ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη & Υλοποίηση Ρομποτικού Βραχίονα Scara 3DOF

Σταύρος Ριστάνης A.M.: 7798

Επιβλέπων: Δρ. Φραγκούλης Φ. Γεώργιος

(Υπογραφή)

....

ΡΙΣΤΑΝΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ

Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ (ΠΡΩΗΝ ΤΕΙ)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή παρουσιάζει την μελέτη ενός ρομποτικού βραχίονα Scara 3 DOF, ο οποίος χρησιμοποιείτε ευρέως στη βιομηχανία για διάφορες εφαρμογές όπως η συναρμολόγηση, επιλογή και τοποθέτηση και συσκευασία. Η πτυχιακή καλύπτει την κινηματική και τον έλεγχο του του ρομποτικού βραχίονα. Η κινηματική του ρομπότ προέρχεται από μαθηματικές εξισώσεις. Το σύστημα ελέγχου του βραχίονα αναπτύσσεται χρησιμοποιώντας μικροελεγκτή και αλγόριθμους λογισμικού.

Λέξεις Κλειδιά: Scara 3 DOF, Κινηματική Ανάλυση , Arduino

ABSTRACT

This thesis present a study of a Scara 3 DOF robotic arm, which is widely used in the industry for various applications such as assembly, pick and place and packaging. The thesis covers kinematics control, and applications of the robotic arm. The thesis covers kinematics and control of the robotic arm. The kinematics of the robot are derived using mathematical equation. The control system of the robotic arm is developed used microcontroller and software algorithms.

Keywords: Scara 3 DOF, Kinematics analysis, Arduino

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την αμέριστη αγάπη, στήριξη και κατανόησή τους. Οι συμβουλές σας, οι ενθαρρύνσεις και η προθυμία σας να με στηρίξετε σε κάθε βήμα με έκαναν να αισθανθώ τυχερός που σας έχω στη ζωή μου. Σας ευγνωμονώ από καρδιάς για την αφοσίωση σας και την πίστη στις ικανότητές μου. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν και με ενθάρρυναν κατά τη διάρκεια αυτής της απαιτητικής διαδικασίας. Οι συνομιλίες, οι συμβουλές και η συνεισφορά σας ήταν πολύτιμες και με βοήθησαν να ξεπεράσω τις προκλήσεις που αντιμετώπισα. Η υποστήριξή σας μου έδωσε την αυτοπεποίθηση που χρειαζόμουν για να ολοκληρώσω αυτήν την εργασία με επιτυχία.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Καταλογος Πινακων

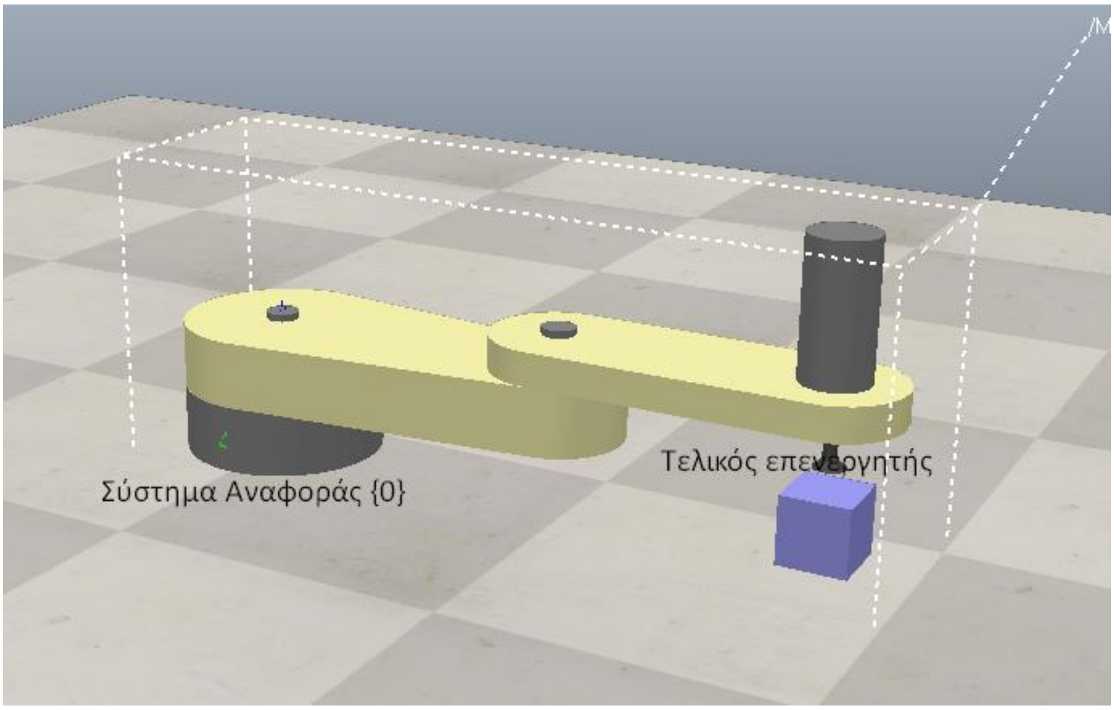
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το ρομπότ προέρχεται από μία τσέχικη λέξη (robota) που καλείτε ως καταναγκαστική εργασία. Το ρομπότ είναι μια μηχανή με ένα σχετικό βαθμό αυτονομίας που κατά βάση προγραμματίζεται και ελέγχεται από κάποιο υπολογιστή. Στην πτυχιακή θα αναλύσουμε έναν ρομποτικό βραχίονα βιομηχανικού τύπου. Τα βιομηχανικά ρομπότ χρησιμοποιούνται για πολύπλοκες διεργασίες και αυτό που ονομάζουμε βαριές δουλειές , όπως η βαφή, η σύγκλιση η μεταφορά αντικειμένων από το ένα σημείο στο άλλο, η συναρμολόγηση, ακριβή τοποθέτηση εξαρτημάτων. Τέτοιοι βραχίονες έχουν πακτωμένη βάση.[12] [7]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΡΟΜΠΟΤΙΚΟΙ ΒΡΑΧΙΟΝΕΣ

1.1 Περιγραφή της θέσης και του προσανατολισμού

Στην ρομποτική μεγάλη σημασία έχει η θέση των αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο, δηλαδή τα μέλη του ρομποτικού βραχίονα, τα εργαλεία τα οποία συνεργάζονται με τα εξαρτήματα, όπως και τα στοιχεία που φτιάχνουν τον περιβάλλοντα χώρο. Τα αντικείμενα αυτά μπορούνε περιγραφτούν με δύο ιδιότητες, τη θέση και τον προσανατολισμό. Η περιγραφή της θέσης και του προσανατολισμού είναι η συσχέτιση του τελικού επενεργητή με τις μεταβλητές των αρθρώσεων.[14] [1]



Εικόνα 1: MTB Robot Scene[1]

1.2 Κινηματική του ρομποτικού βραχίονα

Κινηματική καλείτε η επιστήμη που μελετά την κίνηση, χωρίς να λαμβάνει υπόψη της δυνάμεις που την προκαλούν. Στην κινηματική σημασία έχουν τα μεγέθη όπως η θέση, η ταχύτητα, η επιτάχυνση και όλες τις παραγώγους των μεταβλητών που περιγράφουν την θέση. Οι ρομποτικοί βραχίονες αποτελούνται από σχεδόν άκαμπτα στοιχεία που ονομάζονται σύνδεσμοι

[1] Βλ. [5]

και συνδέονται με αρθρώσεις. Οι αρθρώσεις είναι αυτές που μετακινούνε τους συνδέσμους. Οι αρθρώσεις που κινούνται περιστροφικά ονομάζονται περιστροφικές αρθρώσεις. Οι αρθρώσεις ολίσθησης είναι οι πρισματικές αρθρώσεις και η μετρούμενη διαφορά τους ονομάζεται μετατόπιση. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας ενός ρομποτικού βραχίονα είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών θέσης. Στα ρομπότ βιομηχανικού τύπου ο αριθμός ελευθερίας (DOF) ισούται με τον αριθμό των αρθρώσεων. Οι βαθμοί ελευθερίας είναι ο αριθμός των συντεταγμένων που χρειάζεται ένας ρομποτικός βραχίονας για να καθορίσει την θέση των σωμάτων στο χώρο εργασίας. Στο ελεύθερο άκρο του βραχίονα υπάρχει ένα κατάλληλο εργαλείο που ονομάζεται τελικός επενεργητής. Το μεγαλύτερο πρόβλημα στην υπό εξέταση διαστάσεων περιγράφεται ως κίνηση αρθρωτού βραχίονα με ελεύθερο άκρο, καλείτε ως το ευθύ κινηματικό πρόβλημα.[14][12][10]

1.3 Αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα

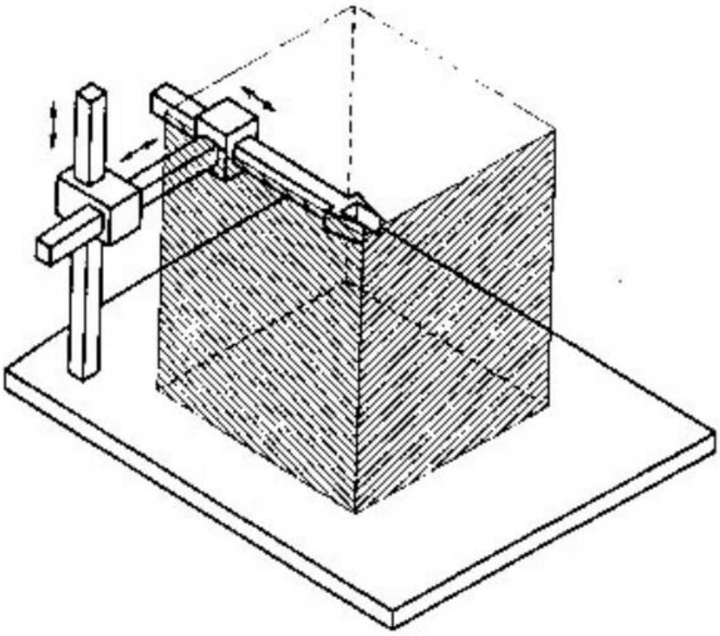
Το αντίστροφό πρόβλημα, είναι η εύρεση των μεταβλητών των αρθρώσεων, όταν είναι γνωστή η θέση και ο προσανατολισμό του τελικού στοιχείου σε σχέση με το βασικό σύστημα συντεταγμένων.[12]

1.4 Τύποι ρομποτικού βραχίονα

Παρακάτω στις υποενώτητες παρατίθενται οι 5 διαφορετικοί τύποι ρομποτικού βραχίονα.

1.4.1 Καρτεσιανού τύπου

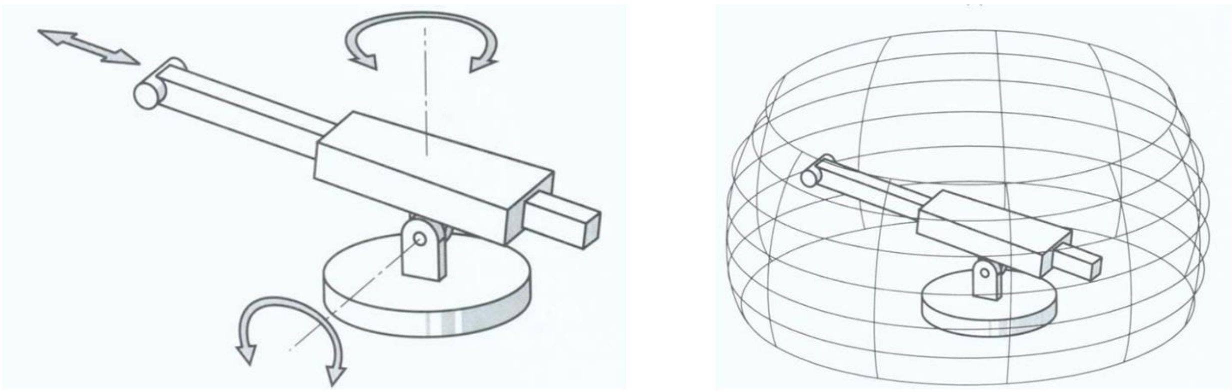
Ο βραχίονας καρτεσιανού τύπου αποτελείται από τρείς πρισματικές αρθρώσεις, που είναι ορθογώνιοι μεταξύ τους. Τέτοιου είδους βραχίονες χρησιμοποιούνται στους 3D εκτυπωτές και στη δημιουργία οπών σε πλακέτες από ολοκληρωμένα κυκλώματα.[8]



Εικόνα 2: Καρτεσιανός ρομποτικός βραχίονας[2]

1.4.2 Σφαιρικού τύπου

Ο σφαιρικού τύπου έχει δύο περιστροφικές και μία πρισματική άρθρωση, οι δύο περιστροφικές αρθρώσεις αποδίδουν μεγαλύτερη ευελιξία. Αυτοί οι βραχίονες χρησιμοποιούνται για ηλεκτροσυγκολλήσεις και για βαφή.[9]

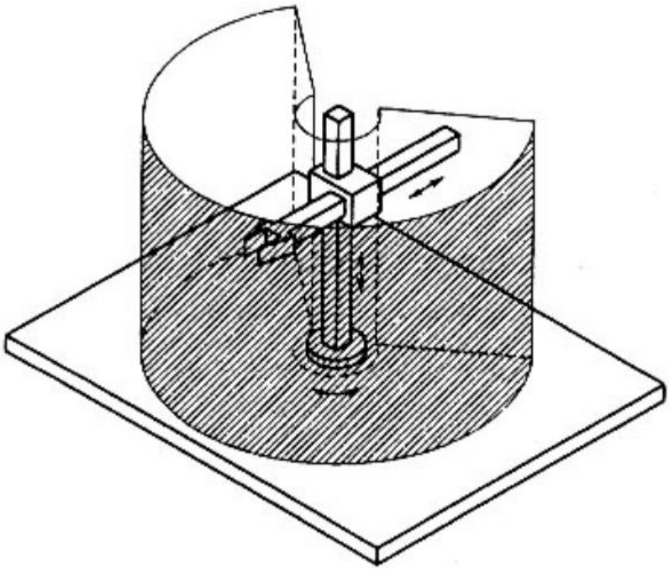


Εικόνα 3: Βραχίονας σφαιρικού τύπου[3]

[2] Βλ. [9]
[3] Βλ. [9]

1.4.3 Κυλινδρικού τύπου

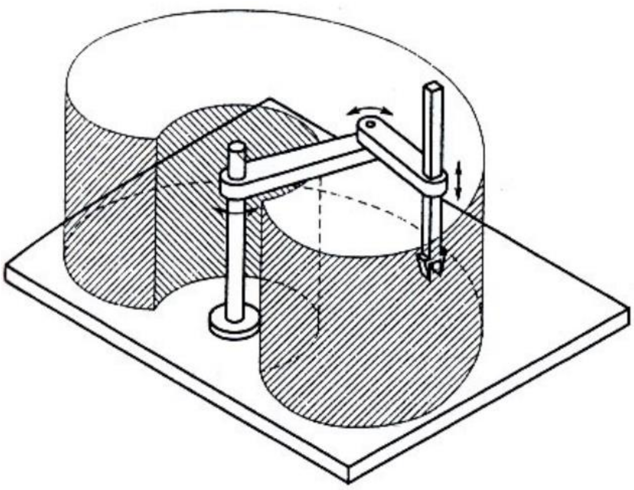
Ο βραχίονας **κυλινδρικού τύπου**, έχει δύο πρισματικές αρθρώσεις και μία περιστροφική άρθρωση, χρησιμοποιείτε στην βιομηχανία στις γραμμές παραγωγής για μεταφορά αντικειμένων.[9]



Εικόνα 4: Βραχίονας κυλινδρικού τύπου[4]

1.4.4 Τύπου Scara

Οι βραχίονες τύπου **Scara** έχουν δύο περιστροφικές και μία πρισματική άρθρωση, χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα σε διαδικασία συναρμολόγησης, αλλά και σε μεταφορά αντικειμένων.[9]

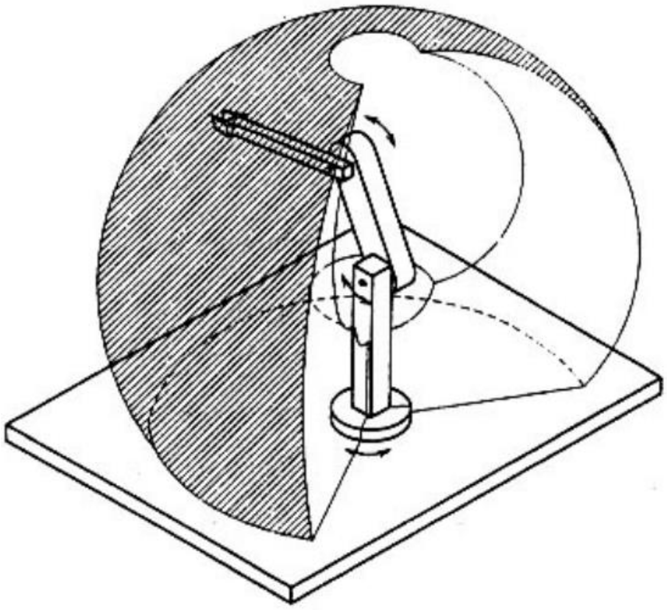


Εικόνα 5: Βραχίονας τύπου Scara[5]

[4] Βλ. [9]
[5] Βλ. [9]

1.4.5 Ανθρωπομορφικοί βραχίονες

Οι **ανθρωπομορφικοί βραχίονες** απαρτίζονται από τρείς περιστροφικές αρθρώσεις, με αποτέλεσμα να επιτευχθεί μεγαλύτερη ευελιξία από τους προηγούμενους βραχίονες και χρησιμοποιούνται κυρίως στην ιατρική.[9]

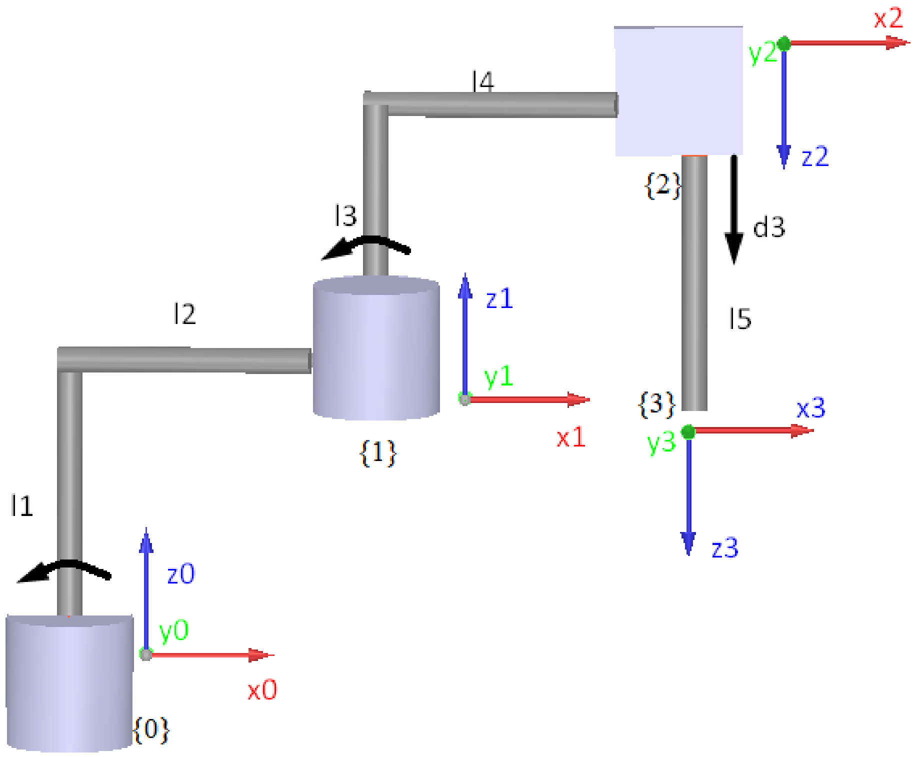


Εικόνα 6: Ανθρωπομορφικός βραχίονας[6]

[6] Βλ. [9]

Κεφαλαιο 2: Μετασχηματισμοι στις 2 διαστασεις

Η ρομποτική ασχολείται κυρίως με την θέση και τον προσανατολισμό ενός ρομποτικού βραχίονα για να κάνει μία συγκεκριμένη ενέργεια. Για την ανάλυση της θέσης χρησιμοποιούνται συντεταγμένες που θα σχετίζονται με κάποιο σύστημα συντεταγμένων (Σ.Σ), ενώ για τον προσανατολισμό χρησιμοποιείται η γωνία περιστροφής που θα σχετίζεται με τον άξονα του συστήματος συντεταγμένων (Σ.Σ). Παρακάτω φαίνεται ένα κινηματικό διάγραμμα ενός ρομποτικού βραχίονα scara τριών βαθμών ελευθερίας στις τρείς διαστάσεις.[1]



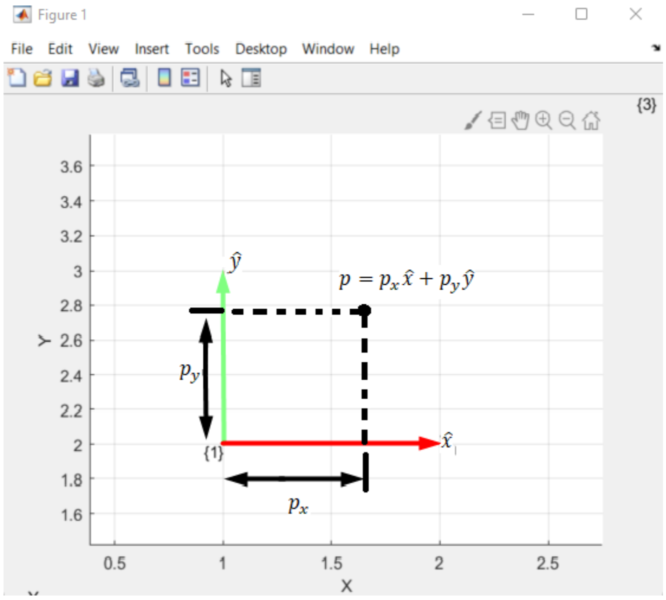
Εικόνα 7: Κινηματικό διάγραμμα SCARA 3 DOF[7]

2.1 Σύστημα συντεταγμένων στις δύο διαστάσεις

Ένα σύστημα δύο διαστάσεων παραπέμπει στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, όπου αναφέρεται στην θέση των σημείων που είναι σε ένα επίπεδο και σχηματίζουν ορθή γωνία μεταξύ τους. Μαθηματικός ορίζοντας κατά μήκος ενός άξονα ένα διάνυσμα $\hat{x}$ που δείχνει την φορά του θετικού άξονα και αυτό έχει μέτρο μονάδα (δηλαδή είναι το 1 του άξονα) όπως παρατηρείται στην Εικόνα 8 ,αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία ενός μοναδιαίου

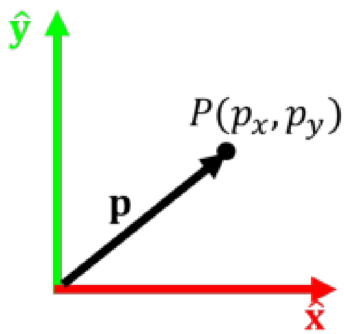
[7] Βλ. [5]

διανύσματος κατά μήκος του άξονα x, όπως αντίστοιχα είναι και το διάνυσμα κατά μήκους y. Έχοντας ένα σημείο το οποίο θα μπορούσε να περιγράψει ένα διάνυσμα (Εικόνα 8), το σημείο που διασταυρώνονται οι δύο άξονες είναι η αρχή {1} και καταλήγει στο σημείο p, πιο αναλυτικά, έχοντας ένα σημείο $\hat{p}(p_x, p_y)$, τότε αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι περιγράφεται από ένα διάνυσμα $\hat{p} = p_x * \hat{x} + p_y * \hat{y}$ το οποίο θα είναι και διάνυσμα του σημείου, για αυτό και ονομάζεται **διάνυσμα θέσης**.[1]



Εικόνα 8: Συντεταγμένες σημείου p

Η θέση ενός σημείου μπορεί να εκφραστεί ισοδύναμα από ένα διάνυσμα θέσης p το οποίο ξεκινάει από την αρχή των αξόνων και καταλήγει στο σημείο P (Εικόνα 9). Το διάνυσμα έχει ως συνιστώσες τις συντεταγμένες του σημείου P και συμβολίζεται με $\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$.[1]

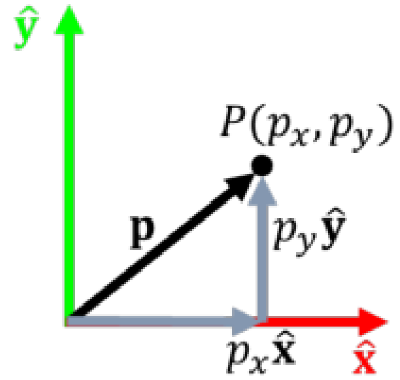


Εικόνα 9: Διανύσματα που περιγράφει τη θέση ενός σημείου[8]

[8] Βλ. [1]

Εξ΄ ορισμού τα δύο μοναδιαία διανύσματα γράφονται ως $\hat{x} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ και $\hat{y} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$. Επομένως, ένα διάνυσμα θέσης μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο μοναδιαίων διανυσμάτων $\hat{x}$ και $\hat{y}$ ως:

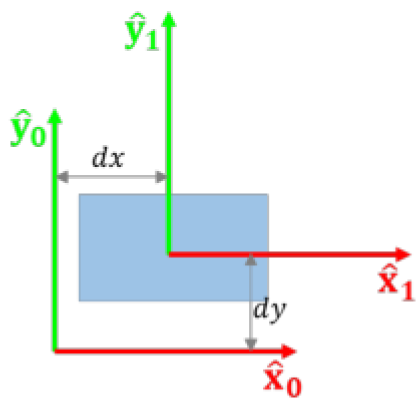
$$p = p_x\hat{x} + p_y\hat{y} \qquad (2.1.1)$$



Εικόνα 10: Ένα διάνυσμα θέσης μπορεί να γραφτεί ως κατάλληλο άθροισμα των δύο μοναδιαίων διανυσμάτων[9]

2.2 Μετατόπιση στις δύο διαστάσεις

Ένα σύστημα συντεταγμένων που έχει μοναδιαίο διάνυσμα, με δείκτη 0 (συμβολίζεται με $\{0\}$), λέγετε σύστημα συντεταγμένων αναφοράς. Σε δύο Σ.Σ. $\{0\}$ και $\{1\}$, όπου το σύστημα $\{1\}$ έχει μετατοπισθεί κατά μήκος του $\hat{x}_0$ κατά dx και κατά του $\hat{y}_0$ κατά dy (Εικόνα 11)[1]



Εικόνα 11: Μετατόπιση κατά dx οριζόντια και dy κατακόρυφα[10]

[9] Βλ. [1]
[10] Βλ. [1]

Οι $x^{(1)}, y^{(1)}$ να είναι οι συντεταγμένες ενός οποιουδήποτε σημείου ως προς το σύστημα συντεταγμένων $\{1\}$ και οι συντεταγμένες $x^{(0)}, y^{(0)}$ θα είναι ως προς το συστημα συντεταγμένων $\{0\}$:

$$x^{(0)} = x^{(1)} + dx \tag{2.2.1}$$

$$y^{(0)} = y^{(1)} + dy \tag{2.2.2}$$

Ισοδύναμα οι σχέσεις (2.2.1) και (2.2.2) γίνονται:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \tag{2.2.3}$$

Ο πίνακας $\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$ λέγεται διάνυσμα μετατόπισης και συμβολίζεται με d_1^0. Ο πάνω δείκτης είναι το σύστημα αναφοράς και ο κάτω είναι το σύστημα συντεταγμένων που μετατοπίζεται. Ισοδύναμα η σχέση (2.2.3) γράφεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \tag{2.2.4}$$

ή και

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x^{(1)} \\ 0 & 1 & y^{(1)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2.5}$$

Οι συντεταγμένες $\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix}$ και $\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}$ ονομάζονται ομογενείς συντεταγμένες στις δύο διαστάσεις.[1]

Ο μοναδιαίος πίνακας $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ αποτελεί ειδική μορφή του πίνακα περιστροφής στις δύο διαστάσεις που θα αναφερθεί στη συνέχεια. Όταν γίνονται πολλές διαδοχικές μετατοπίσεις τότε η συνολική μετατόπιση θα είναι η σύνθεση όλων αυτών των μετατοπίσεων.[1] Συγκεκριμένα σε ένα σύστημα συντεταγμένων αναφοράς $\{0\}$ και σε ένα σύστημα συντεταγμένων $\{1\}$ το οποίο είναι μετατοπισμένο ως προς το $\{0\}$ με διάνυσμα μετατόπισης $d_1^0 = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$ και ένα συστημα συντεταγμένων $\{2\}$, το οποίο είναι μετατοπισμένο ως προς το $\{0\}$ σημαίνει ότι το διάνυσμα μετατόπισης θα είναι ίσο με:

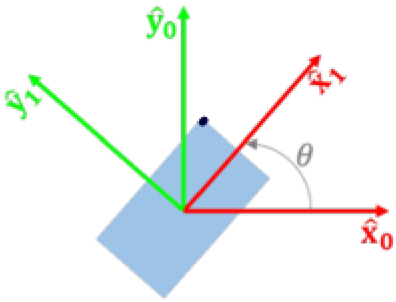
$$d_2^0 = d_1^0 + d_2^1 = \begin{bmatrix} dx_1 & + & dx_2 \\ dy_1 & + & dy_2 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας ομογενούς μετασχηματισμού σε αυτήν την περίπτωση θα είναι $\begin{bmatrix}1 & 0 & dx_1 + dx_2\\ 0 & 1 & dy_1 + dy_2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, ο οποίος θα είναι το γινόμενο των δύο επιμέρους πινάκων:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & dx_1 + dx_2\\ 0 & 1 & dy_1 + dy_2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & dx_1\\ 0 & 1 & dy_1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & dx_2\\ 0 & 1 & dy_2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2.2.6}$$

2.3 Περιστροφή και μετατόπιση στις δύο διαστάσεις

Η γωνία περιστροφής συμβολίζεται με θ και είναι η γωνία που σχηματίζουν διανύσματα $\hat{x}_0$ και $\hat{x}_1$. Οι θετικές τιμές στις γωνίες αντιστοιχούν σε αριστερόστροφες περιστροφές. Στην Εικόνα 12 βλέπουμε την περιστροφή ενός αντικειμένου που έχει ένα προσκολλημένο σύστημα συντεταγμένων ($\hat{x}_1$και $\hat{y}_1$) και ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων ($\hat{x}_0$και $\hat{y}_0$).[1]



Εικόνα 12: Περιστροφή αντικειμένου με προσκολλημένο σύστημα συντεταγμένων[11]

Έχοντας επιλέξει ένα σημείο που θα έχει πάντα συντεταγμένες ($\hat{x}^{(1)}$, $\hat{y}^{(1)}$) ως προς το κινούμενο, δηλαδή όταν μετακινηθεί το σημείο θα μετακινείτε ή θα περιστρέφεται και με τον ίδιο τρόπο και το σύστημα συντεταγμένων. Κάθε φορά που υπάρχει μια διαφορετική περιστροφή θα πρέπει να υπολογίστούν οι νέες συντεταγμένες, στην ουσία γίνεται εύρεση για το πώς συνδέονται οι κινούμενες συντεταγμένες με τις σταθερές συντεταγμένες ($x^{(0)}$, $y^{(0)}$) . Το $x^{(0)}$εξαρτάτε από το $x^{(1)}$ και το $y^{(1)}$, όπως και αντίστοιχα το $y^{(0)}$ εξαρτάτε από το από το $x^{(1)}$ και το $y^{(1)}$.[1]

$$x^{(0)} = (\qquad)x^{(1)} + (\qquad)\,y^{(1)} \tag{2.3.1}$$

$$y^{(0)} = (\qquad)\,x^{(1)} + (\qquad)\,y^{(1)} \tag{2.3.2}$$

$$x^{(0)} = (\,συντελεστές\,)x^{(1)} + (συντελεστές)\,y^{(1)} \tag{2.3.3}$$

[11] Βλ. [1]

$$y^{(0)} = \ (\,\sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\varepsilon}\varsigma)\,x^{(1)} + (\sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\varepsilon}\varsigma)\,y^{(1)} \tag{2.3.4}$$

Γίνεται χρήση του εσωτερικού γινομένου για να υπολογιστούν οι συντελεστές στις εξισώσεις 2.3.3 και 2.3.4. Αναλυτικότερα έχοντας δύο διανύσματα $\hat{q}$ και $\hat{p}$ με γωνία θ, κάθε διάνυσμα έχει κάποιες συνιστώσες (p_x, p_y) ή αλλιώς $\vec{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$ και (q_x, q_y) ή αλλιώς $\vec{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix}$. Το εσωτερικό γινόμενο συμβολίζεται με τελεία $\vec{p} \cdot \vec{q}$ (δεν είναι διάνυσμα, είναι ένας αριθμός και είναι το άθροισμα των γινομένων των επιμέρους συνιστωσών των διανυσμάτων, τα $(p_x, q_x, p_y, q_y$ είναι αριθμοί), δηλαδή είναι:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = p_x * q_x + p_y * q_y \tag{2.3.5}$$

Ισοδύναμα το εσωτερικό γινόμενο της σχέσης 2.3.5 μπορεί να υπολογισθεί και ως εξής:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \|\vec{p}\| * \|\vec{q}\| * \cos\theta \tag{2.3.6}$$

ή αλλιώς

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{{p_x}^2 + {p_y}^2} \tag{2.3.7}$$

$$\|\vec{q}\| = \sqrt{{q_x}^2 + {q_y}^2} \tag{2.3.8}$$

Είτε υπολογιστεί με αυτό τον τρόπο είτε υπολογιστεί πρώτα το μέτρο του ενός και έπειτα το μέτρο του άλλου, το αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο. Στην παρούσα ανάλυση θα χρησιμοποιηθούν τα μοναδιαία διανύσματα που υπάρχουν στους άξονες δηλαδή έχουν μέτρο μονάδα ($\|\vec{p}\| = 1$) οπότε θα υπάρχει ένα διάνυσμα που θα έχει μέτρο μονάδα και το δεύτερο διάνυσμα θα έχει επίσης μέτρο μονάδα ($\|\vec{q}\| = 1$) . Στην ουσία το εσωτερικό γινόμενο, εφόσον το μέτρο είναι μονάδα θα ισούται με το συνημίτονο της γωνίας ($\vec{p} \cdot \vec{q} = \cos\theta$).[1]

Στην Εικόνα 12 ελέγχονται οι μοίρες που σχηματίζουν το $\hat{x}_1$ με το $\hat{x}_0$ (δηλαδή η γωνία θ), όπως και το τί μέτρο σχηματίζουν όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Το διάνυσμα που έχει σε κάθε άξονα έχει μέτρο μονάδα (μοναδιαίο),άρα το εσωτερικό γινόμενο είναι cos θ, όπως τις μοίρες που σχηματίζουν το $\hat{y}_1$ $\mu\varepsilon\ \tau o\ \hat{x}_0$ (δηλαδή 90°+θ) έχει μέτρο μονάδα ,άρα το εσωτερικό γινόμενο θα είναι cos(90°+θ)), όπως και τις μοίρες που σχηματίζουν $\hat{x}_1$ με το $\hat{y}_0$ (το $y_0\ \mu\varepsilon\ \tau o\ x_0\ \alpha\pi\acute{\varepsilon}\chi o\upsilon\nu$ 90° το $y_0\ \mu\varepsilon\ \tau o\ x_1\ \alpha\pi\acute{\varepsilon}\chi o\upsilon\nu\ \theta$, δηλαδή cos 90°-θ, θα πρέπει να τονιστεί πως γωνία θ είναι μία και περιστρέφεται) και τέλος ελέγχονται οι μοίρες που σχηματίζουν $\widehat{y_1}$ $\mu\varepsilon\ \tau o\ \widehat{y_0}$ (δηλαδή θ, με εσωτερικό γινόμενο cos θ). Οι συντελεστές των σχέσεων 2.3.3 και 2.3.4 θα είναι:

$$x^{(0)} = \ (\hat{x}_1 * \hat{x}_0)x^{(1)} + (\hat{y}_1 * \hat{y}_0)\,y^{(1)} \tag{2.3.9}$$

$$y^{(0)} = (\hat{x}_1 * \hat{x}_0)x^{(1)} + (\hat{y}_1 * \hat{y}_0)\, y^{(1)} \tag{2.3.10}$$

Θέτοντας μια περιστροφή υπό γωνία θ, οι συντεταγμένες που θα πάρει ένα σημείο ως προς το αρχικό σύστημα αναφοράς είναι:

$$x^{(0)} = (\cos\theta\ )x^{(1)} + (\cos(90° + \theta)\ )\, y^{(1)} \tag{2.3.11}$$

$$y^{(0)} = (\cos(\theta - 90°)\ )\, x^{(1)} + (\cos\theta\ )\, y^{(1)} \tag{2.3.12}$$

Από την τριγωνομετρία παρατηρείται ότι:

$$\sin\theta = \cos(90° - \theta) \tag{2.3.13}$$

και

$$-\sin\theta = \cos(90° + \theta) \tag{2.3.14}$$

Οι σχέσεις 2.3.11 και 2.3.12 είναι εκείνες που περιγράφουν τις νέες συντεταγμένες που θα έχει ένα σημείο όταν γίνεται περιστροφή υπό γωνία θ στις δύο διαστάσεις (γνωρίζοντας ποια είναι η αρχική συντεταγμένη ή η σταθερή συντεταγμένη $(x^{(1)}, y^{(1)})$, τότε μπορούν να καθοριστούν ποιες είναι οι συντεταγμένες μετά την περιστροφή) Τα $(x^{(1)}, y^{(1)})$ είναι βοηθητικές μεταβλητές για να περιγράψουν μαθηματικά την περιστροφή . Όταν η γωνία είναι θετική η περιστροφική κίνηση γίνεται από τα αριστερά (αντίθετη φορά των δεικτών του ρολογιού). Όταν η γωνία είναι αρνητική η περιστροφική κίνηση γίνεται από τα δεξιά (βάση σύμβασης).[1]

$$x^{(0)} = x^{(1)}\, cos\,\theta - y^{(1)}\, sin\,\theta \tag{2.3.15}$$

$$y^{(0)} = x^{(1)}\, sin\,\theta + y^{(1)} \cos\theta \tag{2.3.16}$$

Προσθέτοντας και τις μετατοπίσεις οι σχέσεις γίνονται :

$$x^{(0)} = x^{(1)}\, cos\,\theta - y^{(1)}\, sin\,\theta + d_x \tag{2.3.17}$$

$$y^{(0)} = x^{(1)}\, sin\,\theta + y^{(1)} \cos\theta + d_y \tag{2.3.18}$$

Ισοδύναμα οι σχέσεις 2.3.17 και 2.3.18 μπορούν γραφούν με την μορφή πίνακα ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$$

(2.3.19)

Ο πίνακας $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ ονομάζεται **πίνακας περιστροφής** και συμβολίζεται με R_1^0, ο πάνω δείκτης ($R_1^{\mathbf{0}}$) είναι το σύστημα συντεταγμένων που είναι το σταθερό και ο κάτω δείκτης ($R_{\mathbf{1}}^0$) είναι το κινούμενο σύστημα συντεταγμένων, αυτός ο πίνακας περιστροφής δίνει πληροφορίες για την μετατόπιση του συστήματος 1 ως προς το σύστημα 0 και αντίστοιχα ο πίνακας μετατόπισης $\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$ που συμβολίζεται με d_1^0 και δίχνεί πόσο έχει μετατοπισθεί το σύστημα {1}

(d_1^0) ως προς το σύστημα {0} ($d_1^{\mathbf{0}}$) . Επίσης ένα σύστημα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής R_0^1 (δηλαδή σταθερό το σύστημα {1} και κινούμενο το σύστημα {0}), που σημαίνει ότι θα δημιουργηθεί η ανάποδη γωνία (δηλαδή -θ). Όταν το σύστημα {1} περιστραφεί κατά γωνία θ ως προς το {0}, τότε ισοδύναμα το σύστημα 0 έχει περιστραφεί κατά -θ ως προς στο σύστημα {1}. Το $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ το συνημίτονο είναι άρτια συνάρτηση της γωνίας και το $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ το ημίτονο είναι περιττή συνάρτηση της γωνίας.[1]

$$R_0^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{2.3.20}$$

Αντίστοιχα η μετατόπιση του d_0^1 θα δημιουργήσει την ανάποδη μετατόπιση :

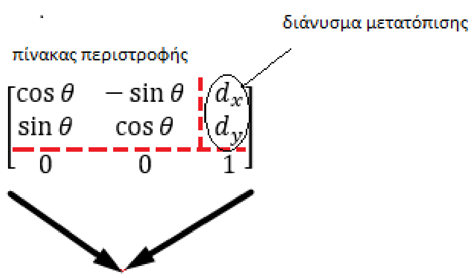
$$d_0^1 = \begin{bmatrix} -d_x \\ -d_y \end{bmatrix} \tag{2.3.21}$$

Ο πίνακας R_1^0 είναι ανάστροφος του R_0^1 όταν οι στήλες του του ενός πίνακα γίνουν γραμμές του άλλου. Τότε θεωρείται ότι υπάρχει ο ανάστροφος πίνακας $R_0^1 = (R_1^0\,)^T$ [1]

Ο πίνακας 2.3.19 μπορεί να γραφτεί ισοδύναμα:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & d_x \\ \sin\theta & \cos\theta & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.3.22}$$

Αυτό μπορεί να εκφραστεί και ως ένας πίνακας 3*3:



Ο παραπάνω πίνακας συμβολίζεται με H_1^0 και ονομάζεται πίνακας ομογενούς μετασχηματισμού (Homogeneous Transformation Matrix ,HTM). Ο HTM έχει μέσα την περιστροφή και την μετατόπιση που έχει υποστεί το σύστημα 1 ως προς το σύστημα 0.[1]

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & | & d_1^0 \\ - & - & - \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Συσχετίζοντας τις σχέσεις (2.3.17), (2.3.18) με τον πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού, πιο αναλυτικά πολλαπλασιάζοντας την πρώτη γραμμή με την στήλη του άλλου πίνακα προκύπτει ότι :

$$x^{(0)} = \cos\theta\, x^{(1)} - \sin\theta\, y^{(1)} + d_x \tag{2.3.23}$$

$$y^{(0)} = sin\,\theta\, x^{(1)} + \cos\theta\, y^{(1)} + d_y \tag{2.3.24}$$

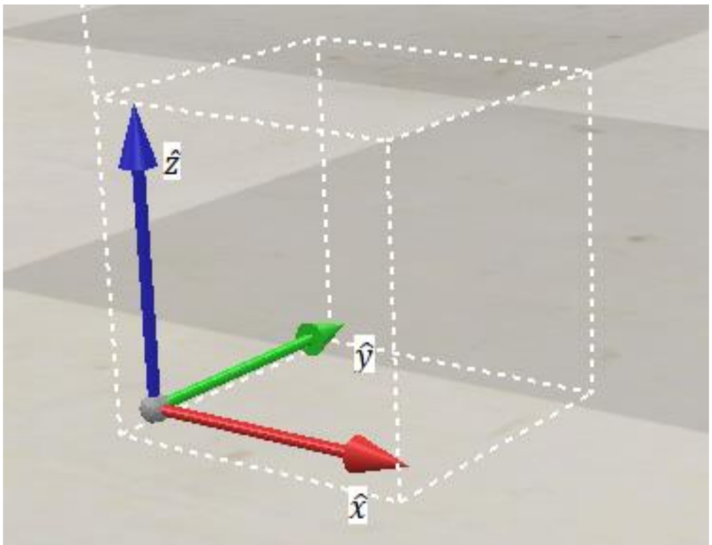
$$1 = 0 * x^{(1)} + 0 * y^{(1)} + 1 * 1 \tag{2.3.25}$$

*Στην ουσία ο η μονάδα (1) δεν προσφέρει τίποτα, μπαίνει απλός για δημιουργηθεί ο τετραγωνικός πίνακας (πχ 3*3).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΤΙΣ 3 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

3.1 Σύστηματα συντεταγμένων στις τρείς διαστάσεις

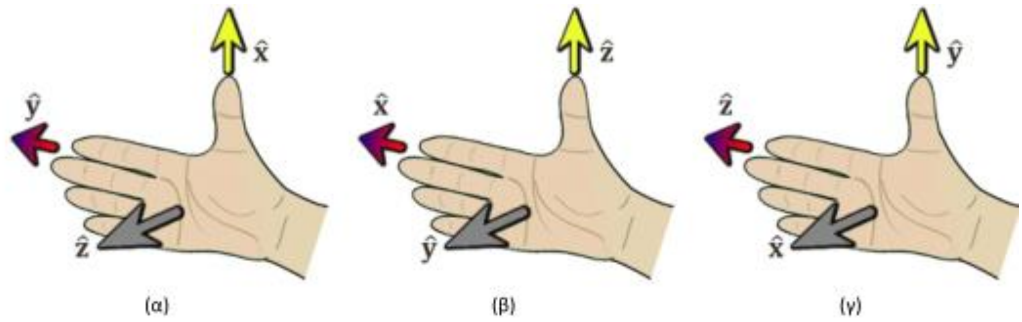
Ένα σύστημα συντεταγμένων τριών διαστάσεων αναφέρεται στους άξονες x και y που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, αλλά και σε έναν τρίτο άξονα, τον z, ο οποίος τοποθετείτε κάθετα στους άξονες x και y και σχηματίζουν ένα τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων, όπως θα παρατηρείται στην Εικόνα 13. [1]



Εικόνα 13: Τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων

Ορίζεται ένα μοναδιαίο διάνυσμα που δείχνει την θετική κατεύθυνση του άξονα, το οποίο θα τοποθετηθεί με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού. Η τοποθέτηση των αξόνων με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού γίνεται με τρείς τρόπους (γνωρίζοντας τους δύο άξονες και ψάχνοντας τον τρίτο).[1]

1) Αν ο αντίχειράς δείχνει την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{x}}$, τα υπόλοιπα δάχτυλα την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{y}}$, τότε η παλάμη θα δείξει πια είναι η κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{z}}$.
2) Αν ο αντίχειράς δείχνει την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{z}}$, τα υπόλοιπα δάχτυλα την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{x}}$ τότε η παλάμη θα δείξει πια είναι η κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{y}}$.
3) Αν ο αντίχειράς δείχνει την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{y}}$, τα υπόλοιπα δάχτυλα την κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{z}}$ τότε η παλάμη θα δείξει πια είναι η κατεύθυνση του $\mathbf{\hat{x}}$.



Εικόνα 14: Κανόνας δεξιού χεριού, με γνωστούς τους δύο άξονες[12]

3.2 Μετατόπιση στις τρείς διαστάσεις

Η μετατόπιση στις τρείς διαστάσεις είναι μία συνέχιση των δύο διαστάσεων, δηλαδή σε δύο συστήματα συντεταγμένων ($\{0\},\{1\}$) όπου το σύστημα $\{1\}$ έχει μετατοπισθεί κατά μήκος του $x^{(0)}$ κατά d_x ,αντίστοιχα κατά μήκος $y^{(0)}$ έχει μετατοπισθεί κατά d_y ,όπως και κατά μήκος του $z^{(0)}$ έχει μετατοπισθεί κατά d_z. Στην περίπτωση που τα $x^{(1)}, y^{(1)}, z^{(1)}$ είναι συντεταγμένες ενός οποιουδήποτε σημείου ως προς τα σύστημα συντεταγμένων $\{1\}$, τότε οι συντεταγμένες $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$ ως προς το σύστημα συντεταγμένων $\{0\}$ θα είναι:

$$x^{(0)} = x^{(1)} + dx \tag{3.2.1}$$

$$y^{(0)} = y^{(1)} + dy \tag{3.2.2}$$

$$z^{(0)} = z^{(1)} + dz \tag{3.2.3}$$

Υπό την μορφή πινάκων οι σχέσεις που θα προκύψουν από τις σχέσεις 3.2.1, 3.2.2 και 3.2.3 θα είναι οι εξής:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ z^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \tag{3.2.4}$$

ή ισοδύναμα

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ z^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.2.5}$$

[12] Βλ. [1][18]

Οι συντεταγμένες $\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \\ z^{(0)} \end{bmatrix}$ και $\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ z^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}$ λέγονται ομογενείς συντεταγμένες στις τρείς διαστάσεις.

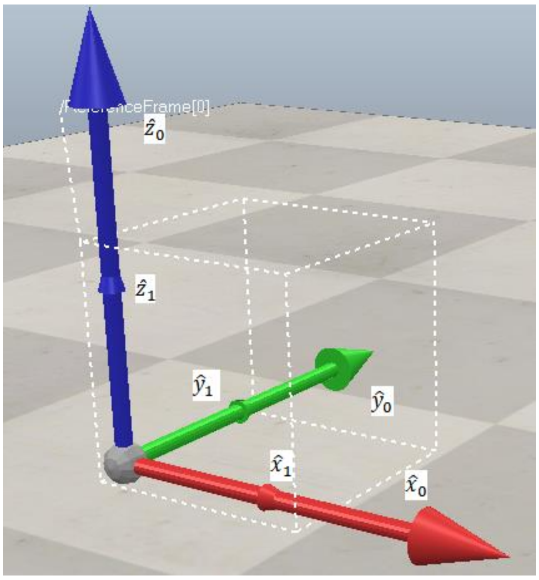
Ο μοναδιαίος πίνακας $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, αποτελεί μια μορφή του πίνακα περιστροφής.[1]

3.3 Περιστροφή στις τρείς διαστάσεις

Για την περιστροφή στις τρείς διαστάσεις χρησιμοποιείται το θεώρημα του Euler, το οποίο λέει ότι οποιαδήποτε περιστροφή μπορεί να αναλυθεί σε τρείς επιμέρους περιστροφές ως προς τους τρείς άξονες συντεταγμένων, με την προϋπόθεση ότι δεν θα γίνουν δύο συνεχόμενες περιστροφές ως προς τον ίδιο άξονα, δηλαδή έχοντας μία αυθαίρετη περιστροφή αυτή θα μπορούσε να αναλυθεί σε μία περιστροφή ως προς τον άξονα z μία ως προς τον άξονα y και μία ως προς τον άξονα x.[1]

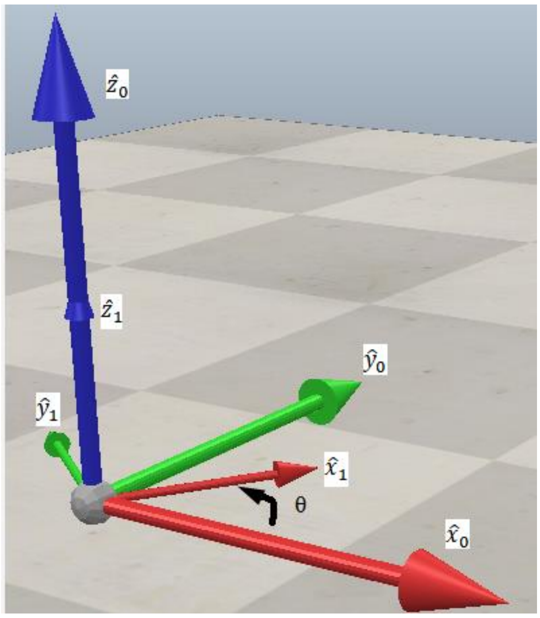
3.3.1 Περιστροφή ως προς άξονα z

Σε δύο συστήματα συντεταγμένων {0},{1}, που το ένα είναι πάνω στο άλλο όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 15 [1]



Εικόνα 15: Συστήματα Συντεταγμένων

όταν περιστραφεί το σύστημα {1} κατά γωνία θ ως προς τον άξονα z όπως φαίνεται στην Εικόνα 16,



Εικόνα 16: Περιστροφή ως προς z

τότε (θ) θα είναι η γωνία που σχηματίζουν οι άξονες $\hat{x}_0$ *και* $\hat{x}_1$όπως και οι άξονες $\hat{y}_0$ και $\hat{y}_1$. Ο πίνακας περιστροφής σε αυτή την περίπτωση θα είναι 3*3. Για να γίνει έλεγχος της μετατόπισης του συστήματος {1} ως προς το {0} θα πρέπει στις γραμμές του πίνακα να μπουν οι άξονες του σταθερού συστήματος $\begin{matrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{matrix}$ και στις στήλες να μπουν οι άξονες του περιστραμένου συστήματος $x_1 \quad y_1 \quad z_1$ έτσι ώστε να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν οι άξονες (παντού μπαίνουν τα συνημίτονα).[1]

$$R_1^0 = \begin{array}{c} \\ x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \\ \left[\begin{matrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{matrix} \right] \end{array} \tag{3.1.1}$$

- Οι άξονες x_1 και x_0 σχηματίζουν γωνία θ, άρα $\cos(\theta)$
- Οι άξονες x_1 και y_0 σχηματίζουν γωνία $(90° - \theta)$, άρα $\cos(90° - \theta)$
- Οι άξονες x_1 και z_0 σχηματίζουν γωνία $90°$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ R_1^0 = \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} \cos(\theta) & & \\ cos(90° - \theta) & & \\ \cos(90°) & & \end{bmatrix} \end{array}$$

- Οι άξονες y_1 και x_0 σχηματίζουν γωνία $(90° + \theta)$, άρα $\cos(90° + \theta)$
- Οι άξονες y_1 και y_0 σχηματίζουν γωνία θ, άρα $\cos(\theta)$
- Οι άξονες y_1 και z_0 σχηματίζουν γωνία 90°, άρα $\cos(90°)$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ R_1^0 = \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(90° + \theta) & \\ cos\ (90° - \theta) & \cos(\theta) & \\ \cos(90°) & \cos(90°) & \end{bmatrix} \end{array}$$

- Οι άξονες z_1 και x_0 σχηματίζουν γωνία $(90°)$, άρα $\cos(90°)$
- Οι άξονες z_1 και y_0 σχηματίζουν γωνία θ, άρα $\cos(\theta)$
- Οι άξονες z_1 και z_0 σχηματίζουν γωνία 0°, άρα $\cos(0°)$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ R_1^0 = \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(90° + \theta) & \cos(90°) \\ cos(90° - \theta) & \cos(\theta) & \cos(90°) \\ \cos(90°) & \cos(90°) & \cos(0°) \end{bmatrix} \end{array}$$

Ισοδύναμα

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.1.2)$$

Για να βρεθεί η θετική φορά περιστροφής γύρω από τον άξονα χρησιμοποιείται ο κανόνας του δεξιού χεριού, δηλαδή ο αντίχειρας θα δείχνει την κατεύθυνση του άξονα που γίνεται η περιστροφή και καμπυλώνονται τα υπόλοιπα δάχτυλα έτσι ώστε να αγκαλιάζουν τον άξονα. Η φορά που θα σχηματίσουν τα καμπυλωμένα δάχτυλα είναι η θετική φορά περιστροφής. [1]

Εικόνα 17: Θετική φορά περιστροφής ως προς τον άξονα

Πίνακας 1: Trigonometric ratios[13]

α Ισοδυναμεί	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
-θ	$-\sin\theta$	$\cos\theta$
$\mathbf{90° - \theta}$	$\cos\theta$	$\sin\theta$
$\mathbf{90° + \theta}$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$
$\mathbf{180° - 8}$	$\sin\theta$	$-\cos\theta$
$\mathbf{180° + \theta}$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$
$\mathbf{360° - \theta}$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$
$\mathbf{360° + \theta}$	$\sin\theta$	$\cos\theta$

3.4 Μετατόπιση στις τρείς διαστάσεις

Όταν υπάρχει περιστροφή και μετατόπιση, τότε σε αντιστοιχία με τις δύο διαστάσεις θα είναι:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \end{bmatrix} = R_1^0 \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ z^{(1)} \end{bmatrix} + d_1^0 \tag{3.4.1}$$

Το R_1^0 είναι ο πίνακας περιστροφής και το $d_1^0 = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$ είναι το διάνυσμα μετατόπισης.[1]

13 Βλ. [16]

Κεφαλαιο 4: Κινηματικη Αναλυση Scara 3DOF

Η μελέτη της θέσης και του προσανατολισμού του τελικού επενεργητή με τις μεταβλητές των αρθρώσεων, είναι σημαντική για τους ρομποτικούς βραχίονες. Γνωρίζοντας τις μεταβλητές των αρθρώσεων μπορούν να υπολογιστούν, η θέση και ο προσανατολισμός, φυσικά γνωρίζοντας την θέση και τον προσανατολισμό του τελικού επενεργητή μπορούν να καθοριστούν οι μεταβλητές των αρθρώσεων.[1]

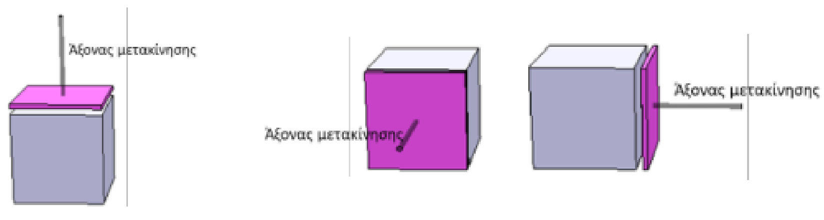
Η μελέτη ενός ρομποτικού βραχίονα έχει ως εξής:

- Δημιουργία του κινηματικού διαγράμματος
- Προσθήκη τους άξονες συντεταγμένων
- Βρίσκουμε τον πίνακα ομογενής μετασχηματισμού
- Βρίσκουμε τις σχέσεις της πρόσθιας κινηματικής και
- Βρίσκουμε τις σχέσεις της αντίστροφης κινηματικής

4.1 *Κινηματικό διάγραμμα Scara 3DOF*

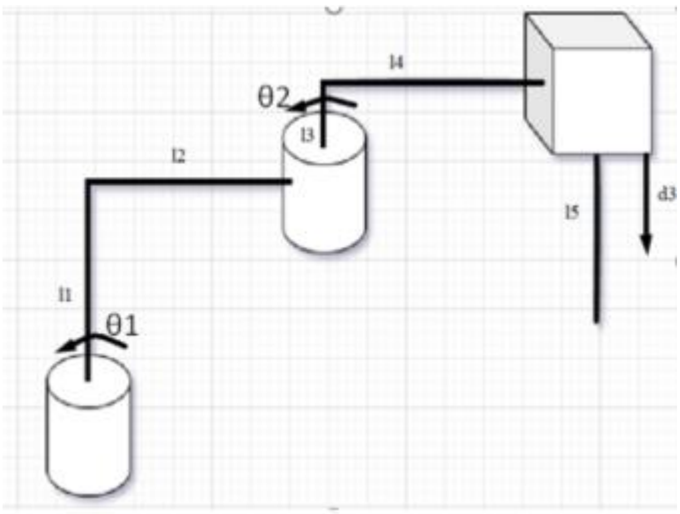
Το κινηματικό διάγραμμα μας δείχνει, το πώς συνδέονται οι σύνδεσμοι και οι αρθρώσεις σε απλή μορφή. Το κινηματικό διάγραμμα έχει αρθρώσεις, αυτές οι αρθρώσεις μπορεί να είναι είτε περιστροφικές είτε πρισματικές όπως φαίνεται στην Εικόνα 18 και Εικόνα 4.2. [1]

Εικόνα 18: Περιστροφική άρθρωση



Εικόνα 19: Πρισματική άρθρωση

Στο **κινηματικό διάγραμμα** βάζουμε τις μεταβλητές των αρθρώσεων, τα μήκη των συνδέσμων και την φορά και κατεύθυνση των αρθρώσεων.



Εικόνα 20: Κινηματικό διάγραμμα Scara 3 DOF[14]

4.2 Τοποθέτηση συστημάτων συντεταγμένων Scara 3 DOF

Η τοποθέτηση των συστημάτων συντεταγμένων γίνεται σε κάθε άρθρωση αλλά και στον τελικό επενεργητή. Συγκεκριμένα θα τοποθετήσουμε 4 συστήματα συντεταγμένων ένα για το θ_1 $\{0\}$,ένα για το $\theta_2\{1\}$, ένα για το $d_3\{2\}$ και ένα για τον τελικό επενεργητή $\{3\}$. Τα δύο ενδιάμεσα συστήματα συντεταγμένων ($\{1\},\{2\}$) είναι βοηθητικά. Αυτό που θέλουμε να δούμε είναι το τί γίνετε μεταξύ του του αρχικού συστήματος συντεταγμένων $\{0\}$ και του τελικού συστήματος συντεταγμένων. $\{3\}$. Δηλαδή να δούμε τι κάνει ο τελικός επνεργητής ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων το οποίο θεωρείται σύστημα συντεταγμένων αναφοράς (σύστημα συντεταγμένων που θέλουμε να εκφράσουμε όλα τα υπόλοιπα). Τα δύο ενδιάμεσα μας βοηθούν ώστε να βρούμε τον τελικό ομογενή πίνακα μετασχηματισμού. Η τοποθέτηση γίνετε με βάση τους κανόνες Devanit-Hartenberg, οι κανόνες αυτοί μας δείχνουν το πώς θα τοποθετηθούν οι άξονες . [1]

1. Ο άξονας z σε κάθε σύστημα συντεταγμένων συμπίπτει με τον άξονα κίνησης της άρθρωσης, δηλαδή αν πρόκειται για περιστροφική άρθρωση ο άξονας z θα συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής της άρθρωσης, αν είναι πρισματική άρθρωση, ο άξονας z θα

[14] https://app.diagrams.net

συμπίπτει με τον άξονα μετακίνησης που εισάγει η πρισματική άρθωση (στον τελικό επενεργητή, προτιμάται ο άξονας z να είναι παράλληλος με άξονας z του προηγούμενου συστήματος συντεταγμένων).

2. Στην πρώτη άρθρωση τοποθετούμε το x όπως θέλουμε. Ο άξονας x σε κάθε σύστημα συντεταγμένων πρέπει να κάθετος με τον άξονα z του τρέχοντος και του προηγούμενου συστήματος συντεταγμένων. Για την πρώτη άρθρωση, ο άξονας x αρκεί να είναι κάθετος με τον άξονα z του τρέχοντος συστήματος συντεταγμένων.

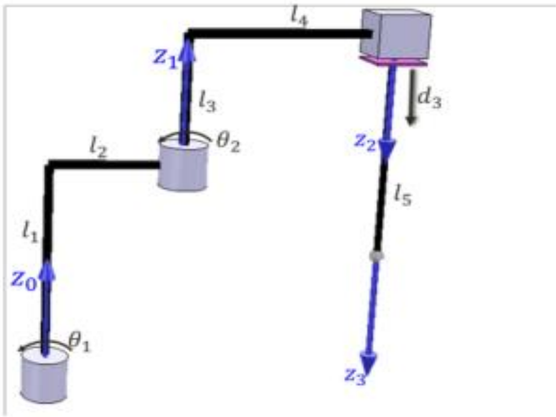
3. Η προέκταση του άξονα x σε κάθε σύστημα συντεταγμένων πρέπει να τέμνει (να συναντήσει) την προέκταση του άξονα z του προηγούμενου συστήματος συντεταγμένων (Δεν εφαρμόζεται για την πρώτη άρθρωση). Εάν δεν τέμνονται, μετακινείται κατάλληλα η αρχή του τρέχοντος συστήματος συντεταγμένων.

4. Ο άξονας y σε κάθε σύστημα συντεταγμένων τοποθετείται σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Όταν έχουμε έναν βραχίονα με N αρθρώσεις θα τοποθετήσουμε N+1 συστήματα συντεταγμένων, τα συστήματα συντεταγμένων τοποθετούνται ένα σε κάθε άρθρωση και ένα στον τελικό επενεργητή (πχ αν έχω τρείς αρθρώσεις θα βάλω τέσσερα συστήματα συντεταγμένων). Τα συστήματα συντεταγμένων τα αριθμούμαι {0} , {1},… {N} ξεκινάμε από την πρώτη άρθρωση και καταλήγουμε στον τελικό επενεργητή. Το σύστημα συντεταγμένων που τοποθετείται στην πρώτη άρθρωση {0} , θεωρείτε ως σύστημα αναφοράς, δηλαδή το σύστημα συντεταγμένων προς το οποίο θα αναφέρονται όλες οι συντεταγμένες. Το σύστημα αυτό δεν μετακινείται, όλα τα υπόλοιπα συστήματα κινούνται και είναι βοηθητικά συστήματα που μας βοηθάνε να κάνουμε τους υπολογισμούς.[1]

4.2.1 Τοποθέτηση αξόνων z

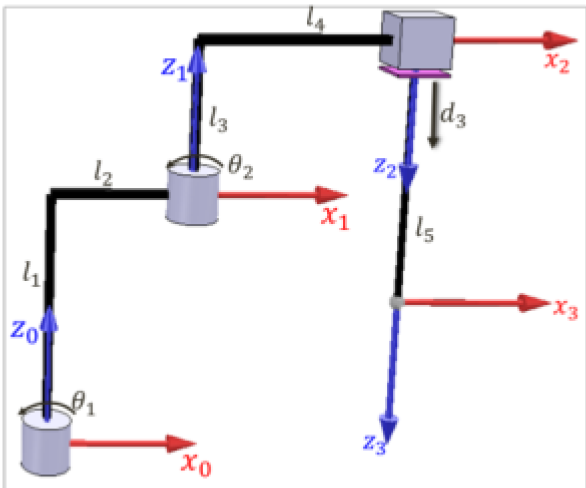
Στο Scara έχουμε δύο περιστροφικές αρθρώσεις και μία πρισματική, στην πρώτη και στην δεύτερη άρθρωση ο άξονας z συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής (ο άξονας περιστροφής είναι ο άξονας του κυλίνδρου) και στην πρισματική άρθρωση το z τοποθετείτε προς τα κάτω διότι η πρισματική άρθρωση κινείται προς τα κάτω. Τέλος το z του τελικός επενεργητής πάει και αυτός προς τα κάτω μιάς και το προηγούμενο z είναι προς τα κάτω. [1]



Εικόνα 21: Κινηματικό διάγραμμα ρομποτικού βραχίονα Scara με τοποθετημένους τους άξονες z[15]

4.2.2 Τοποθέτηση αξόνων x

Στην πρώτη άρθρωση μπορούμε να τοποθετήσουμε όπως θέλουμε το x_0, δεν υπάρχει κάποιος κανόνας. Το x_1 θα τοποθετηθεί οριζόντια για να είναι κάθετα με το δικό του (z_1) αλλά και το προηγούμενο (z_0). Το ίδιο κάνουμε και στην πρισματική άρθρωση. Επειδή προσπαθώ να έχω παραλληλία αξόνων το x του τελικού επενεργητή (x_3) θα τοποθετηθεί όπως τοποθετήθηκε και στο προηγούμενο x (x_2).[1]

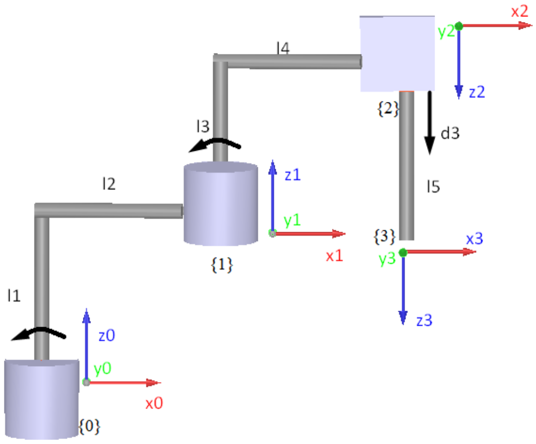


Εικόνα 22: Κινηματικό διάγραμμα ρομποτικού βραχίονα Scara με τοποθετημένους τους άξονες x[16]

[15] Βλ. [1]
[16] Βλ. [1]

4.2.3 *Τοποθέτηση αξόνων y*

Τέλος οι άξονες y τοποθετούνται με τον κανόνα του δεξιού χεριού, έτσι ώστε να υπάρχει ένα τρισορθογώνιο σύστημα.[1]



Εικόνα 23: Κινηματικό διάγραμμα ρομποτικού βραχίονα Scara με τοποθετημένους όλους τους άξονες

4.3 *Πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού*

Η εύρεση ενός πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού γίνεται για να βρούμε την θέση ενός συστήματος συντεταγμένων μίας άρθρωσης όταν αλλάζει η κατάσταση η προηγούμενη άρθρωση (περιστροφή ή μετατόπιση). Για να βρω τον πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού πρέπει να βρω τον πίνακα περιστροφής (3*3), τον πίνακα μετατόπισης (3*1) και να τοποθετήσουμε μια γραμμή με τρία μηδενικά και έναν άσσο(για να έχω έναν συμμετρικό πίνακα).

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & & | & d_1^0 \\ - & - & & - \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.3.1)$$

4.3.1 *Περιστροφή*

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, όταν έχω μία περιστροφή ως προς z , ο πίνακας περιστροφής θα έχει την μορφή:

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας περιστροφής έχει δύο συνιστώσες, η μία συνιστώσα η οποία έχει να κάνει πώς η περιστροφή τις άρθρωσης (θ_1) περιστρέφει το σύστημα {1} και η δεύτερη συνιστώσα έχει να κάνει με τον προσανατολισμό που έχουν οι άξονες, δηλαδή για να βρω συνολικά την περιστροφή κοιτάζω το πως είναι προσανατολισμένοι οι άξονες όπως τους βλέπω. Δηλαδή έχω έναν πίνακα (3*3) όπου θα βάλω στις στήλες του συστήματος όπου βρίσκεται ο κάτω δείκτης (R_1^0) και στις γραμμές το σύστημα που είναι ο πάνω δείκτης (R_1^0) .

$$R_1^0 = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \hline x_0 & & & \\ y_0 & & & \\ z_0 & & & \end{array}$$

Οπότε βλέπουμε το τι περιστροφή υπάρχει ήδη μόνο από την τοποθέτηση των αξόνων. Πρέπει να βρούμε το R_1^0, το R_2^1 και το R_3^2 (πίνακες περιστροφής), παίρνουμε όλα τα ζευγάρια διαδοχικών συστημάτων συντεταγμένων. Σκοπός είναι να βρούμε τον πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού H_3^0. Πρώτα πρέπει να βρούμε τους επιμέρους πίνακες ομογενή μετασχηματισμού και να τους πολλαπλασιάσω, δηλαδή τον H_1^0 να τον πολλαπλασιάσω με τον H_2^1 και με τον H_3^2για να βρεθεί ο H_3^0. Για να βρεθούν οι πίνακες H πρέπει πρώτα να βρω τους πίνακες περιστροφής και τα αντίστοιχα διανύσματα μετατόπισης. Ξεκινώντας από τους πίνακες περιστροφής: R_1^0 βλέπουμε ότι το σύστημα {0} βρίσκεται στην περιστροφική άρθρωση, κίνηση της οποίας θα επηρεάσει τον προσανατολισμό του συστήματος {1}, οπότε έχουμε γωνία περιστροφής θ1, εδώ πέρα πάντοτε η περιστροφή θα είναι γύρω από τον άξονα z, άρα :

Για {0}&{1}

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Κοιτάμε το πώς είναι ευθυγραμμισμένοι οι άξονες κατά z για τα συστήματα {0}& {1} :

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \hline x_0 & & & \\ y_0 & & & \\ z_0 & & & \end{array}$$

Το x_1 είναι παράλληλο με το x_0 άρα :

$$x_1 \upuparrows x_0$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{bmatrix} \end{array}$$

Το y_1 είναι παράλληλο με το y_0 άρα :

$$y_1 \upuparrows y_0$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix} \end{array}$$

Και τέλος το z_1 είναι παράλληλο με το άρα z_0:

$$z_1 \upuparrows z_0$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

* όταν είναι παράλληλα τότε η τιμή που θα πάρει είναι το 1, αν είναι αντί-παράλληλα τότε η τιμή που θα πάρει είναι το -1.

Κάνοντας τον πολλαπλασιασμό προκύπτει ότι :

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3.1.2}$$

Για {1}&{2}

Βλέπουμε ότι το σύστημα {1} είναι σε περιστροφική άρθρωση άρα θα επηρεάσει τον προσανατολισμό του συστήματος{2}, όταν περιστραφεί κατά γωνία θ2 το σύστημα προσανατολισμού {2} αλλάζει , το {1} δεν περιστρέφεται μαζί με την άρθρωση, θεωρούμε ότι είναι πακτωμένο ως προς την άρθρωση αυτή το {1} επηρεάζεται από το {0}, το {2} από το {1} και το {3} από το {2} Ο πίνακας περιστροφής θα είναι :

Το x1 είναι παράλληλο με το x0 άρα :

$$x_2 \uparrow\uparrow x_1$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x_2 & y_2 & z_2 \\ \hline x_1 & 1 & & \\ y_1 & 0 & & \\ z_1 & 0 & & \end{array}$$

Το y2 είναι αντί-παράλληλο με το y1 άρα :

$$y_2 \uparrow\downarrow y_1$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x_2 & y_2 & z_2 \\ \hline x_1 & 1 & 0 & \\ y_1 & 0 & -1 & \\ z_1 & 0 & 0 & \end{array}$$

Και τέλος το z2 είναι αντί- παράλληλο με το z1 άρα :

$$z_2 \uparrow\downarrow z_1$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x_2 & y_2 & z_2 \\ \hline x_1 & 1 & 0 & 0 \\ y_1 & 0 & -1 & 0 \\ z_1 & 0 & 0 & -1 \end{array}$$

Έχω κάτι που μοιάζει με τον μοναδιαίο πίνακα απλός έχω -1 άρα όπου έχω -1 θα αλλάξω το πρόσημο.

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad (4.3.1.3)$$

Για {2}&{3}

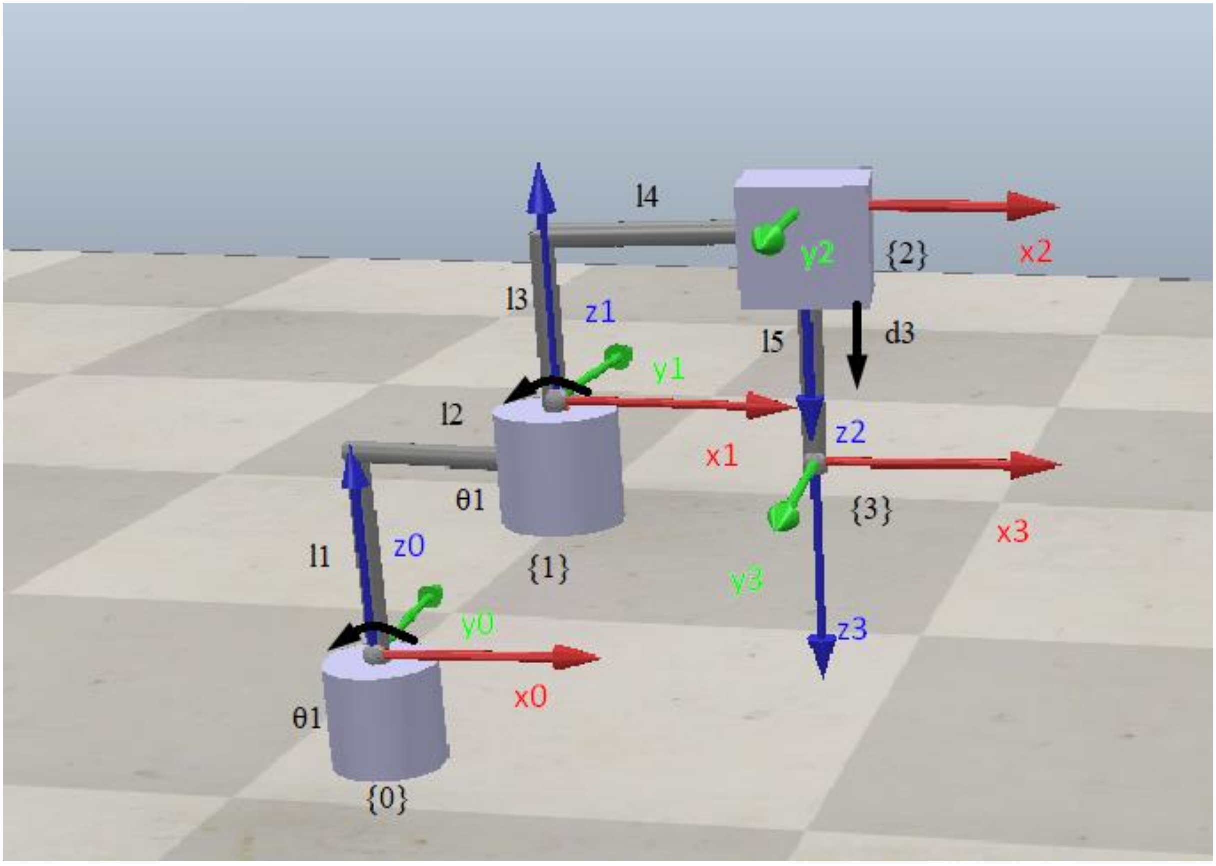
Το R_3^2, γιατί το σύστημα {2} είναι σε πρισματική άρθρωση άρα θα έχουμε μοναδιαίο πίνακα και οι αντίστοιχοι άξονες είναι παράλληλοι μεταξύ τους άρα εδώ έχουμε μοναδιαίο πίνακα, γιατί υπάρχει παραλληλία των αξόνων.

$$R_3^2 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc}x_3 & y_3 & z_3\end{array}\\ \begin{array}{c}x_2\\y_2\\z_2\end{array} & \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\end{array} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{4.3.1.4}$$

4.3.2 Μετατόπιση

Για τον πίνακα μετατόπισης, μεταξύ $\{0\}\&(1)$, η περιστροφή επηρεάζει την μετατόπιση που έχει το σύστημα $\{1\}$ ως προς το σύστημα $\{0\}$.

Το σύστημα $\{0\}$ είναι πάνω σε περιστροφική άρθρωση η γωνία περιστροφής είναι θ1. Παίρνουμε από τον πίνακα περιστροφής το κομμάτι που έχει να κάνει με την περιστροφή του άξονα z ($\begin{bmatrix}c\theta_1 & -s\theta_1 & 0\\s\theta_1 & c\theta_1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$). Βλέπουμε πώς έχει μετατοπισθεί η αρχή των αξόνων του συστήματος $\{1\}$ ως προς το $\{0\}$, Κατά μήκος του x παρατηρούμε πως έχει μετατοπισθεί κατά μήκος l_2, κατά μήκος του y_0 δεν υπάρχει μετατόπιση (αρά θα βάλω 0), κατά μήκος του z έχει μετατοπισθεί l_1.



Εικόνα 24: Κινηματικό διάγραμμα ρομποτικού βραχίονα Scara 3 DOF

Άρα για {0}&{1}:

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2\, c\theta_1 \\ l_2\, s\theta_1 \\ l_1 \end{bmatrix} \quad (4.3.2.1)$$

Καθώς αλλάζει η γωνία θ_1 αλλάζει αντίστοιχα η οριζόντια μετατόπιση προς τα μέσα μετατόπιση (y_0)

Για {1}&{2}:

Πάλι υπάρχει περιστροφή, άρα πάλι θα πάρουμε την μετατόπιση ως προς άξονα z. Έχω μετατόπιση l_3 κατά z_1 και μετατόπιση l_4 κατά μήκος x_1.

$$d_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_4 \\ 0 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4 c\theta_2 \\ L_4 s\theta_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (4.3.2.2)$$

Για {2}&{3}

Εδώ θα παρατηρήσουμε ότι υπάρχει πρισματική άρθρωση, άρα, όσων αφορά το κομμάτι της περιστροφής θα πάρουμε τον μοναδιαίο πίνακα ($\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$). Υπάρχει μια μετατόπιση L_5 κατά άξονα z_2 συν το d_3 που είναι η πρισματική άρθρωση που εισάγει μια μετατόπιση (μεταβλητή μετατόπιση).

Άρα:

$$d_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_5 + d_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_5 + d_3) \end{bmatrix} \quad (4.3.2.3)$$

4.3.3 Επιμέρους πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού

Από την σχέση 4.3.1 προκύπτει ότι οι επιμέρους πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού θα είναι:

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & L_2 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & L_2 s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3.3.1}$$

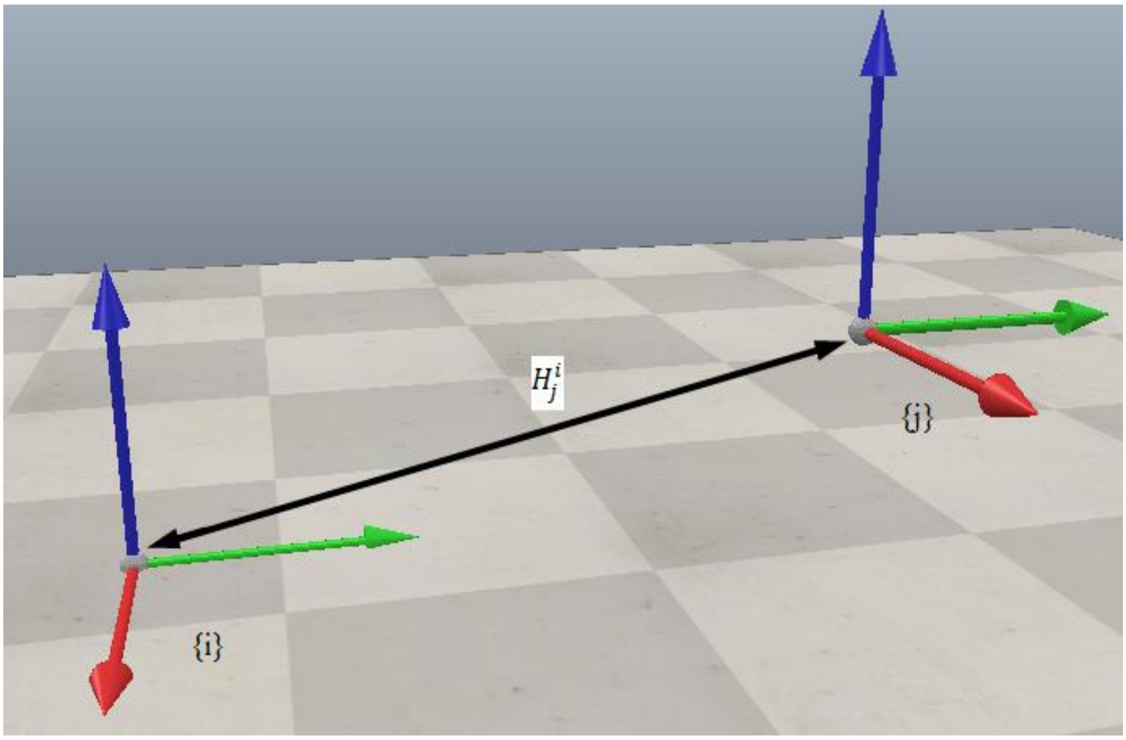
$$H_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & L_4 c\theta_2 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & L_4 s\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3.3.2}$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_5 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3.3.3}$$

4.4 Πρόσθια και ανάστροφη κινηματική

Σε δύο συστήματα συντεταγμένων { i } & { j }, έχουμε βρει τον πίνακα μετασχηματισμού H_j^i ο οποίος μας λέει τι έχει κάνει το σύστημα { j } σε σχέση με το σύστημα { i }, δηλαδή πως έχει περιστραφεί και πώς έχει μετατοπισθεί. Αν έχουμε ένα οποιοδήποτε σημείο για το οποίο γνωρίζουμε τις συντεταγμένες ως προς το σύστημα { j } ($\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{j\}}$), τότε για να βρούμε το τις συντεταγμένες ως προς το σύστημα { i }($\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{i\}}$), πολλαπλασιάζοντας τις γνωστές συντεταγμένες ($\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{j\}}$) με τον πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{i\}} = H_j^i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{j\}} \tag{4.4.1}$$



Εικόνα 25: Σύστημα συντεταγμένων αναφοράς{i} και τελικού επενεργητή {j}

Ο τελικός επενεργητής, βρίσκεται στην αρχή των αξόνων του συστήματος { j } , αυτό σημαίνει ότι θα έχει συντεταγμένες $\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}_{\{j\}}$ για να βρούμε ποιες θα είναι οι συντεταγμένες του συστήματος { j } ως προς το { i } θα κάνουμε τον πολλαπλασιασμό με τον πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού:

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\\1\end{bmatrix}_{\{i\}} = H_j^i \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}_{\{j\}} \tag{4.4.2}$$

Όταν έχουμε έναν βραχίονα όπου έχει Ν αρθρώσεις και Ν+1 συστήματα συντεταγμένων ({0}{1}{2}{,…,{ N-1}{N}) και έχουμε υπολογίσει τους πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού $H_1^0 * H_2^1 * \dots * H_N^{N-1}$, τότε για να υπολογίσουμε τον συνολικό πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού H_N^0, (ο οποίος αυτός πίνακας μας δείχνει το τί κάνει ο τελικός επενεργητής ως προς το σύστημα αναφοράς {0}) πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τους επιμέρους πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού.

$$H_N^0 = H_1^0 * H_2^1 * \dots * H_N^{N-1} \tag{4.4.3}$$

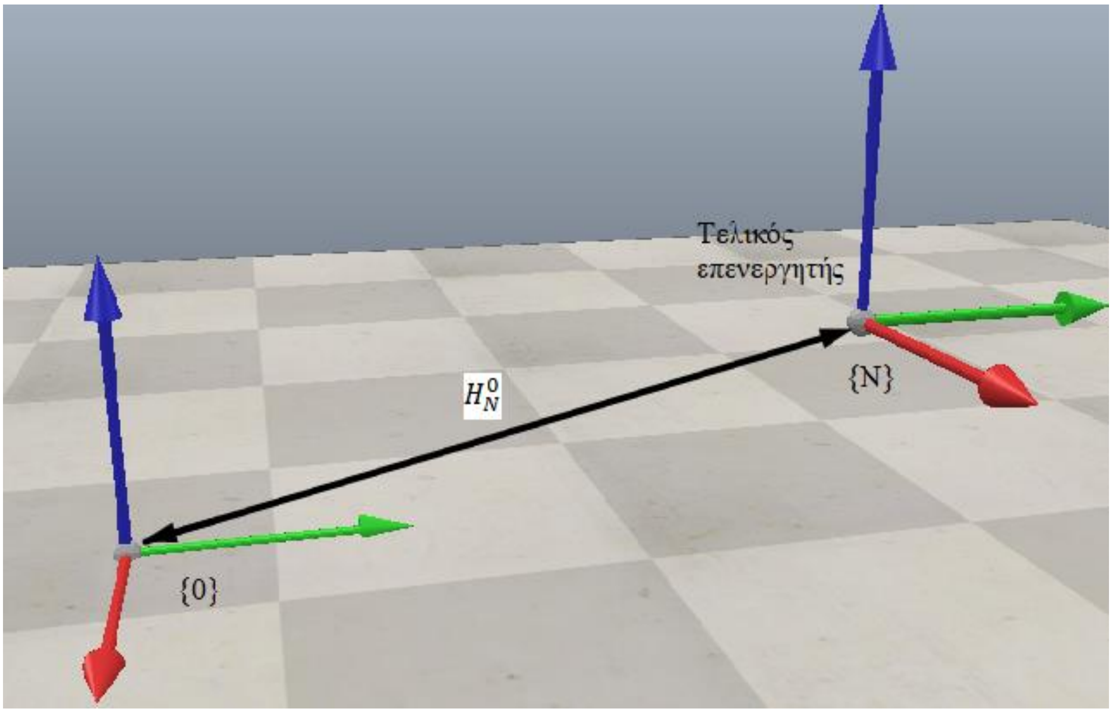
Γνωρίζοντας τις επιθυμητές συντεταγμένες για τον τελικό επενεργητή οι οποίες είναι εκφρασμένες στο σύστημα αναφοράς {0} και κατόπιν τις συσχετίζουμε με τις μεταβλητές των αρθρώσεων (q), και ξέροντας τα q, μπορούμε να υπολογίσουμε ποια θα είναι η θέση που θα πάρει ο τελικός επενργητής (το q μπορεί να είναι είτε γωνία περιστροφής είτε κάποια μετατόπιση αν έχουμε κάποια πρισματική άρθρωση).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{0\}} \sim q_1, q_2, \dots, q_N \qquad (4.4.4)$$

Αυτό όμως που μας απασχολεί πραγματικά είναι το αντίστροφο, δηλαδή ξέρουμε που θέλει να πάει ο τελικός επενεργητής και ψάχνουμε τα q (πόσο θα είναι το θ1, το d3 … ώστε ο τελικός επεργητής να πάει στην τελική θέση). Δηλαδή πρέπει να βρω της αντίστροφες σχέσεις.[1]

Ο πίνακας H_N^0 έχει τις μεταβλητές των αρθρώσεων (θ1, θ2 d3…)(H_N^0 $(q_1, q_2, \dots, q_N)$).

Πρώτα θα βρούμε τις πρόσθιες σχέσεις και ύστερα θα τις επιλύσουμε για να βρούμε τις αντίστροφες σχέσεις.



Εικόνα 26: Σύστημα συντεταγμένων αναφοράς{0} και τελικού επενεργητή {N}

Ο τελικός επενεργητής, εφόσον βρίσκεται πάνω στη αρχή του N έχει συντεταγμένες $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{N\}}$,οι συντεταγμένες ως προς το σύστημα αναφοράς $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{0\}}$ θα είναι:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{\{0\}} = H_N^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{N\}} \tag{4.4.5}$$

Στην μία άκρη αριστερά έχουμε $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$ και δεξιά έχουμε τις μεταβλητές των αρθρώσεων H_N^0, οπότε θα βάλουμε τις σχέσεις τις οποίες μας δείχνουν ότι το x έχει σχέσεις με τα $(q_1, q_2, \dots, q_N)$, ότι το y έχει σχέση με τα $(q_1, q_2, \dots, q_N)$ και ότι το z έχει σχέση με τα $(q_1, q_2, \dots, q_N)$. Αυτές είναι οι πρόσθιες σχέσεις και με βάση αυτές θα πρέπει να υπολογίσουμε τα $q_1, q_2, \dots, q_N$, δηλαδή ότι το q_1 είναι κάποια συνάρτηση του x,y,z κ.ο.κ .[1]

$$x = f_1\,(q_1, q_2, \dots, q_N)$$
$$y = f_2\,(q_1, q_2, \dots, q_N)$$
$$z = f_3\,(q_1, q_2, \dots, q_N)$$

Οι παρακάτω σχέσεις είναι οι ανάστροφες σχέσεις, δηλαδή αν ξέρω τα (xy) μπορώ να βρω ποιες θα είναι οι γωνίες περιστροφής ή οι μετατοπίσεις, στον μίκροελεγκτή θα πρέπει να περάσουμε αυτές τις σχέσεις. [1]

$$q_1 = g_1(xyz)$$
$$q_2 = g_2(xyz)$$
$$.$$
$$.$$
$$.$$
$$q_N = g_N(xyz)$$

Έχοντας βρει τους επιμέρους πίνακες, μπορούμε πολύ εύκολα να υπολογίσουμε τον ολικό πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού.

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & L_2 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & L_2 s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & L_4 c\theta_2 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & L_4 s\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_5 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 \tag{4.4.6}$$

Πρώτα βρίσκουμε τον πίνακα H_3^1 για ευκολία δική μας και έπειτα τον πίνακα H_3^0.

$$H_3^1 = H_2^1 H_3^2 \tag{4.4.7}$$

$$H_3^1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & L_4 c\theta_1 \\ s\theta_1 & -c\theta_1 & 0 & L_4 s\theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_5 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & L_4 c\theta_2 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & L_4 s\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & L_3 - L_5 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^0 = H_1^0 H_3^1 \tag{4.4.8}$$

$$H_3^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & L_2 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & L_2 s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & L_4 c\theta_2 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & L_4 s\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & L_3 - L_5 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =>$$

$$H_3^0 = \begin{bmatrix} c(\theta_1 + \theta_2) & s(\theta_1 + \theta_2) & 0 & L_4\, c(\theta_1 + \theta_2) + L_2 c\theta_1 \\ s(\theta_1 + \theta_2) & -c(\theta_1 + \theta_2) & 0 & L_4\, s(\theta_1 + \theta_2) + L_2 s\theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 + L_3 - L_5 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Άρα

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = H_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\theta_1 + \theta_2) & s(\theta_1 + \theta_2) & 0 & L_4\, c(\theta_1 + \theta_2) + L_2 c\theta_1 \\ s(\theta_1 + \theta_2) & -c(\theta_1 + \theta_2) & 0 & L_4\, s(\theta_1 + \theta_2) + L_2 s\theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 + L_3 - L_5 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} =>$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4\, c(\theta_1 + \theta_2) + L_2 c\theta_1 \\ L_4\, s(\theta_1 + \theta_2) + L_2 s\theta_1 \\ L_1 + L_3 - L_5 - d_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = L_4\, c(\theta_1 + \theta_2) + L_2 c\theta_1 \tag{4.4.9}$$

$$y = L_4\, s(\theta_1 + \theta_2) + L_2 s\theta_1 \tag{4.4.10}$$

$$z = L_1 + L_3 - L_5 - d_3 \tag{4.4.11}$$

**** $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha * \cos\beta - \sin\alpha * \sin\beta$

**** $sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha * \cos\beta + \cos\alpha * \sin\beta$

**** $(a + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$

**** $cos^2 a + sin^2 a = 1$

**** $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha * \cos\beta + \sin\alpha * \sin\beta$

4.5 Εξαγωγή σχέσεων

Βλέπω ότι το d3 ισούται με :

$$d_3 = L_1 + L_3 - L_5 - z \quad (4.5.1)$$

Για το θ2

$$x^2 + y^2 = [L_4^2 cos(\theta_1 + \ \theta_2) + L_2 cos\theta_1]^{\ 2} + [L_4 \ sin(\theta_1 + \ \theta_2) + L_2 sin\theta_1]^{\ 2}$$

$$= L_4^2 \ cos^2(\theta_1 + \theta_2) + L_2^2 \ \ cos^2\theta_1 + 2 * L_2 L_4 \cos\theta_1 * \cos(\theta_1 + \ \theta_2) +$$

$$L_4^2 \ sin^2(\theta_1 + \theta_2) + L_2^2 \ \ sin^2\theta_1 + 2 * L_2 L_4 \sin\theta_1 * \sin(\theta_1 + \ \theta_2)$$

$$= L_4^2 + L_2^2 + 2 * L_2 L_4 [\cos\theta_1 * \cos(\theta_1 + \ \theta_2) + \sin\theta_1 * \sin(\theta_1 + \ \theta_2)]$$

$$= L_4^2 + L_2^2 + 2 * L_2 L_4 \cos(\theta_1 - (\ \theta_1 + \ \theta_2)$$

$$= L_4^2 + L_2^2 + 2 * L_2 L_4 \cos(-\ \theta_2)$$

$$= L_4^2 + L_2^2 + 2 * L_2 L_4 \cos(\theta_2) =>$$

$$x^2 + y^2 = L_4^2 + L_2^2 + 2 * L_2 L_4 \cos(\theta_2) =>$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{x^2+y^2-L_4^2-L_2^2}{2*L_2 L_4} \quad (4.5.2)$$

Για θ1

$$x \cos\theta_1 = L_4 \ cos(\theta_1 + \theta_2) \cos\theta_1 + L_2 \ cos^2\theta_1$$

$$y \sin\theta_1 = L_4 \ sin(\theta_1 + \theta_2) \ \sin\theta_1 + L_2 \ sin^2\theta_1$$

Προσθέτω κατά μέλη:

$$x \cos\theta_1 + y \sin\theta_1 = L_2 + L_4 [\cos\theta_1 \ \ cos(\theta_1 + \theta_2) + \sin\theta_1 \ \ \ sin(\theta_1 + \theta_2)\ ] =>$$

$$x \cos\theta_1 + y \sin\theta_1 = L_2 + L_4 \ cos\theta_2$$

Ορίζω από τις πολικές συντεταγμένες ότι :

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.5.3)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{y}{x}\right] \quad (4.5.4)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει :

$$x = \rho \cos\ \varphi \quad (4.5.5)$$

$$y = \ \rho \sin\ \varphi \quad (4.5.6)$$

Βάζω όπου χ το $\rho \cos\ \varphi$ & όπου $y\ \tau o\ \rho \sin\ \varphi$. Προσθέτω κατά μέλη:

$$\rho \cos\ \varphi * \cos\theta_1 + \rho \sin\ \varphi \ \sin\theta_1 = L_2 + L_4 \ cos\theta_2$$

$$\rho[\cos\ \varphi * \cos\theta_1 + \sin\ \varphi \ \sin\theta_1] = L_2 + L_4 \ cos\theta_2$$

$$\rho \cos\ (\varphi - \ \theta_1) = L_2 + L_4 \ cos\theta_2 =>$$

Μπορώ να αλλάξω τις θέσεις μεταξύ του $\varphi - \ \theta_1$

$$cos\ (\theta_1 - \varphi\ ) = \frac{L_2 + L_4 \ cos\theta_2}{\rho}$$

$$(\theta_1 - \varphi\ ) = \cos^{-1} \left(\frac{L_2 + L_4 \ cos\theta_2}{\rho}\right)$$

$$\theta_1 = \varphi + \cos^{-1}\left(\frac{L_2+L_4\ cos\theta_2}{\rho}\right) \tag{4.5.7}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ARDUINO & COPPELIA SIM

5.1 Arduino

Το Arduino είναι μια πλατφόρμα ανοιχτού κώδικα που έχει ενσωματωμένο μικλροελεκτή, με γλώσσα προγραμματισμού το Arduino Progrmamming Language.Εικόνα 27

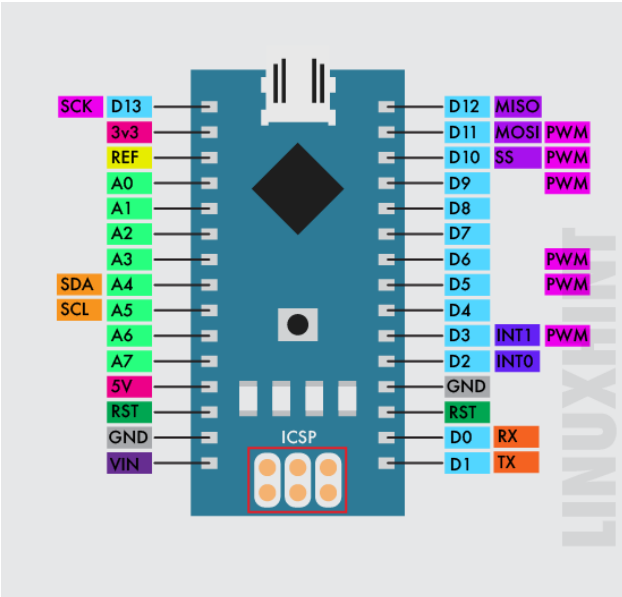
Εικόνα 27: Περιβάλλον Arduino

Το Arduino είναι σαν ένα κέντρο εντολών που περιμένει του περιγράψετε το τι θα κάνει. Λόγω της ευελιξίας του Arduino και της τεράστιας υποστήριξης που διατίθεται από το διαδίκτυο έχει προσελκύσει πολύ κόσμο. Το μόνο που χρειαζόμαστε πέρα από την πλακέτα είναι ένας υπολογιστής και ένα καλώδιο USB. [15]

Εικόνα 28: Καλώδιο σύνδεσης του Arduino με τον υπολογιστή

https://www.gmelectronic.com/connecting-cable-usb-2-0-a-m-usb-2-0-mini-b-m-arduino

Για τις ανάγκες της πτυχιακής χρησιμοποιήθηκε το Arduino Nano (Εικόνα 1.7). Το Arduino Nano έχει 8 αναλογικές εισόδους (A0 έως A7), 14 ψηφιακές εισόδους- εξόδους (D0 έως D13), τρείς επιλογές για την παροχή, συγκεκριμένα έχει 5V σταθερή παροχή, το Vin που σημαίνει παροχή ακανόνιστης τάσης και το 3v3 που σημαίνει ότι έχει 3,3 V σταθερής τάσης, δύο pin γείωσης (GRD) , δύο pin με το όνομα reset που χρησιμοποιούνται για την επαναφορά της πλακέτας, ένα pin που λέγεται REF, χρησιμοποιείτε για την σύνδεση εξωτερικού τροφοδοτικού ως τάση αναφοράς.

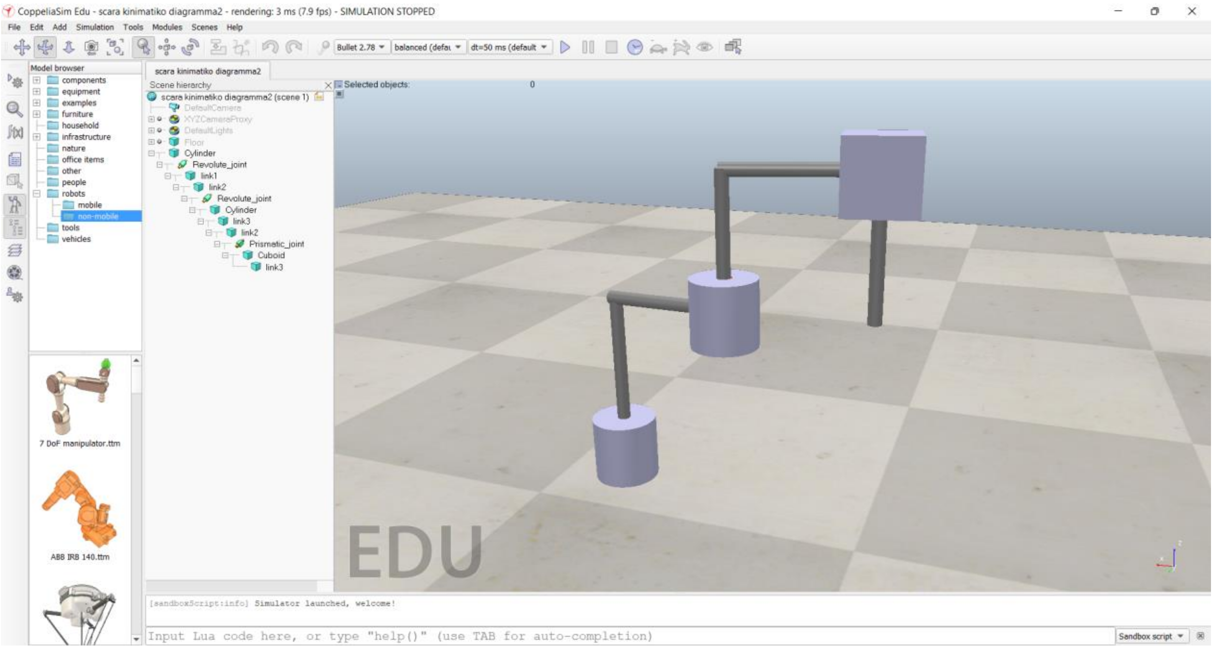


Εικόνα 29: Arduino Nano[17]

[17] Βλ. [17]

5.2 Coppelia Sim

Η εφαρμογή Coppelia Simulator είναι ένα πρόγραμμα προσομοίωσης που κατασκευάστηκε στην Ελβετία. Το Coppelia Simulator είναι μια ευέλικτη εφαρμογή μιας και μπορούμε να κινήσουμε κάθε άρθρωση ξεχωριστά, επίσης διαθέτη μια μεγάλη βιβλιοθήκη με ρομπότ. [4][18]



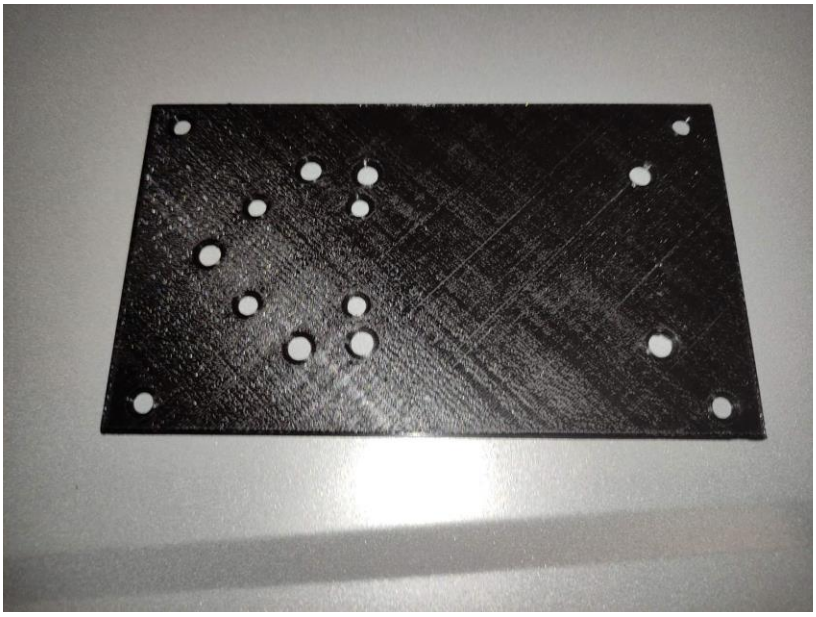
Εικόνα 30: Περιβάλλον Coppelia Sim

Κεφαλαιο 6: Κατασκευη

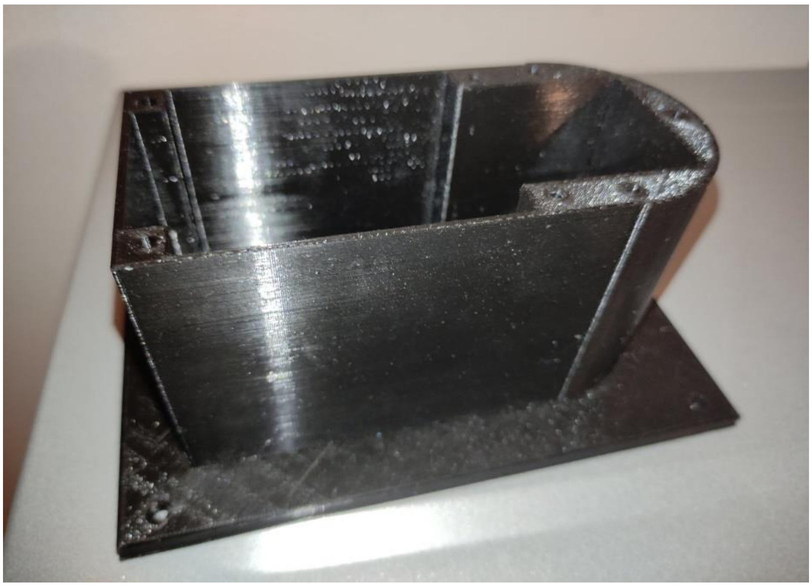
Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με την κατασκευή-συναρμολόγηση του ρομποτικού βραχίονα Scara, συγκεκριμένα θα αναφέρουμε τα κομμάτια από τα οποία αποτελείτε, τους κινητήρες που χρησιμοποιήθηκαν, το κόστος των υλικών και το τελικό αποτέλεσμα.

6.1 Υλικά

1. Βάση του βραχίονα

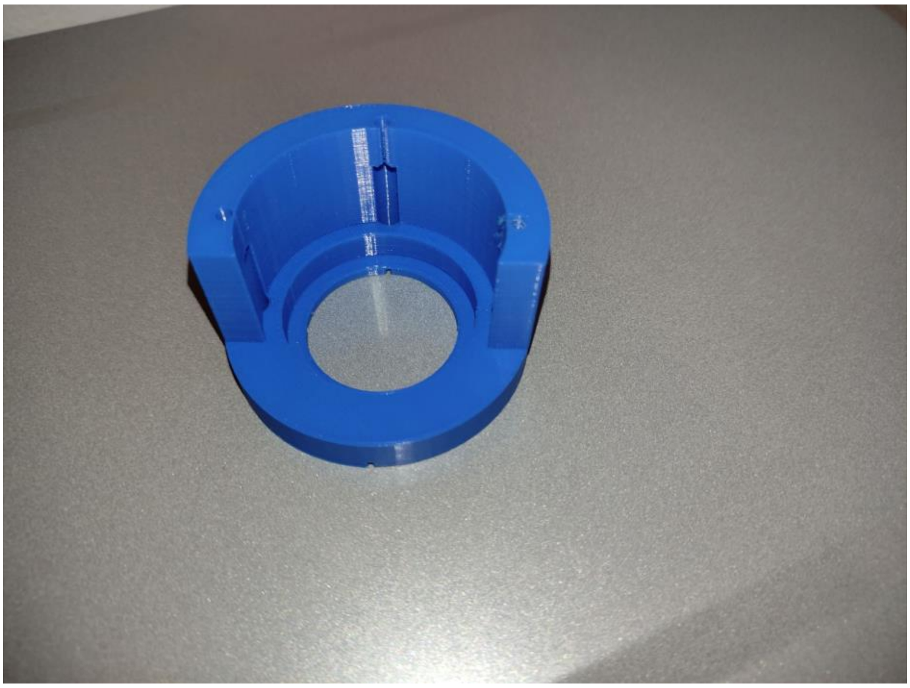


2. Πρώτος σύνδεσμος (l1)

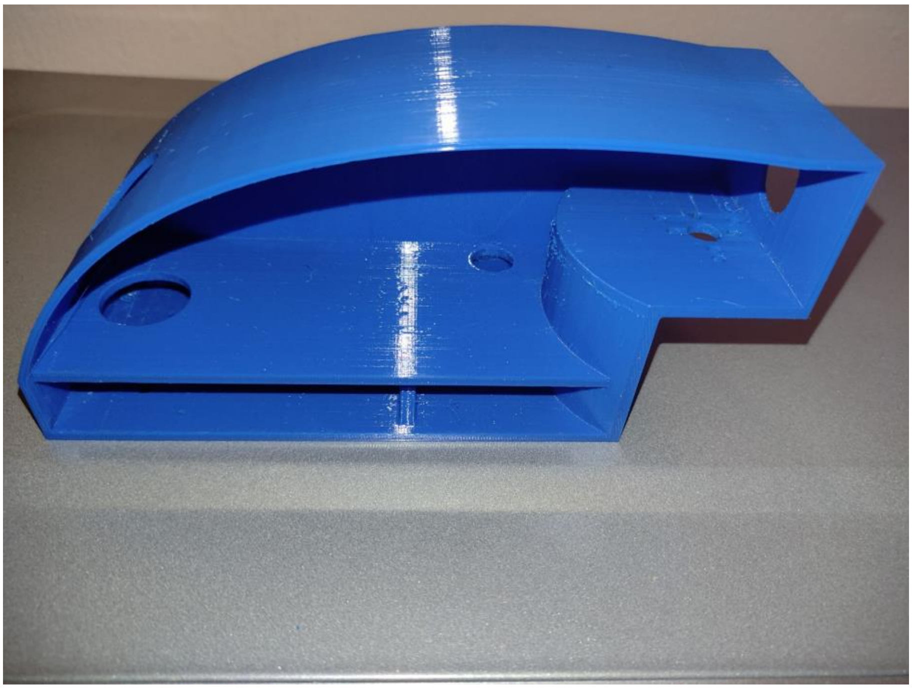


3. Δεύτερος σύνδεσμος (l2)

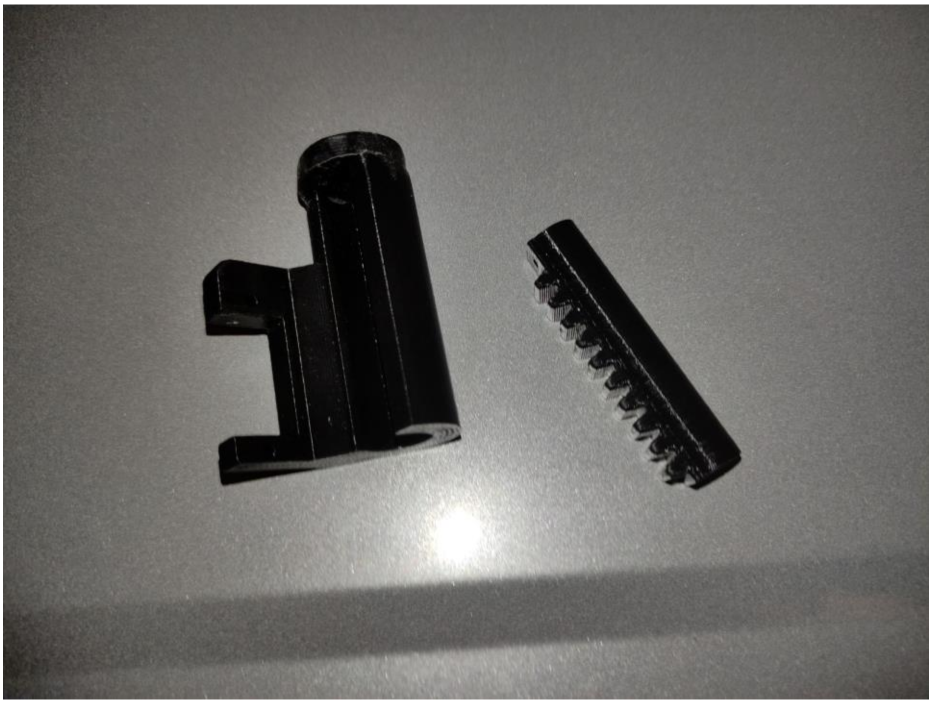
4. Τρίτος σύνδεσμος (l3)



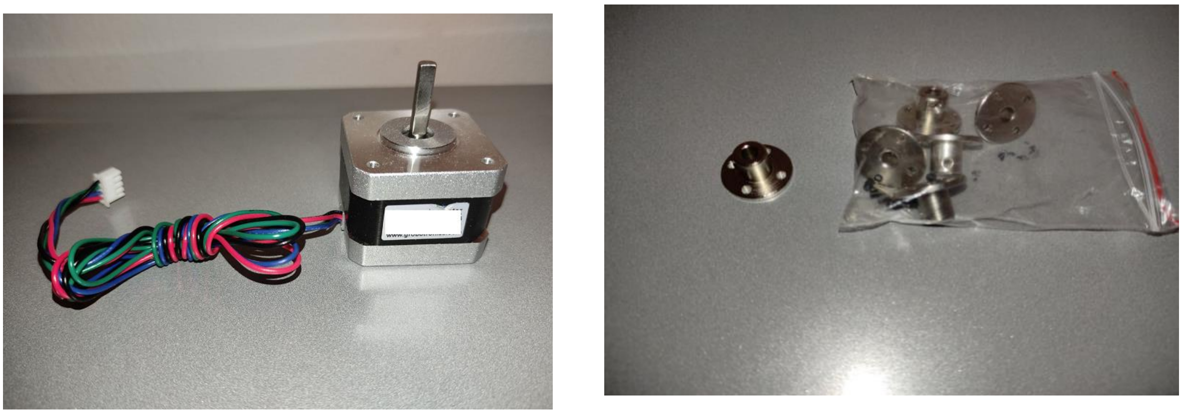
5. Τέταρτος σύνδεσμος (l4)



6. Πέμπτος σύνδεσμος (l5) και τελικός επενεργητής

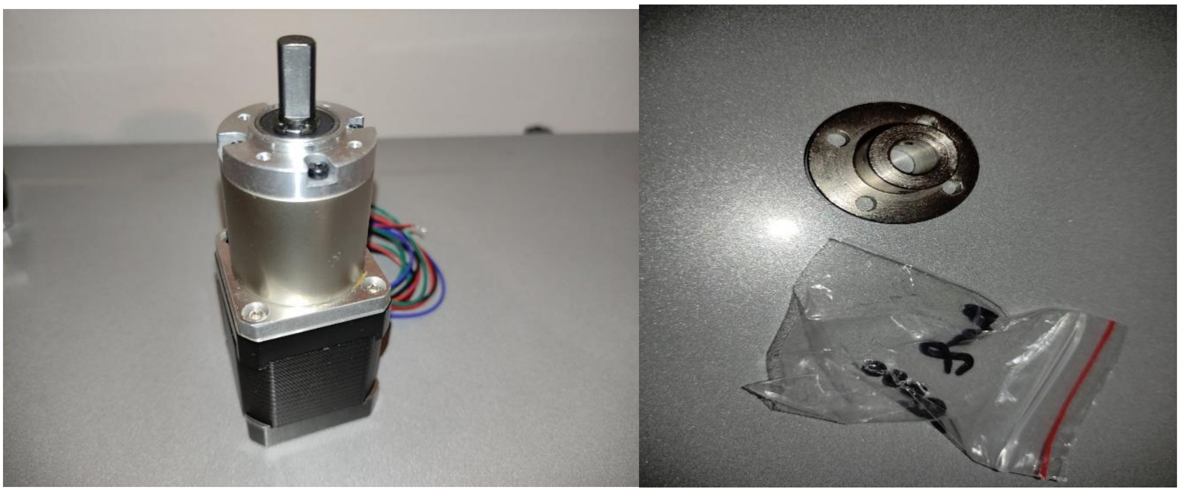


7. Η πρώτη άρθρωση (θ2) αποτελείτε από έναν stepper motor και το κόμπλερ .



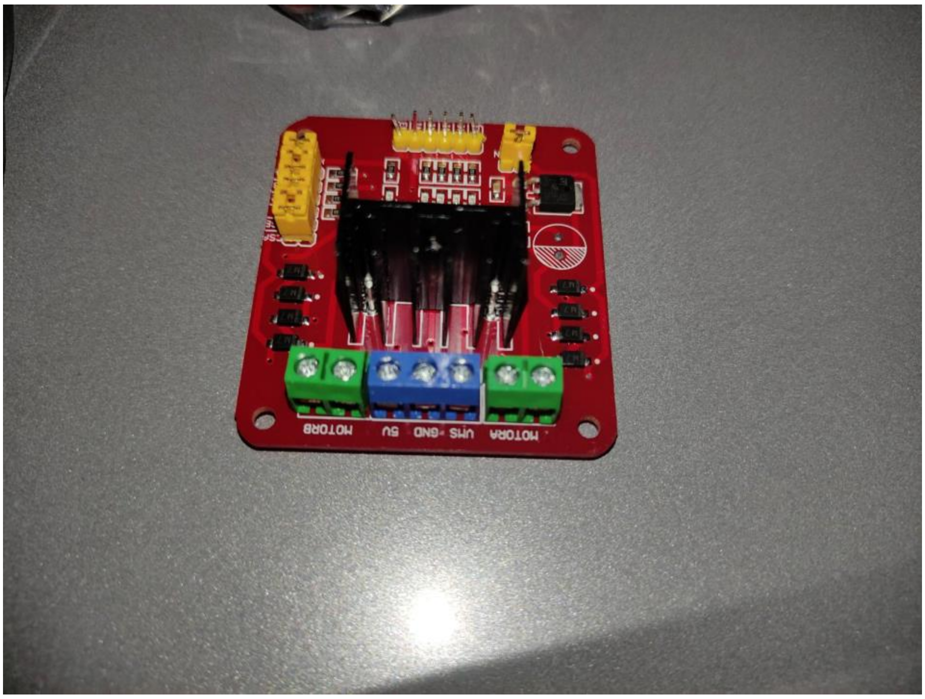
Stepper motor και Κόμπλερ

8. Η δεύτερη άρθρωση (θ1) αποτελείτε και αυτή από stepper motor και το κόμπλερ .

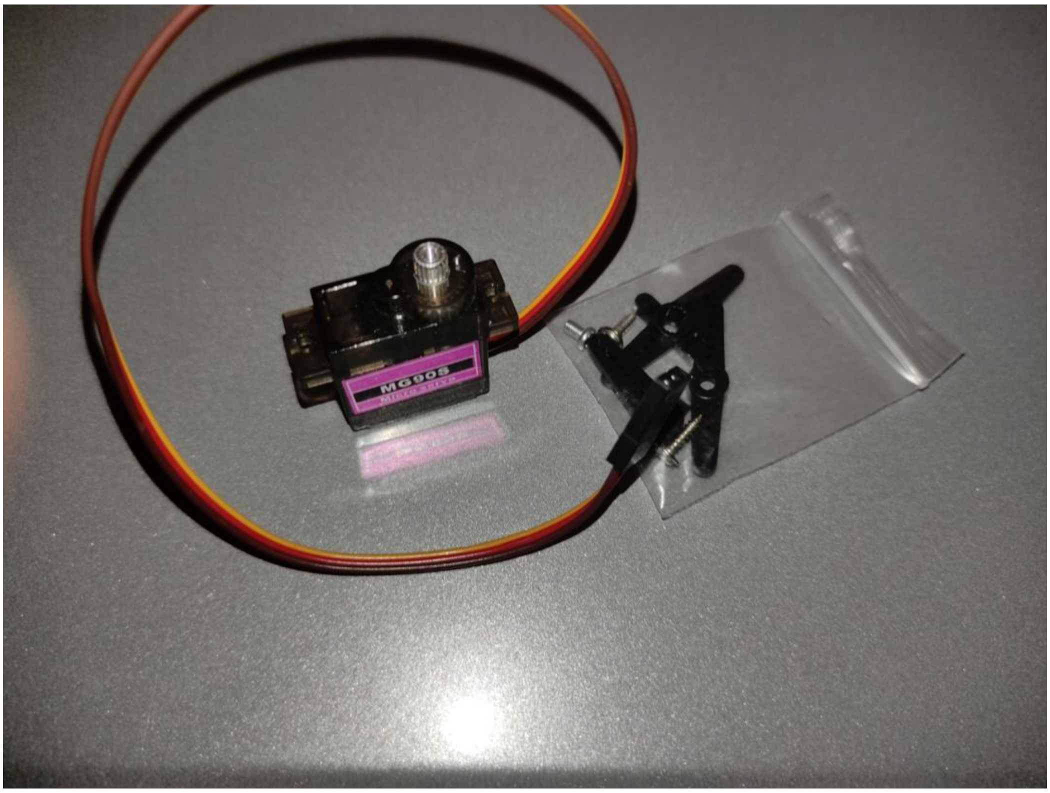


Stepper motor και το κόμπλερ.

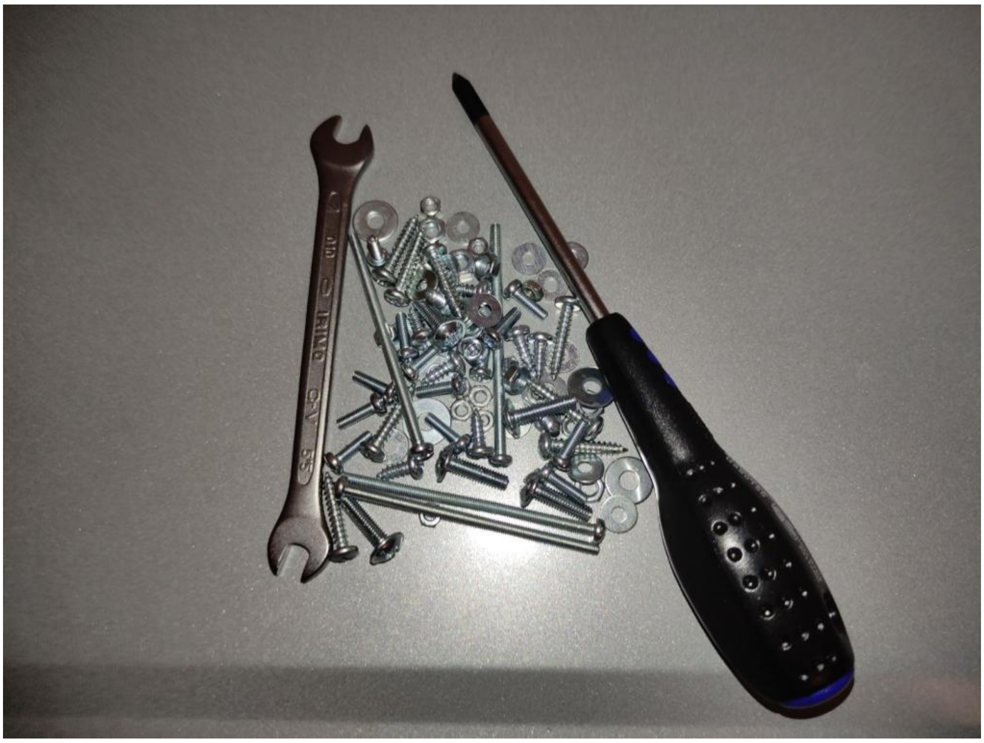
9. Πλακέτα l298n.



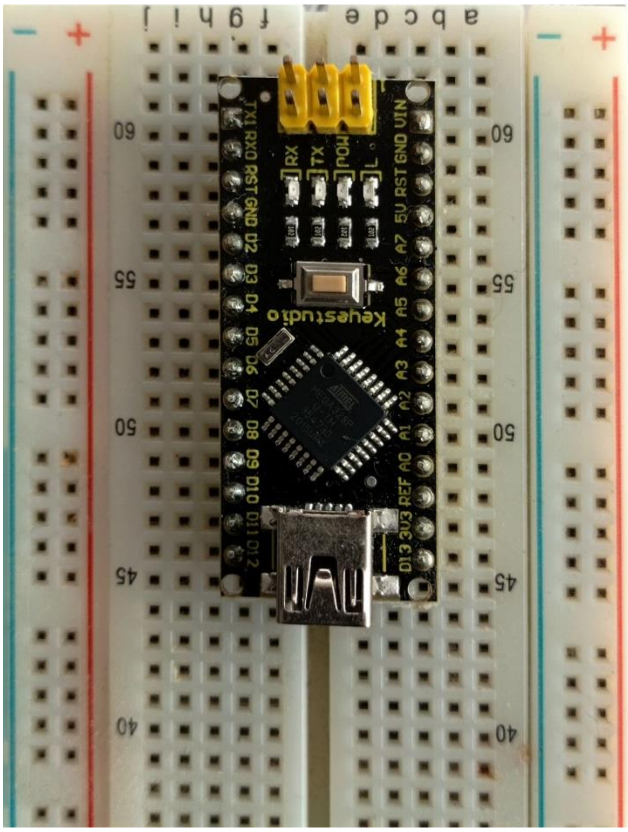
10. Servo motor για την μετατόπιση (d3)



11. Βίδες



12. Arduino Nano

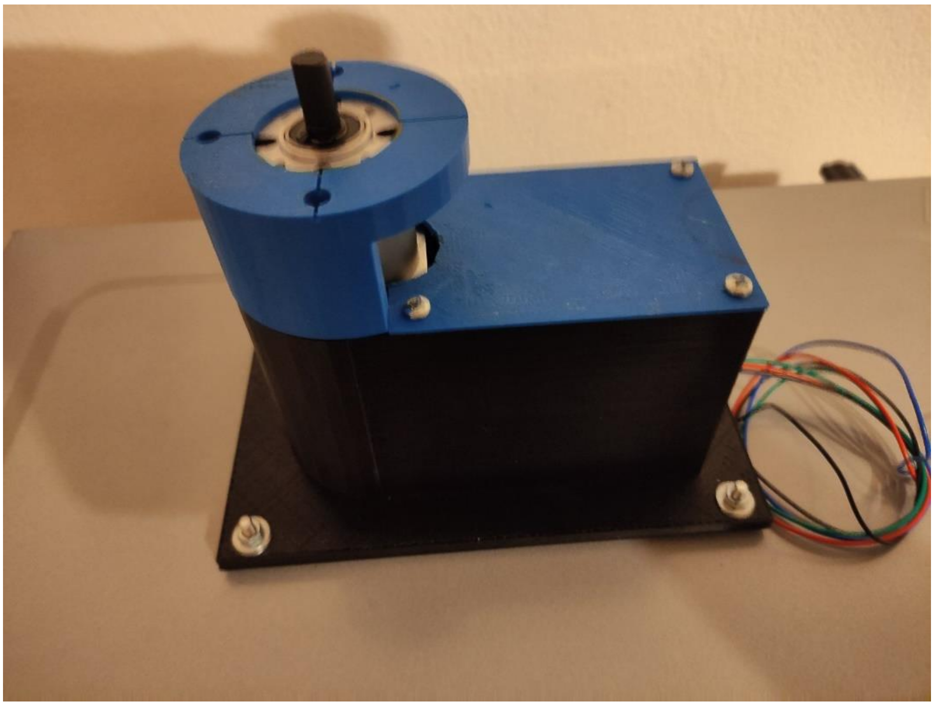


13. Τροφοδοτικό

Οι αρθρώσεις l1,l2,l3,l4 μαζί με την βάση είχαν συνολικό κόστος 30€, η άρθρωση l5 μαζί με τον τελικό επενεργητή κόστισαν συνολικά 15€. Ο κινητήρας για την άρθρωση θ2μαζί με τον κόμπλερ κόστισαν 24€, ο κινητήρας για την άρθρωση θ1 μαζί με τον κόμπλερ κόστισαν 50€, από 8€ κόστισαν τα ολοκληρωμένα, ο servo κόστισε 5€ και 10€ οι βίδες. Το άθροισμα τους είναι 142€

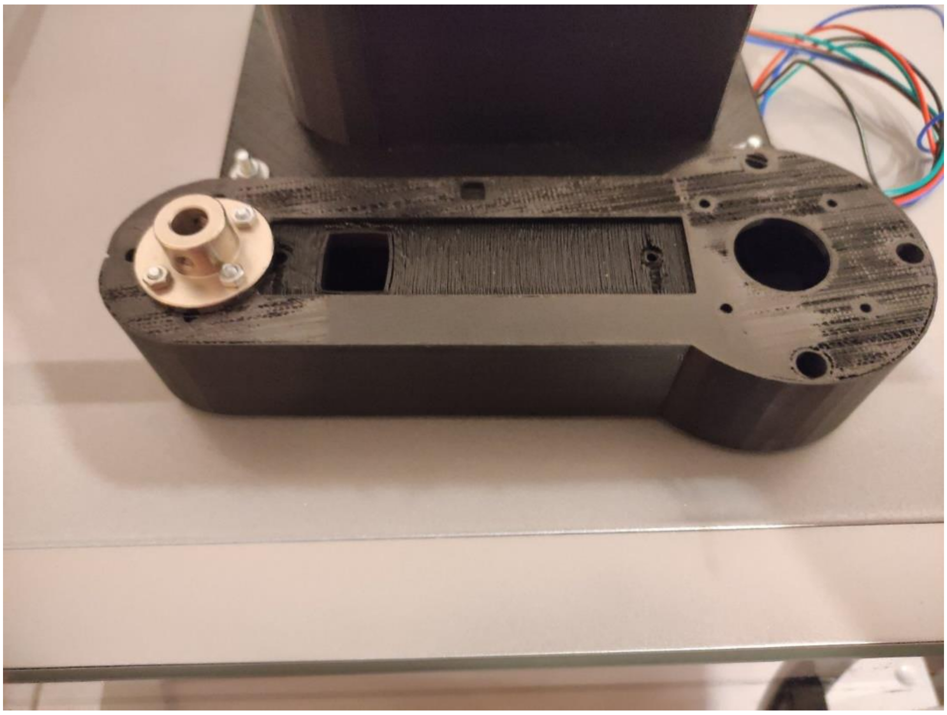
6.2 Συναρμολόγηση

Τα κομμάτια του ρομποτικού βραχίονα δημιουργήθηκαν από 3d printer, το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είναι το PLA (Polylactic Acid) . Αρχικά τοποθετούμε τον stepper με τον μειωτήρα στη βάση του βραχίονα.



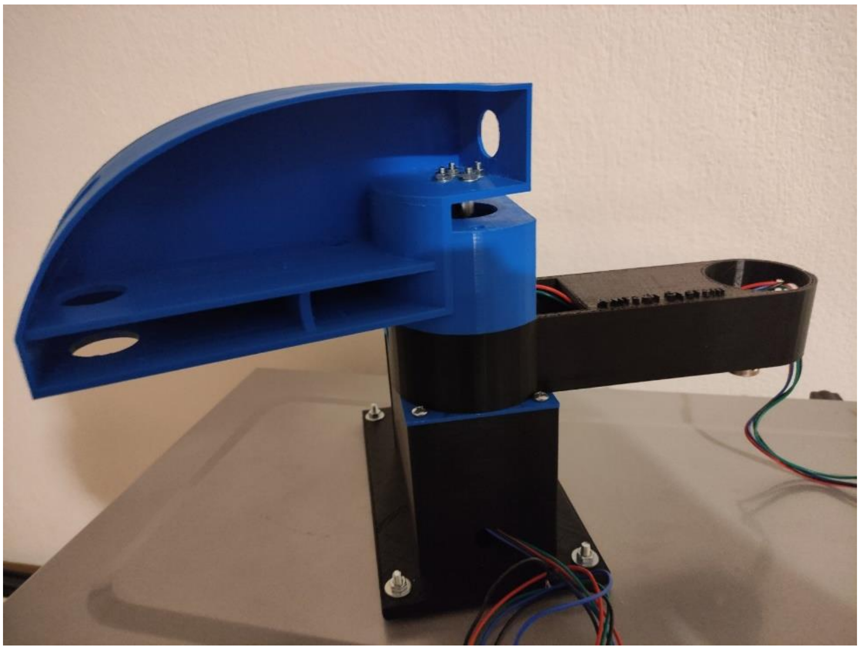
Εικόνα 31 Βάση Βραχίονα

Στη συνέχεια τοποθετήθηκε το κόμπλερ που θα ενώσει τον σύνδεσμο l1 με τον σύνδεσμο l2.



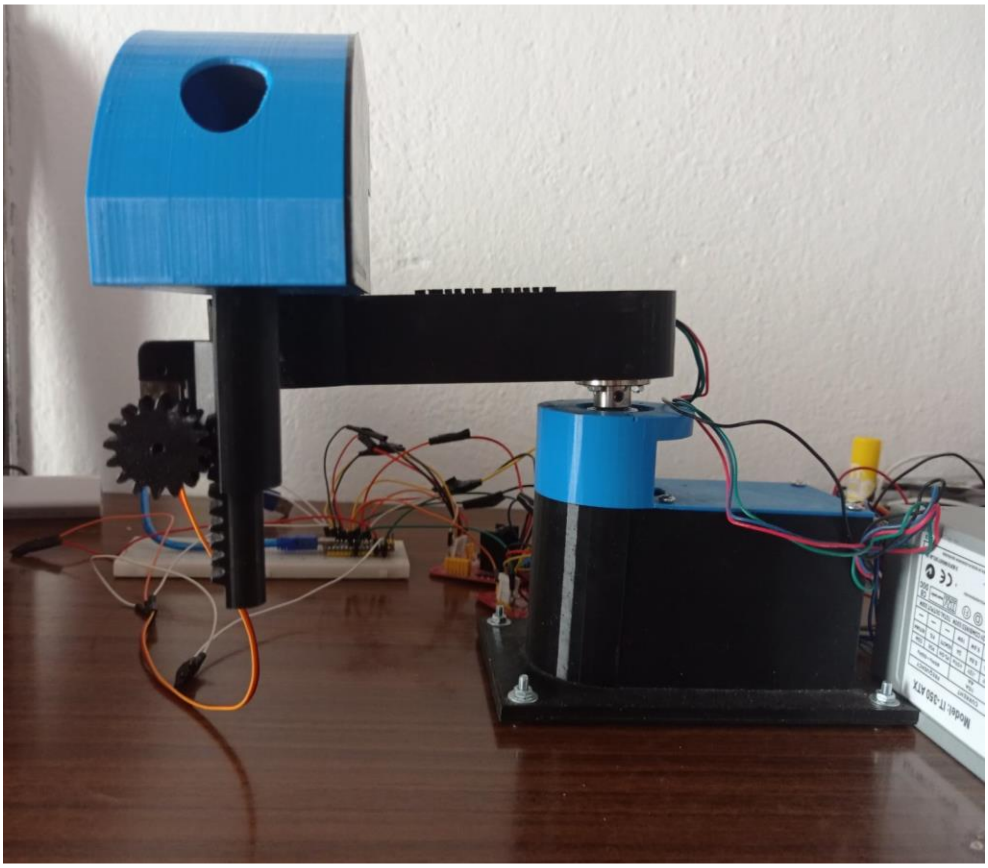
Εικόνα 32 Σύνδεσμος l2 με το κόμπλερ που συνδέεται στο θ1

Έπειτα θα τοποθετηθεί ο δεύτερος stepper (άρθρωση θ2) και το κόμπλερ που θα ενώσει τον σύνδεσμο l4 και με τον σύνδεσμο l2, ο σύνδεσμος l3 βρίσκετε κατά μήκος της άρθρωσης θ2.



Εικόνα 33 Σύνδεσμοι l2,l3,l4 και άρθρωση θ2

Μετά θα συνδεθεί ο σύνδεσμος l5 με την άρθρωση d3 αυτά τα δύο μαζί δημιουργούν τον τελικό επενεργητή , στον τελικό επενεργητή θα τοποθετηθεί ο σερβοκινητήρας και τέλος θα γίνει ένωση όλων των κομματιών.



Εικόνα 34 Scara 3 DOF

6.3 Προγραμματισμός

Τα μήκη των συνδέσμων αναφέρονται παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2 Σύνδεσμοι

Σύνδεσμοι	Μήκος Συνδέσμων
l1	16 cm
l2	16 cm
l3	12 cm
l4	18 cm
l5	6 cm

Το Arduino IDE περιέχει βιβλιοθήκες, οι οποίες βελτιώνουν τον τρόπο που γράφουμε και διαβάζουμε έναν κώδικα. Οι βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν στην πτυχιακή είναι οι παρακάτω:

```
#include "Keyboard.h"
#include <Stepper.h>
#include <Servo.h>
```

Η βιβλιοθήκη ¨keyboard.h¨ μας δίνει την δυνατότητα να δώσουμε τιμές από το πληκτρολόγιο, οι βιβλιοθήκες ¨stepper.h¨ και ¨servo.h¨ είναι για την λειτουργία των κινητήρων. Οι σταθερές του κώδικα είναι προκαθορισμένες τιμές που δεν μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης ενός προγράμματος. Η μεταβλητή ενός προγράμματος καλείται η θέση μνήμης που παίρνει ο υπολογιστής από τον μεταγλωττιστή.

```
const double l1=16.0;
const double l2=16.0;
const double l3=12.0; // Καταχώρηση μεταβλητής κινητής υποδιαστολής με διπλή ακρίβια
const double l4=18.0;
const double l5=6.0;

double th2,th1,th12,f,fdg,r,stepperMoiresth2,stepperMoiresth1,d3;
```

Οι stepper στο Arduino κινούνται με βήματα, συγκεκριμένα έχουν 200 βήματα (1.8 ειναι το κάθε βήμα για τους stepper που επιλέχθηκαν) οπού το γινόμενο 1.8 επί 200 το σύνολο τον βημάτων μας βγάζει 360^o .

```
const int stepsPerRevolution = 200;
```

Οι drivers l298n χρησιμοποιούνται για να την τροφοδοσία των steppers καθώς και την αλλαγή φορά περιστροφής. Οι συγκεκριμένοι drivers οδηγούν μοτέρ έως 2 A. Οι steppers που χρησιμοποιήθηκαν είναι διπολικοί και αποτελούνται από δύο τυλίγματα. Το τύλιγμα Α όπου συνδέεται στο MOTOR A και το τύλιγμα B αντίστοιχα στο MOTOR B. Τα pin του l298n αναφέρονται στον πινάκων παρακάτω:

Πίνακας 3 Ακροδέκτες

Pin	Χρώμα	Όνομα	Περιγραφή
1	Πράσινο	Κινητήρας Α -	Έξοδος Κινητήρα Α-
2	Πράσινο	Κινητήρας Α+	Έξοδος Κινητήρα Α+
3	Μπλέ	VMS	Τροφοδοσία Κιν. (4-35V)
4	Μπλέ	GND	Γείωση
5	Μπλέ	5V	5V
6	Πράσινο	Κινητήρας Β -	Έξοδος Κινητήρα Β-
7	Πράσινο	Κινητήρας Β+	Έξοδος Κινητήρα Β+

Πίνακας 4 Έλεγχος Κινητήρα

Pin	Όνομα	Περιγραφή
1	ENA	Είσοδος για Ενεργοποίηση Κινητήρα Α

2	IN1	Είσοδος για Έλεγχο Κινητήρα Α
3	IN2	Είσοδος για Έλεγχο Κινητήρα Α
4	ENB	Είσοδος για Ενεργοποίηση Κινητήρα Β
5	IN3	Είσοδος για Έλεγχο Κινητήρα Β
6	IN4	Είσοδος για Έλεγχο Κινητήρα Β

Πίνακας 5 Jumpers

Όνομα	Περιγραφή
5V_EN	Ενεργοποίηση ενσωματωμένου Ρυθμιστή 5V
U1	Ενεργοποίηση Κινητήρα Α με Pin εισόδου IN1 και αντίσταση 10ΚΩ
U2	Ενεργοποίηση Κινητήρα Α με Pin εισόδου IN2 και αντίσταση 10ΚΩ
U3	Ενεργοποίηση Κινητήρα Β με Pin εισόδου IN3 και αντίσταση 10ΚΩ
U4	Ενεργοποίηση Κινητήρα Β με Pin εισόδου IN4 και αντίσταση 10ΚΩ
CSA	Γείωση Κινητήρα Α
CSB	Γείωση Κινητήρα Β

Τα IN1,IN2,IN3 και IN4 του ενός driver συνδέονται στις ψηφιακές εισόδους 8,9,10,11 του Arduino και διαχειρίζονται την κίνηση της άρθρωσης θ2, αντίστοιχα τα IN1,IN2,IN3 και IN4 από τον δεύτερο driver συνδέονται στις ψηφιακές εισόδους 4,5,6,7 του Arduino για διαχειρίζονται την κίνηση της άρθρωσης θ1. Τα ENA και ENB του driver 1 συνδέονται στις ψηφιακές εισόδους 2 και 3 για το θ2 και τα ENA και ENB του driver 2 συνδέονται στις αναλογικές εισόδους A2 και A3 για το θ1. Οι συντεταγμένες x,y δηλώνονται ως float, διότι παίρνουν δεκαδικές τιμές και z ως int διότι παίρνει ακέραιες τιμές.

```
Stepper myStepper(stepsPerRevolution, 8, 9, 10, 11);
Stepper StepperRate(stepsPerRevolution, 4, 5, 6, 7);
Servo myservo; //Δήλωση ονόματος Servo
bool i;    //τιμή αληθής ή ψευδής για την if
 // pin τροφοδοσίας για τον πάνω stepper D2 & D3
int ENA=2;
int ENB=3;
float sumOver=0, sumUnder=0; //μετρητές για την αρχικοποίηση των αρθρώσεων
// pin τροφοδοσίας για τον κάτω stepper A2 & A3
int ENA1=A2;
int ENB2=A3;
float x,y,a;
int z;
```

Το curentPosUnder είναι ο stepper για το θ1 και η θέση που θα έχει με εκκίνηση του προγράμματος θα είναι στις 0^o, το εύρος των μοιρών για το curentPosUnder είναι από -90^o μέχρι $+90^o$, ενώ το curentPosOver που είναι ο stepper για το θ2 θα έχει θέση 90^o κατά την εκκίνηση του προγράμματος και το εύρος τιμών που έχει είναι από 0^o μέχρι 180^o. Κατόπιν πειραμάτων παρατηρήθηκε ότι οι ταχύτητες που θα πρέπει να έχουν οι stepper είναι για το θ1 230 rpm ενώ για το θ2 13 rpm. Για γίνει η εκκίνηση των stepper πρέπει τα ENA, ENB, ENA1, ENB2, γίνουν high.

```
double curentPosUnder=0,
curentPosOver=90,curentPosUnderReal,curentPosOverReal,firstValOver,firstValUnd
er;
void setup() {
    pinMode(12,OUTPUT); //pin D12 για τον έλεγχο του servo
  myservo.attach(12);
myservo.write(180); //αρχικοποίηση του servo να είναι 180 μοίρες
// δήλωση των pin D2 & D3 ως έξοδοι
  pinMode (ENA, OUTPUT);
  pinMode (ENB, OUTPUT);


  myStepper.setSpeed(13);//15 // ταχύτητα πάνω stepper
   StepperRate.setSpeed(230);//170 // ταχύτητα κάτω stepper
  Serial.begin(9600);

  //Τροφοδοσία των steppers μεσω pin D2,D3 & A2,A3
digitalWrite(ENA, HIGH);
  digitalWrite(ENB, HIGH);
    digitalWrite(ENA1, HIGH);
digitalWrite(ENB2, HIGH);

delay(2000);
```

Στην άρθρωση θ1 υπάρχει ένας μειωτήρας ο οποίος ελέγχει την ταχύτητα και την μετάδοση κινήσεις. Ο μειωτήρας που χρησιμοποιήθηκε είναι 1/100. Ποιο συγκεκριμένα η ταχύτητα (u) του stepper με των μειωτήρα μειώθηκε κατά 100 (u/100). Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφερθεί πως ο μειωτήρας επιτυγχάνει την αύξηση της ροπής στρέψεις που αποδίδεται στον άξονα, ώστε να μπορέσει να κινηθεί η κάτω άρθρωση η οποία επιβαρύνεται από την πάνω άρθρωση συν το βάρος του υλικού κλπ κλπ, με αποτέλεσμα να αυξηθεί η ροπή φορτίου.

Η θερμοκρασία των stepper αυξάνεται απότομα και για αυτό οι stepper έχουν ρυθμιστεί έτσι ώστε όταν φτάσουν στο σημείο που του έχουμε υποδείξει τα   ENA, ENB, ENA1, ENB2 να γίνουν low.

```
stepperMoiresth1=(stepsPerRevolution*100*curentPosUnder)/360; //Μετατροπή
μοιρων σε βήματα επί 100 λόγο μειωτήρα

StepperRate.step(stepperMoiresth1); // εντολή εκτέλεσης βήματος
```

```
  stepperMoiresth2=(stepsPerRevolution*curentPosOver)/360; // Μετατροπή μοιρών
σε βήματα
  myStepper.step(stepperMoiresth2); //εντολή εκτέλεσης βήματος
delay(2000);
// Παύση τροφοδοσίας των stepper για να μην ζεσταίνονται
  digitalWrite(ENA, LOW);
  digitalWrite(ENB, LOW);
digitalWrite(ENA1, LOW);
  digitalWrite(ENB2, LOW);

// εκτύπωση θέσεων
 Serial.print("curentPosUnder: ");
 Serial.println(curentPosUnder);
 Serial.print("curentPosOver: ");
 Serial.println(curentPosOver);



}
```

Για την εισαγωγή των x,y,z χρησιμοποιούμε την εντολή Serial.parse, κάθε φορά που δίναμε μια τιμή στην συντεταγμένη x και στην συνέχεια δίναμε το space τότε οι συντεταγμένες y και z παίρνανε την τιμή 0, με αυτή την εντολή διασφαλίζουμε την ομαλότητα που θα έχει το πρόγραμμα κάθε φορά που θα γίνεται εισαγωγή των δεδομένων.

```
void loop() {
  start:

 while (Serial.available() == 0) {} // εισαγωγή δεδομένων από το πληκτρολόγιο
  x = Serial.parseFloat();
  y = Serial.parseFloat();
  z = Serial.parseInt();
Serial.read() ; // παίρνει το τελευταίο enter στον buffer εισόδου


  Serial.print("x ");
  Serial.println(x);

  Serial.print("y ");
  Serial.println(y);


  Serial.print("z ");
  Serial.println(z);
  //d3=l1+l3-l5-z;
```

Η if θα εκτελεστεί όταν το x το z το y θα είναι ίσα με το μηδέν αυτό σημαίνει πως η μεταβλητή i που είναι δηλωμένη boole (από την άλγεβρα μπουλ λαμβάνει τιμές μόνο 0 ή 1) θα πάρει την τιμή 1 (true) έπειτα θα εκτελεστεί η αμέσως επόμενη εντολή goto (με την goto δηλώνονται ετικέτες) που μας λέει να πάμε στην ετικέτα below (δηλαδή στην θέση οπού είναι γραμμένη η λέξη below:) αυτό έχει ως αποτέλεσμα την παράβλεψη όλου του υπολοίπου κώδικα μέχρι να φτάσουμε την λέξη below:, έπειτα εκτελούνται όλες οι εντολές κάτω από την ετικέτα below. Η if και η else if ελέγχονται σε κάθε κύκλο του void loop. Αν η τιμές που δίνουμε στις μεταβλητές x,y είναι εκτός των ορίων του πεδίου ορισμού λέμε στον κώδικα με την εντολή goto να πάει εκεί που είναι γραμμένη η λέξη start (εντολή goto start). Η λέξη start μας κατευθύνει στο σημείο εκείνο που αρχίζουν οι εντολές για την καταχωρίσει των τιμών στις μεταβλητές x,y,z.

```
 if ((x==0)&&(y==0)&&(z==0)){ // Αρχικοποίηση των αρθρώσεων από την τρέχουσα τιμή
    i=true; // θέτουμε την μεταβλητή i αληθής ώστε να τρέξει η if ποιο κάτω
    goto below; // και συγκεκριμένα στο σημείο που αρχίζει η ετικέτα below:

  }else if ((x<0)||(x>32)||(y<0)||(y>32)){Serial.print("Λαθος τιμή"); goto start;} // αν δοθεί τιμή εκτός πεδίου ορισμού ξανά δώσε
```

Στις εξισώσεις της αντίστροφής κινηματικής οι τιμές των θ1 και θ2 είναι σε rad και στη συνέχεια μετατρέπονται σε μοίρες, to d3 παίρνει τιμές από 22 μέχρι -158, όπου 22 αντιστοιχούν σε 0^o και -158 στις 180^o.

```
th2=acos((pow(x,2)+pow(y,2)-pow(l2,2)-pow(l4,2))/(2*l2*l4));
f=atan(y/x);
r=sqrt(pow(x,2)+pow(y,2));
th1=f-acos((l4*cos(th2)+l2)/r);

th2=(180*th2)/PI;
th1=(180*th1)/PI;
d3=l1+l3-l5-z;

 // th1=(180*th1)/PI;
```

```
Serial.print("th2 ");
  Serial.println(th2);
   Serial.print("th1 ");
  Serial.println(th1);
```

Την πρώτη φορά που θα τρέξει το πρόγραμμα οι τιμές που θα δώσουμε θα είναι και οι μοίρες που θα περιστραφούν οι κινητήρες, τις επόμενες φορές που θα τρέξει θα πρέπει να γίνει αφαίρεση των τιμών που έχουν είδη δοθεί και έπειτα θα περισταφούν οι κινητήρες στις μοίρες που επιλέξαμε και τέλος τυπώνουμε αυτές τις τιμές.

```
// Καθορίζονται οι τρέχουσες τιμές σε μοίρες και οι πραγματικές τιμές από τις προηγούμενες εκάστοτε τιμές
curentPosUnderReal=th1-curentPosUnder;
```

```
  curentPosUnder=th1; //για να κρατήσουμε την προηγούμενη τιμή
  sumUnder=sumUnder+curentPosUnderReal; // άθροισμα όλων τον βημάτων που έχει
κάνει ο stepper πάνω


curentPosOverReal=th2-curentPosOver;
  curentPosOver=th2;
  sumOver=sumOver+curentPosOverReal; // άθροισμα όλων τον βημάτων που έχει
κάνει ο stepper κάτω
Serial.print("sumOver: ");
  Serial.println(sumOver);
Serial.print("sumUnder: ");
  Serial.println(sumUnder);

  Serial.print("curentPosUnderReal: ");
  Serial.print(curentPosUnderReal); Serial.print(" ");
  Serial.print("curentPosUnder: ");
  Serial.println(curentPosUnder);

Serial.print("curentPosOverReal: ");
  Serial.print(curentPosOverReal); Serial.print(" ");
Serial.print("curentPosOver: ");
  Serial.println(curentPosOver);
```

Εφόσον εκτελεστεί η εντολή if παρακάτω πρώτα καταχωρείται στην μεταβλητή `firstValOver` (stepper πάνω) το άθροισμα όλων τον βημάτων που έχει κάνει μέχρι τώρα ο stepper πάνω στην ουσία είναι η πραγματική τιμή σε μοίρες που βρίσκεται ο stepper. Το πρόσημο είναι αρνητικό διότι θέλουμε να κινηθεί αντίθετα από την τρέχουσα θέση και να φτάσει στην θέση ηρεμίας. Παρόμοιος το ίδιο ισχύει και για τον stepper κάτω (`firstValUnder`). Έπειτα αυτές οι τιμές καταχωρούνται στις μεταβλητές `curentPosOverReal` και `curentPosUnderReal` οι οποίες είναι αυτές που έχουν τις πραγματικές τιμές σε μοίρες και με την σειρά τους τοποθετούνται στην παράσταση μετά την if η οποία μετατρέπει τις μοίρες σε βήματα.

```
 below : // ετικέτα η οποία βοηθά στην προσπέραση όλων των παραπάνω εντολών
(από το goto below και κάτω έως το below:)
  // εκτελούνται οι εντολές απο το below: και κάτω
  if (i){ // εφόσον εκτελεστικέ η if στην σειρά 95 επειδή το x=y=z=0 το i
είναι αληθής άρα η if που είναι κάτω από το below:
  //θα εκτελεστεί

  firstValOver=-sumOver; //μεταβλητή που καταχωρείται το άθροισμα η οποία
παίρνει - για να γίνει η αρχικοποίηση της θέσεις του βραχίονα
  firstValUnder=-sumUnder;
//firstValUnder=curentPosUnder-curentPosUnderReal;
// παίρνω την τιμή των αθροισμάτων η οποία θα γυρίσει τον βραχίονα στην αρχική
του θέση και την καταχωρώ στην μεταβλητή των μοιρών
// η οποία ποιο κάτω βοηθά στην μετατροπή των μοιρών σε βήματα
```

```
curentPosOverReal=firstValOver;
curentPosUnderReal=firstValUnder;
sumUnder=0;
sumOver=0;

myservo.write(180); //reset
d3=180;
curentPosUnder=0; curentPosOver=90;
i=false;
  }
```

Οι stepper όπως αναφέραμε διαβάζουν βήματα, όπως δείχνει και ο κώδικας.

```
//μετατροπές από μοίρες σε βήματα
  stepperMoiresth2=(stepsPerRevolution*curentPosOverReal)/360;
//Serial.print("StepperDG TH2 ");
  //Serial.println(stepperMoiresth2);
  stepperMoiresth1=(stepsPerRevolution*100*curentPosUnderReal)/360;
 // Serial.print("StepperDG TH1");
  //Serial.println(stepperMoiresth1);
```

Ενεργοποιούνται οι κινητήρες, γίνεται η εκτέλεση των βημάτων και εφόσον φτάσει στην τιμή που του δώσαμε τότε οι stepper απενεργοποιούνται διότι αναπτύσσονται υψηλές θερμοκρασίες και μπορεί να ¨κάψει¨ τους κινητήρες. [19][20][21][22][23][24][25]

```
digitalWrite(ENA, HIGH);
  digitalWrite(ENB, HIGH);
    digitalWrite(ENA1, HIGH);
digitalWrite(ENB2, HIGH);
  myStepper.step(stepperMoiresth2); //εκτέλεση βημάτων
   StepperRate.step(stepperMoiresth1);

  delay(2000);
  digitalWrite(ENA, LOW);
  digitalWrite(ENB, LOW);
digitalWrite(ENA1, LOW);
  digitalWrite(ENB2, LOW);

myservo.write(d3);

}
```

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάλυση της κινηματικής και της ανάστροφης κινηματικής του ρομποτικού βραχίονα SCARA 3 DOF καθώς επίσης η κατασκευή και ο προγραμματισμός του. Για την δημιουργία του ρομποτικού βραχίονα ακολουθήθηκαν οι εξής διαδικασίες, πρώτα έγινε η δημιουργία του κινηματικού διαγράμματος και οι τοποθέτηση συντεταγμένων στον τρισδιάστατο χώρο, στη συνέχεια έγινε ανάλυση των επιμέρους πινάκων περιστροφών και μετατοπίσεων, αλλά και των συνολικών πινάκων περιστροφών και μετατοπίσεων, κατόπιν έγινε η δημιουργία των πινάκων ομογενούς μετασχηματισμών και η δημιουργία τελικού πίνακα ομογενούς μετασχηματισμού, στη συνέχεια έγινε η πρόσθια και η αντίστροφη κινηματική. Για τον προγραμματισμό του SCARA 3 DOF χρησιμοποιήθηκε το Arduino IDE και ο μικροελεγκτής Arduino Nano. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για τον βραχίονα είναι το PLA. Μια πιθανή βελτίωση για τον ρομποτικό βραχίονα είναι η ενσωμάτωση ενός συστήματος αναγνώρισης εικόνας μέσω κάμερας. Με αυτόν τον τρόπο, ο βραχίονας μπορεί να λαμβάνει τιμές συντεταγμένων (x, y, z) από εικόνες και να εκτελεί αυτόματα εργασίες βάσει των αναγνωρισμένων αντικειμένων ή θέσεων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής Σχολή: Παντελής Ασβεστάς, Εισαγωγή στη Ρομποτική (eclass.uniwa.gr)

[2] Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής Σχολή: Παντελής Ασβεστάς, Προχωρημένα Θέματα Ρομποτικής (eclass.uniwa.gr)

[3] Peter Corke Robotics Toolbox https://petercorke.com/toolboxes/robotics-toolbox/

[4] Διπλωματική Εργασία : Ανάπτυξη Συστήματος Ρομποτικών Βριαχιόνων Για Συνεργατικές Εργασίες, Χαμάλης Πιερής, UoWA

[5] Coppelia Edu Simulator https://www.coppeliarobotics.com/downloads

[6] MSc Τσιντώτας Α. Κωνσταντίνος Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Δυτικής Μακεδονίας Μηχατρονική μελέτη και προσομοίωση ευέλικτου ρομποτικού χεριού: Σχεδιασμένο στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab και στο περιβάλλον προσομοίωσης του.

[7] ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ Αθηνά Παρούση – Παπαδοπούλου «Παραμετρικός Προγραμματισμός Ρομποτικού Βραχίονα για Εξυπηρέτηση Κέντρων Τόρνευσης»

[8] ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ Ρομποτικός Βραχίονας 4 Βαθμών Ελευθερίας, ΠΡΟΚΟΠΗΣ ΚΙΟΥΣΗΣ, ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

[9] ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ, E-class, ΤΕΙ ΚΡΗΤΗΣ

[10] Πτυχιακή Εργασία: Κατασκευή Ηλεκτροπνευματικού Ρομποτικού βραχίονα 4^{ων} Βαθμίδων Ελευθερίας, Βεντούρης Γεώργιος, Καρανάτσης Κωνσταντίνος

[11] Arduino Support From, MATLAB https://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html

[12] Ρομποτική Ανάλυση Έλεγχος και Προγραμματισμός Ρομποτικών Χειριστών Σταθερής Βάσης, Κεφάλαιο 3 Κινηματική Ανάλυση, ΓΙΑΝΝΗ ΜΠΟΥΤΑΛΗ Καθηγητή Δ.Π.Θ,

[13] Matlab Κ. Παπαοδυσεύς Καθηγητής Ε.Μ.Π., Κ. Καλοβρέκτης Δρ. Πληροφορικής Παν. Πειραιώς, Ν. Μυλωνάς Μαθηματικός- Φυσικός ΑΠΘ MSc Εφαρμοσμένα Μαθηματικά, ΔΠΘ

[14] Εισαγωγή στην Ρομποτική, 3^{η} Έκδοση, John J. Craig, Κεφάλαιο 1,

[15] Arduino Robotics John- David Warren, Josh Adams, Harald Molle

[16] Trigonometric Ratios https://www.aplustopper.com/trigonometric-ratios-complementary-angles/

[17] Arduino Nano Pin https://linuxhint.com/arduino-nano-pinout/

[18] Κατασκευή και χειρισμός ρομποτικού βραχίονα με αναγνώριση ιατρικών εργαλείων με χρήση NFC

[19] 30 Arduino Project For The Evil Genius- Simon Monk

[20] Arduino Applied Comprehensive Projects for Everyday Electronics (Neil Cameron)

[21] Arduino Development Cookbook Over 50 hands-on recipes to quickly build and understand Arduino projects, from the simplest to... (Cornel Amariei)

[22] Arduino Made Simple With Interactive Projects (Ashwin Pajankar)

[23] Arduino Project Handbook 25 Practical Projects to Get You Started (Mark Geddes)

[24] Arduino Workshop A Hands-On Introduction with 65 Projects (John Boxall)

[25] Make Basic Arduino Projects 26 Experiments with Microcontrollers and Electronics (Don Wilcher)

[26] Εισαγωγή Στη Ρομποτική Φραγκούλης Γεώργιος e-class TEI Δυτικής Μακεδονίας