

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Διπλωματική εργασία με θέμα:

Οι τεχνικές αφήγησης στη Μαθηματική Λογοτεχνία

Αννα Π. Βακάλη

Κατεύθυνση: Εκπαιδευτική Πολιτική και Εκπαιδευτική Έρευνα

Τριμελής επιτροπή:

Τριαντάφυλλος Η. Κωτόπουλος

Χαράλαμπος Λεμονίδης

Νίκος Φωτόπουλος

Περιεχόμενα	
Πρόλογος	6
1. Αφήγηση και αφηγηματικά κείμενα	9
1.α. Τι είναι αφήγηση	9
1.β. Αφηγηματικές τεχνικές	12
<i>Αφηγηματικοί τρόποι</i>	12
<i>Ο αφηγητής και ο ρόλος του στο λογοτεχνικό κείμενο</i>	14
<i>Ο αφηγητής κατά τον Genette</i>	14
<i>Η οπτική γωνία – ζητήματα εστίασης</i>	16
Η πλοκή	18
<i>Τα δομικά σχήματα της πλοκής</i>	19
<i>Τα συνθετικά στοιχεία της πλοκής</i>	20
Σκηνικό	21
<i>Βασικοί τύποι σκηνικού</i>	21
<i>Τρόποι παρουσίασης σκηνικού</i>	21
Χρόνος	23
Χαρακτήρες	26
Ο κύριος χαρακτήρας	27
1. Άμεσος προσδιορισμός	28
2. Ενδείκτες έμμεσης πρόσληψης	28
Στοιχεία του χαρακτήρα	28
1.γ. Η αφήγηση ως εργαλείο	30
1.δ. Η αφήγηση ως εργαλείο στην Εκπαίδευση	34
1.ε. Βασικές αρχές επιτυχημένης χρήσης της αφήγησης στην εκπαίδευση	43
2. Η αφήγηση στη διδασκαλία των μαθηματικών	46
2.α. Η αφήγηση και τα μαθηματικά	46
2.β. Μαθηματική λογοτεχνία	56
2.γ. Διδακτική αξιοποίηση των αφηγηματικών κειμένων στη διδασκαλία των θετικών επιστημών	66
2.δ. Η αφήγηση ως στρατηγική στη διδασκαλία των μαθηματικών	70
2.ε. Η αφήγηση στα Προγράμματα Σπουδών διδασκαλίας των Μαθηματικών	71
2.στ. Τα οφέλη από τη χρήση αφηγηματικών κειμένων στη διδασκαλία των Μαθηματικών	72
2.ζ. Μαθηματικές ιστορίες: πώς φτιάχνονται	78

2.η. Δημιουργική Γραφή και αφήγηση στις θετικές επιστήμες	82
3. Η περίπτωση του θείου Πέτρου: Ο θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκολντμπαχ	84
3.α. Υπόθεση του βιβλίου	84
3.β. Γιατί επιλέξαμε αυτό το βιβλίο	87
3.γ. Τα μαθηματικά θέματα του βιβλίου	91
3.δ. Θεωρία αριθμών	92
3.δ.i. Η υπόθεση του <i>Riemann</i>	93
3.δ.ii. Το τελευταίο Θεώρημα του Φερμά	94
3.δ.iii. Η Εικασία του <i>Goldbach</i>	95
3.στ. Η «ταυτότητα» του βιβλίου	100
Τίτλος	100
Συγγραφέας	100
Κειμενικό είδος	101
Το θέμα	101
Το πλαίσιο	102
Ο χώρος	102
Ο χρόνος	103
Οι χαρακτήρες	103
Ο πρωταγωνιστής	103
Πέτρος	104
Πατέρας	105
Godfrey Harold Hardy	105
Κων/νος Καραθεοδωρή	106
Σάμι Επστάιν	106
Χρήστος Παπακυριακόπουλος	106
Alan Matheson Turing	107
Kurt Gödel	107
Srinivasa Ramanujan	108
Η πλοκή της ιστορίας	109
Ο Αφηγητής	109
Αφηγηματικές τεχνικές	110
Η εστίαση	110
Αφηγηματικοί τρόποι	111

4. Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach: μια αφορμή	113
4.α. Μαθηματικά και λογοτεχνία στο σχολείο	114
4.β. Ξεκλειδώνουμε το κείμενο και γράφουμε ιστορίες	115
<i>Ποιος αφηγείται;</i>	<i>115</i>
<i>Ποιος βλέπει;</i>	<i>117</i>
<i>Σκηνικό</i>	<i>119</i>
<i>Ο Χώρος</i>	<i>119</i>
<i>Ο Χρόνος</i>	<i>119</i>
<i>Οι Χαρακτήρες</i>	<i>120</i>
<i>Η Πλοκή της Ιστορίας</i>	<i>122</i>
4.γ. Συν-γράφοντας λογοτεχνία και μαθηματικά	123
Συμπερασματικά	128

Πρόλογος

Αν βασικός στόχος της εκπαιδευτικής διαδικασίας είναι η προσέγγιση της γνώσης και η μεθόδευση ώστε οι μαθητές οργανωμένα να κινηθούν προς την κατάκτησή της, βασικό στοιχείο μιας τέτοιας διαδικασίας αποτελεί να αναπτυχθούν ποικίλοι τρόποι πρόσβασης σε γνωστικά αντικείμενα, ώστε οι μαθητές να μπορούν να αναπτύσσουν διάλογο με τα κάθε είδους αντικείμενα, να κατορθώνουν να επεξεργάζονται και να κατακτούν τις πληροφορίες, εντάσσοντάς τις στον εσωτέρο κόσμο τους, τοποθετώντας τις απέναντι στις προσωπικές τους εκτιμήσεις και τα συναισθήματά τους και δημιουργώντας συνδέσεις ανάμεσα στα σχολικά μαθήματα, στα προσωπικά ενδιαφέροντα και στις ατομικές τους ανάγκες και κατακτήσεις.

Με αυτή τη λογική, στην εκπαίδευση, πέρα από τη διδασκαλία διακριτών γνωστικών αντικειμένων, η διδακτική αξιοποίηση συνδεδεμένων θεματικών, καθώς και η ενασχόληση των μαθητών με ποικίλα αντικείμενα μάθησης αποτελεί στόχο βασικό και ζητούμενο σε πολλά επίπεδα. Ειδικότερα, η σύζευξη λογοτεχνίας και μαθηματικών αποτελεί συχνά πλέον αντικείμενο έρευνας και διδακτικών δοκιμών, τόσο στην Πρωτοβάθμια όσο και στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.

Ενισχυτικά προς αυτή την κατεύθυνση κινείται και η εκπόνηση Εκπαιδευτικών Πολιτιστικών Προγραμμάτων με ποικίλες θεματικές που εκπονούνται κατά βάση εκτός σχολικού προγράμματος και ωραρίου. Τα προαιρετικά εκπαιδευτικά προγράμματα στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση είναι καινοτόμες δράσεις που προσφέρουν μια διαφορετική προσέγγιση της γνώσης και συνοδεύονται με νέες εναλλακτικές διδακτικές μεθόδους. Πρόκειται για προσπάθειες να συνδεθεί το Πρόγραμμα Σπουδών κάθε γνωστικού αντικείμενου με πρωτότυπες ιδέες και προτάσεις, ενώ επιπλέον μέσα από το σχεδιασμό και την υλοποίηση Πολιτιστικών Προγραμμάτων επιτυγχάνεται η επικοινωνία των μαθητών με δημιουργούς του εφαρμοσμένου πολιτισμού, η συνεργασία τους με ανάλογες δομές και δράσεις και τελικά η καλλιέργεια συνθηκών, όπου ο πολιτισμός μέσα στο σχολείο αποτελεί συνθήκη καθημερινότητας.

Η παρούσα εργασία σκοπό έχει να παρουσιάσει τόσο τη λεγόμενη Μαθηματική Λογοτεχνία και τις εφαρμογές της αφήγησης σε αυτή, όσο και τη διδακτική αξιοποίηση της. Ανάμεσα σε άλλα, στόχος της εργασίας είναι να φανεί πώς μπορεί να αξιοποιηθεί η μαθηματική λογοτεχνία για τη μελέτη των μαθηματικών ιδεών και προβλημάτων, αλλά ταυτόχρονα και των δομικών εκείνων στοιχείων που συγκροτούν ένα αφηγηματικό έργο. Συγκεκριμένα, μετά την ανάγνωση και την παρουσίαση ενός επιλεγμένου βιβλίου Μαθηματικής Λογοτεχνίας και μέσα από μια διδακτική πρόταση Δημιουργικής Γραφής, οι μαθητές κλήθηκαν να γίνουν οι ίδιοι μαθηματικοί και συγγραφείς. Ασχολήθηκαν με την επίλυση ενός μαθηματικού γρίφου που τους δόθηκε και μετά

συνέγραψαν ένα διήγημα για την προσωπική τους εμπειρία επίλυσης του προβλήματος. Οι μαθητές μέσα από προσωπική και συστηματική ενασχόληση προσέγγισαν το μαθηματικό πρόβλημα και παρουσίασαν αφηγηματικά όχι μόνο την πορεία της προσέγγισης και της επίλυσής του, που στοιχειοθετεί ουσιαστικά την πλοκή του κειμένου τους, αλλά και ολοκληρωμένους ήρωες μιας ιστορίας .

Συγκεκριμένα, εκπαιδευτικοί και μαθητές στο πλαίσιο εκπόνησης Διεπιστημονικών Πολιτιστικών Προγραμμάτων σχετικά με τα Μαθηματικά κινήθηκαν ώστε να διερευνηθεί η σχέση των Μαθηματικών με την αφηγηματική διαδικασία. Ειδικότερα, ως στόχοι του ορίστηκαν να κατανοήσουν οι μαθητές τη σύνδεση της μαθηματικής σκέψης με την καλλιτεχνική και να εντοπίσουν τις μαθηματικές έννοιες στην αφήγηση.

Προς αυτή την κατεύθυνση ώθησε η όλο και πιο συχνή παραγωγή μυθιστορημάτων με τον χαρακτηρισμό Μαθηματική Λογοτεχνία, καθώς και η προσπάθεια να αναζητηθούν συνδέσεις της Λογοτεχνίας με άλλες επιστημονικές περιοχές. Επιπλέον, η προσωπική επαγγελματική μου σχέση με τη λογοτεχνία, καθώς ήμουν φιλόλογος στο Λύκειο που ξεκίνησε η εκπόνηση σχετικών Πολιτιστικών προγραμμάτων και παράλληλα το γνωστικό αντικείμενο της Δημιουργικής Γραφής που υπηρετώ σε επίπεδο διδασκαλίας προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων, παράλληλα με τη μεγάλη μου έλξη για τη μαθηματική σκέψη και τη μεγάλη μου αγάπη για τα μαθηματικά με οδήγησε στην επιλογή του θέματος της παρούσας εργασίας.

Ευχαριστώ θερμότατα τον επόπτη της εργασίας μου κ. Τριαντάφυλλο Η. Κωτόπουλο, που είναι για μένα δάσκαλος σε πολλά επίπεδα και ενισχύει επιστημονικά και ουσιαστικά τις επιστημονικές μου ιδέες και προτάσεις, ανάμεσα στις οποίες ήταν και η εργασία αυτή. Επιπλέον, τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς μου επιτροπής, τον κ. Χαράλαμπο Λεμονίδη και τον κ. Νίκο Φωτόπουλο, που είχα την τιμή και τη χαρά να τους έχω διδάσκοντες σε μεταπτυχιακά μαθήματα και να κατευθύνουν τη σκέψη μου σε επίπεδα και ιδέες χρήσιμες για την επαγγελματική και επιστημονική μου υπόσταση.

Και τέλος, αλλά όχι τελευταία, ευχαριστώ τα μαθηματικά μυαλά που υπήρχαν, υπάρχουν και βρέθηκαν στη ζωή μου και με έμαθαν να σκέφτομαι οργανωμένα, μεθοδικά, εμπνευσμένα και μετρημένα· ζηλεύω τον τρόπο που σκέφτονται, που μιλούν, που εξηγούν και που αγαπούν.

Με πείσατε, τα μαθηματικά είναι τέχνη. Και εσείς καλλιτέχνες.

Εις μνήμην Παναγιώτη Βακάλη.

Ολα.

1. Αφήγηση και αφηγηματικά κείμενα

1.α. Τι είναι αφήγηση

Η τέχνη της αφήγησης είναι τόσο παλιά όσο και η ανθρώπινη ομιλία και η ανθρώπινη ιστορία (Λιοναράκης, 2014: 25). Στις σχεδόν άπειρες μορφές της, υπήρχε πάντοτε, παντού και σε όλες τις κοινωνίες η διάθεση αλλά και η ανάγκη να δημιουργεί ο άνθρωπος ιστορίες. Όλες οι τάξεις και οι ομάδες ανθρώπων έχουν τις ιστορίες τους και πολύ συχνά αυτές οι ιστορίες έχουν το ίδιο κοινό (Μειμάρης, 2013: 178). Η αφήγηση αποτελεί ένα γενετικό ανθρώπινο γνώρισμα που βιώνεται φυσικά από τον κάθε ένα· φαίνεται να είμαστε τόσο ειδικοί στην αφήγηση που αυτή μοιάζει να είναι σχεδόν εξίσου φυσική με την ίδια γλωσσική ικανότητα (Bruner, 2004). Από τον προϊστορικό άνθρωπο μαρτυρείται η ανάγκη να λέει και να ακούει ιστορίες και από τότε οι παραστάσεις πάνω στην πέτρα αποτελούσαν προσπάθεια των αφηγητών να απεικονίσουν την ιστορία τους. Οι σκηνές κυνηγιού και τα θηράματα που αποτυπώθηκαν στους τοίχους των σπηλαίων του αρχαίου ανθρώπου γύρω στα 30.000 χρόνια πριν και οι ζωγραφιές στην οροφή της σπηλιάς Lascaux θα λέγαμε πως είναι αρχαία εικονογραφημένα σενάρια. Από την άλλη, οι προφορικές ιστορίες απαγγέλονταν και περνούσαν από στόμα σε στόμα και από γενιά σε γενιά. Τα ομηρικά έπη αποτελούν μεγάλες πολεμικές αφηγήσεις, ενώ γενικότερα η λογοτεχνική παραγωγή της αρχαιότητας βασίζεται στους λεγόμενους μυθικούς κύκλους, ιστορίες μέσα από τη μυθολογία. Στα επόμενα χρόνια, στις αυτοκρατορικές αυλές οι τροβαδούροι αναλάμβαναν ρόλο αφηγητή και πολύ αργότερα, μέσα στον 20ο αιώνα, αφηγητές διάβαζαν σε εργάτες κείμενα της επιλογής τους (Λιοναράκης, 2014, σελ. 24- 25).

Οι αφηγήσεις των ανθρώπων αφορούσαν όλες τις πτυχές της καθημερινότητάς τους, τις συνήθειες και τους τρόπους ζωής, τα διάφορα φυσικά φαινόμενα, τις ιστορίες ενός λαού. Οι ιστορίες ξεκίνησαν ως νέα από απομακρυσμένα μέρη του κόσμου, για μάχες και κατορθώματα, για τους πολέμους και τους αγώνες, οι καθημερινές μας ιστορίες έγιναν λογοτεχνία, ποίηση, θέατρο και τραγούδι, μουσική και χορός, σινεμά, τηλεόραση και ραδιόφωνο. Όλος ο κόσμος έχει κατακλυστεί από ένα παγκόσμιο πλέγμα αφηγήσεων. Ιστορίες λέγονται, ακούγονται, είναι παντού, στον πραγματικό, διαδικτυακό και ψηφιακό κόσμο μας (Παπανικολάου, 2017). Ακόμα και με την εμφάνιση και την κυριαρχία της γραφής, η προφορική αφήγηση παρέμεινε αναντικατάστατη- τόσο λόγω του πλήθους των αναλφάβητων στρωμάτων των κοινωνιών, όσο και λόγω της δύναμης της προσωπικής αφήγησης (Bán & Nagy, 2017: 12-15).

Ως αφήγηση ορίζεται αυτή η πράξη επικοινωνίας με την οποία παρουσιάζεται, προφορικά ή γραπτά, μια σειρά γεγονότων, πραγματικών ή φανταστικών (Παρίσης, 2005, σελ. 30-31). Αφήγηση ονομάζουμε την τέχνη της χρήσης της γλώσσας με στόχο την παρουσίαση των στοιχείων εκείνων που συνθέτουν μια ιστορία (Λιοναράκης, 2014: 24). Η ίδια η ιστορία στην οποία αναφέρεται η αφηγηματική διαδικασία, η διαδοχή των γεγονότων και οι σχέσεις μεταξύ τους συνιστούν την αφήγηση και ως τέτοια μπορούμε να χαρακτηρίσουμε και το προϊόν της διαδικασίας, δηλαδή το παραγόμενο κείμενο. Ιστορία είναι μια αφηγηματική ενότητα που έχει μια αρχή, που δημιουργεί μια σύγκρουση ή μια ελπίδα, μια δομή και ένα περιεχόμενο που την περιπλέκει, ένα τέλος που την ξεκαθαρίζει. Προκειται για την εξιστόρηση μιας σειράς συμβάντων που πράττουν οι ήρωες της ιστορίας και μεταβάλλουν μια αρχική κατάσταση πραγμάτων και ενεργειών. Είναι ένας βασικός τρόπος που βοηθά στην έκφραση των ιδεών και των εμπειριών, η παλαιότερη μορφή επικοινωνίας και μετάδοσης των εμπειριών, το μεγαλύτερο είδος ψυχαγωγίας αλλά και ο παραδοσιακός τρόπος μετάδοσης της συλλογικής «σοφίας» στις επόμενες γενιές (Ρούσσου, 2017, Γραίκος & Τσιλιμένη, 2007). Από αυτή ακριβώς την ανάγκη να επικοινωνήσουμε με τους άλλους, να περιγράψουμε τον κόσμο, να μιλήσουμε για όσα μας ενδιαφέρουν (Bruner, 2004, σελ. 53), να εκφραστούμε, να μεταδώσουμε γνώσεις, απόψεις και συναισθήματα προκύπτει η αφήγηση. Μέσω ιστοριών, παραμυθιών και μύθων συνειδητοποιούμε πολιτισμικά και γνωρίζουμε αξίες, έθιμα και παραδόσεις (Ρούσσου, 2017). Οι ιστορίες ενισχύουν την οργάνωση και μετάδοση πληροφοριών και μας βοηθάει να κατανοούμε τα γεγονότα και να τα παρουσιάζουμε (Green, 2004· Χασάπης, 2007).

Η διαδικασία αυτή προϋποθέτει τη συμμετοχή ενός αφηγητή, ενός αποδέκτη και του θέματος, που είναι αυτό που μπορεί να θεωρηθεί ως το αντικείμενο της αφήγησης (Μπούσια, 2010: 5). Η ίδια η ιστορία στην οποία αναφέρεται η αφηγηματική διαδικασία, η διαδοχή των γεγονότων και οι σχέσεις μεταξύ τους συνθέτουν αυτό που προκύπτει, δηλαδή το παραγόμενο κείμενο (Παρίσης, 2005: 30-31). Ο όρος αφήγηση εμπεριέχει και την πράξη του αφηγείσθαι και το αποτέλεσμα που προκύπτει, τη αφηγούμενη ιστορία. Ο διαχωρισμός ανάμεσα σε ιστορία-αφήγηση- κείμενο ανήκει στον G. Genette. Η Ιστορία είναι μια σειρά γεγονότων σε ορισμένο χώρο και χρόνο, τα οποία πραγματώνονται από τους χαρακτήρες. Δηλαδή, πρόκειται για τη χρονική και αιτιακή σχέση των γεγονότων πριν διατυπωθούν ως κείμενο. Η Αφήγηση είναι ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται τα γεγονότα, δηλαδή το ίδιο το κείμενο, η μορφοποίηση της πρώτης ύλης της ιστορίας μέσα από την πλοκή της, μέσα από τη δημιουργική επέμβαση του συγγραφέα και το κείμενο είναι η ίδια η αφηγηματική πράξη (Genette, 1980)

Η αφηγηματική ενότητα προϋποθέτει μια αρχή, μια δομή και ένα περιεχόμενο, που δημιουργεί τουλάχιστον μια σύγκρουση και ένα τέλος που την ξεκαθαρίζει. Αποτελεί μια εξιστόρηση σειράς συμβάντων που μεταβάλλουν μια αρχική κατάσταση πραγμάτων ή πράξεων, όπου οι καταστάσεις συνδέονται (Πολίτης, 2006· Bruner, 1986: 13). Οι διάφορες τυπολογίες της αφήγησης βασίζονται σε μια πορεία όπου η ισορροπία της αρχικής κατάστασης διαταράσσεται, δημιουργείται μια περιπλοκή («περιπέτεια»), διαφοροποιείται και οδηγείται σε μια νέα δομή και ισορροπία (Labov 1972). Τα γεγονότα οργανώνονται γύρω από τον άξονα χρονικής αλληλουχίας με βασική οργάνωση μέσα από την πλοκή (Μπούσια 2010: 8-30). Βέβαια, οι αφηγήσεις δεν ακολουθούν απλώς μια χρονική ακολουθία γεγονότων, αλλά η χρονική διάταξη των γεγονότων ορίζεται από την αξιολόγησή τους, ποια γεγονότα γίνονται αξιοσημείωτα, 'reportable' κατά τον Labov (1992), 'tellable' κατά τον Sacks (1992) (Μπούσια, 2010: 8-30). Ο Propp ορίζει την αφήγηση ως είδος λόγου που πραγματεύεται τη μετάβαση από μίαν αρχική κατάσταση πραγμάτων στη ρήξη και στη συνέχεια στην αποκατάσταση της αρχικής κατάστασης, ύστερα από περισσότερες πράξεις. Ο Bremond διατυπώνει την άποψη ότι σε κάθε αφηγημένη ιστορία ο συνδυασμός τριών «λειτουργιών» σχηματίζει μια στοιχειώδη ακολουθία σε τρία στάδια: ενδεχόμενο, εξέλιξη, έκβαση (Μπούσια 2010: 8-30· Bremond, 1981/1966: 66-67· Propp 1988: 45).

1.β. Αφηγηματικές τεχνικές

Αφηγηματικοί τρόποι

Αναφερόμαστε στον τρόπο οργάνωσης του αφηγηματικού υλικού από τον αφηγητή. Οι αφηγηματικοί τρόποι είναι οι ακόλουθοι (Γεωργιάδου κ. ά. 2017:23):

Αφήγηση (Γρηγοριάδης κ. ά. Β' 2017:12-14) είναι η παρουσίαση των γεγονότων:

α. με διήγηση: στη διήγηση η παράσταση της ιστορίας είναι υποκειμενική. Ο συγγραφέας επιλέγει έναν παντογνώστη αφηγητή, που αφηγείται την ιστορία σε τρίτο πρόσωπο.

β. με μίμηση, όπου έχουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- *Πρωτοπρόσωπη* (συνηθέστερα) από ένα φανταστικό (πλαστό) πρόσωπο ή και *τριοπρόσωπη* αφήγηση (από την οπτική γωνία ενός ήρωα)
- Με μεικτό τρόπο: υπάρχει αφηγητής (είτε απρόσωπος, είτε πλαστός), αλλά η αφήγησή του διακόπτεται από άλλα πρόσωπα που διαλέγονται σε ευθύ λόγο. Με τον διάλογο το κείμενο αποκτά ζωντάνια και παραστατικότητα, ενώ οι χαρακτήρες «φωτίζονται» μέσα από την πιστή απόδοση του λόγου τους (προσωπικό ύφος, ιδίωμα, λεξιλόγιο κ.ά).

Περιγραφή¹: αναπαράσταση προσώπων, τόπων, αντικειμένων, φαινομένων. Κύριο χαρακτηριστικό της είναι ότι δεν εξελίσσεται, ούτε μεταβάλλεται, αλλά παραμένει στατική, αντίθετα με την αφήγηση (Τσολάκης κ.ά. 2017:134)

Σχόλια (Γεωργιάδου κ.α. 2017:23) : γνώμες, κρίσεις, σχόλια του αφηγητή που οδηγούν σε γενικεύσεις.

Ελεύθερος πλάγιος λόγος

Στη λογοτεχνία ο αφηγητής έχει δύο βασικές δυνατότητες, προκειμένου να παρουσιάσει τον λόγο ενός προσώπου: τον ευθύ και πλάγιο λόγο. Στην πρώτη περίπτωση τα λόγια του ήρωα παρουσιάζονται κατά λέξη και χρησιμοποιούνται εισαγωγικά ή παύλα. Στη δεύτερη περίπτωση ο αφηγητής ενσωματώνει τον λόγο του ήρωα στον δικό του, από τη στιγμή που ο αναγνώστης δεν γνωρίζει τι ακριβώς είπε ο ήρωας, αλλά μόνο το περιεχόμενο όσων είπε. Αν θεωρήσουμε τις δύο παραπάνω επιλογές ως τα άκρα ενός άξονα, ο ελεύθερος πλάγιος λόγος είναι μία από τις επιλογές ανάμεσά τους. Στην περίπτωση του ελεύθερου πλαγίου λόγου συνδυάζονται η φωνή

¹ Περισσότερα για την περιγραφή βλ. τη σχετική ενότητα

του αφηγητή και του προσώπου του οποίου τα λόγια μεταφέρει ο αφηγητής (Παρίσης Ιω. και Παρίσης Ν. 2017:59-61). Στον ελεύθερο πλάγιο λόγο, οι λέξεις ή οι φράσεις ενός ήρωα μεταφέρονται από τον αφηγητή χωρίς την ύπαρξη κάποιου λεκτικού ρήματος που να τις εισάγει. Ο αφηγητής απουσιάζει και ο λόγος ή οι σκέψεις του ήρωα της αφήγησης αποδίδονται στο δικό του προσωπικό «ιδίωμα». Με τον τρόπο αυτό, ο αναγνώστης αποκτά άμεση πρόσβαση στις σκέψεις ή στον λόγο ενός ήρωα της αφήγησης, όπως συμβαίνει και με τον ευθύ λόγο, με τη διαφορά ότι στην περίπτωση του ελεύθερου πλάγιου λόγου, δεν μπορεί ποτέ να είναι βέβαιος για το αν πρόκειται πραγματικά για σκέψεις ή προβληματισμούς του αφηγητή ή του ήρωα.

Εσωτερικός μονόλογος

Κύριος στόχος της τεχνικής αυτής είναι να φέρει στην επιφάνεια την αδιάκοπη ροή σκέψεων, εικόνων, αναμνήσεων, συνειρμών και εντυπώσεων που διασχίζουν την ψυχή και το νου του ήρωα, σαν να ήταν δυνατόν να διατυπωθούν όλα αυτά σε λόγο αυτόματα, τη στιγμή ακριβώς που γεννιούνται (Παρίσης Ιω. και Παρίσης Ν. 2017:72-75).

Ο αφηγητής και ο ρόλος του στο λογοτεχνικό κείμενο

Εχουν προταθεί διάφορες κατηγοριοποιήσεις για τον αφηγητή. Οι πιο σημαντικοί θεωρητικοί της λογοτεχνίας ξεκινούν με την μελέτη της λειτουργίας του αφηγητή στο κείμενο. Τα πλέον ολοκληρωμένα τυπολογικά μοντέλα ανάλυσής ξεκινούν με τη μελέτη της λειτουργίας του αφηγητή στο λογοτεχνικό κείμενο, γεγονός που αποδεικνύει και τον κρίσιμο ρόλο που διαδραματίζει κατά την αφήγηση. Θεωρητικοί όπως ο Chatman (1990), ο Booth (1983), ο Todorov (1989), ο Genette (2007) και ο Stanzel (1986) προσπάθησαν να δώσουν οριστικές απαντήσεις και να εντοπίσουν τα πάντα γύρω από αυτόν τον μυστηριώδη «τύπο», τον οποίο την στιγμή που νομίζουμε ότι τον γνωρίζουμε πολύ καλά, την ίδια στιγμή συνειδητοποιούμε ότι πολλά χαρακτηριστικά και λεπτομέρειες γύρω από αυτόν μας είναι εντελώς άγνωστες. Ολοι συμφωνούν σε ένα σημείο: αφήγηση χωρίς αφηγητή δε νοείται.

Ο αφηγητής κατά τον Genette

Πέρα από την απαραίτητη διάκριση μεταξύ συγγραφέα και αφηγητή και την επισήμανση ότι ο αφηγητής είναι στην ουσία φορέας της αφηγηματικής πράξης, ο Genette ταξινομεί τους τύπους αφηγητή με βάση δύο κριτήρια: *τη συμμετοχή τους στην ιστορία που αφηγούνται και το αφηγηματικό επίπεδο όπου ανήκουν.*

Σύμφωνα με το πρώτο κριτήριο (Πίνακας 2) ο αφηγητής μπορεί να είναι πρόσωπο της αφήγησης, με πρωταγωνιστικό ή δευτερεύοντα ρόλο, ή μπορεί να είναι αμέτοχος στα γεγονότα. Αν συμμετέχει στην ιστορία (είτε ως βασικός ήρωας είτε ως απλός παρατηρητής ή αυτόπτης μάρτυρας), τον ονομάζουμε **ομοδιηγητικό** αφηγητή. Όταν μάλιστα αφηγείται σε πρώτο ρηματικό την προσωπική του ιστορία, ονομάζεται ιδιαίτερα **αυτοδιηγητικός** αφηγητής. Αν ο αφηγητής δεν συμμετέχει καθόλου στην ιστορία που διηγείται ονομάζεται **ετεροδιηγητικός** αφηγητής (Genette 2007:324-329).

Σύμφωνα με το δεύτερο κριτήριο (Πίνακας 3) ο Genette διέκρινε τρία αφηγηματικά επίπεδα (Genette, 2007: 324-329):

α) εξωδιηγητικό επίπεδο, το οποίο περιλαμβάνει την αφήγηση γεγονότων ή πράξεων τα οποία είναι εξωτερικά σε σχέση με το κείμενο, όπως πρόλογοι μυθιστορημάτων που υποτίθεται ότι αναπαράγουν ξεχασμένες ή χαμένες επιστολές, ημερολόγια, χειρόγραφα, οτιδήποτε παραπέμπει στις συνθήκες της σύνθεσης ή της αφήγησης.

β) εσωδιηγητικό ή διηγητικό επίπεδο, το οποίο συγκροτείται από τα γεγονότα που ανήκουν στην κύρια αφήγηση. Αντίστοιχα, οι περιπέτειες του Οδυσσέα από το νησί της Καλυψώς ως την Ιθάκη και η κύρια αφήγηση στο Δεκάήμερο του Βοκάκιου, όπου οι δέκα νέοι βρίσκονται

στην εξοχή της Φλωρεντίας για να αποφύγουν την πανούκλα συνιστούν το ενδοδιηγητικό επίπεδο.

γ) μεταδιηγητικό επίπεδο που περιλαμβάνει κάθε δευτερεύουσα αφήγηση, η οποία ενσωματώνεται στην κύρια. Τα παλαιότερα γεγονότα που ο ίδιος ο Οδυσσεύς αφηγείται στους Φαίακες (τα γεγονότα από την Τροία μέχρι το νησί της Καλυψώς) και οι ενσωματωμένες στην κύρια αφηγήσεις στο Δεκαήμερο (οι ιστορίες που διηγούνται εκ περιτροπής οι δέκα νέοι, λ.χ. η αφήγηση του «Πεπτωκός Αγγέλου» από τη Παμπινέα) ανήκουν στο μεταδιηγητικό επίπεδο.

Μέσα από τον συνδυασμό των δύο κριτηρίων του Genette (Genette 2007:324-329) (Πίνακας 4) (τη συμμετοχή τους στην ιστορία που αφηγούνται και το αφηγηματικό επίπεδο όπου ανήκουν) προκύπτουν, τέσσερις βασικοί τύποι αφηγητή:

1. Ο εξωδιηγητικός – ετεροδιηγητικός τύπος. Αφηγητής πρώτου βαθμού², που αφηγείται μια ιστορία στην οποία όμως δεν μετέχει.
2. Ο εξωδιηγητικός – ομοδιηγητικός. Αφηγητής πρώτου βαθμού, ο οποίος διηγείται την ιστορία του.
3. Ο ενδοδιηγητικός – ετεροδιηγητικός. Αφηγητής δευτέρου βαθμού³, ο οποίος δε μετέχει στην ιστορία που αφηγείται.
4. Ο ενδοδιηγητικός – ομοδιηγητικός. Αφηγητής δευτέρου βαθμού, ο οποίος αφηγείται την ιστορία του.

² Αφηγητής πρώτου βαθμού είναι εκείνος που κατέχει τον κύριο λόγο της αφήγησης και διηγείται συνολικά την ιστορία.

³ Αφηγητής δευτέρου βαθμού είναι εκείνος που αφηγείται την ιστορία του μέσα στο πλαίσιο της κεντρικής ιστορίας.

Η οπτική γωνία – ζητήματα εστίασης

Ενα περίπλοκο και ακανθώδες ακόμη ζήτημα που πρέπει να εξεταστεί παράλληλα με την έννοια του αφηγητή είναι αυτό της αφηγηματικής σκοπιάς ή προοπτικής, της οπτικής γωνίας δηλαδή, από την οποία πραγματώνεται η αφήγηση.

Η εκκίνηση του σύγχρονου προβληματισμού στη λογοτεχνική θεωρία οφείλεται στον Βρετανό συγγραφέα και κριτικό Henry James (1843-1916) και εντοπίζεται στη διάκριση μεταξύ του «λέγω» («*telling*») και του «δείχνω» («*showing*»). Στην πρώτη περίπτωση του «λέγω» ο αφηγητής μας μεταφέρει ο ίδιος τα διάφορα γεγονότα και λόγια των χαρακτήρων. Στη δεύτερη «δείχνω» ο αφηγητής δίνει το λόγο στους ήρωές του, πριμοδοτεί δηλαδή περισσότερο τον διάλογο και αφήνει τα γεγονότα και τις καταστάσεις να διαφανούν κυρίως μέσα από τα λεγόμενα των ηρώων της αφήγησης. Μέχρι τη δεκαετία του 1960 όλοι οι θεωρητικοί της αφήγησης στηρίζονταν σ' αυτή την θεώρηση του Henry James, καθώς και στη σαφή του προτίμηση προς το «δείχνω». Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να συνδέουν τον αφηγητή με την αφηγηματική σκοπιά.

Ο Genette (Genette 2007:260) προχώρησε ένα βήμα παραπέρα κάνοντας διάκριση ανάμεσα στο «ποιος βλέπει» και στο «ποιος μιλά», υπονοώντας ότι σ' ένα έργο ο αφηγητής δεν είναι πάντοτε ο εικονολήπτης της ιστορίας που αφηγείται. Προτείνει τελικά την έννοια της «εστίασης»: το πρόσωπο μέσα από το οποίο εστιάζεται η ιστορία που παρακολουθούμε, δεν συμπίπτει απαραίτητα με τον αφηγητή. Διακρίνει τρεις βασικές περιπτώσεις (Πίνακας 7):

α. Μη εστιασμένη ή αφήγηση με μηδενική εστίαση: πρόκειται για τον τύπο που αντιπροσωπεύει την κλασική αφήγηση του παντογνώστη αφηγητή. Εχουμε δηλαδή να κάνουμε, όπως παρατηρεί ο Π. Μουλλάς (1991:139), μ' έναν αφηγητή Θεό. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν ο αφηγητής γνωρίζει περισσότερα από όσα ξέρουν όλα τα άλλα πρόσωπα-ήρωες και τα μεταδίδει στον αναγνώστη (Αφηγητής > Πρόσωπο)⁴

β. Αφήγηση με εσωτερική εστίαση:⁵ στην περίπτωση αυτή η εστίαση είναι περιορισμένη και ταυτίζεται με ένα ορισμένο πρόσωπο, δηλαδή ο αφηγητής μας αποκαλύπτει όσα γνωρίζει κάποιος δεδομένος ήρωας (Αφηγητής = Πρόσωπο).

γ. Αφήγηση με εξωτερική εστίαση: όταν ο αφηγητής μας δίνει λιγότερες πληροφορίες από όσες γνωρίζει ο ήρωας, ο οποίος δρα μπροστά μας χωρίς να μας επιτρέπει να μάθουμε τις σκέψεις και

⁴ Το συγκεκριμένο μαθηματικό συμβολισμό χρησιμοποίησε πρώτος ο T. Todorof (Genette 2007:260).

⁵ Σύμφωνα με τον Genette η εσωτερική εστίαση «ισπανίως εφαρμόζεται με αυστηρή ακρίβεια και δεν πραγματώνεται πλήρως παρά με την αφήγηση σε εσωτερικό μονόλογο» (Genette 2007:264).

τα συναισθήματα του (Αφηγητής < Πρόσωπο). Πρόκειται για τον τύπο της «αντικειμενικής» αφήγησης.

Η πλοκή

Με τον όρο **πλοκή** εννοούμε τον τρόπο με τον οποίο οργανώνονται και αποδίδονται τα γεγονότα και η δράση σε κάθε αφηγηματικό κείμενο. Πρόκειται για τον αριστοτελικό *μύθο*, που έχει ορισμένο μέγεθος, με *αρχή*, *μέση* και *τέλος*, και διακρίνεται για την ενότητα ύφους και περιεχομένου. Η ενότητα αυτή ερμηνεύεται ως η λογική συνοχή που απαιτείται, ώστε η μία πράξη να οδηγεί στην επόμενη και η αιτία που συμβαίνει το καθετί μέσα στο έργο να έχει *αίτιον* και *αποτέλεσμα*, δηλαδή να αιτιολογείται.

Ενδιαφέρον, από τον Αριστοτέλη μέχρι σήμερα, παρουσιάζουν τα επιμέρους στοιχεία της *πλοκής* που την καθιστούν οικεία στον δέκτη, ενώ ταυτόχρονα διεγείρουν το συναίσθημά του (Αριστοτέλης 2008):

- Η τραγική ειρωνεία. Τεχνική που παρουσιάζει τους ήρωες (ή και τον Χορό στην τραγωδία) να αγνοούν την αλήθεια, ενώ οι θεατές - αναγνώστες ή κάποιοι άλλοι ήρωες τη γνωρίζουν.
- Η αναγνώριση. Η μεταβολή, το πέρασμα από την άγνοια στη γνώση.
- Η επιβράδυνση. Η αναβολή που καθυστερεί την *αναγνώριση*.
- Η περιπέτεια. Όταν οι ενέργειες και οι προσπάθειες ενός ήρωα οδηγούν τελικά στο αντίθετο αποτέλεσμα από αυτό που επιδιώκει.
- Δραματική οικονομία. Ο τρόπος με τον οποίο διαρθρώνεται το έργο, έτσι ώστε το ένα γεγονός να προκύπτει από το άλλο.
- Ο από μηχανής θεός. Η θεϊκή παρουσία στη σκηνή με τη βοήθεια μηχανήματος, τη στιγμή ακριβώς που υπάρχει αδιέξοδο στην εξέλιξη του έργου. Στη σύγχρονη δραματουργία ως από μηχανής θεός λειτουργεί το πρόσωπο που εμφανίζεται ξαφνικά και δίνει τη λύση.
- Φόβος. Το συναίσθημα που βιώνει ο θεατής, καθώς συμπάσχει με τα δεινά του ήρωα.
- Η κάθαρση. Η ανακούφιση που αποκομίζει ο θεατής με την αποκατάσταση της ηθικής τάξης.

Κινητήριος μοχλός που οικοδομεί την πλοκή σε μία μυθοπλασία είναι οι συγκρούσεις, που λαμβάνουν χώρα σε ένα συγκεκριμένο τόπο και χρόνο και αυξάνουν διαρκώς το ενδιαφέρον μας.

Παρά το γεγονός ότι ορισμένοι σύγχρονοι μελετητές επιμένουν στη χρήση του όρου *δομή* αντί του όρου *πλοκή*, δεν θα υιοθετήσουμε τη συγκεκριμένη λογική, καθώς για εμάς η δομή κάθε αφήγησης θα πρέπει να παραμένει σε μεγάλο βαθμό αόρατη, κάτι σαν τον σκελετό ενός κτιρίου.

Κατά τον David Lodge σημαντικό ρόλο στη δομή διαδραματίζουν ο χρόνος και ο χώρος (1992:216), ενώ κατά τον Derek Neale η δομή κάθε αφήγησης είναι φτιαγμένη από δύο συνδεδεμένα στοιχεία, τη δραματική κίνηση και τον χρόνο.

Η δραματική κίνηση συνδέεται στενά με τα θεατρικά έργα και τις κινηματογραφικές ταινίες. Συνιστά μία μεταφορά και εξέλιξη στον χρόνο ή μία αλλαγή σε συναισθηματικό επίπεδο ή μπορεί να είναι ενσωματωμένη στον πρωταγωνιστικό χαρακτήρα. Δεν είναι ανάγκη να επιζητείται σε κορυφαία ή τραγικά γεγονότα, μπορεί να είναι έως και ασήμαντη υπό την έννοια της καθημερινότητας. Ο πλούτος ενός κειμένου είναι να πείσει τον αναγνώστη για την ύπαρξη ενός ολόκληρου μυθοπλαστικού κόσμου, ενός δραματικού παρόντος, πριν την εμπλοκή του στην ανάγνωση, ο οποίος κόσμος μάλιστα θα εξακολουθήσει να υφίσταται και μετά το τέλος της.

Για παράδειγμα, στο *Φονικό της Ιζαμπέλας Μόλναρ* του Δημήτρη Χατζή⁶ η δραματική κίνηση προχωρά και στους τρεις άξονες: πρόκειται για εξέλιξη στον χρόνο, για αλλαγή σε συναισθηματικό επίπεδο και είναι ενσωματωμένη στον πρωταγωνιστικό χαρακτήρα.

Τα δομικά σχήματα της πλοκής

Στα 1863 ο Γερμανός συγγραφέας και κριτικός Gustav Freytag στη μελέτη του *Technik des Dramas* (*Τεχνική του δράματος*) αναπαριστά σχηματικά την ιδανικότερη πλοκή ενός (θεατρικού) κειμένου (πυραμίδα του Freytag: Tilley 1992: 3-4, Abrams 2006: 390). Συνοψίζοντας την αριστοτελική θεωρία, την αποτυπώνει ευρηματικά σε μια πυραμίδα, η οποία ξεκινά από μια δράση εν τη γενέσει, οδηγεί σε μια κορύφωση και στη συνέχεια με πτωτική δραστηριότητα οδηγεί σε μια λύση και στο τέλος. Στην πυραμίδα αυτή διακρίνουμε:

- την έκθεση (Exposition), την παρουσίαση δηλαδή των βασικών προσώπων, καθώς και του πλαισίου μέσα στο οποίο θα εξελιχθεί η δράση.
- το βασικό γεγονός που πυροδοτεί τη δράση (Inciting Incident) και θέτει κάποιες αντιτιθέμενες δυνάμεις σε κίνηση
- την ανοδική πορεία της δράσης (Rising Action), όπου αυτή κλιμακώνεται, με τα γεγονότα να περιπλέκονται και συχνά να οδηγούν σε σύγκρουση.
- την κορύφωση (Climax), δηλαδή τη στιγμή που τόσο η ένταση όσο και το ενδιαφέρον του αναγνώστη βρίσκονται στο υψηλότερο δυνατό σημείο.
- την κρίση (Crisis), την αντιστροφή ή καμπή της τύχης του ήρωα.

⁶ Δημήτρης Χατζής, *Το φονικό της Ιζαμπέλας Μόλναρ*, Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας Γ' Λυκείου.

- την καθοδική πορεία της δράσης- φθίνουσα δράση (Falling Action), όπου προκαλείται πλέον ανοιχτά η τύχη του ήρωα και η δράση ακολουθεί μια πορεία καθοδική.
- τη λύση (Resolution), όταν όλα τα ζητήματα έχουν πια βρει την απάντηση τους, οι τυχόν συγκρούσεις έχουν ολοκληρωθεί και οδηγούμαστε σιγά σιγά προς το τέλος του έργου· σε πολλές πλοκές στη λύση περιλαμβάνεται μια ανατροπή και
- το τέλος (Dénouement).

Τα συνθετικά στοιχεία της πλοκής

Καθώς οι ήρωες δρουν, συχνά δημιουργούνται συγκρούσεις, οι οποίες μπορεί να προέρχονται από εξωτερικές δυνάμεις ή εσωτερικές τους ανησυχίες και ηθικά διλήμματα, φανερά ή κρυφά. Ο ήρωας μπορεί να συγκρούεται με τον εαυτό του ή με άλλα πρόσωπα, με την κοινωνία, τα στοιχεία της φύσης, τον θεό, τη μοίρα ή τις περιστάσεις.

Όσο η ιστορία εξελίσσεται, παρατηρείται ανοδική πορεία της δράσης (rising action/ αυξανόμενη ή αύξουσα δράση) και αποκαλύπτονται τα συνθετικά στοιχεία της πλοκής, δηλαδή το σασπένς/ ένταση, ο αμφίρροπος αγώνας και τα προμηνύματα:

- Σε ένα ενδιαφέρον μυθοπλαστικό κείμενο προκαλείται η αγωνία του αναγνώστη γύρω από τι θα συμβεί στη συνέχεια. Αυτό αποκαλείται σασπένς, δηλαδή η αλυσίδα δράσεων που συμπληρώνει τα προηγούμενα γεγονότα και δημιουργεί νέα ερωτήματα για το μέλλον. Το σασπένς συνιστά από μόνο του ένα από τα συστατικά της πλοκής, την ένταση, και αποτελεί το βασικότερο συστατικό της δράσης σε μια μυθοπλασία.
- Ο αμφίρροπος αγώνας (cliff-hanger) είναι μια τεχνική κατά την οποία σε μια σύγκρουση η νίκη κλίνει τότε με το μέρος του ενός και τότε με το μέρος του άλλου.

Ο συγγραφέας θα πρέπει, επίσης, να αποφασίσει πόσο σασπένς είναι σε θέση ένας αναγνώστης να αντέξει, εξισορροπώντας την ένταση που του έχει δημιουργήσει. Μία τέτοιου είδους προσέγγιση στη λογοτεχνική θεωρία προσφέρουν τα προμηνύματα και αντιστοιχούν προς την ομηρική προοικονομία. Πρόκειται για μικρά ίχνη διασκορπισμένα μέσα στην ιστορία, προκειμένου να αποτελέσουν ενδείκτη για την τελική έκβαση ή για κάποια μεταβολή και εντάσσονται στη δράση από πολύ νωρίς πολύ έντεχνα και με επιδεξιότητα, ώστε να μην είναι εμφανή.

Σκηνικό

Με το σκηνικό τοποθετούμε την ιστορία σε τόπο ή/και σε χρόνο. Το σκηνικό, ο χωροχρόνος στον οποίο διαδραματίζεται μια ιστορία, είναι μια επιλογή του συγγραφέα που δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να είναι τυχαία. Όταν ένας δημιουργός ξεκινά τη συγγραφή μιας μυθοπλασίας, πρέπει να έχει αποφασίσει τον τύπο του σκηνικού που ταιριάζει στην πλοκή της. Τόσο ο χρόνος όσο και ο χώρος, ως στοιχεία του σκηνικού και της πλοκής, συνδέονται οργανικά με την ιστορία και τους χαρακτήρες (γενικότερα την αφήγηση) και δεν μπορεί να υπάρξουν ιστορία, ήρωες ή εξέλιξη της πλοκής, χωρίς τα σκηνικά αυτά στοιχεία. Είναι αυτονόητο ότι ο μυθοπλαστικός χαρακτήρας κινείται και δρα μέσα σε ένα χωροχρόνο.

Βασικοί τύποι σκηνικού⁷

Το σκηνικό μπορεί να είναι:

- Γενικό (το γενικότερο αφηγηματικό χωροχρονικό πλαίσιο) ή Επιμέρους
- Συγκεκριμένο ή Αόριστο
- Φαντασιακό ή Ρεαλιστικό
- Ολοκληρωμένο⁸ (Ο χωροχρόνος αποδίδεται με πολλές λεπτομέρειες) ή Μη ολοκληρωμένο (Μια πολύ γενική εικόνα του χώρου και του χρόνου)

Τρόποι παρουσίασης σκηνικού

Το σκηνικό, ακόμα και όταν δεν είναι αφηγηματικά παρόν, λειτουργεί και διαμορφώνει την αφήγηση. Όλους τους παραπάνω τύπους του σκηνικού ο κάθε συγγραφέας μπορεί να τους παρουσιάσει με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους:

- Αμεσα ή έμμεσα
- Ολοκληρωμένα ή σταδιακά (ή -σε μια ακραία εκδοχή- αφαιρετικά)
- Με λεπτομέρειες ή αμυδρά

(Κωτόπουλος 2017)

⁷ Η τυπολογία που ακολουθεί αντλήθηκε κατά κύριο λόγο από το βιβλίο: *Σκηνικό-χαρακτήρες-πλοκή, Διαβάζοντας ένα λογοτεχνικό κείμενο για παιδιά, νέους και ενήλικες*, Γ. Παπαντωνάκης- Τ. Κωτόπουλος, Εκδοτικός Όμιλος Ίων, 2011

⁸ Όταν διδάσκουμε αποσπάσματα έργων, δύσκολα μπορούμε να έχουμε ολοκληρωμένο σκηνικό.

Χρόνος

Σε κάθε αφήγηση διακρίνουμε τον εξωκειμενικό και τον εσωκειμενικό χρόνο.

Στον **εξωκειμενικό** ανήκουν:

- ο χρόνος του πομπού: είναι ο χρόνος κατά τον οποίο ο πομπός- αφηγητής στέλνει το μήνυμά του- αφήγημα.
- ο χρόνος του δέκτη: είναι ο χρόνος κατά τον οποίο ο δέκτης διαβάζει το αφήγημα.
- ο χρόνος των γεγονότων: είναι ο χρόνος κατά τον οποίο διαδραματίζονται τα γεγονότα της αφήγησης.

Για παράδειγμα, θεωρείται ότι στα ομηρικά έπη ο χρόνος του πομπού είναι ο 8ος αι. π.Χ. και ο χρόνος των γεγονότων ο 12ος αι. π.Χ.· ο χρόνος του δέκτη βέβαια μπορεί να είναι οποιαδήποτε εποχή.

Στον **εσωκειμενικό** χρόνο ανήκουν ο χρόνος της ιστορίας και ο χρόνος της αφήγησης. Χρόνο της ιστορίας ονομάζουμε τον χρόνο μέσα στον οποίο εκτυλίσσονται τα γεγονότα που συνιστούν την ιστορία (story) της αφήγησης. Με τον χρόνο αυτό εννοούμε τη φυσική διαδοχή των γεγονότων. Ο χρόνος της ιστορίας παρουσιάζεται στην αφήγηση με διάφορους τρόπους και έτσι προκύπτει ο χρόνος της αφήγησης. Ο χρόνος της αφήγησης γενικά δεν συμπίπτει με το χρόνο της ιστορίας. Τα γεγονότα παρουσιάζονται στην αφήγηση συνήθως με διαφορετική χρονική σειρά, διάρκεια και συχνότητα απ' ό,τι διαδραματίζονται στην ιστορία. (Τσολάκης κ.ά.: 2011:232-234) Έτσι, τα είκοσι χρόνια της μυθιστορηματικής ζωής ενός ήρωα μπορεί να συνοψίζονται σε δυο φράσεις ή αντίθετα ένα περιστατικό από αυτήν να καλύπτει ολόκληρη τη διήγηση. Στην *Ιλιάδα* και στην *Οδύσσεια* π.χ. ο χρόνος της ιστορίας καλύπτει δέκα (10) έτη, ενώ ο Ομηρος παρουσιάζει τα γεγονότα αυτά σε 51 και 41 ημέρες αντίστοιχα (χρόνος της αφήγησης).

Χρόνος αφήγησης (XA) – Χρόνος ιστορίας (XI)

ΣΕΙΡΑ	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
α. Ευθύγραμμη σειρά	α. Ισοχρονία (σκηνή)	α. Μοναδική αφήγηση
β. Αναχρονία	β. Επιτάχυνση	β. Πολυμοναδική αφήγηση
i. <i>in medias res</i>	i. έλλειψη	γ. Επαναληπτική αφήγηση
ii. ανάληψη	ii. περίληψη	δ. Θαμιστική αφήγηση
iii. πρόληψη	γ. Επιβράδυνση	
	i. παύση	
	ii. επιμήκυνση	

Η χρονική σειρά είναι η σχέση μεταξύ της χρονικής διαδοχής των γεγονότων στην ιστορία (ΧΙ) και της διάταξής τους μέσα στο κείμενο (ΧΑ). Η σχέση αυτή μπορεί να εξεταστεί ως προς:

1. τη **σειρά**:

- ευθύγραμμη σειρά (γραμμική αφήγηση): η σειρά στον χρόνο της αφήγησης ακολουθεί τη χρονική σειρά της ιστορίας.
- αναχρονία: έτσι χαρακτηρίζεται κάθε ασυμφωνία μεταξύ ιστορίας και αφήγησης.

Οι αναχρονίες είναι:

α. *in medias res*: όταν η αφήγηση αρχίζει από τη μέση της ιστορίας

β. η *ανάληψη* (*αναδρομή* ή *flashback*): εκ των υστέρων αφήγηση γεγονότων που έγιναν σε προγενέστερη χρονική στιγμή.

γ. η *πρόληψη* (*προδρομή*): εκ των προτέρων αφήγηση μεταγενέστερων γεγονότων⁹

2. τη **διάρκεια**: η *χρονική διάρκεια* ορίζεται ως *ταχύτητα* και *ρυθμός* της αφήγησης και εξειδικεύεται σε ισοχρονία και ανισοχρονία:

- Ισοχρονία (σκηνή) έχουμε όταν ο χρόνος της αφήγησης έχει την ίδια διάρκεια με το χρόνο της ιστορίας. Περιπτώσεις ισοχρονίας στην αφήγηση συνιστούν ο διάλογος και ο εσωτερικός μονόλογος. Από ισοχρονία χαρακτηρίζονται κυρίως τα θεατρικά κείμενα.

⁹ Φαινόμενα πρόληψης είναι η *προσήμανση* και η *προοικονομία*, που αποτελούν υπαινιγμούς που θα αποκτήσουν σημασία αργότερα, όταν θα προκύψουν περισσότερες σχετικές πληροφορίες μέσ' από την εξέλιξη της αφήγησης.

Η διαφορά ανάμεσα στον χρόνο της ιστορίας και στον χρόνο της αφήγησης (XI vs XA) ορίζεται ως ανισοχρονία. Μορφές της ανισοχρονίας είναι:

- Η *επιτάχυνση*, που μπορεί να είναι:

α. *έλλειψη (αφηγηματικό κενό)*, παράλειψη ενός τμήματος της ιστορίας με χρονικό άλμα σε μεταγενέστερο σημείο, τεχνική που επιταχύνει την εξέλιξη της αφήγησης.

β. *περίληψη*, πιο συνοπτική απόδοση τμήματος της ιστορίας, που επίσης επιταχύνει την εξέλιξη της αφήγησης, φέρνοντάς την πιο κοντά στο τέλος.

- Η *επιβράδυνση*, που μπορεί να είναι:

α. *παύση*, όταν έχουμε αφήγηση χωρίς ωστόσο εξέλιξη των γεγονότων, όπως λ.χ., με την παρεμβολή προσωπογραφιών, περιγραφών της φύσης, αντικειμένων, έργων τέχνης κτλ.

β. *επιμήκυνση*, δηλαδή μια πιο διεξοδική αφήγηση των γεγονότων σε σχέση με τον καθιερωμένο ρυθμό αφήγησης.

3. τη **συχνότητα**: η σχέση ανάμεσα στις φορές που ένα γεγονός συμβαίνει στην ιστορία και τις φορές που αυτό αναφέρεται στο κείμενο. π.χ. υπάρχει η περίπτωση ένα γεγονός που συνέβη μια φορά να παρουσιάζεται στην αφήγηση περισσότερες από μία φορές, αφηγημένο όμως κάθε φορά με διαφορετικό τρόπο, ύφος, προοπτική. Αυτό μπορεί να συμβαίνει με τέσσερις τρόπους:

α. *μοναδική αφήγηση*: αφήγηση μία φορά αυτού που έγινε μία φορά· στην περίπτωση αυτή ανήκουν όλα τα αφηγήματα που δεν εντάσσονται στις παρακάτω περιπτώσεις.

β. *πολυμοναδική αφήγηση*: αφήγηση X φορές αυτού που έγινε X φορές

γ. *επαναληπτική αφήγηση*: αφήγηση X φορές αυτού που έγινε μία φορά·

δ. *θαμιστική αφήγηση*: αφήγηση μία φορά αυτού που έγινε X φορές·

Χαρακτήρες

Οι χαρακτήρες, οι ήρωες μιας ιστορίας, είναι τριών ειδών: οι **πρωταγωνιστές**, οι **δευτερεύοντες** και οι **αδρανείς** (Σουλιώτης κ.ά. 2012:56).

Σε κάθε ιστορία υπάρχουν ένα ή και περισσότερα πρόσωπα που κινούν τη δράση. Οι αποφάσεις τους αλλάζουν την πλοκή. Είναι τα πρόσωπα που γνωρίζουμε καλύτερα. Είναι οι πρωταγωνιστές.

Γύρω από τους πρωταγωνιστές υπάρχουν δευτερεύοντες χαρακτήρες¹⁰. Δίνουμε συγκριτικά λιγότερες πληροφορίες γι' αυτούς και γενικά τους αξιοποιούμε για να φωτίσουμε καλύτερα τον χαρακτήρα του πρωταγωνιστή ή για να προωθήσουμε την δράση της ιστορίας μας. Π.χ. η μητέρα, η αδερφή κι ο πατέρας στο *Ημερολόγιο της Άννας Φρανκ*.¹¹

Τέλος, οι αδρανείς ήρωες υπάρχουν στην ιστορία, αλλά δεν δρουν.

Υπάρχουν βεβαίως κι άλλες κατηγοριοποιήσεις αφηγηματικών χαρακτήρων. Αξίζει να σημειωθεί η άποψη του Αθανασόπουλου¹², ο οποίος θεωρεί πως οι μυθιστορηματικοί χαρακτήρες, όπως και οι καθημερινοί άνθρωποι της πραγματικής ζωής, παρουσιάζουν πολύ μεγάλη ποικιλία. Παρά τις διαφορές, ωστόσο, ο Αθανασόπουλος πιστεύει ότι μπορούμε να διακρίνουμε ορισμένους βασικούς τύπους χαρακτήρων, ως προς τη λειτουργία που επιτελούν μέσα στην αφήγηση ως εξής:

Πρωτεύοντες χαρακτήρες

- Πρωταγωνιστής
- Ανταγωνιστής
- Καταλύτης

Δευτερεύοντες χαρακτήρες

- Διακοσμητικός
- Πληροφοριακός
- Ακροατής
- Σχολιαστικός
- Σημείο αναφοράς

Από τους πρωτεύοντες χαρακτήρες ο πρωταγωνιστής είναι ο σημαντικότερος και μπορεί να είναι ήρωας ή αντιήρωας. (Ο ήρωας αναδεικνύεται σε θαυμαστή μορφή, καθώς με τη δράση του ενσαρκώνει κάποια ιδανικά και αξίες μιας κοινωνίας ή μιας εποχής. Αντίθετα, ο πρωταγωνιστής

¹⁰ Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι χαρακτήρες στην Ενότητα Ελάσσονες Βίοι, στο Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας Γ' Λυκείου, Φάκελος Υλικού – Δίκτυο κειμένων

¹¹ Anne Frank, *Το ημερολόγιο της Άννας Φρανκ* Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας Β' Γυμνασίου.

¹² Βαγγέλης Αθανασόπουλος, *Οι ιστορίες του κόσμου. Τρόποι της γραφής και της ανάγνωσης του οράματος*: 40-43)

που δεν υπηρετεί τα παραπάνω ονομάζεται αντιήρωας). Πολύ σημαντική λειτουργία επιτελεί και ο χαρακτήρας με τον οποίο εμπλέκεται ή αναφέρεται ο πρωταγωνιστής, επειδή χωρίς αυτόν η αφήγηση χάνει έναν από τους άξονες αναφοράς. Συνήθως ονομάζεται ανταγωνιστής, αλλά δεν είναι απαραίτητο η μεταξύ τους σχέση να είναι ανταγωνιστική (για παράδειγμα, το πρόσωπο με το οποίο είναι ερωτευμένος ο πρωταγωνιστής σε μια ιστορία αγάπης). Ο καταλύτης είναι κάποιος χαρακτήρας που φαινομενικά η δράση του δεν είναι τόσο σημαντική ανάλογα με εκείνη των πρωταγωνιστών ή ανταγωνιστών, αλλά η λειτουργία του είναι απαραίτητη για την κλιμάκωση.

Από τους δευτερεύοντες χαρακτήρες ο διακοσμητικός, μπορεί απλώς να διανθίζει μια ιστορία ή να συντελεί στη συναισθηματική αποφόρτιση μιας σκηνής. Ο πληροφοριακός έχει σημαντικό ρόλο όταν χρειάζεται να δοθούν κάποιες πληροφορίες και δεν υπάρχει άλλος αληθοφανής τρόπος. Ο ακροατής, καθώς γίνεται αποδέκτης των λόγων κάποιου από τους πρωτεύοντες χαρακτήρες, προσφέρει αξιόπιστες επικοινωνιακές συνθήκες. Όταν ο αφηγητής δεν μπορεί να σχολιάσει, χρησιμοποιεί τον σχολιαστικό τύπο. Τέλος, ο χαρακτήρας που λειτουργεί ως σημείο αναφοράς συνιστά τον μέσο όρο μέσα στην ιστορία. Με αυτόν τον τρόπο παρέχει το μέτρο, στη βάση του οποίου διαφοροποιούνται οι πρωτεύοντες χαρακτήρες.

Ο κύριος χαρακτήρας

Ορίζουμε μαζί με τους μαθητές τον χαρακτήρα ως ένα από τα στοιχεία της αφήγησης. Γενικά, η πλοκή μιας ιστορίας εστιάζει σε έναν κύριο χαρακτήρα. Ωστόσο, μια ιστορία έχει έναν ή περισσότερους δευτερεύοντες χαρακτήρες που προωθούν την εξέλιξη της ιστορίας και βοηθούν τον αναγνώστη να μάθει περισσότερα για τον κύριο χαρακτήρα. Ένας χαρακτήρας σε μια ιστορία δεν περιγράφεται μόνο μια φορά.

Το απλούστερο λογοτεχνικό τέχνασμα για αυτό αποτελεί η εξωτερική περιγραφή των χαρακτήρων, καθώς οι αναγνώστες έχουν κατευθείαν ένα πορτρέτο του μυθιστορηματικού χαρακτήρα. Έτσι, μπορούμε να δούμε πλήθος χαρακτηριστικών, ως προς την εξωτερική εμφάνιση, ψηλός, χοντρός, άσχημος, χαριτωμένος, συμπαθητικός κ.λπ., ως προς την κοινωνική θέση ή την επαγγελματική ιδιότητα, πλούσιος, φτωχός, βιομήχανος, γιατρός, αστυνομικός, έμπορος, ως προς την πνευματική και διανοητική κατάσταση, έξυπνος, ανόητος, ως προς τη δραστηριότητα που αναπτύσσει, γενναίος, άτολμος, δειλός, αποφασιστικός, ως προς το ήθος καλόγνωμος, καλότροπος, καλός χαρακτήρας, πρόθυμος, ως προς την ψυχολογική κατάσταση, φοβισμένος, χαρούμενος, λυπημένος (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:72).

Οι πληροφορίες δίνονται στον αναγνώστη αποσπασματικά μέσα στο κείμενο. Προσπαθήσαμε να γίνει μια χαρτογράφηση των χαρακτήρων της ιστορίας και η διάκρισή τους σε

κύριους και δευτερεύοντες και παράλληλα, η χαρτογράφηση του κύριου χαρακτήρα: μια γραφική παρουσίαση των σπουδαιότερων γεγονότων, των προσώπων, των χώρων που σχετίζονται με τη ζωή του.

Βασική προϋπόθεση για την πρόσληψη ενός κειμένου είναι ο αναγνώστης να αναγνωρίζει την προσωπικότητα ενός λογοτεχνικού χαρακτήρα. Ο συγγραφέας στο κείμενο μπορεί να δώσει στοιχεία του χαρακτήρα είτε με **άμεσο προσδιορισμό**, είτε με **έμμεση παρουσίασή** του.

1. Άμεσος προσδιορισμός

Στην περίπτωση αυτή ο ήρωας παρουσιάζεται στον αναγνώστη κατευθείαν από τον αφηγητή, μέσα από τις γλωσσικές του επιλογές (επίθετα, επιρρήματα, ουσιαστικά κ.λπ.) (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:97).

2. Ενδείκτες έμμεσης πρόσληψης

Στην περίπτωση αυτή, ο αναγνώστης λαμβάνει υπόψη του, προκειμένου να αναγνωρίσει την προσωπικότητα ενός ήρωα, τα εξής στοιχεία:

- ✓ Τα λόγια και τις ενδόμυχες σκέψεις του
- ✓ Τη δράση και τις ενέργειες – πράξεις του
- ✓ Την εξωτερική του εμφάνιση
- ✓ Τα σχόλια και τα λόγια των άλλων ηρώων για αυτόν
- ✓ Το φυσικό, το δομημένο (π.χ. δωμάτιο, σπίτι, δρόμο, πόλη) ή το ανθρώπινο περιβάλλον (οικογένεια, κοινωνική τάξη) στο οποίο ζει και κινείται
- ✓ Μια δήλωση ή σύγκρουση ή μια έντονη αντίδραση του προς κάποιους ή κάτι(π.χ. η αποστροφή του για συγκεκριμένα είδη μουσικής, οι πολιτικές –κομματικές του προτιμήσεις)
- ✓ Τα σχόλια του συγγραφέα ή του αφηγητή
- ✓ Τη σχέση ονόματος –προσώπου, η οποία αποτελεί ένα έμμεσο σχόλιο του συγγραφέα ή του αφηγητή
- ✓ Γενικότερα, η αποτελεσματικότητα της παραστατικής γλώσσας με τους συμβολισμούς που χρησιμοποιεί (Κωτόπουλος 2017).

Στοιχεία του χαρακτήρα

Οι παράμετροι που ακολουθούν θεωρούνται αναγκαίοι για την πρόσληψη των λογοτεχνικών χαρακτήρων:

- ✓ Το κατάλληλο όνομα (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:81-83)
- ✓ Η ηλικία (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:83-84)
- ✓ Η ενδυμασία (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:84-86)
- ✓ Τρόπος ομιλίας – ιδιόλεκτος (Κωτόπουλος 2017)
- ✓ Διατροφή (Παπαντωνάκης και Κωτόπουλος, 2011:86-89)
- ✓ Συνήθειες – Προτιμήσεις του ήρωα
- ✓ Χαρακτηριστικό γνώρισμα

1.γ. Η αφήγηση ως εργαλείο

Οι ιστορίες επηρεάζουν τη θέαση του κόσμου μας, επιδρούν τόσο στη νοημοσύνη, όσο και στην ψυχολογία μας και διαδραμάτιζαν πάντα καθοριστικό ρόλο όχι μόνο στην επικοινωνία, αλλά και στη μεταβίβαση γνώσης, ειδικά μέσα από την πρόκληση συναισθημάτων και συγκινήσεων. Οι παρουσιάσεις μύθων και ιστοριών συνεισφέρουν στη μετάδοση κοινής γνώσης και στη διατήρηση πολιτισμικών και κοινωνικών αξιών. Από τη διάδοση ειδήσεων μέσα στην ομάδα, ως τη μεταφορά της γνώσης και της εμπειρίας και από την ανάπτυξη της ταυτότητας κάθε ομάδας ως την καλλιέργεια της θρησκευτικής συνείδησης, η ιστορία κάθε κοινωνικού και επιστημονικού επιτεύγματος, κάθε ιδέας και δημιουργίας, κάθε συνείδησης και συναισθήματος διαδίδεται και γίνεται μέρος της κοινής γνώσης της ανθρωπότητας. Έτσι, η αφήγηση ιστοριών επεκτάθηκε και επεκτείνεται όλο και περισσότερο σε τομείς που ως τώρα αφορούσαν μόνο τον ορθολογικό συλλογισμό και την επιστημονική σκέψη και οργάνωση του λόγου.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ειδικότερα από τη δεκαετία του 1990 και έπειτα, η αφήγηση ιστοριών να εισχωρήσει στην καθημερινή δράση και έχει αποκτήσει ιδιότητες και χρήσεις διάφορες, εκπαιδευτικές, εμπορικές, πολιτικές (Λιοναράκης, 2014: 25). Η διήγηση ιστοριών πλέον ως διαδικασία δεν συνδέεται αποκλειστικά με τη λογοτεχνία αλλά καλύπτει ένα αρκετά ευρύ φάσμα εννοιών, εμπεριέχεται στην καθημερινότητα του ανθρώπου και τη συναντάμε τόσο σε άλλες μορφές τέχνης, όπως κινηματογράφο, ζωγραφική, όσο και ως μέσο ψυχαγωγίας, εκπαίδευσης ή και διαπαιδαγώγησης, σε τομείς όπως το θέατρο και ο κινηματογράφος, σε μέσα βασισμένα σε σενάριο, όπως τα ηλεκτρονικά παιχνίδια, αλλά και στις ψηφιακές τέχνες και στα διαδραστικά μέσα (Γραϊκος & Τσιλιμένη, 2007· Παρίσης - Παρίσης, 1999). Η διαδικασία αυτή προϋποθέτει τη συμμετοχή διάφορων παραγόντων, με πιο σημαντικούς τον αφηγητή (πομπό), τον αποδέκτη της αφήγησης (= δέκτη) και το περιεχόμενο (= μήνυμα). Αυτή η ίδια η ιστορία, η διαδοχή των γεγονότων και οι ποικίλες σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους συνιστούν μια «αφήγηση». Ως «αφήγηση» όμως μπορούμε να χαρακτηρίσουμε και το προϊόν, το αποτέλεσμα της αφηγηματικής διαδικασίας, δηλαδή το κείμενο (Παρίσης & Παρίσης, 2003).

Εξάλλου, οι ιστορίες είναι αυθεντικές ανθρώπινες εμπειρίες. Μας εμπλέκουν με συναισθήματα και μας συνδέουν μέσα από μια μεγαλύτερη ατομική και παγκόσμια αλήθεια με άλλους, με αρχαίες παραδόσεις, θρύλους, αρχέτυπα, μύθους και σύμβολα. Είναι το κοινό έδαφος που βοηθάει τους ανθρώπους να επικοινωνούν, ξεπερνώντας τις διαφορές τους. Μας επιτρέπουν να κατανοήσουμε καλύτερα τον εαυτό μας και να βρούμε το νόημα και τον σκοπό της ζωής και να τα μοιραστούμε. Αυτό είναι πώς εξηγούμε ότι λειτουργούν τα πράγματα, πώς λαμβάνουμε αποφάσεις, πώς δικαιολογούμε τις αποφάσεις μας, πώς πείθουμε τους άλλους, πώς κατανοούμε τη θέση μας στον κόσμο, πώς δημιουργούμε τις ταυτότητές μας, πώς καθορίζουμε και

διδάσκουμε τις κοινωνικές αξίες. Μια ιστορία αποτελεί ένα ταξίδι στη φαντασία, που διεξάγεται από τον ομιλητή και την ομάδα των ακροατών, χρησιμοποιώντας τις λέξεις ως οχήματα –μέσα μεταφοράς. Σ' αυτό το ταξίδι, ο καθένας μας ακολουθεί τη ροή των γεγονότων με έναν τελικό προορισμό. Όπως κάθε ταξίδι, οι εμπειρίες που κερδίζουμε στη πορεία είναι σημαντικές για εμάς τους ίδιους, αλλά και για τις σχέσεις που μας συνδέουν με τους γύρω μας.¹³ Μπορούμε να δούμε διαφορετικά τα πράγματα και να χρησιμοποιήσουμε τη δημιουργικότητα που αποτελεί το θεμέλιο της καινοτομίας, της αυτοανακάλυψης και της αλλαγής (Rutledge 2011). Στην καλύτερη περίπτωση, μας βοηθούν να επικοινωνήσουμε τον κόσμο όπως είναι. Όπως ήταν. Και όπως θα μπορούσε να είναι (Malmgren 2017).

Ο καλύτερος τρόπος για να προσεγγίσει κάποιος τους άλλους ανθρώπους είναι να πει μια προσωπική ιστορία. Όταν ακούμε μια ιστορία, όταν μπορούμε να συσχετίσουμε τη δική μας εμπειρία με αυτήν, ενεργοποιείται μια αντίδραση, ένα είδος αναγνώρισης που οδηγεί σε ενσυναίσθηση¹⁴. Η σχέση μεταξύ ενός ακροατηρίου και ενός αφηγητή ορίζεται από το ακροατήριο και τελικά είναι σχεδόν εξίσου σημαντικό να διερευνήσουμε το κοινό μας, όπως και να βρούμε τις ιστορίες μας και να τις δούμε από την οπτική του κοινού¹⁵.

Η αφήγηση ιστοριών είναι ένας βασικός τρόπος που βοηθά στην οργάνωση των ανθρώπινων εμπειριών και αποτελεί μια ενεργητική διαδικασία. Όχι μόνο ήταν η παλαιότερη μορφή επικοινωνίας και το μεγαλύτερο είδος ψυχαγωγίας αλλά ήταν επίσης και ο παραδοσιακός τρόπος μετάδοσης της συλλογικής «σοφίας» στις επόμενες γενιές (Τσιλιμένη 2007). Οι ιστορίες αποτελούν μια δυναμική στρατηγική οργάνωσης και μετάδοσης πληροφοριών, η οποία προσδίδει νόημα στην ζωή και το περιβάλλον στο οποίο ζούμε (Green M. C, 2004). Η αφηγηματική δραστηριότητα αποτελεί μια εξιστόρηση σειράς συμβάντων που μεταβάλλουν μια αρχική κατάσταση πραγμάτων ή ενεργειών, πράξεων (Πολίτης, 2006) και με χρήση μεταφορών και αναλογιών συνδέονται τα γεγονότα και οι καταστάσεις (Bruner, 1986: 13).

Η αφήγηση συμβάντων και καταστάσεων, ανθρώπινων δράσεων και συμπεριφορών με κοσμολογικό, υπαρξιακό, ηθικό, κοινωνικό ή άλλο περιεχόμενο, αποτέλεσε σύλληψη του ανθρώπινου πνεύματος, δια της οποίας επεχείρησε να αποδώσει την εικόνα που είχε για τον

¹³ [Το παράθεμα ανήκει στο Developmental Education Centre, (1991). Start with a Story – supporting young children's exploration of issues, Birmingham: Developmental Education Centre, όπως το παραθέτει η Τ. Τσιλιμένη, Ε. Σταυρουλάκη, Αφήγηση ιστοριών: Ο φυσικός τρόπος μέσα από τον οποίο μαθαίνουμε τον κόσμο μας, στο: Η αφήγηση ως εργαλείο μάθησης στην εκπαίδευση, ό.π., σελ., 77]

¹⁴ (Brenda Wong Aoki, ένας αναγνωρισμένος θεατρικός συγγραφέας, αφηγητής και καλλιτέχνης)

¹⁵ <https://www.nytimes.com/guides/smarterliving/how-to-tell-a-good-story>

κόσμο και τη θέση του σε αυτόν. Ο άνθρωπος της προϊστορικής και αρχαϊκής εποχής του αγροτικού και νομαδικού κόσμου, κατόρθωνε να ξεπερνά τα οποιαδήποτε φυλετικά, θρησκευτικά, κοινωνικά ή άλλα σύνορα και να εκφέρει (ως φυσική οντότητα) τον προσωπικό του λόγο ερμηνεύοντας τον κόσμο και τα φαινόμενα. Με τρόπο καθαρά φανταστικό και μυθολογικό αρχικά, που έγινε στη συνέχεια πιο αντικειμενικός και ιστορικός, πέρασε από τον μύθο στο θρύλο και στην παράδοση και από εκεί στην ιστορία και την επιστήμη (Γραμματάς 2014).

Με αυτή τη λογική, η αφήγηση μπορεί να θεωρηθεί ως μέθοδος διάσωσης της παρελθοντικής μνήμης και της συσσωρευμένης εμπειρίας της κοινότητας, που την ανακεφαλαιώνει και την αναδιατάσσει. Με παρόμοιες αφηγούμενες ιστορίες, τα έθιμα, οι αξίες, οι φόβοι και οι προσδοκίες της ομάδας γίνονται κτήμα των μελών της, περνούν από γενιά σε γενιά, αιτιολογούν την παρουσία και την εξέλιξή της στο χρόνο και συγκροτούν την κοσμοαντίληψή της (Roney 1989 : 520-523). Μέσα από αφηγήσεις ο άνθρωπος κατανοεί το παρόν και τη θέση του στον κόσμο, ενώ διασφαλίζει το μέλλον του, με τη μεταφορά της κεκτημένης γνώσης στις επόμενες γενεές.

Γι' αυτό και οι ιστορίες αποτέλεσαν ιδανικό τρόπο διδασκαλίας και διάδοσης θρησκευτικών και ηθικών αξιών, κοσμολογικών ιδεών και πολιτισμικών παραδόσεων, που με την μορφή του θρύλου και της παραβολής, του μύθου και του παραμυθιού χρησιμοποιήθηκε κατά καιρούς από μεγάλες μορφές του ανθρώπινου πολιτισμού (θρησκευτικοί, πολιτικοί, στρατιωτικοί ηγέτες), προκειμένου να διαδοθούν και καθιερωθούν οι ιδέες και τα πιστεύω τους (Γραμματάς 2014).

Παράλληλα, οι επιστήμονες ανακαλύπτουν όλο και πιο πολύ την ικανότητα των ιστοριών να αναπαράγουν και να ερμηνεύουν τα δεδομένα της πραγματικότητας και να ενισχύουν την κατάκτηση της γνώσης. Οι ιστορίες και η επιστήμη είναι εγγενώς συνδεδεμένες, και οι δύο είναι δημιουργικές αναζητήσεις που αποσκοπούν στην παρατήρηση, αντίδραση και εξήγηση του κόσμου μας (Malmgren 2017). Το αφήγημα, ο μύθος, οι ιστορίες έχουν αναγνωριστεί ως μηχανισμοί μνήμης και γνώσης, γιατί οι αφηγηματικές νοητικές δομές ενισχύουν την κατανόηση, την κατάκτηση ιδεών και τελικά και την επικοινωνία (Bán & Nagy, 2017, σελ. 12-15· Παπανικολάου, 2017· Σκουζάκης, 2009· Γιαννούτσου, 2010).

Από τη μια, η επιστημονική πληροφορία είναι και οφείλει να είναι αυστηρή. Είναι αποτέλεσμα λογικής επεξεργασίας και καταστάλαγμα προσπαθειών συχνά πολλών ανθρώπων. Πρέπει να τη σεβαστούμε με προσεκτικά βήματα και να την προσφέρουμε στην κατά το δυνατόν απλοποιημένη μορφή της ώστε να γίνει προσιτή. Η αφήγηση από την άλλη παίζει τον ρόλο της γέφυρας για αυτή την προσέγγιση και το ύφος πρέπει να είναι τέτοιο που να μην θίγει τη

σοβαρότητα της πληροφορίας¹⁶ και έχουμε ανάλογα παραδείγματα από την ιστορία της επιστήμης. Η μεγαλοφυΐα του Αϊνστάιν έγκειται ανάμεσα σε άλλα και στο ότι θα μπορούσε να εξηγήσει τη θεωρία και την επιστήμη με μια γλώσσα την οποία ένας κανονικός άνθρωπος μπορούσε να καταλάβει. Εξηγούσε τις θεωρίες του με απλά λόγια, εξηγούσε πολλά μαθήματα ζωής και προσπαθούσε επίσης να ωθήσει τους επιστήμονες προς καλύτερες εξηγήσεις: «Εάν δεν μπορείτε να το εξηγήσετε απλά, δεν το καταλαβαίνετε αρκετά καλά.» Ο μεγάλος φυσικός Richard Feynman που είχε την εξαιρετική ικανότητα να εξηγεί την επιστήμη σε συνηθισμένα άτομα με έναν ξεχωριστό τρόπο. Οι ιστορίες που έλεγε στην τάξη ήταν τόσο συναρπαστικές και πολλές από αυτές συγκεντρώθηκαν στο αυτοβιογραφικό βιβλίο του «Σίγουρα αστειεύεστε, κ. Feynman». Το βιβλίο καταγράφει ανεκδοτολογικές διηγήσεις για πολλά και ποικίλα θέματα και μέσω της καθημερινής εμπειρίας επιχειρείται με μικρές ιστορίες η άμεση προσέγγισή του στα πράγματα-όχι μόνο στους φυσικούς νόμους, αλλά και σε ποικίλα που τον ενδιαφέρουν(Malmgren 2017).

¹⁶ <https://thalesandfriends.org/el/2015/01/22/dodeka-istories-me-mathimatiko-thema-pou-exaptoun-ti-fantasia-2/>

1.δ. Η αφήγηση ως εργαλείο στην Εκπαίδευση

Η αφήγηση επιτρέπει στους μαθητές να συμμετέχουν σ' αυτό που καλούμε επιστήμη. Από την εμφάνισή της αλλά και μέχρι σήμερα, η αφήγηση αποτελεί και εκπαιδευτική στρατηγική, καθώς έχει διαπιστωθεί ότι ο προσελκύει το ενδιαφέρον και βοηθά στην εμπέδωση των πληροφοριών από τους εκπαιδευόμενους. Ως παιδαγωγικό εργαλείο έχει αναγνωρισθεί και αξιοποιηθεί προ πολλού ποικιλότητα. Η αφήγηση μπορεί να συνεισφέρει στην αποτελεσματικότητα της εκπαιδευτικής διαδικασίας είτε ως μέσο για τη μεταβίβαση πληροφοριών και γνώσεων, είτε ως χρήσιμο εργαλείο για την διαμόρφωση κατάλληλου, φιλικού και ευχάριστου περιβάλλοντος, και να επιδρά αναλόγως στη γνωστική, λεκτική, συναισθηματική και κοινωνική συγκρότηση των μαθητών¹⁷.

Αρχικά, **ως μέθοδος διδασκαλίας και μάθησης** μπορεί να συνδυαστεί με κάθε είδους μάθηση και διδασκαλία αλλά και κάθε γνωστικό πεδίο, όπως η γλώσσα και η λογοτεχνία, η ιστορία και ο πολιτισμός, η τέχνη και η επιστήμη (Chesin 1966 : 214, Γραμματάς). Η αφήγηση αναπτύσσει τόσο τη θεωρία όσο και την πρακτική της δημιουργίας της ιστορίας, ζωντανεύει πολλά παραδείγματα και τελικά μπορεί να υποστηρίξει αποτελεσματικά τη μετάδοση αντιλήψεων, γνώσεων, αξιών και συμπεριφορών και να βοηθά τον άνθρωπο να λαμβάνει αποφάσεις για τη ζωή του με βάση τα παραδείγματα των ηρώων των ιστοριών αυτών.

Η αφήγηση λειτουργεί **ως γνωστικό εργαλείο** για την εξάσκηση της μνήμης. Βοηθάει την κατανόηση με βάση τα συμφραζόμενα και ενισχύει τη διατήρηση πληροφοριών. Μέσα από τις ιστορίες οι μαθητές μπορούν να απομνημονεύσουν και ανακαλέσουν πιο εύκολα πληροφορίες τις οποίες έλαβαν, να αναπτύξουν την ικανότητα και την συγκέντρωση της προσοχής τους, ώστε να ακούν και να δέχονται τα απευθυνόμενα σε αυτά μηνύματα (Γραμματάς). Ο τρόπος κωδικοποίησης και παρουσίασης του μαθησιακού αντικειμένου, όπως και κάθε είδους πληροφορίας, επηρεάζει σημαντικά τη δυνατότητα να το απομνημονεύσουν και να το ανακαλέσουν στο μέλλον (Matthews (1977)). Οδηγεί τους μαθητές στην ανάπτυξη κριτικής σκέψης και στην αντανάκλαση της προσωπικότητάς τους μέσα από την ιστορία, παρέχοντάς τους την ευκαιρία να δημιουργήσουν συνδέσεις ανάμεσα στο κοινωνικό και το ιστορικό περιεχόμενο. Μέσα από τη διαδικασία της αφήγησης, οι εκπαιδευόμενοι βελτιώνουν τις δεξιότητες υψηλής σκέψης, όπως η συλλογή και επεξεργασία πληροφοριών και η επίλυση προβλημάτων. Η αφήγηση χρησιμοποιεί την επανάληψη πληροφοριών, ερωτήσεις-απαντήσεις, στοιχεία έκπληξης, ταύτιση με τους πρωταγωνιστές, στρατηγικές για την επίλυση προβλημάτων και τις μαθησιακές εμπειρίες

¹⁷ βλ. <https://e-employ.gr/el/symvouleftiki-karieras/arthra-kariera/item/1347-storytelling-diafimisi-ekpaideusi>

με όλα αυτά να προστίθενται στην αποθήκευση και τη διατήρηση πληροφοριών και -στο τέλος- στην προσιτή γνώση¹⁸.

Παράλληλα, η διαδικασία της αφήγησης ενισχύει τη **δημιουργικότητα** και τη **φαντασία** τόσο του αφηγητή που συνδυάζει πραγματικά και φανταστικά σενάρια στα πλαίσια ενός εκπαιδευτικού σκοπού, αλλά και των ακροατών οι οποίοι βασισμένοι στα λόγια, τις λέξεις και το ύφος του ακροατή δημιουργούν τις εικόνες της ιστορίας. Οι ιστορίες εξηγούν τον κόσμο με τρόπο που μπορούν να καταλάβουν οι περισσότεροι -και όχι μόνο οι επιστήμονες- και διατηρούν το νου ευέλικτο, η φαντασία αναπτύσσεται και η ικανότητά μας να σκεφτόμαστε δημιουργικά ασκείται καλά (Malmgren 2017).

Ως τρόπος κοινωνικοποίησης και επικοινωνίας, η αφήγηση αποτελεί ένα μέσο κοινωνικής και πολιτιστικής αλληλεπίδρασης. Είναι ένας σκόπιμος διάλογος, «η εκ προθέσεως μοιρασιά μιας ιστορίας μέσω λέξεων και δράσεων προς όφελος τόσο του ακροατή όσο και του αφηγητή»¹⁹. Οι ρίζες τόσο της αφήγησης όσο και της απόλαυσης των ιστοριών συνδέονται με την κοινωνική μας γνώση. Οι ιστορίες είναι ουσιαστικής σημασίας όχι μόνο για τη μάθηση αλλά και για τις σχέσεις στις κοινωνικές ομάδες, καθώς ενισχύουν την ανάγκη για συζήτηση ανάμεσα στους μαθητές και τον καθηγητή. Ο διάλογος -μεταξύ του δασκάλου/αφηγητή και του κοινού του- είναι η πιο σημαντική πτυχή: σημαίνει διευκόλυνση για την υποβολή ερωτήσεων ή/και ενθαρρύνει τον προβληματισμό σχετικά με την ιστορία, η οποία μπορεί συχνά να είναι ένα 'μάθημα', μια εμπειρία εκμάθησης και ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές συμμετέχουν στην εξερεύνηση μιας ιστορίας μαζί. Πιο συγκεκριμένα, η αφήγηση, η δημιουργία, η ακρόαση και κατανόηση μιας ιστορίας, οδηγεί τον εκπαιδευόμενο στην εξάσκηση σύνθετων επικοινωνιακών δεξιοτήτων μέσα από τη δόμηση περιεχομένου, την επεξεργασία των πληροφοριών και την εξαγωγή νοήματος. Στο σχολείο μπορεί να γίνει τόσο από τον εκπαιδευτικό, ως αφηγητή και τους μαθητές ως ακροατές, όσο και τους ίδιους τους μαθητές ταυτόχρονα ως αφηγητές και ως ακροατές, αναπτύσσοντας τις αντίστοιχες ικανότητες (Peck 1989: 138). Έτσι, η κοινοποίηση ιδεών και εννοιών μέσα από τις διηγήσεις είναι ένας πολύ σημαντικός τρόπος ενθάρρυνσης των κοινωνικών σχέσεων και βοηθούν τους μαθητές να δημιουργήσουν συνδέσεις ανάμεσα στο περιεχόμενο της σχολικής γνώσης και της εσωτερικευμένης, επίκτητης μέσω της εμπειρίας τους, γνώσης που διαθέτουν για τον κόσμο.

Η παιδευτική και παιδαγωγική λειτουργία της αφήγησης αξιοποιεί τη **συναισθηματική και προσωπική εμπλοκή** του αναγνώστη στη δράση του έργου. Ο τρόπος εξιστόρησης μιας ιστορίας μπορεί να τη μετατρέψει σε βιωματική πραγματικότητα, μέσα στη συνείδηση των ακροατών, και να επιδρά όχι μόνο παιδαγωγικά, πραγματοποιώντας κατά τον καλύτερο τρόπο τους στόχους της

¹⁸ βλ. http://www.storytelling-online.eu/templates/sinbad/images/pdf/GR_Storybag.pdf

¹⁹ βλ. http://www.storytelling-online.eu/templates/sinbad/images/pdf/GR_Storybag.pdf

μάθησης και της διδασκαλίας (Γραμματάς 2014). Μέσα από τη σύνθεση και την αφήγηση κάποιας ιστορίας, ο αφηγητής εξωτερικεύει και επικοινωνεί τα συναισθήματά του και δημιουργούνται συναισθήματα και συγκινήσεις στο ακροατήριο. Κατά τη διάρκεια της αφήγησης, ο αφηγητής και το ακροατήριο συνυπάρχουν στην ίδια ομάδα, ο αφηγητής αλληλεπιδρά με τους ακροατές, λαμβάνει υπόψη του την ανταπόκριση τους και τροποποιεί ανάλογα την πλοκή της ιστορίας. Το ακροατήριο παρακολουθεί την ιστορία και δημιουργεί εικόνες με βάση τα λόγια του ακροατή, ενώ το ύφος και οι κινήσεις του αφηγητή μπορούν να μετατρέψουν την αφήγηση σε μια βιωματική επικοινωνιακή πράξη. Οι εκπαιδευόμενοι στους οποίους απευθύνεται η ιστορία μπλέκονται εύκολα με τη δράση, ταυτίζονται με τους χαρακτήρες της και οικειοποιούνται τις καταστάσεις που εξιστορούνται. Δημιουργείται ενδιαφέρον και ένταση από τα απροσδόκητα γεγονότα, τους στόχους του πρωταγωνιστή, τα σημεία καμπής, την ταύτιση με το πρόβλημα του πρωταγωνιστή και τη δημιουργικότητα²⁰. Ο θεατής όχι μόνο «μπαίνει στην κατάσταση του ήρωα» βιώνει εκ του ασφαλούς τον ρόλο εκείνου, απατώντας στα διλήματα και τις προσκλήσεις που αυτός αντιμετωπίζει, συμμετέχοντας στις σκέψεις και τις επιθυμίες του και εκφράζοντας έμμεσα την αποδοχή ή απόρριψη τους, αλλά με την ενεργό αντίδραση του στα σκηνικά ερεθίσματα γίνεται ουσιαστικά και βιωματικά λειτουργικός απόδέκτης των εκπορευομένων μηνυμάτων, άρα και υφιστάμενος την ενεργητική παιδαγωγική τους επίδραση (Γραμματάς 2014). Η συναισθηματική αυτή και διανοητική εμπλοκή του εκπαιδευόμενου στη μαθησιακή διαδικασία κατευθύνει σε βιωματική μάθηση. Η αμεσότητα της επαφής, η βιωματικότητα της επικοινωνίας και η αναπτυσσόμενη ταύτιση μεταξύ αφηγητή – θεατή συνιστούν τον βασικό παράγοντα πειθούς και μεταβίβασης μηνυμάτων από τον πομπό στο δέκτη, με μεγάλο βαθμό επιτυχίας.

Εκτός από την αξιοποίηση της αφήγησης ως μέσο διδασκαλίας από τον εκπαιδευτικό-αφηγητή μέσα στην τάξη ή και σε όποια εκπαιδευτική διαδικασία, η παραγωγή ιστοριών από τους ίδιους τους μαθητές μπορεί να αποτελέσει σημαντικό εργαλείο προς ενίσχυση της γνωστικής διαδικασίας.

Ως μέσο έκφρασης και λεκτικής επικοινωνίας των μαθητών (Deniston – Trochta 2003 : 103-108 · Rossiter 2002 · Coulter – Charles Polynor 2002 : 103-122) η διδασκαλία μέσα από αφηγήσεις αυξάνει τις προφορικές και βελτιώνει τις γραπτές ικανότητες λόγου των εκπαιδευομένων, ενώ ταυτόχρονα ενισχύει δεξιότητες κριτικής σκέψης, ανάλυσης και σύνθεσης πληροφοριών. Επιπλέον όμως καλλιεργείται η ικανότητα να αφηγούνται τις ίδιες ιστορίες, να δημιουργούν αφηγήσεις που να περιλαμβάνουν δικές τους εμπειρίες και κατ' αυτό τον τρόπο να εξωτερικεύουν τις σκέψεις και τα συναισθήματα, τον ψυχικό τους κόσμο και την φαντασία τους. (Chesin 1966 : 213). Εξοικειώνονται με τη γλωσσική έκφραση και επικοινωνία και μπορούν όχι

²⁰ βλ. http://www.storytelling-online.eu/templates/sinbad/images/pdf/GR_Storybag.pdf

μόνο να αυξήσουν την κατανόηση με βάση τα συμφραζόμενα άλλα και να εμπλουτίσουν το λεξιλόγιό τους²¹.

Ο Haven (2000: xvii - xviii) συνοψίζει τα οφέλη που προκύπτουν από τη χρήση της αφήγησης μέσα στην τάξη στα εξής:

1. Η αφήγηση ιστοριών αποτελεί ένα ισχυρό και αποτελεσματικό εργαλείο για την ανάπτυξη και τη βελτίωση των τεσσάρων θεμελιωδών γλωσσικών δεξιοτήτων (ανάγνωση, γραφή, ακρόαση και ομιλία).

2. Οι πληροφορίες (για έννοιες και διαδικασίες) καταγράφονται καλύτερα στη μνήμη και διατηρούνται για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, όταν παρουσιάζονται με τη μορφή μιας ιστορίας.

3. Η αφήγηση ιστοριών αποτελεί ένα ισχυρό διεπιστημονικό και διαθεματικό εκπαιδευτικό εργαλείο.

4. Η αφήγηση δημιουργεί στους μαθητές θετικά κίνητρα μάθησης, καθώς επικεντρώνει την προσοχή τους στο γνωστικό αντικείμενο και τους ενθαρρύνει να συνεχίσουν τη μελέτη.

5. Η αφήγηση συμβάλλει αποτελεσματικά στην ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης και της αυτοεκτίμησης των μαθητών.

6. Η αφήγηση αναπτύσσει τη φαντασία και τη δημιουργικότητα των μαθητών με τρόπο πιο αποτελεσματικό από οποιαδήποτε άλλη μεμονωμένη δραστηριότητα μέσα στην τάξη.

7. Η αφήγηση εμπλέκει τους μαθητές σε διαδικασίες μάθησης και συγχρόνως τους διασκεδάζει.

8. Η αφήγηση καλλιεργεί στους μαθητές την ενσυναίσθηση και το αίσθημα του «ανήκειν».

9. Η αφήγηση βελτιώνει την αναλυτική σκέψη και τις ικανότητες επίλυσης προβλήματος.

10. Η αφήγηση δημιουργεί πολύτιμες συνδέσεις με την κοινότητα και την πολιτιστική κληρονομιά.

²¹ http://www.storytelling-online.eu/templates/sinbad/images/pdf/GR_Storybag.pdf

Οι αφηγήσεις της ζωής κάποιων επιστημόνων συνοψίζουν συχνά την πορεία της σύγχρονης επιστήμης. Η σύγχρονη θρησκεία της επιστήμης δεν έχει μόνο τους ιερείς της – τους επιστήμονες, τον μωσαϊκό της νόμο - το πείραμα αλλά και το αγιολόγιο και μαρτυρολόγιο της - τους παλαιότερους επιστήμονες που αφιερώθηκαν στην ανάπτυξή της. Γιατί όμως να επιλέξουμε κι εμείς να διηγηθούμε κάποιο συναξάρι επιστήμονα στα νήπια;

Τα κριτήρια επιλογής είναι πολλά και αναφέρουμε κάποια ενδεικτικά:

1. Η βιογραφία ενός ανθρώπου είναι από τις πιο εύκολα κατανοητές μορφές ιστοριών. Καθένας ξέρει τα στάδια της ζωής από την γέννηση ως τον θάνατο και όλοι εύκολα ταυτιζόμαστε. Από την αρχαιότητα οι άνθρωποι άκουγαν ιστορίες για την ζωή ημίθεων, μυθικών ή εθνικών ηρώων ακόμα και προγόνων (A. Pellowski, 1990).

2. Ενας φυσικός νόμος ή ένα φαινόμενο όπως ο μαγνητισμός, η βαρύτητα, ο ηλεκτρισμός κ.λ.π. μπορεί να γίνει ευκολότερα κατανοητό όταν συνδεθεί με ένα πρόσωπο του οποίου την ιστορία έχουμε παρακολουθήσει από την γέννηση και την παιδική του ηλικία (A. N. Applebee, 1978). Ακόμα κι αν δεν καταλάβουμε πλήρως το φαινόμενο μπορούμε να το αποδεχτούμε και να το θυμούμαστε ως το έργο ζωής ενός προσώπου που γνωρίζουμε την ιστορία του. Η βαρύτητα ας πούμε γίνεται ο Νιούτον, ο ηλεκτρισμός ο Τέσλα κ.λ.π.

3. Ενας άνθρωπος μπορεί να γίνει υπόδειγμα για την επιστημονική σκέψη και η περιπετειώδης ζωή του μπορεί να προσφέρει το παιδαγωγικό κίνητρο για να κατανοήσουμε το φυσικό νόμο ή το φαινόμενο που περιέγραψε. Τα νήπια όπως κάθε μαθητευόμενος χρειάζονται υποδείγματα και κίνητρα για την μάθηση (A. Howe & J. Johnson, 1992).

4. Αναφερόμενοι στην παιδική ηλικία ενός σημαντικού επιστήμονα μπορούμε να διευκολύνουμε την διαδικασία της ταύτισης κατά την αφήγηση. Εάν ο επιστήμονας ήταν κάποτε παιδί, όπως το παιδί που ακούει την ιστορία του, τότε ο αγώνας του για την πρόοδο της επιστήμης αφορά περισσότερο ένα παιδί το οποίο μπορεί να μετέχει στα παιδικά του όνειρα και τις φιλοδοξίες, να ονειρευτεί την χαρά και την περηφάνια μιας επιστημονικής ανακάλυψης.

5. Σε πολλές βιογραφίες συναντούμε δομικά σχήματα που μοιάζουν με τις «λειτουργίες» των λαϊκών παραμυθιών γεγονός που μας επιτρέπει να τις αφηγηθούμε και να τις αντιληφθούμε σαν παραμύθια. Η σύγκρουση ήρωα και αντιήρωα, η αναζήτηση ενός μυθικού αντικειμένου, οι δοκιμασίες του ήρωα, ο σφετερισμός του έργου του ήρωα από τον αντίζηλο του, η άνοδος του ήρωα που έχει ταπεινή καταγωγή και άλλα παρόμοια αφηγηματικά μοτίβα μπορούν να κάνουν την αφήγηση όχι μόνο ελκυστική αλλά και εύκολη να συγκρατηθεί στην μνήμη (V. Propp, 1987).

Η ένταξη της παραγωγής και συγγραφής ιστοριών στη μαθησιακή διαδικασία συζητιέται επιστημονικά όλο και πιο συχνά τα τελευταία χρόνια. Η στρατηγική **Writing to Learn** αφορά τη χρήση της συγγραφής ως εργαλείου για την εκμάθηση κάθε γνωστικού αντικειμένου. Οι σχετικές δραστηριότητες είναι σύντομες εργασίες συγγραφής που βοηθούν τους μαθητές να σκεφτούν βασικές έννοιες ή ιδέες που είναι κεντρικές για ένα μάθημα, να μάθουν το θέμα, να διευκρινίσουν και να οργανώσουν τις σκέψεις τους. Το γράψιμο ως εργαλείο για μάθηση βοηθάει τους μαθητές να ανακαλύψουν, να διαμορφώσουν τα νοήματα και να παρουσιάσουν τις εμπειρίες τους και την κατανόηση τους επί του θέματος. (<https://www.jsums.edu/english/resources/writing-toolkits/definition-of-writing-to-learn/>, <http://wp.auburn.edu/writing/writebites/teaching-writing-library/writing-to-learn/>, Sedita 2013: 2).

Οι σχετικές δραστηριότητες μπορεί να αφορούν ιστορίες ή και απλώς επεξηγήσεις με παραδείγματα και πρέπει να επικεντρωθούν στη σαφή έκφραση - όχι στη γραμματική και στα σημεία στίξης. Μπορούν να συμπεριλαμβάνουν μια μεγάλη ποικιλία εργασιών γραφής σε διαφορετικά κειμενικά είδη μορφές και που απευθύνονται σε διαφορετικό κοινό.

Για παράδειγμα, για την κατάκτηση κάποιας γνωστικής ενότητας κατά τη μαθησιακή διαδικασία μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές²²:

- **Η δημιουργία περιοδικού ανάγνωσης:** Οι μαθητές μπορούν να εξασκούνται να συνοψίζουν σχετικά άρθρα ή να αναπτύσσουν συγκεκριμένα επιχειρήματα, να εντοπίζουν τις κύριες ιδέες, να σημειώνουν βασικές λεπτομέρειες και τελικά να παρουσιάζουν δημοσιογραφικά ένα θέμα.

- **Ημερολόγιο ανάγνωσης:** Οι μαθητές παρουσιάζουν σε ημερολογιακό λόγο τις σκέψεις τους πάνω σε όσα μελετάν, τους προβληματισμούς τους, τα συναισθήματα και τις απορίες τους.

- **Γενικές περιλήψεις:** Ανάλογα με το επίπεδο λεπτομέρειας που μπορεί να είναι χρήσιμο για κάθε εργασία, οι μαθητές μπορούν να γράψουν μια παράγραφο ή μια σελίδα περίληψης για κάθε ανάθεση.

- **Στοχευμένες περιλήψεις:** Μπορεί να ζητηθούν από τους μαθητές πιο εστιασμένες περιλήψεις. Με βασικές ερωτήσεις σχετικά με την ανάγνωση, οι μαθητές μπορούν να

²² βλ. <http://wp.auburn.edu/writing/wp-content/uploads/20-Writing-Activities-to-Enhance-Learning2.pdf>

εστιάσουν στις κύριες ιδέες που θέλουμε να τονίσουν και να θυμούνται. Επιπλέον, πέρα από μια περίληψη που επιχειρεί μια αντικειμενική απόδοση των βασικών σημείων, ένας σχολιασμός συνήθως ζητά από τους μαθητές να σημειώσουν βασικές ιδέες και να αξιολογήσουν εν συντομία τα πλεονεκτήματα και τις αδυναμίες ενός άρθρου.

- **Ιστορία επιστημόνων:** Ζητούμε από τους μαθητές να αναζητήσουν τα βασικά πρόσωπα πίσω από αυτό το γνωστικό κομμάτι και να παρουσιάσουν την ιστορία τους συνδέοντας το με το αντικείμενο της έρευνας μας.

- **Ιστορία ενός φαινομένου ή ενός γεγονότος:** Ζητούμε από τους μαθητές να αναζητήσουν στοιχεία και να παρουσιάσουν αφηγηματικά την ιστορία είτε ενός φαινομένου είτε κάποιων γεγονότων.

- **Συνέντευξη:** Οι μαθητές ετοιμάζουν συνέντευξη από τα βασικά πρόσωπα που συμμετέχουν σε αυτό που διδάσκουμε είτε από πρόσωπα της εποχής που αφορά το μάθημα αυτό είτε ακόμα και από αντικείμενα, που ζωντανεύουν τον λόγο τους.

- **Διδασκαλία και ανάπτυξη:** Οι μαθητές γίνονται δάσκαλοι για κάποιο κεφάλαιο, «διδάσκουν» κάποιον για ένα τρέχον θέμα, προσδιορίζοντας σε ποιον απευθύνονται και ποιας ηλικίας είναι το μαθητικό κοινό.

- **Μεταφορές και παραβολές:** Καλούμε τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν μεταφορικό λόγο για να παρουσιάσουν ένα γνωστικό μέρος του μαθήματός μας, είτε -σε πιο προηγμένη μορφή- να διαμορφώσουν μια παραβολική ιστορία για αυτό, τηρώντας την πλοκή της αφήγησης που έχουν διδαχθούν.

- **Συζήτηση για προτάσεις:** Οι μαθητές εξετάζουν μια πρόταση που σχετίζεται με τη μονάδα μελέτης και στη συνέχεια επιλέγουν μια πλευρά για να υποστηρίξουν ή να αντικρούσουν τη γραφή.

- **Ασκήσεις ύφους:** Οι μαθητές αναδιατυπώνουν και παραφράζουν κάποιο μέρος του μαθήματος με διαφορετικό ύφος κάθε φορά, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του αφηγητή και την περίσταση.

- **Bloggig:** Δημιουργήστε ένα blog για τους μαθητές να δημοσιεύουν και να ανταποκρίνονται στις σκέψεις και τις ιδέες των συμμαθητών.
- **Κριτική:** Μέσα από το γράψιμο, ζητήστε από τους μαθητές να διαβάσουν μια κριτική, μια συζήτηση ή μια ιδέα.
- **Επίλυση πραγματικών προβλημάτων:** Οι μαθητές εξετάζουν ένα πραγματικό πρόβλημα που σχετίζεται με το θέμα της μελέτης και καταγράφουν μια σύντομη σύνοψη του προβλήματος και μια λύση.
- **Εναλλακτικές ιστορίες:** Οι μαθητές παρουσιάζουν μια υπόθεση σχετικά με την εξέλιξη της ιστορίας, δίνουν ένα διαφορετικό τέλος ή προσθέτουν ένα στοιχείο.
- **Διάλογοι:** Οι μαθητές δημιουργούν διαλόγους για να παρουσιάσουν ένα συγκεκριμένο θέμα, ζήτημα ή μια διένεξη.
- **Σχέδια:** Οι μαθητές γράφουν ένα σχέδιο για κάτι που θα ολοκληρώσουν αργότερα: ένα πείραμα, ένα πρόγραμμα υπολογιστή, ένα έγγραφο, μια συνέντευξη, μια μελέτη για μια δοκιμή κ.λπ.
- **Μεταγραφή:** Αφού εξετάσουν ένα κείμενο, οι μαθητές μεταγράφουν τη γραφή από μια τεχνική εξήγηση σε μια που προορίζεται για μη ειδικούς ή το αντίστροφο.
- **Κείμενα σε περιβάλλοντα:** Οι μαθητές βρίσκουν ένα άρθρο ή άλλη μορφή κειμένου που σχετίζεται με το θέμα της μελέτης, το μελετούν και συγγράφουν ένα άλλο κειμενικό είδος με το ίδιο θέμα.
- **Άλλη οπτική:** Οι μαθητές μπορούν να γράψουν ένα κείμενο που αφορά είτε ένα πρόβλημα είτε ένα γνωστικό κομμάτι από μια διαφορετική άποψη ή από διαφορετική οπτική γωνία.
- **Επεξήγηση:** Ζητήστε από τους μαθητές να επιλέξουν μια πρόταση από την ανάγνωσή τους που μπορεί να είναι δύσκολο να κατανοηθεί και να την ξαναγράψουν ώστε να την εξηγήσουν σε διαφορετικό μαθητικό κοινό.

- **Εννοιολογικός χάρτης:** Ζητήστε από τους μαθητές να γράψουν την κεντρική ιδέα του θέματος στη μέση της εργασίας τους. Στη συνέχεια εργάζονται για να δημιουργήσουν έναν ιστό, καταγράφοντας ό, τι θυμούνται σχετικά με αυτό το θέμα.

- **Κόμικ:** Οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν και να ντύσουν με διαλόγους την ιστορία που θα δημιουργήσουν με βάση το μάθημα τους.

- **Επιστολή:** Οι μαθητές καλούνται να αποστείλουν επιστολή σε ένα φανταστικό φοιτητή που απουσίαζε από το μάθημα παρουσιάζοντας το.

1.ε. Βασικές αρχές επιτυχημένης χρήσης της αφήγησης στην εκπαίδευση

Η δυναμική και η διαχρονική αξία της αφήγησης εδράζεται στον τρόπο με τον οποίο δομείται το αφηγηματικό και δραματικό υλικό της αφήγησης όσο στην παραστατική του απεικόνιση, όσο και στην επικοινωνιακή σχέση που αναπτύσσεται μεταξύ αφηγητή και ακροατών/θεατών. Η αντικειμενική πραγματικότητα, το μήνυμα της αφηγούμενης ιστορίας θα προσληφθεί επικαιροποιημένο και προσαρμοσμένο στα συγκεκριμένα παιδαγωγικά επιστημονικά και κοινωνικά δεδομένα της εποχής στην οποία ζει ο μαθητής – θεατής της παράστασης.

Ξεκινώντας με την αφήγηση μύθων και παραμυθιών στις μικρότερες ηλικίες το μαθησιακό κλίμα γίνεται ευχάριστο, διασκεδαστικό ικανοποιώντας τον βασικό σκοπό κάθε αφήγησης, την τέρψη των ακροατών, την ψυχαγωγία. Αυτό το περιβάλλον συμβάλλει στη δημιουργία ατμόσφαιρας που ευνοεί τη μετάδοση της γνώσης με τρόπο προσιτό και απολαυστικό. *«Το παραμύθι προσφέρει το αφηγηματικό του κέλυφος για τη μεταφορά γνωστικής και πολιτισμικής ύλης στις νέες γενιές»* (Αυδίκος, 1999, σ. 11).

Σύμφωνα με τους Zazkis & Liljedahl, τα βασικά στοιχεία που δεν πρέπει να λείπουν από την αφήγηση μιας ιστορίας μέσα στην τάξη είναι τα ακόλουθα:

- η πλοκή
- οι ήρωες της ιστορίας
- το επιστημονικό ερώτημα με το οποίο ασχολείται η ιστορία
- οι εικόνες που χρησιμοποιούνται ή περιγράφονται
- το χιούμορ ως ελκυστικό στοιχείο για την παρουσίαση του θέματος

Οι ίδιοι τονίζουν ότι η δημιουργία ενδιαφέροντος με μια ιστορία είναι ένα σημαντικό αρχικό βήμα. Στόχος όμως είναι η διατήρηση του ενδιαφέροντος και στη συνέχεια ακόμα και μετά το τέλος της ιστορίας. Ξεπερνώντας την κλασική δομή, αρχή, μέση, τέλος, το τέλος ή η επίλυση συγκρούσεων, μετατρέπεται συχνά σε δραστηριότητα των σπουδαστών και η ιστορία εξελίσσεται σε εξερεύνηση και επίλυση προβλημάτων (Κωτόπουλος, Βακάλη & Φειδάς (2016) Zazkis & Liljedahl, 2009).

Ο Μαλαφάντης (2011: 295-296) προτείνει να πλαισιώνεται η αφήγηση με διάφορες δημιουργικές δραστηριότητες, ώστε να καλλιεργούνται οι καλλιτεχνικές δεξιότητες των παιδιών και να αναπτύσσεται η συνεργασία μεταξύ τους. Η Κουλουμπή – Παπαπετροπούλου (1990) στο

βιβλίο της *How to tell stories to children* προσδιορίζει τις βασικές προϋποθέσεις μιας ωραίας αφήγησης: Απλότητα, αμεσότητα, δραματικότητα και ενθουσιασμός.

Επίσης, ο δάσκαλος είναι σημαντικό να υπολογίζει παραμέτρους όπως χρόνος, πλαίσιο, ακροατήριο και ανάλογα να επιλέγει και να προσαρμόζει την αφήγησή του. Το ίδιο σημαντικό είναι η καλή γνώση του υλικού. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να επιλέγουν υλικό προσεχτικά, που να είναι μέσα στα ενδιαφέροντα των μαθητών. *«Αγαπά κανείς βαθύτερα αυτό που το γνωρίζει καλύτερα»* (Τσιλιμένη, 2011: 77).

Η Τσιλιμένη (2011: 74-77) διαπιστώνει πως ενώ στην Προσχολική Εκπαίδευση η αφήγηση βρήκε το χώρο της, στις επόμενες βαθμίδες ακόμη δεν έχει τη θέση που της αξίζει. Η ένταξή της στην εκπαιδευτική διαδικασία προτείνεται *«όχι ως απλή αναβίωση, ως ένα δρώμενο φολκλορικού χαρακτήρα»*, αλλά μέσω νέων μορφών διδασκαλίας στηριζόμενη στη διαθεματική προσέγγιση της γνώσης. Σχεδόν όλα τα μαθήματα μπορεί να ωφεληθούν από την αφήγηση, *«βάζοντας τον μαθητικό αφηγηματικό λόγο στο επίκεντρο της καθημερινής παιδαγωγικής πράξης»*.

Για τον Ουμπέρτο Εκο (1996) κάθε είδους διήγηση είναι ένα δάσος. Χρησιμοποιώντας τη μεταφορά του Χόρχε Λουίς Μπόρχες *«ένα δάσος είναι ένας κήπος με διχαλωτά μονοπάτια»*, μας προτρέπει *«ακόμα κι αν τα μονοπάτια σ' ένα δάσος δεν είναι ευκολοδιάβατα, ο καθένας μπορεί να χαράξει το δικό του μονοπάτι, αποφασίζοντας να προχωρήσει δεξιά ή αριστερά, ξεκινώντας από ένα συγκεκριμένο δέντρο και κάνοντας επιλογές ανάμεσα στα δέντρα που συναντάει στο διάβα του»*. Καθήκον του εκπαιδευτικού είναι να κατευθύνει τους μαθητές να μπουν *«στον κήπο με τα διχαλωτά μονοπάτια»*.

Ολες οι ιστορίες που πρόκειται να γίνουν αντικείμενο προς αφήγηση, θα πρέπει να υποστηρίζουν κάθε μία από τις παρακάτω αρχές προκειμένου να γνωρίσουν επιτυχία, να ευχαριστήσουν τον ακροατή και να επικοινωνήσουν αποτελεσματικά τα κυριότερα σημεία τους (Larry Brooks, 2011). Το μοντέλο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί από υποψήφιους αφηγητές προκειμένου να δομήσουν και δημιουργήσουν σωστά την αφήγηση μιας ιστορίας. Οι αρχές που προτείνονται είναι:

1. Βασική Ιδέα: Η ιδέα πάνω στην οποία δομείται η υπόλοιπη ιστορία. Κάθε ιστορία πρέπει να διακατέχεται από ένα κοινό μήνυμα το οποίο επιθυμεί να μεταδώσει. Η ιδέα αυτή πρέπει να αναγνωριστεί εξ αρχής, ώστε όλα τα κομμάτια της ιστορίας που θα προστίθενται, να είναι ευθυγραμμισμένα και να υποστηρίζουν το σκοπό αυτό.
2. Χαρακτήρες/ήρωες: Κάθε ιστορία θα πρέπει να έχει τους πρωταγωνιστές της. Οι βασικοί ήρωες και ο ρόλος τους στην ιστορία, θα πρέπει να αναδεικνύονται ξεκάθαρα.

3. Θέμα: Κάθε ιστορία πρέπει να έχει ένα θέμα (σενάριο) το οποίο επιλέγεται κατάλληλα ώστε να αναδεικνύει τη Βασική Ιδέα της ιστορίας.
4. Δομή: Ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί στη σειρά/αλληλουχία των γεγονότων της ιστορίας (δηλαδή ποιο κομμάτι μπαίνει πρώτο, ποιο δεύτερο κτλ)
5. Οπτικοποίηση: Στην παραδοσιακή αφήγηση, ο αφηγητής πρέπει να δώσει έμφαση στον τρόπο με τον οποίο θα παρουσιαστεί η ιστορία, την εκφραστικότητα του σώματος και του προσώπου του, τις κινήσεις του στο χώρο και την αλληλεπίδραση με το ακροατήριο ή άλλα αντικείμενα που πιθανώς συμμετέχουν στην ιστορία
6. Ηχος: Τέλος, ιδιαίτερα σημαντικός παράγοντας για την προσέλκυση του ενδιαφέροντος του ακροατηρίου και της αποτελεσματικής χρήσης μιας ιστορίας, είναι η χροιά και η εκφραστικότητα που εντοπίζεται στα λόγια/φωνή του αφηγητή. Κάθε ιστορία πρέπει να «ντύνεται» με τον κατάλληλο κάθε φορά ήχο/τόνο και χροιά φωνής, ώστε να προσελκύει το ενδιαφέρον και να μεγιστοποιεί την αποτελεσματική μετάδοση μηνυμάτων και συναισθημάτων στο ακροατήριο και να δημιουργεί κλίμα επικοινωνίας²³.

²³ <https://economu.wordpress.com/εκπαιδευτικό-υλικό/αφήγηση-storytelling/>

2. Η αφήγηση στη διδασκαλία των μαθηματικών

2.α. Η αφήγηση και τα μαθηματικά

Όταν αρχίζουμε να καταλαβαίνουμε τον κόσμο, τον προσλαμβάνουμε με δυο τρόπους κυρίως: Ο ένας είναι επιστημονικός: παρατηρούμε, βλέπουμε, κατηγοριοποιούμε, αντιλαμβανόμαστε με τις δυνατότητες του νου μας και βγάζουμε κάποιους κανόνες. Ο άλλος είναι ο τρόπος των ιστοριών, ο μηχανισμός της αφήγησης.

Η λογοτεχνία αξιοποιεί τον αφηγηματικό τρόπο, ενώ από την άλλη η μαθηματική σκέψη ανήκει στον επιστημονικό και λογικό τρόπο σκέψης. Η αλληλεπίδραση λογοτεχνίας και μαθηματικών βασίζεται στο γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που πηγάζει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο που ζούμε (Koebler, 1982: 81). Η Λογοτεχνία και τα Μαθηματικά είναι δυο χώροι της ανθρώπινης σκέψης και δραστηριότητας διαφορετικοί. Η σχέση τους όμως δεν είναι ασύμβατη, αλλά μάλλον συμπληρωματική (Κολέζα, 2006). Η μαθηματική σκέψη ανήκει στον επιστημονικό και λογικό τρόπο σκέψης και η λογοτεχνία προσεγγίζει τον αφηγηματικό. Η αλληλεπίδραση λογοτεχνίας και μαθηματικών βασίζεται στο γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που πηγάζει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο που ζούμε (Koebler, 1982: 81). Η σχέση αυτή είναι αμφίδρομη: από τα μαθηματικά στη λογοτεχνία και από τη λογοτεχνία στα μαθηματικά, δηλαδή τα μαθηματικά έχουν επηρεάσει τη συγγραφή λογοτεχνικών κειμένων και με τη λογοτεχνία καταλήγουμε στην εφαρμογή μαθηματικών διαδικασιών (Λερή 20).

Σε μία προσπάθεια να μελετηθεί η σχέση ανάμεσα στους δύο τομείς, μπορούμε να παρακολουθήσουμε την ιστορία τους. Τα μαθηματικά και η λογοτεχνία έχουν μια συγγένεια η οποία χρονολογείται στα βάθη της αρχαιότητας, όπως γίνεται προφανές από τα έργα των Ελλήνων φιλοσόφων, των θεολόγων του Μεσαίωνα και των φυσικών φιλοσόφων της μετά-Αναγεννησιακής περιόδου (Sriraman και Beckmann 2007: 42).

Στην αρχαία Ελλάδα σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους τα πάντα στη φύση είναι αριθμοί, η μονάδα αποτελούσε την αρχή των πάντων και περιέχει μέσα της τη δημιουργία όλων των αριθμών, ταυτίζεται με τον νου, ο οποίος αποτελεί την πηγή όλων των ιδεών και έτσι όλες οι ιδέες ήταν αριθμοί (Taylor, 1995, σ. 242). Παράλληλα, η δυνατότητα απόδοσης ιδιοτήτων στους αριθμούς, ώστε να αναπαραστήσουν την αισθητή πραγματικότητα, προϋποθέτει την ύπαρξη λόγου και εμπεριέχει συνεπώς μια λανθάνουσα μορφή αφήγησης.

Ο Descartes εντόπισε ότι η γλώσσα που χρησιμοποιείται για την καθημερινή επικοινωνία διατηρεί μια δυναμική ισορροπία μεταξύ της μαθηματικής έκφρασης και της φαντασίας και στα μαθηματικά εντοπίζεται αυτός ακριβώς ο τύπος σκέψης. (Vygotsky, 1934, p. 254). Σύμφωνα με

τον Piaget, «Η λογική και η μαθηματική πραγματικότητα πηγάζουν από τη γλώσσα. Η λογική και τα μαθηματικά δεν είναι τίποτα άλλο παρά εξειδικευμένες γλωσσικές δομές» (Piaget, 1968, p. 13).

O Bruner (1986, p. 12) επισημαίνει πως η ανθρώπινη σκέψη, πριν ακόμα διατυπωθεί με τη μορφή λέξεων, μπορεί να διακριθεί σε δύο τύπους: την παραδειγματική ή λογικο-επιστημονική και την αφηγηματική σκέψη. Ο κάθε τύπος σκέψης παρέχει έναν διακριτό τρόπο κατάταξης των εμπειριών: Στον πρώτο τύπο, στην παραδειγματική σκέψη, εντάσσεται η κατηγοριοποίηση και η κατάταξη βάσει θεμελιωδών εννοιών για ένα επίσημο, μαθηματικό σύστημα περιγραφής και επεξήγησης. Στον δεύτερο τύπο, στην αφηγηματική σκέψη, ο ανθρώπινος νους ασχολείται με το νόημα που ο ίδιος αποδίδει στις εμπειρίες που βιώνει, μέσω των ιστοριών που αφηγείται. Κάθε τρόπος σκέψης διατηρεί τις δικές του λειτουργικές αρχές και τα δικά του κριτήρια ορισμού (Bruner, 1986). Η ανθρώπινη σκέψη αποτελεί έναν αρμονικό συνδυασμό των δύο κατηγοριών, της λογικο-επιστημονικής σκέψης και της αφηγηματικής. Ο λόγος, ως έκφραση της ανθρώπινης σκέψης μέσω των λέξεων και ως μέσο παραγωγής της λογοτεχνίας, ακολουθεί τον ίδιο κανόνα. Όπως η εκλογίκευση και η προσπάθεια κατάταξης των εμπειριών συμπληρώνουν την αφήγηση που κατασκευάζει ο ανθρώπινος νους, έτσι και η λογοτεχνική γλώσσα συμπληρώνει τη μαθηματική.

Η αφήγηση είναι το βασικό εργαλείο των ανθρώπων για να συνδυάζουν τα πράγματα, μια πρωτογενής ανθρώπινη γνωσιακή λειτουργία που τοποθετεί τα γεγονότα χρονικά και να ανακαλύπτει σχέσεις αιτιότητας μεταξύ τους (Δοξιάδης 2006). Στην καθημερινή γλώσσα ο αφηγηματικός τρόπος ορίζεται σαν ένας τρόπος με τον οποίο περιγράφεται μια σκηνή, μια περιγραφή δράσης και κατάστασης. Η βάση της είναι η διήγηση, η εξιστόρηση γεγονότων, όπου ο αφηγητής περιγράφει τι συνέβη με δικά του λόγια, χωρίς άμεση παράθεση των λόγων των προσώπων που συμμετέχουν. Περιέχει φράσεις που περιέχουν δράση και κατά τον Αριστοτέλη, πρόκειται για «μίμηση πράξεως σπουδαίας και τελείας» (Αριστοτέλης, Ποιητική). Παράλληλα, μπορεί να αναπαριστά τόπους, καταστάσεις και χαρακτήρες. Επιπλέον, μέσα σε ένα αφηγηματικό κείμενο μπορεί να μεταφέρεται πιστά ο λόγος των προσώπων και να έχουμε διάλογο ή να αποδίδονται οι σκέψεις ενός προσώπου της ιστορίας σε μονόλογο. Βέβαια, υπάρχουν και αφηγήσεις συμβάντων, όπως και μορφές αφηγηματικού λόγου, όπως ένα ανέκδοτο, η ελλιπής περιγραφή ενός συμβάντος, τα σπαράγματα καθημερινού λόγου που συχνά παρουσιάζουν ένα ημιτελές και αμφίσημο χαρακτήρα (Δοξιάδης 2006).

Τα αρχαία μαθηματικά έχουν ακριβώς τον ίδιο τύπο φράσης: έχουν πράξεις, ενέργειες, και καταστάσεις (κατά βάση ισότητας, ανισότητας). Αν ξεχάσουμε το περιεχόμενο και τα μελετήσουμε λεκτικά, έχουμε προτάσεις δράσεις και προτάσεις καταστάσεων και αυτό θυμίζει αφήγηση. Τα μαθηματικά και η αφήγηση έχουν πολλά κοινά σημεία. Και οι δύο περιοχές αφορούν και καθορίζουν τον κόσμο που περιβάλλει το άτομο και περιέχουν σχέσεις, ταξινομήσεις και

διαδικασίες που απαιτούν την επίλυση προβληματικών καταστάσεων. Η μαθηματική σκέψη είναι ένα είδος αφήγησης, δηλαδή η απόδειξη ενός θεωρήματος, είτε στη μορφή στην οποία μπορεί ένας μαθηματικός τελικά να τη δημοσιεύει ή και σε άλλη, πρότερη έχει όλα τα τυπικά χαρακτηριστικά του ορισμού της αφήγησης που ακολουθεί: αφήγηση, η αναπαράσταση σε συμβολική γλώσσα, σε σειριακή (γραμμική) μορφή, με αρχή, μέση και τέλος όπου, επιπλέον, τα γεγονότα συνδέονται κατά κανόνα – αλλά όχι όλα, αναγκαστικά – με σχέσεις αιτιότητας. Τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής απόδειξης αντιστοιχούν 1:1 με αυτά της αφήγησης. Δηλαδή μαθηματική απόδειξη με τη στενή έννοια είναι η λογική διαδικασία κατά την οποία η αλήθεια μιας πρότασης είναι λογικό επακόλουθο, δηλαδή προκύπτει από μια πεπερασμένη ακολουθία-αλυσίδα λογικών συλλογισμών, ορθών συναγωγών, που οδηγούν από ορθές προκείμενες (αξιώματα, ορισμούς, προτάσεις, διαπιστωμένης ήδη αληθείας) σε υποδεικνυόμενα συμπεράσματα.

Η συγγραφή μιας ιστορίας και η διεξαγωγή μιας απόδειξης βασίζονται στην ίδια δομή: αρχή, πλοκή και τέλος. Στην αρχή της ιστορίας παρουσιάζονται οι ήρωες και οι σχέσεις τους. Στην αρχή μιας απόδειξης οι έννοιες ή τα στοιχεία και οι σχέσεις που τα συνδέουν (Senechal, 2002: 44). Για να οδηγηθούμε στο τέλος της ιστορίας ή στη λύση ενός μαθηματικού θέματος, δηλαδή στην εύρεση της αλήθειας, χρησιμοποιείται ένας συλλογισμός με λογικές ή αιτιακές σχέσεις που δείχνει να ερμηνεύει την πραγματικότητα. Στο τέλος μιας ιστορίας, οι ήρωες έχουν καταλήξει σε κάποιες σχέσεις ή έχουν αναπροσαρμόσει αυτές που είχαν. Στο τέλος μια μαθηματικής αποδείξης, οι έννοιες ή τα στοιχεία έχουν επίσης καταλήξει σε μια μορφή σχέσης. Οι μαθηματικές έννοιες αντιστοιχούν στους ήρωες της ιστορίας, ο μαθηματικός συλλογισμός στην αφηγηματική τεχνική και οι σχέσεις των ηρώων σε μαθηματικές σχέσεις. (Corry, 2006: 37; Senechal, 2002: 45, Λερή 21).

Το ζήτημα της συσχέτισης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία έχει απασχολήσει εκτενώς τον Απόστολο Δοξιάδη. Ο Δοξιάδης (Doxiadis 2005) επισημαίνει πως από την εποχή της *Ποιητικής* του Αριστοτέλη, υπήρχε μία τάση να καταγραφούν οι παγκόσμιοι νόμοι που διέπουν τη δομή της αφήγησης. Στην εργασία του “*Euclid’s Poetics*” (Doxiadis 2005) εξετάζει τις δομικές αναλογίες μεταξύ της αφήγησης και της απόδειξης ενός θεωρήματος. Ο Δοξιάδης (Doxiadis 2005) προσεγγίζει το ζήτημα υπό το πρίσμα ενός «ισομορφισμού», έννοια των μαθηματικών που συνδέεται με την ένα-προς-ένα αντιστοίχιση στοιχείων που ανήκουν σε δύο σύνολα, διατηρώντας όμως, παρ’ όλα αυτά, τη δομή τους. Εφαρμόζει τη μεταβατική ιδιότητα, η οποία συνοψίζεται στο εξής: για να αποδειχτεί ότι το A είναι ίσο (ή ισόμορφο) με το Γ, αρκεί να αποδείξω ότι και τα δύο είναι ανεξαρτήτως ίσα (ή ισόμορφα) με ένα ορισμένο B. Συνεπώς, αν $A=B$ και $\Gamma=B$, αυτό αυτομάτως συνεπάγεται $A=\Gamma$. Το κοινό σημείο αναφοράς B είναι εκείνο το στοιχείο το οποίο υποφώσκει τόσο στην αφήγηση όσο και στην απόδειξη της εκάστοτε μαθηματικής

πρότασης. Συνεπώς, επιχειρεί να αποδείξει τη δομική ισοδυναμία μεταξύ της δημιουργίας της αφήγησης και της απόδειξης ενός θεωρήματος, δείχνοντας πως και οι δύο αυτές διεργασίες είναι ανεξαρτήτως ισοδύναμες.

Όπως παρουσιάζει η επιστημονική μελέτη που διεξήγαγε το Πολωνικό Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής (*Guardian* (Flood, 2016) πάνω από εκατό λογοτεχνικά έργα κλασικών συγγραφέων, από τον Dickens ως τον Shakespeare, τους Dumas, Mann, Eco, Beckett και άλλων υποβλήθηκαν σε λεπτομερή στατιστική ανάλυση. Εξετάστηκε το μήκος των προτάσεων και η διακύμανση τού υπό εξέταση χαρακτηριστικού και κατέληξαν πως η συσχέτιση αυτών των μεταβολών προσομοίαζε με τη δομή ενός fractal. Βεβαία, η ομοιότητα ενός λογοτεχνικού κειμένου με ένα μαθηματικό fractal είναι περιορισμένη, δεδομένου ότι το fractal μπορεί να αναπαραχθεί επ' άπειρον, ενώ ο αριθμός των προτάσεων που εμπεριέχονται σε ένα λογοτεχνικό έργο είναι, εκ των πραγμάτων, πεπερασμένος. Ο Stanisław Drożdż, μέλος της παραπάνω ερευνητικής ομάδας, επισημαίνει πως το έργο με τη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα, και κατά συνέπεια σχεδόν ταύτιση με το ιδανικό μαθηματικό multi-fractal, ήταν το *Finnegan Wake* του James Joyce (1939). Πράγματι, κάποια κείμενα αποδείχτηκαν να χαρακτηρίζονται από μεγαλύτερη μαθηματική πολυπλοκότητα και να εμφανίζουν χαρακτηριστικά παρόμοια με συνθέσεις από fractals (multi-fractal ή fractal of fractals). Ο ίδιος ο Joyce είχε αναφερθεί πως αντιλαμβανόμενος την πολυπλοκότητα που αυτό εμπεριείχε σκόπευε να κρατήσει τους κριτικούς απασχολημένους με αυτό για τριακόσια χρόνια. Αντίστοιχες προσομοιώσεις με multi-fractals, εντοπίστηκαν και στα έργα *A Heartbreaking Work of Staggering Genius* του Dave Eggers (2007), *Hopscotch* του Julio Cortazar (1988), *The USA trilogy* του John Dos Passos (Passos, 1938), *The Waves* της Virginia Woolf (1978), *2666* του Roberto Bolaño (2009) και *Ulysses* του Joyce (1969).

Τον εικοστό αιώνα θεωρητικοί ερευνητές κατάφεραν να ορίσουν ένα είδος δομής που φαίνεται να έχει καθολική ισχύ. Για παράδειγμα, ο Ρώσος φορμαλιστής Vladimir Propp διαπίστωσε πως το λεγόμενο «μαγικό παραμύθι» περιλαμβάνει πρότυπες «λειτουργίες», από τις οποίες μπορούν να προκύψουν διαφορετικές εκδοχές μιας βασικής δομής.

Το δομικό του πρότυπο συνοψίζεται ως εξής:

1. Ο ήρωας ζει σε μία κατάσταση σταθερότητας.
2. Κάτι ανατρέπει την ανωτέρω κατάσταση ισορροπίας.
3. Ο ήρωας ξεκινάει ένα ταξίδι για να αποκαταστήσει τη σταθερότητα.
4. Αντιμετωπίζει προκλήσεις με τη βοήθεια ενός «μαγικού βοηθού» - συχνά είναι ζώο.
5. Η τελική πρόκληση (-εις) αντιμετωπίζεται με επιτυχία
6. Ο ήρωας φτάνει σε κατάσταση υψηλότερης σταθερότητας, λόγω των ενεργειών του.

Και αναλύεται στις 31 ακόλουθες αφηγηματικές λειτουργίες του ήρωα, δηλαδή 31 στάδια στη δομή του παραμυθιού:

1. **Απουσία.** Ένα από τα μέλη της οικογένειας απουσιάζει από το σπίτι (Ταξίδι; Θάνατος; Και τα δυο;)
2. **Απαγόρευση.** Στον ήρωα επιβάλλεται ένας περιορισμός, μία απαγόρευση.
3. **Παράβαση.** Η απαγόρευση/ εντολή παραβιάζεται.
4. **Διερεύνηση.** Ο ανταγωνιστής του ήρωα ερευνά τα της παραβάσεως, ή τα του ήρωα.
5. **Εκχώρηση.** Μέσα από τη διερεύνηση ο ανταγωνιστής μαθαίνει πράγματα για τον ήρωα (του εκχωρούνται πληροφορίες).
6. **Εξαπάτηση.** Ο ανταγωνιστής επιχειρεί να ξεγελάσει τον ήρωα, να του πάρει ό,τι έχει.
7. **Συνενοχή.** Ο ήρωας ενδίδει, ξεγελιέται και παρά τη θέλησή του βοηθάει τον ανταγωνιστή του.
8. **Δολιοφθορά.** Ο ανταγωνιστής προξενεί βλάβη στην οικογένεια του ήρωα ή στα υπάρχοντά του.
9. **Ελλειψη.** Κάποιο μέλος της οικογένειας του ήρωα επιθυμεί να έχει κάτι, ζητά να του φέρουν κάτι.
10. **Μεσολάβηση, Συνδετική στιγμή.** Από τον ήρωα ζητείται να αναλάβει μία αποστολή. (Συνήθως αλλά όχι απαραίτητα η αποστολή του έχει σχέση με την Ελλειψη ή τη Δολιοφθορά.)
11. **Εναρξη Αυτενέργειας.** Ο ήρωας αποδέχεται την αποστολή του.
12. **Αναχώρηση.** Ο ήρωας εγκαταλείπει το σπίτι του.
13. **Πρώτη Λειτουργία του Δωρητή.** Ο ήρωας δοκιμάζεται, απαντά σε ερωτήσεις, αμύνεται σε επιθέσεις. Οι δοκιμασίες του θα οδηγήσουν στην απολαβή μαγικού σύνεργου ή θείας βοήθειας από κάποιον καλοθέλητο δωρητή.
14. **Αντίδραση του ήρωα.** Ο ήρωας αντιδρά στο δώρο που λαμβάνει.
15. **Εφοδιασμός, προμήθεια του μαγικού μέσου.** Στη διάθεση του ήρωα πλέον τίθεται το μαγικό μέσο που έχει λάβει ως δώρο.
16. **Μετακίνηση.** Ο ήρωας φτάνει στο μέρος όπου βρίσκεται το αντικείμενο της αναζήτησής του.
17. **Πάλη.** Ο ήρωας και ο ανταγωνιστής του συναντώνται και διασταυρώνουν τα (όποιοι είδους) πυρά τους.
18. **Στιγματισμός, Σημάδεμα.** Ο ήρωας σημαδεύεται.
19. **Νίκη.** Ο ανταγωνιστής νικιέται.
20. **Εξάλειψη της δυστυχίας.** Η αρχική έλλειψη ή βλάβη παύει να υφίσταται.
21. **Επιστροφή.** Ο ήρωας επιστρέφει.

22. **Καταδίωξη.** Ο ήρωας διώκεται, τον κυνηγούν.
23. **Διάσωση.** Ο ήρωας ξεφεύγει από τους διώκτες του.
24. **Μη Αναγνωρίσιμη Αφιξη.** Ο ήρωας φτάνει αγνώριστος, είτε στο σπίτι του, είτε, λόγω της καταδίωξης, σε άλλη χώρα.
25. **Αβάσιμες Απαιτήσεις.** Ο ψεύτικος ήρωας (μπορεί να ταυτίζεται με τον αρχικό ανταγωνιστή, μπορεί και όχι) προβάλλει ψεύτικες απαιτήσεις και επιχειρεί να καρπωθεί ξένα κατορθώματα.
26. **Δύσκολο Πρόβλημα.** Στον ήρωα τίθεται ένα πρόβλημα.
27. **Λύση.** Το πρόβλημα λύνεται.
28. **Αναγνώριση.** Ο ήρωας αναγνωρίζεται (κάποιες φορές από το σημάδεμά του).
29. **Ξεσκέπασμα.** Ο ψεύτικος ήρωας ξεσκεπάζεται και κατατροπώνεται.
30. **Μεταμόρφωση.** Στον ήρωα δίνεται νέα όψη (ή αποκαθίσταται η παλιά του).
31. **Γάμος.** Ο ήρωας παντρεύεται την καλή του και ανεβαίνει στο θρόνο.

Όλα τα παραπάνω βήματα ως φάσεις του ταξιδιού του ήρωα συνδέονται με ένα πραγματικό ταξίδι, με την έννοια της γεωγραφικής μετακίνησης στα εκάστοτε σημεία-σταθμούς της αφήγησης. Σημαντικές συναντήσεις, απόκτηση πληροφοριών ή αντικειμένων που προωθούν την εξέλιξη της ιστορίας, προκλήσεις, διαμάχες, μαγικά συμβάντα και αποκαλύψεις, είναι μερικά σημεία που παρουσιάζουν την αφήγηση ως χωρική μετακίνηση και εξέλιξη. Ακόμα και η ροή της ιστορίας από οπτικής χροόνου, οι αποφάσεις που πρέπει να παρθούν, αλλά και ο αφηγηματικός τόπος στον οποίο ο ήρωας πασχίζει να φτάσει, μπορούν να θεωρηθούν ως σημεία που προωθούν την αφήγηση, μέσα από την ύπαρξη επιλογών, με σημεία εκκίνησης και τερματισμού που οριοθετούν την αρχή και το τέλος μιας ιστορίας.

Η θεωρητική αυτή προσέγγιση (Δοξιάδης 2005) δίνει προτεραιότητα στην επιθυμία του ήρωα να αποκτήσει ή να κατακτήσει κάτι, είτε αυτό αποτελεί υλικό αγαθό, είτε κάποια αφηρημένη έννοια. Η επιθυμία του αυτή τον τροφοδοτεί με την ενέργεια που απαιτείται, για να εκκινήσει και να ολοκληρώσει το ταξίδι του. Ανάλογα παραδείγματα από την παγκόσμια λογοτεχνία είναι τα ακόλουθα (βλ. Ντούλα 2020) :

Ήρωας	Στόχος
Οδυσσέας	Ιθάκη
Οιδίποδας	Θεραπεία του λοιμού
Lancelot	Guinevere, Το Δισκοπότηρο
Άμλετ	Να εκδικηθεί τον φόνο του πατέρα του
Ρωμαίος	Ιουλιέττα
Jay Gatsby	Μαργαρίτα
Οι τρεις αδερφές (Chekhov)	Μόσχα

Ο γέρος και η θάλασσα (Hemmingway)	Το ψάρι
------------------------------------	---------

Ο Δοξιάδης (2005) επισημαίνει πως στο εκάστοτε ταξίδι, είτε πρόκειται για κυριολεκτικό (όπως π.χ. στην *Οδύσσεια* του Ομήρου), είτε πρόκειται για μεταφορικό (όπως στα *Τέσσερα Κουαρτέτα* του T.S. Eliot (2012)), είτε για συνδυασμό των δύο παραπάνω τύπων (όπως στον Μεσαιωνικό μύθο του χαμένου Δισκοπότηρου), η μετακίνηση που συμβαίνει στον αφηγηματικό χώρο και χρόνο μπορεί να απεικονιστεί επακριβώς με ένα γράφημα. Η επίτευξη ή μη του εκάστοτε στόχου, η κατάληξη του ταξιδιού, μπορεί να έχει τις ακόλουθες εναλλακτικές:

- Ο στόχος επιτυγχάνεται και αυτό ικανοποιεί την ανάγκη του ήρωα
- Ο στόχος επιτυγχάνεται, αλλά ο ήρωας αντιλαμβάνεται πως το αποτέλεσμα τον απογοητεύει
- Ο στόχος επιτυγχάνεται, αλλά ο ήρωας συνειδητοποιεί πως ένας νέος στόχος ανοίγεται εμπρός του, συνεπώς εκκινεί για νέο ταξίδι
- Ο στόχος επιτυγχάνεται, αλλά αυτό οδηγεί τον ήρωα στη συνειδητοποίηση της σημαντικότητας του ταξιδιού σε σχέση με τον στόχο
- Ο στόχος επιτυγχάνεται μερικώς, ο ήρωας το συνειδητοποιεί και το αποδέχεται
- Ο στόχος επιτυγχάνεται μερικώς, ο ήρωας το συνειδητοποιεί αλλά δεν το αποδέχεται
- Ο στόχος δεν επιτυγχάνεται και αυτό θλίβει τον ήρωα
- Ο στόχος δεν επιτυγχάνεται, αλλά ο ήρωας αισθάνεται κερδισμένος, καθώς έχει κατακτήσει επιπρόσθετη γνώση.

Η εξέλιξη της ιστορίας από την αρχή (Α) προς το τέλος (Τ) συναντούν εσωτερικές ή εξωτερικές παρεμβάσεις, εμπόδια, βοηθούς ή άλλες δυνάμεις που μεσολαβούν και επηρεάζουν την αφήγηση.

Η μαθητική απόδειξη μπορεί να παρουσιαστεί υπό το πρίσμα του προορισμού ως στόχου της μαθηματικής περιπέτειας. Η μαθηματική απόδειξη μπορεί να είναι είτε πολύ απλή (όπως η απόδειξη του Ευκλείδη για το άπειρο πλήθος των πρώτων αριθμών), είτε να είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη, πολύπλευρη, μακροσκελής και επίπονη (όπως το τελευταίο θεώρημα του Fermat), πάντως μπορεί να αποδοθεί κατά αντιστοιχία με την αφήγηση (Ντούλα 2020).

Ήρωας	Στόχος
Ευκλείδης	Η απόδειξη του άπειρου πλήθους των πρώτων

Newton / Leibniz	Η εύρεση την κλίση μιας καμπύλης
Galois	Η επίλυση της εξίσωσης 5ου βαθμού
Poincaré	Το πρόβλημα των τριών σωμάτων
Selberg	Η στοιχειώδης απόδειξη του θεωρήματος των πρώτων αριθμών
Smale	Η απόδειξη της εικασίας του Poincaré για $n \geq 5$
Wiles	Η απόδειξη του τελευταίου θεωρήματος του Fermat

Η αποδεικτική διαδικασία εμφανίζει, κατά τον Δοξιάδη (2005), αναλογίες με την περιπέτεια του ήρωα των αφηγήσεων:

- Ο μαθηματικός περιπλανάται στον χώρο της λογικής προς τα εμπρός διερευνώντας παράλληλα κάθε πιθανή διαδρομή προς κάθε κατεύθυνση.

- Ο μαθηματικός μπορεί να επωφεληθεί από χαρτογραφημένους δρόμους, μεγαλύτερης ή μικρότερης ακρίβειας.

- Ο μαθηματικός θα αντιμετωπίσει προκλήσεις, απογοητεύσεις, θα κερδίσει και θα χάσει μάχες, συχνά μπορεί να αλλάξει κατεύθυνση, θα λάβει βοήθεια από «μαγικούς βοηθούς» και μαγικά αντικείμενα ή όπλα και θα φτάσει στον προορισμό του, την απόδειξη δηλαδή του εν λόγω θεωρήματος.

Και ειδικότερα, η περιπλάνηση του μαθηματικού στον χώρο της λογικής αποτελεί μια πορεία προς τον στόχο, που μπορεί να εξελιχθεί με διάφορα ενδεχόμενα:

- Ο στόχος επιτυγχάνεται και αυτό ικανοποιεί πλήρως τις ανάγκες του μαθηματικού (π.χ. η απόδειξη της ύπαρξης άπειρων πρώτων του Ευκλείδη)

- Ο στόχος επιτυγχάνεται, αλλά ο ίδιος ο μαθηματικός και / ή άλλοι απογοητεύονται από το αποτέλεσμα (π.χ. η απόδειξη του Θεωρήματος των Τεσσάρων χρωμάτων – λόγω της πολυπλοκότητάς της, μερίδα της μαθηματικής κοινότητας αμφισβητεί την απόδειξή του)

- Ο στόχος επιτυγχάνεται, αλλά τότε ο μαθηματικός συνειδητοποιεί πως μπροστά του ανοίγεται ένας νέος στόχος και εκκινεί για το νέο ταξίδι

- Ο στόχος δεν επιτυγχάνεται, αλλά ο μαθηματικός συνειδητοποιεί τη σημαντικότητα του ταξιδιού σε σχέση με τον στόχο

- Ο στόχος επιτυγχάνεται μερικώς, αλλά ο μαθηματικός είναι ικανοποιημένος, δεδομένου ότι έχει κατακτήσει νέα γνώση

- Ο στόχος επιτυγχάνεται μερικώς, ο μαθηματικός το αντιλαμβάνεται, αλλά δεν το αποδέχεται

- Ο στόχος δεν επιτυγχάνεται και ο μαθηματικός θλίβεται.

Στην ουσία υποστηρίζουμε ότι η μαθηματική σκέψη είναι ένα είδος αφήγησης, ότι δηλαδή η απόδειξη ενός θεωρήματος έχει όλα τα τυπικά χαρακτηριστικά του ορισμού της αφήγησης που ακολουθεί: αφήγηση σε γραμμική μορφή, με αρχή, μέση και τέλος όπου τα γεγονότα συνδέονται κατά κανόνα με σχέσεις αιτιότητας, είτε χρονική παράθεση ή αιτιακή παράθεση. Αλλά και τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής απόδειξης αντιστοιχούν 1:1 με αυτά της αφήγησης.

Από την άλλη, μπορεί να υποστηρίξει κάποιος ότι η αφήγηση αναπαριστά γεγονότα εν δράσει που διενεργούνται στον καθημερινό αισθητό ή τον φανταστικό κόσμο, ενώ τα μαθηματικά και οι έννοιες τους κινούνται στο χώρο του αφηρημένου νοητικού σύμπαντος. Ο Teissier δίνει και μια δική του διάσταση στη σχέση μαθηματικών και αφήγησης: η αφήγηση βασίζεται στη σχέση μεταξύ των προσώπων και των αντικειμένων του περιβάλλοντος και οι μαθηματικές αποδείξεις είναι λογικές σχέσεις μεταξύ καταφάσεων. Η συσχέτιση που κάνουμε των επί μέρους στοιχείων γίνεται ως εξής: ο χώρος των ιστοριών και της αφήγησης αποτελείται από γεγονότα (δράσεις), και η βασική δομή του ορίζεται από τις σχέσεις αιτιότητας. Αντίστοιχα, ο κόσμος μιας μαθηματικής θεωρίας, αποτελείται από προτάσεις. Δηλαδή όπως το βασικό, το ατομικό στοιχείο στον χώρο της αφήγησης είναι το στοιχειώδες γεγονός, τα αντίστοιχα άτομα στο νοητό σύμπαν των μαθηματικών είναι οι απλές προτάσεις, δηλαδή οι διαπιστώσεις στοιχειωδών αληθειών, όπως π.χ. «το 5 είναι πρώτος αριθμός» ή «το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο». Και αυτά μπορούν να συσχετισθούν δομικά με μια δομή που διατηρεί ο ομομορφισμός ως εξής: όπως στον υλικό κόσμο, τις δράσεις τις ενώνει η σχέση αιτιότητας, δηλαδή «η δράση α προκαλεί τη δράση β», αντίστοιχα στα μαθηματικά τις ενώνει η σχέση συνεπαγωγής, δηλαδή «η πρόταση α συνεπάγεται την πρόταση β», που συχνά μπορεί να έχει και τη μορφή ενός απλού «κανόνα μεταγραφής» (rewrite rule), δηλαδή έναν κανόνα του τύπου «όπου α γράφε β». Απαξ και ορίσουμε αυτή την αντιστοιχία στα βασικά στοιχεία των δυο συνόλων, μπορούμε κατόπιν να μιλάμε για εντελώς. Η μαθηματική-αποδεικτική και η αφηγηματική λειτουργία παρουσιάζουν όμοιες μορφές στη μαθηματική-αποδεικτική και την αφηγηματική λειτουργία, είναι όσον αφορά τη μορφή τους, το ένα αντίγραφο του άλλου, όλα τα επί μέρους στοιχεία του ορισμού της αφήγησης βρίσκουν απόλυτη εφαρμογή στην απόδειξη (Δοξιάδης 2005, Ντούλα 2020).

Συνοψίζοντας, αντιλαμβανόμαστε ότι **Λογοτεχνία και μαθηματικά** έχουν κοινά χαρακτηριστικά και πλησιάζουν μεταξύ τους σε πολλά σημεία: α) πολλές μαθηματικές υποθέσεις αρχικά διατυπώθηκαν σε μικρές ιστορίες, β) τα μαθηματικά προβλήματα εκφράζονται με αφηγήσεις δεδομένων, γ) πολλά βιβλία και μυθιστορήματα περιέχουν μαθηματικές ιστορίες για την εξάσκηση των αναγνωστών στα μαθηματικά και έχουν γίνει πολύ δημοφιλή, δ) η ανάλυση του Πρόπ για τα παραμύθια θυμίζει μαθηματικές εξισώσεις ενώ ακόμα, επιχειρήθηκε η προσέγγιση

του μαθηματικού προβλήματος με όρους λογοτεχνίας, για παράδειγμα έχει γραφτεί η αριθμητική γραμματική της ιστορίας η οποία προτείνει κανόνες δόμησης ενός μαθηματικού προβλήματος, ε) στη λαϊκή λογοτεχνία η έμπνευση και η βάση για πολλά παραμύθια, αινίγματα, ανέκδοτα, παροιμίες, λαχνίσματα, σπαζοκεφαλιές, παιγνιώδεις στιχουργικές δημιουργίες, είναι οι αριθμοί, οι αριθμητικές πράξεις, τα μαθηματικά προβλήματα, για παράδειγμα .Ο παπάς και η παπαδιά, Ο Γιάννης και η Μαρία, ψήσαν από έξι αυγά και φάγαν από τρία. κ.α.

Το κυριότερο στοιχείο που προσφέρει η λογοτεχνία στο μάθημα των μαθηματικών είναι η αποκατάσταση της χαμένης τους συναισθηματικής και ανθρώπινης παραμέτρου. Η μυθοπλασία και η φαντασία που περιέχει μια παραμυθιακή ιστορία βοηθά τα παιδιά να συνδέσουν τα μαθηματικά με ανθρώπινες υποθέσεις, φόβους, ελπίδες, προσδοκίες κ.α.. Έτσι μέσω της λογοτεχνίας, οι μαθητές μυσούνται στο 'μαθηματικό αλφαριθμητισμό', δηλαδή κατορθώνουν να 'διαβάσουν' τον κόσμο όταν αυτός εκφράζεται με μαθηματικούς όρους, αλλά και το αντίθετο να περιγράφουν τον κόσμο χρησιμοποιώντας μαθηματικά δεδομένα, για παράδειγμα διαγράμματα, ποσοστά.

Ο χώρος της Λογοτεχνίας φαίνεται να μπορεί να προσφέρει ένα γόνιμο έδαφος για την αναζήτηση κατάλληλων πλαισίων και τρόπων διατύπωσης των μαθηματικών προβλημάτων και συμβάλλουν στο να αποκτήσουν οι μαθητές ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά και να εκτιμήσουν την αξία τους. Το εγχείρημα της ένταξης της αφήγησης στη διδασκαλία των μαθηματικών συνδέεται με τον γενικότερο προβληματισμό που αφορά το κατάλληλο πλαίσιο εκφοράς της μαθηματικής γνώσης και των μαθηματικών προβλημάτων, ώστε να καταστούν τα μαθηματικά πιο ελκυστικά (Κολέζα, 2007, 2009),

2.β. Μαθηματική λογοτεχνία

Ο κόσμος των μαθηματικών φαντάζει ως ένα σύμπαν ερμητικά κλειστό για τους μη μυημένους. Η μόδα όμως της «μαθηματικής λογοτεχνίας» συνέβαλε ώστε να ανατραπεί αυτό το στερεότυπο: όσοι δεν έχουν καλή σχέση με τους αριθμούς, μπορούν να απολαύσουν ένα μαθηματικό μυθιστόρημα. Η ανάγνωση, θα τους βοηθήσει να εκτιμήσουν την επιρροή των μαθηματικών στη λογοτεχνία, τη φιλοσοφία και την τέχνη.

Ως προπομπός θεωρείται η τοποθέτηση του Meister (2012) σχετικά με τη σχέση των μαθηματικών και της λογοτεχνίας ή γενικά της αφήγησης. Επισημαίνει πως η αφήγηση ιστοριών σχετικών με τα μαθηματικά, τους μαθηματικούς ή κάποιες μεγαλειώδεις μαθηματικές ανακαλύψεις, είναι εφικτή. Το αφήγημα που προκύπτει είναι δυνατόν να υποβληθεί σε μαθηματική ανάλυση, μετρώντας, επί παραδείγματι, τους εμπλεκόμενους χαρακτήρες, υπολογίζοντας συναρτησιακά πρότυπα για λέξεις ή προσαρμόζοντας τα δομικά στοιχεία της αφήγησης σε μαθηματικά θεωρήματα. Κατά τη διαδικασία αυτή, θα πρέπει να δοθεί μεγάλη βαρύτητα όχι μόνο στο αντικείμενο της αφήγησης, αλλά και στον τρόπο που αυτό αναπαριστάται μέσα στο αφηγηματικό πλαίσιο.

Η ιστοσελίδα του Αλεξ Κάσμαν, «Mathematical fiction», έχει συγκεντρώσει από όλο τον κόσμο 885 έργα μυθοπλασίας που σχετίζονται με τα μαθηματικά από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Συγκεκριμένα, θεωρεί ως έργα μαθηματικής λογοτεχνίας όλα όσα περιλαμβάνουν «είτε τα μαθηματικά, είτε τους μαθηματικούς», ορισμό τον οποίο συναντάει κανείς και στη βιβλιοθήκη του Κογκρέσου (Library of Congress, n.d.). Κατά τον Kasman, δεν γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των έργων που αναφέρονται σε υπαρκτά στοιχεία των μαθηματικών (π.χ. *Fermat's Last Theorem* (Singh, 1997), στο οποίο εξιστορείται η αληθινή ιστορία του Andrew Wiles), ή σε λογοτεχνικά κείμενα, στα οποία τα μαθηματικά αποτελούν βασικό κομμάτι της μυθοπλασίας –ο συγγραφέας δηλαδή κατασκευάζει μαθηματικές έννοιες, θεωρήματα, εικασίες κ.λ.π. τα οποία αποτελούν προϊόν μυθοπλασίας, με την ίδια ευκολία που δημιουργεί έναν φανταστικό λογοτεχνικό χαρακτήρα (π.χ. στο μυθιστόρημα *The Wild Numbers* (2000) του Philibert Schog).

Η Shloming (2012, p. 33) στην διδακτορική της διατριβή, παραπέμποντας στον ορισμό του Kasman, ορίζει την μαθηματική λογοτεχνία ως εκείνο το είδος μυθοπλασίας που περιλαμβάνει, εν γένει, τα μαθηματικά.

Ο Δοξιάδης στο κείμενό του «Γράφοντας για τη μη πληρότητα», έχει επισημάνει τα ακόλουθα: «[...] τα έργα της λεγόμενης «μαθηματικής λογοτεχνίας» - ο όρος δεν μου αρέσει, αλλά τον χρησιμοποιώ, για να συνεννοούμαστε [...]» (Δοξιάδης, 2006, σ. 29). Ο ίδιος έχει δηλώσει ότι, όταν έγραψε αυτό που κάποιοι κριτικοί στο εξωτερικό το αποκάλεσαν «το πρώτο μαθηματικό μυθιστόρημα», το 1992, δεν είχε την άποψη ότι εντάσσεται σε κάποιο κίνημα ή

σχολή και ακόμη και σήμερα δεν πιστεύει ότι το θέμα του *Θείου Πέτρου* είναι τα μαθηματικά, όπως δεν πιστεύει ότι το θέμα του *Μαγικού Βουνού* του Τόμας Μαν είναι η φυματίωση ή ότι οι *Βρικόλακες* του Ιψεν είναι ένα έργο με θέμα τη σύφιλη. Το βιβλίο του είναι «για» τα μαθηματικά μόνο με τον τρόπο που η μεγαλειώδης *Σκακιστική νουβέλα* του Στέφαν Τσβάιχ είναι «για» το σκάκι (Δοξιάδης, 2006, σ. 25).

Ο πεζογράφος Andrew Crumey φαίνεται πως ανήκει στην ίδια σχολή με τον Δοξιάδη· στην ερώτηση αν συμφωνεί με τον όρο «μαθηματική λογοτεχνία» και αν ναι, αν ο ίδιος θα αποφάσιζε να εντάξει το έργο του σε αυτήν την κατηγορία, απαντάει τα παρακάτω:

Μπορεί να υπάρχει λογοτεχνία με κάποιες αναφορές ή με χαρακτήρες που προέρχονται ή παραπέμπουν σε μορφές μαθηματικών. Μπορεί να υπάρχει και λογοτεχνία στην οποία μία ή δύο κυρίαρχες ιδέες των μαθηματικών διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο (Καραγιάννης, 2013, π. 71).

Στο ίδιο πλαίσιο κινείται ο συγγραφέας Denis Guetz, ο οποίο ομοίως διαφωνεί με την γέννηση ενός νέου λογοτεχνικού είδους. Θεωρεί ότι η δημιουργία ενός έργου που έχει ως αφηγηματικό θέμα τα μαθηματικά απαιτεί μια συγκεκριμένη εργασία, την οποία περιγράφει ως δραματουργική επιστημολογία και που συνίσταται να αφηγηθεί κανείς το δράμα των εννοιών που αποτελούν το αντικείμενο των μαθηματικών. Μόνον όταν τα μυθιστορήματα που έχουν ως αντικείμενο τα μαθηματικά θα αρχίσουν να διαβάζονται σαν όλα τα άλλα, θα έχει κερδηθεί το στοίχημα (Guetz, 2006, π. 19).

Στον αντίποδα των παραπάνω απόψεων, στέκεται ο Τεύκρος Μιχαηλίδης, συγγραφέας και συνιδρυτής με τον Απόστολο Δοξιάδη της ομάδας «Θαλής και Φίλοι», ο οποίος υποστηρίζει θερμά τόσο την ύπαρξη όσο και την άνθιση του εν λόγω λογοτεχνικού είδους. Θεωρεί τη μαθηματική λογοτεχνία ως αυτόνομο γένος, για να βοηθήσει τον καθένα να αναγνωρίσει τον μαθηματικό που κρύβει μέσα του (Πιμπλής, 2010). Ο Μιχαηλίδης, σε μία προσπάθεια ορισμού της μαθηματικής λογοτεχνίας αναφέρει ότι θα ονομάζεται «μαθηματική λογοτεχνία» κάθε μορφή μυθοπλασίας στην οποία τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο, είτε επειδή το αντικείμενο της πλοκής σχετίζεται με τα αυτά, είτε γιατί κάποιιοι από τους χαρακτήρες της συνδέονται με αυτά και οι ενέργειές τους επηρεάζονται σημαντικά από αυτήν την σχέση (Μιχαηλίδης, 2007: 2).

Σύμφωνος με τον Μιχαηλίδη φαίνεται πως είναι και ο Αργύρης Παυλιώτης. Αναφερόμενος κατά κύριο λόγο στο αστυνομικό μυθιστόρημα με το οποίο ασχολείται, τονίζει πως τα μαθηματικά τον επηρεάζουν στον σχεδιασμό, στη δομή, την τάξη, τη σαφήνεια, τη λιτότητα, την οικονομία αλλά και στη διαχείριση του συγγραφικού χρόνου του. Επισημαίνει επίσης:

Με την εγκληματική πράξη διαταράσσεται η Τάξη και επέρχεται το Χάος. Αυτός που αναλαμβάνει την εξιχνίαση, προσπαθεί από το χάος να φέρει τάξη. Ολο το ζήτημα έγκειται στο να βρει την αλήθεια, να αποδείξει δηλαδή ένα μεγάλο θεώρημα. Και αυτό πετυχαίνεται με την

απόδειξη μικρότερων θεωρημάτων, τα οποία με τη σειρά του προκύπτουν από ακόμα πιο μικρά, τα λήμματα, υπάρχει δηλαδή και ένα είδος φράκταλ δομής (Παυλιώτης, 2006, σ. 19).

Σχετικά με το είδος της μαθηματικής λογοτεχνίας, αναφέρει πως βασικό κριτήριο, ώστε να θεωρηθεί νέο είδος, αποτελεί η διαρκής παραγωγή έργων. Προσθέτει βέβαια, πως θεωρεί δεδομένο ότι θα υπάρξει η απαιτούμενη συνέχεια, αφού τα εφαρμοσμένα μαθηματικά ενσωματώνονται σε όλο και περισσότερους τομείς, όχι μόνο των επιστημών αλλά και της κοινωνικής ζωής, συνεπώς θα συνεχίσουν να τροφοδοτούν αδιαλείπτως τη λογοτεχνία με σχετικό υλικό.

Ο Μηλιώνης (2001) δηλώνει ότι όταν η λογοτεχνία διαπραγματεύεται θέματα μαθηματικών χαρακτηρίζεται ως μαθηματική λογοτεχνία. Θέματα ιστορίας, φιλοσοφίας, επιστημολογίας, έρευνας, εφαρμογών και διδακτικής των μαθηματικών, αποτελούν συνήθως το αντικείμενο των έργων της μαθηματικής λογοτεχνίας. Αν και ελάχιστα «λογοτεχνικά» ως προς το περιεχόμενό τους, σε αρκετές περιπτώσεις χαρακτηρίζονται ως τέτοια, κυρίως λόγω της δομής, της αφηγηματικής τεχνικής και της πλοκής που διαθέτουν. Ούτως ή άλλως τα όρια μεταξύ των ειδών του γραπτού λόγου είναι αρκετά δυσδιάκριτα και ασαφή, ενώ συχνά στο ίδιο κείμενο συνυπάρχουν διαφορετικά είδη και μορφές (Μηλιώνης, 2001, σ. 590).

Τέλος, η Leary ορίζει τη μαθηματική λογοτεχνία ως εξής: «Ως μαθηματική λογοτεχνία ορίζεται αόριστα το οποιοδήποτε είδος μυθοπλαστικής ή όχι λογοτεχνίας, που μπορεί να διαβαστεί σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, χωρίς την παραμικρή πρόθεση να διδαχθεί στον αναγνώστη μια αλγοριθμική ή υπολογιστική μαθηματική δεξιότητα» (Λαγοδόνη, 2014, σ. 66).

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι ως **μαθηματική λογοτεχνία** ονομάζεται η κατηγορία των λογοτεχνικών βιβλίων στην πλοκή των οποίων τα μαθηματικά έχουν σημαντικό ρόλο. Όταν η λογοτεχνία πραγματεύεται θέματα μαθηματικών, επιστημολογίας, έρευνας, εφαρμογών και διδακτικής των μαθηματικών.

Την τελευταία εικοσαετία υπήρξε έκρηξη έργων που μπορούν να ενταχθούν υπό τον όρο της μαθηματικής λογοτεχνίας. Η παρατηρούμενη αύξηση του όγκου λογοτεχνικών έργων που αντλούν τόσο τη θεματολογία τους, όσο και κάποια από τα δομικά χαρακτηριστικά τους, από τον τομέα των μαθηματικών, θα μπορούσε να αποδοθεί στις εξελίξεις στον χώρο των μαθηματικών και των θετικών επιστημών, από το 1990 και έπειτα, που ήταν ραγδαίες και καθόρισαν μια στροφή του αναγνωστικού ενδιαφέροντος προς την κατεύθυνση της σύμπραξης επιστήμης και λογοτεχνίας. Επιπροσθέτως, η εξέλιξη της τεχνολογίας δημιούργησε τα κατάλληλα κανάλια, ώστε η διαθέσιμη πληροφορία να διαχέεται σε οποιονδήποτε ενδιαφερόμενο, μέσω διαδικτύου, ψηφιακών βιβλιοθηκών κ.λ.π., ώστε ακόμα και μη ειδήμονες επί του εξειδικευμένου τομέα των μαθηματικών να μπορούν να μελετήσουν αυτή τη θεματολογία. Επιπρόσθετα, στο πλαίσιο του διευρυμένου και βιωματικού εκπαιδευτικού προγράμματος το οποίο αποτελεί πραγματικότητα

πλέον και για τα ελληνικά δεδομένα, η μαθηματική λογοτεχνία χρησιμοποιείται συχνά ως εκπαιδευτική πρόταση, με διττό ρόλο: τόσο την εξοικείωση του εκπαιδευόμενου με τη λογοτεχνία, όσο και την ενασχόληση με τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες υπό ένα διαφορετικό πρίσμα.

Από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα λογοτεχνικά έργα περιέχουν σημαντικές αναφορές είτε σε μαθηματικά είτε σε μαθηματικούς. Δημιουργοί αυτών των έργων είναι συχνά κορυφαίοι μαθηματικοί, ακόμα και κάποιοι με βαθιά μαθηματική παιδεία.

Σε μια ινδική σούτρα που χρονολογείται από το 1000 π.Χ., γράφει ο άγνωστος Ινδός ποιητής για το Γκανίτ, την τέχνη των μαθηματικών: *«Όπως τα φτερά του παγωνιού και τα πολύτιμα πετράδια τοποθετούνται στο υψηλότερο μέρος του κορμιού έτσι και η θέση του Γκανίτ είναι στο ψηλότερο κλαδί των Βέδα».*

Παράλληλα, ο Ομηρος ήδη είχε χαρακτηρίσει «τριγωνικό» το νησί της Σικελίας (ραψωδία μ) απαριθμώντας τα ζώα και τα κοπάδια: *«... και φτάσαν στο τριγωνικό νησί της Σικελίας/ όπου του Ηλιου έβοσκαν τα όμορφα θρεφτάρια/ γελάδια σε κοπάδια εφτά, αρνιά σε άλλα τόσα,/ πενήντα το καθένα τους...»*

Στην τραγωδία του Αισχύλου «Προμηθέας Δεσμώτης» (460 π.Χ.) γίνεται αναφορά στους αριθμούς. Ο Προμηθέας δεμένος στον βράχο, τιμωρημένος απ' τον Δία γιατί τόλμησε να προσφέρει στους θνητούς γνώσεις που αρμόζουν μόνο στους θεούς, απαριθμεί στο χορό των Ωκεανίδων, τα δώρα που χάρισε στους ανθρώπους. Κι ανάμεσα σ' αυτά, τα προορισμένα μόνο για αθανάτους αγαθά: *«Μα και τον αριθμό, την πιο τρανή σοφία βρήκα για χάρη τους εγώ...».*

Πρώτος ο Αριστοφάνης σατίρισε την εκκεντρικότητα των μαθηματικών στους «Ορνιθες» τους Αριστοφάνη, ενώ παράλληλα και σε έργα του Πλάτωνα συναντάμε ανέκδοτα για μαθηματικούς, ενώ στην «Πολιτεία» του περιγράφει τους ποιητές και τους παραμυθάδες ως επικίνδυνους. Αξίζει βέβαια να επισημάνουμε ότι ο ίδιος ο Πλάτωνας περιέγραψε την λειτουργία της λογικής και της γνώσης μέσα από ένα παραμύθι, την αλληγορία του σπηλαίου (Μιχαηλίδης, 2003:112-116, Κολέζα, 2006) και στον «Φαίδρο» του παρουσιάζει την αντίθεση λογικής και συναισθήματος μέσα από μια μεταφορική εικόνα (Χασάπης, 2006).

Στο έργο του Δάντη, την «Θεία Κωμωδία», στον Παράδεισο, τα μαθηματικά εμφανίζονται ως ο εγγυητής της απόλυτης αλήθειας και της βεβαιότητας (Μιχαηλίδης, 2003:112-116).

Στους πρόδρομους της μαθηματικής λογοτεχνίας ανήκουν ο Lewis Carroll (Charles Lutwidge Dodgson) και ο Jonathan Swift. Το 1866, ο Άγγλος καθηγητής των Μαθηματικών Τσαρλς Ντότζσον έγραφε με το ψευδώνυμο Lewis Carroll ένα από τα πρώτα δείγματα μαθηματικής λογοτεχνίας, την «Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων», μια περιπλάνηση και μια θαυμαστή περιπέτεια της μικρής Αλίκης, η οποία χάνεται σ' ένα σαγηνευτικό όνειρο, σε μια παραμυθένια χώρα, σε ένα άλλο

σύμπαν και στους διαλόγους της Αλίκης περιέχονται στοιχεία της λογικής επιστήμης που πρωτοεμφανιζόταν εκείνη την εποχή.

Είκοσι χρόνια αργότερα το 1884 κυκλοφόρησε το «Φλάτλαντ= Επιπεδοχώρα» του Edwin Abbott. Είναι η εποχή που πολλαπλασιάζονται οι δημοσιεύσεις σχετικά με τις γεωμετρίες τεσσάρων διαστάσεων. Το «Φλάτλαντ» είναι ένα μυθιστόρημα που εκτυλίσσεται στον χώρο των δύο διαστάσεων. Από θέσεως ισχύος ο τρισδιάστατος αναγνώστης κατανοεί τις δυσκολίες που θα είχαν επίπεδα όντα να κατανοήσουν την τρίτη διάσταση και τις συγκρίνει με τις δικές του δυσκολίες να συλλάβει την έννοια της τέταρτης.

Πρόκειται για το πρώτο μαθηματικό μυθιστόρημα, το οποίο σατιρίζει καυστικά ήθη και έθιμα της βικτοριανής Αγγλίας, ένα σαφώς λογοτεχνικό κείμενο όπου τα μαθηματικά εντάσσονται αρμονικά στην πλοκή. Το «Φλάτλαντ» δημιούργησε παράδοση. Μια σειρά από συγγραφείς σε όλη τη διάρκεια του 20^{ου} αιώνα επιχείρησαν να γράψουν τη συνέχεια. Επιτυχεστέρα προσπάθεια είναι το «Φλάτερλαντ» του κορυφαίου μαθηματικού Ian Stewart (2004). Στον ίδιο οφείλουμε επίσης, τη σειρά διηγημάτων του «Tangled Tale» με μαθηματικές σπαζοκεφαλιές.

Ο Jonathan Swift στα «Ταξίδια του Γκιούλιβερ» έστειλε τον ήρωά του στη χώρα των Λαπούτα, όπου βασιλεύαν τα μαθηματικά και η μουσική. Οι κάτοικοι του νησιού περνούν τον χρόνο τους ασχολούμενοι με τους τέσσερις κλάδους του Quadrivium, Γεωμετρία, Αριθμητική, Αστρονομία και Μουσική. Επίσης ο Γκιούλιβερ ταξιδεύει στη χώρα των λιλιπούτειων και των Μπρόμπντιγκναγκ. Η πρώτη χώρα αποτελείται από μικροσκοπικά πλάσματα, πενήντα φορές μικρότερα του Γκιούλιβερ, στη δε δεύτερη ο ήρωας είναι μικροσκοπικός σε μια χώρα γιγάντων. Αυτό το εύρημα σχετίζεται με την εφεύρεση και διάδοση των τηλεσκοπίων και των μικροσκοπίων και με την ανάπτυξη του Απειροστικού Λογισμού. Εχουμε για πρώτη φορά όχι απλή αναφορά στα Μαθηματικά αλλά διείσδυση αφηρημένων μαθηματικών εννοιών στην πλοκή και τα ευρήματα.

Μέχρι τον 19ο αιώνα η λογοτεχνία περιορίζεται σε αναφορές σε μαθηματικούς και στα μαθηματικά. Από τότε και μετά πληθαίνουν τα κείμενα με αναφορές στα μαθηματικά.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1950, ο Asimov Isaac κυκλοφόρησε την τριλογία «Foundation», που αφηγείται την κατάρρευση και την ανοικοδόμηση μιας υποθετικής γαλαξιακής αυτοκρατορίας. Πρόκειται για μια υποθετική μαθηματική θεωρία, της οποίας τα χαρακτηριστικά θυμίζουν τη θεωρία της πολυπλοκότητας, γνωστότερη ως θεωρία του Χάους. Στο έργο αυτό έχουμε και παραδείγματα Ψυχοιστορίας, μιας υποθετικής επιστήμης που χρησιμοποιώντας τη Στατιστική, τη μελέτη των επαναλήψεων και των κανονικοτήτων είναι σε θέση να προβλέψει ή ακόμα και να επηρεάσει το μέλλον.

Από τον κατάλογο του Κάσμαν διαπιστώνουμε ότι το ενδιαφέρον για τη μαθηματική λογοτεχνία αυξάνεται: τη δεκαετία '80-'90 κυκλοφόρησαν 81 έργα μυθοπλασίας, από το '90 ως το

2000 212 τίτλοι, και από το 2001 μέχρι σήμερα, είχαμε πάνω από 277 νέες εγγραφές. Τον όρο της «μαθηματικής λογοτεχνίας» τον εισήγαγε ο Βρετανός δημοσιογράφος Gilbert Adair, με αφορμή την έκδοση του μυθιστορήματος του Απόστολου Δοξιάδη «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach» (εκδ. Καστανιώτη).

Στην τελευταία δεκαετία του 20ου αιώνα υπάρχει μια μεγάλη αύξηση στο ρυθμό παραγωγής μαθηματικής λογοτεχνίας. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 έχουμε μια μεγάλη μεταστροφή και μια συνεχή ροή μαθηματικών μυθιστορημάτων. Παραδείγματα έχουμε πολλά: «Το θεώρημα του παπαγάλου» του Ντενί Γκετζ, «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach» του Α.Δοξιάδη, «Οι άγριοι αριθμοί» του Σογκτ, «Το βιβλίο Κόλαση» του Φραμπέτι, «Το τελευταίο παραμύθι του Μιγκέλ Τορές ντα Σίλβα» του Φόγκελ, «Ο άνθρωπος που μετρούσε την άμμο» της Μπράντσοου, «Το Επικηρυγμένο Πρόβλημα» του Παυλιώτη, το «Μόμπιους Ντικ» του Κρούμει κ.α.

Ενδεικτικά αναφέρουμε και τα παρακάτω έργα μετά το 2000:

- Στάμος Τσιτσώνης, Χωρίς απόδειξη, 2015, εκδ. Κριτική: Δώδεκα συναρπαστικές εκδρομές στη χώρα των μαθηματικών, δώδεκα ιστορίες με φιλοπαίγμονα διάθεση που ακροβατούν επιτυχημένα ανάμεσα στην ορθή πληροφόρηση, την ουσιαστική μικροπλοκή και τον αιχμηρό σχολιασμό.
- Άννα Τσεραζόλι, Είμαι και ο πρώτος, Πώς έγινα καλός στα μαθηματικά διασκεδάζοντας, 2014, εκδ. Κέδρος: Η αφήγηση ενός παιδιού που νίκησε το φόβο για τα μαθηματικά αποτελεί μια ανάλαφρη και δημιουργική προσέγγιση αυτού του γνωστικού αντικείμενου, που διαβάζεται σαν διασκεδαστικό και συναρπαστικό μυθιστόρημα
- Βίβιαν Φρεντς, Ρος Κόλινς, Από το μηδέν στο Δέκα- η ιστορία των αριθμών, 2003, εκδ. Καστανιώτης: Όλοι χρησιμοποιούμε καθημερινά αριθμούς και οι αριθμοί μας μοιάζουν πάρα πολύ με μια παγκόσμια γλώσσα. Από πού προήλθαν τα δέκα ψηφία; Τι χρησιμοποιούσαν οι άνθρωποι πριν από αυτά; Τα ατρόμητα πουλιά γνωρίζουν όλες τις απαντήσεις! Μόλις επέστρεψαν από ένα ταξίδι που τα πήγε πίσω 28000 χρόνια, όταν οι πρωτόγονοι άρχισαν να προσπαθούν να μετρήσουν τον χρόνο και ανακάλυψαν ότι οι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν τα δάχτυλα χεριών και ποδιών ως πρώτες αριθμομηχανές, καθώς και ραβδιά αριθμητικής, κόμπους σε σχοινιά, βότσαλα και κοχύλια.
- Τεύκρος Μιχαηλίδης, Σφαιρικά κάτοπτρα, επίπεδοι φόνοι, 2016, εκδ. Πόλις: Στο κείμενο αναφέρεται ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα, που παρέμενε άλυτο από την εποχή του Πτολεμαίου, αλλά και ένας μυστηριώδης φόνος. Τα πράγματα περιπλέκονται όταν οι τρεις εμπειρογνώμονες γίνονται μάρτυρες, οχτακόσια χρόνια αργότερα, ενός ακόμα φόνου.

- Arthur Mazer, *Η Ελλειψη: ένα ταξίδι ιστορίας και Μαθηματικών* (Μετάφραση: Ζουρνά Αννα), 2016, εκδ. Συμμετρία: Η «Ελλειψη» αποτελεί μια μοναδική αφηγηματική προσέγγιση, που περιγράφει την ανάπτυξη των Μαθηματικών παράλληλα με την εξέλιξη τού ανθρώπινου πνεύματος από την Αντιμεταρρύθμιση μέχρι τον Διαφωτισμό.

Εχουν γίνει προσπάθειες ταξινόμησης των βιβλίων μαθηματικής λογοτεχνίας ανάλογα με τη μορφή της γραφής τους, την υπόθεσή τους, τον τρόπο εμπλοκής των μαθηματικών στην ιστορία.

Σε μία ταξινόμηση διακρίνονται τέσσερις μορφές σύνδεσης των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία (Κολέζα 2009).

Πρόκειται για την ομαδοποίηση λογοτεχνικών έργων με κριτήριο τον ρόλο των Μαθηματικών που εμπεριέχονται:

- i) ως επιστήμη-αυθεντία που χρησιμοποιείται για την ενίσχυση θέσεων,
- ii) ως σύλληψη για τη συγγραφή ενός έργου,
- iii) ως κύριο θέμα του έργου ή των αναλογιών που χρησιμοποιεί ο συγγραφέας και
- iv) ως θέμα της παιδικής λογοτεχνίας για αμιγώς εκπαιδευτικό σκοπό.

Με μια άλλη οπτική, Πρώτα (Λερή 29), υπάρχουν κείμενα που αναφέρονται σε μαθηματικές έννοιες ή γεγονότα, σε προσωπικότητες ή στην ιστορία των μαθηματικών, ως πηγή λογοτεχνικής έμπνευσης (Alexander 2006). Σε αυτή την κατηγορία μπορούν να ανήκουν κείμενα που αναφέρονται σε μαθηματικά προβλήματα με ηρωες που ασχολούνται με αυτά, όπως οι Ορνιθες του Αριστοφάνη, η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων, οι Αδερφοί ΚΑραμαζόφ, Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκολντμαχ του Απόστολου Δοξιάδη, Το θεώρημα του παπαγάλου του Ντενί Γκετζ, τα Πυθαγόρεια Εγκλήματα του Τεύκρου Μιχαηλίδη.

Δευτερον, υπάρχουν κείμενα που σκοπός τους είναι η εκλαΐκευση των μαθηματικών εννοιών, δηλαδή η αναπαράσταση της επιστημονικής γνώσης με τρόπο ώστε να γίνεται κατανοητή από μη ειδικούς (Goffree 1989: 54). Κάτι τέτοιο έχουμε στα λογοτεχνικά έργα “Η μουσική των πρώτων αριθμών” του Marcus Du Sautoy και το “Διάλογοι για μαθηματικά” του Alfréd Rényi.

Τρίτον, υπάρχουν λογοτεχνικά και αφηγηματικά κείμενα που σκοπός τους είναι η διδασκαλία των μαθηματικών, της ιστορίας τους και των εννοιών τους. Παραδείγματα για αυτή την κατηγορία είναι τα «Επιπεδία: Αφηγήματα σε δυο διαστάσεις» (Τσιώτσος, 2002).

Μια άλλη ταξινόμηση είναι αυτή του Τεύκρου Μιχαηλίδη:

1. Η «βιωματική» Μαθηματική Λογοτεχνία. Κεντρικός ήρωας αυτών των έργων είναι κάποιος μαθηματικός και η πλοκή του έργου στρέφεται γύρω από τη ζωή του, τις εμπειρίες, τα όνειρα και τις φιλοδοξίες του, ενώ παράλληλα παρουσιάζονται και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του. Αντιπροσωπευτικό έργο αυτής της κατηγορίας είναι χωρίς αμφιβολία Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμαχ του Απόστολου Δοξιάδη (1992).

2. Μια δεύτερη υποκατηγορία είναι η «δομική» μαθηματική λογοτεχνία. Σε αυτά τα έργα τα Μαθηματικά εκτός από τη θεματολογία τους συνυφαίνονται και στη δομή τους που ακολουθούν μια μαθηματική εξέλιξη.

3. Μια άλλη κατηγορία είναι η προσχηματική μυθοπλασία. Σε αυτά τα λογοτεχνήματα η ιστορία χρησιμοποιείται ως πρόσχημα για τη μετάδοση γνώσεων με περισσότερο εύληπτο, ευχάριστο και αποδεκτό τρόπο. Αυτή η μέθοδος προσέγγισης μπορεί να αξιοποιηθεί και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα. (Μιχαηλίδης, 2010)

Σε μια άλλη απόπειρα ταξινόμησης των βιβλίων Θα μπορούσαμε να εντοπίσουμε δυο μεγάλες κατηγορίες.

Η πρώτη αποτελείται από έργα που αναφέρονται κυρίως στα Μαθηματικά. Πρόκειται για έργα όπου η μυθοπλασία χρησιμοποιείται ως αφορμή για την παράθεση, ανάπτυξη ή ακόμα και διδασκαλία μαθηματικών εννοιών.

Αντιπροσωπευτικό δείγμα αυτής της κατηγορίας είναι το *Θεώρημα του παπαγάλου* του Denis Guedj. Αυτό το μυθιστόρημα εισάγει και μελετά σε πολλαπλά επίπεδα την έννοια της μαθηματικής απόδειξης και θίγει θέματα φιλοσοφίας της επιστήμης και συμπεριλαμβάνει μια πλήρη απόδειξη της ασυμμετρίας πλευράς και διαγωνίου του τετραγώνου. Πιο εξειδικευμένο, είναι το *Επιχείρηση Μεσημβρία* του ίδιου συγγραφέα, που αφηγείται την αποστολή δυο επιστημονικών ομάδων από το Παρίσι προς τη Βαρκελώνη και την Δουγκέρκη με στόχο τη μέτρηση του μήκους του μεσημβρινού χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του γεωδαιτικού τριγωνισμού.

Σε διαφορετικό ύφος κυμαίνονται τα βιβλία του Κάρλο Φραμπέτι (π.χ. στο *Βιβλίο Κόλαση*), όπου η ίδια η δομή του μύθου είναι μαθηματική ενώ η πλοκή τους αναπτύσσεται ως μαθηματικός αλγόριθμος. Ο συγγραφέας, όπως και ο Δάντης στη Θεία Κωμωδία, τοποθετεί τον πρωταγωνιστή του στον πυθμένα της κολάσεως, που είναι μια βιβλιοθήκη. Για να γλιτώσει ο ήρωας οφείλει να ανέβει έναν προς ένα τους κύκλους της κολάσεως και για να το πετύχει αυτό πρέπει να νικήσει τον δεσμοφύλακά του, δείχνοντας την υπεροχή του στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Στο βιβλίο του Τόμας Φόγκελ, *Το τελευταίο παραμύθι του Μιγκέλ Τόρρες ντα Σίλβα*, ο κεντρικός ήρωας, φοιτητής των Μαθηματικών και εγγονός ενός ξακουστού παραμυθά, αναζητά τους κοινούς δρόμους της μυθοπλασίας και της μαθηματικής τέχνης.

Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει μυθιστορήματα που με τον ένα ή τον άλλο τρόπο αναφέρονται στους μαθηματικούς. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτής της κατηγορίας είναι ο *Θεός Πέτρος και η εικασία του Goldbach* του Απόστολου Δοξιάδη καθώς και οι *Αγριοι Αριθμοί* του

Philibert Schogt. Στο έργο αυτό, οι χαρακτήρες του έργου είναι όλοι φανταστικοί, όπως και το ίδιο φανταστικό είναι και το κεντρικό πρόβλημα των Αγριων Αριθμών.

Το θεατρικό έργο *Arcadia* (1993) αφορά τρία θέματα, την αρχιτεκτονική κήπων, την πολυμάθεια του Byron και το Χάος. Πιο πρόσφατο, το *Proof* του David Auburn διερευνά τα όρια ανάμεσα στη μαθηματική ιδιοφυΐα και την τρέλα με φόντο μια μαθηματική απόδειξη. Μια μαθηματική απόδειξη ασχολείται και το έργο του Απόστολου Δοξιάδη *Incompleteness* που ανέβηκε για έξι πειραματικές παραστάσεις τον Ιούλιο του 2003 στην Αθήνα. Η απόδειξη της Μη Πληρότητας συνδυάζεται με μια μυθοπλαστική περιγραφή των τελευταίων ημερών του Gödel στο νοσοκομείο όπου για 17 μέρες αρνήθηκε να πάρει οποιαδήποτε τροφή. Μυθιστορηματική βιογραφία είναι και το *A Beautiful Mind*, τη του John Nash που έγραψε η Sylvia Nasar και έγινε πρόσφατα κινηματογραφική ταινία.

Από μυθιστορηματικές βιογραφίες ενδεικτικά αναφέρουμε το *Ο Γάλλος μαθηματικός* του Tom Petsinis (η ζωή του Evariste Galois) και το *The Man Who Loved Only Numbers* του Paul Hoffman (βιογραφία του Paul Erdős). Πρόκειται για *Το χαμόγελο του Turing*²⁴ (που ήδη κυκλοφορεί αναθεωρημένο με το νέο τίτλο *Turing, μαθήματα αγάπης*) του Χρίστου Παπαδημητρίου και για την *Αρχή του Ντ' Αλαμπέρ* του Andrew Crumey. Η *Αρχή του Ντ' Αλαμπέρ* είναι ένα τρίπτυχο μυθιστόρημα, δομημένο πάνω στο μοντέλο της Εγκυκλοπαίδειας, της οποίας ο Ντ' Αλαμπέρ υπήρξε βασικός συνεργάτης. Το πρώτο μέρος είναι μια κλασική μυθιστορηματική βιογραφία του κορυφαίου μαθηματικού που επαναδιατύπωσε το έργο του Νεύτωνα. Το δεύτερο μέρος είναι μια φανταστική περιπλάνηση στους πλανήτες του ηλιακού μας συστήματος. Τέλος, το τρίτο μέρος μπορεί να αναγνωστεί σε πολλαπλά επίπεδα, αφού είναι μια συλλογή από πρωτότυπες ιστορίες όπου μπορούμε να διακρίνουμε πως πρόκειται για μια εφαρμογή στην πράξη του θεωρητικού πλαισίου που αναπτύσσεται στο δεύτερο μέρος (Μιχαηλίδης 2003: 112-116).

Στην ίδια κατηγορία μπορεί να ενταχθεί και το βιβλίο «Μιλώντας στην Άννα για τα μαθηματικά» του Τεύκρου Μιχαηλίδη (Πατάκης, 2014). Πρόκειται για την ιστορία της Άννας, που ήταν από εκείνα τα παιδιά που η αγαπημένη τους λέξη είναι το «γιατί;». Ολα ξεκίνησαν όταν η οικογένεια της Άννας εγκαταστάθηκε για το καλοκαίρι δίπλα στο εξοχικό ενός παλαίμαχου μαθηματικού, που αρεσκόταν όχι μόνο να απαντά στις ερωτήσεις, αλλά και να γεννά με κάθε του απάντηση μια νέα ερώτηση. Με αυτόν τον τρόπο οι συζητήσεις τους ξεκίνησαν από τους στήμονες στο άνθος του ηλιοτροπίου και έφταναν μέχρι να εξηγήσουν τις χαρακιές σε κάποια προϊστορικά κόκαλα, κάνοντας μια διαδρομή που ξεκινά από την πρωτόγονη αρίθμηση και την

²⁴ Alan Turing (Άλαν Turing) είναι το όνομα ενός κορυφαίου μαθηματικού και ταυτόχρονα το όνομα ενός προγράμματος υπολογιστή που παίζει σημαντικό ρόλο στην πλοκή του έργου.

πρακτική γεωμετρία και φτάνει μέχρι τα σημερινά ανοιχτά προβλήματα των θεωρητικών και των εφαρμοσμένων μαθηματικών, κάνοντας ένα μεγάλο ταξίδι στον κόσμο των μαθηματικών, της θεωρητικής έρευνας και των εφαρμογών της σε κάθε πτυχή της καθημερινότητάς μας. Στο τέλος, όταν η Άννα θα βρίσκεται πια σε αναζήτηση ενός θέματος για το διδακτορικό της, θα μας ξεναγήσει η ίδια σε μερικές από τις περιοχές της σύγχρονης μαθηματικής έρευνας.

2.γ. Διδακτική αξιοποίηση των αφηγηματικών κειμένων στη διδασκαλία των θετικών επιστημών

Η χρησιμοποίηση ιστοριών για την εξήγηση των μαθηματικών αλλά και η χρησιμοποίηση των μαθηματικών στην αφήγηση των ιστοριών και είναι δυο πλευρές του ίδιου νομίσματος, γιατί ενώνουν τους τρόπους του επιστήμονα και του καλλιτέχνη για την ερμηνεία του κόσμου (Κολέζα, 2006).

Στα πλαίσια της διδασκαλίας των μαθηματικών μέσα από τη λογοτεχνία, οι μαθητές θα μπορούσαν, για να αναπτύξουν την αίσθηση διαφόρων μαθηματικών εννοιών και πράξεων και να κατασκευάσουν δικές τους πρωτότυπες ιστορίες. Τα παιδιά γράφοντας ιστορίες ή ακόμα και ποίηση, μπορούν να εκφράσουν τα συναισθήματά τους για τα μαθηματικά, να αναδείξουν και να ξεδιαλύνουν τις αντιλήψεις τους για διάφορες μαθηματικές έννοιες και να βοηθηθούν στην οικοδόμηση τους, καθώς σύμφωνα με τη κίνηση *Writing to Learn*, το γράψιμο σαν διαδικασία συμμετέχει στην οικοδόμηση της σκέψης των συγγραφέων (Sedita 2013).

Τα τελευταία χρόνια πραγματοποιήθηκαν διάφορες μεταρρυθμίσεις που αφορούν τη διδασκαλία των μαθηματικών σε διάφορες χώρες όπως οι ΗΠΑ, η Αγγλία (Αριθμητισμός), η Ολλανδία (Ρεαλιστικά Μαθηματικά), αλλά και η Ελλάδα (Τα Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής). Ενας από τους βασικούς στόχους αυτών των μεταρρυθμίσεων είναι να γίνουν τα μαθηματικά όσο το δυνατόν περισσότερο προσιτά και ευχάριστα στο μαθητή *«ακολουθώντας τις ικανότητες και τις προϋπάρχουσες γνώσεις του και όχι το φορμαλισμό και το δρόμο της επιστημονικής θεώρησης. Λαμβάνονται υπόψη το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον στο οποίο διεξάγεται η διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών»* ((Freudenthal 1973, Λεμονίδης, Χ., Κολλιλιάτη, Β. 2007: 39-49, Λεμονίδης, <http://www.eled.uowm.gr/mathslife/mathslife.htm>).

Τα «ρεαλιστικά μαθηματικά» είναι μια θεωρία διδασκαλίας και μάθησης, η θεμελίωση της οποίας βασίστηκε στη φιλοσοφική θεώρηση του Freudenthal το 1973 ότι: «τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα, άρα πρέπει να συνδέονται με την πραγματικότητα, να έχουν σχέση με την κοινωνία και να είναι προσβάσιμα για τους μαθητές». Το μοντέλο διδασκαλίας των ρεαλιστικών μαθηματικών έθεσε τις βάσεις για ριζική αναθεώρηση των στόχων, των αναλυτικών προγραμμάτων, των διδακτικών εγχειριδίων, των μεθόδων διδασκαλίας, της θέσης και του ρόλου των μαθητών και του εκπαιδευτικού και βασίστηκε στην οικοδόμηση της γνώσης πάνω στις άτυπες μαθηματικές γνώσεις των μαθητών και στην καθοδηγούμενη προσωπική ανακάλυψη των μαθηματικών εννοιών και δομών από τους ίδιους τους μαθητές.

Το πλαίσιο μέσα στο οποίο διατυπώνεται ένα πρόβλημα και η μαθηματική και διδακτική δραστηριότητα για την επίλυσή του έχουν μεγάλη σημασία για να παρουσιάσουμε στους μαθητές μια δραστηριότητα, ώστε να έχει νόημα γι' αυτούς (Freudenthal το 1973). Ενα πρόβλημα/πλαίσιο

μπορεί να έχει τη μορφή ενός λεκτικού προβλήματος, ενός παιχνιδιού, μιας ιστορίας ή παραμυθιού, να αναπαρίσταται από μοντέλα, σχήματα ή γραφήματα ή να αποτελεί συνδυασμό όλων των προηγούμενων. Συγκεκριμένα, «η *χρησιμοποίηση ιστοριών για την εξήγηση των μαθηματικών αλλά και η χρησιμοποίηση των μαθηματικών στην αφήγηση των ιστοριών και είναι δυο πλευρές του ίδιου νομίσματος, γιατί ενώνουν τους τρόπους του επιστήμονα και του καλλιτέχνη για την ερμηνεία του κόσμου*» (Frucht, 1999 Κολέζα, 2006).

Πολυάριθμες έρευνες που διεξήχθησαν μέσα στις σχολικές τάξεις έδειξαν ότι οι μαθητές είναι δυνατόν να εμπλακούν με δημιουργικό και αποτελεσματικό τρόπο στη μάθηση των μαθηματικών όταν τα προβλήματα εντάσσονται στο πλαίσιο φανταστικών ιστοριών. Οι ιστορίες και τα παραμύθια αποτελούν πηγή έμπνευσης και φαντασίας για τα παιδιά (Egan, 1992).

Στις περιπτώσεις διδασκαλίας Μαθηματικών με Λογοτεχνία ο εκπαιδευτικός πρέπει να δίνει έμφαση στην ιστορία του βιβλίου, σύμφωνα με την Austin (1998), γιατί να παρουσιάζεται σωστά και το μαθηματικό περιεχόμενο. Χρειάζεται τα βιβλία να είναι «*μαθηματικά ακριβή, ορθά και επίκαιρα στο κοινωνικό και οικονομικό τους περιβάλλον*»(Nesmith & Cooper, 2010).

Ως βασικά κριτήρια αξιολόγησης της ιστορίας του βιβλίου ως μυθοπλασίας ορίζονται όσα αφορούν «*στα στοιχεία της πλοκής, της περιγραφής χαρακτήρων (characterization), του θέματος και του ύφους*» (Austin 1998: 120). Η ανάγκη μιας καλοστημένης πλοκής στην οποία η δράση των χαρακτήρων εξελίσσει με φυσικό τρόπο συνδυάζεται με την παρουσίαση των χαρακτήρων, που πρέπει να φαίνονται πραγματικοί στα μάτια του αναγνώστη. Το κατάλληλο ύφος για αυτό αφορά στην «*παρουσίαση της ιστορίας από τον συγγραφέα, στην τέχνη του να τακτοποιεί τις λέξεις στη σειρά και να επιλέγει εικόνες*» (Austin 1998: 120) και προσδιορίζει αν κατά την προφορική αφήγηση του βιβλίου, η ιστορία γίνεται αντιληπτή εύκολα και ερμηνεύεται αβίαστα από τους ακροατές. Παράλληλα λειτουργεί και η πλούσια γλώσσα, ο περιγραφικός λόγος και οι ελκυστικές εικόνες» (Gailey 1993, όπ. αναφ. στο Blood, 2009: 12) Επιπλέον, η χαμηλής ποιότητας λογοτεχνία μπορεί να περιορίσει τις δυνατότητες των μαθητών στα Μαθηματικά και στην κατανόησή τους (Nesmith & Cooper, 2010).

Σε αυτό το πλαίσιο αναπτύχθηκε μια σειρά ανάλογων κριτηρίων που ορίζουν έναν τρόπο αξιολόγησης της ποιότητας των μαθηματικών βιβλίων του εμπορίου (Halsey, 2005) και τα κριτήρια που προέκυψαν (Hunsader, 2004: 621) είναι τα ακόλουθα:

- Είναι το μαθηματικό περιεχόμενο του βιβλίου σωστό και ακριβές;
- Είναι το μαθηματικό περιεχόμενο του βιβλίου ορατό; Παρουσιάζεται αποτελεσματικά;
- Είναι το μαθηματικό περιεχόμενο του βιβλίου νοητικά (intellectually) και αναπτυξιακά κατάλληλο για το κοινό του;

- Διευκολύνει το βιβλίο τη συμμετοχή του αναγνώστη στα Μαθηματικά που εμπεριέχει, τη χρήση τους και τη μεταφορά τους;

- Τα Μαθηματικά του βιβλίου και η ιστορία του συμπληρώνουν το ένα το άλλο;
- Πόσο μεγάλοι είναι οι πόροι που απαιτούνται για να βοηθήσουν τους αναγνώστες να επωφεληθούν από τα Μαθηματικά του βιβλίου;

Οι τρόποι σύνδεσης Λογοτεχνίας και Μαθηματικών μπορούν να είναι ποικίλοι και διάφοροι, βασιζόμενοι καταρχάς στο πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά και στις προσωπικές τους προτιμήσεις σε λογοτεχνικά κείμενα και καθοδηγούμενοι από τις ανάγκες των μαθητών τους (Κολέζα 2007, 2009) και τελικά μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα λογοτεχνικά κείμενα στη διδασκαλία των Μαθηματικών με ποικίλους τρόπους, όπως:

α) Η ιστορία δίνεται στους μαθητές πριν τη διδασκαλία της μαθηματικής έννοιας και το κείμενο αποτελεί αφορμή για συζήτηση. Οι μαθητές επεξεργάζονται τις πληροφορίες του κειμένου, συνδυάζουν τα δεδομένα και οδηγούνται σε σχετικά συμπεράσματα.

β) Η ιστορία δίνεται στο τέλος της διδακτικής ενότητας, μετά τη διδασκαλία της νέας μαθηματικής έννοιας, ώστε να την εντάξουν σε αυτά που διδάχτηκαν.

γ) Το λογοτεχνικό κείμενο αποτελεί την αφορμή και το πλαίσιο για να τεθούν προβλήματα προς επίλυση, χωρίς να διδάσκεται μέσα από το κείμενο μια νέα μαθηματική έννοια, αλλά οι μαθητές εξασκούνται στο να αντλούν πληροφορίες από ένα κείμενο και να τις αξιοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.

δ) Οι μαθητές καλούνται να αλλάξουν τα μαθηματικά δεδομένα της ιστορίας με τέτοιο τρόπο ώστε να μεταβάλλεται η εξέλιξη και το τέλος της. Ο εκπαιδευτικός κατευθύνει και βοηθάει τους μαθητές με ερωτήματα του τύπου: «Τι θα γινόταν αν;». Έτσι, οι μαθητές ασκούνται στην εκτίμηση και την πρόβλεψη και χρησιμοποιούν τη φαντασία τους.

ε) Οι μαθητές καλούνται να δώσουν οι ίδιοι τη συνέχεια και το τέλος μιας ιστορίας, ξεκινώντας από *συγκεκριμένα υλικά αναγκαία για την αφηγηματική σύσταση και κατευθύνονται από αριθμητικά σενάρια που ανοίγουν δυνατότητες παραγωγής κειμένων* (Καρατάσου & Παναούρα, 2009).

στ) Οι μαθητές ενθαρρύνονται να εντάξουν τα μαθήματα που έχουν διδαχθεί σε ιστορίες που γράφουν οι ίδιοι, εξασκούμενοι στην κατασκευή ιστοριών, πλοκής και χαρακτήρων.

Η Welchman- Tischler αριθμεί επτά τρόπους για να ενσωματώσουν οι εκπαιδευτικοί την παιδική λογοτεχνία σε διαφορετικούς τύπους μαθημάτων στην τάξη των Μαθηματικών (Gastón 2008).

Έτσι, η παιδική λογοτεχνία μπορεί να αξιοποιηθεί για να:

1. Παρέχει ένα πλαίσιο ή μοντέλο για μια δραστηριότητα μαθηματικού περιεχομένου.

2. Εισάγει χειραπτικά μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν ποικιλοτρόπως, όχι απαραίτητα όπως στη συγκεκριμένη ιστορία.
3. Εμπνεύσει μια δημιουργική εμπειρία στα Μαθηματικά.
4. Θέσει ένα ενδιαφέρον πρόβλημα.
5. Προετοιμάσει για μια μαθηματική έννοια ή δεξιότητα.
6. Αναπτύξει ή εξηγήσει μια μαθηματική έννοια ή δεξιότητα.
7. Επανεξετάσει μια μαθηματική έννοια ή δεξιότητα.

Η ενσωμάτωση των λογοτεχνικών κειμένων στην τάξη των Μαθηματικών έχει δημιουργήσει επιφυλάξεις σε πολλούς ερευνητές και μελετητές. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να μην ακολουθούν τακτική «μαθηματικοποίησης» κάθε βιβλίου, και να αντιμετωπίζουν το βιβλίο ως σύνολο, αναγνωρίζοντάς το σαν λογοτεχνία και σε επόμενο στάδιο να διερευνήσουν τις μαθηματικές ιδέες της ιστορίας και να εμπλακούν σε μαθηματικές και λογοτεχνικές δραστηριότητες (Burns, 1992· Burns & Silbey, 2000· Osborne, 2011, Schiro 1997).

2.δ. Η αφήγηση ως στρατηγική στη διδασκαλία των μαθηματικών

Τα αφηγηματικά κείμενα επιπλέον μπορούν να λειτουργήσουν σαν διαμεσολαβητές ανάμεσα στον επιστημονικό λόγο και τους μαθητές, μετασχηματίζοντας έννοιες, νόμους και φαινόμενα σε μια γλώσσα απλή και κατανοητή. Με αυτή την έννοια, οι θετικές επιστήμες έχουν συνδεθεί διαχρονικά ακόμα και με λογοτεχνικά κείμενα, με θεατρικές πρακτικές και κόμικς, αλλά τα τελευταία χρόνια αυτό γίνεται όλο και πιο συχνό (Παπαδόπουλος 2013). Από τον Πλάτωνα και τον Δάντη μέχρι την ποίηση του Ελύτη και το LOGICOMIX²⁵, η ένταξη και χρήση μαθηματικών εννοιών σε λογοτεχνικά έργα και λογοτεχνικών πρακτικών στα μαθηματικά έχει αναδείξει μια διάσταση αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας μεταξύ των δύο πεδίων. Αν και τα μαθηματικά προσεγγίζουν τον λογικό και επιστημονικό τρόπο σκέψης και η λογοτεχνία τον καλλιτεχνικό, μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά.

²⁵ Το Logicomix είναι ένα εικονιστόρημα του Απόστολου Δοξιάδη και του καθηγητή πληροφορικής του Πανεπιστημίου Μπέρκλεϋ των Ηνωμένων Πολιτειών Χρίστου Παπαδημητρίου. Βασίστηκε πάνω στη ζωή του μαθηματικού Μπέρτραντ Ράσελ.

2.ε. Η αφήγηση στα Προγράμματα Σπουδών διδασκαλίας των Μαθηματικών

Είναι πλέον αποδεκτό ότι η μελέτη της γλώσσας αποτελεί διερεύνηση και αποτύπωση του τρόπου με τον οποίο ο άνθρωπος δομεί τον κόσμο του (Kress, 2003). Στην καθημερινή σχολική και επαγγελματική μας ζωή, οι γλωσσικές δεξιότητες διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στο τρόπο που εισπράττουμε και μεταβιβάζουμε τα μηνύματά μας και στον επιστημονικό τομέα η ορθή χρήση του λεξιλογίου αποτελεί μέρος της εξέλιξης των δεξιοτήτων της καταγραφής και της επικοινωνίας. Στη σύγχρονη σχολική πραγματικότητα επιδιώκεται οι μαθητές να γνωρίσουν και να κατανοήσουν πως η χρήση διαφορετικού λεξιλογίου, επιστημονικού ή λογοτεχνικού θα τους βοηθήσει να αντιλαμβάνονται και να χρησιμοποιούν αρτιότερα τον εκάστοτε κώδικα επικοινωνίας, για να εκφράσουν έννοιες, φαινόμενα και σχέσεις των θετικών επιστημών και θα το αξιοποιούν σε όσο γίνεται περισσότερες περιστάσεις επικοινωνίας ή στα πλαίσια της κοινωνικής τους δραστηριοποίησης (Χαραμπόπουλος 2000).

Τα Προγράμματα Σπουδών διδασκαλίας των Μαθηματικών, τόσο στην υποχρεωτική εκπαίδευση, όσο και στη λυκειακή, ανάμεσα σε άλλα επιδιώκουν να αποκτήσουν οι μαθητές την ικανότητα διατύπωσης και επίλυσης προβλημάτων, καθώς και να διαμορφώσουν μια θετική στάση για τα μαθηματικά, εκτιμώντας τον ρόλο τους στην ανάπτυξη του ανθρώπινου πολιτισμού. Η υλοποίηση των παραπάνω στόχων επιχειρείται να επιτευχθεί μέσα από τις διεργασίες του μαθηματικού συλλογισμού, της δημιουργίας συνδέσεων και της επικοινωνίας μέσω της χρήσης διαφορετικής μορφής εργαλείων, καθώς και της μεταγνωστικής ενημερότητας, όπου ο μαθητής σκέφτεται πάνω στις δράσεις του και ελέγχει την αποτελεσματικότητα των στρατηγικών του²⁶.

Ειδικότερα, αν ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές του να περιγράψουν, να επεξηγήσουν και να τεκμηριώσουν τις λύσεις τους σε ένα πρόβλημα, μπορεί να τους υποστηρίξει να αναπτύξουν κάποιες από τις παραπάνω διεργασίες. Παράλληλα, στο ΠΣ δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να εμπλακούν σε πιο εκτεταμένες δραστηριότητες που συνδέονται με άλλα μαθησιακά διδακτικά αντικείμενα. Έτσι, ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να σχεδιάσει προσεγγίσεις που διερευνούν και αναδεικνύουν συνδέσεις εντός ή εκτός των μαθηματικών²⁷. Ο σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών εντάσσεται στους γενικότερους σκοπούς της Εκπαίδευσης, εφόσον τα Μαθηματικά ασκούν τον μαθητή στις λογικές διεργασίες και τον διδάσκουν να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια. Αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, την επιμονή,

²⁶ <http://digitalschool.minedu.gov.gr/info/newps/Μαθηματικά/Μαθηματικά%20—%20Οδηγός%20Γυμνασίου.pdf>, σελ.4

²⁷ <http://digitalschool.minedu.gov.gr/info/newps/Μαθηματικά/Μαθηματικά%20—%20Οδηγός%20Γυμνασίου.pdf>, σελ.7

την πρωτοβουλία, τη δημιουργική φαντασία, την ελεύθερη σκέψη, καλλιεργούν την αίσθηση της αρμονίας, της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό πνεύμα. «Μαθαίνω Μαθηματικά» δεν σημαίνει απορροφώ ή κατανοώ γνώσεις και δεξιότητες που μου προσφέρονται έτοιμες από τον δάσκαλο, αλλά εντάσσω τις επιμέρους γνώσεις και δεξιότητες σε ένα δομημένο σύνολο, στο πλαίσιο ενός συγκεκριμένου κοινωνικο-πολιτιστικού περιβάλλοντος²⁸.

Συγκεκριμένα, η διδασκαλία των Μαθηματικών στη Α΄ και Β΄ Λυκείου έχει ως κεντρικό στόχο το πέρασμα τόσο σε έναν πιο προωθημένο μαθηματικό τρόπο σκέψης, όσο και στη διεύρυνση των δυνατοτήτων της χρήσης τους ως εργαλείου κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου. Στην προσέγγιση αυτού του στόχου συμβάλλουν ανάμεσα σε άλλα και η ενεργητική εμπλοκή των μαθητών στη διερεύνηση προβλημάτων, στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος και πολλαπλών αποδεικτικών προσεγγίσεων, στην ικανότητα μετάφρασης από τη φυσική στη μαθηματική γλώσσα και αντίστροφα. Αυτή την κατεύθυνση ενισχύουν οι εννοιολογικές συνδέσεις εντός των Μαθηματικών αλλά και μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων γνωστικών περιοχών, καθώς και η θεώρηση των Μαθηματικών ως πολιτισμικό, ιστορικά εξελισσόμενο ανθρώπινο δημιούργημα²⁹.

Πλέον στα νέα Προγράμματα Σπουδών διερευνάται η αξιοποίηση των τεχνών για τη βελτίωση της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, τόσο μέσα από την ενασχόληση των μαθητών με τις τέχνες σε σχολικά προγράμματα πλούσια σε καλλιτεχνικές δραστηριότητες, όσο κυρίως μέσα από τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω της τέχνης. Η επίδραση της τέχνης στη μάθηση των μαθηματικών έχει χαρακτηριστεί θετική και στις δύο περιπτώσεις (Παπαδογιαννάκη – Παυλάκου 2012). Η τέχνη έχει τη δύναμη να ενισχύει περαιτέρω τις ικανότητες μας και αντισταθμίζει συγκεκριμένες εγγενείς αδυναμίες μας. Η τέχνη ενισχύει τη μνήμη, εξισορροπεί και προσφέρει αυτογνωσία, ενώ μας εξελίσσει και μας προσφέρει την ικανότητα πλέον να αξιολογούμε τον κόσμο με έναν διαφορετικό τρόπο (Botton 2013).

2.στ. Τα οφέλη από τη χρήση αφηγηματικών κειμένων στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Για να είναι ένα μάθημα αποτελεσματικό, το πρώτο και σημαντικότερο βήμα είναι η δημιουργία ενδιαφέροντος στους μαθητές, μέσα από μια καλή ιστορία. Η αντικατάσταση της απλής μετάδοσης γνώσεων με μια καλή ιστορία προσδίδει ενδιαφέρον και στη μαθησιακή διαδικασία, αφού «οι ιστορίες είναι εγγενώς ενδιαφέρουσες, δεδομένου ότι είναι ελκυστικές» (Κολέζα, 2009,

²⁸ http://thalassa30.blogspot.gr/2013/06/blog-post_705.html

²⁹ ΦΕΚ Αρ. Φύλλου 1173/ 15 Μαΐου 2013: Πρόγραμμα Σπουδών Άλγεβρας και Γεωμετρίας γενικής παιδείας Β΄ τάξης Γενικού Λυκείου και Α΄

σ. 514). Οι ιστορίες μπορούν να ενεργοποιήσουν τους μαθητές, να προσφέρουν αυθεντικά και ενδιαφέροντα πλαίσια (Clark, 2007), έτσι ώστε να δρουν και να σκέφτονται όπως οι ήρωες της ιστορίας, δημιουργώντας θαυμασμό και κάνοντας το υλικό προσιτό και αξιομνημόνευτο. Χάρη στα πλαίσια αυτά οι μαθηματικές ιδέες καθίστανται «προσιτές, ενδιαφέρουσες, ακόμα και συναρπαστικές για τα παιδιά» (Burns & Silbey, 2000, σ. 79), και «επεκτείνουν τη φυσική περιέργεια των παιδιών, τα ενθαρρύνουν στην αναζήτηση νοήματος» (Κολέζα (2009, σελ514) καθώς αυτά ταυτίζονται εύκολα με ό,τι ξεχωρίζουν ως ενδιαφέρον και σημαντικό (Schiro, 1997). Περιγράφοντας τα αλυσιδωτά γεγονότα, δημιουργούνται στα παιδιά συναισθήματα ενθουσιασμού, μυστηρίου και αγωνίας και ταυτόχρονα κινητοποιείται η σκέψη τους για την επίλυση του προβλήματος. Αυτό που ξεχωρίζει στη χρήση της αφήγησης για τη διδασκαλία των μαθηματικών, είναι πως οι ιστορίες μπορούν να συνεισφέρουν στην κατανόηση δύσκολων μαθηματικών εννοιών. (Zazkis R. & Liljedahl P. (2009)

Τα μαθηματικά προβλήματα που εμπεριέχονται στις λογοτεχνικές ιστορίες βοηθούν τα παιδιά να αντιληφθούν ότι τα πραγματικά προβλήματα είναι πιο πολύπλοκα και κατά συνέπεια επιδέχονται περισσότερες από μία λύσεις, σε αντίθεση με αυτά των σχολικών εγχειριδίων (Moyer (2000). Επίσης, τα προβλήματα που αναδύονται από την υπόθεση μιας λογοτεχνικής ιστορίας παρουσιάζουν ως επιτακτική την ανάγκη εύρεσης λύσης. Έτσι, η διαδικασία της επίλυσης γίνεται «προσωπική υπόθεση» (Μητακίδου & Τρέσσου, 2005) του μαθητή, οπότε ενθαρρύνεται η συμμετοχή του ως λύτη στις αντίστοιχες δράσεις (Whitin, 1992). Οι μαθητές οδηγούνται με φυσικό τρόπο στην ανάληψη του ρόλου του μαθηματικού και, μέσα από τις απαραίτητες μαθηματικές εξερευνήσεις και συζητήσεις, γεφυρώνουν «την αφηρημένη, συμβολική γλώσσα των Μαθηματικών με τον δικό τους προσωπικό κόσμο» (Whitin & Whitin, 2004).

Η διήγηση περιγράφεται ως ένας τρόπος σκέψης αλλά και ως **τρόπος οργάνωσης της γνώσης**. Η διήγηση ιστοριών κατά τη διδασκαλία των Επιστημών, μπορεί να αποτελέσει μια ευεργετική διαδικασία που απαιτεί ικανότητα, κρίση και εμπειρία, παρακινώντας και διευκολύνοντας τη μάθηση με τρόπο ιδιαίτερα ελκυστικό για τους μαθητές. Klassen (2006, 2007) Η διήγηση γεγονότων από την Ιστορία των Θετικών Επιστημών και η διδασκαλία τους, μπορεί να χρησιμοποιείται για να επικοινωνούν οι εμπλεκόμενοι, ώστε να κατανοούν καταστάσεις και δράσεις ανθρώπων, ενώ παράλληλα δημιουργεί γέφυρες ανάμεσα στο ειδικό και το προσωπικό, ικανοποιώντας πιο γενικευμένες απαιτήσεις. (Kokkotas, Rizaki, Malamitsa (2010, Bruner, 1986).

Η Ιστορία των Μαθηματικών και των Θετικών Επιστημών γενικά, μπορεί να αποτελέσει πλούσια **πηγή άντλησης υλικού για τη σύνταξη ιστοριών**, διότι συνδέει μέσα από συγκεκριμένα γεγονότα και περιστατικά, την επιστήμη (τις έννοιες και τα φαινόμενα) με τους επιστήμονες που έζησαν και επηρεάστηκαν από την εποχή τους. Η χρήση ιστοριών που περιγράφουν σύντομα

γεγονότα από την ζωή κάποιου επιστήμονα ενισχύει τη φύση της επιστήμης και αξιοποιεί επιστημονικά χαρακτηριστικά (Δήμου 2013). Οι **βιογραφίες** επιστημόνων καλούν τους καθηγητές να επαναπροσδιορίσουν τη γνώση τους για την επιστήμη και να επεκταθούν σε θέματα σχετικά με τις κοινωνικοπολιτισμικές συνθήκες της εποχής του εκάστοτε επιστήμονα και να συνδέσουν το παρελθόν με το παρόν (Daisey, 1997). Μέσα από την αφήγηση εκφράζονται οι κοσμοαντιλήψεις ατόμων που έζησαν σε μια άλλη εποχή, όπως για παράδειγμα οι αντιλήψεις επιστημόνων που έζησαν σε συγκεκριμένο κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο. Εξάλλου, η επιστήμη και τα μαθηματικά είναι πιο ενδιαφέροντα για τους μαθητές εάν τους ενθαρρύνουμε να μπουν στο ρόλο του επιστήμονα-μαθηματικού και να εξερευνήσουν την ζωή του (Perl (1978) και Warren & Thompson (1994, 1995). Οσον αφορά στην κατανόηση των ιδεών, το ιστορικό πλαίσιο είναι πολύ σημαντικό για να βοηθήσει τους μαθητές να συνδέσουν μια κατάσταση με την επιστημονική έρευνα της κάθε εποχής και τις ιδέες που από αυτήν προήλθαν (Χατζηγεωργίου, 1999), καθώς μεταφέρουν την πληροφορία στους μαθητές για τη φύση της επιστήμης αλλά και για το πώς έχει αλλάξει η επιστήμη με το πέρασμα του χρόνου. Σκοπός των ιστοριών είναι να μεταφέρουν την πληροφορία στους μαθητές για τη φύση της επιστήμης αλλά και για το πώς έχει αλλάξει η επιστήμη με το πέρασμα του χρόνου. Γίνεται, δηλαδή, προσπάθεια να συνδεθούν τα μαθηματικά με την καθημερινή ζωή των μαθητών ώστε αυτοί να κατανοήσουν τη χρησιμότητά των μαθηματικών και να αναπτύξουν εσωτερικά κίνητρα για να ασχοληθούν μαζί τους. Οι ιστορίες βοηθούν στην επέκταση γνώσεων και των εμπειριών της καθημερινότητας των μαθητών με παράλληλη έκθεση στη μαθηματική σκέψη, καθώς καλούνται να ερμηνεύσουν, να περιγράψουν και να εξηγήσουν τα πράγματα διαφορετικά. (Lesh, R. & Larson, C. 2006).

Η χρήση αφηγηματικών ιστοριών μπορεί να προσφέρει ποικιλοτρόπως στη διδασκαλία (Lesh & Larson, 2006) και στη μάθηση των Μαθηματικών. Η διδασκαλία των Μαθηματικών με τη βοήθεια των λογοτεχνικών κειμένων επηρεάζει θετικά την κατανόηση μαθηματικών εννοιών, αλλά και την **ανάπτυξη των αναγκαίων δεξιοτήτων και στρατηγικών**. Κινητοποιεί τους μαθητές και τους βοηθάει να συμμετέχουν, δημιουργεί συνδέσεις με τον πραγματικό κόσμο, αναπτύσσει γλωσσικές ικανότητες, οδηγεί στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και την ανάπτυξη ανάλογων δεξιοτήτων, και διαμορφώνει στάσεις και διαθέσεις απέναντι στο μάθημα δημιουργώντας μια διαφορετική εικόνα για το μάθημα των Μαθηματικών.

Με την αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στη μάθηση των Μαθηματικών οι μαθητές αξιοποιούν τις γνώσεις τους, χωρίς να στηρίζονται σε αποστηθισείς πληροφορίες και κανόνων (Lesh & Larson, 2006). Γίνεται **ευκολότερα η ανάκληση πληροφοριών** και στο αντικείμενο των Μαθηματικών όταν συσχετιστούν με μια ενδιαφέρουσα ιστορία παρά όταν παρουσιαστούν ως λογικό επιχείρημα ή θεωρία (Paradimitriou, 2003· Χρονάκη & Μουντζούρη, 2009). Παράλληλα, η

χρήση λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των Μαθηματικών ολοκληρώνει την την αναλυτική σκέψη «με το να αναπτύσσει τη φαντασία, με το να προκαλεί για εναλλακτικές ερμηνείες, με το να δημιουργεί ένα περιβάλλον όπου ο μαθητής εμπλέκεται ηθελημένα και συμμετέχει μέσα από τις προσωπικές του ερμηνείες» (Κολέζα, 2007, σ. 45· 2009, σ. 515). Και μάλιστα έρευνες μαρτυρούν πως η πολυπλοκότητα της μαθηματικής σκέψης των παιδιών και το βαθμό αφαίρεσης των μαθηματικών ιδεών κατά τη διάρκεια της ανάγνωσης είναι εντυπωσιακά (σ. 168), γιατί η αφήγηση συναρπαστικών ιστοριών διεγείρει τη φαντασία, «ένα πεδίο προνομιακό για τη μαθηματική σκέψη» (Χασάπης, 2007, σ. 7).

Παράλληλα, είναι αναγκαίο τα παιδιά να κάνουν **μαθηματικές συνδέσεις και με άλλες γνωστικές περιοχές**, μέσα από τις ιστορίες που διαβάζουν ή γράφουν (Hyde 2006). Μπορεί να χρησιμοποιηθούν ή να χτιστούν ιστορίες είτε με ξεκάθαρο μαθηματικό περιεχόμενο είτε χωρίς μαθηματικές αναφορές αλλά με περιθώρια στην πλοκή που του δίνουν τη δυνατότητα να βοηθήσει τα παιδιά να κάνουν μαθηματικές συνδέσεις. Επιπλέον, αναγνωρίζεται και η σημαντικότητα των των εικονογραφημένων λογοτεχνικών κείμενων, όπου η κατανόηση διευκολύνεται και από τις οπτικές αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών που παρέχουν οι εικόνες.

Η αξιοποίηση των λογοτεχνικών κειμένων στην τάξη των Μαθηματικών διαμορφώνει εκ νέου το **μαθησιακό περιβάλλον**. Το πλαίσιο της ιστορίας φέρνει τους μαθητές σε ένα πιο χαλαρό περιβάλλον ενασχόλησης με τα Μαθηματικά. Στο νέο αυτό περιβάλλον μάθησης οι μαθηματικές ιδέες γίνονται πιο προσιτές για όλους τους μαθητές (Whitin & Whitin, 2004) ενώ οικοδομείται η εμπιστοσύνη στις δικές τους μαθηματικές ικανότητες (Whitin, 1992). Η αφήγηση επιτρέπει στους μαθητές να συμμετέχουν σ' αυτό που καλούμε επιστήμη. Οι μαθητές προσεγγίζουν την ιστορία «στα δικά τους επίπεδα μαθηματικής περιέργειας» (Jenner, 2002: 169) σε πλαίσια που συμβάλλουν ώστε τα παιδιά «να βρουν τους εαυτούς τους και να εξερευνήσουν τον κόσμο τους» (Austin, 1998: 120). Για παράδειγμα, σε έρευνα σε σχολείο της Αυστραλίας παρατηρήθηκε πως με τη βοήθεια των παραμυθιών στη μάθηση Μαθηματικών τα παιδιά εξηγούσαν καλύτερα το σκεπτικό και τις στρατηγικές τους, απολάμβαναν περισσότερο το μάθημα των Μαθηματικών δείχνοντας ανυπομονησία για το επόμενο, έδειχναν μεγαλύτερη επιμονή σε δύσκολες εργασίες, σκέφτονταν περισσότερο σχετικά με αυτά που είχαν μάθει και μάθαιναν και κατακτούσαν όλοι ένα επίπεδο επιτυχίας. (Clarke 2002)

Η προσέγγιση μαθηματικών ιδεών μέσα από λογοτεχνικά κείμενα μαθηματικού περιεχομένου **βελτιώνει τις στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά** (Μητακίδου & Τρέσσου, 2005· Λέρη, 2008). Τα αρνητικά συναισθήματα για τα Μαθηματικά συχνά οφείλονται στη δυσκολία κατανόησης των ιδεών τους. Με τη βοήθεια της Λογοτεχνίας δίνεται έμφαση στην ελευθερία που προσφέρεται στον αναγνώστη-μαθητή κατά την ενασχόλησή του με το κείμενο με

αποτέλεσμα τη διαμόρφωση θετικών στάσεων και συναισθημάτων (Κολέζα (2007, 2009). Συνεπώς, μέσα από μια καλή ιστορία οι μαθητές μπορούν να δουν τα Μαθηματικά από διαφορετική οπτική γωνία (Hurrpert, 2012), σαν κάτι ευχάριστο και αλλιώτικο που μαθαίνουν σε παιγνιώδες κλίμα. Οι ιστορίες και τα παραμύθια αποτελούν πηγή έμπνευσης και φαντασίας για τα παιδιά: «Όσο πιο απόμακρο και διαφορετικό είναι κάτι από την καθημερινή εμπειρία και το περιβάλλον των μαθητών, τόσο περισσότερο θα δεσμεύσουν τη φαντασία τους γύρω απ' αυτό» (Egan, 1992). Τα στοιχεία της έκπληξης, της ανατροπής, της περιπέτειας, του μυστηρίου, αλλά και του εξωπραγματικού ή του παράλογου σε ένα κείμενο μαθηματικής λογοτεχνίας μπορεί να κάνει τα μαθηματικά πιο ελκυστικά για τους μαθητές και συμβάλλει στο να διαμορφώσουν οι μαθητές θετικά συναισθήματα και στάσεις απέναντι σε ένα γνωστικό αντικείμενο που τις περισσότερες φορές προκαλεί φόβο και άγχος στους μαθητές. Έτσι, τροποποιείται προς το καλύτερο και η διάθεσή τους απέναντι στο μάθημα, ενώ επιλέγουν «να αξιοποιούν και να αφιερώνουν περισσότερο χρόνο σε τέτοια περιβάλλοντα».

Τα παιδιά απολάμβαναν να **επικοινωνούν** τις μαθηματικές τους σκέψεις μεταξύ τους και με τους εκπαιδευτικούς και να μοιράζονται όσα μάθαιναν με τους άλλους, ιδιαίτερα όταν μπορούσαν να τα συνδέσουν με μια καλή μαθηματική ιστορία. Αυτή η διάχυση των προσωπικών οπτικών και απόψεων για την κατακτημένη γνώση συνεισφέρει στην κατανόηση των συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών από όλα τα μέλη της κάθε ομάδας (Whitin, 1992) και οι μαθητές συνδέονται με μια κοινή εμπειρία που θα αποτελέσει τη βάση για την οικοδόμηση των γνώσεών τους. Επιπλέον, οι μαθητές συζητούν και για περισσότερες από μία έγκυρες απαντήσεις όταν προσεγγίζουν τα Μαθηματικά μέσα από τη Λογοτεχνία, φαινόμενο που σπάνια παρατηρείται στις νεαρές ηλικίες.

Είναι γεγονός πως οι καθηγητές χρειάζονται μια τεχνική για να διδάξουν τη φύση της επιστήμης. Δημιουργεί την ανάγκη για **συζήτηση** ανάμεσα στους μαθητές και τον καθηγητή (Δήμου 2013). Ο κοινός τρόπος προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης ενθαρρύνει έτσι τη δημιουργία μιας συνεκτικής κοινότητας στην τάξη που δίνει έμφαση στον διάλογο και στην έκφραση ιδεών, τόσο λογοτεχνικών όσο και μαθηματικών. Ο διάλογος προάγει την ανάπτυξη «των γλωσσικών δεξιοτήτων των παιδιών στον προφορικό λόγο, όπως επίσης και την ικανότητά τους να σκέφτονται και να επικοινωνούν μαθηματικά» (Moyer, 2000: 246). Το μαθηματικό λεξιλόγιο που προσεγγίζουν μέσα από λογοτεχνικά κείμενα προστίθεται και διαμορφώνει τον κοινό γλωσσικό κώδικα της τάξης.

Η σύνδεση μαθηματικών και λογοτεχνίας μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά να αναπτύξουν **λογοτεχνικές έννοιες και δεξιότητες**» (Schiro 1997)). Σύμφωνα με τις «Αρχές και τα Κριτήρια για τα Σχολικά Μαθηματικά (Principles and Standards for School Mathematics)» του NCTM (2000), τα

παιδιά πρέπει να συμμετέχουν σε περισσότερες δραστηριότητες ανάγνωσης, γραφής και συζήτησης των μαθηματικών ιδεών έτσι ώστε η μάθηση να τοποθετείται σε πραγματικά πλαίσια.

Η σύμπραξης Λογοτεχνίας και Μαθηματικών ενισχύει και τη **γλωσσική ανάπτυξη** των μαθητών (σ. 10). Η χρησιμοποίηση καλής λογοτεχνίας στην τάξη των Μαθηματικών, που περιλαμβάνει και δραστηριότητες μαθηματικής εξερεύνησης και γραφής, που προωθούν τον γλωσσικό μαθηματικό γραμματισμό και προσφέρεται έτσι ένα μέσο «για να αναπτυχθούν οι μαθηματικές και γλωσσικές δεξιότητες ταυτόχρονα, ενώ οι μαθητές ακούν, διαβάζουν, γράφουν, και μιλούν για τα μαθηματικά». Η μάθηση είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη χρήση της γλώσσας και μάλιστα «ο διαχωρισμός της γλώσσας από τη διδασκαλία των μαθηματικών στις τάξεις του δημοτικού είναι πολύ αφύσικος για τα παιδιά» (Moyer, 2000: 253). Η «ανάπτυξη της λειτουργικής γλώσσας των μαθηματικών» (Μητακίδου και Τρέσσου 2005: 44), η κατανόηση και «η χρήση της για να αποσαφηνιστούν και να απλοποιηθούν σύνθετες καταστάσεις, να οργανωθούν τα διαθέσιμα στοιχεία και να ερμηνευθούν αποτελέσματα είναι ικανότητες που καλλιεργούνται κατά την ανάγνωση της ιστορίας» αποτελούν σημαντικές γλωσσικές δεξιότητες. Η παράλληλη ανάπτυξη του γλωσσικού και του μαθηματικού γραμματισμού προσφέρει περισσότερες επιλογές για την την εφαρμογή των γνώσεων.

2.7. Μαθηματικές ιστορίες: πώς φτιάχνονται

Ο μετασχηματισμός του διδακτικού υλικού σε μορφή ιστορίας απαιτεί περισσότερα από μια απλή διαδοχή γεγονότων. Όσα περισσότερα γνωρίζει ο μαθητής για κάποιο θέμα, συμπεριλαμβανομένης της ιστορίας της ιδέας, τόσο πιο εύκολο είναι να αποδώσει νόημα σε αυτήν. Κύριο μέλημα δεν είναι η δημιουργία φανταστικών ιστοριών πάνω στη διδακτέα ύλη, αλλά ο τρόπος με τον οποίο θα καταφέρει ο καθηγητής να κάνει το κάθε κομμάτι της ύλης, άξιο να τραβήξει την προσοχή των μαθητών. Μπορούν να συμπεριληφθούν φανταστικά στοιχεία, αρκεί αυτά να μην επηρεάζουν την αλήθεια (Zazkis R. & Liljedahl P. 2009). Οι ήρωες των ιστοριών ζωντανεύουν και οι μαθητές βρίσκουν σύνδεση με τα προβλήματα των ηρώων και με τα δικά τους με αποτέλεσμα να κινητοποιούνται να ξεφύγουν από τα στενά όρια της υπόθεσης και να συμμετάσχουν σε σχετικές με αυτήν χειροπιαστές δραστηριότητες (Δήμου 2013). Συνδέεται έτσι η επιστήμη με την καθημερινή ζωή και οι επιστήμονες με τους καθημερινούς ανθρώπους, οι μαθητές αντιλαμβάνονται και κατανοούν την επιστημονική έρευνα και δράση στη διάσταση της καθημερινότητας. Μπορούν να αξιοποιηθούν ιστορίες, στις οποίες οι μαθητές μπορεί να ταυτιστούν με τους ήρωες τους, ιστορίες που αφορούν συγκεκριμένα παραδείγματα ώστε να κάνουν το μάθημα πιο ενδιαφέρον και οι μαθητές να χαλαρώσουν και να συγκρατήσουν θεωρίες ή λεπτομέρειες. Η ιστορία μπορεί να καθορίσει το πώς θα αισθάνονται οι ήρωες, και το «τέλος» της ιστορίας συχνά μετατρέπεται σε επιστημονική δραστηριότητα των μαθητών, η ιστορία εξελίσσεται και οδηγεί και σε επίλυση προβλημάτων (Zazkis R. & Liljedahl P. 2009).

Η αρχή της ιστορίας πρέπει να είναι κρίσιμη και αποφασιστική για να προκαλέσει την εφευρετικότητα των μαθητών και τον θαυμασμό και στο κύριο μέρος της ιστορίας οι ιδέες που αποσκοπούν στη μάθηση πρέπει να είναι ξεκάθαρες και καλά δομημένες. Επίσης, το τέλος πρέπει να είναι ενδιαφέρον, να περιλαμβάνει την ολοκλήρωση και μια σημαντική ιδέα. (Χατζηγεωργίου (2006). Οι Zazkis R. & Liljedahl P. (2009), αναφέρουν κάποια βασικά στοιχεία που δεν πρέπει να λείπουν από την αφήγηση της ιστορίας μέσα στην τάξη:

- η πλοκή: πρόκειται για τη βασική ιδέα ή το βασικό γεγονός πάνω στο οποίο θα στηριχτεί η αφήγηση.
- ο χαρακτήρας της ιστορίας: αναφερόμαστε στο πραγματικό πρόσωπο-επιστήμονα, στο οποίο αναφέρεται η ιστορία. Σκοπός μας μέσα από την αναφορά στο πρόσωπο του επιστήμονα, είναι η αίσθηση της οικειότητας και κατανόησης του επιστήμονα από τα παιδιά. Μέσα από αληθινά, καθημερινά γεγονότα, οι μαθητές αντιλαμβάνονται τον ήρωα ως έναν απλό άνθρωπο, με πάθη, δυσκολίες και γιατί όχι και αποτυχίες.
- το επιστημονικό ερώτημα: Μέσα από την ιστορία δημιουργείται ενδιαφέρον στα παιδιά και υποσυνείδητα τίθεται το ερώτημα στο οποίο καλούνται να απαντήσουν. Ετσι

ενεργοποιείται η φαντασία και η δημιουργικότητά τους με έναν τρόπο ευχάριστο και διαφορετικό.

- οι εικόνες: οι λέξεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αναπτύξουν εικόνες στο μυαλό των ακροατών, οι οποίες θα συνδεθούν προσωπικά με τον κάθε μαθητή, ανάλογα με τα βιώματά του και έτσι να εντυπωθούν καλύτερα στη μνήμη του.

- το χιούμορ: μπορεί να κάνει τις ιστορίες μας περισσότερο ευχάριστες, μπορεί να τις “χρωματίσει” με λεπτομέρειες και να προκαλέσει στα παιδιά συναισθήματα, να “αιχμαλωτίσει” την προσοχή των μαθητών, να αποτελέσει ένα σημείο για κάποιους μαθητές, ενώ για κάποιους άλλους μπορεί να αποτελέσει μια διέξοδο.

Ο Herman (2009) επισημαίνει τέσσερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της αφήγησης. Η ιστορία:

- να τοποθετείται σε ένα συγκεκριμένο κοινωνικο-πολιτισμικό περιβάλλον.
- να αποτελείται από γεγονότα που διέπονται από χρονική αλληλουχία
- να συνδέεται με ένα σημαντικό γεγονός, άξιο να ειπωθεί.
- να λαμβάνουμε υπόψιν τις εμπειρίες του ακροατηρίου μας (Gade S., 2011).

Οι Lesh και Larson (2006) στο άρθρο τους με τίτλο «*Η δύναμη των ιστοριών στη μάθηση των Μαθηματικών και την επίλυση προβλήματος*» αναφέρονται στα οφέλη από τη σύνδεση Λογοτεχνίας και Μαθηματικών μέσα στην τάξη. Συγκεκριμένα:

- Οι μαθητές στην προσπάθειά τους να κατανοήσουν τις ιστορίες, βασίζονται στην προσωπική τους εμπειρία και γνώση και συγχρόνως επεκτείνουν αυτή τη γνώση.
- Τέτοιου είδους δραστηριότητες απαιτούν από τους μαθητές να ακολουθούν μια σπειροειδή οργάνωση του περιεχομένου κατά τη διάρκεια της οποίας εκφράζουν την άποψή τους, επανεξετάζουν τα δεδομένα, έρχονται σε γνωστική σύγκρουση και αναθεωρούν ή και απορρίπτουν τον αρχικό τρόπο σκέψης τους και δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να δομήσουν μόνοι τους τη γνώση τους σύμφωνα με τις ιδιαίτερες ανάγκες τους και τους προσωπικούς ρυθμούς μάθησης του καθενός.
- Δραστηριότητες που βασίζονται στην ανάγνωση και επεξεργασία λογοτεχνικών κειμένων επεκτείνουν και καλλιεργούν τη φυσική περιέργεια των παιδιών, τα ενθαρρύνουν να αναζητούν νόημα σ' αυτά που ακούνε ή διαβάζουν, συμβάλλουν στον εμπλουτισμό του λεξιλογίου, ενεργοποιούν ανώτερες νοητικές λειτουργίες, ενθαρρύνουν το διάλογο μεταξύ των μαθητών και βοηθούν τα παιδιά να σκέφτονται τον κόσμο τους με νέους τρόπους και μέσα από νέες πρακτικές. (Κολέζα, 2006).

Ερευνητές όπως ο Van den Heuvel – Panhuizen (2001) υποστηρίζουν ότι ο φανταστικός κόσμος των παραμυθιών μπορεί να είναι ένα πολύ κατάλληλο πλαίσιο για ένα πρόβλημα, εφ' όσον αυτό είναι πραγματικό στο μυαλό του μαθητή. Ο Γάλλος σημειολόγος C. Bremond (1973),

βασισμένος στις διαπιστώσεις του V. Propp (1991) για τη συνταγματική ανάλυση του μαγικού παραμυθιού, υποστηρίζει ότι σε κάθε αφηγηματικό κείμενο υπάρχει ο συνδυασμός τριών «λειτουργιών» που σχηματίζει μια «στοιχειώδη ακολουθία» που πραγματώνεται σε τρία στάδια : ενδεχόμενο/ εξέλιξη/ έκβαση. Παρατηρείται δηλαδή μια αφηγηματική κανονικότητα στα πλαίσια της οποίας η ισορροπία της αρχικής κατάστασης με την εισαγωγή κάποιων «δυναμικών» μοτίβων, που δημιουργώντας μια περιπλοκή, τη μετασχηματίζουν και την οδηγούν στη δημιουργία μιας νέας ισορροπίας (Παπαρούση, 2005). Η ύπαρξη αυτής της κανονικότητας μπορεί να αξιοποιηθεί διδακτικά μέσα στην τάξη, τόσο για να παροτρυνθούν οι μαθητές, μέσα από τη δομή της αφήγησης, να αποκωδικοποιούν τα μηνύματα και τα δεδομένα του κειμένου και να αντλούν πληροφορίες που θα τους είναι χρήσιμες για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, όσο και για να είναι οι μαθητές σε θέση να φτιάχνουν οι ίδιοι τις δικές τους ιστορίες και να εντάσσουν σ' αυτές μαθηματικά γεγονότα αποδίδοντάς τους νόημα.

Είναι, δηλαδή, θεμιτό να κατανοήσουν οι μαθητές ότι σε κάθε αφηγηματικό κείμενο:

1) Οι ήρωες έρχονται συνήθως αντιμέτωποι με κάποιο πρόβλημα ή εμπόδιο,

2) Για να αντιμετωπίσουν το εμπόδιο ή να λύσουν τι πρόβλημα εμπλέκονται σε περιπέτειες που απαρτίζονται από ένα ή και περισσότερα επεισόδια.

3) Τελικά, με τον έναν ή τον άλλο τρόπο δίνεται κάποια λύση και οδηγούμαστε σε αίσια έκβαση.

Τα λογοτεχνικά αυτά βιβλία γράφονται κυρίως με στόχο (Haury, David L.2001):

- Να καλλιεργήσουν μια θετική στάση του μαθητή απέναντι στα μαθηματικά, συνδέοντάς τα με την καθημερινή ζωή ή με τον κόσμο της φαντασίας. *«Είναι γνωστή η παιδαγωγική και διδακτική αρχή ότι κάποιος μαθαίνει καλύτερα, όταν οι καταστάσεις τις οποίες αντιμετωπίζει του είναι οικείες και έχει θετικά συναισθήματα για αυτές».* (Λεμονίδης, <http://www.eled.uowm.gr/mathslife/mathslife.htm>)

- Να παροτρύνουν τους μαθητές να εξετάσουν εναλλακτικές υποθέσεις και να δοκιμάσουν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης μιας προβληματικής κατάστασης.

- Να προωθηθεί μια γόνιμη επικοινωνία και συνεργασία μεταξύ των μαθητών και να «αναπτύσσεται η συνεργατικότητα, ο αναστοχασμός, η ενεργός συμμετοχή, η προσωπική συνάφεια και ο πλουραλισμός στις λύσεις των προβλημάτων από τους μαθητές και τις μαθήτριες». (Λεμονίδης, <http://www.eled.uowm.gr/mathslife/mathslife.htm>).

- Να εξηγήσουν μια έννοια ή διαδικασία.

- Να παρέχεται μια ευχάριστη και αυθεντική λογοτεχνική εμπειρία καθώς επίσης και η ευκαιρία να χρησιμοποιηθούν τα μαθηματικά για αυθεντικούς σκοπούς.
- Να ξαναθυμίσουν, δηλαδή, μια μαθηματική έννοια που ήδη έχει διδαχθεί τονίζοντας και φωτίζοντας τα πιο σημαντικά στοιχεία της.
- Να βοηθήσουν τα παιδιά να αναγνωρίσουν τα συναισθήματα που συνοδεύουν την προσπάθεια επίλυσης μιας προβληματικής κατάστασης – σύγχυση, αμφιβολία, απογοήτευση ή ικανοποίηση ανάλογα με την έκβαση (Borasi, 1990).
- Να ενθαρρύνουν τους μαθητές να σκέφτονται με μαθηματικό τρόπο και εκτός σχολείου, να βλέπουν δηλαδή την εφαρμογή των μαθηματικών σε κάθε πεδίο (Jenner, 2002).

2.η. Δημιουργική Γραφή και αφήγηση στις θετικές επιστήμες

Η δημιουργική γραφή είναι μια σύγχρονη εκπαιδευτική μέθοδος που προσεγγίζει με βιωματικό τρόπο το λόγο και τις δυνατότητες του, συνδυάζοντας το παιχνίδι με τη μάθηση. Αντικρίζεται ως εξάσκηση μιας ικανότητας και περισσότερο σαν μια ελεύθερη έκφραση της προσωπικότητας του παιδιού, σαν μια «λεκτική διατύπωση της ατομικής δημιουργικότητας» ή «σαν μια γραπτή έκφραση στην οποία τα παιδιά τοποθετούν στο χαρτί τις ιδέες, τα συναισθήματα τους και τις εντυπώσεις τους με τα δικά τους λόγια (Κωτόπουλος 2012). Μέσα από το διδακτικό αντικείμενο της δημιουργικής γραφής στη σχολική τάξη οι μαθητές πειραματίζονται σε ποικίλα λογοτεχνικά είδη χωρίς το φόβο σωστού ή λάθους (Morley 2007:6). Στηρίζεται στην αναδόμηση των λέξεων, των προτάσεων ή των κειμένων, προϊόν της φανταστικής δημιουργικής δυνατότητας των μαθητών και απελευθερώνει τη δημιουργικότητα των μαθητών.. Δημιουργική γραφή και αφήγηση θεωρείται κάθε γραφή και αφήγηση, φανταστική λογοτεχνία, ποίηση, ή και μη φανταστική λογοτεχνία, η οποία ξεφεύγει από τα όρια της τυπικής επαγγελματικής, δημοσιογραφικής, ακαδημαϊκής έκφρασης, ή και των τυποποιημένων μορφών της λογοτεχνίας.

Συνδυάζοντας τις επιστημονικές έννοιες με τη δημιουργική γραφή και έκφραση οι μαθητές και οι μαθήτριες μπορούν να προβληματιστούν δημιουργικά, να συνεργαστούν και να επικοινωνήσουν, να ξεδιαλύνουν τις έννοιες και το λεξιλόγιό τους και παράλληλα καλλιεργούν τις γλωσσικές τους δεξιότητες, και να εκφραστούν σε ομάδες ώστε να γράψουν, να παίξουν, να μάθουν για τον κόσμο γύρω τους. Δηλαδή φέρνουμε τον κόσμο της επιστήμης κοντά τους, ασκούνται, ξεδιαλύνουν τις έννοιες και το λεξιλόγιό τους και παράλληλα καλλιεργούν τις γλωσσικές τους δεξιότητες (Παπαδόπουλος, 2010). Η δημιουργική γραφή και αφήγηση αποτελεί μέρος των βασικών δεξιοτήτων λογοτεχνικού εγγραμματισμού. Απελευθερώνει τη δημιουργικότητα η οποία με τη δυναμική της ενεργοποιεί πολλαπλά μαθητές και μαθήτριες. Η διεπιστημονική επαφή του γνωστικού πεδίου της Δημιουργικής Γραφής και αυτών των θετικών επιστημών μας προσφέρουν τη δυνατότητα να συνδέσουμε τα πράγματα, να τα συσχετίσουμε, να διευρύνουμε τα προσωπικά όρια δημιουργικής έκφρασης και κατανόησης μαθητών και μαθητριών. Να μιλήσουν οι μαθητές για τον κόσμο γύρω τους, για το πώς αντιλαμβάνονται και αισθάνονται την επιστημονική διαδικασία και την ερευνητική πράξη. Να φανερώσουν πώς αντιλαμβάνονται τις ιστορίες που κρύβονται πίσω από κάθε επιστημονικό νόμο, πίσω από τους επιστήμονες, να τους σκεφτούν ως πρόσωπα ιστορικά και αφηγηματικά, ως χαρακτήρες ιστοριών με δράση επιστημονική και χαρακτηριστικά προσωπικά και πορεία επιστημονική. Οι τεχνικές δημιουργικής έκφρασης μετασχηματίζουν τις επιστημονικές θεωρίες σε μια γλώσσα ελκυστική για τους μαθητές και τις μαθήτριες, και τους συνδέουν με διαφορετικά πεδία της ανθρώπινης

δραστηριότητας. Το θέμα της κάθε διδακτικής πρακτικής δεν αντιμετωπίζεται μόνο ως γνωστικό αντικείμενο, αλλά προκαλεί στα παιδιά προβληματισμό και αναζήτηση και δημιουργεί τις προϋποθέσεις για γλωσσική έκφραση (Παπαδόπουλος, 2010).

Όσα περισσότερα γνωρίζει ο μαθητής για το θέμα και για την ιστορία της ιδέας, τόσο πιο εύκολο είναι να αποδώσει νόημα σε αυτήν, να την συνδέσει με τις υπάρχουσες ιδέες και να ενισχύσει την κατανόησή τους (Wandersee 1990: 423-434). Η ιστορία των Μαθηματικών γενικά μπορεί να αποτελέσει πηγή άντλησης υλικού για την σύνταξη ιστοριών, μέσα από συγκεκριμένα γεγονότα και περιστατικά, σχετικά με την επιστήμη, τις έννοιες και τα φαινόμενα με τους επιστήμονες που έζησαν και ζουν, με την δράση και την επιστημονική τους υπόσταση και τις κοσμοαντιλήψεις τους (Δήμου 2013). Η αφήγηση επιτρέπει στους μαθητές να συμμετέχουν σε αυτό που καλούμε επιστήμη, στην φύση της και στην ιστορία της (Roach & Wandersee 1993:18-21). Η προσέγγιση της επιστήμης και των μαθηματικών αποδεικνύεται πιο ενδιαφέρουσα για τους μαθητές, όταν ενθαρρύνονται να μπουν στο ρόλο του επιστήμονα-μαθηματικού και να εξερευνήσουν την ζωή του. Όταν κάποιος διηγείται ή ακούει ή διαβάζει μια ιστορία, έχει τη δυνατότητα να μοιραστεί γνώσεις και εμπειρίες τόσο για τη ζωή τη δική του όσο και για τις ζωές των άλλων. Η διήγηση ιστοριών, εκτός από την ανάπτυξη της επιστήμης, μπορεί να συνεισφέρει και στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να προβλέπουν τη λύση του προβλήματος, μπορεί να συμβάλει στην κατανόηση δύσκολων εννοιών (Sparkes 1998:73). Μπορούν να ενεργοποιήσουν τα παιδιά, ώστε να δρουν και να σκέφτονται, όπως οι ήρωες της ιστορίας, δημιουργώντας θαυμασμό και κάνοντας το υλικό προσιτό και αξιομνημόνευτο (Δήμου 2013:40).

3. Η περίπτωση του θείου Πέτρου: Ο θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκολντμπαχ

3.α. Υπόθεση του βιβλίου

Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach είναι ένα «μαθηματικό μυθιστόρημα», το πρώτο ενός είδους που γνώρισε επιτυχία από τη συνύπαρξη της επιστήμης και της λογοτεχνίας. Ο ήρωας του Δοξιάδη είναι ένας ηλικιωμένος μαθηματικός, ο Πέτρος Παπαχρήστος, που θεωρήθηκε λαμπρό μυαλό στην εφηβεία του, ξεκίνησε με ορμή την πανεπιστημιακή καριέρα του για να την καταστρέψει μαζί με όλη τη ζωή του εξαιτίας μια εμμονής: θέλησε να αποδείξει ότι «κάθε ζυγός αριθμός μεγαλύτερος του 2 μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα δυο πρώτων». Θέλησε δηλαδή να αποδείξει την Εικασία του Goldbach³⁰.

Την ιστορία αφηγείται το αγαπημένο του «ανιψούδι», ο μοναδικός συγγενής που τον βλέπει με συμπάθεια και μάλιστα αποφασίζει να σπουδάσει μαθηματικά, αγνοώντας με τη σειρά του τις οικογενειακές επιχειρήσεις. Ο ανιψιός απλώς αγαπά τα μαθηματικά και κυρίως προσπαθεί να κατανοήσει γιατί ο θείος του τα παράτησε όλα με έναν στόχο σχεδόν ανέφικτο, αναλαμβάνοντας ένα σισύφειο έργο με μότο «όλα ή τίποτα». Ο θείος Πέτρος Παπαχρήστου συναναστρέφεται τους πιο γνωστούς μαθηματικούς των αρχών του αιώνα, τον Κωνσταντίνο Καραθεοδωρή, τον Αλαν Turing και άλλους.

Ο ίδιος ο συγγραφέας έχει πει σε συνέντευξή του στο «Βήμα»: «Είναι γραμμένο για όσους μισούν τα μαθηματικά. Για να τα αγαπήσουν»³¹. Ποια σχέση λοιπόν μπορεί να έχει ένας απόμαχος γεράκος, ο Πέτρος Παπαχρήστου, που ζει απομονωμένος στην Εκάλη με μοναδική παρέα τα φυτά του κήπου του και τα κομμάτια της σκακιάρας του και που η οικογένειά του τον θεωρεί «το μαύρο πρόβατο της οικογένειας (...) έναν αποτυχημένο της ζωής», με την τρομερή Εικασία του Goldbach; Αυτό αναρωτιέται ο ανιψιός του και αφηγητής στο βιβλίο του Απόστολου Δοξιάδη *Ο θείος Πέτρος και η Εικασία του Goldbach*, καθώς ανηφορίζει προς την Εκάλη για να ζητήσει από τον παράξενο θείο του, μαθηματικό στα νιάτα του απ' ό,τι έχει ακουστά, έναν χρησμό: θέλει να γίνει και ο ίδιος μαθηματικός· να το τολμήσει ή όχι;

Ο θείος Πέτρος, αφού πρώτα ρωτήσει τον ανιψιό του «Τι είναι τα μαθηματικά κατά τη γνώμη σου;», του δηλώνει ποια είναι η στόφα του μαθηματικού κατά τη δική του γνώμη: «*Η ψυχολογία του μαθηματικού μοιάζει περισσότερο με του ποιητή ή του μουσικοσυνθέτη, μ' άλλα λόγια του ανθρώπου που έχει σκοπό του τη δημιουργία του Ωραίου, την αναζήτηση της Αρμονίας, της Τελειότητας*». Κατόπιν αποφαίνεται πως, αν το «προσφιλές ανιψούδι» του περάσει επιτυχώς και με αμιγώς αγωνιστικό πνεύμα μια δύσκολη δοκιμασία μαθηματικής επιβίωσης λύνοντας ένα

³⁰ βλ. σελ. ... της παρούσας εργασίας

³¹ βλ. <http://www.tovima.gr/books-ideas/article/?aid=131134>

δύσκολο πρόβλημα, και μόνον τότε, θα έχει τη στόφα του μαθηματικού και θα καταφέρει να ακολουθήσει αυτόν τον δύσκολο και μοναχικό δρόμο που διάλεξε. Ικεσία στην εικασία (bhma)

Τον βάζει να αποδείξει την εικασία του Goldbach, την οποία όμως ο ίδιος δεν είχε καταφέρει να την αποδείξει. Όταν πλέον το καταλαβαίνει, βρίσκεται σε πανεπιστήμιο στην Αμερική προκειμένου να σπουδάσει Οικονομικά. Ο συγγατικός του, Σάμι, ο οποίος σπουδάζει μαθηματικά, τον βοηθά να ανακαλύψει ότι μπορεί για τον Πέτρο και τι μπορεί να προκάλεσε αυτή του τη συμπεριφορά. Εκεί ανακαλύπτουν ότι δεν έχει δημοσιεύσει καμία σημαντική εργασία, πράγμα που τους οδηγεί να πιστέψουν ότι έχει χάσει την μαθηματική του ικανότητα. Επιπλέον, ο Σάμι πείθει τον αφηγητή να σπουδάσει μαθηματικά. Γυρίζοντας πίσω στην Αθήνα για τις καλοκαιρινές του διακοπές επισκέπτεται τον Πέτρο στο σπίτι του στην Εκάλη, όπου αυτός του εξιστορεί τη ζωή του, γιατί έγινε μαθηματικός και γιατί δεν αναφέρεται πουθενά στην ιστορία των μαθηματικών.

Ο πατέρας του Πέτρον τον έστειλε σε ένα ιεραποστολικό σχολείο, όπου έδειξε την μαθηματική του διάνοια. Ο δάσκαλός του, σύστησε στον πατέρα του, να τον στείλει στην Γερμανία για περεταίρω σπουδές. Εκεί, με δάσκαλο τον Κ. Καραθεοδωρή μαθαίνει για τη θεωρία των αριθμών και ανακαλύπτει τη «μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων Παπαχρήστου». Εκεί έχει και τον πρώτο του και μοναδικό έρωτα, ο οποίος όμως τον άφησε για έναν στρατηγό. Αποφασισμένος να την ξανακερδίσει αποφασίζει να λύσει ένα από τα 3 δυσκολότερα προβλήματα που υπάρχουν, τη Εικασία του Goldbach. Μετά την αποφοίτηση του, περνά 3 χρόνια μελετώντας με τους Littlewood, Hardy και Ramanujan στο Κολέγιο Τρίνιτυ του Cambridge, θεωρία αριθμών. Όμως εγκαταλείπει το Πανεπιστήμιο και αποφασίζει να διδάξει στο Μόναχο, όπου θα μπορούσε να ασχοληθεί και με την απόδειξη της Εικασίας. Ο Πέτρος θέλει να είναι ο μόνος που θα αποδείξει την Εικασία και γι' αυτό κρύβει το θέμα της έρευνας του και χαίρεται όταν πεθαίνει ο Ramanujan, γιατί θεωρούσε ότι μόνο αυτός θα μπορούσε (εκτός από τον ίδιο) να αποδείξει τη Εικασία.

Αποδεικνύει στο ενδιάμεσο στάδιο 2 θεωρήματα, όμως δεν τα δημοσιεύει, γιατί φοβάται ότι αυτό ίσως οδηγήσει άλλους μαθηματικούς στη λύση. Είναι κοντά στη λύση, αποδεικνύει δηλαδή τα «ενδιάμεσα θεωρήματα». Και όμως δεν δημοσιεύει τίποτε, «καίει τα χαρτιά του» προκειμένου να μπει μια και καλή στην ιστορία των μαθηματικών.

Παίρνει 2 χρόνια άδεια, έτσι ώστε να προσπαθήσει να αποδείξει την Εικασία σε ένα απομονωμένο χωρίο, όπου αρχίζει να ασχολείται με το σκάκι, ως ένα τρόπο να ξεκουράζει το μυαλό του. Στο τέλος της άδειας αποφασίζει να αλλάξει τη μέθοδο προσέγγισης του προβλήματος από την αναλυτική στη στοιχειώδη αλγεβρική και γι' αυτό στέλνει τις αποδείξεις των δυο θεωρημάτων που είχε επιλύσει στους Littlewood και Hardy. Απ' αυτούς δυστυχώς πληροφορείται ότι αυτά έχουν ήδη αποδειχθεί. Όμως δεν πτοείται καθώς κατά τη γνώμη του αυτά δεν ήταν και

τόσο σημαντικά. Επιστρέφει στο Cambridge όπου συνεργάζεται με τους Littlewood και Hardy για την απόδειξη της Εικασίας, παρόλο που αυτοί είχαν ξεπεράσει την εποχή της μαθηματικής τους δημιουργικότητας. Συνεχίζει πάντως να πιστεύει χωρίς αμφιβολία ότι βρίσκεται κοντά στη απόδειξη. Επιστρέφοντας στη Γερμανία, ένας φοιτητής, ο Turing του ζητά να τον βοηθήσει στη μετάφραση του Θεωρήματος της μη Πληρότητας, για το οποίο ο Πέτρος δεν είχε πληροφορηθεί μέχρι τότε. Βάση αυτού ο Πέτρος είναι πεπεισμένος ότι η Εικασία είναι μη αποδείξιμη και γι' αυτό σταματά την έρευνα, αφού πρώτα πληροφορείται ότι δεν υπάρχει τρόπος να ξέρεις αν κάποιο θεώρημα είναι μη αποδείξιμο. Μετά από αυτό δεν ασχολείται ξανά με τα μαθηματικά και φεύγει από τη Γερμανία για την Ελλάδα, λόγω του Β' Παγκοσμίου Πολέμου. Εκεί ζει σε ένα εγκαταλελειμμένο σπίτι στην Εκάλη γιατί δεν αντέχει να ζει με τον αδελφό του.

Μετά από την αφήγηση των γεγονότων, ο Πέτρος εξηγεί στον ανιψιό του ότι προσπάθησε να τον αποτρέψει από το να ακολουθήσει σπουδές στα μαθηματικά επειδή κατ' αυτόν δεν είχε την απαραίτητη διάνοια, διαίσθηση και επιμονή. Ετσι θα κατέληγε μια μετριότητα. Ο αφηγητής γυρίζει πίσω στην Αμερική για να συνεχίσει τις σπουδές του στα μαθηματικά. Εκεί συναντά τον Σάμυ, στον οποίον εξιστορεί ό,τι του είπε ο Πέτρος. Την επόμενη μέρα επισκέπτονται το Ίδρυμα Προχωρημένων Σπουδών, όπου βλέποντας το πώς έχουν καταλήξει μεγάλοι και σπουδαίοι μαθηματικοί ο αφηγητής καταλαβαίνει ότι όποιος φτάνει κοντά στην αλήθεια τείνει να τρελαίνεται. Γι' αυτό, και επειδή δεν ήθελε να καταλήξει σαν αυτούς, αλλά και επειδή δεν μπορούσε να ανεχτεί το μέτριο, αποφασίζει να μην ασχοληθεί με τα μαθηματικά, αλλά να σπουδάσει Οικονομικά και να συνεχίσει την οικογενειακή επιχείρηση.

Το μόνο πράγμα που προσπαθεί να κάνει όταν επιστρέψει στην Ελλάδα είναι να κάνει το Πέτρο να αποδεχτεί τη μικρή επιτυχία του και τους καρπούς των κόπων του. Γι' αυτό τον πείθει να αποδεχτεί ένα βραβείο της χούντας και προσπαθεί να τον φέρει αντιμέτωπο με τα πραγματικά, κατά τη γνώμη του, αίτια που οδήγησαν τον Πέτρο στην παραίτηση του. Τον πείθει λοιπόν να ξεκινήσουν μαθήματα για να του διδάξει όσα ξέρει για τα μαθηματικά και κυρίως για την εικασία του Goldbach. Σταδιακά μαθαίνει πολλά πράγματα όχι μόνο για τα μαθηματικά αλλά και για τον θείο του αλλά και στον τελευταίο αναγεννιέται το πάθος του να αποδείξει την εικασία χρησιμοποιώντας φασόλια (μια μέθοδο που είχε χρησιμοποιήσει και παλιότερα). Κάποιο βράδυ όμως ο θείος του του τηλεφωνεί λέγοντάς του ασυναρτησίες σχετικά με ένα περίεργο όνειρο που είδε όπου 2 γυναίκες του φανέρωσαν τη λύση της εικασίας και τελικά την έλυσε και αυτές οι 2 θα τον έπαιρναν μακριά. Του είπε μάλιστα πως έπρεπε να πάει σπίτι του μαζί με ένα μάρτυρα για να το επιβεβαιώσουν και ξαφνικά το τηλέφωνο κλείνει. Πάει γρήγορα ο αφηγητής αλλά ήταν πια αργά, είχε πεθάνει και γύρω υπήρχαν πολλά φασόλια σκορπισμένα λόγω της βροχής. Αραγε να έλυσε την εικασία ή όχι; Ενα όμως είναι σίγουρο πως εκείνη τη μέρα πέθανε ένας μεγάλος μαθηματικός.

«Αλλά πρώτα πρέπει να μάθεις τα βασικά στη Θεωρία των Αριθμών.»»

(Θείος Πέτρος σε «προσφιλέσ ανειψούδι»)

3.β. Γιατί επιλέξαμε αυτό το βιβλίο

- Ο όρος «μαθηματική λογοτεχνία» δημιουργήθηκε με αφορμή την έκδοση αυτού του μυθιστορήματος: Η ιστοσελίδα Mathematical Fiction του Αλεξ Κάσμαν περιέχει κατάλογο με περίπου 850 έργα μυθοπλασίας, από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα, που σχετίζονται με τα μαθηματικά. Τα 500 έχουν γραφτεί μετά το 1990. Τον ίδιο τον όρο όμως Mathematical Fiction (μαθηματική λογοτεχνία) εισήγαγε ο Βρετανός δημοσιογράφος του «Independent» Gilbert Adair, με αφορμή την έκδοση του μυθιστορήματος «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach» του Απόστολου Δοξιάδη το οποίο, σύμφωνα με τον δημοσιογράφο, εγκαινίασε ένα νέο λογοτεχνικό είδος.

- Είναι γραμμένο από μαθηματικό και συγγραφέα, τον Απόστολο Δοξιάδη, που γνωρίζει καλά τόσο τη μαθηματική επιστήμη, όσο και τη μυθοπλασία.

- Εγινε πρώτα γνωστό στο εξωτερικό και μετά στην Ελλάδα. Το μυθιστόρημα «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ» κυκλοφόρησε το 2000 στην Αγγλία από τους Faber and Faber και στην Αμερική από το Bloomsbury, σε μετάφραση του συγγραφέα, και έχει μεταφραστεί σε 22 γλώσσες. Έχει λάβει διεθνείς διακρίσεις, βρέθηκε στην τελική εξάδα για το Prix Medicis 2000 και του απονεμήθηκε τον Μάιο του 2001 το Primo Peano από το Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου του Τορίνο.

- Ο σύγγραφέας είχε στόχο να κάνει αγαπητούς τους μαθηματικούς και τα μαθηματικά. Ως αντίδοτο στην απέχθεια προς τα σχολικά μαθηματικά, ο Απόστολος Δοξιάδης εμφανίστηκε να προτείνει την αφήγηση. Εφερε κοντά τη δουλειά του μαθηματικού με εκείνη του ανθρώπου που διηγείται και γράφει ιστορίες. Μίλησε για κίνηση, για δράση, για ήρωες που προκαλούν χαρά, ευχαρίστηση, περιπέτεια και ταυτόχρονα μεταφέρουν τα πιο δύσκολα μηνύματα. Ο ίδιος αναφέρεται σε βιβλία που έχουν γίνει best sellers (όπως «Το τελευταίο θεώρημα του Φερμά», του Simon Singh), σε ταινίες βραβευμένες με Οσκαρ (όπως το "Ένας υπέροχος άνθρωπος", που στηρίζεται στη βιογραφία του John Nash), σε θεατρικά έργα (όπως το "Proof", που κέρδισε το βραβείο Pulitzer). *«Επαναστάτες παρα-μαθηματικοί είναι αυτοί που ανοίγουν τις κουρτίνες αποκαλύπτοντας μια νέα, πρωτότυπη εικόνα των μαθηματικών - μια εικόνα που δεν μοιάζει με τη νεκρή πεταλούδα του εντομολόγου, αλλά περιγράφει την*

επιστήμη έτσι όπως την έζησαν οι άνθρωποι, έτσι όπως την αγάπησαν, την εξερεύνησαν, τη φοβήθηκαν, τη δημιούργησαν, την ονειρεύτηκαν. Ο νέος τρόπος αφήγησης διακατέχεται από πνεύμα ανατρεπτικό, το οποίο είναι καιρός να διεισδύσει στη μαθηματική εκπαίδευση. Γιατί έχει τη δύναμη να φτάσει στον στόχο: στο συναίσθημα, την καρδιά των μαθητών, την αναγνώριση και την ταύτιση με τους ήρωες της λογικής και των αριθμών. [...] Δεν έχει σημασία που ο Πέτρος είναι πρόσωπο μη υπαρκτό. Αν τον αγαπήσεις, ζητάς να μάθεις περισσότερα για τη δουλειά του - για τα Μαθηματικά»³².

- Μιλάει για τη διαφορετικότητα ενός επιστημονικού μυαλού: «Ο θείος σου Πέτρος παιδί μου είναι ένας αποτυχημένος της ζωής». Αυτά τα λόγια του πατέρα του προσπαθεί να αποκρυπτογραφήσει ο αφηγητής του μυθιστορήματος και εμπλέκεται σε μία περιπέτεια αναζήτησης της αλήθειας που τελικά έχει σοβαρότατες επιπτώσεις και για τον ίδιο. Ο θείος Πέτρος, αφού πρώτα ρωτήσει τον ανιψιό του «Τι είναι τα μαθηματικά κατά τη γνώμη σου;», του δηλώνει ποια είναι η στόφα του μαθηματικού κατά τη δική του γνώμη: «Η ψυχολογία του μαθηματικού μοιάζει περισσότερο με του ποιητή ή του μουσικοσυνθέτη, μ' άλλα λόγια του ανθρώπου που έχει σκοπό του τη δημιουργία του Ωραίου, την αναζήτηση της Αρμονίας, της Τελειότητας»³³. Ο Απόστολος Δοξιάδης γράφει ένα συναρπαστικό βιβλίο για τα μαθηματικά και τους επιστήμονες που τα υπηρετούν, απομακρύνοντας το πέπλο μυστηρίου που τυλίγει τον κόσμο στον οποίο ζουν σχεδόν αποκομμένοι. Μαθαίνουμε για τους μεγάλους μαθηματικούς γρίφους, τη ζωή στα ερευνητικά ιδρύματα, τις έμμονες ιδέες από τις οποίες κατατρύχονται οι μεγάλοι μαθηματικοί, τον αγώνα για συνεχείς δημοσιεύσεις και την προσπάθεια να μπουν στο πάνθεον των ένδοξων μαθηματικών που μερικές φορές τους οδηγεί στην παράνοια. Ενας απόμαχος γεράκος, ο Πέτρος Παπαχρήστου, που ζει απομονωμένος στην Εκάλη με μοναδική παρέα τα φυτά του κήπου του και τα κομμάτια της σκακιέρας του και που η οικογένειά του τον θεωρεί «το μαύρο πρόβατο της οικογένειας (...) έναν αποτυχημένο της ζωής»³⁴. Ο Απόστολος Δοξιάδης δημιουργώντας τον Πέτρο Παπαχρήστου, το θείο Πέτρο, τον βάζει ν' αναμετρηθεί με μια αναπόδεικτη τους τελευταίους τρεις αιώνες μαθηματική Εικασία και έτσι ψυχογραφεί μια μαθηματική διάνοια, έναν νου που υπερβαίνει το κοινό μέτρο και μέσω μιας ενορατικής παρά λογικής διαδικασίας οδηγείται στην πλήρη απόσπασή του από τα γήινα και καθημερινά, στην πλήρη απομόνωση από το περιβάλλον του και τελικά σε μια βαθύτατη και άνευ όρων μοναξιά, μια υψηλή διάνοια που μέχρι σήμερα θεωρούμε ότι συναντάται περισσότερο στους χώρους των γραμμάτων, της

³² βλ. http://www.greek-language.gr/greekLang/modern_greek/tools/corpora/corpora/content.html?t=2,379

³³ βλ. <http://www.tovima.gr/2008/11/24/books-ideas/ikesia-stin-eikasia/>

³⁴ βλ. <http://www.tovima.gr/2008/11/24/books-ideas/ikesia-stin-eikasia/>

τέχνης και της φιλοσοφίας και οδηγείται σε μια έντονη προσπάθεια κατάκτησης της απαγορευμένης και γοητευτικής γνώσης. Ο Σάμι Επστάιν - ανερχόμενη μαθηματική διάνοια - λέει στο νεαρό αφηγητή του μυθιστορήματος και «προσφιλές ανεψούδι» του θείου Πέτρου, για ένα μεγάλο μαθηματικό, τον Kurt Gödel, που βρίσκεται πια στο κόσμο της παράνοιας: *«Νομίζω ότι η τρέλα του Gödel είναι το τίμημα που πληρώνει κανείς αν πλησιάσει πολύ κοντά την Αλήθεια. Κάποιο ποίημα λέει "ότι οι άνθρωποι δεν μπορούν να αντέξουν μεγάλες δόσεις πραγματικότητας" ή κάτι τέτοιο. Σκέψου το βιβλικό Δέντρο της Γνώσης ή τον Προμηθέα της μυθολογίας σας. Οι άνθρωποι που ξεπέρασαν το κοινό μέτρο κι έμαθαν περισσότερα από όσα πρέπει να ξέρει ο άνθρωπος, πρέπει να πληρώσουν για αυτήν τους την ύβρι».*

- Μέσα από το βιβλίο γνωρίζουμε πολλές μαθηματικές ιδιοφυΐες. Καθώς ο θείος Πέτρος αφηγείται τη σπαταλημένη του ζωή, αναφέρεται σε πραγματικούς μαθηματικούς, όπως ο αυτάρεσκος άθεος ειρηνιστής Hardy, ο πρακτικότερος συνεργάτης του Littlewood, ο Ramanujan, το παιδί-θαύμα από την Ινδία, που ήταν «φτιαγμένος από τη στόφα του Αρχιμήδη» και που ισχυριζόταν πως η αγαπημένη του ινδουιστική θεότητα, η Ναμακίρι, του αποκάλυπτε στα όνειρα του όλα εκείνα τα εκπληκτικά αποτελέσματα, και τέλος να συναντηθούμε στη Βιέννη με τον ιδιόρρυθμο Gödel και στο Cambridge με τον ενθουσιώδη και ντροπαλό Τιούρινγκ. Μια από τις κύριες κορυφώσεις της αφήγησης είναι και η ανακάλυψη, στη διάρκεια της μαθηματικής καριέρας του θείου Πέτρου, του θεωρήματος του Gödel, οι προεκτάσεις του οποίου θέτουν ζητήματα όπως ποιες αλήθειες είναι προσπελάσιμες και ποιες όχι, και σχεδόν αποκλείει ότι θα μπορούσαν να κατασκευαστούν τεχνητές ευφυΐες ανώτερες από τις ανθρώπινες, με την ικανότητα να λύνουν προβλήματα που ο ανθρώπινος νους δεν είναι φτιαγμένος για να λύνει. Το θεώρημα του Gödel όμως έχει άμεσες συνέπειες και για τον θείο Πέτρο: όταν ο γνώριμός του από το Cambridge, ο Αλαν Τιούρινγκ, του ανακοινώνει προσωπικά ότι σε συνέχεια του θεωρήματος του Gödel απέδειξε «το αδύνατο της απόδειξης της *a priori* αποδειξιμότητας κάθε συγκεκριμένης πρότασης» ο θείος Πέτρος νιώθει τη γη να φεύγει κάτω από τα πόδια του³⁵.

- Η ιστορία του βιβλίου αφορά ένα πρόβλημα χωρίς λύση. Ο πρωταγωνιστής του μυθιστορήματος, ο Πέτρος Παπαχρήστος, μαθηματική διάνοια των αρχών του αιώνα, αποφασίζει να αναμετρηθεί μ' ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα των Μαθηματικών, την περίφημη «Εικασία του Goldbach», που παραμένει άλυτη εδώ και 250 χρόνια. Αναλώνει όλη του τη ζωή προσπαθώντας να αποδείξει ότι «κάθε ζυγός αριθμός μεγαλύτερος του 2 μπορεί

³⁵ βλ. <http://www.tovima.gr/2008/11/24/books-ideas/ikesia-stin-eikasia/>

να εκφραστεί ως *άθροισμα δυο πρώτων*». Μέσα σε αυτή την προσπάθεια γίνεται σαφές ότι απαιτούνται αποθέματα ψυχικής και διανοητικής ενέργειας που πρέπει κάποιος να διαθέτει για να εργάζεται για κάτι που μπορεί να μην έχει αποτέλεσμα και παράλληλα, βεβαια, αναφέρονται τα κίνητρα που μπορεί να ωθούν και να στηρίζουν κάποιον σε έναν τέτοιο αγώνα. Ο Πέτρος Παπαχρήστος κάνει την προσπάθειά του για τον έρωτα της Ιζόλδης, από έρωτα για τη δόξα ή έχει την αλαζονεία να θέλει να πάρει μια γεύση από έναν ανώτερο κόσμο;

3.γ. Τα μαθηματικά θέματα του βιβλίου

«Για πες μου, λοιπόν», ήταν η πρώτη ερώτηση,

«εσύ τι νομίζεις ότι είναι τα Μαθηματικά;»

(Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκολντμπαχ, σελ. 42)

«..., τα πραγματικά Μαθηματικά[...]

Αποτελούν αφηρημένα διανοητικά κατασκευάσματα

που –τουλάχιστον για όσο διάστημα ασχολείται μαζί τους ο μαθηματικός-

δεν άπτονται στο παραμικρό του πραγματικού κόσμου.»

(Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκολντμπαχ, σελ. 44)

Οι ιδιαίτερες σχέσεις των αριθμών γοήτευαν τους ανθρώπους από τις πρώτες προσπάθειες παραγωγής γνώσης και πολιτισμού. Η διανοητική πρόκληση για τα άλυτα προβλήματα των αριθμών διαμορφώθηκε ως αποδεικτική επιστήμη από τον Πυθαγόρα και αυτό αποτέλεσε την εκκίνηση της επιστήμης των μαθηματικών. Η έρευνα των σχέσεων μεταξύ των αριθμών -η Θεωρία των Αριθμών ή Αριθμοθεωρία- ήταν πάντα ένας ιδιαίτερος κλάδος των μαθηματικών, που γέννησε νέους τομείς στην έρευνα· με την εξέλιξη της τεχνολογίας σε τομείς, όπως η δημιουργία κρυπτογραφικών αλγορίθμων, η έρευνα του DNA, η βελτιστοποίηση της χρήσης της μνήμης των υπολογιστών ή ο προγραμματισμός περίπλοκων τουρνουά τένις αποτέλεσαν θέματα όπου επιδεικνύεται ενδιαφέρον για την πρακτική χρησιμότητα των γρίφων των αριθμών.

3.δ. Θεωρία αριθμών

Θεωρία Αριθμών είναι ο κλάδος των Θεωρητικών μαθηματικών που ασχολείται με τις ιδιότητες των ακεραίων αριθμών, οι οποίες καθορίζουν και τις σχέσεις μεταξύ τους: Ποιοι διαιρούνται με ποιους; ποιοι είναι πολλαπλάσια ποιων; ποιοι μοιάζουν μεταξύ τους και ως προς τι;

Η πρώτη διάκριση των αριθμών έγινε απ' τους Πυθαγορείους σε μονούς (περιττούς) και ζυγούς (άρτιους). Ακολούθησε η διάκριση σε φίλιους, όπου το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του ενός αριθμού ισούται με το άθροισμα των διαιρετών του άλλου αριθμού. Επίσης η διάκριση σε πρώτους, που διαιρούνται μόνο με τη μονάδα και τον εαυτό τους και σε δίδυμους πρώτους, όταν η διαφορά μεταξύ των πρώτων είναι 2 μονάδες μόνο (Αντωνιάδης - Κοντογεώργης 2015:13). Στην επιστήμη των **μαθηματικών**, υπάρχουν προβλήματα που η λύση τους είναι τόσο δύσκολη, ώστε επί πολλούς αιώνες οι επιστήμονες δεν καταφέρνουν να την προσεγγίσουν.

Τα κλασικά **άλυτα προβλήματα της θεωρίας αριθμών** παραδοσιακά ήταν τρία:

3.δ.ι. Η υπόθεση του Riemann

Στα μέσα του 19ου αιώνα ο μαθηματικός B. Riemann διατύπωσε μία μαθηματική υπόθεση που δεν μπορεί ακόμα να επιλυθεί μετά από τόσο καιρό. Σ'αυτήν μάλιστα έχει στηριχτεί στην οποία ένας μεγάλος αριθμός θεωρημάτων και η θεωρία αριθμών είναι γεμάτη από αποδείξεις που ξεκινάνε από την φράση: «αν η υπόθεση του Riemann είναι σωστή τότε...». Η υπόθεση Riemann έχει να κάνει με αυτό που έγινε αργότερα γνωστό ως συνάρτηση «ζήτα» του Riemann.

Αυτή η ζήτα συνάρτηση λειτουργεί έτσι ώστε όταν την τροφοδοτείς με αριθμούς από το ένα μέρος της σου εξάγει μηδενικά. Σε αυτήν την συνάρτηση, τα μηδενικά βρίσκονται όλα, σε μία γραφική παράσταση, σε μία ευθεία γραμμή. Η υπόθεση Ρίμαν συνεπάγεται αποτελέσματα για την κατανομή των πρώτων αριθμών, δηλαδή μας δείχνει ότι, αν και οι πρώτοι αριθμοί είναι απρόβλεπτοι και τυχαίοι, επειδή δεν υπάρχει κάποια εξίσωση που να μας δείχνει πώς παράγονται, παρόλα αυτά το πλήθος τους, παραδόξως, κατανέμεται με αρμονικό τρόπο, όπως μας δείχνει η ζήτα συνάρτηση του Riemann. Ενώ είναι δυνατόν, να προβλέψεις με μάλλον καλή ακρίβεια το πλήθος των «πρώτων» αριθμών, από την άλλη η κατανομή των πρώτων αριθμών σε μικρά διαστήματα δείχνει ένα είδος ενυπάρχουσας τυχειότητας. Αυτός ο συνδυασμός της τύχης με την πρόβλεψη αποφέρει στην ίδια στιγμή τακτική διευθέτηση και ένα στοιχείο έκπληξης στην κατανομή των πρώτων. Η υπόθεση Ρίμαν, μαζί με την Εικασία του Goldbach, αποτελεί μέρος του ογδού προβλήματος του Χίλμπερτ στον κατάλογο του Ντάβιντ Χίλμπερτ³⁶ των 23 άλυτων προβλημάτων (Hilbert 1902: 437-479, Derbyshire 2006).

³⁶ Τα Προβλήματα του Χίλμπερτ αποτελούν μια λίστα από είκοσι τρία (23) προβλήματα στα μαθηματικά τα οποία εκδόθηκαν από το Γερμανό μαθηματικό Ντάβιντ Χίλμπερτ το 1900. Τα προβλήματα ήταν όλα άλυτα εκείνη την περίοδο, και πολλά από αυτά είχαν μεγάλη επιρροή στους μαθηματικούς του 20ου αιώνα. Ο Χίλμπερτ παρουσίασε 10 από αυτά τα προβλήματα (1, 2, 6, 7, 8, 13, 16, 19, 21 και 22) όταν ήταν ομιλητής στο διεθνές συνέδριο μαθηματικών του Παρισιού, στις 8 Αυγούστου στη Σορβόνη. Η πλήρης λίστα με τα 23 προβλήματα δημοσιεύθηκε αργότερα, με πιο σημαντική τη μετάφραση της το 1902 από τη Μαρί Φρανσέ Ούνιστον Νίουσον στο Περιοδικό της Αμερικάνικης Μαθηματικής Εταιρείας.

3.δ.ii. Το τελευταίο Θεώρημα του Φερμά

Ο Pierre de Fermat γεννήθηκε στις 20 Αυγούστου του 1601 στη νοτιοδυτική Γαλλία. Εργαζόταν ως δικαστικός και στον ελεύθερο χρόνο του ασχολούνταν με τα Μαθηματικά. Ήταν αρκετά καλλιεργημένος μαθηματικά και πολύ καλός γνώστης της θεωρίας αριθμών. Ασχολήθηκε με τη μελέτη των ακεραίων αριθμών και τις σχέσεις που ισχύουν μεταξύ τους και σε αυτόν οφείλεται κατά ένα μεγάλο μέρος η ανάπτυξη της θεωρίας των πιθανοτήτων και οι βάσεις του μαθηματικού λογισμού. Συχνά έγραφε επιστολές προς γνωστούς μαθηματικούς της εποχής του στις οποίες εξέθετε τις απόψεις και αναλύσεις του πάνω σε μαθηματικά προβλήματα, αλλά επίσης ζητούσε και την άποψή τους για την επιβεβαίωση των δικών του μεθόδων. Ο Fermat έγραψε κάποτε μια ανάλυση σχετική με το περίφημο πια «τελευταίο θεώρημα του», κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής του με το αρχαίο ελληνικό κείμενο Αριθμητική (Arithmetica) που ήταν γραμμένο από τον Διόφαντο της Αλεξάνδρειας. Το βιβλίο αυτό ανέλυε το θέμα της ύπαρξης ακεραίων λύσεων για την εξίσωση $a^2+b^2=c^2$, που είναι ο γνωστός τύπος του Πυθαγόρα για τα ορθογώνια τρίγωνα. Η εξίσωση αυτή έχει άπειρες τριάδες λύσεων, που καλούνται πυθαγόρειες τριάδες. Μια γνωστή σε όλους λύση είναι η $a=3, b=4, c=5$. Ο Fermat επέκτεινε τον τύπο του Πυθαγόρα ένα βήμα παραπάνω και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν μη μηδενικές λύσεις (τριάδες) για μια οικογένεια παρόμοιων εξισώσεων της μορφής $a^n+b^n=c^n$, όπου n = ακέραιος >2 . Στο περιθώριο του βιβλίου Arithmetica ο Fermat έγραψε μια υποσημείωση που ταλάνισε γενιές μαθηματικών: *«Εχω βρει μια εκπληκτική απόδειξη αυτής της πρότασης, την οποία το περιθώριο αυτού εδώ του βιβλίου είναι πολύ μικρό για να χωρέσει»*. Τελικά αυτό που συνέβη στην πράξη ήταν να αποδειχθούν και τα συνθετότερα των θεωρημάτων και ένα μόνο να μείνει άλυτο: το τελευταίο θεώρημα του Fermat. Καμία επιτυχής απόδειξη δεν δημοσιεύθηκε μέχρι το 1995, παρά τις προσπάθειες των αμέτρητων μαθηματικών κατά τα 358 χρόνια που μεσολάβησαν. Το άλυτο αυτό πρόβλημα συνδέεται άμεσα με την πρόοδο της αλγεβρικής θεωρίας αριθμών το 19ο αιώνα. Είναι ένα από τα πιο γνωστά θεωρήματα στην ιστορία των μαθηματικών και πριν την απόδειξη του 1995 από τους μαθηματικούς Αντριου Γουάιλς και Ρίτσαρντ Τέιλορ βρισκόταν στο *Βιβλίο Γκίνες* ως το «πιο δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα» (Singh 1998: 29).

3.6.iii. Η Εικασία του Goldbach

Κάθε άρτιος θετικός ακέραιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών³⁷, έτσι ώστε για κάθε $n \geq 2$, $2n = p + q$, όπου p, q πρώτοι αριθμοί. ([http://el.wikipedia.org/wiki/Εικασία του Goldbach](http://el.wikipedia.org/wiki/Εικασία_του_Goldbach))

factum, nisi hoc, ut ab una ab ea seorsum non potest fieri,
 * namque singula series huiusmodi numero unico modo in duo quadrata
 divisibiles habet, nisi forte, si illi sit una conjectura
 legendiana: quod quodvis numerus huiusmodi primis
 compositionibus, sicut est in aggregata seorsum numerorum
 primorum, sicut ab uno, sicut in unitatem, sicut in quatuordecim
 huiusmodi, sicut in omni unitate, sicut in quatuordecim.

$4 = \begin{cases} 1+1+1+1 \\ 1+1+2 \\ 1+3 \end{cases} \quad 5 = \begin{cases} 2+3 \\ 1+1+3 \\ 1+1+1+2 \\ 1+1+1+1+1 \end{cases} \quad 6 = \begin{cases} 1+5 \\ 1+2+3 \\ 1+1+1+3 \\ 1+1+1+1+2 \\ 1+1+1+1+1+1 \end{cases} \quad \text{etc}$

Si v. sit functio ipsius x. cuiusmodi ut facta v = c. numero cui-
 que, determinari possit x per c. et reliquis constantibus in functio-
 ne expressas, poterit etiam determinari valor ipsius x. in ae-
 quatione $v^{n+1} = (2v+1)(v+1)^{n-1}$ | $\frac{v^{n+1} - (2v+1)(v+1)^{n-1}}{v^{n+1} - (2v+1)(v+1)^{n-1}}$ dicitur v-v-1
 Si concipiatur curva cuius abscissa sit x. applicata vero sit
 summa seriei $\frac{x^n}{n \cdot 2^{2n}}$ posita n. pro exponente terminorum, hoc est,
 applicata = $\frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 2^2} + \frac{x^3}{3 \cdot 2^3} + \frac{x^4}{4 \cdot 2^4} + \text{etc.}$ dico, si fuerit
 abscissa = 1. applicata fore = $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$: sed hoc operatur = 4
 2 2/2.
 3 2/2.
 4 vel major infinitam.

Moscaevy 7. Jun. st. 12. 1742. J.
 Goldbach.

³⁷ Πρώτος αριθμός (ή απλά πρώτος) είναι ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας με την ιδιότητα οι μόνοι φυσικοί διαιρέτες του να είναι η μονάδα και ο εαυτός του.

Στις 7 Ιουνίου 1742 ο Κρίστιαν Goldbach³⁸ έστειλε μία επιστολή στον Λέοναρντ Ουλερ³⁹, στην οποία έκανε μια πρώτη αναφορά στην εξής εικασία:

Κάθε άρτιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο πρώτων.

Θεωρούσε βέβαια ως δεδομένο ότι το 1 είναι πρώτος αριθμός, σύμβαση που μεταγενέστερα εγκαταλείφθηκε. Έτσι σήμερα η αρχική θεωρία του Goldbach θα γραφόταν ως εξής

Κάθε περιττός μεγαλύτερος του 5 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα τριών πρώτων.

Ο Ουλερ απάντησε με μία ισοδύναμη εκδοχή της εικασίας:

Κάθε άρτιος ακέραιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο πρώτων,

προσθέτοντας ότι το δέχεται ως ένα πλήρως ορισμένο θεώρημα ("ein ganz gewisses Theorema"), παρά το γεγονός ότι δεν είναι σε θέση να το αποδείξει. Αυτή η προγενέστερη εικασία είναι σήμερα γνωστή ως "τριαδική" εικασία του Goldbach, ενώ η μεταγενέστερη ως «ισχυρή» ή «δυαδική» εικασία του Γκόλνμπαχ. Η εικασία ότι όλοι οι περιττοί αριθμοί μεγαλύτεροι του 9 μπορούν να γραφτούν ως άθροισμα τριών περιττών πρώτων αριθμών καλείται ως η «αδύναμη» εικασία του Goldbach. Και οι δύο παραμένουν άλυτες μέχρι σήμερα⁴⁰.

Η εικασία του Goldbach είχε όλα τα στοιχεία αυτά που χρειάζονται για να μείνει ένα μαθηματικό πρόβλημα στην ιστορία: εμπλέκει τους πρώτους αριθμούς, η διατύπωση είναι κατανοητή από τον καθένα και έχουν ασχοληθεί με αυτή εκατοντάδες αν όχι χιλιάδες μαθηματικοί χωρίς μέχρι τώρα να έχει βρεθεί απόδειξη. Τον ισχυρισμό μπορεί να διαπιστώσει ο καθένας μεταβαίνοντας στο διαδίκτυο στον ιστότοπο της wims⁴¹. Πρόκειται για έναν ιστότοπο για την επαλήθευση της εικασίας σε δεδομένο ακέραιο, όπου ο καθένας μπορεί να επιλέξει ένα

³⁸ Ο Κρίστιαν Goldbach (Christian Goldbach) (18 Μαρτίου 1690 – 1 Δεκεμβρίου 1764) ήταν Γερμανός μαθηματικός, ο οποίος σπούδασε επίσης νομικά. Είναι γνωστός για την εικασία που έλαβε το όνομά του.

³⁹ Ο Λέοναρντ Όιλερ (Leonard Euler, 15 Απριλίου 1707 – 18 Σεπτεμβρίου 1783) ήταν πρωτοπόρος Ελβετός μαθηματικός και φυσικός. Έκανε σημαντικές ανακαλύψεις σε τομείς όπως ο απειροελάχιστος λογισμός και η θεωρία γραφημάτων. Το ενδιαφέρον του Όιλερ για την αριθμητική θεωρία μπορεί να αποδοθεί στην επίδραση του Κρίστιαν Goldbach, φίλου του από την Ακαδημία της Αγίας Πετρούπολης. Ένα μεγάλο μέρος του αρχικού έργου του Όιλερ στην αριθμητική θεωρία βασίστηκε στο έργο του Πιέρ ντε Φερμά. Ο Όιλερ ανέπτυξε κάποιες από τις ιδέες του Fermat και διέψευσε κάποιες από τις εικασίες του.

⁴⁰ Η εικασία του Goldbach: Μια απλή αριθμητική «παγίδα» που βασανίζει επί αιώνες τους μαθηματικούς | iefimerida.gr <http://www.iefimerida.gr/news/137862/%CE%B7-%CE%B5%CE%B9%CE%BA%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1-%CF%84%CE%BF%CF%85-%CE%B3%CE%BA%CF%8C%CE%BB%CE%BD%CF%84%CE%BC%CF%80%CE%B1%CF%87-%CE%BC%CE%B9%CE%B1-%CE%B1%CF%80%CE%BB%CE%AE-%CE%B1%CF%81%CE%B9%CE%B8%CE%BC%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE-%C2%AB%CF%80%CE%B1%CE%B3%CE%AF%CE%B4%CE%B1%CF%80%CE%BF%CF%85-%CE%B2%CE%B1%CF%83%CE%B1%CE%BD%CE%AF%CE%B6%CE%B5%CE%B9-%CE%B5%CF%80%CE%AF-%CE%B1%CE%B9%CF%8E%CE%BD%CE%B5%CF%82-%CF%84%CE%BF%CF%85%CF%82-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7#ixzz3R9hIJUBX>

⁴¹ <http://wims.unice.fr/wims/wims.cgi?module=tool/number/goldbach.en>

αριθμό και να τον αναλύσει με όλους τους δυνατούς τρόπους σε αθροίσματα δυο πρώτων αριθμών.

π.χ τον 200

$$200=3+197$$

$$200=7+193$$

$$200=19+181$$

$$200=37+163$$

$$200=43+157$$

$$200=61+139$$

$$200=73+127$$

$$200=97+103$$

Αυτά τα ζεύγη μας δείχνουν όχι μόνο ότι κάθε ακέραιος μεγαλύτερος του μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δυο πρώτων αριθμών, αλλά ότι αυτό μπορεί να γίνει με πολλούς δυνατούς τρόπους.

Το 1992, όταν εκδόθηκε το μυθιστόρημα του Δοξιάδη, ο εκδοτικός οίκος "Faber and Faber" προσέφερε το βραβείο του ενός εκατομμυρίου δολαρίων σε όποιον αποδείκνυε την εικασία του Goldbach μέσα στο χρονικό διάστημα από τις 10 Μαρτίου 2000 μέχρι τις 20 Μαρτίου 2002, αλλά κανείς δεν τα κατάφερε και έτσι η εικασία παραμένει ακόμα και μέχρι σήμερα ανοιχτή.

Η εικασία έχει επαληθευτεί για όλους τους αριθμούς μέχρι το 4×10^{18} , χωρίς καμιά εξαίρεση. Στον ιστότοπο του mathworld.wolfram.com⁴² βρίσκουμε τον ακόλουθο πίνακα που συνοψίζει μέχρι ποιον αριθμό n έχει επαληθευτεί η εικασία και ποια πρόσωπα έκαναν την επαλήθευση :

Αν κάποιος αρχίσει να παίρνει με τη σειρά τους ζυγούς αριθμούς θα διαπιστώσει ότι όλοι τους πληρούν τις προϋποθέσεις της εικασίας. Για παράδειγμα, ο αριθμός 100 προκύπτει από τη πρόσθεση των 3 και 97. Οι δύο αυτοί αριθμοί είναι πρώτοι, αφού διαιρούνται μόνο από το 1 και τους εαυτούς του αντίστοιχα. Σε περίπτωση όμως που προχωρήσουμε σε μεγαλύτερους αριθμούς, τότε θα χρειαστεί μια φόρμουλα που θα αποδεικνύει την ύπαρξη των κριτηρίων της εικασίας, καθώς οι προσθέσεις θα είναι πρακτικά αδύνατες.

Ο Ivan Vinogradov (1891-1983) απέδειξε το 1937 ότι: κάθε περιττός ακέραιος αρκετά μεγάλος –δηλαδή για αριθμούς άνω ενός ορίου n – ισούται με το άθροισμα τριών πρώτων. Μια από τις πρώτες προσεγγίσεις του n ήταν η τιμή $3^{3^{15}}=3^{14348907}$ περίπου $10^{6846168}$. Μετά από το πρώτο βήμα του Βινογκράντοφ, πολλοί μαθηματικοί εστίασαν στη καλύτερη προσέγγιση του συγκεκριμένου αριθμού. Το 1989, η προσέγγιση βελτιώθηκε σε $e^{e^{11503}}$ περίπου 10^{43000} , έναν

⁴² <http://mathworld.wolfram.com/GoldbachConjecture.html>

n	Χρονολογία
1×10^4	Desboves 1885
1×10^5	Pipping 1938
1×10^8	Stein and Stein 1965ab
2×10^{10}	Granville et al. 1989
4×10^{11}	Sinisalo 1993
1×10^{14}	Deshouillers et al. 1998
4×10^{14}	Richstein 1999, 2001
2×10^{16}	Oliveira e Silva (Mar. 24, 2003)
6×10^{16}	Oliveira e Silva (Oct. 3, 2003)
2×10^{17}	Oliveira e Silva (Feb. 5, 2005)
3×10^{17}	Oliveira e Silva (Dec. 30, 2005)
12×10^{17}	Oliveira e Silva (Jul. 14, 2008)
4×10^{18}	Oliveira e Silva (Apr. 2012)

αριθμό που επίσης δεν μπορεί να βοηθήσει λόγω του τεράστιου μεγέθους του. Σε κάθε περίπτωση, είναι αδύνατο να ελεγχθούν όλοι οι περιττοί μέχρι τον αριθμό n ακόμα και με τα μέτρα των σύγχρονων υπολογιστών. Ο Κινέζος μαθηματικός Chen Jing-Run (1933-1996) απέδειξε το 1973 ότι κάθε άρτιος αρκετά μεγάλος ισούται με το άθροισμα ενός πρώτου και ενός ημι-πρώτου (αριθμού που ισούται με το γινόμενο δυο πρώτων), ένα επίσης ενδιαφέρον αποτέλεσμα. Ήδη από το 1931, ο Ρώσος Lev Schnirelmann (1905-1938) είχε αποδείξει, ότι κάθε ακέραιος μεγαλύτερος του 1 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα τουλάχιστον C πρώτων, όπου C μια σταθερά. Η αρχική τιμή του C μειωνόταν σταδιακά μέχρι που ο Olivier Ramara την μείωσε το 1995 σε επτά πρώτους. Το 2012, το επιστημονικό περιοδικό Scientific American, σε δημοσίευσμά του, ανακοίνωσε ότι ο μαθηματικός από το Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνια, Λος Αντζελες, Terence Tao, βραβευμένος με το Μετάλλιο Fields απέδειξε ότι μπορεί κάθε περιττός ακέραιος μεγαλύτερος ή ίσος του 7 μπορεί να γράφει ως άθροισμα το πολύ πέντε πρώτων αριθμών. (Tao 2012) Το Μάιο του 2013, ο Περουβιανός μαθηματικός Harald Andrés Helfgott βελτίωσε την προσέγγιση του Vinogradov (Helfgott 2012).

Η εικασία έχει πολλαπλές αναφορές στην λογοτεχνία και τον κινηματογράφο. Ενδεικτικά:

-Ο Ισαάκ Ασιμοφ στο διήγημα του *Εξήντα εκατομμύρια τρισεκατομμύρια συνδυασμοί* (*Sixty Million Trillion Combinations*) περιγράφει την ιστορία ενός μαθηματικού που του κλέβουν την εργασία πάνω στην εικασία .

-Στην ισπανική ταινία Το δωμάτιο του Φερμά (*La habitación de Fermat*) του 2007 ένας νεαρός μαθηματικός ισχυρίζεται ότι απέδειξε την εικασία.

-Στην ταινία του 2011 (*The Calculus of Love*) ένας καθηγητής μαθηματικών παθαίνεται με την απόδειξη της εικασίας.

-Στην Κορεατική ταινία *Perfect Number* βασισμένη στο ομώνυμο βιβλίο του Keigo Higashino (στα ελληνικά έχει μεταφραστεί ως *Η αφοσίωση του υπόπτου Χ*) κυριαρχεί το ίδιο θέμα (*Δρούγας 2013*).

3.στ. Η «ταυτότητα» του βιβλίου

Τίτλος

“Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach”. Από τον τίτλο δηλαδή εμφανίζεται το «αίνιγμα» που πάνω του βασίζεται και χτίζεται η δομή του μυθιστορήματος.

Συγγραφέας

Ο Απόστολος Δοξιάδης γεννήθηκε το 1953 στο Μπισμπέιν της Αυστραλίας, αλλά μεγάλωσε και ζει στην Αθήνα. Σε ηλικία δεκαπέντε ετών έγινε δεκτός στο Πανεπιστήμιο Κολούμπια της Νέας Υόρκης για να σπουδάσει μαθηματικά και συνέχισε τις μεταπτυχιακές του σπουδές στα εφαρμοσμένα μαθηματικά στην Ecole Pratique des Hautes Etudes στο Παρίσι, κατασκευάζοντας μαθηματικά μοντέλα για το νευρικό σύστημα.

Στην πορεία ασχολήθηκε με τη συγγραφή, τον κινηματογράφο και το θέατρο. Για κάποια χρόνια εργάστηκε ως σκηνοθέτης στο θέατρο και το 1983 έκανε την πρώτη του ταινία Underground Passage (Ελληνικά). Η δεύτερη ταινία του, Terirem (1986), κέρδισε το βραβείο του Διεθνούς Κέντρου Καλλιτεχνικού Κινηματογράφου στο Διεθνές Φεστιβάλ του Βερολίνου το 1988. Δημοσίευσε τέσσερα μυθιστορήματα: Παράλληλη ζωή (1985), Μακαβέττας (1988), Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach (1992) και Τα τρία ανθρωπάκια (1997). Αρχικά γράφτηκαν στα ελληνικά, ωστόσο ο ίδιος μετέφρασε στα αγγλικά το «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach». Το 1999 έγραψε στα αγγλικά, σχεδίασε και σκηνοθέτησε τη μουσική παράσταση Θεάτρου Σκιών "The Tragical History of Jackson Pollock, Abstract Expressionist", που παρουσιάστηκε στη Γκαλερί Ζουμπουλάκη, στην Αθήνα και το συνόδευσε με ένα τεύχος κειμένων και εικόνων με τίτλο Paralipomena. Έχει επίσης γράψει το θεατρικό έργο Incompleteness, εμπνευσμένο από το θεώρημα της μη πληρότητας του Kurt Gödel και τις τελευταίες μέρες της ζωής του εφευρέτη του. Έχει γράψει και έχει σκηνοθετήσει επίσης δύο ταινίες μεγάλου μήκους, τις «Υπόγεια διαδρομή» (1983) και «Τεριρέμ» (1988), που τιμήθηκε με το Βραβείο του Διεθνούς Κέντρου Καλλιτεχνικού Κινηματογράφου (CICAΕ) στο Διεθνές Φεστιβάλ Κινηματογράφου του Βερολίνου, την ίδια χρονιά. Συνεργάστηκε με το Εθνικό Θέατρο γράφοντας το λιμπρέτο της μουσικής διασκευής του έργου του Σαίξπηρ «Ονειρο θερινής νύχτας». Οι μεταφράσεις για το θέατρο, από τα αγγλικά στα ελληνικά, περιλαμβάνουν τα: Ρωμαίος και Ιουλιέτα και Αμλετ του Σαίξπηρ, καθώς και το Mourning Becomes Electra του Ευγένιου Ο'Νήλ (Eugene O'Neill).

Με το «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach» βρέθηκε στην τελική εξάδα για το Prix Medicis 2000 και του απονεμήθηκε τον Μάιο του 2001 το Primo Peano από το Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου του Τορίνου.

Το 2008 κυκλοφόρησε το κόμικς Logicomix συνεργαζόμενος με τον καθηγητή του Πανεπιστημίου του Μπέρκλεϋ στην Επιστήμη των Υπολογιστών Χρίστο Παπαδημητρίου και τους

καλλιτέχνες Αλέκο Παπαδάτο και Annie di Donna. Πρόκειται για την παρουσίαση της ιστορίας της μοντέρνας λογικής και της γένεσης των υπολογιστών σε βιβλίο με τη μορφή κόμικς

Βιβλία του έχουν μεταφραστεί σε περισσότερες από τριάντα γλώσσες.⁴³

Εκδόσεις

Στα ελληνικά «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach» εκδόθηκε για πρώτη φορά το 1992 από τις εκδόσεις Καστανιώτη. Η πρώτη έκδοση του μυθιστορήματος βγήκε σε τρεις ανατυπώσεις, αλλά δεν γνώρισε μεγάλη εμπορική επιτυχία και οι έλληνες κριτικοί το υποδέχτηκαν με αρνητικά σχόλια. Το 2000 κυκλοφόρησε στην Αγγλία από τους Faber and Faber και στην Αμερική από το Bloomsbury, σε μετάφραση του συγγραφέα, η οποία έγινε δεκτή με πολύ ευνοϊκά σχόλια από τη διεθνή και ελληνική κριτική. Ο βρετανός εκδότης του Τόμπι Φέιμπερ τόνισε ότι τον διευκόλυνε ιδιαίτερα το γεγονός ότι το χειρόγραφο έφτασε στα αγγλικά και δεν χρειάστηκε να το μεταφράσουν. Το βιβλίο κυκλοφόρησε ξανά στα ελληνικά το 2001 σε αναθεωρημένη έκδοση με πολύ μεγάλη πλέον επιτυχία. Ο ίδιος ο συγγραφέας έχει δηλώσει πως «*Η πρώτη εκδοχή του βιβλίου, αυτή που κυκλοφόρησε το 1992, δεν ήταν τόσο δουλεμένη. Μου πήρε δυο μήνες. Ενώ η αναθεώρηση μου πήρε έντεκα μήνες. Ξεκίνησα μεταφράζοντάς το και μετά δούλεψα πάνω του*» (Κέζα 2008).

Γλώσσα

Το 2000 κυκλοφόρησε στα αγγλικά σε μετάφραση του ίδιου του συγγραφέα, και στα γαλλικά. Το 2001 κυκλοφόρησε ξανά στα ελληνικά σε αναθεωρημένη έκδοση. Ακολούθησαν και άλλες μεταφράσεις σε είκοσι πέντε περίπου γλώσσες.

Κειμενικό είδος

Πρόκειται για «μαθηματικό μυθιστόρημα». Ανήκει στην ομάδα των μαθηματικών μυθιστορημάτων, γιατί στη συγκεκριμένη μυθοπλασία τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο⁴⁴.

Το θέμα

Η ζωή ενός μαθηματικού, του Πέτρου Παπαχρήστου, που ξόδεψε όλη τη ζωή του προσπαθώντας να αποδείξει την εικασία του Goldbach.

⁴³ βλ. http://www.biblionet.gr/author/12490/Απόστολος_Κ._Δοξιάδης

⁴⁴ βλ. ενότητα «2.β. Μαθηματική λογοτεχνία» της παρούσας εργασίας.

Το πλαίσιο

Σε αυτή την ενότητα εντοπίζουμε όλα εκείνα τα στοιχεία που μας πληροφορούν για το «πού» και το «πότε», αλλά και που περιγράφουν ή υπαινίσσονται την αρχική κατάσταση την οποία οι ήρωες με τη δράση τους επιχειρούν να διατηρήσουν ή να αλλάξουν.

Ο χώρος

Αυτό που απαιτείται στην πλαίσιωση της ιστορίας είναι τα στοιχεία που ορίζουν που διαδραματίζονται τα γεγονότα:

- Ο αφηγητής φεύγει για σπουδές στην **Αμερική**, όπου μέσω της συζήτησης με τον νέο του συγκάτοικο, Σάμυ Επσταιν, μαθαίνει ότι το μαθηματικό πρόβλημα που του είχε αναθέσει ο θεός του προς επίλυση ήταν η «Εικασία του Goldbach». Γυρίζοντας πίσω στην **Αθήνα** για τις καλοκαιρινές του διακοπές επισκέπτεται τον Πέτρο στο σπίτι του στην **Εκάλη**, όπου αυτός του εξιστορεί τη ζωή του, γιατί έγινε μαθηματικός και γιατί δεν αναφέρεται πουθενά στην ιστορία των μαθηματικών. Το κύριο μέρος της ιστορίας διαδραματίζεται εκεί στο σπίτι του θείου Πέτρου.

- Από νεαρή ηλικία, ο Πέτρος διακρίθηκε για την ικανότητά του στην επίλυση δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων, στοιχείο που οδήγησε τον πατέρα του να απευθυνθεί στους κατάλληλους κύκλους και να διασφαλίσει μια ακρόαση με τον καθηγητή Κωνσταντίνο Καραθεοδωρή. Αποτέλεσμα της συνάντησης ήταν η εισαγωγή του Πέτρου στο πανεπιστήμιο του **Βερολίνου**.

- Κατά τη διάρκεια του Πρώτου Παγκοσμίου Πολέμου ο Πέτρος βρίσκεται στην **Αγγλία**, όπου έρχεται σε επαφή με τους μαθηματικούς Hardy, Littlewood και Ramanujan.

- Μετά την Αγγλία, ο Πέτρος μετακομίζει στο **Μόναχο**, όπου του είχε προσφερθεί η έδρα της Ανάλυσης. Εκείνο τον καιρό, το Πανεπιστήμιο Μονάχου ήταν το δεύτερο μεγαλύτερο πανεπιστήμιο της Γερμανίας και δίδασκαν σ' αυτό κορυφαία ονόματα, όπως ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή που ανέλαβε καθηγητική θέση στο Πανεπιστήμιο του Μονάχου το 1924. Σημαντικό στοιχείο στην ιστορία είναι η οριστική απομόνωσή του από τους κοινωνικούς και μαθηματικούς κύκλους του Μονάχου. Λίγο αργότερα, διασφαλίζει και την άδεια για να αναχωρήσει στο **Ινσμπρουκ**⁴⁵, όπου μπορούσε πλέον να μελετά ανενόχλητος. Εκεί, ανακαλύπτει και το σκάκι, δραστηριότητα που του απέφερε πνευματική ξεκούραση. Με την επιστροφή του στο Μόναχο, αποφασίζει να προβεί στην πρώτη του δημοσίευση με θέματα που είχαν ήδη αποδειχθεί και δεν το γνώριζε λόγω της απομόνωσής του από τους

⁴⁵ πόλη στη Δυτική Αυστρία

μαθηματικούς κύκλους. Μετά από αυτό δεν ασχολείται ξανά με τα μαθηματικά και φεύγει από τη Γερμανία για την Ελλάδα, λόγω του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Εκεί ζει σε ένα εγκαταλελειμμένο σπίτι στην Εκάλη.

- Η επάνοδός του στην **Αγγλία** σηματοδότησε και μια αλλαγή στον τρόπο προσέγγισης του προβλήματος, η οποία αυτή τη φορά ήταν η «γεωμετρική», μια μέθοδος που ο Πέτρος προσέγγιζε με τη χρήση φασολιών.

Ο χρόνος

Ο χρόνος της ιστορίας είναι η φυσική διαδοχή των γεγονότων, ενώ ο χρόνος της αφήγησης είναι η χρονική σειρά που επιλέγει ο αφηγητής για να παρουσιάσει τα γεγονότα. Συνήθως ο αφηγητής δεν ακολουθεί τη χρονική διαδοχή των γεγονότων και τα αναδιατάσσει μέσα στο αφηγηματικό κείμενο. Κατά βάση, ο χρόνος της αφήγησης είναι μεταγενέστερος, δεδομένου ότι ο κεντρικός αφηγητής εξιστορεί τα γεγονότα αφού αυτά έχουν παρέλθει.

Παρακολουθώντας τα πρόσωπα της ιστορίας και την εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης, καταλήγουμε ότι η ιστορία μας διαδραματίζεται κατά τον 20ο αιώνα.

Οι χαρακτήρες

Οι χαρακτήρες κατευθύνουν τα γεγονότα με διάφορους τρόπους. Γνωρίζουμε τους χαρακτήρες μέσα από τις αποφάσεις που παίρνουν, από τη συμπεριφορά, από τα λόγια και από τον τρόπο που μιλούν μεταξύ τους. Η ανάπτυξη ενός χαρακτήρα είναι το σύνολο των χαρακτηριστικών του, όχι μόνο των φυσικών, αλλά και του πνεύματος και της προσωπικότητας. Προβάλλονται όχι μόνο τα εξωτερικά, τα προφανή χαρακτηριστικά αλλά κυρίως τα εσωτερικά.

Σε αυτή την αφήγηση παρακολουθούμε τον νεαρό θείο Πέτρο, μια μαθηματική ιδιοφυΐα που έχει ανακαλύψει μόνος του την Εικασία του Goldbach «... σίγουρος ότι έχει γενική ισχύ», να μαθητεύει στο Βερολίνο, δίπλα στον μεγάλο έλληνα μαθηματικό Κωνσταντίνο Καραθεοδωρή, και να θέλει να γίνει μεγάλος μαθηματικός, πώς; «Πολύ απλά: λύνοντας ένα Μεγάλο Μαθηματικό Πρόβλημα!», δηλαδή την Εικασία του Goldbach. Αυτή η παθιασμένη και μονομανής ενασχόληση θα τον φέρει κοντά σε σημαντικές μαθηματικές ιδιοφυΐες (Κέζα 2008).

Ο πρωταγωνιστής

Ο ήρωας μαθηματικός είναι ένα είδος περιθωριακού ατόμου, ο οποίος συχνά χαρακτηρίζεται ως αφηρημένος, αποξενωμένος και αποτραβηγμένος από τις κοινωνικές συνευρέσεις (Δοξιάδης 2001: 30). Ο Πέτρος παρουσιάζεται ως απόλυτα ικανοποιημένος από τις προσπάθειες και τα αποτελέσματά του, ικανοποίηση η οποία θα μπορούσε να αποδοθεί σε μια δόση αλαζονείας που

τον χαρακτήριζε, στοιχείο που τον οδήγησε επίσης και στην αποξένωση τόσο από την οικογένειά του όσο και από τον μαθηματικό κόσμο (Δοξιάδης 2001: 150-151). Πρόκειται για έναν άνθρωπο με ελάχιστα ενδιαφέροντα και ευκαιρίες που θα τον οδηγήσουν στην κατάκτηση της ευτυχίας. Ο Πέτρος πολλές φορές δούλευε με συνέπεια και εμμονή για να οδηγηθεί σε ένα οριστικό αποτέλεσμα του μαθηματικού προβλήματος, φτάνοντας σε σημαντικά μαθηματικά αποτελέσματα. Η φυγή στο Ινσμπρουκ και η ενασχόληση με το σκάκι υπήρξαν αποφάσεις που υποβοήθησαν τον μαθηματικό να συνεχίσει την ενασχόληση με το έργο του με περισσότερη αυτοπεποίθηση και όρεξη, καθώς όπως λέει στο ίδιο το έργο (Δοξιάδης 2001: 142) *«για έναν μαθηματικό είναι πολύ σημαντικό να απομακρύνεται για κάμποσες ώρες από το πρόβλημα που τον απασχολεί. Για να χωνέψει το έργο της ημέρας και να επεξεργαστεί τα αποτελέσματα στο υποσυνείδητό του, ο εγκέφαλος χρειάζεται την ψυχαγωγία όσο και την καταπόνηση. Όσο αναζωογονητική μπορεί να είναι η αναδίφηση σε μαθηματικές έννοιες για έναν ήρεμο νου, τόσο αφόρητη μπορεί να γίνει όταν ο εγκέφαλος εξαντληθεί από την αδιάκοπη προσπάθεια»*. Ο πρωταγωνιστής της *Εικασίας* επηρεάζεται από την εξέλιξη που προκύπτει μετά την ανακάλυψη του θεωρήματος του Gödel, καθώς θεωρεί ότι οι προσπάθειές του για απόδειξη του μαθηματικού προβλήματος, που τον απασχολούσε σε όλη του τη ζωή, θα αποδεικνύονταν μάταιες (Δοξιάδης 2001: 190). Συνολικά, ο χαρακτήρας ενός μαθηματικού εμφανίζεται αποξενωμένος από τον κοινωνικό του περίγυρο, αφηρημένος, καθώς δεν φαίνεται να ενδιαφέρεται για κάτι πέρα από την ενασχόλησή του με τα μαθηματικά. Τέλος, όσον αφορά τον τρόπο εργασίας των μαθηματικών, ακολουθεί σταθερές μεθόδους που βασίζονται στη λογική, έχουν εξελικτική πορεία και παρουσιάζουν διαρκώς νέα γνώση στον μαθηματικό κόσμο, ενώ παράλληλα έχει την ανάγκη να απασχοληθεί με κάποια άλλη διανοητική δραστηριότητα, όπως η φιλοσοφία, ώστε να δώσει απάντηση σε ερωτήματα που σχετίζονται με το δικό τους γνωστικό αντικείμενο.

Πέτρος

Είναι ο θείος του αφηγητή, ο οποίος ως νέος ήταν ένας επιτυχημένος μαθηματικός που δίδασκε σε ένα πανεπιστήμιο στη Γερμανία. Παρόλα αυτά για τα μάτια μιας γυναίκας χαράμισε το ταλέντο και τη ζωή του προσπαθώντας να λύσει ένα εξαιρετικά δύσκολο πρόβλημα με αποτέλεσμα να τα παρατήσει. Το πάθος του ξαναγεννιέται όταν ο ανιψιός αρχίσει να ασχολείται με τα μαθηματικά. απέναντι στον οποίο διακρίνουμε μια σκληρή και ασυναίσθητη συμπεριφορά. Αυτός τον θαύμαζε παρά τις απόψεις των αδελφών του και όταν ήρθε για να ζητήσει την βοήθεια του να γίνει ένας σπουδαίος μαθηματικός σαν και αυτόν, εκείνος αντί να τον ενθαρρύνει του είπε πως για να γίνει μαθηματικός έπρεπε να περάσει μια δοκιμασία και πως αν δεν την κατάφερε θα του ορκίζονταν πως δεν θα ασχολιόταν με τα μαθηματικά. Αυτή η δοκιμασία δεν ήταν άλλη παρά την εικασία του Goldbach. Έτσι ο ανιψιός δεν κατάφερε να τη λύσει, πράγμα αναμενόμενο για τον θείο και

απογοητεύτηκε αφ' ενός γιατί δεν πέρασε την δοκιμασία και αφ' έτερου γιατί δεν θα μπορούσε να ασχοληθεί με τα μαθηματικά.

Πατέρας

Ο πατέρας του αφηγητή φαίνεται αδιάφορος ως προς την ψυχική υγεία του αδερφού του και αδιάλλακτος στη στάση του προς αυτόν. Μέσω της αφήγησής του φαίνεται ότι μετά από τόσα χρόνια είναι ακόμη θυμωμένος με τον Πέτρο, λόγω της αποτυχίας του.

Καθώς ο θείος Πέτρος αφηγείται τη ζωή του, έχουμε την ευκαιρία να γνωρίσουμε από κοντά τόσο κοντά που τους ακούμε να αναπνέουν πραγματικούς μαθηματικούς, όπως ο αυτάρεσκος άθεος ειρηνιστής Hardy, ο πρακτικότερος συνεργάτης του Littlewood, ο Ραμανουτζάν, το παιδί-θαύμα από την Ινδία, που ήταν «φτιαγμένος από τη στόφα του Αρχιμήδη» και που ισχυριζόταν πως η αγαπημένη του ινδουιστική θεότητα, η Ναμακίρι, του αποκάλυπτε στα όνειρα του όλα εκείνα τα εκπληκτικά αποτελέσματα, και τέλος να συναντηθούμε στη Βιέννη με τον ιδιόρρυθμο Gödel και στο Cambridge με τον ενθουσιώδη και ντροπαλό Turing.

Godfrey Harold Hardy

Σημαντικός Άγγλος μαθηματικός, γνωστός για την συμβολή του στην θεωρία αριθμών και την μαθηματική ανάλυση και για το δοκίμιο «Η Απολογία ενός Μαθηματικού», μία από τις πιο προσβάσιμες αναλύσεις όσον αφορά τον τρόπο σκέψης ενός μαθηματικού. Από τις αρχές του 1914 υπήρξε ο πνευματικός πατέρας του Ινδού μαθηματικού Σρινιβάσα Ραμανούτζαν και μάλιστα στα πλαίσια συνέντευξης που είχε παραχωρήσει, στην ερώτηση ποια ήταν η μεγαλύτερη του συνεισφορά στα μαθηματικά, ο Χάρντι απάντησε «η ανακάλυψη του Ραμανούτζαν»⁴⁶.

Με έργο στον τομέα της μαθηματικής ανάλυσης, ξεκίνησε έρευνα για να αποδείξει την υπόθεση Riemann: έδειξε ότι αν η υπόθεση Riemann είναι αλήθεια τότε το θεώρημα των πρώτων αριθμών. Από τους διασημότερους μαθηματικούς της εποχής του, μαζί με τον συνεργάτη του Hardy, ισχυρίστηκε και τεκμηρίωσε με λογικο-μαθηματικά επιχειρήματα προσπαθώντας να απομυθοποιήσει -μεταξύ άλλων- τα υποτιθέμενα υπερφυσικά φαινόμενα: «*Όλοι μπορούμε να περιμένουμε ότι θα γίνουμε μέτοχοι ή μάρτυρες τουλάχιστον ενός «θαύματος» κάθε μήνα ή για την ακρίβεια κάθε τριάντα πέντε μέρες*». Ο ισχυρισμός αυτός, που καταγράφεται στη μαθηματική φιλολογία ως «νόμος του Littlewood», βασίζεται κυρίως στον «Νόμο των πραγματικά μεγάλων αριθμών», μια παραδοχή της στατιστικής σύμφωνα με την οποία, όταν το μέγεθος ενός δείγματος είναι αρκετά μεγάλο, τότε ένα εξαιρετικά απίθανο ενδεχόμενο είναι πιθανόν να συμβεί.

⁴⁶ βλ. <http://www.enet.gr/?i=news.el.article&id=5426>

Οι δύο αυτοί μεγάλοι μαθηματικοί **Hardy και Littlewood** συνεργάστηκαν με τον Πέτρο, κυρίως μέσω αλληλογραφίας.

Κων/νος Καραθεοδωρή

Γόνος γνωστής οικογένειας της Κωνσταντινούπολης, ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή αποτελεί έναν αξιόλογο μαθηματικό πνεύμα του 20ού αιώνα που χαρακτηρίζεται από μια στροφή στην κλασική εντέλεια των αρχαίων ελλήνων μαθηματικών.

Σπουδάσε κοντά στους κορυφαίους δασκάλους της εποχής Herman Schwarz, Georg Frobenius, Erhard Schmidt, Lazarus Fuchs και Hermann Minkowski. Το 1905 αναγορεύεται υφηγητής των Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν και ακολουθεί λαμπρή ακαδημαϊκή καριέρα εκεί αλλά και στα πανεπιστήμια της Βόννης, του Ανοβέρου, του Μπρεσλάου, του Βερολίνου και του Μονάχου, όπου αναδεικνύεται σε μαθηματικό παγκόσμιου επιπέδου. Ο Καραθεοδωρή αρχικά ασχολήθηκε με τον Λογισμό των Μεταβολών και η διδακτορική διατριβή του (Γκέτινγκεν, 1904) φέρει τον τίτλο «Περί των ασυνεχών λύσεων στον Λογισμό των Μεταβολών». Στην συνέχεια, καταπιάστηκε με όλους σχεδόν του κλάδους των Μαθηματικών: θεωρία πραγματικών συναρτήσεων, θεωρία μιγαδικών συναρτήσεων, διαφορικές εξισώσεις, θεωρία συνόλων και διαφορική γεωμετρία, σύμμορφες απεικονίσεις κ.ά. Επιπλέον, το επιστημονικό έργο του επεκτείνεται σε πολλούς τομείς της φυσικής και της αρχαιολογίας. Η συμβολή του στην Θεωρητική Φυσική ήταν ουσιαστική στην μαθηματική θεμελίωση τομέων της Φυσικής όπως η Θερμοδυναμική, η Γεωμετρική Οπτική, η μηχανική και η Σχετικότητα και βοήθησε τον Πέτρο να εισαχθεί στο πανεπιστήμιο και γενικά σε όλη την καριέρα του⁴⁷.

Σάμι Επστάιν

Ο φίλος του αφηγητή στο πανεπιστήμιο που τον βοήθησε πολύ στο να μάθει πράγματα για τον θείο του.

Χρήστος Παπακυριακόπουλος

Ο Χρήστος Παπακυριακόπουλος έκανε το διδακτορικό του μέσα στην Κατοχή, στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, πήρε μέρος από την πλευρά του ΚΚΕ στα Δεκεμβριανά, ακολούθησε την έξοδο από την Αθήνα στην ύπαιθρο, προσφέροντας τις υπηρεσίες του ως δάσκαλος στην Καρδίτσα, μετά τη Βάρκιζα επέστρεψε στο ΕΜΠ, για να απολυθεί το 1946. Διασώθηκε, τελικά,

⁴⁷ βλ. <http://tvxs.gr/news/σαν-σήμερα/ο-σπουδαίος-μαθηματικός-κωνσταντίνος-καραθεοδωρή> .

όταν έστειλε την εργασία του στον μεγάλο αμερικανό μαθηματικό **Ralph Hartzler Fox** και αυτός, εντυπωσιασμένος, τον κάλεσε στο Preston, αλλάζοντας τη μοίρα του (Λάσκος 2014)⁴⁸.

Alan Matheson Turing

Ο Alan Matheson Turing(23 Ιουνίου 1912 - 7 Ιουνίου 1954) ήταν Βρετανός μαθηματικός, καθηγητής της λογικής και κρυπτογράφος. Μαθηματική διάνοια, που έσπασε τον κωδικό «Αίνιγμα» των Γερμανών και ο θεμελιωτής της επιστήμης της πληροφορικής, χάρη στην πολύ μεγάλη συνεισφορά του στο γνωστικό πεδίο της θεωρίας υπολογισμού κατά τη δεκαετία του 1930, αλλά και της τεχνητής νοημοσύνης, χάρη στη λεγόμενη *δοκιμή Turing* την οποία πρότεινε το 1950, δημιούργησε τις βάσεις για τη λεγόμενη, τεχνητή νοημοσύνη των υπολογιστών και έναν τρόπο να διαπιστωθεί πειραματικά αν μία μηχανή έχει αυθεντικές γνωστικές ικανότητες και μπορεί να σκεφτεί⁴⁹.

Μια από τις κύριες κορυφώσεις της αφήγησης στον «Θείο Πέτρο» είναι και η ανακάλυψη, στη διάρκεια της μαθηματικής καριέρας του θείου Πέτρου, του θεωρήματος του Gödel. Το θεώρημα του Gödel έχει άμεσες συνέπειες και για τον θείο Πέτρο: όταν ο Alan Turing, του ανακοινώνει προσωπικά ότι σε συνέχεια του θεωρήματος του Gödel απέδειξε «το αδύνατο της απόδειξης της a priori αποδειξιμότητας κάθε συγκεκριμένης πρότασης» ο θείος Πέτρος νιώθει τη γη να φεύγει κάτω από τα πόδια του (Ναθαναήλ 2008).

Kurt Gödel

Ο Kurt Gödel (28 Απριλίου 1906 – 14 Ιανουαρίου 1978) ήταν Αυστρο-αμερικάνος επιστήμονας με τεράστια επιρροή στην επιστημονική και φιλοσοφική σκέψη του 20ου αιώνα, σε μια εποχή όταν πολλοί, όπως ο Bertrand Arthur William Russell και ο David Hilbert, πρωτοπορούσαν στη χρήση της θεωρίας συνόλων για την κατανόηση των θεμελίων των μαθηματικών. Είναι περισσότερο γνωστός για τα δυο του θεωρήματα μη-πληρότητας, δημοσιευμένα το 1931 όταν ήταν 25 χρονών, ένα χρόνο μετά το τέλος του διδακτορικού του στο πανεπιστήμιο της Βιέννης. Το θεώρημα μη-πληρότητας διατυπώνει ότι, για κάθε αυτο-συνεπές αναδρομικό αξιωματικό σύστημα αρκετά ισχυρό ώστε να περιγράφει την αριθμητική των φυσικών αριθμών, υπάρχουν αληθείς προτάσεις για τους φυσικούς που δεν μπορούν να αποδειχθούν από τα αξιώματα. Για να αποδείξει το θεώρημα αυτό, ο Gödel ανέπτυξε μια τεχνική γνωστή ως Γκεντελοποίηση, η οποία κωδικοποιεί τυπικές εκφράσεις ως φυσικούς αριθμούς. Παράλληλα, απέδειξε ότι η υπόθεση του συνεχούς δεν

⁴⁸ βλ. <http://ke-ntro.blogspot.gr/2013/06/1914-1976.html>

⁴⁹ βλ. την ταινία «Το παιχνίδι της μίμησης» (2014)

μπορεί να διαψευσθεί από τα δεκτά αξιώματα της θεωρίας συνόλων, αν τα αξιώματα αυτά είναι συνεπή (Holt 2019).

Srinivasa Ramanujan

Ο Srinivasa Ramanujan (22 Δεκεμβρίου 1887 – 26 Απριλίου 1920) ήταν Ινδός μαθηματικός. Το 1913, έγραψε μια επιστολή στον διαπρεπή βρετανό μαθηματικό Hardy, παρακαλώντας τον να του πει τη γνώμη του για κάποια μαθηματικά θεωρήματα που επινόησε σχετικά με τους πρώτους αριθμούς⁵⁰. Από ένα μικρό χωριό της Ινδίας, αυτοδίδακτος με σχεδόν καθόλου εκπαίδευση στα καθαρά μαθηματικά, είχε αξιοσημείωτη συνεισφορά στη μαθηματική ανάλυση, στη θεωρία αριθμών, στις απειροστικές σειρές και στα συνεχή κλάσματα. Ο Άγγλος μαθηματικός Godfrey Harold Hardy τον χαρακτηρίσε φυσική διάνοια, της ίδιας κλάσης με μαθηματικούς όπως ο Leonhard Euler, ο Johann Carl Friedrich Gauß, ο Νεύτωνας και ο Αρχιμήδης. Απεβίωσε το 1920 στην ηλικία των 32 ετών ταλαιπωρημένος από αρρώστιες, υποσιτισμό και από μόλυνση στο συκώτι, αλλά κατάφερε να αφήσει έργο που απαριθμεί σχεδόν 3900 αποτελέσματα, κυρίως ταυτότητες και εξισώσεις.

⁵⁰ βλ. http://www.travlos.gr/Goitia_gnosis/ramanujan.htm

Η πλοκή της ιστορίας

Η πλοκή είναι ένα από τα στοιχεία της αφήγησης, είναι η σειρά των γεγονότων που σχετίζονται με τους ήρωες μιας ιστορίας. Είναι το σχέδιο του συγγραφέα για το τι συμβαίνει, σε ποιον και πότε. Επικεντρώνεται σε ορισμένες εσωτερικές ή εξωτερικές συγκρούσεις. Είναι εμφανή τα στοιχεία της πυραμίδας του Freytag⁵¹, που επιτρέπει την οπτικοποίηση της πλοκής και επομένως την καλύτερη κατανόησή της από τα παιδιά.

Χρήσιμες είναι και οι παρακάτω παρατηρήσεις: Το μυθιστόρημα μπορούμε να το χωρίσουμε σε τρία μέρη. Στο πρώτο «ακούμε» τον αφηγητή, τον ανεψιό του μαθηματικού, σε πρωτοπρόσωπη αφήγηση, να μας διηγείται πώς υποψιάστηκε ότι κάτι τρέχει με τον θείο Πέτρο, πώς ανακάλυψε την παλιά του σχέση με τα μαθηματικά και τι ήταν ακριβώς η Εικασία του Goldbach. Στο δεύτερο μέρος το συγκαταβατικό «θείος» Πέτρος φεύγει και στη θέση του εμφανίζεται η μαθηματική διάνοια, ο καθηγητής Πέτρος Παπαχρήστου που είναι και ο «πρωταγωνιστής» της ζωής του - την οποία παρακολουθούμε μέσα από τριτοπρόσωπη αφήγηση. Στο τρίτο μέρος ο Πέτρος Παπαχρήστου ξαναγίνεται θείος Πέτρος, τον ξαναβρίσκουμε στο σπίτι του να παίζει μανιωδώς σκάκι και ό,τι συμβαίνει το παρακολουθούμε μέσω της πρωτοπρόσωπης αφήγησης του ανεψιού. Η δομή αυτή πετυχαίνει στο να αυξάνεται σταδιακά το ενδιαφέρον του αναγνώστη, τόσο ως προς το αίνιγμα θείου Πέτρου και Εικασίας όσο και ως προς τον κόσμο των μαθηματικών.

Ο Αφηγητής

Στο έργο υπάρχουν δύο αφηγητές. Ο ένας είναι ο κύριος αφηγητής, αυτός που απευθύνεται στον αναγνώστη και περιγράφει τα γεγονότα. Παραμένει ανώνυμος σε όλο το έργο, ενώ αναφέρεται ως «προσφιλές ανιψούδι». Είναι ένας νέος ο οποίος θέλει να μοιάσει στο θείο του και να γίνει ένας καλός μαθηματικός. Τα αισθήματα του ποικίλλουν ανάλογα με τα νέα πράγματα που ανακαλύπτει για αυτόν, άλλοτε θαυμασμό, άλλοτε θυμό και άλλοτε συμπόνια. Προσπαθεί με κάθε τρόπο να ανακαλύψει γιατί ο θείος παράτησε τα μαθηματικά.

Στο δεύτερο μέρος παρακολουθούμε την ιστορία μέσα από τριτοπρόσωπη αφήγηση. Ο δεύτερος αφηγητής είναι ο ίδιος ο πρωταγωνιστής, ο οποίος εντάσσεται σε ένα περιβάλλον διαφορετικών χαρακτήρων, μεταφέρει τα συναισθήματα που βίωνε και κάθε πράξη που πραγματοποίησε κατά την παράθεση γεγονότων της ζωής του.

Στο τρίτο μέρος ο Πέτρος Παπαχρήστου ξαναγίνεται θείος Πέτρος και πάλι η αφήγηση γίνεται πρωτοπρόσωπη του ανεψιού.

⁵¹ βλ.

Αφηγηματικές τεχνικές

Σε κάθε λογοτεχνικό κείμενο η αφηγηματολογία προσπαθεί να απαντήσει σε τρεις ερωτήσεις: ποιος αφηγείται, τι αφηγείται και πώς.

Η εστίαση

Το βασικό σημείο είναι η αδυναμία του Πέτρου να ολοκληρώσει το εγχείρημά του και να βρει μια οριστική λύση στο μαθηματικό πρόβλημα που μελετά. Αυτό παρουσιάζεται με τους ακόλουθους τρόπους:

1. Ο θείος Πέτρος παρουσιάζεται ως ένας αποτυχημένος, που κατά τα λεγόμενα των αδελφών του χαράμισε όλη του τη ζωή για το τίποτα κυνηγώντας ένα άπιαστο όνειρο, την «Εικασία του Goldbach», ώπου τελικά απέτυχε, απελπίστηκε και τα παράτησε. Σύμφωνα με τον πατέρα του αφηγητή, ο Πέτρος *«είναι ένοχος του μεγίστου αμαρτήματος»* (Δοξιάδης 2001: 31), δηλαδή αυτού της αλαζονείας. Σύμφωνα με την οπτική γωνία του πατέρα, ο πρωταγωνιστής *«σπατάλησε»* το ταλέντο του, *«το πέταξε στα σκουπίδια»* (Δοξιάδης 2001: 31) και *«σπατάλησε όλη του τη ζωή προσπαθώντας»* (Δοξιάδης 2001: 32), καθώς αποφάσισε να ασχοληθεί αποκλειστικά με την Εικασία του Goldbach (Δοξιάδης 2001: 33). Ο πατέρας του αφηγητή δεν γνωρίζει βασικές λεπτομέρειες και γεγονότα που επέδρασαν στη διαμόρφωση της προσωπικότητάς του θείου Πέτρου και έτσι η εστίαση του πατέρα θα μπορούσε να χαρακτηριστεί εξωτερική, καθώς κρίνει με βάση όσα ο ίδιος αντιλαμβάνονταν και αισθανόταν για τον αδερφό του.

2. Ο συγκάτοικος του αφηγητή, Σάμυ Επσταϊν, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι ο Πέτρος είναι μάλλον *«απατεώνας»*, δεδομένου ότι μετά από τόσα χρόνια σκληρής δουλειάς, δεν εξέδωσε κανένα προσωπικό άρθρο με αποτελέσματα που εντόπισε κατά τη διάρκεια της μελέτης του (Δοξιάδης 2001: 75). Εκφράζει και αυτός, όπως και ο πατέρας του αφηγητή προηγουμένως, μια άποψη για τους λόγους αποτυχίας του Πέτρου. Με παράδειγμα έναν άλλο μεγάλο μαθηματικό, τον Kurt Gödel, υπαινίσσεται ότι είναι πιθανό να οδηγούνται στην τρέλα όσοι φτάνουν πολύ κοντά στην αλήθεια (Δοξιάδης 2001: 223), άποψη την οποία φαίνεται να ενστερνίζεται και ο αφηγητής (Δοξιάδης 2001: 260). Η εστίαση εδώ είναι και πάλι εξωτερική, ως εικασία και συμπέρασμα του συγκεκριμένου προσώπου. Εντοπίζουμε μια μεταβολή της εστίασης του δεύτερου προσώπου σε εσωτερική, δεδομένου ότι ο αφηγητής του μεταφέρει την ιστορία του Πέτρου (Δοξιάδης 2001: 213), επομένως γνωρίζει πλέον αρκετά στοιχεία, ούτως ώστε να αναιρέσει την προηγούμενη άποψη.

3. Ο ίδιος ο αφηγητής φαίνεται ότι επηρεάζεται αρκετά από τον τρόπο εστίασης των δύο προαναφερθέντων απέναντι στον πρωταγωνιστή. Η εστίαση του αφηγητή στο πρώτο μέρος μπορεί να χαρακτηριστεί ως εξωτερική· στο δεύτερο μέρος, όμως, η εστίαση μετατρέπεται σε εσωτερική, καθώς μαθαίνει κάθε βασική λεπτομέρεια για τη ζωή του Πέτρου, στοιχείο που τον βοηθάει να διαμορφώσει μια ολοκληρωμένη σχετικά εικόνα για τον τρόπο συμπεριφοράς και για την προσωπικότητά του. Το είδος εστίασης του συγγραφέα που γράφει μετά το πέρας των γεγονότων, θα λέγαμε ότι η εστίαση παραμένει εσωτερική, καθώς το αίνιγμα για τη συμπεριφορά και τον τρόπο σκέψης, ίσως και για το αν ο Πέτρος πράγματι ανακάλυψε τη λύση της Εικασίας, παραμένει άλυτο, ή τουλάχιστον ανείπωτο για τον αναγνώστη (Δοξιάδης 2001: 283).

Σημαντικό ρόλο σε αυτό διαδραματίζει και η «φωνή», δηλαδή το ποιος μιλάει κάθε φορά στην εξιστόρηση των γεγονότων. Επομένως, η εξιστόρηση της ζωής του Πέτρου από τον ίδιο τον κεντρικό ήρωα, έχει ως αποτέλεσμα τη μετάβαση από την εξωτερική στην εσωτερική εστίαση. Τελικά, η θέση του Θείου Πέτρου φωτίζεται και αρχίζουμε να αντιλαμβανόμαστε κατά κάποιο τρόπο γιατί το έκανε αυτό και να βλέπουμε τα πράγματα από μια άλλη οπτική γωνία. Κατά τη δική του άποψη, ο Θεός Πέτρος πίστευε πως έκανε το σωστό για τον ανιψιό του και στόχος του ήταν η προστασία του ανιψιού του από μια πιθανή αποτυχία του στα μαθηματικά⁵².

Η εστίαση του αναγνώστη ακολουθεί την εστίαση του αφηγητή, επομένως από εξωτερική μετατρέπεται στο δεύτερο και τρίτο μέρος του έργου σε εσωτερική. Ο αφηγητής ξέρει λιγότερα από τα πρόσωπα, από τα οποία μαθαίνει σταδιακά τις λεπτομέρειες που τον βοηθούν να δομήσει την ιστορία του. Σε πολλά σημεία διακρίνεται και η επίδραση του αφηγητή που μεταφέρει την ιστορία εκ των υστέρων, επομένως γνωρίζει την κατάληξη των γεγονότων. Ενδεχομένως, υπάρχει μια συνδυαστική αξιοποίηση εξωτερικής και μηδενικής εστίασης, σύμφωνα με την οποία ο αφηγητής ξέρει περισσότερα από τα πρόσωπα. Προς επίρρωσιν αυτής της τοποθέτησης, εντοπίζουμε το χωρίο του κειμένου, όπου ο αφηγητής αναφέρει χαρακτηριστικά «είναι αδύνατο αυτή τη στιγμή που γράφω, στα πενήντα μου [...]» (Δοξιάδης 2001: 34), όπου υπάρχουν παράλληλα σχόλια του ενήλικου και του έφηβου αφηγητή.

Αφηγηματικοί τρόποι

Βασικός τρόπος στην ιστορία είναι η αφήγηση, που εναλλάσσεται με διαλογικά μέρη, περιγραφή και σχόλια. Σε αρκετές περιπτώσεις παρεμβάλλονται σε ευθύ λόγο τα σχόλια προσώπων της ιστορίας. Ο ίδιος ο συγγραφέας εξάλλου έχει αναφέρει τα εξής: *«ορίζω εδώ την αφήγηση ως περιγραφή χαρακτήρων εν δράσει. Ο χαρακτήρας, όπως ορίζεται, είναι δέκτης, παραγωγός και πομπός ιδεών, αισθημάτων αλλά και κυρίως κινήτρων που οδηγούν εν δυνάμει στην πράξη.*

⁵²

Υυσικά, ζει μέσα σε περιβάλλον άλλων χαρακτήρων, με αντίστοιχη δυναμική. Η δράση που περιγράφει η αφήγηση μπορεί να είναι εξωτερική, εσωτερική (στον χαρακτήρα) ή και συνδυασμός των δύο» (Δοξιάδης 2013:1).

4. Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach: μια αφορμή

Στο πλαίσιο των Πολιτιστικών Προγραμμάτων *Δημιουργική Γραφή και Μαθηματικά και Τέχνες* που υλοποιούνται κατά το σχολικό έτος 2017-18 στο Γενικό Λύκειο Φιλώτα Φλώρινας ασχοληθήκαμε με την Μαθηματική Λογοτεχνία. Ανάλογες δραστηριότητες αναπτύχθηκαν και σε συνεργασία με ομάδες μαθητών από το 1ο Λύκειο Πέλλας και το 2ο Λύκειο Φλώρινας. Συνολικά μελέτησαν το βιβλίο αυτό και απασχολήθηκαν στην ακόλουθη δραστηριότητα 34 μαθητές. Αφού ανατέθηκε στους μαθητές να διαβάσουν το βιβλίο, παρουσιάστηκαν τα μαθηματικά θέματα που αυτό έθιγε σε μια διδακτική ώρα από τον μαθηματικό του Λυκείου. Στην πορεία, οι μαθητές ασχολήθηκαν με το αφηγηματικό του μέρος με τις παρακάτω δραστηριότητες και προσεγγίσεις.

4.α. Μαθηματικά και λογοτεχνία στο σχολείο

Συζητήσαμε με τους μαθητές το είδος της λογοτεχνίας στο οποίο εντάσσεται το βιβλίο αυτό. Πρώτον, αναφέραμε ότι πρόκειται για μυθιστόρημα και σύντομα αναφερθήκαμε στα χαρακτηριστικά του. Σύμφωνα με το σχολικό εγχειρίδιο Λεξικό Λογοτεχνικών Όρων, μυθιστόρημα είναι μια εκτεταμένη πολυσέλιδη αφήγηση, τα γεγονότα και τα περιστατικά που συνθέτουν και συγκροτούν το αφηγηματικό υλικό, είναι ποικίλα και πολυπρόσωπα και διαπλέκονται σε διαφορετικά επίπεδα χρόνου και χώρου (Παρίσης & Παρίσης 2005). Επιπλέον, καταλήξαμε ότι ως Μαθηματική Λογοτεχνία ορίζουμε τη λογοτεχνία που πραγματεύεται θέματα μαθηματικών, επιστημολογίας, έρευνας, εφαρμογών και διδακτικής των μαθηματικών. Υπάρχουν κείμενα που αναφέρονται σε μαθηματικές έννοιες ή γεγονότα, σε προσωπικότητες ή στην ιστορία των μαθηματικών, ως πηγή λογοτεχνικής έμπνευσης, άλλα που σκοπός τους είναι η εκλαΐκευση των μαθηματικών εννοιών, δηλαδή η αναπαράσταση της επιστημονικής γνώσης με τρόπο, ώστε να γίνεται κατανοητή από μη ειδικούς και άλλα λογοτεχνικά και αφηγηματικά κείμενα που σκοπός τους είναι η διδασκαλία των μαθηματικών, της ιστορίας τους και των εννοιών τους (Λερή 2008).

4.β. Ξεκλειδώνουμε το κείμενο και γράφουμε ιστορίες

Στη συγκεκριμένη δράση, οι μαθητές ασχολήθηκαν και με την «κατασκευή» ενός αφηγηματικού κειμένου, για την ακρίβεια ενός διηγήματος μαθηματικής λογοτεχνίας. Πριν την κατασκευή του, οι μαθητές με τη βοήθεια του μαθηματικού του σχολείου κ. Δαμιανού Ξανθόπουλου ασχολήθηκαν με την παρουσίαση και την επίλυση ενός μαθηματικού γρίφου. Στην πορεία ενημερώθηκαν με παραδείγματα για την απαιτούμενη σχετική θεωρία. Ειδικότερα, μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά του διηγήματος ως λογοτεχνικού είδους, καθώς και τα χαρακτηριστικά στοιχεία του κειμένου που αφορούν τις αφηγηματικές τεχνικές.

Σχετικά με το διήγημα, επισημάνθηκε ότι είναι μια σύντομη αφήγηση, μια μικρή ιστορία με αρχή, μέση και τέλος. Οι ενεργοί ήρωες είναι ελάχιστοι, συνήθως μονάχα ένας, και ο χαρακτήρας στοιχειοθετείται από την πλοκή και λίγα περιστατικά -με κορυφαίο συνήθως ένα.

Σχετικά με τις αφηγηματικές τεχνικές, σύμφωνα με τον G. Genette, ασχοληθήκαμε με τα ακόλουθα:

- Ποιος αφηγείται;
- Ποιος βλέπει;
- Σκηνικό
- Χαρακτήρες
- Πλοκή
- Χρόνος

Ποιος αφηγείται;

Προκειμένου να εντοπίσουμε και να αναλύσουμε τα χαρακτηριστικά και τον ρόλο του αφηγητή στη λογοτεχνία, είναι απαραίτητο να διευκρινίσουμε τους όρους *αφήγηση*, *αφηγηματική πράξη* και *αφηγηματικό περιεχόμενο*. Σύμφωνα με τον ορισμό της αφήγησης που παρατίθεται στο βιβλίο *Εκφραση – Εκθεση της Α΄ Λυκείου* (Τσολάκης κ.ά. 2017:202) η *αφήγηση είναι μια πράξη επικοινωνίας με την οποία παρουσιάζεται προφορικά ή γραπτά μια σειρά πραγματικών ή πλασματικών (επινοημένων) γεγονότων*. Πέρα από την απαραίτητη διάκριση μεταξύ συγγραφέα και αφηγητή και την επισήμανση ότι ο αφηγητής είναι στην ουσία φορέας της αφηγηματικής πράξης, ο Genette ταξινομεί τους τύπους αφηγητή με βάση δύο κριτήρια: *τη συμμετοχή τους στην ιστορία που αφηγούνται και το αφηγηματικό επίπεδο όπου ανήκουν*. Σύμφωνα με το πρώτο κριτήριο ο αφηγητής μπορεί να είναι πρόσωπο της αφήγησης, με πρωταγωνιστικό ή δευτερεύοντα ρόλο, ή μπορεί να είναι αμέτοχος στα γεγονότα. Αν συμμετέχει στην ιστορία (είτε ως βασικός ήρωας είτε ως απλός παρατηρητής ή αυτόπτης μάρτυρας), τον ονομάζουμε **ομοδιηγητικό** αφηγητή. Όταν μάλιστα αφηγείται σε πρώτο ρηματικό την προσωπική του ιστορία,

ονομάζεται ιδιαίτερα **αυτοδιηγητικός** αφηγητής. Αν ο αφηγητής δεν συμμετέχει καθόλου στην ιστορία που διηγείται ονομάζεται **ετεροδιηγητικός** αφηγητής (Genette 2007:324-329).

Πρώτα, διακρίναμε και μελετήσαμε τον αφηγητή του μυθιστορήματος. Ζητήσαμε από τους μαθητές να εντοπίσουν τον αφηγητή, να τον διακρίνουν από το συγγραφέα και να διακρίνουν τον αφηγητή ανάλογα με το αφηγηματικό επίπεδο στο οποίο κινείται και με τη συμμετοχή του στην ιστορία. Στόχος της δραστηριότητας αυτής είναι να διακρίνουν τα παιδιά τον αφηγητή από το συγγραφέα. Τα αυτοβιογραφικά στοιχεία που υπάρχουν στην ιστορία λειτουργούν υπέρ της αληθοφάνειας της ιστορίας. Θα βοηθήσουμε τα παιδιά να διακρίνουν τα πραγματικά γεγονότα της ζωής του συγγραφέα που αποτέλεσαν πιθανόν την «πρώτη ύλη» για τη δημιουργία της μυθοπλασίας.

Βοηθητικές και κατευθυντικές ερωτήσεις αποτέλεσαν οι ακόλουθες:

- Ποιος μιλάει; Με ποιανού τη φωνή «ακούμε» την ιστορία;
- Είναι ένας χαρακτήρας του βιβλίου ή ένα πρόσωπο ξένο προς την ιστορία;
- Συμμετέχει ο ίδιος στις περιπέτειες που αφηγείται;
- Από πού καταλαβαίνουμε, αν συμμετέχει ή όχι στην ιστορία;
- Ποια είναι τα γεγονότα στα οποία συμμετέχει ο αφηγητής και ποια αυτά που τα γνωρίζει από τις αφηγήσεις του πρωταγωνιστή;
 - Ο αφηγητής διηγείται τα γεγονότα τη στιγμή που συμβαίνουν ή όταν η ιστορία έχει πια τελειώσει;
 - Συμμετέχει ο ίδιος στις περιπέτειες που αφηγείται;
 - Από πού καταλαβαίνουμε, αν συμμετέχει ή όχι στην ιστορία;
 - Ποια είναι τα γεγονότα στα οποία συμμετέχει ο αφηγητής και ποια αυτά που τα γνωρίζει από τις αφηγήσεις;
 - Ο αφηγητής διηγείται τα γεγονότα τη στιγμή που συμβαίνουν ή όταν η ιστορία έχει πια τελειώσει;

Το συγκεκριμένο μυθιστόρημα, με βάση το οποίο προσεγγίζουμε θεωρητικά τα παραπάνω, μπορούμε να το χωρίσουμε σε τρία μέρη.

Στο πρώτο «ακούμε» τον αφηγητή, το «προσφιές ανεψούδι» σε πρωτοπρόσωπη αφήγηση, να μας διηγείται πώς υποψιάστηκε ότι κάτι τρέχει με τον άκακο, πράο και απομονωμένο σε ένα εξοχικό σπιτάκι, στην αγροτική τότε Εκάλη, θείο Πέτρο, τον οποίο ο πατέρας του, επιτυχημένος επιχειρηματίας, τον θεωρούσε «το μαύρο πρόβατο» της οικογένειας, πώς ανακάλυψε την παλιά του σχέση με τα μαθηματικά και τι ήταν ακριβώς η Εικασία του Goldbach.

Στο δεύτερο μέρος το συγκαταβατικό «θείος» Πέτρος φεύγει και στη θέση του εμφανίζεται η μαθηματική διάνοια, ο καθηγητής Πέτρος Παπαχρήστου που είναι και ο «πρωταγωνιστής» της ζωής του - την οποία παρακολουθούμε μέσα από τριτοπρόσωπη αφήγηση - και βέβαια την κατά μέτωπον αναμέτρησή του με την Εικασία του Goldbach.

Στο τρίτο μέρος ο Πέτρος Παπαχρήστου ξαναγίνεται θείος Πέτρος, τον ξαναβρίσκουμε στο σπιτάκι στην Εκάλη να παίζει μανιωδώς σκάκι, την άλλη μεγάλη του μανία και ό,τι συμβαίνει το ακούμε και πάλι μέσω της πρωτοπρόσωπης αφήγησης του ανεψιού. Η δομή αυτή που ακολουθεί ο Απόστολος Δοξιάδης πετυχαίνει στο να αυξάνεται σταδιακά το ενδιαφέρον του αναγνώστη, τόσο ως προς το αίνιγμα θείου Πέτρου και Εικασίας όσο και ως προς τον κόσμο των μαθηματικών. Η γεύση μάλιστα αυτή μένει γιατί ο συγγραφέας, όπως έχει παρατηρήσει και ο Άγγλος κριτικός George Steiner, αφήνει στο τέλος το μυθιστόρημά του ανοικτό σε ποικίλες εκδοχές (Μεθενίτη 2011).⁵³

Ποιος βλέπει;

Ενα περίπλοκο και ακανθώδες ακόμη ζήτημα που πρέπει να εξεταστεί παράλληλα με την έννοια του αφηγητή είναι αυτό της αφηγηματικής σκοπιάς ή προοπτικής, της οπτικής γωνίας δηλαδή, από την οποία πραγματώνεται η αφήγηση.

Ο Genette (Genette 2007:260) προχώρησε ένα βήμα παραπέρα κάνοντας διάκριση ανάμεσα στο «ποιος βλέπει» και στο «ποιος μιλά», υπονοώντας ότι σ' ένα έργο ο αφηγητής δεν είναι πάντοτε ο εικονολήπτης της ιστορίας που αφηγείται. Προτείνει τελικά την έννοια της «εστίασης»: το πρόσωπο μέσα από το οποίο εστιάζεται η ιστορία που παρακολουθούμε, δεν συμπίπτει απαραίτητα με τον αφηγητή. Διακρίνει τρεις βασικές περιπτώσεις:

α. Μη εστιασμένη ή αφήγηση με μηδενική εστίαση: πρόκειται για τον τύπο που αντιπροσωπεύει την κλασική αφήγηση του παντογνώστη αφηγητή. Εχουμε δηλαδή να κάνουμε, όπως παρατηρεί ο Π. Μουλλάς (1991:139), μ' έναν αφηγητή Θεό. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν ο αφηγητής γνωρίζει περισσότερα από όσα ξέρουν όλα τα άλλα πρόσωπα-ήρωες και τα μεταδίδει στον αναγνώστη (Αφηγητής > Πρόσωπο)⁵⁴.

⁵³ Δοξιάδης, Α. (1992). Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Goldbach. Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτης.

⁵⁴ Το συγκεκριμένο μαθηματικό συμβολισμό χρησιμοποίησε πρώτος ο I. Todorof (Genette 2007:260).

β. Αφήγηση με εσωτερική εστίαση:⁵⁵ στην περίπτωση αυτή η εστίαση είναι περιορισμένη και ταυτίζεται με ένα ορισμένο πρόσωπο, δηλαδή ο αφηγητής μας αποκαλύπτει όσα γνωρίζει κάποιος δεδομένος ήρωας (Αφηγητής = Πρόσωπο).

γ. Αφήγηση με εξωτερική εστίαση: όταν ο αφηγητής μας δίνει λιγότερες πληροφορίες από όσες γνωρίζει ο ήρωας, ο οποίος δρα μπροστά μας χωρίς να μας επιτρέπει να μάθουμε τις σκέψεις και τα συναισθήματα του (Αφηγητής < Πρόσωπο). Πρόκειται για τον τύπο της «αντικειμενικής» αφήγησης. Η εστίαση τοποθετείται έξω από τα πρόσωπα και η αφήγηση «υιοθετεί ως ένα βαθμό την τεχνική του κινηματογράφου» (Τσατσούλης 1997:482).

	Εστίαση		
	Αφήγηση με μηδενική εστίαση	Εσωτερική εστίαση	Εξωτερική εστίαση
Αφηγητής	Παντογνώστης (θεός)	Αφηγητής – άνθρωπος	Αφηγητής – πράγμα (π.χ. κάμερα)
Σχέση με τα Πρόσωπα της ιστορίας	Γνωρίζει περισσότερα	Γνωρίζει τα ίδια	Γνωρίζει λιγότερα
Εντοπίζεται	Ιστορικά κλασικά μυθιστορήματα.	Βιζυηνός, Παπαδιαμάντης	Μυθιστορήματα μυστηρίου Γαλλικό "Νέο Μυθιστόρημα" Αντιμυθιστόρημα
Γραμματικό πρόσωπο	γ' ενικό	α' ενικό	

Μελετώντας την εστίαση, ως στόχους θέσαμε οι μαθητές:

- Να κατανοήσουν ότι ιστορία μπορεί να ειπωθεί» με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με το ποιος «βλέπει» μέσα σ' αυτή.
- Να διαπιστώσουν ότι η διαφορετική εστίαση μεταφράζεται στη διαφορετική ποσότητα των πληροφοριών στις οποίες έχει πρόσβαση ο αναγνώστης.
- Να κατανοήσουν το ρόλο της εστίασης ως μέσου για την εξυπηρέτηση συγκεκριμένων συγγραφικών στόχων.
- Να γίνουν οι ίδιοι συγγραφείς του κειμένου μετατρέποντας την εστίαση .

Ενδεικτικές ερωτήσεις για τη μελέτη της εστίασης αποτέλεσαν οι ακόλουθες:

- Ο αφηγητής έχει περιορισμένη γνώση και αφηγείται μόνο όσα πέφτουν στην αντίληψή του, ή είναι ένας παντογνώστης αφηγητής;

⁵⁵ Σύμφωνα με τον Genette η εσωτερική εστίαση «σπανίως εφαρμόζεται με αυστηρή ακρίβεια και δεν πραγματώνεται πλήρως παρά με την αφήγηση σε εσωτερικό μονόλογο» (Genette 2007:264).

- “Λέει” ο ίδιος την ιστορία και σχολιάζει τα συμβάντα ή τη “δείχνει”, δηλαδή αφήνει τα γεγονότα να μιλήσουν από μόνα τους, χωρίς να παρεμβάλλει τις απόψεις του;

Αν μετέφερες αυτές τις σκηνές στον κινηματογράφο:

- Ποιος θα κρατούσε την κάμερα ; (υποκείμενο της εστίασης)
- Πού θα ήταν στραμμένη η κάμερα ; (αντικείμενο της εστίασης)
- Από πού θα τραβούσε τα πλάνα της;

Σκηνικό

Το σκηνικό, ο χώρος δηλαδή και ο χρόνος όπου εξελίσσεται η ιστορία στον οποίο διαδραματίζεται μια ιστορία, είναι μια επιλογή του συγγραφέα που δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να είναι τυχαία. Τόσο ο χρόνος όσο και ο χώρος, ως στοιχεία του σκηνικού και της πλοκής, συνδέονται οργανικά με την ιστορία και τους χαρακτήρες (γενικότερα την αφήγηση) και δεν μπορεί να υπάρξουν ιστορία, ήρωες ή εξέλιξη της πλοκής, χωρίς τα σκηνικά αυτά στοιχεία.

Ο Χώρος

Μελετώντας τον τόπο της ιστορίας, ως στόχους θέσαμε οι μαθητές:

- Να ερευνήσουν πώς το πλαίσιο μιας ιστορίας αναπτύσσεται από μικρές λεπτομέρειες
- Να κατανοήσουν πώς το πλαίσιο επηρεάζει τα γεγονότα και τη συμπεριφορά των ηρώων.
- Να εντοπίσουν τους χώρους που διαδραματίζονται τα γεγονότα και να αναζητήσουν στοιχεία για αυτούς.

Ζητάμε από τα παιδιά να απαντήσουν σε ερωτήσεις, όπως:

- Πού διαδραματίζεται η ιστορία;
- Πότε συμβαίνουν αυτά τα γεγονότα;
- Ποια σημεία του κειμένου μιλούν για το χώρο και το χρόνο;
- Περιγράφει ο συγγραφέας το πλαίσιο;
- Τους ζητάμε να περιγράψουν το χώρο κάτω από διαφορετικές συνθήκες, όπως είναι η μέρα και η νύχτα, το καλοκαίρι και ο χειμώνας.
- Να τοποθετήσουν τους ήρωες της ιστορίας σε ένα εντελώς διαφορετικό πλαίσιο και να διατυπώσουν υποθέσεις για την εξέλιξη της πλοκής της ιστορίας και για την τελική της έκβαση.

Ο Χρόνος

Μελετώντας τον χρόνο της ιστορίας⁵⁶, ως στόχους θέσαμε οι μαθητές:

⁵⁶ βλ. ????????????????

- Να κατανοήσουν το χρόνο της ιστορίας, δηλαδή τη φυσική διαδοχή των γεγονότων.
- Να κατανοήσουν ότι ο χρόνος της αφήγησης δε συμπίπτει με το χρόνο της ιστορίας.
- Να εντοπίσουν και να απομονώσουν τα κύρια γεγονότα της ιστορίας.
- Να διακρίνουν τον εξωκειμενικό και τον εσωκειμενικό χρόνο.
- Να εντοπίζουν τον χρόνο των γεγονότων, τον χρόνο της ιστορίας και τον χρόνο της αφήγησης.
- Να εντοπίζουν τη χρονική σειρά των γεγονότων.
- Να μπορούν να διακρίνουν τη χρονική διάρκεια της ιστορίας.
- Να εντοπίζουν τις ισοχρονίες και τις ανισοχρονίες.
- Να κατανοούν πόσες φορές συμβαίνει κάθε σημείο της ιστορίας και πόσες το αφηγείται ο αφηγητής.

Ενδεικτικές δραστηριότητες για τη μελέτη του χρόνου μπορούν να αποτελέσουν οι ακόλουθες:

- Εντοπίζουμε τις λέξεις ή φράσεις που σχετίζονται με τον χρόνο και την αφηγηματική ακολουθία στο κείμενο. Μπορεί να είναι σύνδεσμοι, επιρρήματα, μετοχές, δευτερεύουσες προτάσεις κ.τ.λ.
- Διακρίνουμε τον χρόνο της ιστορίας από τον χρόνο της αφήγησης, εντοπίζοντας:
 - * Πότε συνέβησαν τα γεγονότα της ιστορίας ;
 - * Πότε ξεκίνησε η ιστορία και πότε τελείωσε;
 - * Μέσα σε πόσο χρόνο διαδραματίστηκαν τα γεγονότα;
 - * Πότε μας αφηγείται την ιστορία ο αφηγητής;
- Καταγράφουμε όλα τα γεγονότα της ιστορίας βάζοντάς τα στην φυσική τους σειρά. Στη συνέχεια προσθέτουμε χρονικούς δείκτες που να προσδιορίζουν, όχι μόνο τη χρονική σειρά των γεγονότων αλλά και τη διάρκειά τους.

Οι Χαρακτήρες

Μελετώντας τους χαρακτήρες της ιστορίας⁵⁷, ως στόχους θέσαμε οι μαθητές:

- Να διακρίνουν τους κύριους χαρακτήρες από τους δευτερεύοντες.
- Να κατανοήσουν ότι όλοι οι χαρακτήρες σε μια ιστορία συμβάλλουν στην εξέλιξη της ιστορίας και καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τις πράξεις των κεντρικών ηρώων.
- Να εντοπίσουν τα στοιχεία με τα οποία συντίθεται κάθε ήρωας μέσα στην ιστορία και πώς διαφαίνονται τα χαρακτηριστικά του.

⁵⁷ βλ. ????????????????

- Να ερευνούν τους τρόπους με τους οποίους ο συγγραφέας δημιουργεί τους χαρακτήρες.
- Να χρησιμοποιούν επίθετα για να περιγράψουν τους χαρακτήρες μέσα σε ένα κείμενο.

Ενδεικτικές δραστηριότητες αποτέλεσαν οι ακόλουθες:

- Ποιος είναι ο κύριος χαρακτήρας;
- Ποιος άλλος χαρακτήρας είναι πολύ σημαντικός στην ιστορία;
- Ποιοι είναι οι χαρακτήρες που έπαιξαν πολύ σημαντικό ρόλο στη ζωή του ήρωα της ιστορίας; Είναι μόνο πρόσωπα ή και άλλες οντότητες, όπως ζώα, φυτά κλπ.;
- Ποια άλλα πρόσωπα εμφανίζονται στην ιστορία και έχουν κάποια σχέση με τον κύριο χαρακτήρα; Προσπάθησε να βρεις μέσα στο κείμενο λέξεις που χρησιμοποιεί ο συγγραφέας για να τα χαρακτηρίσει. Συγκέντρωσε τα στοιχεία που συνθέτουν τον κάθε χαρακτήρα. Αν δε βρεις, γράψε ένα δικό σου χαρακτηρισμό που να τους ταιριάζει.
- Γράψε το όνομα του κύριου χαρακτήρα στο κέντρο ενός μεγάλου χαρτιού. Γράψε τα ονόματα των άλλων σημαντικών χαρακτήρων, καθώς και τις λέξεις που τους χαρακτηρίζουν. Ενωσε κάθε ένα από αυτά τα κουτιά με βέλη που να δείχνουν το όνομα του κύριου χαρακτήρα.
- Μετά την ανάγνωση του βιβλίου ζητάμε από τα παιδιά να αναζητήσουν σε όλο το κείμενο:
 - Τη «φωνή» του χαρακτήρα
 - Τις πράξεις του χαρακτήρα
 - Την εμφάνιση του χαρακτήρα
 - Τις σκέψεις και τα συναισθήματα του χαρακτήρα

Τα παιδιά φτιάχνουν «το πορτραίτο» του κύριου ήρωα της ιστορίας με τη βοήθεια ερωτήσεων, όπως:

- Πώς μοιάζει ο χαρακτήρας ;
- Πώς θα περιέγραφε την προσωπικότητά του;
- Ποιες είναι οι πιο σπουδαίες σκέψεις του;
- Ποια είναι τα πιο σημαντικά συναισθήματά του;
- Ποιο είναι το πιο σημαντικό πράγμα που λέει ο χαρακτήρας;
- Ποια είναι η πιο σπουδαία πράξη του;
- Πώς είναι οι σχέσεις του με τους άλλους;
- Τι σου αρέσει περισσότερο σε αυτόν τον χαρακτήρα;
- Τι δεν σου αρέσει ;
- Τι σου θυμίζει και γιατί;

Χρήσιμος είναι ο προσανατολισμός σχετικά με τη γνωριμία με τους χαρακτήρες. Αυτές οι δραστηριότητες αποτελούν ευκαιρία για τους μαθητές να γνωρίσουν μαθηματικές ιδιοφυΐες και να κατασκευάσουν ιστορίες αυτοβιογραφίας, καθώς και πρωτοπρόσωπες αφηγήσεις σχετικά με τις δράσεις τους.

Η Πλοκή της Ιστορίας

Μελετώντας την πλοκή της ιστορίας⁵⁸, ως στόχους θέσαμε οι μαθητές:

- Να συζητήσουν για τα στοιχεία της πλοκής.
- Να κατανοήσουν ότι κάθε ιστορία έχει αρχή, μέση και τέλος .
- Να κατανοήσουν τη δομή της πλοκής με την εφαρμογή των όρων στο συγκεκριμένο κείμενο.
- Να κατατάξουν τα γεγονότα της ιστορίας σε χρονολογική σειρά.
- Να κατανοήσουν ότι το πρώτο κεφάλαιο λειτουργεί ως εισαγωγή
- και δεν αναφέρεται στην πλοκή της ιστορίας.
- Να εντοπίσουν τις στιγμές «κλειδιά» της ιστορίας.
- Να χρησιμοποιήσουν το γραφικό οργανωτή για να παρουσιάσουν την ανάλυση της πλοκής.
- Να κατανοήσουν ότι με την τελική έκβαση κλείνει ο κύκλος της ιστορίας.
-

Σ' αυτό το σημείο θα τους παρουσιάσουμε την πυραμίδα του Freytag. Θα συζητήσουμε τους όρους που χρησιμοποιούνται και θα τα βοηθήσουμε να κατανοήσουν την έννοιά τους χωρίς να επιμείνουμε όμως στην ορολογία. Στη συνέχεια με μια σειρά από ερωτήσεις βοηθάμε τα παιδιά να τοποθετήσουν τα γεγονότα στην πυραμίδα και να δικαιολογήσουν τις επιλογές τους.

Ενδεικτικές δραστηριότητες αποτέλεσαν οι ακόλουθες:

- Από ποιο σημείο/ κεφάλαιο ξεκινάει η πλοκή της ιστορίας;
- Ποια στοιχεία δίνει ο συγγραφέας στους αναγνώστες στην ενότητα έκθεση (exposition);
- Ποιο είναι το γεγονός που υποκινεί τη δράση;
- Ποιο είναι το πρόβλημα / η σύγκρουση που αντιμετωπίζει ο ήρωας της ιστορίας;
- Ποιο είναι το αποκορύφωμα της ιστορίας; ή Ποιο είναι το πιο σημαντικό γεγονός που αλλάζει τη ζωή του κύριου χαρακτήρα;
- Ποια γεγονότα οδηγούν στη λύση του προβλήματος/ στην επίλυση της σύγκρουσης;
- Πώς επιλύεται η σύγκρουση που αντιμετωπίζει ο ήρωας της ιστορίας;
- Τι μαθαίνουμε από τον αφηγητή στο τελευταίο κεφάλαιο του βιβλίου;

⁵⁸ βλ. ????????????????

4.γ. Συν-γράφοντας λογοτεχνία και μαθηματικά

Μετά τη μελέτη του βιβλίου και των αφηγηματικών τεχνικών του, ζητήσαμε από τους μαθητές μας να γράψουν ένα διήγημα με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

α. Σχετικά με τις μαθηματικές τους γνώσεις:

- Να ασχοληθούν με ένα δυσεπίλυτο ή άλυτο μαθηματικό πρόβλημα, να μπορούν να το διατυπώσουν και να χρησιμοποιήσουν ορθή ορολογία και ορθά βήματα παρουσίασης και επίλυσης του.

β. Σχετικά με τις γνώσεις τους στις αφηγηματικές τεχνικές:

- Να ακολουθούν την πλοκή της πυραμίδας του Freytag.

- Να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίσουν στα κείμενά τους την οπτική γωνία και την εστίαση της αφήγησης, και να μπορούν να εξηγήσουν τις επιλογές τους.

- Να λάβουν υπόψη τους τα συστατικά στοιχεία του διηγήματος, όπως τα διδάχθηκαν.

- Το διήγημα αυτό πρέπει να έχει έναν πρωταγωνιστή, που σε συγκεκριμένο χωροχρονικό πλαίσιο καλείται να αντιμετωπίσει μια μαθηματική πρόκληση.

- Ο κεντρικός χαρακτήρας να ασχολείται με την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος, χωρίς να μας απασχολεί αν είναι μαθηματικός, φοιτητής, μαθητής ή ό,τι άλλο.

- Οι χαρακτήρες να αποτυπώνονται με συγκεκριμένα στοιχεία τους, που αποτελούν είτε άμεση είτε έμμεση παρουσίασή τους.

γ. Σχετικά με το είδος της μαθηματικής λογοτεχνίας:

- Να μπορεί το κείμενο τελικά να χαρακτηριστεί μαθηματική λογοτεχνία με βάση όσα έχουν συζητηθεί.

Λάβαμε 34 διηγήματα από μαθητές της Α και Β Λυκείου και τα επεξεργαστήκαμε με την μέθοδο της ανάλυσης περιεχομένου, και συγκεκριμένα με ποιοτική ανάλυση. Σύμφωνα με τον Berelson η ανάλυση περιεχομένου είναι «μια τεχνική έρευνας, που χρησιμοποιείται, για να επιτευχθεί η αντικειμενική, συστηματική και ποσοτική περιγραφή του δηλωμένου περιεχομένου της γραπτής και προφορικής επικοινωνίας, με τελικό σκοπό την ερμηνεία του»⁵⁹ (Berelson 1952: 18). Συγκεκριμένα, κατασκευάσαμε ένα σύστημα κατηγοριών ανάλυσης, αφού συγκεντρώσαμε

⁵⁹ Berelson, B. Content analysis in communication research, New York, 1952.

από τα διηγήματα τα σημεία εκείνα που μας βοήθησαν να εξάγουμε συμπεράσματα για το πώς αντιλαμβάνονται οι μαθητές την διαδικασία επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος, ποια συναισθήματα τους δημιουργεί τόσο η διαδικασία, όσο και η τελική έκβαση και πώς χαρακτηρίζουν έναν ήρωα που εμπλέκεται με αυτό τον τρόπο με τα μαθηματικά.

Από τα 34 διηγήματα που συγκεντρώσαμε, στα 13 ο πρωταγωνιστής είναι μαθηματικός -σε ένα και θεός του αφηγητή και σε δυο ιστορίες οι μαθητές αναφέρονται στον μαθηματικό του σχολείου τους, στη μια περίπτωση με ονοματεπώνυμο και στην άλλη με ευνόητη περιγραφή. Σε άλλα 13 ο πρωταγωνιστής είναι μαθητής και σε ένα είναι φοιτητής. Σε ένα ακόμα είναι θεός και σε άλλο ένα αδερφός του αφηγητή, ενώ εντύπωση προκαλεί πως σε δυο περιπτώσεις είναι απλώς κάποιος που βλέπει ζωντανά στη φύση την εικόνα ενός μαθηματικού προβλήματος. Μόνο σε δυο ιστορίες ο ήρωας έχει όνομα: στη μία είναι μαθητής και στην άλλη δεν προσδιορίζεται η ιδιότητά του. Στις 21 ιστορίες έχουμε αφηγήσεις σε α' πρόσωπο και στις υπόλοιπες σε γ' πρόσωπο. Σε 10 αφηγήσεις οι μαθητές μέσα στην ιστορία τους μιλάνε με σαφήνεια και με μαθηματικούς όρους για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος και την περιγράφουν σαν να την λύνει ο πρωταγωνιστής τους. Σε τρεις ιστορίες η ιστορία αφορά συμμετοχή σε Μαθηματικό Διαγωνισμό, ενώ είναι χαρακτηριστικό πως σε όλες τις ιστορίες επιτυγχάνεται η λύση του μαθηματικού προβλήματος από τον πρωταγωνιστή και όλες καταλήγουν με τα συναισθήματά του πάνω σε αυτή την επιτυχία: το συναίσθημα που κυριαρχεί είναι αυτό της περηφάνιας, του ενθουσιασμού αλλά και της ευτυχίας που διακατέχει τον ήρωα, αισθάνεται ανακούφιση και χαρά «*όπως όταν ένα μικρό παιδάκι χαίρεται με το πρώτο του κατόρθωμα*», και αποκτά εμπιστοσύνη στον εαυτό του. Μόνο σε μια περίπτωση, ο ήρωας μετά την επιτυχία αισθάνθηκε άδειος:

- «Πέτυχα αυτό που ήθελα. Είμαι περήφανος.»
- «Ήταν πια ευτυχισμένος. Ήξερε ότι μπορούσε να το λύσει και ότι ήταν έξυπνος. Αρχισε να φωνάζει από την χαρά του. [...] Ενωθε πολύ περήφανος!»
- «Αυτό που μου έλειπε ήταν η εμπιστοσύνη στον εαυτό μου. Αρχισα με μανία να το περιεργάζομαι μέχρι που κατέληξα σ' αυτό που ήλπιζα, την λύση του προβλήματος.»
- «Αν την λύσεις, τότε είναι η ελευθερία του μυαλού.»
- «Όταν έφτασα στη λύση χάρηκα αρκετά, όπως όταν ένα μικρό παιδάκι χαίρεται με το πρώτο του κατόρθωμα. Κάθε πρόβλημα ή άσκηση που λύνουμε με κάνει χαρούμενη.»

- «Το έλυσα, είπα με ανακούφιση.»
- «Φαινόταν πραγματικά χαρούμενος και έτσι θέλαμε όλοι να είναι.” “Στο τέλος ήταν πολύ ικανοποιημένος και χαρούμενος.»
- «Πώς είναι δυνατόν ένας άνθρωπος πριν 2.500 χρόνια να αποδείξει ότι $AB=DE$. Αν είναι έτσι λοιπόν, έγω τι μπορώ να κάνω;»
- «Μπήκα τρομαγμένη και τον είδα νευρικό. Πρώτη φορά τον έβλεπα έτσι, μα σε πέντε λεπτά το πρόσωπό του φωτίστηκε, φώναξε ‘τα κατάφερα’.»
- «Τελειώσαμε. Σε κορνίζαρα και σε κοίταξα. Σε ξεφορτώθηκα. Μα τώρα, νιώθω άδειος.»

Χρήσιμο είναι να παρακολουθήσουμε πώς παρουσιάζονται οι χαρακτήρες των διηγημάτων, είτε πρόκειται για μαθητές είτε για μαθηματικούς. Η προσπάθειά τους στις περισσότερες ιστορίες είναι σκληρή, επίμονη, με άγχος, με προσήλωση, ίσως και εμμονική. Σε όλες τις ιστορίες που συγκεντρώσαμε πάντως στέφεται από επιτυχία:

- «προσπαθώ, δεν σταματάω, προσπάθησα πολλές φορές, Σκέφτομαι την επιβράβυσή μου μετά τη λύσή της και δεν τα παρατάω. Δεν σκέφτομαι τι θα πουν οι άλλοι, αλλά πόσο περήφανος θα είμαι με τον εαυτό μου.»
- «Είχα ξεχάσει πώς με λένε. Στην συνέχεια κάθησα και το διάβασα αργά για να το καταλάβω και έτσι ξεκίνησα.»
- «αρχίζει το μυαλό σου και δυσκολευεται και σε πιάνουν ταχυπαλμίες.»
- «ήταν φανερά σκυθρωπός και ανήσυχος, τον ρώτησα τι είχε μα δεν απάντησε, έφυγε κατευθείαν στο γραφείο του κρατώντας ένα ποτήρι νερό. Είχαν περάσει σχεδόν δυο εβδομάδες και αυτός περνούσε όλη την ημέρα στο γραφείο του.»
- «Πείσμωνσα λοιπόν και είπα να το λύσω και εγώ.»
- «Αρχισα με μανία να το περιεργάζομαι.»
- «Δεν χωράει τίποτα άλλο στο μυαλό μου. Το ένιωθα βάρος μέσα μου. Ηθελα να απαλλαγώ.Τα κατάφερα τελικά.»
- «Αποφασίζω να μην τα παρατήσω.»

● «Κάθισα 10 λεπτά, συγκεριμένα 10 λεπτά και 3 δεύτερα.»

● «Τα χψ μας έχουν καταστρέψει την ψχ.»

Σημαντικό είναι πως, όπως φαίνεται, έχει γίνει κατανοητό από τους μαθητές πως για μια τέτοια δραστηριότητα απαιτείται καθαρή σκέψη και πορεία λογική:

● «Τα δεδομένα λίγα, τα ζητούμενα δύο. Αρχισα να διαβάζω κατά λέξη προσεκτικά. Επειτα έκανα σκέψεις για τη λύση του, σχεδιάζοντάς την...»

● «Κατάλαβε ότι το θέμα δεν ήταν να την λύσεις γρήγορα, αλλά να την λύσεις, να καταλάβεις τι χρειάζεται και να σκεφτείς.»

● «Αρχισα γράφοντας τα δεδομένα.»

● «Πήρα κατά γράμμα την εκφώνση και την χρησιμοποίησα ως οδηγό, έτσι ώστε να κάνω το σχήμα.»

● «Ενώ έλυne το πρόβλημα, επικεντρωνόταν στην εκφώνηση της άσκησης και προσπαθούσε να την απλοποιήσει.»

● «Πρώτα από όλα διάβασα τις οδηγίες που μου παρέχονταν. Επειτα κοίταξα το σχήμα και προσπαθησα να βρω σημεία που θα μπορούσαν να μου δώσουν λύση.»

● «Ηταν δύσκολη και δεν καταλάβαινα τι μου ζητούσε. Την διάβαζα επανειλημμένες φορές, κάποια στιγμή άρχισα να καταλαβαίνω κάνοντας θεωρίες με το μυαλό μου και με πολύ σκέψη στο τέλος την έλυσα.»

● «οι σκέψεις μου ήταν περίπλοκες, ένιωθα μπερδεμένος...»

● «Γυρνώ σπίτι και κοιμάμαι για πολύ λίγες ώρες. Ξυπνάω 3:00 το πρωί και ξεκινάω. Είναι απίστευτο. Μέσα σε τέσσερις ώρες έχω λύσει αυτό που δεν έλυνα εδώ και τέσσερις μήνες.»

Σε ένα από τα διηγήματα ο πρωταγωνιστής μαθηματικός ξεκινάει μια απλή ιστορία για μια βόλτα του με οικείους μαθηματικούς όρους: "Εστω ότι έξω έχει 35 βαθμούς." Ενώ, από την άλλη, σε ένα ακόμα διήγημα ο ήρωας θέλει να μετρήσει μια απόσταση που έβαλαν στοίχημα να κολυμπήσουν και έτσι το μαθηματικό πρόβλημα γίνεται μέρος της καθημερινότητας και των αναγκών της και αντιμετωπίζεται και με ανάλογο λεξιλόγιο.

Εντύπωση μας προκαλεί πως μόνο σε ένα διήγημα έχουμε τίτλο: “Ένας υπέροχος άνθρωπος”, που σε μια πρώτη σκέψη μας παραπέμπει στη γνωστή ταινία με αγγλικό τίτλο “A Beautiful Mind” και θέμα την μεγάλη άνοδο του μαθηματικού Τζον Νας, που ήταν ικανός να λύσει περίπλοκα μαθηματικά προβλήματα, έπασχε από σχιζοφρένεια και κατέληξε να κερδίσει βραβείο Νόμπελ. Το διήγημα με αυτόν τον τίτλο ήταν βγαλμένο από μια άλλη εποχή, για κάποιον που στα 35 του στα τέλη του 19ου αιώνα και “με άδειες τις τσέπες άρχισε ξανά το σχολείο, όχι αυτός, όχι, αλλά ο άλλος του εαυτός, ο εαυτός ο οποίος δεν αντέχει την υποκρισία και την κακοτυχία της ζωής του και θέλει να αποδείξει πως ο καθένας μπορεί, αν πραγματικά θελήσει”.

34 ιστορίες, 34 προβλήματα, 34 μαθητές και οι οπτικές τους για τα μαθηματικά: άλλοι τα φοβούνται, άλλοι ενθουσιάζονται, άλλοι τα αγαπούν. Οι ήρωες των ιστοριών, κάποιοι σαν τον θείο Πέτρο, κάποιοι σαν τον μαθηματικό του σχολείου, κάποιοι σαν έναν φίλο, σαν ένα συμμαθητή, σαν κάποιον από την παρέα, καλούνται να αντιμετωπίσουν μια μαθηματική πρόκληση και αναμετρώνται με αυτήν, όχι μόνο ως μυαλά -μαθηματικά ή μη- αλλά και ως υπάρξεις συναισθηματικές, με βεβαιότητες και αβεβαιότητες, πεποιθήσεις και ανασφάλειες, ελπίδες και απογοητεύσεις, φόβους και ανάγκες. Οι ήρωες των ιστοριών, πρωταγωνιστές διηγημάτων, λογοτεχνικοί ήρωες, αποτυπώνουν τη σκέψη και την οπτική για τη ζωή των συγγραφέων τους.

Συμπερασματικά

Η διδακτική δράση σχετικά με τη μαθηματική λογοτεχνία μας βοήθησε να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά τόσο με την εκμάθηση μαθηματικών γνωστικών εννοιών όσο και με την εξάσκηση των μαθημάτων στην έκφραση και την παραγωγή λόγου.

Οι μαθητές κατανόησαν και παρουσίασαν μαθηματικές έννοιες, οι οποίες διατυπωμένες σε επιστημονική ορολογία τους είχαν σχετικά δυσκολέψει. Κατά την προσέγγιση του βιβλίου, τους δόθηκε η αφορμή και η δυνατότητα να επαναδιατυπώσει κάποιους προβληματισμούς, ώστε αυτά να γίνουν κατανοητά. Επιπλέον, έγινε συζήτηση μεταξύ τους και με τον μαθηματικό που συμμετείχε στη διδασκαλία και κατέληξαν σε διατυπώσεις, χωρίς αποκλειστικά ειδικό λεξιλόγιο και με επεξηγηματική στόχευση. Διαπιστώθηκε θετικό αντίκτυπο στην εννοιολογική κατανόηση και στην παρουσίαση των διαδικασιών στα μαθηματικά θέματα που παρουσιάστηκαν. Διαμορφώθηκε χάρτης εννοιών στον πίνακα και σημειώθηκαν έννοιες, ώστε να χρησιμοποιηθούν στις ιστορίες αν οι μαθητές το επιλέξουν. Η προσπάθεια τους να εντάξουν τις έννοιες -και την ορολογία κάποιες φορές- στις ιστορίες τους -και μάλιστα να μην κάνουν κάποιο λάθος- τους βοήθησε να τις κατακτήσουν ορθότερα και βαθύτερα.

Σχετικά με την εξάσκηση των μαθητών στην αφήγηση και τη διατύπωση ιστοριών, παρατηρήθηκε ότι με μεγαλύτερη ευκολία αποφάσισαν να γράψουν ιστορίες, παρά να εξηγήσουν ένα μαθηματικό φαινόμενο. Το αίτημα του καθηγητή να γράψουν μια ιστορία με μαθηματικά στοιχεία τηρώντας τα στοιχεία των αφηγηματικών τεχνικών είχε ως αποτέλεσμα να συγκρατήσουν τα βασικά στοιχεία που διαμορφώνουν μια ιστορία και να προσπαθήσουν να τα ενσωματώσουν. Ενδιαφέρον προκάλεσε η έμπνευσή τους να εντάξουν στις ιστορίες στοιχεία που είχαν συναντήσει σε μαθηματική θεωρία, χωρίς να τους τα επισημάνει από πριν κάποιος. Επιπλέον, οι ήρωες στις ιστορίες του, μαθηματικοί ή ασχολούμενοι με τη μαθηματική επιστήμη, διέθεταν χαρακτηριστικά προσεκτικά επιλεγμένα και διαμορφωμένα, ώστε να είναι πειστική η αποτύπωσή τους και λειτουργική σχετικά με την ιστορία. Έχει ξεχωριστό ενδιαφέρον μάλιστα πώς παρουσιάζουν τους ήρωες που είναι μαθηματικοί και με ποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά φαντάζονται μια ιδιοφυΐα. Οι μαθητές απέκτησαν μια σχετική εξοικείωση με τη λογοτεχνική αφήγηση, γιατί αντιλήφθηκαν ότι μπορούν τόσο να μελετήσουν ένα λογοτέχνημα, όσο και να γράψουν και αυτοί. Ειδικότερα, επειδή τους ζητήθηκε να γράψουν ένα διήγημα, διδάχτηκαν και έμαθαν τα στοιχεία που το συγκροτούν και φρόντισαν να τα τηρήσουν στα διηγήματα που συνέγραψαν.

Εκτός από το γνωστικό μέρος, χρήσιμο είναι να αναφερθούμε στην ψυχολογική μεταστροφή των μαθητών απέναντι σε ένα μάθημα που δεν είναι συνήθως αγαπητό και αρεστό στους

μαθητές, και οι περισσότεροι δυσκολεύονται σε αυτό. Ενέταξαν τις ιστορίες τους σε πλαίσιο καθημερινών δραστηριοτήτων και συνδύασαν μαθηματικές πράξεις με ανάγκες καθημερινής ζωής, αντιλαμβανόμενοι έτσι ότι οι επιστήμες και οι θεωρίες τους αποτελούν μέρος της ζωής μας και της κατανόησης της και δεν είναι απομακρυσμένα θεωρητικά πλαίσια χωρίς σημασία για μας και τις δράσεις μας. Επιπλέον, επινόησαν να ενσωματώσουν χιουμοριστική διάθεση σε μια επιστημονική ιστορία, προκαλώντας την εντύπωσή μας, γιατί ούτε το βιβλίο διέθετε τέτοιο ύφος ούτε είχε γίνει σχετική νύξη στο μάθημα. Από την άλλη, κάποιες ιστορίες προκαλούσαν συγκίνηση και έντονα συνιασθήματα σχετικά και με τους ήρωες και με την εξέλιξη τους.

Είναι αντιληπτό εν ολίγοις ότι τα οφέλη είναι πολλαπλά και ποικίλα, όχι μόνο γιατί πρόκειται για μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, που προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών ως κάτι νέο και διαφορετικό, αλλά και γιατί προσεγγίζει διαθεματικά και ευρύτερα μια γνωστική ενότητα διδάσκοντας παράλληλα μέρος της μαθηματικής επιστήμης και της αφηγηματολογίας. Η συνεργασία των επιστημόνων στον τομέα αυτό δημιουργεί νέες προοπτικές στους μαθητές και προκαλεί νέες ιδέες για την προσέγγιση της γνώσης.

Από τη μια, αριθμοί, αποδείξεις, σχέσεις, αξιώματα, θεωρήματα. Από την άλλη, ιστορίες φτιαγμένες με λέξεις, με σχέσεις, με δομές και στοιχεία. Τα μαθηματικά, όπως και η λογοτεχνία, κινούνται στο χώρο της φαντασίας και οι μαθηματικοί εργάζονται όπως οι καλλιτέχνες. Ξεκινούν με μια σύλληψη και μετά την διατυπώνουν με βάση τις σχέσεις που την στηρίζουν. Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας δημιουργός, ένας σχεδιαστής. Το ζητούμενο είναι οι ιδέες, όπως και οι λέξεις, να ταιριάζουν μεταξύ τους με αρμονικό τρόπο. Η αρμονία είναι το πρώτο κριτήριο της ομορφιάς· και δεν υπάρχει θέση στον κόσμο για άσχημα μαθηματικά⁶⁰. Ούτε για άσχημες ιστορίες.

⁶⁰ Godfrey Harold Hardy

Βιβλιογραφία

Αριστοτέλης, Ποιητική, 1449b-1450b

Αντωνιάδης, Ι., Κοντογεώργης, Α., 2015. Θεωρία αριθμών και εφαρμογές. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. Διαθέσιμο στο: <http://hdl.handle.net/11419/107>.

Αυδίκος, Ε. (1999). *Μια φορά κι έναν καιρό... αλλά ... μπορεί να γίνει και τώρα. Η εκπαίδευση ως χώρος διαμόρφωσης παραμυθιάδων*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Γεωργιάδου Α., Κατσιαμπούρα Ζ. Κρούπη-Κολώνα Αν., Πατούνα Σ., Χατζηδημητρίου-Παράσχου, Π. Χατζηθεοχάρους Π., (2017). Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας. Α' ΤΕΥΧΟΣ. Α' Τάξη Γενικού Λυκείου. Βιβλίο Καθηγητή, Αθήνα: ΙΤΥΕ.

Γιαννούτσου, Νικ. & Αβούρης, Νικ. (2017) «Η τεχνολογία, τα μουσεία, η μάθηση, η αφήγηση και το παιχνίδι: προς μία ιστορία συνάντησης», στο Α. Τζιμογιάννης (επιμ.), Πρακτικά Εργασιών 7ου Πανελληνίου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή *Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση*, τόμος ΙΙ, σ. 693-700 Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Κόρινθος, 23-26 Σεπτεμβρίου 2010. <http://www.etpe.gr/custom/pdf/etpe1652.pdf> [10 Ιουνίου 2017].

Γραϊκός, Ν. & Τσιλιμένη, Τ. (επιμ.) (2007). *Αφήγηση και περιβαλλοντική εκπαίδευση*. Π. Παντελεήμονας Πιερίας: ΚΠΕ Αν. Ολύμπου – Εργαστήριο Λόγου και Τέχνης Πανεπιστημίου Θεσσαλίας – Πανελλήνιος Ομίλος Φίλων Αφήγησης, 17-26.

Γραμματάς, Θ. (2014). Παιδαγωγική αξιοποίηση της αφήγησης σε σύγχρονο εκπαιδευτικό περιβάλλον. Εισήγηση που παρουσιάστηκε στην Ημερίδα Η αφήγηση στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών, 1 Φεβρουαρίου, Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, ανακτήθηκε από: <https://theodoregrammatas.com/el/παιδαγωγική-αξιοποίηση-της-αφήγησης/> [10- 01-2019].

Γρηγοριάδης, Ν., Καρβέλης, Δ., Μηλιώνης, Χ., Μπαλάσκας, Κ., Παγανός, Γ., Παπακώστας Γ.(2017). Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας. Α' Τεύχος. Α' Τάξη Γενικού Λυκείου. Αθήνα: ΙΤΥΕ.

Δήμου, Μ. (2013) Η αφήγηση ως καινοτόμος στρατηγική στη διδασκαλία των μαθηματικών, Αδημοσίευτη Διπλωματική εργασία, Αθήνα.

Δοξιάδης, Α. (2001) Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ, Αθήνα: Καστανιώτης.

Δοξιάδης, Α. (2006). Γράφοντας για τη μη πληρότητα. Στο Α. Δοξιάδης, *Από την Παράνοια στους Αλγόριθμους*. Αθήνα: Ικαρος.

Δοξιάδης, Α. (2013) Η αφήγηση ως γνώση και η περίπτωση της βιογραφίας, ανακτήθηκε από: <https://apostolosdoxiadis.com/AfigisiOsGnosi.pdf>

Δρούγας, Θ. (2013). Η εικασία του Γκόλντμπαχ, ένα θρυλικό πρόβλημα, ανακτήθηκε από: http://mathmagic.blogspot.com/2013/11/blog-post_20.html

Εκο, Ο. (1996). *Εξι περιπλανήσεις στο δάσος της αφήγησης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κέζα, Λ. (2008) Σισύφειες προσπάθειες, ανακτήθηκε από: <https://www.tovima.gr/2008/11/24/books-ideas/sisyfeies-prospatheies/>

Κολέζα, Ε. (2006). Τα Μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της Λογοτεχνίας: ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων. *Πρακτικά 6^{ου} Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 27-48. Θεσσαλονίκη: City Publish.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Τόπος.

Κουλουμπή – Παπαπετροπούλου, Κ. (1990). Η τέχνη της αφήγησης: μέσο πρώτης επαφής του παιδιού με τον έντεχνο πεζό λόγο. *Διαβάζω*(242), pp. 33-54. Retrieved Μάρτιος 29, 2019, from <https://diavazo.gr/periodiko/%CF%84%CE%B5%CF%8D%CF%87%CE%BF%CF%82-242/>

Κωτόπουλος Τ. Η. (2012) Η «νομιμοποίηση» της Δημιουργικής Γραφής, στο keimena.ece.uth.gr .

Κωτόπουλος, Τ. Η. (2011). *Από την ανάγνωση στη λογοτεχνική ανάγνωση και την παιγνιώδη διάθεση της Δημιουργικής Γραφής*. Στο Παπαντωνάκης Γ. & Κωτόπουλος Τ. (επιμ.) *Τα ετεροθαλή*. Αθήνα: Ιων, σσ. 21-36.

Κωτόπουλος, Τ. Η. (2017). Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, ΜΠΣ Δημιουργική Γραφή.

Κωτόπουλος, Η. Τ., Βακάλη, Α., & Φειδάς, Γ. (2016). Ιστορίες και ιστορίες. In *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις - Ψηφιακή αφήγηση και εκπαίδευση*. Φλώρινα: Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Λάσκος, Χρ. (2014) Είναι οι κύβοι σφαίρες; ανακτήθηκε από: <https://avgi-anagnoseis.blogspot.com/search?q=Είναι+οι+κύβοι+σφαίρες%3B>

Λεμονίδης, Χ., Κολλινατή, Β. (2007). *Τα Μαθηματικά της φύσης και της ζωής. Αλλαγές στο έργο του εκπαιδευτικού των μαθηματικών. Πρακτικά 9ου Παγκύπριου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας και Επιστήμης, Πάφος 2-4 Φεβρουαρίου*, σελ. 39-49.

Λερή, Β. (2008) *Η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας ως μέσο βελτίωσης των στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά*, Α δημοσίευτη διπλωματική εργασία, Αθήνα

Λιοναράκης Α. κ.αλ. (2014). «Ταξινόμηση και διαμόρφωση μοντέλων επιστημονικού λόγου για σχεδιασμό και ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού» . Στο Α. Λιοναράκης (Επιμ.) *Καινοτόμες διδακτικές τεχνικές – Γραπτός Επιστημονικός Λόγος*, Εκδόσεις του Ελληνικού Δικτύου Ανοικτής και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης.

Μαλαφάντης, Κ. (2011). *Το παραμύθι στην εκπαίδευση. Ψυχοπαιδαγωγική διάσταση και αξιοποίηση*. Αθήνα: Διάδραση.

Μεθενίτη, Π. (2011), Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ, ανακτήθηκε από: http://a34lykxalk.blogspot.com/2011/10/blog-post_07.html

Μειμάρης, Μ.(2013). «Εκπαιδευοντας στην Ψηφιακή Αφήγηση: Δουλεύοντας με ομάδες στην ελληνική πραγματικότητα». *Διεθνές Συνέδριο για την Ανοικτή & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση, 7*, Αθήνα.

Μιχαηλίδης, Τ. (2003) Από τον Αισχύλο στους μεταμοντέρνους: μαθηματική λογοτεχνία, Σύγχρονα θέματα, Τ. 26, Νο.83, 2003, 112-116.

Μητακίδου, Σ., & Τρέσσου, Ε. (2005). *Διδάσκοντας Γλώσσα και Μαθηματικά με Λογοτεχνία*. Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Μπούσια, Ευγ. (2010) Μια διδακτική πρόταση: Εφαρμογή της αφηγηματικής υπερδομής στον Μικρό Πρίγκηπα του Antoine de Saint-Exupéry, Πάτρα.

Ναθαναήλ, Γ. (2008), Ικεσία στην εικασία, ανακτήθηκε από: <https://www.tovima.gr/2008/11/24/books-ideas/ikesia-stin-eikasia/>

Ντούλα, Ιω. (2020) Η Μαθηματική Σκέψη και Λογική, ως συνιστώσα δόμησης λογοτεχνικού πεδίου, αδημοσίευτη μεταπτυχιακή εργασία, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, ΠΜΣ Δημιουργική Γραφή.

Παρίσης, Ιω. Παρίσης, Νικ. (2015) **Λεξικό λογοτεχνικών όρων**. Εκδοση: Ινστιτούτο Διόφαντος.

Παπαδογιαννάκη – Παυλάκου, Α. (2012) Η Αξιοποίηση των Τεχνών στη Διδασκαλία των Μαθηματικών στο Σχολείο: Ενα Παράδειγμα και μια Πρόταση, 29ο Συνέδριο: Μαθηματικά : Θεωρία – Πράξη – Προεκτάσεις.

Παπαδόπουλος, Π. (2013). Δημιουργική γραφή και αφήγηση στις φυσικές επιστήμες στο *Διδασκαλία Φυσικών Επιστημών - Ερευνα & Πράξη*, 2013, σ. 44-45

Παπανικολάου, Μ. (2017), «Αφήγηση μια παγκόσμια γλώσσα», <http://fractalart.gr/αφήγηση-μια-παγκόσμια-γλώσσα/> [20 Ιουλίου 2017].

Παπαντωνάκης, Γ., Κωτόπουλος, Τ. Η. (2011). *Σκηνικό, Χαρακτήρες, Πλοκή*. Αθήνα: Ιων.

Παρίσης, Ν. & Παρίσης, Ι. (2005), *Λεξικό λογοτεχνικών όρων*, Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Πολίτης, Π. (2006) «Αφήγηση», http://www.greek-language.gr/greekLang/studies/discourse/2_1_3/index.html [20 Μαΐου 2017]

Ρούσσου Μ. , «Η αφήγηση ως μέσο για τη δημιουργία πολιτισμικών και εκπαιδευτικών εμπειριών εικονικής παραγωγικότητας», <http://www.ime.gr/publications/print/imeros/gr/02/article01.html> [20 Ιουλίου 2017].

Σκουζάκης Λ. (2009) «Το εργοστάσιο των συναισθημάτων». <http://www.enet.gr/?i=news.el.article&id=106285> [10 Ιουνίου 2017].

Τσιλιμένη, Τ. (2011). Η αφήγηση στην εκπαίδευση. In Τ. Τσιλιμένη (Ed.), *Αφήγηση και Εκπαίδευση. Εισαγωγή στην Τέχνη της Αφήγησης. Άρθρα και Μελετήματα* (pp. 73-102). Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

ΦΕΚ Αρ. Φύλλου 1173/ 15 Μαΐου 2013: Πρόγραμμα Σπουδών Αλγεβρας και Γεωμετρίας γενικής παιδείας Β΄ τάξης Γενικού Λυκείου και Α΄

Χαραλαμπόπουλος, Α., και Κωστούλη, Τ., (2000) Διδασκαλία της λειτουργικής χρήσης της γλώσσας-Γλωσσικές δραστηριότητες για το δημοτικό σχολείο. Θεσσαλονίκη.

Χασάπης, Δ. (2007). Μαθηματικά και Λογοτεχνία: Μια αιτούμενη σχέση. *Πρακτικά 6^{ου} Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 3-14. Θεσσαλονίκη: City Publish.

Χαραλαμπόπουλος, Α., και Κωστούλη, Τ., Διδασκαλία της λειτουργικής χρήσης της γλώσσας-Γλωσσικές δραστηριότητες για το δημοτικό σχολείο. Θεσσαλονίκη, 2000.

Χατζηγεωργίου, Γ. (1999). *Γνώθι το curriculum*. Αθήνα : Ατραπός.

Alain de Botton, (2013) Η τέχνη ως θεραπεία, Αθήνα.

Applebee, Arthur N., (1978), The child's concept of a story, Chicago and London, University of Chicago Press.

Austin, P. (1998). Math books as literature: Which ones measure up? *The New Advocate*, 11, 119-133.

Βάν, D. & Nagy, B. «Η Ψηφιακή Αφήγηση στην Πράξη» [Συνέβαλαν οι: Jason Ward & Andrea Bullivant (LWC), Paolo Brusa & Federica Cadeddu (Diciannove)]. Μεταφράστηκε από την Γκαλίνα Πίτελ, την Ευγενία Κόλλια και την Αννα Δαλμυρά, <http://idigstories.eu> [10 Ιουνίου 2017].

Borasi, R., Sheedy, J., & Siegel, M. (1990). The Power of Stories in Learning Mathematics. *Language Arts*, 67 (2).

Bremond, C. (1981/1966). “ La logique des possibles narratifs”, *Communications 8, L' analyse structurale du recit* (pp. 66-82). Paris: Seuil, [= (1991). « Η λογική των αφηγηματικών πιθανοτήτων» (Μτφρ . Κ . Παπουτσά στο *Θεωρία της αφήγησης* (125-57). Αθήνα : Εξάντας] .

Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible World*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bruner, J. (2004) *Δημιουργώντας Ιστορίες. Νόμος, Λογοτεχνία, Ζωή*. Μτφ. Β. Τσούρτσου, Κ. Πολυδάκη, Γ. Κουγιουμουτζάκης, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.

Bruner, J. S. (1986). Two modes of Thought. Στο B. J. S., *Actual Minds, Possible worlds* (σσ. 12-13). Cambridge MA, USA: Harvard University Press.

Burns, A. (1992). *Teacher Beliefs and Their Influence on Classroom Practice*. Prospect. 7.

Burns, M. (1992). *Math and literature (K -3)*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Burns, M. & Silbey, R. (2000). *So you have to teach math? Sound Advice for K-6 Teachers*. Sausalito: Math Solutions Publications.

Chesin Ch. (1996) «Storytelling and Storyreading», *Journal of Education*, 43:4 (1996) 212-214

Clarke, D. (2002). Making measurement come alive with a children's storybook. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7 (3), 9-13.

Corry, L. (2006). Fictional Narrative and the History of Mathematics. 1-38. To Appear in *Configurations*, (Official Journal of the Society for Arts, Literature and Science) , from <http://www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/Math-Narrative.html>

Coulter C.- Michael Ch. - Polynor L. (2007) « Storytelling as Pedagogy : An Unexpected Outcome of Narrative Inquiry » *Curriculum Inquiry*, 37 :2 (2007) 103-122

Derbyshire, J. (2006) Υπόθεση Ρίμαν, Τραυλός, μετάφραση: Μιχαηλίδης Τεύκρος.

Doxiadis, A. (2005). *Euclid's Poetics: An Examination of the Similarity Between Narrative and Proof*. Στο *Mathematics and Culture II*. Springer.

Daisey P., (1997), Promoting Equity in Secondary Science and Mathematics Classrooms With Biography Projects. *Eastern Michigan University*, Vol. 97(8), December 1997

Deniston- Trochta Gr. (2003) «The Meaning of Storytelling as Pedagogy», *Visual Art Research* 29:57 (2003) 103-108

Egan, K. (1992), *Imagination in teaching and learning*. Chicago: University of Chicago
(μέσα από Κόκκοτας Β.-Μαλαμίτσα Α.-Ριζάκη Α. (2008), Η διήγηση ως παιδαγωγικό και διδακτικό εργαλείο – Η περίπτωση των Φυσικών Επιστημών, Έρευνα και Πράξη, Τεύχος 28, Αθήνα 2008)

Freudenthal H (1973), *Mathematics as an educational task*, Dordrecht - Holland: Reidel Publishing Company.

Gailey, S. K. (1993). The Mathematics–Children’s-Literature Connection. *Arithmetic Teacher* 40, 258–61.

Gastón, J. L. (2008). A Review and an Update on Using Children's Literature to Teach Mathematics. Retrieved July 17, 2014 from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED503766.pdf>.

Genette, G. (1980). *Narrative Discourse: An Essay in Method*. Itha ca. N.Y.: Cornell UP.

Green M. C. (2004), «Storytelling in Teaching, Observer», *The Association for Psychological Science*, Vol. 17(4), April 2004

Halsey, P. (2005). Assessing mathematics trade books: Do they measure up? *Reading improvement*, 42, 158-163.

Haven, K. (2000). *Super simple storytelling: A can-do guide for every classroom, every day*. Englewood, CO: Teacher Ideas Press.

Helfgott, H. A. (2012) Minor arcs for Goldbach's problem, ανακτήθηκε από: <https://arxiv.org/pdf/1205.5252.pdf>

Herman, D., (2009), *Basic elements of narratives*. Chichester, Wiley Blackwell

Howe Alan & Johnson John, (1992), *Common Bonds- Storytelling in the classroom*, Hodder & Stoughton.

Hunsader, P.D. (2004). Mathematics trade books: Establishing their value and assessing their quality. *The Reading Teacher*, 57(7), 618–629.

Hyde, A.A. (2006). *Comprehending math: Adapting reading strategies to teach mathematics, K–6*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Holt, J. (2019) Όταν ο Αϊνστάϊν περπατούσε με τον Γκέντελ, εκδ. Τραυλός

Hilbert, D. (1902) «Mathematical Problems», Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 8, no. 10, σελ. 437-479.

Jenner, D. (2002). Experiencing and understanding mathematics in the midst of a story. *Teaching Children Mathematics*, 9 (3), 167-171.

Klassen S. (2006), A theoretical framework for contextual science teaching. *Interchange* 37(1-2), 31-61.

Klassen S. (2007), The application of historical narrative in science learning: the atlantic cable story. *Science & Education* 16(3-5), 335-352.

Kokkotas & Rizaki, (2011), Does History of Science Contribute to the Construction of Knowledge in the Constructivist Environments of Learning? K. S. Malamitsa, A. A. Rizaki & P. V. Kokkotas. *Adapting historical knowledge to the classroom* (p 61-84), Athens: Sence Publisher

Kokkotas, Rizaki, Malamitsa (2010), *Storytelling as a Strategy for Understanding Concepts of Electricity and Electromagnetism*, *Interchange*, Vol. 41/4, 379-405, 2010

Koehler, D. O. (1982). Mathematics and Literature. *Mathematics Magazine*, 55 (2), 81-95.

Kress, G. (2003) *Γλωσσικές διαδικασίες σε κοινωνιοπολιτισμική πρακτική*, Αθήνα.

Labov, T. (1992). «Social and language boundaries among adolescents». *American Speech*, 67, 4, pp. 339-366.

Larry Brooks (2011), *The Six Core Competencies of Successful Storytelling*

Lesh, R. & Larson, C. , 2006, *The Power of Stories in Mathematics Learning & Problem Solving*. Presentation in Symbolic Cognition Symposium January 3-9. The White House of Wilmington, Πηγή

από διαδίκτυο: http://www.kaputcenter.umassd.edu/downloads/symcog/symposium/Davis_Commentary.pdf Σελ 12 ημερομηνία προσπέλασης 14/1/2013). (

Malmgren P. (2017) Why Science Needs Storytellers, ανακτήθηκε από <https://www.britishecienceassociation.org/blog/why-science-needs-storytellers> στις 30-12-2019.

Morley, D. (2007) *The Cambridge Introduction to Creative Writing*. Cambridge, Cambridge UP.

Moyer, P.S. (2000a). A remainder of one: Exploring partitive division. *Teaching Children Mathematics*, 6 (8), 517.

Moyer, P.S. (2000b). Communicating mathematically: Children's literature as a natural connection. *The Reading Teacher*, 54, 246–255.

Nesmith, S. & Cooper, S. (2010). Trade books in the mathematics classroom: The impact of many, varied perspectives on determinations of quality. *Journal of Research in Childhood Education*, 24(4), 279–297.

Osborne, S. (2011). Broadening Mathematics Curriculum: Linking Children's Literature to Mathematics. Retrieved July 17, 2014 from <https://discoverarchive.vanderbilt.edu/handle/1803/4931>.

Papadimitriou, C. (2003). MythematiCS: In praise of storytelling in the teaching of CS and Math. *Paper presented at the International Conference on CS Education (ITICSE)*. Thessaloniki, Greece.

Peck J. (1989) «Storytelling to promote Language and Literacy Development», *The Reading Teacher*, 43:2 (1989) 138-141

Pellowski Anne, (1990), **The world of storytelling**, N.Y., H.W.Wilson.

Perl T., (1978), *Mathequals: Biographies of women mathematicians + Related activities*. Menlo Park, CA: Addison-Wesley Publishing Co

Piaget, J. (1968). Ανάκτηση 04 10, 2019, από <http://braungardt.trialectics.com/sciences/psychology/piaget/piaget-genetic-epistemology/>

Pinker, S. (2009). *How the Mind Works* (1997/2009) (2009th ed.) . New York, NY: W. W. Norton & Company.

Propp, V. (1927/ 1988). *Morphology of the Folktale* . Tr.L.Scott. Austin: Texas UP.

Roach L. E. & Wandersee J. H., (1993), Short story science. *The Science Teacher*, 60(6), 18-21

Rossiter, M. (2002) «Narrative and Stories in Adult Teaching and Learning» in Educational Resources Information Center (ERIC) 241 (2002)

Sacks, H. (1992). *Harvey Sacks on Conversation*. (Επιμ . G. Gefferson., Εισ . E . A . Schegloff). Cambridge, MA: Blackwell.

Sedita, J. (2013) Learning to Write and Writing to Learn, Chapter 6 in: Hougen, M.C.. Fundamentals of Literacy Instruction & Assessment: 6-12. Baltimore: Paul H. Brookes. In publication.

Senechal, M., & LeFevre, J. (2002). Parental Involvement in the Development of Children's Reading Skill. *Child Development*(73), σσ. 445-460.

Schiro, M. (1997). *Integrating children's literature and mathematics in the classroom: Children as meaning makers, problem solvers, and literary critics*. New York: Teachers College Press.

Singh, S. (1998). Το τελευταίο θεώρημα του Φερμά, Τραυλός.

Sparkes A. (1998), *Narratives of Self as an Occasion of Conspiracy*. *Sociology of Sport Online* 1(1), 73-97.

Sriraman, B., & Beckmann, A. (2007). Mathematics and Literature: Perspectives for interdisciplinary classroom pedagogy. *Proceedings of the 9th International History, Philosophy and Science Teaching Group*, (σ. 42). Calgary, June 22-26, 2007. Ανάκτηση 20-05-2019, από <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.557.755>

Rance-Roney, J. (2009) Digital Storytelling for Language and Culture Learning, *Essential Teacher*.

Roach L. E. & Wandersee J. H., (1993), Short story science. *The Science Teacher*, 60(6), 18-21

Rutledge, P. (2011) The Psychological Power of Storytelling, <https://www.psychologytoday.com/intl/blog/positively-media/201101/the-psychological-power-storytelling> Ανάκτηση 20-05-2019, από www.psychologytoday.com/intl/blog/positively-media/201101/the-psychological-power-storytelling

Taylor, T. (1995). *Η Θεωρητική αριθμητική των Πυθαγορείων*. (Μ. Οικονομοπούλου, Μεταφρ.) Αθήνα: Ιάμβλιχος.

Thiessen, D. (Ed). (2004). *Exploring Mathematics Through Literature: Articles and Lessons for Prekindergarten Through Grade 8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Tao, T. (2012) Every odd number greater than 1 is the sum of at most five primes, ανακτήθηκε από: <https://arxiv.org/pdf/1201.6656.pdf>

Van den Heuvel – Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics: a learning – teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute & National Institute for Curriculum Development.

Vygotsky, L. (1934). *Thinking and Speech*. Ανάκτηση 04 20, 2019, από [https://www.marxists.org: https://www.marxists.org/archive/vygotsky/works/words/Thinking-and-Speech.pdf](https://www.marxists.org/https://www.marxists.org/archive/vygotsky/works/words/Thinking-and-Speech.pdf).

Wandersee J. H., (1990), The historicality of cognition: Implications for science education research. *Journal of Research in Science Teaching*, 29(4), 423-434

Whitin, D. J., & Wilde, S. (1992). *Read Any Good Math Lately?* Portsmouth. NH: Heinemann.

Whitin, D. J. & Whitin, P. (2004). *New visions for linking literature and mathematics*. Urbana: National Council of Teachers of English.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2009). *Teaching Mathematics as Storytelling*. Rotterdam: Sense Publishers. Retrieved Μάρτιος 28, 2019, from <https://www.sensepublishers.com/media/1019-teaching-mathematics-as-storytelling.pdf>