούς. Παράλληλα,

αποδεικνύεται ότι η εισαγωγή νέων μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων μέσω της εκτιμητικής διαδικασίας αποφέρει μεγαλύτερα ποσοστά επιτυχίας, ενώ βελτιώνει και την ικανότητα των μαθητών να επεξηγούν ικανοποιητικά τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν (Bobis, 1991).

Στην έρευνα που διεξήχθη από τους Rittle-Johnson and Star (2009), οι μαθητές Ε΄ και Στ΄ δημοτικού, που συνέκριναν στρατηγικές εναλλακτικής λύσης σε προβλήματα εκτίμησης, ανέπτυξαν, και οι ίδιοι σε αντίστοιχες προβληματικές εκτιμητικές καταστάσεις, πιο αποτελεσματικές και ικανοποιητικές στρατηγικές υπολογιστικής εκτίμησης από ότι οι μαθητές που επικεντρώνονταν σε μία στρατηγική εκτίμησης κάθε φορά (Mildenhall, 2011· Star et al., 2009).

Επιπρόσθετα, στην έρευνα των Lemonidis et al. (2014c) παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές που χρησιμοποιούν την υπολογιστική εκτίμηση στη επίλυση κλασματικών προβλημάτων είναι ικανότεροι στην καταγραφή και αιτιολόγηση του συλλογισμού τους κατά την επιλυτική διαδικασία (οξυμένη μεταγνωστική ικανότητα) από εκείνους, που υπολογίζουν το ακριβές αριθμητικό μέγεθος των απαντήσεων. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι έχουν κατανοήσει καλύτερα το πρόβλημα και ότι είναι ικανοί να αξιοποιήσουν πληθώρα στρατηγικών αναδεικνύοντας, έτσι, μια βαθύτερη κατανόηση των αριθμών και των πράξεων.

Υπολογιστική Εκτίμηση και Φοιτητές

Οι έρευνες των Rubenstein (1985), LeFevre et al. (1993), Hanson και Hogan (2000) αναλύουν την επιτυχία των φοιτητών στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς σε διάφορες αριθμητικές πράξεις, αριθμητικούς τύπους (φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα) και προβληματικές καταστάσεις (αριθμητικά ή λεκτικά προβλήματα). Αναδεικνύεται, λοιπόν, ότι δεν υπάρχει κάποια στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των επιδόσεων στα αριθμητικά έναντι των λεκτικών προβλημάτων. Αντίθετα, οι φοιτητές προβαίνουν σε λιγότερα λάθη κατά την εκτίμηση υπολογισμών αθροισμάτων και διαφορών από ότι σε αυτή των γινομένων και των πηλίκων. Εκτελούν περισσότερα λάθη στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς με δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς (κυρίως στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση αυτών) από ότι με φυσικούς αριθμούς (Liu & Neber, 2012· Tsao & Pan, 2011). Για τους Clements and Del Campo (όπως αναφέρονται στους Hanson & Hogan, 2000· Lemonidis et al., 2014b) οι δυσκολίες αυτές αντανακλούν την ελλιπή κατανόηση των δεκαδικών και κλασματικών εννοιών παρά την αδυναμία εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων που τις περιλαμβάνουν.

Επιπλέον, στην έρευνα του Goodman (1991) οι φοιτητές εμφανίζονται να δυσκολεύονται περισσότερο στην εκτίμηση κλασμάτων από ότι σε αυτή των φυσικών ή των δεκαδικών αριθμών ή ακόμη και των ποσοστών. Σε αντίθεση με τις προηγούμενες αναφερθείσες πηγές, οι φοιτητές επιτυγχάνουν συχνότερα σε πλαισιωμένα προβλήματα από ότι στα άκρως αριθμητικά, ενώ τους δυσκολεύουν περισσότερο οι εκτιμήσεις με ανοιχτό τέλος ή αυτές που βασίζονται στις δυνάμεις του 10 (πχ. διάλεξε την απάντηση: α)30, β)300, γ)3000, δ)καμία από τις προηγούμενες), από ότι οι εκτιμήσεις σε σχέση με έναν αριθμό αναφοράς (Goodman, 1991· Johanning, 2011· Lemonidis & Kaimakami, 2013). Αξίζει να αναφερθεί ότι οι φοιτητές στην έρευνα των Lemonidis and Kaimakami (2013) φαίνεται όχι μόνο να μην είναι εξοικειωμένοι με τις στρατηγικές εκτίμησης (ελλιπής έως ανύπαρκτη η γνώση των στρατηγικών του

μέσου όρου και των συμβατών αριθμών) αλλά και ότι τα λάθη τους στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς να οφείλονται σε λανθασμένους αριθμητικούς υπολογισμούς και εσφαλμένη επιλογή και εφαρμογή εκτιμητικής διαδικασίας (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014; Whitacre, 2015).

Στην έρευνα των Anestakis and Desli (2014), οι υπό πτυχίο εκπαιδευτικοί εμφανίζονται θετικά διακείμενοι απέναντι στη διδασκαλία του νοήματος και του σκοπού της εκτίμησης καθώς επισημαίνουν την πρακτική χρησιμότητά της, τη σχέση της εκτίμησης με την αίσθηση του αριθμού, όπως και την ανάπτυξη μιας προσαρμοζόμενης, ευέλικτης κριτικής και νοερής σκέψης. Παρόλα αυτά, και οι ίδιοι τονίζουν την ανάγκη για περαιτέρω προσωπική εκπαίδευση σε περιπτώσεις εκτίμησης για βαθύτερη αντίληψη των στρατηγικών της και των παραγόντων που την υποστηρίζουν (νοεροί υπολογισμοί, αίσθηση αριθμού κα.). Η ανάγκη αυτή επιβεβαιώνεται και στην έρευνα των Λεμονίδης και Μουράτογλου (2014), όπου εκτιμάται ότι οι Έλληνες εκπαιδευτικοί της πράξης χρήζουν γενικότερης επιμόρφωσης στο θέμα της υπολογιστικής εκτίμησης, των νοερών υπολογισμών και της αίσθησης του αριθμού με τη δυσκολία αυτών να εντοπίζεται στις εκτιμήσεις γινομένων με διψήφιους όρους (υπολογισμός μόνο των ψηφίων των δεκάδων χωρίς να πραγματοποιούν αντιστάθμιση) (Lemonidis et al., 2014a).

Με δεδομένα από τις παραπάνω αναφερθείσες αδυναμίες των προπτυχιακών φοιτητών, οι Chaleraiki and Kourkoulos (2014) διερευνούν τους παράγοντες που συμβάλλουν και επηρεάζουν τα ποσοστά επιτυχίας των φοιτητών κατά την επίλυση προβλημάτων υπολογιστικής εκτίμησης. Αυτοί είναι οι εξής:

1. **το υπάρχων γνωστικό υπόβαθρο:** ο βαθμός επίδοσης σε μαθηματικά προβλήματα, κυρίως προσθετικά (λόγω του ελέγχου της λογικότητα των απαντήσεων), η ευχέρεια και γρήγορη ανάκληση των βασικών μαθηματικών γνώσεων, η ευελιξία και ακρίβεια κατά τους νοερούς και εμπράγματους υπολογισμούς, η κατανόηση και επίλυση αναλογικών προβλημάτων (λόγω της πολλαπλασιαστικής τους δομής).
2. **προτίμηση ή όχι στα σχολικά μαθηματικά:** η γενική σχολική βαθμολογία, ο βαθμός αρεσκείας, απόλαυσης και ενασχόλησης με τα μαθηματικά και τη φυσική κατά τη διάρκεια των σχολικών τους χρόνων.
3. **αυτό-εικόνα (self-concept) & Μαθηματικά:** τα επίπεδα αυτοπεποίθησης σχετικά με:
 - a. το βαθμό κατανόησης και απόκτησης των περιεχόμενων και συσχετιζόμενων ικανοτήτων της υπολογιστικής εκτίμησης,
 - b. τον τρόπο, την ευκολία ή μη, ανάπτυξης και απόκτησης των γνώσεων και των δεξιοτήτων για την εκτέλεση νοερών υπολογισμών με ακρίβεια (αυτό-προσδιορισμός από τις πρώτες κιόλας τάξεις δημοτικού σχολείου).
 - c. τη χωρητικότητα και την ευέλικτη ικανότητα ανάκλησης δεδομένων της μνήμης και ιδιαίτερα των αριθμητικών δεδομένων.

Υπολογιστική Εκτίμηση και Εκπαιδευτικοί

Στην έρευνα των Mildenhall et al. (2010) αναδεικνύεται η επίδραση που έχουν οι αντιλήψεις και οι στάσεις των ίδιων των εκπαιδευτικών για την εκτίμηση και τους

νοερούς υπολογισμούς και η καταλληλότητα αξιοποίησης αυτών από τους μαθητές τους. Πράγματι, στις έρευνες των Lemonidis et al. (2014a) και Yang (2005), αναγνωρίζεται το γεγονός ότι οι ελλιπείς γνώσεις περί εκτιμήσεων, νοερών υπολογισμών και η περιορισμένη αίσθηση των αριθμών από την πλευρά των εκπαιδευτικών αποτελούν αιτία της αντίστοιχης αδυναμίας των μαθητών στην εκτίμηση και κατανόηση των αριθμητικών μεγεθών και των σχέσεων αυτών με τις αριθμητικές πράξεις.

Ομοίως, και στις έρευνες των Anestakis and Desli (2014), Tsao and Pan (2013), οι υπό πτυχίο εκπαιδευτικοί αλλά και πολλοί εν ενεργεία εκπαιδευτικοί, ενώ έχουν σε μεγάλη υπόληψη τη διαδικασία της υπολογιστικής εκτίμησης, χαρακτηρίζοντάς την χρήσιμη, επωφελή και απαραίτητη για τη μαθηματική γνωστική ανάπτυξη των μαθητών τους, ωστόσο στη καθημερινή τους ζωή παρουσιάζονται με **α)** ελλιπή εμπιστοσύνη στις δικές τους δεξιότητες εκτέλεσης υπολογιστικών εκτιμήσεων, **β)** περιορισμένη ευχαρίστηση κατά την ενασχόληση τους με εκτιμητικές διαδικασίες, και **γ)** φόβο της επίδρασης της υπολογιστικής εκτίμησης στην ανάπτυξη των υπολογιστικών αλγορίθμων για την παροχή απαντήσεων με ακρίβεια (Ανεστάκης & Δεσλή, 2014· Alajmi, 2009· Lemonidis & Kaimakami, 2013). Αξίζει να σημειωθεί ότι, ενώ τα 2/3 του δείγματος των εκπαιδευτικών στην έρευνα του Alajmi (2009) θεωρούσαν την εκτίμηση σημαντική δεξιότητα της καθημερινής ζωής των ατόμων, αδυνατούσαν να συλλάβουν την υπολογιστική εκτίμηση ως βασικό ζήτημα της μαθηματικής εκπαίδευσης (Lemonidis et al., 2014b).

Οι εκπαιδευτικοί, από την πλευρά τους, εμφανίζονται στην έρευνα των Castro et al. (2002) να δυσκολεύονται περισσότερο κατά τις εκτιμήσεις δεκαδικών μικρότερων της μονάδας από ότι κατά την εκτίμηση φυσικών ή δεκαδικών μεγαλύτερων της μονάδας και τα λάθη τους οφείλονταν στις παρανοήσεις των ίδιων για τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης (Lemonidis et al., 2014b). Την αδυναμία εκτέλεσης ορθών εκτιμήσεων κατά τη διαχείριση δεκαδικών αριθμών παρουσιάζουν ακόμη και οι μαθηματικοί στην έρευνα του Dowker (1992), όπου και αυτοί εμφανίζονται να προσαρμόζουν λανθασμένα την υποδιαστολή στο τελικό εκτιμημένο αριθμό (Hanson & Hogan, 2000· Rubenstein, 1985).

Ταυτόχρονα, στην έρευνα του Dowker (1992) οι εν ενεργεία μαθηματικοί παρουσιάζουν υψηλό επίπεδο ακρίβειας των απαντήσεων σε προβλήματα εκτίμησης, με μεμονωμένα υπολογιστικά σφάλματα, συχνή χρήση των γνώσεων περί των αριθμητικών ιδιοτήτων και σχέσεων και φυσικά αναδεικνύουν έντονη ευχέρεια και ευελιξία κατά την αξιοποίηση των κατ' εκτίμηση στρατηγικών (Lemonidis et al., 2014b). Σε αντίθεση με τους μαθητές που χρησιμοποιούν συχνά την αλγοριθμική στρατηγική σε προβλήματα εκτίμησης, οι μαθηματικοί, στην έρευνα των Tsao και Pan (2013), τείνουν να χρησιμοποιούν περισσότερο στρατηγικές, όπως αυτή των συμβατών αριθμών και της παραγοντοποίησης.

Παρόλο που διάφορα σύγχρονα Προγράμματα Σπουδών επισημαίνουν τη σημασία της διδασκαλίας της υπολογιστικής εκτίμησης, τη σύνδεσή της με τους νοερούς υπολογισμούς και την αίσθηση των αριθμών, πολλοί εκπαιδευτικοί της πράξης εξαιτίας της έλλειψης γνώσεων για την κατάλληλη εκτέλεση των εκτιμητικών διαδικασιών και για την επιλογή και χρήση της ποικιλίας των στρατηγικών της, συνεχίζουν να δίνουν έμφαση στους αλγοριθμικούς και στους βάσει κανόνων

υπολογισμούς (Lemonidis et al., 2014b).

Υπολογιστική Εκτίμηση και Ενήλικες

Όσον αφορά την εξέταση της ικανότητας των ενηλίκων στην υπολογιστική εκτίμηση, έχουν διεξαχθεί πολυάριθμες διακρατικές έρευνες που συγκρίνουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες των ενηλίκων διαφορετικών εκπαιδευτικών συστημάτων σχετικά με το βαθμό επιτυχίας τους σε προβλήματα υπολογιστικής εκτίμησης.

Παρά την ανώτερη υπολογιστική τους ευελιξία, την ταχύτητα και ακρίβεια των απαντήσεών τους, οι Κινέζοι ενήλικες παρουσιάζονται λιγότερο ικανοί να επιλέξουν την κατάλληλη διαδικασία/στρατηγική για την παροχή μιας ακριβούς προσεγγιστικά σωστής απάντησης, από ότι οι Βέλγοι ενήλικες. Γίνεται φανερό, λοιπόν, ότι οι Κινέζοι ενήλικες μειονεκτούν έναντι των Βέλγων στη στρατηγική ευελιξία και την κατάλληλη επιλογή στρατηγικών διαδικασιών, με τη δεύτερη γλώσσα (η εκφώνηση των προβλημάτων ήταν στα αγγλικά) να αποτελεί τροχοπέδη στην ταχύτητα απόδοσης των εκτιμητικών απαντήσεων (Imbo & LeFevre, 2011· Xu et al., 2014). Επομένως, αποτελεί κοινό τόπο η άποψη ότι το υψηλό μαθηματικά, υπολογιστικά επίπεδο δε συνεπάγεται αυτόματα και τη στρατηγική ευελιξία στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς (Imbo & LeFevre, 2011· LeFevre et al., 1993· Reys et al., 1991· Star et al., 2009· Xu et al., 2014).

Σε αντίθεση με την προηγούμενη έρευνα, οι Xu et al. (2014) παρουσιάζουν τους Κινέζους ως ταχύτερους και επιδέξιους λύτες προβλημάτων εκτίμησης που υπερτερούν των Καναδών ενηλίκων στην εύρεση λογικών και ικανοποιητικών προσεγγιστικών απαντήσεων σε προβλήματα εκτίμησης. Οι Κινέζοι έχουν την τάση να εστιάζουν στην αρχή της εγγύτητας για την εύρεση όσο το δυνατόν πιο κοντά στη σωστή απάντηση εκτιμητικών λύσεων κατά τις υπολογιστικές εκτιμήσεις, γεγονός που υποδηλώνει ότι κατανοούν την εκτίμηση και τη χρησιμοποιούν όταν τους ζητηθεί (χρησιμοποιούν την αντιστάθμιση και τη στρογγυλοποίηση), αν και πολλοί παρουσιάζονται προκατειλημμένοι υπέρ των ακριβών αριθμητικών υπολογισμών. Από την άλλη πλευρά, οι Καναδοί φαίνεται να μεροληπτούν προς την απλότητα των εκτιμητικών απαντήσεων, χρησιμοποιώντας συχνά την στρατηγική του κουτσουρέματος (truncation) και της στρογγυλοποίησης ανεξάρτητα από τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος.

Από διάφορες έρευνες και τα εκάστοτε Αναλυτικά Προγράμματα παρατηρείται ότι η ασιατική εκπαίδευση εστιάζει περισσότερο την προσοχή της στην ακριβή υπολογιστική εκτέλεση των πράξεων, γεγονός που αντανακλάται και στην επίδοση των Ασιατών ενηλίκων σε προβλήματα εκτίμησης. Οι όποιες χαμηλές επιδόσεις αυτών μπορεί να οφείλονται ακόμη και στην ελλιπή κατανόηση του νοήματος της εκτίμησης ή και στην περιορισμένη επαφή τους με καταστάσεις εκτίμησης (Imbo & LeFevre, 2011· Xu et al., 2014).

Κεφάλαιο 2^ο

Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση

Ένα από τα πιο σημαντικά ζητούμενα της σύγχρονης εκπαίδευσης, σύμφωνα με τις μαθητοκεντρικές παιδαγωγικές προσεγγίσεις και τα κοινωνικογνωστικά μαθησιακά μοντέλα, είναι η ανάπτυξη των γνωστικών δεξιοτήτων και στρατηγικών μάθησης των μαθητών, με στόχο την αυτοδιαχείριση της μάθησής τους. Οι μαθητές οφείλουν να είναι σε θέση να θέτουν προσωπικούς αναπτυξιακούς στόχους μάθησης, να σχεδιάζουν τις στρατηγικές των δράσεών τους, να παρακολουθούν τις μαθησιακές ενέργειες/διεργασίες τους μέσα στα ποικίλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, να αυτοαξιολογούν την πρόοδό τους και να αναστοχάζονται. Έμπρακτα, λοιπόν, διάφορα εκπαιδευτικά προγράμματα σπουδών σε όλα τα μαθησιακά αντικείμενα αναφέρουν ρητά ως προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα την απόκτηση κριτικής ικανότητας, την ανάπτυξη δεξιοτήτων αναστοχασμού, την καλλιέργεια της μεταγνωστικής σκέψης και της διερευνητικής μαθησιακής νοοτροπίας.

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση αποτελεί μια πολυσύνθετη και απαιτητική μορφή μάθησης. Εντάσσεται στο θεωρητικό πλαίσιο της κοινωνικής-πολιτισμικής θεωρίας μάθησης, που πρωτοαναπτύχθηκε από τον Albert Bandura. Σε αυτή δίνεται έμφαση όχι μόνο στις επιδράσεις των σημάτων στη συμπεριφορά και στις εσωτερικές νοητικές διαδικασίες αλλά, ειδικότερα, τονίζονται οι επιδράσεις της σκέψης στη δράση και αντίστροφα (Bandura, 1993· Slavin, 2006).

Θεωρητικό Πλαίσιο της Αυτορρύθμισης της Μάθησης

Ήδη από την Πιαζετιανή θεωρία μάθησης αναφέρεται η αυτορρύθμιση του ατόμου σχετικά με τη μάθηση και γενικότερα την επαγγελματική του εξέλιξη, όπως και στην Κοινωνικοπολιτισμική θεωρία μάθησης του Vygotsky σύμφωνα με την οποία ο μαθητής διέρχεται της αλλαγής από την εξωτερική καθοδήγηση στην εσωτερική αυτορρύθμισή του (Boekaerts, 1996).

Σύμφωνα με την κοινωνική θεωρία μάθησης του Bandura, το άτομο δεν αποτελεί παθητικό δέκτη και αναμεταδότη των επιδράσεων που δέχεται. Αντίθετα, αντιδρώντας στις διάφορες πληροφορίες που δέχεται, προσπαθεί και μιμείται τα πρότυπα γύρω του αναπτύσσοντας τη μάθηση, τις γνώσεις του μέσω της παρατήρησης (έμμεση μάθηση), η οποία διέρχεται από τέσσερις φάσεις (Bandura, 1993· Slavin, 2006):

- της προσοχής
- της μνημονικής συγκράτησης των χαρακτηριστικών του μοντέλου
- της αναπαραγωγής/εξομοίωσης του μοντέλου
- των κινήτρων (ενίσχυση) για συνεχή αυτοβελτίωση

Ο Bandura (όπως αναφέρεται στον Schunk, 1996· Slavin, 2006) τόνισε τη σημασία και το ρόλο της αυτό-αποτελεσματικότητας στην ανάπτυξη της αυτορρύθμισης του ατόμου υποστηρίζοντας ότι η αυτό-αποτελεσματικότητα επηρεάζει το πώς τα άτομο σκέφτεται, αισθάνεται, παρακινεί τον εαυτό του (εσωτερικά κίνητρα) και πώς συμπεριφέρεται. Χαρακτηριστικά δηλώνει πως οι αυτο-

αντιλήψεις των μαθητών για την αυτο-αποτελεσματικότητά τους επηρεάζουν **α)** την αυτορρύθμιση της μάθησής τους, **β)** την επιτυχία στις ακαδημαϊκές δραστηριότητες, **γ)** τα ακαδημαϊκά επιτεύγματα και τις σχολικές επιδόσεις, **δ)** τις φιλοδοξίες και τις προσδοκίες τους, όπως και **ε)** το βαθμό (αυτο)παρακίνησης.

Η αυτορρύθμιση, λοιπόν, αποτελεί μια σημαντική έννοια της θεωρίας της κοινωνικής μάθησης, κατά την οποία υποστηρίζεται ότι οι άνθρωποι παρατηρούν, κρίνουν τη συμπεριφορά τους με βάση τα δικά τους κριτήρια, επιβραβεύοντας ή τιμωρώντας τον εαυτό τους (Bandura, 1993· Slavin, 2006). Στηριζόμενη σε αυτή τη θεωρία, μπορεί να ειπωθεί ότι η συγκεκριμένη έννοια αποτελείται από τρεις βασικές διαδικασίες· την *αυτό-παρατήρηση* (προσοχή στις διάφορες συμπεριφορές, στρατηγικές, μαθησιακά στυλ του ίδιου του μαθητή, στον τρόπο επεξεργασία και διάθεσης των γνωστικών πόρων και της προσπάθειάς του), την *αυτοκριτική* (σύγκριση των επιδόσεων με τους εκάστοτε μαθησιακούς στόχους που έχουν τεθεί από το άτομο) και την *αυτενέργεια* (προσωπική ενεργή εμπλοκή του ατόμου στη μάθησή του, που του προσφέρει την ικανοποίηση, την αυτοπεποίθηση με την επιτυχία των στόχων του, με την ανάπτυξη της αυτό-αποτελεσματικότητάς του) (Hadwin & Oshige, 2011· Schunk, 1996).

Στην εκπαίδευση και τη μαθησιακή παιδαγωγική πρακτική, οι μαθητές θα πρέπει να μάθουν όχι μόνο να παρακολουθούν και να ρυθμίζουν τη συμπεριφορά τους, να αναπτύσσουν προσωπικές προσδοκίες για την απόδοσή τους ενισχύοντας τον εαυτό τους αλλά και να χρησιμοποιούν στρατηγικές αυτορρύθμισης, αυτοελέγχου και αυτό-αποτελεσματικότητας, εφαρμόζοντάς τις σε ποικίλα πλαίσια και καταστάσεις (Bandura, 1993· Schunk, 1996· Slavin, 2006). Έτσι, η αυτορρύθμιση θα καταστεί όχι απλώς μια βασική συνιστώσα της μαθησιακής πορείας του ατόμου αλλά και μια *θεμελιώδη συνήθεια μάθησης και προσωπικής ανέλιξης* του εαυτού τους.

Από τα παραπάνω γίνεται κατανοητή η σημασία της αυτοαντίληψης των μαθητών για τον εαυτό τους, η οποία επηρεάζεται από την παρεχόμενη ανατροφοδότηση (παρακίνηση), το γύρω περιβάλλον (άνθρωποι, πλαίσιο, εκπαιδευτικά υλικά & μέσα, διδακτικές & μαθησιακές πρακτικές, κουλτούρα τάξης), τις ικανότητές τους, ενώ, ταυτόχρονα, είναι αυτή που επηρεάζει την ακαδημαϊκή τους απόδοση (Bandura, 1993· Schunk, 1996). Παρ' όλα αυτά, οι μαθητές θα πρέπει να ενισχύσουν και να ιεραρχήσουν τα εσωτερικά τους κίνητρα εμπλοκής στην εκπαιδευτική διαδικασία, τα οποία είτε προσανατολίζονται σε στόχους απόδοσης/βαθμοθηρίας είτε σε στόχους μάθησης/ κατάκτησης γνώσεων (Bandura, 1993· Schunk, 1996· Slavin, 2006). Γίνεται, μάλιστα, αναφορά από τους Bandura και Greene and Miller (όπως αναφέρονται στους Slavin, 2006· Schunk, 1996) στο ότι οι μαθητές με προσανατολισμό τη μάθηση είναι πιθανότερο να χρησιμοποιούν συχνότερα μεταγνωστικές ή και αυτορρυθμιζόμενης μάθησης στρατηγικές.

Για αυτό, γίνεται αντιληπτό ότι ο κάθε εκπαιδευτικός οφείλει να εμφυσήσει την αγάπη για ουσιαστική μάθηση και όχι για τους βαθμούς, να ενισχύει τα εσωτερικά κίνητρα και τους προσωπικά προσανατολισμένους στόχους μάθησης και όχι τα εξωτερικά κίνητρα (επαίνους), προκειμένου οι μαθητές να ενδιαφερθούν, να εμπλακούν και να συνδιαμορφώσουν τη μαθησιακή, διδακτική πράξη, να ασχοληθούν ενεργά στην απόκτηση των νέων γνώσεών τους, την εξέλιξη της

μάθησής τους, της ακαδημαϊκής προόδου τους (Alario-Hoyos, Estvez-Ayres, Prez-Sanagustn, Delgado Kloos & Fernandez-Panadero, 2017· Schunk, 1996· Slavin, 2006).

Ορισμοί της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Διαπερνώντας τις σχετικές βιβλιογραφικές πηγές παρατηρείται ότι έχουν αποδοθεί ποικίλοι ορισμοί για την περιγραφή και τα χαρακτηριστικά της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, τα οποία συχνά τροποποιούνται ανάλογα με τα γενικότερα πλαίσια (τεχνολογικά, κοινωνικά, φυσικά) όπου αυτή αναπτύσσεται. Διάφοροι επιστήμονες, ερευνητές της εκπαιδευτικής διδακτικής, της αναπτυξιακής, εκπαιδευτικής ψυχολογίας μελέτησαν το ρόλο, τη σημασία, τους στόχους, τα αποτελέσματα, τις στρατηγικές και τους παράγοντες ανάπτυξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης των ατόμων. Ακολουθώντας, παρουσιάζονται ορισμένοι βασικοί ορισμοί που δόθηκαν για την εννοιολογική οριοθέτηση της αυτορρύθμισης της μάθησης.

Η Boekaerts (1995) χαρακτήρισε την αυτορρύθμιση ως συνώνυμο των «*μεταγνωστικών στρατηγικών*» επισημαίνοντας την εξεύρεση μιας ισορροπίας μεταξύ των παράλληλων μαθησιακών στόχων που θέτει ο μαθητής και των πολλαπλών πτυχών της μάθησης (αναπτυξιακά/γνωστικά χαρακτηριστικά, συναισθήματα/ κίνητρα, συμπεριφορές, μαθησιακό πλαίσιο). Ένα χρόνο αργότερα, υποστηρίζει ότι η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση περιγράφει «*τη διαδικασία κατά την οποία το άτομο ενεργοποιεί και αναπτύσσει γνώσεις, κίνητρα, μεταγνωστικές στρατηγικές, συμπεριφορές και συναισθήματα για την επίτευξη των προσωπικών μαθησιακών του στόχων*». Η αυτορρύθμιση του ατόμου αναφέρεται σε δεξιότητες συνιστώσες, σε *δεξιότητες ανάπτυξης και χρήσης κανονιστικών στρατηγικών μάθησης*, όπως είναι ο σχεδιασμός επίλυσης, η αυτο-καθοδήγηση, ο αυτο-έλεγχος, η αυτοκριτική και η αυτο-επιδιόρθωση (Boekaerts, 1996).

Επίσης, η Boekaerts (1999) ορίζει την αυτορρύθμιση της μάθησης ως την «*ικανότητα του μαθητή*» να αναπτύσσει γνώσεις, δεξιότητες, στρατηγικές, συναισθήματα, κίνητρα και στάσεις που μπορούν να μεταφερθούν από ένα μαθησιακό πλαίσιο/κατάσταση σε ένα/μια άλλο/η για την επίτευξη των εκάστοτε μαθησιακών στόχων. Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση εξηγεί τις αμοιβαίες και επαναλαμβανόμενες αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ των διαφόρων συνιστωσών της μάθησης. *Συσχετίζει τη μάθηση και τη σχολική επιτυχία άμεσα με την αυτεπίγνωση του κάθε ατόμου*, δηλαδή με τον προσανατολισμό και την προσαρμοστικότητα των στόχων, των γνώσεων, των στρατηγικών και των κινήτρων του, με τις επιθυμίες και τα συναισθήματα για μάθηση, όπως και με την ενεργό ενασχόλησή του με τα μαθησιακά αντικείμενα/δραστηριότητες (Boekaerts, 1999).

Ο Zimmerman (1990;2002) υποστήριξε ότι η αυτορρύθμιση δεν αποτελεί μια νοητική ικανότητα ούτε μία ικανότητα που συνδέεται με συγκεκριμένη ακαδημαϊκή απόδοση, αλλά μάλλον ορίζεται ως «*μία συστηματική και αυτοελεγχόμενη, αυτοκατευθυνόμενη διαδικασία*» μέσω της οποίας οι εκπαιδευόμενοι, μετασχηματίζοντας τις νοητικές τους ικανότητες σε εμπράγματα δεξιότητες και στρατηγικές,

αντιμετωπίζουν τις προβληματικές καταστάσεις, τις μαθησιακές δραστηριότητες που αναπτύσσονται σε διαφορετικά κάθε φορά προσδιοριζόμενα πλαίσια (Αρμακόλας, Παναγιωτόπουλος & Μασσαρά, 2015· Dettori & Persico, 2008). Επιπρόσθετα, ο ίδιος (Zimmerman, 2002) όρισε την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση ως «*την ενεργό συμμετοχή του εκπαιδευόμενου στη διαδικασία μάθησής του, με την ανάληψη των ευθυνών των ακαδημαϊκών του αποτελεσμάτων μέσα από συγκεκριμένες μεταγνωστικές, αυτοπαρακινητικές και συμπεριφορικές δεξιότητες και στρατηγικές*» (Alario-Hoyos et al., 2017· Hadwin & Oshige, 2011· Whipp & Chiarelli, 2004).

Παράλληλα, ο Pintrich (2000) περιέγραψε την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση ως «*μια ενεργητική, εποικοδομητική μαθησιακή διαδικασία*» μέσω της οποίας ο μαθητής προσπαθεί να επιτύχει τους αυτο-προσδιορισμένους στόχους μάθησης. Ο μαθητής προσπαθεί να αυτο-παρακολουθεί, να αυτορρυθμίζει και να αυτοελέγχει τη γνώση, τα κίνητρα και τη συμπεριφορά του, καθοδηγούμενος από τους ατομικά προσανατολισμένους στόχους του και τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος/του πλαισίου (τεχνολογία, κοινωνία, συνεργασία με άλλους, διαθέσιμος χρόνος, πλαίσιο δραστηριοτήτων) (Pintrich & DeGroot, 1990· Pintrich, 2000· Schunk, 2005).

Κατά τους Pintrich και DeGroot (1990), η αυτορρύθμιση αποτελεί τον *καλύτερο προγνωστικό δείκτη των ακαδημαϊκών επιδόσεων* των μαθητών, καθώς παρατηρείται ότι η χρήση των στρατηγικών αυτορρύθμισης της μάθησης (πχ. αυτο-παρακολούθηση της κατανόησης, αυτο-προσδιοριζόμενοι μαθησιακοί στόχοι, σχεδιασμός δράσης, διαχείριση της μαθησιακής προσπάθειας και επιμονή) κρίνεται απαραίτητη για την επίτευξη υψηλότερων ακαδημαϊκών επιδόσεων για τη χρήση αποδοτικότερων γνωστικών και μεταγνωστικών στρατηγικών μάθησης.

Ο Schunk (1996) περιγράφει την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση ως «*το σύνολο των αυτο-αναπαραγόμενων, αυτοκατευθυνόμενων σκέψεων, συναισθημάτων, μαθησιακών στόχων και δράσεων, που είναι συστηματικά σχεδιασμένο και αναπροσαρμοζόμενο από το ίδιο το άτομο*» επηρεάζοντας τον ατομικό τρόπο σκέψης και μάθησης, ενώ η αυτεπίγνωση του συνόλου αυτού μεγιστοποιεί τις ακαδημαϊκές επιδόσεις και μαθησιακά αποτελέσματα. Ο ίδιος (2005) χαρακτηρίζει την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση ως «*μηχανισμό*» για την επεξήγηση της μαθητικής επιτυχίας και των συνιστωσών της (κίνητρα/συναισθήματα, γνώσεις/μεταγνώση, συμπεριφορές, δεξιότητες/ικανότητες των μαθητών και τα φυσικά, αναπτυξιακά, τεχνολογικά, κοινωνικά, συνεργατικά περιβάλλοντα μάθησης και η πλαισιοποίηση των ίδιων των δραστηριοτήτων) και ως «*μέσο*» για τη βελτίωση της σχολικής επίδοσης των μαθητών.

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση χαρακτηρίζεται ως «*μια εγγενής, φυσική διαδικασία, προσόν του κάθε ατόμου που προκύπτει και χωρίς την εκμάθηση αυτής*» (Hadwin & Oshige, 2011· Winne, 2011). Το άτομο, στην προσπάθειά του να περιορίσει το γνωστικό φόρτο που δέχεται εξαιτίας της πληθώρας των πληροφοριών γύρω του ή εξαιτίας της έλλειψης πληροφοριακών πηγών ή γνωστικών ικανοτήτων, προβαίνει στην αυτοκαθοδήγηση της σκέψης, της μνήμης του για την τμηματική επιλογή του περιεχομένου με το οποίο θα ενασχοληθεί καθώς και την ενεργοποίηση των αντίστοιχων διαδικασιών για την εκμάθησή του. Επιπρόσθετα, οι Winne και Hadwin

(όπως αναφέρονται στους Puustinen & Pulkkinen, 2001) θεωρούν ότι η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση χαρακτηρίζεται τόσο ως ένα **αναπτυξιακό μαθησιακό ταλέντο** (δηλώνει ένα σχετικά σταθερό προσωπικό εύρος μαθησιακών ιδιοτήτων) όσο και ως **ένα περιστασιακό μαθησιακό γεγονός** (δηλώνει τον κατακερματισμό της μαθησιακής διαδικασίας σε φάσεις με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και συνιστώσες η κάθε μία).

Πιο συγκεκριμένα, οι Hadwin and Oshige (2011), βασιζόμενοι στις αρχές της κοινωνικο-γνωστική θεωρίας μάθησης, υποστηρίζουν ότι η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση αναφέρεται στη **διαδικασία ανάπτυξης και όξυνσης της κριτικής και στρατηγικής σκέψης και ικανοτήτων** του ατόμου, που προκύπτει μέσω της ενεργούς αυτο-παρακολούθησης, αυτοκαθοδήγησης των μεταγνωστικών, συμπεριφορικών και αυτοπαρακινητικών (κίνητρα) πτυχών της μάθησής του.

Από την άλλη πλευρά, ο Bracey (2010) και οι Rashid and Asghar (2016), εμφανίζονται να διαχωρίζουν εννοιολογικά την **«αυτο-καθοδηγούμενη»** (*Self-directed learning*) από την **«αυτορρυθμιζόμενη»** μάθηση (*Self-regulated learning*), το νόημα των οποίων πολλές φορές συγχέεται. Ως **«αυτο-καθοδηγούμενη»** μάθηση (SDL) ορίζονται οι δεξιότητες/ικανότητες αυτοκαθοδήγησης της μάθησης, οι οποίες σχετίζονται με την εμπράγματη αυτοδιαχείριση του εξωτερικού μαθησιακού περιβάλλοντος. Απεναντίας, η **«αυτορρυθμιζόμενη»** μάθηση (SRL) σχετίζεται με τις δεξιότητες/ικανότητες αυτοπαρακολούθησης της μάθησης, την κρυφή αυτοδιαχείριση του εσωτερικού μαθησιακού περιβάλλοντος (μεταγνώσεις, γνωστικές και συναισθηματικές, αυτοπαρακινητικές, συμπεριφορικές πτυχές της μάθησης), αποτελώντας ένα ενδο-διαπροσωπικό σύστημα αυτοδιαχείρισης, αυτοπειθαρχίας.

Παρόλο που έχουν δοθεί αρκετοί ορισμοί, περιγραφές και χαρακτηριστικά στην αυτορρυθμιζόμενη μάθηση από διάφορους ερευνητές, αυτή δεν παύει να διαθέτει, σύμφωνα με όλους, τέσσερις (4) βασικές συνιστώσες για την επιτυχή ακαδημαϊκή ανάπτυξη (Pintrich & DeGroot, 1990):

1. **Μεταγνωστικές στρατηγικές των μαθητών**, όπως ο σχεδιασμός δράσης, η διαχείριση και μετασχηματισμός των γνώσεων και των δεξιοτήτων τους ανάλογα με το πλαίσιο εργασίας
2. **Αυτοδιαχείριση & αυτοέλεγχος της μαθησιακής προσπάθειας** στη σχολική τάξη για την ολοκλήρωση και επίτευξη των μαθησιακών στόχων
3. **Έμπρακτες γνωστικές στρατηγικές** που χρησιμοποιούν οι μαθητές (πχ. εξάσκηση, οργάνωση και επεξεργασία δεδομένων) στην προσπάθειά τους να μάθουν, να θυμούνται και να κατανοούν διάφορες γνωστικές, διαδικαστικές, στρατηγικές πληροφορίες
4. **Κίνητρα μάθησης**, τα οποία καθορίζουν, ενισχύουν τη βούληση, τη γνώση, τις προσδοκίες των μαθητών στη χρήση των κατάλληλων στρατηγικών που θα τους βοηθήσουν να αυτορρυθμίσουν, να αυτοκαθοδηγήσουν, να αυτοδιαχειριστούν τις γνώσεις, τις συμπεριφορές, τα συναισθήματα (αυτοπεποίθηση, ενδιαφέρον), τα περιβαλλοντικά πλαίσια μάθησης και, γενικότερα, τις μαθησιακές προσπάθειές τους με απώτερο σκοπό την επίτευξη των μαθησιακών τους στόχων

Μοντέλα Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση έχει καταστεί ένα από τα πιο σημαντικά ζητήματα που απασχολούν την εκπαιδευτική ψυχολογία και την εκπαιδευτική κοινότητα, γενικότερα, τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Έχουν διατυπωθεί διάφορα μοντέλα ανάπτυξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, το καθένα από τα οποία εστιάζει σε διαφορετικά στοιχεία, παράγοντες και σχέσεις της διαδικασίας αυτής αναπτύσσοντας, ταυτόχρονα, ένα ευρύ φάσμα σχετικής ορολογίας. Τα κυριότερα και πιο αξιόλογα από αυτά έχουν προταθεί από τους: α) *Boekaerts*, β) *Zimmerman*, γ) *Pintrich*, δ) *Winne & Hadwin*, και ε) *Hadwin, Järvelä & Miller*. Εν συνεχεία, θα αναφερθούν εν συντομία οι βασικές θέσεις των μοντέλων αυτών της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης.

Boekaerts (1995, 1996, 1999): Μοντέλο της Προσαρμοζόμενης Μάθησης – Μοντέλο της Διπλής Επεξεργασίας

Η Boekaerts εστίασε την προσοχή των μοντέλων στην αυτο-αξιολόγηση, την αυτό-εκτίμηση της μαθησιακής εξέλιξης του εκπαιδευόμενου ως τη βασική μαθησιακή διεργασία για την ανάπτυξη της αυτορρύθμισης της μάθησής του. Η αυτο-αξιολόγηση του ατόμου επηρεάζεται από τις αυτοαντιλήψεις του για τις μαθησιακές καταστάσεις, την αυτο-αποτελεσματικότητά του, τις εστιασμένες μεταγνωστικές γνώσεις και δεξιότητες του ατόμου και τις ικανότητες αυτοελέγχου σε συνδυασμό με αυτοπαρακινητικούς παράγοντες (Puustinen & Pulkkinen, 2001). Ακόμα, η Boekaerts (1995;1996;1999) τόνισε τη σημασία του εσωτερικού προσανατολισμού των μαθησιακών στόχων του ατόμου καθώς και το ρόλο της συναισθηματικής αυτορρύθμισης και της αυτοπαρακίνησης στην προσπάθεια αυτορρύθμισης των μαθησιακών διαδικασιών (Steffens, 2001;2008).

Η Boekaerts (1996;1999) υποστήριξε ότι ο μαθητής κατά την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση αυτορρυθμίζει, αυτοκαθοδηγεί, τόσο τις γνωστικές του διεργασίες όσο και τα κίνητρα μάθησής του (αυτοπαρακίνηση). Η γνωστική αυτορρύθμιση αναφέρεται στη ρύθμιση των μαθησιακών διαδικασιών αυτών καθ' εαυτών βάσει στόχων, ενώ η συναισθηματική των κινήτρων αυτορρύθμιση αναφέρεται στις διάφορες συμπεριφοριστικές πλευρές του ατόμου, όπως η έφεση/η δεξιοτεχνία σε κάτι συγκεκριμένο ή η ευαισθησία, οι στρατηγικές επιλογής, ο βαθμός της καταβαλλόμενης προσπάθειας και ο χρόνος ενασχόλησης με ένα αντικείμενο (Boekaerts, 1996).

Έτσι, διατυπώθηκε το μοντέλο των έξι (6) συνιστωσών της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, οι οποίες χωρίζονται τόσο βάσει γνώσεων-κινήτρων όσο και βάσει των στόχων, της χρήσης στρατηγικών και της ειδικής επιστημονικής γνώσης που ενεργοποιεί το άτομο κάθε φορά³. Αυτές είναι οι παρακάτω (Boekaerts, 1996, Panadero, 2017; Steffens, 2008):

- 1. Ειδικές-επιστημονικές γνώσεις και δεξιότητες**
- 2. Γνωστικές στρατηγικές**

³ Βλ. Παράρτημα Εικόνες : Εικόνα 1 : Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης μάθησης (Boekaerts)

3. Γνωστικές στρατηγικές αυτορρύθμισης
4. Παρακινητικές πεποιθήσεις και η θεωρία του νου
5. Στρατηγικές κινήτρων
6. Στρατηγικές αυτορρύθμισης των κινήτρων

Κατά το μοντέλο της διπλής επεξεργασίας της Boekaerts (1995;1996), η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση έχει διπλό χαρακτήρα: επεκτείνει τις γνώσεις του ατόμου και διατηρεί το ενδιαφέρον, τα κίνητρά του μέχρι να φέρει σε πέρας τους μαθησιακούς του στόχους. Η αυτορρύθμιση της μαθησιακής διαδικασίας αποβλέπει σε τρεις (3) βασικούς σκοπούς: (1) την επέκταση των προσωπικών γνώσεων και δεξιοτήτων, (2) την εξασφάλιση της επίμονης προσπάθειας στη μαθησιακή δραστηριότητα και (3) την πρόληψη απειλών της αυτοπεποίθησης, απώλειας γνωστικών πηγών (Boekaerts, 1995· Panadero, 2017).

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση δεν αποτελεί μια γραμμική διαδικασία. Αντίθετα, λόγω των πολλών συνιστωσών και των πολλών άλλων παραγόντων της (όπως συναισθήματα, μεταγνώση, αυτεπίγνωση του ατόμου, πλαίσιο μάθησης), πολλές φάσεις της συγχρονίζονται, άλλες παρακάμπτονται ή επαναλαμβάνονται συνεχώς (Boekaerts, 1996;1999· Ruustinen & Pulkkinen, 2001). Παρατηρείται οι μαθητές να επωφελούνται γνωστικά περισσότερο, όταν ανακαλύπτουν, διερευνούν τη γνώση, τους κανόνες μόνοι τους μέσα από φυσικές, αυθεντικές μαθησιακές καταστάσεις, δυναμικά, αλληλεπιδραστικά περιβάλλοντα, πλαισιωμένες δραστηριότητες, μέσα και έξω από το σχολικό περιβάλλον (Boekaerts, 1995;1996;1999).

Zimmerman (1990, 2002): Τριών Φάσεων Κοινωνικο-Γνωστικό Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Ο Zimmerman (2000) προτείνει ένα τριφασικό μοντέλο αυτορρύθμισης της μάθησης, στο οποίο οι φάσεις επαναλαμβάνονται έως ότου να αναπτυχθούν οι αυτορρυθμιστικές επιμέρους ικανότητες, να καλυτερεύσουν οι ακαδημαϊκές επιδόσεις και να επιτευχθούν οι μαθησιακοί στόχοι (Abrami et al., 2009· Panadero, 2017· Ruustinen & Pulkkinen, 2001· Shih, Chen, Chang, Kao, 2010· Šliogerienė, 2016· Steffens, 2008· Whipp & Chiarelli, 2004· Zimmerman, 2002· Zimmerman & Tsikalas, 2005)⁴:

1. **Εκτίμηση/ Πρόβλεψη/ Σχεδιασμός της μαθησιακής διαδικασίας** [μεταγνωστικές δεξιότητες (ανάλυση έργου, στοχοθεσία, σχεδιασμός πλάνου και στρατηγικών), ενεργοποίηση προσωπικών κινήτρων μάθησης (ενδιαφέρον, συναισθήματα, αξίες, αυτο-αποτελεσματικότητα, πεποιθήσεις, εσωτερικά κίνητρα)]
2. **Εκτέλεση/ Διαχείριση της μαθησιακής διαδικασίας, Έλεγχος της απόδοσης ή Βουλευτικός έλεγχος** [χρήση μεταγνωστικών και συμπεριφορικών στρατηγικών μάθησης (πολλαπλή οπτικοποίηση εννοιών, αυτοέλεγχος, αυτοπαρακολούθηση και αυτο-καθοδήγηση της προσοχής και της απόδοσης των στρατηγικών που αναπτύσσονται)]
3. **Αναστοχασμός/ Αυτοαξιολόγηση της μαθησιακής διαδικασίας** [ανάπτυξη όχι μόνο μεταγνωστικών αυτο-αξιολογικών στρατηγικών αλλά και

⁴ Βλ. Παράρτημα Εικόνες : Εικόνα 2: Τριών φάσεων Κοινωνικο-Γνωστικό Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Zimmerman & Moylan, 2005)

συναισθηματικού αυτοελέγχου (αυτοπεποίθηση, θετική διάθεση), αναπροσαρμογή των αυτοαντιλήψεων και των κινήτρων για μελλοντική ενεργοποίησή τους]

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση περιλαμβάνει την αυτορρύθμιση τριών βασικών αλληλοεξαρτώμενων στοιχείων/πτυχών της ακαδημαϊκής μάθησης (Dettori & Persico, 2008· Samruayruen, Natakuaatoong, Samruayruen, 2010· Zimmerman, 1990;2002):

- **Συμπεριφορά** [ενεργός ρόλος και έλεγχος της μάθησης, αυτοδιαχείριση των πηγών, των στρατηγικών και του χρόνου για καλύτερες επιδόσεις, αξιοποίηση του περιβάλλοντος (κοινωνικό πλαίσιο, εργαλεία) για την αναζήτηση βοήθειας/ανατροφοδότησης]
- **Κίνητρα & Συναισθήματα** (έλεγχος & προσαρμογή των στόχων, ενδυνάμωση της αυτο-αποτελεσματικότητας διαχείριση των αρνητικών συναισθημάτων, πχ. στρες, άγχος)
- **Γνωστικοί/Μεταγνωστικοί πόροι** (έλεγχος και ευελιξία του ρεπερτορίου των γνωστικών & μεταγνωστικών στρατηγικών μάθησης, χρήση αποδοτικότερων διαδικασιών επεξεργασίας δεδομένων/επίλυσης προβλημάτων για καλύτερες επιδόσεις)

Pintrich (2000): Το Γενικό Πλαίσιο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Ο Pintrich (2000) οριοθετεί, περιγράφει και συνθέτει την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση σε τέσσερις βασικές φάσεις διαχωρίζοντας την κάθε μία σε άλλες τέσσερις ενδιάμεσες διαστάσεις (γνωστική/μεταγνωστική, παρακίνηση/συναισθήματα, συμπεριφορές και πλαίσια μάθησης) αποδίδοντας ένα γενικότερο πλαίσιο ανάπτυξης της αυτορρύθμισης της μαθησιακής διαδικασίας σε μια εικονική αναπαράσταση αυτού (Winters, Greene & Costich, 2008). Οι τέσσερις (4) φάσεις είναι οι παρακάτω (Azevedo, 2005· Panadero, 2017· Pintrich, 2000· Puustinen & Pulkkinen, 2001· Schunk, 2005):

- **Εκτίμηση, πρόβλεψη, σχεδιασμός και ενεργοποίηση** γνώσεων, διαδικαστικών γνώσεων, δεξιοτήτων, στρατηγικών, ειδικών εκπαιδευτικών στόχων, μεταγνωστικών ικανοτήτων, αυτοαντιλήψεων για την αποτελεσματικότητα, την ικανότητα ανταπόκρισης στις απαιτήσεις του έργου
- **Αυτο-παρακολούθηση της δράσης του ατόμου:** η προσοχή και επίγνωση των δράσεων του ατόμου και των προσδοκώμενων ή και εμπράγματων αποτελεσμάτων αυτών, γενικότερα η μεταγνωστική ενημερότητα του ατόμου
- **Αυτο-έλεγχος & Αυτοκριτική:** γνωστικός, διαδικαστικός έλεγχος, αξιολόγηση της συμπεριφοράς και των κινήτρων μάθησης βάσει συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων που αποβλέπουν στην επέκταση των γνώσεων του ατόμου (πχ. σημειώσεις, περίληψη, εστίαση σε κεντρικά σημεία κα.)
- **Αυτο-επιδιόρθωση & Μεταγνώση:** αξιολόγηση και αιτιολόγηση της καταβληθείσης προσπάθειας & των αποτελεσμάτων της, της καταλληλότητας & αποτελεσματικότητας των στόχων, των κινήτρων και των συμπεριφορών, των δραστηριοτήτων και του πλαισίου για την επίτευξη των προσδοκώμενων στόχων

Phases	Areas for regulation			
	Cognition	Motivation/affect	Behavior	Context
1. Forethought, planning, and activation	Target goal setting	Goal orientation adoption	[Time and effort planning]	[Perceptions of task]
	Prior content knowledge activation	Efficacy judgments	[Planning for self-observations of behavior]	[Perceptions of context]
	Metacognitive knowledge activation	Ease of learning judgements (EOLs); Task value activation Interest activation		
2. Monitoring	Metacognitive awareness and monitoring of cognition (FOKs, JOLs)	Awareness and monitoring of motivation and affect	Awareness and monitoring of effort, time use, need for help Self-observation of behavior	Monitoring changing task and context conditions
3. Control	Selection and adaptation of cognitive strategies for learning, thinking	Selection and adaptation of strategies for managing motivation and affect	Increase/decrease effort	Change or renegotiate task
			Persist, give up Help-seeking behavior Choice behavior	Change or leave context
4. Reaction and reflection	Cognitive judgments	Affective reactions		Evaluation of task
	Attributions	Attributions		Evaluation of context

Η εξέλιξη των παραπάνω φάσεων δεν είναι γραμμική για κάθε μαθητή. Μπορούν να αναπτύσσονται ταυτόχρονα και κατά τη διάρκεια της ενασχόλησης των μαθητών με διάφορες δράσεις/δραστηριότητες (Schunk, 2005).

Winne & Hadwin (1998): Τεσσάρων Φάσεων Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Κατά τον Winne (όπως αναφέρεται στους Puustinen & Pulkkinen, 2001), η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση χαρακτηρίζει την ενεργό εκπαιδευτική συμμετοχή του μαθητή, την αυτοδιαχείριση της μάθησής του χρησιμοποιώντας κυρίως (μετα)γνωστικές στρατηγικές για την επίτευξη των μαθησιακών του στόχων (Panadero, 2017). Επίσης, χαρακτηρίζεται ως *ένα εγγενές κομμάτι της μάθησης*, μια μεταγνωστικά καθοδηγούμενη συμπεριφορά που επιτρέπει στους μαθητές να καθοδηγούν προσαρμοστικά τις γνωστικές τακτικές και στρατηγικές για την αντιμετώπιση των απαιτήσεων ποικίλων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων (Puustinen & Pulkkinen, 2001· Schunk, 1996· Winne, 2011).

Βάσει των παραπάνω απόψεων, οι Winne and Hadwin (1998) δημιούργησαν ένα τετρα-φασικό μοντέλο για την αυτορρύθμιση της μάθησης, εστιάζοντας την προσοχή τους στην μεταγνωστική διαχείριση των γνώσεων και των στρατηγικών/δεξιοτήτων που προωθεί τα εσωτερικά κίνητρα μάθησης και τις αυτοαντιλήψεις για την αποτελεσματικότητα του ατόμου. Κάθε μία από τις παρακάτω φάσεις περιλαμβάνει την ίδια δομική τυπολογία «*Συνθήκες/Πλαίσια – Λειτουργίες – Αποτελέσματα - Αξιολόγηση/Ανατροφοδότηση -Πρότυπα*» (COPES-Conditions–Operations–Products–Evaluations–Standards) (Panadero, 2017· Puustinen & Pulkkinen, 2001· Steffens, 2001· Whipp & Chiarelli, 2004· Winne, 2011)⁵:

1. Αποσαφήνιση της δραστηριότητας, ορισμός του έργου
2. Σύνθεση και σχεδιασμός στόχων και δράσεων
3. Εκτέλεση προσχεδιασμένων τακτικών και στρατηγικών

⁵ Βλ. Παράρτημα Εικόνες : Εικόνα 3: Τεσσάρων φάσεων Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Winne & Hadwin, 1998)

4. Μεταγνωστικός έλεγχος (αναπροσαρμογή των κινήτρων, των πεποιθήσεων και των στρατηγικών για μελλοντική χρησιμοποίησή τους)

Το μοντέλο αυτό, όπως και του Zimmerman, χαρακτηρίζεται κυκλικό μιας και τα αποτελέσματα των προηγούμενων φάσεων επηρεάζουν τις συνθήκες/τα πλαίσια και τις γνωστικές λειτουργίες που θα ενεργοποιηθούν (Panadero, 2017· Puustinen & Pulkkinen, 2001).

Hadwin, Järvelä & Miller (2011): Κοινωνικά-Συνεργατικά Πλαισιωμένη Αυτορρύθμιση της Μάθησης (Shared Self-Regulation of Learning – SSRL)

Τα πλεονεκτήματα και τα αποτελέσματα της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης ενισχύονται, διανθίζονται με την ανάπτυξή της μέσω της αξιοποίησης των διαδικτυακών κοινωνικών μέσων δικτύωσης και γενικότερα της συνεργατικής-τεχνολογικής μάθησης. Οι μαθητές προκειμένου να συνεργαστούν αποτελεσματικά οφείλουν να δεσμευτούν στην ομαδική εργασία, να δημιουργήσουν ένα προσβάσιμο, κοινό σε όλους εργασιακό-αλληλεπιδραστικό-επικοινωνιακό περιβάλλον, να διαπραγματεύονται και να συζητούν για τις απαιτήσεις των δραστηριοτήτων, τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν, τους στόχους τους· με άλλα λόγια θα πρέπει να μοιραστούν με την ομάδα τους τις ατομικές τους αυτορρυθμιστικές διαδικασίες της μάθησής τους (Hadwin, Järvelä & Miller, 2011).

Στο μοντέλο των Hadwin et al. (2011) δίνεται έμφαση στο κοινωνικό περιβάλλον που επηρεάζει τη μάθηση αυτή καθ' εαυτή και συνεπώς τις αυτορρυθμιστικές διεργασίες που ενεργοποιούν οι μαθητές, ώστε να αντιμετωπίζουν τις μαθησιακές προκλήσεις μέσα και μέσω αυτού (Panadero, 2017). Οι μαθητές πια ως ομάδα αντιμετωπίζουν τις μαθησιακές καταστάσεις με όλα τα χαρακτηριστικά των πλαισίων γύρω τους (το κοινωνικό, συνεργατικό περιβάλλον, την τεχνολογική ή μη υποστήριξη της μάθησης, ακόμη και το πλαίσιο της δραστηριότητας) να παρέχουν προοπτικές ανάπτυξης της προσωπικά και κοινωνικά διαχεόμενης αυτορρύθμισης της μάθησης. (Hadwin et al., 2011· Panadero, 2017).

Η αυτορρύθμιση της μάθησης σε συνεργατικά πλαίσια διαχωρίζεται σε τρεις μορφές· την «αυτορρυθμιζόμενη μάθηση» (SRL), τη «συνεργατική αυτορρύθμιση» (CoSRL) και την «κοινωνικά διαχεόμενη αυτορρύθμιση» (SSRL) (Hadwin & Oshige, 2011· Hadwin et al., 2011· Panadero, 2017). Η *αυτορρυθμιζόμενη μάθηση* (SRL) σε συνεργασία περιλαμβάνει την ενεργοποίηση των ατομικών αυτορρυθμιστικών μαθησιακών διαδικασιών/στρατηγικών (γνωστικών, μεταγνωστικών, παρακίνησης, συναισθηματικών και συμπεριφορικών), οι οποίες προσαρμόζονται στην αλληλεπιδραστική παρουσία των άλλων μελών της ομάδας. Η *συνεργατική αυτορρύθμιση* (CoSRL) χαρακτηρίζει την ενδιάμεση, προσωρινή αλληλοσύνδεση των αυτορρυθμιστικών διαδικασιών του κάθε ατόμου με αυτές των άλλων μελών της ομάδας. Ενώ, η *κοινωνικά διαχεόμενη αυτορρύθμιση* (SSRL) περιγράφει τη σκόπιμη, στρατηγική, συλλογική και συνεργατική δράση (στρατηγικές, πεποιθήσεις και γνώσεις) των μελών της ομάδας που ενορχηστρώθηκε για την εκφορά ενός συλλογικά κατασκευασμένου/ εκφερομένου μαθησιακού αποτελέσματος (Hadwin & Oshige, 2011· Hadwin et al., 2011· Panadero, 2017)⁶.

Μάλιστα, στον Panadero (2017) καταδεικνύονται δύο μετέπειτα τροποποιήσεις του μοντέλου αυτού. Αρχικά, η *συνεργατική αυτορρύθμιση* διέθετε τρία ερευνητικά ρεύματα (Hadwin et al., 2011) που εστίαζαν **α**) στην προσωρινά διαμεσολαβούμενη

αυτορρύθμιση των μελών της ομάδας χάρη στην αυτορρύθμιση του καθενός, **β)** την αλληλο-αυτορρύθμιση μεταξύ των μελών στο πλαίσιο της συνεργατικής μάθησης και **γ)** τις αλληλεπιδράσεις, τις δυναμικές διεργασίες μεταξύ των μελών της ομάδας μέσω των οποίων επηρεάζονται οι δυνατότητες ανάπτυξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης του καθενός. Το τρίτο ρεύμα, τελικά, χάνει τους υποστηρικτές του εξαιτίας της εντονότερης έμφασης στα αποτελέσματα της συνεργατικής αυτορρύθμισης ενώ, ταυτόχρονα, τροποποιήθηκε η άποψη σχετικά με το πότε μπορεί να προκύψει η συνεργατική και κοινωνικά διαχεόμενη αυτορρύθμιση των ομάδων κατά την προοδευτική πορεία της ομάδας μέσω των διάφορων μαθησιακών συνεργατικών φάσεων (Panadero, 2017).

Πέρα από τα παραπάνω μοντέλα της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, οι Dettori and Persico (2008) δημιούργησαν κάποιους δείκτες για την αναγνώριση και μέτρηση της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης στις εκπαιδευτικές δράσεις των μαθητών με βάση:

- το μοντέλο των τριών φάσεων αυτορρυθμιζόμενης μάθησης του Zimmerman
- την ανάλυση της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης στις συνιστώσες **α)** γνωστική - μεταγνωστική και **β)** βουλευτική - συναισθηματική
- το συμπέρασμα ότι η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση σε ένα τεχνολογικά υποστηριζόμενο περιβάλλον μπορεί να μελετηθεί σε ατομικό ή και σε κοινωνικό επίπεδο λειτουργίας

Στρατηγικές Ανάπτυξης Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση περιλαμβάνει μια σειρά από συγκεκριμένες στρατηγικές και αντιδράσεις, οι οποίες αλληλοεξαρτώνται από την προσφερόμενη ανατροφοδότηση από τους εκπαιδευτικούς, από την αυτοπαρακίνηση των μαθητών (προσωπικοί υψηλότεροι στόχοι, κίνητρα, ανταγωνισμός), από τα συναισθήματα και τις συμπεριφορές των μαθητών (ενδιαφέρον, αυτοπεποίθηση). Οι στρατηγικές, οι διαδικασίες αυτορρύθμισης της μάθησης μπορούν να διδαχθούν, να καλλιεργηθούν και να αυτοαναπαραχθούν από τους μαθητές μέσα από κατάλληλα σχεδιασμένα, παιδαγωγικά διαμορφωμένα, τεχνολογικά (ή μη), συνεργατικά (ή μη) περιβάλλοντα μάθησης (Zimmermann 1990;2002· Schunk, 1996;2005).

Στην έρευνα του Zimmermann (1990) ως **στρατηγικές αυτορρυθμιζόμενης μάθησης** χαρακτηρίζονται *«όλες εκείνες οι δράσεις, οι διαδικασίες που αναπτύσσει το άτομο, αποσκοπώντας στην απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων, επηρεαζόμενες από τις αντιλήψεις του ατόμου σχετικά με αυτο-αποτελεσματικότητά του, τους στόχους και τη μεθοδικότητά του»*. Οι εκπαιδευτικές στρατηγικές, που επιλέγουν και εφαρμόζουν οι μαθητές στην προσπάθειά τους να αυτορρυθμίσουν τη μάθησή τους, εντάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: *γνωστικές, μεταγνωστικές και στρατηγικές διαχείρισης των πληροφοριών* (Pintrich et al., 1993, όπως αναφέρεται στους Alario-Hoyos et al., 2017)

Στην έρευνα του Schunk (1996) παρουσιάζονται συνοπτικά οι προαπαιτούμενες διαδικασίες αυτορρύθμισης της μάθησης του ατόμου που ταυτόχρονα αποτελούν βασικές στρατηγικές προετοιμασίας και υποστήριξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης:

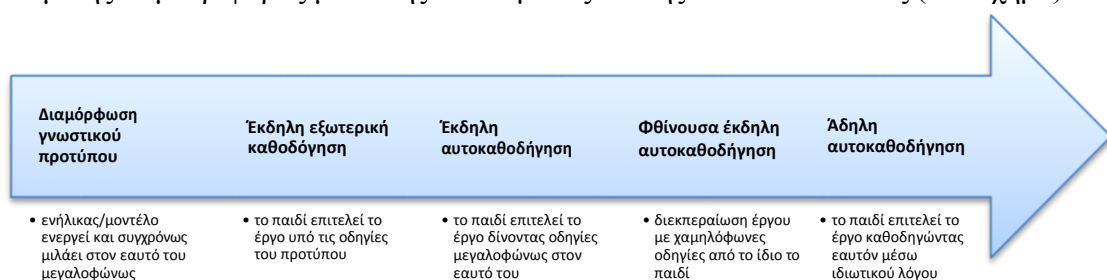
- συμμετοχή και εστίαση της προσοχής του ατόμου στη διδακτική και μαθησιακή πράξη

⁶ Βλ. Παράρτημα Εικόνες : Εικόνα 4: Κοινωνικά-Συνεργατικά Πλαισιωμένη Αυτορρύθμιση της Μάθησης (Hadwin, Järvelä & Miller, 2011)

- οργάνωση, (από-)κωδικοποίηση, διαδραστική διαχείριση και επεξεργασία των πληροφοριών προκειμένου να αποθηκευτούν ευκολότερα, πρακτικότερα στη μακρόχρονη μνήμη (νοητικά σχήματα)
- δημιουργία ενός παραγωγικού μαθησιακού περιβάλλοντος με νόημα/αξία για τους ίδιους τους μαθητές μέσα στο οποίο θα δίνεται η δυνατότητα τους μαθητές να αυτενεργούν αναπτύσσοντας μαθησιακές στρατηγικές και εμπειρίες χρησιμοποιώντας πολλαπλά διαδραστικά μέσα/εργαλεία και επιλέγοντας τους στόχους και τα είδη των δραστηριοτήτων για την επίτευξη αυτών (Rashid & Asghar, 2016)
- αποτελεσματική, ουσιαστική αξιοποίηση των διαθέσιμων γνωστικών εκπαιδευτικών πόρων [προϋπάρχουσες γνώσεις & δεξιότητες, διαθέσιμα εκπαιδευτικά υλικά & πηγές πληροφόρησης και επικοινωνίας(εκπαιδευτικός, τεχνολογία, γονείς, ειδικοί άλλοι)]
- ανάπτυξη και διατήρηση θετικών στάσεων, συναισθημάτων και γενικότερα αυτο-αντιλήψεων σχετικά με τις ικανότητες του ατόμου, πρόταξη και αναγνώριση της αξίας της μάθησης, των παραγόντων που την επηρεάζουν καθώς και τα προσδοκώμενα αποτελέσματα των δράσεων του ατόμου (Perry & Steck, 2015)
- απόκτηση, ενίσχυση και βελτίωση της αυτοπεποίθησης, της υπερηφάνειας του ατόμου μέσω της ικανοποίησης των στόχων διαμέσου της καταβαλλόμενης προσπάθειάς του

Διδάσκοντας και προωθώντας τους μαθητές να χρησιμοποιούν διάφορες γνωστικές στρατηγικές και στρατηγικές αυτορρύθμισης, κρίνεται σημαντικότερο από την βελτίωση της έμπρακτης επίδοσής τους στα διάφορα ακαδημαϊκά σχολικά τους καθήκοντα. Ταυτόχρονα, η βελτίωση και η ενίσχυση των αντιλήψεων των μαθητών σχετικά με την αυτο-αποτελεσματικότητά τους μπορεί να οδηγήσει στη συχνότερη (αποδοτικότερη) χρήση γνωστικών στρατηγικών (Pintrich & DeGroot, 1990). Περαιτέρω, παρατηρείται ότι η εμφύσηση κινήτρων μάθησης έναντι των κινήτρων επίδοσης ενισχύει, υποστηρίζει τις προσπάθειες των μαθητών να εμπλακούν ενεργά στη μαθησιακή τους πορεία, την εκμάθηση και κατανόηση του οποιοδήποτε εκπαιδευτικού περιεχομένου. Τα κίνητρα μάθησης και η παρεχόμενη αξία/σημασία στην εκπαιδευτική διαδικασία/στους μαθησιακούς στόχους παρατηρείται ότι συμβάλλουν στη βελτίωση της αυτορρύθμισης της μάθησης των μαθητών και ως εκ τούτου στην ακαδημαϊκή τους πρόοδο (Pintrich & DeGroot, 1990).

Ο **Meichenbaum** (όπως αναφέρεται στον Slavin, 2006) πρότεινε ορισμένα βήματα, στρατηγικές, μεθόδους ανάπτυξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης που βασίζονται σε συμπεριφορικές και γνωστικές αρχές αποβλέποντας στην τροποποίηση της ατομικής συμπεριφοράς μέσω της αυτό-ομιλίας και της αυτό-διδασκαλίας (Βλ. Σχήμα)



Μοντέλο ανάπτυξης στρατηγικών αυτορρυθμιζόμενης μάθησης (Meichenbaum, 1977)

Ο Winne (2011) παραθέτει μια σειρά από γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές που συμβάλλουν στην ανάπτυξη, την καλλιέργεια αυτορρυθμιστικών μαθησιακών ικανοτήτων/δεξιοτήτων (Whipp & Chiarelli, 2004):

- εκμάθηση και αυτο-παραγωγή **α)** στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων, γνωστικών στρατηγικών διαχείρισης των πληροφοριών (αποτροπή γνωστικού φόρτου, επισήμανση των σημαντικότερων πληροφοριών), **β)** συμπεριφορικών στρατηγικών για την εστίαση της προσοχής, του ενδιαφέροντος στη μαθησιακή πράξη, **γ)** συναισθηματικών/παρακινητικών στρατηγικών για τη διατήρηση του ενδιαφέροντος για μάθηση για την αντιμετώπιση αρνητικών συγκινησιακών συμπεριφορών (άγχος, στρες, αμηχανία) για την ενίσχυση της αυτοπεποίθησης, των αυτοαντιλήψεων, για την ικανότητα, την αποτελεσματικότητα του ατόμου (Zimmerman, 2002)
- εξάσκηση των μαθητών στην ανασκόπηση των γνώσεων, των στρατηγικών και των ικανοτήτων τους, τον αναστοχασμό της προηγούμενης μαθησιακής τους δράσης, εμπειρίας (για την αναγνώριση του κατ' ουσία μαθησιακού περιεχομένου), τον αυτοέλεγχο της καταλληλότητας, αποτελεσματικότητας των γνωστικών στρατηγικών (για την επιτυχή ικανοποίηση των στόχων τους)
- ανάπτυξη μεταγνωστικού ελέγχου που διαθέτει τρεις (3) βασικές επιλογές για την διαχείριση των γνωστικών προκλήσεων: **α)** αλλαγή των περιβαλλοντικών πλαισίων (συνεργατική μάθηση, χρήση τεχνολογιών και άλλων εργαλείων, διαχείριση χρόνου διαβάσματος κα.), **β)** επιλογή συγκεκριμένου μαθησιακού υλικού (έκταση, είδος) και **γ)** επιλογή των λειτουργιών/ διαδικασιών/τακτικών/στρατηγικών για την επεξεργασία των πληροφοριών, της γνώσης
- κριτική διερεύνηση των μαθησιακών προοπτικών/πτυχών των μέσων, των εργαλείων του πλαισίου γύρω τους (επικοινωνία & συνεργασία, τεχνολογικός εξοπλισμός και υποστήριξη)
- προώθηση της διερευνητικής δράσης, της μάθησης μέσω εμπειρίας, μέσω της επίλυσης προβληματικών μαθησιακών καταστάσεων με τη βοήθεια δυναμικών εκπαιδευτικών περιβαλλόντων εργασίας (κλίμα τάξης, τεχνολογικά και άλλα διδακτικά/μαθησιακά μέσα/υλικά) (Azevedo, 2005· Hadwin & Oshige, 2011· Schunk, 1996· Zimmerman, 1990;2002)
- αξιοποίηση των εξωτερικών πηγών (πχ. γονείς), των διαθέσιμων τεχνολογικών εργαλείων/μέσων, των συμμαθητών και του εκπαιδευτικού για την αναζήτηση εποικοδομητικής βοήθειας, δημιουργικής ανατροφοδότησης (Azevedo, 2005· Hadwin & Oshige, 2011· Schunk, 1996· Zimmerman, 1990;2002)
- σχεδιασμός και σύνθεση προσωπικών εκπαιδευτικών στόχων, προτύπων και πλάνου εργασίας προσιτών και προσανατολισμένων βάσει των προσωπικών μαθησιακών αναγκών και προσδοκιών, τα στυλ μάθησης, τις προτιμήσεις, τα εσωτερικά κίνητρα μάθησης (Perry & Steck, 2015· Steffens, 2001· Zimmerman, 2002)

Κατά τον Zimmerman (2002), οι δεξιότητες/στρατηγικές/διαδικασίες που είναι επιθυμητό να ενεργοποιούνται, να καλλιεργούνται από το άτομο, στην προσπάθειά του να αυτορρυθμίσει τη μάθησή του, προσαρμόζοντάς την στις εκάστοτε απαιτήσεις των μαθησιακών δραστηριοτήτων, είναι:

- η αναπροσαρμογή του φυσικού και κοινωνικού πλαισίου για την εναρμόνιση

αυτών με τους προσωπικούς μαθησιακούς στόχους

- η αυτοδιαχείριση του χρόνου διαβάσματος
- η αυτοαξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των προσωπικών μεθόδων, στρατηγικών και η προσαρμογή τους για μελλοντική αποδοτικότερη χρήση τους (Perry & Steck, 2015)

Μιας και οι διάφορες διδακτικές πρακτικές και τα περιβαλλοντικά πλαίσια επηρεάζουν την αυτορρύθμιση της μάθησης των μαθητών, έτσι και οι εκπαιδευτικοί, από την πλευρά τους, είναι θεμιτό να διαμορφώνουν, να δημιουργούν και να παρέχουν τα κατάλληλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα που θα ενθαρρύνουν τους μαθητές να (Azevedo, 2005· Hadwin & Oshige, 2011· Schunk, 1996· Steffens, 2001· Zimmerman, 1990;2002):

- αναλαμβάνουν την πρωτοβουλία, την ευθύνη αυτο-καθοδήγησης της μαθησιακής τους δράσης αυξάνοντας, κατ' αυτόν τον τρόπο, την αυτονομία, την αυτενέργεια και την ελευθερία επιλογής
- αυτοαξιολογούν τις επιδόσεις τους εκτιμώντας την επάρκεια των ικανοτήτων, των γνώσεων και των δεξιοτήτων τους για τη βελτιστοποίηση των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων
- ενεργοποιούν τα κίνητρα μάθησης, την κριτική και προσαρμοζόμενη σκέψη και τις μεταγνωστικές στρατηγικές

Από την παραπάνω ανάλυση των απαραίτητων, βασικών προαπαιτούμενων εκπαιδευτικών στρατηγικών, που θεωρείται αναγκαίο να αναπτύσσει και να εφαρμόζει ο μαθητής προκειμένου να καταστεί ικανός να αυτορρυθμίζει την μαθησιακή πορεία και εξέλιξή του, γίνονται ορατά τα αίτια της αντίθετης κατάστασης, όταν δηλαδή εκλείπει η αυτορρύθμιση της μάθησης. Η ελλιπής, λοιπόν, αυτορρυθμιζόμενη μάθηση μπορεί να οφείλεται σε (Barber, Bagsby, Grawitch, Buerck, 2011):

- λανθασμένες αντιλήψεις, κατανοήσεις για τις ίδιες τις μαθησιακές εργασίες, των ζητούμενων τους, ακόμη και για τις προσωπικές ικανότητες
- ελλιπή προσδιορισμό μαθησιακών στόχων με αποτέλεσμα ο μαθητής να χάνει το ενδιαφέρον του, την επιμονή του κατά την αντιμετώπιση δυσκολότερων μαθησιακών δραστηριοτήτων
- έλλειψη κινήτρων για την αναπροσαρμογή των δεξιοτήτων, των στόχων, της οπτικής αντίληψης της κατάστασης, των στρατηγικών, των συναισθηματικών/συμπεριφορικών αντιδράσεων του ατόμου που αναδύονται κατά τη επίλυση προβλημάτων
- υπερβάλλοντα γνωστικό φόρτο εργασίας με αποτελέσματα οι μαθητές να αδυνατούν να αυτοπαρακολουθήσουν τη δράση τους, λόγω του αναδύμενου άγχους, στρες
- αδυναμία συσχέτισης των επισημάνσεων, των δεδομένων, των προϋπάρχουσων γνώσεων, των προσδιορισμένων στόχων με την εμπράγματη δράση του ατόμου (Azevedo, 2005).

Οι Dettori and Persico (2008) παρουσιάζουν συγκεντρωτικά τις στρατηγικές για την αυτορρύθμιση της μάθησης, ταξινομώντας τις σύμφωνα με τα στάδια ανάπτυξης της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, όπως αναπτύχθηκαν από τον Zimmerman (1990) (Εκτίμηση/Σχεδιασμός – Εκτέλεση – Αυτοαξιολόγηση της μαθησιακής διαδικασίας). Μάλιστα, διαμέσου των σταδίων της μαθησιακής διαδικασίας επαναχωρίζουν τις

στρατηγικές σε γνωστικές-μεταγνωστικές & συναισθηματικές-κίνητρα [Βλ. Παράρτημα: Πίνακες: Πίνακας 3: Στρατηγικές αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης- Dettori and Persico (2008)].

Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση μέσα στη Σχολική Τάξη (Self-paced Learning & Self-regulated Learning)

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση μεσολαβεί μεταξύ της πολύπλοκης και δυναμικής αλληλεξάρτησης των μαθητικών χαρακτηριστικών, των χαρακτηριστικών του εκπαιδευτικού συστήματος (σχολική κουλτούρα, διαθέσιμος τεχνολογικός εξοπλισμός, κοινωνικό πλαίσιο, εκπαιδευτικές πρακτικές, εκπαιδευτικοί φορείς μάθησης) και των μαθησιακών πλαισίων (Azevedo, 2005). Είναι μια **διδακτέα μαθησιακή συμπεριφορά** που επηρεάζεται και καθοδηγείται, κυρίως, από τα εσωτερικά κίνητρα και τους στόχους μάθησης του ατόμου, από τα συναισθήματα και τις συμπεριφορές του «προς» και «για» τη μαθησιακή διαδικασία και, φυσικά, από τις γνωστικές και μεταγνωστικές ικανότητες (Pintrich, 2000· Samruayruen et al., 2010· Zimmerman, 1990).

Συνήθεια όλων των μαθητών, λοιπόν, θα πρέπει να αποτελέσει η αυτορρύθμιση της μάθησης μέσα από τη συνεχή επανάληψη, επέκταση και προσαρμογή των μαθησιακών στρατηγικών/ικανοτήτων του ατόμου που ενισχύονται και από τα φυσικά, κοινωνικά, τεχνολογικά, συνεργατικά πλαίσια/περιβάλλοντα όπου υφίσταται η μάθηση (Samruayruen et al., 2010).

Χαρακτηριστικά των Αυτορρυθμιζόμενων Μαθητών

Στο σημείο αυτό του κεφαλαίου συνοψίζονται όλα τα χαρακτηριστικά που μπορεί να διαθέτουν και να συνεχίζουν να καλλιεργούν οι αυτορρυθμιζόμενοι μαθητές στην προσπάθειά τους να ελέγξουν, να καθοδηγήσουν την αποτελεσματικότητά τους, να επιτύχουν υψηλότερα γνωστικά ή μη μαθησιακά επιτεύγματα. Οι αυτορρυθμιζόμενοι μαθητές χαρακτηρίζονται για (Bracey, 2010):

- ✓ τις καλύτερες ακαδημαϊκές τους επιδόσεις σε αξιολογικές εξετάσεις, για την ευέλικτη εξέλιξη των μαθησιακών τους διαδικασιών
- ✓ την **αυτενέργεια, πρωτοβουλία** συμμετοχής, εμπλοκής στη μαθησιακή τους πορεία (ενεργοί συμμετοχοί, συγκατασκευαστές της γνώσης τους) βάσει προσωπικών κινήτρων, στόχων, ατομικών μαθησιακών χαρακτηριστικών (Azevedo, 2005· Barber et al., 2011· Chao, Chen, Star & Dede, 2016· Ciampa & Gallagher, 2013· Dettori & Persico, 2008· Fahnoe & Mishra, 2013· Samruayruen et al., 2010· Steffens, 2008· Winters et al., 2008). Αυτή η αυτενέργεια, ταυτόχρονα, γίνεται αρωγός στην ανάπτυξη της υπευθυνότητας των μαθητών απέναντι στον εκπαιδευτικό τους, τους συμμαθητές τους, τις εργασίες τους, τις ακαδημαϊκές τους υποχρεώσεις (Αρμακόλας κα., 2015· Fahnoe & Mishra, 2013· Shih et al., 2010)
- ✓ τον ισχυρό **αυτοέλεγχο, αυτονομία** και την **αυτοπειθαρχία** της μάθησής τους (χρόνος διαβάσματος, επιμέλεια & προσήλωση στο μάθημα, σύγκριση μαθησιακών στόχων –απαιτήσεων-αποτελεσμάτων) (Αρμακόλας κα., 2015· Ciampa & Gallagher, 2013·
- ✓ την ικανότητα της άμεσης **ενεργοποίησης των γνωστικών, μεταγνωστικών δεξιοτήτων και γνώσεων, των συναισθημάτων** (αυτοπεποίθηση), των **κινήτρων** (εσωτερικά/εξωτερικά κίνητρα μάθησης) και των **συμπεριφορών**

(ενδιαφέρον, προσοχή, επιμονή) κατά το σχεδιασμό των μαθησιακών στόχων και του πλάνου εργασίας, κατά την εκτέλεση των διαδικασιών και την αυτοαξιολόγηση της επίτευξης των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων (ανάπτυξη αυτο-αποτελεσματικότητας) (Azevedo, 2005· Steffens, 2001;2008)

- ✓ την **ενέλικτη προσαρμογή** των γνωστικών λειτουργιών σκέψης, των στρατηγικών ανάλογα με τα προβληματικά πλαίσια των δραστηριοτήτων και τα απαιτούμενα αυτών αλλά και την προσαρμογή των ίδιων των πλαισίων των δραστηριοτήτων στα προσωπικά μαθησιακά στυλ, προτιμήσεις και ανάγκες των μαθητών (Azevedo, 2005· Barber et al., 2011· Chao et al., 2016· Ciampa & Gallagher, 2013· Dettori & Persico, 2008· Fahnoe & Mishra, 2013· Gokcearslan, 2017· Samruayruen et al., 2010· Shih et al., 2010· Whipp & Chiarelli, 2004· Winters et al., 2008)
- ✓ την αναπτυγμένη **κριτική, δημιουργική/επινοητική σκέψη** και **μεταγνωστική ενημερότητα**, τις **θετικές αυτο-αντιλήψεις** για την αυτο-αποτελεσματικότητα και τις ικανότητές τους που επηρεάζονται αντίστοιχα από την πρωτοβουλία, την επιμονή τους (Dettori & Persico, 2008· Fahnoe & Mishra, 2013· Perry & Steck, 2015· Samruayruen et al., 2010· Shih et al., 2010· Steffens, 2001;2008· Winters et al., 2008)
- ✓ την **αυτεπίγνωση των ικανοτήτων** τους· αναγνωρίζουν τις ακαδημαϊκές τους δυνατότητες και αδυναμίες τις οποίες με συνεχή και επίμονη προσπάθεια τείνουν να εξελίξουν (Αρμακόλας κα., 2015· Fahnoe & Mishra, 2013· Perry & Steck, 2015· Samruayruen et al., 2010· Shih et al., 2010)
- ✓ τον προσωπικό προσδιορισμό **ρεαλιστικών βραχυπρόθεσμων μαθησιακών στόχων** για την ταυτόχρονη αναζήτηση **προκλήσεων** και την αντιμετώπισή τους με **επιμονή, δημιουργικότητα** και **αυτοπεποίθηση** (Dettori & Persico, 2008· Gokcearslan, 2017· Samruayruen et al., 2010· Steffens, 2001;2008· Whipp & Chiarelli, 2004)
- ✓ την **επιδεξιότητα αυτο-αντιμετώπισης** (με μηδαμινή σχεδόν παρέμβαση του εκπαιδευτικού) προβληματικών καταστάσεων με **σχεδιασμένη και αυτοματοποιημένη δράση**, η οποία ενισχύεται και από τις **προσδοκίες** που έχει το άτομο από τον εαυτό του (Shih et al., 2010· Steffens, 2001)
- ✓ την **οικειοθελή προσφορά βοήθειας** σε άλλους, εφόσον είναι σε θέση να τους υποστηρίξουν (Alario-Hoyos et al., 2017)
- ✓ την **εκούσια στροφή α) σε εναλλακτικές μαθησιακές δραστηριότητες** για την ενίσχυση της διαχείρισης, της αυτο-παρακολούθησης και της αυτο-αξιολόγησης της βελτίωσης των μαθησιακών τους επιδόσεων, της εξέλιξης της μαθησιακής τους πορείας (Αρμακόλας κα., 2015), **β) σε επιπρόσθετες πηγές πληροφόρησης** για την περαιτέρω κατανόηση του μαθησιακού περιεχομένου και την αναζήτηση βοήθειας (Αρμακόλας κα., 2015· Alario-Hoyos et al., 2017)

Όπως είναι φυσικό, η ανάπτυξη (ή η προσπάθεια βελτίωσης) της αυτορρύθμισης των μαθητών και η υιοθέτηση των τεχνολογικών (φορητών ή μη) συσκευών στην εκπαιδευτική διαδικασία συνοδεύονται από ταυτόχρονη αλλαγή, προσαρμογή του ρόλου του εκπαιδευτικού στην τάξη (Perry & Steck, 2015). Ο εκπαιδευτικός καθίσταται **σύμβουλος, καθοδηγητής** των μαθησιακών δράσεων των μαθητών **α)** παρέχοντας άμεσες στοχευμένες επικοινωνητικές ανατροφοδοτήσεις (σχόλια, έπαινοι, γνωστικές διευκρινήσεις), **β)** δημιουργώντας τα κατάλληλα πλαίσια (διερευνητικά, δημιουργικά, προκλητικά) και περιβάλλοντα μάθησης (τεχνολογικά, συνεργατικά), αξιοποιώντας σύγχρονες διδακτικές πρακτικές και μεθόδους, **γ)** παρακινώντας συνεχώς τους μαθητές για αυτοβελτίωση, με τον κριτικό σχολιασμό των μαθησιακών

τους αποτελεσμάτων/στρατηγικών και **δ**) επικοινωνώντας, συνεργαζόμενος δημιουργικά με τους μαθητές του και ρυθμίζοντας τις σχέσεις μεταξύ αυτών (Αρμακόλας κα., 2015· Barber et al., 2011· Whipp & Chiarelli, 2004).

Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση μέσω Τεχνολογίας στην Τάξη

Τα πολυμεσικά διαδικτυακά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα αποτελούν συστηματικά, δυναμικά, διαδραστικά μέσα που αποβλέπουν στην εποικοδομητική ανάπτυξη των μαθησιακών στρατηγικών, γνώσεων, διαδικασιών κατά τη διάρκεια/πορεία μάθησης των μαθητών, τα οποία προσαρμόζονται στις μαθησιακές ανάγκες, στυλ, χαρακτηριστικά και στόχους του κάθε μαθητή (Azevedo, 2005· Rashid & Asghar, 2016). Η τεχνολογία παρέχει μια πληθώρα ποικίλων συναρπαστικών πηγών & διαδραστικών εκπαιδευτικών εργαλείων (πχ. καταγραφή σημειώσεων, συμμετοχή σε κοινωνικά δίκτυα και σε συζητήσεις, αξιολόγηση επίδοσης, πρόσβαση σε συμπληρωματικές εκπαιδευτικές πηγές δεδομένων, επιστημονικού περιεχομένου λογισμικά και εφαρμογές, εκπαιδευτικά παιχνίδια κα.) που με την κατάλληλη χρήση τους προωθείται η σχολική εμπλοκή των μαθητών και η ανάπτυξη της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης αυτών, με τη διευκόλυνση των διαδικασιών επίτευξης των επιθυμητών μαθησιακών αποτελεσμάτων (γνωστική, προσωπική, κοινωνική εξέλιξη ατόμου, κριτική σκέψη) (Rashid & Asghar, 2016).

Σύμφωνα με την έρευνα των Samruaytuen et al. (2010), η τεχνολογικά υποστηριζόμενη μάθηση χαρακτηρίζεται ως *αυτορρυθμιζόμενη*, αυτοκαθοδηγούμενη. Ο εκπαιδευτικός παρέχει τα απαραίτητα εκπαιδευτικά λογισμικά προγράμματα και τις πηγές όπου μπορούν να ανατρέξουν οι μαθητές. Οι μαθητές καθοδηγούν, αυτο-ελέγχουν και παρακολουθούν τη μαθησιακή τους δράση αποβλέποντας στην επίτευξη των στόχων τους, τη βελτιστοποίηση των γνώσεων, των δεξιοτήτων, των αυτοαντιλήψεων και των στρατηγικών τους. Την άποψη αυτή επαληθεύουν τα αποτελέσματα της έρευνας των Zimmerman and Tsikalas (2005) που κατέδειξαν ότι τα διαδικτυακά υπολογιστικά περιβάλλοντα υποστηρίζουν τη μάθηση και την αυτορρύθμιση αυτής και στα τρία στάδια της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, όπως αυτά αναπτύχθηκαν από τον Zimmerman (2002) (Βλ. υποκεφάλαιο: Μοντέλα αυτορρυθμιζόμενης μάθησης).

Χαρακτηριστικά της Αξιοποίησης των Εκπαιδευτικών Διαδικτυακών Πολυμέσων στη Σχολική Πραγματικότητα

Σύμφωνα με την έρευνα του Azevedo (2005), τα εκπαιδευτικά τεχνολογικά περιβάλλοντα/πολυμέσα (διαδικτυακοί τόποι, εφαρμογές, λογισμικά, διαδραστικά εργαλεία, εκπαιδευτικά παιχνίδια/βίντεο κα.) διαθέτουν τα εξής χαρακτηριστικά:

- Αποτελούν σύγχρονα δυναμικά, παιδαγωγικά, γνωστικά, κοινωνικά, αξιολογικά, ερευνητικά, ψυχαγωγικά μέσα (Zimmerman & Tsikalas, 2005)
- Διαθέτουν συστήματα/οδηγίες πλοήγησης, έχουν συγκεκριμένη δομή (ιεραρχική, γραμμική) και συγκεκριμένη φύση/στόχο/πλαίσιο
- Προσφέρουν ευκαιρίες αυτοελέγχου της μάθησης των μαθητών με ενσωματωμένες επισημάνσεις/ανατροφοδοτήσεις από συμμαθητές, εκπαιδευτικούς (Steffens, 2001· Zimmerman & Tsikalas, 2005)
- Παρουσιάζουν μοντέλα ειδικών ή και δίνουν τη δυνατότητα αυτό/αναδημιουργίας τους από το μαθητή

- Παρέχουν ποικίλα δεδομένα, πληροφορίες περιεχομένου, διάφορες εννοιολογικές και μη ενισχύσεις (εργαλεία διαχείρισης/αναπαράστασεις πληροφοριών) (Steffens, 2001)
- Αναδεικνύουν την αξία της πλαισιωμένης μάθησης συνδέοντας τη χρήση των εικονικά χειραπτικών μαθησιακών εργαλείων με ρεαλιστικά προβλήματα, προβάλλοντας, έτσι, άμεσα και έμμεσα τις σχέσεις των μαθησιακών αντικειμένων (πχ. μαθηματικά) με την καθημερινότητα των μαθητών (Steffens, 2001)
- Συμβάλλουν στην ανάδειξη της διαφορετικότητας της σκέψης, της επιχειρηματολογίας, της πολλαπλότητας των αναπαραστάσεων των μαθητών, της ποικιλίας των γνωστικών και μεταγνωστικών στρατηγικών μάθησης, μέσα από τη αξιοποίηση επικοινωνιακών, συνεργατικών περιβαλλόντων δικτύωσης (Zimmerman & Tsikalas, 2005)

Συγκεκριμένα, η διαδικτυακή περιήγηση, τα τεχνολογικά υποστηριζόμενα εκπαιδευτικά προγράμματα/παιχνίδια/βίντεο συμβάλλουν όχι μόνο στην ανάπτυξη των γνωστικών και των διαδικαστικών/στρατηγικών πτυχών της μάθησης αλλά και των κοινωνικών, ψυχολογικών (Rashid & Asghar, 2016; Steffens, 2008). Βοηθούν στην καλλιέργεια των *γνωστικών ικανοτήτων* (πχ. χωρική ικανότητα, πολλαπλή οπτικοποίηση), την *εστίαση της προσοχής, του ενδιαφέροντος* των μαθητών (χάρη στα εικονικά ψηφιακά χαρακτηριστικά). Τα πολυμέσα και τα διάφορα μαθησιακά περιβάλλοντα προσφέρουν την ευκαιρία ενασχόλησης με θέματα του ενδιαφέροντος των μαθητών και τη δυνατότητα επίλυσης προβληματικών καταστάσεων μέσω συνεργατικής σύμπραξης (Fahnoe & Mishra, 2013).

Πέρα από τα παραπάνω, η ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στη σχολική πραγματικότητα, υποστηρίζει την **πανταχού παρούσα**, τη **εξ αποστάσεως εκπαίδευση**, την **ασύγχρονη** και τη **δια βίου μάθηση** (Ciampa & Gallagher, 2013; Fahnoe & Mishra, 2013; Gokcearslan, 2017; Samruayruen et al., 2010; Steffens, 2001;2008; Winters et al., 2008). Πλέον, η μάθηση και η διδασκαλία προσαρμόζεται στις ανάγκες, τα χαρακτηριστικά (ηλικία, τόπος κατοικίας, οικογενειακή κατάσταση κα.) και τα μαθησιακά στυλ (πχ. ρυθμός μάθησης) των εκπαιδευόμενων (Αρμακόλας κα., 2015). Παράλληλα, γίνεται φανερό ότι η τεχνολογικά πλαισιωμένη εκπαίδευση ενισχύει τη **μεικτή** (τεχνολογία-εκπαιδευτικός) και **συνεργατική** μάθηση (Ciampa & Gallagher, 2013; Fahnoe & Mishra, 2013; Winters et al., 2008).

Ας σημειωθεί, ακόμη, ότι από τα αποτελέσματα της έρευνας των Samruayruen et al. (2010) διαπιστώνεται πως όσο **μεγαλύτερη τεχνολογική εξοικείωση** (εμπειρίες) και **κατάρτιση** (γνώσεις & δεξιότητες) διαθέτουν οι μαθητές τόσο υψηλότερα είναι τα ποσοστά ανάπτυξης υγιούς αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, που υποβοηθείται από την εκπαιδευτική τεχνολογία και τις δημιουργικές, εξελικτικές ακαδημαϊκές δυνατότητές της καθιστώντας αποδοτικότερες τις μαθησιακές στρατηγικές του ατόμου και θετικότερη την αντίληψή του για την αυτο-αποτελεσματικότητά του (Ciampa & Gallagher, 2013). Επίσης, ο Steffens (2001;2008) επισημαίνει ότι μέσω των διαδικτυακών εκπαιδευτικών εργαλείων, μέσων, μοντέλων, οι εκπαιδευόμενοι και εκπαιδευτικοί, πέρα από την καλλιέργεια των τεχνολογικών γνώσεων και δεξιοτήτων τους, έχουν τη δυνατότητα να *αυτο-αξιολογηθούν αλλά και να αλληλο-αξιολογηθούν*, συγκρίνοντας τους στόχους με τις επιδόσεις τους και τις επιδόσεις τους με άλλα πρότυπα (ανατροφοδότηση από ομαδικές συζητήσεις) (Whipp & Chiarelli, 2004).

Ο Beishuizen (όπως αναφέρεται στον Steffens, 2008) παρουσίασε πέντε (5) χαρακτηριστικά των εκπαιδευτικών περιβαλλόντων με τεχνολογική/διαδικτυακή υποστήριξη, που μπορούν και επηρεάζουν την αυτορρύθμιση της μάθησης και αντίστοιχα τα μαθησιακά αποτελέσματα των μαθητών:

1. **Προσαρμοστικότητα/Ευελιξία:** δυνατότητα προσαρμογής των μαθησιακών περιβαλλόντων ανάλογα με τα ατομικά χαρακτηριστικά των μαθητών σχετικά με την πολυπλοκότητα και την αλληλεπιδραστική φύση του περιβαλλόντων
2. **Πολυπλοκότητα:** περιορισμός γνωστικού φόρτου με το διαχωρισμό του υλικού και των εκάστοτε εργαλείων διαχείρισής του. Δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να εστιάσουν την προσοχή τους στην ουσία του μαθησιακού περιεχομένου και τις μαθησιακές διαδικασίες που αναπτύσσουν καλλιεργώντας αυτορρυθμιστικές μαθησιακές ικανότητες
3. **Διαδραστικότητα:** ενεργός εμπλοκή, διάδραση των μαθητών με τα μαθησιακά περιβάλλοντα η τεχνολογική υποστήριξη ως αρωγός στην ενίσχυση των μαθησιακών διαδικασιών, την προώθηση των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων και της επίτευξης των στόχων
4. **Συνοχή/Συνεκτικότητα:** η πολλαπλότητα των οπτικών, εικονικά χειραπτικών διαδικτυακών μέσων/εργαλείων καθιστά πιο προσιτή και εύκολη τη μαθησιακή δράση και τη γνώση προσβάσιμη σε όλους τους μαθητές μέσα από ποικίλες μαθησιακές διαδικασίες και αυτορρυθμιζόμενες/αναπροσαρμοζόμενες συμπεριφορές/στρατηγικές.
5. **Ισορροπία της μικτής μάθησης και διδασκαλίας:** εναρμόνιση της παραδοσιακής εκπαιδευτικής δομής με την ελευθερία/αυτονομία της μάθησης μέσω των τεχνολογικών εκπαιδευτικών μέσων/εργαλείων, συνδυασμός δυναμικών διδακτικών ρεπερτορίων με τη δημιουργική, παιδαγωγική αξιοποίηση της τεχνολογίας

Αξιοσημείωτο είναι ότι στην έρευνα του Steffens (2001), πέρα από τις συνιστώσες της χρήσης των ηλεκτρονικών μαθησιακών περιβαλλόντων στην ανάπτυξη της αυτορρυθμιζόμενης της μάθησης (μαθησιακά χαρακτηριστικά μαθητή, γνωστική υπερφόρτωση, επιμέλεια μαθητή, αυτορρυθμιστικές μαθησιακές ικανότητες μαθητή, περιβάλλον/πλαίσιο των ηλεκτρονικών προγραμμάτων και των ίδιων των δραστηριοτήτων που αναπτύσσονται μέσα σε αυτό), διαχωρίζονται οι τύποι των διαδικτυακών γνωστικών εργαλείων σε:

- Εργαλεία που ενισχύουν τις γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες
- Εργαλεία για την πρόληψη της γνωστικής υπερφόρτωσης με την επισήμανση του ουσιαστικού μαθησιακού περιεχομένου
- Εργαλεία που επιτρέπουν τη δυναμική αλληλεπιδραστική μάθηση των μαθητών μέσω της ενασχόλησής τους με κωνστροκτιβιστικά διαμορφωμένες εκπαιδευτικές καταστάσεις/εμπειρίες/δραστηριότητες
- Εργαλεία που καλλιεργούν την εκτιμητική ικανότητα των μαθητών και τον αυτοέλεγχο αυτής μέσω της επίλυσης προβλημάτων

Αντίστοιχα, οι Winters et al. (2008) προβαίνουν σε μια άλλη κατηγοριοποίηση των τεχνολογικά υποστηριζόμενων μαθησιακών περιβαλλόντων βάσει των

καταστάσεων/εμπειριών/δράσεων των μαθητών σε αυτά, σε μια προσπάθεια να αυτορρυθμίσουν τη μάθησή τους:

- **Αλληλεπιδραστική διαχείριση των δεδομένων** (εικονικά χειραπτικά εργαλεία, κοινωνικά μέσα δικτύωσης, περιβάλλοντα ακαδημαϊκής αξιολόγησης, πχ. ηλεκτρονικά πορτφόλια)
- **Εννοιολογική οικοδόμηση της γνώσης** (στατική/προσαρμοζόμενη εποικοδομητικά αναπτυσσόμενη εννοιολογική κατανόηση μέσα από διερευνητικά, πληροφοριακά περιβάλλοντα)
- **Μεταγνωστική εξέλιξη, αυτεπίγνωση** (δυνατότητα αυτο-ελέγχου της μαθησιακής πορείας, εξέλιξης, ρυθμού των επιδόσεων του μαθητή, ευκαιρία προβολής/ανάπτυξης αυτο-αναφορών, αυτο-ερωτήσεων σχετικά με τις προηγούμενες γνώσεις, τις δεξιότητες, τις γνωστικές στρατηγικές, τους στόχους μάθησης, καθώς και τις διαδικασίες προσαρμογής όλων αυτών στις εκάστοτε μαθησιακές προβληματικές καταστάσεις)

Αρνητικά Αποτελέσματα της Ενσωμάτωσης των Εκπαιδευτικών Διαδικτυακών Πολυμέσων στη Σχολική Πραγματικότητα

Εκτός από τα θετικά αποτελέσματα και χαρακτηριστικά της υιοθέτησης των νέων τεχνολογιών και των διαδικτυακών πολυμέσων/εργαλείων στις διδακτικές και μαθησιακές διαδικασίες, παρατηρείται και μια ταυτόχρονη ανάδυση ορισμένων αρνητικών/αμφιλεγόμενων στοιχείων στην συμπεριφορά, τη γνωστική και μεταγνωστική εξέλιξη των μαθητών. Μερικά από αυτά είναι:

- Η ενασχόληση των μαθητών με τις διάφορες τεχνολογικά πλαισιωμένες μαθησιακές δραστηριότητες δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν κατά αποκλειστικότητα τις τεχνολογικές τους δεξιότητες για εκπαιδευτικούς σκοπούς (Rashid & Asghar, 2016).
- Η υψηλή, υπέρμετρη συχνότητα χρήσης των νέων τεχνολογιών μπορεί να οδηγήσει στη διάσπαση της προσοχής των μαθητών και τον περιορισμό του αποδιδόμενου χρόνου για τις ακαδημαϊκές τους δραστηριότητες (Fanhoe & Mishra, 2013· Rashid & Asghar, 2016).
- Εξαιτίας της πληθώρας των πληροφοριών, των επιπρόσθετων μηνυμάτων που δέχονται οι μαθητές μέσω των διαδικτυακών εκπαιδευτικών εργαλείων, περιορίζεται **α)** η αυτοκατεύθυνση, **β)** η εστίαση της μάθησης (στην επιλογή σχετικών με τους στόχους τους υλικό) και της προσοχής (σταθερότητα μαθητών στους στόχους μάθησής τους), **γ)** η γρήγορη αναζήτηση και καταγραφή δεδομένων και ως εκ τούτων **δ)** η αυτο-αποτελεσματικότητα και τα κίνητρα ενασχόλησης με τα τεχνολογικά εκπαιδευτικά εργαλεία (Fanhoe & Mishra, 2013).
- Η δημιουργία κλικών (βάσει φύλου, καταγωγής, κοινωνικο-οικονομικής κατάστασης), μεταξύ των μαθητών σε διαδικτυακές εκπαιδευτικές πλατφόρμες, προωθεί τη διάκριση «καλών-κακών μαθητών». Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αναζητείται και να παρέχεται βοήθεια από τα άτομα της κλίμακας και ταυτόχρονα να υποβαθμίζεται η προσπάθεια βελτίωσης των λιγότερο «επιτυχημένων» μαθητών και κατ' επέκταση οι τελευταίοι να απομονώνονται (Whipp & Chiarelli, 2004).

Για τη σωστή, δημιουργική, εποικοδομητική ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία, αποβλέποντας στην ανάπτυξη της αυτορρύθμισης της μάθησης των μαθητών, υπάρχουν ορισμένα **προαπαιτούμενα**, τα οποία θα ήταν θεμιτό να ικανοποιούνται (Azevedo, 2005· Steffens, 2001):

- Καλά οργανωμένες αλληλεπιδραστικές εκπαιδευτικές δραστηριότητες
- Ορθά σχεδιασμένες/διαρθρωμένες μαθησιακές προβληματικές, διερευνητικές καταστάσεις/γεγονότα που θα στοχεύουν όχι μόνο στην αύξηση της σχολικής εμπλοκής των μαθητών αλλά και την αυτορρύθμιση της μάθησής τους (Dettori & Persico, 2008· Fanhoe & Mishra, 2013· Rashid & Asghar, 2016)
- Επαρκής τεχνολογικός εξοπλισμός των σχολικών τάξεων και ταυτόχρονη προσφορά τεχνολογικής, τεχνικής υποστήριξης σε εκπαιδευτικούς και μαθητές (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017)
- Στοχευμένη χρήση των τεχνολογιών για την επίτευξη συγκεκριμένων μαθησιακών/διδασκικών στόχων (πότε, πού, πώς, γιατί, για πόσο, πώς χρησιμεύει η τεχνολογία) (Ciampa & Gallagher, 2013· Fanhoe & Mishra, 2013· Steffens, 2008)
- Καλλιέργεια της κριτικής, διερευνητικής, δημιουργικής σκέψης μέσω της μεθοδευμένης χρήσης των τεχνολογικών μέσων (Rashid & Asghar, 2016)
- Κινητοποίηση προσωπικών εσωτερικών κινήτρων μάθησης και της εκπαιδευτικής ψυχαγωγικής ανάτασης, προσέλκυση του ενδιαφέροντος και της προσοχής των μαθητών (Chao et al., 2016· Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017)

Είδη Εκπαιδευτικών Τεχνολογικών Διαδικτυακών Εργαλείων

Πέρα, λοιπόν, από τα διάφορα χαρακτηριστικά (θετικά/αρνητικά) της χρήσης των νέων τεχνολογιών και των εκπαιδευτικών εφαρμογών/δυνατοτήτων τους, η σύγχρονη βιβλιογραφία παρουσιάζει πληθώρα διαδικτυακών εφαρμογών/προγραμμάτων που χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση με σκοπό την ανάπτυξη της αυτορρύθμισης της μάθησης των μαθητών. Στη συνέχεια αναφέρονται μερικά παραδείγματα τέτοιων διαδικτυακών εφαρμογών.

Με την τεχνολογική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών εργαλείων/μέσων δε θα μπορούσε να μείνει απρόσβλητο το παραδοσιακό χαρτόδετο σχολικό βιβλίο. Πλέον, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να «ανοίξουν» τα βιβλία τους μέσω των ηλεκτρονικών ακριβών αντίγραφών τους (*e-books*) που αναρτώνται δημοσίως από κρατικούς εκπαιδευτικούς φορείς. Η έρευνα των Huang, Liang, Su and Chen (2012) διαπραγματεύεται τη χρησιμότητα, την ευελιξία, την προσβασιμότητα και την εφαρμοσιμότητα των **ηλεκτρονικών σχολικών βιβλίων** με σκοπό την ανάπτυξη της εξατομικευμένης μάθησης, της καλλιέργειας της αυτορρύθμισης της μάθησης και συγκεκριμένα της ανάγνωσης και του αναδυόμενου γραμματισμού. Παραθέτουν και αναλύουν, λοιπόν, τα χαρακτηριστικά των ηλεκτρονικών βιβλίων χωρίζοντάς τα σε τρεις (3) κατηγορίες:

- **Λειτουργικό περιβάλλον συστήματος:**
 - Ηλεκτρονική βιβλιοθήκη, Περιεχόμενα βιβλίου, υπερσυνδέσεις

κεφαλαίων/ενοτήτων

- Δυνατότητες ηλεκτρονική διήγησης του κειμένου, με κινούμενα σχέδια και ηχητικά εφέ που βελτιώνουν την κατανόηση των κειμένων
- Δυνατότητα εισαγωγής *multimedia* που βοηθούν στην άμεση διάδραση με το περιεχόμενο και τη δυναμική προβολή του

- **Εξατομίκευση μάθησης:**

- Δυνατότητα καταγραφής σημειώσεων (ελευθερία χώρου & ευκολία διόρθωσης/εμπλουτισμού αυτών)
- Δυνατότητα εισαγωγής σελιδοδεικτών και αναζήτηση περιεχομένου
- Δυνατότητα παρακολούθησης του διαβάσματος (συχνότητα, διάρκεια, ποιο περιεχόμενο), που υποστηρίζει την αυτορρύθμιση των αναγνωστικών συμπεριφορών, τον αυτοέλεγχο της μάθησης

- **Διάχυση μάθησης:**

- Κοινοποίηση υλικού (σημειώσεων, υπερσυνδέσεων, multimedia) μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού, δυνατότητα που ενισχύει την συνεργατική μάθηση, την άμεση επικοινωνία μαθητών και εκπαιδευτικού με την αξιοποίηση των φορητών συσκευών (Hung, Huang, Hwang, 2014)

Γενικότερα, τα ηλεκτρονικά βιβλία (e-books) αποτελούν φιλικά, προσιτά περιβάλλοντα μάθησης προς τους μαθητές προσφέροντας ευελιξία στο χρόνο και τόπο ανάγνωσης λόγω της εύκολης προσβασιμότητας και φορητότητάς τους (Huang et al., 2012; Hung et al., 2014).

Στην έρευνα των Αρμακόλας, Παναγιωτόπουλος & Μασσαρά (2015) αναδεικνύονται τα χαρακτηριστικά της ολοένα και πιο θελκτικής επιλογής μάθησης, αυτής της *εξ αποστάσεως εκπαίδευσης*. Κατά την *εξ αποστάσεως εκπαίδευση*, η δυνατότητα της αυτονομίας, της ελευθερίας επιλογών μάθησης συνδέεται με την ταυτόχρονη αναγκαιότητα της καθοδήγησης και βοήθειας του εκπαιδευόμενου προκειμένου να επιτύχει καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα. Το είδος αυτό της μάθησης είναι ιδιαίτερα προσιτό στην ανώτερη εκπαίδευση και υποκινείται από *προσωπικά κίνητρα* (γνωστική εμπάθυνση περιεχομένου, επαγγελματική εξέλιξη, δια βίου μάθηση) και *στόχους μάθησης*. Εκτός από την στοχευμένη επιστημονικά γνωστική ανάπτυξη, οι εκπαιδευόμενοι μέσω της *εξ αποστάσεως μάθησης* όχι μόνο διευρύνουν τις τεχνολογικές τους γνώσεις και δεξιότητες αλλά καλλιεργούν και βελτιώνουν τις αυτορρυθμιστικές μαθησιακές τους στρατηγικές και διαδικασίες.

Οι Alario-Hoyos et al. (2017) παρουσιάζουν και αναλύουν στην έρευνά τους τα χαρακτηριστικά των «*Μαζικών Ανοικτών Διαδικτυακά Μαθημάτων*» (MOOCs-Massive Open Online Courses) που αποτελούν μια σύγχρονη εκπαιδευτική πρακτική, που υιοθετείται, κυρίως, από τις ανώτερες εκπαιδευτικές βαθμίδες (τα πανεπιστήμια). Τα MOOCs, υιοθετώντας την ιδέα των διαδικτυακών αποθετηρίων εκπαιδευτικού υλικού (πχ. στην ελληνική εκπαίδευση το Φωτόδενδρο), δημιουργούν κοινότητες καθηγητών και μαθητών για την ανάπτυξη διαδικτυακών μαθημάτων-συζητήσεων που στηρίζονται σε ακολουθίες ειδικού εκπαιδευτικού υλικού, που είναι τυπικά αναρτημένο σε καθορισμένους πανεπιστημιακούς ιστότοπους. Αποτελούν, λοιπόν, το μέσο ανάπτυξης μιας εξατομικευμένης/συνεργατικής, αυτορρυθμιζόμενης μάθησης που ικανοποιεί και προσαρμόζεται στα ατομικά κίνητρα και τους μαθησιακούς

στόχους ενός πολύ πιο ετερογενούς μαθητικού πληθυσμού (Alario-Hoyos et al., 2017).

Κρίνεται αναγκαία η ανάπτυξη των στρατηγικών αυτορρύθμισης της μάθησης για την αποδοτική αντιμετώπιση και επιτυχία των μαθητών κατά την παρακολούθηση των *MOOCs* (Alario-Hoyos et al., 2017). Κυρίως, τονίζεται η ανάγκη αυτοδιαχείρισης του χρόνου διαβάσματος και του προγραμματισμού των παραδόσεων των εργασιών. Τα *MOOCs* που περιλαμβάνουν και δραστηριότητες, εκτός του ότι εξυπηρετούν την εξ αποστάσεως εκπαίδευση και ενισχύουν τη δια βίου μάθηση, προωθούν την καλλιέργεια και βελτιστοποίηση των αυτορρυθμιστικών μαθησιακών στρατηγικών και διαδικασιών. Από την άλλη, οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να εργάζονται ομαδικά, να συμμετέχουν σε ανοιχτές συζητήσεις (debates) με ή χωρίς (ή μηδαμινή) παρέμβαση των καθηγητών (Alario-Hoyos et al., 2017).

Αυτό, όμως, που θεωρείται αξιόλογο σχετικά με τα *MOOCs* είναι η πληθώρα των ατομικών κινήτρων που ωθούν τους μαθητές να επιλέξουν αυτού του τύπου την εκπαίδευση και η πλειάδα των αυτορρυθμιστικών μαθησιακών στρατηγικών που ενεργοποιούν οι μαθητές στην προσπάθειά τους να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις της εκπαιδευτικής αυτής πρακτικής. Χαρακτηριστικά, τα κίνητρα παρακολούθησης *MOOCs* χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: **α) Εσωτερικά προσανατολισμένοι στόχοι** (πχ. περιέργεια, εμπάθυνση στο μαθησιακό περιεχόμενο), **β) Αξία των μαθημάτων** (πχ. προσωπικό εκπαιδευτικό ενδιαφέρον για το αντικείμενο των μαθημάτων, η μελλοντική χρησιμότητα αυτής της μάθησης) και **γ) αυτο-αποτελεσματικότητα και επιδόσεις** (πχ. λόγω της αυτοπεποίθησης του ατόμου που πιστεύει ότι θα αριστεύσει στα μαθήματα αυτά, ότι θα έχει καλές επιδόσεις). Οι δε αυτορρυθμιστικές μαθησιακές στρατηγικές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες που σχετίζονται με **A) την κριτική σκέψη** (πχ. ο μαθητής θέτει αυτο-ερωτήσεις για την περαιτέρω κατανόηση του περιεχομένου των μαθημάτων ή αναζητά/αυτοδημιουργεί εναλλακτικές επεξηγήσεις) και **B) με το χρόνο και το περιβάλλον διαβάσματος** (πχ. λόγω πολλών περισπασμών της προσοχής από τα μαθήματα, ο μαθητής είτε συγκεντρώνει σημειώσεις/βίντεο των μαθημάτων, είτε σχεδιάζει καλύτερα τα χρονοδιαγράμματα του διαβάσματος του) (Alario-Hoyos et al., 2017).

Εκτός από τα ηλεκτρονικά εκπαιδευτικά βιβλία και τα διαδικτυακά μαθήματα, την τελευταία δεκαετία αναπτύχθηκε η αξιολογική, κυρίως, πρακτική των *φακέλων των Επιτευγμάτων των μαθητών* (ΦΕΜ) ή αλλιώς τα γνωστά *πορτφόλια*. Με τη δυναμική εισχώρηση των τεχνολογιών στην εκπαίδευση, οι εκπαιδευτικοί πια αναπτύσσουν ηλεκτρονικά πορτφόλια εξοικονομώντας αποθηκευτικό χώρο και γραφική ύλη.

Τα *πορτφόλια*, ως κριτικά, δημιουργικά συνθεμένες συλλογές των έργων των μαθητών χαρακτηρίζονται για την πολυχρηστική τους αξιοποίηση ως *πορτφόλια διαδικασίας* (παρουσίαση της μαθησιακής πορείας των μαθητών), *πορτφόλια επίδειξης* (παρουσίαση των επιτευγμάτων των μαθητών) και *πορτφόλια αξιολόγησης* (παρουσίαση των αριστείων των μαθητών, των φύλλων/τεστ αξιολόγησης) (Abrami et al., 2009· Bures, Barclay, Abrami & Meyer, 2013· Šliogerienė, 2016). Αποτελούν ένα πρακτικά εναλλακτικό τρόπο αξιολόγησης, μια μορφή/εργαλείο της διαμορφωτικής αξιολόγησης της μαθησιακής εξέλιξης και της ακαδημαϊκής πορείας των μαθητών.

Τα *ηλεκτρονικά πορτφόλια* προασπίζουν τη μαθητοκεντρική, την πανταχού παρούσα αυτορρυθμιζόμενη και τη δια βίου μάθηση (Abrami et al., 2009· Bures, et al., 2013). Δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να παρουσιάσουν οποτεδήποτε τόσο

τις υψηλότερες δεξιότητες κλασικού γραμματισμού που έχουν αναπτύξει όσο και τις δεξιότητες του τεχνολογικού γραμματισμού τους με την αξιοποίηση των υπολογιστικών πολυμεσικών εργαλείων (Abrami et al., 2009· Bures et al., 2013). Ταυτόχρονα, αποτελούν πιο αυθεντικές προσεγγίσεις για την αξιολόγηση της μαθησιακής απόδοσης των μαθητών (Bures et al., 2013), βοηθούν στον καλύτερο προσανατολισμό των μαθησιακών στόχων και, ως εκ τούτου, την καλύτερη διαχείριση του χρόνου διαβάσματος (Abrami et al., 2009· Šliogerienė, 2016).

Ειδικότερα, μιας και η σύνθεση των ηλεκτρονικών πορτφόλιων γίνεται ύστερα από κριτική, δημιουργική επιλογή των μαθησιακών αντικειμένων που θα συμπεριληφθούν σε αυτό (ο τρόπος και η σημασία αυτής πρέπει να τονιστούν), οι μαθητές καλούνται **α)** να αναπτύξουν την αυτεπίγνωση, την αυτοπειθαρχία και την υπευθυνότητά τους για την μαθησιακή τους πορεία (Bures et al., 2013· Šliogerienė, 2016), **β)** να βελτιώσουν τις δεξιότητες αυτοδιαχείρισης της μάθησής τους, τις αυτορρυθμιστικές μαθησιακές δεξιότητες/στρατηγικές, προκειμένου να αυτο-αξιολογούν, να αυτο-ελέγχουν τις επιδόσεις τους, την αυτο-αποτελεσματικότητά τους, την επίτευξη των μαθησιακών τους στόχων (Abrami et al., 2009· Bures et al., 2013· Šliogerienė, 2016).

Ως αποτελέσματα της χρήσης των ηλεκτρονικών πορτφόλιων αναφέρονται **1)** η *εποικοδομητική συνεργασία με τον εκπαιδευτικό* μέσω της αξιοποίησης των επισημάνσεων που μπορεί να παραθέσει (Abrami et al., 2009· Šliogerienė, 2016), **2)** η *ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, της αυτορρύθμισης της μάθησης* των μαθητών (Abrami et al., 2009· Bures et al., 2013· Šliogerienė, 2016) και **3)** η *αναγνώριση των στρατηγικών* για την επίτευξη των προσωπικών μαθησιακών στόχων, αναγκών (Abrami et al., 2009). Οι Barber et al. (2011) προσθέτουν στα παραπάνω αποτελέσματα την ανάπτυξη **α)** των προσωπικών κινήτρων μάθησης και της στοχευμένης προσοχής τους σε μαθησιακές τους αδυναμίες (αυτεπίγνωση) και **β)** των εποικοδομητικών συνεργατικών διαδικασιών μεταξύ των μαθητών καλλιεργώντας τις επικοινωνιακές και γνωστικές δεξιότητές τους (ανταλλαγή απόψεων, μαθησιακού υλικού) και της υγιούς ανταγωνιστικότητας.

Επιπλέον, ο Steffens (2001;2008) στην έρευνά του κάνει λόγο για τα *υπολογιστικά περιβάλλοντα διευρυμένης πραγματικότητας*, τα οποία αποτελούν πρωτοποριακά, εναλλακτικά, δυναμικά εκπαιδευτικά μέσα/μοντέλα που στοχεύουν στην αναγνώριση, την εξάσκηση, την κατανόηση και την επέκταση των γνωστικών και μη πληροφοριών από τους μαθητές. Συγκεκριμένα, αναφέρει το *SMART project*, ένα υπολογιστικό, διαδραστικό, μαθησιακό περιβάλλον μοντελοποίησης που χρησιμοποιείται για την παρουσίαση διάφορων θεμάτων/εννοιών/προβλημάτων. Το περιβάλλον αυτό διαθέτει αρκετά εργαλεία που βοηθούν και στοχεύουν στην ανάπτυξη **α)** της κριτικής, δημιουργικής σκέψης με την παροχή ποικίλων ανατροφοδοτήσεων/επισημάνσεων, **β)** της διαφορετικής οπτικής και των πολλαπλών αναπαραστάσεων των ιδεών, στη διαφορετικότητα των απόψεων και την στοχευμένη επιχειρηματολογία τους, **γ)** του αυτοελέγχου της μαθησιακής δράσης και των διαδικασιών της και **δ)** της εποικοδομητικής επικοινωνίας και της συνεργασίας μεταξύ των μαθητών.

Κατά αντιστοιχία με τα περιβάλλοντα επαυξημένης πραγματικότητας, στην έρευνα των Chao et al. (2016) παρουσιάζεται η συσχέτιση της ακαδημαϊκής επίδοσης

στα μαθηματικά με την αξιοποίηση τριών διαφορετικών διαδικτυακών περιβαλλόντων εργασίας: ένα *αλληλεπιδραστικό εικονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι, ένα γραμμικής δομής περιβάλλον μοντελοποίησης* της γνώσης και ένα *απλό βίντεο* κατασκευασμένο από τον εκπαιδευτικό. Από τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής παρατηρείται ότι το *εικονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι*, με θέμα του την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, ήταν αυτό στο οποίο οι μαθητές έδειξαν περισσότερο ενδιαφέρον, ασχολήθηκαν ενεργά με την ανάπτυξή του και αποκόμισαν υψηλότερες επιδόσεις. Το γεγονός αυτό οφείλεται **α)** στην άμεση διαδραστικότητα και ανατροφοδοτήσεις/επισημάνσεις (πχ. pop-ups διαλόγους) που προσφέρεται μέσω του παιχνιδιού (Hung et al., 2014), **β)** την ψυχαγωγική, παιγνιώδη φύση της όλης δραστηριότητας, που έγκειται στα βασικά ένστικτα των παιδιών για παιχνίδι/διασκέδαση (Perry & Steck, 2015; Steffens, 2001), κατά την οποία οι μαθητές ίσως και να μην συνειδητοποιούν ότι «κάνουν» μαθηματικά (Hung et al., 2014), **γ)** τα γραφικά και το πλαίσιο του παιχνιδιού, **δ)** την ευκολία, την οικειότητα διαχείρισης παρόμοιων φιλικών, προσιτών προς τους μαθητές πλατφόρμων (Hung et al., 2014), **ε)** την κατάκτηση της εξελικτικής μαθησιακής πορείας μέσω των βημάτων/πιστών του εκπαιδευτικού παιχνιδιού, με διαβαθμισμένη δυσκολία (Chao et al., 2016).

Αξίζει να σημειωθεί, στην έρευνα αυτή (Chao et al., 2016), ότι ακόμη και η προβολή του *απλού βίντεο* προσέελκυσε ένα μεγάλο ποσοστό της προσοχής των μαθητών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών εξαιτίας **α)** του περιεχομένου του (παρουσίαση ειδικών γνωστών ανθρώπων της επιστημονικής κοινότητας να επεξηγούν το περιεχόμενο του μαθήματος με απλά παραδείγματα της καθημερινότητας των μαθητών, παρουσίαση θεμάτων, όπως τα fractals, που αν και είναι δυσκολονόητη έννοια για τους μικρούς μαθητές, οι προοπτικές των οπτικοποιήσεών τους κέρδισαν τον θαυμασμό των μαθητών) και **β)** των εικονικών κινουμένων σχεδίων/τα οπτικά εικαστικά πλαίσια του βίντεο.

Όσον αφορά την χρησιμότητα, την αποτελεσματικότητα των εκπαιδευτικών ηλεκτρονικών παιχνιδιών για την ενίσχυση των ακαδημαϊκών επιδόσεων, την αύξηση της ενεργούς εμπλοκής τη μάθηση και γενικότερα τη βελτίωση της αυτορρύθμισης της μάθησης, οι Hung et al. (2014) προσθέτουν νέες δυνατότητες των εκπαιδευτικών ηλεκτρονικών παιχνιδιών:

- Μειώνουν το άγχος για το μαθησιακό περιεχόμενο (πχ. μαθηματικά)
- Βελτιώνουν τη χωρική ικανότητα των μαθητών (οπτικοποιήσεις, προοπτικές), την κριτική, ανοιχτή σε ιδέες σκέψη και τις στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων (μέσω της αντιμετώπισης των προκλήσεων των παιχνιδιών)
- Προωθούν τα εσωτερικά κίνητρα μάθησης
- Ενισχύουν την συνεργατική μάθηση αλλά και αναπτύσσουν την ευγενή άμιλλα
- Υποστηρίζουν την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση με την προσαρμογή αυτής στα μαθησιακά χαρακτηριστικά των μαθητών (ρυθμό, στυλ) (πχ. δεν είναι αναγκαίο να σηκώνουν χέρια, να κάνουν ερωτήσεις, να περιμένουν ανατροφοδότηση από τον εκπαιδευτικό για να συνεχίσουν)
- Με καλό σχεδιασμό, ανάπτυξη και ενσωμάτωσή τους στη διδακτική πράξη, μπορούν και αναπτύσσουν αυθεντικά μαθησιακά περιβάλλοντα, όπου οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν προβλήματα της πραγματικότητας με την βοήθεια των μαθηματικών

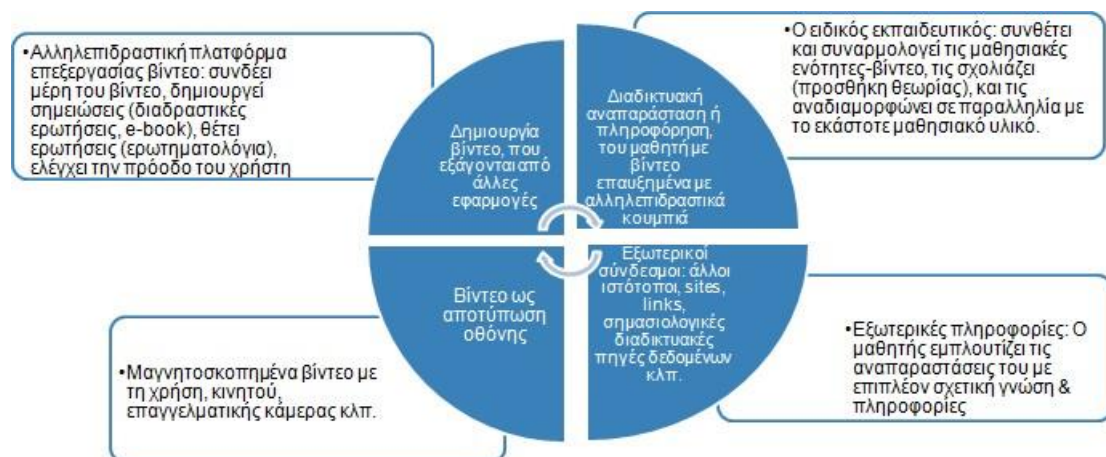
- Με την κατασκευή μιας γενικής, βασικής πλατφόρμας του παιχνιδιού, εύκολα μπορεί να προσαρμοστεί σε αυτό κάθε μαθησιακό αντικείμενο, ικανοποιώντας ποικίλες μαθησιακές ανάγκες (εξάσκηση, αξιολόγηση μαθητών κα.) και στόχους

Τα τελευταία χρόνια, λόγω της ολοένα και αυξανόμενης ανάγκης για αυτονομία και αυτορρύθμιση της μάθησης, έχουν αναπτυχθεί τα **αλληλεπιδραστικά εκπαιδευτικά βίντεο** που ενισχύουν τη μαθητοκεντρική, την πανταχού παρούσα, την αυτορρυθμιζόμενη και την συνεργατική μαθησιακή διαδικασία. Αποτελεί μια καινοτόμα, ενδιαφέρουσα και ενθουσιώδη, αυθεντική και αυτόνομη διδακτική/μαθησιακή πρακτική που δίνει τη ευκαιρία στο μαθητή για ενεργό μάθηση με την ελάχιστη έως μηδαμινή βοήθεια από τον εκπαιδευτικό κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας (Papadopoulou & Palaigeorgiou, 2016).

Η αξιοποίηση των *αλληλεπιδραστικών βίντεο* διανθίζει την ποιότητα της παρεχόμενης παιδαγωγικής υποστήριξης, διαφοροποιείται από τις υπόλοιπες διδακτικές μεθόδους ενισχύοντας στοχευμένα την μεταγνωστική ενημερότητα και την αυτεπίγνωση των μαθητών, ωθώντας τους στην αυτονόμηση, την αυτορρύθμιση της μάθησής τους. Η διδακτική/μαθησιακή πλατφόρμα, όπου αναπτύσσονται (βίντεο), είναι φιλική, οικεία προς τον κάθε μαθητή, εύκολη στην παρακολούθηση και τη χρήση της (Papadopoulou & Palaigeorgiou, 2016).

Η ραγδαία εξέλιξη τη τεχνολογίας επέφερε τη χρήση δυναμικών απεικονίσεων, είτε αφορά τις κινούμενες εικόνες είτε το βίντεο, με σκοπό να γίνουν κατανοητές αφηρημένες και δύσκολες έννοιες. Με την αξιοποίηση των λεγόμενων μοντέλων βασισμένων στη χρήση του βίντεο, ο μαθητής είναι ικανός να επεξεργάζεται τα νέα μαθησιακά υλικά με ενεργό τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, ο μαθητής παρατηρεί τη συμπεριφορά του μοντέλου κι έπειτα προχωρά στην επαλήθευση με το να την εφαρμόσει. Αυτή η μετάβαση από την παρατήρηση στην πρακτική προϋποθέτει πληθώρα γνωστικών διεργασιών, κατά την ανάπτυξη των οποίων λαμβάνεται υπόψη και το φορτωμένο γνωστικό φορτίο που επιφέρουν οι σύνθετες δεξιότητες. Η χρήση δυναμικών απεικονίσεων, όπως κινούμενες εικόνες και βίντεο, είναι ο προτιμώμενος τρόπος για την εξωτερίκευση ιδεών, προτάσεων, σκέψεων, οποιοδήποτε γνωστικού υλικού ή ακόμα και διαδικαστικών τεχνικών/δεξιοτήτων, συντείνοντας έτσι στην ανάπτυξη της γνωστικής μοντελοποίησης.

Στην παρακάτω εικόνα επεξηγείται η διαδικασία μετατροπής ενός απλού βίντεο σε αλληλεπιδραστικό, σύμφωνα με την πλατφόρμα επεξεργασίας βίντεο (Learnworlds):



Τα τεχνολογικά πολυμέσα (hypermedia) πρέπει να χρησιμοποιούνται ως παιδαγωγικά, κονστрукτιβιστικά, μεταγνωστικά εργαλεία μάθησης και διδασκαλίας, που ενισχύουν τις προσπάθειες των μαθητών κατά την εξελικτική πορεία μάθησής τους (Azevedo, 2005).

Αυτορυθμιζόμενη Μάθηση με Ταμπλέτες μέσα στην Τάξη

Ο ολόένα και αυξανόμενος τεχνολογικός εξοπλισμός και η ενσωμάτωση των φορητών συσκευών στην εκπαιδευτική πράξη, όπως και οι νεότεροι στόχοι της εκπαιδευτικής πράξης, προσφέρουν περισσότερες και διαφορετικότερες ευκαιρίες αυτορρύθμισης, αυτο-κατεύθυνσης της μάθησης και μαθησιακές εμπειρίες στους μαθητές, οι οποίες δε θα παρέχονταν στα παραδοσιακά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα. Διαφοροποιούν τη μαθησιακή διαδικασία, την παιδαγωγική πρακτική, το ρόλο των μαθητών και του εκπαιδευτικού στην τάξη, το χρόνο και τον τόπο διεξαγωγής της μάθησης/της διδασκαλίας (ασύγχρονη, εξ αποστάσεως), στοχεύοντας δυναμικά στην αλλαγή, τον εκσυγχρονισμό της δομής της παραδοσιακής σχολικής εκπαίδευσης (Fanhoe & Mishra, 2013). Η πραγματική πρόκληση της εκπαιδευτικής κοινότητας και των ερευνητών είναι η αναγνώριση, η δημιουργία και η προσφορά των κατάλληλων πλαισίων, περιβαλλόντων εργασίας, εκπαιδευτικών εργαλείων για την ανάπτυξη της αυτορρύθμισης αυτής (Shih et al., 2010).

Η **φορητή μάθηση** ενισχύει και προωθεί την ανάπτυξη της **αυτοκαθοδηγούμενης μάθησης**, της εποικοδομητικής επικοινωνίας και συνεργασίας μεταξύ συμμαθητών (peer mentoring), χαρακτηρίζει τη διαφοροποίηση των διδακτικών πρακτικών (μαθητοκεντρικό μαθησιακό περιβάλλον), προτρέπει την ανάπτυξη της διαμορφωτικής αξιολόγησης των μαθητών, ενώ εστιάζει και στοχεύει στην ενεργό εμπλοκή των μαθητών στην μαθησιακή τους διαδικασία και ακαδημαϊκή επιτυχία (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Habler, Major, Hennessy, 2016· Perry & Steck, 2015· Shih et al., 2010).

Μάλιστα, στην προσπάθεια τους να υποστηρίξουν θεωρητικά τη χρησιμότητα και τη σημασία των ταμπλέτων στην ανάπτυξη της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, οι Ciampa and Gallagher (2013) αναφέρουν την θεωρία της «διπλής κωδικοποίησης» του Paivio (1986), κατά την οποία οι μαθητές τείνουν να επεξεργάζονται, να κατανοούν, να διατηρούν και να μεταφέρουν γνώσεις πιο εύκολα στις διάφορες καταστάσεις, όταν έχουν τη δυνατότητα να τις (απο)κωδικοποιούν με διάφορους τρόπους, αξιοποιώντας πολλαπλές αναπαραστάσεις, οπτικοποιήσεις αυτών, συνδυάζοντας κείμενο και εικόνα (εικονογραφήσεις, κινούμενα σχέδια, βίντεο).

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά των **ταμπλέτων**, όπως προαναφέρθηκαν εκτενέστερα σε προηγούμενο κεφάλαιο, είναι τόσο η *άμεση διαθεσιμότητα ποικίλων πολυμεσικών εκπαιδευτικών εργαλείων*, η *πληθώρα μαθησιακού υλικού* για κάθε επιστημονικό και μη αντικείμενο μάθησης όσο και η *δυνατότητα δυναμικής αναζήτησης, σχεδιασμού, αναπαράστασης του μαθησιακού περιεχομένου* ανάλογα με τις μαθησιακές ανάγκες, τα μαθησιακά στυλ και τις προτιμήσεις των μαθητών (οπτική, ακουστική και κιναισθητική αναπαράσταση των πληροφοριών) (Perry & Steck, 2015). Πρέπει να επισημανθεί ότι τα χαρακτηριστικά αυτά είναι ανεξάρτητα από τις ικανότητες, τα ατομικά κοινωνικοπολιτισμικά, αναπτυξιακά, βιολογικά γνωστικά χαρακτηριστικά (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Perry & Steck,

2015· Shih et al., 2010).

Οι φορητές τεχνολογικές συσκευές, οι ταμπλέτες, καθιστούν δυνατή τη *προσβασιμότητα και την ευελιξία της μάθησης χάρη στην φορητότητά τους*. Όλα τα είδη των εκπαιδευτικών διαδικτυακών εργαλείων/πρακτικών (e-book, MOOCs, e-portfolio, online learning, learning games, βίντεο, αλληλεπιδραστικό βίντεο), μπορούν να αναπτυχθούν, να υιοθετηθούν και με την συνεργό υποστήριξη των φορητών συσκευών,

- a) προωθώντας, έτσι, την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση με την ανάπτυξη της υπευθυνότητας των μαθητών για την εξέλιξη των επιδόσεών τους, με την ενεργό διάδρασή τους με το μαθησιακό περιεχόμενο μέσω των φορητών συσκευών (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Habler et al., 2016· Perry & Steck, 2015· Shih et al., 2010)
- b) εξυπηρετώντας την ανάπτυξη και τις ανάγκες/απαιτήσεις της *μεικτής, της εξατομικευμένης, της συνεργατικής, της εξ αποστάσεως, της ασύγχρονης* και γενικότερα *της δια βίου μάθησης* (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Habler et al., 2016· Shih et al., 2010· Steffens, 2008· Winters et al., 2008),
- c) διευκολύνοντας και ορίζοντας την *«πανταχού παρούσα μάθηση»* (οπουδήποτε και οποτεδήποτε) εντός και εκτός της σχολικής τάξης (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Habler et al., 2016· Perry & Steck, 2015)
- d) υποστηρίζοντας όλες τις μαθησιακές ευκαιρίες, εμπειρίες των ατόμων για μαθησιακή εξέλιξη μέσω της *δυνατότητας επέκτασης/επιτάχυνσης του μαθησιακού χρόνου και εκτός του σχολικού ωραρίου* (αυτοέλεγχος της μαθησιακής πρακτικής) (Ciampa & Gallagher, 2013)
- e) υποστηρίζοντας την *μείωση των δημόσια καταβληθέντων δαπανών για τον εξοπλισμό των βιβλιοθηκών των σχολείων* (Gokcearslan, 2017), μιας και οι φορητές συσκευές, όπως ταμπλέτες, iPads, κοστίζουν λιγότερο (χαρτόδετα βιβλία έναντι e-books) (Habler et al., 2016· Perry & Steck, 2015), με την γρήγορη, εύκολη, άμεση, ταυτόχρονη (όλοι μπορούν να τα αποκτήσουν) ανάκτησή αυτών (όχι δανεισμός) μέσω δυναμικών εκπαιδευτικών ιστοτόπων.

Επιπρόσθετα, οι Shih et al. (2010) συνοψίζουν τις μαθησιακές/διδασκτικές δυνατότητες των διαδικτυακών πολυμεσικών εργαλείων στην σχολική πραγματικότητα, οι οποίες ενισχύονται με την εκπαιδευτική αξιοποίηση των φορητών συσκευών (μέσα από δυναμικά κonstruktivistικά, αυτορρυθμιζόμενα μαθησιακά περιβάλλοντα). Αυτές είναι:

- **Εναλλακτικά μαθησιακά περιβάλλοντα** (online μαθήματα, ασύγχρονη μάθηση, εκπαιδευτικά παιχνίδια) (Perry & Steck, 2015)
- **Διαδικτυακή κοινωνική αλληλεπίδραση και συνεργασία** (ομαδική εργασία, μάθηση μέσω project, εμπλοκή σε ομαδικές συζητήσεις με νόημα και ενδιαφέρον για τους μαθητές, ανταλλαγή μαθησιακού υλικού) (Perry & Steck, 2015)
- **Αξιολόγηση ακαδημαϊκών επιδόσεων** (e-portfolios, ποικίλα τεχνολογικά συστήματα παρακολουθούν, αναλύουν και εκθέτουν την πορεία μάθησης των μαθητών, προσφέροντας άμεσες ανατροφοδοτήσεις/επισημάνσεις)
- **Δημιουργία και παρουσίασης μαθησιακού περιεχομένου** (multimedia)
- **Διαχείριση της μάθησης** (πχ. κατά τη διάρκεια του μαθήματος, μαθητής: καταγραφή σημειώσεων, διατήρηση προσοχής, αναζήτηση βοήθειας, εκπαιδευτικός:

ταυτόχρονη προβολή των έργων όλων των μαθητών, παροχή ανατροφοδότησης)

- **Αναζήτηση μαθησιακού υλικού** (δυναμικές διαδικτυακές εκπαιδευτικές πηγές δεδομένων)

Ο Gokcearslan (2017), αναφερόμενος στα φυσικά χαρακτηριστικά των φορητών συσκευών, ταμπλέτων, επισημαίνει ότι οι φορητές συσκευές βοηθούν στην ανάπτυξη της εξατομικευμένης, αυτορρυθμιζόμενης μάθησης λόγω της *απτής* (εικονικά χειραπτικά μοντέλα), *κιναισθητικής διάδρασης του μαθητή με το εκπαιδευτικό εργαλείο*, καθιστώντας τη μάθηση πρακτική, διασκεδαστική (Habler et al., 2016; Perry & Steck, 2015). Θα αποτελούσε σοβαρή παράλειψη να μην σημειωθεί ότι η αλληλοεξάρτηση της φορητής με την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση οφείλεται στο γεγονός ότι τα τεχνολογικά πολυμέσα μπορούν και δημιουργούν *αυθεντικές* (η μαθησιακή διαδικασία σχετίζεται άμεσα με τους μαθησιακούς στόχους) και *πλαισιωμένες* (η μάθηση επηρεάζεται από τα κοινωνικά, τεχνολογικά, φυσικά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος γύρω του) *μαθησιακές καταστάσεις/εμπειρίες/δραστηριότητες*, που καθιστούν το πολυπαραγοντικό αυτό περιβάλλον φιλικό, οικείο και προσιτό στους μαθητές (Habler et al., 2016).

Πέρα, όμως, από τις θετικές μαθησιακές ενισχύσεις της φορητής μάθησης στην ανάπτυξη της αυτορρύθμισης των ακαδημαϊκών επιδόσεων, μέσα και έξω από τη σχολική τάξη, επισημαίνονται ταυτόχρονα ορισμένες αρνητικές χροιές της ενσωμάτωσης των φορητών συσκευών στη σχολική πραγματικότητα (Ciampa & Gallagher, 2013):

- Παρόλο που τα σχολεία παρέχουν ισότιμη πρόσβαση των φορητών εκπαιδευτικών συσκευών σε όλους τους μαθητές τους, η διαθεσιμότητα αυτή αντιπαραβάλλεται με την πιθανή έλλειψη αυτών (ή αδυναμία πρόσβασης σε αυτές) στο σπίτι.
- Η ασφάλεια των δεδομένων είναι αμφισβητήσιμη καθώς παραμονεύει ο κίνδυνος υποκλοπής ή καταστροφής αυτών, διαγραφής προσωπικού εκπαιδευτικού υλικού (μηνύματα, εργασίες, προσωπικά δεδομένα).
- Ελλοχεύει ο κίνδυνος παραγκωνισμού του παραδοσιακού χειρωνακτικού τρόπου **α)** γραφής, ανάγνωσης (χαρτί-μολύβι, χαρτόδετο βιβλίο) και **β)** της διερεύνησης, εξάσκησης και ανάπτυξης βασικών δεξιοτήτων γραμματισμού και αρίθμησης.
- Είναι πιθανή η εμφάνιση προβλημάτων υγείας (πχ. όρασης, ορθοπεδικής φύσης) (Gokcearslan, 2017).
- Παρουσιάζεται το πρόβλημα της διάσπασης της προσοχής των μαθητών από το μάθημα, τους μαθησιακούς τους στόχους λόγω της καινοτομίας των ταμπλέτων στη διδακτική πρακτική, χάρη των φυσικών (φορητό, ελαφρύ, απτική διαχείριση του συστήματος), των τεχνολογικών (multimedia) και των οπτικών (γραφικά, κινούμενα σχέδια) τους χαρακτηριστικών (Habler et al., 2016).
- Λόγω της περιορισμένης πλοήγησης στους διάφορους ιστοτόπους και της εισόδου σε ορισμένες εφαρμογές αλλά και της ανεπάρκειας πολλές φορές των ηλεκτρονικών περιεχομένων/εργαλείων (e-content), εμφανίζεται η δυσανασχέτηση των μαθητών, που συμβάλλει στην αποθάρρυνσή τους να χρησιμοποιούν τις φορητές συσκευές στη μάθηση (Gokcearslan, 2017).

Εμπλουτίζοντας, λοιπόν, τα **προαπαιτούμενα** της ενσωμάτωσης των νέων τεχνολογιών και, κυρίως, των φορητών συσκευών στη σχολική πραγματικότητα για την παράλληλη αλληλοπροώθηση της φορητής και αυτορρυθμιζόμενης μάθησης, κρίνεται αναγκαία (Ciampa & Gallagher, 2013· Gokcearslan, 2017· Perry & Steck, 2015) **α)** η πρότερη εξοικείωση των μαθητών με τα περιβάλλοντα/συστήματα εργασίας των ίδιων των φορητών συσκευών, με τα εναλλακτικά πλαίσια μάθησης που αξιοποιούνται μέσω αυτών, **β)** η ανάδειξη, η καλλιέργεια ποικίλων στρατηγικών αυτορρύθμισης της μάθησης (σε όλα τα στάδια/φάσεις της μαθησιακής διαδικασίας) με την αρωγή των φορητών συσκευών, μέσα από αντίστοιχες μαθησιακές εμπειρίες των μαθητών αλλά και διαφορετικών διδακτικών, μαθησιακών μεθόδων (όπως διερευνητική μάθηση, μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων, ομαδοσυνεργατική) και **γ)** η αλλαγή των αντιλήψεων, των στάσεων των εκπαιδευτικών, των μαθητών και των γονέων για τη σημασία, το ρόλο και τον δημιουργικό, παιδαγωγικό τρόπο αξιοποίησης των φορητών συσκευών στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Συμπερασματικά, η μάθηση δε συμβαίνει τυχαία, αλλά, αντιθέτως, εξαρτάται και προτρέπεται όχι μόνο από το φυσικό/εμπράγματο και κοινωνικό πλαίσιο αλλά, κυρίως, από τον ίδιο τον εκπαιδευόμενο. Οι εκπαιδευόμενοι οφείλουν να λαμβάνουν ενεργό ρόλο στις ατομικές/συνεργατικές διαδικασίες μάθησης, αυτο-διαχειρίζοντας και αυτο-κατευθύνοντάς τες, κατά συμφωνία με τους προσωπικά προσανατολισμένους μαθησιακούς στόχους και παράγοντες αυτοπαρακίνησης. Μέσα σε ένα τεχνολογικά πια εξοπλισμένο περιβάλλον οι μαθητές καλούνται να αναπτύξουν και να επιδείξουν ένα υψηλότερο επίπεδο αυτονομίας, αυτορρύθμισης και ανεξαρτησίας στη μάθησή τους, καλλιεργώντας την αυτεπίγνωση, τις μεταγνωστικές δεξιότητες και στρατηγικές τους, τον αυτοέλεγχο και τον αναστοχασμό των μαθησιακών τους επιτευγμάτων. Από την άλλη πλευρά, οι διδάσκοντες οφείλουν να αναγνωρίζουν και να τονίζουν τόσο τη χρησιμότητα της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης όσο και την προσφορά, το ρόλο της τεχνολογίας στην επίτευξη αυτής, όπως και της δια βίου μάθησης.

Κεφάλαιο 3^ο

Η Αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών στη Σχολική Τάξη

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν σημειωθεί ποικίλες και διάφορες αναδιαμορφώσεις των προσεγγίσεων, των μέσων και του περιεχομένου της παρεχόμενης σχολικής εκπαίδευσης, χάρη στην ανάπτυξη και ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στη σχολική καθημερινότητα και την εκπαιδευτική πραγματικότητα. Τα σύγχρονα σχολεία και εκπαιδευτικά προγράμματα σπουδών στοχεύουν και ενισχύουν την προετοιμασία και ανάπτυξη ολοκληρωμένων γνωστικά πολιτών, με κριτική σκέψη και με κατάλληλα εφόδια (δεξιότητες, ικανότητες και γνώσεις) προκειμένου να αντιμετωπίσουν τις ανάγκες, τις επιδιώξεις και τις απαιτήσεις της ολοένα και εξελισσόμενης τεχνολογικά ζωής του 21^{ου} αιώνα.

Τα σχολικά εκπαιδευτικά συστήματα παραθέτουν δεκάδες σκοπούς και στόχους της αξιοποίησης των τεχνολογιών για τον εκσυγχρονισμό και τη βελτίωση της διδακτικής και μαθησιακής πρακτικής, της ηγεσίας και της ομαδικότητας, της ικανότητας λήψης αποφάσεων και της σωστής πληροφόρησης. Επίσης, επισημαίνουν τους σημαντικούς μαθητοκεντρικούς σκοπούς της ενσωμάτωσης και χρήσης των νέων τεχνολογιών κατά τη σχολική φοίτηση, όπως είναι η αύξηση της σχολικής ενασχόλησης (μείωση της σχολικής διαρροής, συμμετοχή στα μαθήματα), η βελτίωση της παρεχόμενης γνώσης (επιτυχία σε ακαδημαϊκές αξιολογήσεις), η ανάπτυξη των ικανοτήτων/δεξιοτήτων των μαθητών για τη μετέπειτα οικονομική βιωσιμότητά τους (συνεργασία, παραγωγικότητα και τεχνολογική ευχέρεια), ο τεχνολογικός γραμματισμός και η συσχέτιση του διδακτικού ακαδημαϊκά περιεχομένου με την καθημερινότητα, την πραγματικότητα των μαθητών (Lemke, Coughlin & Reifsneider, 2009).

Η γενικότερη σχολική επιτυχία, και κυρίως αυτή στα μαθηματικά μαθήματα, κατά τη διάρκεια φοίτησης των μαθητών στο δημοτικό αποτελεί μια κρίσιμη συνιστώσα της μετέπειτα ακαδημαϊκής, επαγγελματικής και κοινωνικής τους σταδιοδρομίας. Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται ότι οι μαθητές χαρακτηρίζονται από έλλειψη κινήτρων μάθησης και ενασχόλησης με τα μαθηματικά, γεγονός που καθιστά τη διδασκαλία και την αντίστοιχη αντιμετώπισή τους ακόμα πιο δύσκολη. Πολλοί εκπαιδευτικοί προκειμένου να προσεγγίσουν το πρόβλημα της έλλειψης κινήτρων των μαθητών για τα μαθηματικά αξιοποιούν και ενσωματώνουν τις νέες τεχνολογίες στη διδασκαλία τους με διάφορους τρόπους. Έτσι, στοχεύουν στην πρόκληση του ενδιαφέροντος, στην κινητοποίηση της προσοχής (τριπλή αισθητηριακή ευαισθητοποίηση: ήχο, αφή, όραση), στη διέγερση και συντήρηση της περιέργειας και συνάμα στην καλλιέργεια της αυτοπεποίθησης των μαθητών τους κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων/δραστηριοτήτων (Al-Mashaqbeh, 2017).

Η Ενσωμάτωση των Φορητών Συσκευών στη Σχολική Πραγματικότητα

Οι σύγχρονες παιδαγωγικές προσεγγίσεις προτείνουν νέα μέσα και εργαλεία που με την κατάλληλη αξιοποίησή τους συμβάλουν στην καλύτερη, αποτελεσματικότερη αναγνώριση, κατανόηση και οπτικοποίηση των μαθηματικών εννοιών. Τέτοια εργαλεία είναι οι αριθμομηχανές, οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές, οι

διαδραστικοί πίνακες, οι φορητές συσκευές, όπως τα έξυπνα κινητά τηλέφωνα (smartphones) και οι ταμπλέτες (tablets, ipods, ipads), τα αλληλεπιδραστικά βίντεο, τα διαδικτυακά εκπαιδευτικά μαθήματα, δραστηριότητες και παιχνίδια.

Η αξιοποίηση της τεχνολογίας στην εκπαίδευση φαίνεται τόσο μέσα από τα ερευνητικά αποτελέσματα όσο και από την καθημερινή ενασχόληση με αυτήν κατά τη σχολική διδακτική/μαθησιακή πράξη. Προσφέρει, δηλαδή, αρκετά θετικά τόσο στη διδασκαλία όσο και στη μάθηση αλλά και τη διαχείριση και συνεργασία της τάξης. Με την ενσωμάτωση των τεχνολογιών η μάθηση γίνεται πιο ελκυστική, ευχάριστη και διαδραστική (Bidin & Ziden, 2013· Mang & Wardley, 2013· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017· Wilkinson & Barter, 2016), με τους μαθητές να εμπλέκονται συχνότερα και για μεγαλύτερη διάρκεια στη μαθησιακή διαδικασία και να ενασχολούνται με το εκάστοτε διδακτικό/μαθησιακό περιεχόμενο (Dündar & Akçayır, 2014· Gõrhan, Öncü & Sentürk., 2014).

Η δυναμική, πολλαπλή οπτικοποίηση των μαθηματικών, κυρίως, εννοιών, που πραγματοποιείται χάρη στις νέες τεχνολογίες, συμβάλλει στη βαθύτερη και ουσιαστικότερη κατανόηση τους, με τα εικονικά (χειραπτικά-οπτικά-ηχητικά) περιβάλλοντα να διαμορφώνουν, να προσαρμόζονται με ευελιξία στα μαθησιακά στυλ και τις προτιμήσεις των μαθητών (Franklin & Peng, 2008· Karimi, 2016· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017). Η υιοθέτηση των φορητών συσκευών στην εκπαίδευση δίνει τη δυνατότητα στο άτομο να εμπλακεί στη διδασκαλία και τη μάθηση με την ενεργοποίηση όλων των αισθήσεων (οπτική, ακουστική, κιναισθητική) (Franklin & Peng, 2008). Η χρήση των μικρών φορητών συσκευών, όπως iPads ή ταμπλέτες (tablets), διευκολύνει όχι μόνο την ευέλικτη, γρήγορη, άμεση προσβασιμότητα στις πληροφορίες αλλά και την κοινωνική αλληλεπίδραση (συνεργατική μάθηση), σε σύγκριση με τους μεμονωμένους χρήστες των σταθερών ηλεκτρονικών υπολογιστών, και την ενεργό εμπλοκή και αυτορρύθμιση των μαθητών κατά τη μαθησιακή και διδακτική πρακτική (Clarke & Svanaes, 2014· Henderson & Yeow, 2012). Έτσι, οι φορητές συσκευές μετατρέπονται σε αναπόσπαστο, εύκολα υιοθετήσιμο εργαλείο μάθησης και διδασκαλίας (Galligan, Loch, McDonald & Taylor, 2010).

Στην έρευνα των Anderson et al. (2007), αναλύεται η πρακτική της παρουσίασης του εκπαιδευτικού περιεχομένου (*Classroom Presenter*) με τη χρήση γραμμικών, ψηφιακών διαφανειών και ταμπλέτων στο συγχρονισμένο ενδοταξικό σύστημα, εκπαιδευτικός-μαθητές-κοινή οθόνη. Η δυνατότητα δημιουργίας επαυξημένης πραγματικότητας περιβαλλόντων εργασίας σε πραγματικό διδακτικό χρόνο για την επισήμανση ή την αποσαφήνιση σημείων προβάλλει τη δυναμικότητα την εφαρμογής αυτής σε σχέση με την παραδοσιακή παρουσίαση διαφανειών (power point presenter). Η διδακτική και μαθησιακή πρακτική μεταβάλλεται καθώς ο εκπαιδευτικός έχει την ευκαιρία, παρουσιάζοντας στην κοινή οθόνη επιλεκτικά ορισμένες από τις λύσεις που κατέβαλαν οι μαθητές του (τις καινοφανείς λύσεις, τις διαφορετικές ιδέες), να προσελκύσει την προσοχή των μαθητών, να δημιουργήσει διάλογο σχετικά με τις παρανοήσεις, τα λάθη προωθώντας τον αυτοέλεγχο και την αυτορρύθμιση της μάθησης από τους ίδιους τους μαθητές.

Προαπαιτούμενα Ομαλής & Ουσιαστικής Ενσωμάτωσης των Φορητών Συσκευών στην Εκπαιδευτική Πραγματικότητα

Τα τεχνολογικά μέσα, που χρησιμοποιούνται από τον εκάστοτε εκπαιδευτικό, είναι ένα χρήσιμο, βοηθητικό εργαλείο για τη διδακτική και εκπαιδευτική διαδικασία. Ωστόσο, ο τρόπος με τον οποίο θα υιοθετηθούν, θα ενταχθούν και θα ενσωματωθούν οι κάθε τύπου φορητές συσκευές προκειμένου να γίνουν αρωγοί στη μάθηση, πρέπει να πληροί κάποιες προϋποθέσεις.

Αρχικά, είναι απαραίτητη η σωστή και ακριβής τεχνολογική ενημέρωση και γνώση, οι προηγούμενες εμπειρίες του ίδιου του εκπαιδευτικού σχετικά με τον κατάλληλο τρόπο χρήσης και το χρόνο ενασχόλησης των μαθητών με τις ταμπλέτες κατά τη διάρκεια του μαθήματος (Dündar & Akçayır, 2014· Wilkinson & Barter, 2016). Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να είναι ενήμερος και γνώστης των νέων τεχνολογιών και των αντίστοιχων εφαρμογών (λογισμικά, πλατφόρμες) που προτίθεται να παρουσιάσει στους μαθητές του, με τις οποίες και θα ασχοληθούν και μέσω αυτών θα διερευνήσουν την ετήσια και μη διδακτική ύλη (Franklin & Peng, 2008). Φυσικά, ο εκπαιδευτικός είναι θεμιτό να γνωρίζει με ακρίβεια το γνωστικό περιεχόμενο και τις δεξιότητες που καλλιεργούνται και αναπτύσσονται μέσα από τη χρήση των ταμπλετών και να έχει σχεδιάσει με προσοχή τα χρονικά σημεία, σε ποιο μέρος της διδασκαλίας (αφόρμηση, εφαρμογή νέας γνώσης, αξιολόγηση) θα αξιοποιηθούν ουσιαστικά.

Επιπλέον, κρίνεται αναγκαία η ύπαρξη και η δημιουργία ενός παιδαγωγικού πλαισίου χρήσης των φορητών συσκευών στη σχολική τάξη, ώστε να μην υποβαθμίζεται το ύψος της μάθησης σε απλά παιγνιώδη γεγονότα (Clarke & Svanaes, 2014). Ο εκπαιδευτικός οφείλει όχι μόνο να ελέγχει την καταλληλότητα και την αξιοπιστία των εκπαιδευτικών εφαρμογών, μέσω των οποίων οι μαθητές θα διερευνήσουν τη νέα γνώση αλλά και την αντιστοιχία αυτών με τους εκάστοτε μαθησιακούς στόχους (Franklin & Peng, 2008· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017). Δύο ακόμη βασικοί παράγοντες που φαίνεται, μέσα από διάφορες έρευνες, ότι επηρεάζουν την ενσωμάτωση των σύγχρονων τεχνολογικά συσκευών στη σχολική εκπαίδευση, είναι τόσο οι απόψεις, οι στάσεις και η αυτοπεποίθηση του εκπαιδευτικού σχετικά με τις προοπτικές αξιοποίησης αυτών στο μάθημά τους όσο και διάφορα δημογραφικά χαρακτηριστικά των εκπαιδευτικών (ηλικία, φύλο, μετεκπαίδευση, εμπειρία) (Churchill, Fox, & King, 2012· Clarke & Svanaes, 2014· Domingo & Gargante, 2016· Dündar & Akçayır, 2014).

Εκτός από τον εκπαιδευτικό, η δεκτικότητα της χρήσης των συσκευών από την πλευρά των μαθητών, ο βαθμός εξοικειώσής τους με αυτές και η αυτοπεποίθησή τους κατά τη χρήση αυτών αποτελούν σημαντικούς παράγοντες επιτυχημένης αξιοποίησής τους κατά την διάρκεια του μαθήματος (Domingo & Gargante, 2016· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Franklin & Peng, 2008· Görhan et al., 2014· Karimi, 2016· Piat et al., 2016). Οι μαθητές θα πρέπει (Clarke & Svanaes, 2014· Domingo & Gargante, 2016· Dündar & Akçayır, 2014· Görhan et al., 2014· Karimi, 2016· Sloan, 2012) :

- α)** να αντιληφθούν ότι οι φορητές συσκευές δε διαρρηγνύουν τη μάθησή τους (Kinash, 2011), αντίθετα η ουσιαστική χρησιμότητά τους εγγυάται τη διεύρυνση, βελτιστοποίηση των σχολικών επιδόσεων, των γνώσεων, των ικανοτήτων & των δεξιοτήτων τους,
- β)** να μάθουν και να εξοικειωθούν με τα νέα περιβάλλοντα εργασίας τους (ατομική ή εταιρική εργασία, υπολογιστικά οπτικά, ηχητικά, εικονικά-χειραπτικά

- αναπαραστατικά μέσα), αντιλαμβανόμενοι την ευκολία χρήσης αυτών (με ελάχιστη γνωστική και δεξιοτεχνική προσπάθεια),
- γ) να αναπτύξουν γνώσεις και δεξιότητες σχετικά με τον τρόπο χρήσης και λειτουργίας των εφαρμογών και των ίδιων των ταμπλέτων αλλά και
- δ) να ενδιαφερθούν (προσοχή και περιέργεια), να εξερευνήσουν τις μαθησιακές δυνατότητες που προσφέρονται κατά την ενασχόλησή τους με τις ταμπλέτες και το υλικό που επεξεργάζονται σε αυτές.

Σύμφωνα με το μοντέλο της «**Συνδυαστικής Θεωρίας Αποδοχής και Χρήσης της Τεχνολογίας**» για το οποίο κάνουν λόγο οι Venkatesh, Morris, Davis, and Davis (όπως αναφέρονται στην Karimi, 2016), η υιοθέτηση της φορητής μάθησης και ο βαθμός της αποδοχής αυτής επηρεάζεται από ατομικά συμπεριφοριστικά κίνητρα και προθέσεις, τα οποία αλληλοεξαρτώνται και αλληλοεπηρεάζονται, όπως είναι (Göghan et al., 2014· Sloan, 2012):

- ❖ **οι προσδοκίες επίδοσης:** η στάση των μαθητών σχετικά με τη χρησιμότητα της φορητής μάθησης στη μαθησιακή τους απόδοση και παραγωγικότητα, που προωθεί την ευέλικτη και γρηγορότερη διαχείριση μαθησιακών δραστηριοτήτων, τη μαθησιακή αυτο-αποτελεσματικότητα. Η στάση αυτή επηρεάζεται σχετικώς από την ηλικία του μαθητή και όλα τα ακόλουθα κίνητρα (Galligan et al., 2010).
- ❖ **οι προσδοκίες χρήσης:** ο βαθμός ευχέρειας χρήσης και ουσιαστικής αξιοποίησης της φορητής μάθησης από τους μαθητές, θετικά, αισιόδοξα συναισθήματα και όχι άγχος και αμφιβολίες τόσο για τις ίδιες τις ικανότητες του ατόμου, όσο και για τη χρησιμότητα των ταμπλέτων στην μάθηση
- ❖ **η ψυχαγωγική/παιγνιώδης διάθεση:** η ψυχαγωγία είναι μια φυσική ανάγκη του ατόμου που επηρεάζει θετικά το βαθμό ενασχόλησής του με τη μαθησιακή διαδικασία, και την ανάπτυξη του ενδιαφέροντος, της περιέργειας, της προσοχής, της απόλαυσης για το μαθησιακό περιεχόμενο και δραστηριότητες μέσω ψηφιακών περιβαλλόντων των φορητών συσκευών (Carr, 2012· Franklin & Peng, 2008).
- ❖ **τα μαθησιακά στυλ** [το σύνολο των προσωπικών στάσεων και των συμπεριφορών του μαθητή, που προσδιορίζει τον προτιμώμενο τρόπο (στρατηγικές, μέθοδοι) μάθησης σε συγκεκριμένες μαθησιακές καταστάσεις]: η δυνατότητα χρήσης, καλλιέργειας και ανάπτυξης χειραπτικών εμπειριών, ενεργού πειραματισμού, στοχαστικής σκέψης και αφαιρετικής αντίληψης.
- ❖ **η προσωπική καινοτομία:** τρόπος σκέψης, βαθμοί επίδοσης, κλίμα τάξης, κουλτούρα τάξης, εξωτερικοί παράγοντες, έπαινοι ή τιμωρίες, κουλτούρα, πολιτισμός

Είναι αδιαμφισβήτητο ότι η ύπαρξη και η προσφορά τεχνικής υποστήριξης και τεχνολογικής μετεκπαίδευσης επηρεάζουν και αποτελούν βασικά προαπαιτούμενα της υιοθέτησης των ταμπλέτων στην καθημερινή εκπαιδευτική πραγματικότητα (Clarke & Svanaes, 2014· Dünder & Akçayır, 2014· Franklin & Peng, 2008· Wilkinson & Barter, 2016). Ωστόσο, τα τεχνικά προβλήματα (αργή διαδικτυακή σύνδεση, υιοί, ανεπαρκείς ταμπλέτες και λογισμικά, αδυναμία συγχρονισμού όλων των ταμπλέτων στην τάξη) που εμφανίζονται, συνήθως, κατά τη διάδραση με τεχνολογικές ψηφιακές φορητές συσκευές, φαίνεται ότι αποτελούν τροχοπέδη στη ενσωμάτωση και χρήση

αυτών στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Karimi, 2016). Παρομοίως, η ελλιπής εκπαίδευση των εν ενεργεία και προπτυχιακών εκπαιδευτικών (εκπαιδευτικά σεμινάρια) για την κατάλληλη χρήση και διαχείριση της τεχνολογίας στη σχολική τάξη, για την εύρεση και αναγνώριση ουσιαστικών ψηφιακών, εκπαιδευτικών υλικών, επηρεάζει τις στάσεις, τις συμπεριφορές και το βαθμό χρήσης (περισσότερη/λιγότερη διάρκεια ενασχόλησης, υψηλότερη/χαμηλότερη ποιοτικά επιλογή προβαλλόμενου εκπαιδευτικού υλικού) των φορητών συσκευών κατά τη διδακτική πράξη (Clarke & Svanaes, 2014· Dündar & Akçayır, 2014· Franklin & Peng, 2008).

Προκειμένου να αποφευχθεί περαιτέρω εκνευρισμός και απογοήτευση τόσο από πλευράς δασκάλων όσο και των μαθητών, θα πρέπει εξ αρχής να τεθούν με ακρίβεια τα όρια, τα μέτρα χρήσης των κοινωνικών διαδικτυακών μέσων (Facebook, Twitter) που θα υλοποιούνται και θα αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια των διδασκαλιών (Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014). Για την ουσιαστική και κατάλληλη ενσωμάτωση της φορητής τεχνολογίας στην εκπαιδευτική πραγματικότητα απαιτείται η πραγματοποίηση αλλαγών στο σύνολο της εκπαίδευσης, ώστε η φορητή μάθηση να είναι «*ουσιαστική, αποτελεσματική και ασφαλής*» (Clarke & Svanaes, 2014).

Φορητές Συσκευές (tablets) & «Φορητή Μάθηση»

Η εκπαιδευτική τεχνολογία έχει υιοθετήσει την τελευταία δεκαετία διάφορες φορητές συσκευές που υποστηρίζουν, βελτιώνουν και προάγουν τη διδασκαλία και τη μάθηση. Η φορητή μάθηση δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να διερευνήσουν το γνωστικό εκπαιδευτικό περιεχόμενο από ποικίλες διαφορετικές οπτικές γωνίες (Domingo & Gargante, 2016).

Οι **ταμπλέτες (tablets)** αποτελούν μια φορητή ηλεκτρονική συσκευή που συνδυάζει πληκτρολόγιο και οθόνη πολλαπλής απτικής επιλογής (multi-touch screen), ενώ για την περιήγηση στα δεδομένα, την επιφάνεια εργασίας και τα προγράμματα, εκτός από τα δάχτυλα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και μια ειδική γραφίδα (Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010· Henderson & Yeow, 2012· Kinash, 2011). Η χρήση της αφής κατά την εκπαιδευτική διαδικασία συμβάλλει στην ενεργή ενασχόληση με το μαθησιακό περιεχόμενο, τη διαισθητική προσθήκη δεδομένων, την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση όλων των μαθητών με το ίδιο αντικείμενο, την κινητοποίηση των προσωπικών κινήτρων και την ανάπτυξη της αυτορρύθμισης μάθησης, συγκρατώντας για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα την προσοχή και το ενδιαφέρον των μαθητών (Chen, Chiu, Lin & Chou, 2017· Fister & McCarthy, 2008).

Οι **ταμπλέτες** χαρακτηρίζονται ως δυναμικά, καινοτόμα, ισχυρά, αποτελεσματικά, ενδιαφέρουσα εκπαιδευτικά εργαλεία διερεύνησης και αξιολόγησης της γνώσης (Piatt, Coret, Choi, Volden & Bisanz, 2016). Συγκεκριμένα, στην έρευνα των Chen et al. (2017) παρατηρούνται διαφορές μεταξύ των μαθητών που χρησιμοποιούν την αφή και αυτών που χρησιμοποιούν την ειδική γραφίδα κατά τη χρήση των ταμπλετών για τη διαχείριση ψηφιακών χειραπτικών (εικονικών) αναπαραστατικών υλικών/μέσων (*virtual manipulatives*). Επισημαίνεται ότι η προσοχή των μαθητών είναι πιο εστιασμένη στο μαθησιακό περιεχόμενο όταν

διαχειρίζονται τις ταμπλέτες με την αφή, ενώ παραμένουν προσηλωμένοι για περισσότερη ώρα στην προς επίλυση μαθηματική δραστηριότητα (λιγότεροι παράγοντες διάσπασης της προσοχής τους), με επακόλουθο να υπάρχουν ικανοποιητικότερα μαθησιακά αποτελέσματα.

Αυτό το εκπαιδευτικό εργαλείο (tablets) σε σύγκριση με τις άλλες φορητές συσκευές (ipads, ipods, PDAs, smartphones) διαθέτει ορισμένα χαρακτηριστικά που το κάνουν να ξεχωρίζει χρήσης. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι οι μεγαλύτερες οθόνες, η ολοένα και αυξανόμενη ποικιλία διαδραστικών εφαρμογών, η μεγαλύτερη ταχύτητα επεξεργασίας δεδομένων, η μεγαλύτερη ισχύς της μπαταρίας τους και τέλος, η διαθεσιμότητα λογισμικών εγγραφής ήχου και βίντεο (Clarke & Svanaes, 2014). Σύμφωνα με την Johansson (όπως αναφέρεται στους Clarke & Svanaes, 2014), η υιοθέτηση των ταμπλέτων είναι τόσο διαδεδομένη στα δημοτικά σχολεία λόγω του **α)** παιδαγωγικού τους οφέλους (επικοινωνία, συνεργατικότητα, εξατομικευμένη & αυτορρυθμιζόμενη μάθηση, μεταγνωστική & τεχνολογική ενημερότητα), **β)** των χαρακτηριστικών των φορητών συσκευών [φορητότητα (μικρό μέγεθος & βάρος), προσβασιμότητα & συνδεσιμότητα σε διαδίκτυο (πολλαπλές εκπαιδευτικές εφαρμογές, προγράμματα & εργαλεία), διαδραστικά περιβάλλοντα, επικοινωνία & συνεργασία, «πανταχού παρούσα» μάθηση], και **γ)** της αντιμετώπισης προβλημάτων που ανέκυπταν με τη χρήση σταθερών ηλεκτρονικών υπολογιστών (διάσπαση της προσοχής των μαθητών, μη ακολουθία και μη ενεργή εμπλοκή στη διδασκαλία και μάθηση, έλλειψη ενδιαφέροντος και κινήτρων μάθησης από πλευράς μαθητών) (Fister & McCarthy, 2008).

Τα **iPads** διαφέρουν από τις κοινές ταμπλέτες, κατέχοντας ορισμένα χαρακτηριστικά που τα κάνουν να ξεχωρίζουν από τις άλλες φορητές συσκευές που χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι το μικρότερο βάρος τους, ο βελτιωμένος σχεδιασμός τους, η έλλειψη περιφερειακών συνδέσεων (αλλά δυνατότητα σύνδεσης περιφερειακών συσκευών μέσω Bluetooth), η ταχύτερη διαδικτυακή συνδεσιμότητα, η μεγάλη οθόνη πολλαπλής αφής και η πληθώρα των διαθέσιμων συγχρονισμένων εκπαιδευτικών εφαρμογών (Carr, 2012· Henderson & Yeow, 2012· Kinash, 2011). Λόγω της ευρείας γωνίας θέασης της οθόνης τους (178°), οι μαθητές μπορούν με ευκολία και συνεργαζόμενοι να βλέπουν τα προβαλλόμενα δεδομένα μέσω των iPads, χωρίς την παραποίηση της εικόνας (Henderson & Yeow, 2012).

Γενικότερα, η οθόνη αφής, τα εικονίδια (γραφικά) και η ικανότητα διαισθητικής διαχείρισης του περιεχομένου μέσω των iPads, όπως και μέσω των ταμπλέτων, τα καθιστούν πιο φιλικά, προσιτά σε όλες τις ηλικίες (Carr, 2012· Kinash, 2011· Piatt et al., 2016). Ακόμη, την προσέλκυση της προσοχής των μαθητών τους στο μάθημα επιχειρούν οι εκπαιδευτικοί με τη χρήση παιγνιωδών εκπαιδευτικών λογισμικών (εκτός από την απλή παρουσίαση πληροφοριών, τα διαδικτυακά βίντεο-μαθήματα και τα εικονικά χειραπτικά μέσα) με τη χρήση ατομικών iPads, που κεντρίζουν το ενδιαφέρον και την περιέργεια δημιουργώντας διαδραστικά μαθησιακά περιβάλλοντα, με απώτερο σκοπό την παρουσίαση, διαχείριση, ενίσχυση και κατανόηση του μαθησιακού περιεχομένου, την σχολική επιτυχία (Carr, 2012).

Τα **iPods** αποτελούν φορητές ηλεκτρονικές συσκευές, βολικές και εύκολες στη χρήση τους από τους μαθητές δίνοντάς τους την ευκαιρία να συνδυάσουν ήχο και κείμενο με δημιουργικό, εκπαιδευτικό τρόπο, με νόημα για τους ίδιους (Franklin & Peng, 2008). Ακόμη, οι δάσκαλοι θεωρούν ότι η δυνατότητα δημιουργίας ψηφιακών

ηχητικών κειμένων από τους ίδιους τους μαθητές αποτελεί ένα δυναμικό εργαλείο για την προώθηση των κινήτρων μάθησης των μαθητών μιας τα κείμενά τους αυτά μπορούν εύκολα και γρήγορα να αναρτηθούν στο διαδίκτυο μέσω των iPods, όπου όλοι έχουν πρόσβαση.

Ως φορητή μάθηση (**mobile learning**) ορίζεται ο πολλαπλός τρόπος αξιοποίησης των φορητών ηλεκτρονικών συσκευών (tablets, ipads, ipods, PDAs, smartphones) στην εκπαίδευση. Γενικότερα, η φορητή μάθηση (m-learning) παρουσιάζεται όταν οι εκπαιδευόμενοι επικοινωνούν μεταξύ τους μέσω φορητών ψηφιακών συσκευών οπουδήποτε και οποτεδήποτε (Galligan et al., 2010· Görhan et al., 2014· Karimi, 2016· Kinash, 2011). Οι ερευνητές χαρακτηρίζουν το είδος αυτής της μάθησης ως φορητή μάθηση λόγω των εξωτερικών χαρακτηριστικών των συσκευών που χρησιμοποιούνται για την διεξαγωγή και ανάπτυξη αυτής, μέσω «μικρών», «φορητών» και «αυτόνομων» ηλεκτρονικών, ψηφιακών συσκευών, που προσφέρουν απaráμιλλη πρόσβαση σε επικοινωνιακά και πληροφοριακά δίκτυα (Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Görhan et al., 2014· Piatt et al., 2016· Wilkinson & Barter, 2016).

Ακόμα, η έννοια αυτή ενσωματώνει τη φορητότητα των μαθησιακών μέσων και εργαλείων, τη γρήγορη και εύκολη πρόσβαση σε μαθησιακά υλικά, την «πανταχού παρούσα» μάθηση (**ubiquitous learning**), την εύκολη και ασύρματη πρόσβαση στο Διαδίκτυο, την ανάπτυξη μαθησιακών εμπειριών μέσα από την επικοινωνία, τη συνεργασία και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ μαθητών, μαθητών και εκπαιδευτικών, μαθητών και μαθησιακών περιβαλλόντων εργασίας (Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Drigas & Pappas, 2015· Henderson & Yeow, 2012· Karimi, 2016· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017· Piatt et al., 2016). Η φορητή μάθηση χαρακτηρίζει, επίσης, τον τύπο της μάθησης που επιλέγεται από τους εκπαιδευόμενους ανάλογα με τις προσωπικές ανάγκες, τις προτιμήσεις, τις απαιτήσεις, τα κίνητρα, με το «πότε» και «τι επιζητούμε να μάθουμε», όντας είτε τυπική (όταν ο μαθητής διαχειρίζεται την μαθησιακή του πορεία εντός της σχολικής τάξης, σύμφωνα με τα αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών και τις προσφερόμενες από τον εκπαιδευτικό πληροφορίες) είτε ανεπίσημη μορφή μάθησης (εκτός της σχολικής τάξης, μέσω κοινά διαθέσιμων διαδικτυακών εκπαιδευτικών πηγών πληροφοριών) (Bidin & Ziden, 2013· Karimi, 2016· Wilkinson & Barter, 2016).

Γενικότερα, η φορητή μάθηση προσφέρει ευκαιρίες για την **ενεργό εμπλοκή** των μαθητών σε νέες εκπαιδευτικές εμπειρίες, σε αντίθεση με τη παθητική έως τώρα στάση τους ως αποδέκτες γνώσης αλλά και ποικίλες δυνατότητες βελτίωσης της μαθησιακής διαδικασίας και εμπλουτισμού του μαθησιακού υλικού (Clarke & Svanaes, 2014· Karimi, 2016· Kinash, 2011). Γίνονται εμφανή και κατανοητά, λοιπόν, τα **παιδαγωγικά μοντέλα** που αξιοποιούνται κατά τη φορητή μάθηση, όπως η συμπεριφοριστική (έπαινοι, μίμηση προτύπων) αλλά και κοινωνική κονστρουκτιβιστική (συλλογική διερεύνηση της γνώσης) μάθηση, η πλαισιωμένη και η συνεργατική μάθηση, η δια βίου και εξατομικευμένη μάθηση και διδασκαλία (Drigas & Pappas, 2015· Henderson & Yeow, 2012).

Με τη χρήση των ταμπλετών στη διδασκαλία, οι μαθητές μπορούν να θέσουν γρήγορα και άμεσα ερωτήματα επάνω στο προβαλλόμενο μαθησιακό περιεχόμενο, που δεν είχαν προβλέψει οι εκπαιδευτικοί και να σχολιάσουν σημεία του, αλλά και να καταγράψουν και να απομαγνητοφωνήσουν ολόκληρες τις διδακτικές ώρες για

περαιτέρω κατανόηση του περιεχομένου, για ανατροφοδότηση, για επανάληψη (Galligan et al., 2010). Έτσι, όχι μόνο δεν μειώνεται η προσοχή, το ενδιαφέρον τους για το μάθημα, όπως τείνουν να πιστεύουν πολλοί εκπαιδευτικοί, αλλά συμμετέχουν ενεργά εξαιτίας αυτής της άμεσης διάδρασης με το παραδοτέο γνωστικό περιεχόμενο. Η ενσωμάτωση των φορητών συσκευών στην εκπαίδευση συμβάλλει στην προώθηση και υιοθέτηση της μεικτής πια διδακτικής και μαθησιακής πρακτικής (**blended learning**), όπου η κλασική, συμβατική διδασκαλία συνδυάζεται και αναμειγνύεται με την ηλεκτρονική μάθηση (Karimi, 2016). Οι μαθητές τώρα έρχονται αντιμέτωποι με πολλές γνωστικές πηγές (εκπαιδευτικός και διαδίκτυο, ηλεκτρονικά εργαλεία και μέσα) και ερεθίσματα (ηχητικά, οπτικά, εικονικά χειραπτικά), που συμβάλλουν στη δημιουργία ενός πιο αποτελεσματικού, αυθεντικού μαθησιακά περιβάλλοντος στη σχολική τάξη (Fokides & Atsikpasi, 2016· Furió, Juan, Seguí & Vινό, 2014· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017).

Σε αντίθεση με πολλές έρευνες, που τονίζουν τον κίνδυνο της φορητής μάθησης στη διάσπαση της προσοχής των μαθητών από την ουσία της διδασκαλίας, στην έρευνα της Kinash (2011) επισημαίνεται ότι κατά τη «φορητή μάθηση» οι μαθητές θέτουν ερωτήματα στο twitter, Facebook, αναζητούν την άποψη των ειδικών, ψηφίζουν και ταξινομούν δεδομένα, προβάλλουν παρουσιάσεις μαθημάτων/πληροφοριών, χαρτογραφούν οπτικά, κατασκευάζουν και μοιράζονται τις ιδέες τους σε μορφές, όπως κινούμενα σχέδια και ταινίες.

Εκτός των άλλων, η μεικτή μάθηση, στην οποία ο υπολογιστής, η ταμπλέτα εδώ, έχει κεντρικό μαθησιακό, διδακτικό ρόλο, υποστηρίζει την κατανόηση έναντι της στείρας απομνημόνευσης, μεγιστοποιώντας τις πιθανότητες υψηλότερης σχολικής επίδοσης, από ότι η κλασική συμβατική διδασκαλία (δασκαλοκεντρική, με χαρτί-μολύβι) (Görhan et al., 2014· Piat et al., 2016).

Μπορεί ακόμη να ειπωθεί ότι στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα είναι δυνατή η εύρεση και χρήση των ηλεκτρονικών σχολικών βιβλίων (**e-textbook**) μέσω υπολογιστών, προτζέκτορων, ακόμη και ταμπλέτων. Τα e-Textbook είναι ψηφιοποιημένες μορφές των κλασικών τυποποιημένων βιβλίων, με δυναμικές δυνατότητες υπογράμμισης, σημειώσεων, ολικής προεπισκόπησης (Sloan, 2012). Παρατηρείται οι μαθητές όχι μόνο να δέχονται με θετικότητα, ενδιαφέρον και προσοχή τη χρήση των ηλεκτρονικών βιβλίων, γεγονός που συμβάλλει στην ανάδειξη των προσωπικών κινήτρων μάθησης και καλύτερων σχολικών επιδόσεων (Sloan, 2012) αλλά και να υποστηρίζουν ότι η χρήση των ταμπλέτων τους βοηθά στην περαιτέρω κατανόηση των νέων διδακτικών θεμάτων (έννοιες) και στη συγχρονισμένη ακολουθία του παρουσιαζόμενου από τον εκπαιδευτικό μαθησιακού περιεχομένου (άμεση παρακολούθηση της διδακτική ύλης, καταγραφή σημειώσεων, άμεση αποστολή απαντήσεων ή ερωτήσεων στον εκπαιδευτικό) (Al-Mashaqbeh, 2017· Drigas & Pappas, 2015· Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010· Henderson & Yeow, 2012).

Τα διαδικτυακά σχολικά βιβλία δεν αποτελούν απλές ρεπλίκες των κλασικών, αντίθετα, ο μαθητής μπορεί όχι μόνο να αναζητήσει το περιεχόμενο που επιθυμεί, μέσω των υπερσυνδέσεων, να θέσει σελιδοδείκτες και να υπογραμμίσει διάφορα χωρία, αλλά και να δημιουργήσει, να διαχειριστεί γραφήματα, πίνακες, ολόκληρες επιπρόσθετες δραστηριότητες/ασκήσεις, μέσω υπερσυνδέσεων και διαδραστικών, animated μικροεφαρμογών (Kinash, 2011· Sloan, 2012).

Παράλληλα, η υιοθέτηση και χρήση των φορητών συσκευών, ως σύγχρονη εκπαιδευτική προσέγγιση, συντείνει στην προώθηση της ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας και μάθησης (**collaborative learning**) (Bidin & Ziden, 2013· Karimi, 2016). Επιχειρείται και παροτρύνεται η συνεργατικότητα, η ομαλή, δημοκρατική επικοινωνία των ιδεών των μαθητών και, γενικότερα, προωθείται η ουσιαστική αλληλεπίδραση των μαθητών για τη διερεύνηση, αναγνώριση και οικοδόμηση της νέας γνώσης. Η ομάδα εργασίας, πλέον, γίνεται πηγή πληροφοριών, εμπειριών που εμπλουτίζει τις γνώσεις, διευκολύνει την αντίληψη και κατανόηση της μαθησιακά στοχευμένης γνώσης (Domingo & Gargante, 2016· Fister & McCarthy, 2008).

Επιπλέον, η αξιοποίηση των φορητών συσκευών στην εκπαιδευτική διαδικασία παροτρύνει και προωθεί την εξατομικευμένη (**personalized learning**), την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση (**self-regulated learning**) των μαθητών. Είναι αξιόλογη η συμβολή των νέων τεχνολογιών και συγκεκριμένα η δυνατότητα των φορητών συσκευών στην ευέλικτη εναρμόνιση, προσαρμογή της μαθησιακής διαδικασίας με τον ανάλογο ρυθμό γνωστικής μάθησης του εκάστοτε μαθητή (**self-paced learning**) (Al-Mashaqbeh, 2016· Cayton-Hodges, Feng & Pan, 2015· Clarke & Svanaes, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Görhan et al., 2014· Karimi, 2016). Οι μαθητές καθίστανται υπεύθυνοι της μαθησιακής τους πορείας, του τρόπου και του χρόνου διερεύνησης της προς διδασκαλία γνώσης. Πολλές έρευνες δείχνουν ότι η αυτονομία και η αυτό-αξιολόγηση της μάθησης που προσφέρουν οι κινητές συσκευές, αποφέρουν ικανοποιητικά μαθησιακά αποτελέσματα (Clarke & Svanaes, 2014· Karimi, 2016· Wilkinson & Barter, 2016).

Οι αυτοπροσδιοριζόμενες μαθησιακές δραστηριότητες υποστηρίζονται από πληροφορίες που παρουσιάζονται και αναπτύσσονται είτε από το δάσκαλο είτε είναι αυτό-αναπαραγόμενες (αναπτύσσονται από την προσπάθεια των ίδιων των μαθητών) (Karimi, 2016). Οι μαθητές θέτουν δικούς τους μαθησιακούς στόχους συγκατασκευάζοντας το πρόγραμμα και την εκάστοτε διδακτική πρακτική με την υποστήριξη όλων των συμμαθητών τους και την εποπτεία του εκπαιδευτικού, αυτοκαθοδηγώντας, έτσι, την μάθησή τους (Domingo & Gargante, 2016).

Είναι σημαντικό να αναφερθούν και να επισημανθούν και οι παράγοντες κινητοποίησης των μαθητών και των εκπαιδευτικών για την υιοθέτηση και ενσωμάτωση των φορητών συσκευών στη νέα διδακτική και μαθησιακή πρακτική. Συνοπτικά, οι παράγοντες αυτοί είναι (Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Domingo & Gargante, 2016· Dündar & Akçayır, 2014· Henderson & Yeow, 2012· Karimi, 2016):

❖ **Χαρακτηριστικά φορητών συσκευών:**

- *Χρησιμότητα:* η φορητότητα και το μικρό μέγεθος των συσκευών καθιστά δυνατή και ευέλικτη τη μετάδοση, ανάπτυξη της γνώσης ανά πάσα στιγμή και σε οποιοδήποτε χώρο (Görhan et al., 2014)
- *Λειτουργικότητα:* δυνατότητα εκμάθησης και γρήγορης αναζήτησης άμεσων, αυθόρμητων πληροφοριών. Η φορητή μάθηση καθίσταται δυνατή οποτεδήποτε και οπουδήποτε δίνοντας την ευκαιρία πρόσβασης σε βάσεις δεδομένων και διάδρασης τους εκπαιδευόμενους σε διάφορα πλαίσια, τόπους και ποικίλες καταστάσεις.

❖ **Προσδοκίες χρηστών:**

- *Κυριότητα συσκευών:* προώθηση των προσωπικών κινήτρων μάθησης,

της επικοινωνίας όταν έχουμε υπό την κατοχή μας, υπό την ευθύνη μας ένα αντίστοιχο μαθησιακό εργαλείο (Carr, 2012· Clarke & Svanaes, 2014· Kinash, 2011)

- *Ιδιωτικότητα*: η ανάπτυξη της φορητής μάθησης προσφέρει μια αίσθηση ιδιωτικότητας. Οι κινητές συσκευές/εφαρμογές πλάθουν ένα προσωπικό ψηφιακό κόσμο για κάθε άτομο, διαμορφώνοντας ένα ασφαλές, παρακινητικό και ανεξάρτητο των υπολοίπων περιβάλλον μάθησης για τον καθένα από αυτούς.
- *Αυτορρυθμιζόμενη μάθηση*: προσφορά άσκησης περισσότερο ελέγχου στην προσωπική μαθησιακή πορεία με την ενεργό συμμετοχή και την διαμόρφωση μαθησιακών εμπειριών και καταστάσεων. Χάρη στη φορητή μάθηση, οι εκπαιδευόμενοι έχουν τη δυνατότητα να αναπτύξουν προσωπικές στρατηγικές μάθησης υποβοηθώντας τη μαθησιακή τους εξέλιξη και αυτο-προωθούμενοι (εσωτερικά ατομικά κίνητρα μάθησης) (Cayton-Hodges et al., 2015· Carr, 2012· Galligan et al., 2010)
- *Ευέλικτη μάθηση*: περισσότερες και ποικίλες ευκαιρίες μάθησης, επικοινωνίας και διάδρασης ανεξάρτητα από τον εκάστοτε χωροχρόνο. Ελευθερία ακολουθίας του προσωπικού ρυθμού, στυλ μάθησης ανεξάρτητα από τη θέση (τόπο) και το χρόνο της διδασκαλίας του εκπαιδευτή (ασύγχρονη μάθηση και διδασκαλία) (Franklin & Peng, 2008· Galligan et al., 2010· Görhan et al., 2014· Kinash, 2011).
- *Διά Βίου μάθηση*: η φορητή μάθηση δίνει τη δυνατότητα πραγματοποίησης της δια βίου μάθησης, μια κρίσιμη παγκόσμια, θεμιτή και επιθυμητή, εκπαιδευτική πρακτική.
- *Ψυχαγωγία*: ποιος είπε ότι τα ψηφιακά παιχνίδια δεν μπορούν να χρησιμοποιούν αποκλειστικά για τη μάθηση; Πλέον υπάρχουν παιχνίδια ειδικά για κάθε εκπαιδευτική σχολική θεματική (μαθηματικά, γλώσσα, φυσική, χημεία κα.). Οι μαθητές μαθαίνουν παίζοντας. Το παιχνίδι, μια φυσική ανάγκη όλων των παιδιών, γίνεται το παιδαγωγικό μέσο προσέλκυσης του ενδιαφέροντος, της προσοχής (όξυνση & κινητοποίηση όρασης, ακοής & αφής μέσω της χρήσης των φορητών συσκευών), της περιέργειας των μαθητών για την εκμάθηση του γνωστικού εκπαιδευτικού περιεχομένου (Carr, 2012· Sloan, 2012· Wilkinson & Barter, 2016).

❖ *Παιδαγωγική ωφέλεια:*

- *Συνεργατική μάθηση*: η φορητή μάθηση μεγιστοποιεί τις δυνατότητες πρόσβασης σε κοινωνικά διαδικτυακά περιβάλλοντα, που προωθούν τη συμμετοχή, την επικοινωνία των εκπαιδευόμενων, και ως εκ τούτου την ενεργό εμπλοκή τους στη μάθησή τους (Galligan et al., 2010· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016).
- *Μεικτή μάθηση*: ταυτόχρονη σύμπραξη, συνδυασμός και ανάπτυξη της συμβατικής διδασκαλίας και της τεχνολογικής μάθησης, διευρύνοντας και αυξάνοντας τις αλληλεπιδραστικές μεθόδους μεταξύ μαθητών, μαθητών και εκπαιδευτικών (Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016)
- *Διαδραστική μάθηση*: οι φορητές συσκευές επιτρέπουν, υποστηρίζουν την αλληλεπίδραση με διαδραστικά μαθησιακά περιβάλλοντα, μέσω των οποίων αναπτύσσονται ποικίλες μέθοδοι διάδρασης και εμπλοκής με την

τεχνολογία για την κατάκτηση των εκπαιδευτικών, μαθησιακών στόχων (Kinash, 2011).

- *Εμπειρική-Διερευνητική μάθηση*: η φορητότητα των συσκευών και των εργαλείων που περιέχονται σε αυτές, επιτρέπει την εναλλαγή των εκπαιδευτικών περιβαλλόντων συνδέοντας το σχολείο με την καθημερινή ζωή, διευκολύνοντας την κατανόηση ότι η εκπαίδευση υφίσταται και εκτός του σχολικού χώρου και των «αντικειμένων» που σχετίζονται με τη μάθηση αυτή καθ' εαυτή (Kinash, 2011). Ο πειραματισμός γίνεται ένα μέσο διερεύνησης, ανίχνευσης και κατανόησης των γνώσεων, των προσωπικών εκπαιδευτικών ενδιαφερόντων σε πραγματικές καταστάσεις και πλαίσια (Carr, 2012· Franklin & Peng, 2008· Van de Walle, 2005).
- *Μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων*: η επίλυση προβλημάτων είναι ένας από τους βασικούς άξονες των σύγχρονων αναλυτικών προγραμμάτων, χαρακτηριζόμενη ως το όχημα πρόσβασης και ανάπτυξης του γνωστικού εκπαιδευτικού περιεχομένου. Μέσα από πλαισιωμένες προβληματικές καταστάσεις οι μαθητές, ενεργοποιούνται, προσπαθώντας να επινοήσουν, να ανακαλύψουν, να εφαρμόσουν διάφορους τρόπους, μεθόδους και στρατηγικές επίλυσης (Kinash, 2011). Η γνώση του μαθησιακού περιεχομένου επιτελείται ως αποτέλεσμα της επίλυσης προβλημάτων από τους μαθητές με την ανάπτυξη της κριτικής, αναλυτικής, συνδυαστικής, διερευνητικής σκέψης τους (Van de Walle, 2005).

Χαρακτηριστικά & Χρηστικές Προοπτικές των Φορητών Συσκευών (tablets) κατά την Αξιοποίησή τους στην Εκπαιδευτική Διαδικασία

Σήμερα το Διαδίκτυο προσφέρει χιλιάδες εκπαιδευτικά προγράμματα, λογισμικά, πλατφόρμες, ιστοσελίδες, παιχνίδια και άλλα διαδραστικά εκπαιδευτικά υλικά που συνδράμουν στην ανάπτυξη, τη βελτίωση των μαθηματικών γνωστικών και διαδικαστικών ικανοτήτων και δεξιοτήτων των μαθητών, κάθε ηλικίας και σχολικού επιπέδου. Πολλά από αυτά είναι ελεύθερα διαθέσιμα, ενώ, ταυτόχρονα, προσφέρουν εκπαιδευτικές ευκαιρίες σε ψηφιακά διαδραστικά περιβάλλοντα εργασίας/μάθησης (Wilkinson & Barter, 2016). Η μετασχηματιστική φύση των εφαρμογών είναι αυτή που βοηθά την ευρεία υιοθέτηση των φορητών συσκευών, ως δημοφιλή και δυναμικά ισχυρά εκπαιδευτικά εργαλεία (Domingo & Gargante, 2016).

Αυτό σημαίνει ότι οι φορητές συσκευές, με την κατάλληλη χρήση τους, μετατρέπονται σε δυναμικά, χρηστικά διδακτικά και μαθησιακά εργαλεία. Οι ταμπλέτες έχουν τη δυνατότητα να δημιουργήσουν ευέλικτα, συνεργατικά και διερευνητικά μαθησιακά περιβάλλοντα που τοποθετούν το μαθητή στο κέντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Churchil et al., 2012).

Εκπαιδευτικά Λογισμικά: Τα είδη τους, οι Δεξιότητες που Αναπτύσσουν και τα Κριτήρια Επιλογής τους

Ανάλογα με τον τρόπο διαχείρισης και υιοθέτησης των φορητών συσκευών μέσα στη σχολική τάξη από εκπαιδευτικούς και μαθητές, χρησιμοποιείται μια

πληθώρα εφαρμογών, λογισμικών (Applications-Apps), οι οποίες χωρίζονται αντίστοιχα στις εξής κατηγορίες (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Churchill et al., 2012):

- **Παραγωγικά Εργαλεία:** επεξεργασία κειμένου, σχολιασμός εγγράφου, δημιουργία πολυμέσων (πχ. *Mail, iAnnotate, PDF Notes, Word, Power Point, Windows Journal, AirSketch, QuickOffice, Office2DH, iMovie, Google Docs*) (Fister & McCarthy, 2008· Franklin & Peng, 2008· Sloan, 2012)
- **Διδακτικά Εργαλεία:** για την υποστήριξη της διδασκαλίας στην τάξη και για τη διαχείριση της τάξης (πχ. σύνδεση με προβολικό σύστημα, βιβλίο σήμανση, εργαλεία παρουσίασης) (πχ. *Nearpod, Moodle, TeacherPal, Prezi Viewer, Slides Shark, Classroom Presenter, Blackboard Mobile Learn, Elluminate Live!*) (Anderson et al., 2007· Galligan et al., 2010· Sloan, 2012)
- **Εργαλεία Σημειώσεων:** για την καταγραφή σημειώσεων σε συνδυασμό με ηχογραφήσεις, γραφήματα & σχεδιάσεις (πχ. *AudioNote, iPocketDraw, ShowMe Interactive Whiteboard, Camtasia Studio*) (Clarke & Svanaes, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010)
- **Εργαλεία ασύρματης Επικοινωνίας και Κοινωνικής Δικτύωσης** (πχ. *Facebook, Skype, Messenger, FaceTime*) (Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010· Wilkinson & Barter, 2016)
- **Drives:** για τη συνδεσιμότητα των υπολογιστών, με τις διαδικτυακές βάσεις δεδομένων, αποθηκευτικοί χώροι και χώροι ανταλλαγής υλικού (πχ. *FileBrowser, Dropbox, AirDisk*)
- **Εργαλεία Blogging** (πχ. *WordPress, Blogger, Blogsy*)
- **Εργαλεία Πρόσβασης σε βάσεις δεδομένων:** ηλεκτρονικά βιβλία, πολυμεσικά υλικά (πχ. *iBooks, Kindle, YouTube, Perfect Viewer, iTunes, Google Scholar*) (Clarke & Svanaes, 2014· Franklin & Peng, 2008· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016).

Υπάρχουν και εφαρμογές (Apps) που προσφέρουν τα κατάλληλα πλαίσια και περιβάλλοντα εργασίας για τη δημιουργία, βελτίωση, επέκταση και τελειοποίηση εκπαιδευτικών γνώσεων και δεξιοτήτων/ικανοτήτων. Τα λογισμικά αυτά, ανάλογα με το μαθησιακό περιεχόμενό τους και τις μαθησιακές δεξιότητες που ενισχύουν, μεταξύ των άλλων, χωρίζονται στις ακόλουθες κατηγορίες (Domingo & Gargante, 2016):

- **Επίλυση μαθηματικών προβλημάτων** (πχ. *BubblingMath, PirateTreasureHunt*)
- **Βελτίωση των αριθμητικών δεξιοτήτων** (πχ. *Connect the dots*) (Clarke & Svanaes, 2014)
- **Ενίσχυση της ορθογραφίας** (πχ. *Rocket Speller Smarty Pants School*)
- **Καλλιέργεια και ανάπτυξη του λεξιλογίου** (πχ. *Smarty Pants School*)
- **Βελτίωση της φωνολογίας** (πχ. *Mr. Phonics*)
- **Εξάσκηση σε συγγραφικές δεξιότητες** (πχ. *Magnet ABC*) (Clarke & Svanaes, 2014· Görhan et al., 2014)
- **Ενίσχυση προφορικών δεξιοτήτων** (πχ. *Talking Tom and Ben News*)
- **Εξάσκηση των δεξιοτήτων ανάγνωσης** (πχ. *Cat in the Hat (Lite)*) (Clarke & Svanaes, 2014)
- **Βελτίωση δεξιοτήτων σχεδίασης** (πχ. *Doodle Buddy*· Görhan et al., 2014)
- **Συγγραφή και διήγηση ιστοριών** (πχ. *Our Story, Puppet Pals HD*)
- **Διαχείριση πληροφοριών** (πχ. *Lectora Inspire, Blackboard Mobile Learn,*

Google Earth, Google Maps)(Clarke & Svanaes,2014 Fister & McCarthy,2008)

➤ **Δημιουργία και επέκταση γνώσεων** (συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων) **και μαθησιακών δεξιοτήτων/στρατηγικών** (πχ. *Pic collage, Popplet, SimpleMind*)

➤ **Βελτίωση κοινωνικών δεξιοτήτων** (Clarke & Svanaes,2014 Görhanetal.,2014)

Κάθε εκπαιδευτικός και μαθητής προτού επιλέξει (ή δημιουργήσει) ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, συγκεκριμένα μαθηματικού περιεχομένου, θα πρέπει να ελέγχει εάν πληροί τα εξής κριτήρια, ώστε να έχει νόημα η χρήση του στη διδασκαλία για τους ίδιους τους μαθητές και να ικανοποιεί τους εκάστοτε διδακτικούς στόχους (Cayton-Hodges et al., 2015):

1. **Ποιότητα μαθηματικού περιεχομένου** (μαθηματική ακρίβεια και πλούτος μαθηματικών ιδεών, εννοιών): ο βαθμός πιστότητας του μαθηματικού αντικείμενου στις υποκείμενες μαθηματικές ιδιότητες αυτού στο εικονικό περιβάλλον (παρουσίαση της καθαρής μαθηματικής μορφής του μαθηματικού περιεχομένου; πού έγκειται η ανακρίβεια;) και εστίασης στο νόημα των μαθηματικών πράξεων και διαδικασιών, η πληθώρα μαθηματικών πρακτικών και η παροχή των συσχετίσεων των μαθηματικών εννοιών, επεξηγήσεων και γενικεύσεων.
2. **Ανατροφοδότηση και σταδιακή ανάπτυξη της γνώσης** (scaffolding): ο βαθμός **α)** συνάφειας της ανατροφοδότησης με την απάντηση/επιλογή τους μαθητή και το περιεχόμενο, **β)** επικαιρότητας της ανατροφοδότησης, ο τύπος των ανατροφοδοτήσεων (εννοιολογική, διαδικαστική, διορθωτική) (προσφορά ευκαιρίας για αναστοχασμό, επεξήγηση και επιχειρηματολογία της επιλυτικής διαδικασίας;). Προσφέρονται υποδείξεις, καθοδηγητικές ερωτήσεις, ευκαιρίες στον μαθητή για την οικοδόμηση της νέας γνώσης;
3. **Είδη αλληλεπιδράσεων μεταξύ μαθητών και εφαρμογής**: κατά πόσο η κάθε εφαρμογή εστιάζει στα μαθησιακά αποτελέσματα (αξιολόγηση), στην ερμηνεία των μαθηματικών διαδικασιών που εκτελούν οι μαθητές (αφόρμηση, εξάσκηση, εμπέδωση) αλλά και τα είδη των επιλογών/ διαδράσεων των μαθητών στο εικονικό περιβάλλον (πολλαπλής επιλογής ερωτήσεις, δυναμικές προσομοιώσεις πλαισίων της πραγματικότητας, πολυμεσικά περιβάλλοντα κα.). Γενικά, όλες οι πιθανές αλληλεπιδράσεις που παρουσιάζονται κατά τη χρήση της εφαρμογής, με τα μαθηματικά, το σενάριο, τα ψηφιακά χαρακτηριστικά, καθώς και τη συσκευή (ως ενσώματο υλικό).
4. **Προσαρμοστικότητα του λογισμικού στο ρυθμό μάθησης, στις εκπαιδευτικές ανάγκες, ιδιαιτερότητες, προτιμήσεις του κάθε μαθητή**: ο χρόνος επεξεργασίας και κατανόησης πληροφοριών, η βαθμολογία (το ποσοστό σωστών απαντήσεων), ο βαθμός ακρίβειας και η ταχύτητα (χρονομέτρηση) διεκπεραίωσης της εκάστοτε δραστηριότητας/άσκησης, η παρουσία δραστηριοτήτων αυξανόμενης δυσκολίας, η συνεχής κινητοποίηση της περιέργειας, της προσοχής των μαθητών στο γνωστικό περιεχόμενο μέσω του όποιου σεναρίου/πλαισίου.

Θετικά Χαρακτηριστικά των Φορητών Συσκευών και της Φορητής Μάθησης στην Εκπαιδευτική Διαδικασία

Τα ειδικά εκπαιδευτικά λογισμικά για ταμπλέτες εστιάζουν στις ανάγκες των μαθητών και στην επίτευξη υψηλότερων γνωστικά εκπαιδευτικών προσδοκιών. Οι ταμπλέτες περιέχουν όλες εκείνες τις εφαρμογές που μπορεί να έχει ένας κλασικός σταθερός ηλεκτρονικός υπολογιστής αλλά, ταυτόχρονα, διαθέτουν ένα ειδικό εργαλείο που οι συσκευές PC δε διαθέτουν, το οποίο είναι η ειδική γραφίδα που γράφει στην οθόνη υποστηρίζοντας, έτσι, τις δραστηριότητες μέσα στη σχολική τάξη (Al-Mashaqbeh, 2016· Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Fister & McCarthy, 2008). Η οθόνη αφής των φορητών συσκευών, των ταμπλέτων ειδικότερα, αποτελεί ένα ισχυρό, δυναμικό διαδραστικό χαρακτηριστικό που καθιστά τις συσκευές αυτές εύκολα διαχειρίσιμες και εύχρηστες ακόμη και σε πολύ μικρής ηλικίας μαθητές (πχ. νηπιαγωγείο), ενώ το μικρό μέγεθός τους, η ευκολία λειτουργίας και μεταφοράς αυτών οπουδήποτε κινητοποιεί το ενδιαφέρον των μαθητών, ενθαρρύνοντάς τους να αξιοποιήσουν όλες τις εκπαιδευτικές δυνατότητες που μπορούν να τους προσφέρουν (Dündar & Akçayır, 2014· Churchill et al., 2012· Franklin & Peng, 2008· Henderson & Yeow, 2012· Kinash, 2011).

Οι μαθητές είναι σε θέση γρήγορα και εύκολα να «κατεβάσουν» διάφορες διαδραστικές εφαρμογές, εκπαιδευτικά εργαλεία (πχ. βίντεο, ήχοι, εικόνες, e-mail, skype, λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, στατιστικής ανάλυσης κα.) (Fister & McCarthy, 2008). Μπορούν πρόσθετα να έχουν πρόσβαση σε μεγάλες και αξιόλογες βάσεις δεδομένων (πχ. λεξικά, εγκυκλοπαίδειες, χρήσιμες ιστοσελίδες κα.), συλλαμβάνοντας, αποθηκεύοντας, διαχειριζόμενοι καθημερινές καταστάσεις και προωθώντας τη συμβολή τους στη διδακτική και μαθησιακή πράξη με την ανάδειξη των σχετικών ιδεών και σκέψεών τους (Domingo & Gargante, 2016). Οι περισσότερες ταμπλέτες είναι ικανές να υποστηρίξουν περισσότερες από τρεις χιλιάδες εφαρμογές αυξάνοντας, έτσι, τις πιθανότητες για θετική, χρήσιμη ενσωμάτωση αυτών στη σχολική διδασκαλία.

Με την κατάλληλη χρήση των ταμπλέτων ως μαθησιακά εργαλεία είναι δυνατή η υποστήριξη των ατομικών μαθησιακών αναγκών των μαθητών, η αύξηση του ποσοστού της σχολικής εμπλοκής των μαθητών, μιας και η πολλαπλή αξιοποίησή τους στο σχολικό πρόγραμμα διευρύνει και εμπλουτίζει τις στρατηγικές, τα μέσα (εργαλεία), τις μεθόδους (τεχνικές) και τη μορφή της μάθησης και της διδασκαλίας γενικότερα (Kinash, 2011). Βασικά χαρακτηριστικά της φορητής μάθησης, της ενσωμάτωσης των φορητών συσκευών, των ταμπλέτων, στη διδασκαλία είναι η εκπαιδευτική αρωγή των μαθητών με δυσκολίες και ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες, η άμεση και «πανταχού παρούσα» πηγή μάθησης που προσφέρεται καθώς και η δυνατότητα εξ αποστάσεως εκπαίδευσης, είτε λόγω των ελλείψεων των εκπαιδευτικών σε ορισμένα σχολεία, είτε με τοποθεσία των εκπαιδευόμενων (Clarke & Svanaes, 2014· Drigas & Pappas, 2015· Galligan et al., 2010). Κύρια πρόκληση των εκπαιδευτικών κατά τη διάρκεια χρήσης των ταμπλέτων στο σχολείο είναι η αλλαγή της οπτικής θέασης αυτών από πλευράς μαθητών και γονέων, από τον απλό παιγνιώδη χαρακτήρα τους στην ανάδειξη της εκπαιδευτικής, μαθησιακής διαχείρισής τους (Al-Mashaqbeh, 2016).

Ένα βασικό πλεονέκτημα των φορητών συσκευών έναντι των εκτυπωμένων βιβλίων είναι εκτός του ελάχιστου βάρους αυτών, η συμβολή τους στην περαιτέρω προστασία του περιβάλλοντος με την ελαχιστοποίηση του όγκου των

χρησιμοποιούμενων χαρτικών υλικών (βιβλίων, φύλλα εργασίας, αξιολόγησης) (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Dündar & Akçayır, 2014). Ταυτόχρονα, η κατάλληλη ενσωμάτωση των ταμπλέτων τις καθιστά μια «ολόκληρη», σύγχρονη πηγή παιδαγωγικών πληροφοριών αλλά και ένα εργαλείο εύκολου πειραματισμού και διερεύνησης των δυνατοτήτων της τεχνολογίας σε σχέση με το γνωστικό κάθε φορά εκπαιδευτικό περιεχόμενο (Churchill et al., 2012).

Παρακάτω παρατίθενται αναλυτικά διάφορα θετικά χαρακτηριστικά της φορητής μάθησης και της αξιοποίησης των ταμπλέτων (tablets, ipads, ipods, smartphones), που υποστηρίζουν την εκπαιδευτική διαδικασία, ως μαθησιακά και διδακτικά εργαλεία. Αυτά είναι τα εξής (Al-Mashaqbeh, 2016· Anderson et al., 2007· Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Domingo & Gargante, 2016· Henderson & Yeow, 2012· Karimi, 2016):

1. **Βελτίωση του συνεργατικού περιβάλλοντος μάθησης:** τόνωση της άμεσης κοινωνικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των παιδιών, ενίσχυση της ομαδικής εργασίας και της αλληλο-/εταίρο-καθοδήγησης (*peer mentoring*). Οι μαθητές όχι μόνο έχουν την ευκαιρία να συνεργαστούν αλλά και να αναπτύξουν ουσιαστικό μαθησιακό διάλογο με πλούσιες ιδέες, σχόλια και απόψεις (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Chen et al., 2017· Fister & McCarthy, 2008· Franklin & Peng, 2008· Galligan et al., 2010· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016).
2. **Προώθηση των εξατομικευμένων μαθησιακών εμπειριών και υποστήριξη των μαθητών στην ανάπτυξη και βελτίωση αυτορρυθμιζόμενων συμπεριφορών μάθησης:** ανάληψη των ηνίων της μαθησιακής πορείας από πλευράς μαθητών, πρόταξη της συνεργασίας και όχι της άμεσης λήψης διδακτικής καθοδήγησης στην τάξη, ανάπτυξη στρατηγικών και μεθόδων αυτοελέγχου, αυτό-αποτελεσματικότητα και αυτό-καθοδήγησης (Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010· Wilkinson & Barter, 2016). Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να προσαρμόσουν το μαθησιακό περιεχόμενο και τις δραστηριότητες στις προσωπικές τους ανάγκες· νιώθουν την ευθύνη και την ανεξαρτησία της εξατομικευμένης μάθησης που προσφέρεται ενώ ταυτόχρονα γίνονται πιο διακριτά τα ατομικά εκπαιδευτικά τους χαρακτηριστικά (Kinash, 2011).
3. **Ενίσχυση και επέκταση της ουσιαστικής, βαθύτερης γνώσης και μάθησης:** ενίσχυση ποικίλων και περισσότερο διευρυμένων εκπαιδευτικών & μαθησιακών σκοπών, μεθόδων (αφόρμηση-ιδεοθύελλα, ανακαλυπτική μάθηση μέσω αυτοσχέδιων γραφημάτων των μαθητών, επίλυση προβλημάτων, άμεση αξιολόγηση της προηγούμενης & της νεοαποκτηθείσας γνώσης) και στρατηγικών (διαχείριση δεδομένων, εκτίμηση της κατάστασης, προσεκτική επίλυση των προβλημάτων, επανεξέταση), προαγωγή των μεταγνωστικών συλλογιστικών διαδικασιών (Churchill, Fox, & King, 2012· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Kinash, 2011· Sloan, 2012· Wilkinson & Barter, 2016)
4. **Ευκολία και ευχέρεια στην εναλλαγή των μαθησιακών πλαισίων, από τυπικό σε ανεπίσημο και αντίστροφα, από προσωπικό σε κοινωνικό:** υποστήριξη και οικοδόμηση της επικοινωνίας, της συνεργασίας των μαθητών εντός και εκτός του σχολικού περιβάλλοντος, άμεση και καθημερινή διαχείριση των καταστάσεων εκπαιδευτικής δραστηριότητας (μάθηση

- ενσωματωμένη στο ρυθμό των καθημερινών δραστηριοτήτων), ευαισθητοποίηση, έλεγχος και εναλλαγή του περιβάλλοντος εργασίας/μάθησης (τοποθεσία του χρήστη, ώρα, είδος δραστηριότητας κλπ) (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Dündar & Akçayır, 2014· Galligan et al., 2010· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016)
5. **Μετασχηματισμός της διδακτικής πρακτικής:** μεταβολή του ρόλου των εκπαιδευτών, ενθάρρυνση και προώθηση της αλληλο-εκπαιδευτικής επικοινωνίας μεταξύ των εκπαιδευτικών (ιστοσελίδες εκπαιδευτικού υλικού και ανταλλαγής ιδεών, απόψεων, γνώσεων μεταξύ εκπαιδευτικών), αλλαγή του τρόπου προσέγγισης τον επαγγελματικού ρόλου ως εκπαιδευτές, αύξηση της ενημερότητας των εκπαιδευτικών σχετικά με το γνωστικό επίπεδο του κάθε μαθητή (Franklin & Peng, 2008). Ο εκπαιδευτικός γίνεται καθοδηγητής βοηθώντας τους μαθητές να υιοθετήσουν και να συνδέσουν την πραγματικότητα με το εκάστοτε γνωστικό περιεχόμενο, να γίνουν «κατασκευαστές» των δικών τους γνώσεων (Görhan et al., 2014· Kinash, 2011).
 6. **Κινητοποίηση της θέλησης, των κινήτρων, της περιέργειας, της προσοχής των μαθητών για την απόκτηση μιας πιο ενεργής συμμετοχής, εμπλοκής και διάδρασης στη μαθησιακή τους πορεία και τη διδασκαλία** (πχ. με τη δημιουργία σημειώσεων, την αναζήτηση υλικού, την αυτο-/εταιρο-αξιολόγηση, αλλά και την αποστολή των εργασιών για το σπίτι, την ανταλλαγή απόψεων και ιδεών) (Carr, 2012· Chen et al., 2017· Churchill et al., 2012· Drigas & Pappas, 2015· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Franklin & Peng, 2008· Galligan et al., 2010· Görhan et al., 2014· Kinash, 2011· Lemke et al., 2009· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017· Sloan, 2012· Wilkinson & Barter, 2016).
 7. **Δυναμική, άμεση και εύκολη δυνατότητα ανάπτυξης, βελτίωσης και ακολουθίας μιας ευρείας γκάμας διδακτικών στρατηγικών:** ευέλικτη παρουσίαση του εκπαιδευτικού μαθησιακού περιεχομένου μέσα από αυθεντικά μαθησιακά περιβάλλοντα τόσο από πλευράς μαθητών, όσο και των εκπαιδευτικών (προσαρμοσμένου σε οικεία για τον κάθε μαθητή πλαίσια), αύξηση της διδακτική αποτελεσματικότητας (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Carr, 2012· Fister & McCarthy, 2008· Görhan et al., 2014· Kinash, 2011)
 8. **Υποστήριξη, βελτίωση και προώθηση διάφορων μαθησιακών στυλ και προτιμήσεων** (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Churchill et al., 2012· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Görhan et al., 2014· Kinash, 2011)
 9. **Προσφορά ασφάλειας, αποθήκευσης και ανταλλαγής δεδομένων:** δυνατότητες δημιουργίας αντίγραφων ασφαλείας, προστασίας προσωπικού απορρήτου, επαναφορά δεδομένων (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Churchill et al., 2012· Fister & McCarthy, 2008· Kinash, 2011)
 10. **Βελτίωση και καλλιέργεια των τεχνολογικών/ηλεκτρονικών δεξιοτήτων μαθητών και εκπαιδευτικών:** συγκεκριμένα για τους εκπαιδευτικούς προσφέρονται ευκαιρίες επαγγελματικής ανάπτυξης, ενώ τόσο οι μεν, όσο και οι δε καλλιεργούν τον τεχνολογικό τους γραμματισμό (Fister & McCarthy, 2008· Görhan et al., 2014)
 11. **Βελτίωση της ποιότητας της παρεχόμενης, διαθέσιμης παιδαγωγικής υποστήριξης:** διαμόρφωση και ανάπτυξη μιας νέας παιδαγωγικής νοοτροπίας, με τον συνδυασμό της συνεργατικής, της μεικτής (συμβατική διδασκαλία &

ηλεκτρονική υποστήριξη), της διαδραστικής, της διερευνητικής-εμπειρικής μάθησης (πλαισιωμένη μάθηση) με τη μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων (Carr, 2012· & Pappas, 2015· Franklin & Peng, 2008· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016)

12. **Πρόσβαση σε ένα ευρύτερο φάσμα δραστηριοτήτων:** ευελιξία παρακολούθησης, παρουσίασης, σύνθεσης, δημιουργίας και κατανόησης του εκπαιδευτικού περιεχομένου μέσω βίντεο, αλληλεπιδραστικών βίντεο, εικόνων, παρουσιάσεων, γραφημάτων, αυτοσχέδιων ιχνογραφημάτων, ηχητικών μηνυμάτων, πλαισιωμένων προβλημάτων, ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής, παιχνιδιών κα. (Carr, 2012· Drigas & Pappas, 2015· Dündar & Akçayır, 2014· Franklin & Peng, 2008· Galligan et al., 2010· Wilkinson & Barter, 2016)
13. **Προσφορά γρήγορης πρόσβασης σε διαδικτυακές εφαρμογές, με την δυνατότητα απόκτησης τους (download):** άμεση, γρήγορη πρόσβαση σε μαθησιακό υλικό, οπουδήποτε και οποτεδήποτε, ανεξαρτήτως πλαισίου (τυπικό-ανεπίσημο, προσωπικό-κοινωνικό), ανάλογα με τη μαθησιακή ανάγκη (κατόπιν αιτήματος και εγκαίρως) (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Carr, 2012· Franklin & Peng, 2008· Görhan et al., 2014· Kinash, 2011· Piatt et al., 2016)
14. **Προσφορά άμεσης, κατευθυντήριας ανατροφοδότησης:** άμεση και προσαρμοζόμενη στις απαντήσεις των μαθητών ανατροφοδότηση, προώθηση της πρωτοβουλίας των μαθητών στην εύρεση και απόκτηση της γνώσης (παροχή έγκαιρης πληροφόρησης στους μαθητές) (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Cayton-Hodges et al., 2015· Churchill et al., 2012· Drigas & Pappas, 2015· Fister & McCarthy, 2008· Galligan et al., 2010· Kinash, 2011· Wilkinson & Barter, 2016)
15. **Βελτίωση όχι μόνο των δεξιοτήτων γραφής & ανάγνωσης** (γράψιμο με χέρι/γραφίδα και όχι πληκτρολόγηση, χρήση διαδικτυακών πηγών, ηλεκτρονική διαδικτυακή επεξεργασία και ανάγνωση κειμένου και ανταλλαγής απόψεων), αλλά και **των οπτικο-χωρικών δεξιοτήτων** αναγνώρισης, σύνθεσης και διαχείρισης των δεδομένων (Churchill et al., 2012· Drigas & Pappas, 2015)
16. **Ανάπτυξη της κριτικής και αναλυτικής σκέψης, της διερευνητικής νοοτροπίας και της δημιουργικότητας των μαθητών** (Brand & Kinash, 2010, όπως αναφέρονται στους Churchill et al., 2012· Carr, 2012· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Franklin & Peng, 2008· Lemke et al., 2009· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017).

Στην έρευνά τους οι Churchill et al. (2012) αναφέρουν διάφορες χρηστικές προοπτικές που προσφέρουν στην εκπαιδευτική διαδικασία οι φορητές συσκευές. Τέτοιες είναι η φορητότητα και η κιναισθητική διάδραση, η κοινωνική διαδραστικότητα (επικοινωνία, συνεργασία με άλλους ανθρώπους) και η ευαισθητοποίηση του πλαισίου (συλλογή πραγματικών, επίκαιρων πληροφοριών ή προσομοιωμένων δεδομένων), η συνδεσιμότητα (εύκολη διασύνδεση στο διαδίκτυο) και η ατομικότητα (προσωπικές ευκαιρίες μάθησης) (Klopfer & Squire, 2005, όπως αναφέρονται στους Churchill et al., 2012· Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Kinash, 2011). Εκτός από τα παραπάνω, οι Patten, Sánchez and Tangney (όπως αναφέρονται στους Churchill et al., 2012) υποστηρίζουν ότι οι προοπτικές των φορητών προσωπικών συσκευών, που προσφέρονται βάσει της τεχνικής και τεχνολογικής τους δομής, είναι η ευέλικτη διαχείριση, αναφορικότητα και διαδραστικότητα όγκου

δεδομένων (εκπαιδευτικό περιεχόμενο & παροχή γνώσεων), η συλλογή και αποθήκευση αυτών, τα προσαρμοζόμενα μαθησιακά, διαδραστικά, εξατομικευμένα περιβάλλοντα εργασίας (Churchill et al., 2012· Audi & Gouia-Zarrad, 2013).

Γενικότερα οι φορητές συσκευές, ταμπλέτες & iPads μπορούν να χαρακτηριστούν ως πολυμεσικά, αναπαραστατικά, αναλυτικά εργαλεία δεδομένων, που προωθούν τη συνεργασία και την ενεργό εμπλοκή (Clarke & Svanaes, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Piatt et al., 2016). Οι μαθητές, στην έρευνα των Dündar and Akçayir (2014), αντιμετωπίζουν θετικότερα τις ταμπλέτες μιας και είναι πρακτικότερες (απουσία ογκωδών βιβλίων, τετραδίων), καθιστούν τη μάθηση ευκολότερη (μείωση του χρόνου διαβάσματος στο σπίτι και ευελιξία διαχείρισης δεδομένων), εξάπτουν το ενδιαφέρον τους για το παραδοτέο μάθημα και προσάγουν μια παιγνιώδη διάθεση στην εκπαιδευτική διαδικασία (Görhan et al., 2014). Αντίστοιχα, στην έρευνα των Piat et al. (2016), οι μαθητές προτιμούν τις ταμπλέτες από την παραδοσιακή χρήση του χαρτιού-μολυβιού κατά τη διδασκαλία, καθώς είναι εύκολες στη χρήση (ευχέρεια, σαφήνεια & γρήγορη διαχείριση δεδομένων, καθαρή αποτύπωση πληροφοριών-χωρίς μουντζούρες). Χαρακτηρίζονται ως καινοτόμα ψηφιακά φορητά εργαλεία (ειδική γραφίδα, οθόνη πολλαπλής απτικής επιλογής, pen-tablet, iPad) που ενισχύουν τα κίνητρα και το ενδιαφέρον για τη μάθηση (λόγω της καινοτομίας, της ψυχαγωγικής διάθεσης που υποκρύπτεται στις διάφορες εφαρμογές, της προσαρμογής της διδασκαλίας στα προσωπικά μαθησιακά στυλ).

Από την άλλη πλευρά, οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα μέσω των ταμπλέτων να παρακολουθούν και να καθοδηγούν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στις συζητήσεις της τάξης (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Görhan et al., 2014· Henderson & Yeow, 2012). Λόγου χάρη, εφαρμογές όπως το *Classroom Presenter* ή το *Nearpod*, ή ακόμη και το *Messenger* δίνουν τη δυνατότητα της αμφίδρομης ανταλλαγής δεδομένων μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού σε πραγματικό διδακτικό χρόνο επισημαίνοντας, έτσι, την ικανότητα χρήσης των ταμπλέτων στην ανάπτυξη και εξέλιξη της επικοινωνίας μαθητή-εκπαιδευτικού, την άμεση ανατροφοδότηση των πρώτων, την αποδοτικότερη μάθηση και ανάκληση της γνώσης (Anderson et al., 2007· Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Galligan et al., 2010).

Η δυνατότητα προσφοράς άμεσης ανατροφοδότησης σε πραγματικό διδακτικό χρόνο από την εφαρμογή που χρησιμοποιείται στην ταμπλέτα (tablet) μετριάζει το επίπεδο διάσπασης της προσοχής των μαθητών, επιτρέποντάς τους να μεταβούν στην επόμενη δραστηριότητα προάγοντας τη σημασία του μαθησιακού περιεχόμενου, ακόμη και αν ο εκπαιδευτικός δεν σχολιάσει την εκάστοτε εργασία τους (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Henderson & Yeow, 2012). Με την υιοθέτηση των ταμπλέτων προσφέρονται ουσιαστικές ευκαιρίες για την ανάπτυξη της εξατομικευμένης, αυτορρυθμιζόμενης μάθησης και της αυτό-αποτελεσματικότητας (αυτονομία μάθησης) των μαθητών, δεξιότητες επιθυμητές για την ενεργή ενασχόλησή τους με το εκπαιδευτικό περιεχόμενο υποκινώντας το ενδιαφέρον και την σχολική τους επιτυχία (Görhan et al., 2014· Clarke & Svanaes, 2014). Στην έρευνα των Fister και McCarthy (2008), σε τάξεις με την ταυτόχρονη χρήση πολλών ταμπλέτων οι μαθητές είχαν την δυνατότητα όχι μόνο να μοιραστούν τις ιδέες, τις απαντήσεις τους και να αλληλο-αξιολογηθούν μεταξύ τους μέσω δημιουργικού και κριτικού διαλόγου αλλά και να έρθουν σε επαφή με περισσότερες παρόμοιες προβληματικές καταστάσεις και

στρατηγικές, από ότι θα μπορούσε να παρουσιάσει ο εκπαιδευτικός σε μια συμβατική διδασκαλία.

Αρνητικά Χαρακτηριστικά των Φορητών Συσκευών και της Φορητής Μάθησης στην Εκπαιδευτική Διαδικασία

Ωστόσο, παρά τα θετικά γνωρίσματα και αποτελέσματα των φορητών συσκευών στις διδακτικές και μαθησιακές πρακτικές, αρκετοί είναι οι εκπαιδευτικοί αλλά και ορισμένα ερευνητικά αποτελέσματα που εκδηλώνουν ανησυχίες και προβληματισμούς σχετικά με τον τρόπο ενσωμάτωσης και λειτουργίας αυτών στη σχολική καθημερινότητα. Οι ανησυχίες αυτές, κυρίως, εστιάζονται σε τεχνικά προβλήματα και δυσκολίες κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας που ανεγείρονται με την υιοθέτηση των ταμπλέτων, όπως η ανάγκη συχνής επαναφόρτισης των συσκευών (Franklin & Peng, 2008) και το κόστος αυτών (έξοδα αγοράς και εγκατάστασης και συντήρησης του software & hardware, τα έξοδα ανάπτυξης του διδακτικού περιεχομένου, επεκτάσεις, power-stations, τα τέλη χρήσης του διαδικτύου) (Carr, 2012· Wilkinson & Barter, 2016), το μέγεθος της οθόνης (καταπόνηση όρασης), η ανάπτυξη, η εύρεση και η λειτουργία κατάλληλων λειτουργικών εκπαιδευτικών εφαρμογών σχετικών με την εκάστοτε μαθησιακή ύλη αλλά και συμβατών με τις ανάγκες, προτιμήσεις και δεξιότητες των μαθητών κ.α. (Al-Mashaqbeh, 2016· Bidin & Ziden, 2013· Henderson & Yeow, 2012).

Πιο συγκεκριμένα, ποικίλες έρευνες εστιάζουν στο μικρό μέγεθος και την ευαισθησία των οθονών αφής (δυσκολία της δεικτικής ακρίβειας) των φορητών συσκευών ως αρνητική χροιά χρήσης τους (Dündar & Akçayır, 2014). Επίσης, εμφανίζονται διάφορα γνωστικά και εργονομικά ζητήματα των φορητών συσκευών λόγω της «μικρής» απεικόνισης διάφορων δεδομένων (εικόνων, κειμένων, γραφημάτων) (Görhan et al., 2014), της δυσκολίας συγγραφής (Clarke & Svanaes, 2014) αλλά και του φόβου απρόσεκτης διαγραφής σημαντικών πληροφοριών (Bidin & Ziden, 2013). Η συμβατότητα των διάφορων εκπαιδευτικών λογισμικών (εφαρμογών) με τις ποικίλες πλατφόρμες που χρησιμοποιεί κάθε κατασκευαστική εταιρεία φορητών συσκευών παρατηρείται να δυσκολεύει την προσπάθεια και να αναστέλλει τη διάθεση συγχρονισμού των μαθητικών δραστηριοτήτων μέσω των φορητών συσκευών (Franklin & Peng, 2008· Görhan et al., 2014· Sloan, 2012). Εκτός των άλλων, η συνδεσιμότητα και η «πανταχού παρούσα» πρόσβαση στο διαδίκτυο είναι ένα άλλο σημαντικό ζήτημα της ολοκληρωτικής ενσωμάτωσης των φορητών ηλεκτρονικών συσκευών στην εκπαιδευτική διαδικασία (Bidin & Ziden, 2013· Clarke & Svanaes, 2014· Dündar & Akçayır, 2014· Fister & McCarthy, 2008· Henderson & Yeow, 2012).

Ένα ακόμη αρνητικό χαρακτηριστικό είναι ότι συχνά αμφισβητείται η ασφάλεια και προστασία των δεδομένων, η ταχύτητα επεξεργασίας των δεδομένων και η λειτουργία της συσκευής (Bidin & Ziden, 2013· Churchill et al., 2012). Η φορητότητα και το μικρό μέγεθος που χαρακτηρίζει τις κινητές συσκευές καθιστά σχετικά πιο εύκολη την υποκλοπή των προσωπικών δεδομένων, ενώ η μικρή χωρητικότητα των συσκευών αυτών (απόκλιση των iPads) αποτελεί μια άλλη αδυναμία τους, παρόλο που είναι διαθέσιμοι δεκάδες διαδικτυακοί τόποι αποθηκευτικού χώρου (Bidin & Ziden, 2013). Σε αντίθεση με τις περισσότερες ταμπλέτες (tablets), τα iPads δε διαθέτουν USB θύρα συνδεσιμότητας,

δυσκολεύοντας εκπαιδευτικούς και μαθητές να ανακτήσουν και να μοιραστούν εύκολα έγγραφα και αρχεία, όπως επίσης εμφανίζονται δυσκολίες κατά την εκτύπωση δεδομένων μέσω φορητών συσκευών (Clarke & Svanaes, 2014· Kinash, 2011).

Επιπλέον, υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών που πολλάκις τονίζουν τον ανασταλτικό χαρακτήρα των ταμπλέτων για τη διδασκαλία, υποστηρίζοντας ότι όχι μόνο αποσπά την προσοχή των μαθητών από την ουσία της γνώσης αλλά και ότι η ίδια η σημασία της εκάστοτε γνωστικής έννοιας υποθάλπεται, φθίνει (Clarke & Svanaes, 2014· Dündar & Akçayır, 2014· Henderson & Yeow, 2012· Kinash, 2011· Piat et al., 2016· Wilkinson & Barter, 2016). Η χωρίς νόημα, διδακτικό σχεδιασμό, στοχευμένους μαθησιακούς σκοπούς και συνεχή ανατροφοδότηση, χρήση των ταμπλετών στο μάθημα υποβαθμίζει την υιοθέτησή τους στο επίπεδο της απλής διάδρασης με αυτές στην ενασχόληση με «κοινά πράγματα» χωρίς κάποιο ιδιαίτερο μαθησιακό περιεχόμενο, με αποτέλεσμα την απρόσφορη κατανάλωση του διδακτικού και μαθησιακού χρόνου (Henderson & Yeow, 2012). Οι μαθητές τείνουν να χρησιμοποιούν τις ταμπλέτες για μη παραγωγικές και άσχετες με το σχολείο και την εκπαίδευση δραστηριότητες, όπως να παίζουν ανούσια παιχνίδια, να παρακολουθούν ακατάλληλα δεδομένα, να συνομιλούν μεταξύ τους για άσχετα με τη διδασκαλία ζητήματα, να αντιγράφουν στα τεστ, ακόμη και να αναπτύσσουν φαινόμενα διαδικτυακού εκφοβισμού ή να πέφτουν θύματα αυτού (*cyberbullying*), ή και να καταστρέφουν τις ίδιες τις φορητές συσκευές (Clarke & Svanaes, 2014). Ακόμη στην έρευνα των Görhan et al. (2014) τονίζεται το ενδεχόμενο της απομάκρυνσης ή της μείωσης του προσφερόμενου χρόνου των μαθητών από την ανάγνωση βιβλίων, ως συνέπεια της εκτεταμένης χρήσης των φορητών συσκευών.

Ταυτοχρόνως, πολλές έρευνες επισημαίνουν την αρνητική επίδραση των προσωπικών ταμπλετών στην επικοινωνιακή αλληλεπίδραση των μαθητών, μιας και παρατηρείται ο καθένας τους να προσκολλάται (ακόμη και στον ελεύθερο χρόνο του) στην ταμπλέτα του, αυξάνοντας έτσι τις αντικοινωνικές συμπεριφορές και μειώνοντας την επικοινωνία με τους φίλους, την διάχυση των ιδεών και τις ευκαιρίες για αλληλο-ανατροφοδότηση (*peer feedback*) (Dündar & Akçayır, 2014· Görhan et al., 2014· Wilkinson & Barter, 2016). Όπως επισημαίνεται από τον Carr (όπως αναφέρεται στους Henderson & Yeow, 2012), η χρήση της φορητής τεχνολογίας στη μάθηση μπορεί να δημιουργήσει χάσμα μεταξύ των μαθητών με διαφορετική οπτική και συναισθήματα (αποστροφή, φόβο, δυσχέρεια χρήσης, οικονομικός περιορισμός) απέναντι στην εκμετάλλευση των νέων τεχνολογιών στην σχολική τάξη, ίσως κυρίως λόγω της περιορισμένης εξοικείωσης με αυτές (Piat et al., 2016). Συγκεκριμένα, στην έρευνα των Görhan et al. (2014) αναφέρεται ο όρος «*tablet anxiety*», που παραπέμπει στην προσωπική αντίληψη ακόμη και το φόβο σχετικά με τη χρήση των ταμπλετών, που μπορεί να οδηγήσει το άτομο στην αποφυγή ή ελαχιστοποίηση της όποιας επαφής με τις φορητές συσκευές.

Τέλος, μπορεί να ειπωθεί ότι πολλοί είναι οι μαθητές που δυσανασχετούν με την περιορισμένη, από την πλευρά τους, διαχείριση των ταμπλετών στην τάξη (αποτροπή χρήσης «άλλων» εφαρμογών/λογισμικών, φίλτρα απαγόρευσης εισόδου σε συγκεκριμένες ιστοσελίδες, παιχνίδια) (Dündar & Akçayır, 2014· Franklin & Peng, 2008). Υπάρχουν, όμως, και οι εκπαιδευτικοί που νιώθουν κάποια ανασφάλεια ερχόμενοι αντιμέτωποι με ψηφιακά περιβάλλοντα και καταστάσεις της φορητής

μάθησης, διότι δεν είναι καλά εξοικειωμένοι ή γνωστικά και συναισθηματικά έτοιμοι να αντιμετωπίσουν και να χειριστούν τις συσκευές (Clarke & Svanaes, 2014). Συχνά, οι μαθητές αποθαρρύνονται να αξιοποιήσουν τη φορητή μάθηση, λόγω της ανάγκης για συνεχή έλεγχο και έγκριση των ιστοσελίδων, εφαρμογών από το διευθυντή του σχολείου, τον εκπαιδευτικό για συνεχή αναβάθμιση των προγραμμάτων και των λογισμικών των φορητών συσκευών (Franklin & Peng, 2008). Ενώ, κατά τις διαδικτυακές συνεδριάσεις μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού είναι πιθανόν τόσο οι μαθητές όσο και οι εκπαιδευτικοί να νιώσουν κάποια δυσφορία λόγω της πίεσης για άμεση απόδοση μιας απάντησης, μιας λύσης (Galligan et al., 2010).

Φορητές Συσκευές (tablets) & Σχολικά Μαθηματικά

Η χρήση των ταμπλέτων στη σχολική τάξη χαρακτηρίζεται περισσότερο αποτελεσματική από την παραδοσιακή μορφή της δασκαλοκεντρικής διάλεξης επιδρώντας ικανοποιητικά στην ανάπτυξη και κατανόηση των μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων των μαθητών, με έμφαση στις κοινωνικές πτυχές της μάθησης και τις διαδικασίες ανάπτυξης και αναπαράστασης του μαθηματικού νοήματος (Anderson et al., 2007· Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Galligan et al., 2010). Ο εκπαιδευτικός κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει να δημιουργεί ή να επιλέγει το κατάλληλο (ψηφιακό) περιβάλλον προκειμένου να βελτιώνει και να μεγιστοποιεί τις μαθησιακές ευκαιρίες, να παρέχει άμεση και στοχευμένη ανατροφοδότηση, να ενθαρρύνει την ανάπτυξη της αυτό-καθοδηγούμενης μάθησης των μαθητών του και την καλλιέργεια της πρότυπης μαθηματικής σκέψης και επιχειρηματολογίας (Carr, 2012· Galligan et al., 2010).

Η φορητή μάθηση παρέχει δύο βασικά πλεονεκτήματα στη διδασκαλία των μαθηματικών **α)** καθιστώντας τα ίδια τα Μαθηματικά πιο διασκεδαστικά με την αξιοποίηση διάφορων εικόνων και γραφικών κατά την εξάσκησή τους και **β)** κάνοντας τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες περισσότερο προσεγγίσιμες, βατές, ευκολοκατανόητες και σαφείς (Al-Mashaqbeh, 2016). Οι ταμπλέτες αποτελούν ένα δυναμικό υποστηρικτικό μέσο διδασκαλίας και μάθησης, που επιτρέπει το σχεδιασμό και το συγχρονισμό αυτορρυθμιζόμενων μαθησιακών δραστηριοτήτων με τις μαθησιακές ανάγκες των εκάστοτε μαθητών. Συγκεκριμένα, οι Franklin and Peng (2008) υποστηρίζουν ότι η χρήση των πολυμέσων των φορητών συσκευών στη παρουσίαση μαθηματικού περιεχομένου απαιτεί προσεγμένο σχεδιασμό από πλευράς του εκπαιδευτικού προκειμένου να δώσει τις κατάλληλες καθοδηγήσεις στους μαθητές του.

Τα διαδικτυακά και φορητά εκπαιδευτικά εργαλεία (tablets, ipads, smartphones, PDAs) για τα μαθηματικά αποτελούν αρωγό για τους μαθητές όχι μόνο στην επίλυση προβλημάτων αλλά και την ενίσχυση της κατανόησης των μαθηματικών εννοιών, παρέχοντας δυναμικά αναπαραστατικά μοντέλα των ιδεών και την ενθάρρυνση, όξυνση των γενικών μεταγνωστικών ικανοτήτων τους (Audi & Gouia-Zarrad, 2013· Drigas & Pappas, 2015). Τα μοναδικά χαρακτηριστικά των ταμπλέτων, τα γραφικά τους, η ενσώματη και διαδραστική τους διαχείριση (με την ειδική γραφίδα ή τα δάχτυλα του χεριού) επιτρέπουν στον χρήστη να γράφει εύκολα συμβολικές και γραφικές μαθηματικές πληροφορίες ηλεκτρονικά, παρέχοντας σε εκπαιδευτικό και μαθητή το κατάλληλο εργαλείο (πολλές εκπαιδευτικές εφαρμογές, προγράμματα) για τη διερεύνηση της μαθηματικής επίλυσης από πολλές οπτικές και την προσαρμογή της

διδασκαλίας/μάθησης βάσει των αναγκών, προτιμήσεων των μαθητών (Galligan et al., 2010).

Οι Chen et al. (2017) υποστηρίζουν ότι οι δεικτικές χειρονομίες είναι σημαντικός παράγοντας για την ομαλή, ουσιαστική μαθηματική επιχειρηματολογία, την ταυτόχρονη εστίαση της προσοχής σε ένα συγκεκριμένο σημείο, όταν οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες/ζεύγη. Διαπίστωσαν ότι οι μαθητές χρησιμοποιώντας την πλατφόρμα *Magic Board*, μια πλατφόρμα χειραπτικών εικονικών αναπαραστατικών εργαλείων για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων με κλασματικά μέρη, έχουν ικανοποιητικότερες επιδόσεις, υψηλότερα ποσοστά προσήλωσης στο εκάστοτε πρόβλημα αλλά και βαθύτερη κατανόηση του νοήματος της διαχείρισης των εικονικών χειραπτικών υλικών (όχι απλή μετακίνησή τους, αλλά σχολιασμός και επιχειρηματολογία της κάθε πράξης), κατά τη χρήση ταμπλέτων πολλαπλής απτικής επιλογής (multi-touch tablets) (pen-tablet)⁷. Προτείνουν τη χρήση των pen-tablets κατά τη διαδικασία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων που απαιτούν πολλούς μαθηματικούς υπολογισμούς ή γράψιμο. Όσες περισσότερες φυσικές κινήσεις διαπράττουν οι μαθητές κατά την επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων (κυρίως με τη χρήση τάπλετ), τόσο αυξάνεται ο βαθμός της προσωπικής τους εμπλοκής στο μάθημα, της ουσιαστικής, παραγωγικότερης επικοινωνίας μεταξύ της ομάδας/του ζεύγους (σχετικά με το πρόβλημα ή τα σχετικά με αυτό πλαίσια και έννοιες), της εστίασης της προσοχής (Chen et al., 2017).

Στην έρευνα της Al-Mashaqbeh (2016) γίνεται αντιληπτή θετική συμβολή των ταμπλέτων στη διδασκαλία των μαθηματικών, της πρώτης αρίθμησης, στην Α' σχολική τάξη του δημοτικού, με τους μαθητές που χρησιμοποίησαν τις ταμπλέτες να επιτυγχάνουν υψηλότερες επιδόσεις στα τεστ από αυτούς που ακολούθησαν την παραδοσιακή συμβατική διδακτική διαδικασία. Φάνηκε πως οι μαθητές ευχαριστιόνταν, ενδιαφέρονταν περισσότερο για το μάθημα (κατανόηση εννοιών και επίλυση προβλημάτων), όταν το μαθησιακό υλικό (δραστηριότητες, βιβλίο, παιχνίδια, βίντεο, ήχοι, εικόνες) ήταν ψηφιοποιημένο σε αλληλεπιδραστικά ηλεκτρονικά περιβάλλοντα εργασίας, όπου είχαν τη δυνατότητα να αναπτύξουν τις γνώσεις και τη δημιουργικότητά τους (Fister & McCarthy, 2008). Ομοίως, οι μαθητές της Στ' δημοτικού προτίμησαν τη χρήση των ταμπλέτων κατά την ανάπτυξη της εκτίμησης του μεγέθους αριθμών επάνω στην αριθμογραμμή μέσω των εφαρμογών *EstimationLine* και *MathGlow*⁸, λόγω της δυνατότητας πολλαπλής αναπαράστασης (αριθμογραμμή μαζί με μοντέλα περιοχής), της ευκολίας σχεδίασης και περαιτέρω επίδρασης της ίδιας της αριθμογραμμής (αυξομείωση-ζουμ-προσθήκη κομματιών της) (Piat et al., 2016).

Στην έρευνα των Kiger et al. (όπως αναφέρεται στους Drigas & Pappas, 2015), οι μαθητές της Γ' δημοτικού που χρησιμοποίησαν φορητές συσκευές για τη μάθηση και εξάσκηση σε πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις είχαν υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας στα post-test, από ότι οι μαθητές που ακολούθησαν τη συμβατική μέθοδο διδασκαλίας. Παρομοίως, οι Nguyen & Kulm (όπως αναφέρεται στους Drigas & Pappas, 2015) διαπίστωσαν ότι οι μαθητές της Στ' δημοτικού παρουσίασαν όχι μόνο μεγαλύτερα ποσοστά εμπλοκής στο μάθημα των μαθηματικών που περιελάμβαναν

⁷ Magic Board platform : http://magicboard.cycu.edu.tw/asp/edit/en_use.asp

διαδικτυακή ψηφιακή υποστήριξη, με τη χρήση ταμπλέτων αλλά ανέπτυξαν και περισσότερο ενδιαφέρον (προσωπικά κίνητρα) για την εκτέλεση και αποστολή των εργασιών για το σπίτι.

Επιπλέον, στην έρευνα των Drigas και Pappas (2015) υποδεικνύεται πως και τα παιδιά του νηπιαγωγείου μέσω της κατάλληλης αξιοποίησης των διαδικτυακών μαθηματικών εφαρμογών (ψηφιακά, ατομικά ή και ομαδικά, παιχνίδια, διαδραστικές δραστηριότητες ελαχιστοποίησης και ισότητας) με τη χρήση φορητών συσκευών, έχουν τη ευκαιρία να έρθουν σε μια ικανοποιητική πρώτη επαφή με μαθηματικές έννοιες, όπως αυτές του αριθμού, της ποσότητας, του λόγου (*Next Generation Preschool Math project-NGPM*, Zanchi et al., 2013), της αριθμητικότητας και της δακτυλικής αριθμητικής αναγνώρισης και υπόδειξης ποσοτήτων (*Fingu Game*, Barendregt et al., 2012). Σε δυσκολότερα μαθηματικά πεδία, όπως αυτό της Άλγεβρας Ι, οι μαθητές του Γυμνασίου, με την αξιοποίηση της εφαρμογής *hMh Fuse*⁹, παρουσίασαν μεγαλύτερα ποσοστά επιτυχίας, προσοχής και επιμέλειας στην τάξη, ενδιαφέροντος και περιέργειας για το ίδιο το γνωστικό περιεχόμενο της άλγεβρας (Carr, 2012).

Φυσικά και δεν πρέπει να παραληφθεί η συμβολή των διαδικτυακών λογισμικών με τη χρήση ταμπλέτων στη διερεύνηση, κατανόηση και ανάπτυξη γεωμετρικών εννοιών και των μεταξύ τους σχέσεων, στην κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων με την αξιοποίηση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας (πχ. *GeoGebra*, *Cabri 3D*, *Sketchpad Explorer* κα.), που επιτρέπουν την παρουσίαση και την οπτικοποίηση ποικίλων γεωμετρικών και αλγεβρικών εννοιών στους μαθητές όλων των ηλικιών ως δυναμικό εργαλείο ανακάλυψης των μαθηματικών ιδεών (Drigas & Pappas, 2015).

Ομοίως, τα αποτελέσματα της έρευνας των Franklin και Peng (2008) δείχνουν ότι η χρήση των φορητών συσκευών υποστηρίζει τη μαθηματική μάθηση δίνοντας την ευκαιρία στους μαθητές να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες μέσα από ψυχαγωγικά περιβάλλοντα (αυτό-κατασκευή ταινιών/βίντεο). Καθώς ο κάθε μαθητής καλείται να σκεφτεί και να επεξηγήσει τις μαθηματικές ιδέες (αλγεβρικές εξισώσεις, έννοια της κλίσης, της απόλυτης τιμής και της εξάλειψης, επίλυση προβλημάτων), να οργανώσει το μαθηματικό περιεχόμενο με τη χρήση πολυμέσων, μεταβάλλονται οι αντιλήψεις του για τον τρόπο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών (Franklin & Peng, 2008).

Τις τελευταίες δεκαετίες ερευνητές, επιστήμονες και εκπαιδευτικοί, κρατικοί εκπαιδευτικοί οργανισμοί και εταιρείες ενδιαφερόμενοι για την ποιότητα της παρεχόμενης μαθηματικής εκπαίδευσης καθώς και την επιτυχία και ενασχόληση των μαθητών με αυτήν, έχουν σχεδιάσει και αναπτύξει δεκάδες διαδικτυακά μαθησιακές εφαρμογές (apps) και εργαλεία μαθηματικού περιεχομένου για τη βελτίωση της μαθησιακής πρακτικής (πχ. *MoreMaths*, *Web-based Mathematics Education system*, *AGILMAT*) αλλά και για την υποστήριξη και ενίσχυση της διδακτικής διαδικασίας (πχ. *Tablet Math System*, *4MALITY*) και του μαθηματικού προγραμματισμού (*WebNetPro*) (Drigas & Pappas, 2015· Franklin & Peng, 2008).

⁸ EstimationLine : <http://hume.ca/ix/>

MathGlow App : www.igeneration.com

⁹ hMh Fuse App : <https://itunes.apple.com/us/app/hmh-fuse-algebra-1>

Οι Cayton-Hodges et al. (2015) αξιολογούν στην έρευνα τους τη χρηστικότητα πολλών διαθέσιμων διαδικτυακών μαθηματικών εφαρμογών, προσιτών στις φορητές συσκευές. Αναφέρουν τουλάχιστον τρεις αξιόλογες μαθηματικές εφαρμογές, που συμβάλλουν στη διδακτική εξέλιξη, αλλά, κυρίως, στη βελτίωση των μαθηματικών δεξιοτήτων και γνώσεων των μαθητών, *Pop Math*, *Bubbling Maths* και *Connect the dots* (Domingo & Gargante, 2016). Ακόμα, παραθέτουν όχι μόνο αξιοπρόσεκτες εφαρμογές που παρέχουν μαθηματικά διδακτικά εργαλεία και μέσα (βιντεομαθήματα, παρουσιάσεις, ψηφιακά χειραπτικά αναπαραστατικά μέσα κα.) (πχ. *hmh Fuse series*, *Woot Math*¹⁰), εφαρμογές βάσεων δεδομένων εκπαιδευτικού υλικού (πχ. *Khan Academy*: <https://www.khanacademy.org/>), αλλά και μαθηματικά εκπαιδευτικά παιχνίδια που εμπλουτίζουν τις διδακτικές και μαθησιακές πρακτικές, με την ορθή ενσωμάτωσή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία (πχ. *DragonBox Algebra*¹¹, *Motion Math series*, *Teachley: Addimal Adventure*¹² κα.) (Cayton-Hodges et al., 2015). Φυσικά, επισημαίνουν την αναγκαιότητα ελέγχου των εφαρμογών που προσφέρονται στους μαθητές από τους εκπαιδευτικούς, τους γονείς, τους ερευνητές, τους σχεδιαστές με βάση τα κριτήρια επιλογής τους, που αναφέρονται παραπάνω στο κεφάλαιο.

Αντίστοιχα στην έρευνα των Galligan et al. (2010) χρησιμοποιήθηκε επιτυχώς η εφαρμογή *Matlab*¹³, ένα πακέτο λογισμικού για την ανάπτυξη αλγορίθμων, την οπτικοποίηση δεδομένων και την ανάλυση δεδομένων για τη διεξαγωγή διαδικτυακών συνεδριάσεων μαθητών και εκπαιδευτικού με την ανταλλαγή μηνυμάτων, σημειώσεων, γραφημάτων. Κατά τη χρήση λογισμικών για την κοινή προβολή προσωπικών σημειώσεων, κρίνεται απαραίτητη η σύνταξη ευανάγνωστων γραμμμάτων, ενώ οι πολύπλοκες λύσεις μπορούν πολλές φορές να καταστούν δυσκολονόητες, ακατάστατες.

Στην έρευνα των Fister and McCarthy (2008) επισημαίνεται η χρησιμότητα των φορητών συσκευών στην άμεση, γρήγορη και αποτελεσματική προσθήκη/ συγγραφή σημειώσεων κατά την διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών επάνω στα προβαλλόμενα από τον εκπαιδευτικό δεδομένα (μέσω της εφαρμογής *Windows Journal*). Οι φοιτητές μέσω των μαθηματικών λογισμικών (*Virtual TI*, *Math Journal*, *Maple*)¹⁴ έχουν τη δυνατότητα να επιλύσουν προβλήματα, ασκήσεις, δραστηριότητες, να αναπτύξουν διάφορες προσωπικές στρατηγικές, να αναπαραστήσουν πολλαπλώς και να οργανώσουν τα δεδομένα, γραφήματα, τρισδιάστατες παραστάσεις στην προσπάθειά τους να εξερευνήσουν, να κατανοήσουν το παραδοτέο μαθηματικό περιεχόμενο. Η συμβολή των λογισμικών αυτών στην καθημερινή διδασκαλία των μαθηματικών έγκειται στην ανάληψη των ευθυνών, της κυριότητας, της επίβλεψης της ατομικής μάθησης (αυτορρύθμιση μάθησης), την ενεργό εμπλοκή στη διδασκαλία,

¹⁰ Woot Math App : <https://www.wootmath.com/> : με στόχο την διερεύνηση των μαθηματικών εννοιών των κλασμάτων, των δεκαδικών και των ποσοστών,

¹¹ DragonBox Algebra App : <http://dragonbox.com/> : με σκοπό την ανάπτυξη, καλλιέργεια, βελτίωση όλων των αλγεβρικών δεξιοτήτων, της αλγεβρικής γνώσης & σκέψης

¹² Teachley: Addimal Adventure : <https://itunes.apple.com/app/teachley-addimal-adventure> : παιχνίδι με σκοπό την εξάσκηση στις προσθετικές αριθμητικές δεξιότητες

¹³ Matlab App : <https://matlab.en.softonic.com/>

¹⁴ Virtual TI App : <http://www.ticalc.org>

Math Journal : http://appcawlr.com/ios/everyday_mathematics_digital_student_math_journal

Maple App : <https://www.maplesoft.com>

την όξυνση της δημιουργικής, κριτικής σκέψης αλλά και της αυτοπεποίθησης και της αυτοαξιολόγησης (Fister & McCarthy, 2008).

Συγκεκριμένα, η Riconscente (2013), εμμένοντας στη δυσκολία που αντιμετωπίζουν οι μαθητές του δημοτικού στην έννοια των κλασμάτων, υποστηρίζει ότι η δόμηση νοητικών αριθμογραμμών μέσω της φυσικής, ενσώματης διάδρασης με την ηλεκτρονική εφαρμογή *Motion Math*¹⁵ σε προσωπικά iPads, διευκολύνει την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων, παρέχοντας μια δυναμική ανακλητική δομή που βελτιώνει την κωδικοποίηση, την αποθήκευση και την ανάκτηση των αριθμητικών πληροφοριών, οργανώνοντας έτσι τις πληροφορίες γύρω από τα μεγέθη, το μέτρο των αριθμών. Θεωρεί, λοιπόν, ότι η ενσώματη διάδραση με αριθμογραμμές και πόνια που μετακινούνται επάνω σε γραμμικά, αναλογικά βαθμηνομημένα ταμπλό βοηθά τους μαθητές στην ανάπτυξη της νοητικής αριθμογραμμής, προσφέροντας χειραπτικά στοιχεία σχετικά με τη διάταξη και την πυκνότητα των αριθμών (Βλ. Παράρτημα Εικόνα 2). Η ψυχαγωγική διάθεση του παιχνιδιού, η φυσική ενεργοποίηση του μαθητή (μετακινεί την ταμπλέτα προκειμένου ο αριθμός στόχος να πέσει στο σωστό σημείο της αριθμογραμμής), οι άμεσες ανατροφοδοτήσεις, τα γραφικά, οι ήχοι συντελούν στην ανάπτυξη όχι μόνο μιας θετικής στάσης απέναντι στα κλάσματα, αλλά στην ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης, των προσωπικών κινήτρων μάθησης και επιτυχίας, της αυτό-αποτελεσματικότητας.

Η υιοθέτηση εκπαιδευτικών παιχνιδιών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών φαίνεται να προσφέρει αρκετά θετικά αποτελέσματα στην απόκτηση γνωστικών και διαδικαστικών μαθηματικών δεξιοτήτων (Carr, 2012· Riconscente, 2013). Τα μαθηματικά ψηφιακά παιχνίδια όχι μόνο αυξάνουν το βαθμό εμπλοκής και τα κίνητρα μάθησης των μαθητών αλλά και δίνουν πολλαπλές ευκαιρίες για σύνδεση των καθαρών μαθηματικών με καταστάσεις της πραγματικότητα (μέσω της επίλυσης πλαισιωμένων προβλημάτων-εμπειρική μάθηση), προάγουν την εννοιολογική κατανόηση έναντι της βαθμοθηρίας, την συνεργατική μάθηση, τις στρατηγικές επίλυσης, την κριτική και δημιουργική σκέψη, την στοχοθεσία, την ψυχαγωγική νοοτροπία της μάθησης (Carr, 2012).

¹⁵ Motion Math : <https://motionmathgames.com/>

Κεφάλαιο 4^ο

Μαθηματικά, Υπολογιστική Εκτίμηση και Τεχνολογία

Στην εποχή του σήμερα, οι Νέες Τεχνολογίες προσφέρουν μια νέα χροιά στην εκπαίδευση παρέχοντας τη δυνατότητα δημιουργίας ενσώματων μαθησιακών εμπειριών, όπου η ανάπτυξη των γνωστικών εννοιολογήσεων σχετίζεται άμεσα με την αλληλεπίδραση του σώματος με τον πραγματικό κόσμο. Τα χαρακτηριστικά των νέων τεχνολογιών, ιδίως των φορητών συσκευών, όπως τα tablets, iPads και iPhones, προσφέρουν στους εκπαιδευτικούς-σχεδιαστές περισσότερες επιλογές/εναλλακτικές για τη δημιουργία αποτελεσματικών εμπειριών, πλαισίων μάθησης που ξεπερνούν τη στατική παρουσίαση, την περιορισμένη αλληλεπίδραση, τους τοίχους της σχολικής τάξης και τα επίσημα αναλυτικά εκπαιδευτικά προγράμματα (Riconscente, 2013). Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν δημιουργηθεί και αναπτυχθεί αξιόλογες εκπαιδευτικά διαρθρωμένες ηλεκτρονικές εφαρμογές και προγράμματα, αποτελώντας δυναμικά διδακτικά και μαθησιακά μοντέλα για την ολόπλευρη αντίληψη, την πολλαπλή οπτικοποίηση και τελικά την ουσιαστική κατανόηση ποικίλων μαθηματικών εννοιών σύμφωνα με τα διάφορα προγράμματα σπουδών (Λεμονίδης, 2016).

Παρά το γεγονός ότι οι κινητές ηλεκτρονικές συσκευές, όπως Smartphones και Tablets, αποτελούν καθημερινό εργαλείο ενηλίκων και παιδιών, παρατηρείται ότι η χρήση τους, αν όχι ανύπαρκτη, είναι περιορισμένη στην εκπαίδευση των μαθηματικών. Σύμφωνα με τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών για τα μαθηματικά, οι μαθητές βρίσκονται στο επίκεντρο της διδασκαλίας, με ενεργό συμμετοχή στη διδακτική και μαθησιακή πράξη και επιπλέον καλούνται να κατανοήσουν τις νέες μαθηματικές ιδέες με πειραματισμούς και εργασίες σε πραγματικές, παισιωμένες προβληματικές καταστάσεις (ΔΕΠΠΣ, 2003· ΝΠΣ, 2011· CCSSM, 2013· Van de Walle, 2005).

Διαπιστώνεται ότι τα ελληνικά προγράμματα (ΔΕΠΠΣ, 2003· ΝΠΣ, 2011) αναφέρονται στην ενσωμάτωση και αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας κατά τη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία, όχι μόνο ως εποπτικό υλικό (διαφάνειες, εκπαιδευτικό λογισμικό, ταινίες βίντεο κ.α.) με σκοπό τη δημιουργία και διατήρηση ενός ερευνητικού μαθησιακά περιβάλλοντος, αλλά και ως ένα λειτουργικό κομμάτι της διαδικασίας μάθησης και διδασκαλίας (τεχνολογικών εργαλείων, εξειδικευμένων εκπαιδευτικών-παιδαγωγικών λογισμικών, εφαρμογών, προγραμμάτων κ.λπ.) για την καλλιέργεια και οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης και των ικανοτήτων των μαθητών. Τα ψηφιακά εργαλεία χρησιμοποιούνται, δηλαδή, ως εργαλεία έκφρασης σε βασικό υλικό αναφοράς (εκπαιδευτικό υλικό) σε συνθετικές εργασίες και παράλληλα επιλεκτικά με τη μορφή μικρο-πειραμάτων στο πλαίσιο κατανόησης εννοιών (δραστηριότητες). Συγκεκριμένα, στην ηλεκτρονική μορφή των σχολικών εγχειριδίων, κατά την εμπλουτισμένη έκδοση αυτών html, είναι φανερή η λειτουργική ενσωμάτωση των λογισμικών εργαλείων (μικρο-εφαρμογές από τον εθνικό συσσωρευτή εκπαιδευτικού περιεχομένου - Φωτόδενδρο, <http://photodentro.edu.gr/aggregator/>) ως αναπόσπαστο κομμάτι της διδασκαλίας μετατρέποντάς την σε διαδραστική εργασία για την περαιτέρω κατανόηση και εφαρμογή της εκάστοτε μαθηματικής

γνώσης [πχ. υπόδειξη συγκεκριμένων Applet (εφαρμογές) σε δικτυακούς τόπους, όπως ο Wolfram Demonstrations Project].

Η διδασκαλία των μαθηματικών, λοιπόν, δεν είναι δυνατόν να εξομοιώνεται με πεζές υπολογιστικές δεξιότητες και απομνημόνευση τύπων, αλλά οφείλει να μετατραπεί σε μια συναρπαστική εμπειρία διερεύνησης και πειραματισμού. Μία από τις θεμελιώδεις αρχές των σύγχρονων προγραμμάτων σπουδών ανά τον κόσμο είναι η ενσωμάτωση και αξιοποίηση της τεχνολογίας, ως βασικό εργαλείο για την εφαρμογή και εκμάθηση των μαθηματικών στην τάξη. Η τεχνολογία επιτρέπει την πολλαπλή διερεύνηση και την εμπλουτισμένη αναπαράσταση των μαθηματικών ιδεών, παρέχει τη δυνατότητα σε όλα τα παιδιά, ανεξαρτήτως των ιδιαίτερων μαθησιακών αναγκών τους, να ασχοληθούν με τα σημαντικά μαθηματικά προάγοντας την ενεργό συμμετοχή τους στη μαθησιακή διαδικασία (Λεμονίδης, 2016· Mpiladeri, Palaiogeorgiou, Lemonidis, 2016· Van de Walle, 2005).

Άλλωστε, από την αρχαιότητα ως και σήμερα τονίζεται η εκπαιδευτική, ψυχαγωγική διάσταση του παιχνιδιού που δεν περιορίζεται μόνο στην απόλαυση της διασκέδασης και την ψυχολογική εκτόνωση, αλλά με την υιοθέτηση κατάλληλων κανόνων και συγκεκριμένων πλαισίων συμπεριφοράς, καταδεικνύεται η παιδαγωγική του σημασία. Το παιχνίδι (ηλεκτρονικό-χειραπτικό, ενσώματο-νοητικό, ατομικό-εταιρικό-ομαδικό) μπορεί να αποτελέσει δυναμικό μαθησιακό και διδακτικό εργαλείο διερεύνησης, πειραματισμού και εργασίας στη σχολική πραγματικότητα και κυρίως στα μαθηματικά σχολικά μαθήματα (Λεμονίδης, 2016· Ματσαγγούρας, 2003· Van de Walle, 2005). Η διάδραση των μαθητών με παιγνιώδεις μαθηματικές δραστηριότητες συνοδεύεται, όχι μόνο από ευχάριστα συναισθήματα και την επικοινωνία απόψεων, ιδεών, στρατηγικών αλλά βοηθά στην ανάδειξη των αδυναμιών και των ισχυρών γνωστικών και διαδικαστικών δεξιοτήτων του ατόμου. Επιπρόσθετα, μέσω των μαθηματικών παιχνιδιών εκτός της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου (νέες εμπειρίες και εμπλουτισμός γνωστικών σχημάτων) επιτυγχάνεται και ο στόχος της ελεύθερης αυτό-ανάπτυξης, της προσωπικής αυτορρύθμισης της διερευνητικής, εκπαιδευτικής πορείας, που αποτελεί αμοιβαίο σκοπό πολλών σύγχρονων προγραμμάτων σπουδών, τα οποία θέλουν τον μαθητή ενεργό συν-κατασκευαστή της γνώσης του (ΔΕΠΠΣ, 2003· NCTM, 2013).

Η αναπτυξιακή και εκπαιδευτική συμβολή του κοινωνικού παιχνιδιού, με ρόλους και κανόνες, διαμορφώνει πλαίσια επικοινωνίας, κλίμα συνεργασίας και συντονισμού προωθώντας την επιχειρηματολογία της λογικότητας των λύσεων που προτείνονται, των στρατηγικών που ακολουθούνται (Ματσαγγούρας, 2003). Η ενασχόληση και η ενσωμάτωση εκπαιδευτικών μαθηματικών παιχνιδιών μέσα στη σχολική τάξη κινητοποιεί και βελτιώνει την αφηρημένη, συμβολική σκέψη των μαθητών καλλιεργώντας ταυτόχρονα την κριτική τους ικανότητα, τη δημιουργικότητα, την εφευρετικότητα και τη φαντασία, τη γλωσσική ευχέρεια και τη νοερή επεξεργασία δεδομένων (Ματσαγγούρας, 2003). Τα παισιωμένα σε πραγματικές καταστάσεις μαθηματικά παιχνίδια δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές για αυθόρμητες, διαισθητικές προσεγγίσεις οικοδομώντας ένα στέρεο έδαφος για την ανάπτυξη εκτιμητικών διαδικασιών και μεθόδων. Η έννοια της εκτίμησης λόγω τη

φύσης και του νοήματός της μπορεί εύκολα να προσαρμοστεί και να αναδειχθεί κατά τη διάδραση των παιδιών με παιγνιώδεις προβληματικές μαθηματικές καταστάσεις.

Η συνεχής μάθηση και ανατροφοδότηση που προσφέρουν στους μαθητές τα ειδικά σχεδιασμένα ηλεκτρονικά και μη εκπαιδευτικά παιχνίδια με θέμα τους ποικίλες μαθηματικές έννοιες (πχ. δεκαδικοί, κλάσματα και οι αριθμογραμμές) τους βοηθούν να αναπτύξουν μια ουσιαστικότερη, καταλληλότερη κατανόηση αυτών (πχ. των κλασματικών-ρητών- αριθμών). Λόγου χάρη, στην έρευνα των Fazio, Kennedy and Siegler (2016), μέσα από διαδραστικά περιβάλλοντα, όπως το παιχνίδι "*Catch the Monster with Fractions*", οι μαθητές καλούνται μέσω γρήγορων εκτιμήσεων της πυκνότητας, του μέτρου των κλασμάτων να "πιάσουν" τα τέρατα. Παρόμοια και η ηλεκτρονική εφαρμογή "*Motion Math*", που προτείνεται στην έρευνα της Riconscente (2013), βοηθά στην κατανόηση των σχέσεων μεταξύ αριθμητικών δεδομένων (ακέραιοι, κλάσματα, δεκαδικοί, ποσοστά) επάνω στην αριθμογραμμή με το χρονόμετρο να πιέζει τους παίκτες-μαθητές να ανατρέξουν νοερά και γρήγορα στο σχετικό γνωστικό σχήμα (νοερή αριθμογραμμή, σχηματική αναπαράσταση) ανακαλώντας την κατάλληλη σχέση/γνώση (δόμηση & ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού). Κάτι ανάλογο συμβαίνει και με τη διαδραστική αριθμογραμμή, «*Fractangi*», η οποία, κατά τους Mpiladeri et al. (2016), προσφέρει μια απτή εννοιολογική μεταφορά της πυκνότητας των ρητών θεμελιώνοντας τις κατανοήσεις των μαθητών για τα κλάσματα μέσω της ενεργής (με τα χέρια τους- *hands-on*) διάδρασης με αυτά.

Η ψυχαγωγική αξία των ηλεκτρονικών εκπαιδευτικών (μαθηματικών) παιχνιδιών παρέχει στους μαθητές το απαραίτητο κίνητρο προκειμένου να συνεχίσουν την ενασχόλησή τους με τις σχετικές μαθηματικές έννοιες που αναδεικνύονται, μέσα σε μια αναγκαία χρονική περίοδο. Σε αυτό χρονικό διάστημα, κατά την εντρυφήση τους με τέτοιου είδους παιχνίδια, θα είναι σε θέση να εξερευνήσουν ενεργά, να προβληματιστούν, να φτάσουν στο σημείο της επίτευξης της ευελιξίας και του αυτοματισμού (Fazio et al., 2016· Mpiladeri et al., 2016· Riconscente, 2013· Rodrigues et al., 2017). Συνεπώς, τα τεχνολογικά μαθησιακά εργαλεία θα πρέπει να είναι διασκεδαστικά και ενδιαφέροντα για τα παιδιά, εύκολα στη χρήση τους, να ενθαρρύνουν την εξερεύνηση, να καλλιεργούν και να εξάπτουν τη φαντασία και την περιέργειά τους, να παρακινούν τα παιδιά σε άμεση διάδραση με τις μαθηματικές μορφές και την ανάπτυξη μιας ουσιαστικής συνεργασίας μεταξύ των συμμαθητών. Ο συνδυασμός τους με κατάλληλα διαρθρωμένες δραστηριότητες που απαιτούν, βέβαια, αρκετή γνωστική προσπάθεια, μπορούν να γίνουν τα κατάλληλα μέσα για την επίτευξη των εκάστοτε μαθησιακών-γνωστικών στόχων (Λεμονίδης, 2016· Fazio et al., 2016· Mpiladeri et al., 2016· Riconscente, 2013· Rodrigues et al., 2017).

Σύμφωνα με τον Van de Walle (2005), η κατάλληλη χρήση των εκπαιδευτικών εργαλείων της τεχνολογίας (απλές αριθμομηχανές, βίντεο, υπολογιστές, tablets, smartphones, αλληλεπιδραστικά βίντεο), δεν πρέπει να υποβαθμίζει τα άξια μαθηματικά, ούτε να αποτελεί αυτοσκοπό, αντίθετα συνιστά αναπόσπαστο κομμάτι της μαθησιακής, διδακτικής, αξιολογικής διαδικασίας σε όλα τα επίπεδα. Ακόμη, αναφέρεται στον τριπλό αντίκτυπο της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών

τονίζοντας τις αλλαγές στους στόχους και τους τρόπους της παρεχόμενης μαθηματικής παιδείας για την καλύτερη πραγμάτωση των ακόλουθων:

- εστίαση στα σημαντικά μαθηματικά (οι αριθμομηχανές εκτελούν πια τις ανιαρές ασκήσεις υπολογισμών)
- επικοινωνιακότερη διδασκαλία και μάθηση των δύσκολων μαθηματικών θεμάτων (πραγματικοί αριθμοί, δυναμική γεωμετρία)
- περισσότερο προσβάσιμα Μαθηματικά [κυρίως στο επίπεδο λυκείου, με τον εντυπωσιακό εμπλουτισμό συστημάτων, εφαρμογών (λογισμικών) άλγεβρας, γεωμετρίας].

Υπάρχουν διάφορα διαδικτυακά εκπαιδευτικά παιχνίδια που ενισχύουν τους μαθητές στο να κατανοήσουν και να ασκηθούν στις εκτιμητικές διαδικασίες και στρατηγικές. Τα περισσότερα από τα παιχνίδια αυτά εμπεριέχονται σε ηλεκτρονικές βάσεις δεδομένων εκπαιδευτικού περιεχομένου, ενώ ένα πάλι αρκετά μεγάλο μέρος διατίθεται και σε μορφή λογισμικού (app) για φορητές ηλεκτρονικές συσκευές, όπως tablets, ipads, smartphones. Η πλειονότητα των διαδικτυακών παιχνιδιών εστιάζουν στη στρογγυλοποίηση ως την κυριότερη στρατηγική εκτίμησης του μεγέθους των αριθμών για τη βολική τους διαχείριση σε αριθμητικές παραστάσεις και για τον έλεγχο της λογικότητας των απαντήσεων.

Η διαχείριση των εικονικών διαδραστικών παιχνιδιών από τους μαθητές στη σχολική τάξη μπορεί να είναι είτε ατομική, είτε εταιρική, είτε ομαδική ανάλογα με τη διαθεσιμότητα των φορητών και μη ηλεκτρονικών συσκευών. Η ενσωμάτωσή τους στη διδασκαλία εξαρτάται και από την αποδοχή, προετοιμασία και ευχέρεια των μέσων αυτών από τον εκάστοτε εκπαιδευτικό και φυσικά από την αποδοχή τους από τους μαθητές.

Για περαιτέρω ενβάθυνση και δειρεύνηση των υπαρχόντων διαδικτυακών ηλεκτρονικών παιχνιδιών εκτίμησης, μπορείτε να δείτε στο Παράτημα Κείμενο: Διαδικτυακά Ηλεκτρονικά Παιχνίδια Εκτίμησης και Διαδικτυακές Εκπαιδευτικές Βάσεις Δεδομένων.

Εκπαιδευτικά Χειραπτικά Μοντέλα, Εργαλεία, Παιχνίδια & Υπολογιστική Εκτίμηση

Κάθε σχολική τάξη των μαθηματικών θα πρέπει να προσφέρει σε όλους τους μαθητές ανάλογα με τις ανάγκες και τις προτιμήσεις τους τα αντίστοιχα κατάλληλα εργαλεία, υλικά προκειμένου να προσεγγίζουν και να κατανοούν τις σημαντικές μαθηματικές ιδέες και διαδικασίες. Για το λόγο αυτό, είναι επιθυμητό να διαθέτουν εξοπλισμό με πλούσια και ποικίλα αναπαραστατικά μοντέλα (χειραπτικά και μη), εργαλεία, ακόμη και παιχνίδια (αυτοσχέδια ή του εμπορίου) σχετικά με διάφορες μαθηματικές ιδέες και δεξιότητες.

Η ενσώματη μάθηση εναρμονίζει τη φυσική δράση του μαθητή με τους μαθησιακούς στόχους. Η επιτυχής συσχέτιση της μάθησης με τα προσωπικά κίνητρα για επιτυχία αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του σχεδιασμού χειραπτικών και ηλεκτρονικών παιχνιδιών. Ενώ στα παιχνίδια η αποτυχία είναι ένα φυσικό κομμάτι της δράσης, κατά την σχολική αξιολόγηση των μαθητών είναι κάτι

που δεν υιοθετείται συχνά. Σε αντίθεση με τα ακαδημαϊκά δεδομένα όπου η αποτυχία δεν αντιμετωπίζεται με αυξημένο ενθουσιασμό, τα χειραπτικά και ηλεκτρονικά παιχνίδια είναι σχεδιασμένα έτσι, ώστε η αποτυχία να προκαλεί τα κίνητρα, το ενδιαφέρον για περαιτέρω διερεύνηση της σωστής λύσης και να ενδυναμώνει την προσωπική προσπάθεια (Λεμονίδης, 2016· Fazio et al., 2016· Mpiladeri et al., 2016· Riconscente, 2013· Rodrigues et al., 2017).

Για την έννοια της εκτίμησης και την κατανόηση του νοήματός της, που μας απασχολεί στη συγκεκριμένη εργασία, εκτός από ένα στοχευμένο χειραπτικό υλικό που μπορούν να δημιουργήσουν από μόνοι τους οι εκπαιδευτικοί ή και οι μαθητές, είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν και αντίστοιχες προτάσεις που διατίθενται στο διαδίκτυο. Εκτός αυτών, για την εκμείευση εκτιμητικών, προσεγγιστικών απαντήσεων σε όλες τις αριθμητικές και μη, υπολογιστικές, ποσοτικές ή σχετικές με πλήθος διαδικασίες μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε υλικό υπάρχει σε αφθονία στη σχολική τάξη ή που μπορεί να χρησιμοποιείται ήδη για άλλο σκοπό, με την κατάλληλη φυσικά ενσωμάτωση της ιδέας των εκτιμητικών διαδικασιών, στρατηγικών και μεθόδων. Τα χειραπτικά μοντέλα και υλικά εύκολα δημιουργούνται ή κατασκευάζονται αποτελώντας μέρος κάθε σχολικής τάξης για την ανάπτυξη της νοοτροπίας της εκτίμησης.



Μπορείτε να ανατρέξετε στο Παράρτημα όπου ακολουθεί αναφορά και παρουσίαση εκτιμητικών δραστηριοτήτων με τη χρήση χειραπτικών υλικών, η δυσκολία και η έκταση των οποίων προσαρμόζεται σε σχέση με την εκάστοτε σχολική βαθμίδα, τους στόχους και τις βασικές ιδέες που προτείνονται από τα αναλυτικά προγράμματα.

Σχολικά, Εκπαιδευτικά Βοηθήματα και Εκτίμηση

Όσον αφορά τα σχολικά βοηθήματα, και στις δύο περιπτώσεις, και στα ελληνόγλωσσα και στα ξενόγλωσσα, ακολουθούν την πορεία εμφάνισης της μαθηματικής γνώσης, όπως αυτή παρουσιάζεται είτε στα σχολικά βιβλία (ελληνικά σχολικά βιβλία, που βασίζονται στο ΔΕΠΠΣ, 2003) είτε στο εθνικό πρόγραμμα σπουδών της εκάστοτε σχολικής τάξης [Standards του CCSSM (2013) και του NTCM, (2013)]. Στην παρούσα έρευνα η προσοχή μας εστιάζεται στην ανάπτυξη της

μαθηματικής γνώσης και κυρίως της εμφάνισης και εξέλιξης της έννοιας της εκτίμησης κατά την Ε΄ τάξη του δημοτικού, μιας και η συγκεκριμένη τάξη θα αποτελέσει και τον πληθυσμό-στόχο του παρόντος ερευνητικού εγχειρήματος.

Στην Ελλάδα, στην πλειοψηφία τους τα σχολικά βοηθήματα αναπτύσσονται ακολουθώντας την πορεία εμφάνισης της μαθηματικής γνώσης, όπως αυτή υπάρχει στα κρατικά σχολικά εγχειρίδια. Αυτά περιέχουν τις λύσεις των προβλημάτων και των ασκήσεων των σχολικών βιβλίων και του τετραδίου εργασιών, σύντομες θεωρίες ανά θεματική ενότητα, τους διδακτικούς στόχους κάθε ενότητας, κάθε κεφαλαίου, παραδείγματα κατανόησης της εκάστοτε θεωρίας, βοηθητικές προηγούμενες γνώσεις, προτάσεις και στρατηγικές διαχείρισης της εκάστοτε νεοεμφανιζόμενης μαθηματικής έννοιας. Επίσης, περιλαμβάνουν έξτρα υλικό (ασκήσεις, δραστηριότητες, φύλλα εργασίας) εμπέδωσης και αξιολόγησης (επαναληπτικά κριτήρια αξιολόγησης). Εκτός των άλλων, μερικές εκδόσεις βοηθημάτων εντάσσουν και αξιοποιώντας τις νέες τεχνολογίες και τις ηλεκτρονικές εφαρμογές που διατίθενται στις διδακτικές και μαθησιακές διαδικασίες, παραθέτουν και ειδικά CD-ROM με διαδραστικές ασκήσεις και σχετικά παιχνίδια με τις προς μάθηση και διδασκαλία μαθηματικές έννοιες (Βλ. παρακάτω 4^ο στη σειρά παρουσίασης σχολικό βοήθημα).

Όσον αφορά την έννοια της υπολογιστικής εκτίμησης, που αποτελεί κύριο σημείο αναφοράς της παρούσας ερευνητικής εργασίας, εμφανίζεται σε τέσσερα βασικά διδακτικά κεφάλαια του προγράμματος σπουδών (ΔΕΠΠΣ, 2003) και του σχολικού βιβλίου της Ε΄ δημοτικού και αντίστοιχα στα σχολικά βοηθήματα. Η εκτιμητική διαδικασία συμπεριλαμβάνεται σε:

- Ενότητα 1: *Αριθμοί, Πράξεις και Επίλυση Προβλημάτων: Φυσικοί αριθμοί* :
 - Κεφάλαιο 4: *Αξία θέσης ψηφίου στους μεγάλους αριθμούς* – Οι μαθητές υπολογίζουν στο «περίπου» το μέγεθος των μεγάλων αριθμών, κατά τη μεταξύ τους σύγκριση. Προσπάθεια προσέγγισης του αριθμού-στόχου.
 - Κεφάλαιο 6: *Επίλυση προβλημάτων* – Η εκτίμηση παρουσιάζεται ως προτεινόμενος τρόπος λύσης προβλημάτων και στο τέλος κατά τον έλεγχο της λογικότητας της ήδη υπολογισμένης απάντησης.
- Ενότητα 2: *Αριθμοί, Πράξεις και Επίλυση Προβλημάτων: Δεκαδικοί Αριθμοί* :
 - Κεφάλαιο 9: *Αξία θέσης ψηφίων στους δεκαδικούς αριθμούς* – Μέσω νοερών υπολογισμών, οι μαθητές εκτιμούν το μέγεθος των δεκαδικών αριθμών είτε σε ασκήσεις συγκρίσεις (μεγαλύτερο/μικρότερο) είτε επάνω στην αριθμογραμμή.
 - Κεφάλαιο 10: *Προβλήματα με δεκαδικούς* – Η εκτίμηση εμφανίζεται ως τρόπος λύσης και ως έννοια που προηγείται χρονικά του ακριβούς υπολογισμού κατά την επίλυση προβλημάτων με την αξιοποίηση νοερών υπολογισμών των δεκαδικών αριθμών. Η εκτίμηση (στρογγυλοποίηση) συμβάλλει στην ευκολότερη διαχείριση των αριθμών κατά τους υπολογισμούς.
 - Κεφάλαιο 11: *Η έννοια της στρογγυλοποίησης* – Η στρατηγική της στρογγυλοποίησης συμβάλλει στην εκτέλεση γρήγορων και με

λογικά αποτελέσματα υπολογισμών. Παρουσιάζονται οι κανόνες της στρογγυλοποίησης αριθμών και οι τύποι της (στρογγυλοποίηση του πρώτου αριθμού ή του δεύτερου ή και των δύο). Η εκτίμηση διενεργείται προγενέστερα του ακριβούς υπολογισμού, επεξηγείται ο τρόπος ανάπτυξής της, ενώ στο τέλος υπολογίζεται ο βαθμός σφάλματος.

- Κεφάλαιο 12: **Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών** – Και πάλι η εκτίμηση προσφέρεται για το γρήγορο υπολογισμό των λύσεων των προβλημάτων, με τον ακριβή υπολογισμό να έπεται και να συγκρίνεται η αριθμητική τους διαφορά (σφάλμα).
- Κεφάλαιο 13: **Διαίρεση ακεραίου με ακέραιο με πηλίκο δεκαδικό αριθμό** – Η εκτίμηση παρουσιάζεται ως εύκολος, προσεγγιστικός τρόπος υπολογισμού της διαίρεσης δύο ακεραίων που δίνουν δεκαδικό πηλίκο (στο «περίπου»). Προηγείται του ακριβή υπολογισμού.
- Ενότητα 3: **Αριθμοί και Πράξεις, Επίλυση Προβλημάτων και Στατιστική:**
 - Κεφάλαιο 14: **Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1000** – Όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια της ενότητας, έτσι και εδώ η εκτίμηση (με τη στρατηγική της στρογγυλοποίησης) βοηθά στο γρήγορο και λογικά (προσεγγιστικά) κοντά στη σωστή απάντηση υπολογισμό των λύσεων. Επισημαίνεται, επίσης, ο μικρός βαθμός του σφάλματος μεταξύ εκτίμησης και ακριβούς υπολογισμού.
 - Κεφάλαιο 19: **Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών** – Εδώ εμφανίζονται οι εκτιμητικές στρατηγικές της απλοποίησης μεικτών αριθμών και της στρογγυλοποίησης των γινομένων μεικτών και δεκαδικών/ακέραιων αριθμών, των πηλίκων μεικτών και ακέραιων αριθμών. Η εκτίμηση και πάλι εμφανίζεται ως γρήγορος τρόπος υπολογισμού των αριθμητικών ποσοτήτων.
 - Κεφάλαιο 20: **Διαχείριση αριθμών** – Στην ενότητα αυτή αναδεικνύονται διάφορες στρατηγικές της υπολογιστικής εκτίμησης (ειδικοί αριθμοί, αθροιστική ανάλυση/ παραγοντοποίηση), της αίσθησης του αριθμού (σημεία αναφοράς, σχηματική αναπαράσταση δεδομένων), αλλά τονίζεται και η χρησιμότητα των νοερών υπολογισμών.
 - Κεφάλαιο 21: **Στατιστική – Μέσος Όρος** – Η εκτίμηση εμφανίζεται να προηγείται του ακριβούς υπολογισμού των αποτελεσμάτων. Ο μέσος όρος επισημαίνεται ως βασική στρατηγική κατά τις συγκρίσεις, στις εκτιμήσεις και τις προβλέψεις αποτελεσμάτων. Οι εκτιμήσεις εδώ χαρακτηρίζονται ως το μέσο εκτέλεσης αξιόλογων λογικών προβλέψεων με τα στατιστικά γραφήματα και ραβδογράμματα να στηρίζουν τις εκτιμητικές αυτές προβλέψεις.
- Ενότητα 4: **Αριθμοί και πράξεις, Επίλυση Προβλημάτων: Ποσοστά :**
 - Κεφάλαιο 22: **Έννοια του ποσοστού** – Η εκτίμηση εμφανίζεται στον αρχικό υπολογισμό της έκπτωσης και του χρηματικού οφέλους (γινόμενου ποσοστού και δεκαδικού/ακέραιου αριθμού).
 - Κεφάλαιο 23: **Προβλήματα με ποσοστά** – Οι μαθητές προβαίνουν σε υπολογιστικές εκτιμήσεις και εκτιμήσεις μέτρησης. Η εκτίμηση

παρουσιάζεται για τον προσεγγιστικό (στο «περίπου») υπολογισμό όγκων, ποσοστών και στην διαδικασία σμίκρυνσης/μεγέθυνσης μεγεθών.

• Ενότητα 8: *Επίλυση Προβλημάτων* :

- Κεφάλαιο 49: *Σύνθετα προβλήματα – Συνδυάζοντας πληροφορίες(β)* – Η εκτιμητική διαδικασία ως γρήγορη μέθοδος ανάγνωσης και κατανόησης διαγραμμάτων, γραφημάτων, ραβδογραμμάτων. Επίσης, αποτελεί τόσο μια στρατηγική επίλυσης προβλημάτων αλλά και συμπεριλαμβάνεται στη μοντελοποίηση των βημάτων επίλυσης προβλημάτων (2ο στάδιο: εκτίμηση αποτελέσματος, 4ο στάδιο: έλεγχος της λογικότητας των απαντήσεων).

Γενικότερα γίνεται αντιληπτό τόσο μέσα από τα σχολικά εγχειρίδια όσο και από τα εκάστοτε βοηθήματα πώς, αν και επισημαίνεται η σημασία των εκτιμητικών μεθόδων και στρατηγικών στις αριθμητικές και μη, υπολογιστικές, ποσοτικές και μετρικές διαδικασίες, η διδασκαλία της έννοιας της εκτίμησης είναι ακόμη λανθασμένα περιορισμένη και συμπυκνωμένη στην αξιοποίηση της στρατηγικής της στρογγυλοποίησης. Είναι αμφίβολο, αν ακόμα και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αναγνωρίσουν, να ξεχωρίσουν, να διαχωρίζουν την εκτίμηση (μαθηματική έννοια) από την στρογγυλοποίηση (στρατηγική υπολογιστική εκτίμησης). Αν και η διδασκαλία της υπολογιστικής εκτίμησης περιορίζεται στην παρουσίαση ορισμένων στρατηγικών της (στρογγυλοποίηση, απλοποίηση, ειδικοί αριθμοί, παραγοντοποίηση, μέσος όρος) στην Ε΄ δημοτικού, η κατανόησή της από πλευράς μαθητών ποικίλει. Έτσι, κυρίως μέσα από την διαδικασία επίλυσης προβλημάτων οι μαθητές θα πρέπει να μνηθούν στη «νοοτροπία» των προγενέστερων ή μεταγενέστερων του ακριβούς υπολογισμού εκτιμητικών αποκρίσεων.

Από την άλλη πλευρά, σύμφωνα με το αμερικάνικο πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά της Ε΄ δημοτικού (CCSSM, 2013) και των αντίστοιχων Standards του NCTM (2013), οι εκτιμητικές στρατηγικές αποτελούν ανώτερα και κατάλληλα εργαλεία για τη λογική, ορθή επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων. Η εκτίμηση στην Ε΄ δημοτικού αναφέρεται κυρίως:

- στη διαδικασία της στρογγυλοποίησης για την εκτίμηση του μεγέθους:
 - των ακέραιων, δεκαδικών και μεικτών αριθμών,
 - των αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων και πηλίκων ακέραιων αριθμών,
 - των αθροισμάτων, διαφορών και γινομένων δεκαδικών και μεικτών αριθμών,
- στην εκτίμηση των κατάλληλων μετρικών μονάδων
- στη λογική εκτίμηση της θερμοκρασίας.

Ομοίως και τα εκάστοτε σχολικά βοηθήματα αναπαράγουν αυτήν την κατεύθυνση της μαθηματικής γνώσης. Όπως συμβαίνει και στα ελληνόγλωσσα σχολικά βοηθήματα, έτσι και τα αγγλόφωνα περιλαμβάνουν διδακτικούς στόχους, σύντομη θεωρία ανά θεματικό κεφάλαιο, ασκήσεις εμπέδωσης και εξάσκησης, δραστηριότητες, φύλλα εργασίας, παιχνίδια, κριτήρια αξιολόγησης, λεκτικά μαθηματικά προβλήματα, ασκήσεις, επισημάνσεις για τη βοηθητική προϋπάρχουσα γνώση και για τις στρατηγικές αντιμετώπισης προβληματικών καταστάσεων. Συγκρίνοντας τα ελληνόγλωσσα και τα αγγλόφωνα σχολικά βοηθήματα, γίνεται εύκολα αντιληπτή η ομοιότητά τους ως προς την μεν επισήμανση της αναγκαιότητας και του σκοπού της εκτίμησης κατά τις υπολογιστικές και μη διαδικασίες και ως προς

τη δε σταδιακή εξαφάνισή της από τη τυπικά αναπαριστώμενη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω για τα ελληνόγλωσσα βοηθήματα.

Λογοτεχνία και Εκτίμηση

Όσον αφορά την υπάρχουσα παιδική λογοτεχνία σχετικά με τα μαθηματικά, και κυρίως με τη σημασία και το σκοπό των εκτιμητικών προσεγγίσεων, παρατηρείται ότι η ξενόγλωσση είναι πιο εμπλουτισμένη από ότι η ελληνόγλωσση. Από τη διερεύνηση της ελληνόγλωσσης παιδικής λογοτεχνίας γίνεται αντιληπτή η έλλειψη εστιασμένης μαθηματικής λογοτεχνίας στο σύνολό της, πόσο μάλλον στην ανάδειξη του ρόλου της εκτίμησης στις αριθμητικές και μη παραστάσεις, στις υπολογιστικές προσεγγίσεις. Αντίθετα, παρατηρείται ότι η ξενόγλωσση βιβλιογραφία έχει επενδύσει ένα μεγάλο δυναμικό ποσοστό στην αναπαραγωγή, εξέλιξη και τον εμπλουτισμό της μαθηματικής παιδικής λογοτεχνίας. Μέσα από τα λογοτεχνικά έργα τα παιδιά εισέρχονται σε ένα λογοτεχνικό πλαίσιο, πλασματικό περιβάλλον, όπου οι μαθηματικές έννοιες και οι σημασίες/ιδιότητές τους είτε εμφανίζονται άμεσα είτε έμμεσα επικαλυμμένες από τα παραμυθιακά στοιχεία. Έτσι τα μαθηματικά μπορούν και γίνονται περισσότερο διασκεδαστικά και πιθανώς πιο ρεαλιστικά (Van de Walle, 2005).

Επιπρόσθετα, η σύνδεση δύο διακριτών γνωστικών αντικειμένων, της λογοτεχνίας με τα μαθηματικά, δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να διαμορφώσουν μια ολιστική γνώση με τη σύμπραξη διάφορων γνώσεων διαφορετικών μαθησιακών κλάδων, παρέχοντας ουσιαστικότερες βάσεις για την ερμηνεία, κατανόηση και επεξήγηση αυθεντικών καταστάσεων (Ματσαγγούρας, 2009). Ακόμη, η διδασκαλία των «αυστηρών» μαθηματικών εννοιών μέσω λογοτεχνικών κειμένων δίνει τη δυνατότητα σε όλους τους μαθητές να προσεγγίσουν, έστω και εμμέσως, το νόημα αυτών. Τα λογοτεχνικά έργα, που θα αναλυθούν στη συνέχεια, ενσωματώνονται εύκολα στη σχολική πραγματικότητα, όντας λόγου χάρη μικρά πρότζεκτ ανάγνωσης και ανάλυσης του περιεχομένου τους.

Με σχεδιασμένη αναπαραγωγή κομματιών αυτών μέσα στην τάξη δίνεται η ευκαιρία στον εκπαιδευτικό και τους μαθητές να διατυπώσουν ορισμένες ερωτήσεις εκτιμητικού χαρακτήρα μέσα από τις οποίες όχι μόνο αναδεικνύονται οι στρατηγικές και οι γνώσεις των μαθητών περί της υπολογιστικής εκτίμησης (και των άλλων κατηγοριών της, εκτίμηση μέτρησης, πλήθους και αριθμογραμμής), της αίσθησης των αριθμών αλλά γίνεται εμφανής και η γενικότερη κατανόηση και αντίληψη των λογοτεχνικών κειμένων. Η ανάλυση των λογοτεχνικών κειμένων στο σύνολο της σχολικής τάξης αποτελεί αξιοπρόσεκτο αρωγό στην υποστήριξη του διδακτικού υλικού αλλά και την ανάπτυξη περιβάλλοντος συνεργασίας, ενός επικοινωνιακού πλαισίου λογοτεχνικο-μαθηματικού περιεχομένου που συμβάλλει στην ανάδειξη ευκαιριών συζήτησης και διαλόγου.

Κεφάλαιο 5°

Η υλοποίηση της έρευνας

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση της μεθοδολογικής ανάλυσης της παρούσας έρευνας. Περιλαμβάνει αναλυτικά τους στόχους, το ερευνητικό πρόβλημα και τα αντίστοιχα ερωτήματά του, τη μέθοδο της έρευνας αυτής, δηλαδή τα ερευνητικά εργαλεία/τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν, που προκρίθηκαν για την πραγμάτωση της έρευνας, το δείγμα των ατόμων που συμμετείχαν στην έρευνα (ηλικία, φύλο) και, φυσικά, τη μέθοδο ανάλυσης των δεδομένων, των αποτελεσμάτων της έρευνας.

Η εν λόγω έρευνα χαρακτηρίζεται ως μια πρωτογενής έρευνα, μια συγκριτική μελέτη καταστάσεων (πειραματική έναντι ομάδας ελέγχου), με συνδυαστική ανάλυση, που συνίσταται από ποσοτικά (στατιστικά στοιχεία-μετρήσεις) και ποιοτικά (παρατήρηση γεγονότων, ερωτηματολόγια) δεδομένα. Επίσης, αποτελεί μια διερευνητική έρευνα πεδίου που εκτυλίσσεται σε φυσικές συνθήκες (σχολικές τάξεις) μέσω των οποίων η ερευνήτρια προσπαθεί να απαντήσει στα τέσσερα ερευνητικά ερωτήματα. Με μεταβλητές το ίδιο εκπαιδευτικό υλικό (σταθερά) και των διαφορετικών διδακτικά πλαίσίων (πειραματική συνθήκη: ταμπλέτες, αυτορρυθμιζόμενη μάθηση έναντι παραδοσιακής-δασκαλοκεντρικής διδασκαλίας), η ερευνήτρια αποσκοπεί στον εντοπισμό αιτιωδών σχέσεων/συστηματικής σχέσης μεταξύ των μεταβλητών αυτών.

Βασικός στόχος και επιμέρους στόχοι:

Η υπό συζήτηση εργασία τιτλοφορείται «*Αλληλεπιδραστικό βίντεο, αυτορρύθμιση μάθησης και εκτίμηση: Διερεύνηση και ανάπτυξη στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών (σε περιβάλλον επεξεργασίας βίντεο)*» στοχεύοντας κατά βάση στην ανάδειξη της αποτελεσματικότερης μαθησιακά αξιοποίησης των νέων τεχνολογιών και κυρίως εδώ των αλληλεπιδραστικών βίντεο για την εκμάθηση γνωστικού περιεχομένου, όπως αυτού των στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης, σε αντιδιαστολή με την παραδοσιακή διδασκαλία.

Η έρευνα εστιάζει στην πειραματική συνθήκη όπου και αξιοποιείται μια σειρά τριών διαδοχικών μαθημάτων μέσω του διαδικτυακού περιβάλλοντος δημιουργίας και επεξεργασίας αλληλεπιδραστικών βίντεο (Learnworlds), που σε συνδυασμό με τη χρήση των ηλεκτρονικών ταμπλετών δίνει την ευκαιρία σε κάθε ζεύγος μαθητών:

- να κινείται ελεύθερα στην παραδοτέα ύλη,
- να αυτο-ελέγχει το ρυθμό μάθησής του,
- να επανα-παρακολουθεί οποιοδήποτε διδακτικό κομμάτι (βίντεο ή e-book),
- να αυτορρυθμίζει το χρόνο της ουσιαστικής απασχόλησης με το μαθησιακό περιεχόμενο της εκάστοτε διδασκαλίας.

Αντίστοιχα, το πληροφοριακό υλικό (η ποιότητα και η ποσότητα αυτού) και οι άμεσες ανατροφοδοτήσεις που εντάσσονται στα αλληλεπιδραστικά βίντεο βοηθούν τον κάθε μαθητή να εντοπίσει τα λάθη του τη στιγμή που τα κάνει και όχι μετά από κάποιο χρονικό διάστημα - συχνό φαινόμενο της παραδοσιακής διδασκαλίας, μιας και η προσοχή του μπορεί να έχει στραφεί κάπου αλλού.

Στόχος των τριών διαδοχικών μαθημάτων που δημιουργήθηκαν είναι η παρακίνηση των μαθητών να ανιχνεύουν από μόνοι τους τις στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών που παρουσιάζονται μέσα από πληθώρα αλληλεπιδραστικών βίντεο (κάθε βίντεο και μια διαφορετική ψηφιακή ιστορία) και την εναλλαγή αυτών, τη μετάβαση σε άλλες δραστηριότητες (κουίζ, πληροφοριακό υλικό, παιχνίδια). Η ενεργή αλληλεπίδραση των μαθητών με το ψηφιακό πια γνωστικό περιεχόμενο, που είναι εμπλουτισμένο με αλληλεπιδραστικά στοιχεία και άμεσες ανατροφοδοτήσεις, εκτιμάται ότι θα βοηθήσει τους μαθητές να εμπλουτίσουν, να χρησιμοποιήσουν ποικιλία στρατηγικών της υπολογιστικής εκτίμησης, καλλιεργώντας ταυτοχρόνως την ευελιξία εναλλαγής μεταξύ αυτών για την ευκολότερη επίλυση υπολογιστικών πράξεων. Πιο συγκεκριμένα, επιθυμούμε οι μαθητές μετά το πέρας των τριών μαθημάτων, να είναι ικανοί:

Ως προς το γνωστικό επίπεδο:

- να εκφράζουν μια ορθή λογικά εκτίμηση, όχι μια απλή και απλοϊκή μαντεψιά, βασιζόμενοι σε ορθές εκτιμητικά νοερές στρατηγικές, αποφεύγοντας τις ακριβείς αλγοριθμικές πράξεις;
- να αναπτύσσουν σε ικανοποιητικό βαθμό τις κατ' εκτίμηση στρατηγικές που διδάσκονται μέσω της παράλληλης ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού (χρήση σημείων αναφοράς κυρίως) και της καλλιέργειας των νοερών υπολογισμών,
- να εντοπίζουν, να αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών σε ποικιλία δραστηριοτήτων, προβληματικών υπολογιστικά πλαισίων (*ΟΧΙ αλγόριθμος, ΑΛΛΑ στρογγυλοποίηση, μέσος όρος, εμπρόσθιο άκρο, συμβατοί και ειδικοί αριθμοί*),
- να αυτο-αξιολογούν, να αυτο-διορθώνουν, να αυτο-ελέγχουν την ορθότητα των εκτιμήσεων που εκφέρουν σε προβληματικές υπολογιστικά καταστάσεις.

Ως προς το συναισθηματικό επίπεδο:

- να επικοινωνούν ουσιαστικά, διαλλακτικά μεταξύ τους, με αλληλοσεβασμό και επιχειρηματολογικό λόγο αναπτύσσοντας ένα υγιή, εποικοδομητικό διαπροσωπικό διάλογο, έναν υγιή ανταγωνισμό,
- να αναπτύσσουν θετικές στάσεις, ενδιαφέρον και συναισθηματική απόλαυση από την μαθησιακή εμπειρία.

Ως προς το τεχνολογικό επίπεδο:

- να αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα και τη χρηστικότητα του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος,
- να πλοηγούνται με ευκολία στην πλατφόρμα επεξεργασίας βίντεο αξιοποιώντας και επιδοκιμάζοντας τις ποικίλες εκπαιδευτικές δυνατότητες που παρέχονται μέσα από αυτήν.

Όπως γίνεται φανερό από τα παραπάνω, η δημιουργία ποικίλων αλληλεπιδραστικών βίντεο, που συνδέουν τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς (και τις στρατηγικές τους) με αυθεντικές, καθημερινές προβληματικές καταστάσεις, αποβλέπει στην καλλιέργεια της κριτικής ικανότητας των μαθητών και της ευέλικτης υπολογιστικής σκέψης τους (*αποτροπή μονομερούς εκτέλεσης στρογγυλοποιήσεων, χρήση και εναλλαγή διάφορων άλλων εκτιμητικών στρατηγικών*).

Φυσικά, όπως είναι λογικό οι παραπάνω στόχοι, πλην των τεχνολογικών, επιδιώκονται και κατά τη συνθήκη ελέγχου, ο βαθμός επίτευξης των οποίων αντιδιαστέλλεται με αυτόν κατά την πειραματική συνθήκη.

Επιπλέον, μέσω των μαθημάτων που κατασκευάστηκαν (αλληλεπιδραστικό βίντεο & παραδοσιακή διδασκαλία) επιδιώκεται οι μαθητές να εντοπίσουν και να αντιμετωπίσουν γνωστικές παρανοήσεις που τυχόν έχουν όσον αφορά τόσο τους δεκαδικούς αριθμούς όσο και τους ακεραίους (ακόμη και για τα κλάσματα). Σημαντικός παράγοντας ανάπτυξης ορθών εκτιμητικών υπολογισμών είναι, όπως τονίστηκε και στα Κεφάλαια 1.6 και 1.9, η κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίων σε ακεραίους και δεκαδικούς αριθμούς, μία αρχή που καλλιεργείται μέσω της χρήσης των στρατηγικών των συμβατών «υπολογιστικά» αριθμών και του εμπρόσθιου άκρου (χωρισμός ακεραίων-δεκαδικών). Ακόμη, μέσα από την παρουσίαση και ανάδειξη της στρατηγικής των ειδικών αριθμών επιθυμείται η αυτόματη ταύτιση των διάφορων οπτικών-ακουστικών αναπαραστάσεων ($0,5 = \text{μισό} = \frac{1}{2}$, μονάδα=1= ολόκληρο= $\frac{2}{2}$, $0,25 = \text{το μισό του μισού} = \frac{1}{4}$) στη σκέψη των μαθητών.

Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα

Ερευνητικό πρόβλημα:

Διερεύνηση του τρόπου ανάπτυξης των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, μέσω της αξιοποίησης του αλληλεπιδραστικού βίντεο και της αντίστοιχης αυτορρύθμισης της μάθησης του μαθητή μέσω της συγκεκριμένης πλατφόρμας επεξεργασίας βίντεο.

Ερευνητικά ερωτήματα:

- 1^ο ΕΕ: Με τη χρήση της πλατφόρμας επεξεργασίας βίντεο τα γνωστικά και μαθησιακά αποτελέσματα είναι υψηλότερα από ότι στην παραδοσιακή διδασκαλία; (ποσοστά επιτυχίας) (τεχνολογικός άξονας)
- 2^ο ΕΕ: Οι μαθητές είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν πληθώρα στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, πλην της στρογγυλοποίησης, μετά το πέρας της πειραματικής διδασκαλίας; (σύγκριση γνωστικών αποτελεσμάτων μεταξύ παραδοσιακής διδασκαλίας και πειραματικής) (γνωστικού περιεχομένου άξονας)
- 3^ο ΕΕ: Οι μαθητές εμφανίζουν στοιχεία αυτορρύθμισης της μάθησής τους μετά το πέρας της πειραματικής διδασκαλίας; (όξυνση κριτικής και στρατηγικής σκέψης, αυτοκαθοδηγούμενες μαθησιακές δράσεις, ευέλικτη εναλλαγή μεταξύ των στρατηγικών της υπολογιστικής εκτίμησης για καλύτερες επιδόσεις, αυτο-αξιολόγηση) (αυτορρύθμισης άξονας)
- 4^ο ΕΕ: Η κοινωνική-συνεργατική (ζεύγη εργασίας μαθητών), πλαισιωμένη (αυθεντικές προβληματικές ψηφιακές ιστορίες/καταστάσεις), τεχνολογικά υποστηριζόμενη (χρήση ταμπλετών) μάθηση βοηθά τον μαθητή να αναπτύξει τόσο το γνωστικό του ρεπερτόριο (στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών) όσο και τη αυτο-αξιολόγηση των προσωπικών μεθόδων/στρατηγικών, προσαρμόζοντάς αυτές για μελλοντική αποδοτικότερη χρήση; (οικολογία τάξης άξονας)

Το Δείγμα της έρευνας:

Το δείγμα της έρευνας προέρχεται από μαθητές της Στ' δημοτικού, δηλαδή μαθητών ηλικίας των 11-12 ετών, που διαθέτουν μεγαλύτερη δεκτικότητα σε καινοτόμες διδακτικές-μαθησιακές πρακτικές (Baroody, 1989· Dowker, 1997· LeFevre et al., 1993· Lemaire et al., 2000). Παράλληλα, επιλέγεται η συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα, επειδή έχει ήδη διδαχθεί όλους τους αριθμούς (ακεραίους, δεκαδικούς, κλασματικούς, ποσοστά), με τους οποίους και καλείται να ασχοληθεί κατά την διάρκεια των τριών μαθημάτων.

Η πειραματική συνθήκη πραγματοποιήθηκε στις 21 και 22 Μαΐου 2019, με την πραγμάτωση 2 δίωρων διδακτικών μαθημάτων στο 5^ο Δημοτικό σχολείο Φλώρινας. Στην πειραματική διδασκαλία συμμετείχαν 16 μαθητές, 8 αγόρια και 8 κορίτσια, της τάξεως Στ' 1, οι οποίοι προέρχονται από ελεύθερη, τυχαία δειγματοληψία. Ένα από τα 8 αγόρια της τάξης αυτής, παρουσίαζε ειδικές εκπαιδευτικές και κινητικές δυσκολίες, με αποτέλεσμα να συνοδεύεται και να επιβλέπεται από εκπαιδευτικό παράλληλης στήριξης.

Αναλόγως, η συνθήκη ελέγχου (focus group), ή αλλιώς τα 2 δίωρα παραδοσιακά διδακτικά μαθήματα έλαβαν χώρα στις 6 και 7 Ιουνίου 2019 σε τάξη 16 μαθητών, 4 κορίτσια και 12 αγόρια της Στ' Δημοτικού του 5^{ου} δημοτικού σχολείου Αλεξανδρούπολης.

Η τυχαία δειγματοληψία και ο περιορισμένος αριθμός του δείγματος πιθανόν να επηρεάζουν την αντιπροσωπευτικότητα και την αμεροληψία της παρούσας έρευνας. Παρόλα αυτά, η εγκυρότητα των δεδομένων και των αποτελεσμάτων αυτών αντίστοιχα, ενισχύεται από τους πολλαπλούς τρόπους συλλογής των δεδομένων (*τριγωνοποίηση*) (ερωτηματολόγια, παρατήρηση πεδίου, ομάδα εστίασης-ελέγχου).

Εργαλεία συλλογής δεδομένων:

Στην πειραματική συνθήκη, για την υλοποίηση της σειράς των τριών μαθημάτων («**Διερεύνηση των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών**») χρησιμοποιήθηκε το ανοιχτό διαδικτυακό περιβάλλον της πλατφόρμας επεξεργασίας των βίντεο *Learnworlds* (<https://www.learnworlds.com/>), μιας και η πλατφόρμα αυτή δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη-εκπαιδευτικό να δημιουργεί εκπαιδευτικό, ψηφιακό, αλληλεπιδραστικό υλικό του οποίου βασικό στοιχείο είναι η αξιοποίηση των δυνατοτήτων των αντίστοιχων αλληλεπιδραστικών βίντεο. Η αφορμή για τη χρήση της εν λόγω ηλεκτρονικής πλατφόρμας επεξεργασίας βίντεο προήλθε από την αναζήτηση και μελέτη των διαθέσιμων διαδικτυακών ηλεκτρονικών βάσεων δεδομένων και παιχνιδιών σχετικών με την υπολογιστική εκτίμηση (βλ. Κεφ. 4 & Παράρτημα: Κείμενο), όπως επίσης και από την διερεύνηση σχέσεων/συσχετίσεων της υπολογιστικής εκτίμησης με διάφορα εκπαιδευτικά μοντέλα, εργαλεία, ακόμη και με τη λογοτεχνία.

Η σύνδεση της πλατφόρμας επεξεργασίας βίντεο *Learnworlds* και του αντίστοιχου γνωστικού περιεχομένου, των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, προσφέρει τη δυνατότητα δημιουργίας σειράς βίντεο (τραβηγμένων ερασιτεχνικά από την ίδια την ερευνήτρια), τα οποία στη συνέχεια με τη ενσωμάτωση ποικιλίας αλληλεπιδραστικών

στοιχείων (εσωτερικών ηλεκτρονικών σημειώσεων, πληροφοριών, εξωτερικών συνδέσμων, links και πληθώρας αλληλεπιδραστικών ερωτήσεων) μετατρέπονται σε αλληλεπιδραστικά. Με την αξιοποίηση αυτών των αλληλεπιδράσεων αποσκοπείται η ανάπτυξη της αυτενεργούς μάθησης του κάθε μαθητή, της γνωστικής αυτοεξέλιξης και της αυτό-αποτελεσματικότητάς του. Η σειρά αυτή των αλληλεπιδραστικών βίντεο αποτελεί ένα μαθησιακό εργαλείο, το οποίο αξιοποιείται ως μία από τις ερευνητικές τεχνικές της παρούσας έρευνας για την ανάδειξη μιας αποτελεσματικής μαθησιακής διδασκαλίας.

Όπως έχει γίνει κατανοητό, η ταυτόχρονη χρήση οπτικοακουστικών μέσων (δύο αναπαραστάσεις: οπτική & ακουστική) και η αξιοποίηση αλληλεπιδραστικών στοιχείων ωθεί το μαθητή σε μία βαθύτερη μάθηση, πιο ουσιαστική συγκριτικά με τη μάθηση που επιτυγχάνεται μέσα από μία αναπαράσταση. Η πλατφόρμα επεξεργασίας βίντεο *Learnworlds*, το περιβάλλον δημιουργίας δηλαδή αλληλεπιδραστικών εκπαιδευτικών βίντεο διατίθεται ελεύθερα/δωρεάν, γεγονός που επηρεάζει την επιλογή του από τον εκάστοτε εκπαιδευτικό για την ένταξη αυτού στις τεχνικές διδασκαλίας του.

Για τις ανάγκες της έρευνας και των ερευνητικών ερωτημάτων που τίθενται, αξιοποιήθηκαν και διερευνήθηκαν πέντε διαφορετικές στρατηγικές της υπολογιστικής εκτίμησης (βλ. Κεφ. 1.5). Αυτές είναι η στρογγυλοποίηση, ο μέσος όρος, το εμπρόσθιο άκρο (χωρισμός ακεραίων από δεκαδικούς), οι συμβατοί αριθμοί (αριθμοί ανά «ταιριαστά», βολικά υπολογιστικά ζεύγη) και αυτή των ειδικών αριθμών (αριθμοί-σταθμοί, σημεία αναφοράς).

Προκειμένου να καθοριστεί η αποτελεσματικότητα και η αποδοτικότητα της αξιοποίησης των διαδραστικών βίντεο και των tablets για την αυτο-ρυθμιζόμενη μάθηση, σχεδιάστηκε επίσης ένα 4-ώρο διδακτικής παρέμβασης χωρίς τη χρήση των tablets ή των διαδραστικών βίντεο, αλλά με στόχο τη διατήρηση της ισοτιμίας μεταξύ του εκπαιδευτικού υλικού και των συναφή δραστηριοτήτων με αυτές της ηλεκτρονικής πλατφόρμας (βλ. link <https://elidiama.getlearnworlds.com/course?courseid=estimation-and-iv> δημιουργώντας ελεύθερα ένα καινούριο λογαριασμό/account).

Κατά τη παραδοσιακή αυτή παρέμβαση ή αλλιώς τη συνθήκη ελέγχου χρησιμοποιήθηκε το ίδιο μαθησιακό υλικό που προβάλλεται κατά την πειραματική συνθήκη, αυτή τη φορά όμως χωρίς τα αλληλεπιδραστικά κουμπιά, αλλά ως μια απλή παρουσίαση μέσω του Power Point. Οι μαθητές προμηθεύτηκαν ένα πακέτο φυλλαδίων εργασιών, τα οποία περιείχαν τις ερωτήσεις που εμφανίζονταν σε κάθε βίντεο και των τριών μαθημάτων που σχεδιάστηκαν (βλ. Παράρτημα Εικόνες: Φύλλο εργασίας: Μαθηματικά-Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί). Το Power Point που δημιουργήθηκε δεν παρουσίαζε τίποτε περισσότερο από τα βίντεο που κατασκευάστηκαν για την έρευνα, τις διαφάνειες που παρουσιάζουν τη θεωρία (τα αντίστοιχα e-books) και τις διαφάνειες όπου προβάλλονται τα ερωτηματολόγια και οι αξιολογήσεις που υπάρχουν και στο αλληλεπιδραστικό βίντεο.

Η συλλογή δεδομένων διεξήχθη τόσο στη πειραματική συνθήκη όσο και τη συνθήκη ελέγχου (focus group) μέσω ερωτηματολογίου πριν από τη διδασκαλία (pre-test), ερωτηματολογίου μετά τη διδασκαλία (post-test), των οποίων ο σχεδιασμός αναλύεται παρακάτω. Ακόμη, η συλλογή των δεδομένων συμπληρώθηκε και

ενημερώθηκε από τα στοιχεία που συλλέχθηκαν και από ένα ερωτηματολόγιο στάσεων για τη συνθήκη της πειραματικής μόνο διδασκαλίας. Πέρα των υπολοίπων, δεδομένα συλλέχθηκαν από τις παρατηρήσεις πεδίου που κατέγραψε η ερευνήτρια τόσο κατά την πειραματική διδασκαλία (με ταμπλέτες) όσο και από την διδασκαλία ελέγχου (παραδοσιακή) (παρατήρηση πεδίου).

Εκτός των υπολοίπων, συλλογικές συνεντεύξεις πραγματοποιήθηκαν αμέσως μετά το τέλος συμπλήρωσης των ερωτηματολογίων και στις δύο πειραματικές συνθήκες, που αποτελούνταν από 9 ερωτήσεις γενικού περιεχομένου. Σκοπός αυτών είναι να διακρίνουν την γενική άποψη των παιδιών για την εμπειρία που είχαν, για το πόσο χρήσιμο τους φάνηκε αλλά και για τα σημεία που δεν τους ικανοποίησαν και τις αλλαγές που ενδεχομένως χρειάζεται το σύστημα (για την πειραματική συνθήκη), η παρουσίαση ή το φύλλο εργασίας (για την ομάδα ελέγχου).

Η επιλογή και ο σχεδιασμός των βίντεο

Η ερευνήτρια επηρεασμένη από τα διάφορα εκπαιδευτικά παιχνίδια, χειραπτικά μοντέλα και λογοτεχνικά κείμενα σχετικά με την εκτίμηση θέλησε να δημιουργήσει μια διδασκαλία που η μορφή της και μόνο να προσελκύει το ενδιαφέρον των μαθητών. Έτσι, έχοντας μελετήσει και αντίστοιχες έρευνες που παρουσιάζουν τα αλληλεπιδραστικά βίντεο ως διδακτικές προτάσεις (βλ. Χλοπτσίδου, 2016) θέλησε να αναδείξει την αξία, την εκπαιδευτική δυναμικότητα και την μαθησιακή λειτουργικότητα των αλληλεπιδραστικών βίντεο. Για την **επιλογή του περιεχομένου** καθοριστικό ρόλο διαδραμάτισε η ελλιπής γνώση και η περιορισμένη εστίαση τόσο των σχολικών βιβλίων όσο και των διδακτικών πρακτικών στις κατ' εκτίμηση συλλογιστικές, φαινόμενα που αναδείχθηκαν όχι μόνο από την παρούσα βιβλιογραφία, αλλά και από την καθημερινή διδακτική πρακτική. Εστιάζοντας σε μαθητοκεντρικές πρακτικές, η ερευνήτρια θέλησε να διερευνήσει κατά πόσο είναι ικανοί οι μαθητές να χειριστούν μόνοι τους το μαθησιακό περιεχόμενο, αν θα υπάρξουν θετικά μαθησιακά αποτελέσματα και φυσικά, εάν επέλθει ουσιαστική κατανόηση και αξιοποίηση αυτών σε μελλοντικές περιστάσεις και σχετικά προβλήματα.

Ακόμη, η **επιλογή χρήσης ταμπλετών** ως εργαλείο εργασίας έγινε εξαιτίας της αναπόφευκτης ενσωμάτωσης της φορητής τεχνολογίας στην καθημερινότητα των μαθητών, και κατά συνέπεια λόγω της επέκτασης της φορητής μάθησης (βλ. Κεφ. 3.2 & 3.3). Ταυτόχρονα, η **Στ' Δημοτικού** επιλέχθηκε ως ομάδα στόχου, καθώς μέχρι αυτήν την τάξη οι μαθητές έχουν διδαχθεί όλα τα είδη αριθμών (ακεραίων, δεκαδικών, κλασματικών, ποσοστά) όπως και όλες τις αριθμητικές πράξεις και τις σχέσεις αυτών με τους αριθμούς. Ακόμη, επιλέχθηκε γιατί διαθέτει αρκετή εμπειρία στην επίλυση υπολογιστικών προβλημάτων.

Παρακάτω, λοιπόν, παρουσιάζεται η **σειριακή προσέγγιση δημιουργίας** όλων των μαθημάτων μέσω του προγράμματος επεξεργασίας βίντεο Learnworlds. Αρχικά, επεξηγείται η **αρθρωτή σειρά παρουσίας των στρατηγικών** μέσα από τα αλληλεπιδραστικά βίντεο. Η πειραματική διδασκαλία οργανώθηκε σε 3 μαθήματα με ισόποσες ενότητες (1ο μάθημα: 16 ενότητες, 2ο μάθημα: 16 ενότητες, 3ο μάθημα: 15

ενότητες), όπου κατά τα δύο πρώτα μαθήματα παρουσιάζονται όλες οι υπό διδασκαλία στρατηγικές (5 συνολικά: στρογγυλοποίηση, εμπρόσθιο άκρο, μέσος όρος, συμβατοί αριθμοί, ειδικοί αριθμοί/σημεία αναφοράς), ενώ το τρίτο και τελευταίο μάθημα συνίσταται για την επαλήθευση, την αξιολόγηση μάθησης όλων των προηγουμένως παρουσιαζόμενων εκτιμητικών στρατηγικών.

1ο μάθημα	2ο Μάθημα	3ο Μάθημα
1 📖 Καλό ταξίδι στον κόσμο των εκτιμήσεων! 00:43	1 📖 Συνεχίζοντας το ταξίδι στην χώρα των εκτιμήσεων! 00:34	1 📖 Οδευόντας προς την τελική ευθεία! 00:24
2 🗨️ Έχεις σκεφτεί ποτέ ότι...Εκτίμησε στα γρήγορα! 4 questions	2 🎧 Δύρα πολλά... Δύρα καλά... 01:40	2 📖 Στρογγυλοποίηση! 00:11
3 📖 Έτοιμοι ;;; ... Ξεκινάμε !!! 00:18	3 📖 Εκτίμηση & Μέσος όρος 01:08	3 📖 Εμπρόσθιο άκρο! 00:17
4 🎧 Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά; 01:27	4 🎧 Πάμε ανεμά ; 01:34	4 📖 Μέσος όρος! 00:15
5 📖 Τα είδη εκτίμησης... 00:22	5 🎧 Παγωτό...στο λεπτό! 01:16	5 📖 Συμβατά ζεύγη αριθμών! 00:11
6 📖 Τι είναι η ΕΚΤΙΜΗΣΗ; 00:09	6 🎧 Παράδειγμα επεξήγησης "συμβατών" αριθμών... 00:48	6 📖 Σημεία αναφοράς! 00:11
7 🎧 Καλημέρα! Τι θα πάρουμε για πρωινό; 01:07	7 📖 Ας τα βρούμε ανά ζεύγη! 00:58	7 📖 Έλεγχος εκτίμησης... 00:10
8 🎧 Επεξήγηση της στρογγυλοποίησης των τιμών των μάρων δημοφιλών!!! 01:22	8 🗨️ Λίγη εξάσκηση...κάνει καλό! 4 questions	8 🎧 Αρρόστησα ... 01:08
9 🎧 Συνέχεια επεξήγησης της στρογγυλοποίησης... 01:16	9 🎧 Σχολική βιβλιοθήκη; Ένας μαγικός κόσμος! 01:20	9 🎧 Βόλτα...με ανακ παρέα...! 00:52
10 📖 Εκτίμηση & Στρογγυλοποίηση 01:33	10 🎧 Πάμε εκδρομή! 01:39	10 🎧 Πάρτι γενεθλίων! 01:01
11 🗨️ Σύντομες ερωτήσεις ... στο περίπου εκτιμήσεις!!! 4 questions	11 🎧 Παραδείγματα επεξήγησης "ειδικών" αριθμών... 01:33	11 🗨️ Λίγο πριν την τελική αξιολόγηση... 3 questions
12 🎧 Πάμε βιβλιοπωλείο; 01:25	12 📖 Εκτίμηση & Αριθμοί: Σημεία αναφοράς... 01:07	12 🎧 Μετακόμιση...Μετακίνηση...Αστικό! 01:06
13 📖 Ακέρατοι & Δεκαδικοί - Φίλοι ή Εχθροί; 01:27	13 🗨️ Μια έξτρα επεξεργασία... 4 questions	13 🎧 Ταξίδι...Στάση για φαγητό! 01:01
14 🗨️ Λίγη ακόμα εξάσκηση... 3 questions	14 🎧 Ζαχαριωτά πολλά...γενέθλια τρελά! 01:36	14 ? Τι μάθαμε τελικά; 7 questions
15 ? Μια γενική εικόνα... της αξιολόγησης του μαθήματος πυλώνων... 6 questions	15 ? Υπολογίζουμε στο περίπου... 6 questions	15 🗨️ "Εκτίμηση...κάνει καλό!" 00:51
16 🎧 Παιχνίδι & εξάσκηση... των παιδιών εκπαιδευτική άθληση... 01:31	16 🎧 Λίγο παιχνίδι...για ψυχαγωγία! 00:58	

- Στο **1^ο μάθημα** η ερευνήτρια στοχεύει στην υπενθύμιση, την περαιτέρω διερεύνηση και την εξάσκηση των μαθητών στη στρατηγική της *στρογγυλοποίησης*, η οποία όπως έχει σημειωθεί και στο βιβλιογραφικό κομμάτι της παρούσας εργασίας διδάσκεται από την Γ' Δημοτικού. Παρόλο που δίνεται έμφαση στην στρογγυλοποίηση βάση του κανόνα του 5, μέσα στα πλαισιωμένα βίντεο πολλές φορές πραγματοποιούνται στρογγυλοποιήσεις βάση της εκάστοτε περίπτωσης. Στο πρώτο αυτό μάθημα, εμφανίζεται και μια δεύτερη εκτιμητική στρατηγική, αυτή του εμπρόσθιου άκρου, η οποία στηρίζεται στην ικανότητα των μαθητών να αναλύουν τους αριθμούς βασιζόμενοι στη θεσιακή τους αξία. Το μάθημα ξεκινά με ένα ερωτηματολόγιο (**2^η ενότητα**: «**Έχεις σκεφτεί ποτέ ότι.. Εκτίμησε στο περίπου**»), προκειμένου οι μαθητές να έρθουν σε μια πρώτη επαφή με ερωτήσεις εκτίμησης και γενικότερα με την εκτιμητική λογική που θα ακολουθηθεί κατά τη διάρκεια όλων των μαθημάτων. Για τον ίδιο λόγο, προστέθηκε και το 1^ο βίντεο (**4^η ενότητα**: «**Τι είναι εκτίμηση; Μαντεψιά;**»), όπου μέσα σε πραγματικά πλαίσια έρχεται αντιμέτωπος ο μαθητής με την εκτιμητική σκέψη, την κατά προσέγγιση συλλογιστική. Ακολουθούν δύο e-book, όπου στο μεν πρώτο παρουσιάζονται επιγραμματικά και τα άλλα είδη εκτίμησης (**ενότητα 5**), ενώ στο δεύτερο (**ενότητα 6**) παρουσιάζεται σαν σε εννοιολογικό χάρτη η έννοια της εκτίμησης (τι σημαίνει, τι είναι, τι δεν είναι, παράδειγμα, ειδικό λεξιλόγιο αυτής). Στις **ενότητες 7 έως 9** παρουσιάζεται και αναλύεται η στρατηγική της στρογγυλοποίησης μέσα από αλληλεπιδραστικά βίντεο, με τα δύο από αυτά να αλλάζουν πλαίσιο (*τετράδιο ως φόντο εργασίας*), παρουσιάζοντας με

πιο «τυπικό» σχολικά τρόπο την εκτέλεση της στρατηγικής αυτή. Ακολουθεί η αντίστοιχη θεωρία-ebook (**ενότητα 10**) και ένα μικρό ερωτηματολόγιο δοκιμασίας, με 4 ερωτήσεις (**ενότητα 11: «Σύντομες ερωτήσεις... στο περίπου εκτιμήσεις»**). Στη συνέχεια, έπεται η ανάδειξη της στρατηγικής του εμπρόσθιου άκρου μέσα από ένα αλληλεπιδραστικό βίντεο (**ενότητα 12: «Πάμε βιβλιοπωλείο;»**), ακολουθούμενο από την σχετική θεωρία-ebook (**ενότητα 13: «Ακέραιοι & Δεκαδικοί-Φίλοι ή εχθροί;»**). Τους μαθητές μετά περιμένει ένα δεύτερο ερωτηματολόγιο εξάσκησης, με 3 ερωτήσεις, όπου μπορούν πλέον να εφαρμόσουν τις δύο στρατηγικές που έμαθαν από τα παραπάνω (**ενότητα 14**). Τέλος, υπάρχει η αξιολόγηση (**ενότητα 15**), με 6 ερωτήσεις, με την **ενότητα 16** να ακολουθεί παρουσιάζοντας δύο εκπαιδευτικά παιχνίδια με θέμα τους την εκτίμηση ποσών, ως στοιχείο αποφόρτισης αλλά και μιας παιγνιώδους εφαρμογής όσων διδάχθηκαν παραπάνω οι μαθητές .

- Στο **2^ο μάθημα** επιχειρείται η διερεύνηση τριών διαφορετικών στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, αυτή του μέσου όρου, των συμβατών αριθμών και των ειδικών αριθμών. Το μάθημα ξεκινά με ένα αλληλεπιδραστικό βίντεο, όπου τώρα επιχειρείται η υπενθύμιση της διαδικασίας εύρεσης του μέσου όρου μιας πληθώρας αριθμητικών δεδομένων (**ενότητα 2: «Δώρα πολλά... δώρα καλά»**), μια ικανότητα η οποία έχει ήδη διδαχθεί στην Ε' Δημοτικού, και φυσικά έπεται η σχετική θεωρία-ebook (**ενότητα 3**). Ακολουθούν δύο αλληλεπιδραστικά βίντεο (**ενότητες 4 & 5**) μέσα στα οποία πραγματοποιούνται τόσο στρογγυλοποιήσεις, η στρατηγική του εμπρόσθιου άκρου και αυτή του μέσου όρου, όσο και μια νέα στρατηγική, αυτή των συμβατών αριθμών. Τη νέα αυτή στρατηγική ο μαθητής μπορεί να την κατανοήσει καλύτερα μέσα από το αλληλεπιδραστικό βίντεο της **ενότητας 6**, όπου παρουσιάζεται η διαδικασία εφαρμογής αυτής. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται το σχετικό με την στρατηγική των συμβατών αριθμών υλικό (**ενότητα 7: «Ας τα βρούμε ανά ζεύγη!»**) και ένα ερωτηματολόγιο για περαιτέρω εξάσκηση, με 4 ερωτήσεις (**ενότητα 8**). Μετά ακολουθούν δύο αλληλεπιδραστικά βίντεο (**ενότητες 9 & 10**), μέσα στα οποία τώρα πραγματοποιούνται όλες οι προηγούμενες στρατηγικές εκτίμησης που παρουσιάστηκαν, στις οποίες προστίθεται και μια πέμπτη, αυτή των ειδικών αριθμών ή αλλιώς των σημείων αναφοράς. Όπως και προηγουμένως, έτσι και στο αλληλεπιδραστικό βίντεο της **ενότητας 11**, αναδεικνύεται η διαδικασία εφαρμογής της στρατηγικής των ειδικών αριθμών μέσα από δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα, ακολουθούμενο από το σχετικό ebook (**ενότητα 12**). Μιας και οι στρατηγικές των συμβατών και των ειδικών αριθμών είναι καινούριες στα μάτια των παιδιών, η ερευνήτρια επιλέγει εκτός των πλαισιωμένων κάθε φορά βίντεο, να παρουσιάσει και παραδείγματα εκτέλεσης αυτών, χρησιμοποιώντας το απλό σχολικό τετράδιο ως φόντο, ως επιφάνεια εργασίας (2ο Μάθημα: Ενότητες 6 & 11), για να δείξει με έναν «κλασικό, τυπικό» τρόπο (χαρτί και μολύβι) τους νέους

εκτιμητικούς τρόπους σκέψης. Παρακάτω, ακολουθεί ένα ερωτηματολόγιο τεσσάρων ερωτήσεων (**ενότητα 13**) για την αρχική εξάσκηση σε όλες τις παραπάνω στρατηγικές εκτίμησης και ένα τελευταίο αλληλεπιδραστικό βίντεο, το οποίο χαρακτηρίζεται για την πολυπλοκότητα των εκτιμήσεων που παρουσιάζει (**ενότητα 14: «Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά!»**). Η ενότητα τελειώνει με την αξιολόγηση των μαθητών μέσω 6 ερωτήσεων (**ενότητα 15: «Υπολογίζουμε στο περίπου»**) αλλά και ενθάρρυνση αυτών να εφαρμόσουν τα όσα έμαθαν παίζοντας εκ νέου παιχνίδια (διαφορετικά από αυτά του 1^{ου} μαθήματος!) (**ενότητα 16**).

- Το **3^ο μάθημα** ξεκινά με την γρήγορη επανάληψη όλων των στρατηγικών που προβλήθηκαν στα προηγούμενα μαθήματα, με την προβολή 5 ebook, το καθένα παρουσιάζοντας μία στρατηγική (**ενότητες 2 έως 6**), ακολουθημένα από ένα τελευταίο ebook (**ενότητα 7: «Έλεγχος εκτίμησης..»**), στο οποίο τονίζεται η σημασία του ελέγχου της εκτίμησης που εκφέρουμε κάθε φορά είτε πριν είτε μετά τον ακριβή υπολογισμό των αριθμητικών δεδομένων. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αλληλεπιδραστικά βίντεο (**ενότητες 8 έως 10, 12, 13**) και ενδιάμεσα αυτών ένα σύντομο ερωτηματολόγιο, με 3 ερωτήσεις (**ενότητα 12: «Λίγο πριν την τελική αξιολόγηση»**) μέσω των οποίων ο κάθε μαθητής μπορεί να εξασκηθεί, να επαληθεύσει, να διερευνήσει περαιτέρω τις γνώσεις του για όλες τις στρατηγικές που έμαθε κατά τα προηγούμενα μαθήματα. Στο τέλος, όπως είναι φυσικό, υπάρχει η τελική αξιολόγηση, με 7 ερωτήσεις αυξημένου βαθμού δυσκολίας (**ενότητα 14**), αλλά και η **ενότητα 15**, όπου προτείνει στους μαθητές ένα μαθηματικό «ταξίδι» στις πολιτείες των Η.Π.Α. μέσα από ένα εκπαιδευτικό παιχνίδι.

Είναι αξιοπρόσεκτα ο τρόπος σύστασης και η υπολογιζόμενη εκτιμητικά διάρκεια των μαθημάτων, μιας και αποσκοπείται η ολοκλήρωσή τους μέσα σε ένα τετράωρο σχολικά ωρολόγιο μάθημα. Με τη χρήση των αλληλεπιδραστικών βίντεο είναι πιο ευέλικτη και προκλητική η προσδοκία της ερευνήτριας για την ολοκλήρωση και του 3^{ου} μαθήματος με τη λήξη της 4ωρης πειραματικής διδασκαλίας. Από την άλλη πλευρά, αν και τόσο τα περιεχόμενα του κάθε μαθήματος είναι πολλά, όσο και ο απαιτούμενος χρόνος ενασχόλησης με αυτά είναι αρκετός, η ερευνήτρια δεν παύει να προσδοκεί τη παρουσίαση όλου του υλικού του 1^{ου} μαθήματος κατά το πρώτο δίωρο της παραδοσιακά μεθοδευμένης διδασκαλίας.

Το **υλικό** είναι έτσι δομημένο, αν και εμφανίζεται σε σειρά, μπορεί να ακολουθηθεί και μια μη γραμμική παρακολούθηση αυτού. Ένας στόχος της έρευνας είναι να δώσει την ευκαιρία στον κάθε μαθητή ακολουθώντας τον προσωπικό ρυθμό μάθησης, να κάνει δοκιμές, να πειραματιστεί, να διερευνήσει τις εκτιμητικές στρατηγικές, μέσα από ποικίλες περιστάσεις της πραγματικότητας (πλαισιωμένα βίντεο), μέσω διαφορετικών οπτικών-ακουστικών αναπαραστάσεων του περιεχομένου (e-books, αλληλεπιδραστικά βίντεο, ερωτηματολόγια, παιχνίδια). Αναντίρρητα, η σύνθεση και η οργάνωση του υλικού έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε να αναδεικνύεται ο **ευρετικός χαρακτήρας του μαθησιακού περιεχομένου**, δηλαδή

δίνεται η δυνατότητα στον μαθητή να «ανακαλύψει» πρώτος τη γνώση μέσα από τα παραδείγματα-βίντεο και στη συνέχεια παρουσιάζεται η θεωρητική υποστήριξη αυτής.

Η κατασκευή του μαθησιακού υλικού ξεκίνησε με τη δημιουργία διάφορων θεματικών βίντεο, όλα τους σε **selfie τύπο**, τα οποία αξιολογήθηκαν βάση της ελκυστικότητας που θα ασκούσαν επάνω στους μαθητές. Πολλά από αυτά έπρεπε να ξανα-μαγνητοσκοπηθούν εξαιτίας της έντασης του ήχου, της λήψης, της διάρκειας αυτών, ακόμη και λόγω της γρήγορης ομιλίας των πρωταγωνιστών.

Τα θεωρητικά κομμάτια ή αλλιώς τα **e-books**, χαρακτηρίζονται για τον μινιμαλισμό τους, μιας και μετά από διάφορες συστάσεις σχετικών ειδικών του αντικειμένου, πήραν την τελική τους μορφή συμπεριλαμβάνοντας τα απολύτως απαραίτητα, το λεξιλόγιο αλλά και το κατάλληλο εικονογραφικό υλικό. Μάλιστα, στην προσπάθεια να οικοδομηθεί ένα κονστрукτιβιστικό μάθημα, που προωθεί την δόμηση, τη μάθηση (όχι τη διδασκαλία!) της γνώσης από τη δράση (τις ενέργειες & την σκέψη) του ίδιου του μαθητή, χρησιμοποιώντας τόσο το κατάλληλο συνεργατικό περιβάλλον και υλικό, ενθαρρύνοντας ταυτόχρονα την αυτονομία του, διαρθρώθηκε η σειρά παρουσίασης της θεωρίας. Δηλαδή πρώτα να παρακολουθούνται τα βίντεο, μέσα από τα οποία σιγά σιγά ο μαθητής θα έρχεται σε επαφή με τις κατ' εκτίμηση στρατηγικές και στη συνέχεια να εμφανίζεται η αντίστοιχη θεωρία.

Αξίζει να αναφερθεί ότι ο **αριθμός και η πολυπλοκότητα των αριθμητικών πράξεων**, τις οποίες καλούνται να υπολογίσουν εκτιμητικά οι μαθητές, αυξάνεται σταδιακά μέσα σε κάθε μάθημα ξεχωριστά και μεταξύ των μαθημάτων. Συνολικά στο 1^ο μάθημα ο μαθητής καλείται να εκτελέσει περίπου σαράντα-τρεις(43) εκτιμητικούς υπολογισμούς, με τέσσερις έως έξι εκτιμήσεις ανά αλληλεπιδραστικό βίντεο, εξαιρουμένης της αξιολόγησης, για την επιτυχή ολοκλήρωση αυτής θα πραγματοποιηθούν εκτιμητικά 9 πράξεις. Ο αριθμός των εκτιμητικών πράξεων ανέρχεται στους πενήντα-εννιά(59) στο 2^ο μάθημα, με την δυσκολία των τριών τελευταίων αλληλεπιδραστικών βίντεο (ενότητες 10,11,14) να έγκειται στην πληθώρα των αριθμητικών δεδομένων που δίνονται μέσα σε αυτά και το είδος των πράξεων που καλείται να εκτελέσει εκτιμητικά ο μαθητής-λύτης (επαναλαμβανόμενες προσθέσεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις, ακόμη και ερμηνεία κλασματικών παραγόντων). Στο 3^ο μάθημα, ο μαθητής καλείται να εκτελέσει κατά μέσο όρο πενήντα-επτά(57) εκτιμητικές υπολογιστικές πράξεις σε καθένα από τα περιεχόμενα αλληλεπιδραστικά βίντεο, η δυσκολία των οποίων ποικίλει, μιας και δεν επιθυμείται να τα παρατήσει ο μαθητής στη μέση λόγω της αυξημένης δυσκολίας τους.

Εκτός των άλλων, οφείλεται να σημειωθεί ότι, σε συμφωνία με το σκοπό της παρούσης έρευνας, που είναι η διερεύνηση των στρατηγικών εκτίμησης από τους ίδιους τους μαθητές μέσω του αλληλεπιδραστικού βίντεο, κατασκευάστηκαν και επιλέχθηκαν **διάφοροι και διαφορετικοί τύποι ερωτήσεων** τόσο για το εσωτερικό κάθε βίντεο όσο και για τη σύσταση όλων των ερωτηματολογίων και των αξιολογήσεων. Και πάλι, ορισμένοι σχετικοί του αντικειμένου καθοδήγησαν την ερευνήτρια για την **πολυπλοκότητα, την μορφή και το είδος των ερωτήσεων** αυτών:

→ απλές ερωτήσεις με ξεκάθαρο νόημα (όχι διφορούμενο), ερωτήσεις αποσαφήνισης και διευκρινιστικές

→ με απλοϊκό και σαφές λεξιλόγιο, κατανοητό και προσιτό στους μαθητές της Στ' δημοτικού (σκόπιμη αποφυγή αρνήσεων και διπλών αρνήσεων). Ακόμη, το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται είναι καθημερινό, κατανοητό, χρησιμοποιείται το α' και β' ρηματικό πρόσωπο, χρωματίζοντας με οικειότητα την αλληλεπίδραση του μαθητή με το παρόν εκπαιδευτικό υλικό.

→ διάφορα είδη κλειστού τύπου ερωτήσεων: διχοτομικές (ναι/όχι), πολλαπλής επιλογής, σωστού/λάθους

Στο σημείο αυτό, θα αναλυθεί η **δομή των ίδιων των αλληλεπιδραστικών βίντεο:**

- η διάρκεια του κάθε βίντεο δεν ξεπερνά τα 2 λεπτά
- όχι πολλά κουμπιά-αλληλεπιδράσεις (τίτλος-προβληματισμός, σκέψεις, ερωτήσεις)
- με απλή πλοκή (διαθεματικό σενάριο), σε οικείο προς τους μαθητές περιβάλλον, προκειμένου να ταυτιστούν με τους υπολογιστικούς προβληματισμούς των πρωταγωνιστών για μια αυθεντική εμπειρία
- οι ανατροφοδοτήσεις στις εσωτερικές ερωτήσεις να είναι μικρές, σαφείς, έξυπνες, προκλητικές
- προτίμηση στην απευθείας συνέχιση των βίντεο μετά την επιλογή των απαντήσεων στα ερωτήματα, ώστε να μην μπερδεύει η παύση τον μαθητή.
- σημάδια επάνω στην χρονομπάρα για τη θέση των αλληλεπιδραστικών κουμπιών (προβληματισμοί, ερωτήσεις, σκέψεις)

Τέλος, το **ιδιαίτερο στυλ (χρήση selfie βίντεο, χρήση τετραδίου ως φόντο εργασίας, αλληλεπιδραστικά βίντεο)** και **το ύφος**, μέσω των οποίων γίνεται προσπάθεια να αναδειχθούν και να διερευνηθούν οι στρατηγικές της υπολογιστικής εκτίμησης, που χαρακτηρίζει την παρούσα διδακτική πρόταση είναι:

- *απλό, λιτό και οικείο*, μιας και τόσο το περιβάλλον του προγράμματος είναι οικείο στα παιδιά καθώς λειτουργεί σαν βίντεο παρουσίασης, όσο και τα πλαίσια των αλληλεπιδραστικών βίντεο είναι προσιτά, γνώριμα στους μαθητές (σούπερ μάρκετ, ψιλικάτζίδικο, βιβλιοπωλείο κ.α.)
- *γλαφυρό, παραστατικό και ζωντανό*, καθώς όχι μόνο η ίδια η εκπαιδευτικός-ερευνητρια παρουσιάζεται στα αλληλεπιδραστικά βίντεο, τα οποία βιντεοσκοπήθηκαν σε πραγματικές συνθήκες και καταστάσεις, αλλά χρησιμοποιεί τον ευθύ λόγο, με ενεργητική διάθεση, απευθυνόμενη πάντοτε στον ακροατή του εκάστοτε βίντεο
- δεν παύει να είναι και επιστημονικό: στα θεωρητικά κομμάτια ή αλλιώς τα e-books το λεξιλόγιο γίνεται πιο ειδικό, γιατί αναφέρεται και η επίσημη ορολογία των στρατηγικών της υπολογιστικής εκτίμησης (εμπρόσθιο άκρο, ειδικοί αριθμοί, σημεία αναφοράς, συμβατοί αριθμοί)
- φυσικά είναι διδακτικό, μιας και προτρέπει τον μαθητή μέσα από όλες τις καταστάσεις που περνά η ερευνητρια στα βίντεο να την βοηθήσει στις γρήγορες εκτιμήσεις ποσών/τιμών που εκτελεί, να επιβεβαιώσει αποτελέσματα, να αναζητήσει μόνος του την απάντηση. Φυσικά, μέσα από τα βίντεο με το τετράδιο ως επιφάνεια εργασίας (1ο μάθημα: ενότητες 8 & 9, 2ο μάθημα: ενότητες 6 & 11) να δίνεται μια πιο «τυπική» χροιά στη μάθηση. Είναι ολοφάνερο ότι από μόνο της η αξιοποίηση των αλληλεπιδραστικών βίντεο θέτει τον μαθητή κύριο της μάθησής του, υπεύθυνο της μαθησιακής του πορείας και εξέλιξης

Συμπερασματικά, η κατασκευή των τριών μαθημάτων αποτελεί ουσιαστικά τη «σκηνοθεσία μιας εμπειρίας», μιας αλληλεπιδραστικής σειράς «γεγονότων» που έχουν ένα μαθηματικό υπόβαθρο με μια διερευνητική χροιά.

Ανάλυση σχεδίασης ερωτηματολογίων (pro- και post-):

Τα δεδομένα της παρούσας έρευνας στηρίζονται σε 2 άξονες που σχετίζονται με τις **A)** στρατηγικές εκτίμησης που αναπτύσσουν οι μαθητές και με **B)** τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς που εκτελούν τόσο πάνω στην διαδικτυακή εκπαιδευτικά αυτό-σχεδιασμένη διδασκαλία με τη χρήση της πλατφόρμας, όσο και από τα ερωτηματολόγια (pro- & post-tests).

Και τα δύο ερωτηματολόγια χωρίζονται σε Α' και Β' μέρος μετρώντας αντίστοιχα την ποικιλότητα των στρατηγικών εκτίμησης που διαθέτουν οι μαθητές (Α' μέρος) καθώς και την αποδοτικότητα αυτών με ταυτόχρονη συνθήκη χρονικού περιορισμού. Τα δύο εν λόγω ερωτηματολόγια (Ερωτηματολόγιο-Α & Ερωτηματολόγιο-Β) μοιράστηκαν στους μαθητές πριν και μετά τόσο κατά την πειραματική, όσο και κατά την παραδοσιακή διδασκαλία. Και στις δύο καταστάσεις, οι μαθητές συμπλήρωσαν το μεν Ερωτηματολόγιο-Α γνωρίζοντας μόνο ότι η θεματολογία του εστιάζεται στις εκτιμήσεις αριθμών/ποσών και ότι δεν απαιτούνται ακριβείς υπολογισμοί σε αυτό, και το δε Ερωτηματολόγιο-Β επικεντρώνοντας τις προσπάθειές τους στην ανάπτυξη κατ' εκτίμηση υπολογισμών (μιας και είχε προηγηθεί 4ωρη σχετική διδασκαλία).

Τα δύο ερωτηματολόγια αυτά κατασκευάστηκαν και συντέθηκαν με παράλληλη και παραπλήσια μέθοδο και σκοπιμότητα, χωριζόμενα σε 2 μέρη το καθένα τους, σε Α' Μέρος και Β' Μέρος. Στο Α' Μέρος και των δύο ερωτηματολογίων (Ερωτηματολόγιο-Α & Ερωτηματολόγιο-Β) διερευνώνται οι στρατηγικές εκτίμησης που διαθέτουν, που αναπτύσσουν οι μαθητές στην προσπάθειά τους να επιλύσουν αριθμητικά υπολογιστικά προβλήματα. Από την άλλη πλευρά, στο Β' Μέρος αυτών καλούνται να επιλύσουν όσο το δυνατόν περισσότερα αριθμητικά υπολογιστικά προβλήματα μπορούν, αυτή τη φορά όμως, να αξιολογούνται για την ορθότητα των εκτιμητικών υπολογισμών τους. Πιο συγκεκριμένα, στο Β' Μέρος των ερωτηματολογίων οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι και με τον χρονικό περιορισμό ολοκλήρωσης αυτού, όπου και καλούνται να αναδείξουν τις δυνάμεις τους (ερωτήσεις δύναμης). Στο μεν Β' Μέρος του Ερωτηματολογίου-Α διαθέτουν 8 λεπτά και στο αντίστοιχο μέρος του Ερωτηματολογίου-Β δεν έχουν παρά 6 λεπτά για να επιλύσουν όλα τα κατ' εκτίμηση αριθμητικά προβλήματα [βλ. Παράρτημα Εικόνες: Ερωτηματολόγιο-Α (pro-test) & Ερωτηματολόγιο-Β (post-test)].

Α' Μέρος ερωτηματολογίων

Όπως ειπώθηκε και προηγουμένως, στο **Α' Μέρος** και των δύο ερωτηματολογίων (Α & Β), οι μαθητές καλούνται να αναδείξουν τις όποιες στρατηγικές εκτίμησης διαθέτουν, στην προσπάθεια επίλυσης των εκάστοτε αριθμητικών υπολογιστικών προβλημάτων.

Ερωτηματολόγιο-A: Α' Μέρος:

1. Στην εκτίμηση $353€ + 448€$, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις:
Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη; (κύκλωσε την απάντηση)

- a. $300€ + 400€ = 700€$ πάνω-κάτω
- b. $350€ + 450€ = 800€$ περίπου
- c. $400€ + 400€ = 800€$ σχεδόν

Ομοίως, και στο Ερωτηματολόγιο-B: Α' Μέρος:

1. Στην εκτίμηση $152€ + 848€$, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις:
Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη; (κύκλωσε την απάντηση)

- a. $200€ + 800€ = 1.000€$ πάνω-κάτω
- b. $150€ + 850€ = 1.000€$ περίπου
- c. $100€ + 800€ = 900€$ σχεδόν

Στην αριθμητική αυτή ερώτηση πολλαπλής επιλογής ανιχνεύεται η υπολογιστική σκέψη του εκάστοτε μαθητή με τις λύσεις να ποικίλουν ως προς τις απερχόμενες στρογγυλοποιήσεις που μπορεί να εκτελέσει ο μαθητής για να βρει την εκτιμητική απάντηση. Ο λύτης μπορεί να επιλέξει μεταξύ της στρογγυλοποίηση και των δύο αρχικών αριθμών προς τα κάτω (a. $300€ + 400€ = 700€$ πάνω-κάτω & αντίστοιχα c. $100€ + 800€ = 900€$ σχεδόν), είτε προς τα πάνω (c. $400€ + 400€ = 800€$ σχεδόν), είτε τον έναν προς τα κάτω τον άλλο προς τα πάνω (a. $200€ + 800€ = 1.000€$ πάνω-κάτω), είτε τη χρήση αριθμών αναφοράς (b. $350€ + 450€ = 800€$ περίπου & αντίστοιχα b. $150€ + 850€ = 1.000€$ περίπου) ως τον τρόπο λύσης που είναι πιο κοντά στη δική του σκέψη.

Ερωτηματολόγιο-A: Α' Μέρος:

2. Ο πατέρας της Ελένης έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από:

- Αλεξανδρούπολη – Θεσσαλονίκη (310χλμ)
- Θεσσαλονίκη –Καρδίτσα (246χλμ)
- Καρδίτσα – Τρίπολη (450χλμ).

Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας της Ελένης εχθές;
(Επέλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου) :

a. 1^{ος} τρόπος εκτίμησης:

$$\begin{array}{r} 310 \\ 250 \\ + 450 \\ \hline \end{array}$$

1010 χλμ.

b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx$

$$300 + 300 + 500 \approx \mathbf{1.100 \text{ χλμ. περίπου}}$$

c. 3^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx$

$$300 + 200 + 400 +$$

$$10 + 50 + 50 \approx 900 + 100 \approx \mathbf{1.000 \text{ χλμ. πάνω-κάτω}}$$

d. 4^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx$ όλες οι τιμές κυμαίνονται γύρω στα 350χλμ. Άρα, $3 * 350 = \mathbf{1050 \text{ χλμ. σχεδόν.}}$

Έτσι και στο Ερωτηματολόγιο-B: Α' Μέρος:

2. Ο πατέρας του Μιχάλη έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από:

Αλεξανδρούπολη – Καβάλα	(149χλμ)
Καβάλα –Καρδίτσα	(375χλμ)
Καρδίτσα – Σπάρτη	(509χλμ).

Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας του Μιχάλη εχθές;
(Επίλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου) :

a. 1^{ος} τρόπος εκτίμησης:

$$\begin{array}{r} 149 \\ 375 \\ + \quad 509 \\ \hline 1.033 \text{ χλμ.} \end{array}$$

b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx$

$$100 + 400 + 500 \approx \mathbf{1.000 \text{ χλμ. περίπου}}$$

c. 3^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx$

$$\begin{array}{r} 100 + 300 + 500 + \\ 50 + 80 + 10 \approx 900 + 150 \approx \mathbf{1.050 \text{ χλμ. σχεδόν}} \end{array}$$

d. 4^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx$ η μέση τιμή όλων των αριθμών είναι γύρω στα 300χλμ. Άρα, $3 * 300 = \mathbf{900\chi\lambda\mu. \acute{\alpha}\nu\omega\text{-}\acute{\alpha}\tau\omega}$

Στην πλαισιωμένη εδώ ερώτηση πολλαπλής επιλογής παρουσιάζονται περιγραφικά 4 διαφορετικοί τρόποι κατ' εκτίμησης υπολογισμού του αποτελέσματος, μεταξύ των οποίων καλείται ο κάθε μαθητής να επιλέξει αυτόν που αντικατοπτρίζει καλύτερα τη δική του σκέψη. Μπορεί να επιλέξει μεταξύ του ακριβούς κάθετου υπολογισμού (a.), μια επιλογή δηλαδή που αποτελεί μηδενική (μη) εκτίμηση και που δείχνει ότι ο εκάστοτε λύτης μάλλον είναι προσκολλημένος ακόμη στην εύρεση της λύσης με αριθμητική ακρίβεια, είτε την στρογγυλοποίηση όλων των αριθμών βάση του κανόνα του 5 (b.) (Anestakis & Desli, 2014). Πέρα των παραπάνω επιλογών, ο λύτης έρχεται αντιμέτωπος και με άλλες δύο στρατηγικές εκτίμησης του αποτελέσματος, αυτή του εμπρόσθιου άκρου, του χωρισμού δηλαδή των δεκάδων και των εκατοντάδων (c.), και αυτή του μέσου όρου, της χρήσης δηλαδή μιας μέσης τιμής για όλους τους αρχικούς αριθμούς και τον πολλαπλασιασμό αυτής με το πλήθος των αρχικών τιμών (d.). Η ερώτηση αυτή αποσκοπεί στην άμεση ανίχνευση της εκτιμητικής σκέψης και των εκάστοτε εκτιμητικών στρατηγικών των μαθητών-λυτών.

Ερωτηματολόγιο-A: Α' Μέρος:

3. Το παιχνιδάδικο της πόλης εισέπραξε τον Ιανουάριο 8.000€, τον Φεβρουάριο 7.800€, τον Μάρτιο 9.200€ και τον Απρίλιο 10.000€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιχνιδάδικο; =**

Περιέγραψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση!.....

Ομοίως, και στο Ερωτηματολόγιο-B: Α' Μέρος:

3. Το ψιλικατζίδικο της γειτονιάς εισέπραξε τον Ιανουάριο 2.300€, τον Φεβρουάριο 2.700€, τον Μάρτιο 3.150€ και τον Απρίλιο 3.750€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιχνιδάδικο; =**

Περιέγραψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση!.....

Η πλαισιωμένη αυτή ερώτηση ανοιχτού τέλους δίνει την δυνατότητα στην ερευνήτρια να δει άμεσα την στρατηγική εκτίμησης που θα χρησιμοποιήσει ο εκάστοτε μαθητής-λύτης στην προσπάθειά του να επιλύσει το υπολογιστικό

πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα, από την ερώτηση αυτή, στην οποία τονίζεται ότι ζητείται η προσεγγιστική («Πόσα περίπου...») συνολικά είσπραξη, θα αναδειχθεί ο βαθμός προσκόλλησης ή μη των μαθητών στην λύση προβλημάτων με ακρίβεια. Σύμφωνα και με προηγούμενες έρευνες οι μαθητές φαίνεται να λύνουν με ακρίβεια τα προβλήματα και να παραθέτουν στη συνέχεια μια απλοποιημένη, μια εκτιμητικά στρογγυλοποιημένη τιμή της ακριβούς υπολογιστικής λύσης (Lemaire et al., 2000).

Ερωτηματολόγιο-A: Α' Μέρος:

4. Η Ελένη εκτιμά ότι $28*29$ είναι περίπου $30*30$. Από την άλλη πλευρά, ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου $28*30$.

a. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου ; (κύκλωσε την απάντηση)

i. Χάρη

ii. Ελένης

b. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό; (κύκλωσε την απάντηση)

i. Χάρη

ii. Ελένης

Παρομοίως, και στο Ερωτηματολόγιο-B: Α' Μέρος:

4. Η Ελένη εκτιμά ότι $78*19$ είναι περίπου $80*20$. Από την άλλη πλευρά, ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου $78*20$.

c. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου ; (κύκλωσε την απάντηση)

i. Χάρη

ii. Ελένης

d. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό; (κύκλωσε την απάντηση)

i. Χάρη

ii. Ελένης

Η παραπάνω πλαισιωμένη ερώτηση πολλαπλής επιλογής είναι καίρια τοποθετημένη σε αυτό το μέρος του ερωτηματολογίου, μιας και μέσω αυτής στοχεύεται τόσο η ανάδειξη των παρανοήσεων των μαθητών σχετικά με το μέγεθος των αριθμών όσο και οι σχέσεις αυτών με τις αριθμητικές πράξεις, εδώ του πολλαπλασιασμού. Στην ερώτηση αυτή ο μαθητής έρχεται αντιμέτωπος με 2 διαφορετικές εκτιμήσεις (Ελένη: $30*30$ & Χάρης: $28*30$ και αντίστοιχα Ελένη: $80*20$ & Χάρης: $78*20$) για τον ίδιο αρχικό υπολογισμό ($28*29$ και $78*19$). Εδώ, όχι μόνο παρουσιάζεται η αρχή της εγγύτητας (“proximity”), μια βασική αντίληψη που σχετίζεται με την υπολογιστική ευελιξία κατά την εκτίμηση (Xu et al., 2014), αλλά και δύο διαφορετικοί τρόποι εκτίμησης των ίδιων δεδομένων κάνοντας στρογγυλοποίηση είτε τη μία είτε και τις δύο δοθείσες τιμές. Στην πρώτη υποερώτηση 4a., η εκτιμητική σκέψη του μαθητή-λύτη ταυτίζεται με κάποια από τις δύο που παρατίθενται (του Χάρη ή της Ελένης), ενώ στην δεύτερη υποερώτηση 4b., ο μαθητής έρχεται αντιμέτωπος με την δυνατότητα ή μη αναγνώρισης της εκτίμησης εκείνου που είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό, χωρίς όμως να προβεί ο ίδιος σε ακριβείς υπολογισμούς των πράξεων. Ειδικότερα, στην ερώτηση αυτή του ερωτηματολογίου-B, καλείται να αντιμετωπίσει και την «απόσταση» μεταξύ των

τιμών (78*19), που όπως φαίνεται επηρεάζει την υποβολή μιας ορθής υπολογιστικής εκτίμησης (Ganor-Stern, 2015). Επαναλαμβάνοντας στην ουσία το είδος αυτής της ερώτησης στο μετά της διδασκαλίας τεστ, αποσκοπείται η διόρθωση, ο επαναπροσανατολισμός της σκέψης των μαθητών-λυτών σε περαιτέρω εστίαση στην απόσταση (“distance or range effect”) και στο μέγεθος (“size or magnitude effect”) των κατά εκτίμηση υπολογιστικών τιμών, και φυσικά στους πολλαπλούς τρόπους εύρεσης ορθών εκτιμητικών απαντήσεων (Siegler & Orfer, 2003).

Ερωτηματολόγιο-A: Α' Μέρος:

5. Την ημέρα της Γης η τάξη του Στ'2 πήγε για δενδροφύτευση... Οι μαθητές χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα φύτευσε τόσα δένδρα όπως αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των δένδρων που**

ΟΜΑΔΕΣ	Αριθμός δένδρων
1 ^η	48
2 ^η	55
3 ^η	23
4 ^η	81

φυτεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με **2 διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης**.

- a. 1^{ος} τρόπος εκτίμησης:.....
- b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης:.....

Έτσι και στο **Ερωτηματολόγιο-B: Α' Μέρος:**

5. Οι μαθητές της Ε' τάξης πωλούν λαχνούς για τη συλλογή χρημάτων για την εκδρομή τους. Χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα μάζεψε τόσα χρήματα (€) όσα αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των χρημάτων (€)**

ΟΜΑΔΕΣ	Ποσό χρημάτων (€)
1 ^η	38
2 ^η	27
3 ^η	80
4 ^η	64

που μαζεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με **2 διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης**.

- a. 1^{ος} τρόπος εκτίμησης:.....
- b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης:.....

Η παρούσα πλαισιωμένη ερώτηση έχει εισαχθεί στο κομμάτι αυτού του ερωτηματολογίου με σκοπό την ενημέρωση της ερευνήτριας σχετικά με την πληθώρα ή μη των στρατηγικών εκτίμησης που χρησιμοποιούν οι μαθητές πριν και μετά από τη πειραματική και παραδοσιακή διδασκαλία. Οι μαθητές καλούνται να λύσουν εκτιμητικά το ίδιο πρόβλημα με 2 διαφορετικούς τρόπους σκέψης. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα μεν στον μαθητή να αναζητήσει και ο ίδιος 2 διαφορετικούς εκτιμητικούς τρόπους υπολογισμού των ίδιων δεδομένων, και δε στην ερευνήτρια να αναγνωρίσει αν οι μαθητές-λύτες θα χρησιμοποιήσουν ή μη τον ακριβή υπολογισμό ως τον έναν από τους δύο τρόπους εκτίμησης. Φυσικά, η ίδια ερώτηση ενδείκνυται και για την ανάδειξη της πολλαπλότητας της σκέψης των μαθητών (πχ. θα γράψουν μόνο έναν τρόπο εκτίμησης!), και αν υπάρξουν αξιόλογα παραδείγματα εκτιμητικών υπολογιστικών τρόπων σκέψης.

B' Μέρος ερωτηματολογίων

Περνώντας από την άλλη πλευρά στο **B' Μέρος** και των δύο ερωτηματολογίων, παρατηρούμε πρώτα από όλα, ότι οι μαθητές πλέον καλούνται να το συμπληρώσουν σε περιορισμένο χρονικό διάστημα (B' Μέρος του Ερωτηματολογίου-A: 8 λεπτά, ενώ B' Μέρος του Ερωτηματολογίου-B: 6 λεπτά) και όπως είναι ορατό είναι πολλαπλής

επιλογής, γεγονός που προτρέπει τους λύτες να σκεφτούν εκτιμητικά, να μην γρήγορα, αλλά και μεθοδικά, προκειμένου να απαντήσουν ορθά.

Και στα δύο ερωτηματολόγια η Ερώτηση 1 του Β' Μέρους αποτελείται από 5 υποερωτήσεις, οι οποίες αναπτύσσονται κατά παρόμοιο και παραπλήσιο τρόπο αντίστοιχα (μεταξύ των 2 ερωτηματολογίων).

Ερωτηματολόγιο-A: Β' Μέρος:

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

a. Για την ημερήσια εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 864€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 8€. Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;

- | | | |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| i. περίπου 100 μαθητές | ii. γύρω στους 110 μαθητές | iii. κοντά στους 86 μαθητές |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|

και στο **Ερωτηματολόγιο-B: Β' Μέρος:**

a. Για την εκπαιδευτική εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 632€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 7€. Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;

- | | | |
|------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| i. περίπου 100 μαθητές | ii. γύρω στους 90 μαθητές | iii. κοντά στους 80 μαθητές |
|------------------------|---------------------------|-----------------------------|

Στην πλαισιωμένη αυτή ερώτηση οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν κατ' εκτίμηση πόσο κάνει περίπου $864 \div 8$ και $632 \div 7$ αντίστοιχα. Τους δίνονται στοχευμένα τρεις επιλογές που χρησιμοποιούν το ειδικό λεξιλόγιο των εκτιμήσεων («περίπου», «γύρω στους», «κοντά στους»), και που η καθεμία καταλήγει σε διαφορετική υπολογιστικά εκτίμηση. Αν και η αριθμητική πράξη που πρέπει να εκτελέσουν νοερά οι μαθητές-λύτες είναι η διαίρεση και ο ένας από τους υπολογιστικούς όρους είναι εκατοντάδες (σκόπιμη επιλογή «μεγάλου» αριθμού, μιας και το ερωτηματολόγιο απευθύνεται σε μαθητές Στ' Δημοτικού), οι αριθμοί που επιλέγονται δεν είναι τυχαίοι. Με βάση το 8, το 864 μπορεί να εκτιμηθεί ως περίπου 900 (ο μαθητής υποθετικά θα σε δεκάδες παρά σε εκατοντάδες, σκεφτόμενος $11 \cdot 8 \approx 90$), ή ως παραπάνω από 800 (άρα ο μαθητής υποθετικά θα σκεφτεί πάνω από 100), ή ίσως ακόμη και $800 + 64$ (οπότε ο μαθητής μπορεί να σκεφτεί ίσως $100 + 8 \approx 110$). Ομοίως εκτιμάται ότι μπορεί να σκεφτεί ο κάθε μαθητής στην ερώτηση του ερωτηματολογίου-B, αυτή τη φορά με βάση το 7. Ανάλογα, λοιπόν, με την απάντηση που θα επιλέξουν οι μαθητές-λύτες, η ερευνήτρια μπορεί να υποθέσει στο περίπου και τον νοερό τρόπο υπολογισμού της εκάστοτε εκτίμησης που εκτελούν κάθε φορά.

Ερωτηματολόγιο-A: Β' Μέρος:

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

b. Από τα **13,46€** που είχα στο πορτοφόλι μου, **ξόδεψα τα 11,05€**. Μου έμειναν:

- | | | |
|----------|--------|------------|
| i. 1,50€ | ii. 2€ | iii. 2,50€ |
|----------|--------|------------|

και στο **Ερωτηματολόγιο-B: Β' Μέρος:**

Από τα **55,46€** που είχα στον κουμπαρά μου, **ξόδεψα τα 53,05€**. Μου έμειναν:

- | | | |
|----------|--------|------------|
| i. 1,50€ | ii. 2€ | iii. 2,50€ |
|----------|--------|------------|

Στην παραπάνω πλαισιωμένη ερώτηση ο μαθητής-λύτης έρχεται αντιμέτωπος με ένα ζεύγος δεκαδικών αριθμών, το οποίο είναι σκόπιμα μικρό σε «μέγεθος» ("size effect") αλλά και στοχευμένα κανονιστικά διαμορφωμένο, δηλαδή προκαλεί τον μαθητή να «πατήσει στο μισό» (13,46) και αντίστοιχα «στη κοντινότερη μονάδα»

(11,05). Η συγκεκριμένη ερώτηση είναι προκλητική, μιας και μπορεί να μπερδέψει εύκολα το λύτη, ο οποίος θα προσπαθήσει να εκτιμήσει ορθώς τη διαφορά τους. Ανάλογα, συνεπώς με την επιλογή της εκάστοτε εκτίμησης η ερευνήτρια μπορεί να διακρίνει την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίζουν τη αξία των αριθμών («αίσθηση του αριθμού»), που σχετίζεται με την ικανότητα ορθής κρίσης των σχετικών μεγεθών των αριθμών (size effect) (Anestakis & Desli, 2014). Με αυτήν την ερώτηση στο ερωτηματολόγιο-B θα καταδειχθεί κατά πόσο η διδασκαλία (πειραματική & παραδοσιακή), απέδωσε ως προς την καλλιέργεια της ευελιξίας στις νοερές εκτιμήσεις, δηλαδή τη χρήση της στρατηγικής των σημείων αναφοράς, αλλά και στην ανάπτυξη της ορθής κρίσης των μεγεθών και των σχετικών μεγεθών των αριθμών, ανάλογα με το πλαίσιο αναφοράς (size effect) (Lemonidis et al., 2014a).

Ερωτηματολόγιο-A: Β' Μέρος:

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

- c. Ο παππούς του Ταμέρ έχει πορτοκαλεώνες. Για τον Μάρτιο μαζεύτηκαν 742 κιλά πορτοκάλια, ενώ τον Απρίλιο μόνο 589 κιλά. *Πόσα κιλά πορτοκάλια μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;*
- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| i. πάνω από 1.000
κιλά | ii. περίπου 1.500
κιλά | iii. λιγότερα από
2.000 κιλά |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------------|

και στο **Ερωτηματολόγιο-B: Β' Μέρος:**

- c. Ο παππούς της Δέσποινας έχει ελαιώνες. Για τον Νοέμβριο μαζεύτηκαν 349 κιλά ελιές, ενώ το Δεκέμβριο 492 κιλά. *Πόσα κιλά ελιές μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;*
- | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------------------|
| i. πάνω από 700
κιλά | ii. περίπου 850 κιλά | iii. λιγότερα από
1.000 κιλά |
|-------------------------|----------------------|---------------------------------|

Σε αντίθεση με την προηγούμενη ερώτηση, εδώ οι αριθμοί είναι σχετικά μεγάλοι σε «μέγεθος» (742 & 589), αλλά, όπως και στην προηγούμενη ερώτηση, επιδιώκεται να καταδειχθεί κατά πόσο οι μαθητές-λύτες είναι ικανοί να διαχειριστούν με ευελιξία και γρήγορα «μεγάλους» αριθμούς, κρίνοντας/εκτιμώντας ορθά το σχετικό μέγεθός τους και της σχέσης αυτών με τις πράξεις. Η ερευνήτρια, και πάλι, από την εκάστοτε επιλογή του μαθητή μπορεί να διακρίνει την ελλιπή ή μη αριθμητική αίσθηση αυτού (Siegler & Booth, 2005), αλλά και τον τρόπο προσαρμογής/μετασχηματισμού των αριθμών για μια πιο ευέλικτη διαχείρισή τους στις αριθμητικές πράξεις. Επιλέγοντας τις επιλογές «i. πάνω από 1000κιλά» ή «iii. λιγότερα από 2000κιλά» υποδηλώνεται ότι ο μαθητής δεν μπορεί μεν να εκτιμήσει προσεγγιστικά το άθροισμα των όρων, αλλά μπορεί να ορίσει το σχετικό εύρος αυτού (περισσότερο/λιγότερο από...). Έτσι, στην ερώτηση αυτή του ερωτηματολογίου-B, η ερευνήτρια θέλει να παρατηρήσει πόσοι μαθητές θα καταφέρουν να προσπεράσουν τις επιλογές i. και iii., οι οποίες και ουσιαστικά θεωρούνται λανθασμένες, και να επιλέξουν την ii.επιλογή, καταδεικνύοντας ότι μάλλον σκέφτηκαν είτε ότι $349+492 \approx (300+400)+(50+100) \approx 700+150 \approx 850$, είτε ότι $350+500 \approx 850$.

Η παρακάτω ερώτηση και των δύο ερωτηματολογίων, στο **Ερωτηματολόγιο-A: Β' Μέρος:**

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

Η εκτίμηση του Νίκου ($45 \div 15$) είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη πιστεύεις της ακριβούς απάντησης ($44 \div 14$) ;

i. Μικρότερη

ii. Μεγαλύτερη

Η **Ειρήνη** πιστεύει ότι κάθε τελάρο θα έχει περίπου **40κιλά \div 10καλάθια = 4 κιλά μήλα**. Ποιανού πιστεύεις ότι είναι πιο ορθή εκτίμηση και γιατί;

.....

Σκοπός ένταξης αυτού του είδους της ερώτησης, η οποία και μοιάζει με την αντίστοιχη Ερώτηση 4 του Α' Μέρους και των δύο ερωτηματολογίων, είναι ότι εδώ ο μαθητής-λύτης καλείται με τον χρόνο να τον «πιέζει» να συγκρίνει αρχικά μια εκτίμηση ενός ηλίθου με τον ακριβή υπολογισμό αυτού (χωρίς όμως να εκτελέσει τον ακριβή υπολογισμό ο ίδιος!) και τέλος να συγκρίνει δύο διαφορετικές εκτιμήσεις του ίδιου αρχικού ηλίθου μεταξύ τους ως προς την ορθότητά τους. Οι αριθμοί που παρουσιάζονται σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις είναι σκόπιμα επιλεγμένοι. Οι μαθητές πολλές φορές προβαίνουν σε στρογγυλοποιήσεις χωρίς να εκτιμούν την προβληματική κατάσταση/την περίσταση (Γιώργος: $30\text{κιλά πορτοκάλια} \div 20\text{καλάθια} = 1,5\text{κιλά πορτοκάλια} \& \text{ αντίστοιχα, Ειρήνη: } 40\text{κιλά μήλα} \div 10\text{καλάθια} = 4\text{κιλά μήλα}$), ενώ στην πραγματικότητα δεν χρειάζεται παρά να εντοπίσουν τους πλησιέστερους αριθμούς «σταθμούς» (σημεία αναφοράς), προκειμένου να προβούν σε μια λογικά ακριβή προσεγγιστική απάντηση (Βάσω: $30\text{κιλά πορτοκάλια} \div 15\text{καλάθια} = 2\text{κιλά πορτοκάλια} \& \text{ αντίστοιχα, Νίκος: } 45\text{κιλά μήλα} \div 15\text{καλάθια} = 3\text{κιλά μήλα}$). Στις παραπάνω ερωτήσεις και κυρίως αυτή του Ερωτηματολογίου-B, η ενδεχόμενη σωστή απάντηση του μαθητή-λύτη μπορεί άμεσα να υποδείξει ότι έχει κατανοήσει πως η καταλληλότητα του κατά προσέγγιση αριθμητικού αποτελέσματος, η στρογγυλοποίηση εδώ, επηρεάζεται από το πλαίσιο του αριθμητικού προβλήματος και τη συγκεκριμένη κατάσταση υπολογισμού. Εδώ, η προσκόλληση στον κανόνα της στρογγυλοποίησης δεν είναι ούτε αναγκαία ούτε επιθυμητή (Λεμονίδης & Μουράτογλου, 2014). Πέρα από τα υπόλοιπα, εδώ δίνεται η ευκαιρία στο λύτη να αναλογιστεί ότι μεγαλώνοντας εκτιμητικά τους αριθμούς και διαιρώντας τους ταυτοχρόνως, το αποτέλεσμα θα είναι φυσικά μικρότερο του αρχικού ηλίθου.

Κοντά σε όλες τις παραπάνω ερωτήσεις του Β' Μέρους και των δύο ερωτηματολογίων, στο σημείο αυτό έπονται δύο ερωτήσεις (Ερώτηση 3^α & 3^β και Ερώτηση 4^α & 4^β) στις οποίες ο μαθητής πρέπει να επιλέξει μεταξύ του Ναι/Όχι (Ερώτηση 3^α & 3^β) και του ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ (Ερώτηση 4^α & 4^β). Ακολουθώντας το ίδιο μοτίβο,

Ερωτηματολόγιο-A: 3. 1 κιλό αχλάδια στοιχίζει 1,65€.

Αν έχεις 8€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά αχλάδια; (κύκλωσε την απάντηση)

NAI

OXI

Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 5 κιλά αχλάδια; (κύκλωσε την απάντηση)

NAI

OXI

και στο Ερωτηματολόγιο-B: 3. 1 κιλό μανταρίνια στοιχίζει 2,45€.

Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά μανταρίνια; (κύκλωσε την απάντηση)

NAI

OXI

Αν έχεις 15€, μπορείς να αγοράσεις 8 κιλά μανταρίνια; (κύκλωσε την απάντηση)

NAI

OXI

Το είδος αυτών των ερωτήσεων στοχεύει κυρίως στην ανάδειξη της αποτελεσματικότητας της κατ' εκτίμηση υπολογιστικής σκέψης των μαθητών. Οι μαθητές θα πρέπει λαμβάνοντας υπόψη την «μονάδα» (το 1 κιλό του κάθε πράγματος), να προβούν σε γρήγορες αλλά αποτελεσματικές εκτιμήσεις προκειμένου να απαντήσουν σωστά στις 2 υποερωτήσεις που ακολουθούν σε κάθε περίπτωση. Όπως και προηγουμένως, έτσι κι εδώ οι δεκαδικοί αριθμοί είναι σκόπιμα επιλεγμένοι: Στην περίπτωση του Ερωτηματολογίου-Α, στην 1^η υποερώτηση τα 1,65€, οι μαθητές είτε τα σκεφτούν ως 1,60€, είτε ως 2€, ή ακόμη και ως 1,70€, και πάλι 8€ θα φτάσουν (λιγότερα από $2\text{€} \cdot 4\text{κιλά αχλάδια} = 8\text{€}$). Ομοίως και στο Ερωτηματολόγιο-Β, στην 1^η υποερώτηση τα 2,45€, οι μαθητές είτε τα σκεφτούν ως 2,40€, είτε ως 2€, ή ακόμη και ως 2,50€, και πάλι 10€ θα φτάσουν (γύρω στα $2,50\text{€} \cdot 4\text{κιλά μανταρίνια} = 10\text{€}$). Οπότε, και στις δύο περιπτώσεις, επιλέγοντας, το ΟΧΙ ως απάντηση στην 1^η υποερώτηση, μάλλον δείχνει ότι ο μαθητής προέβηκε λανθασμένα σε μια υπερεκτίμηση του αρχικού γινομένου ($4\text{κιλά αχλάδια} \cdot 1,65\text{€} > 8\text{€}$ και αντίστοιχα $4\text{κιλά μανταρίνια} \cdot 2,45\text{€} > 10\text{€}$). Παράλληλα, στην 2^η υποερώτηση του Ερωτηματολογίου-Α, η ενδεχόμενη λανθασμένη απάντηση των μαθητών ενδέχεται να οφείλεται είτε στην ελλιπή αίσθηση του αριθμού (το 1,65€), είτε έγινε μια υπερεκτίμηση του καινούριου γινομένου ($5\text{κιλά αχλάδια} \cdot 1,65\text{€} > 10\text{€}$), ενώ στην αντίστοιχη του Ερωτηματολογίου-Β, η λανθασμένη απάντηση υποδηλώνει ότι ο εκάστοτε μαθητής είτε υποεκτίμησε το καινούριο γινόμενο ($8\text{κιλά μανταρίνια} \cdot 2,45\text{€} < 15\text{€}$), είτε δεν χρησιμοποίησε την νέο-διδαχθείσα στρατηγική του εμπρόσθιου άκρου (ακόμη και ως $2\text{€/κιλό μανταρίνια: } 8\text{κιλά μανταρίνια} \cdot 2\text{€} > 15\text{€}$), ή δεν παρατήρησε ότι διπλασιάζονται τα κιλά από την 1^η υποερώτηση, άρα κρίνοντας λογικά θα χρειαστούν προσεγγιστικά και τα διπλάσια χρήματα.

Στη συνέχεια του Β' Μέρους και των δύο ερωτηματολογίων, ακολουθεί η 4^η ερώτηση με 2 υποερωτήματα, στα οποία και απαιτείται γρήγορη και ορθή εκτιμητική σκέψη.

Ερωτηματολόγιο-Α: 4. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος;

- **10€ δεν μου αρκούν** για να πάρω οδοντόκρεμα (2,92€), αφρόλουτρο (3€), σφουγγάρι (1,60€) και σαμπουάν (2,09€).

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

- $5 * 82 \rightarrow$ περίπου 400 ;

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

και στο Ερωτηματολόγιο-Β: 4. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος;

- **10€ μου αρκούν** για να πάρω μαρκαδόρους (3,99€), τετράδιο (2,60€), διορθωτικό (2,40€) και φάκελο (0,89€).

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

- $9 * 78 \rightarrow$ περίπου 630;

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

Στο 1^ο υποερώτημα και των δύο ερωτηματολογίων, ο μαθητής-λύτης θα πρέπει να υπολογίσει προσεγγιστικά το άθροισμα 4 τιμών εκτιμώντας αν ξεπερνά ή όχι τα 10€. Ενώ στο ερωτηματολόγιο-Α χρησιμοποιώντας την στρογγυλοποίηση με κανόνα, οι μαθητές θα οδηγηθούν στη σωστή επιλογή, στο ερωτηματολόγιο-Β, δεν θα τους βοηθήσει η στρογγυλοποίηση, αλλά η στρατηγική των συμβατών αριθμών, του εμπρόσθιου άκρου ή και αυτή των ειδικών αριθμών. Ενώ στο 2^ο υποερώτημα,

έρχονται αντιμέτωποι με ένα σωστό παράδειγμα και ένα ολοφάνερα λανθασμένο εκτιμητικό γινόμενου με το οποίο θα πρέπει να συμφωνήσουν ή να διαφωνήσουν.

Στο τέλος του Β' Μέρους, και τα δύο ερωτηματολόγια καταλήγουν στην ερώτηση 5 με 2 υποερωτήματα, τα οποία έχουν παρόμοιο σχεδιασμό και η σημαντικότητα αυτών έγκειται στην αλλαγή ή μη του τρόπου σκέψης των μαθητών, στην ανάπτυξη της ευελιξίας στις εκτιμήσεις μέσω της βελτίωσης της αίσθησης των αριθμών και του εμπλουτισμού των στρατηγικών εκτίμησης. Και στις δύο περιπτώσεις και κυρίως στο Ερωτηματολόγιο-Α, αποσκοπείται η αποκάλυψη των παρανοήσεων των μαθητών σχετικά με το μέγεθος των αριθμών και των σχέσεων αυτών με την πράξη του πολλαπλασιασμού (Castro et al., 2002).

Ερωτηματολόγιο-Α: 5. Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε:

περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $51 \cdot 0,49$;

- λιγότερο από 25
- περίπου 25
- περισσότερο από 25

ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;

- $17 \cdot 42$
- $714 \cdot 0,54$

και στο Ερωτηματολόγιο-Β:

περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $101 \cdot 1,09$;

- λιγότερο από 110
- περίπου 100
- περισσότερο από 100

ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;

- $3,05 \cdot 4$
- $3,05 \cdot 0,50$

Στο 1^ο υποερώτημα και των δύο ερωτηματολογίων, οι μαθητές θα πρέπει να μετατρέψουν τους δοθέντες αριθμούς ακέραιους και δεκαδικούς σε άλλους ευκολότερα διαχειρίσιμους/υπολογίσιμους. Στόχος του υποερωτήματος αυτού η ανάδειξη της ικανότητας των μαθητών να χρησιμοποιούν σημεία αναφοράς (0,50 και το ολόκληρο). Απεναντίας, στο 2^ο υποερώτημα, οι μαθητές καλούνται να συγκρίνουν δύο γινόμενα με δεκαδικό τον ένα τελεστή τουλάχιστον. Στο υποερώτημα αυτό θα αναδειχθεί η όποια παρανόηση των μαθητών σχετικά με τη συμπεριφορά των δεκαδικών στους πολλαπλασιασμούς (δίνουν μικρότερο γινόμενο!).

Ανάλυση σχεδίασης ερωτηματολογίων στάσεων

Με το πέρας της πειραματικής διδασκαλίας οι μαθητές κλήθηκαν να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο σχετικό με την αξιολόγηση της όλης εμπειρίας τους με τη χρήση των αλληλεπιδραστικών βίντεο κατά τη διδασκαλία του μαθησιακού υλικού. Πιο συγκεκριμένα, ένα ερωτηματολόγιο εκτίμησης της αντιληφθείσας αξίας του μαθησιακού περιβάλλοντος (τεχνικής, τεχνολογικής, διδακτικής) και της αντιληφθείσας μαθησιακής αξίας της παρούσας παιδαγωγικής πρακτικής (συνδυασμός τεχνολογίας, αυτορρυθμιζόμενη μάθηση, ομαδοσυνεργατικότητα).

Χρησιμοποιήθηκαν 21 ερωτήσεις κλειστού τύπου επτάβαθμης κλίμακας Likert (σημαντικός διαφορισμός), προκειμένου να καταγραφούν οι στάσεις που ανέπτυξαν οι 16 μαθητές της πειραματικής διδασκαλίας απέναντι τόσο στη αξιοποίηση ενός νέου εκπαιδευτικού υπολογιστικού περιβάλλοντος εργασίας (Learnworlds-αλληλεπιδραστικά βίντεο), όσο και για την μέθοδο διδασκαλίας που αναπτύχθηκε, τοποθετώντας τους στο κέντρο της μαθησιακής διαδικασίας, με την ανάληψη της ευθύνης της μάθησής τους (αυτορρυθμιζόμενη μάθηση).

Η χρήση επταβάθμιας κλίμακας Likert παρουσιάζει το θετικό χαρακτηριστικό ότι δίνει τη δυνατότητα στον ερωτώμενο να τοποθετηθεί σε ουδέτερο - μεσαίο σημείο ή να επιλέξει μια σαφή τοποθέτηση προς τη μία ή την άλλη κατεύθυνση της κλίμακας. Επίσης, δίνει τη δυνατότητα στον ερωτώμενο εκτός του να τοποθετηθεί ακραία ή με μετριοπάθεια, ανεξάρτητα από την κατεύθυνση που έχει επιλέξει, να επανεκτιμήσει τη στάση του και να επιλέξει ανάμεσα σε τρεις τοποθετήσεις (εκατέρωθεν του μεσαίου σημείου). Σε όλες τις ερωτήσεις οι απαντήσεις δόθηκαν με χρήση κλίμακας επτά βαθμών, με το 7 να αποτελεί τη θετικότερη βαθμολογία, ενώ κάποιες ερωτήσεις που ήταν αρνητικά διατυπωμένες επεξεργάστηκαν ώστε οι απαντήσεις τους να ταιριάζουν με τις υπόλοιπες.

Το ερωτηματολόγιο στάσεων που δόθηκε μόνο στους μαθητές που εργάστηκαν με ταμπλέτες (πειραματική συνθήκη), βασίστηκε σε δύο διαφορετικά ερωτηματολόγια:

- το **AttrakDiff**, το οποίο αξιολογεί την ευχρηστία του συστήματος (Learnworlds) και αφορά στις δέκα τελευταίες ερωτήσεις του ερωτηματολογίου μας (Ερωτήσεις 13-22, βλ. Παράρτημα) και
- το **Activity Flow State Scale**, στη φιλοσοφία του οποίου βασίστηκαν πολλές από τις υπόλοιπες ερωτήσεις σχετικά με την εμπειρία του χρήστη κατά τη χρήση της εφαρμογής.

Τέλος, χρησιμοποιήσαμε και κάποιες μεταβλητές που δεν εμπίπτουν στις παραπάνω κατηγορίες. Έτσι, οι ερωτήσεις που προέρχονται από το **AttrakDiff** μελετούν την ελκυστικότητα του συστήματος με βάση τρεις (3) άξονες:

1. Pragmatic Quality: Μετράει τον βαθμό στον οποίο το σύστημα επιτρέπει στον χρήστη να πετύχει τους στόχους του. Συμμετέχουν οι ερωτήσεις 13,15,17,21.
2. Hedonic Quality-Stimulation: Μετράει τον βαθμό στον οποίο το σύστημα καλύπτει την ανάγκη του χρήστη για καινοτομία και κατά πόσο προκαλεί το ενδιαφέρον του. Συμμετέχουν οι ερωτήσεις 19,20, 22.
3. Hedonic Quality-Identity: Μετράει τον βαθμό στον οποίο το σύστημα επιτρέπει στον χρήστη να ταυτιστεί με αυτό. Συμμετέχουν οι ερωτήσεις 14,16,18.

Από την άλλη, το **Activity Flow State Scale** εξετάζει τα παρακάτω χαρακτηριστικά της εμπειρίας του χρήστη:

- Έντονη συγκέντρωση στη δραστηριότητα που εκτελεί ο χρήστης τη δεδομένη στιγμή
- Συγχώνευση της δράσης του χρήστη και της επίγνωσής του
- Απώλεια της αυτοσυνείδησης
- Αίσθηση πως ο χρήστης ελέγχει τις πράξεις του
- Αλλοίωση της αίσθησης του χρόνου που περνάει
- Αντίληψη της δραστηριότητας ως ικανοποιητική με την έννοια ότι ο τελικός σκοπός είναι απλά μια δικαιολογία για την πραγματοποίηση της δραστηριότητας

Όσον αφορά στις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου της παρούσης έρευνας που βασίζονται σε αυτό, τρεις από αυτές (4,5,6) αφορούν στον βαθμό συγκέντρωσης του χρήστη στην εργασία που εκτελεί και επομένως τον βαθμό που η δραστηριότητα είναι

καθηλωτική, και τρεις ερωτήσεις (7,8,9) αφορούν την αυτοτελή εμπειρία του χρήστη δηλαδή την εμπειρία που εμπεριέχει εσωτερική ανταμοιβή και ικανοποίηση.

Οι ερωτήσεις 1,10,11 αφορούν στη χρήση του συστήματος στο σχολείο, ενώ οι υπόλοιπες ερωτήσεις (2,3,12) αφορούν την ευκολία χρήσης και την απλότητα της εφαρμογής, όντας πιο γενικές.

Οι 21 ερωτήσεις ήταν οι εξής [βλ. Παράρτημα Εικόνες: Ερωτηματολόγιο στάσεων (αξιολόγησης της εφαρμογής)] :

1. **Θα ήθελα να χρησιμοποιώ αντίστοιχες εφαρμογές συχνά:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
2. **Η εφαρμογή μου φάνηκε πολύπλοκη χωρίς να υπάρχει λόγος:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
3. **Μου φάνηκε εύκολο να χρησιμοποιήσω την εφαρμογή:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
4. **Κατά τη χρήση της εφαρμογής, η προσοχή μου ήταν απολύτως εστιασμένη σε αυτό που έκανα:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
5. **Ήμουν συγκεντρωμένος στις περιγραφές της εφαρμογής αλλά και στο τι πρέπει να κάνω:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
6. **Δεν είχα δυσκολίες στο να μείνω συγκεντρωμένος:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
7. **Απόλαυσα πραγματικά την εμπειρία μάθησης:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
8. **Η μαθησιακή εμπειρία αυτή μου άφησε ένα όμορφο συναίσθημα:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
9. **Η μαθησιακή εμπειρία αυτή ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητική:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
10. **Οι μαθητές θα προτιμούσαν να μάθαιναν για το συγκεκριμένο θέμα με τη χρήση της συγκεκριμένης εφαρμογής:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
11. **Με αυτήν την εφαρμογή, οι μαθητές μπορούν να μάθουν πιο γρήγορα από ότι στο σχολείο:**
Διαφωνώ απόλυτα → Συμφωνώ απόλυτα
12. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:**
απλό → πολύπλοκο
13. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:**
άσχημο → ελκυστικό
14. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:** πολύ
πρακτικό → καθόλου πρακτικό
15. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:**
καλόγουστο → κακόγουστο
16. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:**
προβλέψιμο → καθόλου προβλέψιμο
17. **Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:**
καλής ποιότητας → κακής ποιότητας

18. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
χωρίς φαντασία → δημιουργικό
19. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
καλό → κακό
20. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
σε μπερδεύει → ξεκάθαρη η χρήση του
21. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
βαρετό → συναρπαστικό

Ερωτήσεις των συλλογικών συνεντεύξεων

Συμπληρωματικά, εδώ θα παρουσιαστούν και οι 9 ερωτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν με την ολοκλήρωση όλων των διδασκαλιών σε κάθε πειραματική ομάδα (με ταμπλέτες & παραδοσιακή διδασκαλία), στην προσπάθεια της ερευνήτριας να εκμαιεύσει περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τις απόψεις, τις στάσεις των μαθητών για όλη την ερευνητική εμπειρία στην οποία έλαβαν μέρος.

Οι ερωτήσεις αυτές, που στηρίζονται στα 4 ερευνητικά ερωτήματα της παρούσης έρευνας, τα οποία σχετίζονται με τη αποτελεσματικότητα των αλληλεπιδραστικών βίντεο και της τεχνολογίας, την επέκταση των στρατηγικών εκτίμησης, την αυτορρύθμιση της μάθησης και την αποδοτικότητα μιας συνεργατικής και πλαισιωμένης μαθησιακής μεθόδου, είναι οι εξής:

1. Σε πόσους άρεσαν οι διδασκαλίες που προηγήθηκαν; Τι σας άρεσε συγκεκριμένα; Γιατί;
2. Κατά πόσο ήταν εύκολο το μαθησιακό περιεχόμενο που παρακολούθησατε; Σας άρεσε ή όχι; Γιατί;
3. Το γεγονός ότι δουλέψατε σε υλικό εκτός του σχολικού βιβλίου μαθηματικών σας κέντρισε το ενδιαφέρον; Πώς σχολιάζετε την παρουσία της θεωρίας στα e-book (αλληλεπιδραστικό βίντεο) και στις διαφάνειες (παρουσίαση power point της παραδοσιακής διδασκαλίας) αντίστοιχα;
4. Είναι πιο εύκολο για εσάς να κάνετε εκτιμήσεις, να βρίσκετε στα γρήγορα προσεγγιστικές λύσεις στα διάφορα υπολογιστικά προβλήματα;
5. Τελικά τι σημαίνει για εσάς «κάνω εκτίμηση»;
6. Ποια καινούρια στρατηγική εκτίμησης μάθατε τελικά;
7. Ήταν χρήσιμο, βοηθητικό που δουλεύατε ανά ζεύγη;
 - Βρήκατε ικανοποιητική, ενδιαφέρουσα την ατομική σας εργασία με τις ταμπλέτες; Νιώσατε αμφιβολία, φόβο ή ελευθερία κινήσεων, αυτοπεποίθηση από το γεγονός ότι ήσασταν ανεξάρτητοι από τους άλλους, λαμβάνοντας ανατροφοδοτήσεις από το ίδιο το πρόγραμμα;
8. Μπορείτε να προτείνετε κάποιες αλλαγές, διορθώσεις ώστε να γίνει πιο φιλικό, πιο ενδιαφέρον και προσιτό το σύστημα (αλληλεπιδραστικό βίντεο) και η παρουσίαση του υλικού αντίστοιχα;
9. Η χρήση της τεχνολογίας τελικά σας βοήθησε ή σας κούρασε; Σας προκάλεσε ενδιαφέρον; Ποια η άποψή σας για τα βίντεο που προβλήθηκαν;

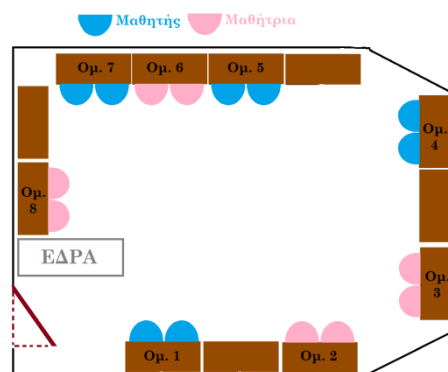
Διαδικασία Πειραματικής συνθήκης

Στις 21 και 22 Μαΐου 2019 σε δημοτικό σχολείο της Φλώρινας διεξήχθη η

πειραματική διδασκαλία με τη χρήση ταμπλετών. Το πείραμα έλαβε χώρα πιο συγκεκριμένα στο εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου όπου και υπήρχε ελεύθερα διαθέσιμη διαδικτυακή πρόσβαση. Το χρονικό διάστημα που απασχολήθηκαν οι μαθητές κατά την πρώτη μέρα του πειράματος ήταν η 2^η και 3^η διδακτική ώρα του σχολικού ωρολογίου προγράμματος (10:00-11:30), ενώ την δεύτερη μέρα ήταν η 1^η και 2^η διδακτική ώρα.

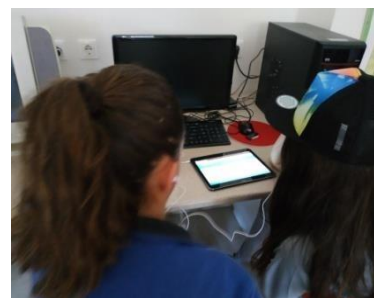
Το εργαστήριο πληροφορικής ήταν ένας καθαρός, ευήλιος, όμορφος αισθητικά και άρτια τεχνολογικά υποστηριζόμενος χώρος, με 12 σταθερούς ηλεκτρονικούς υπολογιστές, με επαρκή φωτισμό και θέρμανση, καινούρια θρανία και καθίσματα. Σύμφωνα με τον υπεύθυνο του παρόντος εργαστηρίου, αποτελεί ένα από τα λίγα πλήρως εκσυγχρονισμένα εργαστήρια πληροφορικής μεταξύ των δημοτικών σχολείων της Φλώρινας. Σε αυτόν το χώρο διεξήχθη η παρούσα πειραματική διδασκαλία απασχολώντας 16 μαθητές της Στ' τάξης.

Τα θρανία προορίζονταν ήδη για τη χρήση τους από 2 μαθητές, γεγονός που εξυπηρετούσε και τον σκοπό της παρούσας έρευνας, τη συνεργασία δηλαδή των μαθητών ανά ζεύγη με τη χρήση επομένως 8 φορητών ηλεκτρονικών ταμπλετών ($16_{\text{μαθητές}} \div 2_{\text{σε ζεύγη}} = 8_{\text{ταμπλέτες}}$), οι οποίες είχαν ήδη τοποθετηθεί στα θρανία, υποστηριζόμενες από ένα ζεύγος ακουστικών ηχείων. Μαζί με κάθε φορητή ταμπλέτα μοιράστηκαν σε κάθε θρανίο δύο ερωτηματολόγια (pro-test), ένα για το κάθε μαθητή (σύνολο 16).



Σχέδιο χωροταξικής διάρθρωσης της τάξης

Αρχικά, οι μαθητές κλήθηκαν να συμπληρώσουν το Α' μέρος του ερωτηματολογίου (pro-test) που είχαν μπροστά τους, το οποίο και οι περισσότεροι ολοκλήρωσαν σε 10 λεπτά, ενώ στη συνέχεια τους δόθηκαν 8 λεπτά προθεσμία να επιλύσουν το Β' μέρος του ίδιου ερωτηματολογίου. Αφού, τελείωσαν, χωρίς καθυστέρηση, οι μαθητές ξεκίνησαν να παρακολουθούν μόνοι τους μέσω της ταμπλέτας που είχαν μπροστά τους το μάθημα το οποίο, όπως τους υποδείχθηκε, λειτουργούσε ως βίντεο. Είχαν, δηλαδή, τη δυνατότητα να πλοηγηθούν στο μάθημα μπροστά τους με κουμπιά όπως επόμενο, προηγούμενο, παύση και φυσικά πάντοτε είχαν την ευχέρεια να επιβεβαιώνουν τη συνέχεια της πορείας τους μέσω της λίστας των περιεχομένων στο πλάι του παραθύρου των βίντεο.

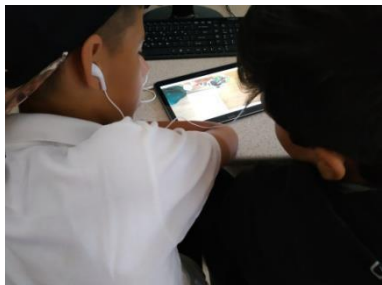


Φυσικά, σημειώθηκε ότι θα μπορούν πάντοτε να ρωτούν την εκπαιδευτικό-ερευνήτρια ως μέντορα, ως σύμβουλο πια για περαιτέρω επεξηγήσεις και απορίες που σχετίζονται είτε με τεχνικά ζητήματα (πχ. προβλήματα περιήγησης στο περιβάλλον εργασίας της πλατφόρμας) είτε με δυσκολίες-παρανοήσεις μαθησιακού περιεχομένου (πχ. γνωστικές ερωτήσεις). Η ερευνήτρια εστίασε στην



αναζήτηση της βοήθειας από το ίδιο τον εταίρο του κάθε ζεύγους προκειμένου να παρακινήσει τους μαθητές να δουλέψουν συνεργατικά με διάλογο και αλληλοβοήθεια.

Στις **11:15**, οι μαθητές αφέθηκαν ελεύθεροι, αφού σημειώθηκε η πρόοδό τους αλλά και αφού ρωτήθηκαν αν τους άρεσε το μάθημα που παρακολούθησαν την προηγούμενη ώρα, αν δυσκολεύτηκαν ή όχι.



Με ανανεωμένες δυνάμεις, καθαρότερο μυαλό και αν μπορεί να ειπωθεί με περισσότερη ετοιμότητα και κατανόηση προς το διδασκαλία μαθησιακό περιεχόμενο, οι μαθητές μας υποδέχονται και πάλι στην τάξη τους στις 22 Μαΐου κατά τις δύο πρώτες διδακτικές ώρες του σχολικού ωρολογίου προγράμματος (08:15-09:45). Στις **08:20** οι μαθητές ξαναπιάνονται με τη παρακολούθηση των μαθημάτων μέσω της ταμπλέτας, το κάθε ζευγάρι από το σημείο όπου είχε σταματήσει την προηγούμενη ημέρα. Στις **09:10**, το αργότερο, όλες οι ομάδες είχαν ολοκληρώσει την παρακολούθηση του 3^{ου} και τελευταίου μαθήματος διερεύνησης των στρατηγικών της εκτίμησης μέσω της ταμπλέτας και του αλληλεπιδραστικού βίντεο.

Με την ολοκλήρωση των μαθημάτων στην ταμπλέτα, αφού χαλάρωσαν λίγο οι μαθητές κάνοντας ένα διάλειμμα πέντε λεπτών, συμπλήρωσαν το **Ερωτηματολόγιο**



στάσεων για την αξιολόγηση του μαθήματος, το οποίο ήταν ανοιχτό σε διαφορετική διαδικτυακή σελίδα στην κάθε ταμπλέτα επί δύο φορές για τον κάθε εταίρο του ζεύγους. Τέλος, τους δόθηκε να συμπληρώσουν το **Β' Ερωτηματολόγιο**. Ξεκινώντας και πάλι από το *A' μέρος*, πολλοί μαθητές σχολίασαν την ομοιότητα με το προηγούμενο ερωτηματολόγιο που είχαν συμπληρώσει και το ολοκλήρωσαν

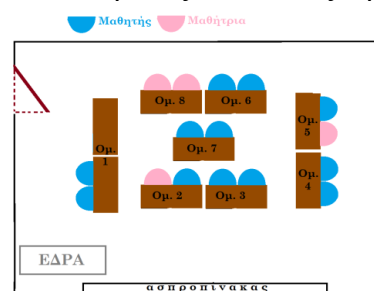
σε λιγότερο από 7 λεπτά. Έτσι φυσικά, προβαίνοντας στο *B' Μέρος*, πληροφορήθηκαν ότι διαθέτουν μόνο 6 λεπτά για να το συμπληρώσουν, πάντοτε τονίζοντας τον εκτιμητικό τρόπο λύσης των περιεχόμενων προβλημάτων.

Τέλος, προτού προλάβουν οι μαθητές να βγουν στο διάλειμμά τους, **ερωτήθηκαν** εν τάχει από την ερευνήτρια σχετικά με την όλη εμπειρία τους τις δύο αυτές μέρες που τους απασχόλησε.

Διαδικασία διδασκαλίας ομάδας ελέγχου

Στις 6 και 7 Ιουνίου 2019 σε δημοτικό σχολείο της Αλεξανδρούπολης διεξήχθη η παραδοσιακή διδασκαλία ή αλλιώς η διδασκαλία ελέγχου, χωρίς τη χρήση ταμπλετών. Το πείραμα έλαβε χώρα στη σχολική αίθουσα της τάξης, όπου υπήρχε προβολικό σύστημα. Το χρονικό διάστημα που απασχολήθηκαν οι μαθητές τόσο κατά την πρώτη και τη δεύτερη μέρα του πειράματος ήταν οι δύο πρώτες διδακτικές ώρες του σχολικού ωρολογίου προγράμματος (08:20-09:40).

Αφού έγιναν οι απαραίτητες συστάσεις, η ερευνήτρια εξηγεί στους μαθητές ότι δεν θα χρειαστούν τα βιβλία ή τα τετράδιά τους, παρά μόνο τα μολύβια τους, αλλά κυρίως τονίζει ότι δεν θα χρειαστεί να κάνουν καμία πράξη (κάθετα!) μιας και



Σχέδιο χωροταξικής διάρθρωσης της τάξης

ο σκοπός των πειραματικών διδασκαλιών είναι η αποφυγή της ακριβής απάντησης, αλλά η εύρεση μιας εκτιμητικής νοερά λύσης των εκάστοτε προβλημάτων.

Αρχικά, οι μαθητές κλήθηκαν να καθίσουν ανά ζεύγη, συνιστώντας 8 ομάδες εργασίας, οι οποίες θα παρέμειναν ίδιες καθ' όλη τη διάρκεια των πειραματικών διδασκαλιών. Ταυτόχρονα, τους μοιράστηκε ανά ζεύγη το υλικό που ετοίμασε η ερευνήτρια (φύλλο εργασίας, βλ. Παράρτημα Εικόνες Φύλλο εργασίας: Μαθηματικά- Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί), πάνω στο οποίο συμπλήρωσαν τα στοιχεία που τους ζητούσε, η οποία μάλιστα τους ενημέρωσε ότι θα δουλέψουν ταυτόχρονα με τα φύλλα εργασίας και με την σχετική παρουσίαση power point που ετοίμασε αποκλειστικά η ίδια.

Προτού προχωρήσουν οι μαθητές στην συμπλήρωση του αρχικού **ερωτηματολογίου-A** (pro-test), η ερευνήτρια τους ρώτησε «τι είναι η εκτίμηση;» για εκείνους. Η ερευνήτρια συνοψίζοντας τις απαντήσεις των μαθητών, τους προκάλεσε να λύσουν το ερωτηματολόγιο αυτό χρησιμοποιώντας *εκτίμηση*, δηλαδή όπως δήλωσαν και οι ίδιοι οι απαντήσεις τους να είναι «στο περίπου», όχι ακριβή υπολογισμό.

Για την ολοκλήρωση του Α' Μέρους του ερωτηματολογίου-A (pro-test) χρειάστηκαν 10 λεπτά, ενώ το Β' μέρος αυτού απαιτούσε την συμπλήρωσή του σε 8 λεπτά, ως ερωτηματολόγιο δύναμης. Μόλις οι μαθητές παρέδωσαν τα ερωτηματολόγια (08:45), η ερευνήτρια τους επεξήγησε ότι ο τρόπος διδασκαλίας τους θα είχε ως εξής: θα παρακολουθούσαν ένα βίντεο τη φορά, το οποίο θα σταματούσε η ίδια σε ορισμένα σημεία, στα οποία καλούνταν να απαντήσουν ανά ζεύγος στις ερωτήσεις που είχαν μπροστά τους στα φύλλα εργασίας. Αφού θα τελείωνε το κάθε βίντεο, θα επαλήθευαν την ορθότητα των απαντήσεών τους όλοι μαζί (χωρίς να διορθώσουν εκ νέου τις απαντήσεις τους στο φύλλο εργασίας!). Μεταξύ των βίντεο υπήρχε η λεγόμενη θεωρία-διαφάνειες, η οποία δεν συμπεριλαμβάνονταν στα φύλλα εργασίας, για αυτό κι θα έπρεπε να στρέφονταν όλων η προσοχή στο πίνακα όπου και προβάλλονταν η παρουσίαση.

Στη συνέχεια, η διδασκαλία κύλησε όπως και ήταν αναμενόμενο κατά την κατασκευή του μαθησιακού υλικού. Στις **09:40** οι μαθητές αφέθηκαν ελεύθεροι με την ερευνήτρια-εκπαιδευτικό να σημειώνει την πορεία της διδασκαλίας της και τους μαθητές να παραδίδουν πίσω σε εκείνη τα φύλλα εργασίας τους.

Την επόμενη ημέρα, με ανανεωμένες δυνάμεις και περισσότερη γνώση του τι θα αντιμετωπίσουν, οι μαθητές προσήλθαν στην τάξη στις **08:20**, όποτε και ξεκίνησε το μάθημα με την ερευνήτρια-εκπαιδευτικό να μοιράζει τα φύλλα εργασίας στο κάθε ζεύγος μαθητών και να συνεχίζει με την προβολή των επόμενων βίντεο. Κατά τις **09:25**, η ερευνήτρια παρατηρώντας ότι έχει τελειώσει το 2^ο μάθημα, αποφάσισε να σταματήσει την παράδοση, καθώς έπρεπε οι μαθητές να συμπληρώσουν και το **ερωτηματολόγιο-B** (post-test). Όπως και στο ερωτηματολόγιο-A, παραχώρησε περίπου 8 λεπτά για την συμπλήρωση του Α' Μέρους του και αυτή φορά μόνο 6 λεπτά για την ολοκλήρωση του Β' Μέρους.

Τέλος, με την ολοκλήρωση και του Ερωτηματολογίου-B και έχοντας στη διάθεσή της λίγα ακόμη λεπτά πριν την λήξη της σχολικής ώρας, η ερευνήτρια προέβηκε σε μια **συλλογική συνέντευξη/διάλογο** με τους μαθητές σχολιάζοντας την όλη εμπειρία τους.

Κεφάλαιο 6°

Αποτελέσματα έρευνας

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύονται και σχολιάζονται και οι δύο πειραματικές συνθήκες τα δεδομένα των οποίων καταγράφηκαν από τις παρατηρήσεις πεδίου που σημείωσε η ερευνήτρια κατά τη διάρκεια αυτών. Πιο συγκεκριμένα, για την πειραματική συνθήκη δεδομένα πάρθηκαν και από το ίδιο το σύστημα (Learnworlds). Επίσης, παρουσιάζονται οι στατιστικές αναλύσεις των τριών ερωτηματολογίων που μοιράστηκαν στους μαθητές (Ερωτηματολόγιο-Α και Β, ερωτηματολόγιο στάσεων της πειραματικής συνθήκης). Τέλος, θα αποτελούσε σοβαρή παράλειψη να μην παρουσιαστούν έστω και επιγραμματικά ορισμένες αξιοπρόσεκτες απόψεις των μαθητών, οι οποίες εκφράστηκαν κατά τις συλλογικές συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν στο τέλος κάθε πειραματικής ομάδας.

Ανάλυση & σχολιασμός της διδασκαλίας της πειραματικής συνθήκης



Οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην αίθουσα συνοδευόμενοι από τον εκπαιδευτικό-υπεύθυνο του σχολικού εργαστηρίου πληροφορικής), φέροντας μαζί τους μόνο ένα μολύβι και μια γόμα. Ευδιάθετοι και πρόσχαροι μας καλωσόρισαν στο σχολείο τους και, αφού έγιναν οι συστάσεις, με ανυπομονησία ρώτησαν με τι θέμα και πώς θα απασχοληθούνε σήμερα. Την προσοχή τους ήδη είχε αιχμαλωτίσει η παρουσία φορητών ταμπλέτων στο χώρο.

Ενημερώθηκαν ότι κύριο θέμα συζήτησης θα ήταν τα μαθηματικά και κυρίως οι εκτιμήσεις και ότι η διδασκαλία θα γινόταν με ένα εναλλακτικό τρόπο. Μερικοί μαθητές μόλις άκουσαν «μαθηματικά» φάνηκαν να δυσανασχετούν, μια αντίδραση που ακολουθήθηκε αμέσως από τις εξής ερωτήσεις της ερευνήτριας: Α) «Γιατί δεν σας αρέσουν τα μαθηματικά; Σε πόσους αρέσουν τα μαθηματικά;»

Β) «Τα βρίσκετε δύσκολα; Γιατί; Δεν τα καταλαβαίνετε;» Γ) «Τι σημαίνει εκτίμηση για εσάς;».



Οι απαντήσεις των μαθητών ποίκιλαν από την απέχθεια (5 στους 16 μαθητές) και την μετριότητα-υποφερτότητα (7 στους 16 μαθητές), μέχρι την προσφιλή αρέσκεια (4 στους 16 μαθητές) έναντι των μαθηματικών. Όσον αφορά τη δυσκολία στα μαθηματικά η πλειοψηφία απάντησε «γιατί είναι μαθηματικά... έχουν συνέχεια νούμερα, πράξεις και προβλήματα...». Στην ερώτηση «τι σημαίνει η εκτίμηση;» ένας μαθητής (αγόρι της 5^{ης} ομάδας) σηκώνοντας το χέρι αποκρίθηκε ότι «είναι ένας τρόπος για να βρούμε πώς γίνεται μια πράξη... ένα αποτέλεσμα στο περίπου». Την απάντησή του συμπλήρωσε μια μαθήτρια της 8^{ης} ομάδας λέγοντας «ένα αποτέλεσμα στο πάνω-κάτω». Η απάντηση αυτή έδωσε το έναυσμα να ακολουθήσει η παρακάτω στιχομυθία:

- Ερευνήτρια: «Ποιος μπορεί να βρει πόσο κάνει δηλαδή στο περίπου $30*28$;»
- Ένα αγόρι της 7^{ης} ομάδας: «600 κάτι... $3*2=6$, άρα περισσότερο από 600»
- Ερευνήτρια: «Γιατί; Πώς το βρήκες; Έκανες στρογγυλοποίηση στο 20;»
- Αγόρι 7^{ης} ομάδας : «ναι»
- Κορίτσι 8^{ης} ομάδας: «κάνει 900»
- Ερευνήτρια: «Γιατί;»
- Κορίτσι 8^{ης} ομάδας: «υπολόγισα το 28 ως 30, άρα $3*3=9$... άρα 900»
- Ερευνήτρια: «Πολύ ορθές και αποδεκτές και οι δύο εκτιμήσεις που εκτέλεσαν οι συμμαθητές σας. Άρα καταλαβαίνουμε πως υπάρχουν πολλοί τρόποι σκέψης για τον γρήγορο υπολογισμό, την εκτίμηση μιας πράξης».
- Αγόρι 4^{ης} ομάδας: «840 είναι...»
- Ερευνήτρια: «Αυτή είναι η ακριβής απάντηση. Στόχος των διδασκαλιών, λοιπόν, που θα ακολουθήσουν είναι η γνωριμία, η εκμάθηση στρατηγικών σκέψης προκειμένου να εκτελείτε γρήγορα και εύκολα αριθμητικές πράξεις, όχι με ακρίβεια αλλά βρίσκοντας μια λογικά-προσδιοριστικά αποδεκτή λύση.»



Με αφορμή την δυνατότητα της αυτόνομης χρήσης των ταμπλετών από τους μαθητές χωρίς τη βοήθεια της εκπαιδευτικού-ερευνήτριας, καθ' όλη τη διάρκεια των πειραματικών διδακτικών ωρών, τους ρωτήσαμε πόσοι από αυτούς έχουν στο σπίτι τους ταμπλέτα (11 στους 16 μαθητές), πόσοι παίζουν με κινητό τηλέφωνο (15 στους 16 μαθητές).

Προσπερνώντας την 1^η διαφάνεια/e-book (**1. Καλό ταξίδι στον κόσμο των εκτιμήσεων!**), οι μαθητές ξεκίνησαν το ακολουθούμενο τεστ (**2. Έχεις σκεφτεί ποτέ ότι... Εκτίμησε στα γρήγορα!**), ερχόμενοι αντιμέτωποι για πρώτη φορά με τα προβλήματα εκτίμησης, από τα οποία και ξεκίνησαν οι μεταξύ τους διάλογοι σχετικά με τη σωστή και τη λάθος απάντηση.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η μαθησιακή πορεία, ο ρυθμός εργασίας των μαθητών ανά ομάδες στις ταμπλέτες, κατά τη διάρκεια του **πρώτου διδακτικού δίωρου (10:00-11:30)**. Τα δεδομένα αυτά διασταυρώνονται από τις επί τόπου παρατηρήσεις της ερευνήτριας που βρισκόταν στην τάξη και από τις χρονικές διακυμάνσεις της εργασίας των χρηστών των ταμπλετών που δίνονται μέσα από το πρόγραμμα Learnworlds. Η ενασχόληση με τις ταμπλέτες ξεκίνησε στις **10:20** περίπου:



	10:30	10:45	10:50	10:55	11:05	11:10	11:15
Ομάδα 1	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 8. Επεξήγηση της στρογγυλοποίησης... 1 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 12. Πάμε βιβλιοπωλείο; 2 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 15. Μια γενική εικόνα... (αξιολόγηση)	1 ^ο μάθημα: 16. Παιχνίδι & εξάσκηση	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά	2 ^ο μάθημα: 8. Λίγη εξάσκηση... κάνει καλό (ερωτηματολόγιο)

Ομάδα 2	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 7. Καλημέρα τι θα πάρουμε για πρωινό; 3 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 12. Πάμε βιβλιοπωλείο	1 ^ο μάθημα: 16. Παιχνίδι & εξάσκηση	2 ^ο μάθημα: 2. Δώρα πολλά... δώρα καλά! 3 ^η ερώτηση	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά γενέθλια τρελά	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά γενέθλια τρελά
Ομάδα 3	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 7. Καλημέρα τι θα πάρουμε για πρωινό; 1 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 9. Συνέχεια της επεξήγησης της στρογγυλοποίησης	1 ^ο μάθημα: 15. Μια γενική εικόνα... (αξιολόγηση)	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά 1 ^η ερώτηση	2 ^ο μάθημα: 10. Πάμε εκδρομή!	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»
Ομάδα 4	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 8. Επεξήγηση της στρογγυλοποίησης... 3 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 11. Σύντομες ερωτήσεις, στο περίπου εκτιμήσεις (ερωτηματολόγιο)	1 ^ο μάθημα: 15. Μια γενική εικόνα... (αξιολόγηση)	2 ^ο μάθημα: 2. Δώρα πολλά... δώρα καλά! 3 ^η ερώτηση	2 ^ο μάθημα: 5. Παγωτό στο λεπτό	2 ^ο μάθημα: 9. Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος
Ομάδα 5	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 9. Συνέχεια της επεξήγησης της στρογγυλοποίησης 2 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 12. Πάμε βιβλιοπωλείο 1 ^η ερώτηση	2 ^ο μάθημα: 2. Δώρα πολλά... δώρα καλά! 3 ^η ερώτηση	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά
Ομάδα 6	1 ^ο μάθημα: 4. Τι είναι η εκτίμηση; Μαντεψιά;	1 ^ο μάθημα: 9. Συνέχεια της επεξήγησης της στρογγυλοποίησης 2 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 13. Ακέρατοι & Δεκαδικοί... Φίλοι ή εχθροί (e-book)	2 ^ο μάθημα: 2. Δώρα πολλά... δώρα καλά!	2 ^ο μάθημα: 8. Λίγη εξάσκηση... κάνει καλό (ερωτηματολόγιο)	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»
Ομάδα 7	1 ^ο μάθημα: 7. Καλημέρα τι θα πάρουμε για πρωινό;	1 ^ο μάθημα: 12. Πάμε βιβλιοπωλείο 2 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 15. Μια γενική εικόνα... (αξιολόγηση)	1 ^ο μάθημα: 16. Παιχνίδι & εξάσκηση	2 ^ο μάθημα: 9. Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»
Ομάδα 8	1 ^ο μάθημα: 7. Καλημέρα τι θα πάρουμε για πρωινό; 1 ^η ερώτηση	1 ^ο μάθημα: 10. Εκτίμηση & Στρογγυλοποίηση (e-book)	1 ^ο μάθημα: 15. Μια γενική εικόνα... (αξιολόγηση)	2 ^ο μάθημα: 4. Πάμε σινεμά	2 ^ο μάθημα: 9. Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος	2 ^ο μάθημα: 9. Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος	2 ^ο μάθημα: 9. Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος

Στις **10:55** η ερευνήτρια ρώτησε τους μαθητές αν θέλουν να συνεχίσουν ή αν θέλουν να κάνουν ένα διάλειμμα και ομόφωνα συμφώνησαν πως ήθελαν να συνεχίσουν, μη θέλοντας να διακόψουν τη ροή της εργασίας τους, να αποσπάσουν την προσοχή τους από το μάθημα. Στις **11:15**, μετά από παρατηρήσεις της

ερευνητριάς πώς η προσοχή πολλών ομάδων έχει αποσπαστεί από την κανονική ροή εργασίας τους, τους άφησε ελεύθερους.

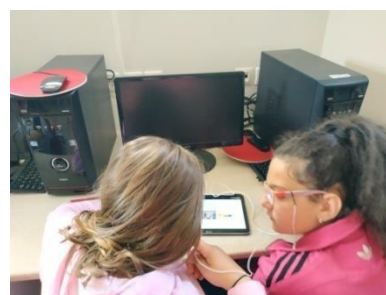
Παρακάτω, όπως και προηγουμένως παρουσιάζεται ένας πίνακας με το ρυθμό εξέλιξης της εργασίας των μαθητών κατά το **δεύτερο διδακτικό δίωρο (08:15-09:45)**. Η εργασία των μαθητών με τις ταμπλέτες ξεκίνησε γύρω στις **8:20**:

	08:25	08:35	08:45	09:00	09:05
Ομάδα 1	2 ^ο μάθημα: 10. Πάμε εκδρομή!	2 ^ο μάθημα: 13. Μια έξτρα επεξεργασία 2 ^η ερώτηση (ερωτηματολόγιο)	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά	3 ^ο μάθημα: 10. Πάρτι γενεθλίων!	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση ... κάνει καλό
Ομάδα 2	3 ^ο μάθημα: 6. Σημεία αναφοράς (e-book)	3 ^ο μάθημα: 10. Πάρτι γενεθλίων 1 ^η ερώτηση	3 ^ο μάθημα: 13. Ταξίδι... Στάση για φαγητό	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση... κάνει καλό	
Ομάδα 3	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά	3 ^ο μάθημα: 8. Αρρώστησα	3 ^ο μάθημα: 11. Λίγο πριν την τελική αξιολόγηση (ερωτηματολόγιο)	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση... κάνει καλό	
Ομάδα 4	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»	3 ^ο μάθημα: 8. Αρρώστησα	3 ^ο μάθημα: 12. Μετακόμιση... Μετακίνηση... Αστικό!	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση... κάνει καλό	
Ομάδα 5	2 ^ο μάθημα: 10. Πάμε εκδρομή!	2 ^ο μάθημα: 13. Μια έξτρα επεξεργασία	3 ^ο μάθημα: 8. Αρρώστησα	3 ^ο μάθημα: 12. Μετακόμιση... Μετακίνηση... Αστικό!	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση ... κάνει καλό
Ομάδα 6	2 ^ο μάθημα: 15. Υπολογίζουμε στο περίπου (αξιολόγηση)	3 ^ο μάθημα: 8. Αρρώστησα	3 ^ο μάθημα: 9. Βόλτα... με σνακ παρέα	3 ^ο μάθημα: 13. Ταξίδι... Στάση για φαγητό	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση ... κάνει καλό
Ομάδα 7	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά	2 ^ο μάθημα: 15. Υπολογίζουμε στο περίπου (αξιολόγηση)	3 ^ο μάθημα: 11. Λίγο πριν την τελική αξιολόγηση (ερωτηματολόγιο)	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση... κάνει καλό	
Ομάδα 8	2 ^ο μάθημα: 11. Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών αριθμών»	2 ^ο μάθημα: 14. Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά	3 ^ο μάθημα: 10. Πάρτι γενεθλίων	3 ^ο μάθημα: 15. Εκτίμηση... κάνει καλό	

Στις **09:00** η ερευνήτρια και πάλι ρώτησε τους μαθητές αν θέλουν να διακόψουν για λίγο το μάθημα για να ξεκουραστούν, για να χαλαρώσουν λίγο, μα και πάλι ομόφωνα απάντησαν πως ήθελαν να ολοκληρώσουν την εργασία τους, μιας και όλοι είχαν ήδη φτάσει στο 3^ο και τελευταίο μάθημα.

Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τις χρονικές διακυμάνσεις της πορείας μάθησης των ομάδων εργασίας, που καταγράφηκαν από το ίδιο το πρόγραμμα Learnworlds, λαμβάνουμε τα παρακάτω σχετικά δεδομένα:

- **ομάδα 1:** Φαίνεται ότι προσπέρασε στο 2^ο μάθημα τις ενότητες 5 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παγωτό... στο λεπτό!») και 6 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παράδειγμα επεξήγησης “συμβατών αριθμών”»), στο 3^ο μάθημα την ενότητα 9 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Βόλτα... με σνακ παρέα!») και 14 (επαναληπτική θεωρία/e-book).
- **ομάδα 2:** Φαίνεται ότι στο 2^ο μάθημα εκτός του ότι προσπέρασε χωρίς προσοχή την ενότητα 4 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Πάμε σινεμά;»), στην ενότητα 14 με το αλληλεπιδραστικό βίντεο «Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια πολλά», οι δύο μαθήτριες έχασαν το ενδιαφέρον τους, αφαιρέθηκε η προσοχή τους από το μάθημα, μιας και σπατάλησαν 20 ολόκληρα λεπτά στο βίντεο αυτό.
- **ομάδα 3:** Φαίνεται να προσπέρασε στο 2^ο μάθημα την ενότητα 3 (e-book: Εκτίμηση & Μέσος όρος) και την ενότητα 9 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος!»).
- **ομάδα 4:** Παρατηρείται ότι προσπέρασε στο 1^ο μάθημα την ενότητα 2 (ερωματολόγιο: «Έχεις σκεφτεί ποτέ ότι... Εκτίμησε στα γρήγορα!») και στο 2^ο μάθημα την ενότητα 14 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Ζαχαρωτά πολλά... γενέθλια τρελά!»).
- **ομάδα 5:** η προσοχή της ομάδας κατά το 2^ο μάθημα στην ενότητα 4 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Πάμε σινεμά;») ξεστράτισε από το μάθημα, μιας και από τις χρονικές ενδείξεις φαίνεται ότι παρέμειναν για περίπου 20 λεπτά στην ενότητα αυτή μέχρι το τέλος της διδακτικής ώρας (11:15 τους σταμάτησε όλους η ερευνήτρια).
- **ομάδα 6:** προσπέρασε χωρίς να δώσει την απαραίτητη προσοχή στην ενότητα 6 του 2^{ου} μαθήματος (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παράδειγμα επεξήγησης συμβατών αριθμών»). Το ίδιο συνέβη και στην ενότητα 9 του ίδιου μαθήματος (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος!»). Εκτός των προηγούμενων, το ζεύγος αυτό των κοριτσιών αναδεικνύεται ότι κατά το μέσο και των δύο δίωρων διδακτικών ωρών θα έπρεπε να είχε κάνει ένα διάλειμμα (όπως τους προέτρεψε και η ερευνήτρια!), μιας και φαίνεται ότι κατά το πρώτο δίωρο μαθημάτων η προσοχή τους ξεστράτισε φτάνοντας στην ενότητα 11 του 2^{ου} μαθήματος (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παραδείγματα επεξήγησης “ειδικών” αριθμών») για πάνω από 5 λεπτά, ενώ στο δεύτερο δίωρο διδακτικό μάθημα η προσοχή τους, το ενδιαφέρον τους απομακρύνεται



από το μάθημα μένοντας στην ενότητα 9 του 3^{ου} μαθήματος για 15 περίπου λεπτά (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Βόλτα... με σνακ παρέα!»).

- **ομάδα 7:** διαπέρασε στα γρήγορα, χωρίς να δώσει την απαραίτητη προσοχή, την ενότητα 5 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παγωτό... στο λεπτό!»), την 6 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παράδειγμα επεξήγησης συμβατών αριθμών») και την 10^η (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Πάμε εκδρομή!») του 2^{ου} μαθήματος. Επιπλέον, φάνηκε πως έχασε τη συγκέντρωσή της η ομάδα αυτή κατά την ενότητα 11 του 2^{ου} μαθήματος (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Παραδείγματα επεξήγησης “ειδικών” αριθμών»), στην οποία και παρέμεινε για πάνω από 5 λεπτά, ενώ δεν ασχολήθηκε καθόλου με τις ενότητες 9 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Βόλτα... με σνακ παρέα!») και 10 (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Πάρτι γενεθλίων!») του 3^{ου} μαθήματος. Εκτός των άλλων, η ομάδα αυτή των αγοριών αφιέρωσε 5 λεπτά στα παιχνίδια του 1^{ου} μαθήματος (ενότητα 16) και με αρκετή επιμονή ασχολήθηκε με τις αξιολογήσεις του 2^{ου} (ενότητα 15) και 3^{ου} μαθήματος (ενότητα 14), τις οποίες και επανέλαβε και δεύτερη φορά μέχρι να σκοράρει την υψηλότερη βαθμολογία που μπορούσε (100% και 88% αντίστοιχα).
- **ομάδα 8:** εκτός από το ότι διαπέρασε χωρίς να ασχοληθεί καθόλου με την ενότητα 8 του 3^{ου} μαθήματος (αλληλεπιδραστικό βίντεο: «Αρρώστησα»), είναι η μοναδική ομάδα που παρακολούθησε όλα τα υπόλοιπα αλληλεπιδραστικά βίντεο αφιερώνοντας μια λογικά ορθή ώρα επεξεργασίας τους στο καθένα.

Στις γενικές παρατηρήσεις της ερευνήτριας από την εργασία των μαθητών με το διδακτικό εργαλείο (ταμπλέτες) και τη μαθησιακή μέθοδο (αυτορρυθμιζόμενη μάθηση) που αναπτύχθηκε δίνεται έμφαση στα εξής σημεία:

1. Όσον αφορά το μαθησιακό περιεχόμενο:
 - a. Φαίνεται πως οι μαθητές αρχικά (1^ο μάθημα: Ενότητες 2, 4 και 7) εκτελούν ακριβείς υπολογισμούς, χρησιμοποιώντας το μολύβι τους πάνω στα θρανία, παρόλο που τους επισημαίνεται ότι το ζητούμενο είναι στο περίπου η λύση των προβλημάτων με τη χρήση νοερών υπολογισμών. Αφού παρακολουθήσαν τα βίντεο με την στρογγυλοποίηση (1^ο μάθημα: Ενότητες 8,9,10,12), άρχισαν να καταλαβαίνουν το νόημα του προσεγγιστικού λογικά υπολογισμού των απαντήσεων τους.
 - b. Γίνεται αντιληπτό ότι αυτό που δυσκολεύει τελικά τους μαθητές στις υπολογιστικές εκτιμήσεις είναι ότι δεν έχουν μάθει πώς να χρησιμοποιούν γρήγορους τρόπους/στρατηγικές εκτιμήσεων και πιο συγκεκριμένα δεν έχουν εξασκήσει το μυαλό τους σε προσεγγιστικούς τρόπους επίλυσης προβλημάτων. Στο σημείο αυτό τονίζεται και η επιμονή των εκπαιδευτικών στην εκτέλεση ακριβών υπολογιστικών πράξεων, με την ταυτόχρονη ανάδειξη της αδυναμίας, της πενιχρής γνώσης των μαθητών σχετικά με την αξία/το μέγεθος των αριθμών και γενικότερα την αίσθηση των αριθμών αυτών καθ' εαυτών.

- c. Ένα σημείο της διδασκαλίας που εξέπληξε θετικά τους μαθητές ήταν τα διαθέσιμα σχετικά παιχνίδια που προτεινόταν στο τέλος όλων των μαθημάτων. Ρωτούσαν επανειλημμένως αν πρέπει να παίξουν ή όχι τα παιχνίδια αυτά, και κυρίως τα 4 ζεύγη των αγοριών (ομάδες 1,4,5,7) αφιέρωσαν λίγα παραπάνω λεπτά ενασχολούμενοι με το παιχνίδι «**Εκτιμώ...**» (θεματολογία του το ποδόσφαιρο) και το «**Αναζήτηση εκτιμήσεων με σκούτερ...**» (βοηθούν τον Δημητράκη να βγάλει αρκετά χρήματα, ώστε να αγοράσει ένα σκούτερ που επιθυμεί).
- d. Κατάφορα αναδεικνύεται αν όχι η αδυναμία, η άρνηση μερικών εταίρων να παρακολουθήσουν ορισμένα αλληλεπιδραστικά βίντεο, να εστιάσουν σε ορισμένα e-book (θεωρία) που περιέχονται στα μαθήματα. Το γεγονός αυτό μπορεί να οφείλεται είτε στην κούραση λόγω του υπερβολικού φόρτου αριθμητικών πράξεων που απαιτεί το καθένα μάθημα ξεχωριστά (1^ο μάθημα: 43 πράξεις, 2^ο μάθημα: 59 πράξεις, 3^ο μάθημα: 49 πράξεις) είτε λόγω της υπερβολικής αδημονίας ολοκλήρωσης των μαθημάτων, μη καταβάλλοντας την απαιτούμενη προσοχή στα μαθησιακά δεδομένα που παρουσιάζονται.
- e. Όλα σχεδόν τα ζεύγη μαθητών προσπερνούν τις αρνητικές ανατροφοδοτήσεις στα αλληλεπιδραστικά βίντεο, μη προσέχοντας τις επεξηγήσεις αυτών. Αντίθετα, σχολιάζουν και παρατηρούν τις θετικές ανατροφοδοτήσεις όπου και αναπτύσσονται διάλογοι του τύπου «στο είπα εγώ... είχες δίκιο... κάναμε κι οι δύο λάθος τελικά... κάτσε να ζαναδούμε πάλι τι είπε πριν...».
2. Όσον αφορά τη λειτουργικότητα του εργασιακού περιβάλλοντος (αλληλεπιδραστικό βίντεο):
- a. Όπως υποδείχθηκε και στο θεωρητικό μέρος, η δυνατότητα που παρέχεται στους μαθητές να πλοηγούνται μέσα στα αλληλεπιδραστικά βίντεο ελεύθερα (μπάρα χρόνου, σημεία σταθμοί, παύση, επόμενο/προηγούμενο), τους βοήθησε κι εδώ να επαναπαρακολουθήσουν τα σημεία εκείνα που δεν έγιναν κατανοητά με την πρώτη ματιά, είτε λόγω του μαθησιακού περιεχομένου που προβάλλεται, είτε λόγω της χαμηλής ποιότητας του ήχου σε ορισμένα βίντεο ή της στιγμιαίας απόσπασης της προσοχής από τη ροή του μαθήματος.
- b. Επίσης, οι μισές ομάδες (ομάδες 3,4,7,6) εστιάζουν την προσοχή τους στα e-books, την ενσωματωμένη θεωρία, ενώ παρατηρείται ότι προσπερνούν χωρίς ιδιαίτερη προσοχή τις αλληλεπιδραστικές σκέψεις-κουμπιά που εμφανίζονται ως επεξηγήσεις/διερωτήσεις στα βίντεο.
3. Όσον αφορά την μαθησιακή πρακτική, δηλαδή την αυτορρυθμιζόμενη μάθηση που ακολουθούν οι μαθητές:

- a. Οι μαθητές ενώ αρχικά ρωτούσαν αν πρέπει να προχωρήσουν παρακάτω στις ενότητες, στη συνέχεια δεν χρειάστηκε να ρωτήσουν για να προβούν στο 2^ο και 3^ο μάθημα αντίστοιχα.
- b. Η συνεργασία μεταξύ των εταίρων ήταν ομαλή, με αυξημένο επεξηγηματικό λόγο, παραγωγικό σχολιασμό (μεγαλόφωνες πράξεις στο περίπου, εκτιμητικοί τρόποι που δίστανται-κουτσούρεμα, στρογγυλοποίηση, συμβατοί αριθμοί). Με άρτιες επικοινωνιακές ικανότητες οι μαθητές κατάφεραν να ολοκληρώσουν με σχετική επιτυχία όλα τα μαθήματα που περιείχε η διερευνητική διδασκαλία που σχεδιάστηκε. Σχεδόν πάντοτε συγκεντρωμένα και προσηλωμένα στις ταμπλέτες τους, τα ζεύγη φάνηκαν να αφοσιώνονται στην δική του εργασία το καθένα, χωρίς να τα επηρεάζει σε ποιο σημείο ή σε ποια ενότητα βρίσκεται η ομάδα δίπλα τους, διαχειριζόμενοι έτσι μόνοι τους το χρόνο, το ρυθμό μάθησής τους.
- c. Αξιοσημείωτο γεγονός ήταν, ενώ υπήρχαν ομιλίες μεταξύ των εταίρων, στην τάξη δεν υπήρχε θόρυβος. Δεν υπήρξε καμία αφορμή που να χρειαστεί η ερευνήτρια να επέμβει υψώνοντας τη φωνή της για να ακουστεί ώστε να επανέλθει η ησυχία στον χώρο και να προσηλωθούν και πάλι στο μάθημα μπροστά τους οι μαθητές, με άλλα λόγια να σπαταλήσει πολύτιμο διδακτικό χρόνο για τη διαχείριση της τάξης. Βέβαια, πάντα παρούσα μέσα στο χώρο της σχολικής αίθουσας η ερευνήτρια επόπτευε την πορεία των μαθητών, παρατηρούσε πότε καθυστερούσαν και σε ποιο σημείο οι μαθητές, ενώ πρόσφερε επεξηγήσεις και διευκρινήσεις, όποτε την ρωτούσαν.
- d. Εκτός από τα υπόλοιπα, πρέπει να σημειωθεί ότι δύο από τις οκτώ ομάδες σχολίασαν αρνητικά την ύπαρξη των ταμπλετών, αιτιολογώντας την κούραση που τους κατέβαλε από ένα σημείο και μετά, λόγω της πολλής ώρας μπροστά στην οθόνη.
- e. Ας σημειωθεί ότι μετά το τέλος όλων των εργασιών οι μαθητές ρωτήθηκαν αν θα προτιμούσαν να κάνουν τα ίδια μαθήματα με τον παραδοσιακό τρόπο και όλοι ομόφωνα είπαν πως με την τεχνολογία ήταν πιο ελκυστικά εκφράζοντας παράλληλα την επιθυμία τους να διδαχθούν και άλλα σχολικά μαθήματα με τον ίδιο τρόπο.

Ανάλυση & σχολιασμός της διδασκαλίας της ομάδας ελέγχου

Οι μαθητές (4 κορίτσια & 12 αγόρια) στις 6 Ιουνίου πρόσχαροι και ενθουσιασμένοι ξεκίνησαν το μάθημα (08:30), και αφού έγιναν οι απαραίτητες συστάσεις από την υπεύθυνη εκπαιδευτικό του τμήματος, άρχισαν να ρωτούν για το θέμα που θα τους απασχολούσε κατά τη διάρκεια των πειραματικών διδασκαλιών. Προς έκπληξη της ερευνήτριας-εκπαιδευτικού ενθουσιάστηκαν που ήταν μαθηματικά και όχι γλώσσα. Μάλιστα, ορισμένα αγόρια (ομάδα 4 & 3) μόλις άκουσαν ότι το κεντρικό θέμα διδασκαλίας ότι θα είναι οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί αναρωτήθηκαν

αν θα παίζαμε «Στοιχείο». Ένα κορίτσι (ομάδα 5) ρώτησε αν θα χρειαζόταν να κάνουν πράξεις με μολύβι και χαρτί, επισημαίνοντας ότι ακόμα δεν είχαν βγάλει τις κασετίνες και τα τετράδιά τους.

Το ενδιαφέρον των μαθητών κέντρισε το γεγονός ότι δεν θα ασχολιόταν με το σχολικό βιβλίο των μαθηματικών, αλλά με το αυτοσχέδιο φύλλο εργασίας που τους διανεμήθηκε και με την παρουσίαση που θα προβάλλονταν μπροστά τους. Ακόμη, οι μαθητές παραξενεμένοι ρώτησαν την ερευνήτρια αν θα συνεργάζονταν κατά την διάρκεια των μαθημάτων, μιας και από ό,τι σχολίασαν συνήθιζαν να δουλεύουν ο καθένας μόνος του.

Στην ερώτηση της ερευνήτριας «τι είναι η εκτίμηση;» πολλοί μαθητές πετάχτηκαν και είπαν με μια φωνή «στο περίπου». Το κορίτσι της 2^{ης} ομάδας συγκεκριμένα απάντησε «κάτι κοντά, σχεδόν ακριβώς, όχι όμως ακριβώς-ακριβώς», το αγόρι της ομάδας της συμπλήρωσε ότι «είναι μια απάντηση κοντά στην ακριβή απάντηση, λίγο πιο πάνω ή πιο κάτω μπορεί». Στο παράδειγμα που ανέφερε η ερευνήτρια στο σημείο αυτό «πόσο περίπου κάνει $40 \div 9$;» προκειμένου να αποσπάσει περισσότερες πληροφορίες για τις γνώσεις τους περί εκτίμησης, ένα από τα αγόρια της 7^{ης} ομάδας επισήμανε ότι «η πραγματική απάντηση βρίσκεται μεταξύ του 4 και του 5, γιατί το 9 είναι λίγο πριν το 10, $40 \div 10 = 4$ ».

Χωρίς περαιτέρω χρονοτριβή, οι μαθητές κλήθηκαν να απαντήσουν στο πρώτο ερωτηματολόγιο που είχαν μπροστά τους («*Έχεις σκεφτεί ποτέ ότι... Εκτίμησε στα γρήγορα!*»), ερχόμενοι αντιμέτωποι για πρώτη φορά με τα προβλήματα εκτίμησης, από τα οποία και ξεκίνησαν οι μεταξύ τους διάλογοι σχετικά με τη σωστή και τη λάθος απάντηση. Μπορεί με βεβαιότητα να ειπωθεί ότι τα ζεύγη συνεργάζονταν περισσότερο κατά τη διάρκεια επίλυσης των ερωτηματολογίων και των αξιολογήσεων που υπήρχαν στα μαθήματα, παρά κατά την παρακολούθηση των βίντεο.

Στην 1^η διδασκαλία στο βίντεο «*Συνέχεια επεξήγησης της στρογγυλοποίησης των μάρων δημοπρασιών*» στις ερωτήσεις «*Επέλεξε την καλύτερη εκτιμητική τιμή του 2,45 €: ...*» και «*Αν είχες τον αριθμό 36.549 και ήθελες να τον στρογγυλοποιήσεις στα γρήγορα, ποιον από τους παρακάτω εκτιμητικά στρογγυλοποιημένους αριθμούς θα χρησιμοποιούσες; ...*» υπήρξε μια διαμάχη μεταξύ των ομάδων για την ορθότερη απάντηση σε αυτές. Τελικά, η ερευνήτρια παρενέβη υποστηρίζοντας ότι όλες σχεδόν οι προτεινόμενες απαντήσεις στην καθεμιά ερώτηση είναι αποδεκτές, μιας και εκτιμητικές λύσεις για ένα πρόβλημα υπάρχουν πολλές ανάλογα με την αποδεκτή κάθε φορά τιμή απόκλισης από την ακριβή απάντηση.

Κατά την πρώτη διδασκαλία, οι μαθητές φάνηκε να δυσανασχετούν κατά τη διάρκεια της αξιολόγησης «*Μια γενική εικόνα... της αξιολόγησης του μαθήματος πωλών*» (1^ο μάθημα), μιας και από τα σχόλια που ακούγονταν μέσα στην τάξη ήταν σχετικά με την ποσότητα των προηγούμενων ερωτήσεων. Το ίδιο συνέβη και κατά την αξιολόγηση (2^ο μάθημα: «*Υπολογίζουμε στο περίπου...*») στην 2^η διδασκαλία.

Στην 2^η διδασκαλία, παρατηρήθηκαν μεγάλες αποκλίσεις στις απαντήσεις των μαθητών κατά τη διάρκεια του βίντεο «*Παγωτό... στο λεπτό!*» γεγονός που οφείλεται στην νέα εκτιμητική στρατηγική που γίνεται προσπάθεια να εκμαιευτεί, αυτή των συμβατών αριθμών. Κυρίως στην ερώτηση «*Αυτά είναι ενδεικτικά τα*

μηνιαία έξοδα του καταστήματος: (ΔΕΗ : 480€, ΝΕΡΟ: 500€, ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ: 3.600€, ΥΛΙΚΑ: 720€, ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ: 300€, άλλα έξοδα: 2.400€) Πόσα € περίπου είναι όλα μαζί ;» οι απαντήσεις των ζευγαριών επιλέχθηκαν με καθυστέρηση και δίστανται σε 8000€ και 7000€, γεγονός που δικαιολογείται αφενός από τους μεγάλους αξιακά αριθμούς (χιλιάδες), και αφετέρου γιατί, όπως παρατήρησε και η ερευνήτρια, όλες οι ομάδες προέβηκαν σε στρογγυλοποίηση του κάθε αριθμού ξεχωριστά.

Πανωλεθρία απαντήσεων αποδείχθηκε η ερώτηση «Αν τα 240€ είναι τα 2/5 του συνολικού ποσού, στα πόσα € ανέρχεται το συνολικό ποσό που πρέπει να συγκεντρωθεί για την εκδρομή αυτή;» του βίντεο «**Πάμε εκδρομή!**», η δυσκολία της οποίας έγκειται στην αναγνώριση της ερμηνείας του κλάσματος, όχι ως σχέση μέρους-όλου, αλλά ως τελεστή. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρήθηκε και στο πρώτο μισό του βίντεο «**Παραδείγματα επεξήγησης «ειδικών» αριθμών...**» όπου υπάρχουν και πάλι κλασματικού αριθμοί.

Γενικές παρατηρήσεις πεδίου που σημειώθηκαν από την ερευνήτρια κατά τη διάρκεια των δύο δίωρων παραδοσιακών διδασκαλιών είναι οι εξής:

- Η ερευνήτρια κατόρθωσε κατά το πρώτο 2ωρο μάθημα (6 Ιουνίου) να ολοκληρώσει μόνο την ύλη που παρουσιάζονταν στο αντίστοιχο πρώτο μάθημα κατά την πειραματική διδασκαλία (1^ο μάθημα των αλληλεπιδραστικών βίντεο Learnworlds). Αντιστοίχως, κατά το δεύτερο 2ωρο (7 Ιουνίου) ολοκλήρωσε μόνο την ύλη του δεύτερου μαθήματος που παρουσιάστηκε κατά την πειραματική διδασκαλία με τη αξιοποίηση των αλληλεπιδραστικών βίντεο.
- Αρχικά, θα πρέπει να τονιστεί ότι η παρουσίαση των selfie βίντεο τράβηξε εξ αρχής το ενδιαφέρον των μαθητών, οι οποίοι σχολίασαν κάθε φορά το περιβάλλον όπου ήταν τραβηγμένο το κάθε βίντεο αναγνωρίζοντας τον φυσικό τόπο όπου μαγνητοσκοπήθηκαν (σε γνωστά σημεία της Αλεξανδρούπολης γυρίστηκαν τα περισσότερα βίντεο εξωτερικού χώρου!).
- Μια λεπτομέρεια που πρέπει επίσης να επισημανθεί είναι ότι στην διδασκαλία προβλήθηκαν όλα τα συμπεριλαμβανόμενα βίντεο που υπήρχαν και στα δύο μαθήματα, όπως αυτά παρουσιάστηκαν στα αλληλεπιδραστικά βίντεο. Η αναφορά αυτή γίνεται για να δικαιολογήσει εν μέρει την ώρα που καταβλήθηκε για κάθε βίντεο (κατά μέσο όρο το κάθε βίντεο απασχόλησε την τάξη περίπου 3,5 λεπτά), αλλά και να υποδειχθεί με βεβαιότητα ότι όλα τα βίντεο διαπεράστηκαν με προσοχή από όλους τους μαθητές (σε αντίθεση με την πειραματική διδασκαλία όπου από κάποιες ομάδες κάποια αλληλεπιδραστικά βίντεο διαπεράστηκαν εν τάχει ή ακόμη δεν παρακολούθησαν καθόλου).
- Από τις παρατηρήσεις της ερευνήτριας από της εργασία των μαθητών στην τάξη, φάνηκε ότι οι ομάδες 1, 3 και 5 δεν συνεργάστηκαν αποτελεσματικά (σχεδόν καθόλου!), μιας και υπήρξαν στιγμές όπου εργάζονταν μόνο ο ένας εκ των εταίρων του κάθε ζεύγους. Η ελλιπής συνεργασιμότητα μεταξύ αυτών ίσως οφείλεται στην έλλειψη ενδιαφέροντος προς το παρουσιαζόμενο υλικό, ίσως εξαιτίας των σχολικών βαθμολογικών

διαφορών (πληροφορία που αποκομίστηκε από την υπεύθυνη εκπαιδευτικό της τάξης!). Μάλιστα, με το πέρας και της 2^{ης} διδασκαλίας, οι ίδιοι αυτοί μαθητές σχολίασαν ότι δουλεύοντας σε ομάδες τους δυσκόλεψε περισσότερο να συγκεντρωθούν στο περιεχόμενο των μαθημάτων, μιας και έπρεπε να κάνουν πολλά πράγματα ταυτόχρονα: να ακούν την εκπαιδευτικό-ερευνήτρια, να παρακολουθούν στον πίνακα το προβαλλόμενο υλικό, να σημειώνουν στα φύλλα εργασίας και να συζητούν με το ζευγάρι τους στα γρήγορα της απαντήσεις τους.

- Ταυτόχρονα, η ερευνήτρια προσπέρασε τη θεωρία-διαφάνεια σχετικά με «*τα είδη εκτίμησης*», ενώ χρειάστηκε να παρουσιάσει γραπτώς στον πίνακα περισσότερα παραδείγματα από αυτά που υπήρχαν στις διαφάνειες τόσο στο 1^ο μάθημα στη θεωρία-διαφάνεια περί του εμπρόσθιου άκρου (αντίστοιχη ενότητα στα αλληλεπιδραστικά «*Ακέραιοι & Δεκαδικοί: Φίλοι ή εχθροί;*»), όσο και στο 2^ο μάθημα στις θεωρίες-διαφάνειες σχετικά με τους συμβατούς αριθμούς («*Ας τα βρούμε ανά ζεύγη*») και τους ειδικούς («*Εκτίμηση & Αριθμοί: Σημεία αναφοράς*»).
- Η ερευνήτρια παρατηρώντας ότι στα μισά της κάθε διδασκαλίας οι μαθητές άρχιζαν να κουράζονται και να αποσπάται η προσοχή τους, αποφάσισε να διαβάσει φωναχτά η ίδια τις ερωτήσεις σε κάθε επόμενο βίντεο, ώστε οι ομάδες να έχουν μόνο να επιλέξουν στα γρήγορα την εκάστοτε σωστή εκτιμητική απάντηση (1^η διδασκαλία: 1^ο μάθημα: από το βίντεο «*Συνέχεια επεξήγησης της στρογγυλοποίησης των μπάρων δημητριακών*» μέχρι τέλους & 2^η διδασκαλία: 2^ο μάθημα: από το βίντεο «*Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαγικός κόσμος!*» μέχρι τέλους)
- Μια παρατήρηση που οφείλεται να ειπωθεί είναι ότι ακόμη και μέχρι το τέλος των δύο δίωρων διδασκαλιών πολλοί μαθητές (αν όχι ο ένας από κάθε ομάδα!) συνέχιζαν να εκτελούν ακριβείς υπολογισμούς επάνω στα θρανία τους, βγάζοντας την εκτιμητική λύση από την ακριβή (ενώ ο σκοπός του μαθήματος ήταν η αντίστροφη διαδικασία).
- Η ερευνήτρια αξιοποίησε όλον τον διαθέσιμο χρόνο, δηλαδή ολόκληρο το σχολικό δίωρο μάθημα, προκειμένου να ολοκληρώσει κάθε φορά τα μαθήματα, γεγονός που έρχεται σε αντίθεση με τις πειραματικές διδασκαλίες όπου οι μαθητές και στις δύο διδασκαλίες αφέθηκαν ελεύθεροι προτού τελειώσει η συνολική διάρκεια της εκάστοτε σχολικής ώρας.
- Επιπλέον, κυρίως λόγω πίεσης χρόνου, αλλά και λόγω του χαρακτήρα της παραδοσιακής διδασκαλίας, η ερευνήτρια δεν κατάφερε να αφιερώσει χρόνο για τα παιχνίδια που υπήρχαν σε κάθε μάθημα (όπως αυτά υπήρχαν και απασχόλησαν τους μαθητές κατά την πειραματική διδασκαλία!).
- Και στις δύο παραδοσιακές διδασκαλίες που διεξήχθησαν η ερευνήτρια αφιέρωσε σημαντικό χρόνο διαχειριζόμενη τη συμπεριφορά των μαθητών μέσα στην τάξη, διακόπτοντας πολλές φορές τη ροή του μαθήματος προκειμένου να τους επαναφέρει στην τάξη και να εστιάσει εκ νέου την προσοχή τους στο παραδοτέο μαθησιακό περιεχόμενο. Το παραπάνω

φαινόμενο καταδεικνύεται ότι σχεδόν εκλείπει από την πειραματική συνθήκη, μιας και οι μαθητές εργαζόμενοι μόνιμοι τους ανά ζεύγη με την ερευνήτρια-εκπαιδευτικό ως μέντορα/σύμβουλο μέσα στην τάξη, ακολουθώντας το κάθε ζεύγος το δικό του ρυθμό μάθησης.

Στατιστικά αποτελέσματα ερωτηματολογίων A (pro-test) & B (post-test)

Όπως χαρακτηριστικά τονίστηκε σε προηγούμενο υποκεφάλαιο, τα ερωτηματολόγια-A και -B είναι κατασκευασμένα με παράλληλη και παραπλήσια μέθοδο και σκοπιμότητα, δηλαδή η κάθε μία ερώτηση και στο Α' και στο Β' Μέρος του Ερωτηματολογίου-A (pro test) είναι παραπλήσια, όμοια με την αντίστοιχη του Ερωτηματολογίου-B. Για αυτόν το λόγο, η παρακάτω στατιστική ανάλυση των δεδομένων πραγματοποιείται ανά ζεύγος ερωτήσεων μεταξύ των ερωτηματολογίων (όπως έγινε και κατά την ανάλυση σχεδίασης των ερωτηματολογίων-A και -B).

Οι πίνακες που παρατίθενται στη συνέχεια αναλύονται με βάση τη συχνότητα της κάθε απάντησης. Τα δύο ερευνητικά εργαλεία μας, το ερωτηματολόγιο-A (pro test) και το ερωτηματολόγιο-B (post test), όπως είναι λογικό, κατασκευάστηκαν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να μας παρέχουν στοιχεία τόσο στατιστικά όσο και ποιοτικά πάνω στο αντικείμενο της συγκεκριμένης έρευνας. Στο παρόν υποκεφάλαιο, λοιπόν, γίνεται μια προσπάθεια να αναλυθούν και να σχολιαστούν τόσο τα δεδομένα των πινάκων που εξήχθησαν από το πρόγραμμα SPSS όσο και η αλλαγή, ο εμπλουτισμός ή μη των στρατηγικών εκτίμησης των μαθητών, οι οποίοι συμμετείχαν στην πειραματική συνθήκη και την ομάδα ελέγχου.

Ανάλυση Α' Μέρους Ερωτηματολογίου-A & Ερωτηματολογίου-B

Ερωτημ-A: 1. Στην εκτίμηση **353€ + 448€** δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις:
Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη; (κύκλωσε την απάντηση)

Ερωτημ-B: 1. Στην εκτίμηση **152€ + 848€** δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις:
Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη; (κύκλωσε την απάντηση)

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		Στην εκτίμηση 353€+448€, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις: Ποια από τις παρακάτω είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη;			Στην εκτίμηση 152€+848€, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις: Ποια από τις παρακάτω είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη;		
		A. 300€+400 €=700€ πάνω κάτω	350 €+450=800 περίπου	400€+400 €=800 σχεδόν	α. 200€+800 €=1.000 πάνω κάτω	β. 150€+850 €=1.000 περίπου	γ. 100€+800 €=900€ σχεδόν
focus group	tablets	1	14	1	3	13	0
or trial group	traditional	0	16	0	2	13	1
Total		1	30	1	5	26	1

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα όσον αφορά το μαθηματικό πρόβλημα του ερωτηματολογίου Α' παρατηρείται ότι η 2^η απάντηση (B. 350€+450€=800€ περίπου) επιλέγεται από την πλειοψηφία και των δύο πειραματικών ομάδων. Το ίδιο συμβαίνει και με το παρόμοιο πρόβλημα του ερωτηματολογίου Β, όπου και πάλι

πλειοψηφικά και οι δύο ομάδες επιλέγουν τη 2^η απάντηση ως σωστή (β . $150\text{€}+850\text{€}=1000\text{€}$ περίπου). Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι οι παραπάνω ερωτήσεις δε δυσκόλεψαν ούτε τους μαθητές της πειραματικής συνθήκης ούτε αυτούς της συνθήκης ελέγχου, παραμένοντας σχεδόν όλοι σταθεροί στη σωστή κάθε φορά εκτιμητικά απάντηση.

Ερωτημ-Α: 2. Ο πατέρας της Ελένης έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από:

Αλεξανδρούπολη – Θεσσαλονίκη (310χλμ), Θεσσαλονίκη – Καρδίτσα (246χλμ) και Καρδίτσα – Τρίπολη (450χλμ). **Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας της Ελένης εχθές;** (Επέλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου)

Ερωτημ-Β: 2. Ο πατέρας του Μιχάλη έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από:

Αλεξανδρούπολη – Καβάλα (149χλμ), Καβάλα – Καρδίτσα (375χλμ) και Καρδίτσα – Σπάρτη (509χλμ). **Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας του Μιχάλη εχθές;** (Επίλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου) :

		Ερωτηματολόγιο-Α				Ερωτηματολόγιο-Β			
		Ο πατέρας της Ελένης έχει φορτηγό. Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά εχθές (310χλμ.+246χλμ.+450χλμ.);				Ο πατέρας του Μιχάλη έχει φορτηγό. Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά εχθές(149χλμ.+375χλμ.+509χλμ.);			
		α. κάθετος αλγόριθμος	β. στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη εκατοντάδα	γ. εμπρόσθιο άκρο	δ. μέσος όρος	α. κάθετος ακριβής υπολογισμός	β. στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη εκατοντάδα	γ. εμπρόσθιο άκρο	δ. μέσος όρος
focus group or trial group	tablets	11	5	0	0	7	4	3	2
	traditional	8	1	6	1	5	3	7	1
Total		19	6	6	1	12	7	10	3

Στο Ερωτηματολόγιο-Α οι περισσότεροι μαθητές (11/16) που εργάζονται στις ταμπλέτες αναγνωρίζουν και επιλέγουν τον κάθετο αλγόριθμο ως τον πιο προσφιλή σε αυτούς εκτιμητικό τρόπο από όσους δίνονται. Αντίθετα, οι μαθητές κατά την παραδοσιακή διδασκαλία φαίνεται να διχάζονται μεταξύ του κάθετου αλγόριθμου και της στρογγυλοποίησης στην πλησιέστερη εκατοντάδα.

Στο Ερωτηματολόγιο-Β, παρατηρείται μια διάχυση του δείγματος σε όλες τις επιλογές. Οι μισοί μαθητές με ταμπλέτες θεωρούν ως σωστή απάντηση τον κάθετο ακριβή υπολογισμό (7/16) και οι άλλοι μισοί μοιράζονται διαλέγοντας την στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη εκατοντάδα και το εμπρόσθιο άκρο αντίστοιχα. Κατά παρόμοιο τρόπο, και οι μισοί μαθητές της ομάδας ελέγχου θεωρούν σωστή το εμπρόσθιο άκρο, ενώ οι υπόλοιποι μισοί χωρίζονται μεταξύ κάθετου ακριβή υπολογισμού και της στρογγυλοποίησης.

Κυρίως παρατηρείται στο **μετα-τεστ** ότι οι μαθητές αρχίζουν να αποκλίνουν σχετικώς από τον κάθετο ακριβή αλγόριθμο, γεγονός που αναδεικνύει την αποτελεσματικότητα των πειραματικών διδασκαλιών.

Ερωτημ-Α: 3. Το παιχνιδάδικο της πόλης εισέπραξε τον Ιανουάριο 8.000€, τον Φεβρουάριο 7.800€, τον Μάρτιο 9.200€ και τον Απρίλιο 10.000€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιχνιδάδικο;** Περιέγραψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση

Ερωτημ-Β: 3. Το ψιλικατζίδικο της γειτονιάς εισέπραξε τον Ιανουάριο 2.300€, τον Φεβρουάριο 2.700€, τον Μάρτιο 3.150€ και τον Απρίλιο 3.750€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιγνιδάδικο; Περιέγραψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση !**

Ερωτηματολόγιο-Α

		Το παιγνιδάδικο της πόλης εισέπραξε τον Ιανουάριο 2000€, Φεβρουάριο 7800€, Μάρτιο 2200€ και Απρίλιο 10.000€. Πόσα περίπου συνολικά;							
		κάθετο/οριζόντιος εκριθής υπολογισμός	στρογγυλοποίηση μικρών αριθμών	στρογγυλοποίηση προς τα κάτω	ομαδοποίηση στρογγυλοποιημένων αριθμών	στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη χιλιάδα	στρογγυλοποίηση προς τα πάνω	ομαδοποίηση εκατοντάδων & χιλιάδων	ομαδοποίηση αριθμών κατά σφρά
focus group	tablets	4	1	0	0	10	1	0	0
or trial group	traditional	8	0	1	1	3	0	2	1
Total		12	1	1	1	13	1	2	1

Ερωτηματολόγιο-Β

		Το ψιλικατζίδικο της γειτονιάς εισέπραξε τον Ιανουάριο 2300€, Φεβρουάριο 2700€, Μάρτιο 3150€ και Απρίλιο 3750€. Πόσα περίπου συνολικά;					
		κάθετο/οριζόντιος εκριθής υπολογισμός	ομαδοποίηση συμβατών αριθμών	στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη χιλιάδα	στρογγυλοποίηση μικρών προς τα πάνω, άλλων προς τα κάτω	ομαδοποίηση αριθμών κατά σφρά	στρογγυλοποίηση άλλων στην πλησιέστερη χιλιάδα, άλλων στην εκατοντάδα
focus group	tablets	6	4	2	1	1	2
or trial group	traditional	1	6	9	0	0	0
Total		7	10	11	1	1	2

Σε αντίθεση με το προηγούμενο ζεύγος ερωτήσεων, εδώ παρατηρείται ότι στο προ-τεστ οι 10 από τους 16 μαθητές που συμμετείχαν στη διδασκαλία μέσω τάμπλετ αναπτύσσουν ορθώς τη στρατηγική της στρογγυλοποίησης στην πλησιέστερη μονάδα και οι μισοί μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας (8/16) εκτελούν κάθετο/οριζόντιο ακριβή υπολογισμό των τιμών.

Στο αντίστοιχο μαθηματικό πρόβλημα του Ερωτηματολογίου-Β, η πλειονότητα των μαθητών με ταμπλέτες μοιράζονται ανάμεσα στη χρήση του κάθετου ακριβή υπολογισμού (6/12) και της ομαδοποίησης συμβατών αριθμών (4/12). Με ανάλογο τρόπο μοιράζονται και οι μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας μεταξύ όμως των στρατηγικών της ομαδοποίησης συμβατών αριθμών (6/16) και της στρογγυλοποίησης στην πλησιέστερη χιλιάδα (9/16).

Όπως προηγουμένως, έτσι κι εδώ γίνεται διακριτό ότι στο σύνολο το δείγμα της παρούσας έρευνας, μετά το πέρας των διδασκαλιών, έχει κατανοήσει ότι ο ακριβής υπολογισμός ποσών δεν αποτελεί εκτιμητική διαδικασία.

Ερωτημ-Α:4. Η **Ελένη** εκτιμά ότι **28*29** είναι **περίπου 30*30**. Από την άλλη πλευρά, ο **Χάρης** εκτιμά ότι είναι **περίπου 28*30**.

- iv. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου;
- v. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό;

Ερωτημ-Β:4. Η **Ελένη** εκτιμά ότι **78*19** είναι **περίπου 80*20**. Από την άλλη πλευρά, ο **Χάρης** εκτιμά ότι είναι **περίπου 78*20**.

- i. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου;
- ii. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό;

Ερωτηματολόγιο-A

		Η Ελένη εκτιμά ότι 28*29 είναι περίπου 30*30. Ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου 28*30. Ποιανού ο τρόπος σκέψης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου;		Η Ελένη εκτιμά ότι 28*29 είναι περίπου 30*30. Ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου 28*30. Ποιανού εκτίμηση είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό;	
		i. Χάρης	ii. Ελένης	i. Χάρης	ii. Ελένης
focus group	tablets	11	5	12	4
or trial group	traditional	14	2	12	4
Total		25	7	24	8

Ερωτηματολόγιο-B

		Η Ελένη εκτιμά ότι 78*19 είναι περίπου 80*20. Ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου 78*20. Ποιανού ο τρόπος σκέψης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου;		Η Ελένη εκτιμά ότι 78*19 είναι περίπου 80*20. Ο Χάρης εκτιμά ότι είναι περίπου 78*20. Ποιανού εκτίμηση είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό;	
		i. Χάρης	ii. Ελένης	i. Χάρης	ii. Ελένης
focus group	tablets	6	10	6	10
or trial group	traditional	7	9	7	9
Total		13	19	13	19

Σύμφωνα με τα δεδομένα των παραπάνω δύο πινάκων φαίνεται πως οι περισσότεροι μαθητές και στις δύο πειραματικές συνθήκες συνηθίζουν να στρογγυλοποιούν και τους δύο παράγοντες μιας αριθμητικής πράξης προκειμένου να βρουν την εκτιμητική απάντηση.

Πιο συγκεκριμένα, στο **προ-τεστ** και στις δύο πειραματικές ομάδες η πλειοψηφία των μαθητών επιλέγει την στρογγυλοποίηση που εκτελεί ο Χάρης (28*29≈30*30) τόσο ως τον τρόπο σκέψης πιο κοντά στη δική τους σκέψη (11/16 & 14/16), όσο και ως την εκτίμηση που βρίσκεται πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό (12/16 & 12/16).

Το μοτίβο των απαντήσεων αλλάζει στο **μετά-τεστ**. Ενώ οι περισσότεροι και πάλι μαθητές με τάμπλετ επιλέγουν την εκτίμηση της Ελένης (78*19≈80*20) ως τον τρόπο σκέψης πιο κοντά στη δική τους σκέψη (10/16) και ως την εκτίμηση που βρίσκεται πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό (10/16), από την άλλη παρατηρείται πως οι μαθητές στην παραδοσιακή διδασκαλία διχάζονται σχεδόν ισόποσα μεταξύ των δύο επιλογών και στις δύο υποερωτήσεις (7/16 έναντι 9/16).

Ερωτημ-A: 5. Την ημέρα της Γης η τάξη του Στ'2 πήγε για δενδροφύτευση... Οι μαθητές χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα φύτευσε τόσα δένδρα όπως αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των δένδρων** που φυτεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με **2 διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης**

Ερωτημ-B: 5. Οι μαθητές της Ε' τάξης πωλούν λαχνούς για τη συλλογή χρημάτων για την εκδρομή τους. Χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα μάζεψε τόσα χρήματα (€) όσα αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των χρημάτων (€)** που μαζεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με **2 διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης**.

		Ερωτηματολόγιο-A		Ερωτηματολόγιο-B	
		Την Ημέρα της Γης η τάξη του Στ' 2 πήγε για δονδροφύτευση... 1η ομάδα: 48δένδρα, 2η ομάδα: 55δένδρα, 3η ομάδα: 23 δένδρα, 4η ομάδα: 81δένδρα		Οι μαθητές της Ετάξης πικούν λαχνούς για την εκδρομή τους... 1η ομάδα: 38λαχνούς, 2η ομάδα: 27λαχνούς, 3η ομάδα: 80λαχνούς, 4η ομάδα: 64λαχνούς	
		1 τρόπος εκτίμησης	2 τρόποι εκτίμησης	1 τρόπος εκτίμησης	2 τρόποι εκτίμησης
focus group or trial group	tablets	12	4	5	11
	traditional	12	4	4	12
Total		24	8	9	23

		Ερωτηματολόγιο-A						
		Την Ημέρα της Γης η τάξη του Στ' 2 πήγε για δονδροφύτευση... 1η ομάδα: 48δένδρα, 2η ομάδα: 55δένδρα, 3η ομάδα: 23 δένδρα, 4η ομάδα: 81δένδρα						
		κάθετος/οριζόντιος ακριβής υπολογισμός	στρογγυλοποίηση χωρίς κανόνα ("πάτημα στο 5")	ομαδοποίηση στρογγυλοποίηση αριθμών	στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα	κάθετος ακριβής υπολογισμός & στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα	στρογγυλοποίηση αριθμών & ομαδοποίηση αριθμών κατά σειρά	στρογγυλοποίηση στη δεκάδα & στρογγυλοποίηση "πάτημα στο 5"
focus group or trial group	tablets	1	0	1	10	1	3	0
	traditional	6	1	0	5	3	0	1
Total		7	1	1	15	4	3	1

		Ερωτηματολόγιο-B						
		Οι μαθητές της Ετάξης πικούν λαχνούς για την εκδρομή τους... 1η ομάδα: 38λαχνούς, 2η ομάδα: 27λαχνούς, 3η ομάδα: 80λαχνούς, 4η ομάδα: 64λαχνούς						
		στρογγυλοποίηση αριθμών & ομαδοποίηση αριθμών με ακριβή υπολογισμό	στρογγυλοποίηση αριθμών & ομαδοποίηση αριθμών κατά σειρά	στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα	στρογγυλοποίηση & ομαδοποίηση συμβατών αριθμών	κάθετος/οριζόντιος ακριβής υπολογισμός	στρογγυλοποίηση αριθμών & ομαδοποίηση αριθμών κατά σειρά	ομαδοποίηση αριθμών & κάθετος/οριζόντιος ακριβής υπολογισμός
focus group or trial group	tablets	0	0	5	5	5	1	0
	traditional	1	2	4	8	0	0	1
Total		1	2	9	13	5	1	1

Τέλος, από τον παραπάνω συνδυασμό πινάκων καταδεικνύεται ότι τελικά και στις δύο πειραματικές συνθήκες οι εκτιμητικές στρατηγικές που αναπτύσσουν οι μαθητές αλλάζουν, εμπλουτίζονται απορρίπτοντας σιγά σιγά τον ακριβή υπολογισμό ως το “μόνο τρόπο εκτίμησης”. Από τη σύγκριση των παραπάνω πινάκων δεδομένων γίνεται άμεσα αντιληπτή η αλλαγή των στρατηγικών των μαθητών μεταξύ των ομάδων και ποιοι τελικά είναι αυτοί που αλλάζουν. Και οι δύο ομάδες ως επί τον πλείστον ενώ στο **προ τεστ** αναπτύσσουν ένα μόνο τρόπο εκτιμητικής μεθόδου για να λύσουν το παρόν υπολογιστικό πρόβλημα (12/16 και οι δύο ομάδες), στο **μετά-τεστ** χρησιμοποιούν δύο τρόπους (11/16 έναντι 12/16).

Χαρακτηριστικά, όσον αφορά την ομάδα με ταμπλέτες, στο **προ-τεστ** η στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα αναπτύσσεται από το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών (10/16) ενώ στο **μετά-τεστ** οι μαθητές διαχωρίζονται ισόποσα (5/16) μεταξύ τριών εκτιμητικών μεθόδων είτε εκτελούν μόνο στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα, είτε στρογγυλοποίηση αριθμών και ομαδοποίηση συμβατών αριθμών, είτε στρογγυλοποίηση αριθμών και ακριβή υπολογισμό.

Από την άλλη πλευρά, στην ομάδα της παραδοσιακής διδασκαλίας, η πλειονότητα των μαθητών ενώ φαίνεται ότι μοιράζεται μεταξύ δύο επιλογών στο **προ-τεστ** (ακριβής υπολογισμός 6/16 - στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα 5/16), στο **μετά-τεστ** οι μισοί (8/16) εκτελούν στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα και ομαδοποίηση συμβατών αριθμών.

Συνολικά, από τα στατιστικά δεδομένα που εξήχθησαν από το Α' Μέρος και των δύο ερωτηματολογίων, το οποίο εστιάζει στις στρατηγικές που χρησιμοποιούν κάθε φορά οι μαθητές που συμμετείχαν στην όλη έρευνα, είναι δυνατόν να εξαχθούν και ποιοτικά δεδομένα. Αυτά δείχνουν κατά πόσο άλλαξαν τελικά οι εκτιμητικές

στρατηγικές του/της κάθε μαθητή/τριας και ποιοι κατάφεραν να αλλάξουν εκτιμητικούς τρόπους σκέψης.

Αρχικά, πρέπει να επισημανθεί πως αναδεικνύονται **τέσσερις (4) ίδιες κατηγορίες εξέλιξης** των εκτιμητικών στρατηγικών των μαθητών και στις δύο συνθήκες αντίστοιχα.

Στην ομάδα ελέγχου (παραδοσιακή διδασκαλία) παρατηρείται ότι οι μαθητές, ανάλογα με το πόσο άλλαξαν τις κατ' εκτίμηση στρατηγικές τους, διαχωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

1. Η διδασκαλία **δεν επηρέασε** τις κατ' εκτίμηση στρατηγικές που ακολουθούσε εξαρχής ο/η μαθητής/τρια, με αποτέλεσμα ο **ακριβής υπολογισμός** και η **στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα/χιλιάδα** να παραμένουν οι ίδιες “εκτιμητικές” στρατηγικές που ακολουθούν τελικά οι παρακάτω μαθητές:

- αγόρι 24/9/2007 → ομάδα 1
- κορίτσι 28/1/2007 → ομάδα 5
- κορίτσι 10/8/2007 → ομάδα 8: Προς έκπληξη της ερευνήτριας η μαθήτρια αυτή συνεχίζει μεν να χρησιμοποιεί τον κάθετο/οριζόντιο ακριβή υπολογισμό πιστεύοντας ότι είναι ένας εκτιμητικός τρόπος σκέψης, ενώ ταυτόχρονα τελικά προβαίνει επιτυχώς σε ομαδοποιήσεις συμβατών αριθμών.

2. Η πειραματική διδασκαλία κατάφερε τελικά να **απομακρύνει τον/την μαθητή/τρια από τον ακριβή υπολογισμό** ποσοτήτων/τιμών, στρέφοντάς τον/την προς την **στρογγυλοποίηση** ως στρατηγική υπολογισμού κατά προσέγγιση αριθμών.

- αγόρι 17/3/2007 → ομάδα 4
- αγόρι 1/8/2007 → ομάδα 6: Ακόμη, ο μαθητής μπορεί να αναγνωρίζει και επιλέγει ως εκτιμητική στρατηγική και **ομαδοποίηση αριθμών** (έστω και κατά σειρά!)
- αγόρι 17/3/2007 → ομάδα 6: Ο μαθητής αυτός συνεχίζει μεν να εκτελεί ακριβείς αριθμητικές πράξεις *ομαδοποιώντας όμως τελικά τα εκάστοτε ποσά*. Επίσης, φαίνεται μια θετική εξέλιξη αυτού κατά το *σχηματισμό ορθότερων στρογγυλοποιήσεων* (αρχικά χωρίς κανόνα, τελικά βάσει κανόνα του 5 και της περίπτωσης)
- αγόρι 1/4/2007 → ομάδα 7
- αγόρι 19/6/2007 → ομάδα 7: Τελικά αναγνωρίζει και επιλέγει ως εκτιμητικές στρατηγικές και το **μέσο όρο** και εκτελεί επιτυχώς **ομαδοποιήσεις συμβατών αριθμών**
- κορίτσι 16/12/2007 → ομάδα 8: Η μαθήτρια είναι ικανή να εκτελεί *ορθότερα στρογγυλοποιήσεις* αριθμών (στην πλησιέστερη δεκάδα/χιλιάδα) και να *ομαδοποιεί τους αριθμούς έστω και κατά σειρά* γραμμένους.

3. Ο τρόπος εκτίμησης του/της μαθητή/τριας άλλαξε, ξεκινώντας και ξεπερνώντας τον κάθετο ακριβή υπολογισμό και καταλήγει στη **στρογγυλοποίηση και την ομαδοποίηση συμβατών αριθμών**

- αγόρι 15/3/2007 → ομάδα 1
- κορίτσι 12/3/2007 → ομάδα 2
- κορίτσι 2/5/2007 → ομάδα 2
- αγόρι 17/9/2007 → ομάδα 3
- αγόρι 19/9/2007 → ομάδα 3
- αγόρι 25/9/2007 → ομάδα 5

4. Η πειραματική διδασκαλία κατάφερε να πείσει ότι ο **κάθετος ακριβής υπολογισμός δεν αποτελεί** εκτιμητικό τρόπο σκέψης και να **εμπλουτίσει τις ήδη υπάρχουσες διαφορετικές εκτιμητικές στρατηγικές** που κατέχει ο/η μαθητής/τρια:

- αγόρι 28/12/2007 → ομάδα 4: Ο μαθητής αυτός κατάφερε να εμπλουτίσει τους τρόπους εκτίμησης που είχε (στρογγυλοποίηση & ομαδοποίηση αριθμών κατά σειρά) καταφέροντας τελικά να εκτελεί επιτυχώς και ομαδοποιήσεις συμβατών αριθμών

Στις ίδιες κατηγορίες παρατηρείται πως εμπίπτουν και οι μαθητές της πειραματικής συνθήκης (ταμπλέτες):

1. Η διδασκαλία *δεν επηρέασε* τις κατ' εκτίμηση στρατηγικές που ακολουθούσε εξ αρχής ο/η μαθητής/τρια με αποτέλεσμα ο **ακριβής υπολογισμός** και η **στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα/χιλιάδα** να παραμένουν οι ίδιες “εκτιμητικές” στρατηγικές που ακολουθούν τελικά οι παρακάτω μαθητές:

- αγόρι 13/7/2007 → ομάδα 1
- κορίτσι 23/4/2007 → ομάδα 2
- κορίτσι 14/11/2007 → ομάδα 3: Επίσης συνεχίζει εκτελεί επιτυχώς και **ομαδοποιήσεις στρογγυλοποιημένων αριθμών.**
- αγόρι 5/4/2007 → ομάδα 4
- κορίτσι 10/1/2007 → ομάδα 6

2. Η πειραματική διδασκαλία κατάφερε τελικά να **απομακρύνει τον/την μαθητή/τρια από τον ακριβή υπολογισμό** ποσοτήτων/τιμών, στρέφοντάς τον/την προς την **στρογγυλοποίηση** ως στρατηγική υπολογισμού κατά προσέγγιση αριθμών.

- κορίτσι 22/1/2007 → ομάδα 2
- κορίτσι 1/12/2007 → ομάδα 3: Τελικά αναγνωρίζει και επιλέγει ως εκτιμητικές στρατηγικές και το **μέσο όρο** και την **ομαδοποίηση αριθμών** (έστω και κατά σειρά!).
- αγόρι 27/4/2007 → ομάδα 4: Επίσης, πλέον επιλέγει και την εκτιμητική στρατηγική του **μέσου όρου.**
- κορίτσι 4/2/2007 → ομάδα 6
- κορίτσι 16/2/2007 → ομάδα 8

3. Ο τρόπος εκτίμησης του/της μαθητή/τριας άλλαξε, ξεκινώντας από και ξεπερνώντας τον κάθετο ακριβή υπολογισμό και καταλήγει στη **στρογγυλοποίηση και στην ομαδοποίηση συμβατών αριθμών**
- αγόρι 13/10/2007 → ομάδα 1
 - αγόρι 29/9/2007 → ομάδα 5
 - αγόρι 25/4/2007 → ομάδα 7
 - αγόρι 25/1/2007 → ομάδα 7
 - κορίτσι 22/5/2007 → ομάδα 8
4. Η πειραματική διδασκαλία κατάφερε να πείσει ότι ο **κάθετος ακριβής υπολογισμός δεν αποτελεί** εκτιμητικό τρόπο σκέψης και να **εμπλουτίσει τις ήδη υπάρχουσες διαφορετικές εκτιμητικές στρατηγικές** που κατέχει ο/η μαθητής/τρια:
- Αγόρι 27/2/2007 → ομάδα 5: Ο μαθητής αυτός φαίνεται πως χρησιμοποιούσε τόσο στρογγυλοποίηση όσο και την ομαδοποίηση αριθμών κατά σειρά (βάζει παρενθέσεις) εξαρχής.

Ανάλυση Β' Μέρους Ερωτηματολογίου-A & Ερωτηματολογίου-B

Ερωτημ-A:1a. Για την ημερήσια εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 864€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 8€. *Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;*

Ερωτημ-B: 1a. Για την εκπαιδευτική εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 632€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 7€. *Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;*

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		Για την ημερήσια εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 864€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 8€. Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;			Για την εκπαιδευτική εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 632€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 7€. Πόσοι περίπου μαθητές θα πάνε εκδρομή;		
		i. περίπου 100μαθητές	ii. γύρω στους 110μαθητές	iii. κοντά στους 86μαθητές	i. περίπου 100μαθητές	ii. γύρω στους 90μαθητές	iii. κοντά στους 80μαθητές
focus group	tablets	8	7	1	3	13	0
or trial group	traditional	2	12	2	1	13	2
Total		10	19	3	4	26	2

Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα και όσον αφορά το μαθηματικό πρόβλημα του ερωτηματολογίου-A παρατηρείται μια σχεδόν ισοκατανομή των μαθητών που ανήκουν στην πειραματική ομάδα των τάμπλετ μεταξύ της 1^{ης} και 2^{ης} απάντησης (i. 8/16, ii. 7/16) ενώ, η πλειονότητα των μαθητών που παρακολούθησαν την παραδοσιακή διδασκαλία επιλέγουν με πλειοψηφία τη 2^η απάντηση (ii. 12/16). Σε παρόμοιο μαθηματικό πρόβλημα του ερωτηματολογίου-B η 2^η απάντηση (ii. γύρω στους 90 μαθητές) επιλέγεται από την πλειοψηφία και των δύο πειραματικών ομάδων. Γίνεται αντιληπτό ότι οι επιλογές των μαθητών της πειραματικής ομάδας των τάμπλετ στο προ-τεστ κυμαίνονται μεταξύ δύο απαντήσεων. Στο μετά-τεστ, όμως, τα δεδομένα αλλάζουν καθώς οι περισσότεροι διαλέγουν τη 2^η και ορθή απάντηση. Στον αντίποδα βρίσκεται η ομάδα της παραδοσιακής διδασκαλίας η οποία και στα δύο ερωτηματολόγια-A και B σημειώνει με πλειοψηφία τη 2^η επιλογή ως τη σωστή.

Ερωτημ-A:1b. Από τα **13,46€** που είχα στο πορτοφόλι μου, **ξόδεψα τα 11,05€**. *Μου έμειναν:*

Ερωτημ-B: 1b. Από τα **55,46€** που είχα στον κουμπαρά μου, **ξόδεψα τα 53,05€**. Μου έμειναν:

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		Από τα 13,46€ που είχα στο πορτοφόλι μου, ξόδεψα τα 11,05€ . Μου έμειναν:			Από τα 55,46€ που είχα στον κουμπαρά μου, ξόδεψα τα 53,05€ . Μου έμειναν:		
		i. 1.50€	ii.2€	iii.2,50€	i. 1.50€	ii.2€	ii. 2,50€
focus group or	Tablets	4	3	9	2	5	9
trial group	traditional	5	2	9	0	4	12
Total		9	5	18	2	9	21

Στον παραπάνω πίνακα γίνεται διακριτό ότι στο **προ-τεστ** από το σύνολο των μαθητών της ομάδας των τάμπλετ σχεδόν οι μισοί θεωρούν ως σωστή απάντηση την 3^η (9/16) και οι άλλοι μισοί μοιράζονται διαλέγοντας την 1^η και τη 2^η (i. 4/16, ii. 3/16). Όσον αφορά την άλλη ομάδα και πάλι σχεδόν οι μισοί επιλέγουν την 3^η απάντηση (9/16).

Στο **μετά-τεστ** πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ η ομάδα των τάμπλετ δεν παρουσιάζει κάποια ιδιαίτερη διαφορά καθώς και πάλι οι μισοί μαθητές επιλέγουν την 3^η απάντηση (9/16), η ομάδα όμως της παραδοσιακής διδασκαλίας φαίνεται ότι τώρα επιλέγει με πλειοψηφία την 3^η και σωστή απάντηση (12/16).

Ερωτημ-A: 1c. Ο παππούς του Ταμέρ έχει πορτοκαλεώνες. Για τον Μάρτιο μαζεύτηκαν 742 κιλά πορτοκάλια, ενώ τον Απρίλιο μόνο 589 κιλά. *Πόσα κιλά πορτοκάλια μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;*

Ερωτημ-B: 1c. Ο παππούς της Δέσποινας έχει ελαιώνες. Για τον Νοέμβριο μαζεύτηκαν 349 κιλά ελιές, ενώ το Δεκέμβριο 492 κιλά. *Πόσα κιλά ελιές μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;*

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		Ο παππούς του Ταμέρ έχει πορτοκαλεώνες. Για το Μάρτιο μαζεύτηκαν 742κιλά, Απρίλιο 589κιλά. Πόσα κιλά μαζεύτηκαν περίπου συνολικά;			Ο παππούς της Δέσποινας έχει ελαιώνες. Για το Νοέμβριο μαζεύτηκαν 349κιλά, Δεκέμβριο 492κιλά. Πόσα κιλά μαζεύτηκαν περίπου συνολικά;		
		i. πάνω από 1.000κιλά	ii. περίπου 1.500κιλά	iii. λιγότερα από 2.000κιλά	i. πάνω από 700κιλά	ii. περίπου 850κιλά	iii. λιγότερα από 1.000κιλά
focus group	tablets	4	10	2	3	12	1
or trial group	traditional	3	13	0	3	12	1
Total		7	23	2	6	24	2

Στην ερώτηση του ερωτηματολογίου-A που δείχνει ο πίνακας, οι 10 από τους 16 μαθητές που συμμετείχαν στη διδασκαλία μέσω τάμπλετ και οι 13 από τους 16 μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας επιλέγουν ορθώς ότι η σωστή απάντηση είναι η 2^η (ii. *Περίπου 1500κιλά*).

Σε αντίστοιχη ερώτηση του ερωτηματολογίου-B (παρόλο που τα δεδομένα έχουν αλλάξει) πάλι οι περισσότεροι και από τις δύο ομάδες (12/16, 12/16) εξακολουθούν να απαντούν σωστά (ii. *Περίπου 850 κιλά*) γεγονός που δείχνει ότι επιτελούν σωστά την όποια εκτιμητική στρατηγική αναπτύσσουν (ίσως στρογγυλοποιήσεις στην κοντινότερη δεκάδα και εκατοντάδα, ίσως ειδικούς αριθμούς, ίσως εμπρόσθιο άκρο).

Ερωτημ-A:1d. Το 48% των 425 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. **Τα αγόρια είναι περίπου:**

Ερωτημ-B: 1d. Το 48% των 163 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. **Τα αγόρια είναι περίπου:**

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		Το 48% των 425 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. Τα αγόρια είναι περίπου::			Το 48% των 163 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. Τα αγόρια είναι περίπου:		
		i.210	ii.200	iii.225	i.70	ii.100	iii.80
focus group or	Tablets	9	4	3	5	4	7
trial group	traditional	11	4	1	4	1	10
Total		20	8	4	9	5	17

Στο συγκεκριμένο πίνακα, όπου το ένα δεδομένο έχει τη μορφή ποσοστού, γίνεται αντιληπτό ότι σχεδόν οι μισοί μαθητές (9/16) της ομάδας με τα τάμπλετ επιλέγουν την 1^η απάντηση. Ωστόσο η ομάδα της παραδοσιακής διδασκαλίας φαίνεται να υπερτερεί καθώς περισσότεροι από τους μισούς (11/16) επιλέγουν την ίδια απάντηση στο προ-τεστ. Στο μετα-τεστ, όσον αφορά την πρώτη ομάδα μαθητών οι απόψεις για τη σωστή απάντηση σχεδόν μοιράζονται μεταξύ πρώτης (5/16) και τρίτης απάντησης (7/16) και όσον αφορά τη δεύτερη ομάδα λίγο περισσότεροι από τους μισούς μαθητές (10/16) που την απαρτίζουν επιλέγουν την 3^η απάντηση.

Παρατηρείται λοιπόν ότι ενώ η ομάδα της παραδοσιακής διδασκαλίας φαίνεται να έχει σταθερότητα ως προς την επιλογή της σωστής απάντησης τόσο στο προ-τεστ όσο και στο μετά-τεστ, οι μισοί, όμως, μαθητές των τάμπλετ στο μετά-τεστ φαίνεται να μοιράζονται μεταξύ δύο απαντήσεων μη διαχειριζόμενοι σωστά την μετατροπή του 48% σε 50%, δηλαδή στο μισό.

Ερωτημ-A: 1e. Πόσο περίπου κάνει $18 \div 2,98 \approx$;

Ερωτημ-B: 1e. Πόσο περίπου κάνει $28 \div 2,07 \approx$;

		Ερωτηματολόγιο-A				Ερωτηματολόγιο-B			
		Πόσο περίπου είναι $18/2,98$;				Πόσο περίπου κάνει $28/2,07$;			
		i. 15	ii. 10	iii. 6	6	i. 14	ii. 20	iii. 26	11
focus group	tablets	4	3	8	0	14	1	1	0
or trial group	traditional	2	3	10	1	14	1	0	1
Total		6	6	18	1	28	2	1	1

Στην ερώτηση «Πόσο περίπου είναι $18 / 2,98$;» οι 8 από τους 15 μαθητές που συμμετείχαν στην ομάδα των τάμπλετ απαντούν τον αριθμό 6 ενώ οι υπόλοιποι μοιράζονται στις απαντήσεις 15 και 10. Οι μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας στη πλειοψηφία τους (10/16) διαλέγουν ως απάντηση στην ερώτηση τον αριθμό 6.

Στην ερώτηση «πόσο περίπου κάνει $28 / 2,07$;» και οι δύο ομάδες ως επί το πλείστον (14/16) απαντούν ότι η σωστή επιλογή είναι η 1^η γεγονός που δείχνει ότι καταφέρνουν να διαχειριστούν τους δεκαδικούς και να τους στρογγυλοποιήσουν στην πλησιέστερη μονάδα.

Ερωτημ-A: 2. Ο Γιώργος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν **32 κιλά πορτοκάλια πρέπει να μοιραστούν σε 16 καλάθια**, τότε κάθε καλάθι θα έχει **περίπου 30κιλά \div 20καλάθια = 1,5 κιλά πορτοκάλια**. Η εκτίμηση του Γιώργου είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη πιστεύεις της ακριβούς απάντησης;.... Η Βάσω πιστεύει ότι κάθε τελάρο θα έχει **περίπου 30κιλά \div 15καλάθια = 2 κιλά πορτοκάλια**. Ποιανού πιστεύεις ότι είναι πιο ορθή εκτίμηση και γιατί;

Ερωτημ-B: 2. Ο Νίκος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν **44 κιλά μήλα πρέπει να μοιραστούν σε 14 καλάθια**, τότε κάθε τελάρο θα έχει περίπου $45 \div 15 = 3$ **κιλά μήλα**. Η εκτίμηση του Νίκου ($45 \div 15$) είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη πιστεύεις της ακριβούς απάντησης ($44 \div 14$) ;... Η Ειρήνη πιστεύει ότι κάθε τελάρο θα έχει περίπου $40 \div 10 = 4$ **κιλά μήλα**. Ποιανού πιστεύεις ότι είναι πιο ορθή εκτίμηση και γιατί;

Ερωτηματολόγιο-A

		Ο Γιώργος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν 32κιλά πορτοκάλια πρέπει να μοιραστούν σε 16 καλάθια, τότε περίπου $30 \div 16 = 1,5$ καλάθια		Ο Γιώργος εκτιμά περίπου $30 \div 15 = 2$ καλάθια, η Βάσως περίπου $30 \div 15 = 2$ καλάθια. Ποιανού η πιο ορθή εκτίμηση;	
		i. εκτίμηση μικρότερη της ακριβούς απάντησης	ii. εκτίμηση μεγαλύτερη της ακριβούς απάντησης	Βάσως	Γιώργου
focus group	tablets	5	11	15	1
or trial group	traditional	7	9	13	3
Total		12	20	28	4

Ερωτηματολόγιο-B

		Ο Νίκος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν 44κιλά μήλα πρέπει να μοιραστούν σε 14 καλάθια, τότε περίπου $45 \div 14 = 3,2$ καλάθια		Ο Νίκος εκτιμά περίπου $45 \div 15 = 3$ καλάθια, η Ειρήνη περίπου $40 \div 10 = 4$ καλάθια. Ποιανού η πιο ορθή εκτίμηση;	
		i. εκτίμηση μικρότερη της ακριβούς απάντησης	ii. εκτίμηση μεγαλύτερη της ακριβούς απάντησης	Ειρήνης	Νίκου
focus group	tablets	10	6	8	8
or trial group	traditional	12	4	8	8
Total		22	10	16	16

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα μπορεί να ειπωθεί ότι στη συγκεκριμένη ερώτηση του **ερωτηματολογίου-A** οι λιγότεροι μαθητές της ομάδας με τα τάμπλετ ($5/16$) επιλέγουν τη σωστή απάντηση (i. *εκτίμηση μικρότερη της ακριβούς απάντησης*) ενώ παράλληλα η δεύτερη ομάδα μαθητών σχεδόν μοιράζεται μεταξύ των δύο απαντήσεων ($7/16$ & $9/16$). Σε ανάλογη ερώτηση του **ερωτηματολογίου-B** οι μαθητές και των δύο διερευνητικών ομάδων φαίνεται να διενεργούν πιο σωστά τους υπολογισμούς με εκτίμηση και να διαλέγουν την ορθή απάντηση που είναι η 1^η (i. *εκτίμηση μικρότερη της ακριβούς απάντησης*, $10/16$ & $12/16$).

Σχετικά με το υπο-ερώτημα τόσο του προ-τεστ όσο και του **μετα-τεστ** φαίνεται ότι τα αποτελέσματα μας δείχνουν μια αντίστροφη κατάσταση σε σχέση με το βασικό ερώτημα. Στο υπο-ερώτημα του **προ-τεστ** και οι δύο ομάδες κατά κόρον διαλέγουν πράγματι ως ορθή απάντηση «τη Βάσως», ενώ στο αντίστοιχο του μετά-τεστ παρατηρείται μια ισοκατανομή των απαντήσεων.

Ερωτημ-A: 3. 1 κιλό αχλάδια στοιχίζει 1,65€. **Αν έχεις 8€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά αχλάδια;** (κύκλωσε την απάντηση)... **Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 5 κιλά αχλάδια;** (κύκλωσε την απάντηση)

Ερωτημ-B: 3. 1 κιλό μανταρίνια στοιχίζει 2,45€. **Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά μανταρίνια;** (κύκλωσε την απάντηση)... **Αν έχεις 15€, μπορείς να αγοράσεις 8 κιλά μανταρίνια;** (κύκλωσε την απάντηση)

Ερωτηματολόγιο-Α

		1 κιλό αχλάδια στοιχίζει 1,65€. Αν έχεις 8€, μπορείς να αγοράσεις 4κιλά αχλάδια;		1 κιλό αχλάδια στοιχίζει 1,65€. Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 5κιλά αχλάδια;	
		ναι	όχι	ναι	όχι
focus group or trial group	tablets	13	3	10	5
	traditional	13	3	14	2
Total		26	6	24	7

Ερωτηματολόγιο-Β

		1 κιλό μανταρίνια στοιχίζει 2,45€. Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 4κιλά μανταρίνια;		1 κιλό μανταρίνια στοιχίζει 2,45€. Αν έχεις 15€, μπορείς να αγοράσεις 8κιλά μανταρίνια;	
		ναι	όχι	ναι	όχι
focus group or trial group	tablets	14	2	1	15
	traditional	14	2	2	14
Total		28	4	3	29

Στην κλειστού τύπου ερώτηση και υπο-ερώτηση του **προ-τεστ** αλλά και του **μετά-τεστ** τα αποτελέσματα φανερώνουν ότι η πλειονότητα των μαθητών και των δύο ομάδων επιλέγει τη σωστή απάντηση. Πιο συγκεκριμένα στο κύριο ερώτημα του **προ-τεστ** οι 26 (13 από κάθε ομάδα) από τους 32 μαθητές των δύο διαφορετικών ομάδων αλλά και στο **μετά-τεστ** οι 28 (14 από κάθε ομάδα) από τους 32 διαλέγουν σωστά την απάντηση «ναι». Στο υπο-ερώτημα του **προ-τεστ** οι 24 (10/15 & 14/16) από τους 31 διαλέγουν επίσης ορθά την απάντηση «ναι», ενώ στο **μετά-τεστ** οι 29 (15/16 & 14/16) από τους 32 διαλέγουν ως σωστή απάντηση το «όχι».

Ερωτημ-Α: 4. • **10€ δεν μου αρκούν** για να πάρω οδοντόκρεμα (2,92€), αφρόλουτρο (3€), σφουγγάρι (1,60€) και σαμπουάν (2,09€).

Ερωτημ-Β: 4. • **10€ μου αρκούν** για να πάρω μαρκαδόρους (3,99€), τετράδιο (2,60€), διορθωτικό (2,40€) και φάκελο (0,89€)

		Ερωτηματολόγιο-Α		Ερωτηματολόγιο-Β	
		10€ δεν μου αρκούν να πάρω οδοντόκρεμα 2,92€, αφρόλουτρο 3€, σφουγγάρι 1,60€, σαμπουάν 2,09€		10€ μου αρκούν για να πάρω μαρκαδόρους 3,99€, τετράδιο 2,60€, διορθωτικό 2,40€, φάκελο 0,89€	
		ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
focus group or trial group	tablets	4	8	14	2
	traditional	2	11	14	2
Total		6	19	28	4

Μια ακόμη ερώτηση του **ερωτηματολογίου-Α και Β**, όπως φαίνεται παραπάνω, ήταν κλειστού τύπου που αυτή την φορά έπρεπε να απαντηθεί με το ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ. Στο **προ-τεστ** οι 8 από τους 12 μαθητές της ομάδας των τάμπλετ και οι 11 από τους 13 της ομάδας της παραδοσιακής διδασκαλίας επιλέγουν την απάντηση «ΛΑΘΟΣ». Είναι θεμιτό να αναφερθεί ότι στη συγκεκριμένη ερώτηση δεν απάντησαν μερικοί μαθητές και των δύο ομάδων καθώς ανήκε στην ομάδα εκείνων των ερωτήσεων που όφειλαν οι μαθητές να απαντήσουν σε μικρότερο χρονικό διάστημα.

Σε αντίθεση με το **προ-τεστ**, στο μετά-τεστ παρατηρείται ότι οι μαθητές και των δύο ομάδων απαντά σωστά στην πλειονότητά (14/16) τους επιλέγοντας την απάντηση «ΣΩΣΤΟ»

Ερωτημ-Α: 4. • $5 * 82 \rightarrow$ περίπου 400;

Ερωτημ-B: 4. • $9 * 78 \rightarrow$ περίπου 630;

		Ερωτηματολόγιο-A		Ερωτηματολόγιο-B	
		5*82--> περίπου 400;	ΛΑΘΟΣ	9*78 --> περίπου 630;	ΛΑΘΟΣ
focus group	tablets	11	2	4	12
or trial group	traditional	12	2	7	9
Total		23	4	11	21

Όπως και στην προηγούμενη ερώτηση του **προ-τεστ** μπορεί να εντοπίσει κάποιους ότι κάποιιοι μαθητές των δύο ομάδων δεν πρόλαβαν να δώσουν απάντηση. Ωστόσο ο πίνακας συχνοτήτων μας δείχνει ότι και οι δύο ομάδες κυκλώνουν τη σωστή απάντηση και μάλιστα οι περισσότεροι από τους μισούς (11/13 & 12/14). Στην περίπτωση του **μετά-τεστ** οι περισσότεροι από τους μαθητές της ομάδας των τάμπλετ συνεχίζει να εντοπίζει τη σωστή απάντηση. Όμως, οι απαντήσεις των μαθητών της παραδοσιακής διδασκαλίας μοιάζουν να μοιράζονται ανάμεσα στο ΣΩΣΤΟ και το ΛΑΘΟΣ (ΣΩΣΤΟ: 7/16 & ΛΑΘΟΣ:9/16).

Ερωτημ-A: 5. • Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε: περίπου **πόσο κάνει το γινόμενο $51*0,49$**

Ερωτημ-B: 5. • Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε: περίπου **πόσο κάνει το γινόμενο $101*1,09$** ;

		Ερωτηματολόγιο-A			Ερωτηματολόγιο-B		
		περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $51*0,49$;	περισσότερο από 25	περίπου 25	περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $101*1,09$;	περισσότερο από 100	περίπου 100
focus group	tablets	1	11	1	3	11	2
or trial group	traditional	1	12	1	6	7	3
Total		2	23	2	9	18	5

Στην ερώτηση του **προ-τεστ** «περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $51*0,49$;» οι περισσότεροι μαθητές και της ομάδας με τη χρήση τεχνολογίας και της ομάδας με την παραδοσιακή διδασκαλία κυκλώνουν τη σωστή απάντηση «περίπου 25». Όπως μπορεί να εντοπιστεί από τον παραπάνω πίνακα και εδώ υπάρχουν κάποιιοι μαθητές που δεν έδωσαν απάντηση. Στο **μετά-τεστ** διαπιστώνεται πως παραπάνω από τους μισούς μαθητές που χρησιμοποίησαν τα τάμπλετ, η πλειοψηφία δηλαδή, επιλέγουν τη σωστή απάντηση «περίπου 100» στην ερώτηση «περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $101*1,09$ ». Οι μαθητές, όμως, της παραδοσιακής διδασκαλίας κυμαίνονται μεταξύ της 1^{ης} (6/16) και της 2^{ης} (7/16) απάντησης.

Μεταξύ **προ-τεστ** και **μετά-τεστ** η πρώτη ομάδα παρουσιάζει μια σταθερότητα ως προς την επιλογή της σωστής απάντησης κάτι το οποίο δε φαίνεται να γίνεται με τη δεύτερη ομάδα.

Ερωτημ-A: 5. • Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε: περίπου **ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο; $17*42$ ή $714*0,54$**

Ερωτημ-B: 5. • Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε: περίπου **ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο; $3,05*4$ ή $3,05*0,50$**

		Ερωτηματολόγιο-A		Ερωτηματολόγιο-B	
		ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;		ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;	
		17*42	714*0,54	3,05*4	3,05*0,50
focus group	tablets	7	9	13	3
or trial group	traditional	9	5	14	2
Total		16	14	27	5

Τέλος, ο παραπάνω πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα της τελευταίας ερώτησης του προ και μετά-τεστ. Στη ερώτηση του **ερωτηματολογίου-A** οι μαθητές της πρώτης ομάδας φαίνεται ότι σχεδόν μοιράζονται ανάμεσα στις δύο απαντήσεις με μια μικρή υπεροχή στη δεύτερη (9/16) και ότι παραπάνω από τους μισούς μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός 17*42 έχει μεγαλύτερο γινόμενο από το 714*0,54. Σε αντίστοιχη ερώτηση του **ερωτηματολογίου-B** η πλειοψηφία πλέον και των δύο ομάδων (13/16 & 14/16) δέχεται ως σωστή απάντηση ότι το γινόμενο του 3,05*4 είναι μεγαλύτερο από το γινόμενο 3,05*0,50.

Στατιστικά αποτελέσματα ερωτηματολογίου στάσεων (αξιολόγησης της εφαρμογής)

Για την εκτίμηση της αξιοπιστίας των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης Cronbach's α . Ο δείκτης αυτός παίρνει τιμές από 0 έως και 1, με τα δεδομένα να θεωρούνται αξιόπιστα αν αυτός ξεπερνάει την τιμή 0,70. Η τιμή του δείκτη αυτού αυξάνεται παράλληλα με την αύξηση της συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων. Σαφέστερα, με τη χρήση του δείκτη αυτού μπορούμε να βρούμε ποιά από τα δεδομένα είναι συναφή και συνεπή μεταξύ τους και ποιά όχι. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να εντοπίσουμε τα δεδομένα που είναι πραγματικά χρήσιμα για την έρευνα και την στατιστική ανάλυση μας, και ποιά από τα δεδομένα αποτελούν κάποιο είδος "θορύβου" που επηρεάζει αρνητικά το δείγμα. Οι τιμές Cronbach α που υπολογίστηκαν για τις μεταβλητές μας δηλώνουν μέτρια έως καλή αξιοπιστία των αποτελεσμάτων όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα:

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Cronbach's α
Easiness	16	3,33	7,00	5,7917	1,05321	0,87
Focus	16	1,00	7,00	5,2917	1,40304	0,94
Enjoyment	16	3,33	7,00	5,9792	1,08504	0,73
Perceived Learning	16	4,00	7,00	5,4063	,91686	0,79
PQ	16	4,00	6,50	5,4063	,68845	0,72
HQ_I	16	4,33	7,00	6,1250	,63099	0,74
Hedonic_Stimulation	16	3,00	7,00	6,1458	1,17989	0,90

Μετά την εξακρίβωση της αξιοπιστίας των δεδομένων και τον υπολογισμό όλων των μέσων τιμών δημιουργήσαμε τις μεταβλητές που προαναφέραμε στην υποενότητα της μεθοδολογίας και υπολογίσαμε τις μέσες τιμές τους. Από τις τιμές

αυτές καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η εφαρμογή αξιολογήθηκε με πολύ υψηλή βαθμολογία με τις μέσες τιμές να ξεπερνάνε την τιμή 5.

Ιδιαίτερα υψηλή είναι η μέση τιμή της μεταβλητής HQ-S (6,14) που σημαίνει πως οι χρήστες θεωρούν την εφαρμογή εξαιρετικά διεγερτική, δημιουργική και ενδιαφέρουσα ενώ προκαλεί και τον ενθουσιασμό τους. Η υψηλή μέση τιμή της αυτοτέλειας (enjoyment :μέση τιμή 5,97) δείχνει πως η εμπειρία ήταν πραγματικά ικανοποιητική και απολαυστική για τον κάθε χρήστη. Η HQ-I (μέση τιμή 6,12) δείχνει ότι το σύστημα θεωρήθηκε ιδιαίτερα ελκυστικό και εξαιρετικά ποιοτικό ενώ η συγκέντρωση της προσοχής (focus: μέση τιμή 5,29) φανερώνει ένα σύστημα που "απορροφά" τον χρήστη. Από την άλλη η ρεαλιστική ποιότητα PQ (μέση τιμή 5,40) αποδεικνύει μία εξαιρετικά ικανοποιητική εμπειρία χρήστη ως προς την επίτευξη των στόχων του ενώ η απλότητα της εφαρμογής και η ευκολία χρήσης της (easiness: μέση τιμή 5,79) προσδίδει μία αξιοσημείωτη φυσικότητα στην διεπαφή. Τέλος, η έντονη επιθυμία των παιδιών για χρήση του συστήματος στο σχολείο, δηλαδή ότι οι μαθητές απάντησαν πως θα ήθελαν να χρησιμοποιούν την εφαρμογή πολύ συχνά(perceived learning: μέση τιμή 5,40) φανερώνει την γενικότερη υψηλή εκτίμηση των χρηστών όσον αφορά στην ελκυστικότητα αλλά και στη χρησιμότητα του συστήματος, οδηγώντας έτσι στο συμπέρασμα πως το σύστημα είναι επιτυχές, αρεστό και επιθυμητό από τα παιδιά

Ανάλυση τελικών συλλογικών συζητήσεων

Όπως σημειώθηκε σε προηγούμενη υποενότητα, δεδομένα για τις στάσεις, τις απόψεις των μαθητών για την όλη συμμετοχή τους στην παρούσα έρευνα συλλέχθηκαν και από τις **συλλογικές συζητήσεις** που έλαβαν χώρα στο τέλος των διδασκαλιών τα οποία θα παρουσιαστούν περιγραφικά εδώ.

Με την ολοκλήρωση και του ερωτηματολογίου στάσεων, οι μαθητές που εργάστηκαν με τις ταμπλέτες παραχώρησαν λίγα από το διάλειμμά τους στην ερευνήτρια, προκειμένου να απαντήσουν σε κάποιες γενικές ερωτήσεις σχολιασμού της όλης εμπειρίας τους. Ομοίως στο τέλος της παραδοσιακής διδασκαλίας, αφού οι μαθητές ολοκλήρωσαν και την συμπλήρωση του ερωτηματολογίου-B, προέβηκαν σε μια **ολιγόλεπτη συζήτηση** με την ερευνήτρια σχολιάζοντας την όλη εμπειρία που είχαν.

Στην **1^η ερώτηση** («Σε πόσους άρεσαν οι διδασκαλίες που προηγήθηκαν; Τι σας άρεσε συγκεκριμένα; Γιατί;»), η συντριπτική πλειοψηφία των **μαθητών με τις ταμπλέτες** απάντησαν θετικά, σχολιάζοντας αρχικά την χρήση των ταμπλετών, την πρωτοφανή και καινοτόμα ενασχόλησή τους με τα αλληλεπιδραστικά βίντεο («...δεν έχουμε ξανακάνει κάτι τέτοιο... ήταν "πρώτο"... έμοιαζε με απλό βίντεο, αλλά ήταν ένα μάθημα, με ερωτήσεις και ασκήσεις...»), την αυτόνομη εργασία τους με τις ταμπλέτες, το γεγονός δηλαδή ότι η κάθε ομάδα δούλευε εξατομικευμένα, καθορίζοντας η ίδια το ρυθμό παρακολούθησης των βίντεο. Στην ίδια ερώτηση οι απαντήσεις των μαθητών κατά την **παραδοσιακή διδασκαλία** διχάζονται. Οι 10 από τους 16 απάντησαν θετικά, δικαιολογώντας την άποψή τους αυτή αναφέροντας ότι «δεν ήταν Γλώσσα το θέμα, πάλι καλά...», «Δεν χρησιμοποιήσαμε το βιβλίο και το

τετράδιό μας...», «τα βίντεο ήταν αστεία...», με τους υπολοίπους να σχολιάζουν αρνητικά τον όγκο του υλικού.

Στην **2^η ερώτηση** («Κατά πόσο ήταν εύκολο το μαθησιακό περιεχόμενο που παρακολούθησατε; Σας άρεσε ή όχι; Γιατί;») όλοι σχεδόν οι μαθητές και των δύο πειραματικών συνθηκών *σχολίασαν αρνητικά την ποσότητα των πράξεων-εκτιμήσεων που κλήθηκαν να εκτελέσουν, αν και από όσο δικαιολόγησαν κάποιοι την άποψή τους αυτή, μπήκαν πολλές φορές στη διαδικασία να εκτελέσουν ακριβείς υπολογισμούς επάνω στα θρανία τους. Δικαιολογώντας την παραπάνω άποψη, η ομάδα με τις ταμπλέτες βρίσκεται σε πλεονεκτικότερη θέση, μιας και όλοι οι μαθητές της ομάδας αυτής ολοκλήρωσαν και το 3^ο μάθημα, εκτελώντας περίπου 49 πράξεις-εκτιμήσεις περισσότερες από ότι η ομάδα της παραδοσιακής διδασκαλίας.*

Σχετικοί σχολιασμοί για τις στρατηγικές εκτίμησης ως θέμα των διδασκαλιών κυμαίνονται από «*δεν ήταν κάτι καινούριο καινούριο, ξέραμε να κάνουμε στρογγυλοποίηση, αν και δεν θυμόμουν το όνομά της...*» (μαθήτρια πειραματικής συνθήκης), «*δεν ήταν δύσκολα, ήταν πολλά σίγουρα, αλλά την στρογγυλοποίηση και το μέσο όρο τα είχαμε διδαχθεί πιο πριν...*» (μαθητής ομάδας ελέγχου) έως «*αν και δεν πολυκατάλαβα ότι ήταν μάθημα αυτό που κάναμε στις ταμπλέτες, έμοιαζε με παιχνίδι περισσότερο, δυσκολεύτηκα στη θεωρία... δεν θυμάμαι όλα τα ονόματα των στρατηγικών, αλλά σίγουρα από εδώ και πέρα θα ομαδοποιώ τους αριθμούς, είναι πρακτικό...*» (μαθητής με ταμπλέτα), «*δυσκολεύτηκα να καταλάβω τους συμβατούς αριθμούς, μόλις κάναμε στον πίνακα δικά μας παραδείγματα νομίζω ότι το έπιασα...*» (μαθητής παραδοσιακής διδασκαλίας), «*πολλά από αυτά τα κάνουμε ήδη στο περίπου, αλλά δεν ξέραμε ότι λέγονται έτσι ή ότι έχουν κάποια λογική...*» (άποψη από μαθητές και των δύο συνθηκών).

Στην **3^η ερώτηση** και οι απαντήσεις των μαθητών και των δύο πειραματικών ομάδων ομοιάζουν. Πιο συγκεκριμένα, έδειξαν ενδιαφέρον γνωρίζοντας ότι δεν θα ασχοληθούν με το σχολικό βιβλίο των μαθηματικών, αλλά με ένα νέο υλικό που όπως είδαν και στην συνέχεια κατασκευάστηκε από την ίδια την ερευνήτρια, με την παρουσία της ίδιας μέσα στα selfie βίντεο. Επιπλέον, από την ομάδα με τις ταμπλέτες σχολιάστηκε η ενδιάμεση εμφάνιση της θεωρίας μεταξύ των βίντεο, και των ερωτηματολογίων, ενώ μια μαθήτρια είπε πως «*στο 3^ο μάθημα που είναι συγκεντρωμένες συνοπτικά όλες οι πληροφορίες για καθεμία από τις στρατηγικές έδωσα προσοχή, γιατί ήταν λίγα και καλά...*».

Στην **4^η ερώτηση** «Είναι πιο εύκολο πια για εσάς να κάνετε εκτιμήσεις, να βρίσκετε στα γρήγορα προσεγγιστικές λύσεις στα διάφορα υπολογιστικά προβλήματα;» **όλοι οι μαθητές του δείγματος** απάντησαν θετικά ομόφωνα. Ομοίως, οι απαντήσεις όλων των μαθητών ομοιάζουν και στην επόμενη ερώτηση (**5η**: «Τελικά τι σημαίνει για εσάς “κάνω εκτίμηση”;»), με αυτές να συμπτύσσονται στις εξής: «*μια γρήγορη σκέψη υπολογισμού στο περίπου*» (μαθητής ομάδας με τάμπλετ), «*μια στρατηγική, είτε στρογγυλοποίηση, είτε ομαδοποίηση αριθμών που ταιριάζουν μεταξύ τους για να βρεθεί μια προσεγγιστική απάντηση*» (μαθήτρια ομάδας ελέγχου), «*το να βρίσκω την απάντηση ενός προβλήματος, όχι με ακριβή υπολογισμό, αλλά κάνοντας στο μυαλό μου συγκεκριμένες διαδικασίες, στρατηγικές...*» (μαθήτρια 2^{ης} ομάδας

ελέγχου) και «είπατε ότι μπορεί να έχει πολλές εκτιμήσεις για μια λύση...» (μαθητής 7^{ης} ομάδας με τάμπλετ).

Παρακάτω, στην **6^η ερώτηση** («Ποια καινούρια στρατηγική εκτίμησης μάθατε τελικά;»), με κραυγές ακούστηκαν οι απαντήσεις: «η *στρογγυλοποίηση και η ομαδοποίηση ταιριαστών αριθμών*» και στις δύο περιπτώσεις. Μάλιστα, εδώ τα δύο αγόρια της 7^{ης} ομάδας με τάμπλετ συμφωνούν ότι και οι *αριθμοί σταθμοί είναι ένας καλός τρόπος εύρεσης της εκτίμησης των αρχικών αριθμών*. Εκείνο που έχει ιδιαίτερη σημασία να σημειωθεί είναι η άποψη μιας μαθήτρια της ομάδας με τάμπλετ, η οποία σχολιάζοντας τις νέες στρατηγικές που διδάχθηκαν λέει: «είχαμε ήδη διδαχθεί τη *στρογγυλοποίηση και το μέσο όρο, αλλά εδώ τα ξαναθυμήθηκα, τα είχα ξεχάσει... Η ομαδοποίηση αριθμών είναι πολύ έξυπνη μέθοδος, και θα τη χρησιμοποιώ κι εγώ, ενώ τον χωρισμό δεκάδων από μονάδων και δεκαδικών, τα χρησιμοποιούσαμε ήδη νομίζω χωρίς να καταλαβαίνουμε τι κάνουμε...».*

Στην ερώτηση (7^η) περί της **χρησιμότητας της εργασίας των μαθητών ανά ζεύγη** και στις δύο πειραματικές συνθήκες οι απόψεις αντιπαραβάλλονται. Δηλαδή οι μισοί από κάθε ομάδα συμφωνούν ότι όντως βοηθούσε ο ένας τον άλλον και ότι ήταν πολύ καλό, πολύ βοηθητικό για τους ίδιους να δέχονται κριτική («δεν το κάνεις σωστά... δεν είναι σωστή η εκτίμησή σου... στο είπα εγώ η σωστή επιλογή είναι το...»), επεξηγήσεις, έπαινο («μπράβο βρε το βρήκες!... καλά πώς το υπολόγισες;», ακούγονταν χειροκροτήματα και ζητωκραυγές στην επαλήθευση των σωστών απαντήσεών τους) από τους ίδιους τους συμμαθητές τους. Από την άλλη όμως πλευρά, υπήρξαν και μαθητές και στις δύο περιπτώσεις που σχολίασαν αρνητικά την συνεργασία τους, όπως «*όλα τα έκανε εκείνος, εκείνος κύκλωνε τις απαντήσεις χωρίς να με ρωτήσει σχεδόν ποτέ*» (μαθητής 1^{ης} ομάδας παραδοσιακής διδασκαλίας), «*όχι κυρία δεν ήταν εύκολη η συνεργασία μας, γιατί πατούσε ό,τι να 'ναι χωρίς να σκεφτεί ή να το συνεννοηθούμε μαζί...*» (μαθητής 5^{ης} ομάδας με ταμπλέτα).

Στην επέκταση της ίδιας ερώτησης στην ομάδα με τάμπλετ, οι 8 από τους 16 μαθητές απάντησαν ότι τους άρεσαν τα βίντεο και ότι «*μας έδινε κατευθείαν την σωστή απάντηση, αν κάναμε λάθος μας γύριζε πίσω να παρακολουθήσουμε ξανά το βίντεο... και όταν ήμασταν σωστοί, συνεχίζαμε παρακάτω...*» (μαθητής 7^{ης} ομάδας), «*η αλήθεια είναι ότι δεν διαβάσαμε ολόκληρες τις απαντήσεις που μας έδινε, βλέπαμε μόνο αν είναι σωστή ή λάθος η απάντησή μας...*» (μαθήτρια 8^{ης} ομάδας), «*σίγουρα δεν φοβηθήκαμε, γιατί ήταν εύκολο να χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα, ήταν κάτι το διαφορετικό, δεν χρειαζόταν να σας ρωτάμε για να πάμε παρακάτω στα βίντεο, ούτε να περιμένουμε να τελειώσουν οι άλλοι...*» (μαθητής 4^{ης} ομάδας).

Ένας μαθητής της 3^{ης} ομάδας από τη **παραδοσιακή διδασκαλία** απαντώντας στην **8^η ερώτηση** («Η χρήση της τεχνολογίας τελικά σας βοήθησε ή σας κούρασε; Σας προκάλεσε ενδιαφέρον; Ποια η άποψή σας για τα βίντεο που προβλήθηκαν;») σχολίασε: «*Γιατί έπρεπε να χρησιμοποιήσετε τα βίντεο; Αν και ήταν διασκεδαστικά, θα ήταν πιο εύκολο, αν και πιο βαρετό, να παρουσιάζατε όλα τα προβλήματα-βίντεο γραπτά, επάνω στα φύλλα εργασίας...*». Με το παραπάνω σχόλιο, ένας συμμαθητής του πρόσθεσε: «*Η εναλλαγή παρακολούθησης πίνακα-φύλλο εργασίας μου αποσπούσε την προσοχή... και τελικά με κούρασε...*». Προς έκπληξη της ερευνήτριας μια μαθήτρια της 8^{ης} ομάδας είπε: «*Δεν συμφωνώ με το γραπτό πρόβλημα, θα ήταν πολλά*

και θα μας κούραζε η ανάγνωσή τους... γιατί να μην ήταν οι ερωτήσεις επάνω στα βίντεο;... Έτσι δεν θα αποσπώταν η προσοχή μας τόσο όσο τώρα...». Από την άλλη πλευρά στην **ομάδα εργασίας με ταμπλέτες**, οι απόψεις ποικίλουν από την πλήρη αρέσκεια («Να ξαναέρθετε με τα τάμπλετ... να κάνετε κι άλλα μαθήματα με αυτόν τον τρόπο... μπορείτε να μας κάνετε και άλλα είδη μαθημάτων με τα βίντεο αυτά, όπως γλώσσα ή φυσική;»), μέχρι τη μετριότητα («με κούρασαν κάποια στιγμή τα πολλά βίντεο... με πόνεσαν τα μάτια κάποια στιγμή... ήθελα όντως να κάνουμε ένα διάλειμμα ενδιάμεσα...»).

Ακόμη, σχολιάζοντας το **πλαίσιο των βίντεο** και στις δύο πειραματικές συνθήκες όλοι οι μαθητές νιώθουν μια συμπάθεια προς το πρόσωπο της ερευνήτριας-εκπαιδευτικού, η οποία και εμφανίζεται μπροστά τους μέσα στα βίντεο, ενώ είναι ταυτόχρονα μαζί τους μέσα στην τάξη. Σχολιάζουν θετικά την παρουσία της σε οικεία προς αυτούς περιβάλλοντα (σούπερ μάρκετ, βιβλιοπωλείο, ψιλικάτζίδικο, παιχνιδάδικο, αυτόματος πωλητής κα.), ενδιαφερόμενοι μάλιστα κάποιοι να μάθουν πώς δημιούργησε το πρόγραμμα αυτό, πώς γυρίστηκαν τα βίντεο, αν ήταν δύσκολη η επεξεργασία τους, ή ακόμη αν υπήρξαν στιγμές ντροπής από πλευράς της ερευνήτριας κατά τη διάρκεια των γυρισμάτων των βίντεο.

Τέλος, όσον αφορά τις **αλλαγές που προτείνονται (9^η ερώτηση)**, οι μαθητές και στις δύο πειραματικές συνθήκες, εστιάζουν κυρίως στο μαθησιακό περιεχόμενο, επισημαίνουν την μείωση του υλικού, την σύνθεση της θεωρίας σε μία διαφάνεια/e-book και όχι αποσπασματική, την αφαίρεση κάποιων ερωτήσεων εσωτερικά των (αλληλεπιδραστικών) βίντεο. Οι μαθητές που εργάστηκαν με τις ταμπλέτες τόνισαν ότι η μπάρα περιεχομένων τους βοήθησε να ελέγχουν την πορεία τους, ενώ η πλοήγηση μέσα στο πρόγραμμα ήταν απλή, όπως σε ένα απλό βίντεο.

Από την άλλη πλευρά, κατά τη **παραδοσιακή διδασκαλία**, οι μαθητές προσθέτουν ότι θα έπρεπε να μειωθούν τα ενδιάμεσα ερωτηματολόγια, μιας και οι εσωτερικές ερωτήσεις των βίντεο είναι αρκετές. Επιπροσθέτως, η ερευνήτρια θέλοντας να τσεκάρει τις απαντήσεις τους, τους ρωτά εκ νέου «Τι κι αν σας έλεγα ότι θα μπορούσατε να παρακολουθήσετε ξεχωριστά κάθε ομάδα όλο το υλικό που προβλήθηκε χωρίς την δική μου παρέμβαση, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα μια ταμπλέτα, εργαζόμενοι πάντα συνεργατικά, τότε θα ήταν πιο εύκολη, πιο ευχάριστη ίσως και πιο ενδιαφέρον εμπειρία;» λαμβάνοντας απαντήσεις του τύπου «Τέλεια! Θα κάναμε μόνοι μας μάθημα!», «Και πώς θα ξέραμε την σωστή λύση;», «Σίγουρα θα ήταν κάτι το διαφορετικό!», «Κάποια ήταν δύσκολα και κάποια εύκολα σε όσα είδαμε. Δεν θα πειράζει αν κάποια ομάδα πάει πιο μπροστά από τις άλλες;» .

Με τον τρόπο αυτό, λοιπόν, η ερευνήτρια τερμάτισε τη διδασκαλία της ευχαριστώντας όλους τους μαθητές για την συνεργασία τους.

Κεφάλαιο 7^ο

Συζήτηση – Συμπεράσματα

Όλα τα ερευνητικά εργαλεία της παρούσας έρευνας (αλληλεπιδραστικό βίντεο, ερωτηματολόγιο-A & B, ερωτηματολόγιο στάσεων, ομάδα ελέγχου, συλλογικές συνεντεύξεις) κατασκευάστηκαν με σκοπό τη διερεύνηση του τρόπου ανάπτυξης των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, μέσω της αξιοποίησης του αλληλεπιδραστικού βίντεο (*Learnworlds: πλατφόρμα επεξεργασίας βίντεο*) και της αντίστοιχης αυτορρύθμισης της μάθησης του μαθητή. Έχοντας αναλύσει τα δεδομένα από όλα τα εργαλεία, προχωρούμε σε συζήτηση και εξάγουμε συμπεράσματα, βασιζόμενοι στα αποτελέσματα που λάβαμε και από την υπάρχουσα βιβλιογραφία.

Αν και το δείγμα της έρευνας είναι αρκετά μικρό, τα αποτελέσματα από την ποσοτική και ποιοτική ανάλυση των δεδομένων είναι ενθαρρυντικά για την προώθηση και εξέλιξη παρόμοιων διδακτικών προτάσεων, με τα αλληλεπιδραστικά βίντεο ως κύριο μαθησιακό εργαλείο. Ακόμη, οφείλεται να σημειωθεί ότι οι συνιστώσες των τεσσάρων (4) ερευνητικών ερωτημάτων (χρήση ταμπλετών, μαθησιακά αποτελέσματα, αυτορρύθμιση της μάθησης & οικολογία της τάξης) αλληλοσυνδέονται και αλληλοεπηρεάζονται.

Το **1^ο ερευνητικό ερώτημα** της παρούσας έρευνας σχετίζεται με το κατά πόσο η χρήση της πλατφόρμας επεξεργασίας βίντεο αποφέρει υψηλότερα γνωστικά και μαθησιακά αποτελέσματα σε σύγκριση με την παραδοσιακή διδασκαλία.

Η αξιοποίηση των τάμπλετ στη σχολική καθημερινότητα προσφέρει θετικά τόσο στη διδασκαλία όσο και στη μάθηση αλλά και τη διαχείριση και συνεργασία της τάξης. Με την ενσωμάτωση των τεχνολογιών η μάθηση γίνεται πιο ελκυστική, ευχάριστη και διαδραστική (Bidin & Ziden, 2013· Mang & Wardley, 2013· Μαστροκούκου & Φωκίδης, 2017· Wilkinson & Barter, 2016), με τους μαθητές να εμπλέκονται συχνότερα και για μεγαλύτερη διάρκεια στη μαθησιακή διαδικασία και να ενασχολούνται με το εκάστοτε διδακτικό/μαθησιακό περιεχόμενο (Dündar & Akçayır, 2014· Gözhan et al., 2014). Η δεκτικότητα της χρήσης των συσκευών από την πλευρά των μαθητών, ο βαθμός εξοικείωσής τους με αυτές και η αυτοπεποίθησή τους κατά τη χρήση αυτών αποτελούν σημαντικούς παράγοντες επιτυχημένης αξιοποίησής τους κατά την διάρκεια του μαθήματος (Domingo & Gargante, 2016· Dündar & Akçayır, 2014· Karimi, 2016· Piat et al., 2016).

Επιβεβαιώνοντας την παραπάνω βιβλιογραφία, κατά την πειραματική συνθήκη της παρούσας έρευνας, οι μαθητές εξέφρασαν θετικά συναισθήματα και στάσεις έναντι της αξιοποίησης της ταμπλέτας κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Παρόμοιες είναι και οι απόψεις τους για την χρηστικότητα της πλατφόρμας Learnworlds, μέσα στην οποία εργάστηκαν και παρακολούθησαν με αυξημένη προσοχή και ενδιαφέρον το μαθησιακό περιεχόμενο των μαθημάτων, χρησιμοποιώντας με αυξημένη ευχέρεια τα αλληλεπιδραστικά βίντεο.

Σχετικά, λοιπόν, με την ευχρηστία του προγράμματος, διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές δεν είχαν κάποιο ιδιαίτερο πρόβλημα κατά την εξατομικευμένη πλοήγησή τους μέσα σε αυτό. Επίσης, σχολίασαν θετικά την ομοιότητα της πλατφόρμας με τα

απλά βίντεο, τα οποία μπορούν εύκολα να διαχειριστούν (παύση, κύλιση προς τα πίσω), χαρακτηρίζοντας τα αλληλεπιδραστικά κουμπιά, ως ένα καινούριο «διάλυο επικοινωνίας» μεταξύ αυτών και του μαθησιακού υλικού που προβάλλεται στα βίντεο. Συσχετίζοντας τα δεδομένα της παρούσας έρευνα με σχετικές βιβλιογραφικές πηγές, καταδεικνύεται άμεσα ότι η υιοθέτηση εκπαιδευτικών διαδικτυακών εργαλείων, όπως εδώ το πρόγραμμα επεξεργασίας βίντεο, Learnworlds με τη συνεργό υποστήριξη των φορητών συσκευών, υποστηρίζει όλες τις μαθησιακές ευκαιρίες, εμπειρίες των ατόμων για μαθησιακή εξέλιξη μέσω της δυνατότητας επέκτασης/επιτάχυνσης του μαθησιακού χρόνου (αυτοέλεγχος της μαθησιακής πρακτικής) (Ciampa & Gallagher, 2013). Η ανάλυση των δεδομένων αποδεικνύει σύγκλιση της δυνατότητας επιτάχυνσης του μαθησιακού χρόνου με τη βιβλιογραφία, καθώς όντως οι μαθητές που εργάστηκαν με τις ταμπλέτες εκτός του ότι είχαν πρόσβαση σε μεγαλύτερο πλήθος πληροφοριών, το 3^ο μάθημα, το οποίο και κατάφεραν όλα τα ζεύγη να το παρακολουθήσουν (στον ίδιο χρόνο που οι μαθητές της ομάδας ελέγχου, ολοκλήρωσαν μόνο το 2^ο μάθημα), αφέθηκαν ελεύθεροι εργασίας κατά το πρώτο δίωρο διδασκαλίας προτού σημάνει η λήξη του ωρολογίου μαθήματος (σε αντίθεση με την ομάδα ελέγχου όπου αξιοποιήθηκε ολόκληρο το δίωρο ωρολόγιο μάθημα), καθώς σύμφωνα και με τις παρατηρήσεις πεδίου είχαν προχωρήσει στις ενότητες σε ικανοποιητικό επίπεδο.

Εκτός των άλλων, όλοι οι μαθητές της πειραματικής συνθήκης εξέφρασαν θετικές κρίσεις για το αλληλεπιδραστικό μάθημα, λέγοντας ότι θα ήθελαν να ξαναασχοληθούν με την πλατφόρμα αυτή και μάλιστα θα προτιμούσαν να αξιοποιηθεί και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα, όπως για παράδειγμα στη Γλώσσα, στις φυσικές επιστήμες. Επίσης, υποστηρίζουν ότι η χρήση των αλληλεπιδραστικών βίντεο τους βοήθησε στην περαιτέρω κατανόηση των νεοδιδακτέων μαθησιακών θεμάτων (όπως εδώ της υπολογιστικής εκτίμησης και των στρατηγικών της) και στη συγχρονισμένη ακολουθία του παρουσιαζόμενου από τον εκπαιδευτικό μαθησιακού περιεχομένου (άμεση παρακολούθηση της διδακτική ύλης, άμεση αποστολή απαντήσεων ή εκφορά ερωτήσεων στον εκπαιδευτικό) (Al-Mashaqbeh, 2017· Drigas & Pappas, 2015· Fister & McCarthy, 2008).

Το **2^ο Ερευνητικό ερώτημα** εστιάζει στο βαθμό εξέλιξης και εμπλουτισμού των στρατηγικών των κατ' εκτίμηση υπολογισμών των μαθητών κυρίως μετά το πέρας της πειραματικής συνθήκης με την αξιοποίηση ταμπλετών.

Επαληθεύοντας τα αποτελέσματα της έρευνας των Lemonidis et al. (2014b), οι μαθητές της Στ' δημοτικού (όλο το δείγμα των 32 μαθητών) εμφανίζονται όντως ικανοί εκτιμητές αθροισμάτων τριψηφίων προσθετών, γεγονός που εξάγεται από την ανάλυση των δεδομένων των ερωτηματολογίων-A και -B. Παρομοίως, όπως διατυπώνεται και στην έρευνα της Yang (2005), έτσι κι στις δύο πειραματικές συνθήκες οι 32 μαθητές της Στ' δημοτικού παρουσιάζονται βαθιά προσκολλημένοι στην ανάγκη εξαγωγής ακριβών απαντήσεων σε σημείο που να νιώθουν άβολα και με νευρικότητα που δεν μπορούν να υπολογίσουν τους αλγορίθμους, καθώς τους ζητούνταν η υπολογιστική εκτίμηση των αποτελεσμάτων (Anestakis & Desli, 2014· Hanson & Hogan, 2000).

Παρατηρείται ότι οι μαθητές του δείγματος, όντας στην Στ' δημοτικού έχουν επαρκή εμπειρία στις γραμμικές αναλογικές αριθμητικές πράξεις, για το λόγο αυτό και δεν προβαίνουν, όπως τους ζητείται, σε εκτίμηση των λύσεων, διότι απλώς ο ακριβής υπολογισμός της απάντησης είναι εντός των ικανοτήτων των νοερών υπολογισμών τους (Hanson & Hogan, 2000· Liu, 2009). Γίνεται αντιληπτό τόσο από την ανάλυση των ερωτηματολογίων-Α και -Β, όσο και από τα αλληλεπιδραστικά και μη βίντεο και τα φύλλα εργασίας, ότι όντως η επιλογή των στρατηγικών στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων (απόσταση και μέγεθος αριθμών, πλαίσιο) (Goodman, 1991· LeFevre et al., 1993· Lemaire et al., 2000).

Παρόλα αυτά, οι LeFevre et al. (1993) παρατήρησαν ότι στην Στ' δημοτικού οι μαθητές, αντιλαμβανόμενοι τη σπουδαιότητα της απλοποίησης κατά την υπολογιστική εκτίμηση μεγεθών, αξιοποιώντας τις στρατηγικές της στρογγυλοποίησης και της προγενέστερης αντιστάθμισης προκειμένου να «απλοποιήσουν» τη μορφή των αριθμητικών δεδομένων, τη δομή του προβλήματος. Έτσι και με την ανάλυση των δεδομένων, παρατηρείται ότι οι μαθητές αντιλαμβανόμενοι την αξία, τη σημασία της στρογγυλοποίησης ως εκτιμητική στρατηγική, την υιοθετούν και την αναπτύσσουν ορθά κατά την εκτιμητική επίλυση των υπολογιστικών προβλημάτων του ερωτηματολογίου-Β.

Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε από την ενασχόληση των μαθητών με το *εικονικό εκπαιδευτικό βίντεο*, ότι οι μαθητές έδειξαν περισσότερο ενδιαφέρον, ασχολήθηκαν ενεργά με την ανάπτυξή του και αποκόμισαν υψηλότερες επιδόσεις στο ερωτηματολόγιο-Β έναντι της επίδοσής τους στο ερωτηματολόγιο-Α. Το γεγονός αυτό σύμφωνα και με την βιβλιογραφία οφείλεται στην Α) άμεση διαδραστικότητα και ανατροφοδοτήσεις/επισημάνσεις (πχ. pop-ups διαλόγους) (Hung et al., 2014), Β) την ψυχαγωγική, παιγνιώδη φύση της όλης δραστηριότητας (Perry & Steck, 2015· Steffens, 2001), Γ) τα γραφικά, το γλαφυρό πλαίσιο των βίντεο, τα εσωτερικά εκπαιδευτικά παιχνίδια, Δ) την ευκολία, την οικειότητα διαχείρισης της φιλικής και προσιτής αυτής εκπαιδευτικής πλατφόρμας προς τους μαθητές, που ομοιάζει με βίντεο (Hung et al., 2014), και Ε) την κατάκτηση της εξελικτικής μαθησιακής πορείας μέσω των ενοτήτων, των μαθημάτων, με διαβαθμισμένη δυσκολία (Chao et al., 2016).

Αν και μπορεί να επισημανθεί ότι η προσοχή των μαθητών ήταν πιο εστιασμένη στο μαθησιακό περιεχόμενο όταν διαχειρίζονταν τις ταμπλέτες με την αφή, παραμένοντας προσηλωμένοι για περισσότερη ώρα στην προς επίλυση μαθηματική δραστηριότητα (λιγότεροι παράγοντες διάσπασης της προσοχής τους) (Chen et al., 2017), τόσο εκείνοι όσο όμως και οι μαθητές κατά την παραδοσιακή διδασκαλία (με την αξιοποίηση κοινού προβολικού συστήματος, απλού βίντεο & όμοιων φύλλων εργασίας) αναπτύσσουν αντίστοιχα ικανοποιητικά μαθησιακά αποτελέσματα (Chao et al., 2016). Ίσως η παραπάνω απόκλιση των δεδομένων από τη βιβλιογραφία να οφείλεται στο μικρό δείγμα, είτε στο γεγονός ότι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου εμφανίζονται από το ερωτηματολόγιο-Α πιο «δυνατοί», πιο επιτυχείς από αυτούς της πειραματικής συνθήκης, καθώς σύμφωνα με την υπεύθυνο εκπαιδευτικό της τάξης

τους, αποτελούν «την καλύτερη Στ' τάξη του σχολείου τους, συγκριτικά με την άλλη Στ' που υπάρχει»).

Ακολουθώντας, στο κομμάτι της γνωστικής αποτελεσματικότητας, αυτό που αρχικά έκανε εντύπωση στην ερευνήτρια, ήταν συνέχιση της χρήσης του ακριβούς υπολογισμού ως εκτιμητική στρατηγική, από τους μαθητές της παραδοσιακής διδασκαλίας, ενώ η επίμονη προσκόλληση των μαθητών στην στρατηγική της στρογγυλοποίησης παρατηρήθηκε και στις δύο πειραματικές συνθήκες. Μπορεί να λεχθεί ότι όλοι οι μαθητές του δείγματος κατάφεραν να επιλέξουν, να αναπτύξουν γραπτώς ή και νοερά τη στρατηγική της στρογγυλοποίησης αριθμών, με την ομάδα που εργάστηκε με τις ταμπλέτες να ξεχωρίζει αξιοποιώντας και την στρατηγική της ομαδοποίησης συμβατών αριθμών. Επιπροσθέτως, όπως οι Tsao και Pan (2011) διαπίστωσαν για τους μαθητές της Ε' δημοτικού, έτσι και στην έρευνα εδώ, και οι μαθητές της Στ' δημοτικού ενώ εκφέρουν θετική άποψη για την εκτίμηση και τη σημασία και χρήση αυτής στα σχολικά μαθηματικά και την καθημερινή τους ζωή, παρουσιάζονται παθητικοί κατά τις εμπειρίες τους με εκτιμητικές προσεγγίσεις (πειραματικό μαθησιακό υλικό), γεγονός που υπογραμμίζει και αιτιολογεί την προσκόλλησή τους στους αλγοριθμικούς υπολογισμούς.

Θα αποτελούσε παράλειψη να μην σχολιαστεί το γεγονός ότι οι μαθητές ολόκληρου του δείγματος δυσκολεύτηκαν στη κατανόηση τόσο της στρατηγικής των συμβατών αριθμών όσο και αυτή των ειδικών αριθμών. Είναι αξιοπρόσεκτο που στο Α' Μέρος των ερωτηματολογίων-Α και -Β δεν αναπτύχθηκαν οι δύο προαναφερθείσες στρατηγικές εκτίμησης, με αυτή του μέσου όρου και του εμπρόσθιου άκρου να επιλέγονται ως στρατηγικές επίλυσης των εκτιμητικών προβλημάτων 2 (Ερωτηματολόγιο-Α: «Ο πατέρας της Ελένης έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από: Αλεξανδρούπολη – Θεσσαλονίκη (310χλμ), Θεσσαλονίκη – Καρδίτσα (246χλμ) και Καρδίτσα – Τρίπολη (450χλμ). Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας της Ελένης εχθές;» και Ερωτηματολόγιο-Β: «Ο πατέρας του Μιχάλη έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από: Αλεξανδρούπολη – Καβάλα (149χλμ), Καβάλα – Καρδίτσα (375χλμ) και Καρδίτσα – Σπάρτη (509χλμ). Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας του Μιχάλη εχθές;»).

Μιας και δεν υπάρχει έρευνα σχετικά με το πώς να σχεδιαστεί ένα αποτελεσματικό μαθησιακό αλληλεπιδραστικό βίντεο, δεν υπάρχουν κατευθυντήριες γραμμές για τον τρόπο δομής ενός απλού βίντεο προκειμένου να προστεθούν στη συνέχεια διάφορα στοιχεία διαδραστικότητας. Έτσι και στα αποτελέσματα του ερωτηματολογίου στάσεων αναδεικνύεται η ελλιπής επιστημονική καθοδήγηση κατά την κατασκευή και διάρθρωση του μαθησιακού περιεχομένου επάνω στην πλατφόρμα επεξεργασίας βίντεο. Εξαιτίας, λοιπόν, της παραπάνω έλλειψης της βιβλιογραφίας και λόγω της νεοσυσταθείσας παρούσας ερευνητικής πρότασης, δικαιολογημένα και στις δύο πειραματικές συνθήκες εκφράστηκαν αρνητικά σχόλια σχετικά με την ποσότητα των ερωτήσεων που υπήρχαν τόσο στα αλληλεπιδραστικά βίντεο, όσο και στα απλά βίντεο, όπως γενικότερα και εσωτερικά των μαθημάτων, με την ύπαρξη ερωτηματολογίων και αξιολογήσεων.

Στο 3^ο ερευνητικό ερώτημα διερευνάται κατά πόσο οι μαθητές εμφανίζουν στοιχεία αυτορρύθμισης της μάθησής τους μετά το πέρας της πειραματικής διδασκαλίας.

Οι μαθητές καθίστανται υπεύθυνοι της μαθησιακής τους πορείας, *αυτενεργούν*, αναπτύσσοντας την αυτονομία τους (τρόπου και του χρόνου διερεύνησης της προς διδασκαλία γνώσης) και τη αυτό-αξιολόγηση της μάθησής τους, εξαιτίας των δυνατοτήτων που προσφέρονται από την χρησιμότητα των κινητών συσκευών κι του αλληλεπιδραστικού βίντεο, αποφέροντας έτσι ικανοποιητικά μαθησιακά αποτελέσματα (Clarke & Svanaes, 2014· Karimi, 2016· Wilkinson & Barter, 2016). Η παραπάνω βιβλιογραφική θέση συγκλίνει με τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, που θέλει τους μαθητές που εργάστηκαν με τις ταμπλέτες να ορίζουν οι ίδιοι αν θα πραγματοποιηθεί ένα διάλειμμα ενδιάμεσα των δώρων μαθημάτων, και τότε πρέπει να διακόψουν την πορεία τους, γεγονός που καταδείχθηκε με την διάσπαση της προσοχής τους από την εργασία τους με τα αλληλεπιδραστικά βίντεο. Ακόμη, αξιολογώντας και οι ίδιοι την αποτελεσματικότητα της μάθησής τους, άλλα ζεύγη εργασίας ανέπτυσαν την κριτική τους σκέψη συζητώντας και αναλύοντας το περιεχόμενο των αλληλεπιδραστικών βίντεο μεταξύ τους, ενώ άλλα ζεύγη μετέβαιναν σε επανάληψη των ερωτήσεων των ερωτηματολογίων και των αξιολογήσεων προκειμένου να τις απαντήσουν σωστά.

Ένα εύρημα της παρούσας έρευνας, είναι ότι οι μαθητές (κυρίως με τις ταμπλέτες), στην προσπάθειά τους να περιορίσουν το γνωστικό φόρτο που δέχονταν εξαιτίας της πληθώρας των πληροφοριών γύρω τους (κυρίως μετά το πέρας του 1^{ου} μαθήματος) ή και της έλλειψης γνωστικών ικανοτήτων, προβαίνουν στην αυτοκαθοδήγηση της σκέψης, της μνήμης τους για την τμηματική επιλογή του περιεχομένου με το οποίο θα ενασχοληθούν καθώς και την ενεργοποίηση των αντίστοιχων διαδικασιών για την εκμάθησή του (Hadwin & Oshige, 2011· Winne, 2011). Πολλά ζευγάρια κατά την πειραματική συνθήκη εμφανίστηκαν να διαπερνούν γρήγορα ή και να προσπερνούν ορισμένα αλληλεπιδραστικά βίντεο και ebook στην προσπάθειά τους να «αντιμετωπίσουν» το φόρτο του μαθησιακού περιεχομένου που προβάλλονταν.

Επιπλέον, ο βαθμός ευχέρειας χρήσης και ουσιαστικής αξιοποίησης της φορητής μάθησης και του αλληλεπιδραστικού βίντεο από τους μαθητές, δημιουργούν θετικά, αισιόδοξα συναισθήματα, όχι άγχος και αμφιβολίες, τόσο για τις ίδιες τις ικανότητες του ατόμου, όσο και για τη χρησιμότητα των ταμπλέτων στην μάθηση (Görhan et al., 2014· Sloan, 2012). Ομοίως και οι μαθητές που εργάστηκαν με τις ταμπλέτες κατά την πειραματική συνθήκη, δήλωσαν πως αν και στην αρχή ένιωσαν κάποια αμηχανία σχετικά με τον τρόπο εξέλιξης του μαθήματος μέσα από τα αλληλεπιδραστικά βίντεο, στη συνέχεια κατάφεραν να κατανοήσουν και να «συνδεθούν» με τη ροή των βίντεο, μη έχοντας καμία αμφιβολία και κανένα άγχος για την πορεία τους. Τα συναισθήματα αυτά υποστηρίζονταν από την λίστα των περιεχομένων που υπήρχε στο πλάι των αλληλεπιδραστικών βίντεο και τους ενημέρωνε κάθε στιγμή που βρίσκονται και ποιες ενότητες έχουν ολοκληρώσει, από τις συνεχείς ανατροφοδοτήσεις, ακόμη και από τον άλλο εταίρο της ομάδας, που βοηθούσε στην αυτό-παρακολούθηση της προς μάθηση γνώσης.

Τέλος, στο **4^ο ερευνητικό ερώτημα**, που σχετίζεται με την οικολογία της τάξης, κατά πόσο αυτή δηλαδή βοηθά τον μαθητή να αναπτύξει τόσο το γνωστικό του ρεπερτόριο (στρατηγικές των κατ' εκτίμηση υπολογισμών) όσο και τη αυτο-αξιολόγηση των προσωπικών μεθόδων/στρατηγικών, προσαρμόζοντάς αυτές για μελλοντική αποδοτικότερη χρήση, πραγματοποιείται ένας συνορισμός όλων των παραπάνω.

Ήδη από τον συμπερασματικό σχολιασμό των προηγούμενων ερευνητικών ερωτημάτων καταδεικνύεται η αποδοτικότητα και η αποτελεσματικότητα μιας μαθητοκεντρικής, παισιωμένης και τεχνολογικά υποστηριζόμενης μάθησης. Σε συμφωνία με το μοντέλο μάθησης των Hadwin, Järvelä & Miller (2011) («Κοινωνικά-Συνεργατικά Πλαισιωμένη Αυτορρύθμιση της Μάθησης (Shared Self-Regulation of Learning – SSRL)»), οι μαθητές πια ως *ομάδα* αντιμετωπίζουν τις μαθησιακές καταστάσεις με όλα τα χαρακτηριστικά των πλαισίων γύρω τους (το κοινωνικό, συνεργατικό περιβάλλον, την τεχνολογική ή μη υποστήριξη της μάθησης, ακόμη και το πλαίσιο της δραστηριότητας) να παρέχουν προοπτικές ανάπτυξης της προσωπικά και κοινωνικά διαχεόμενης αυτορρύθμισης της μάθησης. (Hadwin et al., 2011· Panadero, 2017). Η διάθεση της αμοιβαίας συνεργασίας, και ως συνέπεια και η *συνεργατική αυτορρύθμιση της μάθησης*, είναι πιο έντονη κατά την πειραματική συνθήκη, όπου οι μαθητές εργάζονται μόνοι τους με τις ταμπλέτες και το αλληλεπιδραστικό βίντεο, με την εκπαιδευτικό ως μέντορα, ως σύμβουλο μέσα στην τάξη, που παρέχει περαιτέρω επεξηγήσεις όπου χρειάζεται.

Συμπερασματικά, λοιπόν, από την ανάλυση των δεδομένων της πειραματικής συνθήκης με την χρήση των ταμπλετών και του αλληλεπιδραστικού βίντεο, καταδεικνύεται ότι η προώθηση της διερευνητικής δράσης, της μάθησης μέσω εμπειρίας, μέσω της επίλυσης προβληματικών μαθησιακών καταστάσεων με τη βοήθεια δυναμικών εκπαιδευτικών περιβαλλόντων εργασίας (κλίμα τάξης, τεχνολογικά και άλλα διδακτικά/μαθησιακά μέσα/υλικά) βοηθά στην ανάπτυξη γνωστικών και μεταγνωστικών στρατηγικών που συμβάλλουν αντίστοιχα στην καλλιέργεια αυτορρυθμιστικών μαθησιακών ικανοτήτων/δεξιοτήτων (Azevedo, 2005· Hadwin & Oshige, 2011· Schunk, 1996· Whipp & Chiarelli, 2004· Winne, 2011· Zimmerman, 1990;2002).

Αν και το δείγμα δεν είναι μεγάλο, και τυχαίνει να χρησιμοποιείται το ίδιο τεχνολογικά εμπλουτισμένο υλικό και στην συμβατική διδασκαλία (χρήση των βίντεο, selfie βίντεο, ομαδοσυνεργατική πρακτική: ιδιαιτερότητες της παρούσας πειραματικής διδασκαλίας!), η έρευνα αυτή συμβάλλει με τη σειρά της στην επισήμανση της σημασίας και της ανάπτυξης της αυτορρύθμισης της μάθησης των μαθητών, με την παράλληλη δυναμική ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην καθημερινή σχολική πραγματικότητα.

Πέρα από τα παραπάνω, οφείλεται να σημειωθούν και κάποιες δυσκολίες που εντοπίστηκαν ως προς τη σύνθεση του υλικού και ως την πραγμάτωση των σχεδιασμένων πειρατικών διδασκαλιών, με πιο σημαντικές τις τεχνικές δυσκολίες. Συγκεκριμένα, η αποκλειστική λειτουργία της εφαρμογής με τη χρήση του διαδικτύου

είναι κάτι που αποτελεί ρίσκο στην εφαρμογή της όλης πειραματικής διδασκαλίας. Ομοίως, αποτελεί σημαντικό περιορισμό και η ταχύτητα του Διαδικτύου, καθώς καθυστερεί και την ροή του όλου μαθήματος (την επεξεργασία του υλικού), με τους μαθητές να δυσανασχετούν για την αργοπορία «φόρτωσης» των αλληλεπιδραστικών βίντεο της πλατφόρμας. Ακόμη, κατά την παρουσίαση του υλικού μέσα στην πλατφόρμα δεν ορίστηκε από την ερευνήτρια εξ αρχής η γραμμική παρακολούθησή του, δηλαδή να ολοκληρώνονται κατά σειρά οι ενότητες, προκειμένου να προβαίνουν στις επόμενες, με αποτέλεσμα ορισμένα ζεύγη μαθητών να διαπερνούν, να προσπερνούν ορισμένες ενότητες χωρίς προσοχή. Επίσης, σχεδιάζοντας την όλη πειραματική διδασκαλία η ερευνήτρια θα έπρεπε να είχε πιο ενεργό ρόλο ως μέντορας των μαθητών που εργάζονταν με τις ταμπλέτες, πραγματοποιώντας «διαλείμματα» για την συλλογική επισκόπηση της πορείας των ζευγαριών, την αξιολόγηση του περιεχομένου που διαπεράστηκε μέχρι εκείνη τη στιγμή. Έτσι, θα δινόταν η ευκαιρία και στους μαθητές να χαλαρώσουν και να αποτραβήξουν για λίγο την προσοχή τους από τις οθόνες των τάμπλετ, των οποίων η διαθεσιμότητα πρέπει να λεχθεί ότι είναι περιορισμένη σε κάθε σχολική μονάδα, πόσο μάλλον σε μία τάξη.

Φυσικά θα πρέπει να σχολιαστούν και οι συνθήκες, το κλίμα της τάξης κατά την παραδοσιακή διδασκαλία. Οι μαθητές παρουσιάστηκαν αρκετά ανήσυχοι, μιας και πλησίαζε η λήξη του σχολικού έτους, αλλά και όντας εξοικειωμένοι με την παρουσία φοιτητών στην τάξη τους (στην Αλεξανδρούπολη κάνουν την πρακτική τους άσκηση στα τοπικά σχολεία οι φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος που υπάρχει στην περιοχή), πιο «χαλαροί», με την ερευνήτρια-εκπαιδευτικό να σπαταλά πολύτιμο χρόνο για τον κατευνασμό της φασαρίας που προκαλούνταν λόγω των μεταξύ τους συνομιλιών (άσχετων από το περιεχόμενο του μαθήματος).

Μια μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να αξιοποιήσει παρόμοιες πλατφόρμες επεξεργασίας βίντεο, οι οποίες όμως δεν θα απαιτούν διαδικτυακή πρόσβαση για την παρακολούθηση των μαθημάτων που σχεδιάζονται βάσει αυτών. Εκτός αυτού, θα μπορούσε να αξιοποιηθεί η δυνατότητα που παρέχεται από τέτοιες πλατφόρμες για εξ αποστάσεως μάθηση, μια σύγχρονη μέθοδος διδασκαλίας, αλλά και για συνομιλία των μαθητών εντός των πλατφόρμων κατά τη διάρκεια της μάθησής τους, σχετικά με το υλικό που παρουσιάζεται, τις δυσκολίες και την πορεία τους.

Αναντίρρητα, οι μελλοντικές έρευνες θα πρέπει προσδιορίσουν, να προτάσουν κατευθυντήριες γραμμές για τον τρόπο ενσωμάτωσης αλληλεπιδραστικών στοιχείων-κουμπιών στα βίντεο, προκειμένου το περιεχόμενό τους να καθίσταται ευκολότερα αντιληπτό, προσφιλές και ενδιαφέρον στο εκάστοτε κοινό. Αφενός, θα ήταν προτιμότερο σε μια μελλοντική έρευνα εκτός από μια προσεκτικότερη οργάνωση και σχεδιασμό του προσφερόμενου υλικού, ο κάθε μαθητής να εργάζεται ατομικά (παρόλη την προσφορά της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου στη μάθηση) ώστε να είναι πλήρως συγκεντρωμένος σε αυτό που καλείται να κάνει, αφετέρου για μια καλύτερη συνεργατική μάθηση θα πρέπει να έχει προηγηθεί ανάλυση των καθηκόντων των εταίρων, των μελών της κάθε ομάδας για να επιτευχθεί μια γνωστικά και κοινωνικά παραγωγικότερη και αποτελεσματικότερη αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών.

Αξίζει να σημειωθεί ως μετέπειτα διδακτική πρόταση, όπως χαρακτηριστικά σχολίασαν και οι μαθητές της πειραματικής συνθήκης, η αξιοποίηση του συγκεκριμένου αλληλεπιδραστικού υλικού, πέρα από το γνωστικό κομμάτι των κατ' εκτίμηση υπολογισμών, για θεματικές ενότητες άλλων γνωστικών αντικειμένων, όπως για παράδειγμα στη Γλώσσα, στην Φυσική, στην Ιστορία, στις ΤΠΕ, στη γεωγραφία. Επίσης, η χρηστικότητα της πλατφόρμας αυτής (Learnworlds) ενδείκνυται για την ενσωμάτωσή της και σε άλλες θεματικές ενότητες του ίδιου γνωστικού αντικειμένου, στις οποίες οι μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες, όπως τη διδακτική των ρητών αριθμών (κλάσματα και ποσοστά), της γεωμετρίας (περίμετρος, εμβαδό, όγκος) και των συναρτήσεων.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Αρμακόλας, Σ., Παναγιωτακόπουλος, Χ. & Μασσαρά, Χ. (2015). Η Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση και το Μαθησιακό Περιβάλλον στην εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση. Στο Α. Λιοναράκης, Σ. Ιωακειμίδου, Γ. Μανούσου, Μ. Νιάρη, Τ. Χαρτοφυλάκα, Σ. Παπαδημητρίου (Επιμς.), *8^ο Συνέδριο για την Ανοικτή & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση «Καινοτομία και Έρευνα»*, 7-8 Νοεμβρίου 2015 (Τόμ. 8, σσ. 102-113). Αθήνα, Ελλάδα: Ελληνικό Δίκτυο Ανοικτής & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης. Ανακτήθηκε στις 8 Νοεμβρίου, 2017, από <https://e-proceedings.e-publishing.ekt.gr/index.php/openedu/article/view/32>
- Δεσλή, Δ., & Ανεστάκης, Π. (2014). Υπολογιστικές Εκτιμήσεις και η Διδασκαλία τους: επιδόσεις, στρατηγικές και στάσεις υποψήφιων εκπαιδευτικών. *Πρακτικά του 5^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών (ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.) «Τα Μαθηματικά στο Σχολείο και στην Καθημερινή Ζωή»*. Φλώρινα. Ελλάδα: ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ. Ανακτήθηκε στις 15 Σεπτεμβρίου, 2017, από https://www.researchgate.net/publication/273657858_Desle_D_Anestakes_P_2_014_Ypologistikhes_ektimeseis_kai_e_didaskalia_tous_epidoseis_strategikes_kai_staseis_ypopsephion_ekpaideutikon_Sta_Praktika_tou_5ou_Panelleniou_Synedriou_tes_ENEDIM_Phlorina_Panep
- Δ.Ε.Π.Π.Σ (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών*. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο: ΥΠΕΠΘ. ΦΕΚ 303Β/13-3-2003.
- Εκπαιδευτικό Λογισμικό (CD-ROM). Μαθηματικά Ε' & ΣΤ' Δημοτικού*. Συνοδευτικό Εγχειρίδιο, Τόμος Β'. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο: ΕΣΠΑ 2005.
- Κακαδιάρης, Χ., Μπελίτσου, Ν., Στεφανίδης, Γ., Χρονοπούλου, Γ. (2003). *Μαθηματικά Ε' δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Πατάκης.
- Λεμονίδης, Χ. (2016). *Στην Τροχιά των Ρητών*. Θεσσαλονίκη: εκδόσεις Κυριακίδης.
- Λεμονίδης, Χ., Μουράτογλου, Α. (2014). Συμπεριφορές των Δασκάλων της Πράξης σε Προβλήματα Υπολογιστικής Εκτίμησης. *Πρακτικά του 5^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών (ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.) «Τα Μαθηματικά στο Σχολείο και στην Καθημερινή Ζωή»*. Φλώρινα. Ελλάδα: ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.. Ανακτήθηκε στις 15 Σεπτεμβρίου, 2017, από https://www.researchgate.net/publication/274316547_SYMPERIPHORES_TON_DASKALON_TES_PRAXES_SE_PROBLEMATATA_YPOLOGISTIKES_EKTIMESIS/download
- Μαστροκούκου, Α. & Φωκίδης, Ε. (2017). Τα Tablets στην Εκπαίδευση. Αποτελέσματα από Πιλοτικό Πρόγραμμα για τη Διδασκαλία Συστημάτων του Ανθρώπινου Οργανισμού σε Μαθητές Δημοτικού. *Έρευνα στην Εκπαίδευση*, 6(1), 167-178. Ανακτήθηκε στις 15 Οκτωβρίου, 2017, από <http://dx.doi.org/10.12681/hjre.13811>

- Ματσαγγούρας, Η. Γ. (2003). *Η σχολική τάξη: Χώρος, Ομάδα, Πειθαρχία, Μέθοδος*. Αθήνα: εκδόσεις Γρηγόρη.
- Ματσαγγούρας, Η. Γ. (2009). *Η Διαθεματικότητα στη σχολική Γνώση, Εννοιοκεντρική αναπλαισίωση και Σχέδια Εργασίας*. Αθήνα: εκδόσεις Γρηγόρη.
- Νόλκα, (2015). *Συμπεριφορές μαθητών λυκείου στην υπολογιστική εκτίμηση*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Φλώρινα: ΠΤΔΕ. Ανακτήθηκε στις 15 Σεπτεμβρίου, 2017, από <https://dspace.uowm.gr/xmlui/handle/123456789/173>
- Πρόγραμμα Σπουδών (ΝΠΣ) (2011). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό)*. ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο: ΕΣΠΑ 2007-2013.
- Slavin, R. E. (2006). *Εκπαιδευτική Ψυχολογία: Θεωρία και Πράξη*. Κόκκινος Κ. Μ. (Επιστημ.Επιμ.), Αθήνα: Μεταίχιμο.
- Van de Walle, J. A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια εξελικτική Διδασκαλία*. Μτφρ. Α. Αλεξανδροπούλου & Β. Κομπορόζος. Επιστ. Επιμ. Τ. Α. Τριανταφυλλίδης. Αθήνα: τυπωθήτω Γιώργος Δαρδανός.

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- Abrami, P., Wade, A., Pillay, V., Aslan, O., Bures, E., Bentley, C. & Bentley, C. (2009). Encouraging self-regulated learning through electronic portfolios. *Canadian Journal of Learning and Technology / La revue canadienne de l'apprentissage et de la technologie*, 34(3). Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/42939/>
- Alajmi, A. H. (2009). Addressing computational estimation in the Kuwaiti curriculum: teachers' views. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 12(4), 263–283. Retrieved September 15, 2017, from, <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-009-9106-3>
- Alario-Hoyos, C., Estvez-Ayres, I., Prez-Sanagustn, M., Delgado Kloos, C. & Fernandez-Panadero, C. (2017). Understanding Learners' Motivation and Learning Strategies in MOOCs. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 18(3). Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/180420/>
- Al-Mashaqbeh, I. F. (2016). iPad in elementary school math learning setting. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 11(2), 48–52. Retrieved October 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.3991/ijet.v11i02.5053>.
- Anderson, R., Anderson, R., Davis, P., Linnell, N., Prince, C., Razmo, V. & Videon, F. (2007). Classroom Presenter: Enhancing Interactive Education with Digital Ink. *Computer*, 40(9), 56-61. Retrieved October 15, 2017, from <http://ieeexplore.ieee.org/document/4302615/>

- Anestakis, P., & Desli, D. (2014). Computational estimation in primary school: tasks proposed for its teaching. *MENON: Journal Of Educational Research*. 1st Thematic Issue, 75-89. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.edu.uowm.gr/site/node/484>
- Audi, D. & Gouia-Zarrad, R. (2013). A new dimension to teaching mathematics using iPads. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 103, 51-54. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/article/S1877042>
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA) (2012). Retrieved September 15, 2017, from <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Azevedo, R. (2005). Using hypermedia as a metacognitive tool for enhancing student learning? The role of self-regulated learning. *Educational psychologist*, 40(4), 199-209. Retrieved November 8, 2017 from https://www.researchgate.net/profile/Roger_Azevedo/2005.pdf
- Bandura, A. (1993). Perceived Self-Efficacy in Cognitive Development and Functioning. *Educational Psychologist*, 28(2), 117-148. Retrieved November 8, 2017 from http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep2802_3
- Barber, L. K., Bagsby, P. G., Grawitch, M. J., & Buerck, J. P. (2011). Facilitating self-regulated learning with technology: evidence for student motivation and exam improvement. *Teaching of Psychology*, 38(4), 303-308. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.researchgate.net/publication/235626343>
- Bidin, S. & Ziden, A. A. (2013). Adoption and application of mobile learning in the education industry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 90, 720-729. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/article/S1877042813>
- Bobis, J. (1991). The effect of instruction on the development of computational estimation strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 3(1), 17-29. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.merga.net.au/documents/MERJ31Bobis.pdf>
- Boekaerts, M. (1995). Self-regulated learning: Bridging the gap between metacognitive and metamotivation theories. *Educational Psychologist*, 30(4), 195-200. Retrieved November 8, 2017 from http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep3004_4
- Boekaerts, M. (1996). Self-regulated learning at the junction of cognition and motivation. *European psychologist*, 1(2), 100-112. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.researchgate.net/publication/232520917>
- Boekaerts, M. (1999). Self-regulated learning: Where we are today. *International journal of educational research*, 31(6), 445-457. Retrieved November 8, 2017 from <https://pdfs.semanticscholar.org/1b7d/78c2b08.pdf>
- Bracey, P. (2010). Self-directed Learning vs Self-regulated Learning: Twins or Just Friends?. In J. Sanchez & K. Zhang (Eds.), *Proceedings of E-Learn 2010--World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 1600-

- 1607). Orlando, Florida, USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE). Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/35780/>
- Bures, E., Barclay, A., Abrami, P. & Meyer, E. (2013). The reality of assessing ‘authentic’ electronic portfolios: Can electronic portfolios serve as a form of standardized assessment to measure literacy and self-regulated learning at the elementary level? L’évaluation d’e-portfolio «authentiques». *Canadian Journal of Learning and Technology / La Revue Canadienne de l’apprentissage et de la Technologie*, 39(4). Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/130194/>
- Carr, J. (2012). Does math achievement h’APP’en when iPads and game-based learning are incorporated into fifth-grade mathematics instruction?. *Journal of Information Technology Education: Research*, 11(1), 269-286. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.jite.org/documents/v11p269-286Carr.pdf>
- Castro, C., Castro, E. & Sergovia, I. (2002). Influence of number type and analysis of errors in computational estimations tasks. In A. D. Cockburn, & E. Nardi, (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*. (Vol.2, pp. 201-208). Norwick, UK. Retrieved September 15, 2017, from <http://eprints.ucm.es/12633/1/DeCastroPME26-2.pdf>
- Cayton-Hodges, G. A., Feng, G. & Pan, X. (2015). Tablet-Based Math Assessment: What Can We Learn from Math Apps? *Educational Technology & Society*, 18(2), 3–20. Retrieved October 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1070069>
- Chalepaki, G., Kourkoulos, M. (2014). Factors contributing to computational estimation ability of pre-service primary school teachers. *MENON: Journal Of Educational Research*. 1st Thematic Issue, 90-109. Retrieved September 15, 2017, from www.edu.uowm.gr/site/node/485
- Chao, T., Chen, J., Star, J. R. & Dede, C. (2016). Using Digital Resources for Motivation and Engagement in Learning Mathematics: Reflections from Teachers and Students. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 2(3), 253-277. Retrieved November 8, 2017 from <https://link.springer.com/article/10.1007/s40751-016-0024-6>
- Chen, C. H., Chiu, C. H., Lin, C. P. & Chou, Y. C. (2017). Students’ Attention when Using Touchscreens and Pen Tablets in a Mathematics Classroom. *Journal of Information Technology Education: Innovations in Practice*, 16, 91-106. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.jite.org/documents/Vol16/Chen3046.pdf>
- Churchill, D., Fox, B. & King, M. (2012). Study of Affordances of iPads and Teachers’ Private Theories. *International Journal of Information and Education Technology*, 2(3), 251-254. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.ijiet.org/papers/122-K10017.pdf>

- Ciampa, K. & Gallagher, T. L. (2013). Getting in touch: Use of mobile devices in the elementary classroom. *Computers in the Schools*, 30(4), 309-328. Retrieved November 8, 2017 from <http://www.tandfonline.com/10/056716>
- Clarke, B., & Svanaes, S. (2014). *Tablets for schools: an updated literature review on the use of tablets in education*. Family Kids & Youth. Retrieved October 15, 2017, from <http://maneele.drealentejo.pt/site/images/Literature-Review-Use-of-Tablets-in-Education-9-4-14.pdf>
- Cochran, J., Hartmann-Dugger, M. (2013). Taking the Guesswork out of Computational Estimation. *The Mathematics Educator*, 23(1), 60-73. Retrieved September 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1020067>
- Common Core Standards Writing Team (2013). *Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics (draft) (CCSSM)*. Retrieved September 15, 2017, from <http://ime.math.arizona.edu/progressions/>
- Dettori, G. & Persico, D. (2008). Detecting Self-Regulated Learning in Online Communities by Means of Interaction Analysis, *IEEE Transactions on Learning Technologies*, Vol. 1, 11-19. Retrieved November 8, 2017 from <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4629290>
- Dowker, A. (1992). Computational Estimation Strategies of Professional Mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 45-55. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/749163>
- Drigas, A. S. & Pappas, M. A. (2015). A review of mobile learning applications for mathematics. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 9(3), 18-23. Retrieved October 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.3991/ijim.v9i3.4420>
- Domingo, M. G. & Gargante, A. B. (2016). Exploring the use of educational technology in primary education: Teachers' perception of mobile technology learning impacts and applications' use in the classroom. *Computers in Human Behavior*, 56, 21-28. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/S0747563215>
- Dündar, H. & Akçayır, M. (2014). Implementing tablet PCs in schools: Students' attitudes and opinions. *Computers in Human Behavior*, 32, 40-46. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/article/S074756321>
- Fahnoe, C. & Mishra, P. (2013). Do 21st Century Learning Environments Support Self-Directed Learning? Middle School Students' Response to an Intentionally Designed Learning Environment. *In Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 3131-3139). Retrieved November 8, 2017 from <https://academia.edu.documents/FahnoeMishra-SITE2013.pdf>

- Fazio, L. K., Kennedy, C.A. & Siegler, R. S. (2016). Improving Children's Knowledge of Fraction Magnitudes. *PLoS ONE*, *11*(10), 1-14. Retrieved October 15, 2017, from <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0165243>
- Fister, K. R. & McCarthy, M. L. (2008). Mathematics instruction and the tablet PC. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *39*(3), 285-292. Retrieved October 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.1080/00207390701400000>
- Franklin, T. & Peng, L. W. (2008). Mobile math: Math educators and students engage in mobile learning. *Journal of Computing in Higher Education*, *20*(2), 69-80. Retrieved October 15, 2017, from <https://www.researchgate.net/publication/220316496>
- Fokides, E. & Atsikpasi, P. (2017). Tablets in education. Results from the initiative ETiE, for teaching plants to primary school students. *Education and Information Technologies*, *22* (5), 2545–2563. Retrieved October 15, 2017, from <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10639-016-9560-3>
- Furió, D., Juan, M. C., Seguí, I., & Vivó, R. (2015). Mobile learning vs. traditional classroom lessons: a comparative study. *Journal of Computer Assisted Learning*, *31*(3), 189-201. Retrieved October 15, 2017, from https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/77891/JCAL_autor.pdf?sequence=3
- Galligan, L., Loch, B., McDonald, C. & Taylor, J. A. (2010). The use of tablet and related technologies in mathematics teaching. *Australian Senior Mathematics Journal*, *24*(1), 38-51. Retrieved October 15, 2017, from <https://pdfs.semanticscholar.org/7749/c5e40>
- Ganor-Stern, D. (2015). When you don't have to be exact: Investigating computational estimation skills with a comparison task. *Acta Psychologica*, *154*(2015), 1–9. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25461437>
- Gokcearslan, S. (2017). Perspectives of Students on Acceptance of Tablets and Self-Directed Learning with Technology. *Contemporary Educational Technology*, *8*(1), 40-55. Retrieved November 8, 2017 from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1126822.pdf>
- Goodman, T. (1991). Computational estimation skills of pre-service elementary teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *22*(2), 259-272. Retrieved September 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.1080/0020739910220210>
- Görhan, M. F., Öncü, S. & Sentürk, A. (2014). Tablets in Education: Outcome Expectancy and Anxiety of Middle School Students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *4*(6), 2259-2271. Retrieved October 15, 2017, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1050498.pdf>
- Haßler, B., Major, L. & Hennessy, S. (2016). Tablet use in schools: a critical review of the evidence for learning outcomes. *Journal of Computer Assisted Learning*, *32*(2),

- 139-156. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.repository.cam.ac.uk/mLearning.pdf?sequence=1>
- Hadwin, A. F., Järvelä, S. & Miller, M. (2011). Self-Regulated, Co-Regulated, and Socially Shared Regulation of Learning. In Zimmerman B. J., Schunk D. H (Eds), *Handbook of Self-Regulation of Learning and Performance*. (Vol. 5, pp. 65-84), New York, NY: Routledge. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.routledgehandbooks.com/24/9780203839010.ch5>
- Hadwin, A. & Oshige, M. (2011). Self-regulation, coregulation, and socially shared regulation: exploring perspectives of social in self-regulated learning theory. *Teachers College Record*, 113(2), 240-264. Retrieved November 8, 2017 from <https://eric.ed.gov/?id=EJ927077>
- Henderson, S. & Yeow, J. (2012). iPad in Education: A case study of iPad adoption and use in a primary school. In R. H. Sprague Jr. (Ed.), *Proceedings of the 45th Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS)*, (pp. 78-87), Washington, DC, USA: IEEE Computer Society. Retrieved October 15, 2017, from <http://ieeexplore.ieee.org/document/6148617/>
- Huang, Y.-M., Liang, T.-H., Su, Y.-N. & Chen, N.-S. (2012). Empowering personalized learning with an interactive e-book learning system for elementary school students. *Educational Technology Research and Development*, 60(4), 703-722. Retrieved November 8, 2017 from <https://link.springer.com/article/1423-012-9237-6>
- Hung, C. M., Huang, I. & Hwang, G. J. (2014). Effects of digital game-based learning on students' self-efficacy, motivation, anxiety, and achievements in learning mathematics. *Journal of Computers in Education*, 1(2-3), 151-166. Retrieved November 8, 2017 from <https://link.springer.com/content/14-0008-8.pdf>
- Imbo, I., LeFevre, J. A. (2011). Cultural Differences in Strategic Behavior: A Study in Computational Estimation. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 37(5), 1294-1301. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21707212>
- Johanning, D. I. (2011). Estimation's Role in Calculations with Fractions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(2), 96-102. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/10.5951/mathteachmidscho.17.2.0096>
- Karimi, S. (2016). Do learners' characteristics matter? An exploration of mobile-learning adoption in self-directed learning. *Computers in Human Behavior*, 63, 769-776. Retrieved October 15, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/S07475632163>
- Kinash, S. (2011). It's mobile, but is it learning? *Education Technology Solutions*, 45, 56-58. Retrieved October 15, 2017, from http://works.bepress.com/s_kinash
- LeFevre, J. A., Greenham, S. L., Waheed, N. (1993). The Development of Procedural and Conceptual Knowledge in Computational Estimation. *Cognition and*

- Instruction*, 11(2), 95-132. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/3233641>
- Lemaire, P., Lecacheur, M., Farioli, F. (2000). Children's strategy use in computational estimation. *Canadian Journal of Experimental Psychology/Revue canadienne de psychologie expérimentale*, 54(2), 141-148. Retrieved September 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.1037/h0087336>
- Lemke, C., Coughlin, E. & Reifsneider, D. (2009). *Technology in schools: What the research says: An update*. Culver City, CA: Cisco. Retrieved October 15, 2017, from <https://edtechtools.files.wordpress.com/2009/technologyin schools.pdf>
- Lemonidis, Ch., Kaimakani, A. (2013). Prospective elementary teachers' knowledge in computational estimation *MENON: Journal Of Educational Research*. 2b Thematic Issue, 86-98. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.researchgate.net/publication/259116939>
- Lemonidis, Ch., Kermeli, A., Palaigeorgiou, G., (2014a). Exploring number sense in sixth grade in Greece: an instructional proposal and its learning results. *MENON: Journal Of Educational Research*. 1st Thematic Issue, 159-172. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.edu.uowm.gr/site/content/exploring-number-sense-sixth-grade-greece-instructional-proposal-and-its-learning-results>
- Lemonidis, Ch., Mouratoglou, A., Pnevmatikos, D. (2014b). Elementary teachers' efficiency in computational estimation Problems. *MENON: Journal Of Educational Research*. 1st Thematic Issue, 144-158. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.academia.edu/10617178/ELEMENTARYTEACHERS EFFICIENCY IN COMPUTATIONAL ESTIMATION PROBLEMS>
- Lemonidis, Ch., Nolka, E., Nikolantonakis, K. (2014c). Students' behaviors in computational estimation correlated with their problem-solving ability. *MENON: Journal Of Educational Research*. 1st Thematic Issue, 46-60. Retrieved September 15, 2017, from www.edu.uowm.gr/site/node/537
- Lemonidis, Ch. (2016). *Mental Computation and Estimation: Implications for mathematics education research, teaching and learning*. England: Routledge.
- Liu, F. (2009). Computational Estimation Performance on Whole-Number Multiplication by Third- and Fifth-Grade Chinese Students. *School Science and Mathematics*. Vol. 109 (Is6), 325–337. Retrieved September 15, 2017, from <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1949-8594.2009.tb18102.x/abstract>
- Liu, W. & Neber, H. (2012). Estimation skills of Chinese and Polish Grade 6 Students on Pure Fraction tasks. *Journal of mathematics education*. Vol. 5 (No1), 1-14. Retrieved September 15, 2017, from http://educationforatoz.net/images/1_Weiping_Liu.pdf
- Mildenhall, P., Hackling, M. (2012). The Impact of a Professional Learning Intervention Designed to Enhance Year Six Students' Computational Estimation Performance. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), *Proceedings of the 35th annual*

- conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, *Mathematics education: Expanding horizons*. (pp. 497-504), Singapore: MERGA. Retrieved September 15, 2017, from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED573293.pdf>
- Mildenhall, P. (2011). *Enhancing the teaching and learning of computational estimation in year 6*. Thesis, Australia: Edith Cowan University, Faculty of Arts and Education. Retrieved September 15, 2017, from <http://ro.ecu.edu.au/theses/387/>
- Mildenhall, P., Hackling, M., Swan, P. (2010). Computational Estimation in the Primary School: A Single Case Study of One Teacher's Involvement in a Professional Learning Intervention. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Shaping the future of mathematics education*. (pp. 407-413). Fremantle: MERGA. Retrieved September 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=ED520926>
- Mitchell, A. & Horne, M. (2010). Gap Thinking in Fraction Pair Comparisons is not Whole Number Thinking: Is This What Early Equivalence Thinking Sounds Like? In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA): Shaping the future of mathematics education*, (Vol. 2, pp. 414-421), Fremantle: MERGA. Retrieved September 15, 2017, from https://www.merga.net.au/documents/MERGA33_Mitchell&Horne.pdf
- Morgan, J. (2013). *A study of college students' estimation skills with mathematical computations*. Master, New York: Fredonia Department of Mathematical Sciences. Retrieved September 15, 2017, from <https://dspace.sunyconnect.suny.edu/bitstream/handle/1951/62656/Morgan%2C%20Jerica%20-%20Thesis.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mpiladeri, M., Palaigeorgiou G. & Lemonidis, C. (2016). Fractangi: a tangible learning environment for learning about fractions with an interactive number line. In Ifenthaler, D., Isaias, P., Spector, J. M., Kinshuk, & Sampson, D. G. (Eds.), *Proceedings of 13th IADIS International Conference on Cognition and Exploratory Learning in Digital Age (CELDA)*, Mannheim, Germany, p. 157-164. Retrieved October 15, 2017, from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED571390.pdf>
- Panadero, E. (2017). A Review of Self-regulated Learning: Six Models and Four Directions for Research. *Frontiers in Psychology*, 8. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5408091/>
- Pantziara, M. & Philippou, G. (2012). Levels of students' "conception" of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 61-83. Retrieved September 15, 2017, from <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9338-x>
- Papadopoulou, A. & Palaigeorgiou, G. (2016). Interactive Video, Tablets and Self-Paced Learning in the Classroom: Preservice Teachers Perceptions. In *Proceedings of 13th International Conference on Cognition and Exploratory Learning in Digital Age*

- (CELDA 2016), (pp. 195-202). Retrieved November 8, 2017 from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED571422.pdf>
- Perry, D. R. & Steck, A. K. (2015). Increasing Student Engagement, Self-Efficacy, and Meta-Cognitive Self-Regulation in the High School Geometry Classroom: Do iPads Help? *Computers in the Schools*, 32(2), 122-143. Retrieved November 8, 2017 from <http://dx.doi.org/10.1080/07380569.2015.1036650>
- Piatt, C., Coret, M., Choi, M., Volden, J. & Bisanz, J. (2016). Comparing Children's Performance on and Preference for a Number-Line Estimation Task: Tablet Versus Paper and Pencil. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 34(3), 244-255. Retrieved October 15, 2017, from <http://journals.sagepub.com/82915594746>
- Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulation learning. In Boekarts, M. et al. (Eds), *Handbook of Self-regulation*. (Vol. 14, pp. 451-502), S. Diego: CA Academic Press. Retrieved November 8, 2017 from <http://cachescan.bcub.ro/e-book/E1/580704/451-529.pdf>
- Pintrich, P. R. & de Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 33-40. Retrieved November 8, 2017 from <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.82.1.33>
- Puustinen, M. & Pulkkinen, L. (2001). Models of Self-regulated Learning: A review. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 45(3), 269-286. Retrieved November 8, 2017 from <http://dx.doi.org/10.1080/00313830120074206>
- Rashid, T. & Asghar, H. M. (2016). Technology use, self-directed learning, student engagement and academic performance: Examining the interrelations. *Computers in Human Behavior*, 63, 604-612. Retrieved November 8, 2017 from https://academia.edu/documents/46337102/Rashid_Asgar_2016.pdf
- Reys, R. E. (1984). Mental computation and estimation: Past, present, and future. *The Elementary School Journal*, 84(5), 546-557. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/461383?journalCode=esj>
- Reys, R. E., Rybolt, J. F., Bestgen, B. J., Wyatt, J. W. (1982). Processes Used by Good Computational Estimators. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 183-201. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/748555>
- Reys, R. E., Reys, B. J., Nohda, N., Ishida, J., Yoshikawa, Sh., Shimizu, K. (1991). Computational estimation performance and strategies used by fifth- and eight-grade Japanese students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 39-58. Retrieved September 15, 2017, from https://www.jstor.org/stable/749553?seq=1#page_scan_tab_contents
- Riconscente, M. M. (2013). Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture*, 8(4), 186-214. Retrieved 15 October, 2017, from <http://journals.sagepub.com/doi/15554120134>

- Rittle-Johnson, B., Star, J. R. (2009). It pays to compare: An experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102(4), 408–426. Retrieved September 15, 2017, from <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.11.004>
- Rodrigues, J., Dyson, N. I., Hansen, N. & Jordan, N. C. (2017). Preparing for Algebra by building Fraction Sense. *TEACHING Exceptional Children*, Vol. 49 (No2), 134–41. Retrieved 15 October, 2017, from <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0040059916674326>
- Rubenstein, R. (1985). Computational estimation and related mathematical skills. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(2), 106-119. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/748368>
- Samruayruen, B., Natakatoong, O. & Samruayruen, K. (2010). Self-Regulated Learning Strategies in Online Learning Environments in Thailand. In J. Sanchez & K. Zhang (Eds.), *Proceedings of E-Learn 2010--World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 1175-1184). Orlando, Florida, USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE). Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/35713/>
- Schunk, D. H. (1996). *Self-Evaluation and Self-Regulated Learning*. Paper presented at Graduate School and University Center, City University of New York, NY. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.learntechlib.org/p/81920/>
- Schunk, D. H. (2005). Self-Regulated Learning: The Educational Legacy of Paul R. Pintrich. *Educational Psychologist*, 40(2), 85-94. Retrieved 8 November, 2017 from http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep4002_3
- Seethaler, P. M., Fuchs, L. S. (2006). The Cognitive Correlates of Computational estimation skill among Third-Grade Students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 21(4), 233–243. Retrieved September 15, 2017, from <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-5826.2006.00220.x/abstract>
- Senol, A., Dundar, S., Gunduz, N. (2015). Analysis of the relationship between estimation skills based on calculation and number sense of prospective classroom teachers. *International Journal of Progressive Education*, 11(3), 90-105. Retrieved September 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1077813>
- Shih, K.-P., Chen, H.-C., Chang, C.-Y. & Kao, T.-C. (2010). The Development and Implementation of Scaffolding-Based Self-Regulated Learning System for e/m-Learning. *Educational Technology & Society*, 13(1), 80–93. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.researchgate.net/publication/4977.pdf>
- Siegler, R. S., Booth, J. L. (2004). Development of Numerical Estimation in Young Children. *Child Development*, 75(2), 428-444. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/3696649>

- Siegler, R. S., Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition*. (pp. 197-212). New York: Psychology Press. Retrieved September 15, 2017, from <http://repository.cmu.edu/psychology/1278/>
- Siegler, R. S., Opfer, J. E. (2003). The Development of Numerical Estimation: Evidence for Multiple Representations of Numerical Quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237-243. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/40063895>
- Šliogerienė, J. (2016). Using portfolios to enhance self-regulated learning. *Sustainable Multilingualism*, *9*, 186-204. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.researchgate.net/publication/312323297>
- Sloan, R. H. (2012). Using an e-Textbook and iPad: Results of a pilot program. *Journal of educational technology systems*, *41*(1), 87-104. Retrieved October 15, 2017, from <http://journals.sagepub.com/doi/pdf>
- Sowder, J. T., Wheeler, M. M. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(2), 130-146. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.jstor.org/stable/749278>
- Star, J. R., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Perova, N. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation. *ZDM Mathematics Education*, *41*, 569–579. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.researchgate.net/publication/225726196>
- Steffens, K. (2001). Self-regulation and computer based learning. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, *32*(2), 77-94. Retrieved November 8, 2017 from <http://revistes.ub.edu/index.php/Anuario-psicologia/article/viewFile/8827/11094>
- Steffens, K. (2008). Technology Enhanced Learning Environments for self-regulated learning: a framework for research. *Technology, pedagogy and education*, *17*(3), 221-232. Retrieved November 8, 2017 from <http://dx.doi.org/10.1080/14759390802383827>
- Tsao, Y. L., Pan, T. R. (2011). Study on the Computational Estimation Performance and Computational Estimation Attitude of Elementary School Fifth Graders in Taiwan. *US-China Education Review*, *8*(3), 264-275. Retrieved September 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=ED519565>
- Tsao, Y. L., Pan, T. R. (2013). The Computational Estimation and Instructional Perspectives of Elementary School Teachers. *Journal of Instructional Pedagogies*, *11*, 1-15. Retrieved September 15, 2017, from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1097140>
- Whipp, J. L., & Chiarelli, S. (2004). Self-regulation in a web-based course: A case study. *Educational technology research and development*, *52*(4), 5-21. Retrieved November 8, 2017 from http://epublications.marquette.edu/cgi/viewcontent.cgi?=-edu_fac

- Whitacre, I. (2015). Strategy ranges: describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 353–373. Retrieved September 15, 2017, from <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10857-014-9281-8>
- Wilkinson, K. & Barter, P. (2016). Do mobile learning devices enhance learning in higher education anatomy classrooms? *Journal of Pedagogic Development*, 6(1), 14-23. Retrieved October 15, 2017, from <http://eprints.mdx.ac.uk/1758>
- Winne, P. H. (2011). A cognitive and metacognitive analysis of self-regulated learning. In Zimmerman B. J., Schunk D. H. (eds), *Handbook of Self-Regulation of Learning and Performance*, (15–32), New York, NY: Routledge. Retrieved November 8, 2017 from <https://www.routledgehandbooks.com/doi/10.4324/9710.ch2>
- Winters, F. I., Greene, J. A., & Costich, C. M. (2008). Self-regulation of learning within computer-based learning environments: A critical analysis. *Educational Psychology Review*, 20(4), 429-444. Retrieved November 8, 2017 from <http://www.jstor.org/stable/23363924>
- Xu, Ch., Wells, E., LeFevre, J. A., Imbo, I. (2014). Strategic Flexibility in Computational Estimation for Chinese- and Canadian-Educated Adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 40(5), 1481-1497. Retrieved September 15, 2017, from <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25019602>
- Yang, D. C., Lai, M. L. (2013). Teaching Benchmark Strategy for Fifth-Graders in Taiwan. *Journal of Education and Learning*, 2(2), 69-77. Retrieved September 15, 2017, from <http://dx.doi.org/10.5539/jel.v2n2p69>
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317–333. Retrieved September 15, 2017, from <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03055690500236845>
- Zimmerman, B. J. (1990). Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. *Educational Psychologist*, 25(1), 3-17. Retrieved November 8, 2017 from http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep2501_2
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a Self-Regulated Learner: An Overview. *Theory Into Practice*, 41(2), 64-70. Retrieved November 8, 2017 from http://dx.doi.org/10.1207/s15430421tip4102_2
- Zimmerman, B. J., & Tsikalas, K. E. (2005). Can computer-based learning environments (CBLEs) be used as self-regulatory tools to enhance learning? *Educational Psychologist*, 40(4), 267-271. Retrieved November 8, 2017 from http://www.tandfonline.com/doi/15326985ep4004_8

Παράρτημα

Κείμενο

Διαδραστικά Ηλεκτρονικά Παιχνίδια Εκτίμησης

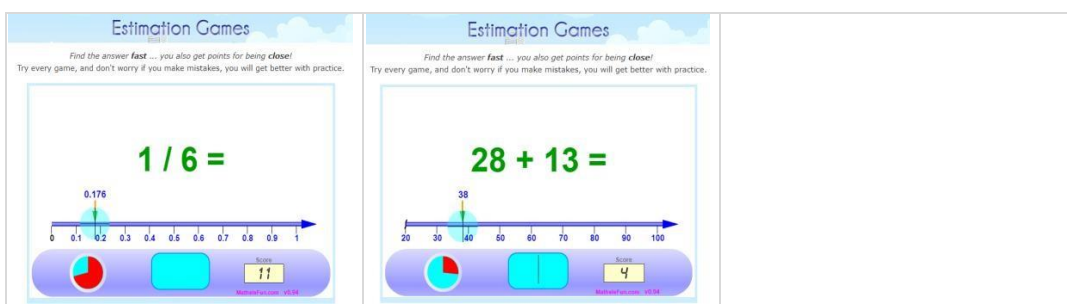
Η ηλεκτρονική εκπαιδευτική πλατφόρμα **Math is fun – Estimation: Estimation Games** (<http://www.mathsisfun.com/sphider/search.php?query=estimation&submit=&search=1>) δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να ασκηθεί στις εκτιμήσεις, όπως και σε κάθε άλλο



μαθηματικό τομέα (άλγεβρα, γεωμετρία κοκ) και σε μια λίστα από αριθμητικές και μετρικές, ποσοτικές δεξιότητες. Η ιστοσελίδα αυτή προσφέρει όχι μόνο τη θεωρία περί της εκτίμησης (τι είναι, το νόημά της, τα είδη της, τις σχέσεις μεταξύ προσέγγισης, στρογγυλοποίησης και εκτίμησης) αλλά τονίζει και ορισμένες από τις στρατηγικές υπολογιστικών εκτιμήσεων (εμπρόσθιο άκρο, στρογγυλοποίηση), παρουσιάζοντας σχετικές ασκήσεις, δραστηριότητες,

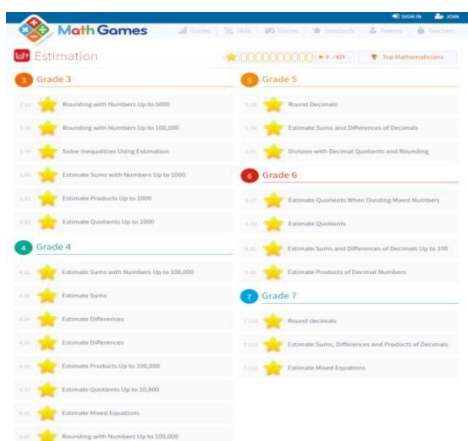
παιχνίδια, φυσικά με τα αντίστοιχα Standards (CCSSM) κάθε σχολική τάξης.

Όσον αφορά τα παιχνίδια εκτίμησης (<http://www.mathsisfun.com/numbers/estimation-game.php>), ο μαθητής μέσα σε ένα λεπτό καλείται να απαντήσει σε όσες περισσότερες ερωτήσεις υπολογιστικής εκτίμησης μπορεί. Τοποθετεί τον αριθμό που εκτιμά ότι θα λύσει προσεγγιστικά την εκάστοτε ερώτηση επάνω στην αριθμογραμμή, με το παιχνίδι να του δίνει κάθε φορά πληροφορίες ανατροφοδότησης (τις σωστές υπολογιστικά απαντήσεις, τη σωστή θέση του ζητούμενου αριθμού, το εύρος των σωστών απαντήσεων).



Η εκπαιδευτική πλατφόρμα **Math Games-Estimation**

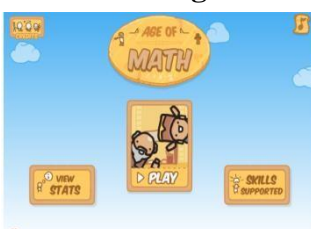
(<https://www.mathgames.com/standards/>) περιέχει άφθονο υλικό για κάθε σχολική τάξη, για κάθε μαθηματική έννοια προς διδασκαλία σύμφωνα με τις αρχές του CCSSM. Αναζητώντας την εκτίμηση, ως κύρια μαθηματική έννοια προς μελέτη, παρουσιάζονται οι τροχιές ανάπτυξης και διδασκαλίας της κατά μήκος των σχολικών τάξεων. Σύμφωνα με το CCSSM, βασική στρατηγική εκτίμησης, στην οποία όλοι οι μαθητές πρέπει να εξοικειωθούν και να είναι ικανοί να



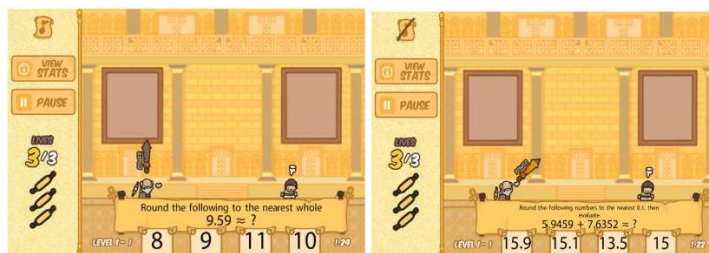
εκτελέσουν σωστά και ορθά, είναι η στρογγυλοποίηση. Για παράδειγμα, επιλέγοντας την ύλη της Ε΄ τάξης, η έννοια της εκτίμησης αναφέρεται στην εκτίμηση αθροισμάτων και διαφορών δεκαδικών αριθμών. Απευθείας ο μαθητής εισέρχεται σε μια σειρά από καθαρά μαθηματικές ασκήσεις επί του επιλεγμένου θέματος, όπου πρέπει να επιλέξει ή να πληκτρολογήσει την απάντησή του. Με 3 επίπεδα δυσκολίας (μεγαλύτεροι αριθμοί, αναγνώριση θέσης ψηφίων, περισσότερα δεκαδικά ψηφία) οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε 10 ερωτήσεις ανά επίπεδο με την προϋπόθεση ότι δεν ξεπερνούν τα 3 λάθη κάθε φορά, διαφορετικά επαναλαμβάνουν το επίπεδο. Η ιστοσελίδα κρατά αρχείο των δοκιμασιών και της επιτυχίας του κάθε μαθητή παρουσιάζοντας έτσι τις επιδόσεις, τις ελλείψεις του καθενός, με την εγγραφή του μαθητή-παίκτη στην πλατφόρμα.

Εκτός των άλλων, η ίδια πλατφόρμα παρέχει ηλεκτρονικά εκπαιδευτικά παιχνίδια τα οποία ομοίως κινούνται βάσει των Standards του CCSSM για κάθε σχολική ηλικία (P-K-8) και για κάθε μαθηματική έννοια (αρίθμηση, γεωμετρία, μοτίβα, πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση, φυσικοί, δεκαδικοί, κλάσματα, λόγοι & ποσοστά, συναρτήσεις, άλγεβρα, πιθανότητες & στατιστική, εκτίμηση, ιδιότητες: σχέσεις αριθμών-πράξεων, δυνάμεις του 10 κ.α). Ο μαθητής, σε κάθε παιχνίδι, επιλέγει ανάλογα με την τάξη του τη θεματολογία στην οποία επιθυμεί να ασκηθεί. Σε κάθε παιχνίδι ο μαθητής αντιμετωπίζει διάφορες υποκατηγορίες της θεματολογίας που έχει επιλέξει αρχικά, οι οποίες και πάλι βασίζονται στο CCSSM. **Βλέπε παρακάτω τα 8 παιχνίδια για την ΕΚΤΙΜΗΣΗ, ως μαθηματική έννοια, της Ε΄ δημοτικού:**

a. **The age of math** (<https://www.mathgames.com/play/ageofmath.html>): Το παιχνίδι



πλαισιώνεται από την ιστορία της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας με τον Ερατοσθένη να προσπαθεί να μεταλαμπαδεύσει τη γνώση του στον κόσμο. Με το πέρασμα στις επόμενες πίστες παιχνιδιού, ο μαθητής, παράλληλα, μαθαίνει την ιστορία του Ερατοσθένη και της θρυλικής Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας.



- b. **Zombie Math** (<https://www.mathgames.com/play/zombiemath.html>): Το παιχνίδι καλεί το μαθητή να σώσει το ανθρώπινο είδος από τη αποκάλυψη των ζόμπι εξολοθρεύοντάς τα, επιλέγοντας τις σωστές απαντήσεις. Ο χρόνος πιέζει το μαθητή να εκτελέσει γρηγορότερα τους νοερούς υπολογισμούς των κατά προσέγγιση αριθμών. Πολλαπλά επίπεδα με αυξανόμενη δυσκολία (μεγαλύτεροι δεκαδικοί αριθμοί, περισσότερα δεκαδικά ψηφία, αναγνώριση θέσης ψηφίων, περισσότερα και γρηγορότερη εμφάνιση των ζόμπι προς εξολόθρευση).



- c. **Math Muncher** (<https://www.mathgames.com/play/mathmuncher.html>): Το παιχνίδι καλεί το μαθητή, όντας ψάρι του βυθού, να επιλέξει να τρώει τα σωστά ψάρια προκειμένου να μεγαλώσει. Επιπλέον, δίνεται η δυνατότητα στο μαθητή να διαλέγει το χαρακτήρα του και ανάλογα με το ποσοστό επιτυχίας να ξεκλειδώνει και άλλους χαρακτήρες.



- d. **King of Math** (<https://www.mathgames.com/play/kingofmath.html>): Το παιχνίδι πλαισιώνει την πολιορκία του κάστρου του βασιλιά από ζόμπι και άλλα τέρατα. Ο μαθητής οφείλει ανά επίπεδο να νικήσει ένα συγκεκριμένο αριθμό εχθρών που πολιορκούν το κάστρο. Με αυξανόμενη δυσκολία (περισσότεροι εχθροί, δυσκολότεροι αριθμοί, αναγνώριση θέσης ψηφίων), ο μαθητής μεταβαίνει στα επόμενα επίπεδα με την ικανότητα να θωρακίσει



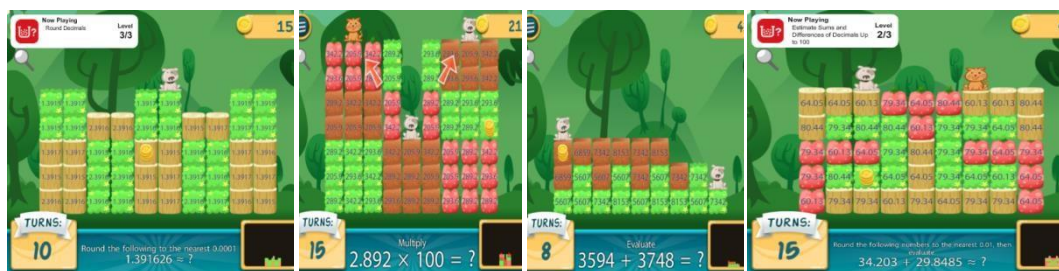
το στρατό προάσπισης του κάστρου (επιπλέον χαρακτήρες, με ικανότερες πολεμικές δυνάμεις), να εξελίξει τη θωράκιση του ίδιου του κάστρου και να βελτιώσει τον πολεμικό εξοπλισμό του για μια αποδοτικότερη και γρηγορότερη αντιμετώπιση των εχθρών.



- e. **Math Buzz** (<https://www.mathgames.com/play/mathbuzz.html>): Το παιχνίδι καλεί το μαθητή, όντας στη στρατιά της βασίλισσας των μελισσών, να εκτελέσει διάφορες εργασίες προκειμένου να ανέβει στην ιεραρχία στο στράτευμα. Μέσα από 5 διαφορετικούς κόσμους ο μαθητής, εφόσον επιλέξει τη σωστή απάντηση, διασώζει τους αιχμάλωτους συμπολεμιστές του, μαζεύει γύρη από τα άνθη, αποφεύγει παρεμβαλλόμενα πουλιά και φυσικά προστατεύει τη βασίλισσά του. Προσοχή! Σε περίπτωση που δεν απαντήσει σωστά στην εκάστοτε προς εκτίμηση ερώτηση, ο μαθητής χάνει μια μέλισσα/μια ζωή, ενώ ταυτόχρονα θα πρέπει να μαζεύει διάφορες φούσκες που του προσφέρουν ειδικές δυνάμεις.



- f. **Math Smash: Animal Rescue** (<https://www.mathgames.com/play/mathsmash.html>): Το παιχνίδι καλεί το μαθητή να σώσει τα ζωάκια που έχουν χαθεί στο δάσος, την έρημο και σε άλλους 3 απομονωμένους και άγριους τόπους. Ο μαθητής θα πρέπει να εκτιμά κάθε φορά την απάντησή του επιλέγοντας και «σπάζοντας» το αντίστοιχο μπλοκ, προκειμένου να σωθούν τα ζωάκια. Προσοχή! Το παιχνίδι παρέχει ορισμένο αριθμό ζωών κάθε φορά, ενώ όσο αυξάνεται η δυσκολία, όχι μόνο τα μαθηματικά δεδομένα δυσκολεύουν και αυξάνονται και τα προς διάσωση ζώα αλλά και ταυτόχρονα μειώνονται και οι ζωές. Ο μαθητής, οπότε, θα πρέπει να σκέφτεται στρατηγικά προκειμένου να «γκρεμίζει» όσο το δυνατόν περισσότερα μπλοκ (ίδιου μοτίβου) με κάθε του κίνηση/επιλογή/απάντηση.



- g. **Math Leaper** (<https://www.mathgames.com/play/mathleaper.html>): Ο μαθητής καλείται σε 1,5 λεπτό να ανεβάσει τον χαρακτήρα του σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο ύψος. Προσοχή! Με κάθε λάθος του αυξάνεται η στάθμη του υγρού που μπορεί να τον πνίξει. Θα πρέπει με γρήγορους υπολογισμούς να επιλέγει τη σωστότερη εκτιμητική απάντηση προσέχοντας το περιβάλλον της αρένας. Και αυτό διότι πέφτουν διάφορες «γλίτσες» που του μειώνουν το ύψος όπου έχει ανέβει αλλά και καραμέλες που του δίνουν τη δυνατότητα (σε 15 δευτερόλεπτα) να μην επηρεάζεται το ύψος που κατακτά από την ορθότητα των απαντήσεών του ή με άλλες θετικές επιδράσεις προς το χαρακτήρα και το σκοπό του. Η αυξανόμενη δυσκολία αριθμών (μεγαλύτεροι αριθμοί, περισσότερα δεκαδικά ψηφία, μεγαλύτερες δυνάμεις του 10, αναγνώριση θέσης ψηφίων) και οι περισσότερες «γλίτσες» σημαίνουν λιγότερες καραμέλες με αποτέλεσμα το ανέβασμα της στάθμης του υγρού από κάτω.



- h. **Math Missile** (<https://www.mathgames.com/play/mathmissile.html>): Ο μαθητής πρέπει να προστατέψει τη Γη, τη στρατιωτική του βάση, ως υπεύθυνος εκτόξευσης πυραύλων, από τους εξωγήινους. Απαντώντας σωστά στις εκτιμητικές ερωτήσεις, κερδίζει χρήματα ώστε να αναβαθμίσει το στρατιωτικό του εξοπλισμό, τις στρατιωτικές του μονάδες (κεντρική μονάδα, πυργίσκος πυροβόλων, ραντάρ/άμυνα, μονάδα πυραύλων κα), που τυχόν καταστρέφονται από τον εχθρό. Προσοχή! Τα επίπεδα χαρακτηρίζονται για την αυξανόμενη δυσκολία

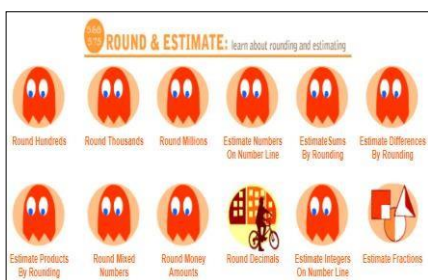


τους, μιας και όχι μόνο οι μαθηματικές ερωτήσεις εκτίμησης δυσκολεύουν αλλά και το ίδιο το παιχνίδι παροτρύνει το μαθητή να εκτελεί γρηγορότερους νοερούς υπολογισμούς προκειμένου να μην καταστραφεί η άμυνά του (περισσότερα εχθρικά πυρά σε λιγότερο χρόνο, περισσότερες στρατιωτικές μονάδες προς υπεράσπιση και απώθηση του εχθρού).



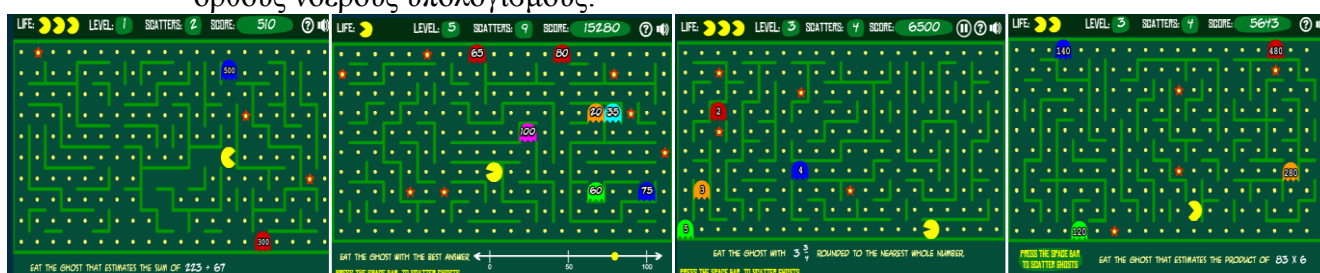
Η διαδικτυακή πλατφόρμα εκπαιδευτικού υλικού και παιχνιδιών **Sheppard Software** – **Round & Estimate** (<https://www.sheppardsoftware.com/math.htm#round>) στοχεύει στον εκσυγχρονισμό και τη βελτίωση της διδακτικής και μαθησιακής πράξης,

προσφέροντας ένα διαμορφωμένο και διαρθρωμένο υλικό για όλες τις ηλικίες (νήπια, δημοτικό, γυμνάσιο, λύκειο, πανεπιστήμιο, ενήλικες). Αναζητώντας στην ιστοσελίδα την έννοια της εκτίμησης (*Round and Estimate*), παρουσιάζονται διάφορες ηλεκτρονικές εφαρμογές που δίνουν στον εκάστοτε μαθητευόμενο τη δυνατότητα ανάλογα με τη σχολική του τάξη και το γνωστικό του επίπεδο να ασκηθεί στις



στρογγυλοποιήσεις (εκατοντάδων, χιλιάδων, εκατομμυρίων, δεκαδικών, μεικτών αριθμών, ακεραίων, χρηματικών ποσών) και τις εκτιμήσεις μεγεθών (αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων, πηλίκων, ποσοτική εκτίμηση κλασμάτων/μοντέλα περιοχής).

1. **Pacman**([πχ.https://www.sheppardsoftware.com/mathgames/round/mathman_round_hundred.htm](https://www.sheppardsoftware.com/mathgames/round/mathman_round_hundred.htm)): Ο μαθητής παίζοντας το γνωστό παιχνίδι Pacman προσπαθεί να λύσει σωστά τις ερωτήσεις που του εμφανίζονται κάθε φορά εκτιμώντας την ορθή απάντηση. Με το πέρασμα των επιπέδων, η δυσκολία αυξάνεται με την εμφάνιση περισσότερων φαντασμάτων/εκτιμητικών επιλογών ολοένα και πιο κοντά αριθμητικά προκειμένου ο μαθητής, όχι μόνο να προσέξει να αποφύγει έγκαιρα τα λανθασμένα φαντάσματα, αλλά και να εκτελέσει γρήγορους και ορθούς νοερούς υπολογισμούς.



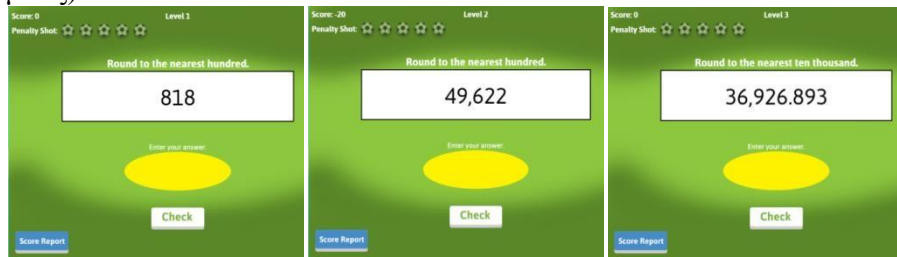
2. **Scooter Quest** (<https://www.sheppardsoftware.com/mathgames/menus/roundestimate.htm>): Ηλεκτρονική εφαρμογή που βάζει το μαθητή να εκτιμά και να στρογγυλοποιεί το μέγεθος των δεκαδικών που εμφανίζονται βοηθώντας έτσι τον Jimmy να παραδώσει όσες περισσότερες εφημερίδες στα σπίτια της γειτονιάς, εισπράττοντας κάθε φορά και περισσότερα χρήματα. Φτάνοντας σε ορισμένα χρηματικά ποσά, ο Jimmy έχει τη δυνατότητα να αγοράσει πατίνια, ποδήλατο και τελικά το επιθυμητό σκούτερ.



3. Επίσης, το ηλεκτρονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι **Soccer Math: Rounding numbers** **ABCYa.com** (ψηφιακή βάση εκπαιδευτικού υλικού) (<http://www.abcya.com/estimating.htm>) δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή,



επιλέγοντας το χαρακτήρα-ποδοσφαιρικό παίκτη και το επίπεδο και τον τύπο των εκτιμήσεων και στρογγυλοποιήσεων, να ασκηθεί σε συγκεκριμένα γνωστικά σημεία της έννοιας της εκτίμησης ανάλογα με τις προτιμήσεις, τις ανάγκες και τις αδυναμίες του (στρογγυλοποιήσεις στις δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, στους δεκαδικούς αριθμούς).



4. Το διαδικτυακό παιχνίδι **Ice Ice Maybe – Mangahigh** (<https://www.mangahigh.com/en/games/iceicemaybe>): Ο μαθητής καλείται να



βοηθήσει τους πιγκουίνους να αποδημήσουν περνώντας τον ωκεανό και αποφεύγοντας τις πεινασμένες φάλαινες-δολοφόνους. Χρησιμοποιώντας τις ικανότητες της εκτίμησης και της προσέγγισης των αριθμητικών μεγεθών επάνω στην αριθμογραμμή, ο μαθητής ανάλογα με τη θεματολογία των ερωτήσεων που επιλέγει (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση, κλάσματα,

ποσοστά) προσπαθεί να τοποθετήσει σωστά τα πλωτά παγόβουνα, έτσι ώστε οι πιγκουίνοι να μετακινούνται με ασφάλεια από παγετώνα σε παγετώνα.

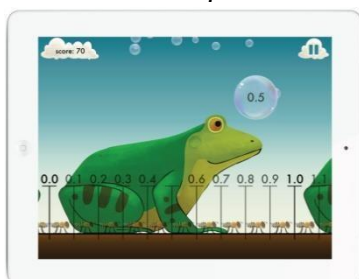
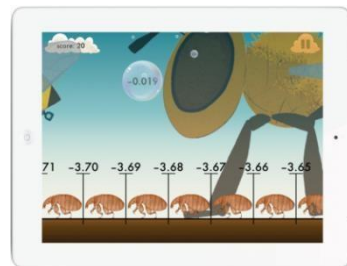


5. Επιπλέον, στο παιχνίδι **Glowla's Estimation Contraption** – [pbskids_cyberchase](http://pbskids.org/cyberchase/math-games/glowlas-estimation-contraption/) (<http://pbskids.org/cyberchase/math-games/glowlas-estimation-contraption/>), ο μαθητής πρέπει να βοηθήσει τη Glowla να εκτελέσει εκτιμήσεις αθροισμάτων ποικίλων αριθμών στη μηχανή εκτίμησης. Προσοχή! Σε κάθε πράξη δίνεται 1 λεπτό για την απόδοση της απάντησης, ενώ ταυτόχρονα προσφέρονται βοήθειες και ανατροφοδοτήσεις. Ακόμη, η δυσκολία του παιχνιδιού αυξάνεται, καθώς οι αριθμοί μεγαλώνουν αριθμητικά αλλά και ποσοτικά. Ο μαθητής θα πρέπει γρήγορα να υπολογίσει νοερά τα κατά προσέγγιση αποτελέσματα, αξιοποιώντας στρατηγικές εκτίμησης και κυρίως αυτές της στρογγυλοποίησης.



Η σύγχρονη ιστοσελίδα **Motion Math** προσφέρει σε μαθητές και εκπαιδευτικούς (νηπιαγωγείο έως Στ' δημοτικού) δυναμικά, οπτικά, προσαρμοζόμενα μαθηματικά παιχνίδια (για iPad, iPhone και iPod touch) βοηθώντας τους να κατακτήσουν τις πιο απαιτητικές μαθηματικές έννοιες των Standards (CCSSM). Τα διαδραστικά παιχνίδια Motion Math στοχεύουν στην ανάπτυξη της ευχέρειας με το μάθημα των μαθηματικών και τις υπολογιστικές δεξιότητες, την εννοιολογική κατανόηση και την αγάπη για την πρόκληση.

- i. **Zoom** (<http://motionmathgames.com/motion-math-zoom/>): Μια περιπέτεια διεπαφής με ζώα μέσα στον κόσμο των αριθμών, που διαθέτει την πιο διαδραστική αριθμογραμμή όλων των εποχών μετατρέποντας την κατανόηση της αρχής θέσης ψηφίου σε παιχνίδι. Η διαισθητική χειρονομία στα iDevices επιτρέπει στα παιδιά να περιηγούνται σε συγκεκριμένα αντικείμενα (ζώα που αντιπροσωπεύουν αφηρημένους αριθμούς

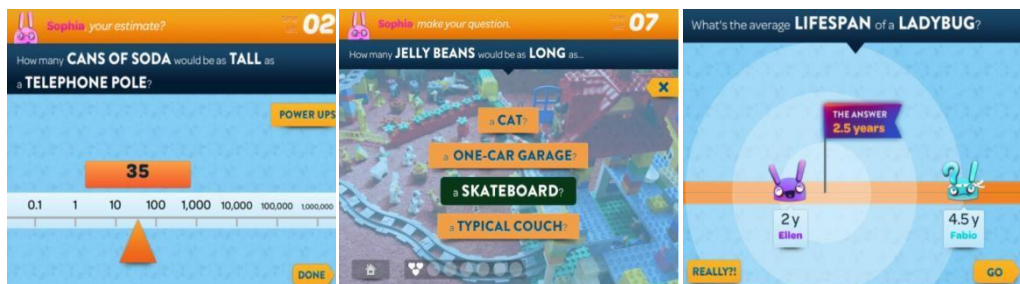


(δεινόσαυρος, αμοιβάδες, βατράχια). Το Math Motion Zoom είναι ένας διασκεδαστικός τρόπος απόκτησης και οικοδόμησης ενός βασικού υπόβαθρου της αίσθησης του αριθμού. Οι μαθητές εκτιμούν και «ζουμάρουν» επάνω στην αριθμογραμμή ψάχνοντας τη θέση των αριθμών (ακεραίων, δεκαδικών, κλασμάτων, αρνητικών αριθμών), αντιλαμβανόμενοι

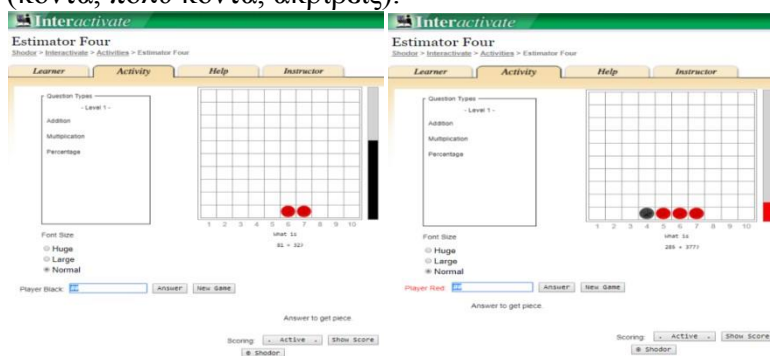
διαισθητικά την πυκνότητα και τη συνέχεια των αριθμών, ενώ με τον καιρό αναπτύσσουν και αυτοματοποιούν στρατηγικές σύγκρισης των αριθμών.

- ii. **Questionnaire** (<https://itunes.apple.com/us/app/questimate/id610665063?mt=8>): Ένα φανταστικό παιχνίδι υπολογιστικών εκτιμήσεων, εκτιμήσεων μέτρησης και πλήθους

για μικρούς και μεγάλους. Το διαδραστικό αυτό παιχνίδι ενθαρρύνει την περιέργεια για τα μεγέθη και τις συγκρίσεις, κινητοποιεί το ενδιαφέρον και το θαυμασμό των παικτών για την αριθμητική δομή του κόσμου. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να διατυπώνουν ενδιαφέρουσες προσωπικές ερωτήσεις (ακόμα και αν δεν γνωρίζουν την απάντηση) και στη συνέχεια να κατευθύνονται σταδιακά προς την κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών σχετικά με τις μετρήσεις, τις μονάδες μέτρησης και τις τάξεις μεγέθους. Η βαθύτερη διερεύνηση γίνεται μέρος της διασκέδασης και οι αριθμητικές εκτιμήσεις πραγματοποιούνται ευχάριστα, γρήγορα και με λογική ακρίβεια. Το παιχνίδι ενθαρρύνει το φιλικό κοινωνικό ανταγωνισμό.



Η **Shodor** (A national resource for computational science) (<http://www.shodor.org/interactivate/activities/EstimatorFour/?version=1.6.002&browser=MSIE&vendor=SunMicrosystemsInc>) αποτελεί μια διαδραστική εκπαιδευτική πλατφόρμα δεδομένων που προσφέρει στους μαθητές διάφορες δραστηριότητες, εργαλεία, λεξικό, και στους εκπαιδευτικούς σχέδια μαθημάτων, τα standards (CCSSM), κεντρικές ιδέες. Ατομικά ή ομαδικά, οι μαθητές παίζουν το κλασικό παιχνίδι της **Τετράλιζας (Estimate Four)** με την κάθε ομάδα (κόκκινη, μαύρη) να προσπαθεί να απαντήσει σωστά σε ερωτήσεις εκτίμησης προκειμένου να ρίξει ένα πούλι στο ταμπλό. Οι αντίπαλοι έχουν τη δυνατότητα να επιλέξουν τη θεματολογία των εκτιμητικών ερωτήσεων (πρόσθεση, πολλαπλασιασμό, ποσοστά), το βαθμό δυσκολίας (επίπεδο 1 ή 2 ή 3) αλλά και το βαθμό απόκλισης των απαντήσεων (κοντά, πολύ κοντά, ακριβείς).



Στο παιχνίδι **Estimating by Rounding** (<http://www.scweb4free.com/estimat.html>) ο μαθητής καλείται να αναγνώσει διαγράμματα, που δείχνουν την κατά προσέγγιση απόσταση σε μίλια μεταξύ ορισμένων πόλεων των ΗΠΑ και να εκτιμήσει την ώρα που θα χρειαστεί για να πραγματοποιήσει ορισμένα ταξίδια με συγκεκριμένη κάθε φορά ταχύτητα (εξάσκηση στην εκτίμηση γινομένων, ηλικίων πολυψήφιων αριθμών). Ανάλογα με την ηλικία

και το γνωστικό επίπεδο, ο μαθητής επιλέγει το χρόνο (έως 8 λεπτά) και τον αριθμό των υποβαλλόμενων ερωτήσεων (έως 8 ερωτήσεις).

You travel from		Raleigh, NC					to		Portland, OR				
Approximate Mileages	Albuquerque, NM	Raleigh, NC	Nashville, TN	Minneapolis, MN	Portland, OR	Dallas, TX	Speed: 42 mph	About how many hours will it take you to get there ?	Points	1	Next		
	Albuquerque, NM	1,760	1,228	1,227	1,377	654							75
Raleigh, NC	1,760		538	1,215	2,965	1,200	72	25					
Nashville, TN	1,228	538		812	2,424	668	71	35					
Minneapolis, MN	1,227	1,215	812		1,748	963							
Portland, OR	1,377	2,965	2,424	1,748		2,041							
Dallas, TX	654	1,200	668	963	2,041								

Η ιστοσελίδα **Mr. Nussbaum** (<http://mrnussbaum.com/estimation/>) αποτελεί μια ηλεκτρονική βάση εκπαιδευτικού υλικού αξιολόγησης, υποστήριξης, ενδυνάμωσης της μάθησης των παιδιών προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας, με την παροχή ποικίλων δραστηριοτήτων, φύλλων εργασίας και αξιολόγησης, εκπαιδευτικών βίντεο και παιχνιδιών. Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα παιχνίδια εκτίμησης που προτείνονται από την ιστοσελίδα αυτή για την απόκτηση ευχέρειας των μαθητών με την εκτίμηση αριθμών (αρχή θέσης ψηφίων), αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων και πηλίκων διάφορων αριθμητικών παραστάσεων:

- a. **Half Court Rounding** (<http://mrnussbaum.com/halfcourt/>): Ο μαθητής



επιλέγει τον τύπο των αριθμών με τους οποίους θέλει να ασκηθεί στη στρογγυλοποίηση και «εισέρχεται» στον αγωνιστικό χώρο του γηπέδου μπάσκετ. Επιλέγοντας το σημείο βολής του (επίπεδα δυσκολίας), καλείται να στρογγυλοποιήσει τους αριθμούς που του παρουσιάζονται. Ο χρόνος είναι ένας παράγοντας που ενεργοποιεί τη νοερή υπολογιστική ικανότητα των μαθητών, την ανταγωνιστικότητά τους και φυσικά τις γνώσεις τους περί θεσιακής αξίας.



- b. **Food Fight** (<http://mrnussbaum.com/food-fight-2/>): Ένα έξυπνο παιχνίδι όπου ο μαθητής ασκείται στις υπολογιστικές εκτιμήσεις αθροισμάτων. Ο μαθητής καλείται να βοηθήσει την ομάδα των 5 συμπαίκτων του να νικήσουν στο

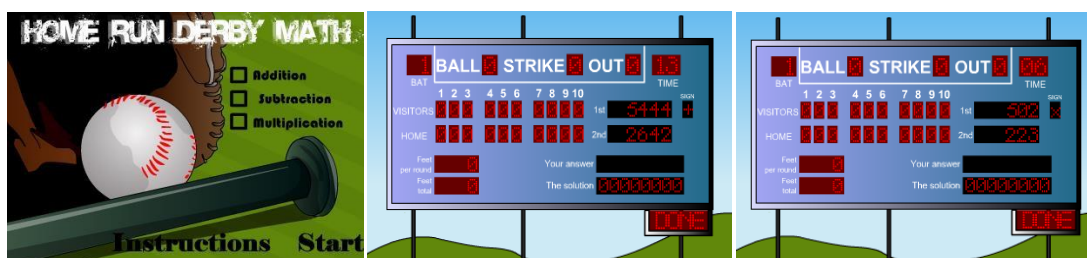


διαγωνισμό φαγητού που διεξάγεται μεταξύ των σχολείων της Αμερικής. Ο μαθητής όχι μόνο πρέπει να διαλέξει μεταξύ μιας πλειάδας αθροισμάτων (ποικιλία αριθμών) αλλά θα πρέπει επιπλέον να εκτιμήσει και το άθροισμα αυτών των αθροισμάτων προκειμένου να νικήσει η ομάδα του. Προσοχή! Όσα αθροίσματα αφήσει θα μεταφερθούν στην αντίπαλη ομάδα! Με το χρόνο ως ελεγκτικό παράγοντα, ο μαθητής

οφείλει να εκτελέσει γρήγορους νοερούς υπολογισμούς και να εκτιμήσει την αξία των αθροισμάτων και το άθροισμα αυτών.



- c. **Home Run Derby Math** (<http://mmussbaum.com/derby/>): Ένα τέλειο παιχνίδι για την ενίσχυση της αίσθησης αριθμού και την εκτίμηση των αθροισμάτων, των διαφορών και των γινομένων των αριθμών με 3 ή 4 ή και 5 ψηφία. Ο μαθητής έρχεται αντιμέτωπος με το ταμπλό των σκορ σε ένα αγώνα του μπέιζμπολ και επιλέγει σε ποια από τις πράξεις (ή σε όλες) θέλει να ασκηθεί στην εκτίμηση. Η δυσκολία του παιχνιδιού έγκειται στο γεγονός ότι οι αριθμοί είναι μεγάλοι αριθμητικά, τους οποίους και πρέπει να υπολογίσει γρήγορα και με ακρίβεια. Υπάρχει ανατροφοδότηση καθώς μετά την απάντηση του μαθητή εμφανίζεται το ακριβές υπολογιστικό αποτέλεσμα και το ποσοστό ακρίβειας των απαντήσεων του μαθητή.



- d. **Maximum Capacity** (<http://mrussbaum.com/maximumcapacity/>): Ο μαθητής υπό το ρόλο του συνοδού του ανελκυστήρα πρέπει να ανεβάσει όσο το δυνατόν περισσότερους γορίλλες στον όγδοο όροφο του ξενοδοχείου Jungle για τον ετήσιο γοριλίσιο χορό! Το μόνο πρόβλημα είναι ότι οι πόρτες του ανελκυστήρα κλείνουν σε 30 δευτερόλεπτα και εξακολουθούν να υπάρχουν εκατοντάδες ανήσυχτοι γορίλλες που θέλουν να παρευρεθούν στο πάρτι. Ο μαθητής θα πρέπει να εκτιμήσει τα αθροίσματα του βάρους των γοριλών, ώστε να μην υπερβεί τη χωρητικότητα του ανελκυστήρα που αλλάζει με κάθε μεταφορά.

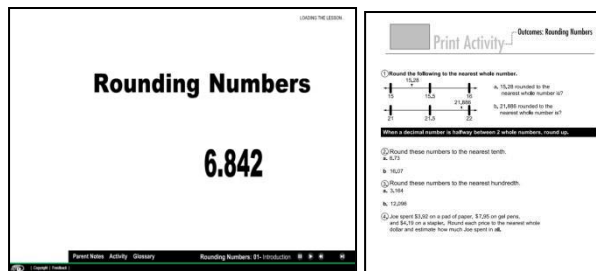


- e. **Estimation: Valley Golf** (<http://mmussbaum.com/estimationvalley/>): Ηλεκτρονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι στο οποίο ο μαθητής επιλέγοντας χαρακτήρα και επίπεδο

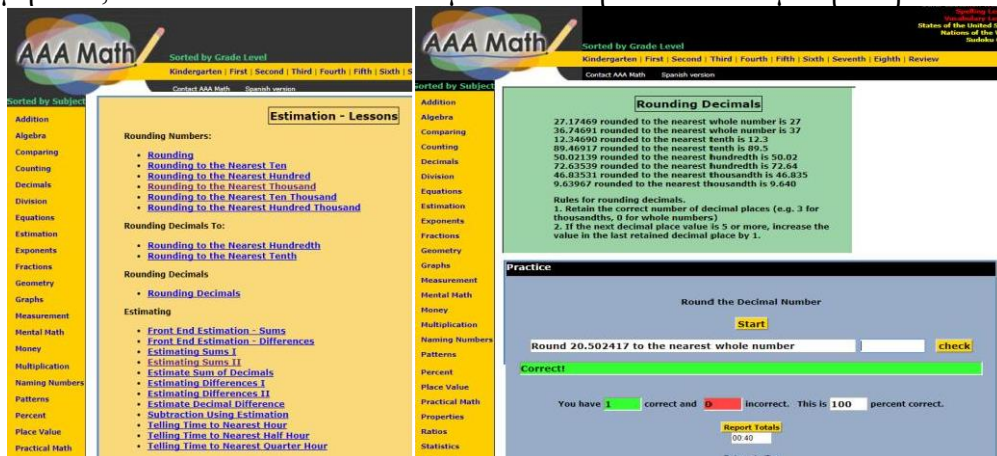
δυσκολίας, προσπαθεί εντός 10 δευτερολέπτων να εκτιμήσει σωστά, προσεγγιστικά κοντά τα αθροίσματα, τις διαφορές ή τα γινόμενα των αριθμητικών μεγεθών που του παρουσιάζονται κάθε φορά προκειμένου να ρίξει το μπαλάκι του γκολφ στην τρύπα.



Η ιστοσελίδα **Rounding Numbers** (Spy Guys Interactive) (<http://www.learnalberta.ca/content/mesg/html/math6web/index.html?page=lessons&lesson=m6lessonsshell109.swf>) αποτελεί ένα διαδραστικό μάθημα σχετικά με την εκτίμηση και τη στρογγυλοποίηση [(θεωρία (νόημα & στρατηγικές), παραδείγματα, δραστηριότητες, γλωσσάρι, φύλλα εργασίας, σημειώσεις προς τους γονείς)].



Η πλατφόρμα **Μαθήματα και άσκηση στην εκτίμηση** (Estimation lessons & Practice) (AAA Math) (<http://www.aamath.com/B/est.htm>) παρέχει θεωρητικά δεδομένα σχετικά με την έννοια της εκτίμησης και της σχέσης της με τη στρογγυλοποίηση, στρατηγικές εκτίμησης και στρογγυλοποίησης. Ο μαθητής επιλέγοντας οποιαδήποτε κατηγορία εκτιμήσεων, αφού αναγνώσει τη σχετική θεωρία, έρχεται αντιμέτωπος με ένα καθαρά πρακτικό (σωστό-λάθος) κομμάτι υπολογιστικών εκτιμήσεων, όπου και εκτελεί τα όσα έμαθε από την επισυναπτόμενη θεωρία.



Η ιστοσελίδα **NumberNut.com** (<http://www.numbnut.com/fractions/activities/index.html>) περιέχει πολλαπλής επιλογής δραστηριότητες σχετικά με διάφορες μαθηματικές έννοιες, μία από τις οποίες είναι και η εκτίμηση με την στρογγυλοποίηση. Στις διαδικτυακές

δραστηριότητες **Estimation and Rounding Activities** ο μαθητής μπορεί να βρει και να ασκηθεί σε ποικίλες πρακτικές δραστηριότητες εκτιμητικών προσεγγίσεων ανάλογα με το γνωστικό του επίπεδο, τις ανάγκες και τις αδυναμίες του.



Ας σημειωθεί ακόμα ότι και στο βιβλίο του Van de Walle (2005, σελ.283-284), προτείνονται πακέτα λογισμικών με ασκήσεις για εκτιμήσεις, όπως το Mega Math Blaster (Davidson), το Power Rangers ZEO: Power Active Math, το Fizz & Martina's Math Adventures Blue Falls Elementary και το Mighty Math Number Heroes, τα οποία δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές παίζοντας διαδραστικά παιχνίδια για την αντιμετώπιση των εξωγήινων, των εχθρών των Power Rangers, ως συνοδοιπόροι στις περιπέτειες του Fizz και της Martina και ως σουπερ-ήρωες για τη σωτηρία του κόσμου, να ασκηθούν στις δεξιότητες εκτίμησης αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων και πηλίκων ποικιλόμορφων αριθμητικών παραστάσεων (όλοι οι τύποι των αριθμών).



Εκτός των άλλων, το διαδίκτυο προσφέρει και μια πληθώρα ηλεκτρονικών παιχνιδιών για την άσκηση των μαθητών στις εκτιμήσεις μέτρησης και πλήθους, για όλες τις ηλικίες, προσαρμοσμένα σε ποικίλες προτιμήσεις και μαθησιακές ανάγκες, όπως:

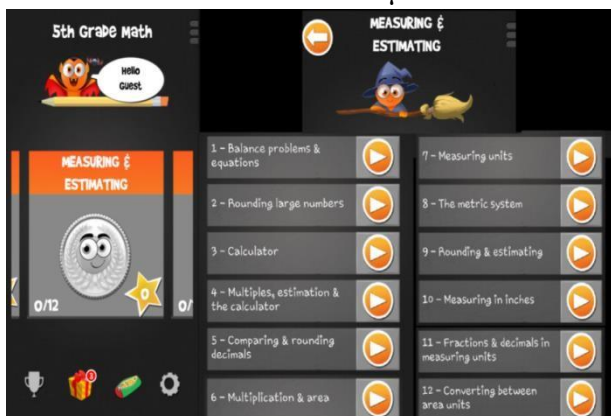
- **Εκτίμηση 2.02** – PhET: Εκτίμηση μετρήσεων μήκους, με αφηρημένες μονάδες μέτρησης, και εκτίμηση πλήθους αντικειμένων (https://phet.colorado.edu/sims/estimation/estimation_el.html)
- **Comparison Estimator** - Shodor (<http://shodor.org/interactivate/activities/ComparisonEstimator/>)
- **Guess it!**: Μέτρηση πλήθους αντικειμένων (πολλά/λίγα, μικρά/μεγάλα) (<https://www.theproblemsite.com/games/guess-it>)
- **Estimating Length of an Object**: Μέτρηση μήκους, σε σύγκριση με μια αφηρημένη μονάδα μέτρησης (<https://play.google.com/store/apps/details?id=air.com.cmapp.g01110a1>)

- **Get the Weight Metric** – Math Nook: Μέτρηση βάρους, σε κιλά και γραμμάρια, μέσω διαδραστικής ζυγαριάς και βαριδίων (<https://www.mathnook.com/math/get-the-weight-metric.html>).
- **Estimation Genius** - Math Nook: Εξάσκηση στις γρήγορες εκτιμήσεις σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής (πχ. ταχύτητα διερχόμενου αυτοκινήτου, πόση απόσταση διανύει) (<https://www.mathnook.com/estimategenius.html>)
- **Anti-Homework** – MrNussbaum.com: Εκτίμηση γωνιών, για την αποφυγή εργασιών για το σπίτι <http://mrnussbaum.com/antihomework/>
- **Alien angles...** - mathplayground.com: Οπτική εκτίμηση γωνιών (γραμμική αναπαράσταση, μέτρο), για την διάσωση των εξωγήινων (<http://www.mathplayground.com/alienangles.html>)

Διαδικτυακές Εκπαιδευτικές Βάσεις Δεδομένων

Το διαδίκτυο αποτελεί μια αστείρευτη πηγή πληροφοριών προς αξιοποίηση για τον εκσυγχρονισμό, τη βελτίωση της παρεχόμενης και αναπαραγόμενης μαθηματικής γνώσης και εμπειρίας. Παρακάτω παρουσιάζονται διάφοροι ηλεκτρονικοί διαδικτυακοί τόποι ή app(εφαρμογές)

Το διαδικτυακό δυναμικό εκπαιδευτικό υλικό-παιχνίδι **iTooch** (app Smartphone ή



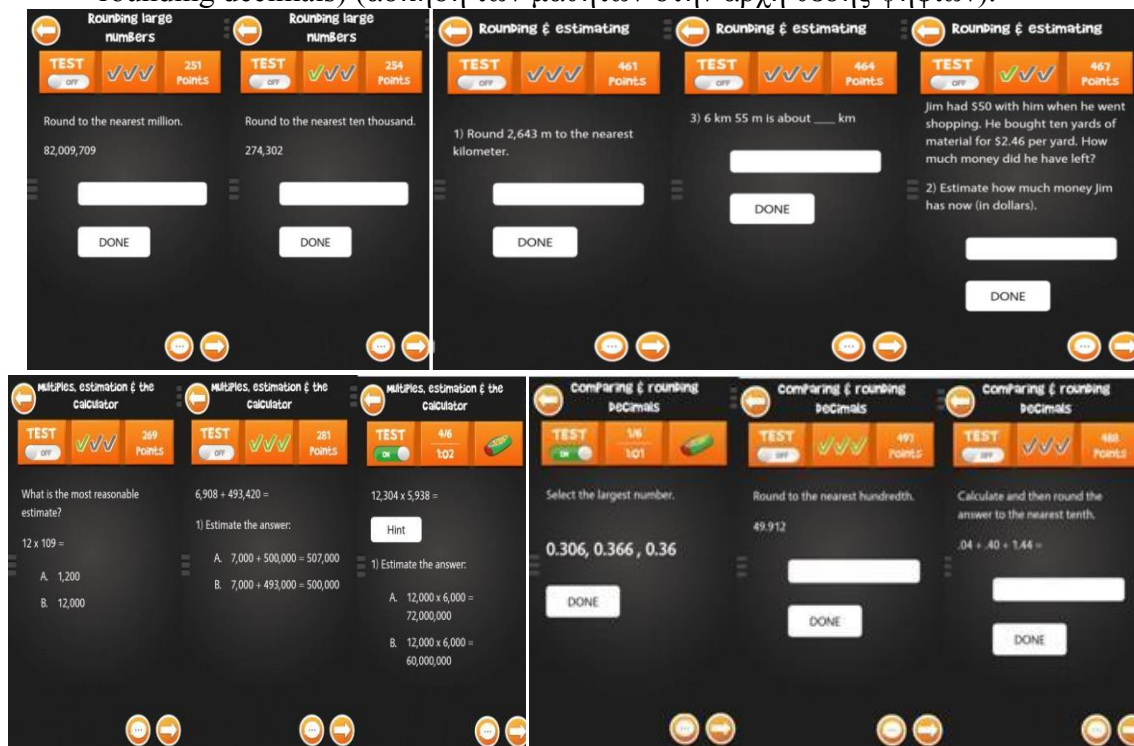
HP-game) δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές, μέσω ενός ψυχαγωγικού και παιγνιώδους τρόπου παρουσίασης, να επιλέξουν τη μαθηματική έννοια πάνω στην οποία θέλουν να ενασχοληθούν παρέχοντας ταυτόχρονα ανατροφοδοτήσεις (επαίνους/πόντους, λύσεις). Η εφαρμογή αυτή, όντας στα αγγλικά, καλύπτει τη σχολική ύλη κάθε ηλικιακής τάξης αναπτύσσοντας τις μαθηματικές έννοιες

σύμφωνα με τα Standards του CCSS-M (αντίστοιχες εφαρμογές υπάρχουν και για τις άλλες σχολικές τάξεις). Οι μαθητές-παίκτες κερδίζοντας και χάνοντας πόντους, καλλιεργούν την ανταγωνιστικότητά τους ενασχολούμενοι όλο και περισσότερο με τη μαθηματική έννοια την οποία και αναπτύσσουν μέσω της εφαρμογής αυτής.

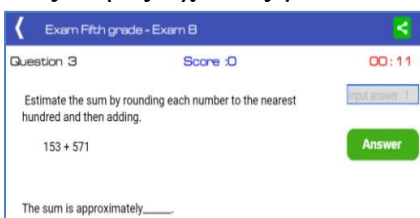
Το περιεχόμενό της, όσον αφορά την εκτίμηση (Measuring & Estimating) στα Μαθηματικά της Ε΄ τάξης αποτελείται από(<http://www.edupad.com/itooch/fifth-grade-math-app/>):

- τη στρογγυλοποίηση μεγάλων αριθμών (rounding large numbers) (άσκηση των μαθητών στην αρχή θέσης ψηφίων και στους κανόνες της στρογγυλοποίησης),
- τη σχέση της στρογγυλοποίησης με την εκτίμηση (rounding & estimating) (σχετικά με μετρικές μονάδες μέτρησης, πχ. μέτρα, χιλιόμετρα, γιάρδες, ίντσες, δολάρια),

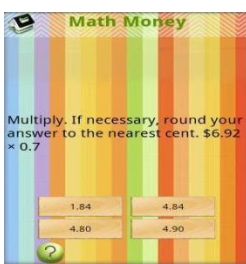
- την αριθμομηχανή (calculator) (οι μαθητές εξασκούνται στους γρήγορους νοερούς υπολογισμούς, την χρήση της αριθμομηχανής και την εκτίμηση των αποτελεσμάτων προτού τον ακριβή υπολογισμό τους),
- τη συσχέτιση των πολλαπλασίων, της εκτίμησης και της αριθμομηχανής (multiples, estimation & the calculator) (εκτίμηση αθροισμάτων, γινομένων αριθμών και έλεγχος της λογικότητας των εκτιμημένων αριθμητικών δεδομένων), και
- τη σύγκριση και στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών (comparing & rounding decimals) (άσκηση των μαθητών στην αρχή θέσης ψηφίων).



Παρόμοια εφαρμογή με το iTooch είναι και η ονομαζόμενη **Math: Fifth Grade** (Math Academy app). Αυτή η εφαρμογή μπορεί να χρησιμοποιηθεί από όλους, καθηγητές και μαθητές της Ε' (αντίστοιχες εφαρμογές υπάρχουν και για τις άλλες σχολικές τάξεις) που σχεδιάζουν μαθήματα ή που προσπαθούν να κατανοήσουν, να ασκηθούν σε υπολογιστικές δεξιότητες σχετικές με δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς (βασική ύλη της Ε' δημοτικού, σύμφωνα με το CCSSM) (<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.math.fifthgrade>). Αυτή η εφαρμογή περιέχει τις ακόλουθες ενότητες: tutorials, τύπους, ασκήσεις, θεωρητικές ερωτήσεις, κουίζ, λεξικό, αριθμομηχανή, γραφικά, μαθηματικά τεχνάσματα, σπαζοκεφαλιές, μετατροπέα μονάδων, φορές, δυαδικό μετατροπέα, αριθμομηχανή στατιστικών.



Ομοίως και η εφαρμογή **Math Workout: 6th Grade** (<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.gst.sixthgrade>), αποτελεί μια βάση εκπαιδευτικών μαθηματικών δεδομένων για την



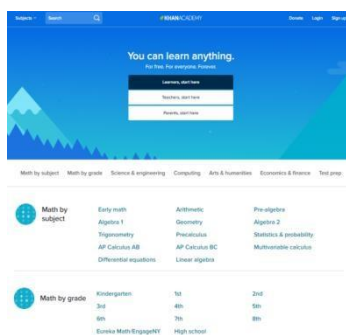
Στ' δημοτικού. Το υλικό διαρθρώνεται σύμφωνα με τα Standards του CCSSM εμπιρεύοντας και ασκήσεις σχετικά με τη στρογγυλοποίηση δεκαδικών, τη θεσιακή αξία ψηφίων (δεκαδικοί, κλάσματα επάνω στην αριθμογραμμή, συγκρίσεις), την εκτίμηση αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων, πηλίκων δεκαδικών και κλασματικών αριθμών.

Η εφαρμογή **BYJU'S Math App - Class 4 & 5** προσφέρει επίσης ένα ολοκληρωμένο και εύκολα προσβάσιμο, κατανοητό πρόγραμμα εκμάθησης και άσκησης των μαθητών στα μαθηματικών των τάξεων Δ' και Ε' δημοτικού (<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.byjus.k5>) [VC Circle Award for Education Company of the year (2016), Future of India Award for excellence in Education (2016)]. Η εφαρμογή αναπτύσσει όλες τις βασικές δεξιότητες που απαιτούνται για να βοηθήσει τους μαθητές να προετοιμαστούν καλά για το σχολείο δημιουργώντας ένα στέρεο υπόβαθρο για μια επιτυχημένη μελλοντική εκπαίδευση. Τους βοηθά μέσω συναρπαστικών (εξαιρετικά γραφικά, φιλικά προς αυτές τις ηλικίες) και ενδιαφερόντων βιντεομαθημάτων, ασκήσεων να μάθουν όλες τις κεντρικές μαθησιακά μαθηματικές ιδέες με έναν πραγματικά απλοποιημένο τρόπο.



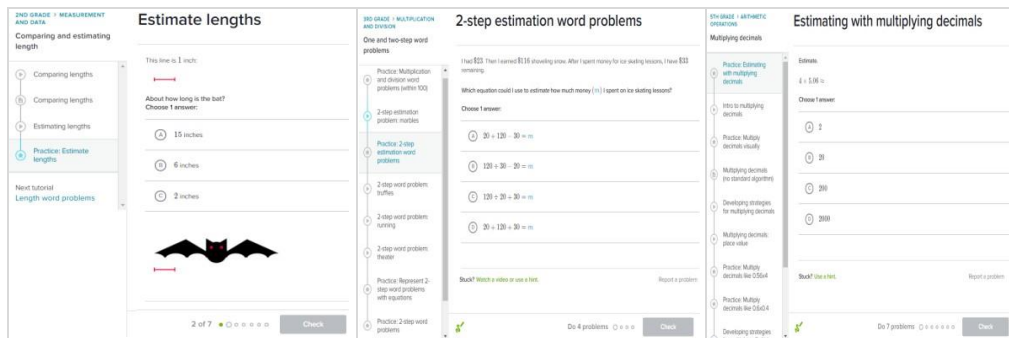
Η μάθηση των εννοιών πραγματοποιείται μαθαίνοντας και δοκιμάζοντας σχετικά εκπαιδευτικά παιχνίδια, διαδραστικά πάζλ, δραστηριότητες και κουίζ, που έχουν σχεδιαστεί από τους καλύτερους Ινδούς εκπαιδευτικούς για να μάθουν μέσα από την εφαρμογή των εννοιών. Η εφαρμογή παρέχει την ικανότητα παρακολούθησης της επίδοσης και ευχέρειας των μαθητών μέσω σχετικών αναλύσεων και αναφορών, ενώ ταυτόχρονα παρέχει επαίνους ενεργοποιώντας τα προσωπικά κίνητρα των μαθητών για μάθηση. Η εφαρμογή αυτή είναι ειδική και για την εξατομικευμένη μάθηση.

Εκτός των άλλων, δεν πρέπει να παραλειφθούν οι εξαιρετικές βάσεις δεδομένων εκπαιδευτικού υλικού της **Khan Academy** (<https://www.khanacademy.org/> ή <https://itunes.apple.com/us/app/khan-academy/id469863705?mt=8>) και του **Ixl** (<https://eu.ixl.com/math/> ή <https://eu.ixl.com/apps>), οι οποίες περιέχουν άφθονο υλικό (ασκήσεις, δραστηριότητες, βίντεο, standards) προς υποστήριξη τόσο του μαθητευόμενου όσο και του εκπαιδευτή ενσωματώνοντας και την ενημέρωση και κατάρτιση των ίδιων των γονέων. Και στις δύο ιστοσελίδες οι μαθητές μπορούν να περιηγηθούν εύκολα μεταξύ των Standards κάθε σχολική τάξης αναζητώντας την έννοια/δεξιότητα στην οποία επιθυμούν να εμπλουτίσουν, να ενισχύσουν τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους. Από τη μια η **Khan Academy** περιέχει υλικό για όλες τις τάξεις για διάφορα σχολικά μαθήματα, ενώ το **Ixl** περιλαμβάνει υλικό μόνο για τα μαθηματικά και τη γλώσσα (αγγλικά) για όλες τις σχολικές τάξεις.

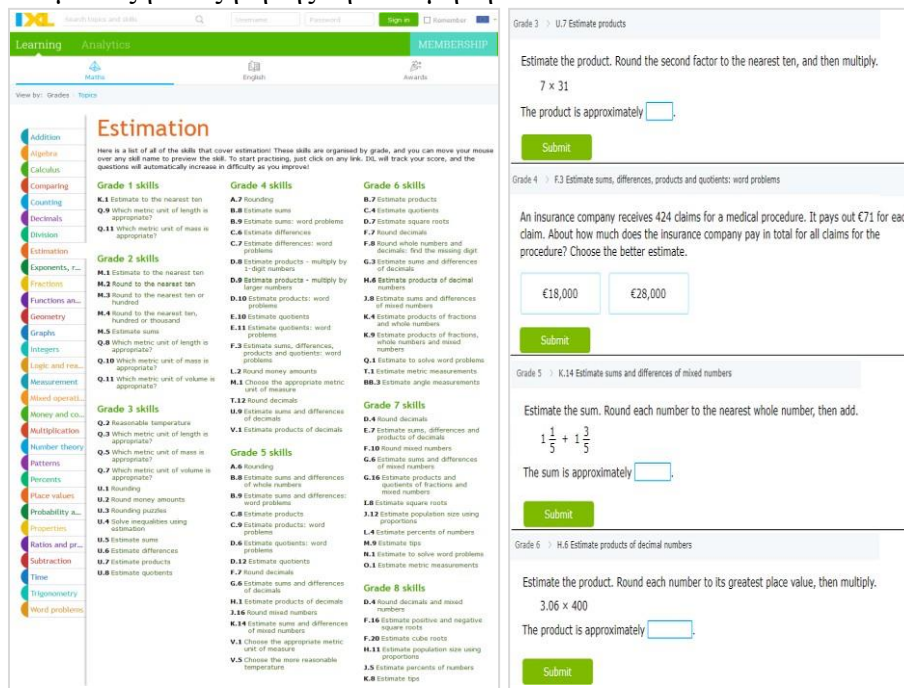


Όσον αφορά την **Khan Academy**, οι μαθητές αναζητώντας την έννοια της εκτίμησης θα βρουν σχετικές δραστηριότητες, ασκήσεις, ερευνητικά άρθρα, βίντεο ανάλογα με την εκάστοτε σχολική τους τάξη. Σε

κάθε τάξη, οι στόχοι των Standards των μαθηματικών είναι ρητά προσδιορισμένοι με επιπλέον πληροφορίες για τους εκάστοτε σκοπούς. Στη συνέχεια παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα της περιήγησης μέσα στην ιστοσελίδα αυτή σχετικά με την έννοια της εκτίμησης:



Με τον ίδιο τρόπο διαρθρωμένη είναι και η ιστοσελίδα του **Ixl** (βάσει των Standards του CCSSM) (<https://eu.ixl.com/math/estimation>) όπου οι μαθητές εύκολα και γρήγορα βρίσκουν ποικίλα δεδομένα για την έννοια που αναζητούν, όπως αυτή της εκτίμησης. Παρακάτω δίνονται παραδείγματα από την περιήγηση στην ιστοσελίδα με λέξη αναζήτησης την εκτίμηση.



Παράλληλα, η ιστοσελίδα **Education.com** (<https://www.education.com/resources/?q>) αποτελεί μια αξιόλογη ηλεκτρονική βάση εκπαιδευτικών δεδομένων παρέχοντας όχι μόνο μαθησιακές πηγές/υλικό (learning resources) αλλά και τη δυνατότητα υποστήριξης και ανάπτυξης καθοδηγούμενων online διδασκαλιών (guided lessons) και τη δυνατότητα δημιουργίας βάσει προτύπων, φύλλων εργασίας, σχεδίων μαθημάτων (teaching tools). Στην ιστοσελίδα αυτή μπορεί να βρει κανείς άφθονο εκπαιδευτικό υλικό για κάθε μαθηματική έννοια που τον ενδιαφέρει σε κάθε σχολική τάξη και βαθμίδα, όπως και υλικό για άλλα σχολικά μαθήματα (Φυσική, Γλώσσα, Ορθογραφία και Έκθεση, Κοινωνική αγωγή, Τέχνες, Ξένες γλώσσες). Η ιστοσελίδα

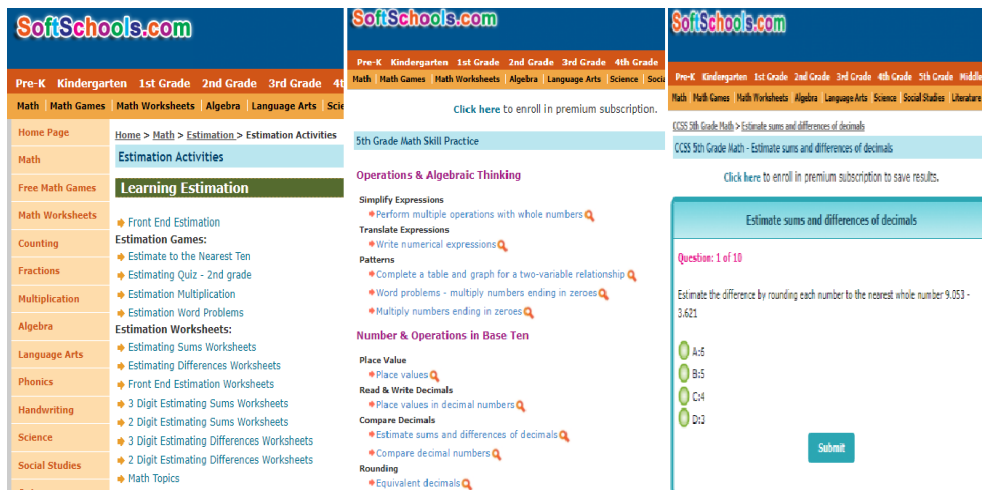
αυτή ενημερώνεται καθημερινά, με αναρτήσεις πολλών εν ενεργεία εκπαιδευτικών, ειδικών δημιουργών εκπαιδευτικού υλικού, σχετική αρθρογραφία και φυσικά παρέχει ένα ανοιχτό περιβάλλον συζητήσεων. Το υλικό προσαυξάνεται διαμορφωμένο ανάλογα με την εποχική κάθε φορά γιορτή (πχ. Χριστούγεννα, Πάσχα, καλοκαιρινές διακοπές, Halloween), με σχετικές πλαισιωμένες δραστηριότητες, παιχνίδια, ασκήσεις κοκ. Ακόμη, ανάλογα με τις ανάγκες και αδυναμίες του μαθητή, μπορεί κανείς να αναζητήσει υλικό στοχευμένο στη δεξιότητα-γνώση που επιθυμεί να ενδυναμώσει (ορθογραφικές, μαθηματικές, συγγραφικές δεξιότητες και δεξιότητες ανάγνωσης) (<https://www.education.com/skills/?cid=11.73>), ανάλογα, βέβαια, και με την ηλικιακή του τάξη. Το μαθησιακό υλικό αυτό περιλαμβάνει:

- σχέδια μαθήματος
- φύλλα εργασίας
- παιχνίδια
- τετράδια εργασιών
- δραστηριότητες
- τραγούδια
- ασκήσεις
- ιστορίες

Ειδικότερα, για την εκτίμηση το αντίστοιχο υλικό περιορίζεται στις τάξεις του δημοτικού, όπως προβλέπουν, άλλωστε, και τα Standards του CCSSM (<https://www.education.com/resources/estimation/>). Εκπαιδευτικοί και γονείς έχουν τη δυνατότητα να ενημερωθούν, να ψάξουν και να επιλέξουν από το διαθέσιμο υλικό, το κατάλληλο για την κάθε περίπτωση τροποποιώντας το με σκοπό να το ενσωματώσουν στις διδακτικές και μαθησιακές τους πρακτικές. Παρακάτω εμφανίζονται επιλεκτικά ορισμένα παραδείγματα εκπαιδευτικού υλικού σχετικά με την εκτίμηση:

--	--	--	--

Παρόμοια ιστοσελίδα με την προηγούμενη είναι και η παρακάτω, **Softschools.com** (<http://www.softschools.com/>) αποτελώντας μια πολλαπλά διαρθρωμένη βάση δεδομένων για όλες τις σχολικές τάξεις σχετικά με τα βασικά σχολικά μαθήματα. Ο μαθητής αναζητώντας τη μαθηματική έννοια της εκτίμησης στην ιστοσελίδα αυτή βρίσκει όχι μόνο σχετικά παιχνίδια και φύλλα εργασίας (επιλέγει ανάλογα με το γνωστικό του επίπεδο) αλλά και θεωρία (στρατηγικές: στρογγυλοποίηση και εμπρόσθιο άκρο). Επίσης, ανάλογα με τη σχολική του τάξη, έχει τη δυνατότητα να ψάξει βάσει των Standards (CCSSM), εάν η εκτίμηση και ποια στοιχεία της περιλαμβάνονται στο πρόγραμμά του (πχ. για την Ε΄ δημοτικού, http://www.softschools.com/ccss/5th_grade/5th_grade_math_skills/).



Σύμφωνα και με τον Λεμονίδη (2016), εκπαιδευτικοί και μαθητές μπορούν να βρουν αξιολογικά εικονικά χειραπτικά υλικά, παιχνίδια, μικροεφαρμογές ακόμη και διδακτικά σενάρια σε έγκυρες επιστημονικές πηγές όπως τα **Illuminations** του NCTM των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής (<https://illuminations.nctm.org/>) και το **National Library of Virtual Manipulatives** (<http://nlvm.usu.edu/>). Ταυτόχρονα, αναφέρεται σε μια πλειάδα διάφορων εστιασμένων εφαρμογών (apps) με τη χρήση υπολογιστών και φορητών συσκευών, για τη μάθηση και κατανόηση των ρητών αριθμών (Λεμονίδης, 2016, σελ. 102-114).

Στα **Illuminations** οι χρήστες μπορούν να πλοηγηθούν μέσα στα διδακτικά σενάρια (για όλες τις σχολικές βαθμίδες, επιτυχημένα/δοκιμασμένα σενάρια με βίντεο, ασκήσεις, φύλλα εργασίας, κατευθύνσεις/προτάσεις, φύλλα αξιολόγησης) και τα αλληλεπιδραστικά υλικά [apps (παιχνίδια, μικροεφαρμογές) για φορητές συσκευές, apps διαδικτύου, web-apps sketchpad], είτε βάσει των NCTM standards είτε των CCSSM standards. Αναζητώντας την έννοια της εκτίμησης στα **Illuminations**, ο χρήστης έρχεται αντιμέτωπος με μια πλειάδα αναφορών από τις οποίες μπορεί να αποκομίσει νέες διδακτικές και μαθησιακές εμπειρίες, γνώσεις και στρατηγικές σχετικά με την αναφερόμενη έννοια.

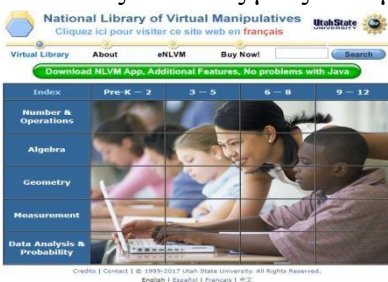


Όσον αφορά το **National Library of Virtual Manipulatives** αποτελεί μια πηγή εικονικών χειραπτικών εργαλείων (πχ. κλασματικές μπάρες, πίτες, χρήματα, χρόνος, γεωπίνακες, γραφήματα, διαγράμματα, άβακας, αριθμογραμμές, δεκαδικά μπλοκ, τάνγκραμ κα.), τα οποία, ύστερα από προσεκτικά σχεδιασμένη και στοχευμένη ενσωμάτωσή τους στη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία, δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να διαχειριστούν, να κατασκευάσουν τη μαθηματική γνώση συμβάλλοντας στην ανάπτυξη των ικανοτήτων πολλαπλής οπτικοποίησης των μαθηματικών εννοιών (απομάκρυνση από τη σείρα απομνημόνευσή τους) και την ουσιαστικότερη κατανόησή τους. Ο μαθητής μπορεί να αναζητήσει τα εικονικά αυτά χειραπτικά υλικά είτε βάσει της σχολικής του τάξης είτε βάσει της γενικότερης μαθηματικής τροχιάς στην οποία ανήκει η δεξιότητα/γνώση στην οποία θέλει να ασκηθεί, να διερευνήσει.

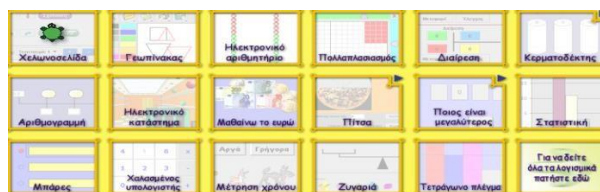


Όσον αφορά τη μέριμνα δημιουργίας ελληνικών εκπαιδευτικών μαθηματικών προγραμμάτων, στην παρακάτω ιστοσελίδα κάθε εκπαιδευτικός, μαθητής, γονέας ή ερευνητής μπορεί να βρει πληθώρα εκπαιδευτικών προγραμμάτων (λογισμικών), εγκεκριμένων από το Υπουργείο

Παιδείας Ελλάδας μιας και εμπεριέχονται στο εκπαιδευτικό λογισμικό που εκδόθηκε το 2005 προς υποστήριξη του ΑΠΣ του 2003 (<http://ts.sch.gr/software>), τα οποία και μπορούν να ενσωματωθούν κριτικά στις διδακτικές και μαθησιακές πρακτικές για την κατανόηση της έννοιας της εκτίμησης σε σχέση με κάθε άλλη μαθηματική έννοια, σε κάθε σχολική τάξη.



εγκριμένων από το Υπουργείο Παιδείας Ελλάδας μιας και εμπεριέχονται στο εκπαιδευτικό λογισμικό που εκδόθηκε το 2005 προς υποστήριξη του ΑΠΣ του 2003 (<http://ts.sch.gr/software>), τα οποία και μπορούν να ενσωματωθούν κριτικά στις διδακτικές και μαθησιακές πρακτικές για την κατανόηση της έννοιας της εκτίμησης σε σχέση με κάθε άλλη μαθηματική έννοια, σε κάθε σχολική τάξη.



Αντίστοιχα, οι κάτοχοι συσκευών iOS έχουν την ίδια δυνατότητα να κατεβάσουν την δυναμική εφαρμογή **Schoolkit math** η οποία περιέχει πληθώρα



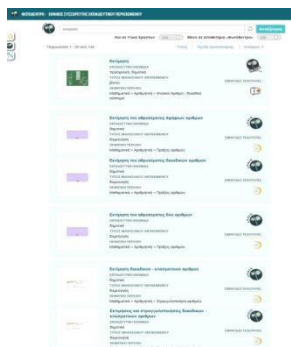
μαθηματικών εργαλείων (πχ. αριθμογραμμές, μπάρες, γραφήματα, διαγράμματα, αριθμομηχανές, ρολόι), που συχνά η ακριβής δημιουργία τους μέσα στη σχολική τάξη είναι χρονοβόρα και πολλές φορές δύσκολα επιτεύξιμη. Το **Schoolkit Math** δίνει γρήγορη και εύκολη πρόσβαση σε αυτά τα εργαλεία με την ευελιξία διαμόρφωσης των μαθηματικών εννοιών με διάφορα οπτικά μέσα.

Επιπλέον, μπορεί να βοηθήσει στην εξοικείωση των χρηστών με τις μαθηματικές έννοιες, τις αναπαραστάσεις τους, τις μεταξύ τους σχέσεις και τη σχέση των μαθηματικών εννοιών με την εκτίμηση



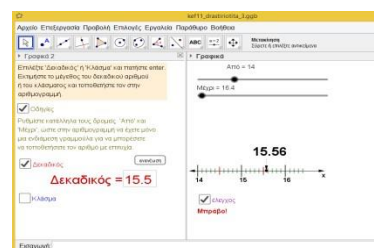
μέσα από μια λογική ενσωμάτωση στη σχολική πραγματικότητα των μαθητών (<https://itunes.apple.com/us/app/schoolkit-math/id775643572?mt=8>)

Φυσικά, αξιοπρόσεκτη είναι και η κριτική ενσωμάτωση και αξιοποίηση των μικρο-εφαρμογών/ μικροπειραμάτων που προσφέρει το Φωτόδενδρο (εθνικό αποθετήριο εκπαιδευτικού υλικού), τα οποία χρησιμοποιούνται σε παραλληλία με τα διαδικτυακά



σχολικά εγχειρίδια (<http://ebooks.edu.gr/new/>) για περαιτέρω άσκηση, κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων. Οι περισσότερες από τις μικρο-εφαρμογές αυτές είναι εγκεκριμένες από το Ελληνικό Υπουργείο Παιδείας και παρέχουν τη δυνατότητα της πολλαπλής οπτικοποίησης της μαθηματικής γνώσης σε συνδυασμό με την ενεργό διάδραση των μαθητών σε αυτά. Οι μαθητές διερευνούν το πλαίσιο (περιβάλλον εργασίας, πχ. χρήση εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας,

Geogebra) των εφαρμογών, αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης και κατακτούν τελικά τους μαθησιακούς σκοπούς της εκάστοτε εφαρμογής (http://photodentro.edu.gr/aggregator/search/all?query=%CE%B5%CE%BA%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7&ugc=1&ext=All&items_per_page=20).



Τέλος, στο διαδίκτυο υπάρχει ήδη αναρτημένο άπειρο εκπαιδευτικό υλικό για τα μαθηματικά σε blog (προσωπικές ιστοσελίδες) χιλιάδων Ελλήνων εκπαιδευτικών ή ελληνικών σχολείων ανά τη χώρα. Παρακάτω παρατίθεται μια τυπική λίστα τέτοιων blog μέσω των οποίων οι εκπαιδευτικοί και ο μαθητές μπορούν να βρουν βιντεομαθήματα και παρουσιάσεις, διδακτικές προτάσεις και σενάρια διδασκαλίας, ασκήσεις και δραστηριότητες, φύλλα εργασίας και αξιολόγησης, βίντεο, παιχνίδια και διάφορες μικρο-εφαρμογές:

- <http://1dimagdim.blogspot.gr/>
- http://e-didaskalia.blogspot.gr/2013/04/blog-post_1291.html
- <http://www.e-selides.gr/>
- <https://www.arnos.gr/>
- <http://exchange.smarttech.com/index.html#tab=0>
- <http://anoixtosxoleio.weebly.com/>
- <http://eclass31.weebly.com/>
- <http://8dim-kaval.kav.sch.gr/>
- http://12dim-athin.att.sch.gr/8_didaktiko_iliko.htm

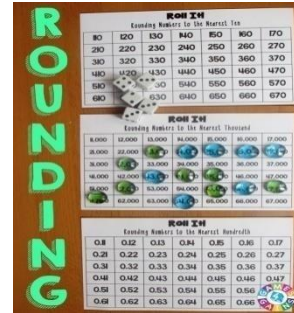
Αντίστοιχες ιστοσελίδες με αγγλόφωνο εκπαιδευτικό υλικό μαθηματικού περιεχομένου, το οποίο μπορεί κριτικά να ενσωματωθεί στις σχολικές διδασκαλίες για την επιπλέον άσκηση των μαθητών στις μαθηματικές έννοιες και κυρίως της εκτίμησης όπου και εστιάζουμε στην παρούσα έρευνα:

- <https://sites.google.com/a/norman.k12.ok.us/mr-wolfe-s-math-interactive-whiteboard/home>

- <https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/number-line/>(αριθμοί επάνω στην «ελαστική» αριθμογραμμή)
- <https://www.brainiaccamp.com/>
- <https://www.mathworksheets4kids.com/>
- <https://logicroots.com/>

Εκπαιδευτικά Χειραπτικά μοντέλα, Εργαλεία, Παιχνίδια & Υπολογιστική Εκτίμηση

Χρησιμοποιώντας πίνακες αριθμών, ζάρια (ο αριθμός τους ποικίλει ανάλογα με τον αριθμό ψηφίων που επιθυμούμε να διαχειριστούμε) και βότσαλα/φασόλια/κουμπιά/χάντρες, οι μαθητές ασκούνται στις εκτιμητικές διαδικασίες και τη στρογγυλοποίηση ακόμη και από τη Β΄ δημοτικού παίζοντας το γνωστό σε όλους **παιχνίδι Bingo!** Ο εκπαιδευτικός χωρίζοντας τους μαθητές της τάξης σε δυάδες ή ομάδες, τους εξηγεί τους κανόνες του παιχνιδιού. Οι μαθητές πρέπει να εκτιμήσουν, να στρογγυλοποιήσουν τους αριθμούς που δημιουργούν τα ζάρια (3 ζάρια: εκατοντάδες ή δεκαδικός με 2 δεκαδικά ψηφία, 4 ζάρια: χιλιάδες, 5 ζάρια: δεκάδες χιλιάδες και πολλούς άλλους συνδυασμούς) στις κοντινότερες εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες ή σε δέκατα κ.α. Νικήτρια θα είναι η ομάδα που θα «διαγράψει» τους περισσότερους αριθμούς επάνω στον εκάστοτε πίνακά της. Ένα διασκεδαστικό, γρήγορο παιχνίδι για μικρούς και μεγάλους με πολλαπλές προσαρμογές, παραλλαγές ανάλογα με το πεδίο των αριθμών στον οποίο θέλουμε να αναπτυχθούν εκτιμητικές μέθοδοι και προσεγγίσεις (διαθέσιμο σχετικό υλικό <https://www.teacherspayteachers.com/Product/Winter-Edition-Rounding-Bingo-445471>).



Η έννοια και η σημασία της υπολογιστικής εκτίμησης διαφαίνεται έντονα μέσα από το κλασικό **παιχνίδι «Πάμε για ψώνια»**. Αξιοποιώντας φύλλα εργασίας, οπτικό υλικό (πραγματικά αντικείμενα, εικόνες αντικειμένων, τιμολόγια και τιμοκατάλογους), και φυσικά τη δραματοποίηση, ο εκπαιδευτικός δημιουργεί μια πραγματική προβληματική κατάσταση με βάση τις χρηματικές συναλλαγές στις οποίες είναι ήδη εξοικειωμένοι όλοι οι μαθητές, θέτοντάς τους εκτιμητικές ερωτήσεις, ερωτήσεις σύγκρισης ποσών ή πολλαπλής επιλογής.

Οικονομική Σχεδίαση

Take all the money in Table 2 that you would like to purchase. Write the new items in the spaces provided. In the spaces, write the estimated amount of that item. At the bottom of your shopping list, find the estimated total cost FIRST. Then, find your actual total cost. Answer the two questions about your shopping.

Item	Exact Cost	Estimated Cost
1. _____	_____	_____
2. _____	_____	_____
3. _____	_____	_____
4. _____	_____	_____
5. _____	_____	_____
6. _____	_____	_____
7. _____	_____	_____
8. _____	_____	_____
9. _____	_____	_____
10. _____	_____	_____
TOTAL COST	_____	_____

1. Was your estimate close? Did you over estimate or under estimate?

2. What do you feel could improve your estimate?

ΠΡΟΪΟΝΤΑ 2016

Ντομάτες.....	€0,60
Αγγουράκι θερμοκηπίου.....	€1,00
Αγγουράκι χωραφιού.....	€1,60
Βαζίνα μαύρα.....	€0,60
Κράμβη άσπρη.....	€0,60
Κράμβη κόκκινη.....	€0,80
Καρότα.....	€1,00
Αγκινάρες.....	€1,00
Πιπέρι.....	€2,50
Φράουλες 500 γρ.....	€2,00
Μήλα.....	€1,20
Γιαφίτικα.....	€1,00
Μέριλιν.....	€1,00
Αβokάντο.....	€2,00

Οικονομική Σχεδίαση

1. 1 πορτοκάλιο €0,50
2. 1 πορτοκάλιο €0,50
3. 1 πορτοκάλιο €0,50
4. 1 πορτοκάλιο €0,50
5. 1 πορτοκάλιο €0,50
6. 1 πορτοκάλιο €0,50
7. 1 πορτοκάλιο €0,50
8. 1 πορτοκάλιο €0,50
9. 1 πορτοκάλιο €0,50
10. 1 πορτοκάλιο €0,50

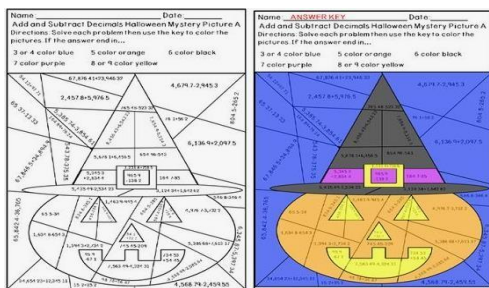
ΧΙΟΝΟΠΤΑΛΑ 1,00€

ΤΙΜΟΚΑΤΑΛΟΓΟΣ

ΠΑΙΔΟΤΟΠΟΣ.....	1,00€ (€α 15΄)
ΤΡΑΝΣΟΠΙΝΟ.....	1,00€ (€α 5΄)
ΤΡΕΝΟ.....	1,00€ (€α 10΄)
CARDOUSEL.....	1,00€ (€α 5΄)

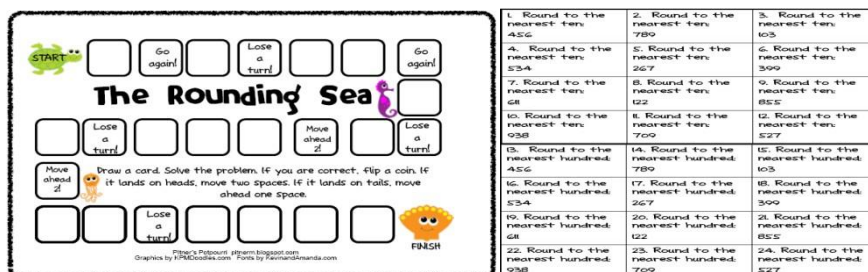
Όταν τα μαθηματικά (εκτίμηση) συναντούν την τέχνη, τα φύλλα εργασίας μετατρέπονται σε καμβάδες, πίνακες ζωγραφικής. Μια άλλη έξυπνη δραστηριότητα για την άσκηση των μαθητών στις γρήγορες υπολογιστικές εκτιμήσεις αριθμητικών παραστάσεων ή αριθμών είναι η αξιοποίηση της «κατακερματισμένης» σχεδιασμένης

ασπρόμαυρης εικόνας (σε στυλ τάνγκραμ) με σκοπό οι ανάλογες εκτιμήσεις να οδηγήσουν στη φανέρωση της **κρυμμένης εικόνας**. Για παράδειγμα, στην Ε΄ τάξη, όπου οι μαθητές μαθαίνουν να εκτελούν όλες τις αριθμητικές πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς αντιστοιχώντας βασικά αριθμητικά αποτελέσματα (σημεία αναφοράς) με χρωματικές αποχρώσεις (πχ. 0 έως 10-μπλε, 40 έως 50-πορτοκαλί, 100 έως 120-μαύρο), οι



μαθητές όχι μόνο εξασκούνται στους γρήγορους νοερούς εκτιμητικούς υπολογισμούς αλλά βελτιώνονται στην αίσθηση των αριθμών, αναγνωρίζοντας και αυτοματοποιώντας τη σχέση της θέσης ψηφίων με τα αντίστοιχα ποσοτικά μεγέθη.

Οι μαθητές, καθώς είναι παιδιά, αρέσκονται στα παιχνίδια. Τι πιο ενδιαφέρον και συναρπαστικό λοιπόν η εκτίμηση να γίνει ο στόχος **αυτοσχέδιου επιτραπέζιου παιχνιδιού**, που προσαρμόζεται ανάλογα με την ηλικία, τις προτιμήσεις και τους εκάστοτε μαθησιακούς και διδακτικούς στόχους. Στο επιτραπέζιο αυτό, το φύλλο εργασίας μετατρέπεται σε ταμπλό όπου πάνω σε αυτό μετακινούνται τα πιόνια των μαθητών. Ατομικά ή ομαδικά ή εταιρικά, οι μαθητές τραβούν σε κάθε γύρο αριθμητικές κάρτες (στο πίσω μέρος τους βρίσκεται η λύση). Η σωστή προσεγγιστικά εκτίμηση του περιεχομένου τους βάζει το μαθητή ή την ομάδα στη διαδικασία να «ρίξει» το κέρμα για να δει αν θα μετακινηθεί στο ταμπλό. Αυτός που θα φτάσει πρώτος στον τερματισμό είναι και ο μεγάλος νικητής. Οι εικόνες που ακολουθούν είναι μια παραλλαγή του παιχνιδιού αυτού για τους μαθητές Γ΄ δημοτικού, σχετικά με την εκμάθηση της στρογγυλοποίησης ακέραιων αριθμών στις κοντινότερες δεκάδες ή εκατοντάδες (άλλες παραλλαγές του ίδιου: με περισσότερα βήματα επάνω στο ταμπλό, σε στυλ φιδάκι, με δυσκολότερα, πολυπλοκότερα αριθμητικά δεδομένα προς εκτίμηση για τις μεγαλύτερες σχολικές τάξεις, με την αντικατάσταση του κέρματος με ζάρια, όπου το συνολικό αριθμητικό τους άθροισμα καθορίζει αν θα μετακινηθούν ή όχι). Όμοια παιχνίδια μπορούν να βρεθούν έτοιμα προς πώληση στο διαδίκτυο (<https://www.teacherspayteachers.com/Product/Rounding-Task-Card-Board-Game> & <https://www.teacherspayteachers.com/Product/Estimating-Sums-and-Differences-Task-Card-Board-Game> & <https://www.teacherspayteachers.com/Product/Estimating-Products-and-Quotients-Task-Card-Board-Game>).



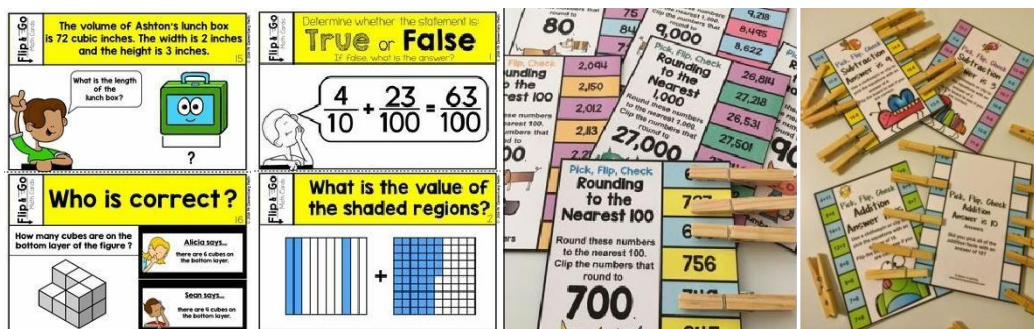
Σημαντική παράλειψη θα αποτελούσε η μη αναφορά στην επίλυση **προβλημάτων εκτίμησης**. Υπάρχουν ήδη διαθέσιμα χιλιάδες έτοιμα προβλήματα εκτίμησης σε βοηθήματα, σχολικά εγχειρίδια, διαδικτυακές πηγές, ενώ δεν είναι δύσκολη η δημιουργία αυτών από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό ή και το μαθητή. Τα

πλαίσια αναφοράς αυτών ποικίλουν ανάλογα με τα ενδιαφέροντα των μαθητών, τις προσδοκίες και τις προτιμήσεις του δασκάλου-σχεδιαστή, τα πολιτισμικά, ιστορικά, πολιτικά χαρακτηριστικά της εκάστοτε κοινωνίας, της χώρας όπου μελετώνται και επιλύονται (βλ. παρακάτω εικόνες από διάφορα φύλλα εργασίας/βοηθήματα σχολικών βιβλίων με προβλήματα επίλυσης με υπολογιστικές εκτιμήσεις).

<p>Name : _____ Score : _____ Teacher : _____ Date : _____</p> <p>Estimation Word Problems</p> <p>Estimate the sum or difference by rounding each number to the nearest tens.</p> <p>1) There are 215 pencils in the drawer. Joan placed 237 more pencils in the drawer. Estimate how many pencils are now in the drawer.</p> <p>2) Sam picked 659 apples and Tim picked 947 apples from the apple tree. Estimate how many apples they picked together.</p> <p>3) Mike grew 886 cantaloupes. Sandy grew 372 cantaloupes. Estimate how many cantaloupes did they grow in total?</p> <p>4) There are 159 popular trees currently in the park. Park workers will plant 714 more popular trees today. Estimate how many popular trees will be in the park when the workers are finished.</p> <p>5) Jessica owns 782 books and Keith owns 191 books. Estimate how many books they have together.</p> <p>6) Benny has 587 green balloons. He gave Sandy 289 of the balloons. Estimate how many green balloons he now owns.</p> <p>7) Tim found 542 seashells on the beach. He gave Jessica 314 of the seashells. Estimate how many seashells he now has.</p> <p>8) Jason has 525 baseball cards. Benny bought 221 of Jason's baseball cards. Estimate how many baseball cards Jason still owns.</p> <p>9) Dan's school sold 691 boxes of doughnuts for a fundraiser this year. He sold 132 boxes. Estimate how many boxes were sold by the rest of the students.</p> <p>10) Benny had 714 quarters in his bank. He spent 389 of his quarters. Estimate how many quarters he now has in his bank.</p>	<p>NAME: _____ NUMBER: _____</p> <p>estimation - problem solving</p> <p>Nicole has 27 butterfly stickers and 14 panda stickers. ABOUT how many stickers does she have? + =</p> <p>Jesus dropped 8 pencils on the floor in the morning. He dropped 13 pencils on the floor in the afternoon. ABOUT how many pencils did he drop on the floor? + =</p> <p>Miguel danced for 22 minutes on Saturday. He danced for 48 minutes on Sunday! ABOUT how many minutes did he dance? + =</p> <p>Micaela jump roped 48 times in a row. She then jumped 34 times in a row. ABOUT how many times did she jump? + =</p> <p>Kristian's mom made 19 chicken tamales and 33 beef tamales. ABOUT how many tamales did she make? + =</p> <p>Stephanie ate 37 chocolate chips on Monday. She ate 53 chocolate chips on Tuesday. ABOUT how many chocolate chips did she eat? + =</p> <p>Erinette read 25 books in January. He read 22 books in February. ABOUT how many books did he read? + =</p> <p>Lupe lost her glasses 14 times in December. She lost them 27 times in January. ABOUT how many times has she lost her glasses? + =</p>	<p>Η κ. Θραυτή έδωσε στη Λίλη αγορά για πατάτες 2,43 ευρώ (€), για μήλα 4,21 ευρώ (€), για πορτοκάλια 3,58 ευρώ (€) και για μαρούλια 3 x 1,25 ευρώ (€). Έτσι στην κόρη της την Ευαγγελία να υπολογίσει πόσα χρήματα έδωσε.</p> <p>% Με εκτίμηση (στρογγυλοποίηση): % Με ακρίβεια: % Διαφορά (σφάλμα):</p> <p>Ο Γιώργος ξεκίνησε με το αυτοκίνητό του από την Αθήνα για να πάει στην Τρίπολη. Ο κίλομετρικός δίκτυος 17.025 κίλομετρα. Όταν έφτασε στην Τρίπολη έδειξε 185,045 κίλομετρα. Πόσα κίλομετρα είναι η απόσταση Αθήνα-Τρίπολη;</p> <p>% Εκτίμηση: % Βρίσκω με ακρίβεια: % Βρίσκω το σφάλμα:</p> <p>Ένας 38,35 ευρώ (€) και πλήρωσα για υλικό 19,60 ευρώ (€). Πόσα ευρώ (€) μου έμειναν;</p> <p>% Εκτίμηση: % Βρίσκω με ακρίβεια:</p> <p>Η Σοφία έχει ύψος 1,53 μέτρα και ο αδερφός της έχει ύψος 0,19 μέτρα λιγότερο. Πόσο ύψος έχει ο αδερφός της;</p> <p>% Εκτίμηση: % Βρίσκω με ακρίβεια: % Βρίσκω το σφάλμα:</p> <p>Ένα τετραγωνάκι είναι 24,8 κίλα γόφου. Πούλησα τα 23,200 κίλα. Πόσα κίλα τόν έμειναν;</p> <p>% Εκτίμηση: % Βρίσκω με ακρίβεια: % Βρίσκω το σφάλμα:</p>
---	---	---

Ενδιαφέρον, αν και δύσκολα και χρονοβόρα στην κατασκευή τους αποτελεί η δημιουργία **προβλημάτων εκτίμησης σε στυλ origami**. Σε αυτές τις χειραπτικές δραστηριότητες, το φύλλο εργασίας είναι η βάση για την κατασκευή του origami. Τις οδηγίες για την κατασκευή του δίνουν οι σωστές προσεγγιστικά απαντήσεις στα προβλήματα εκτίμησης. Το είδος αυτών των προβλημάτων απευθύνεται σε μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων που είναι εξοικειωμένοι με τις διπλώσεις. Εδώ, τα μαθηματικά γίνονται τρισδιάστατες κατασκευές.

Στο διαδίκτυο υπάρχει άφθονο υλικό έτοιμο, αλλά και ολόκληρα εκπαιδευτικά παιχνίδια του εμπορίου (<https://www.teacherspayteachers.com/Product/Decimals-Task-Cards> & <https://www.teacherspayteachers.com/Product/Math-Flip-Go-Cards> & <https://www.teacherspayteachers.com/Product/Math-Centers>) που υιοθετούν την διαδραστική τακτική «**Εκτίμηση, έλεγξε, συνέχισε**» (*Pick, Flip, Check, Go*). Ο μαθητής χρησιμοποιεί κάρτες δραστηριοτήτων, οι οποίες είτε περιέχουν πολλά δεδομένα (βλ. εικόνα παρακάτω δεξιά) είτε μία πληροφορία κάθε φορά. Το περιεχόμενο των καρτών μπορεί να είναι άμεσα στοχευμένο στις εκτιμήσεις (πχ «*Επιλέξτε τους αριθμούς που στρογγυλοποιούνται στο 100*» ή «*Ποιο από τα παρακάτω αθροίσματα και διαφορές δεκαδικών είναι κοντινότερο στο 10*;») ή έμμεσα, μέσω ερωτήσεων που μπορούν να λυθούν και με στρατηγικές εκτίμησης. Μέσω της δραστηριότητας αυτής ο μαθητής εξασκείται στους γρήγορους υπολογισμούς, τη στρογγυλοποίηση, τις εκτιμήσεις αριθμών, αριθμητικών παραστάσεων και γενικότερα την αίσθηση των αριθμών και την αρχή θέσης ψηφίου.



Τέλος, στο βιβλίο του Van de Walle (2005) παρατίθενται αρκετές δραστηριότητες εκτίμησης φυσικών αριθμών, εκτίμησης του μεγέθους δεκαδικών και κλασματικών αριθμών αντίστοιχα. Τονίζεται έντονα η αντιδιαστολή του ακριβούς υπολογισμού με χρήση αριθμομηχανής και της εκτιμητικής προσέγγισης για την επίλυση προβληματικών καταστάσεων. Οι μαθητές θα πρέπει να καλλιεργούν την αίσθηση του αριθμού, ώστε να εκτελούν με ευελιξία νοερούς υπολογισμούς και γρήγορες εκτιμήσεις των μεγεθών των αριθμών. Στις δραστηριότητες για την εκτίμηση φυσικών αριθμών προτείνονται, κυρίως, η ταυτόχρονη χρήση αριθμομηχανής και εκτιμήσεων (Βλ. δραστηριότητα 11.3), όπως και η ανάδειξη, η χρήση και η άσκηση στη υπολογιστική στρατηγική εκτίμησης των συμβατών αριθμών (Βλ. δραστηριότητες 11.10 και 11.11). Στις δραστηριότητες εκτίμησης δεκαδικών αριθμών, σε συμφωνία με τα ελληνικά σχολικά εγχειρίδια, προτείνεται η ανάδειξη της υπολογιστικής στρατηγικής της στρογγυλοποίησης στις πλησιέστερες δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δέκατα, χιλιοστά κοκ, είτε με τη αξιοποίηση του νομισματικού συστήματος (Βλ. δραστηριότητα 11.14) είτε με την αξιοποίηση προβλημάτων σύγκρισης (comparison tasks) (Βλ. δραστηριότητα 11.15), ή του αριθμού αναφοράς/ διαστήματος-στόχου (Βλ. δραστηριότητα 11.17, 11.18 και 11.19) με τον μεταγενέστερο έλεγχο των εκτιμήσεων με τη χρήση αριθμομηχανών. Όσον αφορά τις δραστηριότητες εκτίμησης κλασμάτων, προτείνεται, κατά κύριο λόγο, η πολλαπλή σχηματική αναπαράσταση των ποσοτήτων (Βλ. δραστηριότητα 12.2), η επίλυση προβλημάτων με μέρη και σύνολα, η εκτίμηση της θέσης τους επάνω στην αριθμογραμμή με τη δημιουργία και αφομοίωση σημείων αναφοράς (όπως 0, $\frac{1}{2}$, 1).

11.3 Δεκάδες και Εκατοντάδες στην Αριθμομηχανή Τζέιτς

Δύο παιδιά που εργάζονται μαζί πατούν σε μια αριθμομηχανή τζέιτς το \square 10 \square για να φέρουν μια «μηνιά» του 10. Το ένα πλήκτρο έχει έναν αποινωμένο αριθμό. Το άλλο λέει ή γράφει τον αριθμό που είναι μεγαλύτερος κατά 10. Πατάει το \square για επαλήθευση. Οι ρόλοι, στη συνέχεια, αντιστρέφονται. Η ίδια δραστηριότητα μπορεί να γίνει προσθέτοντας κάθε φορά ένα πολλαπλάσιο του 10 ή του 100. Όταν έρχεται η σειρά του να ηρώκλεισει το άλλο, το κάθε παιδί μπορεί να επαλήθευσει τους αριθμούς που χρησιμοποιήσει. Για παράδειγμα, μπορεί να πατήσει στην αρχή ο \square 300 \square και μετά το 572. Το άλλο παιδί θα πατήσει ή θα γράψει 872 και θα πατήσει το \square για επαλήθευση. Το παιχνίδι αυτό μπορεί να παχτεί και με το \square στη θέση του \square για να εξασκηθούμε στη ναρκή αφαίρεση δεκάδων ή εκατοντάδων.

11.10 Συμβατά Ζευγάρια

Η αναζήτηση συμβατών ζευγάρων μπορεί να γίνεται ως δραστηριότητα σε φύλλο εργασίας ή με την τάξη στην πλήρη σύνθεση της με χρήση της συσκευής προβολής διαφανών. Ετοιμάστε μια διαφάνεια ή φωτοτυπήστε μια σειρά με μια δραστηριότητα αναζήτησης. Στο Σχήμα 11.5 βλέπουμε πέντε πιθανά ενδεχόμενα διαφορετικών επιπέδων δυσκολίας. Τα παιδιά λένε ή συνοδεύουν τα συμβατά ζευγάρια καθώς τα αναγνωρίζουν.

ΣΧΗΜΑ 11.5 Αναζήτηση συμβατών ζευγάρων.

Χρησιμοποιήστε πενήνδες για να φτιάξετε 100.

Αριθμός 02: $\begin{matrix} 6 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 4 & 3 & 8 \end{matrix}$ Αριθμός 100: $\begin{matrix} 25 & 45 & 85 & 75 \\ 35 & 95 & 45 & 55 \end{matrix}$

Αριθμός 20: $\begin{matrix} 31 & 41 & 29 & 9 \\ 51 & 12 & 33 & 79 & 27 \end{matrix}$ Αριθμός 500: $\begin{matrix} 240 & 415 & 450 & 125 \\ 165 & 85 & 235 & 150 & 975 & 250 \end{matrix}$

Αριθμός 1000: $\begin{matrix} 815 & 955 & 245 & 720 \\ 585 & 785 & 385 & 460 & 435 & 550 & 290 & 185 \end{matrix}$

11.17 Το Διάστημα-Στόχος

Πρόκειται για ένα παιχνίδι εκτίμησης για οποιαδήποτε από τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις. Επιλέξτε πρώτα έναν αριθμό εκκίνησης και μια αριθμητική πράξη. Ο αριθμός εκκίνησης και η πράξη αποθηκεύονται στην αριθμομηχανή. Στη συνέχεια τα παιδιά πληκτρολογούν το ένα μετά το άλλο έναν αριθμό και έπειτα πατούν το \square προσαφώνοντας να πετύχουν ένα αποτέλεσμα μέσα στο προκαθορισμένο διάστημα-στόχο. Το παράδειγμα που ακολουθεί εστιάζει το σκοπικό της δραστηριότητας. Ας υποθέσουμε ότι επιλέγουμε ως αριθμό εκκίνησης το 17 και ένα διάστημα-στόχο 800 ως 830. Πατήστε 17 \square για να αποθηκεύσετε το 17 ως παράγοντα. Πληκτρολογήστε αποινωμένους αριθμούς και μετά το \square . Δοκιμάστε με το 25. (Πατήστε 25 \square). Το αποτέλεσμα είναι 425. Είναι περίπου το μισό του στόχου σας. Δοκιμάστε το 50. Το αποτέλεσμα είναι

11.18 Το Μυστικό Άθροισμα

Αυτή η δραστηριότητα αριθμομηχανής τζέιτς χρησιμοποιεί το στοιχείο της μνήμης. Επιλέγετε έναν αριθμό-στόχο – το 100, για παράδειγμα. Τα παιδιά πληκτρολογούν με τη σειρά κάποιον αριθμό και πατούν το πλήκτρο \square . Κάθενας από τους αριθμούς προστίθεται στη μνήμη, αλλά το άθροισμα δε φαίνεται στην οθόνη. Αν ο ένας παίκτης νομίζει ότι ο άλλος έχει οδηγήσει το άθροισμα πέρα από το στόχο, τότε λέει «τέλος» και πατάει το πλήκτρο \square (ανάκληση μνήμης) για επαλήθευση. Αν ένας μαθητής ή μαθήτρια κατορθώσει να πετύχει ακριβώς το στόχο, μπορεί να πάρει επιπλέον βαθμούς. Σύντομα αναπτύσσονται ενδιαφέρουσες στρατηγικές.

12.2 Βρείτε τα Δίκαια Μέρη

Δώστε στα παιδιά μοντέλα και πείτε τους να βρουν πενήματα ή σφύρα ή άλλα κλασματικά μέρη χρησιμοποιώντας τα μοντέλα. (Τα μοντέλα δεν πρέπει ποτέ να έχουν πάνω τους γραμμένα κλάσματα.) Η δραστηριότητα αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον όταν υπάρχουν δυνατότητα να ορίσουμε διαφορετικά όλα με το ίδιο μοντέλο. Κατ' αυτόν τον τρόπο, ένα δοσμένο κλασματικό μέρος δεν εντοπίζεται λόγω του σχήματος του σχήματος ή χρώματος, αλλά λόγω της σχέσης του μέρους με το καθορισμένο ολό. Προτείνουμε κάποιες ιδέες στο Σχήμα 12.5.

11.14 Πάνω ή Κάτω Από;

Εισαγάγετε διάφορες ασκήσεις εκτίμησης σε μια διάφραση. Μαζί με την καρέμια, γράψτε και έναν αριθμό «πάνω ή κάτω από». Στο Σχήμα 11.6, ο κάθε αριθμός είναι πάνω ή κάτω από 1,50 δολάρια, αλλά δεν χρειάζεται να είναι ο ίδιος για κάθε δραστηριότητα.

ΣΧΗΜΑ 11.6 Το «Πάνω ή Κάτω Από» είναι μια καλή εισαγωγική δραστηριότητα για τις εκτιμήσεις.

Πάνω ή κάτω από: 1,50 δολ.

2 χρονών: 43 σεντς

5 διαφανείς

17 σεντς

88 σεντς

39 σεντς

1 από το κομμάτι

Πάνω από 1,50 δολ.

11.11 Συμβατοί Υπολογισμοί

Παρουσιάστε σειράς αριθμών που χρησιμοποιούν συμβατούς αριθμούς:

$30 + 80 + 40 + 50 + 10$
 $25 + 125 + 75 + 250 + 50$
 $95 + 15 + 35 + 5 + 65$

Σειρές τέτοιου είδους τις προσεγγίζουμε με δύο τρόπους και θα πρέπει να εφαρμόσετε και τους δύο. Ο ένας τρόπος είναι να αναζητήσετε συμβατούς συνδυασμούς όπως το 5 και το 95 στο τρίτο παράδειγμα. Ο άλλος τρόπος είναι απλά να προσθέτετε έναν προσθετέο κάθε φορά, λέγοντας το αποτέλεσμα όπως θα προχωράτε. Για το πρώτο παράδειγμα θα έχουμε «30, 110, 150, 200, 210».

Αλλάξτε κάποιες από τις πράξεις σε αφαίρεση, ως μια καλή παραλλαγή.

11.15 Ποιο Είναι Ήνα Κοντά;

Στις επόμενες διαφάνειες μια σειρά με ασκήσεις υπολογισμών (βλ. Σχήμα 11.7). Ελάτε τα παιδιά να επαναλάβουν σε μια απλή σειρά ή μια άλλη σύλλογη πέντε ως οκτώ προβλημάτων. Διηγήστε τους να λύσουν το ένα. Θυνητάς μια απόλυτη ή ποσοτική παραγγελία σχετικά κάποιου συγκεκριμένου αριθμού που τους δίνετε επίσης. Μια διαφάνεια μπορεί να προσκομίσει ελάχιστες ασκήσεις, μία για κάθε ημέρα της εβδομάδας.

ΣΧΗΜΑ 11.7 Μια σειρά ασκήσεων από ένα ενθαρρυντικό μέτρο με αποτελέσματα κατά τη δραστηριότητα εκμάθησης.

$36 + 382 = 418$ $419 + 196 = 615$ $331 + 156 = 487$ $613 + 389 = 1002$

$26 + 28 = 54$ $173 + 52 = 225$ $7214 + 79 = 7293$ $913 + 19 = 932$

Πάνω από 2000 είναι πέντε κοινά στο 900. Στο 1100, Στο 910.

ΣΧΗΜΑ 11.16 Το παιχνίδι του διαστήματος – ένα παιχνίδι αριθμομηχανής τζέιτς.

Αφού εισαγάγετε τον αριθμό εκκίνησης όπως παρακάτω, το κάθε παιδί πατά έναν αριθμό και μετά το \square προσαφώνοντας να βρεθεί μέσα στο διάστημα-στόχο.

Προσθήκη: Πατήστε: 0 \square (αριθμός εκκίνησης) \square

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΣΤΟΧΟΣ
153	790 → 800
216	400 → 410
53	215 → 220

Αφαίρεση: Πατήστε: 0 \square (αριθμός εκκίνησης) \square

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΣΤΟΧΟΣ
18	25 → 30
41	630 → 635
129	475 → 485

Πολλαπλασιασμός: Πατήστε: (αριθμός εκκίνησης) \square 0 \square

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΣΤΟΧΟΣ
67	1180 → 1200
143	3550 → 3600
39	1600 → 1700

Διαίρεση: Πατήστε: 0 \square (αριθμός εκκίνησης) \square 0 \square

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΣΤΟΧΟΣ
20	25 → 30
39	50 → 60
123	15 → 20

650 – ίσως 2 ή 3 παραπάνω ως όσο πρέπει. Δοκιμάστε το 48. Το αποτέλεσμα είναι 816 – μέσα στο στόχο! Στο Σχήμα 11.18 δίνονται κάποια παραδείγματα και για τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις. Ετοιμάστε μια λίστα με αριθμούς εκκίνησης και διαστήματα-στόχους. Αφήστε τα παιδιά να παίζουν σε ζευγάρια για να δουν ποιος μπορεί να πετύχει τους περισσότερους στόχους στη λίστα (Whistley & Hensberger, 1988).

11.19 Το Διάστημα-Στόχος: Διαδοχικές Εκδόσεις

Επιλέξτε, όπως και πριν, ένα διάστημα-στόχο. Επειτα πληκτρολογήστε τον αριθμό εκκίνησης στην αριθμομηχανή και δώστε τη στον πρώτο παίκτη. Για την πρόσθεση και την αφαίρεση, ο πρώτος παίκτης πληκτρολογεί τότε είτε το \square είτε το \square συνοδευόμενο από έναν αριθμό και στη συνέχεια το \square . Ο επόμενος παίκτης αρχίζει πατώντας με τη σειρά του \square ή \square και έναν κατάλληλο αριθμό, δουλεύοντας πάνω στο προηγούμενο αποτέλεσμα. Αν ο στόχος είναι 423 ως 425, η σειρά των διαδοχικών αριθμών θα μπορούσε να ήταν:

Εκκινήστε με το 119.

- \square 350 \square → 469 (πολύ ψηλά)
- \square 42 \square → 427 (λίγο παραπάνω)
- \square 3 \square → 424 (επιτυχία)

Για τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση, σε όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού χρησιμοποιείται μόνο μια πράξη. Μετά τον πρώτο ή τον δεύτερο γύρο συνήθως χρειάζονται δεκαδικοί αριθμοί. Αυτή η παραλλαγή βοηθά εξαιρετικά στην κατανόηση του πολλαπλασιασμού ή της διαίρεσης με δεκαδικούς αριθμούς. Η σειρά για έναν στόχο στο πεδίο 262 ως 265 θα μπορούσε να ήταν:

Εκκινήστε με το 63.

- \square 5 \square → 315 (πολύ ψηλά)
- \square 0,7 \square → 220,5 (πολύ χαμηλά)
- \square 1,3 \square → 286,65 (πολύ ψηλά)
- \square 0,9 \square → 257,985 (πολύ χαμηλά)
- \square 1,03 \square → 265,72455 (πολύ κοντά)

(Τι θα πατούσατε στη συνέχεια.)

Δοκιμάστε με στόχο το 76 ως 80. Εκκινήστε με το 495 και χρησιμοποιήστε μόνο διαίρεση.

ΣΧΗΜΑ 12.5 Δίνετε ένα σύνολο. Βρείτε κλασματικά μέρη.

Διαφορετικά όλο οδηγεί σε διαφορετικά κλασματικά μέρη στο ίδιο μοντέλο.

Είνα

Είνα

Το γυάλουμε με pattern blocks.

Τρίτα

Ρίβει του Cuisenaire

Οχτώ

Ευθύγραμμο Τρίγωνο

Τετάρτα

Πολλά

Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα εκπαιδευτικά παιχνίδια του εμπορίου, που μπορούν να προμηθευτούν εύκολα δάσκαλοι και γονείς για την εξοικείωση των παιδιών με διάφορες μαθηματικές έννοιες και τη συμβολή της εκτίμησης στην ουσιαστική κατανόηση αυτών. Φυσικά, η ενσωμάτωση των παιχνιδιών στη διδακτική πράξη απαιτεί προσεκτικό σχεδιασμό και σωστή αξιοποίησή τους για να μην παραγκωνιστούν ούτε οι βασικοί στόχοι της διδασκαλίας αλλά ούτε και να απορριφθεί το παιχνίδι ως άχρηστο ή άσχετο. Τα περισσότερα από τα παιχνίδια αυτά θα ήταν προτιμότερο να παχτούν ομαδικά μέσα στην τάξη για την ανάπτυξη μιας υγιούς ανταγωνιστικότητας μεταξύ των μαθητών, για την εξοικονόμηση διδακτικού χρόνου αλλά και την αντιμετώπιση περισσότερων μαθησιακών καταστάσεων. Παρατηρείται ότι τα περισσότερα, αν όχι όλα τα παιχνίδια μαθηματικών, είναι ξενόγλωσσα, γεγονός που τονίζει την έλλειψη ελληνόγλωσσων εκπαιδευτικών παιχνιδιών που να εστιάζουν στη μαθηματική γνώση και παιδεία.

Όπως αναφέρθηκε και στα αυτοσχέδια χειραπτικά υλικά παραπάνω, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν ήδη **προκατασκευασμένα Bingo** για μαθητές Γ' δημοτικού και άνω βασισμένα στην εκμάθηση των εικονικών αναπαραστάσεων των δεκαδικών, κλασματικών αριθμών και των ποσοστών. Στα παιχνίδια αυτά η έννοια

της εκτίμησης των δεκαδικών και κλασματικών μεγεθών (αναζήτηση & υπολογισμός ισοδυναμιών κλασμάτων-κλασμάτων, κλασμάτων-δεκαδικών) και οι σχέσεις αυτών με τα ποσοστά (διερεύνηση του τρίπτυχου: κλάσμα-δεκαδικός-ποσοστό) και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων τους, ενσωματώνονται με την προγενέστερη οδηγία των γρήγορων υπολογισμών, μιας και ο χρόνος κάθε φορά είναι αρκετά περιορισμένος. Έτσι, ωθούμε τους μαθητές αντί για ακριβείς υπολογισμούς να αξιοποιούν κριτικά τις γνώσεις τους (στρατηγικές εκτίμησης: ειδικοί αριθμοί, σημεία αναφοράς, απλοποίηση, στρογγυλοποίηση), κινητοποιώντας την ανταγωνιστικότητα (ατομικό ή εταιρικό παιχνίδι), την ταχύτητα (οπτικο-χωρική εξοικείωση με τη διάταξη των αριθμών που έχουν στο ταμπλό τους), την κριτική ικανότητα και τη διαίσθησή τους. Η αύξηση της δυσκολίας του παιχνιδιού είναι ήδη προσχεδιασμένη παρέχοντας όχι μόνο ταμπλό με μεγαλύτερους ποσοτικά αριθμούς (ή με αριθμούς & αναπαραστατικά μοντέλα: στα κλάσματα) αλλά και αναγράφοντας στο κάτω μέρος κάθε κάρτας (calling card) μια δυσκολότερη εκδοχή της ίδιας αριθμητικής αξίας που αντιπροσωπεύει η κάρτα αυτή (βλ. παράδειγμα στις παρακάτω εικόνες). Το παιχνίδι επεκτείνεται σε αντίστοιχες εκτιμήσεις γινομένων και πηλίκων ακέραιων αριθμών (κατανόηση της αντίστροφης σχέσης πολλαπλασιασμού-διαίρεσης) αλλά και για μικρότερες ηλικίες στην εκτίμηση της θέσης ψηφίου (αναγνώριση, ανάγνωση και εύρεση της θέσης των ψηφίων, ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού) (<https://www.amazon.com/Fractions-Decimals-Percents-Bingo-Game>).



Φτιάξτε τις δικές σας «εκτιμητικές» ιστορίες μυστηρίου. Χρησιμοποιώντας ως



βάση το γνωστό **παιχνίδι CLUEDO**, αλλάξτε ορισμένα βήματα με εκτιμητικές καταστάσεις (αντί για πρόσωπα βάλτε αριθμητικούς χαρακτήρες, πχ. ο Δόκτωρ 500), μερικά δωμάτια με αριθμητικά σημεία αναφοράς (πχ. σαλόνι=100/4, βιβλιοθήκη=50*5) και μερικά στοιχεία (ποτά) με αριθμητικές παραστάσεις (πχ. 1*25) μετατρέποντας έτσι το μυστήριο σε κυνήγι εκτιμητικών υπολογιστικών λύσεων. Η δυσκολία



κατασκευής του παιχνιδιού έγκειται στη σωστή αλλαγή των δεδομένων από την πλευρά του δασκάλου-κατασκευαστή. Το επίπεδο δυσκολίας του παιχνιδιού βασίζεται στα αριθμητικά δεδομένα που θα εισαχθούν από τον κατασκευαστή και που θα βασίζονται στους εκάστοτε γνωστικούς μαθησιακούς στόχους της διδασκαλίας.

Το **Loose Change** είναι ένα έξυπνο, ομαδικό παιχνίδι (2 έως 6 παίκτες) χρημάτων (αναγνώριση και ευχέρεια με νομισματικές αξίες χρημάτων), ταχύτητας και στρατηγικής (γρήγοροι νοεροί υπολογισμοί πρόσθεσης ή και αφαίρεσης, ως αντίστροφες πράξεις), τύχης, μνήμης και εκτίμησης αριθμητικών ποσοτήτων. Ο κάθε μαθητής



Ξεκινά το γύρο με 4 κάρτες στο χέρι του μία από τις οποίες πετάει κάτω κάθε φορά και παίρνει μία άλλη προκειμένου να έχει στο χέρι του πάντα 4 κάρτες, με σκοπό όταν θα έρθει και πάλι η σειρά του να προσθέσει την αντίστοιχη κάρτα με το ανάλογο ποσό, ώστε η «μπάνκα» να φτάσει το ένα δολάριο, παίρνοντάς την όλη. Προσοχή! Εάν κάποιος από τους συμπαίκτες σου

εκτιμήσει ότι η κάρτα που πρόσθεσες ξεπέρασε το ένα δολάριο, χάνεις, δίνοντας τα λεφτά σου σε εκείνον. Νικητής είναι αυτός που θα κερδίσει τα περισσότερα χρήματα. Για να καταστεί πιο προσιτό στα μικρότερα παιδιά, που ίσως δυσκολευτούν να αντιμετωπίσουν τις υποδιαιρέσεις του δολαρίου, μπορούμε να αλλάξουμε τις κάρτες με πλασματικά χρήματα (ίσως από κάποια ΜΟΝΟΠΙΟΛΗ ή είναι ήδη διαθέσιμα από χειραπτικά υλικά της τάξης) βάζοντας πάλι ένα ποσό-στόχο (πχ. 10 ευρώ). Παίζοντας με ευρώ και αυξάνοντας το ποσό-στόχο 50 και προσθέτοντας και μεγαλύτερα χαρτονομίσματα αυξάνεται η δυσκολία του παιχνιδιού (<https://www.amazon.com/MindWare-42032W-Loose-Change>)



Το παιχνίδι **Big Catch** είναι βασισμένο στη διαίρεση αριθμών με μονοψήφιο διαιρέτη και με ή χωρίς υπόλοιπο αποτελώντας ένα παιχνίδι στρατηγικής, μνήμης και άσκησης στην ευχέρεια

διαιρέσεων. Προτείνεται για μαθητές της Δ' δημοτικού και άνω, μιας και οι μαθητές θα πρέπει να έχουν αναπτύξει ένα ικανοποιητικό βαθμό ευχέρειας στη διαίρεση αριθμών, να



κατανοούν τη διαίρεση ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση, να έχουν υπόψη τους τις προπαίδειες, ώστε να είναι ικανοί να κάνουν γρήγορες και σωστές εκτιμήσεις ποσών. Οι παίκτες καλούνται να σώσουν τους αλιείς που χάθηκαν στη θάλασσα χρησιμοποιώντας τις ικανότητες διαίρεσης. Νικητής είναι αυτός που θα επιστρέψει πρώτος τον ψαρά του πίσω στην ενδοχώρα. Για περισσότερη ανταγωνιστικότητα προτείνεται η συμμετοχή ενός ενήλικα, έτσι ώστε να δοθούν περισσότερες ευκαιρίες εξάσκησης. Το παιχνίδι ξεκινάει με τον παίκτη που έχει τραβήξει την κάρτα με τα περισσότερα ψάρια να τραβάει μια κάρτα από το στοκ των καρτών ψαρέματος (πχ. 14). Τώρα θα πρέπει να μοιράσει την ψαριά του αυτή στους κατοίκους κάθε νησιού (κάθε νησάκι έχει πάνω του έναν αριθμό που υποδηλώνει τους κατοίκους του) (πχ. στο νησί με αριθμό 3, οπότε $14 \div 3 = 4$ και 2 ψάρια υπόλοιπα που προστίθενται στην επόμενη ψαριά). Ένα παιχνίδι υπομονής και επιμονής. Προκειμένου να εντάξουμε την εκτίμηση καταργείστε τις κάρτες που έχει το παιχνίδι για την εκτέλεση των διαιρέσεων και προτρέψτε τα παιδιά να κάνουν νοερές εκτιμήσεις. Δυσκολέψτε το παιχνίδι αλλάζοντας τους αριθμούς με μεγαλύτερους ή μικρότερους (δεκαδικοί, κλάσματα, ποσοστά, ώστε να υπάρξει και γνωστική σύγκρουση) (και στα

νησιά και στις κάρτες ψαρέματος), αλλάζοντας το ζάρι με 20πλευρο, προσθέτοντας περισσότερα νησιά παγίδες (<https://www.amazon.com/dp/B01LYL562H?psc=1>).

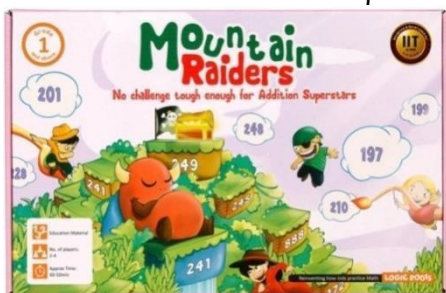
Στο ίδιο πλαίσιο κινούνται και τα 2 παρακάτω παιχνίδια της ίδιας σειράς, αλλάζοντας την πράξη στην οποία βασίζεται το παιχνίδι και το πλαίσió του: Το παιχνίδι **Cloud Hoppers** απευθύνεται σε μαθητές της Α΄ δημοτικού και άνω, με σκοπό την άσκηση στις προσθέσεις και αφαιρέσεις ακέραιων αριθμών με διψήφιους



προσθετέους και μειωτέους. Το παιχνίδι αυτό παίζεται σε ζεύγη αποτελώντας ένα παιχνίδι συνεργασίας και συντονισμού, στρατηγικής και επιμονής, μνήμης και εκτίμησης. Οι παίκτες, ως εξωγήινοι χαρακτήρες, καλούνται να φτάσουν πρώτοι στο μαγικό λουλούδι Cyta, ώστε να το κλέψουν αποκτώντας τις θεραπευτικές του δυνάμεις. Τα ζευγάρια των εξωγήινων ξεκινούν από τα διαστημόπλοιά τους (όλα με τον αριθμό 50). Ξεκινά η ομάδα με τη μεγαλύτερη

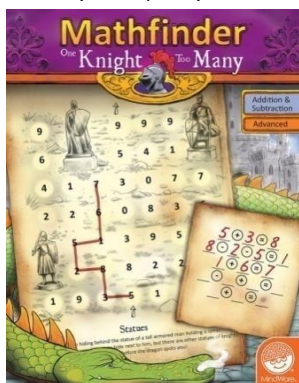
ζαριά. Ρίχνοντας το 10πλευρο ζάρι, αφαιρεί αυτό που έφερε από εκεί που είναι (50-4) μετακινώντας έναν συμπαίκτη κάθε φορά. Προσοχή! Αν δύο αντίπαλων ομάδων εξωγήινοι συμπέσουν σε ένα σύννεφο τότε ο δεύτερος εξαναγκάζει τον πρώτο να γυρίσει στο διαστημόπλοίο του. Η βασική αριθμητική πράξη αλλάζει όταν οι εξωγήινοι πατήσουν στα φυτά του πλανήτη, όπου τώρα αντί για αφαίρεση κάνουν πρόσθεση. Νικήτρια είναι η ομάδα που θα φέρει και τους 2 εξωγήινους/παίκτες της στο μαγικό λουλούδι. Για την αύξηση της δυσκολίας του παιχνιδιού και την ώθηση των παικτών να χρησιμοποιήσουν εκτιμητικές στρατηγικές αλλάξτε τα νούμερα, μεγαλώνοντάς τα ή μικραίνοντάς τα (πχ. στα διαστημόπλοια 10.000 ή δεκαδικούς) και αντικαταστήστε τους αριθμούς των σύννεφων με προσεγγιστικούς αριθμούς διαφορών (πχ. χρήση δυνάμεων του 10, του 5, του 2, πχ. 1050, 5000, 8200), προσθέστε ακόμη ένα ζάρι (για μια διαδοχική αφαίρεση) (<https://www.amazon.com/Logic-Roots-Hoppers-Addition-Subtraction>).

Την εξέλιξη του παιχνιδιού Cloud Hoppers αποτελεί το παιχνίδι **Mountain Raiders** στο οποίο οι προσθετέοι αριθμοί είναι τριψήφιοι, ενώ το ζάρι είναι



20πλευρο. Οι παίκτες οφείλουν να οδηγήσουν τον αρχηγό της φυλής τους στην κορυφή του μαγικού νησιού για την κατάκτηση του πολυπόθητου θησαυρού. Προσοχή! Υπάρχουν δράκοι και καταρράκτες που στέλνουν τον παίκτη πίσω στο νερό (στην αρχή). Είναι ένα παιχνίδι ταχύτητας και ανταγωνιστικότητας, αναλυτικής σκέψης και όξυνσης της αίσθησης του αριθμού, εκτίμησης και υπολογιστικής ευχέρειας. Ενσωματώστε την εκτίμηση αλλάζοντας τους αριθμούς του ταμπλό σε δεκαδικούς/κλάσματα/ποσοστά, ωθώντας τους μαθητές σε προσεγγιστικά αθροίσματα. Προσθέστε έξτρα τέρατα με ποινές εκτιμητικές πράξεις με στόχο να παραμείνουν στη θέση τους οι παίκτες ή να χάσουν την σειρά τους (<https://www.amazon.com/Mountain-Raiders-Addition-numbersResource>).

Οι μαθηματικο-ιστορίες της σειράς Mathfinder, το **One Knight Too Many** σχετικά με αθροίσματα και διαφορές ακεραίων αριθμών και το **The Alien Encounter** με γινόμενα και πολλαπλασιασμούς ακεραίων, αποτελούν αντίστοιχα τις

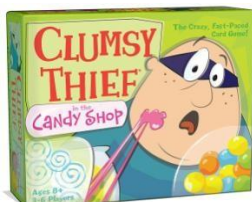


προχωρημένες εκδόσεις της σειράς (Advanced) για τις αντίστοιχες αριθμητικές πράξεις. Τα βιβλία αυτά των πλαισιωμένων δραστηριοτήτων επίλυσης απλών σχετικά αριθμητικών εξισώσεων δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων του δημοτικού μέσα από ενδιαφέρουσες ιστορίες να οικοδομήσουν τις αριθμητικές και υπολογιστικές δεξιότητες, τις εκτιμητικές και στρατηγικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων/εξισώσεων με ένα συναρπαστικό τρόπο. Δύο έξυπνα και διασκεδαστικά μυστήρια γεμάτα από μαθηματικά προβλήματα και προκλήσεις. Η

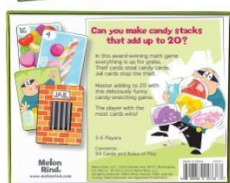
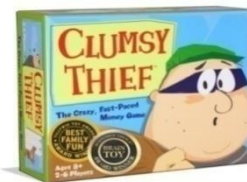
εκφώνηση της κάθε δραστηριότητας αναδεικνύει το σκοπό της αλλά και περιέχει μια κρυφή βοήθεια για την επίλυσή της. Επιλύοντας τις εξισώσεις ο αναγνώστης-λύτης περιδιαβαίνει το μονοπάτι της περιπέτειας και του μυστηρίου μέσα από το βιβλίο φέρνοντάς τον ένα βήμα πιο κοντά κάθε φορά στην επίλυση του τελικού. Το ενδιαφέρον είναι ότι τα βιβλία δεν είναι γραμμικά (στο τέλος κάθε μαθηματικο-δραστηριότητας, το βιβλίο σε παραπέμπει σε διάφορες σελίδες μέσα στο βιβλίο, κινητοποιώντας ακόμα περισσότερο την περιέργεια και το ενδιαφέρον του αναγνώστη-λύτη).



Το μεν πρώτο αναφερθέν βιβλίο, **One Knight Too Many**, βάζει τον μαθητή μέσα στην ιστορία, όπου μια επίσκεψή του στο μουσείο μετατρέπεται σε επικίνδυνη αποστολή διάσωσης. Ένα μυστικό πέρασμα τον οδηγεί σε μια παράξενη γη, όπου είναι αναγκασμένος να αντιμετωπίσει τρομακτικά πλάσματα, μια αρχαία πόλη υπό πολιορκία και το μυστήριο γύρω από τους ιππότες. Ενώ, το βιβλίο **The Alien Encounter** τοποθετεί τον αναγνώστη-λύτη να βοηθήσει ένα τραυματισμένο παράξενο εξωγήινο πλάσμα. Ο αναγνώστης παγιδεύεται στο εξωγήινο διαστημόπλοιο, το οποίο πρέπει να πιλοτάρει μέχρι να θεραπεύσει το πλάσμα. Παράξενοι νέοι πλανήτες, τρομακτικοί εξωγήινοι ακόμη και ένας διαστρικός πόλεμος είναι όλα τα βήματα που καλείται να ακολουθήσει ο αναγνώστης για την εξιχνίαση του μυστηρίου



της συνάντησής του με τον εξωγήινο και την εύρεση της θεραπείας του (<http://www.mindware.orientaltrading.com/mathfinder-books-set>).



Το **Clumsy Thief** είναι ένα παιχιδιάρικο παιχνίδι μαθηματικών, εκπληκτικά αποτελεσματικό στη διδασκαλία των παιδιών για τη νοερή πρόσθεση μεγάλων αριθμητικά μεγεθών για μαθητές από Α' δημοτικού και άνω. Υπάρχουν δύο εκδόσεις, με την πρώτη να διδάσκει και να ασκεί τους παίκτες στα αριθμο-ζευγάρια που κάνουν 100, ενώ το νεότερο παιχνίδι σε αριθμο-ζευγάρια που δίνουν 20. Με αξιολάτρευτα



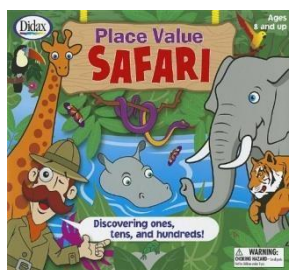
γραφικά που αιχμαλωτίζουν την προσοχή και το βλέμμα των μικρών παικτών, αναδεικνύονται τεχνικές εύρεσης του υπολοίπου, κατανοείται η πρόσθεση ως

αντίθετη πράξη της αφαίρεσης, βελτιώνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί και οι υπολογιστικές στρατηγικές εκτίμησης για την επίτευξη του αριθμού-στόχου (100 ή 20 αντίστοιχα) (<https://www.amazon.com/CLUMSY-THIEF-Adding-100-Game> & <https://www.amazon.com/CLUMSY-THIEF-Candy-Shop-Adding>). Αυξάνοντας τη δυσκολία του παιχνιδιού, προσθέστε κάρτες με δεκαδικούς, κλάσματα, ποσοστά, ή αλλάξτε το αριθμό-στόχο (από 20 ή 100 σε 1000 ή 10) ή αλλάξτε τη βασική πράξη του παιχνιδιού μετατρέποντάς την σε αφαίρεση, οπότε τώρα όποιος φτάσει πρώτος πιο κοντά στο μηδέν είναι ο νικητής.

Στην ίδια λογική με το προηγούμενο παιχνίδι είναι και αυτό με τον τίτλο **Check the Fridge**. Εδώ, ο αριθμός-στόχος είναι το 25, ενώ και πάλι η βασική πράξη εξάσκησης και επίλυσης του παιχνιδιού είναι η πρόσθεση. Το παιχνίδι αυτό προσθέτει και τον παράγοντα της μπλόφας, μιας και τώρα οι παίκτες ανταλλάσσουν κάρτες προκειμένου να φτάσουν στον αριθμό στόχο (μια μείξη των κλασικών παιχνιδιών της μπλόφας και της 21) (<https://www.amazon.com/Melon-Rind-Check-the-Fridge>).



Το παιχνίδι **Place Value SAFARI: Discovering ones, tens and hundreds** είναι



ιδανικό για μαθητές της Β΄ δημοτικού και άνω, καθώς στόχος του είναι η εκμάθηση της πρόσθεσης και αφαίρεσης δεκάδων, η ομαδοποίηση σε δεκάδες και η σύνθεση των εκατοντάδων, ενώ ταυτόχρονα οι παίκτες μαθαίνουν να χρησιμοποιούν τη γλώσσα των συναλλαγών. Οι παίκτες προσπαθούν να βγουν από τη ζούγκλα, να ξεφύγουν από τις πεινασμένες τίγρεις εξασκούμενοι στις ανταλλαγές δεκάδων, ενισχύοντας έτσι τις γνώσεις τους περί της αίσθησης του

αριθμού και της αξίας θέσης ψηφίου. Για να εισαχθεί η υπολογιστική εκτίμηση στο παιχνίδι, αλλάξτε τα νούμερα με μεγαλύτερα, ή με δεκαδικούς, κλάσματα ή ποσοστά, προτρέποντας τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν στρατηγικές εκτίμησης παρά ακριβείς υπολογισμούς προκειμένου να φτάσουν στους αριθμούς-στόχους του παιχνιδιού (<https://www.amazon.com/Place-Value-Safari-Discovering>).

Στο παιχνίδι **Froggy fractions** οι μαθητές/παίκτες (Δ΄ δημοτικού και άνω) ασχολούνται με την αναγνώριση, κατανόηση και δημιουργία ισοδύναμων κλασμάτων, την απλοποίηση και τη σύγκριση κλασμάτων και τη διαδικασία της αναγωγής στη μονάδα. Αποτελεί ένα διασκεδαστικό και γρήγορο παιχνίδι τύχης, στρατηγικής και μνήμης, κριτικής σκέψης και υπολογιστικής εκτίμησης. Παίζεται ατομικά αυξάνοντας έτσι την ανταγωνιστικότητα και το συναγωνισμό. Οι παίκτες καλούνται, ως βάτραχοι της λίμνης, να αναδειχθούν οι εξυπνότεροι από όλους επιλέγοντας και φτιάχνοντας σύνολα ισοδύναμων κλασμάτων. Κρατώντας 4 κάρτες κρυφά, σε κάθε γύρο πρέπει ή να τραβούν μια κάρτα από το στοκ ή από τις πεταμένες στο κέντρο ανοιχτές κάρτες, να συγκρίνουν όλες τις κάρτες τους και να αφήνουν μία ανοιχτή, έχοντας πάντα στο χέρι 4 μόνο κάρτες. Σκοπός του παιχνιδιού η δημιουργία ενός συνόλου από 4 κάρτες ισοδύναμων κλασμάτων που, όταν



επιτευχθεί ο παίκτης λέγοντας «κουάξ-κουάξ» είναι και ο νικητής του παιχνιδιού. Για να προτρέψετε τα παιδιά σε υψηλότερες εκτιμητικές διαδικασίες προσθέστε δεκαδικούς αριθμούς, δεκαδικά κλάσματα, ποσοστά, με απώτερο σκοπό όχι μόνο την ανάπτυξη υπολογιστικών στρατηγικών εκτίμησης αλλά και την αναγνώριση, κατανόηση και δημιουργία του ισοδύναμου τριπτύχου δεκαδικός-κλάσμα-ποσοστό (<https://www.amazon.com/Froggy-Fractions-Advanced-Fraction-Skills>).

Το παιχνίδι 24 έχει διάφορες παραλλαγές. Η έκδοση του παιχνιδιού 24 (24 Game), σχετικά με μονοψήφια ή και διψήφια μεταβλητές σε όλες τις αριθμητικές πράξεις, απευθύνεται σε μαθητές Δ' δημοτικού και άνω. Σκοπός του είναι η όξυνση της κριτικής, στοχαστικής και αναλογικής σκέψης, η εξάσκηση των μαθητών στους



νοερούς υπολογισμούς και τις υπολογιστικές εκτιμήσεις μονοψήφιων ή και διψήφιων αριθμών για την ανάπτυξη της ευχέρειας στους υπολογισμούς όλων των αριθμητικών πράξεων και φυσικά για την ανάδειξη, αναγνώριση και χρήση διάφορων τρόπων και στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων. Οι παίκτες καλούνται να φτάσουν στον αριθμό 24 από τέσσερις αριθμούς σε μια κάρτα παιχνιδιού προσθέτοντας, αφαιρώντας, πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας - χρησιμοποιώντας κάθε αριθμό μόνο μία φορά. Προσοχή! Η δυσκολία

αυτής της έκδοσης έγκειται στο ότι ο μαθητής έχει τώρα 2 τροχούς για τους οποίους πρέπει να βρει μια μεταβλητή (έναν αριθμό) που θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να «κάνει» 24 και στους δύο τροχούς (<https://www.amazon.com/Suntex-International-38978-Game-Variables>). Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές του ίδιου παιχνιδιού, όπου διαφέρουν οι αριθμοί (μόνο διψήφιοι, ή μόνο διψήφιοι, δεκαδικοί & κλάσματα, αρνητικοί) ή προστίθενται αλγεβρικοί δείκτες.

Το παρακάτω παιχνίδι είναι ιδανικό για εξατομικευμένη άσκηση (αυτορρυθμιζόμενη μάθηση) των μαθητών Ε' δημοτικού σε όλες τις βασικές μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις που ορίζουν τα Standards του CCSSM (2013) και του NCTM (2013) για την αντίστοιχη τάξη (υπάρχουν αντίστοιχα παιχνίδια για όλες τις τάξεις του δημοτικού, και με άλλο περιεχόμενο, πχ. λύση λεκτικών προβλημάτων, αλλά και άλλων διδακτικών μαθημάτων, όπως Γλώσσα και Φυσική). Φυσικά

η ενσωμάτωση του παιχνιδιού **Hot Dots** στη σχολική τάξη ενδείκνυται με την προσθήκη περισσότερων ηλεκτρονικών πενών (βλ. εικόνα παρακάτω) προκειμένου και άλλα άτομα της ομάδας να διαχειριστούν ενεργά το υλικό και όχι απλώς παίζοντας το παιχνίδι ομαδοσυνεργατικά. Οι μαθητές ορίζουν μόνοι τους την πορεία της μαθηματικής τους γνώσης, μιας και το παιχνίδι δε χαρακτηρίζεται για τη γραμμικότητά του, δίνοντας όχι μόνο ποικίλες θεματολογίες προς διερεύνηση, σε στυλ διπλής όψεως flash cards (300 ερωτήσεις) (διάταξη & σύγκριση αριθμών, ακέραιοι αριθμοί, κλάσματα, πράξεις με δεκαδικούς, νομισματικό σύστημα, γεωμετρικά σχήματα κα), αλλά η ίδια η ηλεκτρονική πένα είναι σχεδιασμένη να παρέχει άμεση οπτικοακουστική απόκριση μετά την επιλογή της απάντησης των μαθητών. Για την ενσωμάτωση της διαδικασίας της εκτίμησης, προσθέστε στο παιχνίδι περισσότερη



αγωνία και ανταγωνιστικότητα βάζοντας χρονόμετρο (ή κλεψύδρα) να πιέζει τους μαθητές στην εκτέλεση γρήγορων, νοερών υπολογισμών, στην ανάπτυξη γρήγορων εκτιμητικών λύσεων. Παίξτε το παιχνίδι με όλη την τάξη χωρίζοντας τους μαθητές σε ομάδες των 2 έως 3 ατόμων, με τη γρήγορη εμφάνιση των καρτών προς λύση. Η ομάδα που θα δώσει τις περισσότερες λογικά ορθές απαντήσεις εκτίμησης θα είναι και η νικήτρια. Μετατρέψτε το παιχνίδι σε ένα αγώνα ταχύτητας και εκτίμησης (<https://www.amazon.com/Educational-Insights-Standards-Based-Review-CardsGrade>). Επίσης, χρησιμοποιείτε άλλες παραλλαγές του ίδιου παιχνιδιού για περισσότερο εξάσκηση στις υπολογιστικές εκτιμήσεις αθροισμάτων, διαφορών, γινομένων και πηλίκων αριθμών οξύνοντας την αίσθηση του αριθμού.

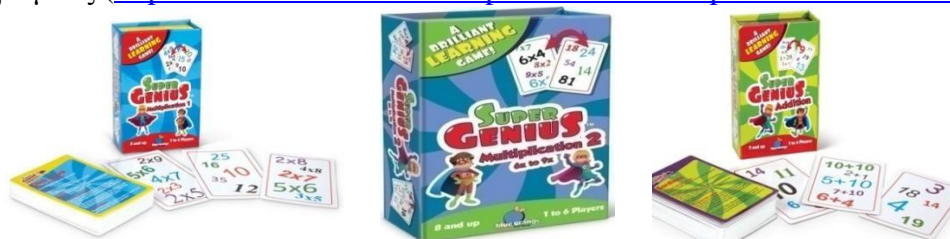


Παρόμοια παίξτε και τα παρακάτω 4 παιχνίδια καρτών (Flash cards) που περιλαμβάνουν όλες τις αριθμητικές πράξεις. Ανακατέψτε τα παιχνίδια, προσθέστε κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά μεταβάλλοντας δραστικά το παιχνίδι. Τώρα οι μαθητές δε θα ασκούνται απλώς στην ακριβή εκτέλεση των υπολογιστικών πράξεων, αλλά νικητής θα είναι αυτός που γρήγορα και με ευχέρεια θα παρέχει τις περισσότερες προσεγγιστικά κοντινές υπολογιστικές απαντήσεις/ εκτιμήσεις. Τα παιχνίδια αυτά είναι

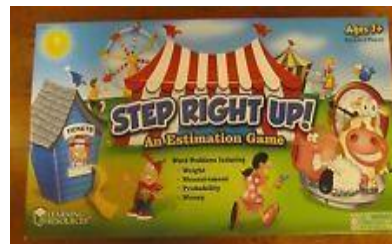


ιδανικά για την ανασκόπηση των αριθμητικών και υπολογιστικών δεξιοτήτων και γνώσεων των μαθητών (<https://www.amazon.com/StarRightMult MathFlashcardsPack>).

Ομοίως και το παιχνίδι **Super Genius** είναι ένα παιχνίδι καρτών αριθμητικού περιεχομένου που στοχεύει στη γρήγορη εκτίμηση και ταύτιση των δεδομένων δύο καρτών (όξυνση της οπτική αντίληψη και βελτίωση της ταχύτητας επεξεργασίας αριθμητικών δεδομένων). Από τη σειρά των παιχνιδιών αυτών προτείνεται το **Super Genius Multiplication 2** για μαθητές Δ' δημοτικού και άνω, όπου οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με δυσκολότερες πολλαπλασιαστικές αναπαραστάσεις και με μεγαλύτερα ή μικρότερα γινόμενα. Εκτός από την ταχύτητα απόδοσης των απαντήσεων, ως μέτρο δυσκολίας, προσθέστε δεκαδικούς, κλάσματα, ποσοστά έτσι ώστε οι μαθητές να προβαίνουν σε εκτιμητικές προσεγγίσεις παρά σε ακριβείς υπολογισμούς (<https://www.amazon.com/Super-Genius-Multiplication-Card-Game>).

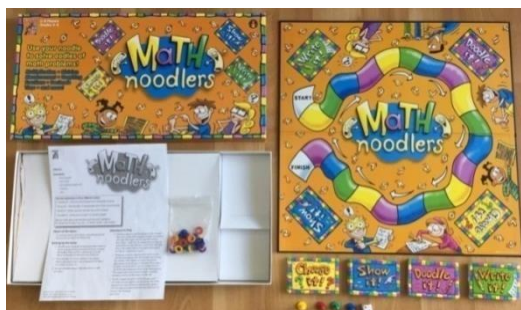


Το επιτραπέζιο παιχνίδι **Step right up** αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παιχνίδι που εστιάζει και στοχεύει στην αναγνώριση της σημασίας της υπολογιστικής εκτίμησης, την εκμάθηση και άσκηση των υπολογιστικών στρατηγικών της εκτίμησης, την διερεύνηση των πιθανοτήτων και την ευχέρεια διαχείρισης ποικίλων αριθμητικών δεδομένων. Οι παίκτες περιφέρονται στο λούνα παρκ από παιχνίδι σε παιχνίδι προκειμένου να κερδίσουν το μεγάλο έπαθλο. Το παιχνίδι από μόνο του είναι σαν το λούνα παρκ, μιας και αντί για ζάρι, οι μαθητές γυρνούν τη ρόδα (ferris wheel) ενώ ταυτόχρονα ο μαθητής/παίκτης έχει τη δυνατότητα αυτοελέγχου των απαντήσεών του, με την αποκωδικοποίηση της λύσης στο «Ταμείο». Ένα διασκεδαστικό παιχνίδι μέσα από το οποίο οι μαθητές επιλύουν προβλήματα πολλαπλής επιλογής, που εστιάζουν εκτίμηση μηκών, βάρους, χρημάτων. Έχοντας ως στόχο να δυσκολέψετε το παιχνίδι, αλλάξτε όχι μόνο τα νούμερα αλλά καταργείστε την πολλαπλή επιλογή βάζοντας τους μαθητές να εξηγούν την εκτιμητική μέθοδο, τις στρατηγικές που αναπτύσσουν



στο «Ταμείο». Ένα διασκεδαστικό παιχνίδι μέσα από το οποίο οι μαθητές επιλύουν προβλήματα πολλαπλής επιλογής, που εστιάζουν εκτίμηση μηκών, βάρους, χρημάτων. Έχοντας ως στόχο να δυσκολέψετε το παιχνίδι, αλλάξτε όχι μόνο τα νούμερα αλλά καταργείστε την πολλαπλή επιλογή βάζοντας τους μαθητές να εξηγούν την εκτιμητική μέθοδο, τις στρατηγικές που αναπτύσσουν (<http://www.qvc.com/Step-Right-Up-Estimation-Game>).

Τέλος, το επιτραπέζιο παιχνίδι **Math noodlers (Grade 4-5)**, αποτελώντας εξέλιξη του Math noodlers (Grade 2-3), καλεί τους μαθητές/παίκτες να λύσουν παράξενα μαθηματικά προβλήματα. Οι μαθητές εξασκούνται στην πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση αριθμών, στους δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς, στις μετρήσεις και τις μονάδες μέτρησης, στις γραφικές παραστάσεις, στο νομισματικό σύστημα και σε χρονοδιαγράμματα. Οι παίκτες περιφέρονται στο ταμπλό επιλύοντας διασκεδαστικά μαθηματικά προβλήματα και επιλέγοντας δημιουργικές διαδικασίες επίλυσης αυτών [«Γράψ' το!» (Write it), «Αφηρημένη σχεδίαση» (Doodle it), «Πολλαπλής επιλογής» (Choose it) ή «Δείξτο!» (Show it)]. Για την επιλογή «Δείξ' το!», το παιχνίδι παρέχει πολύχρονα χειραπτικά noodles, με τα οποία ο μαθητής θα πρέπει να δείξει την απάντησή του στο πρόβλημα που έχει να επιλύσει. Χαρακτηρίζεται ως ένα παιχνίδι εκμάθησης και βελτίωσης των αριθμητικών και υπολογιστικών δεξιοτήτων, των υπολογιστικών στρατηγικών όλων των αριθμητικών πράξεων με όλους τους αριθμητικούς τύπους (πλην των αρνητικών) (<https://www.quill.com/Edupress-Math-Noodlers-Games-Grade-4-5>).



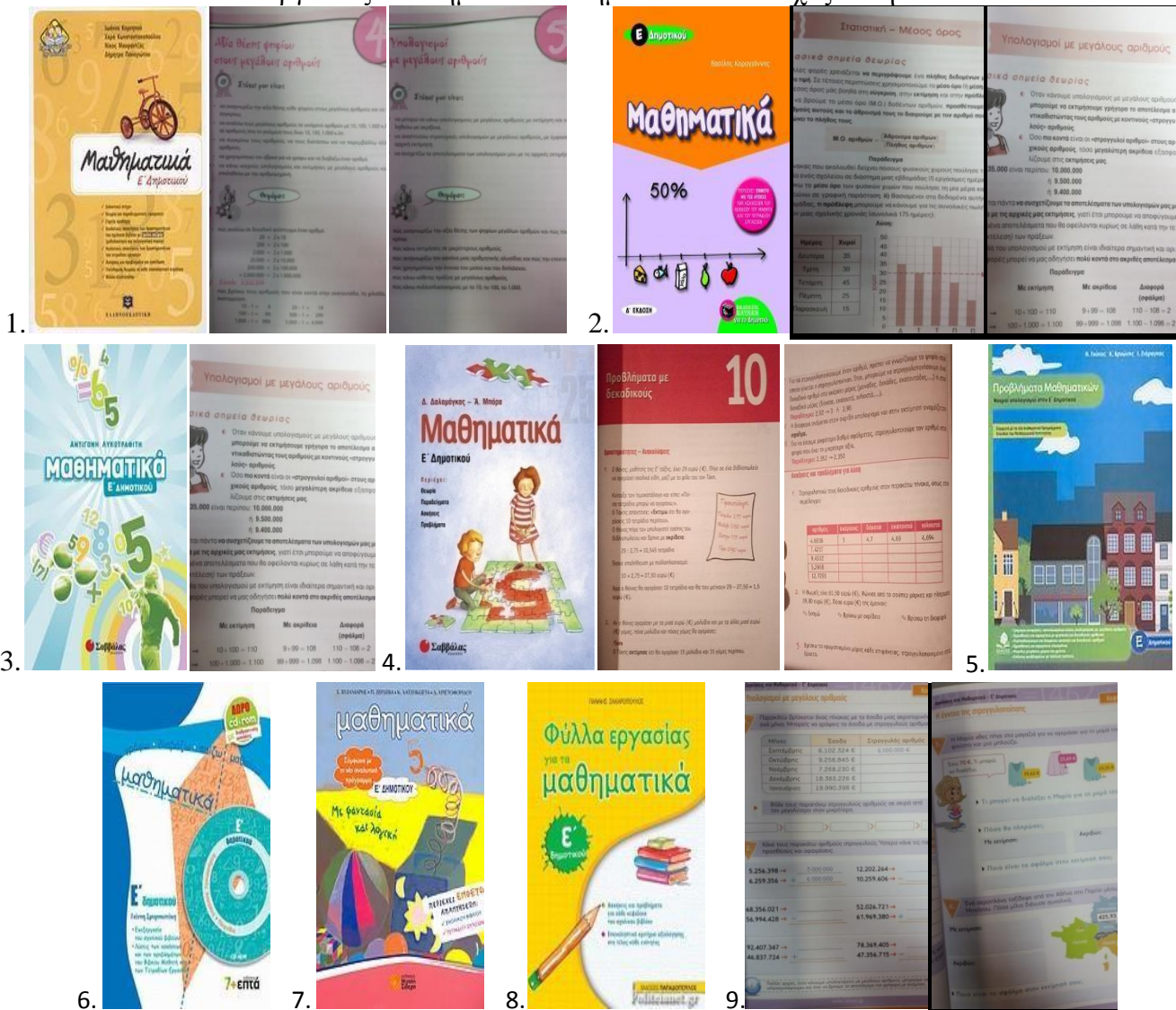
αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση αριθμών, στους δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς, στις μετρήσεις και τις μονάδες μέτρησης, στις γραφικές παραστάσεις, στο νομισματικό σύστημα και σε χρονοδιαγράμματα. Οι παίκτες περιφέρονται στο ταμπλό επιλύοντας διασκεδαστικά μαθηματικά προβλήματα και επιλέγοντας δημιουργικές διαδικασίες επίλυσης αυτών [«Γράψ' το!» (Write it), «Αφηρημένη σχεδίαση» (Doodle it), «Πολλαπλής επιλογής» (Choose it) ή «Δείξτο!» (Show it)]. Για την επιλογή «Δείξ' το!», το παιχνίδι παρέχει πολύχρονα χειραπτικά noodles, με τα οποία ο μαθητής θα πρέπει να δείξει την απάντησή του στο πρόβλημα που έχει να επιλύσει. Χαρακτηρίζεται ως ένα παιχνίδι εκμάθησης και βελτίωσης των αριθμητικών και υπολογιστικών δεξιοτήτων, των υπολογιστικών στρατηγικών όλων των αριθμητικών πράξεων με όλους τους αριθμητικούς τύπους (πλην των αρνητικών) (<https://www.quill.com/Edupress-Math-Noodlers-Games-Grade-4-5>).

Σγολικά, Εκπαιδευτικά Βοηθήματα & Εκτίμηση

Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα σχολικά βοηθήματα μαθηματικών της Ε' δημοτικού που είναι διαθέσιμα στην αγορά. Σειρά παρουσίασης:

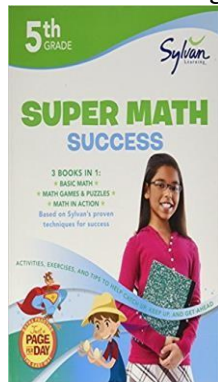
1. Κομνηνού, Ι., Μαυρατζάς, Ν., Παναγιώτου, Δ., Κωνσταντοκοπούλου, Χ. (2009). *Μαθηματικά Ε' δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Ελληνεκδοτική.

2. Καραγιάννης, Β. (2006). *Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Πατάκη.
3. Λυκοτραφίτη, Α. (2010). *Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Σαββάλα.
4. Δαλαμάγκας, Δ., Μπόρα, Α. (2009). *Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Σαββάλα.
5. Γούπος, Θ., Βρυώνης, Κ., Ζιάραγκας, Ι. (2007). *Προβλήματα μαθηματικών, νοερόι υπολογισμοί στην Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Κέδρος
6. Σμυρنيωτάκης, Γ. (2011). *Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*, Αθήνα: εκδόσεις 7+επτά.
7. Βυζανιάρης, Σ., Ζερδεβά, Π., Χατζηκώστα, Κ., Χριστοφορίδου, Δ. (2008). *Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Σιδέρης.
8. Ζαχαρόπουλος, Γ. (2008). *Φύλλα εργασίας: Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού*. Αθήνα: εκδόσεις Σιδέρης.
9. Φύλλα εργασίας: Μαθηματικά Ε΄ δημοτικού. Α΄ Τεύχος. Αθήνα ischool.

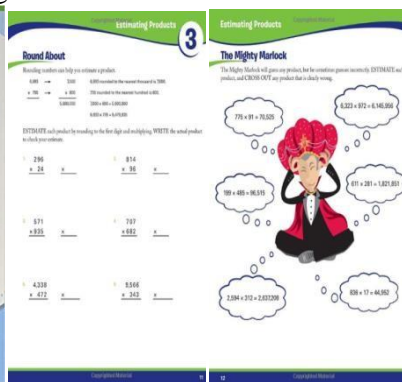


Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα αγγλόφωνα σχολικά βοηθήματα μαθηματικών της Ε΄ δημοτικού που είναι διαθέσιμα στην αγορά. Σειρά παρουσίασης:

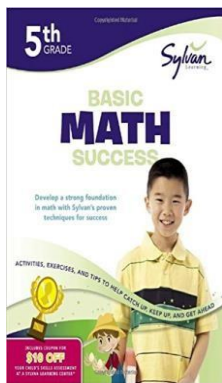
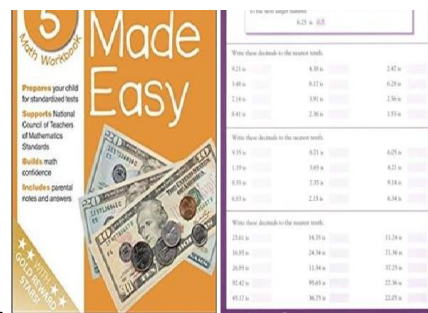
1. Sylvan Learning (2010). *5th Grade Super Math Success*. USA: Random House.
2. Kennedy, J (2001). *Math Made Easy: Fifth Grade Workbook*. UK: DK Publishing.
3. Sylvan Learning (2010). *Fifth Grade Basic Math Success*. USA: Random House.
4. Earl, W. (2010). *Scholastic Success with Fractions & Decimals, Grade 5*. USA: Scholastic Teaching Resources.
5. (2009). *Math Practice, Grade 5*. USA: Frank Schaffer Publications.
6. Vorderman, C. (2014). *Maths Made Easy: Decimals* (Ages 9-11, Key Stage 2). UK: DK Children
7. Kumon (2008). *Decimals & Fractions Grade 5*. USA: Kumon Publishing.
8. (2011). *Math, Grade 5 (Skill Builders)*. USA: Carson-Dellosa Publishing.
9. (2014). *Math Workbook, Grade 5*. USA: Spectrum-Carson-Dellosa Publishing.



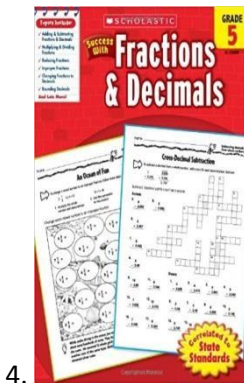
1.



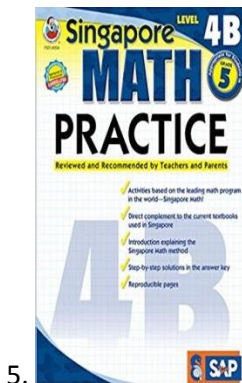
2.



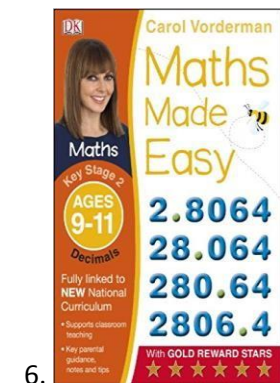
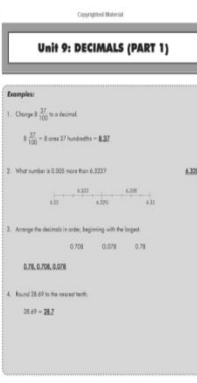
3.



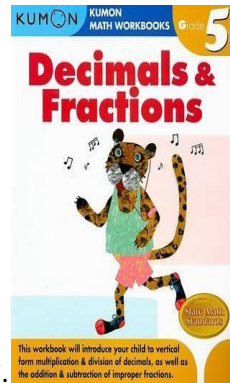
4.



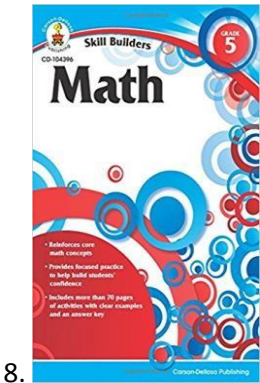
5.



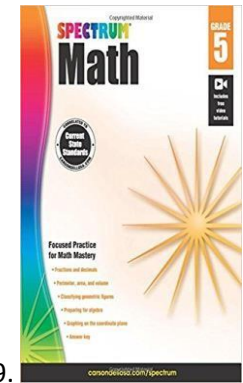
6.



7.



8.



9.

Λογοτεχνία και Εκτίμηση

Το λογοτεχνικό βιβλίο του Enzensberger (2000), «**Το πειραχτήρι των αριθμών**», αποτελεί ένα θαυμαστό εκπαιδευτικό εργαλείο για μικρούς και μεγάλους μαθητές.



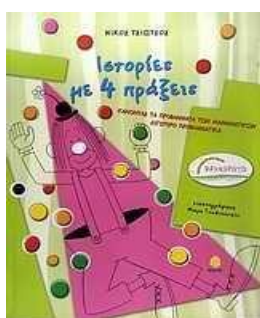
Παρουσιάζει με ζωντανά χρώματα την ιστορία ενός αγοριού που απεχθάνεται τα μαθηματικά και ό,τι έχει σχέση με αριθμούς, πράξεις και σύμβολα, να εμπλέκεται σε διάφορες ονειρικές περιπέτειες με συνοδοιπόρο το Πειραχτήρι των αριθμών, έναν αινιγματικό, διασκεδαστικό και πανέξυπνο ανθρωπάκο που κάνει ταχυδακτυλουργικά κόλπα με τους αριθμούς και διάφορες μαθηματικές έννοιες. Μέσα από το πρωτότυπο και ευχάριστο αυτό βιβλίο, ο αναγνώστης παρακολουθεί τον ήρωα, σαν ένα άλλο alter ego του, να μυείται στο μαγικό κόσμο των αριθμών όπου κύβοι, πυραμίδες, σύμβολα και χρώματα στήνουν ένα τρελό πανηγύρι αναδεικνύοντας «φαντασμαγορικούς» τρόπους ανακάλυψης, αντιμετώπισης και διαχείρισής τους. Ένα πραγματικό «κόσμημα» της παιδικής λογοτεχνίας που μιλά για τη μαθηματικοφοβία.

Σε παρόμοιο μυθοπλαστικό πλαίσιο, το βιβλίο «**Μια αριθμητική ιστορία**» του Μπουτόπουλου (2014) προτρέπει τον αναγνώστη να εκτιμήσει το αριθμητικό μέγεθος



του ένα και του μηδενός αναπτύσσοντας, έτσι, την αίσθηση των αριθμών και την αρχή της αξίας θέσης ψηφίου. Η ηρωίδα, η Αντιγόνη, απογοητευμένη, κοιτάζει το τετράδιό της, $0+1=1$ και δεν μπορεί να κατανοήσει πώς το μηδέν «φαγώθηκε» από το ένα. Ο ύπνος την παίρνει όπου δύο στρατιές την περικυκλώνουν, των σοβαρών και αυστηρών ένα και των αέναα κινούμενων μηδέν. Καθώς οι στρατιές αρχίζουν να επιχειρηματολογούν για τη σπουδαιότητα της μιας υπέρ της άλλης, η Αντιγόνη καλείται να διαλέξει, να δεχθεί και να απορρίψει κάποια από τις

δύο. Ο κριτικός αναγνώστης μέσα από τα επιχειρήματα που αραδιάζουν οι δύο στρατιές προσεγγίζει τους απόλυτους αριθμούς του 1 και του 0, τα τακτικά αριθμητικά που εκπροσωπούν, την θέση τους επάνω στη νοερή αριθμογραμμή, την ποσότητά τους σε ένα σύνολο. Η γοητευτική αυτή μαθηματική ιστορία παρουσιάζει με «ανάγλυφα» χρώματα την τάξη, τη σοφία και την αξία του 0 και του 1, τους βαθύτερους συμβολισμούς τους και τη θέση τους στον κόσμο και τα αντικείμενά του αναδεικνύοντας τον τρόπο που τα μαθηματικά και οι απόλυτοι αριθμοί τους τρυπώνουν στον κόσμο της πραγματικής ζωής. Ένα θαυμάσιο εκπαιδευτικό μέσο που παρακινεί πλήθος ιδεών αξιοποίησής του μέσα στις σχολικές τάξεις (αριθμητικές εκτιμήσεις και προσεγγίσεις αριθμών που περιέχουν 1 και 0, παιχνίδια ρόλων, διάλογοι ρητορικής και επιχειρηματολογίας υπέρ των αριθμών αυτών).



Από την άλλη πλευρά, ο Τσιώτσος (2005) στο παιδικό λογοτεχνικό του έργο «**Ιστορίες με 4 πράξεις**» βάζει τους φτερωτούς μαθητές μιας πολύ διάσημης βελανιδιάς να κάνουν ό,τι μπορούν για να δημιουργήσουν... προβλήματα, επιθυμώντας να συμπαρασύρουν και τον ίδιο τον αναγνώστη στις ποικίλες απίθανες ιστορίες προβλημάτων που αντιμετωπίζουν. Μέσα από το βιβλίο αυτό, οι μαθητές παρατηρούν και κατανοούν ότι όλα τα προβλήματα των

Μαθηματικών μπορούν να γίνουν λιγότερο... προβληματικά αν τα δουν απλώς σαν μικρές ιστορίες, που μπορούν να έχουν μία, δύο, τρεις ή και τέσσερις πράξεις. Εδώ αναδεικνύονται τα στάδια επίλυσης προβληματικών καταστάσεων, όπου η εκτίμηση «της κατάστασης» αποτελεί το πρώτο βήμα αλλά και το τελευταίο για τον έλεγχο της «λογικότητας» του αποτελέσματος.

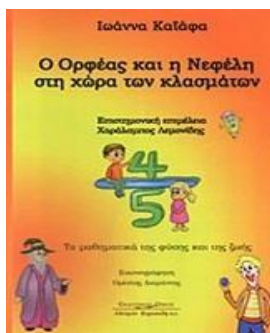
Επιπλέον, στο βιβλίο «**Σκέψου έναν αριθμό: Τα μαθηματικά είναι παιχνίδι**» (Ball, 2006), ο συγγραφέας παρέχει πλειάδα γρίφων, μαγικών κόλπων, σπαζοκεφαλιές και παιχνίδια μνήμης που δοκιμάζουν τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες του κάθε αναγνώστη. Μέσα από ένα απίθανο ταξίδι στο άπειρο, δραπετεύοντας από διάφορους φοβερούς «προβληματικούς» λαβύρινθους, ο αναγνώστης κατανοεί ότι τα μαθηματικά ίσως και να είναι πιο διασκεδαστικά από ότι φαίνονται. Τα μαθηματικά δεν είναι μόνο προσθέσεις και άλλοι αριθμητικοί υπολογισμοί αλλά περιέχουν ένα κόσμο γεμάτο εκπλήξεις και θαύματα που η διερεύνησή τους θα τους κάνει εξυπνότερους από την αριθμομηχανή. Οι εκτιμήσεις εισβάλλουν στο προσκήνιο ως «δραπέτες» της μαθηματικής ακρίβειας, που συμβάλλουν στην ολιστική οπτική των προβλημάτων και που ταλαιπώρησαν κορυφαίους μαθηματικούς για πολλούς αιώνες. Ο αναγνώστης, μέσω διασκεδαστικών ιστοριών, μαθαίνει τη σημασία των πρώτων αριθμών, το λόγο ύπαρξης των 60 λεπτών και της εικοσιτετράωρης ημέρας, ενώ ανιχνεύει τους λόγους που το άπειρο δεν είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός.



Στο βιβλίο του Καραγιάννη (2017), που απευθύνεται σε μαθητές της Γ' δημοτικού και άνω, «**Ο IQ και οι φίλοι του στη χώρα των Μαθηματικών**» προσκαλείται ο μικρός αναγνώστης σε ποικίλες δημιουργικές ασκήσεις εμπλουτισμένες με σπαζοκεφαλιές και κάθε λογής παιχνίδια νοερών υπολογισμών και εκτιμήσεων. Ένα πρωτότυπο και δημιουργικό βιβλίο που συμβαδίζει (διακριτικώς) με την διδακτική ύλη των μαθηματικών της Γ' δημοτικού, δομημένο σε είκοσι ενότητες ασκήσεων διαβαθμισμένης δυσκολίας, περιέχοντας σύντομη θεωρία, αναλυτικές λύσεις με την ανάπτυξη διάφορων στρατηγικών κατανόησης και επίλυσης. Όσον αφορά την έννοια της εκτίμησης, ο αναγνώστης μαθαίνει να τη χρησιμοποιεί άμεσα, μέσω συγκριτικών προτάσεων «περισσότερο/λιγότερο», «διπλάσιο/μισό», σε πολλές κι διάφορες μαθηματικές έννοιες που αναλύονται στο βιβλίο αυτό [στις αριθμητικές πράξεις με μεγάλους αριθμούς, τις μετρήσεις επιφάνειας, περιμέτρου και απόστασης, όγκου και μάζας, με άτυπες και τυπικές μονάδες μέτρησης, τις μετρήσεις χρόνου και ώρας, το νομισματικό σύστημα με ευρώ και τις υποδιαφρέσεις του, τα μοτίβα και τη συμμετρία, την εκτέλεση νοερών πράξεων με δεκαδικούς αριθμούς (στρογγυλοποίηση, βολικοί αριθμοί), στην σύγκριση κλασματικών μονάδων]. Οι ασκήσεις στο βιβλίο αυτό προτρέπουν τον αναγνώστη/μαθητή να προβαίνει σε άμεσες, αλλά λογικές εκτιμήσεις προγενέστερα του ακριβούς αριθμητικού και μη υπολογισμού, κινητοποιώντας την παρατηρητικότητά του, την κριτική, λογική του σκέψη και τη συνδυαστική αντίληψη.

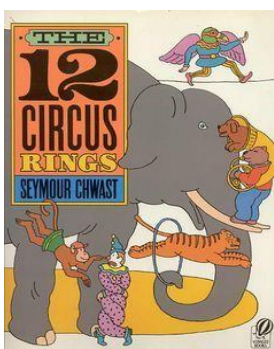


Παράλληλα, στην ευφάνταστη και ευχάριστη παραμυθιακή ιστορία της Καϊάφα (2013), «Ο Ορφέας και η Νεφέλη στη χώρα των κλασμάτων», ο αναγνώστης



γίνεται συνοδοιπόρος των ηρώων στις περιπέτειες που αντιμετωπίζουν στη μαγική χώρα των κλασμάτων στην προσπάθειά τους να σώσουν τα παιδιά-αριθμούς λύνοντας γρίφους και προβλήματα. Με τους ανθρωπόμορφους αριθμούς να μιλάνε για τον εαυτό τους, την αξία τους, ο αναγνώστης εισάγεται στη σημασία, το ρόλο και τις ιδιότητες των κλασματικών εννοιών, παρακολουθεί την ανάπτυξη ποικίλων στρατηγικών επίλυσης μέσω νοερών υπολογισμών με κλάσματα, και ταυτόχρονα εντοπίζει και αντιλαμβάνεται τις διαφορές των κλασμάτων από τους φυσικούς. Το παραμύθι αυτό με το πολυσημικό του κείμενο αποτελεί ένα αξιολόγο εναλλακτικό εκπαιδευτικό μέσο διερεύνησης και αξιολόγησης των κατανοήσεων των μαθητών για τις κλασματικές έννοιες και ιδιότητες, κάνοντας τη μάθηση μιας δύσκολης διδακτικά και μαθησιακά έννοιας ενδιαφέρουσα, αβίαστη και ευχάριστη.

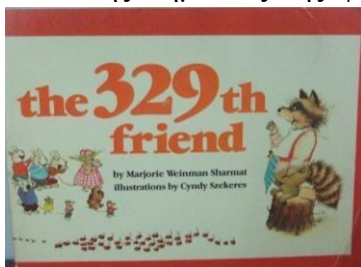
Επίσης, στο βιβλίο του Van de Walle (2005) παρουσιάζονται εστιασμένα λογοτεχνικά παιδικά βιβλία που αναφέρονται στην εκτίμηση ακέραιων αριθμών.



Αυτά είναι το “**The Twelve Circus Rings**” (Chwast, 1993) και το “**The 329th Friend**” (Sharmat, 1979). Στο πρώτο βιβλίο εμφανίζονται δύο αδέρφια να εξερευνούν τις 12 αρένες του τσίρκου, που περιέχουν περισσότερα ζώα ή περισσότερα ακροβατικά νούμερα. Μέσα από τις πολύχρωμες εικόνες και τον αυξανόμενο αριθμό των ακροβατών που δίνουν παράσταση, οι αναγνώστες εισέρχονται στη διαδικασία των πρώτων εκτιμήσεων, με την παρακολούθηση των αδερφών να προσπαθούν να μαντέψουν, να μετρήσουν το σύνολο των ακροβατών που κάνουν φιγούρες στον αέρα ύστερα από 12 μέρες. Το βιβλίο

προσφέρει στο τέλος ένθετο το οποίο προσκαλεί και προκαλεί τους αναγνώστες να μετρήσουν, να προσθέσουν, με την ανάπτυξη νοερών υπολογισμών, και για τους πιο προηγμένους γνωστικά αναγνώστες, να ανακαλύψουν πρότυπα αριθμών και παιχνίδια που δημιουργούνται από το περιεχόμενο των εικονογραφήσεων.

Αντίστοιχα, το βιβλίο του Sharmat (1979) όχι μόνο ενδείκνυται για την εξέταση των εκτιμητικών στρατηγικών των νοερών υπολογισμών, αλλά και για την ανάδειξη της σημασίας της φιλίας. Σε αυτό παρουσιάζεται ο Έμερυ Ρακούν, ένα μοναχικό

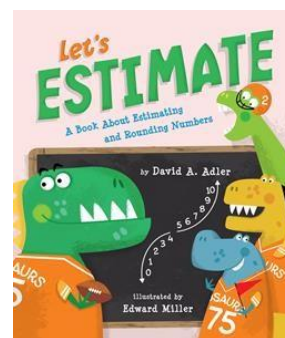


ρακούν, που αποφασίζει να διοργανώσει ένα πάρτι και προσκαλεί 328 αγνώστους για να κάνει καινούριους φίλους. Ο αναγνώστης σαγηνεύεται, ενθουσιάζεται αλλά και μπερδεύεται παρακολουθώντας τον κ. Ρακούν να αναρωτιέται για τον αριθμό των πιατικών και των μαχαιροπύρουνων του τραπέζιού. Μέσα από τους πολλαπλασιασμούς του 328 με μικρούς αριθμούς, ο αναγνώστης διερευνά την αξία των

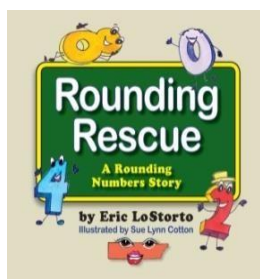
αριθμών (αίσθηση του αριθμού), τις εκτιμητικές στρατηγικές των νοερών μαθηματικών αλλά και αναγνωρίζει και κατανοεί την πολύτροπη εφαρμογή των στρατηγικών αυτών σε πολλαπλά πλαίσια για την επίλυση προβληματικών

καταστάσεων. Τελικά, την ημέρα του πάρτι δεν εμφανίζεται κανένας και ο Έμερν ανακάλυψε πως πάντα υπάρχει ένα φίλος κοντά του, ο εαυτός του.

Το βιβλίο “**Let's Estimate: A Book About Estimating and Rounding Numbers**” (Adler, 2017), από τον τίτλο του και μόνο προιδεάζει τον αναγνώστη για το περιεχόμενό του, με τον εικονογράφο να προσθέτει ζωντανά χρώματα και σχέδια στην ιστορία των δεινοσαύρων που αναρωτιούνται για το πόση πίτσα χρειάζονται για το πάρτι δεινοσαύρων. Ο συγγραφέας απλά και διασκεδαστικά προτείνει και εισάγει τον αναγνώστη στην εκτιμητική διαδικασία εξηγώντας μάλιστα τη διαφορά της από την στρογγυλοποίηση (εκτιμητική στρατηγική). Μια αξιόλογη ιστορία, με πολλά παραδείγματα και επεξηγήσεις που προβάλλει τα θετικά της αξιοποίησης της εκτίμησης κατά τη διαχείριση μεγάλων, δύσκολων γενικά αριθμητικών δεδομένων.

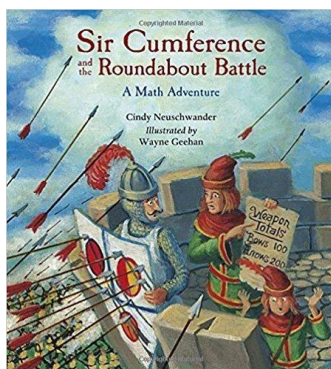


Επίσης, το παιδικό βιβλίο “**Rounding Rescue, a Rounding Numbers Story**”



(LoStorto, 2013) παρουσιάζει, μέσω φανταστικών χαρακτήρων, μεταφορικής γλώσσας και ομοιοκαταληξιών, τη δυσκολία της διαδικασίας της στρογγυλοποίησης αριθμών σε συνδυασμό με τη μαθηματική αυτοπεποίθηση. Στην ιστορία η Underlina διασώζει τους αριθμούς, όταν η αυτοπεποίθησή τους έχει μειωθεί. Με χαμόγελο στο πρόσωπο και «χρήσιμους» ιδιωτισμούς η Underlina είναι πάντα εκεί έτοιμη για την επόμενη διάσωση στρογγυλοποίησης των αριθμών.

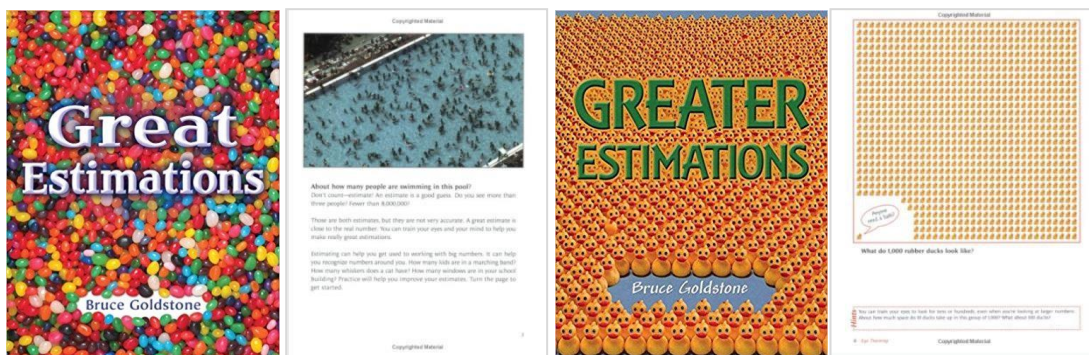
Ένα βιβλίο που θα λατρέψουν τα αγόρια, αλλά και θα προσελκύσει την προσοχή των κοριτσιών, είναι αυτό της σειράς *Sir Cumference's adventures* της συγγραφέα Neuschwander (2015), “**Sir Cumference and the Roundabout Battle**”.



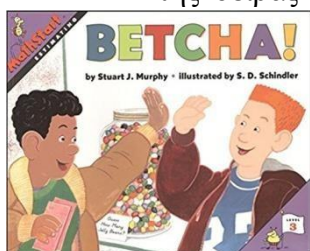
Μια ιστορία εποχής που μιλά για ιππότες, πολέμους, πολιορκίες κάστρων, ανεφοδιασμούς όπλων, προμηθειών και τροφίμων. Στην ιστορία, όταν ο Steward Edmund Rounds και ο Sir Cumference αναγνωρίζουν τον εχθρό που αναμένει προ των πυλών του κάστρου, όλοι κινούνται γρήγορα προς υπεράσπιση του κάστρου του βασιλείου τους. Ο αναγνώστης παρακολουθεί με αγωνία τις προσπάθειες και τις στρατηγικές που αναπτύσσουν οι ήρωες του βιβλίου για τη δημιουργία ενός κατάλληλου σχεδίου μάχης. Τελικά, θα καταφέρει ο Rounds II, χρησιμοποιώντας τεχνικές στρογγυλοποίησης για την προσεγγιστική εκτίμηση του αριθμού των αναγκαίων τόξων και βελών, να βοηθήσει εγκαίρως στην αποτροπή μιας δυνητικά καταστροφικής επίθεσης; Ο αναγνώστης εμπλεκόμενος σε μια ιστορία πολιορκίας έρχεται να αναγνωρίσει τη σημασία, τα οφέλη και το σκοπό της στρογγυλοποίησης, ως γρήγορη διαδικασία υπολογιστικής εκτίμησης αριθμητικών συνόλων.

Στη διαδικασία της στρογγυλοποίησης ως βασική εκτιμητική μέθοδος εστιάζουν και τα δύο παιδικά λογοτεχνικά βιβλία του Goldstone, το “**Great Estimations**” (2010) και το “**Greater Estimations**” (A Fun Introduction to Estimating Large Numbers) (2016). Γραμμένα στο ίδιο λογοτεχνικό στυλ, τα δύο

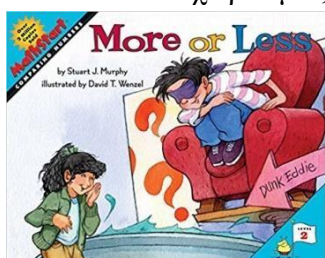
αυτά βιβλία εισάγουν άμεσα τον αναγνώστη στις πρώτες αριθμητικές εκτιμήσεις πλήθους (τρόποι εκτίμησης του μήκους, του βάρους, της έκτασης και του όγκου), παρουσιάζοντας προβληματικές καταστάσεις του πραγματικού κόσμου. Ο αναγνώστης εξασκείται στην οπτικοχωρική αναγνώριση των αντικειμένων/συμβόλων και την εκτέλεση εξαιρετικών εκτιμήσεων, οι οποίες σε μερικές περιπτώσεις είναι πιο κοντά στον πραγματικό αριθμό. Η εκτίμηση είναι μια καλή μαντεψιά. Μέσα από διασκεδαστικά και δημιουργικά παραδείγματα (πχ. «πόσες είναι οι καραμέλες στο μπολ;», «πόσα είναι τα παπάκια στο εξώφυλλο;»), αποτυπώματα σκύλων και γάτων, πγκουίνι στους πόλους, κόκκοι ρυζιού), από ζωηρές και εντυπωσιακές φωτογραφίες, ο Goldstone βοηθά τους αναγνώστες να ασκηθούν στην εκτίμηση μεγεθών ομάδων της τάξης των δεκάδων, των εκατοντάδων, των χιλιάδων. Παρουσιάζει ζωντανά και αποτελεσματικά διάφορες στρατηγικές εκτίμησης, όπως την ομαδοποίηση («box and count») και τη συσσώρευση («clump counting»), σε σελίδες με υπενθυμίσεις, φούσκες ομιλίας των χαρακτήρων της εικόνας, σύντομες επεξηγήσεις για το πώς μπορεί να επιτευχθεί η εκτίμηση και με σημειώσεις του συγγραφέα. Οι μαθητές μέσα από την απλή ανάγνωση των βιβλίων αυτών, αναπτύσσουν δεξιότητες και υιοθετείται η νοοτροπία των λογικών εκτιμήσεων, και πώς αυτές χρησιμοποιούνται στην καθημερινή ζωή των ατόμων.



Με σημείο εστίασης την εκτίμηση, το παιδικό βιβλίο “**Betcha**” (Murphy, 1997), της σειράς MathStart, παρουσιάζει δύο φίλους καθ’ οδόν προς ένα βιβλιοπωλείο,

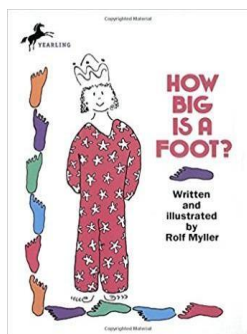


όπου θα λάβει χώρα ένας διαγωνισμός (*Πόσες είναι οι καραμέλες στο βάζο;*), να αντιμετωπίζουν καταστάσεις που περιλαμβάνουν αριθμητικούς προσδιορισμούς, όπως πόσοι άνθρωποι βρίσκονται στο λεωφορείο, τον αριθμό των αυτοκινήτων σε μια κυκλοφοριακή συμφόρηση, το σύνολο των τιμών μιας βιτρίνας. Το ένα αγόρι μετράει ένα προς ένα για να πάρει τις απαντήσεις, ενώ το άλλο χρησιμοποιεί απλές τεχνικές για να φτάσει σε προσεγγιστικές εκτιμήσεις. Ο αναγνώστης, μέσα από οικείες καταστάσεις, μαθαίνει μεθόδους εκτίμησης, στρογγυλοποίησης μεγεθών συνόλων, με τη χρήση του πολλαπλασιασμού, των κλασμάτων και της απλής γεωμετρίας. Επίσης, κατανοεί ότι οι αριθμοί όσο μεγάλοι ή μικροί κι αν είναι, είναι διαχειρίσιμοι, εφαρμόζοντας λογικά εκτελεσμένες εκτιμήσεις.



Της ίδιας σειράς είναι και το βιβλίο “**More or Less**”, που απευθύνεται σε μικρότερους μαθητές, προσεγγίζοντας την άμεση εκτίμηση μεγεθών (μικρότερο/μεγαλύτερο). Οι αναγνώστες παρακολουθούν τον Eddie να κάνει σωστές μαντέψεις για την ηλικία

των ανθρώπων, με κλειστά μάτια σε μια δοκιμασία της σχολικής έκθεσης. Ποια στρατηγική ακολουθεί ο Eddie και δεν κάνει λάθη; Ο αναγνώστης αναγνωρίζει και εξασκείται στη σύγκριση ακέραιων αριθμών, τη χρήση σημείων αναφοράς (πχ. μεταξύ 10 και 7), ενώ αντιλαμβάνεται την προσέγγιση του περισσότερο/λιγότερο, εισερχόμενος έτσι στον «κόσμο» της λογικής, κατευθυνόμενης μαντεψιάς, της εκτίμησης γενικότερα

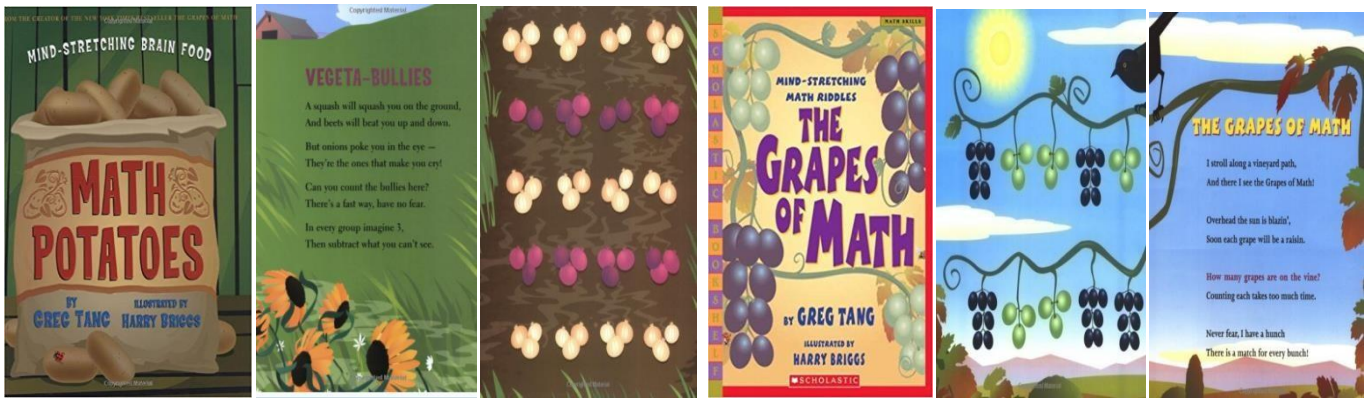


Παράλληλα, το λογοτεχνικό έργο “**How Big Is a Foot?**” (Myller (1991),

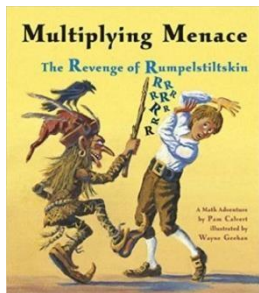
αποτελεί μια άλλη διασκεδαστική ιστορία εκμείευσης στρατηγικών εκτίμησης και συγκεκριμένα εδώ μήκους, του μήκους του κρεβατιού της βασίλισσας. Ο βασιλιάς επιθυμώντας να δωρίσει κάτι ιδιαίτερο στη Βασίλισσα για τα γενέθλιά της, σκέφτεται να της δώσει ένα κρεβάτι που δεν έχει! Ποιο το πρόβλημα; Το πρόβλημα είναι ότι κανείς στο βασίλειο δε γνωρίζει την απάντηση στο πόσο μεγάλο είναι ένα κρεβάτι, μιας και δεν είχαν ακόμη εφευρεθεί τα κρεβάτια. Με τα γενέθλια της βασίλισσας να πλησιάζουν, ο αναγνώστης παρακολουθεί το βασιλιά, τον πρωθυπουργό

του βασιλείου και τον αρχιξυλουργό να προσπαθούν να υπολογίσουν το μέγεθος του κρεβατιού. Ένα δημιουργικά χαριτωμένο βιβλίο για τις μετρήσεις και τις διάφορες μονάδες μέτρησης. Ένα αξιόλογο βιβλίο για τη διδασκαλία της ανάγκης μετακίνησης από άτυπες μονάδες μέτρησης σε τυπικές αλλά και το ρόλο της εκτίμησης μέτρησης.

Τα βιβλία του Tang, το “**Math Potatoes: Mind-stretching Brain Food**” (2005) και το “**The Grapes Of Math**” (2004) αποτελούν σπουδαία προσθήκη στην παιδική βιβλιοθήκη, απευθυνόμενα σε μικρούς και μεγάλους που δυσκολεύονται και δυσανασχετούν με τα μαθηματικά προβλήματα. Τα βιβλία αυτά προκαλούν τους αναγνώστες να συνδυάσουν αριθμούς με έξυπνο τρόπο, όχι μόνο με προφανείς τρόπους προκειμένου να εκτελέσουν λογικές πράξεις, αναδεικνύοντας έτσι διάφορες στρατηγικές εκτίμησης υπολογισμών και πλήθους. Οι εικόνες στα βιβλία αυτά αποτελούν κύριο «συστατικό» της επίλυσης των προβλημάτων, καθώς χρησιμοποιούν όλα τα είδη οπτικών τεχνασμάτων, προκειμένου να υποδειχθεί πως μπορεί η αριθμητική να γίνει γρηγορότερα και ευκολότερα. Κάθε πρόβλημα συνοδεύεται και από μια εικονο-σελίδα, ενώ το ίδιο το πρόβλημα είναι γραμμένο σε ρυθμικούς στίχους (οι πρώτοι δύο θέτουν το πλαίσιο, και οι δύο τελευταίοι υποκρύπτουν μια υπόδειξη, μια πρόταση για το πώς τα αντικείμενα στην εικονο-σελίδα θα μπορούσαν πιο αποτελεσματικά να ομαδοποιηθεί για να φτάσει σε ένα άθροισμα). Τα βιβλία αυτά υπερβαίνουν τα συνηθισμένα απλά βιβλία καταμέτρησης, καθώς τα προβλήματα είναι περίπλοκα, τα οπτικά σχέδια είναι δύσκολα και παρόλο που ο ομοιοκατάληκτος στίχος φαίνεται απλός, οι αναγνώστες πρέπει να σκεφτούν προσεκτικά για την προσθήκη, αφαίρεση και πολλαπλασιασμό. Τα βιβλία ολοκληρώνονται με σαφή διαγράμματα και συνοπτικές εξηγήσεις που παρέχουν τις λύσεις (στηρίζεται η αυτορυθμιζόμενη μάθηση).

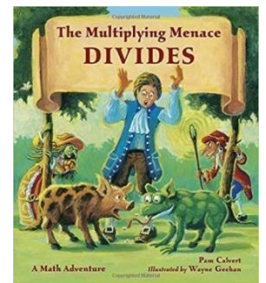


Δύο βιβλία που δεν πρέπει να λείπουν από την παιδική βιβλιοθήκη είναι αυτά της Calvet, της σειράς *Math Adventures*, το “**Multiplying Menace: The Revenge of Rumpelstiltskin**” (2006) και το “**The Multiplying Menace Divides**” (2011). Στο πρώτο βιβλίο ο αναγνώστης παρακολουθεί τον Peter, τον νεαρό πρίγκιπα στην προσπάθειά του να νικήσει τον κακό μάγο Rumpelstiltskin για τη σωτηρία του βασιλείου με τη διερεύνηση του σωστού τρόπου λειτουργίας του πολλαπλασιαστικού του ραβδιού. Αποτελεί ένα βιβλίο - «όχημα», ένα ευχάριστο εκπαιδευτικό εργαλείο, για την εισαγωγή, αναγνώριση και κατανόηση της σημασίας του



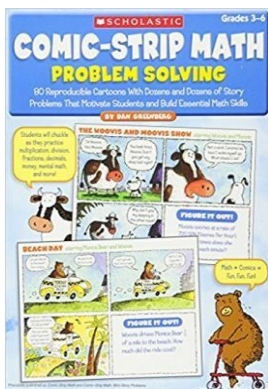
πολλαπλασιασμού, ανίχνευσης και αντίληψης των διαφορών μεταξύ των γινόμενων ακεραίων με ακέραιους και των γινόμενων ακεραίων με κλάσματα.

Αντίστοιχα, το βιβλίο “**The Multiplying Menace Divides**”, όπως υποδηλώνει και ο τίτλος του, εισάγει τον αναγνώστη στην έννοια της διαίρεσης. Με την επάνοδο του Rumpelstiltskin από τη άβυσσο του Μηδέν και τη μάγισσα βοηθό του να απειλούν εκ νέου το βασίλειο, ο Peter μαζί με το σκύλο του, τον Μηδέν, θα προσπαθήσουν και πάλι να σώσουν το βασίλειο από το να διαιρεθεί σε βάτραχους. Ο αναγνώστης παρακολουθεί με αγωνία τις περιπέτειες του πρίγκιπα και του Μηδέν στην εύρεση του Μεγάλου Πολλαπλασιαστή που θα σπάσει τη Μεγάλη Διαίρεση, πριν ο Rumpelstiltskin έχει την ευκαιρία να συνδυάσει τα δύο ισχυρά μαθηματικά ραβδιά. Η μαθηματική αυτή περιπέτεια αποτελεί κατάλληλο εκπαιδευτικό



μέσο για την εισαγωγή, την αναγνώριση και κατανόηση της σημασίας της διαίρεσης, για τον εντοπισμό και κατανόηση των διαφορών μεταξύ των ηλίκων ακεραίων με ακέραιους και των ηλίκων ακεραίων με κλάσματα, αλλά και για την άδηλη

εισαγωγή στους κανόνες διαίρεσης στις εξισώσεις που περιλαμβάνουν μηδέν. Τέλος, η εικονογραφία των βιβλίων συμβάλλει στην ψυχαγωγική αντίληψη του πολλαπλασιασμού ακεραίων και κλασμάτων, της διαίρεσης



Μέσα από 80 χαριτωμένες και αστείες ιστορίες κόμικ σε έναν διασκεδαστικό συνδυασμό με μαθηματικά προβλήματα, οι αναγνώστες του βιβλίου “**Comic-Strip Math: Problem Solving**” του Greenberg (2010), έρχονται αντιμέτωποι με τις πιο βασικές μαθηματικές έννοιες των σχολικών τάξεων της Γ΄ έως και της Στ΄ του δημοτικού (θεσιακή αξία και στρογγυλοποίηση, πρόσθεση & αφαίρεση, πολλαπλασιασμός & διαίρεση,

μεικτές αριθμητικές παραστάσεις, κλάσματα, δεκαδικοί, χρόνος, νομισματικό σύστημα, μέτρηση, γραφήματα, γεωμετρία, μοτίβα, λόγοι-αναλογίες-πιθανότητες-στατιστική) κινητοποιώντας την περιέργεια και την προσοχή τους, αναπτύσσουν βασικές μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις. Ένα βιβλίο που μετατρέπει τα αφηρημένα μαθηματικά σε ενδιαφέρουσες ψυχαγωγικές ιστορίες, ειδικά σχεδιασμένο για την προώθηση της αυτορυθμιζόμενης μάθησης των μαθητών (στο τέλος συμπεριλαμβάνονται ένθετο για τον έλεγχο της λογικότητας των λύσεων). Η εκτίμηση αναφέρεται στην εισαγωγή και τη χρήση της στρατηγικής της στρογγυλοποίησης, την τοποθέτηση δεκαδικών και κλασμάτων επάνω στην αριθμογραμμή, τις γρήγορες συγκρίσεις δεκαδικών, κλασμάτων μέσω νοερών υπολογισμών, την ανάπτυξη γραφικών παραστάσεων, τις μετρήσεις, την εξέλιξη των μοτίβων, και φυσικά τις πιθανότητες και τη στατιστική.

Πίνακες

Πίνακας 1 Μια ανάλυση των παραγόντων που επηρεάζουν την υπολογιστική εκτίμηση (Sowder & Wheeler, 1989, pp. 132)

<p>I. Εννοιολογικοί παράγοντες</p> <p>A. Ρόλος των προσεγγιστικών αριθμών</p> <ol style="list-style-type: none">1. Αναγνώριση ότι χρησιμοποιούνται προσεγγιστικοί αριθμοί για τον υπολογισμό2. Αναγνώριση ότι μια εκτίμηση είναι μια προσέγγιση <p>B. Πολλαπλές διαδικασίες /πολλαπλά εξαγόμενα</p> <ol style="list-style-type: none">1. Αποδοχή πολλών και όχι μιας διαδικασίας για να έχουμε μια εκτίμηση2. Αποδοχή πολλών και όχι μιας τιμής ως εκτίμηση <p>Γ. Καταλληλότητα</p> <ol style="list-style-type: none">1. Αναγνώριση ότι η καταλληλότητα της διαδικασίας εξαρτάται από το πλαίσιο2. Αναγνώριση ότι η καταλληλότητα της εκτίμησης εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια
<p>II. Παράγοντες δεξιοτήτων</p> <p>A. Διαδικασίες</p> <ol style="list-style-type: none">1. Ανασυγκρότηση: Αλλαγή των αριθμών που χρησιμοποιούνται για υπολογισμό<ol style="list-style-type: none">α. Στρογγυλοποίηση (rounding)β. Κουτσούρεμα (truncating)γ. Μέσος όρος (averaging)δ. Αλλαγή της μορφής ενός αριθμού2. Αντιστάθμιση: Γίνονται ρυθμίσεις κατά τη διάρκεια ή μετά τον υπολογισμό3. Μετάφραση: Αλλαγή της δομής του προβλήματος <p>B. Εξαγόμενα</p> <ol style="list-style-type: none">1. Προσδιορισμός της σωστής σειράς του μεγέθους του εκτιμούμενου2. Προσδιορισμός του εύρους αποδοχής των εκτιμήσεων
<p>III. Σχετικές έννοιες και δεξιότητες</p> <p>A. Ικανότητα εργασίας με δυνάμεις του δέκα</p> <p>B. Γνώση της θεσιακής αξίας των αριθμών</p> <p>Γ. Ικανότητα σύγκρισης αριθμών σύμφωνα με το μέγεθος</p> <p>Δ. Ικανότητα νοερού υπολογισμού</p> <p>E. Γνώση των αριθμητικών γεγονότων</p> <p>Στ. Γνώση των ιδιοτήτων των πράξεων και της κατάλληλης τους χρήσης</p> <p>Z. Αναγνώριση ότι η μετατροπή των αριθμών μπορεί να αλλάξει τα εξαγόμενα του υπολογισμού</p>
<p>IV. Συναισθηματικοί παράγοντες</p> <p>A. Εμπιστοσύνη στην ικανότητα να κάνεις μαθηματικά</p> <p>B. Εμπιστοσύνη στην ικανότητα να εκτιμάς</p> <p>Γ. Ανεκτικότητα για τα λάθη</p> <p>Δ. Αναγνώριση της χρησιμότητας της εκτίμησης</p>

Πίνακας2: Ταξινόμηση στρατηγικών υπολογιστικής εκτίμησης

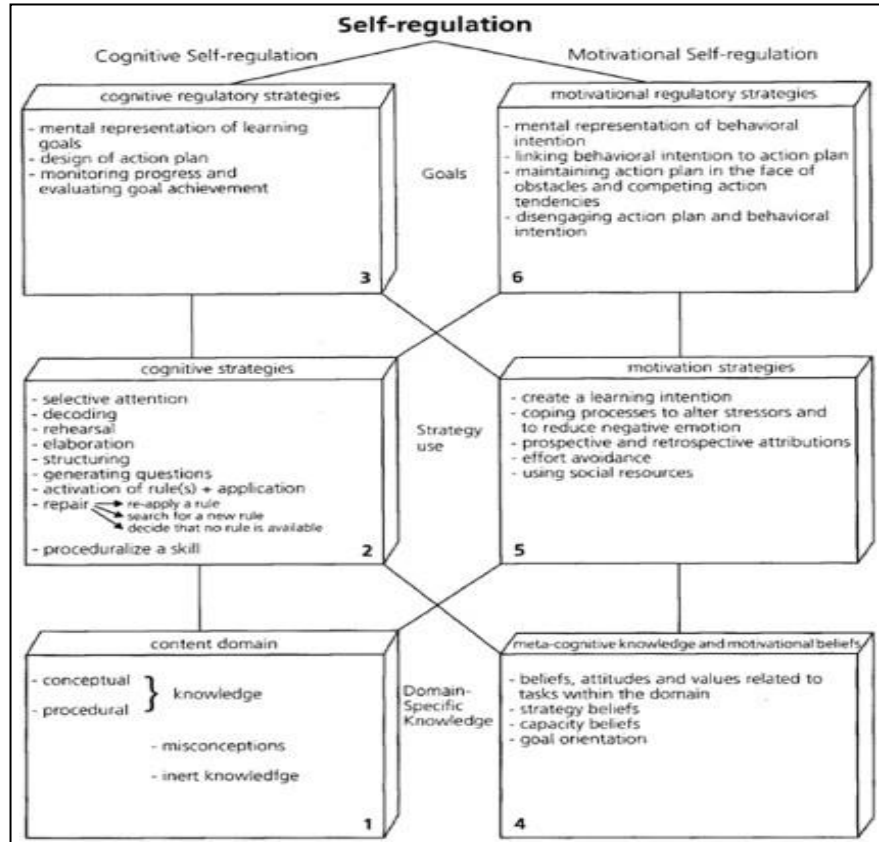
ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ		ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ
Μη Εκτίμηση		Διαίσθηση ή Μαντεψιά
		Με αλγοριθμικό τρόπο
Ανασύνθεση / Μετασχηματισμός	Ενδο-αριθμητική προσαρμογή	Στρογγυλοποίηση - Με βάση κανόνα - Χωρίς Κανόνα - Με βάση την κατάσταση
		Εμπρόσθιο άκρο
		Κουτσούρεμα
	Δια-αριθμητική προσαρμογή	Συμβατοί αριθμοί
		Ειδικοί αριθμοί
	Μετάφραση	Συσσώρευση ή Μέσος όρος
Αντιστάθμιση		Προγενέστερη αντιστάθμιση
		Μεταγενέστερη αντιστάθμιση

Πίνακας 3: Συνθετική Παρουσίαση Στρατηγικών της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Dettori & Persico, 2008)

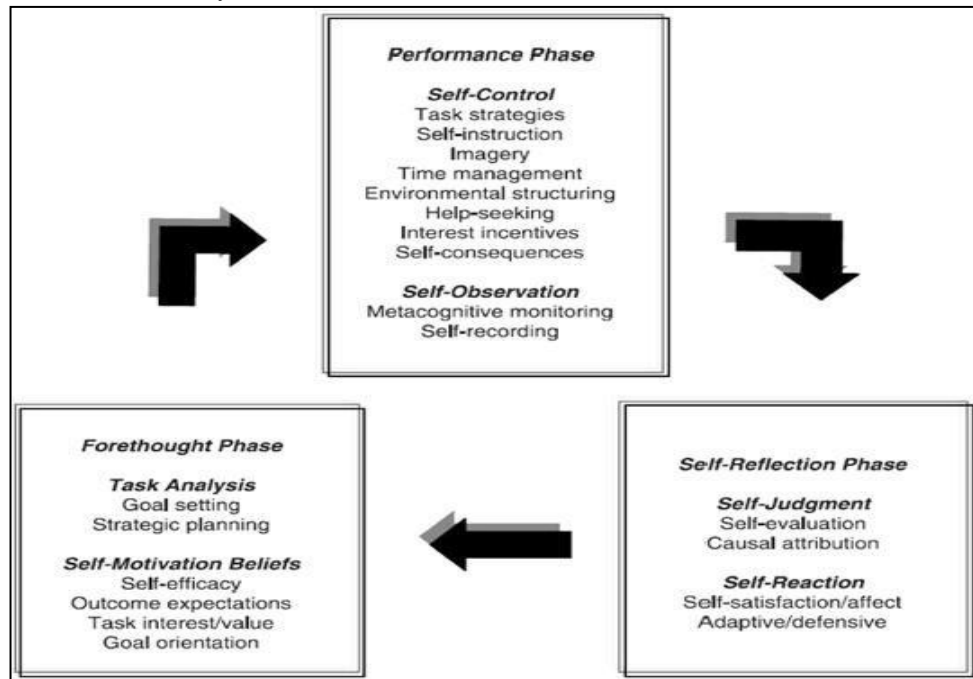
Στρατηγικές Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης			
Στάδια αυτορρυθμιζόμενης μάθησης (Zimmerman, 1990)			
Εκτίμηση/ Πρόβλεψη/ Σχεδιασμός της μαθησιακής διαδικασίας	Γνωστικές	Ατομική Δράση	Προσωπικός σχεδιασμός πλάνου εργασίας (υπο-έργα, ορισμός διοριών, αναγνώριση προτεραιοτήτων) Πρόβλεψη πιθανής αποτυχίας του πλάνου
		Συνεργατική δράση	Προτάσεις για την ανάπτυξη της μαθησιακής διαδικασίας Κοινές διαπραγματεύσεις για την οργάνωση του πλάνου
	Μεταγνωστικές	Ατομική Δράση	Διερεύνηση προσδοκιών Πρόβλεψη ενεργοποίησης συγκινησιακών συμπεριφορών
		Συνεργατική δράση	Συζήτηση των προσδοκιών και των κινήτρων της μάθησης Κοινά κίνητρα για την επιμέλεια όλων στο έργο
Εκτέλεση/ Διαχείριση της μαθησιακής διαδικασίας, Έλεγχος της απόδοσης ή Βουλευτικός έλεγχος	Γνωστικές	Ατομική Δράση	Επίμονη εργασία στο έργο Παρακολούθηση της ολοκλήρωσης του πλάνου Σύνθεση των στόχων που έχουν επιτευχθεί
		Συνεργατική δράση	Αναφορά συνεισφορών όλων των μαθητών, θέση ερωτήσεων, αντίδραση στα προσλαμβανόμενα μηνύματα Διαμεσολάβηση μεταξύ των συμμαθητών Έλεγχος κατανόησης & Σύνοψη ιδεών όλων των μελών
	Μεταγνωστικές	Ατομική Δράση	Έκφραση προσωπικών συναισθημάτων & κινήτρων Αναζήτηση κατάλληλης ανατροφοδότησης όπου χρειαστεί Γνωστοποίηση προσωπικού έργο στους άλλους συμμαθητές
		Συνεργατική δράση	Εμπύκωση μελών για έκφραση των συναισθημάτων & κινήτρων - Προσφορά συναισθηματικής υποστήριξης Φροντίδα της ομαλής λειτουργίας της ομάδας με την γνωστοποίηση των προθέσεων του καθενός
Αναστοχασμός/ Αυτοαξιολόγηση της μαθησιακής διαδικασίας	Γνωστικές	Ατομική Δράση	Αξιολόγηση προσωπικής μαθησιακής πορείας Ανάλυση των αποτελεσμάτων, εντοπισμός δυσκολιών & των αιτιών αυτών Σύγκριση προσωπικής δράσης με άλλων συμμαθητών Αναστοχασμός των μαθησιακών επιτευγμάτων
		Συνεργατική δράση	Αξιολόγηση ομαδικής εργασίας Κοινός Σχολιασμός & Αναστοχασμός των ομαδικών επιτευγμάτων
	Μεταγνωστικές	Ατομική Δράση	Σύγκριση των αρχικών με τα τελικά κίνητρα & συναισθήματα Σχολιασμός των συγκινησιακών συμπεριφορών που αναπτύχθηκαν κατά την διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας Πιθανές αλλαγές στο αρχικό πλάνο
		Συνεργατική δράση	Έκφραση εκτίμησης της προσπάθειας, της συνεισφοράς και των αποτελεσμάτων όλης της ομάδας Εντοπισμός σημείων δυσλειτουργία της ομάδας-Ανάλυση των αιτιών αυτής

Εικόνες

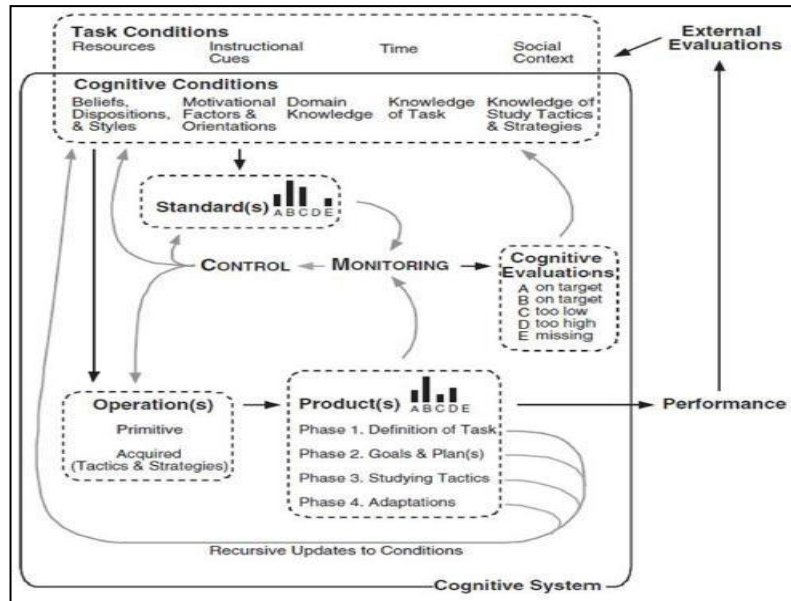
Εικόνα 1 Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Boekaerts)



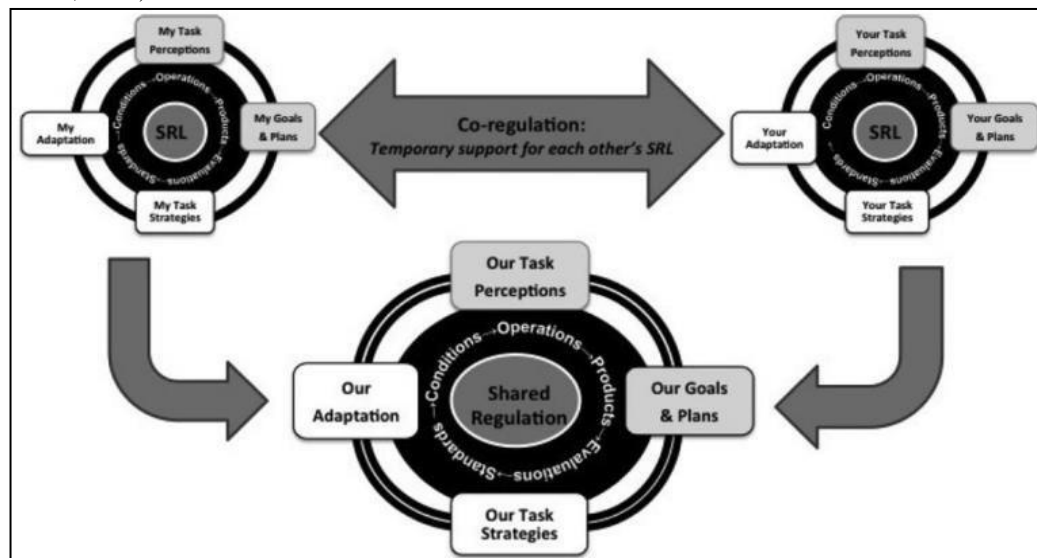
Εικόνα 2 Τριών φάσεων Κοινωνικο-Γνωστικού Μοντέλου της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Zimmerman & Moylan, 2009)



Εικόνα 3 Τεσσάρων φάσεων Μοντέλο της Αυτορρυθμιζόμενης Μάθησης (Winne & Hadwin, 1998)



Εικόνα 4 Κοινωνικά-Συνεργατικά Πλαισιωμένη Αυτορρύθμιση της Μάθησης (Hadwin, Järvelä & Miller, 2011)



Ερωτηματολόγιο – Α (pro test)

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ –Α

Αγόρι: Κορίτσι: Τάξη:Ημερομηνία γέννησης:.....
Υπολογιστής:.....

Α' ΜΕΡΟΣ

1. Στην εκτίμηση **353€ + 448€**, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις: **Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη;** (κύκλωσε την απάντηση)

a. $300€ + 400€ = 700€$ πάνω-κάτω
b. $350€ + 450€ = 800€$ περίπου
c. $400€ + 400€ = 800€$ σχεδόν

2. Ο πατέρας της Ελένης έχει φορτηγό. Εχθές ταξίδεψε από:
Αλεξανδρούπολη – Θεσσαλονίκη (310χλμ)
Θεσσαλονίκη –Καρδίτσα (240χλμ)
Καρδίτσα – Τρίπολη (450χλμ).

Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας της Ελένης εχθές; (Επέλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου) :

a. 1^{ος} τρόπος εκτίμηση

310
250
+ 450
1010 χλμ.

b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx 300 + 300 + 500 \approx$ **1.100 χλμ. περίπου**

c. 3^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx 300 + 200 + 400 + 10 + 50 + 50 = 900 + 100 \approx$ **1.000 χλμ. πάνω-κάτω**

d. 4^{ος} τρόπος εκτίμησης: $310 + 250 + 450 \approx$ όλες οι τιμές κυμαίνονται γύρω στα 350χλμ. Άρα, $3 * 350 =$ **1050χλμ. σχεδόν**

3. Το παιχνιδάκι της πόλης εισέπραξε τον Ιανουάριο 8.000€, τον Φεβρουάριο 7.800€, τον Μάρτιο 9.200€ και τον Απρίλιο 10.000€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιχνιδάκι;**
Περιγράψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση !
.....
.....
.....
.....
.....

1

4. Η Ελένη εκτιμά ότι **28*29** είναι **περίπου 30*30**. Από την άλλη πλευρά, ο Χάρης εκτιμά ότι είναι **περίπου 28*30**.

a. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου ; (κύκλωσε την απάντηση)
i. Χάρη
ii. Ελένης

b. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό; (κύκλωσε την απάντηση)
i. Χάρη
ii. Ελένης

5. Την ημέρα της Γης η τάξη του Στ'2 πήγε για δειροφύτευση... Οι μαθητές χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα φύτευσε τόσα δένδρα όσους αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των δένδρων που φυτεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με 2 διαφορετικούς**

ΟΜΑΔΕΣ	Αριθμός δένδρων	τις ομάδες, με 2
1 ^η	48	τρόπους εκτίμησης.
2 ^η	55	
3 ^η	23	
4 ^η	81	εκτίμησης:

a. 1^{ος} τρόπος
.....
.....
.....
.....
.....

b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης:
.....
.....
.....
.....
.....

2

Β' ΜΕΡΟΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις έχεις στη διάθεσή σου **6 λεπτά** για να τις λύσεις.

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

a. Για την ημερήσια εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 864€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 8€. **Πόσοι μαθητές περίπου θα πήγαν εκδρομή;**
i. περίπου 100 μαθητές
ii. γύρω στους 110 μαθητές
iii. κοντά στους 86 μαθητές

b. Από τα **13,46€** που είχα στο πορτοφόλι μου, **ξόδεψα τα 11,05€**. **Μου έμειναν:**
i. 1,50€
ii. 2€
iii. 2,50€

c. Ο παππούς του Τάμερ έχει πορτοκαλέωνες. Για τον Μάρτιο μαζεύτηκαν 742 κιλά πορτοκάλια, ενώ τον Απρίλιο μόνο 589 κιλά. **Πόσα κιλά πορτοκάλια μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;**
i. πάνω από 1.000 κιλά
ii. περίπου 1.500 κιλά
iii. λιγότερα από 2.000 κιλά

d. Το 48% των 425 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. **Τα αγόρια είναι περίπου:**
i. 210
ii. 200
iii. 225

e. Πόσο περίπου κάνει $18 \div 2,98 \approx ;$:
i. 15
ii. 10
iii. 6

2. Ο Γιώργος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν **32 κιλά πορτοκάλια πρέπει να μοιραστούν σε 16 καλάθια**, τότε κάθε τελάρο θα έχει **περίπου 30κιλά** \div **20καλάθια = 1,5 κιλά πορτοκάλια**.

Η εκτίμηση του Γιώργου είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη πιστεύεις της ακριβούς απάντησης;
i. Μικρότερη
ii. Μεγαλύτερη

Η **Βάσω** πιστεύει ότι κάθε τελάρο θα έχει **περίπου 30κιλά** \div **15καλάθια = 2 κιλά πορτοκάλια**. Ποιανού πιστεύεις ότι είναι πιο ορθή εκτίμηση και γιατί;
.....
.....
.....

3

3. 1 κιλό αχλάδια στοιχίζει 1,65€.

Αν έχεις 8€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά αχλάδια; (κύκλωσε την απάντηση)
ΝΑΙ
ΟΧΙ

Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 5 κιλά αχλάδια; (κύκλωσε την απάντηση)
ΝΑΙ
ΟΧΙ

4. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος;

- **10€ δεν μου αρκούν** για να πάρω οδοντόκρεμα (2,92€), αφρόλουτρο (3€), σφουγγάρι (1,60€) και σαμπουάν (2,09€).
ΣΩΣΤΟ
ΛΑΘΟΣ
- $5 * 82 \square$ περίπου 400;
ΣΩΣΤΟ
ΛΑΘΟΣ

5. Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε:

περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $51*0,49$;

- λιγότερο από 25
- περίπου 25
- περισσότερο από 25

ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;

- $17*42$
- $714*0,54$

Ευχαριστώ πολύ!

4

Ερωτηματολόγιο – Β (post test)

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ –Β

Αγόρι: Κορίτσι: Τάξη: Ημερομηνία γέννησης:.....
Υπολογιστής:.....

Α' ΜΕΡΟΣ

1. Στην εκτίμηση $152€ + 848€$, δίνονται τρεις κατ' εκτίμηση απαντήσεις: **Ποια από τις παρακάτω εκτιμητικές απαντήσεις είναι πιο κοντά στη δική σου σκέψη;** (κύκλωσε την απάντηση)

- a. $200€ + 800€ = 1.000€$ πάνω-κάτω
- b. $150€ + 850€ = 1.000€$ περίπου
- c. $100€ + 800€ = 900€$ σχεδόν

2. Ο πατέρας του Μιχάλη έχει φορτηγό. Εσχές ταξίδεψε από:

- Αλεξανδρούπολη – Καβάλα (149χλμ)
- Καβάλα –Καρδίτσα (375χλμ)
- Καρδίτσα – Σπάρτη (509χλμ).

Πόσα περίπου χλμ. διένυσε συνολικά ο πατέρας του Μιχάλη εσχές; (Επίλεξε την εκτίμηση που είναι πιο κοντά στη σκέψη σου) :

- a. 1^{ος} τρόπος εκτίμηση

149
375
+ 509
1.033 χλμ.
- b. 2^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx 100 + 400 + 500 \approx$ **1.000 χλμ. περίπου**
- c. 3^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx 100 + 300 + 500 + 50 + 80 + 10 = 900 + 150 \approx$ **1.050 χλμ. σχεδόν**
- d. 4^{ος} τρόπος εκτίμησης: $149 + 375 + 509 \approx$ η μέση τιμή όλων των αριθμών είναι γύρω στα 300χλμ. Άρα, $3 * 300 =$ **900χλμ. πάνω-κάτω**

3. Το ψυκατζίδικο της γειτονιάς εισέπραξε τον Ιανουάριο 2.300€, τον Φεβρουάριο 2.700€, τον Μάρτιο 3.150€ και τον Απρίλιο 3.750€. **Πόσα περίπου χρήματα εισέπραξε αυτό το 4μηνο το παιγνιδάκι;**

Περιγράψε τον τρόπο σκέψης σου – Κάνε εκτίμηση !

.....
.....
.....
.....
.....

1

4. Η Ελένη εκτιμά ότι $78 * 19$ είναι **περίπου 80*20**. Από την άλλη πλευρά, ο Χάρης εκτιμά ότι είναι **περίπου 78*20**.

- a. Ποιανού ο τρόπος εκτίμησης είναι πιο κοντά στη σκέψη σου ; (κύκλωσε την απάντηση)
 - i. Χάρη
 - ii. Ελένης
- b. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, ποιανού εκτίμηση πιστεύεις ότι είναι πιο κοντά στον ακριβή υπολογισμό; (κύκλωσε την απάντηση)
 - i. Χάρη
 - ii. Ελένης

5. Οι μαθητές της Ε' τάξης πωλούν λαχνούς για τη συλλογή χρημάτων για την εκδρομή τους. Χωρίστηκαν σε **4 ομάδες**. Κάθε ομάδα μάζεψε τόσα χρήματα (€) όσα αναγράφονται στον πίνακα. Χωρίς να υπολογίσεις την ακριβή απάντηση, **εκτιμήστε το συνολικό άθροισμα των χρημάτων (€)** που μαζεύτηκαν από όλες τις ομάδες, με **2 διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης.**

ΟΜΑΔΕΣ	Ποσό χρημάτων (€)
1 ^η	38
2 ^η	27
3 ^η	80
4 ^η	64

a. 1^{ος} τρόπος εκτίμησης:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2

Β' ΜΕΡΟΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις έχεις στη διάθεσή σου **4 λεπτά** για να τις λύσεις.

1. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επέλεξε την πιο ορθή/σωστή/καλή εκτίμηση:

- a. Για την εκπαιδευτική εκδρομή του σχολείου μαζεύτηκαν 632€. Κάθε μαθητής πλήρωσε 7€. **Πόσοι μαθητές περίπου θα πάνε εκδρομή;**
 - i. περίπου 100 μαθητές
 - ii. γύρω στους 90 μαθητές
 - iii. κοντά στους 80 μαθητές
- b. Από τα **55,46€** που είχα στον κουμπάρο μου, **ξόδεψα τα 53,05€**. *Μου έμειναν:*
 - i. 1,50€
 - ii. 2€
 - iii. 2,50€
- c. Ο παππούς της Δέσποινας έχει ελαιώνας. Για τον Νοέμβριο μαζεύτηκαν 349 κιλά ελιές, ενώ το Δεκέμβριο 492 κιλά. **Πόσα κιλά ελιές μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;**
 - i. πάνω από 700 κιλά
 - ii. περίπου 850 κιλά
 - iii. λιγότερα από 1.000 κιλά
- d. Το 48% των 163 μαθητών του σχολείου μας είναι αγόρια. **Τα αγόρια είναι περίπου:**
 - i. 70
 - ii. 100
 - iii. 80
- e. Πόσο περίπου κάνει $28 \div 2,07 \approx$;
 - i. 14
 - ii. 20
 - iii. 26

2. Ο Νίκος εκτιμά προσεγγιστικά ότι αν **44 κιλά μήλα πρέπει να μοιραστούν σε 14 καλάθια**, τότε κάθε τελάρο θα έχει **περίπου 45κιλά** \div **15καλάθια = 3 κιλά μήλα.**

Η εκτίμηση του Νίκου ($45 \div 15$) είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη πιστεύεις της ακριβούς απάντησης ($44 \div 14$);

- i. Μικρότερη
- ii. Μεγαλύτερη

Η Ειρήνη πιστεύει ότι κάθε τελάρο θα έχει **περίπου 40κιλά** \div **10καλάθια = 4 κιλά μήλα**. Ποιανού πιστεύεις ότι είναι πιο ορθή εκτίμηση και γιατί;

.....
.....
.....

3

3. 1 κιλό μανταρίνια στοιχίζει 2,45€.

Αν έχεις 10€, μπορείς να αγοράσεις 4 κιλά μανταρίνια; (κύκλωσε την απάντηση)

ΝΑΙ
ΟΧΙ

Αν έχεις 15€, μπορείς να αγοράσεις 8 κιλά μανταρίνια; (κύκλωσε την απάντηση)

ΝΑΙ
ΟΧΙ

4. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος;

- **10€ μου αρκούν** για να πάρω μαρκαδόρους (3,99€), τετράδιο (2,60€), διορθωτικό (2,40€) και φάκελο (0,89€).
ΣΩΣΤΟ
ΛΑΘΟΣ

- $9 * 78 \square$ περίπου 630;
ΣΩΣΤΟ
ΛΑΘΟΣ

5. Χωρίς να κάνετε υπολογισμούς με ακρίβεια, εκτιμήστε:

περίπου πόσο κάνει το γινόμενο $101 * 1,09$;

- λιγότερο από 110
- περίπου 100
- περισσότερο από 100

ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;

- $3,05 * 4$
- $3,05 * 0,50$

Ευχαριστώ πολύ!

4

Ερωτηματολόγιο στάσεων (αξιολόγησης της εφαρμογής)

Σύντομη αξιολόγηση για την εφαρμογή

Σύντομη αξιολόγηση για την εφαρμογή

Αξιολόγηση εφαρμογής

1. Θα ήθελα να χρησιμοποιήσω αντίστοιχες εφαρμογές συχνά
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

2. Η εφαρμογή μου φάνηκε πολύπλοκη χωρίς να υπάρχει λόγος
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

3. Μου φάνηκε εύκολο να χρησιμοποιήσω την εφαρμογή
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

4. Κατά τη χρήση της εφαρμογής, η προσοχή μου ήταν απολύτως εστιασμένη σε αυτό που έκανα.
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

5. Ήμουν συγκεντρωμένος στις περιγραφές της εφαρμογής αλλά και στο τι πρέπει να κάνω.
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

6. Δεν είχα δυσκολίες στο να μείνω συγκεντρωμένος
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

7. Απόλυτα πραγματικά την εμπειρία μάθησης.
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

1

Σύντομη αξιολόγηση για την εφαρμογή

8. Η μαθησιακή εμπειρία αυτή μου άφησε ένα όμορφο συναίσθημα
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

9. Η μαθησιακή εμπειρία αυτή ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητική.
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

10. Οι μαθητές θα προτιμούσαν να μάθαιναν για το συγκεκριμένο θέμα με τη χρήση αυτής της εφαρμογής
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

11. Με αυτή την εφαρμογή, οι μαθητές μπορούν να μάθουν πιο γρήγορα από ό,τι στο σχολείο
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

Διαφωνώ απόλυτα Συμφωνώ απόλυτα

12. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

απλό πολύπλοκο

13. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

άσχημο ελκυστικό

14. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:
Να επισημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

πολύ πρακτικό καθόλου πρακτικό

2

Σύντομη αξιολόγηση για την εφαρμογή

15. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

καλόγουστο κακόγουστο

16. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

προβλέψιμο καθόλου προβλέψιμο

17. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

κακής ποιότητας καλής ποιότητας

18. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

χωρίς φαντασία δημιουργικό

19. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

καλό κακό

20. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

σε μπερδεύει ξεκάθαρη η χρήση του

21. Το εκπαιδευτικό περιβάλλον μου φάνηκε:

Να επσημαίνεται μόνο μία έλλειψη.

1 2 3 4 5 6 7

βαρετό συναρπαστικό

Φύλλο εργασίας: Μαθηματικά-Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
Μαθηματικά: Κατ' εκτίμηση υπολογισμοί

Μέλη ομάδας: Αγόρι-Αγόρι Κορίτσι-Κορίτσι Αγόρι-Κορίτσι

Ημερομηνία γέννησης: Α' μέλος ομάδας:..... Β' μέλος ομάδας:.....

*Η ΕΚΤΙΜΗΗ είναι η εύρεση ενός αριθμού κατά προσέγγιση, στο περίπου, που κυμαίνεται κοντά στην ακριβή υπολογιστική λύση του εκάστοτε προβλήματος.
** Στις ερωτήσεις/δραστηριότητες που ακολουθούν προσπαθήστε να εκτελέσει **πάντα** ΕΚΤΙΜΗΗ και όχι ακριβή υπολογισμό των αποτελεσμάτων.

1. Μπορείς να εκτιμήσεις πόσα € θα μαζέψεις στον κουμπάρο σου αν καθημερινά για ένα χρόνο (1 ημερολογιακό έτος= 365 ημέρες) αποθηκεύσεις 5€;
α. Σωστό b. Πάνο από c. Γέρο στα d. Περίπου
2. Την επόμενη εβδομάδα θα πραγματοποιηθεί μια συναυλία στο θέατρο του τόπου μας... Το θέατρο αποζητείται από 3 όμοια *θαζούματα*... και διαθέτει συνολικά 758 θέσεις... Οι θέσεις που διαθέτει κάθε θέζωμα ανέρχονται στις 250 περίπου.
α. Σωστό b. Λάθος
3. Αν σου έλεγαν ότι από τους 426 μαθητές του σχολείου σου, οι 78 καθημερινά έρχονται με το ποδήλατό τους στο σχολείο. Πόσοι μαθητές περίπου έρχονται με κάποιον άλλο μέσο;
α. 400 b. 350 c. 320 d. 300
4. Η εκτίμηση του αποτελέσματος ενός μαθηματικού προβλήματος δεν βοηθάει στην στον γρήγορο υπολογισμό μιας ρητής κατά προσέγγιση λύσης αυτού.
α. Σωστό b. Λάθος

Τι είναι η εκτίμηση; Μαντέψαί:

Α. Σε ποιους νοσηρους υπολογισμούς πιστεύεις ότι προέρχεται;
1. Απλή εκτίμηση μαντεψιά 4. Χρήση «επίδικών - βολικών» εύκολα υπολογίσιμων αριθμών
2. Απλοποίηση αριθμών 5. Κάτι άλλο
3. Χρήση «καλών - στρουγγυλών» αριθμών (στρουγγυλοποίηση) 6. Όλα τα προηγούμενα

Β. Θα το αποκτήσει τελικά το κινητό που θέλει η Αγγελική;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Γ. Είναι σωστή η απάντησή που δίνει η Αγγελική;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Δ. Η Αγγελική κάνει αρχικά μια αυθαίρετη καθόηση (για να απελευθερωθεί) και συνεκτιμάει ότι είναι λάθος... Μετα προβληματίζεται και με οργανωμένη εκτίμηση της λύσης. * Η αρχική η και η τελική εκτίμηση της λύσης των προβλημάτων αποτελεί κατά τη γνώμη σου:
α. Μια εξονη πρακτική εύρεση της ορθής c. Μια στοχευμένη στρατηγική απάντησης προσδιορισμού σωστών προσεγγιστικά απαντήσεων
b. Μια επιτόνη, ίσως απαιτητική, νοηρή στρατηγική d. οι επιλογές Α. και Β. e. Όλα τα παραπάνω

Δ. Η Αγγελική σκατά το τρέξιμο. Σήμερα το πρωί έτρεξε 469 μέτρα. Το απόγευμα έτρεξε και πάλι. Μέχρι το βράδυ είχε τρέξει στο σύνολο 566 μέτρα όλοσιν. Το απόγευμα, λοιπόν, έτρεξε περίπου 1 χιλιόμετρο.
α.Σωστό b. Λάθος

Πότε βελτιστοποιεί:

Α. Το συνολικό ποσό ζεπενρόν τα:
α. 20€ b. 25€

Β. Ποια είναι η ορθότερη/καλύτερη κατ' εκτίμηση τμή του συνόλου των αντικειμένων που θέλει να αγοράσει η Αγγελική;
α. περίπου στα 26€ b. γύρω στα 24€ c. πάνω από 20€

Γ. Ποιος από τις παρακάτω εκτιμήσεις είναι αποδοκτές αν έχουμε 20€ (προσπαθήσε να χρησιμοποιήσεις κι ενώ την συλλογιστική που ακολουθεί η Αγγελική)
Α. τετράδιο (3,20€) + απτ χαρτόνι (5,40€) + βιβλίο (9,80€)
Β. τετράδιο (3,20€) + απτ χαρτόνι (5,40€) + ημερολόγιο (7,50€)
Γ. τετράδιο (3,20€) + βιβλίο (9,80€) + ημερολόγιο (7,50€)
Δ. βιβλίο (9,80€) + ημερολόγιο (7,50€)
Ε. Όλα τα παραπάνω
Στ. Οι επιλογές Α. , Β. και Δ.

Αθή ασκήση εξάσκηση...

Α. Έχω μαζί μου 100€. Τι θα μπορούσα να αγοράσω από τα παρακάτω; (μισώλε: 20,50 €, παντελόνι: 19,10 €, παπούτσια: 78,30 €)
α. Όλα b. Τα παπούτσια και το παντελόνι ή Τα παπούτσια και την μισώλε
c. 2 παντελόνια και 3 μισώλες
d. Όλα οι παραπάνω επιλογές

Β. Εκτίμησε το άθροισμα της παρακάτω αριθμητικής παράστασης στο περίπου:
 $3,30 + 2 + 0,55 + 3 + 0,35 + 1,20 = ?$
α. γύρω στα 9 b. περίπου 10,50 c. σχεδόν 10,90 d. πάνω κάτω 11,15

Γ. Στην πόλη μας τρία δημοτικά σχολεία διοργανώνουν μια συναυλία με φιλανθρωπικούς σκοπούς... Πόσα παιδιά έλαβαν μέρος στην διοργάνωση και πραγματοποίησε της συναυλίες αυτές;
(1^ο Δημοτικό: 378 μαθητές, 2^ο Δημοτικό: 236 μαθητές, 3^ο Δημοτικό: 442 μαθητές)
α. πάνω από 1000 b. κάτω από 800 c. κοντά στα d. γύρω στα 950
παιδιά παιδιά 1050 παιδιά παιδιά

Μια γενική εκτίμηση... της αξιολόγησης του μαθηματικού πλάσματος...

Α. Διαβέτο 9€ για τα παρακάτω νόμισμα μου. Όταν φτάσω στο ταμείο, θα μου φτάσουν τα λεφτά. (μισώλε: 3,32€, παπατικά: 1,30€, αναμνηστικό: 1,09€, γραμματόσημο: 2,52€)
α.Σωστό b. Λάθος

Β. Όταν γράφω ακέραιους από δεκάδικους, σε μια πρόσθεση/αφαίρεση, στρουγγυλοώ όλα τα νοήματα κι έτσι τα προηβήτου/ομοίου κατά μέτρο.

Καταμήρη! Τι θα πάρουμε για προση;

Α. Με 5€, που από τα πακέτα μπίρων δημοτικών μπορεί να επιλέξει, [στο καλάθι μου ήδη έχω γάλα (1,10€) και μπασκότα (1,78€)]
a. 3,05€ d. 2,88€
b. 3,05€ e. Κανένα από τα προτινόμενα
c. 2,98€ f. Οποιοδήποτε από τα προτινόμενα

Β. Είναι σωστή ο τρόπος σκέψης της Αγγελικής;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Γ. Η Αγγελική εκτελείται με διαφορετικό τρόπο. Ο συλλογισμός της είναι σωστής.
α.ΝΑΙ b. Οχι

Επιλογή της στρουγγυλοποίησης των μπίρων δημοτικών

Α. 2,98€ \rightarrow 3€ : Είναι σωστή ο συλλογισμός;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Β. Διάλεξε την σωστή απάντηση στρουγγυλοποίησης της τιμής 2,62€ στο νηριο του μονάδων.
a. b. 3€
c. 2,60€

Γ. Θέλω να στρουγγυλοποιήσω στα δέκατα το 3,36€. Η στρουγγυλοποιημένη τιμή είναι 3€.
α.Σωστό b. Λάθος

Δ. $3,07€ \rightarrow 3€$ & $3,05 \rightarrow 3€$: Η στρουγγυλοποίηση που εκτέλεσε η Αγγελική είναι σωστή ή λάθος;
α.Σωστό b. Λάθος

Ε. Επιλέξε την καλύτερη εκτιμητική τιμή του 2,45 € :
a. 2€ b. 2,50€ c. 3€ d. 2,40€

Στ. Αν είχες τον αριθμό 36.549 και ήθελες να τον στρουγγυλοποιήσεις στα γρήγορα, ποιον από τους παρακάτω εκτιμητικά στρουγγυλοποιημένους αριθμούς θα χρησιμοποιήσεις;
i. 36.000 ii. 37.000 iii. 36.500 iv. 36.550

Σύντομη προτήση... στο περίπου εκτιμήσεις!

Α. 10€ μου αρκούν για να αγοράσω όλα τα παρακάτω αντικείμενα (στούλο: 1,60€, διορθωτικό: 2,09€, μαρκούτσος: 3€, ζυλογοποιός: 2,92€)
α.Σωστό b. Λάθος

Β. Η ημέρα της Αγγλικής έχει στο πορτοφόλι της 250€. Θέλει να κάνει δώρο στην κόρη της για την απογοήτση της! Που/Πουα από τα παρακάτω αντικείμενα μπορεί να αγοράσει; Εκπέλεξε την/τις σωστής απαντήσεις (tablet & θήκη: 69,99€ , κινητό Smartphone: 188,90€ , Mp3 Player: 54,99€ , Drone: 109,00€)
a. Όλα! d. Το κινητό και το tablet.
b. Το κινητό, το tablet και το Mp3 Player. c. Το tablet, το Mp3 Player και το Drone.
c. Το κινητό και το Mp3 Player.

Γ. Η Αγγελική συλλέγει γραμματόσημα... Συνολικά έχει 294 γραμματόσημα. Τα 198 από αυτά είναι ελληνικής προέλευσης και τα υπόλοιπα προέρχονται από άλλες χώρες του εξωτερικού. Πόσα περίπου είναι τα γραμματόσημα ξενικής προέλευσης;
a. 400 b. 200 c. 100

α.Σωστό b. Λάθος

Γ. Επιλέξε το σύνολο, που εκτιμητικά οι τιμές του δεν ξεπενρόν τα 2€. Πρόσεξέ! Μερικά αντικείμενα αγοράζονται περισσότερες από μία φορές...
a. 5 πακέτα ζελάκια των 0,40€ (καθαία)
b. μπιλιόνι (0,70€) + 3 πακέτα με νιφάρια των 0,45€ (καθαία)
c. 2 σκολάτες των 0,75€ (καθαία) + 2 αναμνηστικά των 1,25€ (καθαία)
d. φασοροζό (1,50€) + 2 γόμες των 0,25€ (καθαία)
e. 2 μπράντ των 0,40€ (καθαία) + ζυπητήρι (0,6€) + κουμπάρι (0,59€)

Δ. Ο πάπος του Ταμάρ έχει πορτοκαλιόνες. Για τον Μάρτιο μαζεύτηκαν 742 κιλά πορτοκαλία, ενώ τον Απρίλιο μόνο 589 κιλά. Πόσα κιλά πορτοκαλία μαζεύτηκαν περίπου και τους 2 μήνες;
a. γύρω στα 1.000 κιλά b. σχεδόν 1.400 κιλά c. περίπου 2.000 κιλά

Ε. Η Αγγλική βρίσκεται 158Km μακριά από την Αθήνα. Κοιμήθηκε να τρέξει. Υπάρχει στάση ζυλογοποιών κάθε 10 Km. Πουα στάση είναι που κοντινή στην Αγγλική;
a. Η στάση του 160Km b. Η στάση του 150Km

Στ. Τα αποτελέσματα πρόσφατων στατιστικών έρευνών έδειξαν ότι 2/3 των 273 παιδιών του δημοτικού παρακολούθησαν περισσότερες από δύο ώρες τηλεόραση καθημερινά.
a. περίπου 250 παιδιά
b. σχεδόν 150 παιδιά
c. πάνω-κάτω 200 παιδιά
d. Κανένα από τα προηγούμενα

Αθή παλά... Αθή καλά...

Α. Πόσο περίπου στοιχίζω τα 2 κοριτσιώτικα παιχνίδια; (1^ο παιχνίδι: 7,99€ , 2^ο παιχνίδι: 9,99€)
a. σχεδόν 20€ b. περίπου 18€

Β. 60€ άν θα της φτάσουν να πάρει όλα όσα παιχνίδια έχει επιλέξει.
[20€ (α. 2000000) + 14,99€ + 14,50€ + 14€ + 12,99€ = 7]
α.ΝΑΙ b. Οχι

Γ. Είναι σωστή ο παραπάνω συλλογισμός της Αγγελικής;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Πότε συνταί;

Α. Πόσα € είναι περίπου η συνολική εισπραξη όλων της εβδομάδας; (δες τον πίνακα με τις εισπραξεις της ταινίας)
a. σχεδόν 4.200€ b. περίπου 3.200€ c. γύρω στα 3.600€

Β. Συμφωνείς με την εκτίμηση κατά Μ.Ο. που κάνει η κ. Κινηματογραφιστάς ;
α.ΝΑΙ b. Οχι

Γ. Το εισιτήριο για τους ενήλικες είναι 9€ και για τους μαθητές 6€. Πόσο πλήρωσε συνολικά η παρέα της Αγγελικής για να δει την ταινία; (η παρέα της Αγγλικής: 4 ενήλικες+1 μαθητής)
a. περισσότερα από 40€ b. λιγότερα από 40€

Δ. Το σχολείο μας επιθυμεί να παρακολουθήσει την ταινία αυτή. Υπάρχουν 208 μαθητές στο σύνολο. Αν έρθουν όλοι τους, πόσα € θα δοθούν συνολικά στον κινηματογράφο; Το εισιτήριο είναι 6€.
a. περίπου 1.200€ b. γύρω στα 1.000€ c. πάνω από 1.500€

Παγωτά... στο λειψά!

- A. Αν καθημερινά φτιάχνονται 120 κιλά παγωτό, σε μια εβδομάδα (7 ημέρες) πόσα κιλά παγωτό παρασκευάζονται;
a. πάνω από 700κιλόβ. περίπου 750κιλό c. σχεδόν 850κιλό d. κάτω από 700κιλό
- B. $(1.050 \cdot 930) + (780 + 1.300) + (840 + 1.200) = ?$
Είναι σωστός ο παραπάνω κατ' εκτίμηση υπολογισμός; (συνολο περίπου 5.000€)
a.NAI b. Oχι
- Γ. Αντί είναι ενδοκίβητα τα μηνιαία έξοδα του καυστήρα τους;
(ΔΕΗ: 480€, ΝΕΡΟ: 500€, ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ: 3.600€, ΥΛΙΚΑ: 720€, ΕΞΟΠΑΛΜΟΣ: 300€, άλλα έξοδα: 2.400€)
Πόσα € περίπου είναι όλα μαζί;
a. $(3.600 + 2.400) + (480 + 500) + (720 + 300) = 8.000€$
b. $(3.600 + 480) + (2.400 + 500) + (720 + 300) = 7.000€$
c. Όλα τα παραπάνω
d. Κινητά από τα παραπάνω

Παράδειγμα επεξεργασίας οσφρητικών αριθμών...

- A. Για όλες τις αγορές της η Αγγλική θα χρειαστεί:
a. περισσότερα από 200€ b. λιγότερα από 300€ c. σχεδόν 250€
- B. Ο κατ' εκτίμηση υπολογισμός της Αγγλικής είναι αποδοτικός;
a. Σωστό b. Λάθος
- Γ. Το νέο συνολικό ποσό ανέρχεται περίπου στα:
a. 300€ b. 400€

Αίτη εξέσκηση... κάνει καλό!

- A. Από τα παντοπωλεία της γειτονιάς αγοράζω παγωτά. Κάθε παγωτό κοστίζει 1,20€. Αν δώσω 7€, πόσα παγωτά περίπου μπορώ να αγοράσω;
a. 5 b. 6 c. 7
- B. Ο Μπέος άφες με βορβόλα όταν έχω να υπολογίσω, να εκτιμήσω αριθμούς, τιμές που δεν έχουν κυρία σχέση μεταξύ τους.
a. Σωστό b. Λάθος
- Γ. Την προηγούμενη εβδομάδα έκανε καλοκαιρία... Οι θερμοκρασίες που καταγράφηκαν από το μετεωρολογικό σταθμό είναι οι παρακάτω:
Σε πόσους °C κυμάνθηκε η θερμοκρασία την προηγούμενη εβδομάδα στην πόλη μου;
a. σχεδόν στους 30°C
b. πάνω-κάτω στους 28°C
c. λιγότερα από 35°C
- | | |
|-----------|------|
| Δευτέρα | 26°C |
| Τρίτη | 28°C |
| Τετάρτη | 34°C |
| Πέμπτη | 30°C |
| Παρασκευή | 33°C |
| Σάββατο | 31°C |
| Κυριακή | 35°C |
- A. Μια αρκούν 7€ για να πάρω: 1 στυλό: 1,30€ , 1 διορθωτικό: 1,45€ , 1 πακέτο μερκαδόρους: 3,30€
a. Σωστό b. Λάθος

5

Μια έδρα επεξεργασίας...

- A. Τα παιδιά πήραν τους βαθμούς των εκπαιδευτικών test 5 μαθημάτων. Ποιο από τα 3 παιδιά έχει τον μεγαλύτερο Μέσο όρο βαθμολογίας στο σύνολο των μαθημάτων;
a. Δημήτρης
b. Μαρία
c. Σελιά
d. το ίδιο ΟΛΟΙ
- | Παιδί | μαθητ. α | μαθητ. β | μαθητ. γ | μαθητ. δ | μαθητ. ε |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Δημήτρης | 8 | 12 | 11 | 10 | 9 |
| Μαρία | 9 | 13 | 12 | 11 | 10 |
| Σελιά | 10 | 14 | 13 | 12 | 11 |
| Άρης | 11 | 15 | 14 | 13 | 12 |
- B. Θέλω να αγοράσω 2 πακέτα τσιγάρες (0,75€ το κάθε πακέτο) και 2 σοκολάτες (1,25€ η καθένα) ... Πόσα από τις παρακάτω επιλογές δείχνει πόσο θα πληρώσω για όλα στο περίπου; (απάνω να κατ' εκτίμηση υπολογισμός με κλάσμα ή πολλαπλασιασμό)
a. $(2 \cdot 0,75) + (2 \cdot 1,25) = 2€ + 2,50€ = 4,50€$
b. όλα τα παραπάνω
c. $2 \cdot (0,75 + 1,25) = 2 \cdot 2€ = 4€$
d. $2 \cdot (0,70€ + 1,30€) = 2 \cdot 2€ = 4€$
- Γ. "Χέες πήγα στο Λοινα παρα... Ανάβηκα 2 φορές στα συγκροσμένα αυτοκίνητα (2,50€/η φορά), 2 φορές στο Πειρατικό-κουραστικό καράβι (3,30€/η φορά) και μία φορά μέχρι στο Στάι του Τρόμου (5,10€). Μου έδωσαν 15€ για όλα."
a. Σωστό b. Λάθος
- A. Στην λίστα των επιβατηών αγρών μου υπάρχουν τα εξής: Έχω 500€ Τ1.
Μπορώ να αγοράσω τελακά:
a. ΟΛΑ !!!
b. Οι 3 επόμενες επιλογές...
c. κινητό + ακουστικά + γραμμά VR + Nintendo
d. κινητό + tablet + ακουστικά + Nintendo
e. κινητό + tablet + γραμμά VR + Nintendo
- | | |
|-----------|---------|
| κινητό | 151€ |
| tablet | 149€ |
| γραμμά VR | 49,99€ |
| ακουστικά | 29,99€ |
| Nintendo | 159,91€ |

Ζαχαρωτά πολλά... γενθόμα τρελά!

- A. Μπαρκές να υπολογίσω στο περίπου στα πόσα € κυμαίνεται το σύνολο των ζαχαρωτών; (στην χειράς χρειάζονται 16 γραφίτες, 16 γραμμά/ζαχάρη & 16 τσιγάρα)
a. γύρω στα 35€ b. σχεδόν 45€
- B. Είναι σωστός ο υπολογισμός της Αγγλικής;
a.NAI b. Oχι
- Γ. Συνολικά η Αγγλική θα χρειάσει περίπου 40€ για τα πακέτα ζαχαρωτών.
a.NAI b. Oχι

Υπολογισμός στο περίπου...

- A. Για να λύσω ένα πρόβλημα πρέπει να ακολουθώ μόνο έναν τρόπο σκέψης, εκτίμησης, υπολογισμού της λύσης του.
a. Σωστό b. Λάθος
- B. Έχω 7,50€. Θέλω να αγοράσω μηχανικό μολύβι: 1,20€, διορθίτης: 1,25€, καστίνα: 4,80€, σπυράλι τετράδιο: 5,75€. Πόσα από τις επιλογές είναι σωστή;
a. 3 μηχανικό μολύβι + 1 καστίνα
b. 1 διορθίτης + 1 σπυράλι τετράδιο
c. 1 μηχανικό μολύβι + 1 διορθίτης + 1 σπυράλι τετράδιο
d. ΟΛΑ !!!

7

Σχολική βιβλιοθήκη: Ένας μαθητής κόρησε!

- A. Πόσα βιβλία περίπου θα δωρίθουν στην σχολική μας βιβλιοθήκη;
a. περίπου 250βιβλία b. περισσότερα από 200βιβλία c. σχεδόν 300βιβλία
- B. Ο τρόπος που εκδίδεται η Αγγλική δεν την βοήθησε να υπολογιστεί διαφορετικά;
a. Σωστό b. Λάθος
- Γ. Είναι σωστός ο κατ' εκτίμηση υπολογισμός που εκτέλεσε η Αγγλική; (σε βιβλία σε κάθε μέρα)
a.NAI b. Oχι
- A. Αν ΜΟΝΟ τα βιβλία λογοτεχνίας κολλήσουν τα 3/5 των 1.000 βιβλίων που δωρίθηκαν, πόσα περίπου είναι;
a. περίπου 500βιβλία b. γύρω στα 600βιβλία c. σχεδόν 700βιβλία

Πάρι εκδρομή!

- A. Το συνολικό ποσό που συγκεντρώθηκε είναι:
a. περισσότερα από 150€ b. λιγότερα από 150€
- B. Με ποια εκτιμητική απάντηση συμφωνώ;
a. της κ. Ζαφειράκης (επαγγελματίστρια)
b. της κ. Αγγλικής (συμβασιτεία αριθμοί)
c. της κ. Γιάλας (μέσος όρος)
d. Με όλες
- Γ. Αν τα 240€ είναι τα 2/5 του συνολικού ποσού, στα πόσα € ανέρχεται το συνολικό ποσό που πρέπει να συγκεντρωθεί για την εκδρομή αυτή;
a. 600€ b. 500€ c. 480€
- A. Η χρήση συγκεκριμένων αριθμών, "σημειών αναφοράς", όπως το 0,50 και το 1 (στην προκειμένη περίπτωση η χρήση πολλαπλασίων του 5 και το "πάρσο" στην παύση/άκρο/εκατοστά) δεν είναι αποδοτικός;
a. Σωστό b. Λάθος

Παράδειγμα επεξεργασίας «κλιμάκων αριθμών»...

- A. Πιστεύω ότι η Ελένη περπατά πάνω από 2χλμ. συνολικά για να φτάσει στο μάθημα μαλέου της κάθε Τρίτη;
a.NAI b. Oχι
- B. Πόσα συνολικά χλμ. περπατάει συνολικά η Ελένη;
a. περισσότερα από 1χλμ. b. λιγότερα από 1χλμ.
- Γ. Πόσα € περίπου θα πληρώσει η Αγγλική για όλα τα προϊόντα που χρειάζονται;
a. περίπου 10,50€ b. γύρω στα 11,50€ c. σχεδόν 12,50€
- A. Είναι σωστός και αποδοτικός ο παραπάνω τρόπος σκέψης & εκτίμησης της Αγγλικής;
a.NAI b. Oχι

6

Γ. Ο Ανδρέας είναι αθλητής της κολύμβησης... Στους τελευταίους αγώνες που έλαβε μέρος, οι κριτές που έδωσαν τις παρακάτω βαθμολογίες: Πόσα είναι κατά Μέσο όρο η βαθμολογία καλλιτέχνης του;

- a. περίπου 8,5
b. σχεδόν 8,8
c. γύρω στα 9

1 ^η κριτής	2 ^η κριτής	3 ^η κριτής	4 ^η κριτής	5 ^η κριτής
8,5	9	9,2	8,4	8,8

- A. Πόσο κοστίζουν και τα 3 παραμύθια μαζί; (1^ο παραμύθι: 7,11€, 2^ο παραμύθι: 10,79€, 3^ο παραμύθι: 6,98€)
a. περίπου 24€ b. πάνω-κάτω 23€ c. γύρω στα 25€ d. πάνω από 20€
- E. Προχθές ξεκίνησα τρέξιμο... Προχθές έτρεξα 5/6 του χλμ ... Χέες έτρεξα 8/9 του χλμ και σήμερα έτρεξα 9/10 του χλμ ... Είναι πρόμα... Πόσα χλμ έτρεξα συνολικά αυτό το 3ήμερο;
a. περισσότερα από 1 χλμ b. περίπου 1,5 χλμ c. σχεδόν 2 χλμ

Στ. 4 φίλοι πήραν για "κυνήφι" ψαριών... Όλα μαζί έφασαν περίπου 13 kg ψαριών.

- a. Σωστό
b. Λάθος

1 ^ο	2 ^ο	3 ^ο	4 ^ο
3,25 kg	3,09 kg	2,80 kg	3,45 kg

Αριθμητικά...

- A. Το συνολικό ποσό είναι:
a. περίπου 20€ b. γύρω στα 18€ c. πάνω από 19€
- B. Ο υπολογισμός της Αγγλικής είναι σωστός;
a. NAI b. Oχι
- Γ. Συνολικά η Αγγλική θα πληρώσει 24€.
a. Σωστό b. Λάθος

Βόλτα... με σκυλάκια!

- A. Το κάθε κορίτσι θα πληρώσει πάνω-κάτω από 3€.
a. NAI b. Oχι
- B. Το συνολικό κόστος όλων των προϊόντων που θα αγοράσουν τα κορίτσια είναι:
a. πάνω από 10€ b. σχεδόν 9€ c. λιγότερα από 9€
- Γ. Συμφωνώ με τον υπολογισμό της Αγγλικής;
a. NAI b. Oχι

Πάρτι γενεθλίων!

- A. Αν δωρίσω 200€ για όλα τα είδη μου, πόσα € μου απομένουν για την αγορά της τούρτας;
a. περίπου 40€ b. σχεδόν 50€
- B. Για 22 κολάκια (1,30€ το ένα) θα πληρώσω λιγότερα από 26€ (όσο η τούρτα);
a. NAI b. Oχι
- Γ. Συμφωνώ με τον τρόπο σκέψης της Αγγλικής;
a. NAI b. Oχι

8

