



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
π. Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών και Βιομηχανικού Σχεδιασμού
Εισ.Κατ.: Βιομηχανικού Σχεδιασμού Τ.Ε.

Πτυχιακή Εργασία με τίτλο:

“Μέθοδοι προβλέψεων και εφαρμογές σε επιχειρήσεις”

Του: Ανδρέα Ελληνίδη



Επιβλέπων Καθηγητής: *Δινοπούλου Βάγια*

Κοζάνη 2021

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την υπεύθυνη καθηγήτρια της πτυχιακής μου εργασίας κυρία Βάγια Δινοπούλου για τον χρόνο που αφιέρωσε για την πτυχιακή εργασία και για τις πολύ σημαντικές συμβουλές που μου παρείχε. Επίσης τα ήθελα να πω ευχαριστώ σε κάποιους φίλους, οι οποίοι μου έδωσαν στοιχεία και γνώμες για την πτυχιακή. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου για την ψυχολογική και ηθική συμπαράσταση που μου έδωσαν στο διάστημα το οποίο έγραφα την εργασία μου.

Περιεχόμενα

Μέρος 1^ο Θεωρητικό υπόβαθρο

1. Μέθοδοι προβλέψεων

1.1 Ποιοτικές μέθοδοι προβλέψεων.....	7
1.1.1 Έρευνες της αγοράς	7
1.1.2 Συμβούλιο Στελεχών.....	7
1.1.3 Εκτιμήσεις πωλητών	8
1.1.4 Ιστορικές αναλογίες	8
1.1.5 Μέθοδος Delphi	8
1.1.6 Καταιγισμός ιδεών- Brainwritting	8
1.1.7 Καμπύλες κύκλου ζωής.....	9
1.1.8 Το μοντέλο Lancaster.....	9
1.2 Ποσοτικές μέθοδοι προβλέψεων.....	10
1.2.1 Χρονολογικές σειρές.....	10
1.2.2 Απλός κινητός μέσος όρος.....	10
1.2.3 Σταθμικοί κινητοί μεσοί όροι.....	12
1.2.4 Εκθετική εξομάλυνση	13
1.2.5 Εκθετική εξομάλυνση και τάση	15
1.2.6 Γραμμική παλινδρόμηση.....	17
1.2.6.1 Γραφική μέθοδος.....	18
1.2.6.2 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων.....	18
1.2.7 Ανάλυση χρονολογικών σειρών.....	19
1.2.8 Box - Jenkins.....	22
1.3 Αιτιολογικά πρότυπα	23
1.3.1 Μοντέλα Παλινδρόμησης	23
1.3.2 Οικονομετρικά Μοντέλα.....	25
1.3.3 Δείκτες οδήγησης.....	26
1.4 Μέτρηση των σφαλμάτων πρόβλεψης.....	28

Μέρος 2^ο Εφαρμογές

2. Προβλέψεις των πωλήσεων των αυτοκινήτων AUDI.....	31
2.1 Εφαρμογή απλών κινητών μέσων όρων.....	34
2.2 Εφαρμογή Εκθετικής Εξομάλυνσης.....	39
2.3 Εφαρμογή εκθετικής εξομάλυνσης με τάση	45
2.4 Εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης	48
2.5 Εφαρμογή ανάλυσης χρονολογικών σειρών	53
2.6 Σύγκριση των μεθόδων	58
2.7 Σύγκριση των μεθόδων για τα τελευταία 5 χρόνια	63

3. Προβλέψεις των πωλήσεων παγωτών στο Σαλέρνο της Ιταλίας	72
3.1 Απλή γραμμική παλινδρόμηση.....	72
3.2 Απλή παλινδρόμηση με μη γραμμικές σχέσεις.....	75
4. Προβλέψεις επιβατικής κίνησης του αεροδρομίου «Ελ. Βενιζέλος»	87
5. Επίλογος	94
Παράρτημα	95
Βιβλιογραφία	109

Περίληψη

Σε μια αγορά ασταθής η οποία αλλάζει με το καιρό και τις συνθήκες, μία επιχείρηση είναι απαραίτητο να έχει σωστό έλεγχο και συγκράτηση του κόστους διαχείρισης των προϊόντων. Βασικό εργαλείο για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι στις επιχειρήσεις προκειμένου να μειωθεί η αβεβαιότητα για τις πωλήσεις των προϊόντων στην αγορά είναι τα μοντέλα πρόβλεψης της ζήτησης που αποτελούν και το αντικείμενο που σχετίζεται η συγκεκριμένη πτυχιακή.

Το πρώτο μέρος της πτυχιακής αφορά στο θεωρητικό κομμάτι των προβλέψεων. Αρχικά αναφέρεται εισαγωγική θεωρία των προβλέψεων, τότε άρχισαν να εφαρμόζονται στις επιχειρήσεις, τι προσφέρουν και οι δυο κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται. Στη συνέχεια καταγράφονται οι ποιοτικές μέθοδοι προβλέψεων και τα βήματα που χρειάζονται για να εφαρμοστούν σε μια επιχείρηση, καθώς και οι ποσοτικές μέθοδοι προβλέψεων με χρονολογικές σειρές και αιτιολογικά πρότυπα. Αναλύεται ο τρόπος εφαρμογής της κάθε μεθόδου και δίνονται μικρά παραδείγματα με πίνακες και διαγράμματα. Τέλος, γίνεται αναφορά στη μέτρηση των σφαλμάτων πρόβλεψης και τους τύπους που χρησιμοποιούνται για να βρεθούν τα σφάλματα. Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνουν τη δυνατότητα να βρεθεί η καλύτερη μέθοδος βάσει συγκρίσεων.

Στο δεύτερο μέρος της πτυχιακής δίνονται μια σειρά από εφαρμογές υπαρκτών επιχειρήσεων με πραγματικά στοιχεία. Συγκεκριμένα, στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρεται στις πωλήσεις των αυτοκινήτων της εταιρίας AUDI και βάσει των πραγματικών στοιχείων επιλέγεται η καλύτερη μέθοδος πρόβλεψης μετά από την εφαρμογή των ποσοτικών μεθόδων που προαναφέρθηκαν. Το τρίτο κεφάλαιο αφορά στην πρόβλεψη των πωλήσεων παγωτών στο Σαλέρνο της Ιταλίας και το τέταρτο στην πρόβλεψη της επιβατικής κίνησης του αεροδρομίου «Ελ. Βενιζέλος».

Το τελευταίο κεφάλαιο αποτελεί τον επίλογο στον οποίο συνοψίζονται κάποια συμπεράσματα και παρατηρήσεις σχετικά με την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στις επιχειρήσεις.

Μέρος 1^ο Θεωρητικό υπόβαθρο

1. Μέθοδοι προβλέψεων

Οι προβλέψεις έχουν ως σκοπό να εκτιμήσουν τι θα προκύψει στο μέλλον. Ουσιαστικά είναι μια προσέγγιση που βασίζεται σε σημερινά δεδομένα για την εκτίμηση των τιμών ενός μεγέθους στο μέλλον. Πολλές φορές είναι απαραίτητες για τον σωστό προγραμματισμό των δραστηριοτήτων σε επιχειρήσεις, ώστε να συμβάλουν στην μείωση του ποσοστού αβεβαιότητας για νέες κινήσεις που επέρχονται. Παραδείγματα που χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι πρόβλεψης, είναι η ανάπτυξη ενός νέου προϊόντος, η αγορά νέων μηχανημάτων, η ζήτηση, η δυναμικότητα της παραγωγής, το κόστος και οι προτιμήσεις των καταναλωτών. Από την άλλη πλευρά, μια εσφαλμένη πρόβλεψη που θα κατευθύνει σε λάθος αποφάσεις ενδέχεται να έχει πολύ σοβαρές οικονομικές επιπτώσεις. Μια κακή πρόγνωση στην ζήτηση μπορεί να οδηγήσει στην αγορά νέων μηχανημάτων τα όποια δεν θα χρειάζονται, και θα επιφέρει ένα αρκετά μεγάλο κόστος, μια ανακρίβεια στην πρόβλεψη της ζήτησης ενδέχεται να οδηγήσει σε μια κακή πολιτική αποθεμάτων.

Οπότε αφού δίνεται αυτό το ισχυρό εργαλείο των προβλέψεων, επιβάλλεται να χρησιμοποιείται από τις επιχειρήσεις, ώστε να υπάρχει μια επιστημονική κατά το δυνατόν προσέγγιση του συγκεκριμένου θέματος, επιλέγοντας την κατάλληλη μέθοδο κατά περίπτωση. Επιπλέον, δεν υπάρχει κάποια μέθοδος που είναι απολύτως αξιόπιστη. Ο λόγος είναι ότι υπάρχουν αρκετοί παράγοντες στον κλάδο των επιχειρήσεων οι οποίοι αλληλεπιδρούν και δεν επιτρέπουν να μην υπάρχουν αμφιβολίες. Αυτός είναι και ο λόγος που συχνά χρησιμοποιούνται δυο ή περισσότερες μέθοδοι για την πρόγνωση ίδιων μεγεθών, με σκοπό να επιλεγεί η καλύτερη προσέγγιση. Επιπροσθέτως, οι προβλέψεις θα πρέπει να ελέγχονται και να αναθεωρούνται όταν εισάγονται καινούργια στοιχεία τα οποία θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

Από τις αρχές 20^ο αιώνα που ξεκίνησε η εφαρμογή τους στο χώρο των επιχειρήσεων μέχρι σήμερα έχουν εφευρεθεί πολλές μέθοδοι προβλέψεων άλλες πιο απλές στην εφαρμογή τους και άλλες πιο πολύπλοκες. Όλες αυτές οι μέθοδοι βασίζονται είτε σε μαθηματικά μοντέλα με τη χρησιμοποίηση των διαθέσιμων ιστορικών στοιχείων, είτε σε ποιοτικές μεθόδους βασισμένες στην διοικητική εμπειρία των στελεχών της, είτε σε συνδυασμό και των δύο. Για αυτόν τον λόγο χωρίζονται σε δυο κατηγορίες τις ποιοτικές και τις ποσοτικές. Οι ποσοτικές ταξινομούνται σε δυο υποκατηγορίες στις χρονολογικές σειρές και τα αιτιολογικά πρότυπα.

Οι ποιοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται για προβλέψεις μεσαίου ή μεγάλου χρονικού διαστήματος, όταν δεν υπάρχουν ποσοτικά δεδομένα ή όταν τα ποσοτικά δεδομένα που έχουμε δεν είναι αξιόπιστα. Οι ποιοτικές θεωρούνται υποκειμενικές και βασίζονται σε εκτιμήσεις και γνώμες. Είναι χρονοβόρες και δεν μπορούν να θεωρούνται αξιόπιστες για την πρόβλεψη συγκεκριμένων τιμών. Χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση τάσεων κι όχι συγκεκριμένων μεγεθών. Επίσης μπορούν χρησιμοποιηθούν με μεγάλη επιτυχία σε συνδυασμό με ποσοτικές μεθόδους.

Οι προβλέψεις με χρονολογικές σειρές είναι βασισμένη στην ιδέα ότι οι ιστορικές παρατηρήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών παρατηρήσεων. Χρησιμοποιούνται όμως μόνο για μικρό χρονικό ορίζοντα.

Τα αιτιολογικά πρότυπα χρησιμοποιούνται όταν είναι διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία και όταν μπορεί να αναγνωριστεί μια σχέση μεταξύ του μεγέθους που θέλουμε να προβλέψουμε και άλλων παραγόντων. Οι σχέσεις αυτές εκφράζονται σε μαθηματικούς όρους και μπορεί να είναι αρκετά πολύπλοκες. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται μόνο για σημαντικές προβλέψεις.

1.1 Ποιοτικές μέθοδοι προβλέψεων

Τα ιστορικά δεδομένα για πρόβλεψη της ζήτησης δεν είναι πάντα διαθέσιμα. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε σε αλλαγές συνθηκών, είτε σε ελλείψεις δεδομένων για νέα προϊόντα, ή μπορεί να μην επαρκούν για προβλέψεις. Οπότε σε αυτή την περίπτωση είναι μονόδρομος η εφαρμογή μια ποιοτικής μεθόδου. Εάν τα δεδομένα μας επιτρέπουν να κάνουμε χρήση μιας ποσοτικής μεθόδου τότε η ποιοτική μέθοδος πρόβλεψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως υποστηρικτική της ποσοτικής μεθόδου πρόβλεψης. Στη συνέχεια αναφέρονται οι σημαντικότερες ποιοτικές μέθοδοι.

1.1.1 Έρευνες αγοράς

Οι έρευνες αγοράς γίνονται από τις ίδιες τις επιχειρήσεις ή από επιχειρήσεις που έχουν εξειδίκευση στον συγκεκριμένο τομέα για λογαριασμό άλλων επιχειρήσεων, με στόχο την συλλογή δεδομένων που σχετίζονται με τις προτιμήσεις των καταναλωτών. Μια διαδικασία έρευνας αγοράς συνήθως περιέχει τα εξής στάδια:

1. Προσδιορισμός και διατύπωση του προβλήματος.
2. Σχεδιασμός της έρευνας και προσδιορισμός των πηγών των πληροφοριών.
3. Σχεδιασμός μεθόδων και συλλογή στοιχείων και έντυπα συλλογής αυτών.
4. Σχεδιασμός του δείγματος και συλλογή στοιχείων.
5. Ανάλυση και ερμηνεία στοιχείων.
6. Σύνταξη έκθεσης με τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της έρευνας.

Η συλλογή των στοιχείων τις περισσότερες φορές γίνεται με τηλεφωνικές επικοινωνίες, ή με ερωτηματολόγια τα οποία στέλνονται ταχυδρομικά, ή συνέντευξη, και συμπλήρωση ερωτηματολογίων μέσω διαδικτύου και αλλά, ώστε να αποκομιστούν θετικές και αρνητικές εντυπώσεις για ένα προϊόν. Η έρευνα αγοράς επικεντρώνεται στον πελάτη με στόχο να βγάλει συμπεράσματα για την ζήτηση ενός προϊόντος, την βελτιστοποίηση του προϊόντος, την ανάπτυξη νέων προϊόντων και πολλά άλλα [3],[5],[6].

1.1.2 Συμβούλιο Στελεχών

Στο συμβούλιο στελεχών, τα μέλη διατυπώνουν ανοιχτά τις απόψεις τους με σκοπό να φτάσουν σε μια κοινή πρόβλεψη. Τα μέλη μπορεί να προέρχονται από διαφορετικά ιεραρχικά επίπεδα της επιχείρησης. Το βασικό μειονέκτημα είναι ότι η άποψη μελών με ανώτερη ιεραρχική θέση είναι πιθανό να υπερισχύσει από απόψεις στελεχών οι οποίοι έχουν κατώτερη θέση ή ακόμα και να εκφραστεί άλλη άποψη από φόβο προς τους προϊστάμενους [3],[6].

1.1.3 Εκτιμήσεις πωλητών

Οι εκτιμήσεις πωλητών επικεντρώνονται ιδιαίτερα στην πρόβλεψη της ζήτησης προϊόντων και υπηρεσιών. Η πρόβλεψη βασίζεται στις απόψεις πωλητών οι οποίοι με την σειρά τους στηρίζονται στην θεωρία ότι οι καταναλωτές γνωρίζουν καλύτερα τις μελλοντικές τους ανάγκες. Όμως δεν ισχύει πάντα. Οι εκτιμήσεις των πωλητών που αναφέρονται στην ζήτηση αθροίζονται και πηγαίνουν σε ανώτερο επίπεδο το οποίο μπορεί να είναι μια πόλη, ένας νομός ακόμα και ένα κράτος. Η πρόβλεψη οριστικοποιείται πάντα έχοντας υπόψη και άλλους παράγοντες όπως οι παραγγελίες, τα αποθέματα, ο ανταγωνισμός [3],[6].

1.1.4 Ιστορικές αναλογίες

Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται στο ότι μπορεί να προσδιοριστεί η εξέλιξη κάποιων καταστάσεων καθώς δείχνουν την ιστορία των προϊόντων κατά το παρελθόν. Για παράδειγμα εάν γίνει μια αναδρομή την περίοδο που οι βενζινομηχανές αντικατέστησαν τις ατμομηχανές και αναλυθούν οι παράγοντες που επηρέασαν αυτή την μετατροπή, μπορεί να προβλεφθεί ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια πρόκειται να αντικαταστήσει τα παλαιότερα καύσιμα [3],[6].

1.1.5 Μέθοδος Delphi

Η μέθοδος αυτή είναι μια εξέλιξη της μεθόδου Συμβούλιο Στελεχών. Τα στελέχη που συμμετέχουν στο συμβούλιο εκφράζουν την γνώμη τους, γραπτά και ανώνυμα, αυτό συμβάλει στο να μην έχει μεγαλύτερη βαρύτητα η άποψη ενός στελέχους το οποίο έχει ανώτερη ιεραρχική θέση. Η διαδικασία πραγματοποιείται ως εξής:

1. Γίνεται η επιλογή των στελεχών που θα συμμετέχουν.
2. Όλα τα στελέχη απαντούν στο ερωτηματολόγιο ή mail ανώνυμα και αιτιολογούν την απάντησή τους.
3. Συλλογή των απαντήσεων και ανατροφοδότηση μαζί με νέες ερωτήσεις.
4. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να υπάρξει σύγκλιση αποφάσεων.
5. Διανομή των τελικών αποτελεσμάτων στα παραβρισκόμενα στελέχη.

Η συγκεκριμένη μέθοδος έχει αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα σε μικρό αριθμό επαναλήψεων. Ο χρόνος εξαρτάται από τον αριθμό των συμμετεχόντων και από τον χρόνο για την απάντηση του ερωτηματολογίου [3],[6].

1.1.6 Καταιγισμός ιδεών - Brainwritting

Ο καταιγισμός ιδεών είναι μία ποιοτική μέθοδο η οποία είναι ευρέως διαδεδομένη. Η μέθοδος ξεκινά με όλα τα μέλη του συμβουλίου να εκφράζουν τις ιδέες τους συμπεριλαμβάνοντας και τις μη ρεαλιστικές φαινομενικά ιδέες, οι οποίες αρκετές φορές γεννούν και καινούργιες ιδέες, που είναι πιο ρεαλιστικές. Το βασικό στοιχείο αυτής της μεθόδου είναι ότι απαγορεύεται ρητά η κριτική. Η λογική της απαγόρευσης είναι ότι η κριτική μπορεί να λειτουργήσει αποτρεπτικά για κάποιο μέλος του συμβουλίου να εκφράσει την γνώμη του κάτω από τον φόβο γελοιοποίησης ή λογοκρισίας. Μια παραλλαγή της ίδιας διαδικασίας λέγεται brainwritting, η διάφορα είναι ότι αντί για προφορικά οι ιδέες εκφράζονται γραπτώς. Η διαδικασία έχει ως εξής: ένα τυχαίο μέλος του συμβουλίου διατυπώνει τις ιδέες του στο χαρτί και όταν

τελειώσει το παραδίδει στον επόμενο ο οποίος διαβάζει τις ιδέες και είτε τις επεξεργάζεται και προσπαθεί να τις βελτιώσει ή διατυπώνει νέες ιδέες επηρεαζόμενες από τις ιδέες του προηγούμενου. Αυτό συνεχίζεται μέχρι να καταλήξουν στην τελική ιδέα [3],[6].

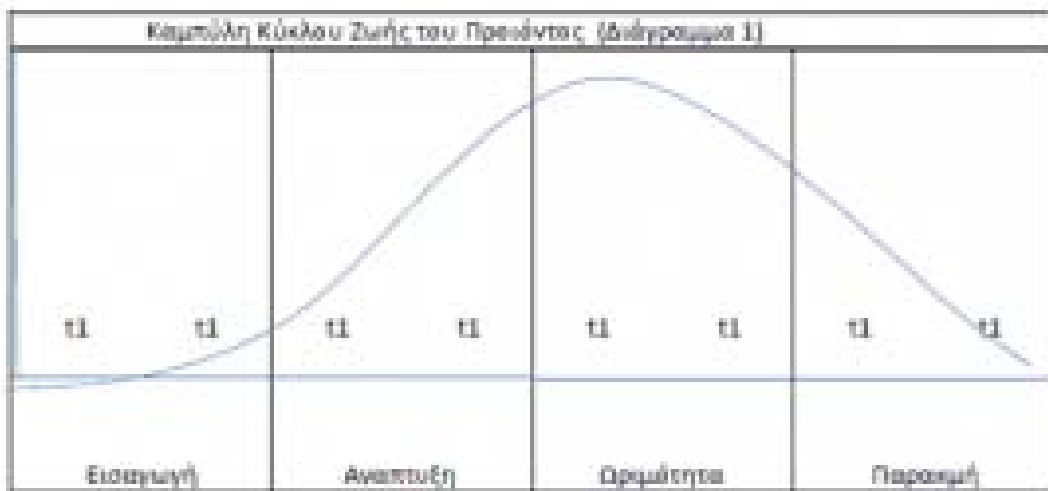
1.1.7 Καμπύλες κύκλου ζωής

Οι καμπύλες κύκλου ζωής εφαρμόζονται για καινούργια προϊόντα βάση ιστορικών αναλογιών. Έχουν χρήση κυρίως για προϊόντα που διαθέτουν μικρό κύκλο ζωής, όπως είναι τα προϊόντα τεχνολογίας. Οι καμπύλες κύκλου ζωής έχουν μια συγκεκριμένη μορφή. Αρχικά αυξάνεται η ζήτηση, έπειτα η ζήτηση εξομαλύνεται σε ένα άνω όριο και τέλος μειώνεται και αποσύρεται το προϊόν [3],[6]. Η λογιστική αυτή καμπύλη αποτελεί καμπύλη κύκλου ζωής και δίνεται από την σχέση

$$y_t = \frac{k}{(1 + e^{a+bt})}$$

Όπου:

- t το έτος,
- y_t η ζήτηση στο έτος t,
- $e = (2,7183)$,
- τα a και b είναι σταθερές και το k το άνω όριο.



Διάγραμμα 1.1: Η καμπύλη του κύκλου ζωής των προϊόντων

1.1.8 Το μοντέλο Lancaster

Το μοντέλο Lancaster είναι μια νέα μέθοδος που βασίζεται στην ιδέα, ότι, οι καταναλωτές διαλέγουν το προϊόν με βάση τις ιδιότητες του και όχι το ίδιο το προϊόν. Άρα η ζήτηση για νέα προϊόντα μπορεί να εκτιμηθεί, αξιολογώντας παλαιότερα προϊόντα που έχουν τις ίδιες ιδιότητες. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της ADIDAS, η οποία βασίζεται σε παλαιότερες ιδιότητες δημοφιλών ενδυμάτων και υποδημάτων ή εμπορικών επιτυχιών, σχεδιάζοντας και κατασκευάζοντας καινούργια ενδύματα και υποδήματα, τα οποία θα γνωρίσουν εκ νέου μεγάλη επιτυχία [6].

1.2 Ποσοτικές μέθοδοι προβλέψεων

1.2.1 Χρονολογικές σειρές

Οι προβλέψεις με χρονολογικές σειρές αποσκοπούν στην πρόβλεψη των τιμών ενός μεγέθους στο μέλλον με χρήση δεδομένων του παρελθόντος. Για παράδειγμα όταν μια εταιρία μπορεί να εκμεταλλευτεί δεδομένα των ετησίων πωλήσεων της προκειμένου να εκτιμήσει τις μελλοντικές πωλήσεις για τον επόμενο χρόνο. Για τις προβλέψεις μελλοντικών τιμών μιας μεταβλητής μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολλές μέθοδοι όπως απλοί κινητοί μέσοι όροι, σταθμικοί κινητοί μέσοι όροι, εκθετική εξομάλυνση, γραμμική παλινδρόμηση κ.α.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας 1.1 ο οποίος απεικονίζει τα ποσοστά στα οποία οι εταιρίες χρησιμοποιούν διαφορές ποσοτικές μεθόδους προβλέψεις.

Εταιρίες		
Μέθοδοι	Μικρού Μεγέθους (αξία έως \$100M)	Μεγάλου Μεγέθους (αξία άνω \$500M)
Απλοί Κινητοί Μέσοι Όροι	29.6%	29.2%
Εκθετική Εξομάλυνση	14.8%	20.8%
Γραμμική Παλινδρόμηση	22.2%	27.1%
Box-Jenkins	3.7%	3.7%

Πίνακας 1.1: Η χρήση των μεθόδων με χρονολογικές σειρές σε εταιρίες *

*Πηγή: “Practitioners Continue to rely on Judgmental Forecasting Methods instead of Quantitative Methods”, Sanders & Mandrodt (1994)

Η επιλογή των μεθόδων από τις εταιρίες γίνεται με κριτήρια, όπως:

- Διαθεσιμότητα προσωπικού.
- Ιστορική αναλογία.
- Ακρίβεια.
- Το κόστος της μεθόδου.
- Απλότητα εφαρμογής.
- Ορίζοντας πρόβλεψης.

1.2.2 Απλός κινητός μέσος όρος

Ένας απλός κινητός μέσος είναι ένα μέσος όρος που αλλάζει κάθε φορά που υπάρχει νέα πληροφορία. Ο απλός κινητός μέσος όρος n υπολογίζεται από την σχέση

$$F_t = \frac{A_{t-1} + A_{t-2} + \dots + A_{t-n}}{n} \quad (1)$$

Όπου:

F_t = η πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο t.

$A_{t-1}, A_{t-2}, \dots, A_{t-n}$ = η πραγματική ζήτηση στις προηγούμενες περιόδους.

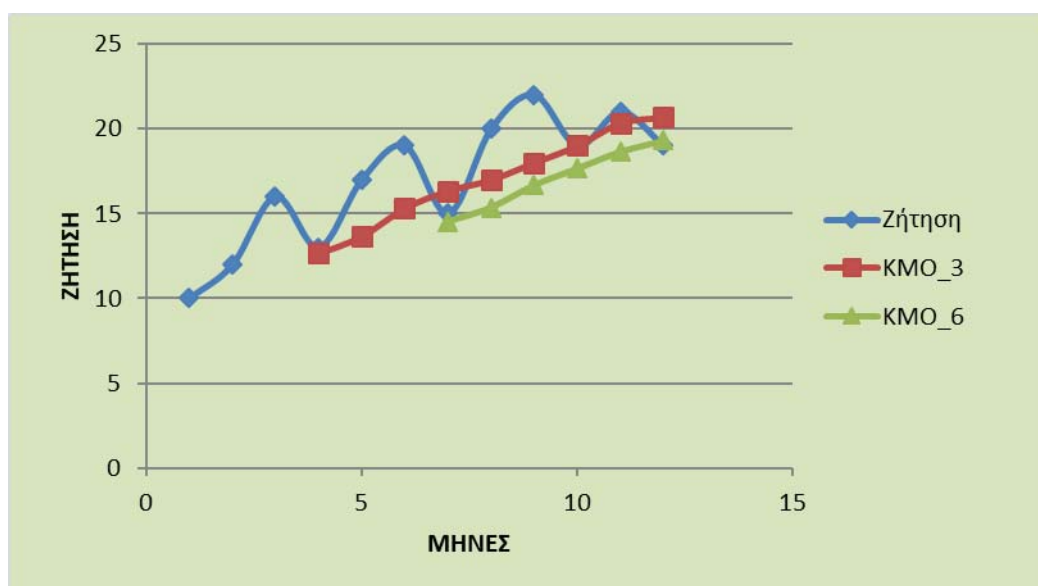
Ένα σημαντικό πρόβλημα είναι η σωστή επιλογή του αριθμού των όρων n. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του n που επιλέγεται, δηλαδή όσοι περισσότεροι όροι χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη μιας χρονικής περιόδου, τόσο μεγαλύτερη είναι η εξομάλυνση των διακυμάνσεων, δηλαδή υπάρχει μικρότερη επίδραση των ακραίων τιμών. Επίσης, σε περίπτωση που τα δεδομένα εμφανίζουν τάση (καθοδική ή ανοδική), ο μεγάλος αριθμός όρων οδηγεί σε προβλέψεις που ακολουθούν την τάση με καθυστέρηση [3],[4].

Ο πίνακας 1.2 δείχνει πως υπολογίζεται ο μέσος κινητός όρος παίρνοντας σαν διάστημα (n=3) τις τελευταίες 3 περιόδους.

$$F_3 = \frac{10 + 12 + 16}{3} = 12,67$$

Περίοδος	Ζήτηση	KMO_3	KMO_6
Ιανουάριος	10		
Φεβρουάριος	12		
Μάρτιος	16		
Απρίλιος	13	12,67	
Μάιος	17	13,67	
Ιούνιος	19	15,33	
Ιούλιος	15	16,33	14,50
Αύγουστος	20	17,00	15,33
Σεπτέμβριος	22	18,00	16,67
Οκτώβριος	19	19,00	17,67
Νοέμβριος	21	20,33	18,67
Δεκέμβριος	19	20,67	19,33

Πίνακας 1.2: Εφαρμογή Απλού Κινητού Μέσου Ορού.



Διάγραμμα 1.2: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 1.2.

1.2.3 Σταθμικοί κινητοί μεσοί όροι

Στην μέθοδο απλοί κινητοί μεσοί όροι δίνεται το ίδιο βάρος σε κάθε έναν από τους όρους n με αποτέλεσμα η μέθοδος να μη δίνει πολύ καλές προβλέψεις εάν τα στοιχεία διαθέτουν τάση ή εποχικότητα κλπ. Ο σταθμισμένος κινητός μέσος παρέχει την δυνατότητα να δοθεί διαφορετικό βάρος σε κάθε έναν από τους όρους με την προϋπόθεση ότι το άθροισμα όλων των συντελεστών στάθμισης θα πρέπει να ισούται με 1. Η σχέση υπολογισμού των σταθμικών κινητών μέσων ορών είναι η εξής:

$$F_t = w_1 A_{t-1} + w_2 A_{t-2} + \dots + w_n A_{t-n}, \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2)$$

Όπου:

F_t = η πρόβλεψη για την περίοδο t

n = ο αριθμός των περιόδων στην πρόβλεψη

A_{t-n} = πραγματική ζήτηση της περιόδου $t-n$

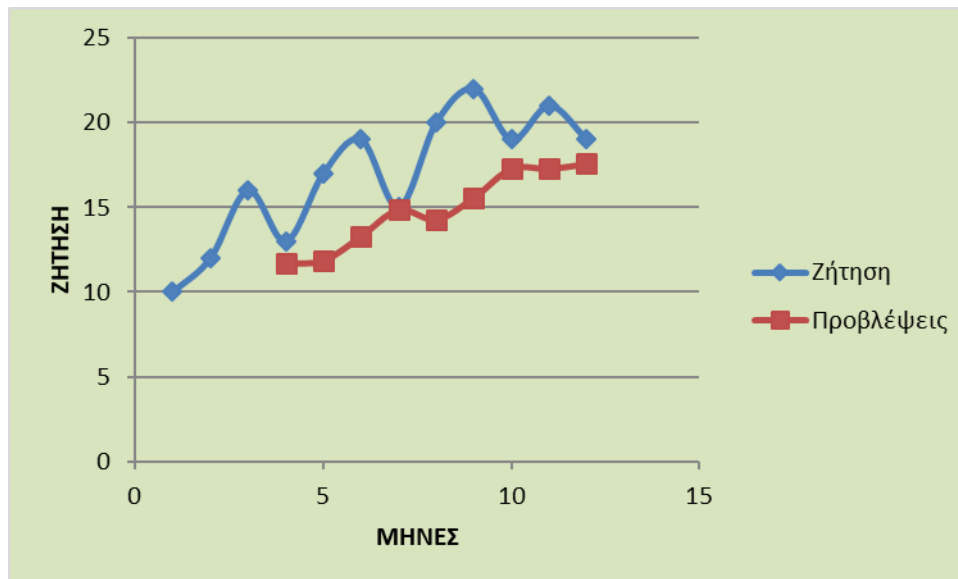
w_n = το βάρος για την περίοδο $t-n$

Ο πίνακας 1.3 δείχνει πως υπολογίζεται ο σταθμικός κινητός μέσος όρος χρησιμοποιώντας για συντελεστές στάθμισης της ζήτησης 3/7 στον προηγούμενο μήνα, 2/7 στον προ-προηγούμενο και 1/7 στον προ-προ-προηγούμενο. Δηλαδή, δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες τιμές και μικρότερη στις πιο παλιές.

$$F_4 = \frac{10 * 1}{7} + \frac{12 * 2}{7} + \frac{16 * 3}{7}$$

Περίοδος	Ζήτηση	Προβλέψεις
Ιανουάριος	10	
Φεβρουάριος	12	
Μάρτιος	16	
Απρίλιος	13	11,71
Μάιος	17	11,86
Ιούνιος	19	13,29
Ιούλιος	15	14,86
Αύγουστος	20	14,29
Σεπτέμβριος	22	15,57
Οκτώβριος	19	17,29
Νοέμβριος	21	17,29
Δεκέμβριος	19	17,57

Πίνακας 1.3: Εφαρμογή Σταθμικού Κινητού Μέσου Όρου.



Διάγραμμα 1.3: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 1.3.

Οι συντελεστές w υπολογίζονται δοκιμαστικά ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του μεγέθους που προβλέπεται. Για παράδειγμα στην περίπτωση που η ζήτηση είναι εποχική, δηλαδή μεταβάλλεται έντονα σε συνάρτηση με τις χρονικές περιόδους του έτους, οι συντελεστές θα πρέπει να οριστούν με τρόπο με τον οποίο να παίρνεται υπόψη το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό. Πιο συγκεκριμένα, αν η πρόβλεψη αφορά τις πωλήσεις παγωτών το επόμενο καλοκαίρι, τότε η ζήτηση του περασμένου χειμώνα θα πρέπει να σταθμιστεί με πολύ μικρότερο βάρος σε σχέση με την ζήτηση του περασμένου καλοκαιριού [3],[4].

1.2.4 Εκθετική εξομάλυνση

Η εκθετική εξομάλυνση είναι από τις πιο γνωστές τεχνικές πρόβλεψης. Είναι μια μέθοδος η οποία λαμβάνει υπόψη όλα τα δεδομένα του προηγούμενου χρονικού διαστήματος δίνοντας μεγαλύτερο βάρος στα πιο πρόσφατα δεδομένα. Στο υπολογιστικό μέρος είναι πιο αποδοτική σε σχέση με τους απλούς κινητούς μέσους όρους και δεσμεύει πολύ μικρότερο χώρο για την επεξεργασία των δεδομένων. Επιπλέον, βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι ο ρυθμός απόκρισης μπορεί να ρυθμιστεί, με αποτέλεσμα να μην γίνει μεγάλη σπατάλη σε εργατοώρες.

Η πρόβλεψη της εκθετικής εξομάλυνσης προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha * (A_{t-1} - F_{t-1}) \quad (3)$$

Όπου:

F_t η πρόβλεψη για την περίοδο t .

F_{t-1} η πρόβλεψη για την περίοδο $t-1$.

A_{t-1} η τιμή του φαινομένου στην περίοδο $t-1$.

α η σταθερά εξομάλυνσης, $0 \leq \alpha \leq 1$.

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι η νέα πρόβλεψη είναι ίση με την ακριβώς προηγούμενη με μια επιπλέον διόρθωση στο σφάλμα της πρόβλεψης $A_{t-1} - F_{t-1}$ της προηγούμενης περιόδου. Μπορεί να διατυπωθεί και ως εξής:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1}) = \alpha A_{t-1} + (1 - \alpha)F_{t-1} \quad (4)$$

Από την εξίσωση (4), πηγαίνοντας προς τα πίσω για τρεις περιόδους, θα διαπιστώσετε ότι η πρόβλεψη για την περίοδο t δεν είναι τίποτα παρά το αποτέλεσμα της εφαρμογής ενός σταθμικού κινητού μέσου που οι συντελεστές στάθμισης μειώνονται εκθετικά. Αυτός είναι και όρος της εκθετικής εξομάλυνσης.

Ο πίνακας 1.4 παρουσιάζει τις προβλέψεις της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $\alpha=0,1$, $\alpha=0,2$, $\alpha=0,3$.

Για $\alpha=0,1$, $F_1 = 860$ πάντα η πρώτη πρόβλεψη ισούται με την πρώτη πραγματική τιμή στην προκείμενη περίπτωση $A_1 = 860$.

Για $\alpha=0,2$

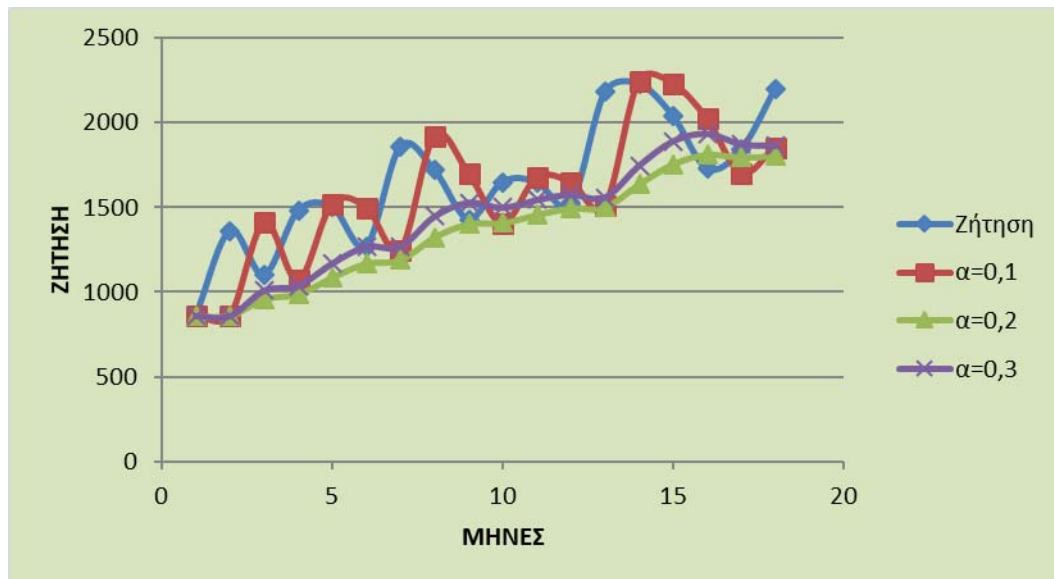
$$F_2 = 860 + 0.2 * (860 - 860) = 860.$$

Για $\alpha=0,3$

$$F_3 = 860 + 0.3 * (1360 - 860) = 1010.$$

Μήνας	Ζήτηση	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha=0,3$
1	860	860	860	860
2	1360	860	860	860
3	1100	1410	960	1010
4	1480	1069	988	1037
5	1500	1521,1	1086,4	1169,9
6	1270	1497,89	1169,12	1268,93
7	1860	1247,21	1189,3	1269,25
8	1720	1921,28	1323,44	1446,48
9	1430	1699,87	1402,75	1528,53
10	1650	1403,01	1408,2	1498,97
11	1650	1674,7	1456,56	1544,28
12	1520	1647,53	1495,25	1576
13	2180	1507,25	1500,2	1559,2
14	2230	2247,28	1636,16	1745,44
15	2040	2228,27	1754,93	1890,81
16	1730	2021,17	1811,94	1935,56
17	1840	1700,88	1795,55	1873,9
18	2200	1853,91	1804,44	1863,73

Πίνακας 1.4: Εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερές $\alpha=0,1$, $\alpha=0,2$, $\alpha=0,3$.



Διάγραμμα 1.4: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 1.4.

Η εκθετική εξομάλυνση είναι μια από τις μεθόδους που χρησιμοποιείται πολύ συχνά στις χρονολογικές σειρές. Ο λόγος είναι γιατί είναι απλή και δεν απαιτεί μεγάλο αριθμό πληροφοριών. Χρειάζονται μονό τρία δεδομένα: η προηγούμενη πρόβλεψη, η τιμή του φαινομένου για την ίδια περίοδο και η σταθερά εξομάλυνσης α , η οποία παίρνει τιμές ανάμεσα στο 0 και το 1 και εκτιμά το επίπεδο εξομάλυνσης. Στην σταθερά εξομάλυνσης α δίνονται μικρές τιμές κοντά στο 0, όταν οι διακυμάνσεις οφείλονται σε τυχαία ή έκτακτα γεγονότα ή όταν η τάση του φαινομένου στο παρελθόν χαρακτηρίζεται από σταθερότητα και από μικρές αλλαγές. Αλλιώς δίνονται μεγαλύτερες τιμές [1],[3],[4],[8].

1.2.5 Εκθετική εξομάλυνση και τάση

Αν η χρονολογική σειρά έχει μεγάλη ανοδική ή καθοδική τάση, τότε η εκθετική εξομάλυνση οδηγείται σε υπερεκτίμηση ή υποεκτίμηση των τιμών αυτού του φαινομένου. Όταν υπάρχουν αυτές οι περιπτώσεις τότε η αρχική πρόβλεψη για την περίοδο t , έστω F_t^j , μπορεί να αλλάξει προσθέτοντας σε αυτή την τάση T_t .

$$F_t = F_t^j + T_t \quad (5)$$

Η αρχική πρόβλεψη και η τάση υπολογίζονται :

$$F_t^j = F_{t-1} + a(A_{t-1} - F_{t-1}) \quad (6)$$

$$T_t = T_{t-1} + ab(A_{t-1} - F_{t-1}) \quad (7)$$

Όπου:

Το b η σταθερά εξομάλυνσης της τάσης, $0 < b < 1$,

Το a η σταθερά εξομάλυνσης, $0 \leq a \leq 1$.

Η σταθερά εξομάλυνσης της τάσης b δείχνει το ποσοστό που η τάση επηρεάζει την εκτίμηση. Μια μεγάλη τιμή για την σταθερά εξομάλυνσης της τάσης b δίνει μεγάλη σημασία στην πρόσφατη τάση και βοηθάει στην καλύτερη εκτίμηση για πρόσφατες μεταβολές [1],[3],[4],[8].

Ο πίνακας 1.5 παρουσιάζει τις προβλέψεις της εκθετικής εξομάλυνσης με τάση για σταθερά εξομάλυνσης $\alpha=0,5$ και σταθερά εξομάλυνσης με τάση $b=0,4$.

Εβδομάδες t	Πωλήσεις A _t	F' ^t ($\alpha=0,50,$ $\beta=0,40$)	T	F ^t ($\alpha=0,50,$ $\beta=0,40$)
1	24	0,00	0,00	24,00
2	21	24,00	0,00	24,00
3	27	22,50	-0,60	21,90
4	32	24,45	0,42	24,87
5	34	28,44	1,85	30,28
6	35	32,14	2,59	34,73
7	38	34,87	2,64	37,51
8	42	37,75	2,74	40,50
9	40	41,25	3,04	44,29
10	44	42,15	2,18	44,33
11	46	44,16	2,12	46,28
12	50	46,14	2,06	48,20
		49,10	2,42	51,52

Πίνακας 1.5: Εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης με τάση για $\alpha=0,5$ και $b=0,4$.

Η πρόβλεψη για την πρώτη εβδομάδα είναι $F_1 = 24$ και είναι ίση πάντα με την πραγματική τιμή για αυτό στο συγκεκριμένο παράδειγμα οι πωλήσεις την πρώτη εβδομάδα είναι $A_1 = 24$.

Η πρόβλεψη για την δεύτερη εβδομάδα θα γίνει με τους τύπους (5),(6) και (7).

Πρώτον, θα βρεθεί η αρχική πρόβλεψη από τον τύπο (6).

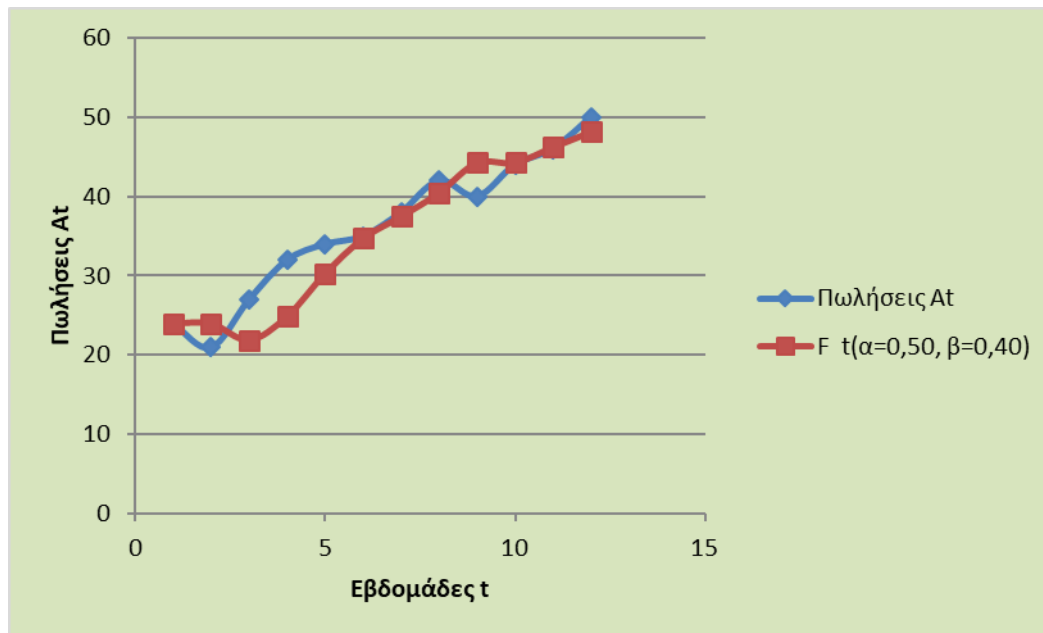
$$F'_2 = F_1 + \alpha(A_1 - F_1) = 24 + 0,5 * (24 - 24) = 24$$

Δεύτερον, θα βρεθεί η τάση από την αντικατάσταση στον τύπο (7).

$$T_2 = T_1 + \alpha b(A_1 - F_1) = 0 + 0,5 * 0,4 * (24 - 24) = 0$$

Τέλος, θα βρεθεί και η πρόβλεψη με τον τύπο (5) ο οποίος ουσιαστικά είναι το άθροισμα της αρχικής πρόβλεψης και της τάσης.

$$F_2 = F'_2 + T_2 = 24 + 0 = 24$$



Διάγραμμα 1.5: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 1.5.

1.2.6 Γραμμική παλινδρόμηση

Παλινδρόμηση είναι η συναρτησιακή σχέση που συνδέει δυο ή περισσότερες μεταβλητές. Όταν υπάρχουν μεταβλητές οι οποίες συνδέονται θετικά, τότε με γνωστή την τιμή για την ανεξάρτητη μεταβλητή μπορεί να ολοκληρωθεί η εκτίμηση για την εξαρτημένη μεταβλητή. Η σχέση μεταξύ των μεταβλητών προέρχεται από τις ιστορικές τιμές.

Η γραμμική παλινδρόμηση είναι μια ειδική περίπτωση η οποία αναφέρεται στην σχέση ανάμεσα σε δυο μεταβλητές που συνδέονται γραμμικά.

Η παλινδρόμηση εφαρμόζεται στις χρονολογικές σειρές, αλλά και στα αιτιολογικά πρότυπα. Στις χρονολογικές μεταβλητές η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ο χρόνος, ενώ στα αιτιολογικά πρότυπα η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι κάποιος άλλος παράγοντας που ερμηνεύει σε μεγάλο βαθμό την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής. Στις χρονολογικές σειρές, η χρονική περίοδος t της σειράς είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή.

Η σχέση είναι :

$$Y_t = a + b_t, t = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Όπου:

Y_t = εξαρτημένη μεταβλητή.

a = το σημείο που η ευθεία $Y_t = a + b_t$ τέμνει τον κάθετο άξονα.

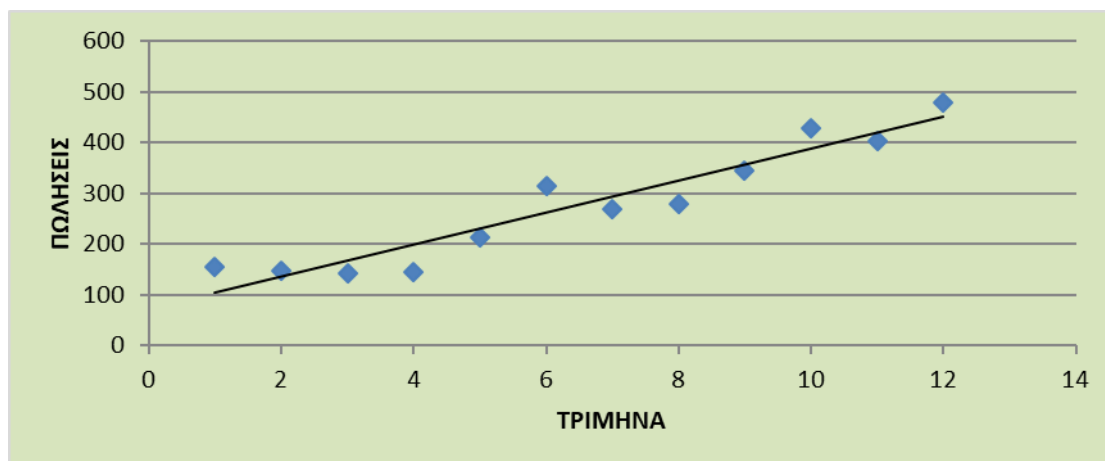
b = η κλίση της ευθείας $Y_t = a + b_t$

t = η ανεξάρτητη μεταβλητή χρόνος.

Για να εκπληρωθεί η εκτίμηση της περιόδου t, θα πρέπει να προσδιορίσουμε τους συντελεστές a και b. Αυτό μπορεί να προκύψει από δυο μεθόδους την γραφική μέθοδο και τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων [1],[3][4],[8].

1.2.6.1 Γραφική μέθοδος

Η γραφική μέθοδος εφαρμόζεται σε ένα καρτεσιανό διάγραμμα στο οποίο απεικονίζονται οι τιμές της χρονολογικής σειράς. Πάνω στο διάγραμμα χαράζεται η γραμμή της τάσης με τρόπο ώστε οι θετικές αποκλίσεις των τιμών που βρίσκονται πάνω από την γραμμή, να ισούνται με τις αρνητικές αποκλίσεις των τιμών, οι οποίες είναι κάτω από την γραμμή. Η χάραξη της γραμμής θα πρέπει να γίνει με προσοχή λαμβάνοντας υπόψη την τάση αλλά και άλλες συνιστώσες της χρονολογικής σειράς όπως είναι η εποχικότητα, και η τυχαιότητα [1],[3],[4],[8].



Διάγραμμα 1.6: Γραμμή της τάσης με τη γραφική μέθοδο.

1.2.6.2 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων η γραμμή της τάσης ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων ανάμεσα στις πραγματικές τιμές y_t και στις προβλεπόμενες τιμές Y_t . Έτσι με αυτόν το τρόπο γίνονται γνωστές και παράμετροι a και b . Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων είναι:

$$\sum_{t=1}^n (y_t - Y_t)^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - a - bt)^2 \quad (9)$$

Εξισώνοντας τις μερικές παραγωγούς ως προς a και b της (9) ίσες με το μηδέν και λύνοντας το σύστημα των δυο εξισώσεων, καταλήγουμε στο αποτέλεσμα ότι η (9) ελαχιστοποιείται για

$$a = \bar{y} - b\bar{t} \quad (10)$$

$$b = \frac{\sum_{t=1}^n y_t t - n\bar{y}\bar{t}}{\sum_{t=1}^n t^2 - n\bar{t}^2} \quad (11)$$

Όπου :

\bar{y} η μέση τιμή των y .

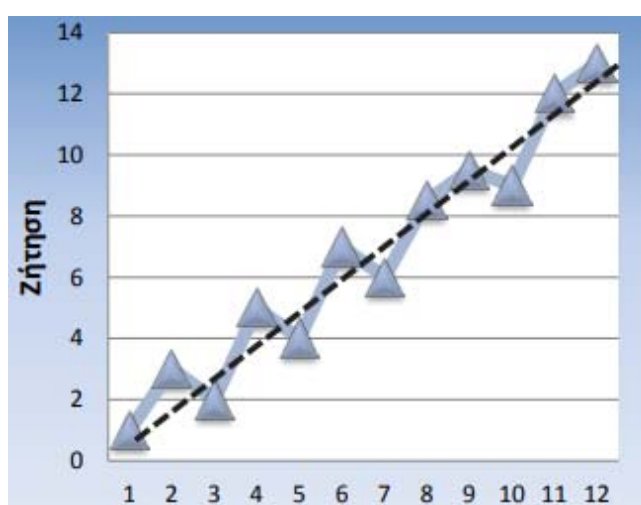
\bar{t} η μέση τιμή των t .

n ο αριθμός των δεδομένων της χρονολογικής σειράς [1],[3],[8].

1.2.7 Ανάλυση χρονολογικών σειρών

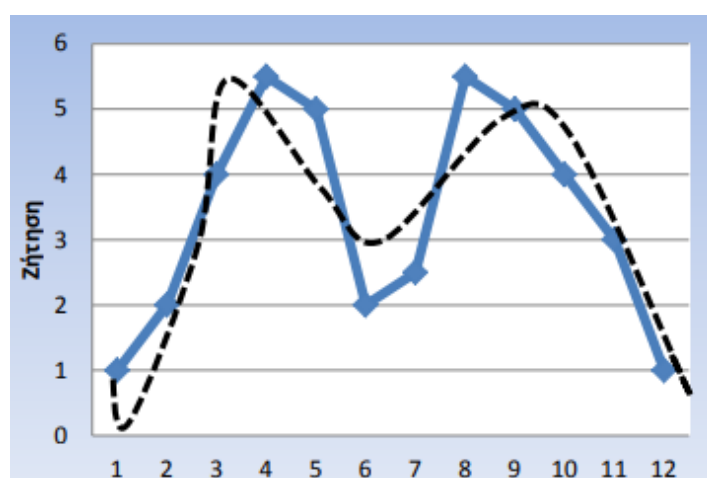
Οι τιμές της ζήτησης σε μια χρονολογική σειρά εξαρτώνται θεωρητικά από τέσσερις παράγοντες. Την τάση T (trend), την εποχικότητα S (seasonality), την περιοδικότητα C (cyclicality) και τέλος την τυχαία συνιστώσα R (noise, random-irregular movements).

Η τάση T (trend) είναι η ανοδική ή καθοδική πορεία των δεδομένων στο χρόνο και αντιπροσωπεύει την μακροχρόνια εξέλιξη του φαινομένου. Μια ανοδική τάση μπορεί να βρεθεί στην ζήτηση ενός προϊόντος λόγω προωθητικών ενεργειών ή λόγω μείωσης της τιμής του προϊόντος. Από την άλλη μια καθοδική τάση μπορεί να εντοπιστεί σε ένα προϊόν όταν αυτό τείνει να αποσυρθεί.



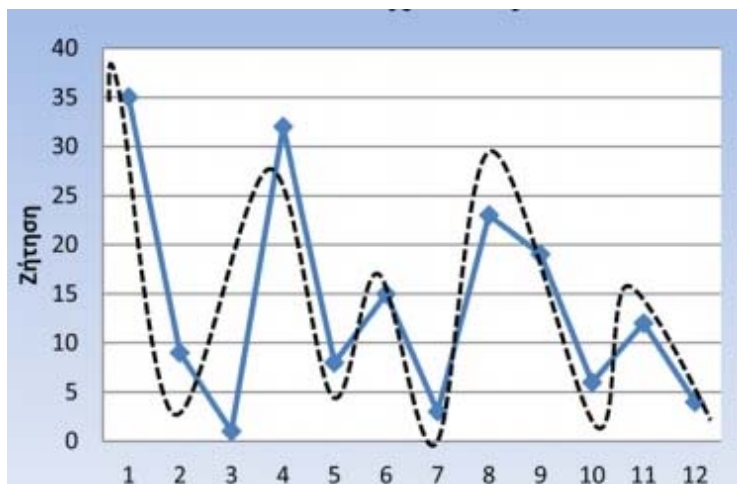
Διάγραμμα 1.7: Απεικονίζει μια ανοδική τάση.

Η εποχικότητα S (seasonality) είναι χρονικές περιόδους μικρής ή μεγάλης ζήτησης οι οποίες επαναλαμβάνονται στον χρόνο. Αυτή η επανάληψη μπορεί να οφείλεται σε διάφορους παράγοντες, όπως είναι οι εποχές, ο καιρός κ.λπ.. Κλασικό παράδειγμα είναι τα αντηλιακά που παρουσιάζουν μεγάλη ζήτηση τους καλοκαιρινούς μήνες, ενώ τους χειμερινούς μήνες η ζήτηση είναι παρά πολύ μικρή.



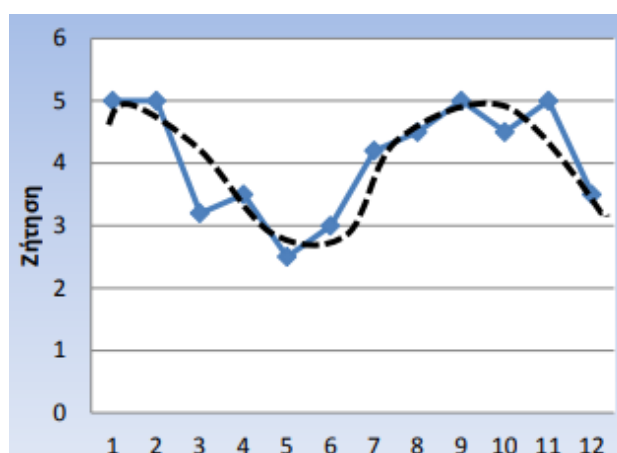
Διάγραμμα 1.8: Εποχικότητα

Η τυχαία συνιστώσα R (noise, random-irregular movements) είναι η κίνηση των δεδομένων που δεν παρουσιάζει καμιά κανονικότητα, δε σχετίζονται με τη τάση, τη κυκλικότητα ή την εποχικότητα. Οι τυχαίες κινήσεις επηρεάζουν τις τιμές κατά ένα τυχαίο τρόπο, ο οποίος δεν μπορεί να προσδιοριστεί.



Διάγραμμα 1.9: Τυχαία συνιστώσα R (noise, random-irregular movements).

Η περιοδικότητα C (cyclicality) περιγράφει μακροπρόθεσμες ταλαντώσεις γύρω από τη γραμμή της τάσης, που εμφανίζονται ακανόνιστα με κυματοειδή μορφή για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η περιοδικότητα εμφανίζεται σε συγκεκριμένες περιπτώσεις όπως είναι η κτηνοτροφία αλλά και η παραγωγή οικιακών αγαθών. Η χρονική διάρκεια μπορεί να είναι από λίγους μήνες έως και κάποια χρόνια, αυτός είναι και λόγος που τις περισσότερες φορές εμπεριέχονται σε μακροπρόθεσμες προβλέψεις της ζήτησης.



Διάγραμμα 1.10: Περιοδικότητα C (cyclicality).

Οι παράγοντες έχουν την δυνατότητα να συνδέονται μεταξύ τους με αθροιστικό ή πολλαπλασιαστικό πρότυπο. Στο συνηθέστερο πρότυπο το οποίο είναι το πολλαπλασιαστικό θεωρείται ότι η ζήτηση y_t για την περίοδο t προκύπτει από το γινόμενο των παραγόντων.

$$y_t = T_t C_t S_t R_t \quad (12)$$

Συνεπώς η πρόβλεψη Y_t για την περίοδο t , προκύπτει από το γινόμενο των παραγόντων.

$$Y_t = \hat{T}_t \hat{C}_t \hat{S}_t \hat{R}_t \quad (13)$$

Όπου $\hat{T}_t, \hat{C}_t, \hat{S}_t, \hat{R}_t$ η πρόβλεψη των παραγόντων.

Στο πρότυπο (13) η τάση προβλέπεται με τις μονάδες μέτρησης της χρονολογικής σειράς y_t ενώ στους άλλους τρεις παράγοντες οι εκτιμήσεις πραγματοποιούνται με δείκτες που παίρνουν τιμές κοντά στην μονάδα.

Για βραχυπρόθεσμες εκτιμήσεις η κυκλική επιρροή μπορεί να θεωρηθεί ασήμαντη, θεωρώντας ότι ο δείκτης ισούται με την μονάδα. Έτσι το πρότυπο (13) μετατρέπεται στο πρότυπο (14):

$$Y_t = \hat{T}_t \hat{S}_t \hat{R}_t \quad (14)$$

Έστω ότι υπάρχει μια χρονολογική σειρά y_t , $t=1,2,3,4,5 \dots, n$ για τετράμηνη ζήτηση ενός εξαρτήματος Α. Οι τρεις πρώτες τιμές αφορούν τα τρία τετράμηνα του πρώτου έτους ενώ αντίστοιχα οι επόμενες τρεις τιμές αφορούν τα τετράμηνα του δεύτερου έτους κ.λπ. Η εκτίμηση του εποχικού δείκτη S_k για το τετράμηνο k , $k=1,2,3$ γίνεται σύμφωνα με την διαδικασία :

- Πρώτον χρησιμοποιούνται οι κινητοί μεσοί όροι (ΚΜΟ) τριών ορών και υπολογίζονται οι μέσες τιμές της ζήτησης.

$$KMO_j = \frac{y_t + y_{t+1} + y_{t+2}}{3} \quad (15)$$

- Δεύτερον, υπολογίζονται οι κεντρικοί κινητοί μεσοί όροι (ΚΚΜΟ) που ουσιαστικά είναι οι μεσοί όροι δυο διαδοχικών κινητών μέσων.

$$KKMO_{ik} = \frac{KMO_{i-1} + KMO_{i+1}}{2} \quad (16)$$

- Τρίτον διαιρούνται τα δεδομένα y_t της χρονολογικής σειράς με τους κεντρικούς κινητούς μέσους όρους (ΚΚΜΟ). Έτσι υπολογίζονται οι δείκτες SS_{ik} που έχουν την ονομασία ειδικοί εποχικοί δείκτες.

$$SS_{ik} = \frac{y_t}{KKMO_{ik}} \quad (17)$$

- Τέταρτον υπολογίζονται οι εποχικοί δείκτες S_k , που προκύπτουν από την μέση τιμή των ειδικών εποχικών δεικτών που αφορούν στο ίδιο τετράμηνο k κάθε έτους i ($i=1, \dots, m$).

$$S_k = \frac{\sum_{i=1}^m SS_{ik}}{m} \quad (18)$$

- Πέμπτον το πολλαπλασιαστικό πρότυπο προϋποθέτει η μέση τιμή των εποχικών δεικτών να ίση με την μονάδα. Όταν η συγκεκριμένη προϋπόθεση δεν ικανοποιείται τότε είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί μια διόρθωση. Η διόρθωση γίνεται προσδιορίζοντας το ποσοστό π_k και πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό με τον αριθμό τρία.

$$\pi_k = \frac{S_k}{\sum_{k=1}^4 S_k} \quad (19)$$

$$S'_k = 4\pi_k \quad (20)$$

Όπου:

π_k η συμμετοχή του κάθε δείκτη στο συνολικό άθροισμα των δεικτών.

S'_k οι διορθωμένοι εποχικοί δείκτες.

Τέλος όταν οι τιμές y_t της χρονολογικής σειράς διαιρεθούν με τους εποχικούς δείκτες δημιουργείται μια χρονολογική σειρά y'_k η οποία περιλαμβάνει μονό τον παράγοντα τάση. Στη νέα αυτή σειρά μπορεί να προβλεφθεί, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, η τάση. Στη συνέχεια, διορθώνεται η πρόβλεψη της τάσης παίρνοντας υπόψη τους εποχικούς δείκτες [1],[3],[4],[8].

1.2.8 Box - Jenkins

Η μέθοδος Box- Jenkins αναφέρθηκε για πρώτη φορά σε ένα βιβλίο το 1970 το οποίο είχε πολλές επιρροές, από δυο στατιστικούς τον George Box και τον Gwilym Jenkins. Αυτός είναι και ο λόγος που η μέθοδος ονομάστηκε Box- Jenkins. Η προσέγγιση Box- Jenkins βασίζεται στην μοντελοποίηση των διαδικασιών ARIMA. Μια διαδικασία ARIMA είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη. Ουσιαστικά η μοντελοποίηση Box- Jenkins περιλαμβάνει τον εντοπισμό μιας κατάλληλης διαδικασίας ARIMA, την προσαρμογή της στα δεδομένα και στην συνέχεια τη χρήση της εγκατεστημένης στο μοντέλο πρόβλεψης. Ένα από τα χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα της μεθόδου Box - Jenkins είναι ότι οι διεργασίες ARIMA είναι μια πολύ πλούσια κατηγορία πιθανών μοντέλων και συνήθως είναι δυνατόν να βρεθεί μια εκτίμηση που παρέχει επαρκή περιγραφή των δεδομένων.

Η διαδικασία μοντελοποίησης Box-Jenkins περιλαμβάνει μια επαναληπτική διαδικασία πέντε σταδίων.

- Η προετοιμασία δεδομένων περιλαμβάνει μετασχηματισμός και διαφοροποιήσεις.
- Η επιλογή μοντέλου χρησιμοποιεί διάφορα γραφήματα με βάση τα μετασχηματισμένα και διαφοροποιημένα δεδομένα για να μπορέσουν να εντοπίσουν πιθανές διαδικασίες ARIMA, που να προσπαθήσουν να δώσουν μια καλή προσέγγιση.
- Η εκτίμηση παραμέτρου σημαίνει την εύρεση των τιμών των συντελεστών του μοντέλου που παρέχει την καλύτερη δυνατή εκτίμηση στα δεδομένα.
- Ο έλεγχος μοντέλου περιλαμβάνει τον έλεγχο των παραδοχών του μοντέλου για τον προσδιορισμό τυχόν περιοχών, όπου το μοντέλο είναι ανεπαρκές. Αν

το μοντέλο αποδειχτεί ότι είναι ανεπαρκές, τότε πρέπει να ξαναπάει η διαδικασία πίσω στο βήμα 2, δηλαδή στη επιλογή μοντέλου, ώστε να προσπαθήσει να εντοπίσει ένα καταλληλότερο μοντέλο.

- Τελευταίο στάδιο είναι η πρόβλεψη, που μόλις ολοκληρωθούν τα προηγούμενα τέσσερα στάδια, θα τεθεί σε εφαρμογή. Φυσικά αυτό θα γίνει μέσω υπολογιστή γιατί είναι πολύ δύσκολο αυτοί οι υπολογισμοί να γίνουν χωρίς την βοήθεια του υπολογιστή [1],[4],[8],[12],[14].

1.3 Αιτιολογικά πρότυπα

Τα αιτιολογικά πρότυπα χρησιμοποιούνται όταν υπάρχουν διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα, και όταν μπορεί να εντοπιστεί μια σύνδεση ανάμεσα στον παράγοντα που πρέπει να προσεγγιστεί και άλλων παραγόντων. Οι σχέσεις αυτές εκφράζονται με μαθηματικούς όρους, που πολλές φορές είναι πιθανόν να είναι αρκετά πολύπλοκη.

1.3.1 Μοντέλα Παλινδρόμησης

Όπως έχει αναφερθεί, η παλινδρόμηση ορίζεται και ως η σχέση μεταξύ δυο ή περισσότερων μεταβλητών. Όταν είναι γνωστές οι ανεξάρτητες μεταβλητές μπορεί να γίνει εκτίμηση για την εξαρτημένη μεταβλητή. Τα μοντέλα παλινδρόμησης είναι μια στατιστική μέθοδος, η οποία είναι ευρέως διαδεδομένη λόγω των πολλών πλεονεκτημάτων που έχει, προς τους χρήστες. Η παλινδρόμηση αποτελεί ένα κατάλληλο εργαλείο για να πραγματοποιηθεί μια πρόβλεψη. Μπορεί να εφαρμοστεί στον υπολογιστή γρήγορα, και δεν απαιτεί ιδιαίτερη κατανάλωση ανθρώπινων πόρων. Υπάρχουν δυο είδη παλινδρόμησης, η απλή και η πολλαπλή. Η διαφορά τους είναι ότι η απλή παλινδρόμηση συνδέει δυο μεταβλητές, την εξαρτημένη μεταβλητή και την ανεξάρτητη μεταβλητή, ενώ η πολλαπλή παλινδρόμηση χρησιμοποιεί παραπάνω από μια ανεξάρτητες μεταβλητές. Τον ρόλο της εξαρτημένης μεταβλητής και στις δυο περιπτώσεις παίρνει η ζήτηση. Το πρότυπο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης έχει όπως ήδη αναφέρθηκε μόνο μια ανεξάρτητη μεταβλητή, που συνδέεται γραμμικά με την εξαρτημένη μεταβλητή και έχει την μορφή:

$$Y_t = a + bx_t \quad (21)$$

Όπου :

Y_t είναι η πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής y_t .

x_t είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή.

a η τομή της ευθείας $Y = a + bx$ με τον άξονα των y .

b η κλίση της ευθείας $Y = a + bx$.

Η σχέση των δυο μεταβλητών είναι γραμμική. Αυτό όμως δεν ισχύει πάντα. Σε κάποιες περιπτώσεις οι αρχικές μεταβλητές μπορεί να μετασχηματιστούν ώστε η μη γραμμική σχέση τους να αλλάξει σε μια γραμμική.

Η πρόβλεψη των παραμέτρων a και b μπορεί να γίνει γνωστή, από τις ήδη γνωστές σχέσεις (10) και (11), με μια αλλαγή στη θέση της t , στην οποία τίθεται η μεταβλητή x .

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (22)$$

$$b = \frac{\sum_{t=1}^n y_t x_t - n \bar{y} \bar{x}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 - n \bar{x}^2} \quad (23)$$

Όπου:

\bar{y} είναι η μέση τιμή των y_t .

\bar{x} είναι η μέση τιμή των x_t .

n ο αριθμός των δεδομένων της χρονολογικής σειράς.

Για τον έλεγχο της καταλληλότητας του πρότυπου της γραμμικής παλινδρόμησης χρησιμοποιείται ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 . Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 εκφράζει το βαθμό και τον τρόπο που οι δύο μεταβλητές συσχετίζονται, δηλαδή πως η εξαρτημένη μεταβλητή μεταβάλλεται ως προς τις μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής. Ο συντελεστής προσδιορισμού παίρνει τιμές ανάμεσα 0 και 1. Η σχέση για τον συντελεστή προσδιορισμού r^2 είναι η εξής:

$$r^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (24)$$

Ένα δεύτερο στοιχείο είναι συντελεστής συσχέτισης r, οποίος είναι η τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού r^2 και έχει πρόσημο αυτό του συντελεστή β. Οι τιμές του r κυμαίνονται από -1 μέχρι και +1.

- $r = +1$: υπάρχει τέλεια θετική συσχέτιση μεταξύ των X και Y,
- $r = 0$: δεν υπάρχει καμία (γραμμική) συσχέτιση μεταξύ των X και Y,
- $r = -1$: υπάρχει τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ των X και Y.

Δηλαδή, όσο πιο κοντά είναι στο 0 είναι ο συντελεστής συσχέτισης τόσο μικρότερη συσχέτιση υπάρχει ανάμεσα στις δυο μεταβλητές. Όταν το r είναι θετικό υπάρχει θετική συσχέτιση, δηλαδή, όταν αυξάνεται η τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής αυξάνεται και η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής. Ενώ αντίθετα, όταν το r είναι αρνητικό υπάρχει αρνητική συσχέτιση, δηλαδή, όταν αυξάνεται η τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, μειώνεται η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής.

Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που μπορεί να καταλήξει ένα μοντέλο σε σφάλμα. Οι τρεις βασικοί λόγοι είναι:

- Ο πρώτος λόγος είναι ο ατελής προσδιορισμός, ο οποίος εκφράζει τις σχέσεις ανάμεσα στις μεταβλητές που δεν ακολουθούν πάντα γραμμική σχέση. Σε αρκετές περιπτώσεις η σχέση μεταξύ των μεταβλητών εκδηλώνεται ως γραμμική, ενώ στην πραγματικότητα είναι μια σχέση η οποία αποδίδεται με εξισώσεις παραβολής.
- Ο δεύτερος λόγος είναι τα σφάλματα μέτρησης τα οποία είναι ουσιαστικά τα υπολογιστικά σφάλματα κατά την μέτρηση των μεταβλητών. Τα σφάλματα μέτρησης μπορούν να γίνουν αντιληπτά και ανάμεσα σε σχέσεις μεταβλητών, οι οποίες έχουν κατασκευαστεί με τον καταλληλότερο συστηματικό τρόπο. Για να αντιμετωπιστεί το θέμα με τα σφάλματα μέτρησης μπορεί να συμπεριληφθούν περισσότεροι από ένας έλεγχοι για κάθε πρόβλεψη.
- Ο τρίτος λόγος είναι η ατελής θεωρία που αποδίδει τις περιπτώσεις στις οποίες κάποιες ανεξάρτητες μεταβλητές που συνδέονται με την εξαρτημένη μεταβλητή Y_t έχουν παραλειφτεί. Προκειμένου να αποφευχθεί η ύπαρξη μιας

ατελής θεωρίας είναι συνετό να παρατίθενται όσο το δυνατόν περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές στα μοντέλα παλινδρόμησης [1],[4],[8].

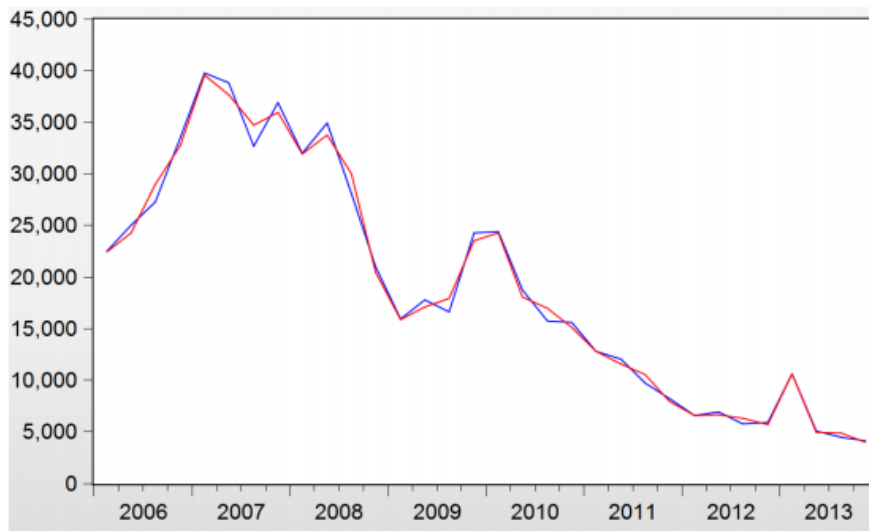
1.3.2 Οικονομετρικά Μοντέλα

Τα οικονομετρικά μοντέλα είναι μέθοδοι που χρησιμοποιούν οι οικονομολόγοι ώστε να εκτιμήσουν τις εξελίξεις που πιθανόν να συμβούν στο χώρο της οικονομίας. Δηλαδή οι οικονομολόγοι χρησιμοποιούν μεταβλητές όπως το κατά κεφαλήν εισόδημα, τα έξοδα των καταναλωτών και προσπαθούν να προβλέψουν πως οι αλλαγές σε κάποιες μεταβλητές ενδέχεται να επηρεάσουν στο μέλλον τις τιμές άλλων μεταβλητών. Παρόλα αυτά η συγκεκριμένη μέθοδος δεν έχει αποκλειστικά μόνο αυτήν την χρήση, αλλά χρησιμοποιείται και από διάφορες επιχειρήσεις για την εκτίμηση των κύκλων εργασίας.

Ένα ισχυρό πλεονέκτημα των οικονομετρικών μοντέλων είναι το ότι παρέχουν στους ενδιαφερομένους ένα πλήρες και εκφρασμένο σύστημα, με την βοήθεια του οποίου οι οικονομικές πληροφορίες θα αξιοποιηθούν με τον καταλληλότερο κατανοητό τρόπο. Επιπροσθέτως, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να αναφερθεί ότι πληροφορίες ενός ή περισσότερων παραμέτρων μετράται από τους συντελεστές παλινδρόμησης. Επομένως, αν κάποιος χρηστής της πρόβλεψης κρίνει ότι υπάρχει ένα χάσμα μεταξύ των προβλεπόμενων συντελεστών και συντελεστών που έπρεπε να υπάρχουν λόγω της σημαντικότητας τους, έχει την ευκαιρία να επαναπροσδιορίσει με διαφορετικές τιμές και να εξετάσει τα αποτελέσματα. Άρα με αυτόν τον τρόπο δίνεται η δυνατότητα να εξετάζονται παραπάνω από ένα σενάριο, αλλάζοντας κάθε φορά τους συντελεστές των παραμέτρων και πραγματοποιώντας μια προσομοίωση των οικονομικών υποδειγμάτων.

Οι αρμόδιοι που θα διενεργήσουν την διαδικασία ώστε να πραγματοποιήσουν την πρόβλεψη, θα πρέπει να ενημερωθούν για τα όρια του οικονομετρικού μοντέλου, ειδικότερα αν είναι ευρείας κλίμακας και διαθέτει πληθώρα μεταβλητών που αλληλοσυνδέονται. Ένα βασικό πρόβλημα είναι ότι σε πολλές μεθόδους παλινδρόμησης χρησιμοποιούνται εξαρτημένες μεταβλητές κάποιων εξισώσεων, ως ανεξάρτητες μεταβλητές σε άλλες εξισώσεις του συστήματος. Αρκετές φορές γίνεται αντιληπτό, ότι όταν μια εξαρτημένη μεταβλητή της πρώτης παλινδρόμησης χρησιμοποιείται ως ανεξάρτητη μεταβλητή στην δεύτερη παλινδρόμηση αυξάνεται η πιθανότητα ενός μεροληπτικού σφάλματος. Επιπλέον άλλο ένα πρόβλημα στην χρήση των οικονομετρικών μοντέλων είναι ότι τα μεγάλης κλίμακας αθροιστικά μοντέλα δεν συμπεριλαμβάνονται άμεσα στις πληροφορίες που αφορούν τους τομείς της οικονομίας.

Την ανάπτυξη των οικονομετρικών μοντέλων αναλαμβάνουν έμπειροι και αξιόλογοι οικονομολόγοι οι οποίοι διαθέτουν ένα καταρτισμένο λεπτομερές δίκτυο οικονομικών και στατιστικών πληροφοριών που αφορά αυτόν τον ειδικό τομέα της οικονομίας. Τις περισσότερες φορές το δίκτυο πληροφοριών δεν είναι εύκολο να συμπεριληφθεί μέσα στο μοντέλο. Οπότε το μοντέλο δεν διαθέτει ένα μεγάλο αριθμό στοιχείων και έτσι ενδέχεται να μην αντληθούν τα σωστά αποτελέσματα.



Διάγραμμα 1.11: Απεικόνιση ενός διαγράμματος στο οποίο έχει γίνει εφαρμογή των οικονομετρικών μοντέλων.

Τα οικονομετρικά μοντέλα πρέπει να ακολουθούν τρεις συγκεκριμένους κανόνες :

- Αρχικά επιβάλλεται το μοντέλο να διαθέτει μια οικονομική θεωρία, η οποία θα είναι γνωστή και δεν είναι απαραίτητο να εφαρμόζεται στις συγκεκριμένες συνθήκες που σχεδιάστηκε το μοντέλο.
- Έπειτα, η στατική ανάλυση των ιστορικών δεδομένων είναι ένας από τους σημαντικούς τρόπους, βάση των οποίων υιοθετούνται οι σχέσεις ανάμεσα στις μεταβλητές.
- Τέλος, οι δημιουργοί των μοντέλων αξιολογούν την χρήση ή την μη χρήση των μεταβλητών που πρόκειται να συμμετέχουν, αυτό το βήμα είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί μπορεί να γίνει μεγάλη εξοικονόμηση του χρόνου που απαιτεί ένα οικονομετρικό μοντέλο.

Η ανάπτυξη ενός οικονομετρικού μοντέλου είναι μια πολύ απαιτητική διαδικασία, διότι, πρώτον η πολυπλοκότητα που υπάρχει στις σχέσεις των μεταβλητών, δεύτερον, ο αριθμός των δεδομένων που πρέπει να συλλεχθούν με προσοχή, και τρίτον, το κόστος ενός οικονομετρικού μοντέλου είναι πολύ μεγάλο. Για αυτούς τους λόγους οι επιχειρήσεις αποφεύγουν να εφαρμόσουν όλη την διαδικασία, ελάχιστες είναι οι επιχειρήσεις που θα αναλάβουν να δημιουργήσουν τα μοντέλα μόνες τους. Οι περισσότερες εταιρίες αναθέτουν την κατασκευή των οικονομετρικών μοντέλων στα λεγόμενα οικονομετρικά γραφεία που ειδικεύονται στο να χειρίζονται οικονομετρικά μοντέλα και διαθέτουν υπηρεσίες προβλέψεων. Οι εκτιμήσεις που παρέχουν τα συγκεκριμένα μοντέλα, χρησιμοποιούνται από τις επιχειρήσεις ώστε να έχουν μια βάση, με την οποία θα μπορέσουν με την σειρά τους να κάνουν προβλέψεις για την ζήτηση των προϊόντων, για τις προτιμήσεις των καταναλωτών, για την ανάπτυξη νέων προϊόντων κ.λπ. [4],[7].

1.3.3 Δείκτες οδήγησης

Οι δείκτες οδήγησης είναι μέθοδοι πρόβλεψης, οι οποίες προβλέπουν πως θα κινηθεί ένα μέγεθος για μια ορισμένη χρονική διάρκεια. Ο δείκτης οδήγησης χρησιμοποιείται στις επιχειρήσεις κυρίως στον τομέα των πωλήσεων. Όταν υπάρχει

ένα χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ των αποφάσεων και της πραγματικής ικανοποίησης των παραγγελιών και των πωλήσεων, τότε η γνώση που προήλθε από τις αποφάσεις αγοράς σε προηγούμενες περιόδους είναι πιθανόν να χρησιμοποιηθεί ως βάση για μελλοντικές προβλέψεις.

Ένα πολύ γνωστό παράδειγμα στο οποίο χρησιμοποιούνται οι δείκτες οδήγησης είναι σε εταιρίες με βρεφικά ρούχα. Αυτές μπορούν να αντλήσουν στοιχεία από την Ελληνική Στατιστική Αρχή για την πορεία των γεννήσεων των τελευταίων ετών, ώστε να μπορούν να πραγματοποιήσουν προβλέψεις των πωλήσεων τους για τα επόμενα χρόνια. Έπειτα αφού πραγματοποιήσουν την πρόβλεψη της ζήτησης θα πρέπει να προβλέψουν και το μερίδιο που θα κατέχουν στην αγορά (διάγραμμα 1.12).

Το πρότυπο για τους δείκτες οδήγησης τις περισσότερες φορές έχει την μορφή.

$$F_{t-1} = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \dots + a_nx_{t-n} \quad (25)$$

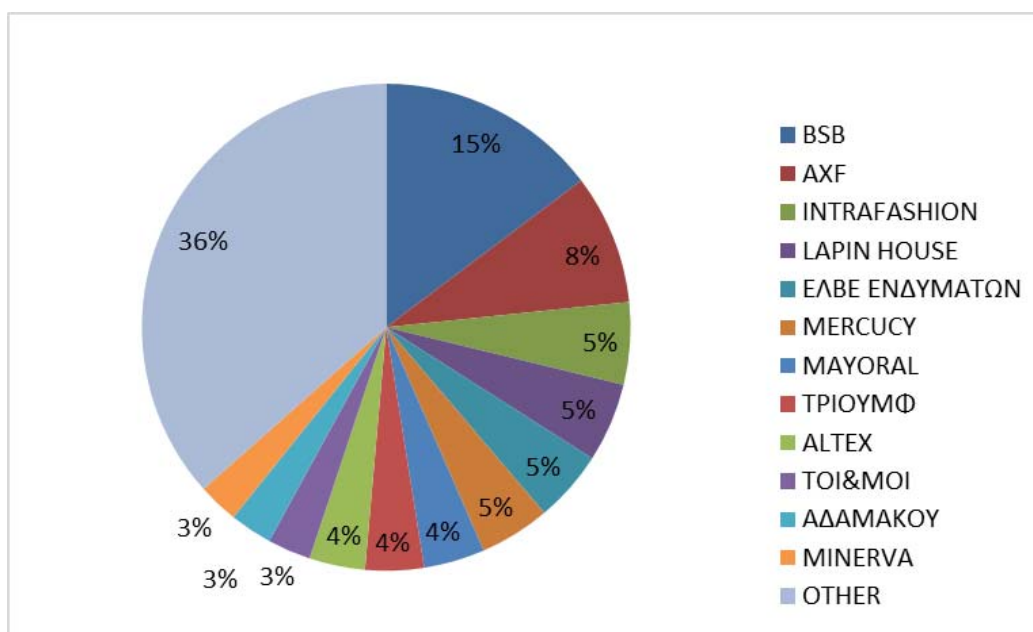
Όπου:

F_{t-1} είναι η πρόβλεψη για την περίοδο t-1.

a_1, a_2, a_n είναι σταθερές οι οποίες παίρνουν τις τιμές από την εφαρμογή παλινδρομικών μοντέλων σε προηγούμενα δεδομένα.

$x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-n}$ είναι οι τιμές των δεικτών οδήγησης.

Ένα βασικό πλεονέκτημα που έχει η μέθοδος των δεικτών οδήγησης είναι ότι μπορεί να προβλέψει τα σημεία καμπής. Παρόλα αυτά, τα αποτελέσματα των δεικτών οδήγησης δεν προσφέρουν πάντα τις καταλληλότερες λύσεις, διότι διαθέτουν μια χρονική καθυστέρηση μεταξύ του δείκτη οδήγησης και της ζήτησης, η οποία χρονική καθυστέρηση τις περισσότερες φορές είναι λίγοι μήνες. Αυτός είναι και ο λόγος που χρησιμοποιούνται σπάνια σε μακροπρόθεσμες προβλέψεις, και προτείνονται κυρίως σε βραχυπρόθεσμες και μεσοπρόθεσμες προβλέψεις [4],[13].



Διάγραμμα 1.12: Μερίδιο αγοράς για τις ελληνικές εταιρίες ένδυσης το 2018

1.4 Μέτρηση των σφαλμάτων πρόβλεψης

Η πρόβλεψη όπως αναφέρθηκε είναι η εκτίμηση μελλοντικών γεγονότων, οπότε είναι πολύ πιθανόν να υπάρξουν και σφάλματα. Είναι πολύ σπάνιο έως και ακατόρθωτο οι προβλέψεις να ταυτίζονται ακριβώς με την πραγματικότητα. Ειδικότερα όταν υπάρχει μεγάλο χρονικό διάστημα πρόβλεψης όπως στις μεσοπρόθεσμες προβλέψεις, η πιθανότητα ύπαρξης μεγαλύτερων σφαλμάτων στις προβλέψεις είναι πολύ υψηλή. Επομένως, στην περίπτωση των επιχειρήσεων όπου οι προβλέψεις χρησιμοποιούνται για τον προγραμματισμό των σχεδίων τους, είναι συνετό και απαραίτητο μια επιχείρηση να γνωρίζει πως να υπολογίζει τα σφάλματα πρόβλεψης και πως να εντοπίζει τυχαία λάθη στις μεθόδους πρόβλεψης.

Τα σφάλματα πρόβλεψης χωρίζονται σε δυο είδη τα συστηματικά σφάλματα (systematic errors) και τα τυχαία σφάλματα (random errors).

- Τα συστηματικά σφάλματα (systematic errors) προέρχονται από συστηματικά λάθη του μοντέλου άρα ουσιαστικά η εκτίμηση είναι πάντα μεγαλύτερη ή πάντα μικρότερη από την πραγματικότητα.
- Τα τυχαία σφάλματα (random errors) δεν μπορούν να εκτιμηθούν διότι προέρχονται από μη προβλέψιμους παράγοντες, που προκαλούν απόκλιση ανάμεσα στις προβλεπόμενες και τις πραγματικές τιμές.

Το σφάλμα πρόβλεψης e_t χρησιμοποιείται για να βρεθεί η διάφορα μεταξύ των πραγματικών τιμών για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα και των προβλεπόμενων τιμών για το ίδιο χρονικό διάστημα.

$$A_t - F_t = e_t \quad (26)$$

Συχνά μια μέθοδος πρόβλεψης θεωρείται κατάλληλη, όταν υπάρχει μικρή απόκλιση των τιμών και συνεπώς μικρό σφάλμα.

Όταν υφίσταται μια σύνθεση των σφαλμάτων πρόβλεψης τότε τα λάθη υπολογίζονται με δείκτες, όπως είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Square Error, MSE) και η μέση απόλυτη απόκλιση (Mean Absolute Deviation, MAD). Οι δείκτες αυτοί συχνά χρησιμοποιούνται για την επιλογή των παραμέτρων της μεθόδου όπως για παράδειγμα ο αριθμός n στους κινητούς μέσους όρους, ο συντελεστής α στην εκθετική εξομάλυνση κ.λπ.. Ο καταλληλότερος αριθμός n για την μέθοδο κινητών μέσων ορών είναι εκείνος ο οποίος δίνει τους μικρότερους δείκτες. Το ίδιο ισχύει και στην εκθετική εξομάλυνση για την σωστότερη επιλογή του συντελεστή α , κ.λπ..

Ο τύπος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του μέσου τετραγωνικού σφάλματος είναι:

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n} \quad (27)$$

Τα σφάλματα στον αριθμητή της εξίσωσης (27) υψώνονται στο τετράγωνο, ο λόγος είναι ώστε να μην υπάρξει συμψηφισμός των αρνητικών με των θετικών σφαλμάτων και ο δείκτης έχει μικρή τιμή, η οποία μικρή τιμή θα δώσει την ψευδαίσθηση ότι οι προβλέψεις είναι ικανοποιητικές ενώ στην πραγματικότητα ισχύει κάτι διαφορετικό. Ο δείκτης χρησιμοποιείται κυρίως για μεγάλα σφάλματα όπως είναι το κόστος μιας λανθασμένης πρόβλεψης που αυξάνεται κατεξοχήν με το μέγεθος του σφάλματος.

Για το μέσο απόλυτο σφάλμα ή μέση απόλυτη απόκλιση χρησιμοποιείται ο τύπος:

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n |e_t|}{n} \quad (28)$$

Το μέσο απόλυτο σφάλμα έχει χρήση κυρίως όταν υπάρχουν πολλά σφάλματα μαζί, ανεξάρτητα αν είναι λόγο μικρών ή μεγάλων σφαλμάτων.

Επίσης, υπάρχει και μια παραλλαγή του δείκτη MAD που είναι ο δείκτης του μέσου απόλυτου ποσοστιαίου σφάλματος (Mean Absolute percentage errors, MAPE). Ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τα σφάλματα ως ποσοστά των αντίστοιχων πραγματικών τιμών, δίνοντας την ευκαιρία να μπορεί να γίνει σύγκριση των σφαλμάτων πρόβλεψης ανάμεσα σε δύο ή τριών ή περισσότερων χρονολογικών σειρών με ανόμοια δεδομένα.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{A_t} \cdot 100}{n} \quad (29)$$

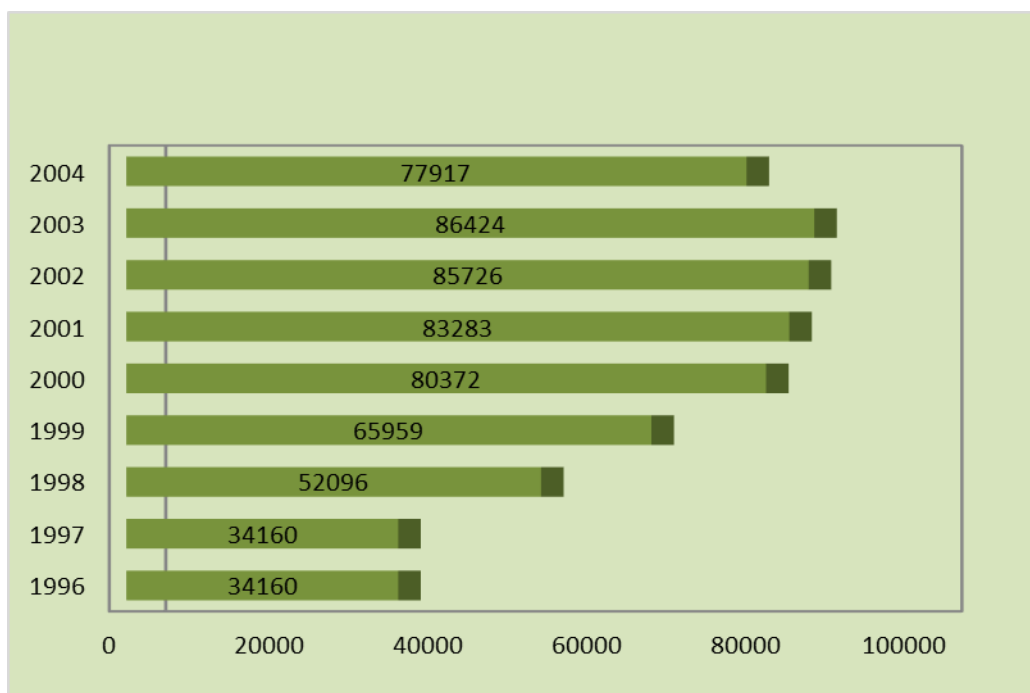
Όταν μια πρόβλεψη είναι ικανοποιητική, τότε είναι σχεδόν σίγουρο ότι τα σφάλματα είναι τυχαία, κατανέμονται κανονικά, η μέση τους τιμή να είναι κοντά στο μηδέν και η τυπική απόκλιση s είναι προσεγγιστικά όση με 1,25 φορές τον δείκτη MAD. Αν τα σφάλματα ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση s , τότε στο 99,7% των περιπτώσεων τα σφάλματα της πρόβλεψης θα ανήκουν στο διάστημα $0 \pm 3s$, στο 97,7% των περιπτώσεων στο διάστημα $0 \pm 2s$ κ.λπ. Η υπόθεση αυτή είναι χρήσιμη για τον έλεγχο της ακρίβειας της πρόβλεψης με τα διάγραμμα ελέγχου (control chart) [1],[3],[4].

Μέρος 2^ο Εφαρμογές

Στη συνέχεια παρατίθενται κάποιες εφαρμογές των μεθόδων πρόβλεψης. Χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα πωλήσεων κάποιων επιχειρήσεων, εφαρμόζονται και ελέγχονται διάφορες μέθοδοι προβλέψεις προκειμένου να επιλεγεί η καλύτερη, δηλαδή εκείνη η μέθοδος που θα έδινε τις καλύτερες προβλέψεις σε κάθε περίπτωση.

2. Προβλέψεις των πωλήσεων των αυτοκινήτων AUDI

Η πρώτη εφαρμογή αφορά στις πωλήσεις αυτοκινήτων AUDI στις ΗΠΑ. Στο διάγραμμα 2.1 απεικονίζονται οι πωλήσεις που πραγματοποιήθηκαν από το 1996 έως και το 2004 ανά έτος, ενώ στον πίνακα 2.1 δίνονται αναλυτικά οι πωλήσεις ανά μήνα. Για την εφαρμογή των μεθόδων χρησιμοποιείται ο πίνακας 2.1 δηλαδή οι πωλήσεις ανά μήνα.



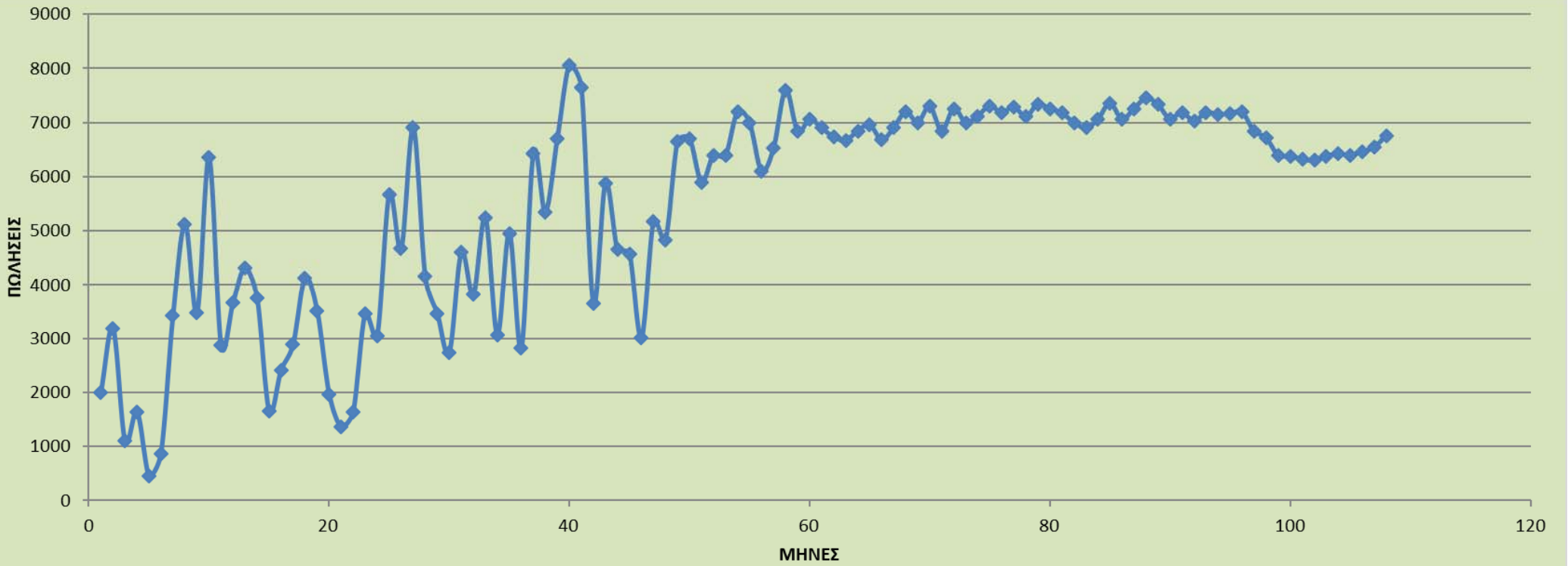
Διάγραμμα 2.1: Πωλήσεις της αυτοκινητοβιομηχανίας AUDI (1996-2004).*

*Πηγή ιστοσελίδα https://www.autointell.com/european_companies/volkswagen/audi-ag/audi-sales/audiag121.htm

ΠΩΛΗΣΕΙΣ									
ΕΤΟΣ									
ΜΗΝΕΣ	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
1	2000	4322	5670	6430	6650	6900	7000	7360	6840
2	3190	3749	4673	5349	6710	6730	7121	7064	6717
3	1100	1663	6904	6703	5900	6674	7305	7249	6400
4	1640	2410	4153	8064	6400	6840	7180	7451	6380
5	450	2890	3460	7645	6390	6959	7294	7330	6320
6	872	4130	2735	3649	7200	6680	7106	7070	6300
7	3429	3510	4602	5873	7000	6900	7340	7190	6380
8	5126	1970	3816	4657	6100	7200	7250	7027	6420
9	3468	1361	5249	4581	6525	7000	7176	7183	6400
10	6350	1643	3064	3008	7600	7300	7000	7150	6460
11	2870	3460	4956	5167	6840	6845	6900	7157	6540
12	3665	3052	2814	4833	7057	7255	7054	7193	6760

Πίνακας 2.1: Πωλήσεις των αυτοκινήτων AUDI ανά μήνα.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα 2.1 και προκειμένου να βρεθεί μια καλή μέθοδος πρόβλεψης των πωλήσεων θα δοκιμαστούν οι μεθοδολογίες των χρονολογικών σειρών, που παρουσιάστηκαν στο πρώτο κεφάλαιο. Πριν προχωρήσουμε στην εφαρμογή των διαφόρων μεθόδων γίνεται η γραφική παράσταση των δεδομένων προκειμένου να δούμε τη μορφή που αυτά ακολουθούν. Από το διάγραμμα 2.2, γίνεται φανερό ότι οι πωλήσεις τα πρώτα χρόνια έχουν έντονες διακυμάνσεις, ενώ στην συνέχεια εξομαλύνονται σημαντικά. Επίσης, παρατηρείται ότι οι πωλήσεις έχουν συνολικά ανοδική πορεία.



Διάγραμμα 2.2: Απεικόνιση των πωλήσεων της αυτοκινητοβιομηχανίας AUDI του πίνακα 2.1.

2.1 Εφαρμογή απλών κινητών μέσων όρων

Για την εφαρμογή της μεθόδου απλών κινητών μέσων όρων απαιτείται καταρχήν η επιλογή της παραμέτρου n της μεθόδου, δηλαδή του αριθμού των όρων που θα χρησιμοποιούνται προκειμένου να γίνει η πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο. Για την επιλογή της καλύτερης παραμέτρου θα πρέπει να δοκιμαστούν διάφορες τιμές και να συγκριθούν τα αποτελέσματα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση συγκρίνονται οι προβλέψεις που προκύπτουν με τρεις, πέντε, έξι, οκτώ, εννέα και δέκα όρους.

Στη συνέχεια γίνονται οι προβλέψεις σύμφωνα με τους τύπους που έχουν αναφερθεί στο κεφάλαιο 1.2.2. Αφού πραγματοποιηθούν οι προβλέψεις με την εφαρμογή του κάθε κινητού μέσου όρου που επιλέχτηκε, επιβάλλεται να γίνει ένα διάγραμμα που θα περιέχει την ζήτηση αλλά και τις προβλέψεις για κάθε κινητό μέσο όρο ώστε να δίνει μια αρχική εικόνα αναφορικά με τις καλύτερες προβλέψεις. Αρκετές φορές το διάγραμμα αρκεί για να καταλάβει κάποιος ειδικός ποια είναι η μέθοδος με τις καλύτερες προβλέψεις. Όμως για να αποφασιστεί ποιός κινητός μέσος όρος διαθέτει τα μικρότερα σφάλματα, είναι συνετό να βρεθούν τα σφάλματα για κάθε πρόβλεψη καθώς και το μέσο απόλυτο σφάλμα MAD το οποίο θα οδηγήσει στον κινητό μέσο όρο με τα λιγότερα σφάλματα.

Το διάγραμμα 2.3 που έχει πραγματοποιηθεί βάση των στοιχείων του πίνακα 2.2 δίνει την εντύπωση ότι ο καλύτερος κινητός μέσος όρος είναι με τρεις όρους. Στον πίνακα 2.3 συνοψίζεται το μέσο απόλυτο σφάλμα MAD των απλών κινητών μέσων όρων για τις έξι περιπτώσεις ($n=3, 5, 6, 8, 9, 10$) ενώ οι αναλυτικοί υπολογισμοί των σφαλμάτων δίνονται στον πίνακα (Α.1) του παραρτήματος. Από τον πίνακα αυτόν προκύπτει ότι το μικρότερο σφάλμα αντιστοιχεί στον κινητό μέσο όρο με δέκα όρους, με απόλυτο σφάλμα $MAD= 697$. Συνεπώς, επιλέγεται το $n=10$. Τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν στη συνέχεια με τα αποτελέσματα των άλλων μεθόδων.

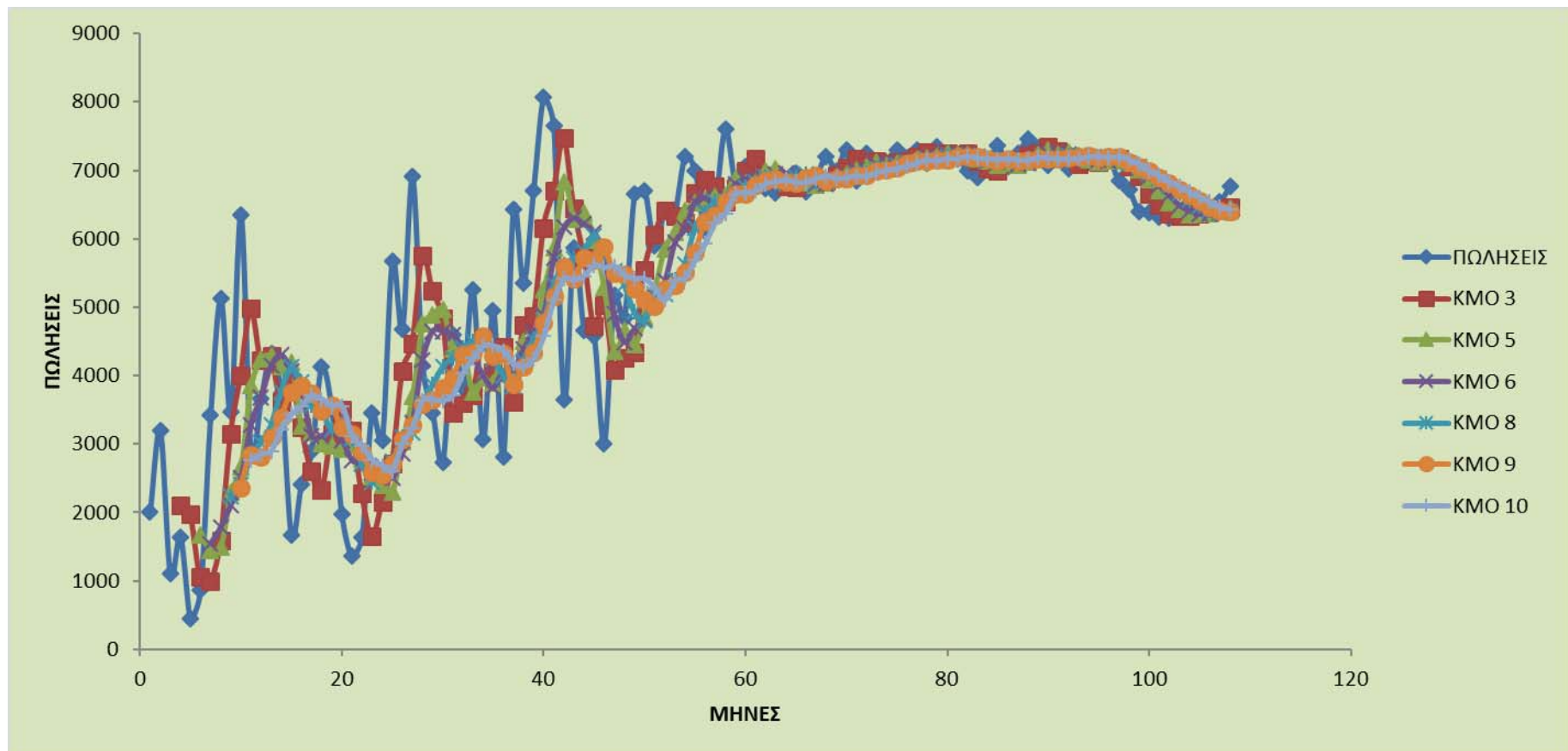
Για πιο ξεκάθαρη εικόνα των προβλέψεων δημιουργείται το διάγραμμα 2.4, στο οποίο απεικονίζονται οι πωλήσεις και οι προβλέψεις με απλούς κινητούς μέσους όρους για $n=10$ μόνο. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι, τα πρώτα χρόνια των προβλέψεων με τους κινητούς μέσους όρους διαθέτουν μεγάλες διακυμάνσεις αλλά στα επόμενα χρόνια οι διακυμάνσεις αυτές εξομαλύνονται. Αυτό δείχνει ότι η μέθοδος αυτή ίσως δεν είναι η καλύτερη, και αυτό το επιβεβαιώνει και ο πίνακας 2.3 με το μεγάλο σφάλμα και την επιλογή της παραμέτρου $n=10$ που δηλώνει μεγάλη εξομάλυνση.

ΜΗΝΕΣ ΙΣ	ΠΩΛΗΣΕ	ΚΜΟ 3	ΚΜΟ 5	ΚΜΟ 6	ΚΜΟ 8	ΚΜΟ 9	ΚΜΟ 10
1	2000						
2	3190						
3	1100						
4	1640	2097					
5	450	1977					
6	872	1063	1676				
7	3429	987	1450	1542			
8	5126	1584	1498	1780			
9	3468	3142	2303	2103	2226		
10	6350	4008	2669	2498	2409	2364	
11	2870	4981	3849	3283	2804	2847	2763

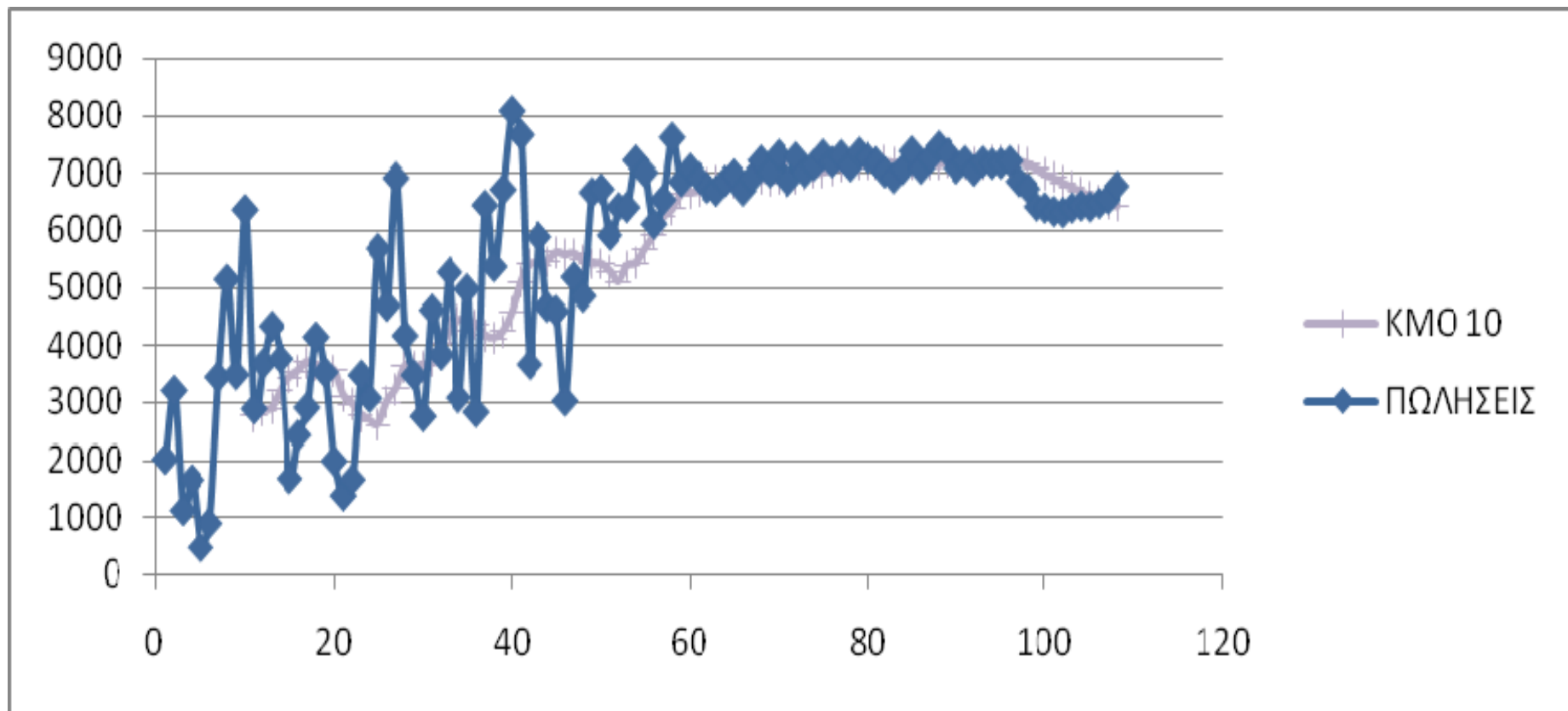
12	3665	4229	4249	3686	3026	2812	2850
13	4322	4295	4296	4151	3279	3097	2897
14	3749	3619	4135	4300	3763	3395	3219
15	1663	3912	4191	4071	4122	3761	3430
16	2410	3245	3254	3770	3902	3849	3551
17	2890	2607	3162	3113	3562	3736	3705
18	4130	2321	3007	3117	3490	3487	3651
19	3510	3143	2968	3194	3212	3561	3552
20	1970	3510	2921	3059	3292	3245	3556
21	1361	3203	2982	2762	3081	3145	3118
22	1643	2280	2772	2712	2710	2889	2967
23	3460	1658	2523	2584	2447	2592	2765
24	3052	2155	2389	2679	2672	2560	2679
25	5670	2718	2297	2499	2752	2714	2609
26	4673	4061	3037	2859	3100	3076	3010
27	6904	4465	3700	3310	3167	3274	3236
28	4153	5749	4752	4234	3592	3583	3637
29	3460	5243	4890	4652	3865	3654	3640
30	2735	4839	4972	4652	4127	3820	3635
31	4602	3449	4385	4599	4263	3972	3711
32	3816	3599	4371	4421	4406	4301	4035
33	5249	3718	3753	4278	4502	4341	4253
34	3064	4556	3972	4003	4449	4585	4431
35	4956	4043	3893	3821	4248	4295	4433
36	2814	4423	4337	4070	4004	4327	4361
37	6430	3611	3980	4084	3837	3872	4175
38	5349	4733	4503	4388	4208	4125	4128
39	6703	4864	4523	4644	4535	4335	4248
40	8064	6161	5250	4886	4798	4776	4572
41	7645	6705	5872	5719	5329	5161	5105
42	3649	7471	6838	6168	5628	5586	5409
43	5873	6453	6282	6307	5701	5408	5392
44	4657	5722	6387	6214	5816	5720	5455
45	4581	4726	5978	6099	6046	5687	5614
46	3008	5037	5281	5745	5815	5883	5577
47	5167	4082	4354	4902	5523	5503	5596
48	4833	4252	4657	4489	5331	5483	5470
49	6650	4336	4449	4687	4927	5275	5418
50	6710	5550	4848	4816	4802	5118	5413
51	5900	6064	5274	5158	5185	5014	5277
52	6400	6420	5852	5378	5188	5264	5103
53	6390	6337	6099	5943	5406	5323	5378
54	7200	6230	6410	6147	5632	5515	5430
55	7000	6663	6520	6542	6156	5806	5684
56	6100	6863	6578	6600	6385	6250	5926
57	6525	6767	6618	6498	6544	6354	6235
58	7600	6542	6643	6603	6528	6542	6371
59	6840	6742	6885	6803	6639	6647	6648
60	7057	6988	6813	6878	6757	6662	6667
61	6900	7166	6824	6854	6839	6790	6701
62	6730	6932	6984	6837	6903	6846	6801

63	6674	6896	7025	6942	6844	6884	6834
64	6840	6768	6840	6967	6803	6825	6863
65	6959	6748	6840	6840	6896	6807	6827
66	6680	6824	6821	6860	6950	6903	6823
67	6900	6826	6777	6797	6835	6920	6881
68	7200	6846	6811	6797	6843	6842	6918
69	7000	6927	6916	6876	6860	6882	6878
70	7300	7033	6948	6930	6873	6876	6894
71	6845	7167	7016	7007	6944	6920	6918
72	7255	7048	7049	6988	6966	6933	6913
73	7000	7133	7120	7083	7017	6998	6965
74	7121	7033	7080	7100	7023	7015	6998
75	7305	7125	7104	7087	7078	7033	7026
76	7180	7142	7105	7138	7128	7103	7061
77	7294	7202	7172	7118	7126	7134	7111
78	7106	7260	7180	7193	7163	7144	7150
79	7340	7193	7201	7168	7138	7156	7141
80	7250	7247	7245	7224	7200	7161	7175
81	7176	7232	7234	7246	7200	7206	7170
82	7000	7255	7233	7224	7222	7197	7203
83	6900	7142	7174	7194	7206	7197	7177
84	7054	7025	7133	7129	7156	7172	7167
85	7360	6985	7076	7120	7140	7144	7161
86	7064	7105	7098	7123	7148	7164	7166
87	7249	7159	7076	7092	7143	7139	7154
88	7451	7224	7125	7105	7132	7155	7150
89	7330	7255	7236	7180	7157	7167	7184
90	7070	7343	7291	7251	7176	7176	7183
91	7190	7284	7233	7254	7185	7164	7165
92	7027	7197	7258	7226	7221	7185	7167
93	7183	7096	7214	7220	7218	7199	7170
94	7150	7133	7160	7209	7196	7214	7198
95	7157	7120	7124	7158	7206	7190	7207
96	7193	7163	7141	7130	7195	7201	7187
97	6840	7167	7142	7150	7163	7195	7200
98	6717	7063	7105	7092	7101	7127	7159
99	6400	6917	7011	7040	7057	7059	7086
100	6380	6652	6861	6910	6958	6984	6993
101	6320	6499	6706	6781	6878	6894	6924
102	6300	6367	6531	6642	6770	6816	6837
103	6380	6333	6423	6493	6663	6717	6764
104	6420	6333	6356	6416	6566	6632	6684
105	6400	6367	6360	6367	6470	6550	6611
106	6460	6400	6364	6367	6415	6462	6535
107	6540	6427	6392	6380	6383	6420	6462
108	6760	6467	6440	6417	6400	6400	6432

Πίνακας 2.2: Εφαρμογή Απλών Κινητών Μέσων Όρων.



Διάγραμμα 2.3: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 2.2.



Διάγραμμα 2.4: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων με απλούς κινητούς μέσους όρους για $n=10$.

ΚΜΟ	Mean e
ΚΜΟ_3	730
ΚΜΟ_5	768
ΚΜΟ_6	748
ΚΜΟ_8	734
ΚΜΟ_9	742
ΚΜΟ_10	697

Πίνακας 2.3: Μέσο απόλυτο σφάλμα των προβλέψεων με απλούς κινητούς μέσους όρους.

2.2 Εφαρμογή Εκθετικής Εξομάλυνσης

Για την εφαρμογή της μεθόδου της εκθετικής εξομάλυνσης χρειάζεται αρχικά η επιλογή των σταθερών εξομάλυνσης α της μεθόδου. Η σταθερά εξομάλυνσης α παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1 και προσδιορίζει το επίπεδο της εξομάλυνσης, δηλαδή την ταχύτητα αντίδρασης στις διαφορές ανάμεσα στις προβλέψεις και τις πραγματικές τιμές του παρελθόντος. Για την επιλογή της καλύτερης παραμέτρου θα πρέπει να δοκιμαστούν διάφορες τιμές και να συγκριθούν τα αποτελέσματα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση συγκρίνονται οι προβλέψεις που προκύπτουν με σταθερά εξομάλυνσης α από 0.1 μέχρι 0.9 με βήμα 0.1.

Στη συνέχεια γίνονται οι προβλέψεις (πίνακας 2.4) σύμφωνα με τους τύπους που έχουν αναφερθεί στο κεφάλαιο 1.2.4. Αφού πραγματοποιηθούν οι προβλέψεις με την εφαρμογή της κάθε σταθεράς εξομάλυνσης που επιλέχτηκε, επιβάλλετε να γίνει ένα διάγραμμα που θα περιέχει την ζήτηση αλλά και τις προβλέψεις για κάθε σταθερά εξομάλυνσης με σκοπό να παρουσιάσει μια πρώτη εικόνα που σχετίζεται με τις προβλέψεις.

Το διάγραμμα 2.5 πραγματοποιείται βάση των στοιχείων του πίνακα 2.4 και απεικονίζει τις προβλέψεις για τις διάφορες τιμές της εκθετικής εξομάλυνσης. Είναι φανερό ότι η σταθερά εξομάλυνσης $\alpha=0.1$ δεν συμβαδίζει με τις πραγματικές πωλήσεις. Αυτό γίνεται διακριτό και στις σταθερές εξομάλυνσης $\alpha=0.2$, $\alpha=0.8$ και $\alpha=0.9$ ιδιαίτερα τους πρώτους μήνες των πωλήσεων που υπάρχουν μεγάλες αυξομειώσεις. Σε αντίθεση οι υπόλοιπες σταθερές έχουν πιο ομαλές μεταβολές με αποτέλεσμα στο τέλος να διαθέτουν μικρότερο σφάλμα.

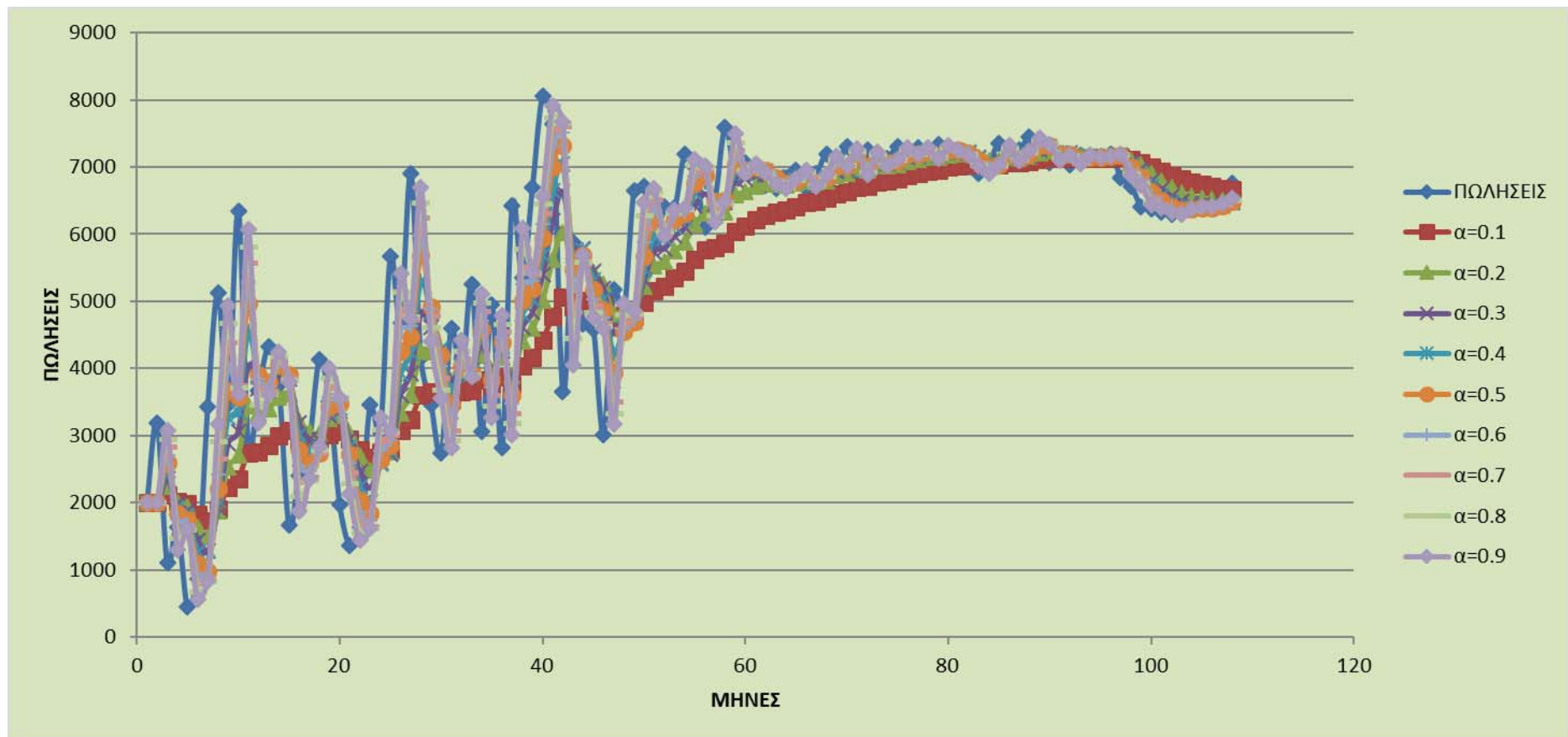
Στον πίνακα Α.2 του παραρτήματος υπολογίζει τα σφάλματα και το μέσο απόλυτο σφάλμα MAD για κάθε σταθερά εξομάλυνσης. Το μέσο απολυτό σφάλμα για κάθε σταθερά συνοψίζεται στον πίνακα 2.5, από τον οποίο προκύπτει ότι η καλύτερη σταθερά εξομάλυνση είναι $\alpha=0.6$, με απόλυτο σφάλμα MAD= 677. Συνεπώς, επιλέγεται το $\alpha=0.6$. Στο διάγραμμα 2.6 απεικονίζονται οι πωλήσεις και η πρόβλεψη για εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0.6$. Τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν στη συνέχεια με τα αποτελέσματα των άλλων μεθόδων.

ΜΗΝ ΕΣ	ΠΩΛΗ ΣΕΙΣ	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.7$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.9$
1	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
2	3190	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
3	1100	2119	2238	2357	2476	2595	2714	2833	2952	3071
4	1640	2017	2010	1980	1926	1848	1746	1620	1470	1297
5	450	1979	1936	1878	1811	1744	1682	1634	1606	1606
6	872	1826	1639	1450	1267	1097	943	805	681	566
7	3429	1731	1486	1276	1109	984	900	852	834	841
8	5126	1901	1874	1922	2037	2207	2418	2656	2910	3170
9	3468	2223	2525	2883	3273	3666	4043	4385	4683	4930
10	6350	2348	2713	3059	3351	3567	3698	3743	3711	3614
11	2870	2748	3441	4046	4550	4959	5289	5568	5822	6076
12	3665	2760	3327	3693	3878	3914	3838	3679	3460	3191
13	4322	2851	3394	3685	3793	3790	3734	3669	3624	3618
14	3749	2998	3580	3876	4005	4056	4087	4126	4182	4252
15	1663	3073	3614	3838	3902	3902	3884	3862	3836	3799
16	2410	2932	3223	3185	3007	2783	2551	2323	2098	1877
17	2890	2880	3061	2953	2768	2596	2467	2384	2348	2357
18	4130	2881	3027	2934	2817	2743	2721	2738	2782	2837
19	3510	3006	3247	3293	3342	3437	3566	3712	3860	4001
20	1970	3056	3300	3358	3409	3473	3533	3571	3580	3559
21	1361	2948	3034	2942	2834	2722	2595	2450	2292	2129
22	1643	2789	2699	2467	2245	2041	1855	1688	1547	1438
23	3460	2674	2488	2220	2004	1842	1728	1656	1624	1622
24	3052	2753	2682	2592	2586	2651	2767	2919	3093	3276
25	5670	2783	2756	2730	2773	2852	2938	3012	3060	3074
26	4673	3071	3339	3612	3932	4261	4577	4873	5148	5410
27	6904	3232	3606	3930	4228	4467	4635	4733	4768	4747
28	4153	3599	4265	4822	5298	5685	5996	6253	6477	6688
29	3460	3654	4243	4622	4840	4919	4890	4783	4618	4407
30	2735	3635	4086	4273	4288	4190	4032	3857	3692	3555
31	4602	3545	3816	3812	3667	3462	3254	3072	2926	2817
32	3816	3651	3973	4049	4041	4032	4063	4143	4267	4423
33	5249	3667	3942	3979	3951	3924	3915	3914	3906	3877
34	3064	3825	4203	4360	4470	4587	4715	4849	4980	5112
35	4956	3749	3975	3971	3908	3825	3725	3599	3447	3269
36	2814	3870	4172	4267	4327	4391	4463	4549	4654	4787
37	6430	3764	3900	3831	3722	3602	3474	3335	3182	3011
38	5349	4031	4406	4611	4805	5016	5248	5501	5780	6088
39	6703	4163	4595	4832	5023	5183	5308	5395	5435	5423
40	8064	4417	5016	5393	5695	5943	6145	6311	6449	6575

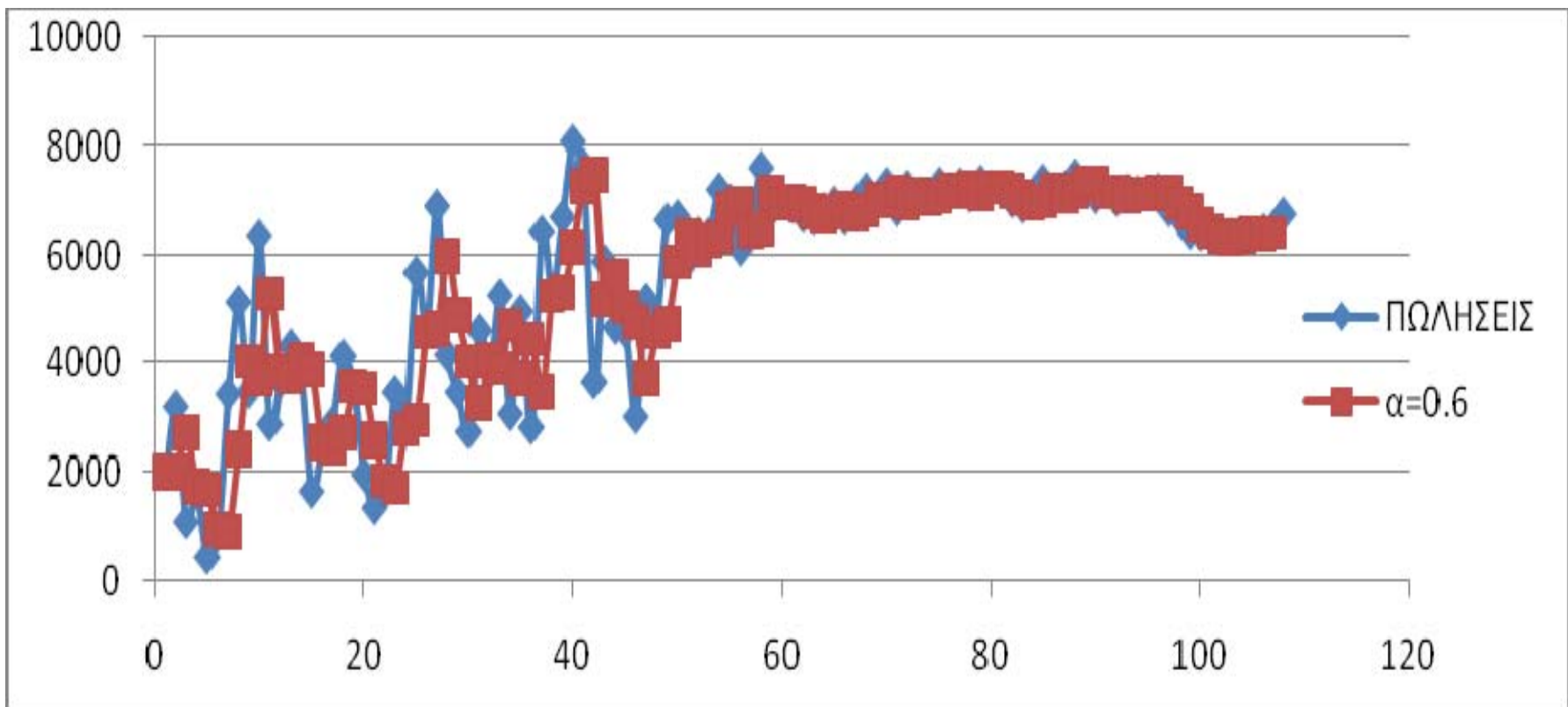
41	7645	4781	5626	6195	6642	7003	7296	7538	7741	7915
42	3649	5068	6030	6630	7043	7324	7506	7613	7664	7672
43	5873	4926	5554	5735	5686	5487	5192	4838	4452	4051
44	4657	5021	5617	5777	5761	5680	5600	5563	5589	5691
45	4581	4984	5425	5441	5319	5168	5034	4929	4843	4760
46	3008	4944	5256	5183	5024	4875	4762	4685	4633	4599
47	5167	4750	4807	4530	4218	3941	3710	3511	3333	3167
48	4833	4792	4879	4721	4597	4554	4584	4670	4800	4967
49	6650	4796	4870	4755	4692	4694	4733	4784	4826	4846
50	6710	4981	5226	5323	5475	5672	5883	6090	6285	6470
51	5900	5154	5523	5739	5969	6191	6379	6524	6625	6686
52	6400	5229	5598	5788	5941	6045	6092	6087	6045	5979
53	6390	5346	5758	5971	6125	6223	6277	6306	6329	6358
54	7200	5450	5885	6097	6231	6306	6345	6365	6378	6387
55	7000	5625	6148	6428	6619	6753	6858	6949	7036	7119
56	6100	5763	6318	6599	6771	6877	6943	6985	7007	7012
57	6525	5797	6275	6450	6503	6488	6437	6365	6281	6191
58	7600	5869	6325	6472	6512	6507	6490	6477	6476	6492
59	6840	6042	6580	6811	6947	7053	7156	7263	7375	7489
60	7057	6122	6632	6819	6904	6947	6966	6967	6947	6905
61	6900	6216	6717	6891	6965	7002	7021	7030	7035	7042
62	6730	6284	6753	6893	6939	6951	6948	6939	6927	6914
63	6674	6329	6749	6844	6856	6840	6817	6793	6769	6748
64	6840	6363	6734	6793	6783	6757	6731	6710	6693	6681
65	6959	6411	6755	6807	6806	6799	6797	6801	6811	6824
66	6680	6466	6796	6853	6867	6879	6894	6912	6929	6946
67	6900	6487	6773	6801	6792	6779	6766	6749	6730	6707
68	7200	6528	6798	6831	6835	6840	6846	6855	6866	6881
69	7000	6596	6879	6941	6981	7020	7058	7096	7133	7168
70	7300	6636	6903	6959	6989	7010	7023	7029	7027	7017
71	6845	6702	6982	7061	7113	7155	7189	7219	7245	7272
72	7255	6717	6955	6996	7006	7000	6983	6957	6925	6888
73	7000	6771	7015	7074	7106	7127	7146	7166	7189	7218
74	7121	6793	7012	7052	7063	7064	7058	7050	7038	7022
75	7305	6826	7034	7073	7086	7092	7096	7100	7104	7111
76	7180	6874	7088	7142	7174	7199	7221	7243	7265	7286
77	7294	6905	7106	7154	7176	7189	7197	7199	7197	7191
78	7106	6944	7144	7196	7223	7242	7255	7266	7275	7284
79	7340	6960	7136	7169	7176	7174	7166	7154	7140	7124
80	7250	6998	7177	7220	7242	7257	7270	7284	7300	7318
81	7176	7023	7192	7229	7245	7253	7258	7260	7260	7257
82	7000	7038	7189	7213	7217	7215	7209	7201	7193	7184
83	6900	7035	7151	7149	7130	7107	7084	7060	7039	7018

84	7054	7021	7101	7074	7038	7004	6973	6948	6928	6912
85	7360	7024	7091	7068	7045	7029	7022	7022	7029	7040
86	7064	7058	7145	7156	7171	7194	7225	7259	7294	7328
87	7249	7059	7129	7128	7128	7129	7128	7122	7110	7090
88	7451	7078	7153	7164	7176	7189	7201	7211	7221	7233
89	7330	7115	7213	7250	7286	7320	7351	7379	7405	7429
90	7070	7136	7236	7274	7304	7325	7338	7345	7345	7340
91	7190	7130	7203	7213	7210	7198	7177	7152	7125	7097
92	7027	7136	7200	7206	7202	7194	7185	7179	7177	7181
93	7183	7125	7166	7152	7132	7110	7090	7073	7057	7042
94	7150	7131	7169	7162	7152	7147	7146	7150	7158	7169
95	7157	7133	7165	7158	7151	7148	7148	7150	7152	7152
96	7193	7135	7164	7158	7154	7153	7154	7155	7156	7156
97	6840	7141	7169	7168	7169	7173	7177	7182	7186	7189
98	6717	7111	7104	7070	7038	7006	6975	6942	6909	6875
99	6400	7071	7026	6964	6909	6862	6820	6785	6755	6733
100	6380	7004	6901	6795	6706	6631	6568	6515	6471	6433
101	6320	6942	6797	6670	6575	6505	6455	6421	6398	6385
102	6300	6880	6701	6565	6473	6413	6374	6350	6336	6327
103	6380	6822	6621	6486	6404	6356	6330	6315	6307	6303
104	6420	6778	6573	6454	6394	6368	6360	6361	6365	6372
105	6400	6742	6542	6444	6405	6394	6396	6402	6409	6415
106	6460	6708	6514	6431	6403	6397	6398	6401	6402	6402
107	6540	6683	6503	6439	6426	6429	6435	6442	6448	6454
108	6760	6669	6510	6470	6471	6484	6498	6511	6522	6531

Πίνακας 2.4: Εφαρμογή της Εκθετικής Εξομάλυνσης με σταθερές $\alpha=0,1$, $\alpha=0,2$, $\alpha=0,3$, $\alpha=0,4$, $\alpha=0,5$, $\alpha=0,6$, $\alpha=0,7$, $\alpha=0,8$, $\alpha=0,9$.



Διάγραμμα 2.5: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 2.4.



Διάγραμμα 2.6: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων εκθετικής εξομάλυνσης με $\alpha=0.6$.

Εκθετική εξομάλυνση	Mean e
$\alpha=0.1$	836
$\alpha=0.2$	723
$\alpha=0.3$	698
$\alpha=0.4$	687
$\alpha=0.5$	681
$\alpha=0.6$	677
$\alpha=0.7$	684
$\alpha=0.8$	709
$\alpha=0.9$	746

Πίνακας 2.5: Μέσο απόλυτο σφάλμα των προβλέψεων με εκθετική εξομάλυνση.

2.3 Εφαρμογή εκθετικής εξομάλυνσης με τάση

Η επόμενη μέθοδος που εφαρμόζεται είναι η εκθετική εξομάλυνση με τάση γιατί, όπως αναφέρθηκε, τα δεδομένα παρουσιάζουν μια ανοδική τάση. Αρχικά στην εκθετική εξομάλυνση με τάση πρέπει να επιλεγεί η κάθε σταθερά εξομάλυνσης και η σταθερά εξομάλυνσης της τάσης που θα χρησιμοποιηθούν για να βρεθούν οι προβλέψεις. Όπως και στις προηγούμενες εφαρμογές θα πρέπει να δοκιμαστούν διαφορές τιμές και να συγκριθούν τα αποτελέσματα με σκοπό να βρεθούν οι καλύτερες σταθερές εξομάλυνσης και εξομάλυνσης της τάσης.

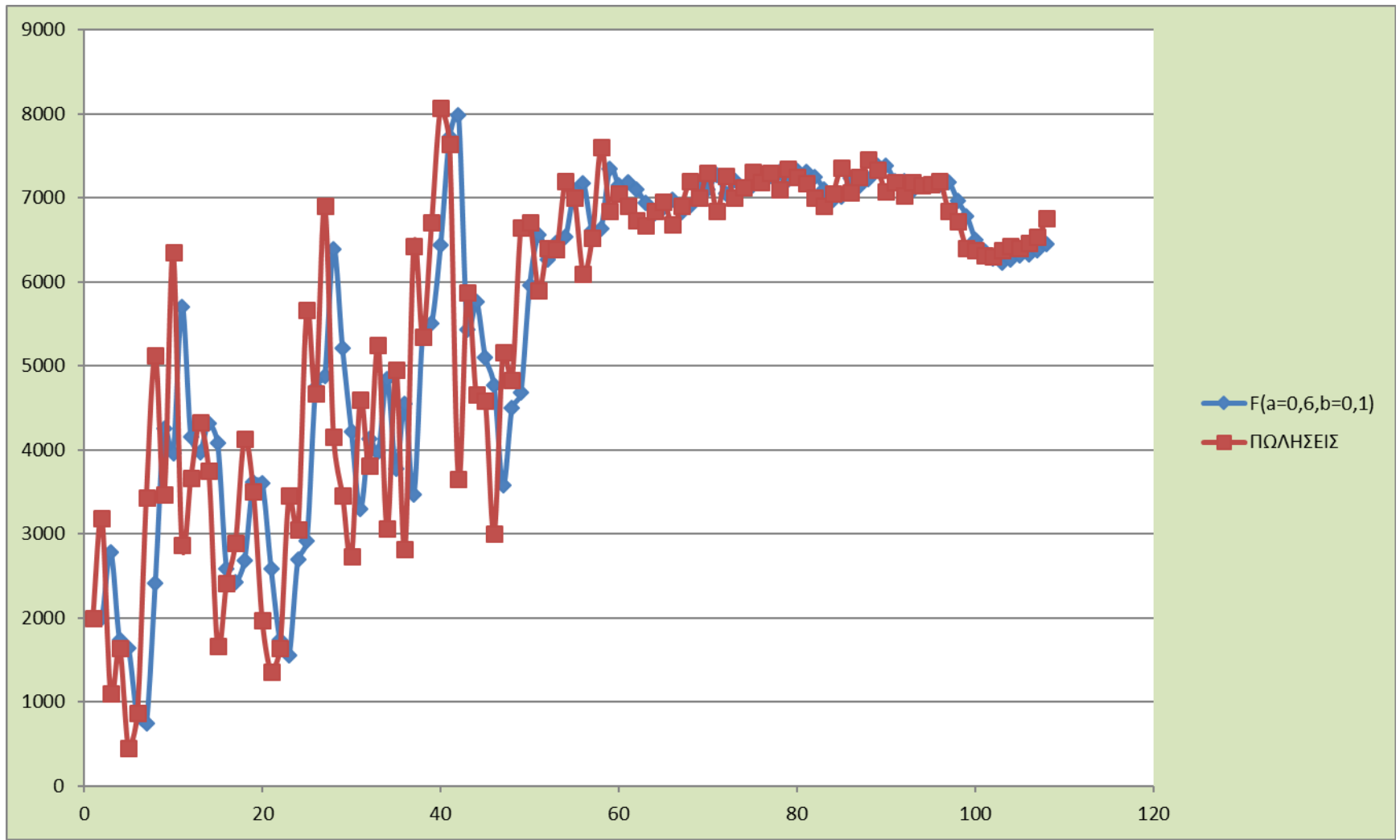
Στην συνέχεια, θα πρέπει να γίνει ο υπολογισμός των προβλέψεων σύμφωνα με τους τύπους που έχουν αναφερθεί στο κεφάλαιο 1.2.5. Το επόμενο βήμα, το οποίο είναι απαραίτητο, είναι η κατασκευή ενός διαγράμματος που θα περιέχει την ζήτηση αλλά και τις προβλέψεις για κάθε σταθερά εξομάλυνσης και εξομάλυνσης της τάσης έτσι ώστε να υπάρχει μια πρώτη απεικόνιση των πωλήσεων.

Ο παρακάτω πίνακας 2.6 συνοψίζει το μέσο απόλυτο σφάλμα για κάθε σταθερά εξομάλυνσης και σταθερά εξομάλυνσης της τάσης που χρησιμοποιήθηκαν στην συγκεκριμένη εφαρμογή. Από τον πίνακα προκύπτει ότι τις καλύτερες προβλέψεις παρέχουν οι σταθερές $\alpha=0.6$ και $b=0.1$ με μέσο απόλυτο σφάλμα $MAD=702$. Οι αναλυτικοί υπολογισμοί δίνονται στο παράρτημα (πίνακας Α.3).

Το γεγονός ότι το μικρότερο σφάλμα εμφανίζεται για πολύ μικρή σταθερά εξομάλυνσης της τάσης ($b=0.1$) συνηγορεί στο ότι η συγκεκριμένη μέθοδος δεν δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την προηγούμενη. Ουσιαστικά τείνει να μηδενιστεί ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης και συνεπώς να οδηγήσει στην εκθετική εξομάλυνση. Συγκρίνοντας μάλιστα το μέσο απόλυτο σφάλμα που προκύπτει ($MAD=702$), με αυτό της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνση $\alpha=0.6$ ($MAD=677$), διαπιστώνεται ότι η εκθετική εξομάλυνση έχει μικρότερο σφάλμα.

Μέσο απόλυτο σφάλμα									
a	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
b									
0.1	760	737	737	720	705	702	717	743	781
0.2	746	783	784	753	732	730	748	773	815
0.3	771	835	827	784	756	756	772	800	851
0.4	828	894	859	804	773	779	792	828	885
0.5	902	952	871	817	794	797	811	855	920
0.6	955	1009	879	831	809	812	829	886	960
0.7	994	1045	893	842	826	827	855	919	1004
0.8	1046	1047	904	850	846	837	886	955	1053
0.9	1091	1054	918	866	856	858	915	991	1108

Πίνακας 2.6: Μέσο απόλυτο σφάλμα των προβλέψεων με εκθετική εξομάλυνση με τάση.



Διάγραμμα 2.7: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων με εκθετική εξομάλυνση με τάση ($a=0.6$, $b=0.1$).

2.4 Εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης

Στην μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης οι υπολογισμοί των παραμέτρων μπορούν να γίνουν με δυο τρόπους με την γραφική μέθοδο και την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή και για λόγους μεγαλύτερης ακρίβειας, ο υπολογισμός των παραμέτρων θα πραγματοποιηθεί με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Για την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, αρχικά θα πρέπει να υπολογιστούν οι παράμετροι a και b σύμφωνα με τους τύπους που αναγράφονται στο κεφάλαιο 1.2.6.2. Από τους υπολογισμούς του πίνακα 2.7 προκύπτει $a=2.273,6$ και $b=47,4$. Στο ίδιο πίνακα υπολογίζονται οι προβλέψεις της γραμμικής παλινδρόμησης, σύμφωνα με τους τύπους που έχουν αναφερθεί στο κεφάλαιο 1.2.6 και το απόλυτο σφάλμα.

Το διάγραμμα 2.8, με βάση τα δεδομένα του πίνακα 2.7, απεικονίζει τις προβλέψεις ως μια γραμμή τάσης με συνεχή ανοδική πορεία, και κάθε πρόβλεψη είναι πάντα μεγαλύτερη από την προηγούμενη. Είναι αναμενόμενο, λοιπόν το μέσο απόλυτο σφάλμα να είναι αρκετά μεγάλο. Πράγματι, το μέσο απόλυτο σφάλμα σε αυτή την περίπτωση είναι $MAD=997$.

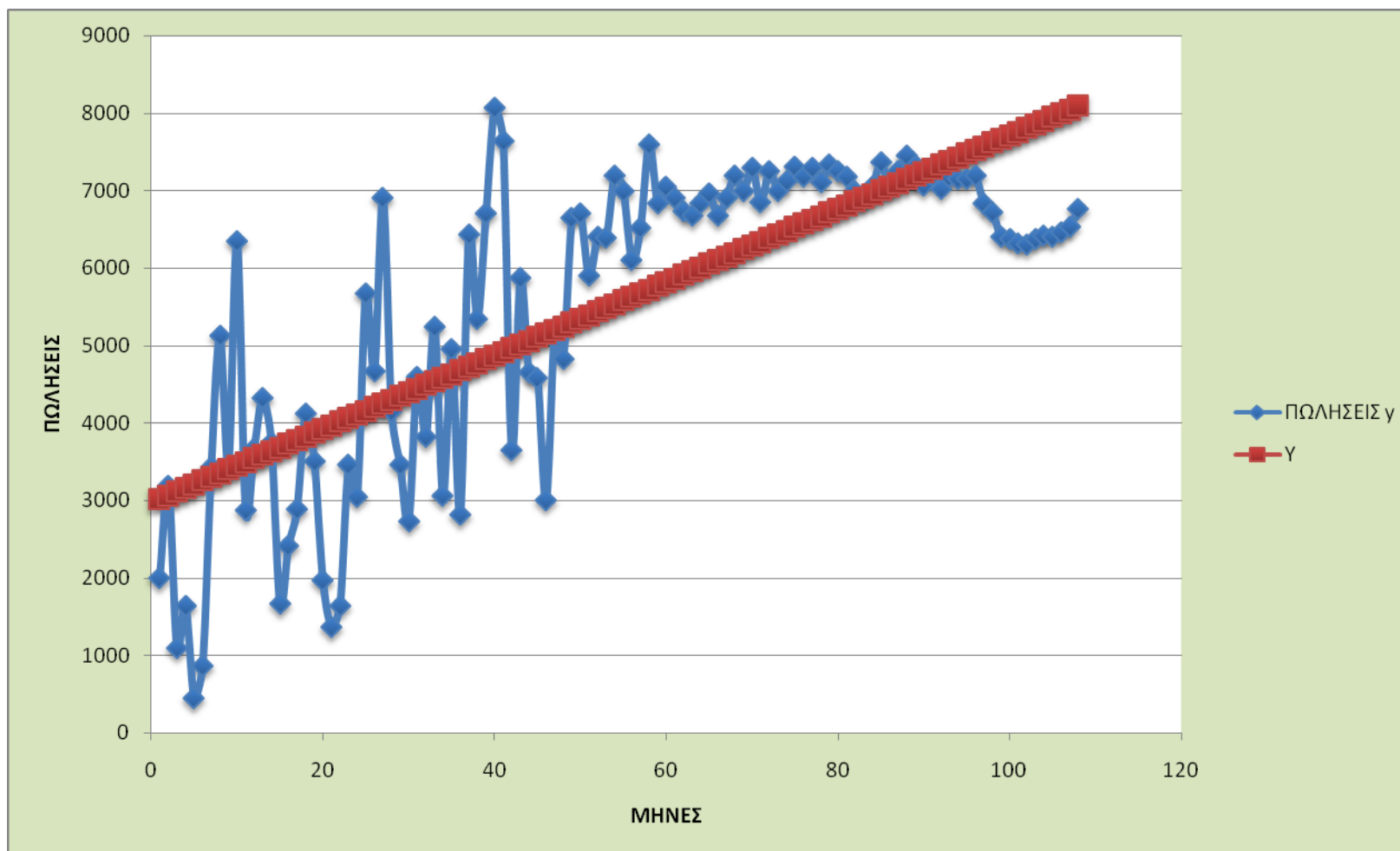
ΜΗΝΑΣ t	ΠΩΛΗΣΕΙΣ y	Y_t	t^2	Y	$ e $
1	2000	2000	1	3021	1021
2	3190	6380	4	3068	122
3	1100	3300	9	3116	2016
4	1640	6560	16	3163	1523
5	450	2250	25	3211	2761
6	872	5232	36	3258	2386
7	3429	24003	49	3305	124
8	5126	41008	64	3353	1773
9	3468	31212	81	3400	68
10	6350	63500	100	3448	2902
11	2870	31570	121	3495	625
12	3665	43980	144	3542	123
13	4322	56186	169	3590	732
14	3749	52486	196	3637	112
15	1663	24945	225	3685	2022
16	2410	38560	256	3732	1322
17	2890	49130	289	3779	889
18	4130	74340	324	3827	303
19	3510	66690	361	3874	364
20	1970	39400	400	3922	1952

21	1361	28581	441	3969	2608
22	1643	36146	484	4016	2373
23	3460	79580	529	4064	604
24	3052	73248	576	4111	1059
25	5670	141750	625	4158	1512
26	4673	121498	676	4206	467
27	6904	186408	729	4253	2651
28	4153	116284	784	4301	148
29	3460	100340	841	4348	888
30	2735	82050	900	4395	1660
31	4602	142662	961	4443	159
32	3816	122112	1024	4490	674
33	5249	173217	1089	4538	711
34	3064	104176	1156	4585	1521
35	4956	173460	1225	4632	324
36	2814	101304	1296	4680	1866
37	6430	237910	1369	4727	1703
38	5349	203262	1444	4775	574
39	6703	261417	1521	4822	1881
40	8064	322560	1600	4869	3195
41	7645	313445	1681	4917	2728
42	3649	153258	1764	4964	1315
43	5873	252539	1849	5011	862
44	4657	204908	1936	5059	402
45	4581	206145	2025	5106	525
46	3008	138368	2116	5154	2146
47	5167	242849	2209	5201	34
48	4833	231984	2304	5248	415
49	6650	325850	2401	5296	1354
50	6710	335500	2500	5343	1367
51	5900	300900	2601	5391	509
52	6400	332800	2704	5438	962
53	6390	338670	2809	5485	905
54	7200	388800	2916	5533	1667
55	7000	385000	3025	5580	1420
56	6100	341600	3136	5628	472
57	6525	371925	3249	5675	850

58	7600	440800	3364	5722	1878
59	6840	403560	3481	5770	1070
60	7057	423420	3600	5817	1240
61	6900	420900	3721	5864	1036
62	6730	417260	3844	5912	818
63	6674	420462	3969	5959	715
64	6840	437760	4096	6007	833
65	6959	452335	4225	6054	905
66	6680	440880	4356	6101	579
67	6900	462300	4489	6149	751
68	7200	489600	4624	6196	1004
69	7000	483000	4761	6244	756
70	7300	511000	4900	6291	1009
71	6845	485995	5041	6338	507
72	7255	522360	5184	6386	869
73	7000	511000	5329	6433	567
74	7121	526954	5476	6481	640
75	7305	547875	5625	6528	777
76	7180	545680	5776	6575	605
77	7294	561638	5929	6623	671
78	7106	554268	6084	6670	436
79	7340	579860	6241	6718	622
80	7250	580000	6400	6765	485
81	7176	581256	6561	6812	364
82	7000	574000	6724	6860	140
83	6900	572700	6889	6907	7
84	7054	592536	7056	6954	100
85	7360	625600	7225	7002	358
86	7064	607504	7396	7049	15
87	7249	630663	7569	7097	152
88	7451	655688	7744	7144	307
89	7330	652370	7921	7191	139
90	7070	636300	8100	7239	169
91	7190	654290	8281	7286	96
92	7027	646484	8464	7334	307
93	7183	668019	8649	7381	198
94	7150	672100	8836	7428	278

	95	7157	679915	9025	7476		319
	96	7193	690528	9216	7523		330
	97	6840	663480	9409	7571		731
	98	6717	658266	9604	7618		901
	99	6400	633600	9801	7665		1265
	100	6380	638000	10000	7713		1333
	101	6320	638320	10201	7760		1440
	102	6300	642600	10404	7807		1507
	103	6380	657140	10609	7855		1475
	104	6420	667680	10816	7902		1482
	105	6400	672000	11025	7950		1550
	106	6460	684760	11236	7997		1537
	107	6540	699780	11449	8044		1504
	108	6760	730080	11664	8092		1332
Σύνολο	5886	600097	37679804	425754			105759
Μέση τιμή	54,5	5556,45				MAD	979

Πίνακας 2.7: Εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης.



Διάγραμμα 2.8: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων της γραμμικής παλινδρόμησης του πίνακα 2.7.

2.5 Εφαρμογή ανάλυσης χρονολογικών σειρών

Στην ανάλυση χρονολογικών σειρών θα ερευνηθεί ο παράγοντας εποχικότητα S (seasonality), ώστε βάσει των αποτελεσμάτων να γίνει κατανοητό σε τι ποσοστό επηρεάζει ο συγκεκριμένος παράγοντας τις πωλήσεις.

Για την εφαρμογή της μεθόδου, θα πρέπει καταρχήν να υπολογιστούν οι εποχικοί συντελεστές για τους 12 μήνες. Η χρονολογική σειρά διαιρείται με τους αντίστοιχους εποχικούς συντελεστές και στη χρονολογική σειρά που προκύπτει εφαρμόζεται η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης για να υπολογιστούν οι προβλέψεις. Οι τελικές προβλέψεις προκύπτουν πολλαπλασιάζοντας τις προβλέψεις της γραμμικής παλινδρόμησης με τους εποχικούς δείκτες. Στον πίνακα του παραρτήματος Α.4 δίνονται οι υπολογισμοί των εποχικών δεικτών, οι οποίοι εφαρμόζονται στον υπολογισμό των προβλέψεων. Οι προβλέψεις υπολογίζονται στον πίνακα 2.8.

Το διάγραμμα 2.9 δίνει μια ξεκάθαρη εικόνα ότι οι προβλέψεις απέχουν πολύ από τις πωλήσεις, αυτό φαίνεται επειδή από τους πρώτους μήνες έως και τους τελευταίους υπάρχουν μεγάλες αποκλίσεις ανάμεσα στις προβλέψεις και τις πωλήσεις, οπότε είναι πολύ πιθανό έως και βέβαιο η ύπαρξη μεγάλου σφάλματος. Την επιβεβαίωση ότι υπάρχουν μεγάλα σφάλματα την παρέχει το μέσο απολυτό σφάλμα $MAD=950.038$ το οποίο είναι πολύ μεγάλο για την συγκεκριμένη εφαρμογή. Τέλος, με βάση τα αποτελέσματα, το συμπέρασμα είναι ότι ο παράγοντας εποχικότητα δεν επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τις προβλέψεις.

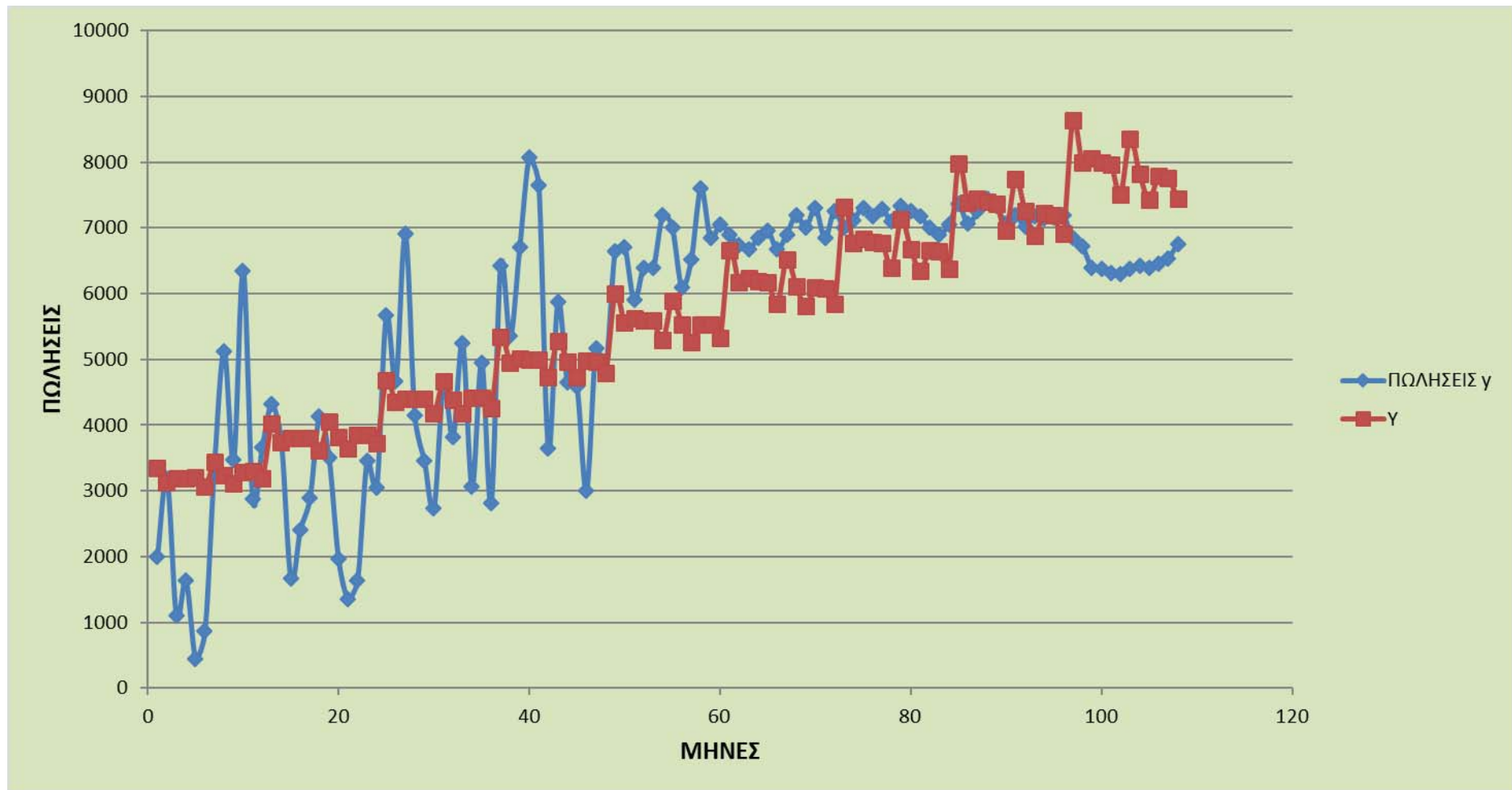
t	y	S	y'=y/S	y't	t ²	F	S	Y	e
1	2000	1,130823	1768,624	1768,623762	1	2966,814	1,130823	3354,941	1354,941
2	3190	1,039793	3067,92	6135,839088	4	3015,445	1,039793	3135,437	54,563
3	1100	1,041439	1056,231	3168,693998	9	3064,076	1,041439	3191,047	2091,047
4	1640	1,026715	1597,327	6389,308697	16	3112,707	1,026715	3195,864	1555,864
5	450	1,016456	442,7146	2213,573179	25	3161,339	1,016456	3213,362	2763,362
6	872	0,953498	914,5277	5487,166267	36	3209,97	0,953498	3060,699	2188,699
7	3429	1,054419	3252,026	22764,18527	49	3258,601	1,054419	3435,932	6,932
8	5126	0,981266	5223,866	41790,92981	64	3307,232	0,981266	3245,273	1880,727
9	3468	0,925398	3747,578	33728,20137	81	3355,864	0,925398	3105,508	362,492
10	6350	0,964811	6581,6	65815,99539	100	3404,495	0,964811	3284,694	3065,306
11	2870	0,954234	3007,649	33084,14327	121	3453,126	0,954234	3295,089	425,089
12	3665	0,911115	4022,39	48268,67658	144	3501,757	0,911115	3190,626	474,374
13	4322	1,130823	3821,996	49685,94734	169	3550,388	1,130823	4014,86	307,140
14	3749	1,039793	3605,527	50477,37467	196	3599,02	1,039793	3742,234	6,766
15	1663	1,041439	1596,83	23952,446	225	3647,651	1,041439	3798,804	2135,804
16	2410	1,026715	2347,292	37556,6682	256	3696,282	1,026715	3795,029	1385,029
17	2890	1,016456	2843,212	48334,60014	289	3744,913	1,016456	3806,54	916,540
18	4130	0,953498	4331,421	77965,58492	324	3793,544	0,953498	3617,136	512,864
19	3510	1,054419	3328,846	63248,07381	361	3842,176	1,054419	4051,265	541,265
20	1970	0,981266	2007,611	40152,22968	400	3890,807	0,981266	3817,915	1847,915

21	1361	0,925398	1470,719	30885,09943	441	3939,438	0,925398	3645,547	2284,547
22	1643	0,964811	1702,924	37464,33023	484	3988,069	0,964811	3847,733	2204,733
23	3460	0,954234	3625,947	83396,77292	529	4036,7	0,954234	3851,955	391,955
24	3052	0,911115	3349,613	80390,72356	576	4085,332	0,911115	3722,35	670,350
25	5670	1,130823	5014,048	125351,2091	625	4133,963	1,130823	4674,779	995,221
26	4673	1,039793	4494,166	116848,3037	676	4182,594	1,039793	4349,03	323,970
27	6904	1,041439	6629,292	178990,8821	729	4231,225	1,041439	4406,561	2497,439
28	4153	1,026715	4044,939	113258,2885	784	4279,857	1,026715	4394,193	241,193
29	3460	1,016456	3403,984	98715,5257	841	4328,488	1,016456	4399,718	939,718
30	2735	0,953498	2868,387	86051,60402	900	4377,119	0,953498	4173,572	1438,572
31	4602	1,054419	4364,487	135299,0959	961	4425,75	1,054419	4666,597	64,597
32	3816	0,981266	3888,856	124443,3774	1024	4474,381	0,981266	4390,556	574,556
33	5249	0,925398	5672,156	187181,1437	1089	4523,013	0,925398	4185,585	1063,415
34	3064	0,964811	3175,751	107975,5454	1156	4571,644	0,964811	4410,772	1346,772
35	4956	0,954234	5193,697	181779,3947	1225	4620,275	0,954234	4408,821	547,179
36	2814	0,911115	3088,405	111182,5833	1296	4668,906	0,911115	4254,073	1440,073
37	6430	1,130823	5686,125	210386,6396	1369	4717,537	1,130823	5334,699	1095,301
38	5349	1,039793	5144,295	195483,217	1444	4766,169	1,039793	4955,827	393,173
39	6703	1,041439	6436,29	251015,2967	1521	4814,8	1,041439	5014,318	1688,682
40	8064	1,026715	7854,175	314166,9838	1600	4863,431	1,026715	4993,358	3070,642
41	7645	1,016456	7521,23	308370,4201	1681	4912,062	1,016456	4992,896	2652,104
42	3649	0,953498	3826,963	160732,4403	1764	4960,693	0,953498	4730,009	1081,009
43	5873	1,054419	5569,89	239505,2528	1849	5009,325	1,054419	5281,929	591,071
44	4657	0,981266	4745,912	208820,1289	1936	5057,956	0,981266	4963,198	306,198
45	4581	0,925398	4950,304	222763,6829	2025	5106,587	0,925398	4725,624	144,624
46	3008	0,964811	3117,709	143414,6087	2116	5155,218	0,964811	4973,812	1965,812
47	5167	0,954234	5414,817	254496,3924	2209	5203,849	0,954234	4965,688	201,312
48	4833	0,911115	5304,286	254605,7451	2304	5252,481	0,911115	4785,797	47,203
49	6650	1,130823	5880,674	288153,0264	2401	5301,112	1,130823	5994,618	655,382
50	6710	1,039793	6453,21	322660,5038	2500	5349,743	1,039793	5562,623	1147,377
51	5900	1,041439	5665,241	288927,28	2601	5398,374	1,041439	5622,075	277,925
52	6400	1,026715	6233,472	324140,5388	2704	5447,006	1,026715	5592,523	807,477
53	6390	1,016456	6286,548	333187,035	2809	5495,637	1,016456	5586,074	803,926
54	7200	0,953498	7551,146	407761,8969	2916	5544,268	0,953498	5286,446	1913,554
55	7000	1,054419	6638,724	365129,8308	3025	5592,899	1,054419	5897,262	1102,738
56	6100	0,981266	6216,462	348121,8695	3136	5641,53	0,981266	5535,839	564,161
57	6525	0,925398	7051,022	401908,2819	3249	5690,162	0,925398	5265,662	1259,338
58	7600	0,964811	7877,19	456877,02	3364	5738,793	0,964811	5536,851	2063,149

59	6840	0,954234	7168,056	422915,3265	3481	5787,424	0,954234	5522,554	1317,446
60	7057	0,91115	7745,158	464709,4824	3600	5836,055	0,91115	5317,521	1739,479
61	6900	1,130823	6101,752	372206,8706	3721	5884,686	1,130823	6654,537	245,463
62	6730	1,039793	6472,445	401291,5702	3844	5933,318	1,039793	6169,42	560,580
63	6674	1,041439	6408,444	403731,9442	3969	5981,949	1,041439	6229,832	444,168
64	6840	1,026715	6662,023	426369,4779	4096	6030,58	1,026715	6191,688	648,312
65	6959	1,016456	6846,336	445011,8329	4225	6079,211	1,016456	6179,251	779,749
66	6680	0,953498	7005,786	462381,8547	4356	6127,842	0,953498	5842,883	837,117
67	6900	1,054419	6543,885	438440,3137	4489	6176,474	1,054419	6512,594	387,406
68	7200	0,981266	7337,463	498947,5038	4624	6225,105	0,981266	6108,481	1091,519
69	7000	0,925398	7564,315	521937,7567	4761	6273,736	0,925398	5805,701	1194,299
70	7300	0,964811	7566,248	529637,3802	4900	6322,367	0,964811	6099,89	1200,110
71	6845	0,954234	7173,296	509304,0293	5041	6370,998	0,954234	6079,421	765,579
72	7255	0,91115	7962,466	573297,542	5184	6419,63	0,91115	5849,245	1405,755
73	7000	1,130823	6190,183	451883,3711	5329	6468,261	1,130823	7314,457	314,457
74	7121	1,039793	6848,481	506787,6098	5476	6516,892	1,039793	6776,216	344,784
75	7305	1,041439	7014,336	526075,2195	5625	6565,523	1,041439	6837,589	467,411
76	7180	1,026715	6993,176	531481,3979	5776	6614,155	1,026715	6790,853	389,147
77	7294	1,016456	7175,912	552545,2504	5929	6662,786	1,016456	6772,429	521,571
78	7106	0,953498	7452,562	581299,8227	6084	6711,417	0,953498	6399,32	706,680
79	7340	1,054419	6961,177	549932,9447	6241	6760,048	1,054419	7127,926	212,074
80	7250	0,981266	7388,418	591073,4318	6400	6808,679	0,981266	6681,123	568,877
81	7176	0,925398	7754,504	628114,8089	6561	6857,311	0,925398	6345,739	830,261
82	7000	0,964811	7255,307	594935,1394	6724	6905,942	0,964811	6662,929	337,071
83	6900	0,954234	7230,934	600167,5277	6889	6954,573	0,954234	6636,287	263,713
84	7054	0,91115	7741,865	650316,7018	7056	7003,204	0,91115	6380,969	673,031
85	7360	1,130823	6508,535	553225,5127	7225	7051,835	1,130823	7974,376	614,376
86	7064	1,039793	6793,663	584254,9827	7396	7100,467	1,039793	7383,013	319,013
87	7249	1,041439	6960,564	605569,11	7569	7149,098	1,041439	7445,346	196,346
88	7451	1,026715	7257,125	638626,988	7744	7197,729	1,026715	7390,017	60,983
89	7330	1,016456	7211,33	641808,3267	7921	7246,36	1,016456	7365,607	35,607
90	7070	0,953498	7414,806	667332,5489	8100	7294,991	0,953498	6955,757	114,243
91	7190	1,054419	6818,918	620521,5506	8281	7343,623	1,054419	7743,259	553,259
92	7027	0,981266	7161,16	658826,7525	8464	7392,254	0,981266	7253,764	226,764
93	7183	0,925398	7762,068	721872,336	8649	7440,885	0,925398	6885,778	297,222
94	7150	0,964811	7410,777	696613,0788	8836	7489,516	0,964811	7225,968	75,968
95	7157	0,954234	7500,26	712524,7155	9025	7538,148	0,954234	7193,153	36,153
96	7193	0,91115	7894,42	757864,3179	9216	7586,779	0,91115	6912,693	280,307

97	6840	1,130823	6048,693	586723,2467	9409	7635,41	1,130823	8634,295	1794,295
98	6717	1,039793	6459,942	633074,3343	9604	7684,041	1,039793	7989,809	1272,809
99	6400	1,041439	6145,346	608389,2477	9801	7732,672	1,041439	8053,103	1653,103
100	6380	1,026715	6213,992	621399,23	10000	7781,304	1,026715	7989,182	1609,182
101	6320	1,016456	6217,681	627985,7919	10201	7829,935	1,016456	7958,785	1638,785
102	6300	0,953498	6607,253	673939,8018	10404	7878,566	0,953498	7512,194	1212,194
103	6380	1,054419	6050,723	623224,4598	10609	7927,197	1,054419	8358,591	1978,591
104	6420	0,981266	6542,571	680427,4292	10816	7975,828	0,981266	7826,406	1406,406
105	6400	0,925398	6915,945	726174,2702	11025	8024,46	0,925398	7425,816	1025,816
106	6460	0,964811	6695,611	709734,819	11236	8073,091	0,964811	7789,007	1329,007
107	6540	0,954234	6853,668	733342,4699	11449	8121,722	0,954234	7750,02	1210,020
108	6760	0,911115	7419,196	801273,2014	11664	8170,353	0,911115	7444,417	684,417
5886			601407,0	37881354,9	42575 4,0			MAD	950,038
55			5568,584						

Πίνακας 2.8: Εφαρμογή της ανάλυσης χρονολογικών σειρών.



Διάγραμμα 2.9: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων του πίνακα 2.8.

2.6 Σύγκριση των μεθόδων

Στη συνέχεια θα πραγματοποιηθεί σύγκριση όλων των εφαρμογών για να επιλεγεί η καλύτερη βάση των αποτελεσμάτων. Αρχικά κατασκευάζεται το διάγραμμα 2.10, το οποίο περιλαμβάνει τις πραγματικές πωλήσεις αλλά και τις προβλέψεις όλων των μεθόδων ανά μήνα. Το διάγραμμα αυτό παρέχει μια πρώτη εικόνα αναφορικά με την καλύτερη μέθοδο πρόβλεψης στην συγκεκριμένη περίπτωση. Από το διάγραμμα φαίνεται καταρχήν ότι οι πωλήσεις των πρώτων χρόνων των δεδομένων έχουν μεγάλες διακυμάνσεις με αποτέλεσμα οι προβλέψεις όλων σχεδόν των μεθοδολογιών να ακολουθούν τις μεταβολές με καθυστέρηση. Από τις αρχές του 61^ο μήνα οι διακυμάνσεις μειώνονται αισθητά οπότε υπάρχουν καλύτερες προβλέψεις. Ωστόσο, η γραμμική παλινδρόμηση και η ανάλυση χρονολογικών σειρών ακολουθούν την ανοδική τάση των πωλήσεων σε όλο το χρονικό διάστημα με αποτέλεσμα να εξακολουθούν να έχουν μεγάλη απόκλιση ακόμα κι όταν μειώνονται οι διακυμάνσεις. Οι υπόλοιπες τρεις μέθοδοι είναι αρκετά κοντά οπότε θα πρέπει να γίνει η σύγκριση των σφαλμάτων.

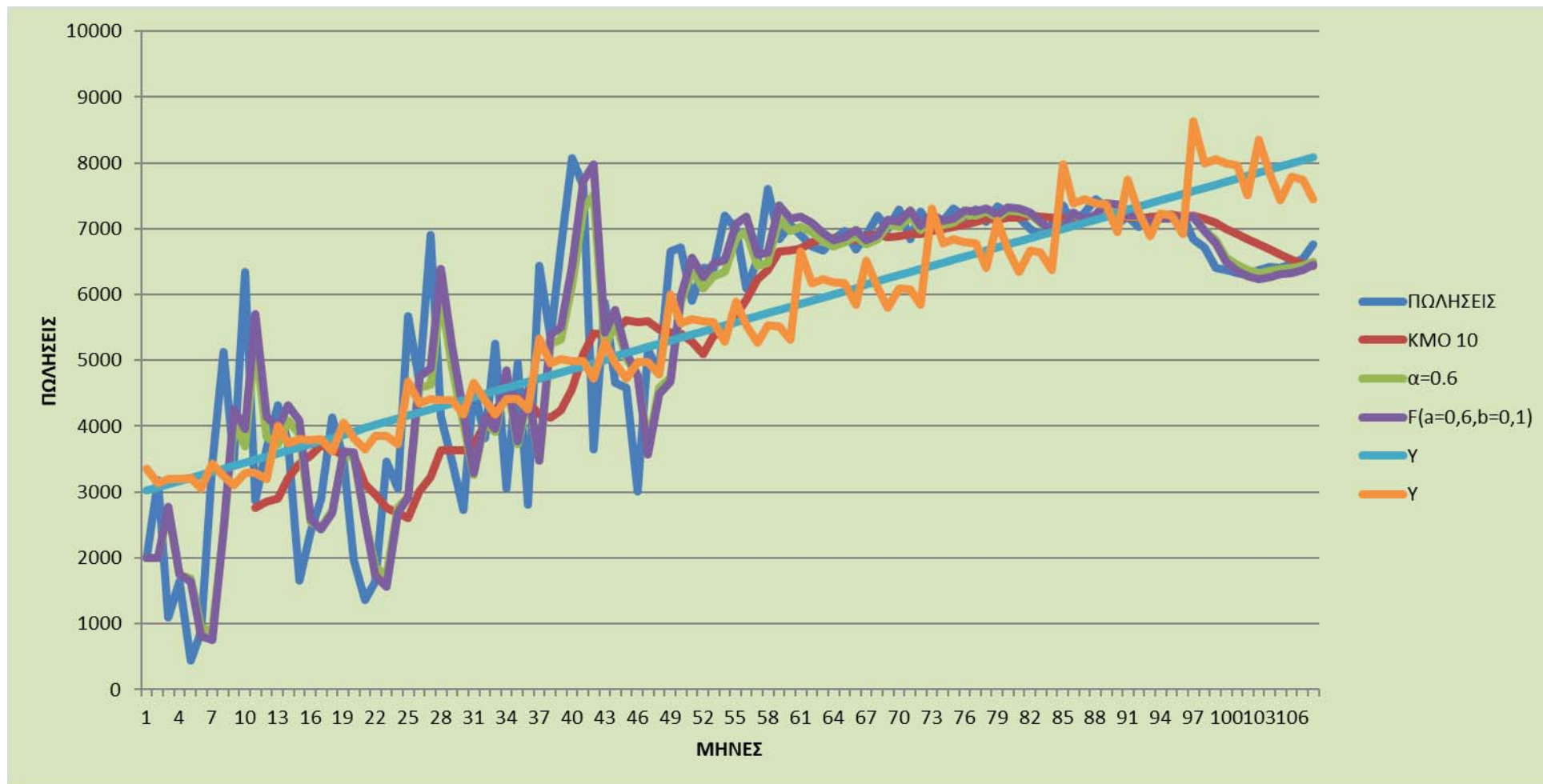
Συγκρίνοντας το μέσο απόλυτο σφάλμα των προβλέψεων που δίνουν οι διάφορες μέθοδοι (πίνακας 2.9) διαπιστώνεται ότι το μικρότερο σφάλμα αντιστοιχεί στην εκθετική εξομάλυνση με παράμετρο $\alpha=0,6$ και είναι $MAD=677$. Συνεπώς, η μέθοδος που επιλέγεται είναι η εκθετική εξομάλυνση με σταθερά εξομάλυνσης 0,6. Στο διάγραμμα 2.11 παρουσιάζονται οι πωλήσεις και οι προβλέψεις της εκθετικής εξομάλυνσης, όπου είναι φανερό ότι τους πρώτους μήνες υπάρχουν μεγάλες αποκλίσεις ανάμεσα τους και επομένως και μεγάλα σφάλματα, αλλά στην συνέχεια υπάρχει σημαντική μείωση των αποκλίσεων με αποτέλεσμα καλύτερες προβλέψεις.

A/A	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	Κινητός μέσος όρος (n=10)	Εκθετική εξομάλυνση ($\alpha=0.6$)	Εκθετική εξομάλυνση και τάση $F(a=0,6,b=0,1)$	Γραμμική παλινδρόμηση Y	Ανάλυση χρον. σειράς Y
1	2000		2000	2000	3021	3355
2	3190		2000	2000	3068	3135
3	1100		2714	2785	3116	3191
4	1640		1746	1744	3163	3196
5	450		1682	1646	3211	3213
6	872		943	821	3258	3061
7	3429		900	747	3305	3436
8	5126		2418	2412	3353	3245
9	3468		4043	4260	3400	3106
10	6350		3698	3956	3448	3285
11	2870	2763	5289	5708	3495	3295
12	3665	2850	3838	4150	3542	3191
13	4322	2897	3734	3975	3590	4015
14	3749	3219	4087	4320	3637	3742
15	1663	3430	3884	4080	3684	3799
16	2410	3551	2551	2587	3732	3795
17	2890	3705	2467	2428	3779	3807
18	4130	3651	2721	2680	3827	3617
19	3510	3552	3566	3611	3874	4051
20	1970	3556	3533	3606	3921	3818

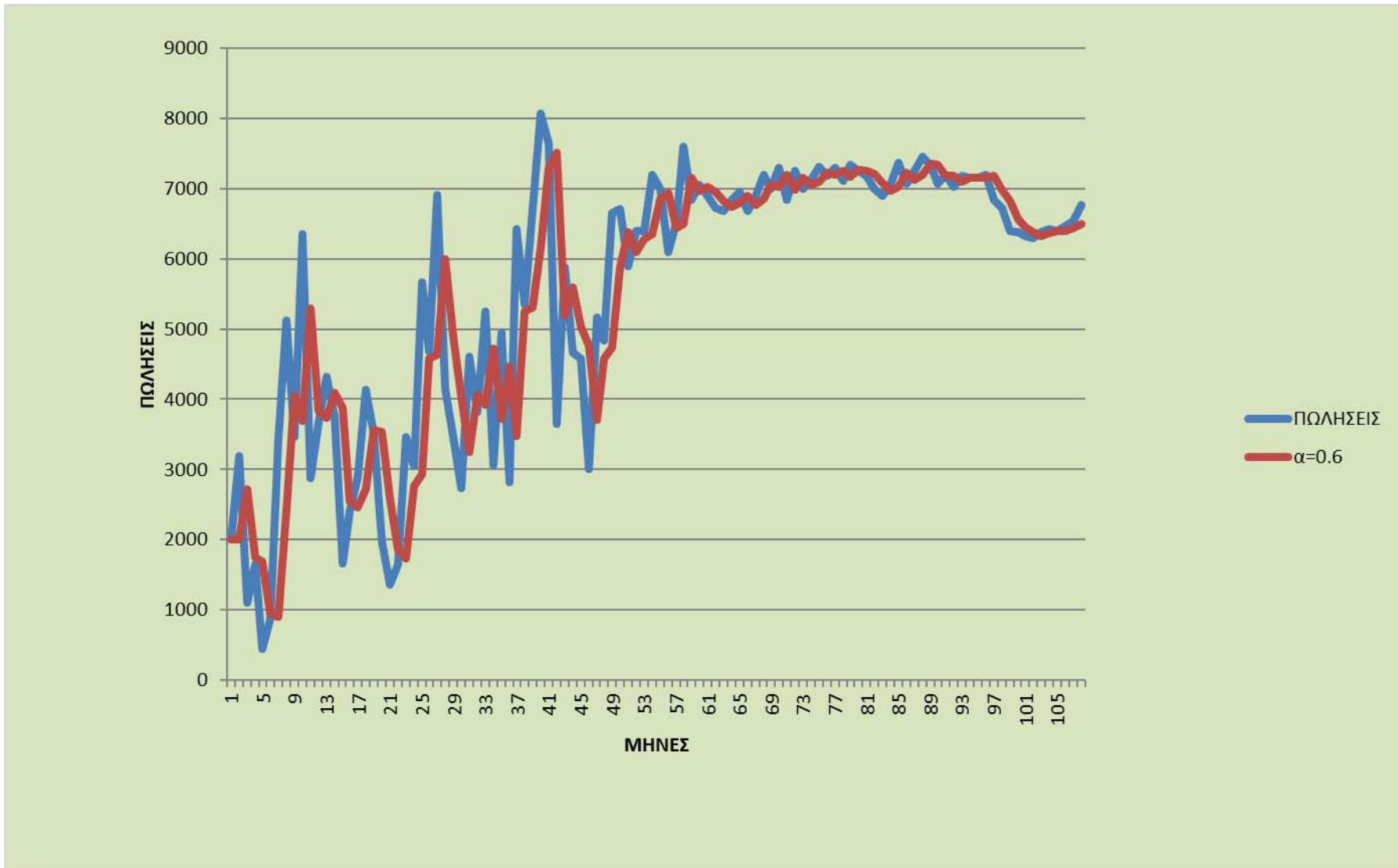
21	1361	3118	2595	2582	3969	3646
22	1643	2967	1855	1733	4016	3848
23	3460	2765	1728	1558	4064	3852
24	3052	2679	2767	2692	4111	3722
25	5670	2609	2938	2922	4158	4675
26	4673	3010	4577	4750	4206	4349
27	6904	3236	4635	4878	4253	4407
28	4153	3637	5996	6390	4301	4394
29	3460	3640	4890	5210	4348	4400
30	2735	3635	4032	4217	4395	4174
31	4602	3711	3254	3296	4443	4667
32	3816	4035	4063	4126	4490	4391
33	5249	4253	3915	3968	4538	4186
34	3064	4431	4715	4841	4585	4411
35	4956	4433	3725	3773	4632	4409
36	2814	4361	4463	4552	4680	4254
37	6430	4175	3474	3474	4727	5335
38	5349	4128	5248	5390	4774	4956
39	6703	4248	5308	5505	4822	5014
40	8064	4572	6145	6435	4869	4993
41	7645	5105	7296	7722	4917	4993
42	3649	5409	7506	7980	4964	4730
43	5873	5392	5192	5426	5011	5282
44	4657	5455	5600	5766	5059	4963
45	4581	5614	5034	5106	5106	4726
46	3008	5577	4762	4764	5154	4974
47	5167	5596	3710	3579	5201	4966
48	4833	5470	4584	4495	5248	4786
49	6650	5418	4733	4682	5296	5995
50	6710	5413	5883	5965	5343	5563
51	5900	5277	6379	6558	5391	5622
52	6400	5103	6092	6270	5438	5593
53	6390	5378	6277	6463	5485	5586
54	7200	5430	6345	6530	5533	5286
55	7000	5684	6858	7083	5580	5897
56	6100	5926	6943	7179	5628	5536
57	6525	6235	6437	6613	5675	5266
58	7600	6371	6490	6636	5722	5537
59	6840	6648	7156	7348	5770	5523
60	7057	6667	6966	7146	5817	5318
61	6900	6701	7021	7191	5864	6655
62	6730	6801	6948	7097	5912	6169
63	6674	6834	6817	6935	5959	6230
64	6840	6863	6731	6821	6007	6192
65	6959	6827	6797	6876	6054	6179
66	6680	6823	6894	6975	6101	5843

67	6900	6881	6766	6829	6149	6513
68	7200	6918	6846	6907	6196	6108
69	7000	6878	7058	7136	6244	5806
70	7300	6894	7023	7099	6291	6100
71	6845	6918	7189	7277	6338	6079
72	7255	6913	6983	7049	6386	5849
73	7000	6965	7146	7216	6433	7314
74	7121	6998	7058	7117	6481	6776
75	7305	7026	7096	7150	6528	6838
76	7180	7061	7221	7283	6575	6791
77	7294	7111	7197	7255	6623	6772
78	7106	7150	7255	7315	6670	6399
79	7340	7141	7166	7213	6718	7128
80	7250	7175	7270	7320	6765	6681
81	7176	7170	7258	7305	6812	6346
82	7000	7203	7209	7247	6860	6663
83	6900	7177	7084	7103	6907	6636
84	7054	7167	6973	6974	6954	6381
85	7360	7161	7022	7019	7002	7974
86	7064	7166	7225	7241	7049	7383
87	7249	7154	7128	7142	7097	7445
88	7451	7150	7201	7219	7144	7390
89	7330	7184	7351	7386	7191	7366
90	7070	7183	7338	7376	7239	6956
91	7190	7165	7177	7198	7286	7743
92	7027	7167	7185	7198	7334	7254
93	7183	7170	7090	7090	7381	6886
94	7150	7198	7146	7146	7428	7226
95	7157	7207	7148	7149	7476	7193
96	7193	7187	7154	7155	7523	6913
97	6840	7200	7177	7181	7571	8634
98	6717	7159	6975	6959	7618	7990
99	6400	7086	6820	6782	7665	8053
100	6380	6993	6568	6498	7713	7989
101	6320	6924	6455	6366	7760	7959
102	6300	6837	6374	6274	7808	7512
103	6380	6764	6330	6227	7855	8359
104	6420	6684	6360	6265	7902	7826
105	6400	6611	6396	6314	7950	7426
106	6460	6535	6398	6326	7997	7789
107	6540	6462	6435	6375	8044	7750
108	6760	6432	6498	6453	8092	7444
MAD		697	677	702	979	950

Πίνακας 2.9: Σύγκριση των μεθόδων.



Διάγραμμα 2.10: Απεικόνιση των χρονολογικών σειρών και των προβλέψεων του πίνακα 2.9.



Διάγραμμα 2.11: Απεικόνιση της χρονολογικής σειράς και των προβλέψεων με εκθετική εξομάλυνση ($\alpha=0.6$) του πίνακα 2.9.

2.7 Σύγκριση των μεθόδων για τα τελευταία 5 χρόνια

Από την ανάλυση που προηγήθηκε έγινε η επιλογή της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης 0,6 ως η καλύτερη μεταξύ των μεθόδων που συγκρίθηκαν. Ωστόσο και αυτή η μέθοδος έχει αρκετά μεγάλο σφάλμα. Το ερώτημα που γεννάται λοιπόν είναι αν θα μπορούσε να βρεθεί ένας τρόπος που να δίνει ακόμα καλύτερες προβλέψεις μειώνοντας περαιτέρω το σφάλμα. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή τα δεδομένα που είναι διαθέσιμα αφορούν 9 χρόνια και είναι φανερό από την αρχή της ανάλυσης ότι η εικόνα των πωλήσεων διαφοροποιείται σημαντικά μετά τα 4 πρώτα χρόνια. Δεδομένου λοιπόν, ότι τα περισσότερα δεδομένα δεν οδηγούν απαραίτητα και σε καλύτερες προβλέψεις, η επόμενη σκέψη είναι να μελετηθούν μόνο τα δεδομένα της τελευταίας 5-ετίας. Εξάλλου όσο απομακρύνεται κανείς από το παρελθόν τόσο μικρότερη αξία έχουν οι τιμές αυτές. Επιπλέον, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις στις οποίες η μέθοδος που χρησιμοποιείται για προβλέψεις ή/και οι παράμετροί της θα πρέπει να αναθεωρούνται ανάλογα με τα νέα δεδομένα που προκύπτουν.

Για τους παραπάνω λόγους στη συνέχεια επαναλαμβάνεται η παραπάνω ανάλυση λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα δεδομένα της τελευταίας πενταετίας τα οποία είναι και πιο πρόσφατα. Οι υπολογισμοί των προβλέψεων για τα τελευταία πέντε χρόνια είναι εντελώς ανάλογοι αυτών που προηγήθηκαν για όλα τα έτη.

Καταρχήν για κάθε μέθοδο επιλέγονται οι παράμετροι της κάνοντας τις αντίστοιχες συγκρίσεις όπως και στα προηγούμενα. Για τη μέθοδο των κινητών μέσων όρων η παράμετρος n που δίνει το μικρότερο σφάλμα είναι οι 3 όροι. Στην εκθετική εξομάλυνση το σφάλμα ελαχιστοποιείται για $\alpha=0,4$, ενώ στην εκθετική εξομάλυνση με τάση οι καλύτερες τιμές των παραμέτρων είναι $\alpha=0,4$ και $b=0,1$. Στον πίνακα 2.10 συνοψίζονται οι προβλέψεις των μεθόδων και το μέσο απόλυτο σφάλμα της κάθε μιας ενώ στο διάγραμμα 2.12 γίνεται η πρώτη σύγκριση των μεθόδων.

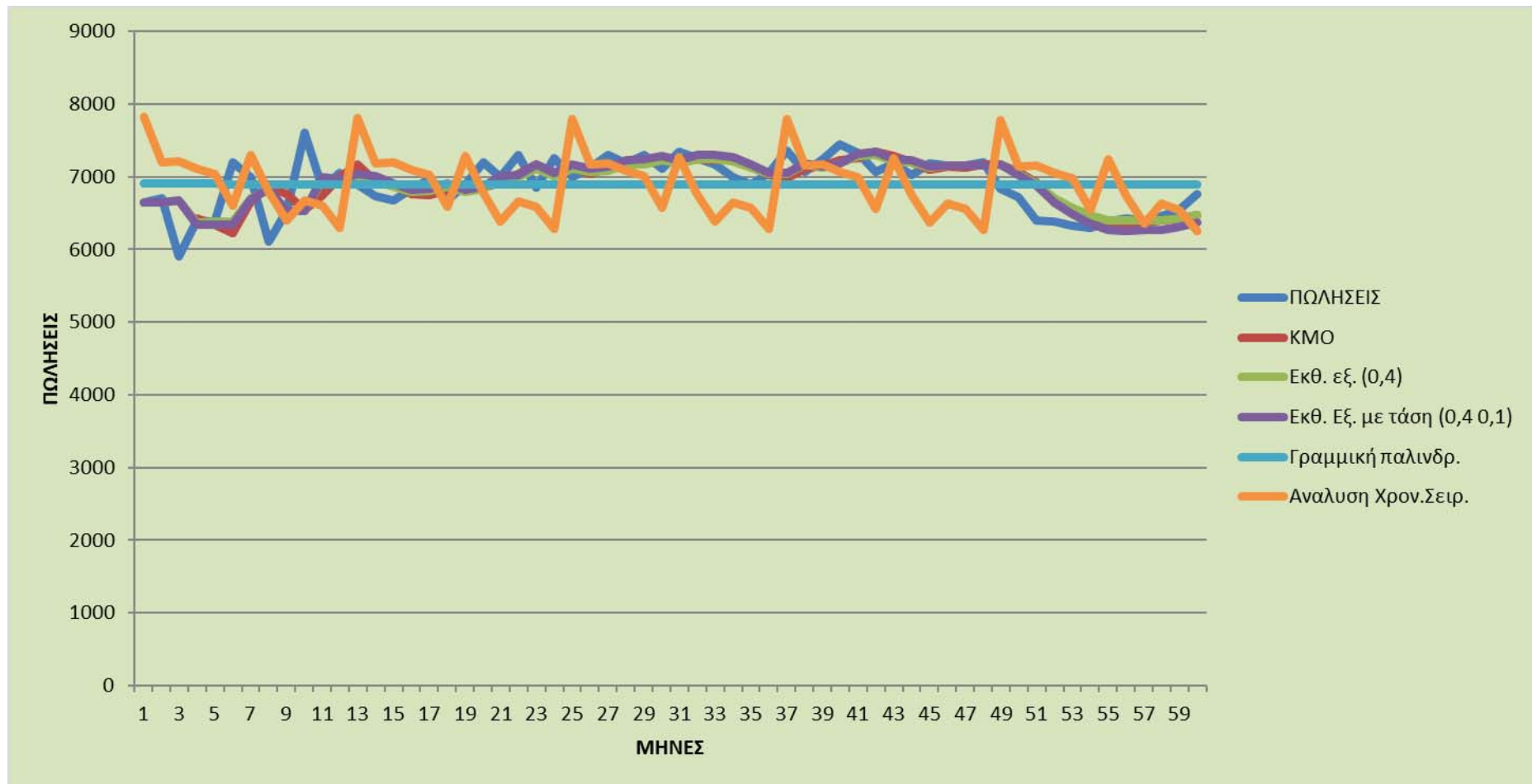
Συγκρίνοντας το μέσο απόλυτο σφάλμα των μεθόδων προκύπτει ότι η καλύτερη μέθοδος πρόβλεψης είναι η εκθετική εξομάλυνση με παράμετρο $\alpha=0,4$. Το μέσο απόλυτο σφάλμα της είναι $MAD=190$ και είναι πολύ μικρότερο σε σύγκριση με το σφάλμα που προκύπτει όταν λαμβάνονται υπόψη οι πωλήσεις όλων των χρόνων ($MAD=677$). Στο διάγραμμα 2.13 γίνεται η σύγκριση μεταξύ των πωλήσεων και των προβλέψεων με εκθετική εξομάλυνση με παράμετρο $\alpha=0,4$. Διαπιστώνονται και οπτικά οι αρκετά καλές προβλέψεις της μεθόδου στην συγκεκριμένη εφαρμογή.

A/A	ΠΩΛΗΣΕΙ Σ	ΚΜΟ (n=3)	Εκθ. εξ. (0,4)	Εκθ. Εξ. με τάση (0,4 0,1)	Γραμμική παλινδρ.	Ανάλυση Χρον.Σειρ.
1	6650		6650	6650	6901	7829
2	6710		6650	6650	6901	7198
3	5900		6674	6676	6900	7208
4	6400	6420	6364	6337	6900	7106
5	6390	6337	6379	6336	6900	7033
6	7200	6230	6383	6334	6900	6597
7	7000	6663	6710	6691	6900	7294
8	6100	6863	6826	6838	6900	6787
9	6525	6767	6536	6536	6899	6400
10	7600	6542	6531	6525	6899	6671
11	6840	6742	6959	6991	6899	6597
12	7057	6988	6911	6961	6899	6298

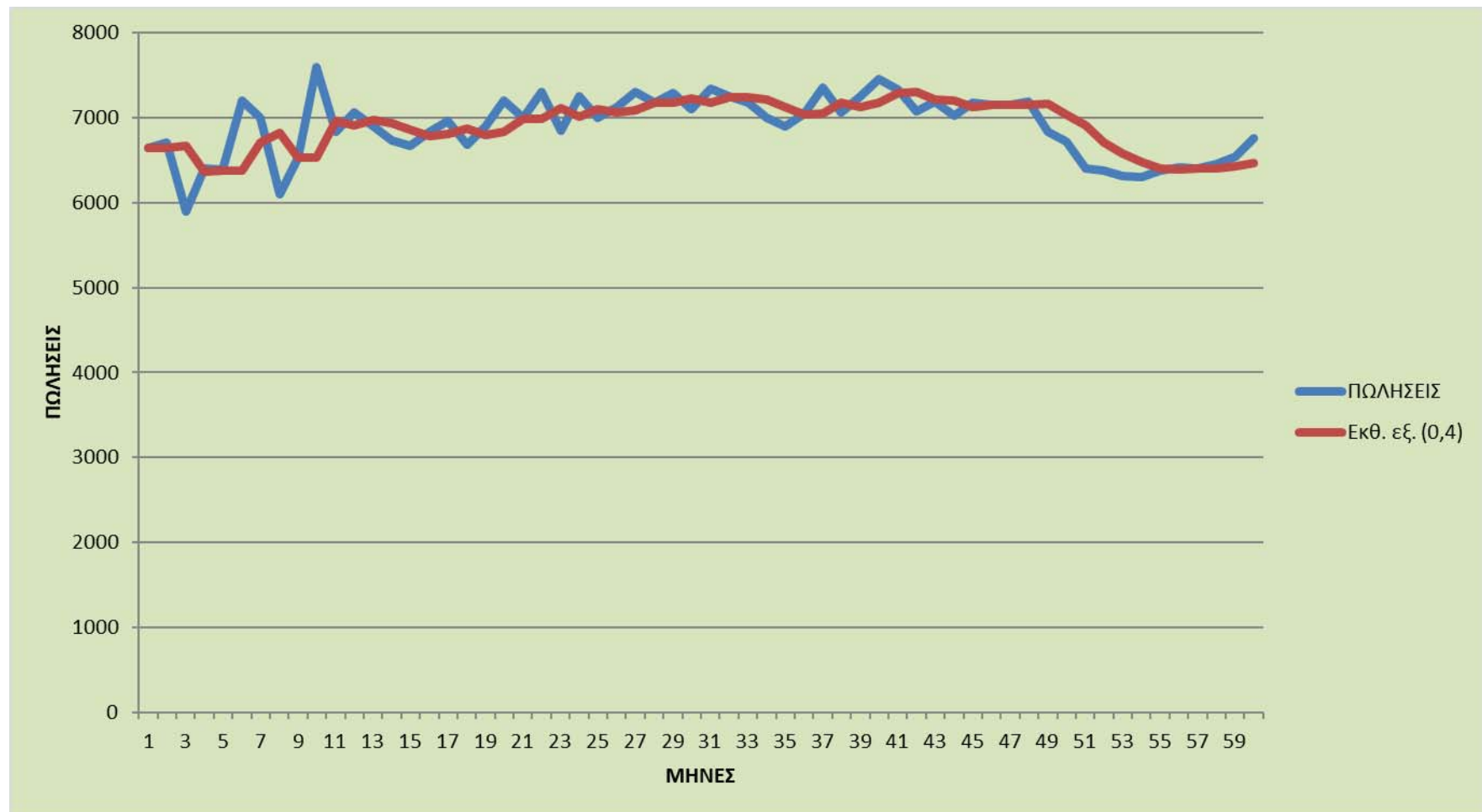
13	6900	7166	6970	7033	6899	7816
14	6730	6932	6942	7008	6898	7185
15	6674	6896	6857	6915	6898	7196
16	6840	6768	6784	6826	6898	7093
17	6959	6748	6806	6840	6898	7021
18	6680	6824	6867	6901	6898	6585
19	6900	6826	6792	6817	6897	7281
20	7200	6846	6835	6858	6897	6775
21	7000	6927	6981	7016	6897	6388
22	7300	7033	6989	7030	6897	6659
23	6845	7167	7113	7170	6897	6585
24	7255	7048	7006	7058	6897	6287
25	7000	7133	7106	7163	6896	7802
26	7121	7033	7063	7118	6896	7173
27	7305	7125	7086	7139	6896	7183
28	7180	7142	7174	7232	6896	7080
29	7294	7202	7176	7236	6896	7009
30	7106	7260	7223	7286	6895	6574
31	7340	7193	7176	7234	6895	7268
32	7250	7247	7242	7300	6895	6763
33	7176	7232	7245	7302	6895	6377
34	7000	7255	7217	7268	6895	6648
35	6900	7142	7130	7167	6895	6574
36	7054	7025	7038	7056	6894	6276
37	7360	6985	7045	7050	6894	7788
38	7064	7105	7171	7182	6894	7160
39	7249	7159	7128	7138	6894	7170
40	7451	7224	7176	7190	6894	7068
41	7330	7255	7286	7312	6893	6996
42	7070	7343	7304	7338	6893	6562
43	7190	7284	7210	7239	6893	7255
44	7027	7197	7202	7225	6893	6751
45	7183	7096	7132	7144	6893	6366
46	7150	7133	7152	7159	6893	6636
47	7157	7120	7151	7155	6892	6562
48	7193	7163	7154	7155	6892	6265
49	6840	7167	7169	7171	6892	7774
50	6717	7063	7038	7026	6892	7147
51	6400	6917	6909	6878	6892	7157
52	6380	6652	6706	6643	6891	7055
53	6320	6499	6575	6483	6891	6984
54	6300	6367	6473	6357	6891	6550
55	6380	6333	6404	6271	6891	7242
56	6420	6333	6394	6256	6891	6739
57	6400	6367	6405	6269	6890	6354
58	6460	6400	6403	6274	6890	6624

59	6540	6427	6426	6309	6890	6550
60	6760	6467	6471	6371	6890	6254
MAD		198	190	202	306	482

Πίνακας 2.10: Σύγκριση των μεθόδων για τα τελευταία 5 χρόνια.



Διάγραμμα 2.12: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων του πίνακα 2.10.



Διάγραμμα 2.13: Απεικόνιση των πωλήσεων και των προβλέψεων της εκθετικής εξομάλυνσης ($\alpha=0.4$).

Στη συνέχεια, προκειμένου να ελεγχθεί περαιτέρω η ακρίβεια της πρόβλεψης της μεθόδου που προκρίθηκε, χρησιμοποιείται ένα διάγραμμα ελέγχου για τις τιμές των σφαλμάτων της. Όταν η πρόβλεψη είναι ικανοποιητική, τότε είναι αναμενόμενο τα σφάλματα να είναι τυχαία, να κατανέμονται κανονικά και η μέση τους τιμή να είναι κοντά στο μηδέν. Με την υπόθεση αυτή, από τον πίνακα της κανονικής κατανομής προκύπτει ότι στο 99,7% των περιπτώσεων τα σφάλματα της πρόβλεψης θα ανήκουν στο διάστημα $0 \pm 3s$.

Με βάση τον πίνακα 2.11, στον οποίο δίνονται οι προβλέψεις και τα σφάλματα της μεθόδου που προκρίθηκε, υπολογίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων η οποία είναι -3 και είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Το $s \cong 1,25MAD = 237,5$ και τα όρια του διαγράμματος είναι $AΦΕ = +3s = 711,4$ και $KΦΕ = -3s = -711,4$. Στο διάγραμμα 2.14 απεικονίζεται το διάγραμμα ελέγχου των σφαλμάτων. Τα σφάλματα μοιάζουν τυχαία κατανεμημένα γύρω από τη μέση τιμή και εντός των φραγμάτων με εξαίρεση 4 τιμές στον πρώτο χρόνο. Συγκεκριμένα δύο τιμές είναι πάνω από το άνω όριο και δύο τιμές κάτω. Οι 4 τιμές είναι λίγες σε σχέση με το σύνολο και δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο να βρέθηκαν τυχαία εκτός ορίων. Για να επιβεβαιώσουμε αυτό το ενδεχόμενο πραγματοποιούμε τον έλεγχο τυχειότητας με βάση τις διαδρομές.

Για να ελέγξουμε την τυχειότητα του διαγράμματος 2.14 με βάση τις διαδρομές χρησιμοποιούμε ένα στατιστικό πακέτο το οποίο περιλαμβάνει τη δυνατότητα αυτή. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το Minitab το οποίο δίνει τα αποτελέσματα του διαγράμματος 2.15. Το σχήμα περιλαμβάνει το διάγραμμα των διαδρομών και κάποιους δείκτες. Ειδικότερα, το συνολικό αριθμό των διαδρομών που βρίσκονται «πάνω» και «κάτω» από τη διάμεσο (32), το συνολικό αριθμό των αναμενόμενων διαδρομών (31) το μήκος της μακρύτερης διαδρομής (7), καθώς επίσης και το συνολικό αριθμό των διαδρομών «προς τα πάνω» και «προς τα κάτω» (39), τον αναμενόμενο αριθμό αυτών των διαδρομών (39,66) και το μήκος της μακρύτερης διαδρομής («προς τα πάνω» ή «προς τα κάτω» (5)). Τέλος, στο διάγραμμα αναγράφονται και τέσσερις πολύ χρήσιμες τιμές, οι λεγόμενες p-value. Οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται για να αποφασίσουμε αν θα δεχτούμε την τυχειότητα ή όχι. Η μηδενική υπόθεση είναι ότι τα δεδομένα μας είναι τυχαία. Αν η τιμή της p-value είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο ελέγχου α τότε δεχόμαστε την τυχειότητα αλλιώς την απορρίπτουμε. Το επίπεδο ελέγχου (πχ. $\alpha=0.05$) εκφράζει την πιθανότητα, αν η διαδικασία είναι τυχαία, να απορρίψουμε εσφαλμένα την τυχειότητα. Όσον αφορά το ποια p-value συγκρίνουμε:

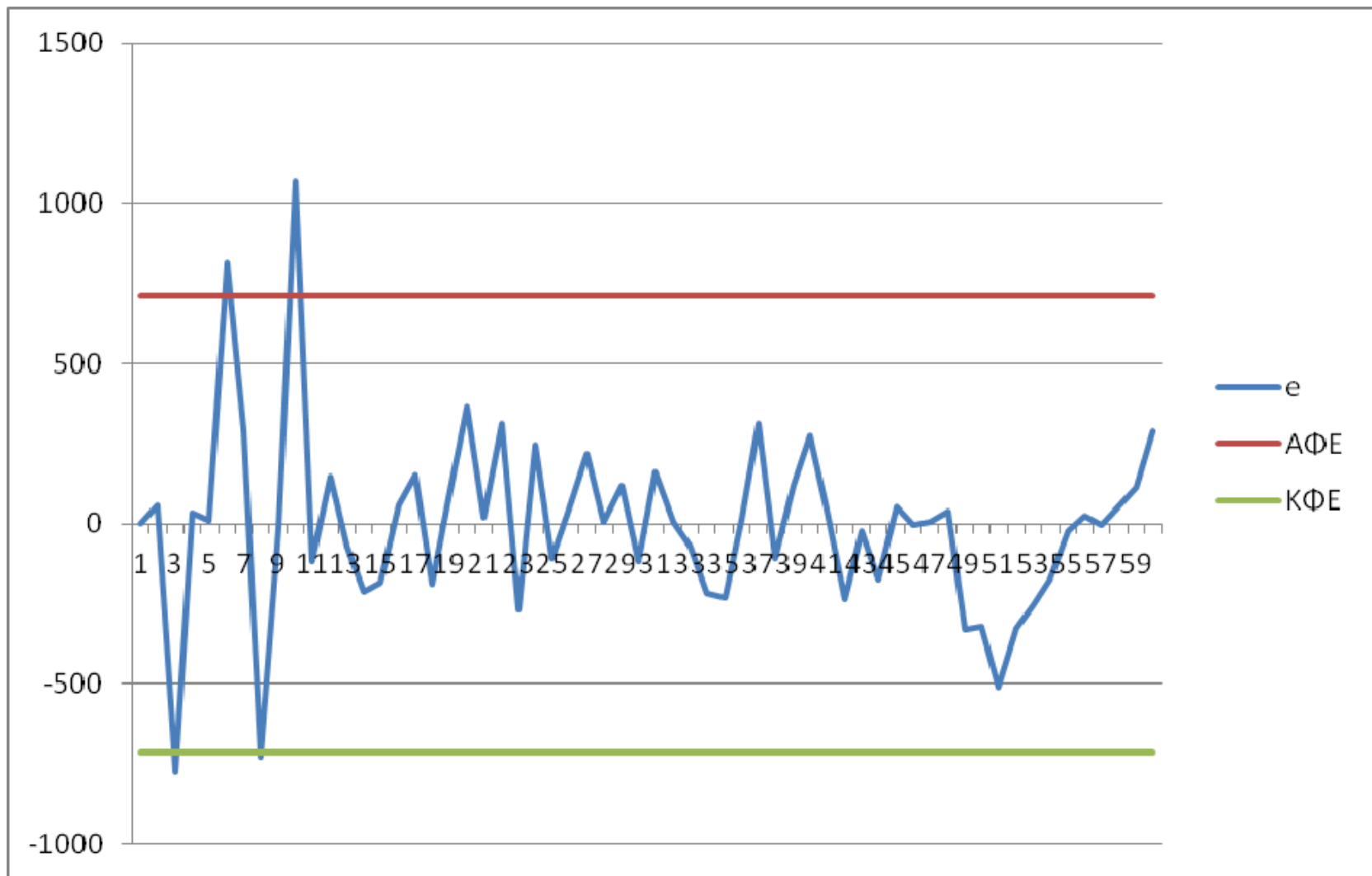
- Αν ελέγχουμε διαδρομές «πάνω» ή «κάτω» από τη μέση τιμή τότε:
 - αν ο συνολικός αριθμός των διαδρομών είναι μικρότερος από τον αναμενόμενο ελέγχουμε την p-value for clustering.
 - αν ο συνολικός αριθμός των διαδρομών είναι μεγαλύτερος από τον αναμενόμενο ελέγχουμε την p-value for mixtures.
- Αν ελέγχουμε διαδρομές «προς τα πάνω» ή «προς τα κάτω» τότε:
 - αν ο συνολικός αριθμός των διαδρομών είναι μικρότερος από τον αναμενόμενο ελέγχουμε την p-value for trends.
 - αν ο συνολικός αριθμός των διαδρομών είναι μεγαλύτερος από τον αναμενόμενο ελέγχουμε την p-value for oscillation.

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή οι διαδρομές «πάνω» και «κάτω» είναι περισσότερες από τις αναμενόμενες ($32 > 31$) και οι «προς τα πάνω» και «προς τα κάτω» είναι λιγότερες από τις αναμενόμενες ($30 < 39,66$). Ελέγχοντας την p-value for mixtures προκύπτει ότι είναι 0.3973, η οποία συγκρινόμενη με το επίπεδο 0.05 είναι μεγαλύτερη και επομένως γίνεται δεκτή η τυχειότητα. Το ίδιο ισχύει και για την p-value for trends = $0.4179 > \alpha = 0.05$. Συνεπώς και με τα

δύο κριτήρια το αποτέλεσμα είναι ότι πρέπει να γίνει δεκτή η τυχαιότητα και άρα είναι σωστή η υπόθεση ότι τα σφάλματα κατανομονται τυχαία γύρω από τη μέση τιμή.

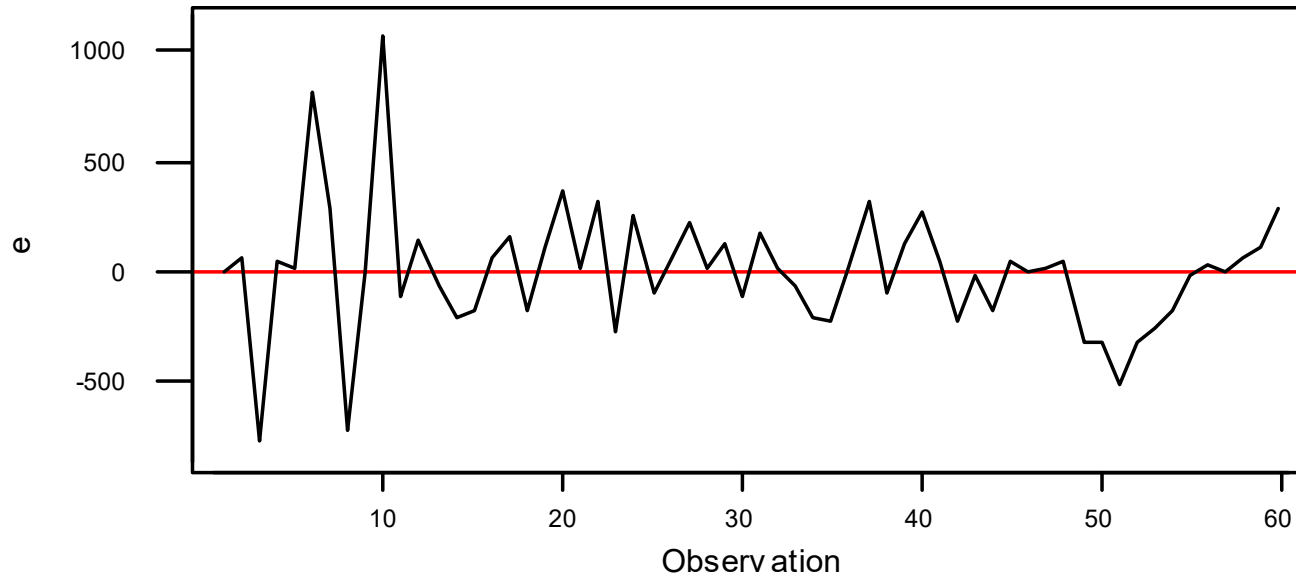
A/A	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	Εκθ. εξ. ($\alpha=0,4$)	e	A/A	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	Εκθ. εξ. ($\alpha=0,4$)	e
1	6650	6650	0	31	7340	7176	164
2	6710	6650	60	32	7250	7242	8
3	5900	6674	-774	33	7176	7245	-69
4	6400	6364	36	34	7000	7217	-217
5	6390	6379	11	35	6900	7130	-230
6	7200	6383	817	36	7054	7038	16
7	7000	6710	290	37	7360	7045	315
8	6100	6826	-726	38	7064	7171	-107
9	6525	6536	-11	39	7249	7128	121
10	7600	6531	1069	40	7451	7176	275
11	6840	6959	-119	41	7330	7286	44
12	7057	6911	146	42	7070	7304	-234
13	6900	6970	-70	43	7190	7210	-20
14	6730	6942	-212	44	7027	7202	-175
15	6674	6857	-183	45	7183	7132	51
16	6840	6784	56	46	7150	7152	-2
17	6959	6806	153	47	7157	7151	6
18	6680	6867	-187	48	7193	7154	39
19	6900	6792	108	49	6840	7169	-329
20	7200	6835	365	50	6717	7038	-321
21	7000	6981	19	51	6400	6909	-509
22	7300	6989	311	52	6380	6706	-326
23	6845	7113	-268	53	6320	6575	-255
24	7255	7006	249	54	6300	6473	-173
25	7000	7106	-106	55	6380	6404	-24
26	7121	7063	58	56	6420	6394	26
27	7305	7086	219	57	6400	6405	-5
28	7180	7174	6	58	6460	6403	57
29	7294	7176	118	59	6540	6426	114
30	7106	7223	-117	60	6760	6471	289

Πίνακας 2.11: Προβλέψεις και σφάλματα εκθετικής εξομάλυνσης.



Διάγραμμα 2.14: Διάγραμμα έλεγχου των σφαλμάτων της εκθετικής εξομάλυνσης.

Run Chart for e



Number of runs about median:	32,0000	Number of runs up or down:	39,0000
Expected number of runs:	31,0000	Expected number of runs:	39,6667
Longest run about median:	7,0000	Longest run up or down:	5,0000
Approx P-Value for Clustering:	0,6027	Approx P-Value for Trends:	0,4179
Approx P-Value for Mixtures:	0,3973	Approx P-Value for Oscillation:	0,5821

Διάγραμμα 2.15: Έλεγχος τυχαιότητας του διαγράμματος έλεγχου 2.14.

3. Προβλέψεις των πωλήσεων παγωτών στο Σαλέρνο της Ιταλίας

Το Σαλέρνο είναι πόλη και δήμος της Ιταλίας στην περιφέρεια της Καμπάνιας. Μια επιχείρηση παγωτών επιθυμεί να προβλέψει πόσα παγωτά πωλούνται την εβδομάδα την καλοκαιρινή σεζόν και αν η θερμοκρασία παίζει σημαντικό ρόλο στις πωλήσεις. Για το λόγο αυτό συγκέντρωσε τα δεδομένα του πίνακα 3.1 τα οποία αφορούν στις πωλήσεις 22 εβδομάδων και τις αντίστοιχες μέσες θερμοκρασίες.

Εβδομάδα	Πωλήσεις y	Θερμοκρασία x
1	37268	26,5
2	37092	23,1
3	37157	27,5
4	37246	26,4
5	37346	24,8
6	37351	25,5
7	37298	25,5
8	37215	23,5
9	37104	28
10	36141	19,5
11	36539	20,3
12	36927	28,9
13	36974	22,3
14	36484	20,7
15	35993	18,7
16	37027	28,7
17	36998	28,2
18	35912	18,5
19	35988	18,8
20	36690	21
21	36100	19
22	35900	18

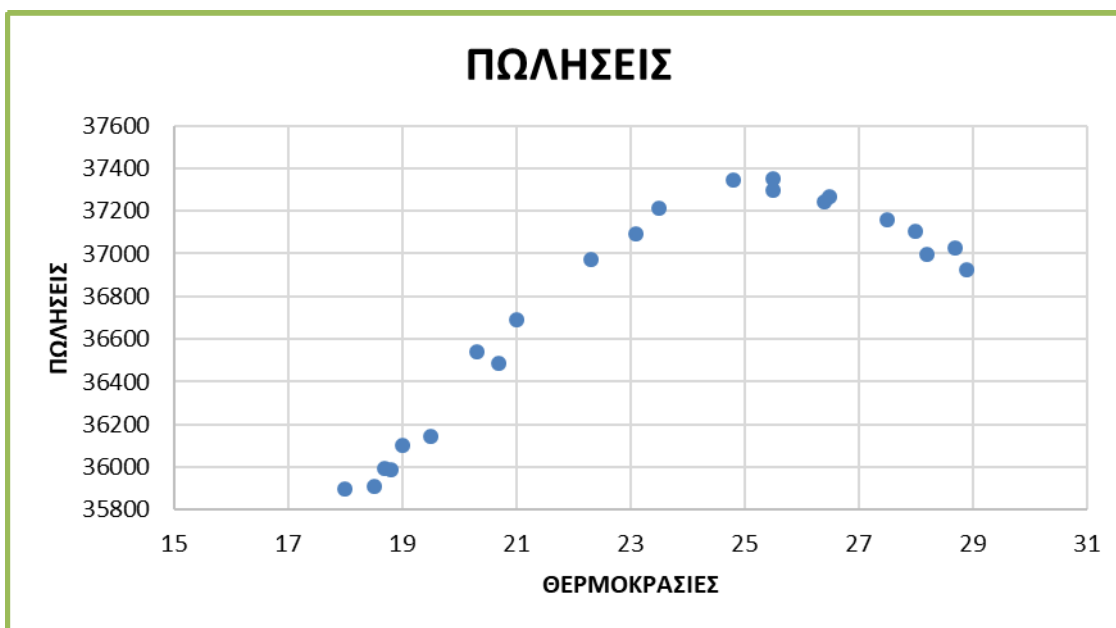
Πίνακας 3.1: Πωλήσεις παγωτών στο Σαλέρνο της Ιταλίας*.

*Πηγή: <https://www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/lists-value-ice-cream-sales-population-varies-tourism-temperature-tourist-town-sorrieto-w-q23675828>.

Μια πρώτη εικόνα της συσχέτισης των πωλήσεων και των θερμοκρασιών δίνει το διάγραμμα 3.1. Παρατηρείται ότι όταν οι θερμοκρασίες είναι σχετικά χαμηλές και οι πωλήσεις είναι χαμηλές. Όταν όμως οι θερμοκρασίες αυξάνονται τότε υπάρχει αύξηση και των πωλήσεων. Οπότε είναι φανερό ότι οι θερμοκρασίες επηρεάζουν τις πωλήσεις των παγωτών, σε τι βαθμό όμως, είναι άγνωστο. Για να διερευνηθεί λοιπόν, αν και κατά πόσο, οι πωλήσεις των παγωτών επηρεάζονται από τη θερμοκρασία θα χρησιμοποιηθεί ένα αιτιολογικό πρότυπο.

3.1 Απλή γραμμική παλινδρόμηση

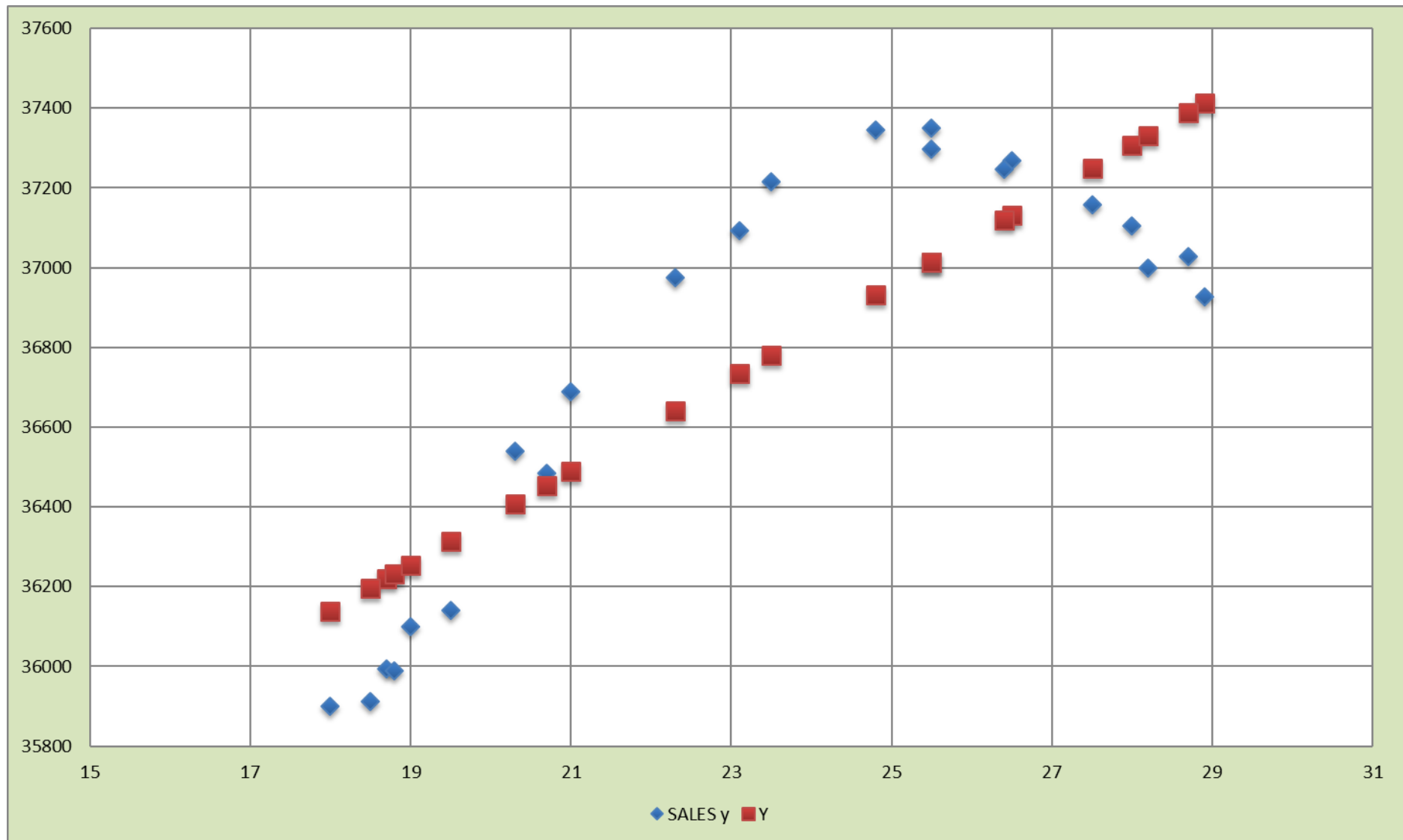
Καταρχήν επιλέγεται το πρότυπο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Δηλαδή γίνεται η υπόθεση ότι οι πωλήσεις των παγωτών εξαρτώνται από τη θερμοκρασία και μεταβάλλονται γραμμικά. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 1.3.1 υπολογίζονται οι συντελεστές a και b , οι προβλέψεις και τα σφάλματά τους (πίνακας 3.2).



Διάγραμμα 3.1: Απεικόνιση πωλήσεων παγωτών σε σχέση με τη θερμοκρασία στο Σαλέρνο.

Εβδομά- δα	Πωλήσεις γ	Θερμο- κρασία x	$\gamma \cdot x$	x^2	γ^2	Πρόβλεψη Y	e
1	37268	26,5	987602	702,25	1388903824	37131,22	136,78
2	37092	23,1	856825,2	533,61	1375816464	36733,73	358,27
3	37157	27,5	1021818	756,25	1380642649	37248,12	91,12
4	37246	26,4	983294,4	696,96	1387264516	37119,52	126,48
5	37346	24,8	926180,8	615,04	1394723716	36932,47	413,53
6	37351	25,5	952450,5	650,25	1395097201	37014,31	336,69
7	37298	25,5	951099	650,25	1391140804	37014,31	283,69
8	37215	23,5	874552,5	552,25	1384956225	36780,49	434,51
9	37104	28	1038912	784	1376706816	37306,58	202,58
10	36141	19,5	704749,5	380,25	1306171881	36312,87	171,87
11	36539	20,3	741741,7	412,09	1335098521	36406,39	132,61
12	36927	28,9	1067190	835,21	1363603329	37411,79	484,79
13	36974	22,3	824520,2	497,29	1367076676	36640,21	333,79
14	36484	20,7	755218,8	428,49	1331082256	36453,15	30,85
15	35993	18,7	673069,1	349,69	1295496049	36219,34	226,34
16	37027	28,7	1062675	823,69	1370998729	37388,41	361,41
17	36998	28,2	1043344	795,24	1368852004	37329,96	331,96
18	35912	18,5	664372	342,25	1289671744	36195,96	283,96
19	35988	18,8	676574,4	353,44	1295136144	36231,03	243,03
20	36690	21	770490	441	1346156100	36488,23	201,77
21	36100	19	685900	361	1303210000	36254,41	154,41
22	35900	18	646200	324	1288810000	36137,5	237,50
SUM	808750	513,4	18908778	12284,5	29736615648		5577,94
AVERAGE	36761,36	23,34					253,54

Πίνακας 3.2: Πρόβλεψη με απλή γραμμική παλινδρόμηση.



Διάγραμμα 3.2: Πρόβλεψη των πωλήσεων παγωτών με απλή γραμμική παλινδρόμηση.

Στο διάγραμμα 3.2 απεικονίζονται οι πωλήσεις των παγωτών σε σχέση με τη θερμοκρασία και οι αντίστοιχες προβλέψεις με την απλή γραμμική παλινδρόμηση. Το μέσο απόλυτο σφάλμα MAD των προβλέψεων ανέρχεται σε 253.54 και θεωρείται αρκετά ικανοποιητικό.

Για να ελεγχθεί κατά πόσο ισχύει η υπόθεση ότι η σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών είναι γραμμική υπολογίζεται ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 , ο οποίος δείχνει σε τι ποσοστό εξαρτώνται οι πωλήσεις από τις θερμοκρασίες. Στον πίνακα 3.3 γίνονται οι απαραίτητοι υπολογισμοί, οι οποίοι δίνουν $r^2 = 70,77\%$. Αυτό σημαίνει ότι οι πωλήσεις εξαρτώνται από τις θερμοκρασίες κατά 70,77% και το υπόλοιπο 29,33% μπορεί να οφείλεται σε άλλους παράγοντες που δεν είναι γνωστοί ή είναι τυχαίοι. Επίσης ο συντελεστής συσχέτισης r , ο οποίος είναι η τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού με πρόσημο αυτό του συντελεστή b , δείχνει το αν οι μεταβλητές συσχετίζονται θετικά ή αρνητικά. Στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι +84%, δηλαδή θετική συσχέτιση, που σημαίνει ότι όσο αυξάνονται οι θερμοκρασίες αυξάνονται και οι πωλήσεις.

	Πωλήσεις y	Θερμοκρασία x	Πρόβλεψη \hat{Y}		$(y_i - E(y))^2$	$(Y_i - E(y))^2$
	37268	26,5	37131,22		256680,405	136790,4653
	37092	23,1	36733,73		109320,405	763,5615221
	37157	27,5	37248,12		156528,1322	236934,4957
	37246	26,4	37119,52		234872,405	128279,4652
	37346	24,8	36932,47		341799,6777	29278,51807
	37351	25,5	37014,31		347671,0413	63981,03381
	37298	25,5	37014,31		287978,5868	63981,03381
	37215	23,5	36780,49		205785,9504	365,9673567
	37104	28	37306,58		117399,6777	297256,9855
	36141	19,5	36312,87		384851,0413	201151,0209
	36539	20,3	36406,39		49445,58678	126005,7236
	36927	28,9	37411,79		27435,40496	423058,2644
	36974	22,3	36640,21		45214,22314	14679,35731
	36484	20,7	36453,15		76930,58678	94993,37871
	35993	18,7	36219,34		590382,6777	293790,4614
	37027	28,7	37388,41		70562,67769	393189,0027
	36998	28,2	37329,96		55996,7686	323299,4033
	35912	18,5	36195,96		721418,5868	319683,7814
	35988	18,8	36231,03		598091,314	281253,8204
	36690	21	36488,23		5092,768595	74604,25292
	36100	19	36254,41		437401,8595	257000,5763
	35900	18	36137,5		741947,314	389200,6362
E(y)	36761,36				5862807,091	4149541,206
				r^2	0.7077	

Πίνακας 3.3: Υπολογισμός συντελεστή συσχέτισης.

3.2 Απλή παλινδρόμηση με μη γραμμικές σχέσεις

Η ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου βασίζεται στην υπόθεση ότι η σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών είναι γραμμική. Από το διάγραμμα 3.1, στο οποίο απεικονίζονται οι πωλήσεις σε σχέση με τη θερμοκρασία, φαίνεται ότι η υπόθεση της γραμμικότητας δεν ισχύει απόλυτα. Η καμπύλη των πωλήσεων μοιάζει περισσότερο με μια κοίλη συνάρτηση.

Όταν η μορφή της συναρτησιακής σχέσης, που συνδέει τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y και της ανεξάρτητης μεταβλητής X, είναι μη γραμμική, τότε θα πρέπει να αναζητηθεί αυτή η σχέση και να εκτιμηθούν οι παράμετροι της, Το πρόβλημα της εύρεσης της μη γραμμικής αυτής συναρτησιακής σχέσης και της εκτίμησης των παραμέτρων της, είναι στη γενική του περίπτωση ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα.

Ο βαθμός δυσκολίας του εξαρτάται από το αν η μη γραμμικότητα της συναρτησιακής σχέσης αναφέρεται στις παραμέτρους ή/και στις μεταβλητές και μπορεί να αντιμετωπισθεί με τεχνικές 'τοπικής' γραμμικής παλινδρόμησης. Αντί δηλαδή να αναζητούμε τη μία ευθεία που προσαρμόζεται καλύτερα στο σύνολο των διαθέσιμων παρατηρήσεών μας, βρίσκουμε μια σειρά από ευθείες που 'τοπικά' προσαρμόζονται καλά σε διαδοχικές περιοχές των δεδομένων. Το σύνολο των επιμέρους αυτών ευθειών διαμορφώνουν την 'καμπύλη' της μη γραμμικής συναρτησιακής σχέσης, που αναζητούμε. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις, στις οποίες το παραπάνω πρόβλημα είναι πολύ πιο εύκολο και μπορεί να αντιμετωπισθεί ως πρόβλημα απλής γραμμικής παλινδρόμησης, αφού πρώτα προηγηθεί κατάλληλος μετασχηματισμός των διαθέσιμων δεδομένων. Τέτοιες χαρακτηριστικές περιπτώσεις είναι μεταξύ άλλων αυτές, που παρουσιάζονται στον πίνακα 3.4 [2].

Συναρτησιακή σχέση	Μετασχηματισμός δεδομένων (x, y)	Πρόβλεψη ^[*]
$y = b_0 x^{b_1}$	$\ln x, \ln y$	$\hat{y} = \exp(a)x^b$
$y = b_0 \exp(b_1 x)$	$x, \ln y$	$\hat{y} = \exp(a + bx)$
$y = b_0 + b_1 \ln x$	$\ln x, y$	$\hat{y} = a + b \ln x$
$y = \frac{x}{b_0 x + b_1}$	$1/x, 1/y$	$\hat{y} = \frac{x}{ax + b}$
$y = \exp\left(b_0 + \frac{b_1}{x}\right)$	$1/x, \ln y$	$\hat{y} = \exp\left(a + \frac{b}{x}\right)$
[*] όπου a και b οι εκτιμήτριες των παραμέτρων της ευθείας της απλής γραμμικής παλινδρόμησης για τα μετασχηματισμένα δεδομένα.		

Πίνακας 3.4: Μετασχηματισμοί για την προσαρμογή μη γραμμικών σχέσεων.

Στην προσπάθεια που γίνεται να βρεθεί όσο το δυνατόν καλύτερη πρόβλεψη θα δοκιμαστούν οι μετασχηματισμοί αυτοί και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα τόσο μεταξύ τους όσο και με την απλή γραμμική παλινδρόμηση.

Μετασχηματισμός 1

Αν η συναρτησιακή σχέση, που συνδέει τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y (πωλήσεις παγωτών) και της ανεξάρτητης μεταβλητής X (θερμοκρασία) είναι της μορφής $y = b_0 x^{b_1}$,

τότε θα πρέπει να μετασχηματιστούν τα δεδομένα υπολογίζοντας το $\ln(x)$ και το $\ln(y)$. Με τα μετασχηματισμένα δεδομένα υπολογίζονται οι παράμετροι a και b της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εφαρμόζονται στη σχέση $Y = e^{ax^b}$ για να βρεθούν οι προβλέψεις.

Στον πίνακα 3.5 παρουσιάζονται οι αναλυτικοί υπολογισμοί των προβλέψεων. Καταρχήν μετασχηματίζονται τα δεδομένα x και y σε $\ln(x)$ και $\ln(y)$ και με τα νέα δεδομένα υπολογίζονται οι συντελεστές a και b της γραμμικής παλινδρόμησης. Οι συντελεστές αυτοί εφαρμόζονται στη σχέση $Y = e^{ax^b}$ και υπολογίζονται οι προβλέψεις.

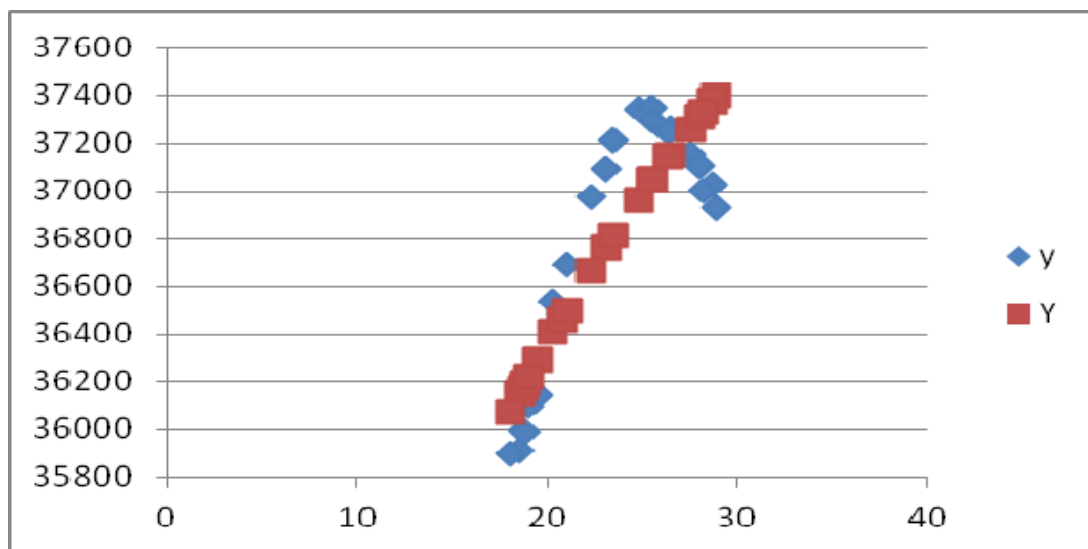
Στο διάγραμμα 3.5 απεικονίζεται η εικόνα των προβλέψεων σε σχέση με τις πραγματικές τιμές των πωλήσεων. Οι προβλέψεις έχουν μια απόλυτη ανοδική τάση ενώ οι πωλήσεις διαθέτουν αρχικά μια ανοδική τάση στην συνέχεια όμως περίπου στους 25°C αρχίζουν να έχουν μια αισθητή πτώση.

Επιπλέον είναι φανερό από το διάγραμμα ότι οι πωλήσεις και οι προβλέψεις συμπίπτουν ελάχιστες φορές άρα είναι αναμμένο να υπάρχει και ένα αρκετά μεγάλο σφάλμα. Το μέσο απόλυτο σφάλμα είναι $MAD=230.91$. Για να πραγματοποιηθεί έλεγχος αν οι μετασχηματισμένες μεταβλητές συνδέονται γραμμικά θα πρέπει να βρεθεί και ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 , ο οποίος δείχνει σε τι ποσοστό εξαρτώνται οι πωλήσεις από τις θερμοκρασίες. Στην προκειμένη περίπτωση ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ισούται με 76,15 % το οποίο σημαίνει ότι οι πωλήσεις εξαρτώνται από τις θερμοκρασίες κατά 76,15% και το άλλο 23,85% μπορεί να οφείλεται σε άλλους παράγοντες αγνώστους ή τυχαίους. Επιπλέον ο συντελεστής συσχέτισης r είναι +89,63% οπότε θετική συσχέτιση, άρα όσο αυξάνονται οι θερμοκρασίες αυξάνονται και οι πωλήσεις.

WEEK	x	y	ln(y)	ln(x)	y*x	x^2	y^2	Y	e
1	26,5	37268	10,525 89	3,2771 44733	34,494 87	10,739 68	110,79 43672	37151, 64	116,36
2	23,1	37092	10,521 16	3,1398 32618	33,034 67	9,8585 49	110,69 4736	36765, 24	326,76
3	27,5	37157	10,522 91	3,3141 86005	34,874 87	10,983 83	110,73 15814	37256, 57	99,57
4	26,4	37246	10,525 3	3,2733 6401	34,453 14	10,714 91	110,78 19366	37140, 95	105,05
5	24,8	37346	10,527 98	3,2108 43653	33,803 7	10,309 52	110,83 83858	36964, 56	381,44
6	25,5	37351	10,528 11	3,2386 78452	34,097 18	10,489 04	110,84 12047	37042, 99	308,01
7	25,5	37298	10,526 69	3,2386 78452	34,092 58	10,489 04	110,81 13073	37042, 99	255,01
8	23,5	37215	10,524 47	3,1570 00421	33,225 75	9,9666 52	110,76 44095	36813, 33	401,67
9	28	37104	10,521 48	3,3322 0451	35,059 72	11,103 59	110,70 15426	37307, 72	203,72
10	19,5	36141	10,495 18	2,9704 14466	31,175 04	8,8233 62	110,14 88711	36294, 02	153,02
11	20,3	36539	10,506 14	3,0106 20886	31,629 99	9,0638 38	110,37 88824	36405, 3	133,70
12	28,9	36927	10,516 7	3,3638 41595	35,376 51	11,315 43	110,60 09425	37397, 7	470,70
13	22,3	36974	10,517 97	3,1045 86678	32,653 95	9,6384 58	110,62 7698	36666, 7	307,30

14	20,7	36484	10,504 63	3,0301 337	31,830 43	9,1817 1	110,34 72323	36459, 43	24,57
15	18,7	35993	10,491 08	2,9285 23524	30,723 37	8,5762 5	110,06 27544	36178, 44	185,44
16	28,7	37027	10,519 4	3,3568 97123	35,312 55	11,268 76	110,65 78322	37377, 93	350,93
17	28,2	36998	10,518 62	3,3393 21978	35,125 06	11,151 07	110,64 13485	37327, 94	329,94
18	18,5	35912	10,488 83	2,9177 70732	30,603 99	8,5133 86	110,01 54872	36148, 83	236,83
19	18,8	35988	10,490 94	2,9338 5687	30,778 92	8,6075 16	110,05 98395	36193, 13	205,13
20	21	36690	10,510 26	3,0445 22438	31,998 72	9,2691 17	110,46 55551	36499, 4	190,60
21	19	36100	10,494 05	2,9444 38979	30,899 08	8,6697 21	110,12 50465	36222, 31	122,31
22	18	35900	10,488 49	2,8903 71758	30,315 64	8,3542 49	110,00 84765	36073, 5	173,50
SUM		808750	231,26 63	69,017 23358	725,55 97	217,08 77	2431,0 99437		5081,5 7
AVERAGE		36761, 36364	10,512 1	3,14					230,98

Πίνακας 3.5: Πρόβλεψη με χρήση του 1^{ου} μετασχηματισμού.



Διάγραμμα 3.5: Πρόβλεψη των πωλήσεων με την χρήση 1^{ου} μετασχηματισμού.

Μετασχηματισμός 2

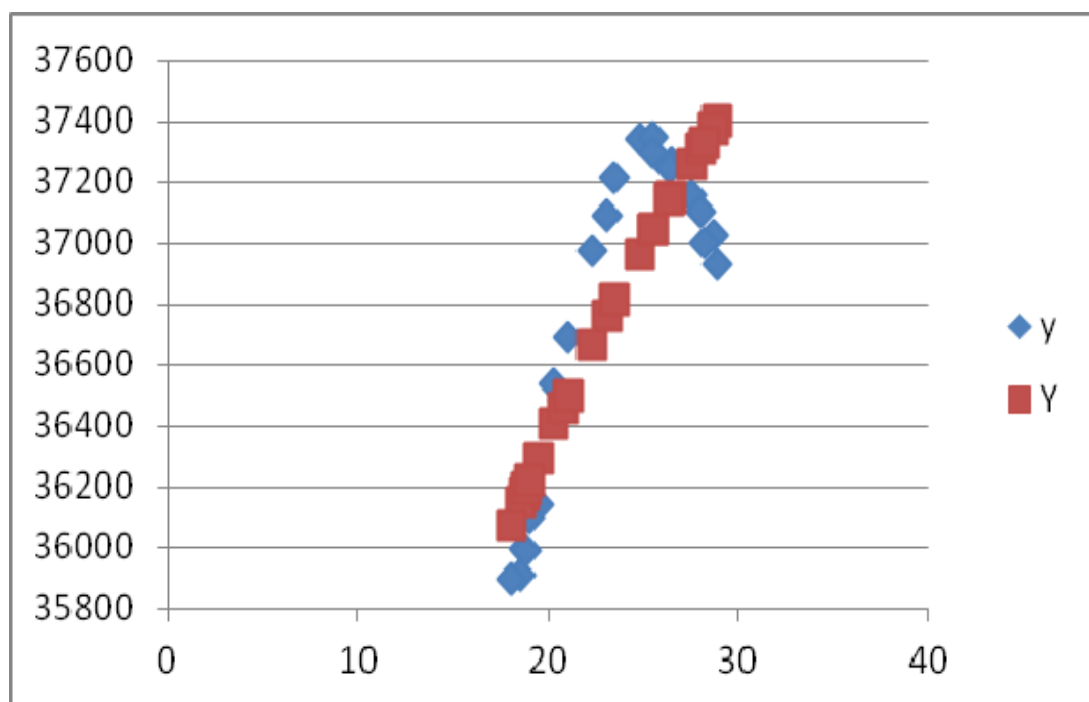
Στο δεύτερο μετασχηματισμό ελέγχεται αν η συναρτησιακή σχέση η οποία συνδέει τις τιμές των 2 μεταβλητών x και y , είναι της μορφής $y = b_0 e^{b_1 x}$, οπότε μετασχηματίζονται τα δεδομένα υπολογίζοντας το x και το $\ln(y)$. Με αυτά τα δεδομένα θα βρεθούν οι παράμετροι a και b της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εφαρμόζονται στην σχέση $Y = e^{a+bx}$.

Στον πίνακα 3.6 δίνονται οι αναλυτικοί υπολογισμοί σε αυτή την περίπτωση. Με τα στοιχεία του πίνακα αυτού δημιουργείται το διάγραμμα 3.6 το οποίο παρέχει μια πρώτη εικόνα των προβλέψεων, η οποία είναι ανάλογη με την εικόνα που παρουσιάστηκε στο διάγραμμα 3.5. Δηλαδή, οι προβλέψεις έχουν μια συνεχή ανοδική πορεία σε σχέση με την αύξηση της θερμοκρασίας. Συγκρίνοντας το μέσο απόλυτο σφάλμα, το οποίο είναι $MAD = 255.08$ με το με το αντίστοιχο του προηγούμενου μετασχηματισμού διαπιστώνεται ότι οι προβλέψεις δεν είναι καλύτερες και το σφάλμα είναι αρκετά μεγαλύτερο από αυτό του μετασχηματισμού 1. Επιπλέον, ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 , ο οποίος είναι 71.43%, δηλώνει ότι οι πωλήσεις εξαρτώνται από τις θερμοκρασίες κατά 71.43%.

WEEK	x	y	ln(y)	x	y*x	x^2	y^2	Y	e
1	26,5	37268	10,5258 9	26,5	278,936 1	702,25	110,794 3672	37131,0 5	136,95
2	23,1	37092	10,5211 6	23,1	243,038 7	533,61	110,694 736	36729,9 8	362,02
3	27,5	37157	10,5229 1	27,5	289,38	756,25	110,731 5814	37249,8 5	92,85
4	26,4	37246	10,5253	26,4	277,867 9	696,96	110,781 9366	37119,2	126,80
5	24,8	37346	10,5279 8	24,8	261,093 9	615,04	110,838 3858	36929,9 7	416,03
6	25,5	37351	10,5281 1	25,5	268,466 9	650,25	110,841 2047	37012,6 4	338,36
7	25,5	37298	10,5266 9	25,5	268,430 7	650,25	110,811 3073	37012,6 4	285,36
8	23,5	37215	10,5244 7	23,5	247,325	552,25	110,764 4095	36776,9 4	438,06
9	28	37104	10,5214 8	28	294,601 4	784	110,701 5426	37309,3 9	205,39
10	19,5	36141	10,4951 8	19,5	204,656 1	380,25	110,148 8711	36310,0 3	169,03
11	20,3	36539	10,5061 4	20,3	213,274 5	412,09	110,378 8824	36402,9 4	136,06
12	28,9	36927	10,5167	28,9	303,932 6	835,21	110,600 9425	37416,8	489,80
13	22,3	36974	10,5179 7	22,3	234,550 7	497,29	110,627 698	36636,2 4	337,76
14	20,7	36484	10,5046 3	20,7	217,445 8	428,49	110,347 2323	36449,4 8	34,52
15	18,7	35993	10,4910 8	18,7	196,183 2	349,69	110,062 7544	36217,3 6	224,36
16	28,7	37027	10,5194	28,7	301,906 9	823,69	110,657 8322	37392,9 1	365,91
17	28,2	36998	10,5186	28,2	296,625	795,24	110,641	37333,2	335,23

			2		1		3485	3	
18	18,5	35912	10,4888 3	18,5	194,043 3	342,25	110,015 4872	36194,2 3	282,23
19	18,8	35988	10,4909 4	18,8	197,229 7	353,44	110,059 8395	36228,9 3	240,93
20	21	36690	10,5102 6	21	220,715 4	441	110,465 5551	36484,4 2	205,58
21	19	36100	10,4940 5	19	199,386 9	361	110,125 0465	36252,0 9	152,09
22	18	35900	10,4884 9	18	188,792 9	324	110,008 4765	36136,4 7	236,47
SUM		808750	231,266 3	513,4	5397,88 4	12284,5	2431,09 9437		5611,81
AVERAGE		36761,3 6364	10,5121	23,34					255,08

Πίνακας 3.6: Πρόβλεψη με χρήση του 2^ο μετασχηματισμού.



Διάγραμμα 3.6: Πρόβλεψη των πωλήσεων με την χρήση 2^ο μετασχηματισμού.

Μετασχηματισμός 3

Στον τρίτο μετασχηματισμό πραγματοποιείται έλεγχος αν η συναρτησιακή σχέση που ενώνει την εξαρτημένη μεταβλητή και την ανεξάρτητη μεταβλητή είναι της μορφής $y = b_0 + b_1 \ln x$, αν και επιβάλλεται να μετασχηματιστούν τα δεδομένα υπολογίζοντας το $\ln(x)$ και το y . Το επόμενο βήμα είναι να γίνουν γνώστες οι παράμετροι a και b και να ενταχτούν στην σχέση $Y = a + b \ln(x)$ με στόχο την εφαρμογή της σχέσης για να βρεθούν οι προβλέψεις των πωλήσεων.

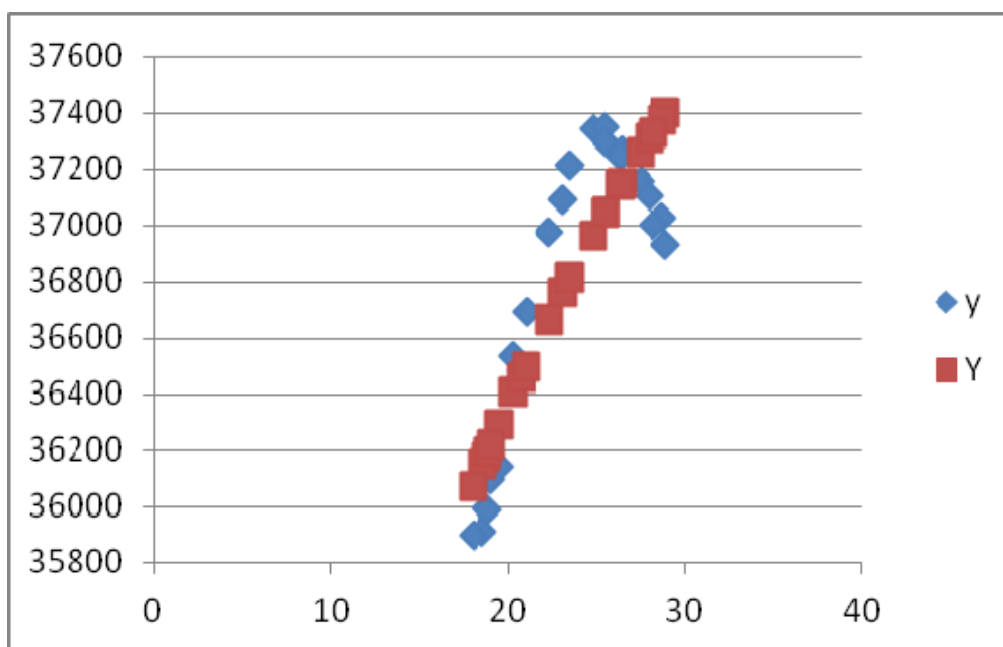
Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όπως και στους προηγούμενους μετασχηματισμούς υπολογίζοντας τις προβλέψεις οι οποίες απεικονίζονται στο πίνακα 3.7 και δημιουργώντας ένα διάγραμμα που θα έχει τις πωλήσεις και τις προβλέψεις ανά θερμοκρασία. Το διάγραμμα

3.7 φαίνεται παρόμοιο όπως και στους μετασχηματισμούς 1 και 2 με τις προβλέψεις να ακολουθούν μονίμως μια ανοδική πορεία. Το μέσο απόλυτο σφάλμα σε αυτήν την περίπτωση είναι ίσο με 229.44 ελάχιστα μικρότερο από τον μετασχηματισμό 1, ενώ ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 είναι 75.56%.

WEEK	x	y	y	ln(x)	y*x	x^2	y^2	Y	e
1	26,5	37268	37268	3,2771 44733	122132 ,6	10,739 68	138890 3824	37151, 5	116,50
2	23,1	37092	37092	3,1398 32618	116462 ,7	9,8585 49	137581 6464	36768, 85	323,15
3	27,5	37157	37157	3,3141 86005	123145 ,2	10,983 83	138064 2649	37254, 72	97,72
4	26,4	37246	37246	3,2733 6401	121919 ,7	10,714 91	138726 4516	37140, 96	105,04
5	24,8	37346	37346	3,2108 43653	119912 ,2	10,309 52	139472 3716	36966, 74	379,26
6	25,5	37351	37351	3,2386 78452	120967 ,9	10,489 04	139509 7201	37044, 3	306,70
7	25,5	37298	37298	3,2386 78452	120796 ,2	10,489 04	139114 0804	37044, 3	253,70
8	23,5	37215	37215	3,1570 00421	117487 ,8	9,9666 52	138495 6225	36816, 69	398,31
9	28	37104	37104	3,3322 0451	123638 ,1	11,103 59	137670 6816	37304, 93	200,93
10	19,5	36141	36141	2,9704 14466	107353 ,7	8,8233 62	130617 1881	36296, 73	155,73
11	20,3	36539	36539	3,0106 20886	110005 ,1	9,0638 38	133509 8521	36408, 77	130,23
12	28,9	36927	36927	3,3638 41595	124216 ,6	11,315 43	136360 3329	37393, 1	466,10
13	22,3	36974	36974	3,1045 86678	114789	9,6384 58	136707 6676	36670, 63	303,37
14	20,7	36484	36484	3,0301 337	110551 ,4	9,1817 1	133108 2256	36463, 15	20,85
15	18,7	35993	35993	2,9285 23524	105406 ,3	8,5762 5	129549 6049	36179, 99	186,99
16	28,7	37027	37027	3,3568 97123	124295 ,8	11,268 76	137099 8729	37373, 75	346,75
17	28,2	36998	36998	3,3393 21978	123548 ,2	11,151 07	136885 2004	37324, 77	326,77
18	18,5	35912	35912	2,9177 70732	104783	8,5133 86	128967 1744	36150, 02	238,02
19	18,8	35988	35988	2,9338 5687	105583 ,6	8,6075 16	129513 6144	36194, 85	206,85
20	21	36690	36690	3,0445 22438	111703 ,5	9,2691 17	134615 6100	36503, 24	186,76
21	19	36100	36100	2,9444 38979	106294 ,2	8,6697 21	130321 0000	36224, 34	124,34
22	18	35900	35900	2,8903	103764	8,3542	128881	36073,	173,67

				71758	,3	49	0000	67	
SUM		808750	808750	69,017 23358	253875 7	217,08 77	297366 15648		5047,7 4
AVERAGE		36761, 36364	36761, 36	3,14					229,44

Πίνακας 3.7: Πρόβλεψη με χρήση του 3^{ου} μετασχηματισμού.



Διάγραμμα 3.7: Πρόβλεψη των πωλήσεων με την χρήση 3^{ου} μετασχηματισμού.

Μετασχηματισμός 4

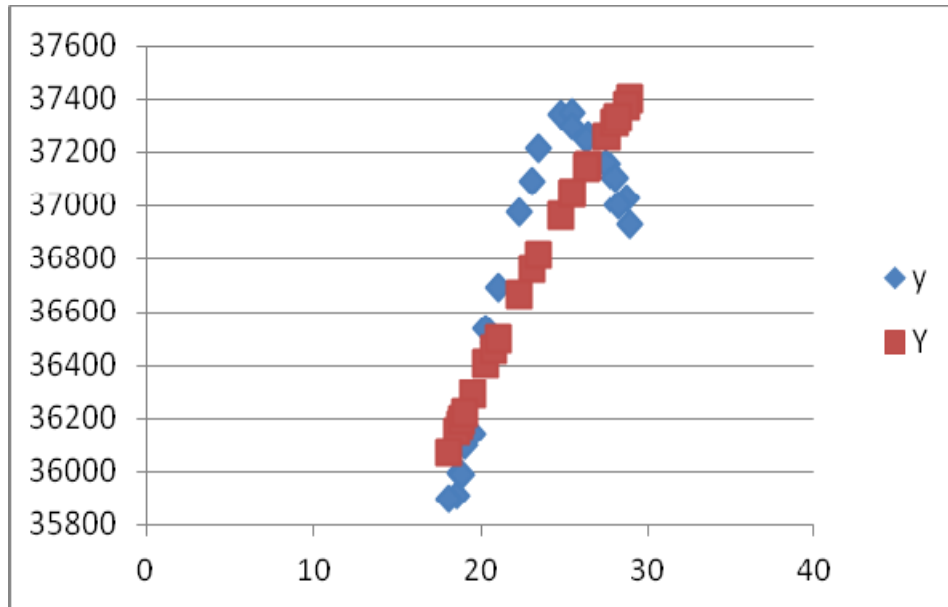
Στο τέταρτο μετασχηματισμό ελέγχεται, όπως και στους προηγούμενους μετασχηματισμούς, αν η σχέση που συνδέει τις τιμές της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης μεταβλητής είναι της μορφής $y = e^{\frac{a}{x} + b}$, για το λόγο αυτό γίνεται ο μετασχηματισμός των δεδομένων υπολογίζοντας τα $1/x$ και $1/y$.

Οι προβλέψεις των πωλήσεων δίνονται στο πίνακα 3.8 και στο διάγραμμα 3.8 απεικονίζονται οι πωλήσεις και οι προβλέψεις ανά θερμοκρασία. Από το διάγραμμα παρατηρείται ότι οι προβλέψεις εκτός ότι έχουν μια ανοδική πορεία διαθέτουν μια κλίση και επιπλέον στις μικρότερες θερμοκρασίες συμπίπτουν αρκετές φορές με τις πραγματικές πωλήσεις. Με αυτά τα στοιχεία είναι αναμενόμενο ότι οι προβλέψεις θα είναι καλύτερες σε σύγκριση με τις προβλέψεις των τριών πρώτων μετασχηματισμών και αυτό το επιβεβαιώνει το μέσο απόλυτο σφάλμα το οποίο είναι $MAD=207.84$. Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ισούται με 80.87% και σημαίνει ότι σε αυτό το ποσοστό η θερμοκρασία ερμηνεύει τις πωλήσεις.

WEEK	x	y	1/y	1/x	y*x	x^2	y^2	Y	e
1	26,5	37268	2,6832 7E-05	0,0377 35849	1,0125 5E-06	0,0014 24	7,1999 2E-10	37167, 78	100,22
2	23,1	37092	2,696E- 05	0,0432 90043	1,1671 E-06	0,0018 74	7,2684 1E-10	36798, 95	293,05
3	27,5	37157	2,6912 8E-05	0,0363 63636	9,7864 8E-07	0,0013 22	7,243E- 10	37260, 05	103,05

4	26,4	37246	2,6848 5E-05	0,0378 78788	1,0169 9E-06	0,0014 35	7,2084 3E-10	37158, 2	87,80
5	24,8	37346	2,6776 6E-05	0,0403 22581	1,0797 E-06	0,0016 26	7,1698 8E-10	36995, 09	350,91
6	25,5	37351	2,6773 E-05	0,0392 15686	1,0499 2E-06	0,0015 38	7,1679 6E-10	37068, 79	282,21
7	25,5	37298	2,6811 1E-05	0,0392 15686	1,0514 2E-06	0,0015 38	7,1883 4E-10	37068, 79	229,21
8	23,5	37215	2,6870 9E-05	0,0425 53191	1,1434 4E-06	0,0018 11	7,2204 4E-10	36847, 46	367,54
9	28	37104	2,6951 3E-05	0,0357 14286	9,6254 5E-07	0,0012 76	7,2637 1E-10	37303, 87	199,87
10	19,5	36141	2,7669 4E-05	0,0512 82051	1,4189 4E-06	0,0026 3	7,6559 6E-10	36280, 88	139,88
11	20,3	36539	2,7368 E-05	0,0492 61084	1,3481 8E-06	0,0024 27	7,4900 8E-10	36410, 51	128,49
12	28,9	36927	2,7080 5E-05	0,0346 02076	9,3704 E-07	0,0011 97	7,3335 1E-10	37379, 17	452,17
13	22,3	36974	2,7046 E-05	0,0448 43049	1,2128 3E-06	0,0020 11	7,3148 8E-10	36697, 12	276,88
14	20,7	36484	2,7409 3E-05	0,0483 09179	1,3241 2E-06	0,0023 34	7,5126 8E-10	36471, 88	12,12
15	18,7	35993	2,7783 2E-05	0,0534 75936	1,4857 3E-06	0,0028 6	7,7190 5E-10	36141, 21	148,21
16	28,7	37027	2,7007 3E-05	0,0348 43206	9,4102 2E-07	0,0012 14	7,2939 5E-10	37362, 82	335,82
17	28,2	36998	2,7028 5E-05	0,0354 60993	9,5845 7E-07	0,0012 57	7,3053 9E-10	37320, 99	322,99
18	18,5	35912	2,7845 8E-05	0,0540 54054	1,5051 8E-06	0,0029 22	7,7539 1E-10	36104, 59	192,59
19	18,8	35988	2,7787 E-05	0,0531 91489	1,4780 3E-06	0,0028 29	7,7212 E-10	36159, 26	171,26
20	21	36690	2,7255 4E-05	0,0476 19048	1,2978 8E-06	0,0022 68	7,4285 6E-10	36516, 51	173,49
21	19	36100	2,7700 8E-05	0,0526 31579	1,4579 4E-06	0,0027 7	7,6733 6E-10	36194, 84	94,84
22	18	35900	2,7855 2E-05	0,0555 55556	1,5475 1E-06	0,0030 86	7,7591 E-10	36009, 81	109,81
SUM		808750	0,0005 98573	0,9674 19046	2,6375 2E-05	0,0436 48	1,6289 2E-08		4572,4 3
AVERA GE		36761, 36364	2,7207 9E-05	0,04					207,84

Πίνακας 3.8: Πρόβλεψη με χρήση του 4^{ου} μετασχηματισμού.



Διάγραμμα 3.8: Πρόβλεψη των πωλήσεων με την χρήση 4^{ου} μετασχηματισμού.

Μετασχηματισμός 5

Τέλος, στον πέμπτο μετασχηματισμό πραγματοποιείται έλεγχος αν η συναρτησιακή σχέση που συνδέει τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y και της ανεξάρτητης μεταβλητής x είναι της μορφής $y = e^{a + \frac{b}{x}}$. Για το λόγο αυτό μετασχηματίζονται τα δεδομένα υπολογίζοντας το $1/x$ και το $\ln y$, υπολογίζονται οι παράμετροι a και b της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εφαρμόζονται οι τιμές στον υπολογισμό των προβλέψεων από τη σχέση $Y = e^{a + \frac{b}{x}}$.

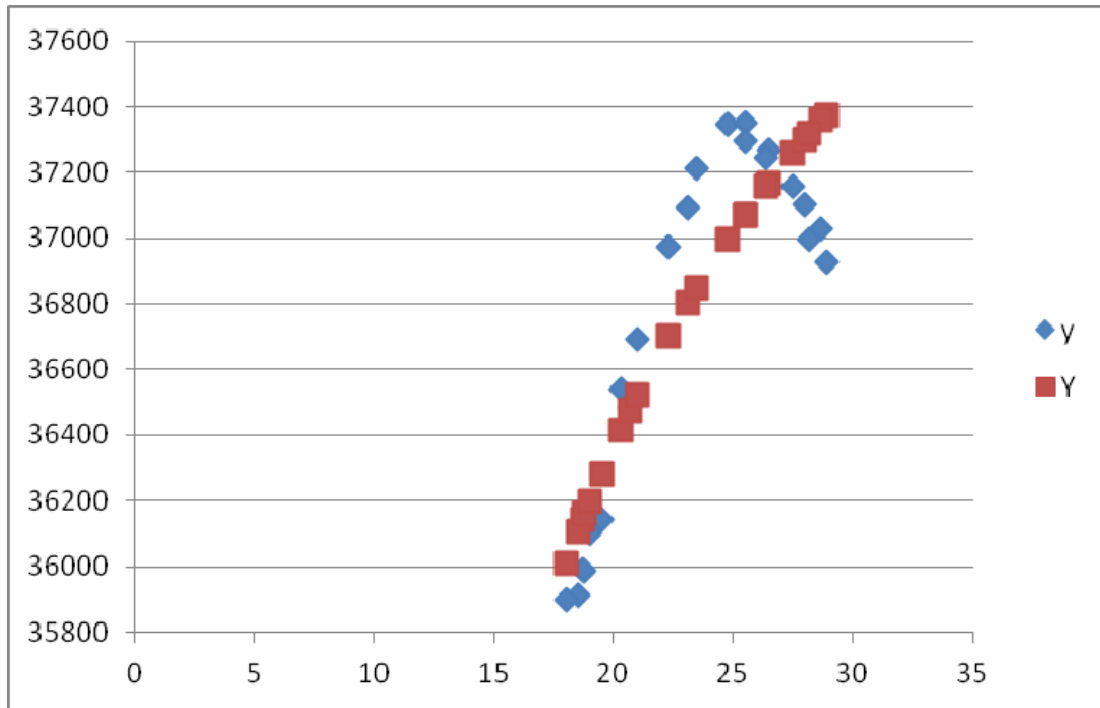
Έπειτα από τον υπολογισμό των προβλέψεων οι οποίες αναγράφονται

Στον πίνακα 3.9 γίνονται οι υπολογισμοί των προβλέψεων και το διάγραμμα 3.9 περιέχει τις πωλήσεις και τις προβλέψεις ανά θερμοκρασία. Το διάγραμμα είναι παρόμοιο με τα διαγράμματα των προηγούμενων μετασχηματισμών και δεν μπορεί να παρέχει μια ξεκάθαρη εικόνα αν οι προβλέψεις του πέμπτου μετασχηματισμού είναι καλύτερες. Υπολογίζοντας τα σφάλματα προκύπτει ότι το μέσο απόλυτο σφάλμα ισούται με 206.29 και είναι το μικρότερο από όλα τα προηγούμενα. Συνεπώς, οι προβλέψεις με τον πέμπτο μετασχηματισμό είναι οι καλύτερες σε σύγκριση με τους προηγούμενους τέσσερις μετασχηματισμούς και τις προβλέψεις της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ο οποίος ισούται με 80.35% δηλώνει ότι οι θερμοκρασίες επηρεάζουν τις πωλήσεις σε ένα μεγάλο ποσοστό το οποίο είναι ίσο με 80.35%, ενώ το υπόλοιπο 19.65% οφείλεται σε άλλους παράγοντες. Για άμεση σύγκριση όλων των παραπάνω, στον πίνακα 3.10 συνοψίζονται οι τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος και των συντελεστών προσδιορισμού και συσχέτισης όλων των περιπτώσεων.

WEEK	x	y	ln(y)	1/x	y*x	x^2	y^2	Y	e
1	26,5	37268	10,525 89	0,0377 35849	0,3972 03	0,0014 24	110,79 43672	37167, 37	100,63
2	23,1	37092	10,521 16	0,0432 90043	0,4554 61	0,0018 74	110,69 4736	36802, 39	289,61
3	27,5	37157	10,522 91	0,0363 63636	0,3826 51	0,0013 22	110,73 15814	37258, 1	101,10

4	26,4	37246	10,525 3	0,0378 78788	0,3986 86	0,0014 35	110,78 19366	37157, 93	88,07
5	24,8	37346	10,527 98	0,0403 22581	0,4245 15	0,0016 26	110,83 83858	36996, 94	349,06
6	25,5	37351	10,528 11	0,0392 15686	0,4128 67	0,0015 38	110,84 12047	37069, 78	281,22
7	25,5	37298	10,526 69	0,0392 15686	0,4128 12	0,0015 38	110,81 13073	37069, 78	228,22
8	23,5	37215	10,524 47	0,0425 53191	0,4478 5	0,0018 11	110,76 44095	36850, 6	364,40
9	28	37104	10,521 48	0,0357 14286	0,3757 67	0,0012 76	110,70 15426	37301, 11	197,11
10	19,5	36141	10,495 18	0,0512 82051	0,5382 15	0,0026 3	110,14 88711	36283, 49	142,49
11	20,3	36539	10,506 14	0,0492 61084	0,5175 44	0,0024 27	110,37 88824	36414, 01	124,99
12	28,9	36927	10,516 7	0,0346 02076	0,3639	0,0011 97	110,60 09425	37374, 9	447,90
13	22,3	36974	10,517 97	0,0448 43049	0,4716 58	0,0020 11	110,62 7698	36700, 98	273,02
14	20,7	36484	10,504 63	0,0483 09179	0,5074 7	0,0023 34	110,34 72323	36475, 65	8,35
15	18,7	35993	10,491 08	0,0534 75936	0,5610 2	0,0028 6	110,06 27544	36142, 33	149,33
16	28,7	37027	10,519 4	0,0348 43206	0,3665 3	0,0012 14	110,65 78322	37358, 89	331,89
17	28,2	36998	10,518 62	0,0354 60993	0,3730 01	0,0012 57	110,64 13485	37317, 9	319,90
18	18,5	35912	10,488 83	0,0540 54054	0,5669 64	0,0029 22	110,01 54872	36105, 23	193,23
19	18,8	35988	10,490 94	0,0531 91489	0,5580 29	0,0028 29	110,05 98395	36160, 6	172,60
20	21	36690	10,510 26	0,0476 19048	0,5004 89	0,0022 68	110,46 55551	36520, 41	169,59
21	19	36100	10,494 05	0,0526 31579	0,5523 18	0,0027 7	110,12 50465	36196, 59	96,59
22	18	35900	10,488 49	0,0555 55556	0,5826 94	0,0030 86	110,00 84765	36009, 03	109,03
SUM		80875 0	231,26 63	0,9674 19046	10,167 64	0,0436 48	2431,0 99437		4538,3 4
AVERAGE		36761, 36	10,512 1	0,04					206,29

Πίνακας 3.9: Πρόβλεψη με χρήση του 5^{ου} μετασχηματισμού.



Διάγραμμα 3.9: Πρόβλεψη των πωλήσεων παγωτών με την χρήση του 5^{ου} μετασχηματισμού.

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΣΙΣΜΟΙ	1	2	3	4	5	Απλή γραμμική παλινδρόμηση
MAD	230,98	255,08	229,44	207,84	206,29	253,54
r ²	0,7615	0,7143	0,7556	0,8086	0,8035	0.7077
r	0,87263	0,84516	0,86927	0,89924	0,89638	0,8413

Πίνακας 3.10: Σύνοψη των μέσων απόλυτων σφαλμάτων και των συντελεστών προσδιορισμού και συσχέτισης.

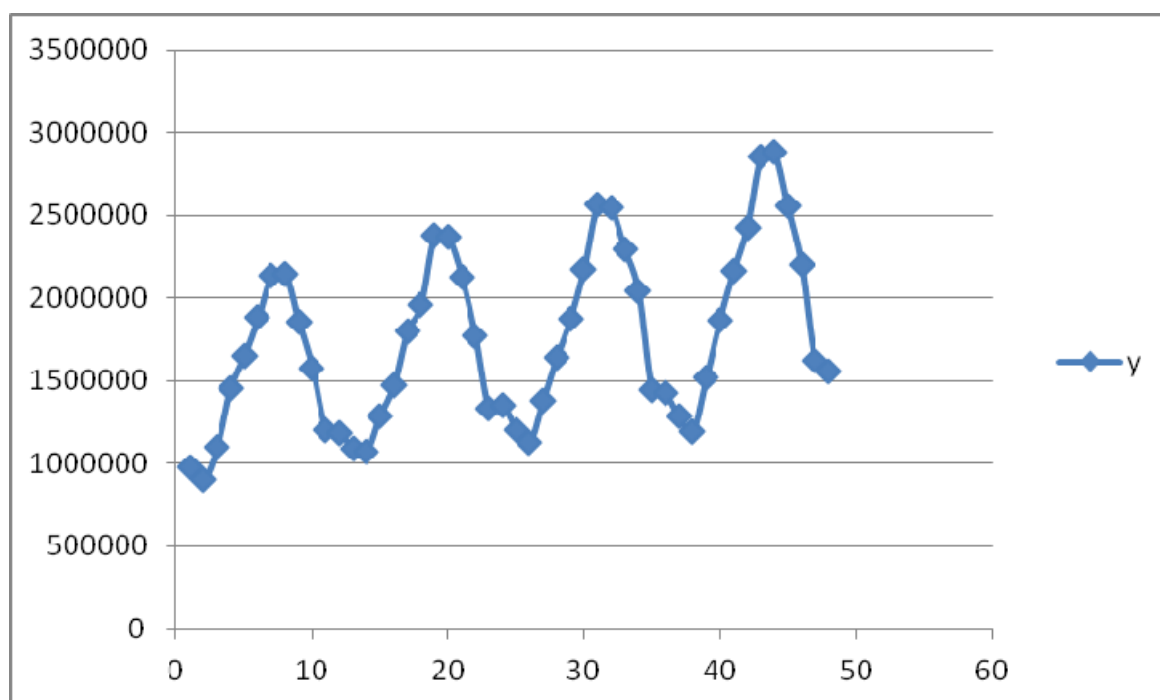
4. Προβλέψεις επιβατικής κίνησης του αεροδρομίου «Ελ. Βενιζέλος»

Ο Διεθνής Αερολιμένας Αθηνών ή το αεροδρόμιο Ελευθέριος Βενιζέλος είναι το μεγαλύτερο αεροδρόμιο στην Ελλάδα, και είναι φυσιολογικό ο διαχειριστής του αεροδρομίου να θέλει να έχει το έλεγχο της επιβατικής κίνησης και να μπορεί να κάνει αξιόπιστες προβλέψεις της μελλοντικής κίνησης.

Στον πίνακα 4.1 δίνεται η μηνιαία επιβατική κίνηση τεσσάρων ετών (2015-2018), η οποία παρουσιάζεται και γραφικά στο διάγραμμα 4.1.

Έτος Μήνας	2015	2016	2017	2018
Ιανουάριος	976388	1092844	1206809	1284404
Φεβρουάριος	905505	1070294	1125334	1192905
Μάρτιος	1099428	1288173	1380509	1518155
Απρίλιος	1455926	1474752	1643487	1863047
Μάιος	1653428	1800482	1874078	2161379
Ιούνιος	1882093	1957066	2176121	2429560
Ιούλιος	2139127	2375645	2562545	2853201
Αύγουστος	2150127	2366601	2547848	2889163
Σεπτέμβριος	1858739	2132546	2300230	2557759
Οκτώβριος	1578118	1773871	2047708	2207142
Νοέμβριος	1205089	1332726	1446137	1623582
Δεκέμβριος	1183271	1351998	1425660	1555134

Πίνακας 4.1: Συνολική μηνιαία επιβατική κίνηση στο διεθνές αεροδρόμιο «Ελ. Βενιζέλος» Αθηνών.



Διάγραμμα 4.1: Απεικόνιση της επιβατικής κίνησης στον Διεθνές Αερολιμένα Αθηνών.

Το διάγραμμα 4.1 δείχνει ότι η επιβατική κίνηση παρουσιάζει εποχικότητα. Τους χειμερινούς μήνες είναι σε χαμηλά επίπεδα, στη συνέχεια αυξάνεται σταδιακά και κορυφώνεται τους μήνες Ιούλιο-Αύγουστο, ενώ στη συνέχεια φθίνει πάλι σταδιακά. Από την εικόνα αυτή γίνεται φανερό ότι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο πρόβλεψης το οποίο θα λαμβάνει υπόψη την εποχικότητα. Για το λόγο αυτό στην συγκεκριμένη εφαρμογή καταφεύγουμε στην ανάλυση των χρονολογικών σειρών.

Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 1.2.7 οι τιμές του ενδιαφερόμενου μεγέθους (επιβατική κίνηση) σε μία χρονολογική σειρά διαμορφώνονται από τέσσερις παράγοντες: τάση T, εποχικότητα S, κυκλική C και τυχαία επιρροή R. Οι παράγοντες αυτοί μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους με ένα πολλαπλασιαστικό πρότυπο και συνεπώς η πρόβλεψη του μεγέθους θα ισούται με το γινόμενο της εκτίμησης των παραγόντων αυτών. Για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις η κυκλική επιρροή μπορεί να αγνοηθεί, θέτοντας το σχετικό δείκτη ίσο με τη μονάδα, ενώ ο παράγοντας της εποχικότητας υπολογίζεται ακολουθώντας τα βήματα του κεφαλαίου 1.2.7.

ΕΤΟΣ	t	k	γ	KMO	KKMOik	Ssik	Sk	Sk (διόρθωση)
1	1	1	976388				0,6869	0,688436064
							0,6431	0,644562534
	2	2	905505				0,7843	0,786059175
							0,9214	0,923483493
	3	3	1099428				1,0724	1,074842045
							1,1976	1,200280267
	4	4	1455926				1,4157	1,418809162
							1,4064	1,409565146
	5	5	1653428				1,2435	1,246251594
							1,0586	1,060943106
	6	6	1882093				0,7772	0,778891411
				1507281,42			0,7662	0,767876002
	7	7	2139127		1512133,75	1,41	11,9733	12,0000
				1516986,08				
	8	8	2150265		1523852,29	1,41		
				1530718,50				
	9	9	1858739		1538582,88	1,21		
				1546447,25				
	10	10	1578118		1547231,67	1,02		
				1548016,08				
	11	11	1205089		1554143,33	0,78		
				1560270,58				
	12	12	1183271		1563394,46	0,76		
				1566518,33				
ΕΤΟΣ	13	1	1092844		1576373,25	0,69		
2				1586228,17				

	14	2	1070294		1595242,17	0,67			
				1604256,17					
	15	3	1288173		1615664,79	0,80			
				1627073,42					
	16	4	1474752		1635229,79	0,90			
				1643386,17					
	17	5	1800482		1648704,38	1,09			
				1654022,58					
	18	6	1957066		1661052,88	1,18			
				1668083,17					
	19	7	2375645		1672831,71	1,42			
				1677580,25					
	20	8	2366601		1679873,58	1,41			
				1682166,92					
	21	9	2132546		1686014,25	1,26			
				1689861,58					
	22	10	1773871		1696892,21	1,05			
				1703922,83					
	23	11	1332726		1706989,33	0,78			
				1710055,83					
	24	12	1351998		1719183,13	0,79			
				1728310,42					
ΕΤΟΣ	25	1	1206809		1736097,92	0,70			
3				1743885,42					
	26	2	1125334		1751437,38	0,64			
				1758989,33					
	27	3	1380509		1765976,17	0,78			
				1772963,00					
	28	4	1643487		1784372,88	0,92			
				1795782,75					
	29	5	1874078		1800508,21	1,04			
				1805233,67					
	30	6	2176121		1808302,92	1,20			
				1811372,17					
	31	7	2562545		1814605,29	1,41			
				1817838,42					
	32	8	2547848		1820653,88	1,40			
				1823469,33					
	33	9	2300230		1829204,58	1,26			
				1834939,83					
	34	10	2047708		1844088,17	1,11			
				1853236,50					
	35	11	1446137		1865207,38	0,78			
				1877178,25					

	36	12	1425660		1887738,21	0,76			
				1898298,17					
ΕΤΟΣ	37	1	1284404		1910408,83	0,67			
4				1922519,50					
	38	2	1192905		1936740,96	0,62			
				1950962,42					
	39	3	1518155		1961692,79	0,77			
				1972423,17					
	40	4	1863047		1979066,25	0,94			
				1985709,33					
	41	5	2161379		1993102,88	1,08			
				2000496,42					
	42	6	2429560		2005891,17	1,21			
				2011285,92					
	43	7	2853201						
	44	8	2889163						
	45	9	2557759						
	46	10	2207142						
	47	11	1623582						
	48	12	1555134						

Πίνακας 4.2: Υπολογισμός των εποχικών δεικτών.

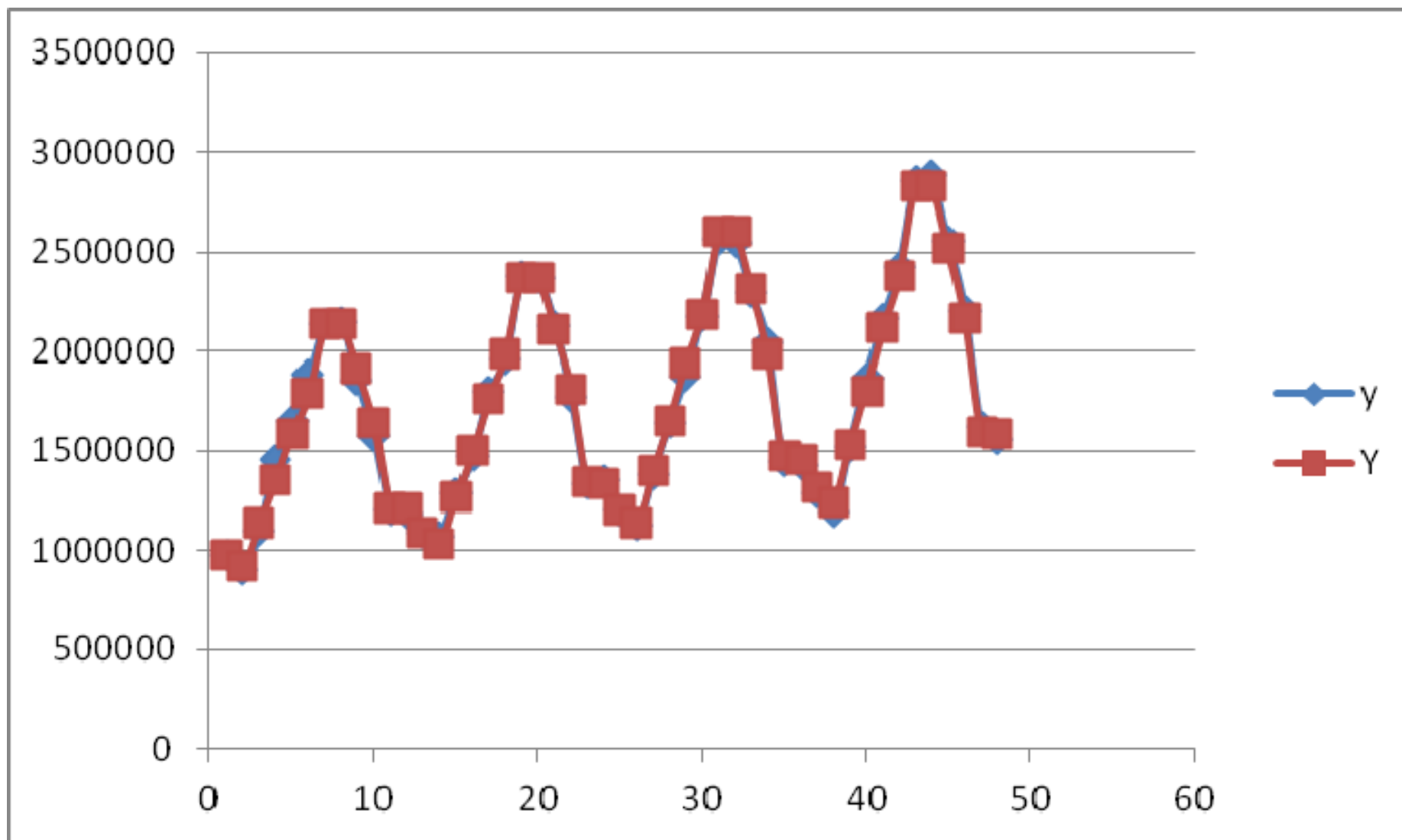
Στον πίνακα 4.2 γίνονται οι υπολογισμοί των εποχικών δεικτών, στους οποίους η μέση τιμή τους δεν ισούται με μονάδα επομένως θα πραγματοποιηθεί μια διόρθωση με την χρήση των εξισώσεων (19) και (20). Οι διορθωμένες τιμές των εποχικών δεικτών θα εφαρμοστούν στον υπολογισμό των προβλέψεων. Συγκεκριμένα η χρονολογική σειρά διαιρείται με τους εποχικούς συντελεστές. Στις τιμές που προκύπτουν εφαρμόζεται η γραμμική παλινδρόμηση και οι προβλέψεις που προκύπτουν πολλαπλασιάζονται με τους εποχικούς συντελεστές για να προκύψει η τελική πρόβλεψη. Οι αναλυτικοί υπολογισμοί δίνονται στον πίνακα 4.3 και γίνεται το διάγραμμα 4.2. Στο διάγραμμα απεικονίζονται οι προβλέψεις και οι πραγματικές τιμές της επιβατικής κίνησης ανά μήνα. Από το διάγραμμα γίνεται φανερό ότι εκτός από ελάχιστους μήνες που υπάρχει μια πολύ μικρή απόκλιση, γενικά οι δυο μεταβλητές (επιβατική κίνηση και προβλέψεις) πορεύονται μαζί. Αυτό σημαίνει ότι η μέθοδος επιτυγχάνει εξαιρετικές προβλέψεις. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από τα σφάλματα. Το μέσο απόλυτο σφάλμα είναι 32069 και είναι πράγματι πολύ μικρό. Αυτό γίνεται ακόμα πιο κατανοητό με το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα MAPE που ισούται 1,9% μηδαμινό με γνώμονα την επιβατική κίνηση του Διεθνή Αερολιμένα Αθηνών.

t	y	S	y'=y/S	y't	t ²	F	S	Y	e	%e
1	976388	0,6884	141827	141827	1	142321	0,6884	979791	3403,1	0,3485
		36064	0	0		3	36	,2	58	46

2	905505	0,6445 62534	140483 7	280967 3	4		143685 3	0,6445 63	926141 ,5	20636, 451	2,2789 99
3	109942 8	0,7860 59175	139865 8	419597 4	9		145049 3	0,7860 59	114017 3	40744, 938	3,7060 12
4	145592 6	0,9234 83493	157655 9	630623 5	16		146413 2	0,9234 83	135210 2	103824 ,037	7,1311 34
5	165342 8	1,0748 42045	153829 9	769149 3	25		147777 2	1,0748 42	158837 1	65056, 524	3,9346 45
6	188209 3	1,2002 80267	156804 5	940826 8	36		149141 2	1,2002 8	179011 2	91980, 912	4,8871 61
7	213912 7	1,4188 09162	150769 2	105538 43	49		150505 1	1,4188 09	213538 1	3746,1 51	0,1751 25
8	215026 5	1,4095 65146	152548 1	122038 49	64		151869 1	1,4095 65	214069 4	9570,7 57	0,4450 97
9	185873 9	1,2462 51594	149146 4	134231 73	81		153233 1	1,2462 52	190967 0	50930, 940	2,7400 8
10	157811 8	1,0609 43106	148746 7	148746 71	100		154597 1	1,0609 43	164018 7	62068, 998	3,9331 02
11	120508 9	0,7788 91411	154718 5	170190 33	121		155961 0	0,7788 91	121476 7	9678,2 14	0,8031 12
12	118327 1	0,7678 76002	154096 6	184915 95	144		157325 0	0,7678 76	120806 1	24790, 102	2,0950 49
13	109284 4	0,6884 36064	158743 0	206365 89	169		158689 0	0,6884 36	109247 2	371,70 5	0,0340 13
14	107029 4	0,6445 62534	166049 7	232469 55	196		160053 0	0,6445 63	103164 2	38652, 499	3,6113 91
15	128817 3	0,7860 59175	163877 4	245816 04	225		161416 9	0,7860 59	126883 3	19340, 269	1,5013 72
16	147475 2	0,9234 83493	159694 5	255511 14	256		162780 9	0,9234 83	150325 5	28502, 954	1,9327 29
17	180048 2	1,0748 42045	167511 3	284769 23	289		164144 9	1,0748 42	176429 8	36183, 623	2,0096 63
18	195706 6	1,2002 80267	163050 8	293491 35	324		165508 9	1,2002 8	198657 0	29504, 339	1,5075 8
19	237564 5	1,4188 09162	167439 4	318134 79	361		166872 8	1,4188 09	236760 7	8037,7 50	0,3383 4
20	236660 1	1,4095 65146	167895 8	335791 65	400		168236 8	1,4095 65	237140 8	4806,6 12	0,2031 02
21	213254 6	1,2462 51594	171116 8	359345 31	441		169600 8	1,2462 52	211365 3	18893, 361	0,8859 53
22	177387 1	1,0609 43106	167197 6	367834 63	484		170964 8	1,0609 43	181383 9	39967, 963	2,2531 49
23	133272 6	0,7788 91411	171105 5	393542 64	529		172328 7	0,7788 91	134225 4	9527,8 09	0,7149 11
24	135199 8	0,7678 76002	176069 8	422567 60	576		173692 7	0,7678 76	133374 5	18253, 272	1,3500 96
25	120680 9	0,6884 36064	175297 2	438242 95	625		175056 7	0,6884 36	120515 3	1655,5 68	0,1371 86
26	112533 4	0,6445 62534	174588 8	453930 88	676		176420 7	0,6445 63	113714 2	11807, 551	1,0492 49

	27	138050 9	0,7860 59175	175624 1	474184 95	729		177784 6	0,7860 59	139749 3	16983, 524	1,2302 36
	28	164348 7	0,9234 83493	177966 0	498304 91	784		179148 6	0,9234 83	165440 8	10920, 945	0,6644 98
	29	187407 8	1,0748 42045	174358 5	505639 52	841		180512 6	1,0748 42	194022 5	66147, 279	3,5295 9
	30	217612 1	1,2002 80267	181301 1	543903 22	900		181876 6	1,2002 8	218302 9	6907,5 91	0,3174 27
	31	256254 5	1,4188 09162	180612 4	559898 38	961		183240 5	1,4188 09	259983 4	37288, 651	1,4551 41
	32	254784 8	1,4095 65146	180754 2	578413 39	1024		184604 5	1,4095 65	260212 1	54272, 980	2,1301 5
	33	230023 0	1,2462 51594	184571 9	609087 20	1089		185968 5	1,2462 52	231763 5	17405, 339	0,7566 78
	34	204770 8	1,0609 43106	193008 3	656228 14	1156		187332 5	1,0609 43	198749 1	60217, 071	2,9407 06
	35	144613 7	0,7788 91411	185666 1	649831 21	1225		188696 4	0,7788 91	146974 0	23603, 404	1,6321 69
	36	142566 0	0,7678 76002	185662 8	668386 04	1296		190060 4	0,7678 76	145942 8	33768, 354	2,3686 12
	37	128440 4	0,6884 36064	186568 4	690303 00	1369		191424 4	0,6884 36	131783 5	33430, 569	2,6028 08
	38	119290 5	0,6445 62534	185072 0	703273 73	1444		192788 4	0,6445 63	124264 2	49736, 601	4,1693 68
	39	151815 5	0,7860 59175	193135 0	753226 31	1521		194152 3	0,7860 59	152615 2	7997,3 17	0,5267 79
	40	186304 7	0,9234 83493	201741 2	806964 94	1600		195516 3	0,9234 83	180556 1	57486, 065	3,0855 94
	41	216137 9	1,0748 42045	201088 1	824461 04	1681		196880 3	1,0748 42	211615 2	45226, 820	2,0924 98
	42	242956 0	1,2002 80267	202416 1	850147 44	1764		198244 3	1,2002 8	237948 7	50073, 158	2,0609 97
	43	285320 1	1,4188 09162	201098 3	864722 66	1849		199608 2	1,4188 09	283206 0	21140, 948	0,7409 55
	44	288916 3	1,4095 65146	204968 4	901860 92	1936		200972 2	1,4095 65	283283 4	56328, 652	1,9496 53
	45	255775 9	1,2462 51594	205236 2	923562 75	2025		202336 2	1,2462 52	252161 8	36140, 962	1,4129 93
	46	220714 2	1,0609 43106	208035 8	956964 91	2116		203700 2	1,0609 43	216114 3	45999, 106	2,0841 03
	47	162358 2	0,7788 91411	208447 8	979704 65	2209		205064 1	0,7788 91	159722 7	26355, 001	1,6232 63
	48	155513 4	0,7678 76002	202524 1	972115 70	2304		206428 1	0,7678 76	158511 2	29977, 980	1,9276 78
SUM	1176			836998 60	2,18E+ 09	38024						91,308 69
AVER AGE	24,5			174374 7							32069, 683	1,9022 64

Πίνακας 4.3: Προβλέψεις της επιβατική κίνησης με ανάλυση χρονολογικών σειρών.



Διάγραμμα 4.2: Απεικόνιση των προβλέψεων της επιβατικής κίνησης του αεροδρομίου «Ελ. Βενιζέλος».

5. Επίλογος

Από όσα εκτέθηκαν παραπάνω, συνεπάγεται ότι η χρήση των μεθόδων προβλέψεις είναι ευρεία και πολύ σημαντική σε πολλούς κλάδους. Στο πρώτο μέρος της πτυχιακής εργασίας αναφέρονται και αναλύονται οι ποιοτικές και ποσοτικές μέθοδοι. Κάθε μεθοδολογία ποσοτική ή ποιοτική έχει τα πλεονέκτημα και μειονεκτήματα της όπως αναγράφονται στο κεφάλαιο 1 για αυτό η επιλογή μιας μεθόδου είναι σημαντική και πρέπει να γίνει με σύνεση και με γνώμονα το τι επιζητάτε από την κάθε μέθοδο. Οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν σε πολύ μεγάλο βαθμό τις ποσοτικές μεθόδους για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις, ενώ οι ποιοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται κατά κόρον ως βοηθητικές των ποσοτικών μεθόδων για μεσοπρόθεσμες ή μακροπρόθεσμες προβλέψεις. Κάθε λάθος ή κακή πρόβλεψη κοστίζει στις επιχειρήσεις πολλά για αυτό η επιλογή της μεθόδου πρέπει να γίνεται πολύ προσεκτικά. Πολλές φορές χρησιμοποιούνται πολλές μέθοδοι ώστε να υπάρξουν καλύτερα αποτελέσματα, ή ακόμα και ένας σύνδεσμος δυο ή τριών ή περισσότερων μεθόδων με σκοπό πάντα την καλύτερη πρόβλεψη.

Στο δεύτερο μέρος της πτυχιακής εργασίας παρατέθηκαν 3 εφαρμογές. Η πρώτη αφορά στις πωλήσεις της αυτοκινητοβιομηχανίας AUDI στην οποία αναπτύχθηκαν διαφορετικές μέθοδοι με στόχο την σύγκριση και την επιλογή της καλύτερης μεθόδου βάσει των αποτελεσμάτων. Η δεύτερη εφαρμογή αφορά στις πωλήσεις των παγωτών στο Σαλέρνο της Ιταλίας σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία. Πραγματοποιήθηκαν προβλέψεις με την χρήση των αιτιολογικών προτύπων και συγκεκριμένα με την απλή γραμμική παλινδρόμηση και την απλή παλινδρόμηση με μη γραμμικές σχέσεις. Με βάσει τα αποτελέσματα αλλά και τους συντελεστές προσδιορισμού και συσχέτισης, οι οποίοι δείχνουν την εξάρτηση των πωλήσεων από τη θερμοκρασία, επιλέχθηκε η καλύτερη μέθοδος. Τέλος, η τρίτη εφαρμογή αφορά στις προβλέψεις της επιβατικής κίνησης στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος». Η πρόβλεψη έγινε με την ανάλυση χρονολογικών σειρών, η οποία στην προκειμένη περίπτωση έδωσε εξαιρετικά αποτελέσματα.

Γενικά το θέμα των προβλέψεων μεγεθών που αφορούν στις επιχειρήσεις είναι ένα δύσκολο θέμα το οποίο απαιτεί συστηματική και επίπονη ανάλυση αλλά ταυτόχρονα δίνει τεράστια οφέλη στις επιχειρήσεις οι οποίες θα καταφέρουν να κάνουν καλές προβλέψεις.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΜΗΝΕΣ	e (ΚΜΟ 3)	e (ΚΜΟ 5)	e (ΚΜΟ 6)	e (ΚΜΟ 8)	e (ΚΜΟ 9)	e (ΚΜΟ 10)
1						
2						
3						
4	457					
5	1527					
6	191	804				
7	2442	1979	1887			
8	3542	3628	3346			
9	326	1165	1365	1242		
10	2342	3681	3853	3941	3986	
11	2111	979	413	66	23	108
12	564	584	21	639	853	816
13	27	26	171	1043	1225	1425
14	130	386	551	14	354	530
15	2249	2528	2408	2459	2098	1767
16	835	844	1360	1492	1439	1141
17	283	272	223	672	846	815
18	1809	1123	1014	640	643	479
19	367	542	316	298	51	42
20	1540	951	1089	1322	1275	1586
21	1842	1621	1401	1720	1784	1757
22	637	1129	1069	1067	1246	1324
23	1802	937	876	1013	868	695
24	897	663	373	380	492	373
25	2952	3373	3171	2918	2956	3061
26	612	1636	1814	1574	1597	1663
27	2439	3204	3594	3737	3630	3668
28	1596	599	81	561	570	516
29	1783	1430	1192	405	194	180
30	2104	2237	1917	1392	1085	900
31	1153	217	3	339	630	891
32	217	555	605	590	485	219
33	1531	1496	971	747	908	997
34	1492	908	939	1385	1521	1367

35	913	1063	1135	708	661	523
36	1609	1523	1256	1190	1513	1547
37	2819	2450	2347	2593	2558	2255
38	616	846	961	1141	1224	1221
39	1839	2180	2059	2168	2368	2456
40	1903	2814	3178	3266	3288	3492
41	940	1773	1926	2316	2484	2540
42	3822	3189	2519	1979	1937	1760
43	580	409	434	172	465	481
44	1065	1730	1557	1159	1063	798
45	145	1397	1518	1465	1106	1033
46	2029	2273	2737	2807	2875	2569
47	1085	813	265	356	336	429
48	581	176	344	498	650	637
49	2314	2201	1964	1723	1375	1232
50	1160	1862	1894	1908	1592	1297
51	164	626	742	715	886	623
52	20	548	1022	1212	1136	1297
53	53	291	447	984	1067	1012
54	970	790	1053	1568	1685	1770
55	337	480	458	844	1194	1316
56	763	478	500	285	150	174
57	242	93	27	19	171	290
58	1058	957	998	1072	1058	1229
59	98	45	38	201	193	193
60	69	244	180	300	395	391
61	266	76	46	61	110	199
62	202	254	107	173	116	71
63	222	351	268	170	210	160
64	72	0	127	37	15	23
65	211	119	119	63	152	132
66	144	141	180	270	223	143
67	74	123	103	65	20	20
68	354	389	403	358	358	282
69	73	84	125	140	118	122
70	267	352	370	427	424	406
71	322	171	162	99	75	73

72	207	206	268	290	322	342
73	133	120	83	17	2	35
74	88	41	21	99	106	123
75	180	201	218	227	272	279
76	38	75	42	52	77	119
77	92	122	176	168	160	183
78	154	74	87	57	38	44
79	147	139	172	202	184	199
80	3	5	26	50	89	75
81	56	58	70	24	30	6
82	255	233	224	222	197	203
83	242	274	294	306	297	277
84	29	79	75	102	118	113
85	375	284	240	220	216	200
86	41	34	59	84	100	102
87	90	173	157	106	110	95
88	227	326	347	319	296	301
89	75	94	150	173	163	146
90	273	221	181	106	106	113
91	94	43	64	5	26	25
92	170	231	199	194	158	140
93	87	31	37	35	16	14
94	17	10	59	46	64	48
95	37	33	1	49	33	50
96	30	52	64	2	8	6
97	327	302	310	323	355	360
98	346	388	375	384	410	442
99	517	611	640	657	659	686
100	272	481	530	578	604	613
101	179	386	461	558	574	604
102	67	231	342	470	516	537
103	47	43	113	283	337	384
104	87	64	4	146	212	264
105	33	40	33	70	150	211
106	60	96	93	45	2	75
107	113	148	160	158	120	78
108	293	320	343	360	360	328

SUM	76678	79077	76298	73355	73497	68336
MAD	730	768	748	734	742	697

Πίνακας Α.1: Υπολογισμός των σφαλμάτων και του μέσου απόλυτου σφάλματος των Απλών Κινητών Μέσων Όρων βάσει του πίνακα 2.1.

ΜΗΝΕΣ	 e ($\alpha=0.1$)	 e ($\alpha=0.2$)	 e ($\alpha=0.3$)	 e ($\alpha=0.4$)	 e ($\alpha=0.5$)	 e ($\alpha=0.6$)	 e ($\alpha=0.7$)	 e ($\alpha=0.8$)	 e ($\alpha=0.9$)
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1190	1190	1190	1190	1190	1190	1190	1190	1190
3	1019	1138	1257	1376	1495	1614	1733	1852	1971
4	377	370	340	286	208	106	20	170	343
5	1529	1486	1428	1361	1294	1232	1184	1156	1156
6	954	767	578	395	225	71	67	191	306
7	1698	1943	2153	2320	2445	2529	2577	2595	2588
8	3225	3252	3204	3089	2919	2708	2470	2216	1956
9	1245	943	585	195	198	575	917	1215	1462
10	4002	3637	3291	2999	2783	2652	2607	2639	2736
11	122	571	1176	1680	2089	2419	2698	2952	3206
12	905	338	28	213	249	173	14	205	474
13	1471	928	637	529	532	588	653	698	704
14	751	169	127	256	307	338	377	433	503
15	1410	1951	2175	2239	2239	2221	2199	2173	2136
16	522	813	775	597	373	141	87	312	533
17	10	171	63	122	294	423	506	542	533
18	1249	1103	1196	1313	1387	1409	1392	1348	1293
19	504	263	217	168	73	56	202	350	491
20	1086	1330	1388	1439	1503	1563	1601	1610	1589
21	1587	1673	1581	1473	1361	1234	1089	931	768
22	1146	1056	824	602	398	212	45	96	205
23	786	972	1240	1456	1618	1732	1804	1836	1838
24	299	370	460	466	401	285	133	41	224
25	2887	2914	2940	2897	2818	2732	2658	2610	2596
26	1602	1334	1061	741	412	96	200	475	737
27	3672	3298	2974	2676	2437	2269	2171	2136	2157
28	554	112	669	1145	1532	1843	2100	2324	2535
29	194	783	1162	1380	1459	1430	1323	1158	947
30	900	1351	1538	1553	1455	1297	1122	957	820
31	1057	786	790	935	1140	1348	1530	1676	1785
32	165	157	233	225	216	247	327	451	607
33	1582	1307	1270	1298	1325	1334	1335	1343	1372
34	761	1139	1296	1406	1523	1651	1785	1916	2048
35	1207	981	985	1048	1131	1231	1357	1509	1687
36	1056	1358	1453	1513	1577	1649	1735	1840	1973

37	2666	2530	2599	2708	2828	2956	3095	3248	3419
38	1318	943	738	544	333	101	152	431	739
39	2540	2108	1871	1680	1520	1395	1308	1268	1280
40	3647	3048	2671	2369	2121	1919	1753	1615	1489
41	2864	2019	1450	1003	642	349	107	96	270
42	1419	2381	2981	3394	3675	3857	3964	4015	4023
43	947	319	138	187	386	681	1035	1421	1822
44	364	960	1120	1104	1023	943	906	932	1034
45	403	844	860	738	587	453	348	262	179
46	1936	2248	2175	2016	1867	1754	1677	1625	1591
47	417	360	637	949	1226	1457	1656	1834	2000
48	41	46	112	236	279	249	163	33	134
49	1854	1780	1895	1958	1956	1917	1866	1824	1804
50	1729	1484	1387	1235	1038	827	620	425	240
51	746	377	161	69	291	479	624	725	786
52	1171	802	612	459	355	308	313	355	421
53	1044	632	419	265	167	113	84	61	32
54	1750	1315	1103	969	894	855	835	822	813
55	1375	852	572	381	247	142	51	36	119
56	337	218	499	671	777	843	885	907	912
57	728	250	75	22	37	88	160	244	334
58	1731	1275	1128	1088	1093	1110	1123	1124	1108
59	798	260	29	107	213	316	423	535	649
60	935	425	238	153	110	91	90	110	152
61	684	183	9	65	102	121	130	135	142
62	446	23	163	209	221	218	209	197	184
63	345	75	170	182	166	143	119	95	74
64	477	106	47	57	83	109	130	147	159
65	548	204	152	153	160	162	158	148	135
66	214	116	173	187	199	214	232	249	266
67	413	127	99	108	121	134	151	170	193
68	672	402	369	365	360	354	345	334	319
69	404	121	59	19	20	58	96	133	168
70	664	397	341	311	290	277	271	273	283
71	143	137	216	268	310	344	374	400	427
72	538	300	259	249	255	272	298	330	367
73	229	15	74	106	127	146	166	189	218
74	328	109	69	58	57	63	71	83	99
75	479	271	232	219	213	209	205	201	194
76	306	92	38	6	19	41	63	85	106
77	389	188	140	118	105	97	95	97	103
78	162	38	90	117	136	149	160	169	178
79	380	204	171	164	166	174	186	200	216
80	252	73	30	8	7	20	34	50	68

81	153	16	53	69	77	82	84	84	81
82	38	189	213	217	215	209	201	193	184
83	135	251	249	230	207	184	160	139	118
84	33	47	20	16	50	81	106	126	142
85	336	269	292	315	331	338	338	331	320
86	6	81	92	107	130	161	195	230	264
87	190	120	121	121	120	121	127	139	159
88	373	298	287	275	262	250	240	230	218
89	215	117	80	44	10	21	49	75	99
90	66	166	204	234	255	268	275	275	270
91	60	13	23	20	8	13	38	65	93
92	109	173	179	175	167	158	152	150	154
93	58	17	31	51	73	93	110	126	141
94	19	19	12	2	3	4	0	8	19
95	24	8	1	6	9	9	7	5	5
96	58	29	35	39	40	39	38	37	37
97	301	329	328	329	333	337	342	346	349
98	394	387	353	321	289	258	225	192	158
99	671	626	564	509	462	420	385	355	333
100	624	521	415	326	251	188	135	91	53
101	622	477	350	255	185	135	101	78	65
102	580	401	265	173	113	74	50	36	27
103	442	241	106	24	24	50	65	73	77
104	358	153	34	26	52	60	59	55	48
105	342	142	44	5	6	4	2	9	15
106	248	54	29	57	63	62	59	58	58
107	143	37	101	114	111	105	98	92	86
108	91	250	290	289	276	262	249	238	229
SUM	90247	78049	75424	74208	73508	73097	73827	76615	80523
MAD	836	723	698	687	681	677	684	709	746

Πίνακας Α.2: Υπολογισμός των σφαλμάτων και του μέσου απόλυτου σφάλματος της Εκθετικής Εξομάλυνσης βάσει του πίνακα 2.4.

ΜΗΝΕΣ	ΠΩΛΗΣΕΙΣ	F'(a=0.9,b=0.1)	T	F(a=0.9,b=0.1)	 e (a=0.9,b=0.1)
1	2000	2000	0	2000	0
2	2000	2000	0	2000	0
3	3000	2000	0	2000	1000
4	1690	2900	90	2990	1300
5	1478	1820	-27	1793	315
6	432	1510	-55	1454	1022
7	373	534	-147	387	14
8	2617	374	-149	226	2391
9	5135	2378	67	2444	2691
10	4747	4866	309	5175	428

11	6706	4790	270	5060	1646
12	4481	6541	418	6960	2479
13	3872	4729	195	4924	1052
14	4131	3977	101	4078	53
15	3799	4126	105	4231	432
16	1902	3842	67	3909	2007
17	1713	2103	-114	1989	276
18	2208	1741	-139	1602	606
19	3611	2147	-84	2063	1548
20	3776	3456	55	3511	265
21	2485	3750	79	3828	1343
22	1333	2619	-42	2577	1244
23	1116	1457	-154	1303	187
24	2682	1135	-171	964	1718
25	3152	2510	-16	2494	658
26	5515	3086	43	3129	2386
27	5660	5276	258	5534	126
28	7355	5647	269	5916	1439
29	5614	7211	398	7610	1996
30	3985	5814	219	6032	2047
31	2598	4190	35	4224	1626
32	3645	2761	-112	2649	996
33	3633	3545	-22	3523	110
34	4876	3622	-12	3610	1266
35	3627	4749	102	4851	1224
36	4582	3749	-8	3741	841
37	3254	4498	67	4565	1311
38	5655	3385	-51	3334	2321
39	5893	5423	158	5581	312
40	6995	5862	186	6048	947
41	8509	6900	271	7172	1337
42	8656	8375	392	8767	111
43	5115	8667	382	9049	3934
44	5215	5508	28	5536	321
45	4392	5247	-1	5246	854
46	4062	4477	-78	4399	337
47	2733	4096	-108	3987	1254
48	4081	2858	-221	2637	1444
49	4601	3937	-91	3845	756
50	6390	4525	-23	4502	1888
51	7219	6201	147	6348	871
52	6748	7132	225	7357	609
53	6776	6809	170	6979	203
54	6689	6796	152	6948	259
55	7262	6715	129	6844	418
56	7309	7220	166	7386	77

57	6497	7317	159	7476	979
58	6434	6595	71	6666	232
59	7334	6457	50	6507	827
60	7119	7251	125	7376	257
61	7149	7145	102	7246	97
62	7006	7159	93	7252	246
63	6781	7031	71	7101	320
64	6632	6813	42	6855	223
65	6722	6654	22	6676	46
66	6886	6717	26	6743	143
67	6735	6872	39	6911	176
68	6846	6753	23	6776	70
69	7155	6839	29	6868	287
70	7122	7126	55	7181	59
71	7331	7128	50	7178	153
72	7025	7316	64	7379	354
73	7204	7060	32	7092	112
74	7074	7193	42	7235	161
75	7105	7090	27	7117	12
76	7276	7106	26	7132	144
77	7247	7262	39	7301	54
78	7315	7252	34	7287	28
79	7179	7312	37	7349	170
80	7304	7196	22	7218	86
81	7287	7295	29	7325	38
82	7209	7291	26	7317	108
83	7022	7220	16	7236	214
84	6858	7043	-3	7040	182
85	6932	6876	-19	6857	75
86	7248	6924	-13	6912	336
87	7152	7214	18	7232	80
88	7248	7160	10	7170	78
89	7457	7240	17	7258	199
90	7437	7437	35	7472	35
91	7185	7441	32	7473	288
92	7157	7214	6	7220	63
93	7017	7163	1	7164	147
94	7095	7032	-13	7019	76
95	7119	7087	-6	7082	37
96	7142	7115	-2	7113	29
97	7185	7139	0	7139	46
98	6908	7180	4	7185	277
99	6677	6936	-21	6915	238
100	6328	6701	-42	6659	331
101	6189	6361	-72	6289	100
102	6129	6199	-81	6118	11

103	6134	6128	-80	6048	86
104	6243	6125	-72	6053	190
105	6353	6224	-55	6169	184
106	6396	6335	-38	6296	100
107	6465	6386	-29	6357	108
108	6558	6454	-20	6434	124
SUM					67313
MAD					623

Πίνακας Α.3: Υπολογισμός της εκθετικής εξομάλυνσης με τάση για σταθερά εξομάλυνσης $\alpha=0.9$ και σταθερά εξομάλυνσης με τάση $b=0.1$.

ΕΤΟΣ	t	k	y	KMO	KKMOik	SSik	Sk	Sk (διόρθωση)
1	1	1	2000				0,9672	0,953498
							1,0696	1,054419
	2	2	3190				0,9954	0,981266
							0,9387	0,925398
	3	3	1100				0,9787	0,964811
							0,9680	0,954234
	4	4	1640				0,9243	0,91115
							1,1471	1,130823
	5	5	450				1,0548	1,039793
							1,0565	1,041439
	6	6	872				1,0415	1,026715
				2846,67			1,0311	1,016456
	7	7	3429		2943,42	1,16	12,1730	12,0000
				3040,17				
	8	8	5126		3063,46	1,67		
				3086,75				
	9	9	3468		3110,21	1,12		
				3133,67				
	10	10	6350		3165,75	2,01		
				3197,83				
	11	11	2870		3299,50	0,87		
				3401,17				
	12	12	3665		3536,92	1,04		
				3672,67				
ΕΤΟΣ	13	1	4322		3676,04	1,18		
2				3679,42				
	14	2	3749		3547,92	1,06		
				3416,42				
	15	3	1663		3328,63	0,50		
				3240,83				
	16	4	2410		3044,71	0,79		

				2848,58				
	17	5	2890		2873,17	1,01		
				2897,75				
	18	6	4130		2872,21	1,44		
				2846,67				
	19	7	3510		2902,83	1,21		
				2959,00				
	20	8	1970		2997,50	0,66		
				3036,00				
	21	9	1361		3254,38	0,42		
				3472,75				
	22	10	1643		3545,38	0,46		
				3618,00				
	23	11	3460		3641,75	0,95		
				3665,50				
	24	12	3052		3607,38	0,85		
				3549,25				
ΕΤΟΣ	25	1	5670		3594,75	1,58		
3				3640,25				
	26	2	4673		3717,17	1,26		
				3794,08				
	27	3	6904		3956,08	1,75		
				4118,08				
	28	4	4153		4177,29	0,99		
				4236,50				
	29	5	3460		4298,83	0,80		
				4361,17				
	30	6	2735		4351,25	0,63		
				4341,33				
	31	7	4602		4373,00	1,05		
				4404,67				
	32	8	3816		4432,83	0,86		
				4461,00				
	33	9	5249		4452,63	1,18		
				4444,25				
	34	10	3064		4607,21	0,67		
				4770,17				
	35	11	4956		4944,54	1,00		
				5118,92				
	36	12	2814		5157,00	0,55		
				5195,08				
ΕΤΟΣ	37	1	6430		5248,04	1,23		
4				5301,00				
	38	2	5349		5336,04	1,00		

				5371,08				
	39	3	6703		5343,25	1,25		
				5315,42				
	40	4	8064		5313,08	1,52		
				5310,75				
	41	5	7645		5319,54	1,44		
				5328,33				
	42	6	3649		5412,46	0,67		
				5496,58				
	43	7	5873		5505,75	1,07		
				5514,92				
	44	8	4657		5571,63	0,84		
				5628,33				
	45	9	4581		5594,88	0,82		
				5561,42				
	46	10	3008		5492,08	0,55		
				5422,75				
	47	11	5167		5370,46	0,96		
				5318,17				
	48	12	4833		5466,13	0,88		
				5614,08				
ΕΤΟΣ	49	1	6650		5661,04	1,17		
5				5708,00				
	50	2	6710		5768,13	1,16		
				5828,25				
	51	3	5900		5909,25	1,00		
				5990,25				
	52	4	6400		6181,58	1,04		
				6372,92				
	53	5	6390		6442,63	0,99		
				6512,33				
	54	6	7200		6605,00	1,09		
				6697,67				
	55	7	7000		6708,08	1,04		
				6718,50				
	56	8	6100		6719,33	0,91		
				6720,17				
	57	9	6525		6752,42	0,97		
				6784,67				
	58	10	7600		6803,00	1,12		
				6821,33				
	59	11	6840		6845,04	1,00		
				6868,75				
	60	12	7057		6847,08	1,03		

				6825,42				
ΕΤΟΣ	61	1	6900		6821,25	1,01		
6				6817,08				
	62	2	6730		6862,92	0,98		
				6908,75				
	63	3	6674		6928,54	0,96		
				6948,33				
	64	4	6840		6935,83	0,99		
				6923,33				
	65	5	6959		6923,54	1,01		
				6923,75				
	66	6	6680		6932,00	0,96		
				6940,25				
	67	7	6900		6944,42	0,99		
				6948,58				
	68	8	7200		6964,88	1,03		
				6981,17				
	69	9	7000		7007,46	1,00		
				7033,75				
	70	10	7300		7047,92	1,04		
				7062,08				
	71	11	6845		7076,04	0,97		
				7090,00				
	72	12	7255		7107,75	1,02		
				7125,50				
ΕΤΟΣ	73	1	7000		7143,83	0,98		
7				7162,17				
	74	2	7121		7164,25	0,99		
				7166,33				
	75	3	7305		7173,67	1,02		
				7181,00				
	76	4	7180		7168,50	1,00		
				7156,00				
	77	5	7294		7158,29	1,02		
				7160,58				
	78	6	7106		7152,21	0,99		
				7143,83				
	79	7	7340		7158,83	1,03		
				7173,83				
	80	8	7250		7171,46	1,01		
				7169,08				
	81	9	7176		7166,75	1,00		
				7164,42				
	82	10	7000		7175,71	0,98		

				7187,00				
	83	11	6900		7188,50	0,96		
				7190,00				
	84	12	7054		7188,50	0,98		
				7187,00				
ΕΤΟΣ	85	1	7360		7180,75	1,02		
8				7174,50				
	86	2	7064		7165,21	0,99		
				7155,92				
	87	3	7249		7156,21	1,01		
				7156,50				
	88	4	7451		7162,75	1,04		
				7169,00				
	89	5	7330		7179,71	1,02		
				7190,42				
	90	6	7070		7196,21	0,98		
				7202,00				
	91	7	7190		7180,33	1,00		
				7158,67				
	92	8	7027		7144,21	0,98		
				7129,75				
	93	9	7183		7094,38	1,01		
				7059,00				
	94	10	7150		7014,38	1,02		
				6969,75				
	95	11	7157		6927,67	1,03		
				6885,58				
	96	12	7193		6853,50	1,05		
				6821,42				
ΕΤΟΣ	97	1	6840		6787,67	1,01		
9				6753,92				
	98	2	6717		6728,63	1,00		
				6703,33				
	99	3	6400		6670,71	0,96		
				6638,08				
	100	4	6380		6609,33	0,97		
				6580,58				
	101	5	6320		6554,88	0,96		
				6529,17				
	102	6	6300		6511,13	0,97		
				6493,08				
	103	7	6380					
	104	8	6420					

	105	9	6400						
	106	10	6460						
	107	11	6540						
	108	12	6760						

Πίνακας Α.4: Υπολογισμός εποχικών δεικτών για το κεφάλαιο 2.5

Βιβλιογραφία

1. *X. N. Αγιακλόγλου, Γ. Οικονόμου* «Μέθοδοι Προβλέψεων και Ανάλυσης Αποφάσεων» 3η έκδοση, εκδόσεις Μπένου, 2019.
2. *Σ. Γ. Δημητριάδης, Α. Ν. Μιχιώτης* «ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ : Βασικές θεωρητικές αρχές και εφαρμογές στη λήψη διοικητικών αποφάσεων», 2η έκδοση, εκδόσεις Κριτική, 2020.
3. *B. Δινοπούλου, Γ. Χιωτίδης* «Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα» 2η έκδοση, εκδόσεις Δίσιγμα, 2010.
4. *Π. Α. Μηλιώτης* Παναγιώτης, «Επιχειρησιακή Έρευνα - Μέθοδοι και Προβλήματα», Εκδόσεις Σταμούλης , 1994.
5. *Π. Τομαράς* «Εισαγωγή στο Μάρκετινγκ και την Έρευνα Αγοράς» 5η έκδοση, Ιδιωτική έκδοση, 2014.
6. *Π. Υψηλάντης* «ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ: Μέθοδοι και τεχνικές λήψης αποφάσεων», 5η έκδοση, εκδόσεις Προπομπός, 2015.
7. *D. ASTERIOU, H. G. STEPHEN* « Εφαρμοσμένη οικονομετρία» εκδόσεις Προπομπός, 2018
8. *J. JARRETT* «Μέθοδοι προβλέψεων για οικονομικές – επιχειρηματικές προβλέψεις» Εκδόσεις Gutenberg, 2002.
9. “Practitioners Continue to rely on Judgmental Forecasting Methods instead of Quantitative Methods”, Sanders & Mandrodt (1994)
10. https://www.autointell.com/european_companies/volkswagen/audi-ag/audi-sales/audiag121.htm (προσβάσιμο στις 18/7/2021)
11. <https://www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/lists-value-ice-cream-sales-population-varies-tourism-temperature-tourist-town-sorrieto-w-q23675828>. (προσβάσιμο στις 05/8/2021)
12. <https://www.investopedia.com/terms/b/box-jenkins-model.asp> (προσβάσιμο στις 26/9/2021)
13. <https://www.statistics.gr/statistics/pop> (προσβάσιμο στις 26/9/2021)
14. https://en.wikipedia.org/wiki/Box%E2%80%93Jenkins_method (προσβάσιμο στις 26/9/2021)