

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**



**Διπλωματική Εργασία**

**Συγκριτική ανάλυση διάγνωσης βλαβών από νευρωνικά δίκτυα  
εκπαιδευμένα με δεδομένα από μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων  
υπό στατικές και δυναμικές διεγέρσεις.**

**Καρδούλιας Ανδρέας 2595**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Αραϊλόπουλος Αλέξανδρος**

Κοζάνη, Ιούλιος 2024

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**



**Διπλωματική Εργασία**

**Συγκριτική ανάλυση διάγνωσης βλαβών από νευρωνικά δίκτυα  
εκπαιδευμένα με δεδομένα από μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων  
υπό στατικές και δυναμικές διεγέρσεις.**

**Καρδούλιας Ανδρέας 2595**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Αραϊλόπουλος Αλέξανδρος**

**Κοζάνη, Ιούλιος 2024**



## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά στον έλεγχο της δομικής ακεραιότητας μίας γέφυρας, αξιοποιώντας Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα, τα οποία εκπαιδεύονται με δεδομένα από μοντέλα Πεπερασμένων Στοιχείων, μέσω στατικών και δυναμικών αναλύσεων. Μετά την εκπαίδευσή τους, εκτιμάται η αποτελεσματικότητά τους σε σχέση με τα ποσοστά επιτυχίας των προβλέψεών τους, και προκύπτουν αξιολογικά συμπεράσματα.

Αρχικά, παρουσιάζεται το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίζεται η εργασία. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται λόγος για τις Ταλαντώσεις Πολυβάθμιων Μηχανικών Συστημάτων, για την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM), όπως και για την Μηχανική Μάθηση και για τους τύπους των δικτύων που θα χρησιμοποιηθούν. Στη συνέχεια, περιγράφονται οι διαδικασίες και τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την δημιουργία του “απλού” και του “πραγματικού” μοντέλου, και έπειτα διεξάγονται ιδιομορφικές αναλύσεις που φανερώνουν, ως έναν βαθμό, την έκταση του σφάλματος μοντελοποίησης.

Ακολουθεί το δυαδικό πρόβλημα κατηγοριοποίησης, στο οποίο ορίζονται δύο κλάσεις υγείας της κατασκευής (υγιές ή φθαρμένο) και όπου νευρωνικά δίκτυα εκπαιδεύονται με δεδομένα τόσο από στατικές όσο και από δυναμικές αναλύσεις. Η παραπάνω κατηγορία χωρίζεται επίσης σε δύο υποκατηγορίες, ανάλογα με το μέγεθος της βλάβης που εμφανίζεται στην κατασκευή.

Έπειτα, παρουσιάζεται το πρόβλημα ταξινόμησης πολλαπλών κατηγοριών, όπου σε αυτή την περίπτωση θεωρούνται τρεις κλάσεις ζημιάς, ίδιου μεγέθους. Γίνεται η εκπαίδευση δύο νευρωνικών δικτύων, με δεδομένα στατικών και δυναμικών αναλύσεων αντίστοιχα, και συγκρίνονται μεταξύ τους ως προς την απόδοσή τους.

Τέλος, παρατίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εργασία και αφορούν σε κρίσιμες παραμέτρους που αντιμετωπίστηκαν.

## Abstract

The present thesis deals with the structural health monitoring of a bridge structure, utilizing Artificial Neural Networks, which are trained with data from Finite Element models, through static and dynamic analyses. After training them, their effectiveness is evaluated in relation to the success rates of their predictions, and valuable conclusions are drawn.

To begin with, the fundamental theoretical background on which the work is based is presented. More specifically, it discusses the Vibrations of Multi-Degree-of-Freedom Mechanical Systems, the Finite Element Method (FEM), as well as Machine Learning and the types of networks that will be used. Subsequently, the processes and steps followed for the creation of the "simple" and the "real" model are described, and then modal analyses are conducted to reveal, at some point, the extent of the modeling error.

Next, the binary classification problem is presented, in which two health classes of the structure are defined (healthy or damaged) and neural networks are trained with data from both static and dynamic analyses. This category is further divided into two subcategories, depending on the extent of the damage present in the structure.

Then, the multiclass classification problem is presented, where in this case, three classes of damage of the same size are considered. Two neural networks are trained with static and dynamic analysis data, respectively, and their performances are compared.

Finally, the conclusions derived from this thesis are presented, focusing on the critical parameters that were addressed.

## Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Αλέξανδρο Αραϊλόπουλο, για την καθοδήγηση που μου παρείχε, αλλά και την πολύ μεγάλη βοήθεια του σε όποιο ζήτημα και αν προέκυπτε, καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Στον ίδιο βαθμό θα ήθελα να ευχαριστήσω και τον κ. Παναγιώτη Σεβεντεκίδη, ο οποίος ανταποκρινόταν πάντοτε θετικά και με προθυμία να μου λύσει οποιαδήποτε απορία είχα.

Το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στην οικογένεια μου, η οποία με στηρίζει πάντοτε σε όλα τα βήματα που ακολουθώ, και μου συμπαραστέκεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο σε όποιες δυσκολίες και αν εμφανιστούν. Τέλος, ευχαριστώ και όλους μου τους φίλους για την βοήθεια και την υποστήριξη τους, καθώς και για όλες τις όμορφες στιγμές που περάσαμε μαζί.

# Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη.....	4
Abstract.....	5
Ευχαριστίες.....	6
Πίνακας Εικόνων.....	9
1. Εισαγωγή.....	12
1.1 Έλεγχος Δομικής Ακεραιότητας Κατασκευών (SHM).....	12
1.2 Παρούσες Μέθοδοι και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα .....	12
1.3 Σκοπός της Εργασίας.....	13
2. Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	15
2.1 Ταλαντώσεις Πολυβάθμιων Μηχανικών Συστημάτων.....	15
2.1.1 Εξισώσεις Κίνησης.....	15
2.1.2 Κατάστροψη και Επίλυση Ιδιοπροβλήματος.....	15
2.1.3 Συνθήκες Ορθογωνικότητας Ιδιομορφών.....	16
2.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων.....	18
2.2.1 Δομή Κώδικα Πεπερασμένων Στοιχείων.....	19
2.2.2 Διακριτοποίηση Γεωμετρίας.....	20
2.2.3 Αξονικά Πεπερασμένα Στοιχεία.....	22
2.3 Μηχανική Μάθηση και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.....	27
2.3.1 Είδη Μηχανικής Μάθησης και Τύποι Προβλημάτων.....	28
2.3.2 Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα.....	28
2.3.3 Συνελκτικά Νευρωνικά Δίκτυα.....	32
3. Περιγραφή Απλού και Πραγματικού Μοντέλου.....	36
3.1 Δημιουργία Απλού Μοντέλου.....	38
3.1.1 Στατικό Πρόβλημα Απλού Μοντέλου.....	40
3.1.2 Δυναμικό Πρόβλημα Απλού Μοντέλου.....	41
3.2 Δημιουργία Πραγματικού Μοντέλου.....	44
3.2.1 Στατικό Πρόβλημα Πραγματικού Μοντέλου.....	46
3.2.2 Δυναμικό Πρόβλημα Πραγματικού Μοντέλου.....	47
3.3 Σύγκριση Ιδιομορφικών Αναλύσεων Απλού και Πραγματικού Μοντέλου.....	48

4. Δυαδικό Πρόβλημα Κατηγοριοποίησης.....	52
4.1 Εκπαίδευση Και Έλεγχος Δικτύων Για Αναγνώριση Μικρής Βλάβης.....	52
4.1.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Στατικές Αναλύσεις.....	52
4.1.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Δυναμικές Αναλύσεις.....	55
4.2 Εκπαίδευση Και Έλεγχος Δικτύων Για Αναγνώριση Μεγάλης Βλάβης.....	58
4.2.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Στατικές Αναλύσεις.....	58
4.2.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Δυναμικές Αναλύσεις.....	61
4.3 Σύγκριση Απόδοσης Ομοειδών Δικτύων Ως Προς Το Μέγεθος Της Βλάβης.....	64
5. Πρόβλημα Ταξινόμησης Πολλαπλών Κατηγοριών.....	65
5.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Στατικών Αναλύσεων.....	67
5.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Δυναμικών Αναλύσεων.....	71
6. Συμπεράσματα.....	75
Βιβλιογραφία.....	77



## Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 2.2.1.1: Δομή Λογισμικού Πεπερασμένων Στοιχείων.....	19
Εικόνα 2.3.1: Υποσύνολα της Τεχνητής Νοημοσύνης.....	27
Εικόνα 2.3.2.1: Δομή Τεχνητού Νευρώνα.....	29
Εικόνα 2.3.2.2: Συναρτήσεις Ενεργοποίησης ReLU και Softmax [13].....	30
Εικόνα 2.3.2.3: Τυπική Διάταξη DNN [14].....	31
Εικόνα 2.3.3.1: Παράδειγμα υπολογισμού συνέλιξης με zero-padding. [15].....	33
Εικόνα 2.3.3.2: Παράδειγμα ενός 2D CNN [16].....	34
Εικόνα 3.1: Ισομετρική απεικόνιση της ιδεατής πειραματικής κατασκευής.....	36
Εικόνα 3.2: Πλάγια όψη της ιδεατής πειραματικής κατασκευής.....	37
Εικόνα 3.3: Λεπτομέρεια σφαιρικής σύνδεσης των φορέων.....	37
Εικόνα 3.1: Φορέας σε τομή.....	37
Εικόνα 3.1.1: Αρίθμηση φορέων και κόμβων της γέφυρας.....	38
Εικόνα 3.1.1.1: Αποτελέσματα στατικών αναλύσεων.....	41
Εικόνα 3.1.2.1: Απεικόνιση θέσεων διεγέρσεων.....	42
Εικόνα 3.1.2.2: Ενδεικτικό παράδειγμα διέγερσης.....	43
Εικόνα 3.1.2.3: Σχηματική αναπαράσταση καναλιών.....	43
Εικόνα 3.2.1: Γεωμετρία σχεδιασμένη με εντολές surface.....	44
Εικόνα 3.2.2: Διακριτοποιημένη γεωμετρία γέφυρας.....	45
Εικόνα 3.2.3: Λεπτομέρεια σύνδεσης κόμβων με χρήση RBE2.....	45
Εικόνα 3.2.4: Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών.....	46
Εικόνα 4.1.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_static_small_damage_DNN.....	53
Εικόνα 4.1.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_static_small_damage_DNN.....	53
Εικόνα 4.1.1.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_static_small_damage_DNN.....	54
Εικόνα 4.1.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_dynamic_small_damage_CNN.....	56
Εικόνα 4.1.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_dynamic_small_damage_CNN.....	56

Εικόνα 4.1.2.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_dynamic_small_damage_CNN.....	57
Εικόνα 4.2.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_static_extensive_damage_DNN.....	59
Εικόνα 4.2.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_static_extensive_damage_DNN.....	59
Εικόνα 4.2.1.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_static_extensive_damage_DNN....	60
Εικόνα 4.2.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_dynamic_extensive_damage_CNN.....	62
Εικόνα 4.2.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_dynamic_extensive_damage_CNN.....	62
Εικόνα 4.2.2.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_dynamic_extensive_damage_CNN.....	63
Εικόνα 5.1: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 1.....	65
Εικόνα 5.2: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 2.....	66
Εικόνα 5.3: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 3.....	66
Εικόνα 5.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_multiclass_static_DNN.....	68
Εικόνα 5.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_multiclass_static_DNN.....	68
Εικόνα 2.1.3: Ιστόγραμμα κατανομής πραγματικών κλάσεων.....	69
Εικόνα 5.1.4: Ιστόγραμμα κατανομής προβλεπόμενων κλάσεων.....	69
Εικόνα 5.1.5: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_multiclass_static_DNN.....	70
Εικόνα 5.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_multiclass_dynamic_CNN.....	72
Εικόνα 5.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: model_multiclass_dynamic_CNN.....	72
Εικόνα 5.2.3: Ιστόγραμμα κατανομής πραγματικών κλάσεων.....	73
Εικόνα 5.2.4: Ιστόγραμμα κατανομής προβλεπόμενων κλάσεων .....	73
Εικόνα 5.2.5: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: model_multiclass_dynamic_CNN.....	74

## Συντομογραφίες

ANN	Artificial Neural Networks
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CNN	Convolutional Neural Networks
DNN	Deep Neural Networks
FEA	Finite Element Analysis
FEM	Finite Element Method
MATLAB	Matrix Laboratory
NASTRAN	NASA Structure Analysis
RBE2	Rigid Body Element 2
ReLU	Rectified Linear Unit
SHM	Structural Health Monitoring
ΠΣΣ	Παγκόσμιο Σύστημα Συντεταγμένων
TNΔ	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα
ΤΣΣ	Τοπικό Σύστημα Συντεταγμένων

# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Έλεγχος Δομικής Ακεραιότητας Κατασκευών (SHM)

Στον σύγχρονο κόσμο που ζούμε, όπως αυτός έχει διαμορφωθεί, παντού γύρω μας παρατηρούμε από απλές έως εξαιρετικά σύνθετες και πολύπλοκες μηχανολογικές κατασκευές που υπηρετούν κάποιο σκοπό. Ένας άρρηκτα συνδεδεμένος με αυτούς τους σκοπούς κλάδος της μηχανολογίας, αποτελεί και ο Έλεγχος της Δομικής Ακεραιότητας των Κατασκευών, ή διαφορετικά σε διεθνείς όρους, Structural Health Monitoring (SHM). Είναι προφανές ότι, για να επιτελεί με επάρκεια τον σκοπό της μία μηχανολογική κατασκευή, θα πρέπει να “συμπεριφέρεται” με τρόπο τέτοιο κατά τον οποίον και σχεδιάστηκε. Δηλαδή, κατά την διάρκεια ζωής της δεδομένης κατασκευής τα χαρακτηριστικά με τα οποία σχεδιάστηκε θα πρέπει να παραμένουν όσο το δυνατόν αμετάβλητα στο πέρασμα του χρόνου, σε βαθμό τέτοιο που να μην προκύπτει κάποια απροσδόκητη καταστροφική βλάβη, με ό,τι προφανείς επιπτώσεις έχει αυτό για την κάθε περίπτωση χωριστά. Είναι σαφές ότι κάτι τέτοιο προφανώς και δεν μπορεί να ισχύει στην πραγματικότητα, καθώς όλες οι κατασκευές υφίστανται καταπονήσεις και γενικά αλληλεπιδράσεις από το περιβάλλον τους, που τις καθιστούν φθαρτές νομοτελειακά στο πέρασμα του χρόνου. Σε αυτό το σημείο λοιπόν, γίνεται φανερή και επιτακτική η ανάγκη ελέγχου των μηχανολογικών κατασκευών, τόσο για την πρόληψη, όσο και για την αποφυγή μίας ολέθριας βλάβης κατά την διάρκεια ζωής τους, με κατάλληλες παρεμβάσεις και συντήρηση στο σωστό χρόνο.

## 1.2 Παρούσες Μέθοδοι και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Οι πιο κλασικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στον Έλεγχο Δομικής Ακεραιότητας Κατασκευών βασίζονται είτε στην απευθείας επεξεργασία και ανάλυση δεδομένων που αφορούν στο πεδίο των συχνοτήτων (frequency domain) και των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών (modal characteristics) της κατασκευής, είτε στο πεδίο του χρόνου (time domain), όπου αξιοποιούνται αποκρίσεις χρονοϊστορίας διαφόρων σημείων αυτής [1]. Στην πρώτη περίπτωση, με χρήση αισθητήρων παίρνουμε τις αποκρίσεις διαφόρων σημείων της κατασκευής, μετά την εφαρμογή κάποιας διέγερσης, η οποία μπορεί να είναι κρουστική (Impulse) ή λευκός θόρυβος (Gaussian Noise). Γίνεται ανάλυση του σήματος μέσω μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform – FFT) από όπου και μεταβαίνουμε από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Στη συνέχεια υπολογίζεται η Συνάρτηση Απόκρισης Συχνότητας (Frequency Response Function – FRF) και μπορούν να βρεθούν οι ιδιοσυχνότητες και η απόσβεση (δεν είναι πάντοτε δυνατό), δύο χαρακτηριστικά κρίσιμα για την κατάσταση υγείας της κατασκευής. Στην δεύτερη περίπτωση, με χρήση επιταχυνσιομέτρων σε διάφορα σημεία της κατασκευής, καταγράφονται οι χρονοϊστορίες των επιταχύνσεων των σημείων αυτών, υπό δεδομένες δυναμικές διεγέρσεις, ώστε να γίνει κατάλληλη σύγκριση τους με παλαιότερα δεδομένα και να προκύψουν τα απαραίτητα συμπεράσματα ως προς την κατάσταση υγείας της κατασκευής.

Τα τελευταία χρόνια, με την αύξηση της διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος, υπάρχει η τάση στην έρευνα (και όχι μόνο) της χρήσης μοντέλων Μηχανικής Μάθησης (Machine Learning - ML) και Βαθιάς Μάθησης (Deep Learning - DL) και εν γένει της τεχνητής νοημοσύνης, στον τομέα του SHM. Πιο συγκεκριμένα, ο συνδυασμός των προαναφερθέντων μεθόδων με μοντέλα μηχανικής μάθησης, που

εκπαιδεύονται με δεδομένα που προκύπτουν από προσομοιώσεις πεπερασμένων στοιχείων των κατασκευών, φαίνεται να αποδίδει καρπούς. Η γενική ιδέα πίσω από αυτή την σχετικά νέα προσέγγιση είναι, να προσομοιωθεί όσο το δυνατόν πιο πιστά η πραγματική κατασκευή σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων (αυτό γίνεται εφικτό με την μεθοδολογία της επικαιροποίησης μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων) [2], όπου μπορεί να γίνει πρακτικά ένας τεράστιος αριθμός αναλύσεων, που στην πραγματικότητα θα ήταν πρακτικά αδύνατο να γίνουν (τόσο σε υγιείς καταστάσεις, όσο και με διάφορες περιπτώσεις ζημιάς), από τα αποτελέσματα των οποίων μπορούν εύκολα να τροφοδοτηθούν τα μοντέλα μηχανικής μάθησης, να εκπαιδευτούν κατάλληλα, με επαρκή βαθμό ακρίβειας, και να χρησιμοποιηθούν ως εργαλεία SHM στην πραγματική κατασκευή. Θα πρέπει βέβαια να σημειωθούν δύο στοιχεία κρίσιμης σημασίας, για την τελικώς καλή ή κακή απόδοση - ακρίβεια που θα παρουσιάζουν τα εκπαιδευμένα μοντέλα νευρωνικών δικτύων. Το πρώτο και κύριο, όπως άλλωστε προαναφέρθηκε, είναι το προσομοιωμένο μοντέλο να εμφανίζει όσο το δυνατόν υψηλότερο βαθμό συσχέτισης με την πραγματική κατασκευή, κάτι το οποίο επιτυγχάνεται με τις μεθόδους επικαιροποίησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων (Model Updating). Τυχόν αποκλίσεις, ως προς τα εγγενή χαρακτηριστικά του προσομοιωμένου μοντέλου σε σχέση με το πραγματικό, αυτόματα σημαίνει αύξηση του σφάλματος πρόβλεψης στο πραγματικό μοντέλο [3]. Το δεύτερο στοιχείο είναι ο όγκος των παραγόμενων δεδομένων εκπαίδευσης. Σαν γενικός κανόνας ισχύει ότι, με όσα περισσότερα δεδομένα τροφοδοτούνται τα προς εκπαίδευση νευρωνικά δίκτυα, τόσο καλύτερη θα είναι η εκπαίδευση τους και άρα η τελική τους επιτυχία πρόβλεψης.

### 1.3 Σκοπός της Εργασίας

Αρχικά, για μία δεδομένη γεωμετρία γέφυρας (χωροδικτύωμα) που θα παρουσιαστεί σε επόμενο κεφάλαιο, δημιουργείται κατάλληλος αλγόριθμος πεπερασμένων στοιχείων στο λογισμικό MATLAB, όπου σε αυτό το σημείο η κατασκευή προσομοιώνεται με μονοδιάστατα στοιχεία ράβδου (1D Elements), και με βάση αυτή την μοντελοποίηση θα παραχθούν τα δεδομένα εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων, στην πρώτη περίπτωση υπό στατικές φορτίσεις, ενώ στην δεύτερη υπό δυναμικές διεγέρσεις. Καθώς δεν έχουμε στην διάθεση μας κάποια πειραματική διάταξη για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας των εκπαιδευμένων πλέον νευρωνικών δικτύων, αντικαθιστούμε την πειραματική διάταξη με προσομοιώσεις, οι οποίες διεξάγονται με χρήση του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ANSA της BETA CAE Systems. Επιλέγουμε να μοντελοποιήσουμε την πειραματική διάταξη στο λογισμικό πεπερασμένων με χρήση διδιάστατων στοιχείων κελύφους (2D SHELL ELEMENTS) και όχι με μονοδιάστατα στοιχεία όπως στο μοντέλο MATLAB. Η παραπάνω επιλογή θα δούμε εν συνεχεία πως θα επηρεάσει τα αποτελέσματα της ακρίβειας πρόβλεψης των εκπαιδευμένων νευρωνικών δικτύων. Από εδώ και στο εξής όταν αναφερόμαστε στο **“απλό μοντέλο”** θα εννοούμε το μοντέλο της γέφυρας που έχει προσομοιωθεί στο MATLAB με τα μονοδιάστατα στοιχεία ράβδου. Ενώ, όταν αναφερόμαστε στο **“πραγματικό μοντέλο”** θα εννοούμε τη μοντελοποίηση που έχει γίνει στο ANSA και παίζει τον ρόλο της πειραματικής διάταξης.

Σκοπός λοιπόν αυτής της εργασίας είναι, στην πρώτη φάση που αποτελεί και το δυαδικό πρόβλημα κατηγοριοποίησης (Binary Classification Problem), καθώς έχουμε δύο καταστάσεις – κλάσεις υγείας της κατασκευής (είτε είναι υγιής, είτε παρουσιάζει κάποια ζημιά), να εκπαιδευτούν νευρωνικά δίκτυα υπό στατικές φορτίσεις στην πρώτη περίπτωση, και υπό δυναμικές διεγέρσεις στην δεύτερη, για δεδομένες καταστάσεις βλάβης που θα οριστούν, και να γίνει σύγκριση μεταξύ των ποσοστών επιτυχίας

που επιτυγχάνουν, όταν σε αυτά τροφοδοτηθούν αποτελέσματα που προέρχονται από το “πραγματικό” μοντέλο. Επίσης, θα προκύψουν συμπεράσματα σχετικά με τον παράγοντα “τάξη μεγέθους βλάβης”, καθώς εκπαιδεύονται δύο νευρωνικά δίκτυα για κάθε περίπτωση, με διαφορετικό μέγεθος βλάβης σε κάθε υποπερίπτωση.

Σε δεύτερη φάση, όπου θα παρουσιαστεί το πρόβλημα ταξινόμησης πολλαπλών κατηγοριών (Multiclass Classification Problem), καθώς τώρα θα οριστούν τρεις καταστάσεις - κλάσεις ζημιάς, θα εκπαιδευτούν και πάλι δύο νευρωνικά δίκτυα, ένα υπό στατικές φορτίσεις και ένα υπό δυναμικές διεγέρσεις, και θα γίνει σύγκριση μεταξύ τους ως προς την απόδοση τους στην αναγνώριση των επιμέρους κλάσεων, όταν τους δοθούν αποτελέσματα από το “πραγματικό” μοντέλο.

## 2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 2.1 Ταλαντώσεις Πολυβάθμιων Μηχανικών Συστημάτων

Η ενδελεχής μελέτη της ταλαντωτικής απόκρισης πληθώρας μηχανικών συστημάτων προϋποθέτει την ανάπτυξη κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων και μεθοδολογιών, για την ανάλυση δυναμικών συστημάτων με περισσότερους από έναν βαθμούς ελευθερίας. Παρακάτω παρατίθεται η σχετική θεωρία και μεθοδολογία.

#### 2.1.1 Εξισώσεις Κίνησης

Η γενική εξίσωση κίνησης ενός πολυβάθμιου ταλαντωτικού συστήματος, μετά την σχεδίαση των διαγραμμάτων ελευθέρου σώματος, ξεχωριστά για κάθε σώμα, και την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> Νόμου του Νεύτωνα, δίνεται από την παρακάτω σχέση (2.1), σε μητρωϊκή μορφή [4]:

$$M \cdot \ddot{\underline{x}} + C \cdot \dot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = \underline{f}(t) \quad (2.1)$$

Όπου:  $\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$  το διάνυσμα μετατόπισης και  $\underline{f}(t) = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{bmatrix}$  το διάνυσμα εξωτερικών

διεγέρσεων.

Τα M, C και K συμβολίζουν το μητρώο μάζας, το μητρώο απόσβεσης και το μητρώο στιβαρότητας αντίστοιχα.

#### 2.1.2 Κατάστρωση και Επίλυση Ιδιοπροβλήματος

Η επίλυση του σετ των εξισώσεων κίνησης (2.1) ενός ταλαντωτικού συστήματος πολλών βαθμών ελευθερίας, είναι δυνατή με την βοήθεια της μεθόδου **ανάλυσης ιδιομορφών**. Για να ξεκινήσει η διαδικασία, αρχικά θα πρέπει να υποθεθεί ότι το σύστημα δεν παρουσιάζει απόσβεση, δηλαδή  $C = \mathbf{0}$  και σύμφωνα με την μέθοδο τίθεται προσωρινά  $\underline{f}(t) = \underline{0}$ . Έτσι, η εξίσωση (2.1) παίρνει την παρακάτω μορφή της εξίσωσης (2.2) και κατόπιν επιλύεται το ιδιοπρόβλημα για αυτήν.

$$M \cdot \ddot{\underline{x}} + K \cdot \underline{x} = \underline{0} \quad (2.2)$$

Καθώς οι εξισώσεις κίνησης (2.2) αποτελούν ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων, με σταθερούς συντελεστές, και εφόσον αναμένεται ταλαντωτική συμπεριφορά του υπό εξέταση συστήματος, μπορούν να υποθεθούν λύσεις της μορφής:

$$\underline{x}(t) = \hat{\underline{x}} \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (2.3) \quad \text{και} \quad \ddot{\underline{x}}(t) = -\omega^2 \cdot \hat{\underline{x}} \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad (2.4)$$

Αντικαθιστώντας τώρα τις σχέσεις (2.3) και (2.4) στην σχέση (2.2) προκύπτει η παρακάτω εξίσωση

$$(K - \omega^2 \cdot M) \cdot \hat{x} \cdot \cos(\omega t - \theta) = 0$$

Όμως, για να αποτελεί η εξίσωση (2.3) λύση της (2.2) θα πρέπει να ικανοποιείται το ομογενές αλγεβρικό σύστημα:

$$(K - \omega^2 \cdot M) \cdot \hat{x} = 0 \quad (2.5)$$

Η παραπάνω εξίσωση (2.5) αποτελεί και το λεγόμενο **ιδιοπρόβλημα**, που αντιστοιχεί στις εξισώσεις κίνησης (2.1). Για να έχει λοιπόν το πρόβλημα μη-μηδενική λύση θα πρέπει να ισχύει η παρακάτω συνθήκη:

$$|K - \omega^2 \cdot M| = 0 \quad (2.6)$$

Αναπτύσσοντας την παραπάνω ορίζουσα προκύπτει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο  $n$ -οστού βαθμού ως προς  $\omega^2$  και δίνεται στην κάτωθι μορφή

$$(\omega^2)^n + \alpha_{n-1} \cdot (\omega^2)^{n-1} + \dots + \alpha_1 \cdot \omega^2 + \alpha_0 = 0$$

και αν τα μητρώα  $M$  και  $K$  είναι συμμετρικά, λόγω των ιδιοτήτων συμμετρίας πινάκων ισχύουν:

$$M = M^T \quad \text{και} \quad K = K^T$$

Επομένως, αν  $M$  και  $K$  θετικά ορισμένοι πίνακες, τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι:

$$0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \dots \leq \omega_n^2$$

Οι παραπάνω τιμές  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  ονομάζονται ιδιοτιμές του προβλήματος. Ακόμα, για κάθε μία ιδιοτιμή  $\omega_n$  μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (2.5) ένα αντίστοιχο διάνυσμα  $\hat{x}_n$  το οποίο καλείται ιδιοδιάνυσμα. Στην ορολογία των ταλαντώσεων, οι σταθερές  $\omega_n$  καλούνται **ιδιοσυχνότητες** και τα διανύσματα  $\hat{x}_n$  ονομάζονται **ιδιομορφές** του ταλαντωτικού συστήματος. Όπως εύκολα συμπεραίνεται από τις παραπάνω εξισώσεις, τόσο οι ιδιοτιμές όσο και οι ιδιομορφές του συστήματος εξαρτώνται μόνο από τα επιμέρους στοιχεία των πινάκων μάζας και στιβαρότητας.

### 2.1.3 Συνθήκες Ορθογωνικότητας Ιδιομορφών

Σε αυτό το σημείο θεωρούνται δύο ξεχωριστές λύσεις του ιδιοπροβλήματος (2.5) στην παρακάτω μορφή:

$$K \cdot \hat{x}_r = \omega_r^2 \cdot M \cdot \hat{x}_r \quad \text{και} \quad K \cdot \hat{x}_s = \omega_s^2 \cdot M \cdot \hat{x}_s$$

Πολλαπλασιάζοντας την αριστερή εξίσωση με το διάνυσμα  $\hat{x}_s^T$  και αντίστοιχα, έπειτα από αναστροφή, την δεξιά εξίσωση με το διάνυσμα  $\hat{x}_r^T$ , οδηγούμαστε στις παρακάτω σχέσεις:

$$\hat{x}_s^T \cdot K \cdot \hat{x}_r = \omega_r^2 \cdot \hat{x}_s^T \cdot M \cdot \hat{x}_r \quad (2.7) \quad \text{και} \quad \hat{x}_s^T \cdot K^T \cdot \hat{x}_r = \omega_s^2 \cdot \hat{x}_s^T \cdot M^T \cdot \hat{x}_r$$

όπου η δεύτερη σχέση λόγω συμμετρίας των πινάκων  $K$  και  $M$  τελικώς γίνεται:



$$\hat{\mathbf{x}}_s^T \cdot \mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{x}}_r = \omega_s^2 \cdot \hat{\mathbf{x}}_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{x}}_r \quad (2.8)$$

Με αφαίρεση της (2.8) από την (2.7) προκύπτει ότι:

$$(\omega_r^2 - \omega_s^2) \cdot \hat{\mathbf{x}}_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{x}}_r = 0$$

Για την παραπάνω σχέση αν  $\omega_r \neq \omega_s$  τότε:

$$\hat{\mathbf{x}}_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{x}}_r = 0 \quad (2.9)$$

Για την σχέση (2.9) μπορεί ναδειχθεί ότι είναι δυνατό πάντα να βρεθούν ιδιοδιανύσματα που την ικανοποιούν. Επίσης, καθώς το μητρώο μάζας είναι θετικά ορισμένο η (2.9) συμπληρώνεται με την σχέση:

$$\hat{\mathbf{x}}_r^T \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{x}}_r = \hat{m}_r > 0$$

Η τελευταία σχέση, σε συνδυασμό με την (2.9) και με χρήση του δέλτα του Kronecker, μπορεί να εκφραστεί με τον κάτωθι τρόπο:

$$\hat{\mathbf{x}}_r^T \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{x}}_s = \hat{m}_r \cdot \delta_{rs} \quad (2.10) \quad \text{όπου } \delta_{rs} = \begin{cases} 1, & r = s \\ 0, & r \neq s \end{cases}$$

Από τις σχέσεις (2.10) και (2.7) αποδεικνύεται ότι ισχύει η συνθήκη:

$$\hat{\mathbf{x}}_r^T \cdot \mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{x}}_s = \hat{k}_r \cdot \delta_{rs} \quad (2.11) \quad \text{όπου } \hat{k}_r = \hat{m}_r \cdot \omega_r^2 > 0$$

Οι σχέσεις λοιπόν (2.10) και (2.11) καλούνται ως **συνθήκες ορθογωνικότητας** των ιδιομορφών. Δημιουργώντας έναν πίνακα στο οποίο τις στήλες περιλαμβάνονται οι ιδιομορφές του συστήματος (πίνακας ιδιομορφών), μπορούν οι συνθήκες να εκφραστούν στην συμπαγή τους μορφή, όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X} = \hat{\mathbf{M}} \quad , \quad \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{X} = \hat{\mathbf{K}}$$

Όπου:

- $\mathbf{X} = [\hat{\mathbf{x}}_1 \ \hat{\mathbf{x}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{x}}_n]$ , ο πίνακας ιδιομορφών
- $\hat{\mathbf{M}}$  και  $\hat{\mathbf{K}}$  διαγώνιοι πίνακες με στοιχεία  $\hat{m}_r$  και  $\hat{k}_r$  αντιστοίχως

Το μέτρο των ιδιομορφών συνήθως επιλέγεται μοναδιαίο ( $\hat{m}_r = 1$ ) και έτσι οι προκύπτουσες ιδιομορφές συμβολίζονται με  $\varphi_r$  και ονομάζονται **ορθοκανονικές**. Τελικά, οι ιδιότητες ορθογωνικότητας δίνονται με βάση τις παρακάτω σχέσεις:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \Phi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi = \Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

Όπου  $\Phi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_n]$  ο πίνακας ορθοκανονικών ιδιομορφών.

Οι παραπάνω ιδιότητες ορθογωνικότητας των ιδιομορφών αποτελούν την βάση της μεθόδου ανάλυσης ιδιομορφών, η οποία μέθοδος εφαρμόζεται για την επίλυση του σετ των εξισώσεων κίνησης του αρχικού συστήματος (2.1). Γενικά, μπορεί να αποδειχθεί ότι η απόκριση ενός πολυβάθμιου συστήματος προκύπτει από την επαλληλία  $n$  ξεχωριστών ταλαντωτικών κινήσεων. Επομένως, στην πράξη τα δυναμικά προβλήματα λύνονται με την μέθοδο υπέρθεσης ιδιομορφών, με μία αυτοματοποιημένη διαδικασία, που εφαρμόζεται από προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων.

## 2.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

Η προσπάθεια ανάλυσης ακόμη και μίας απλής μηχανολογικής κατασκευής με τις κλασικές μεθόδους αποτελεί κάτι το αρκετά απαιτητικό, και σε πολλές των περιπτώσεων, κάτι το πρακτικά αδύνατο. Αυτό αποτελεί και την βασική αιτία, για την οποία τα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων χαίρουν άκρας επιτυχίας στον τομέα της ανάλυσης κατασκευών, και όχι μόνο. Έτσι, ο σύγχρονος μηχανικός-μελετητής χρησιμοποιεί σχεδόν κατά αποκλειστικότητα για την ανάλυση ακόμα και των πιο απλών φορέων προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή, βασισμένα σε μητρωϊκές μεθόδους ανάλυσης κατασκευών [5]. Ο σκοπός των λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων σε μία διαδικασία έρευνας και ανάπτυξης (Research and Development, R&D) είναι πρωτίστως να μειωθούν τα απαιτούμενα πρωτότυπα και πειράματα που θα πρέπει να υλοποιηθούν, προκειμένου μία κατασκευή να σχεδιαστεί, να βελτιστοποιηθεί και να ελεγχθεί για την επάρκεια της [6]. Όλα τα παραπάνω συγκλίνουν σε μία διαδικασία γρηγορότερη, οικονομικότερη και σε ένα κατασκεύασμα αρτιότερο και ασφαλέστερο.

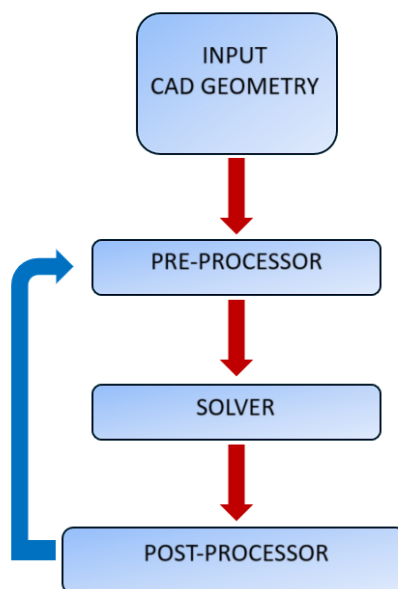
Η δυναμική ανάλυση ενός προβλήματος συνεχούς μέσου με τις κλασικές μεθόδους απαιτεί την κατάστρωση και επίλυση ενός συνόλου μερικών διαφορικών εξισώσεων, χωρικά και χρονικά εξαρτημένων, κάτι το οποίο είναι εξαιρετικά δύσκολο σε κατασκευές με σύνθετη γεωμετρία και μεταβλητές υλικές ιδιότητες. Ένα επιπλέον πρόβλημα είναι το γεγονός ότι οποιαδήποτε αλλαγή στην γεωμετρία, τις συνοριακές συνθήκες ή των υλικών παραμέτρων της κατασκευής, θα άλλαζε την χωρική συσχέτιση του προβλήματος και κατά συνέπεια θα μεταβάλλονταν τα μητρώα μάζας, στιβαρότητας και του διανύσματος διέγερσης [4]. Για όλους τους παραπάνω λόγους κρίνεται αναγκαία η ανάπτυξη μίας μεθοδολογίας που θα προσπερνά αυτά τα ζητήματα.

Η φιλοσοφία της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι να απλουστεύσει ένα πολύπλοκο πρόβλημα, χωρίζοντας το σε πολλά (πεπερασμένου πλήθους) μικρά και διαχειρίσιμα επιμέρους προβλήματα. Η διαδικασία της μεθόδου ξεκινά με την διακριτοποίηση της κατασκευής σε μικρά τμήματα. Τα διακριτά αυτά στοιχεία καλούνται πεπερασμένα στοιχεία (Elements) και για κάθε ένα από αυτά, η λύση εκφράζεται σε κάθε εσωτερικό τους σημείο συναρτήσει της απόκρισης μέσω συγκεκριμένων σημείων της κατασκευής, που ονομάζονται κόμβοι (Nodes). Οι κόμβοι δηλαδή αποτελούν τα σημεία εκείνα των πεπερασμένων στοιχείων που φέρουν την πληροφορία της απόκρισης και την διαβιβάζουν μέσω κατάλληλα ορισμένων συναρτήσεων (συνήθως πολυωνυμικών), με γνωστή χωρική συσχέτιση. Έπειτα, ορίζονται τα μητρώα στιβαρότητας και μάζας, αλλά και το διάνυσμα διέγερσης κάθε στοιχείου. Στο σημείο αυτό, τα παραπάνω μητρώα πολλαπλασιάζονται με κατάλληλο πίνακα μετασχηματισμού, ώστε οι προκύπτουσες αποκρίσεις και δυνάμεις να αντιστοιχούν σε ένα Παγκόσμιο Σύστημα Συντεταγμένων (Global Coordinate System). Τέλος, σχηματίζεται το σύστημα των εξισώσεων κίνησης, επιβάλλονται οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες και το τελικό σύστημα επιλύεται, από όπου προκύπτουν οι αποκρίσεις της κατασκευής. Να τονιστεί ότι, ούσα μία

προσεγγιστική μέθοδος, οι λύσεις που προκύπτουν δεν μπορούν να είναι κάτι διαφορετικό παρά μία προσέγγιση. Το πόσο καλά τελικώς θα ανταποκρίνεται αυτή η προσέγγιση στην πραγματικότητα, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τύπο της μαθηματικής μοντελοποίησης των στοιχείων, που έχει χρησιμοποιηθεί για να περιγράψουν την κατασκευή, καθώς και το πόσο καλά έχει διακριτοποιηθεί (Meshing Size). [7]

### 2.2.1 Δομή Κώδικα Πεπερασμένων Στοιχείων

Τα περισσότερα των διαθέσιμων εμπορικών λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων ακολουθούν μία σπονδυλωτή δομή, όπως παρατηρείται και στην Εικόνα 2.2.1.1.



Εικόνα 2.2.1.1: Δομή Λογισμικού Πεπερασμένων Στοιχείων

Η διαδικασία που ακολουθείται από τον χρήστη για την διεξαγωγή μίας ανάλυσης, αποτελείται από τρία επιμέρους τμήματα, τα οποία παρατίθενται παρακάτω:

- 1) Το μοντέλο εισάγεται στον προ-επεξεργαστή (pre-processor), υπό μία κατάλληλη μορφή αρχείου, που προέρχεται από κάποιο λογισμικό σχεδίασης CAD (Computer Aided Design). Το μοντέλο περνάει από μία διαδικασία τοπολογικής και γεωμετρικής “εξυγίανσης” (geometry cleanup) για την διόρθωση τυχόν ατελειών που έχουν προκύψει κατά την διάρκεια της εισαγωγής και της γεωμετρικής μετάφρασης του στο πρόγραμμα. Έπειτα, ακολουθεί η διακριτοποίηση της γεωμετρίας με προσεκτικά επιλεγμένα πεπερασμένα στοιχεία που μοντελοποιούν κατάλληλα την κατασκευή, και εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες, οι φορτίσεις, οι ιδιότητες των υλικών και ασφαλώς ο τύπος της ανάλυσης που θα διεξαχθεί (στατική, δυναμική, ιδιομορφική, μη γραμμική, κτλ.).
- 2) Το έτοιμο τώρα μοντέλο, που φέρει όλη την πληροφορία που περιγράφηκε προηγουμένως, περνάει στο στάδιο του επιλύτη (solver), όπου και διεξάγεται η ανάλυση και προκύπτουν τα ζητούμενα αποτελέσματα (τάσεις, παραμορφώσεις, μετακινήσεις, κ.α.).

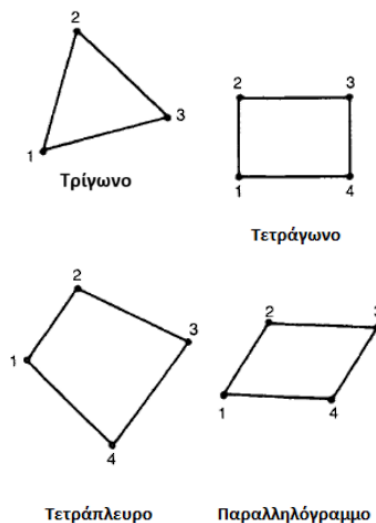
- 3) Τέλος, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση, εισάγονται στον μετα-επεξεργαστή (post-processor), όπου μπορεί κανείς να παρατηρήσει και να ερμηνεύσει όλα τα αποτελέσματα, μέσω μίας διαδραστικής λειτουργίας, και να εξάγει τα συμπεράσματα του.

Τα βήματα 1 έως 3 επαναλαμβάνονται συνεχώς, έως ότου ολοκληρωθούν όλες οι περιπτώσεις αναλύσεων που πρέπει να διεξαχθούν.

## 2.2.2 Διακριτοποίηση Γεωμετρίας

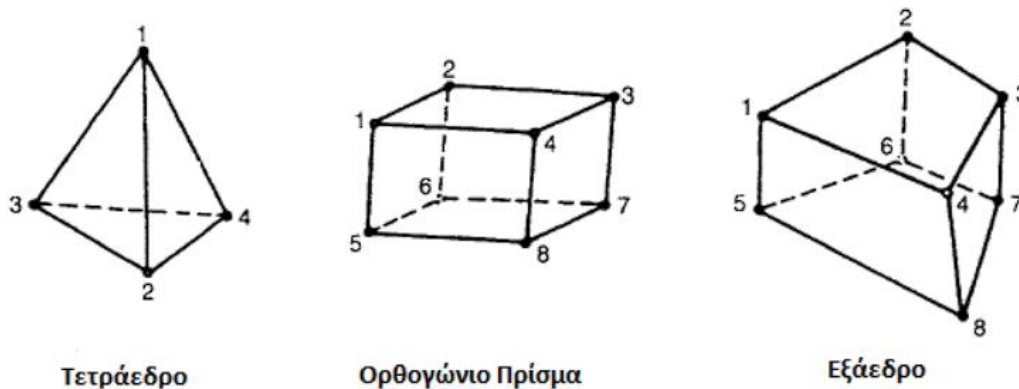
Το πρώτο βήμα στην ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο σημείο, είναι η διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε επιμέρους τμήματα, τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία. Επί της ουσίας, το πραγματικό πρόβλημα που αποτελεί ένα πρόβλημα συνεχούς μέσου, με άπειρους βαθμούς ελευθερίας, αντικαθίσταται από ένα σύστημα με πεπερασμένο πλήθος βαθμών ελευθερίας. Υπάρχει μία μεγάλη γκάμα πεπερασμένων στοιχείων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουν - μοντελοποιήσουν μία γεωμετρία, και η επιλογή αυτών όπως και του πλήθους τους, συγκροτεί ένα πεδίο συζήτησης, εφόσον πάντα γίνεται κάποιος συμβιβασμός μεταξύ της καλύτερης προσεγγιστικής λύσης και των διαθέσιμων υπολογιστικών πόρων και χρόνου. Είναι σαφές ότι, θα πρέπει να γίνεται μία καλή επιλογή όσον αφορά στο είδος, το μέγεθος και το πλήθος των στοιχείων που θα κληθούν να περιγράψουν το μοντέλο, έτσι ώστε η πραγματική κατασκευή να προσομοιώνεται όσο το δυνατόν καλύτερα, χωρίς την μεγάλη αύξηση των απαιτήσεων σε υπολογιστική ισχύ.

Οι τύποι των πεπερασμένων στοιχείων που υπάρχουν είναι πολλοί και με βάση τις γεωμετρικές τους διαστάσεις διακρίνονται σε μονοδιάστατα, δισδιάστατα και τρισδιάστατα στοιχεία. Στην περίπτωση των μονοδιάστατων στοιχείων (1d elements), η μία εκ των διαστάσεων της γεωμετρίας είναι αρκετά μεγαλύτερη σε σχέση με τις υπόλοιπες δύο. Για παράδειγμα, ράβδοι, δοκοί, σωλήνες κ.α., εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία. Τα μονοδιάστατα στοιχεία ορίζονται από μία ευθεία γραμμή, με δύο κόμβους στα άκρα της. Στα δισδιάστατα στοιχεία (2d elements), οι δύο διαστάσεις είναι συγκριτικά μεγαλύτερες σε σχέση με την τρίτη. Όταν δηλαδή, η γεωμετρική διαμόρφωση είναι τέτοια που να επιτρέπεται η περιγραφή της με όρους δύο ανεξάρτητων χωρικών μεταβλητών, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν δισδιάστατα στοιχεία. Τυπικά δισδιάστατα στοιχεία παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.1 παρακάτω.



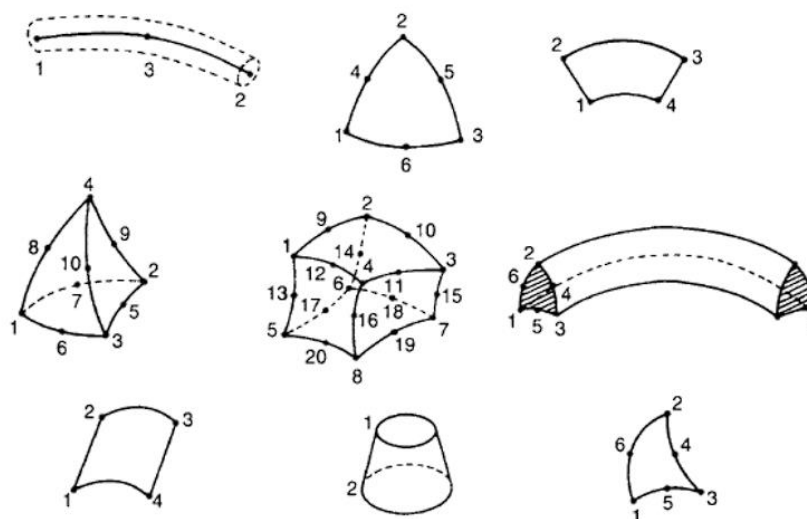
Σχήμα 2.3: Τυπικά Δισδιάστατα Στοιχεία [8]

Στην περίπτωση των τρισδιάστατων στοιχείων (3d elements), όλες οι διαστάσεις της γεωμετρίας είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους. Στοιχεία όπως τετράεδρα (tetra), πεντάεδρα (penta), εξάεδρα (hex) και πυραμίδες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση τέτοιων γεωμετριών.



Σχήμα 4.2: Τρισδιάστατα Στοιχεία [8]

Μία άλλη κατηγοριοποίηση των στοιχείων που μπορεί να γίνει, αφορά στην τάξη τους. Όλα τα παραπάνω πεπερασμένα στοιχεία, που απεικονίζονται στα δύο σχήματα, αποτελούν στοιχεία 1<sup>ης</sup> τάξης ή διαφορετικά, γραμμικά στοιχεία. Σε περιπτώσεις γεωμετριών που παρουσιάζουν έντονα καμπυλωμένα τμήματα, και ο μελετητής θέλει να τις αποδώσει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, χρησιμοποιούνται πεπερασμένα στοιχεία με καμπυλωμένες πλευρές και όχι ευθείες (όπως στα γραμμικά στοιχεία), με αυτά να ονομάζονται στοιχεία ανώτερης τάξης και ανήκουν στην κατηγορία των ισοπαραμετρικών στοιχείων (ο όρος "ισοπαραμετρικά" αναφέρεται στη χρήση συγκεκριμένων συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται, τόσο για τον υπολογισμό των μετατοπίσεων εντός των στοιχείων, όσο και για τον προσδιορισμό του γεωμετρικού τους σχήματος). Η μόνη διαφορά που έχουν οι δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι ότι στα στοιχεία 2<sup>ης</sup> τάξης, προστίθεται ένας επιπλέον κόμβος στο μέσο της κάθε ακμής του, με αποτέλεσμα αυτό να μπορεί να καμπυλωθεί. Δεδομένου ότι προστίθενται επιπλέον κόμβοι, αυτό οδηγεί και σε μία δυσκολότερη και πιο αργή λύση, σε σχέση με το ίδιο πρόβλημα υλοποιημένο με στοιχεία 1<sup>ης</sup> τάξης, αλλά με καλύτερα αποτελέσματα.



Σχήμα 2.5: Στοιχεία Ανώτερης Τάξης [8]

Πέρα από τα είδη των στοιχείων που θα επιλεγθούν για να μοντελοποιήσουν μία γεωμετρία, καθοριστικό ρόλο στην ποιότητα της ανάλυσης παίζει και το μέγεθος τους. Επηρεάζει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, τον υπολογιστικό χρόνο και τους πόρους που απαιτούνται για την ανάλυση. Αναλυτικότερα, το μέγεθος των στοιχείων επηρεάζει τους εξής τομείς:

- 1) Ακρίβεια των αποτελεσμάτων της ανάλυσης: Γενικά, είναι φανερό ότι όσο λεπτότερα είναι τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται, τόσο καλύτερα μπορούν να αποδοθούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι λεπτομέρειες της φυσικής κατασκευής, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που εμφανίζονται μεγάλες κλίσεις ή ασυνέχειες. Επίσης, σε σημεία που αναμένονται συγκεντρώσεις τάσεων, η πυκνωση του πλέγματος σε αυτές τις περιοχές θα πρέπει να είναι αυξημένη, προκειμένου η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της ανάλυσης να είναι στα επίπεδα που απαιτούνται.
- 2) Υπολογιστικοί πόροι και χρόνος: Με την χρήση μικρότερων στοιχείων και άρα πιο πυκνού πλέγματος, δημιουργούνται περισσότεροι κόμβοι και περισσότερες εξισώσεις που πρέπει να επιλυθούν, αυξάνοντας έτσι την απαίτηση σε υπολογιστικούς πόρους και της διαθέσιμης μνήμης, και ασφαλώς τον χρόνο της ανάλυσης.
- 3) Σύγκλιση της λύσης: Σε περιπτώσεις αναλύσεων όπου απαιτείται αυξημένη ακρίβεια των αποτελεσμάτων, συνηθίζεται η υποδιαίρεση των στοιχείων σε λεπτότερα, σε περιοχές που κρίνεται απαραίτητο. Έτσι, η λύση της ανάλυσης συγκλίνει ευκολότερα στην επιθυμητή πραγματική τιμή.

Συμπεραίνοντας, η επιλογή του μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους. Ο μελετητής θα πρέπει να επιλέξει κατάλληλα το είδος και τον αριθμό των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν για την μοντελοποίηση του εκάστοτε προβλήματος, λαμβάνοντας υπόψιν την πολυπλοκότητα της γεωμετρίας, κρίσιμα σημεία ενδιαφέροντος, τις αναμενόμενες καταπονήσεις και προφανώς, τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους.

### 2.2.3 Αξονικά Πεπερασμένα Στοιχεία

Θεωρείται αξονικό στοιχείο ράβδου με σταθερό μέτρο ελαστικότητας  $E$ , πυκνότητα  $\rho$  και διατομή  $A$ , συνολικού μήκους  $l$  [4]. Η εξίσωση κίνησης του δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$E \cdot A \cdot u''(x,t) + F(x,t) = \rho \cdot A \cdot \ddot{u}(x,t)$$

Θεωρούμε στατική παραμόρφωση με  $F(x,t) = 0$

Η παραπάνω εξίσωση έρχεται στην μορφή:

$$E \cdot A \cdot u''(x,t) = 0$$

Για δυναμικό πρόβλημα θεωρείται η προσεγγιστική λύση:

$$u(x,t) = a_1(t) + a_2(t) \cdot x \quad (2.12)$$

Για  $x = 0$ :  $u(0,t) \approx u_1(t) = a_1(t)$

Για  $x = l$ :  $u(l, t) = u_2(t) = a_1(t) + l \cdot a_2(t)$

Με βάση την ιδιομορφική προσέγγιση, η σχέση (2.12) μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^2 \Phi_n(x) \cdot u_n(t) \quad (2.13)$$

όπου:  $\Phi_1(x) = 1 - \frac{x}{l}$  και  $\Phi_2(x) = \frac{x}{l}$  (2.14) οι συναρτήσεις μορφής του αξονικού στοιχείου

### Μητρώο Στιβαρότητας

Η δυναμική ενέργεια του στοιχείου δίνεται από τη σχέση:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l E \cdot A \cdot u'(x, t)^2 dx$$

όπου με χρήση της (2.13) γίνεται:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l E \cdot A \cdot [(\Phi_1'(x))^2 \cdot u_1(t)^2 + 2 \cdot \Phi_1'(x) \cdot \Phi_2'(x) \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) + (\Phi_2'(x))^2 \cdot u_2(t)^2] dx$$

και τελικά καταλήγουμε:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 k_{ij} \cdot u_i \cdot u_j = \frac{1}{2} \cdot \underline{u}^T \cdot K \cdot \underline{u}$$

όπου:  $\underline{u} = [u_1 \ u_2]^T$

$$k_{ij} = \int_0^l E \cdot A \cdot \Phi_i' \cdot \Phi_j' dx, \text{ τα στοιχεία του μητρώου στιβαρότητας}$$

Με χρήση των συναρτήσεων μορφής (2.14) και εκτελώντας τις απαραίτητες πράξεις, προκύπτει το **μητρώο στιβαρότητας**:

$$K = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

### Διακριτό Μητρώο Μάζας

Ομοίως, η κινητική ενέργεια δίνεται από την σχέση:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \cdot A \cdot \dot{u}(x, t)^2 dx$$

όπου με χρήση της (2.13) γίνεται:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \cdot A \cdot [(\Phi_1(x))^2 \cdot \dot{u}_1(t)^2 + 2 \cdot \Phi_1(x) \cdot \Phi_2(x) \cdot \dot{u}_1(t) \cdot \dot{u}_2(t) + (\Phi_2(x))^2 \cdot \dot{u}_2(t)^2] dx$$

Και τελικά προκύπτει:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 m_{ij} \cdot \dot{u}_i \cdot \dot{u}_j = \frac{1}{2} \cdot \dot{\underline{u}}^T \cdot M \cdot \dot{\underline{u}}$$

όπου:  $\dot{\underline{u}} = [\dot{u}_1 \ \dot{u}_2]^T$

$$m_{ij} = \int_0^l \rho \cdot A \cdot \Phi_i \cdot \Phi_j dx, \text{ τα στοιχεία του μητρώου μάζας}$$

Με χρήση των συναρτήσεων μορφής (2.14) και εκτελώντας τις πράξεις, προκύπτει το **διακριτό μητρώο μάζας**:

$$M = \frac{1}{6} \rho A l \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

### Διάνυσμα Διέγερσης

Κάνοντας χρήση της έκφρασης του δυνατού έργου που παράγουν τα εξωτερικά φορτία, ισχύει:

$$\delta W = \int_0^l f(x,t) \cdot \delta u(x,t) dx = \sum_{i=1}^2 f_i(t) \cdot \delta u_i$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (2.13), προκύπτει ότι τα στοιχεία του διανύσματος διέγερσης δίνονται από τον τύπο:

$$f_i(t) = \int_0^l f(x,t) \cdot \Phi_i(x) dx$$

Περίπτωση 1: Για ομοιόμορφη αξονική φόρτιση:

$$f(x,t) = g(t)$$

το διάνυσμα διέγερσης δίνεται από την σχέση:

$$\underline{f}(t) = g(t) \cdot \frac{l}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Περίπτωση 2: Για τριγωνική φόρτιση:

$$f(x,t) = g(t) \cdot \frac{x}{l}$$

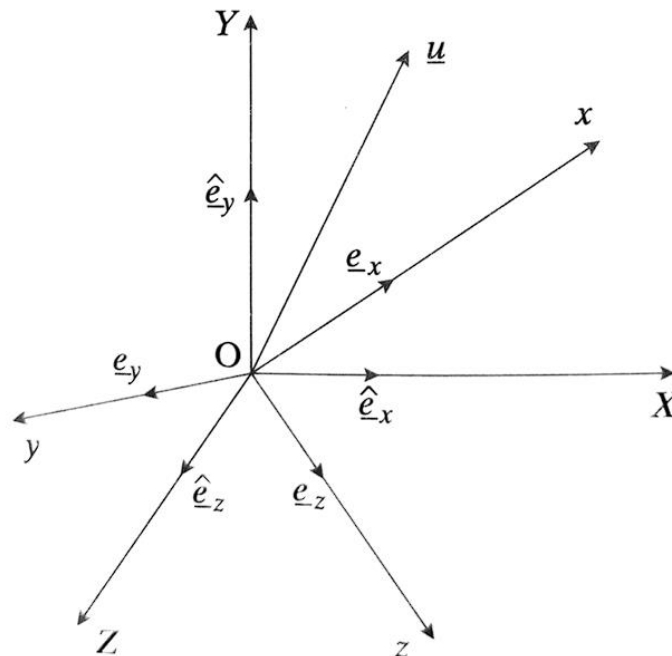
το διάνυσμα διέγερσης δίνεται από την σχέση:

$$\underline{f}(t) = g(t) \cdot \frac{l}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



### Μετασχηματισμός Συντεταγμένων

Οι προηγούμενες σχέσεις που εξήχθησαν για τα μητρώα στιβαρότητας και μάζας, αλλά και του διανύσματος διέγερσης, αφορούσαν σε ένα Τοπικό Σύστημα Συντεταγμένων (ΤΣΣ), προσαρτημένο στον κόμβο αρχής του αξονικού στοιχείου και με τον άξονα  $x$  του συστήματος, να συμπίπτει με την αξονική φορά αυτού. Όμως, οι περισσότερες εφαρμογές στην πράξη, αποτελούνται από ένα σύνολο φορέων οι οποίοι παρουσιάζουν διαφορετικό προσανατολισμό μεταξύ τους. Για τον παραπάνω λόγο, απαιτείται ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων προκειμένου όλα τα στοιχεία που απαρτίζουν μία κατασκευή να έχουν ένα κοινό σημείο αναφοράς και συγκεκριμένα, ένα κατάλληλα ορισμένο ορθοκανονικό Παγκόσμιο Σύστημα Συντεταγμένων (ΠΣΣ).



Σχήμα 2.4 [4]

Το διάνυσμα  $\underline{u}$  που φαίνεται στο παραπάνω Σχήμα 2.4, ως προς το ΤΣΣ ( $Oxyz$ ), παίρνει την κάτωθι μορφή:

$$\underline{u} = u_x \cdot \underline{e}_x + u_y \cdot \underline{e}_y + u_z \cdot \underline{e}_z \quad (2.15)$$

ενώ, το ίδιο διάνυσμα  $\underline{u}$  ως προς το ΠΣΣ ( $OXYZ$ ):

$$\underline{u} = \hat{u}_x \cdot \hat{\underline{e}}_x + \hat{u}_y \cdot \hat{\underline{e}}_y + \hat{u}_z \cdot \hat{\underline{e}}_z \quad (2.16)$$

όπου:  $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z, \hat{\underline{e}}_x, \hat{\underline{e}}_y, \hat{\underline{e}}_z$  είναι τα μοναδιαία διανύσματα βάσης, που αφορούν στα αντίστοιχα ορθοκανονικά συστήματα, όπως διακρίνονται και από το Σχήμα 2.4.

Η συνιστώσα  $u_x$  μπορεί να εκφραστεί ως το εσωτερικό γινόμενο των  $u_x$  και  $\underline{e}_x$ , και με την βοήθεια των σχέσεων (2.15) και (2.16) προκύπτει ότι:

$$u_x = \underline{u} \cdot \underline{e}_x = (\hat{e}_x \cdot \underline{e}_x) \cdot \hat{u}_x + (\hat{e}_y \cdot \underline{e}_x) \cdot \hat{u}_y + (\hat{e}_z \cdot \underline{e}_x) \cdot \hat{u}_z$$

Εφόσον τα διανύσματα στην παραπάνω σχέση είναι μοναδιαία, αυτή παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$u_x = \cos(x\hat{O}X) \cdot \hat{u}_x + \cos(x\hat{O}Y) \cdot \hat{u}_y + \cos(x\hat{O}Z) \cdot \hat{u}_z$$

Με τον αντίστοιχο τρόπο μπορούν να εκφραστούν και τα άλλα δύο διανύσματα  $u_y$  και  $u_z$ .

Τελικά, τα διανύσματα  $u_x, u_y, u_z$  μπορούν να τεθούν στην κάτωθι μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x\hat{O}X) & \cos(x\hat{O}Y) & \cos(x\hat{O}Z) \\ \cos(y\hat{O}X) & \cos(y\hat{O}Y) & \cos(y\hat{O}Z) \\ \cos(z\hat{O}X) & \cos(z\hat{O}Y) & \cos(z\hat{O}Z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{u} = T \cdot \hat{u} \quad (2.17)$$

όπου:  $T$ , το μητρώο μετασχηματισμού των συντεταγμένων.

#### Μετασχηματισμός Μητρώου Μάζας

Η κινητική ενέργεια του στοιχείου δίνεται από την σχέση:

$$T = \frac{1}{2} (\underline{\dot{u}}^T \cdot M \cdot \underline{\dot{u}})$$

Με την βοήθεια της σχέσης (2.17) έχουμε:

$$T = \frac{1}{2} (\underline{\dot{u}}^T \cdot T^T) \cdot M \cdot (T \cdot \underline{\dot{u}}) = \frac{1}{2} \underline{\dot{u}}^T \cdot \hat{M} \cdot \underline{\dot{u}}$$

Επομένως, προκύπτει ότι το μετασχηματισμένο μητρώο μάζας ως προς το ΠΣΣ δίνεται από την σχέση:

$$\hat{M} = T^T \cdot M \cdot T$$

#### Μετασχηματισμός Μητρώου Στιβαρότητας

Ομοίως, με χρήση της σχέσης της δυναμικής ενέργειας του στοιχείου:

$$V = \frac{1}{2} \underline{u}^T \cdot T \cdot \underline{u}$$

Πάλι, με την βοήθεια της (2.17):

$$V = \frac{1}{2} (\underline{u}^T \cdot T^T) \cdot K \cdot (T \cdot \underline{u}) = \frac{1}{2} \underline{u}^T \cdot \hat{K} \cdot \underline{u}$$

Τελικά, το μετασχηματισμένο μητρώο στιβαρότητας ως προς το ΠΣΣ υπολογίζεται ως:

$$\hat{K} = T^T \cdot K \cdot T$$

## Μετασχηματισμός Διανύσματος Διέγερσης

Από το δυνατό έργο, ισχύει:

$$\delta W = \delta \underline{u}^T \cdot \underline{f} = (\delta \hat{\underline{u}}^T \cdot T^T) \cdot \underline{f} = \delta \hat{\underline{u}}^T \cdot \hat{\underline{f}}$$

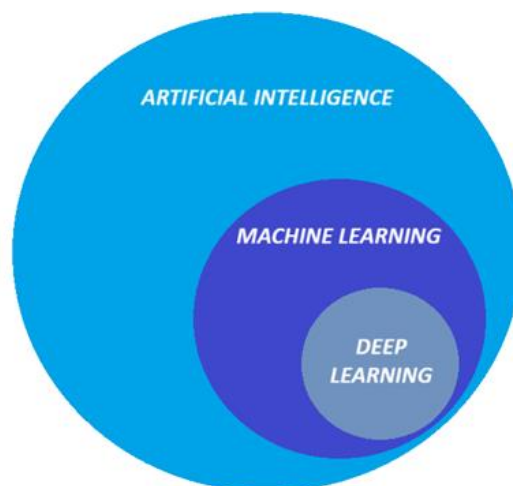
Το μετασχηματισμένο διάνυσμα διέγερσης δίνεται από την παρακάτω έκφραση:

$$\hat{\underline{f}} = T^T \cdot \underline{f}$$

## 2.3 Μηχανική Μάθηση και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Η Τεχνητή Νοημοσύνη (Artificial Intelligence) αφορά σε έναν κλάδο της πληροφορικής που αποσκοπεί στον σχεδιασμό και στην δημιουργία υπολογιστικών συστημάτων, τα οποία θα είναι σε θέση να μιμηθούν την ανθρώπινη ευφυΐα, και τουλάχιστον σε στοιχειώδη βαθμό, να μπορούν να μαθαίνουν, να αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον τους, να κατανοούν και να επιλύουν προβλήματα. Η Μηχανική Μάθηση (Machine Learning) αποτελεί ένα υποσύνολο της Τεχνητής Νοημοσύνης, καθώς οι αλγόριθμοι στους οποίους στηρίζεται δεν έχουν προγραμματιστεί ρητά για την επίλυση ενός προβλήματος, αλλά έχουν την ικανότητα να “μαθαίνουν” μέσω της διαδικασίας εκπαίδευσης, παρέχοντας τους πληθώρα δεδομένων [9].

Η Βαθιά Μάθηση (Deep Learning) απαρτίζει με την σειρά της μία υποκατηγορία της Μηχανικής Μάθησης, όπου χρησιμοποιώντας μία πολυεπίπεδη δομή Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων (Artificial Neural Networks), τα οποία ονομάζονται Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα (Deep Neural Networks), προσβλέπουν στην μίμηση δομών και λειτουργιών παρόμοιων με αυτών του ανθρώπινου εγκεφάλου [10].



Εικόνα 2.3.1: Υποσύνολα της Τεχνητής Νοημοσύνης

### 2.3.1 Είδη Μηχανικής Μάθησης και Τύποι Προβλημάτων

Η εκπαίδευση ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου απαιτεί μία διαδικασία, κατά την οποία τα αρχικώς τυχαία βάρη των νευρώνων βελτιστοποιούνται, κατά τέτοιον τρόπο, ώστε το τελικό αποτέλεσμα της εξόδου του δικτύου να είναι το επιθυμητό. Έτσι, ανάλογα με την μεθοδολογία που ακολουθείται κατά την εκπαίδευση του, μπορούν να διακριθούν τρία είδη μάθησης [11]:

- ❖ Μάθηση με επίβλεψη (Supervised Learning): Το δίκτυο τροφοδοτείται με διανύσματα εισόδου που είναι άμεσα συσχετισμένα με τις τιμές των διανυσμάτων εξόδου. Η βελτιστοποίηση των βαρών του δικτύου, αποσκοπεί στην εύρεση των κατάλληλων αυτών τιμών, που για δεδομένη είσοδο θα επέρχεται η ελαχιστοποίηση του σφάλματος της εξόδου.
- ❖ Μάθηση χωρίς επίβλεψη (Unsupervised Learning): Σε αυτή την περίπτωση το δίκτυο καλείται να “αυτό-οργανωθεί” με βάση τα δεδομένα εισόδου, εφόσον δεν υπάρχουν αντίστοιχες επιθυμητές τιμές εξόδου. Πρακτικά, το σύστημα προσπαθεί να χωρίσει τα δεδομένα εισόδου σε συστάδες (clusters), εντοπίζοντας μοτίβα που περιγράφουν ικανοποιητικά τα δεδομένα.
- ❖ Ενισχυτική Μάθηση (Reinforcement Learning): Στην κατηγορία της ενισχυτικής μάθησης, το μοντέλο αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του, μαθαίνοντας από αυτό, όπου αναζητά μία στρατηγική η οποία θα το οδηγήσει στην μέγιστη ανταμοιβή για την εργασία του.

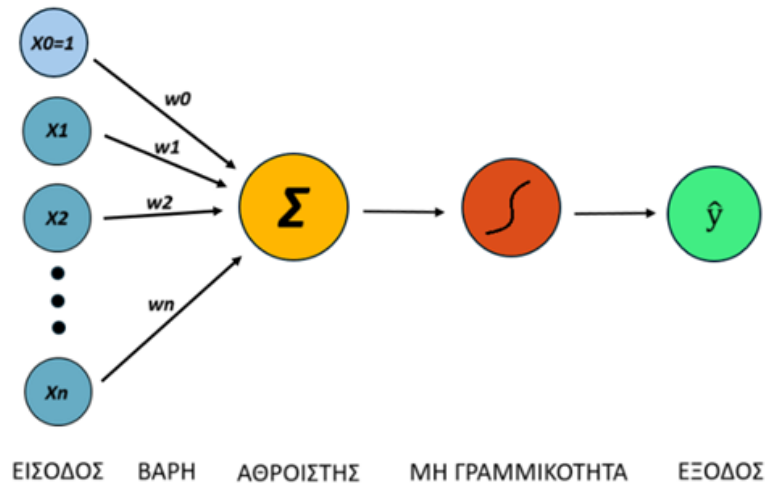
Οι κύριοι τύποι των προβλημάτων που καλείται να λύσει ένα Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο είναι τρεις και εξηγούνται συνοπτικά παρακάτω:

- Ταξινόμηση (Classification): Είναι μία διαδικασία εποπτευόμενης μάθησης, όπου το δίκτυο μαθαίνει να ταξινομεί διάφορες περιπτώσεις σε κατηγορίες (classes), βάσει δεδομένων που η κατηγορία στην οποία ανήκουν είναι γνωστή. Η έξοδος του δικτύου σε ένα πρόβλημα ταξινόμησης δίνεται ως ένα σύνολο διακριτών τιμών, οι οποίες προσδιορίζουν την πιθανότητα τα δεδομένα που τροφοδοτούνται να ανήκουν σε κάποια κλάση.
- Παρεμβολή (Regression): Και η περίπτωση της παρεμβολής στηρίζεται στην μάθηση με επίβλεψη, παρόμοια με την ταξινόμηση, μόνο που τώρα το δίκτυο καλείται να υπολογίσει μία τιμή στην έξοδο του για ένα μέγεθος το οποίο λαμβάνει συνεχείς τιμές και όχι διακριτές.
- Ομαδοποίηση (Clustering): Μη εποπτευόμενη μάθηση, κατά την οποία το δίκτυο προσπαθεί να οργανώσει και να ομαδοποιήσει τα δεδομένα εισόδου σε πιθανές ομάδες, που φαίνεται να παρουσιάζουν κάποια αξία.

### 2.3.2 Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα

Η βασική δομική μονάδα ενός νευρωνικού δικτύου απαντάται στον Τεχνητό Νευρώνα (Perceptron), ένα υπολογιστικό εργαλείο που προσομοιώνει τα μέρη του βιολογικού νευρώνα. Όπως παρατηρείται και στο παρακάτω Σχήμα 2.3.2.1, ο νευρώνας δέχεται ένα σύνολο δεδομένων εισόδου  $x_1, \dots, x_n$ , τα οποία

πολλαπλασιάζονται με τα αντίστοιχα βάρη (weights)  $w_1, \dots, w_n$ , αθροίζονται στον αθροιστή, και προστίθεται το  $w_0$  που ονομάζεται πόλωση (bias). Έπειτα, το αποτέλεσμα του αθροιστή περνάει από μία συνάρτηση ενεργοποίησης (activation function) η οποία προσδίδει την απαραίτητη μη-γραμμικότητα και καθορίζει την τελική τιμή  $\hat{y}$  της εξόδου. Η μη-γραμμικότητα αυτή είναι απαραίτητη, καθώς η πλειονότητα των πραγματικών προβλημάτων δεν παρουσιάζει γραμμική συμπεριφορά [12].



Εικόνα 2.3.2.1: Δομή Τεχνητού Νευρώνα

Η εσωτερική διεργασία σε έναν τεχνητό νευρώνα έχει ως εξής:

1. Ένα διάνυσμα δεδομένων εισόδου  $x_1, \dots, x_n$  εισάγεται στον αλγόριθμο
2. Τα βάρη  $w_1, \dots, w_n$  πολλαπλασιάζονται με τις αντίστοιχες τιμές εισόδου
3. Υπολογίζεται η σχέση:  $w_0 + \sum_{i=1}^n (x_i \cdot w_i)$
4. Το αποτέλεσμα της παραπάνω σχέσης περνάει στην συνάρτηση ενεργοποίησης  $g$
5. Η τελική τιμή της εξόδου υπολογίζεται από την σχέση:  $\hat{y} = g(w_0 + \sum_{i=1}^n (x_i \cdot w_i))$

Παρακάτω δίνονται δύο τυπικές συναρτήσεις ενεργοποίησης που χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε νευρωνικά δίκτυα:

### Συνάρτηση Ενεργοποίησης ReLU

Η συνάρτηση αυτή είναι τμηματικά γραμμική και ονομάζεται συνάρτηση ανόρθωσης (rectifier function), ενώ ο νευρώνας που την χρησιμοποιεί καλείται ReLU (Rectified Linear Unit). Οι ιδιότητες

που παρουσιάζει είναι, για τιμές μικρότερες ή ίσες του μηδενός να απενεργοποιεί τον νευρώνα, ενώ για τιμές μεγαλύτερες του μηδέν να λειτουργεί ταυτοτικά. Η μαθηματική της έκφραση δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

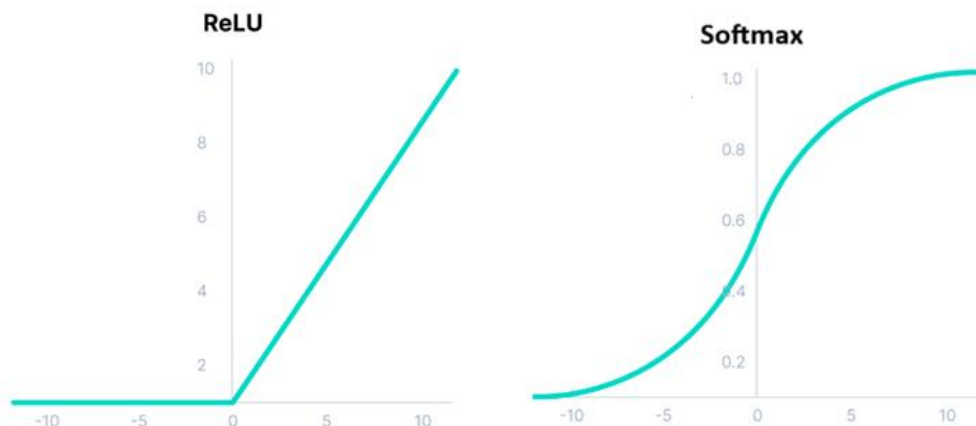
### Συνάρτηση Ενεργοποίησης Softmax

Η Softmax αποτελεί μία συνάρτηση που ανήκει στην οικογένεια των σιγμοειδών συναρτήσεων (καλούνται έτσι λόγω της γραφικής τους παράστασης, που μοιάζει με πεπλατυσμένο S) και χρησιμοποιείται στο τελευταίο στάδιο των νευρωνικών δικτύων, σε προβλήματα ταξινόμησης, διότι μετατρέπει την έξοδο σε πιθανότητες. Χωρίς την χρήση της Softmax, η έξοδος θα ήταν ένας απλός αριθμός. Η συνάρτηση αυτή ορίζεται με τον παρακάτω τρόπο:

$$\sigma(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^K e^{z_j}}$$

Όπου:

- $k$ , ο αριθμός των κλάσεων εξόδου
- $z_i$ , είναι η είσοδος
- και  $\sigma_i$ , είναι η έξοδος της συνάρτησης στον  $i$ -οστό νευρώνα

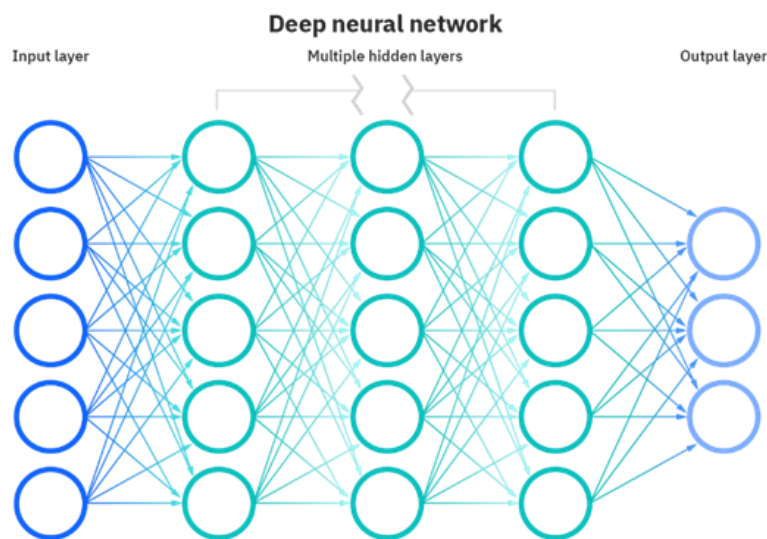


Εικόνα 2.3.2.2: Συνάρτησεις Ενεργοποίησης ReLU και Softmax [13]

Τα Βαθιά Νευρωνικά Δίκτυα (Deep Neural Networks – DNNs) είναι νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης, τα οποία αποτελούνται από δύο και πλέον κρυφά επίπεδα (hidden layers), απαρτιζόμενα από ένα μεγάλο πλήθος τεχνητών νευρώνων. Το πρώτο επίπεδο καλείται επίπεδο εισόδου (input layer) και είναι το σημείο στο οποίο εισάγονται τα δεδομένα στο σύστημα. Τα σημεία εισόδου αυτά του πρώτου επιπέδου, δεν λειτουργούν σαν νευρώνες, καθώς δεν εκτελούν κάποιον υπολογισμό (δεν έχουν βάρη, ούτε συνάρτηση ενεργοποίησης). Έπειτα, ακολουθούν δύο ή και περισσότερα ενδιάμεσα ή κρυφά επίπεδα, στα οποία και εφαρμόζονται όλες οι απαραίτητες πράξεις μεταξύ των νευρώνων, ενώ στο τέλος εμφανίζεται το επίπεδο εξόδου (output layer), που παρέχει το υπολογισμένο αποτέλεσμα.

Οι νευρώνες μεταξύ των επιπέδων μπορούν να είναι πλήρως ή μερικώς συνδεδεμένοι (fully or partially connected). Στην πρώτη περίπτωση, όλοι οι νευρώνες συνδέονται με όλους τους υπόλοιπους, ενώ κάθε άλλη περίπτωση εμπίπτει στην κατηγορία της μερικής σύνδεσης των νευρώνων. Μία ειδική περίπτωση μερικής σύνδεσης που απαντάται συχνά σε υλοποιημένα δίκτυα είναι, όταν οι νευρώνες του προηγούμενου επιπέδου συνδέονται πλήρως με τους νευρώνες του επόμενου, και τότε αναφερόμαστε σε πλήρως συνδεδεμένα επίπεδα (fully connected layers).

Παρακάτω στην εικόνα εμφανίζεται μία τυπική διάταξη ενός DNN με τρία κρυφά επίπεδα, και με όλα του τα επίπεδα να είναι πλήρως συνδεδεμένα.



Εικόνα 2.3.2.3: Τυπική Διάταξη DNN [14]

Η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου συγκροτεί επί της ουσίας ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, δηλαδή ελαχιστοποίησης του σφάλματος εξόδου, μεταβάλλοντας κατάλληλα τα βάρη των νευρώνων. Η πιο γνωστή και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος εκπαίδευσης των DNNs αποτελεί η Ανάστροφη Μετάδοση Σφάλματος (Back-Propagation). Στηρίζεται στο Γενικευμένο Κανόνα Δέλτα (Generalized Delta Rule), όπου επιτρέπει τον υπολογισμό του συνολικού σφάλματος που οφείλεται στις τιμές των βαρών καθενός νευρώνα, ακόμη και των νευρώνων που βρίσκονται στα κρυφά επίπεδα, δεδομένου ότι δεν είναι γνωστή η επιθυμητή τιμή εξόδου τους.

Η διαδικασία του κύκλου εκπαίδευσης του δικτύου περιλαμβάνει δύο στάδια. Κατά την διάρκεια του πρώτου σταδίου της εκπαίδευσης, αρχικά εισάγονται τα δεδομένα στο επίπεδο εισόδου, από όπου και

περνούν στο επόμενο κρυφό επίπεδο, μετά από τροποποίηση τους από τα ενδιάμεσα βάρη. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται από το ένα επίπεδο στο άλλο διαδοχικά, μέχρι και το τελικό επίπεδο εξόδου. Αυτό το στάδιο της εκπαίδευσης ονομάζεται πρόσθιο πέρασμα (forward pass). Σε δεύτερο χρόνο, λαμβάνει χώρα η διαδικασία τροποποίησης των βαρών. Μέσω του Γενικευμένου Κανόνα Δέλτα προκύπτουν σχέσεις που επιτρέπουν την αναπροσαρμογή των βαρών του πρώτου κρυφού επιπέδου, από την πλευρά της εξόδου (κινούμαστε στην αντίθετη κατεύθυνση). Ακολουθείται λοιπόν αυτή η διαδικασία υπολογισμού των βαρών, μέχρι και το σημείο ενδιάμεσα του επιπέδου εισόδου και του πρώτου κρυφού επιπέδου. Αυτό το στάδιο επαναπροσδιορισμού των βαρών, καλείται ανάστροφο πέρασμα ή ανάστροφη μετάδοση. Όλη αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το σφάλμα να συγκλίνει σε μία επιθυμητή τιμή.

### 2.3.3 Συνελικτικά Νευρωνικά Δίκτυα

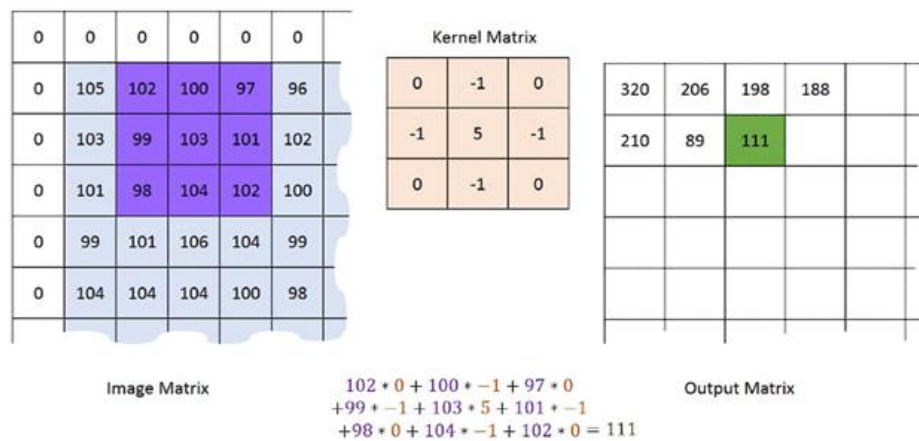
Τα Συνελικτικά Νευρωνικά Δίκτυα (Convolutional Neural Networks – CNNs) είναι μία περίπτωση DNNs που η δομή τους είναι εμπνευσμένη σε μεγάλο βαθμό από το τμήμα του εγκεφάλου που είναι υπεύθυνο για την λειτουργία της όρασης. Θεωρείται δηλαδή, πως το οπτικό σήμα περνά από κάποια στάδια φιλτραρίσματος, από τα οποία προκύπτουν χαρακτηριστικά “λεπτής υφής”, όπου συνδυαζόμενα συνθέτουν δομές περισσότερο “αδρής υφής” και τελικώς δημιουργούν απεικονίσεις που μπορούν να κατηγοριοποιηθούν. Με αυτή την γενική ιδέα στο πίσω μέρος του μυαλού, επιχειρήθηκε να μοντελοποιηθεί αυτή η διαδικασία. Έτσι, ένα CNN στη βασική του δομή περιλαμβάνει τρία είδη σταδίων επεξεργασίας των δεδομένων εισόδου:

- 1) Στάδιο συνέλιξης (convolution): Σε αυτό το στάδιο λαμβάνει χώρα η λειτουργία της συνέλιξης ,και αποτελούμενο το δίκτυο από επίπεδα συνέλιξης (convolution layers) γίνεται δυνατός ο εντοπισμός χαρακτηριστικών “λεπτής” και “αδρής” υφής (feature detection).
- 2) Στάδιο σμίκρυνσης (pooling): Οι διαστάσεις των δεδομένων εισόδου ελαττώνονται σταδιακά, σε μία προσπάθεια το δίκτυο να πετάξει την άχρηστη πληροφορία, που φέρει λιγότερο σημαντικά χαρακτηριστικά. Επίσης, εξοικονομούνται υπολογιστικοί πόροι καθώς απαιτείται ο υπολογισμός λιγότερων βαρών.
- 3) Στάδιο πλήρως συνδεδεμένων επιπέδων (fully connected layers): Το δίκτυο σε αυτό το σημείο παίρνει μία μορφή πλήρως συνδεδεμένων επιπέδων, όπου και υλοποιείται το στάδιο της ταξινόμησης, προτού δοθεί το αποτέλεσμα από τους νευρώνες εξόδου.

Αναλυτικότερα, στο στάδιο της συνέλιξης εφαρμόζονται διάφορα φίλτρα με σκοπό την αποδόμηση των δεδομένων και την εξαγωγή των απαραίτητων χαρακτηριστικών. Τα φίλτρα αυτά (πίνακες στην συγκεκριμένη περίπτωση), που καλούνται και πυρήνες (kernels), επιδρούν πάνω στην εικόνα “ολισθαίνοντας” με ένα ορισμένο βήμα (stride) κατά μήκος και πλάτος αυτής. Το μέγεθος του τμήματος της εικόνας που αντιστοιχεί στις διαστάσεις του φίλτρου ονομάζεται αντιληπτικό πεδίο (receptive field). Η πράξη της συνέλιξης εφαρμόζεται ανάμεσα στα στοιχεία του αντιληπτικού πεδίου και του φίλτρου, και ορίζεται ως ο element-wise πολλαπλασιασμός (πολλαπλασιάζονται τα στοιχεία στις αντίστοιχες θέσεις) και το άθροισμα των επιμέρους γινομένων, που καταλήγουν σε μία τιμή. Εκτελούμενης της πράξης της συνέλιξης σε κάθε βήμα του φίλτρου και σαρώνοντας διαδοχικά όλη την εικόνα, προκύπτει



έναν νέο πίνακα ο οποίος περιέχει σημαντικά χαρακτηριστικά τα οποία και εξήγαγε το φίλτρο, και ονομάζεται πίνακα χαρακτηριστικών (feature map). Ένα σημαντικό πρόβλημα που προκύπτει κατά την κίνηση του φίλτρου επάνω στον πίνακα των δεδομένων είναι ότι, τα κεντρικά σημεία της εικόνας λαμβάνονται περισσότερες φορές υπόψιν κατά την διενέργεια του φίλτρου, με αποτέλεσμα να χάνεται χρήσιμη πληροφορία από τα περιμετρικά σημεία. Αυτό το ζήτημα λύθηκε με την διαδικασία της προσθήκης μηδενικών περιμετρικά του πίνακα (zero-padding), και ως εκ τούτου, όλα τα στοιχεία του να συμμετέχουν εξίσου στην διαμόρφωση του πίνακα χαρακτηριστικών.



Εικόνα 2.3.3.1: Παράδειγμα υπολογισμού συνέλιξης με zero-padding. [15]

Συχνά χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα επίπεδα συνέλιξης. Δηλαδή, πέρα από το πρώτο επίπεδο που υλοποιείται στο στάδιο της εισαγωγής των δεδομένων, συνηθίζεται η χρήση περισσότερων διαδοχικών επιπέδων συνέλιξης που αποσκοπούν στη σύνθεση χαρακτηριστικών περισσότερο “αδρής υφής”, από τον συνδυασμό χαρακτηριστικών “λεπτότερης υφής” που έχουν προκύψει από τα προηγούμενα επίπεδα.

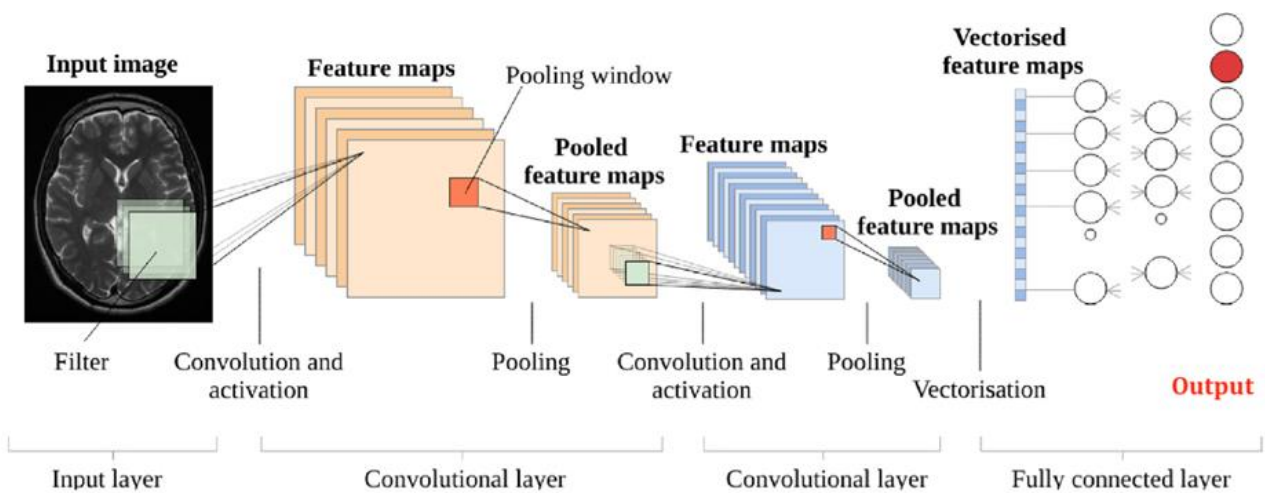
Μετά από έναν αριθμό διαδοχικών επιπέδων συνέλιξης, εισάγονται επίπεδα σμίκρυνσης ή συγκέντρωσης των δεδομένων (pooling), τα οποία αποτελούν ένα σημαντικό τμήμα στη δομή του CNN. Στην ουσία, η λειτουργία τους είναι να μειώσουν σε κάποιο βαθμό τις διαστάσεις των επιπέδων στα οποία εμπλέκονται, διατηρώντας παράλληλα την πιο σημαντική πληροφορία που εμπεριέχουν τα δεδομένα. Λειτουργούν υπό την μορφή παραθύρων, με συγκεκριμένες διαστάσεις πλάτους και ύψους, οι οποίες ρυθμίζονται από τον χρήστη, αφού αποτελούν υπερπαραμέτρους του συστήματος. Δύο τύποι υπολογισμού σμίκρυνσης είναι το μέγιστο (max pooling) και η μέση τιμή (average pooling).

Μέσω της χρήσης των επιπέδων σμίκρυνσης υλοποιούνται τα παρακάτω:

- Μόνο τα κυριότερα χαρακτηριστικά των επιπέδων διατηρούνται και κατά αυτόν τον τρόπο απλοποιείται η αναπαράσταση.
- Το δίκτυο αποκτά μεγαλύτερη “στιβαρότητα” ως προς ενδεχόμενες μικρές αλλοιώσεις ή και παραμορφώσεις των δεδομένων εισόδου, καθώς αυτές δεν επηρεάζουν δραστικά τον μέσο όρο ή το μέγιστο μίας μικρής περιοχής.
- Η ευελιξία του συστήματος ως προς την αναγνώριση μοτίβων και αντικειμένων, άσχετα με την τοποθέτησή τους στην εικόνα, αυξάνεται.

- Τέλος, μειώνεται η διάσταση των επιπέδων και κατά συνέπεια, και τα απαιτούμενα βάρη που θα πρέπει να υπολογιστούν. Το δίκτυο είναι λιγότερο επιρρεπές σε υπερπροσαρμογή (overfitting) και τα αποτελέσματα υπολογίζονται πιο γρήγορα.

Στο τελικό στάδιο των CNNs πάντοτε εμφανίζονται πλήρως συνδεδεμένα επίπεδα που είτε υλοποιούν έναν ταξινομητή, σε ένα πρόβλημα κατηγοριοποίησης, είτε αποσκοπούν στην εύρεση μίας συνεχούς τιμής, σε ένα πρόβλημα παρεμβολής. Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις θα πρέπει τα δεδομένα να μετατραπούν σε ένα διάνυσμα, καθώς μόνο αυτή είναι η μορφή που μπορεί να διαχειριστεί αυτό το τμήμα του δικτύου. Έτσι, τα δεδομένα από τα προηγούμενα στάδια, προτού εισέλθουν στα πλήρως συνδεδεμένα επίπεδα, περνούν από μία διαδικασία διανυσματοποίησης (vectorization), όπου απλώνονται σε ένα διάνυσμα, χωρίς να παίζει σε αυτό το σημείο ρόλο κάποια χωρική ή χρονική συσχέτιση.



Εικόνα 2.3.3.2: Παράδειγμα ενός 2D CNN [16]

Να τονιστεί ότι, τα CNNs δεν είναι ικανά μόνο στον εντοπισμό χαρακτηριστικών από εικόνες (πίνακες), το οποίο αποτελεί ένα πρόβλημα δύο διαστάσεων (2D CNNs), αλλά με παρόμοιο τρόπο μπορούν να διαχειριστούν διανύσματα, των οποίων τα δεδομένα παρουσιάζουν κάποια χρονική ή και χωρική συσχέτιση μεταξύ τους (1D CNNs). Αντιστοίχως, είναι δυνατό να προσεγγιστούν προβλήματα με δεδομένα από βίντεο, που στην πραγματικότητα απαρτίζονται από ένα πλήθος εικόνων χρονικά συσχετισμένων μεταξύ τους (3D CNNs). Στην παρούσα εργασία, για την ανάλυση των δυναμικών προβλημάτων, όπως θα εξηγηθεί και στα αντίστοιχα κεφάλαια, γίνεται χρήση των 1D CNNs, εφόσον τα δεδομένα που θα τροφοδοτηθούν στο σύστημα αποτελούνται από χρονοϊστορίες διαφόρων σημείων της κατασκευής και τα ίδια βρίσκονται υπό την μορφή διανυσμάτων.

Η εκπαίδευση των CNNs ακολουθεί την ίδια διαδικασία με αυτήν που περιγράφηκε προηγούμενα για τα DNNs, αφού τα παραπάνω αποτελούν υποκατηγορία τους. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι σε αυτή την περίπτωση των συνελκτικών δικτύων θα πρέπει να βελτιστοποιηθούν επιπλέον και τα βάρη που απαρτίζουν τα φίλτρα, στα στάδια της συνέλιξης.

Τέλος, να αναφερθεί ότι για την συγκεκριμένη εργασία, ως συνάρτηση σφάλματος (loss function) σε όλες τις περιπτώσεις των νευρωνικών δικτύων, χρησιμοποιήθηκε η Cross Entropy, καθώς παρουσιάζεται ως μία από τις αποδοτικότερες συναρτήσεις σε προβλήματα κατηγοριοποίησης (classification problems). Ο μαθηματικός τύπος που την ορίζει δίνεται παρακάτω:

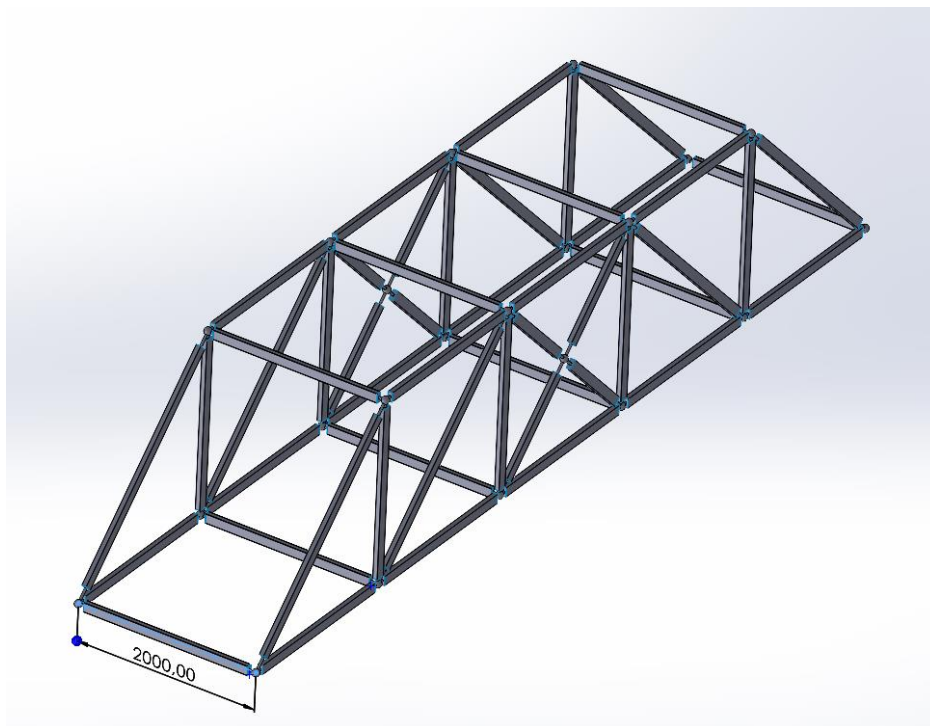
$$CE(w) = \sum_i y_i \cdot \ln(\hat{y}_i(w))$$

### 3 Περιγραφή Απλού και Πραγματικού Μοντέλου

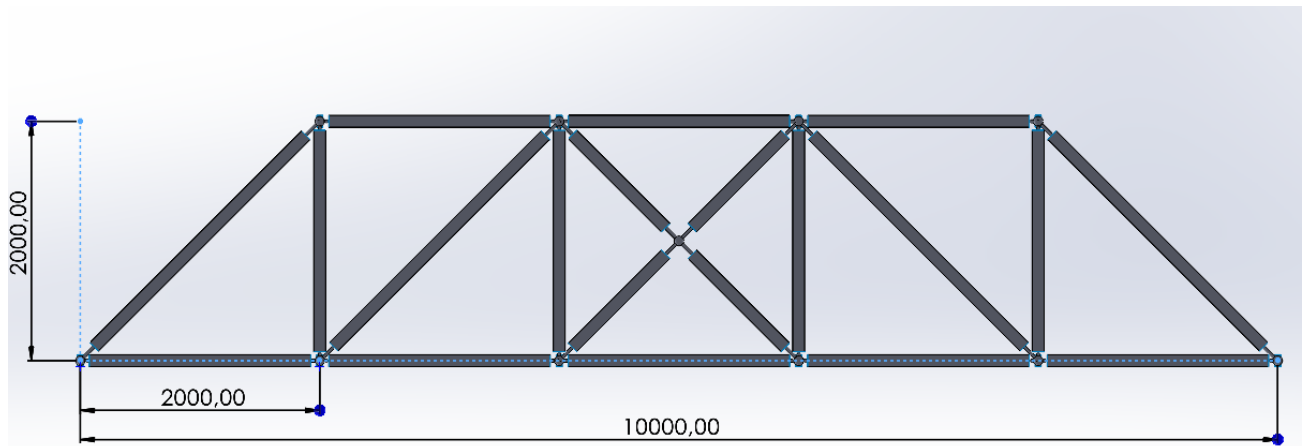
Όπως περιγράφηκε και στην Ενότητα 1.3, ο σκοπός της εργασίας είναι να εκπαιδευτούν νευρωνικά δίκτυα τα οποία θα μπορούν να αποφανθούν για την κατάσταση υγείας μίας κατασκευής, εκπαιδευμένα υπό στατικές φορτίσεις στη μία περίπτωση και δυναμικές διεγέρσεις στην άλλη, και να γίνει σύγκριση μεταξύ τους, ως προς τον βαθμό επιτυχίας τους. Για την διαδικασία της εξαγωγής των δεδομένων εκπαίδευσης (data generation), δημιουργήθηκαν κατάλληλα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων με κώδικες που αναπτύχθηκαν στο MATLAB. Έπειτα, για αυτά τα εκπαιδευμένα νευρωνικά δίκτυα θα πρέπει να γίνει η εκτίμηση της αποτελεσματικότητας τους, βάσει της αντίστοιχης πειραματικής διάταξης. Εφόσον δεν έχουμε την δυνατότητα να έχουμε στην διάθεση μας μία τέτοια κατασκευή (λόγω περιορισμένων πόρων και χρόνου), αντικαθιστούμε την πειραματική διάταξη με προσομοιώσεις που διεξάγονται σε εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, και συγκεκριμένα στο λογισμικό ANSA της BETA CAE Systems S.A. Έτσι, όταν αναφερόμαστε στο “**απλό μοντέλο**” εννοούμε την μοντελοποίηση που έχει γίνει στο MATLAB, και είναι υπεύθυνο για την παραγωγή των δεδομένων εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων. Ενώ, όταν αναφερόμαστε στο “**πραγματικό μοντέλο**”, υπονοούμε την πειραματική διάταξη που αντικαθίσταται από προσομοιώσεις, και υπό την βάση του οποίου θα γίνει ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας των νευρωνικών δικτύων.

Επομένως, στο παρόν κεφάλαιο της εργασίας θα γίνει παρουσίαση των διαδικασιών που ακολουθήθηκαν για την δημιουργία του απλού μοντέλου σε πρώτο επίπεδο, και αμέσως μετά για το πραγματικό μοντέλο. Τέλος, θα διεξαχθούν ιδιομορφικές αναλύσεις και για τις δύο παραπάνω μοντελοποιήσεις, από όπου θα προκύψουν συμπεράσματα σχετικά με τις αποκλίσεις που φανερώνονται μεταξύ των δύο μοντέλων, σαν ένα μέτρο της εκτίμησης του model error που υφίσταται.

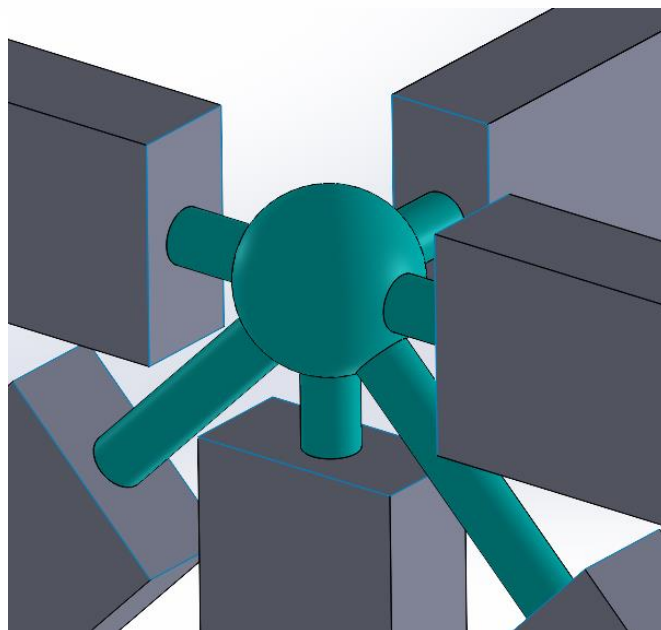
Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζεται η ιδεατή πειραματική διάταξη που αποτελεί ένα χωροδικτύωμα, και στην συγκεκριμένη περίπτωση μία γέφυρα, σχεδιασμένη στο CAD λογισμικό της Solidworks, την οποία και καλούμαστε να μοντελοποιήσουμε, ακολουθώντας τις διαδικασίες που θα αναλυθούν στις επόμενες δύο ενότητες.



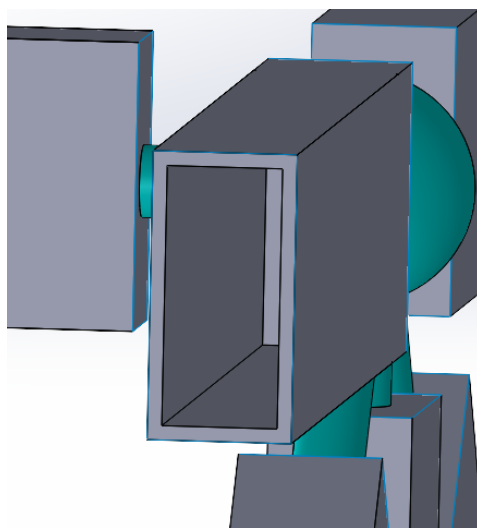
Εικόνα 3.1: Ισομετρική απεικόνιση της ιδεατής πειραματικής κατασκευής



Εικόνα 3.2: Πλάγια όψη της ιδεατής πειραματικής κατασκευής



Εικόνα 3.3: Λεπτομέρεια σφαιρικής σύνδεσης των φορέων



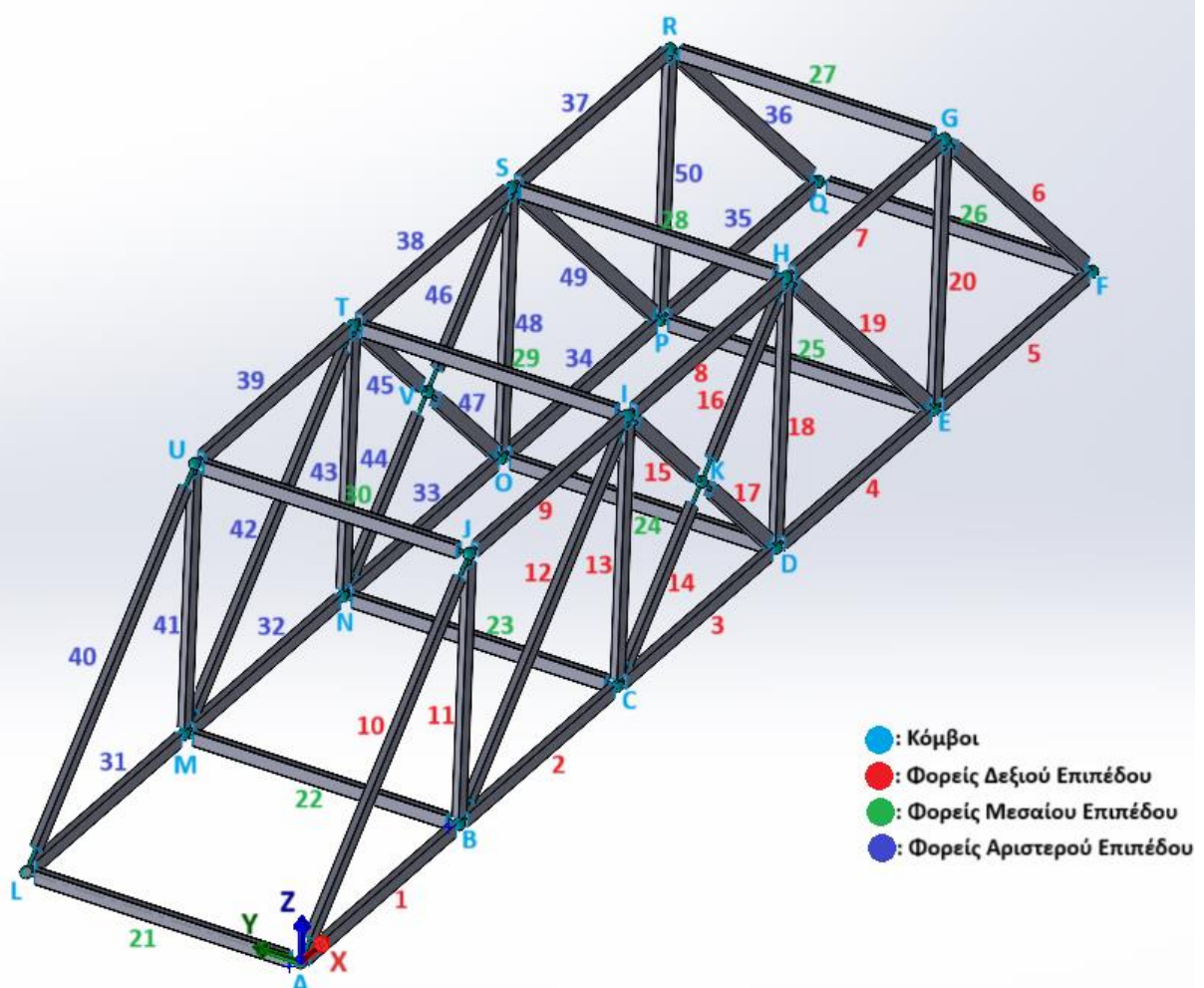
Εικόνα 3.6: Φορέας σε τομή

### 3.1 Δημιουργία Απλού Μοντέλου

Η παραπάνω γέφυρα που καλούμαστε να μοντελοποιήσουμε, συγκροτεί ένα χωροδικτύωμα. Ένα δικτύωμα (στο επίπεδο) ή ένα χωροδικτύωμα (στο χώρο), δημιουργούνται από την συνένωση ευθύγραμμων μελών σε κόμβους, οι οποίοι βρίσκονται στα άκρα κάθε μέλους. Τα επιμέρους μέλη του χωροδικτύωματος είναι μέλη δύο δυνάμεων, δηλαδή μέλη που καταπονούνται από δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις, με διευθυντικότητα κατά μήκος του άξονα τους. Επομένως, κάθε μέλος επιβαρύνεται από μία μόνο αξονική φόρτιση.

Για την δημιουργία του απλού μοντέλου, επιλέχθηκαν να χρησιμοποιηθούν μονοδιάστατα αξονικά πεπερασμένα στοιχεία ράβδου. Η μοντελοποίηση κατέστη δυνατή αξιοποιώντας την θεωρία που παρατέθηκε στην Ενότητα 2.2.3, και δημιουργήθηκαν κατάλληλες προγραμματιστικές ρουτίνες στο MATLAB, που επιτρέπουν την εύρεση της απόκρισης της κατασκευής, τόσο υπό στατικά φορτία, όσο και υπό δυναμικές διεγέρσεις (στατικό και δυναμικό πρόβλημα αντίστοιχα).

Η μοντελοποίηση της κατασκευής ξεκινά με την κατάλληλη αρίθμηση και ονοματολογία των φορέων και των κόμβων αντίστοιχα. Παρακάτω παρατίθεται η Εικόνα 3.1.1 που απεικονίζει την προαναφερθείσα αρίθμηση και ονοματολογία.



Εικόνα 3.1.1: Αρίθμηση φορέων και κόμβων της γέφυρας

Τα παραπάνω δεδομένα θα πρέπει να διευθετηθούν σε μία κατάλληλη μορφή, όπου θα είναι εύκολα διαχειρίσιμα από τους κώδικες πεπερασμένων στοιχείων που θα υλοποιηθούν. Έτσι, δημιουργούνται δύο αρχεία κειμένου (.txt) που περιέχουν πληροφορία σχετικά με την αρίθμηση και την διευθέτηση των κόμβων στο χώρο, καθώς και για την συνδεσιμότητα μεταξύ των φορέων και των κόμβων. Τα δύο αυτά αρχεία περιέχουν τους δύο πίνακες που παρατίθενται παρακάτω.

ΡΑΒΔΟΣ	ΣΥΝΔΕΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΟΜΒΩΝ
1-AB	1 2
2-BC	2 3
3-CD	3 4
4-DE	4 5
5-EF	5 6
6-FG	6 7
7-GH	7 8
8-HI	8 9
9-IJ	9 10
10-JA	10 1
11-BJ	2 10
12-BI	2 9
13-CI	3 9
14-CK	3 11
15-IK	9 11
16-HK	8 11
17-DK	4 11
18-DH	4 8
19-EH	5 8
20-EG	5 7
21-AL	1 12
22-BM	2 13
23-CN	3 14
24-DO	4 15
25-EP	5 16
26-FQ	6 17
27-GR	7 18
28-HS	8 19
29-IT	9 20
30-JU	10 21
31-LM	12 13
32-MN	13 14
33-NO	14 15
34-OP	15 16
35-PQ	16 17
36-QR	17 18
37-RS	18 19
38-ST	19 20
39-TU	20 21
40-UL	21 12
41-MU	13 21
42-MT	13 20
43-NT	14 20
44-NV	14 22
45-TV	20 22
46-SV	19 22
47-OV	15 22
48-OS	15 19
49-PS	16 19
50-PR	16 18
Elements_List.txt	

ΚΟΜΒΟΣ	X	Y	Z
1-A	0	0	0
2-B	2000	0	0
3-C	4000	0	0
4-D	6000	0	0
5-E	8000	0	0
6-F	10000	0	0
7-G	8000	0	2000
8-H	6000	0	2000
9-I	4000	0	2000
10-J	2000	0	2000
11-K	5000	0	1000
12-L	0	2000	0
13-M	2000	2000	0
14-N	4000	2000	0
15-O	6000	2000	0
16-P	8000	2000	0
17-Q	10000	2000	0
18-R	8000	2000	2000
19-S	6000	2000	2000
20-T	4000	2000	2000
21-U	2000	2000	2000
22-V	5000	2000	1000
Nodes_List.txt			

## Συνοριακές Συνθήκες

Η γέφυρα στηρίζεται στους κόμβους A, F, L και Q, όπου δεσμεύονται οι βαθμοί ελευθερίας τους ως προς τους άξονες X, Y και Z. Η απαγόρευση της περιστροφής ως προς τους τρεις άξονες δεν έχει νόημα, καθώς η κατασκευή αποτελεί ένα χωροδικτύωμα που μοντελοποιείται με αξονικά στοιχεία ράβδου, και άρα οι φορείς του δεν μπορούν να παραλάβουν καμπτικές και στρεπτικές ροπές. Είναι σημαντικό να τονιστεί πως οι μετακινήσεις όλων των κόμβων στην Y διεύθυνση περιορίζονται. Αυτό είναι απαραίτητο καθώς, εάν δεν δεσμευόντουσαν αυτές οι μετακινήσεις, το μοντέλο δεν θα ήταν στατικά ορισμένο. Εκτελώντας μία ιδιομορφική ανάλυση της κατασκευής, χωρίς τον περιορισμό των Y διευθύνσεων, προκύπτουν δύο ιδιομορφές στερεού σώματος. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο είναι στατικά αόριστο και λειτουργεί σαν μηχανισμός. Για την επίλυση αυτού του ζητήματος υπήρχαν δύο επιλογές, είτε να προσθέταμε εγκάρσια μέλη στην κατασκευή για μεταφορά της τέμνουσας (τότε θα χάνονταν η έννοια της ως γέφυρα), είτε να περιορίζαμε τις μετακινήσεις στην εγκάρσια διεύθυνση, όπως και κάναμε.

### 3.1.1 Στατικό Πρόβλημα Απλού Μοντέλου

Ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται παρακάτω αποτελεί την βάση της παραγωγής των δεδομένων εκπαίδευσης από στατικές αναλύσεις, που χρησιμοποιούνται στα αντίστοιχα νευρωνικά δίκτυα για την εκμάθηση τους, και που θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια. Ο αλγόριθμος αυτός καθορίζει μία γενική δομή κώδικα που θα ακολουθηθεί, όπου σε κάθε περίπτωση θα πρέπει να ορίζεται κατάλληλα η κατάσταση υγείας της κατασκευής (health state), αλλά και οι ετικέτες (labels) που την περιγράφουν.

#### **Αλγόριθμος Στατικών Αναλύσεων Απλού Μοντέλου**

%Είσοδος: Αριθμός αναλύσεων (n) και εισαγωγή του πίνακα ορισμού των φορτίσεων

%Έξοδος: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα n αναλύσεων σε μορφή πίνακα με τις αντίστοιχες ετικέτες

1. for i = 1 : n
2. Όρισε τις ιδιότητες E, ρ, A
3. Όρισε την γεωμετρία g εισάγοντας τα αρχεία Nodes-List.txt και Elements-List.txt
4. Όρισε την κατάσταση υγείας και τις αντίστοιχες ετικέτες
5. Δημιούργησε το μητρώο στιβαρότητας:  $K=K(E,g)$
6. Όρισε το διάνυσμα των φορτίσεων από τον πίνακα τυχαίων φορτίσεων:  $\underline{F}$
7. Όρισε τις συνοριακές συνθήκες
8. Λύσε την εξίσωση:  $\underline{U} = K \setminus \underline{F}$
9. Υπολόγισε τις τάσεις κάθε στοιχείου
10. Κανονικοποίησε τα αποτελέσματα μετακινήσεων και τάσεων
11. end
- 12.
13. Γράψε τα κανονικοποιημένα αποτελέσματα υπό πινακοποιημένη μορφή, σε αρχείο .csv

Ο πίνακας ορισμού των στατικών φορτίσεων είναι ένα αρχείο κειμένου που αποτελείται από n γραμμές (όσος είναι και ο αριθμός των αναλύσεων) και κάθε γραμμή του έχει την παρακάτω μορφή:

[τυχαίος κόμβος 1, Fx, Fz, τυχαίος κόμβος 2, Fx, Fz]



Δηλαδή, σε κάθε ανάλυση επιλέγονται δύο τυχαίοι κόμβοι, όπου σε αυτούς ασκούνται δυνάμεις κατά την X και Z διεύθυνση, που έχουν τυχαίο μέτρο. Προφανώς, αποφεύγεται σε μία ανάλυση οι δύο τυχαίοι κόμβοι να είναι οι ίδιοι, καθώς επίσης δεν επιτρέπεται και να ασκούνται φορτίσεις στις πακτώσεις.

Η κανονικοποίηση των αποτελεσμάτων των μετακινήσεων γίνεται, διαιρώντας σε κάθε επιμέρους ανάλυση τις τιμές των μετακινήσεων όλων των κόμβων (στις διευθύνσεις X και Z), προς την μέγιστη απόλυτη τιμή της μετακίνησης που εμφανίζει ένας από αυτούς. Κατά αντιστοιχία, οι τάσεις όλων των φορέων κανονικοποιούνται ως προς την μέγιστη απόλυτη τάση που εμφανίζεται σε έναν από αυτούς. Έτσι, όλες οι τάσεις και οι μετακινήσεις βρίσκονται σε ένα διάστημα τιμών από -1 έως 1.

Έχοντας εκτελεστεί ο παραπάνω κώδικας προκύπτουν τα κανονικοποιημένα αποτελέσματα των αναλύσεων στην μορφή που απεικονίζονται στην Εικόνα 3.1.1.1, και αποθηκεύονται σε αρχείο .csv.



Εικόνα 3.1.1.1: Αποτελέσματα στατικών αναλύσεων

### 3.1.2 Δυναμικό Πρόβλημα Απλού Μοντέλου

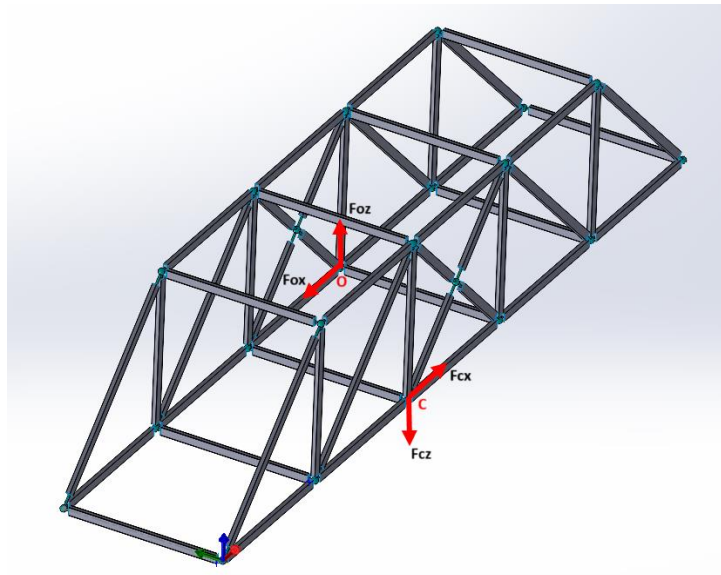
Παρακάτω παρουσιάζεται η δομή του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή όλων των δεδομένων εκπαίδευσης, που αφορούν σε νευρωνικά δίκτυα εκπαιδευμένα με δεδομένα από δυναμικές αναλύσεις.

Αλγόριθμος Δυναμικών Αναλύσεων Απλού Μοντέλου
%Είσοδος: Αριθμός αναλύσεων (n) και εισαγωγή του πίνακα ορισμού των διεγέρσεων %Εξοδος: Κανονικοποιημένες ιστορίες μετατόπισης των “αισθητήρων”, για n αναλύσεις
1. for i = 1 : n
2. Όρισε τις ιδιότητες E, ρ, A, ζ
3. Όρισε την γεωμετρία g εισάγοντας τα αρχεία Nodes-List.txt και Elements-List.txt
4. Όρισε την κατάσταση υγείας και τις αντίστοιχες ετικέτες
5. Δημιούργησε το μητρώο στιβαρότητας: $K=K(E,g)$
6. Δημιούργησε το μητρώο μάζας: M
7. Εφάρμοσε τις συνοριακές συνθήκες
8. Βρες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές λύνοντας το ιδιοπρόβλημα: $(K - \omega^2 \cdot M) \cdot \hat{x} = 0$
9. Όρισε τον πίνακα της απόσβεσης: C
10. Όρισε τον χρόνο της ανάλυσης t και το χρονικό βήμα
11. Κατασκεύασε το διάνυσμα των διεγέρσεων: $f(t)$
12. Λύσε το σετ των εξισώσεων: $M \cdot \ddot{x} + C \cdot \dot{x} + K \cdot x = f(t)$

13. end

14. Κανονικοποίησε τα αποτελέσματα των αποκρίσεων των αισθητήρων και αποθήκευσε τα σε αρχείο .csv

Σε αντίθεση με το στατικό πρόβλημα που είδαμε προηγουμένως (όπου οι φορτίσεις ασκούνταν σε τυχαία επιλεγμένους κόμβους σε κάθε ανάλυση), στην περίπτωση του δυναμικού προβλήματος, επιλέγουμε σταθερά δύο κόμβους στους οποίους θα ασκούνται οι διεγέρσεις. Πιο συγκεκριμένα, αυτοί οι κόμβοι είναι, ο κόμβος C και ο κόμβος O. Οι διεγέρσεις αυτές ασκούνται και στις δύο διευθύνσεις (X και Z) και για τους δύο κόμβους αντίστοιχα. Στην Εικόνα 3.1.2.1 παρακάτω παριστάνονται σχηματικά οι διεγέρσεις.



Εικόνα 3.1.2.1: Απεικόνιση θέσεων διεγέρσεων

Οι διεγέρσεις αυτές ορίζονται ως άθροισμα αρμονικών διεγέρσεων και δίνονται από τις παρακάτω εκφράσεις:

$$F_{cx}(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \dots + A_{10} \cdot \cos(\omega_{10} \cdot t)$$

$$F_{cz}(t) = -(A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \dots + A_{10} \cdot \cos(\omega_{10} \cdot t))$$

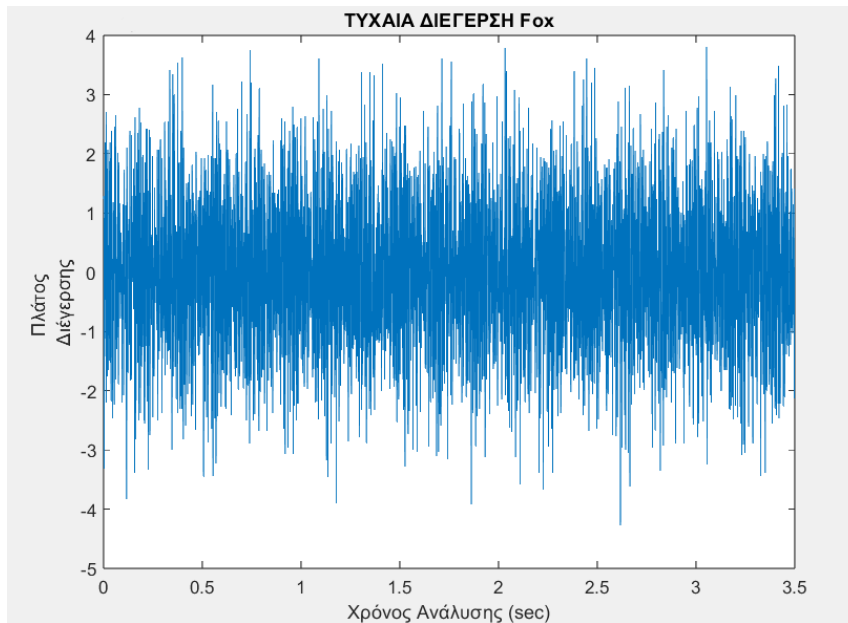
$$F_{ox}(t) = -(A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \dots + A_{10} \cdot \cos(\omega_{10} \cdot t))$$

$$F_{oz}(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \dots + A_{10} \cdot \cos(\omega_{10} \cdot t)$$

Όπου:  $A_1$  έως  $A_{10}$  τυχαία πλάτη διεγερσης και  $\omega_1$  έως  $\omega_{10}$  οι δέκα πρώτες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου.

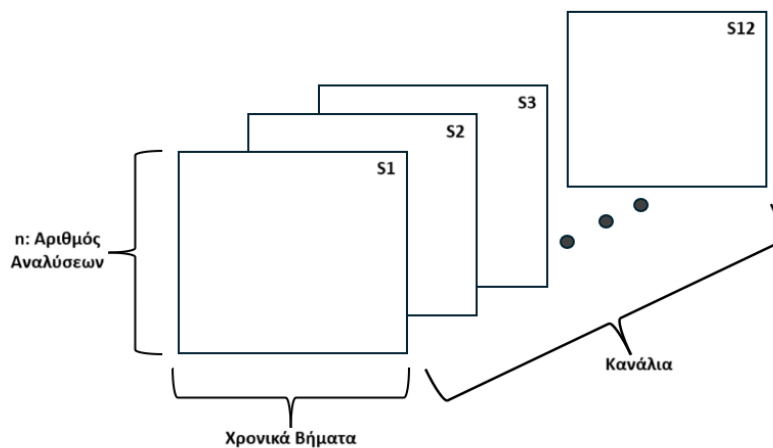
Με αυτόν τον τρόπο θα διεγερθούν οι δέκα πρώτες ιδιομορφές της κατασκευής.

Ο πίνακας ορισμού των διεγέρσεων που εισάγεται στον αλγόριθμο αποτελεί ένα αρχείο κειμένου, η γραμμών (όσες και ο αριθμός των αναλύσεων), όπου σε κάθε μία του γραμμή περιέχει τα δέκα τυχαία πλάτη των διεγέρσεων και τις δέκα πρώτες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου.



Εικόνα 3.1.2.2: Ενδεικτικό παράδειγμα διέγερσης

Ως “αισθητήρες” ορίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας των κόμβων για τους οποίους θα καταγράφονται οι χρονοϊστορίες των μετακινήσεων τους σε κάθε ανάλυση. Επιλέγονται 6 κόμβοι της κατασκευής, οι οποίοι είναι, οι B, D, G, N, R και U. Δηλαδή, συνολικά προκύπτουν 12 κανάλια (2 αισθητήρες για κάθε κόμβο, στις X και Z διευθύνσεις αντίστοιχα), από όπου θα λαμβάνουμε πληροφορία για την απόκριση της κατασκευής. Για κάθε ένα κανάλι δημιουργείται ένας πίνακας, διαστάσεων  $n$ -γραμμών επί  $t$ -στηλών, όπου σε κάθε γραμμή του αποθηκεύεται η απόκριση στην εκάστοτε ανάλυση. Εφόσον έχουν ολοκληρωθεί όλες οι αναλύσεις, οι τιμές των αποκρίσεων κάθε ενός πίνακα κανονικοποιούνται ως προς την μέγιστη απόλυτη τιμή που εμφανίζεται στο κάθε κανάλι, και άρα προκύπτουν 12 κανονικοποιημένοι πίνακες που περιέχουν τις αποκρίσεις των αισθητήρων των  $n$  αναλύσεων. Αυτός ο διαχωρισμός των αποτελεσμάτων σε επιμέρους κανάλια είναι απαραίτητος, καθώς τα δεδομένα αυτά προορίζονται για την εκπαίδευση μονοδιάστατων συνελκτικών δικτύων (1D CNNs), που επί της ουσίας απαιτούν αυτή την μορφή στα δεδομένα εισόδου.

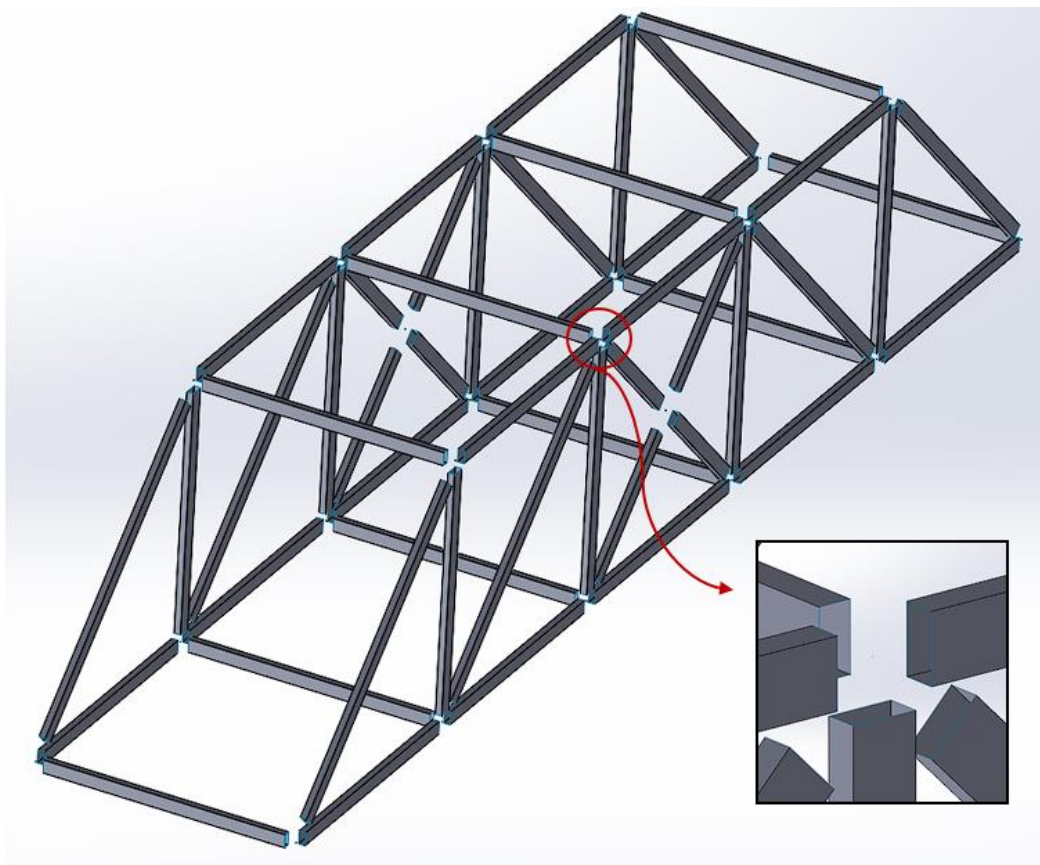


Εικόνα 3.1.2.3: Σχηματική αναπαράσταση καναλιών

### 3.2 Δημιουργία Πραγματικού Μοντέλου

Είναι γνωστό ότι όλες οι πραγματικές κατασκευές μπορούν να παραλάβουν όλων των ειδών τις φορτίσεις, υπό την προϋπόθεση να παρουσιάζουν τις κατάλληλες συντοριακές συνθήκες. Για την περιγραφή του πραγματικού μοντέλου στο ANSA επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθούν δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους (shell elements), καθώς αυτά, πέρα από αξονικές φορτίσεις μπορούν να παραλάβουν εγκάρσιες, αλλά και καμπτικές, προσδίδοντας έτσι στο μοντέλο μεγαλύτερη συνάφεια με την πραγματικότητα (σε σχέση με το απλό μοντέλο). Επίσης, οι φορείς της γέφυρας παρουσιάζουν γεωμετρία κοίλης δοκού, με αρκετά μικρό πάχος σε σχέση με τις άλλες δύο διαστάσεις, με αποτέλεσμα τα στοιχεία κελύφους να είναι κατάλληλα για την περιγραφή τους. Έτσι, η διαδικασία μοντελοποίησης της γεωμετρίας στο ANSA με στοιχεία κελύφους περιγράφεται βήμα-βήμα στη συνέχεια.

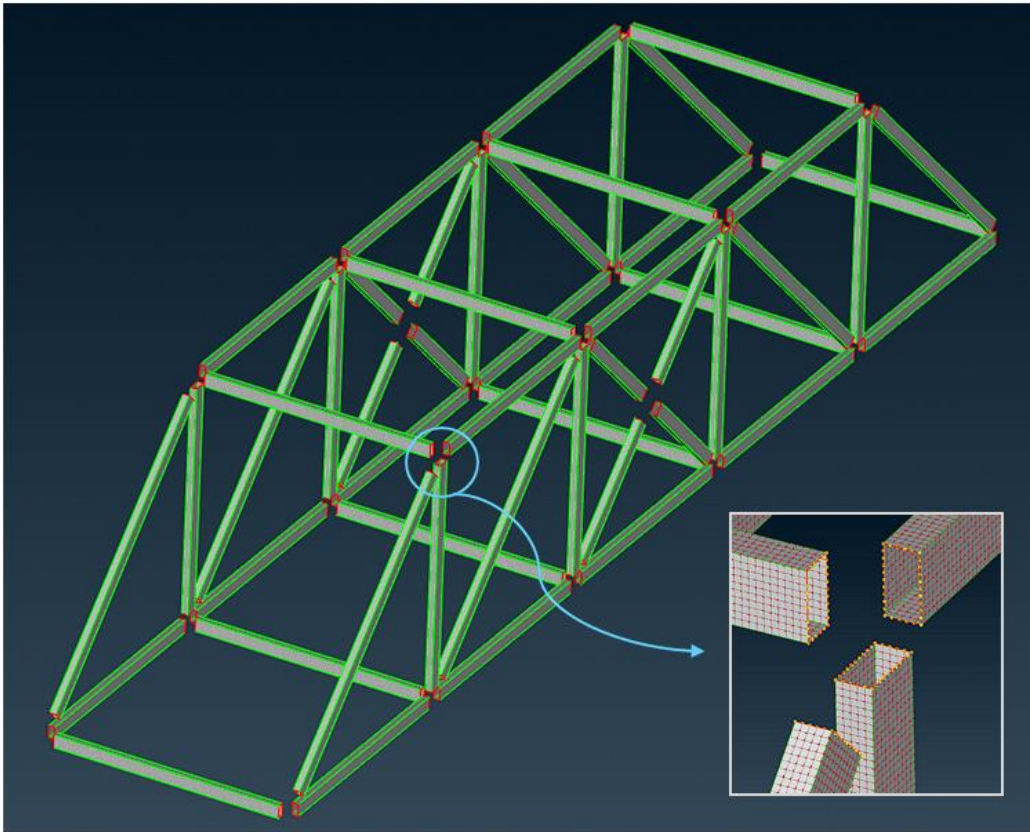
Αρχικά, η γεωμετρία σχεδιάζεται στο Solidworks υπό την μορφή επιφανειών, χρησιμοποιώντας εντολές surface, διατηρώντας μόνο την μέση επιφάνεια των φορέων. Κρατείται μόνο η μέση επιφάνεια, καθώς τα στοιχεία κελύφους προσδιορίζονται από ένα πάχος  $t$  το οποίο ισομοιράζουν πάνω και κάτω από αυτήν, με αποτέλεσμα να περιγράφουν επαρκώς την πραγματική γεωμετρία. Στην παρακάτω Εικόνα 3.2.1, παρουσιάζεται η γεωμετρία σχεδιασμένη ως ένα σύνολο επιφανειών. Επίσης, είναι φανερό πως οι συνδέσεις των φορέων δεν έχουν εισαχθεί στην γεωμετρία με κάποιο τρόπο σε αυτό το σημείο, και θα γίνει λόγος για αυτές εν συνεχεία.



Εικόνα 3.2.1: Γεωμετρία σχεδιασμένη με εντολές surface

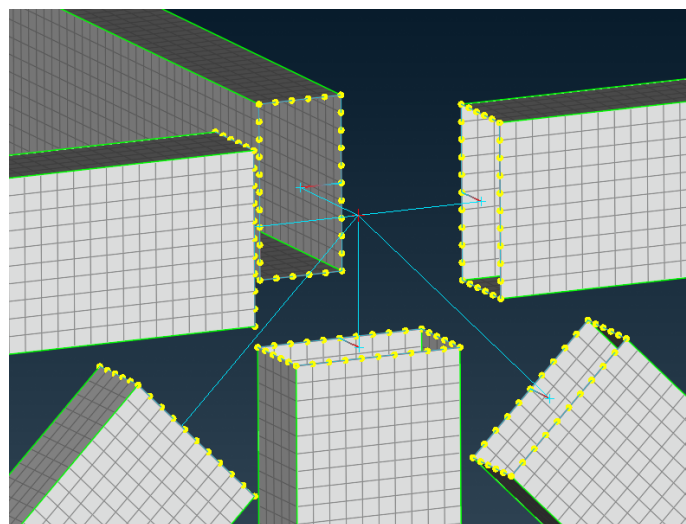
Η διαδικασία της διακριτοποίησης της γεωμετρίας με χρήση στοιχείων κελύφους, απαιτεί μία επιφάνεια πάνω στην οποία θα “πατήσει” το πλέγμα και θα την χωρίσει σε κελιά. Έτσι, η παραπάνω εργασία έγινε προκειμένου να εξάγουμε την σχεδιασμένη γεωμετρία υπό την μορφή .step αρχείου, ώστε να εισαχθεί κατά αυτόν τον τρόπο στο ANSA, και να είναι ευκολότερη η διακριτοποίηση της. Στήνοντας την

ανάλυση ως μοντέλο Nastran, επιλέγονται τα στοιχεία PSHELL. Τελικώς, η διακριτοποιημένη γεωμετρία με την χρήση των PSHELL elements, παίρνει την παρακάτω μορφή.



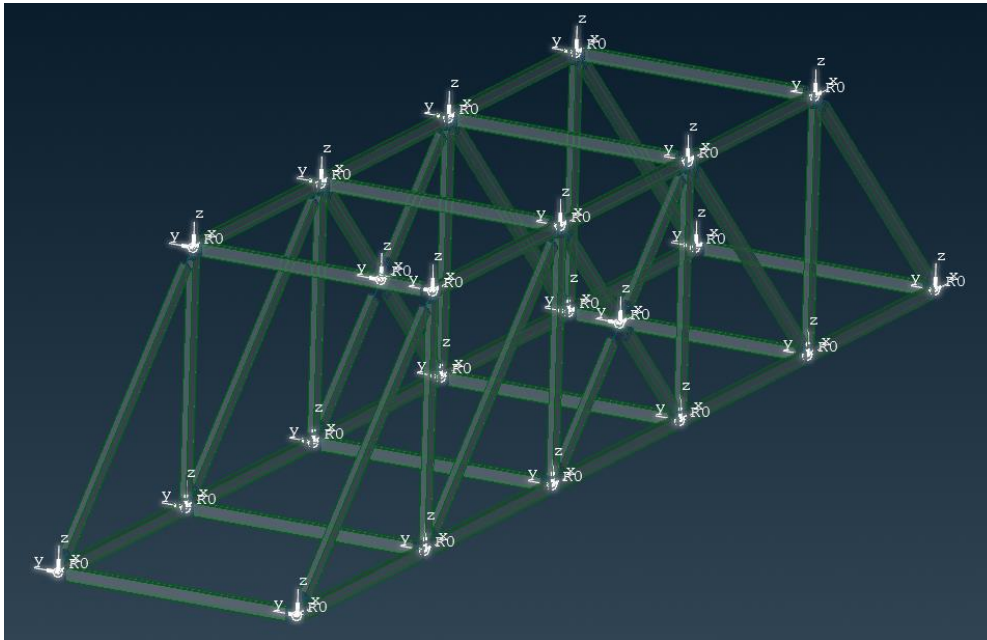
Εικόνα 3.2.2: Διακριτοποιημένη γεωμετρία γέφυρας

Για την περιγραφή των συνδέσεων των φορέων στους κόμβους (μοντελοποίηση των σφαιρικών συνδέσεων) χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία στερεού σώματος RBE2 (Rigid Body Elements), τα οποία συνδέονται στους φορείς με τον τρόπο που απεικονίζεται στην κάτωθι Εικόνα 3.2.3.



Εικόνα 3.2.3: Λεπτομέρεια σύνδεσης κόμβων με χρήση RBE2

Το επόμενο βήμα στην μοντελοποίηση είναι να τεθούν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Όπως επεξηγήθηκε και νωρίτερα στο απλό μοντέλο, οι κόμβοι A, F, L και Q πακτώνονται (εδώ πακτώνονται και οι έξι βαθμοί ελευθερίας), και περιορίζονται οι μετακινήσεις όλων των κόμβων στην Y διεύθυνση (για να υπάρχει συσχέτιση με το απλό μοντέλο). Χρησιμοποιώντας την εντολή SPC1, ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες στο μοντέλο.



Εικόνα 3.2.4: Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών

### 3.2.1 Στατικό Πρόβλημα Πραγματικού Μοντέλου

Για την εξακρίβωση της αποτελεσματικότητας των νευρωνικών δικτύων, που θα εκπαιδευτούν με δεδομένα στατικών αναλύσεων από το απλό μοντέλο, θα πρέπει να παραχθούν τα αντίστοιχα δεδομένα με βάση το πραγματικό μοντέλο. Αφού έγιναν προηγουμένως τα βήματα της διακριτοποίησης και της προετοιμασίας του μοντέλου στο ANSA, θα πρέπει να στηθούν στατικές αναλύσεις (SOL 101), από όπου θα προκύψουν τα απαιτούμενα δεδομένα. Καθώς οι διαδικασίες του στησίματος των αναλύσεων και της κατάλληλης συλλογής των δεδομένων στην μορφή που απαιτούνται, είναι αρκετά χρονοβόρες, δημιουργήθηκε κατάλληλος κώδικας στο MATLAB που επιτρέπει την αυτόματη διεξαγωγή αυτών των αναλύσεων και παράλληλα την διαχείριση των αποτελεσμάτων. Παρακάτω παρατίθεται ο αλγόριθμος που καθορίζει τα βήματα που ακολουθήθηκαν για να επιτευχθεί αυτό.

#### Αλγόριθμος Αυτοματοποίησης Στατικών Αναλύσεων Πραγματικού Μοντέλου (SOL 101)

```
%Είσοδος: Αριθμός αναλύσεων (n), εισαγωγή του αρχείου pragmatiko_statiko_modelo.nas και
%εισαγωγή του πίνακα τυχαίων φορτίσεων
%Εξοδος: Κανονικοποιημένα αποτελέσματα n αναλύσεων σε μορφή πίνακα με τις αντίστοιχες ετικέτες
1. for i = 1 : n
2.   Δημιούργησε το αρχείο Forces.bdf (περιέχει τις φορτίσεις σε κάθε ανάλυση) με βάση τον πίνακα
3.   τυχαίων φορτίσεων
4.   Όρισε την κατάσταση υγείας και τις αντίστοιχες ετικέτες
```

5. Δημιούργησε το αρχείο Materials.bdf που περιέχει πληροφορία για τις ιδιότητες των στοιχείων
6. Κάλυψε τον επιλύτη και λύσε το πρόβλημα: Epilysis (pragmatiko\_statiko\_modelo.nas)
7. Από το αρχείο pragmatiko\_statiko\_modelo.hdf5 πάρε τα αποτελέσματα των τάσεων και των μετακινήσεων
8. μετακινήσεων
9. Κανονικοποίησε τα αποτελέσματα τάσεων και μετακινήσεων
10. end
- 11.
12. Γράψε τα κανονικοποιημένα αποτελέσματα υπό πινακοποιημένη μορφή, σε αρχείο .csv

Να τονιστεί ότι, για να μπορέσουν να καταγραφούν τα αποτελέσματα των τάσεων στους φορείς της γέφυρας, ορίστηκε ένα SET στο HEADER της ανάλυσης που αποτελούνταν από επιλεγμένα στοιχεία σε κάθε έναν φορέα, από όπου και καταγράφονταν οι αξονικές-ορθές τάσεις τους. Έτσι, τα αποτελέσματα των τάσεων καθώς και οι μετακινήσεις όλων των κόμβων καταγράφονταν στο αρχείο pragmatiko\_statiko\_modelo.hdf5, μετά το πέρας της εκάστοτε ανάλυσης, με την χρήση της παραμέτρου MDLPRM, HDF5, 1 στο HEADER.

Τέλος, τα κανονικοποιημένα δεδομένα των  $n$  αναλύσεων διευθετούνται σε μορφή πίνακα και καταγράφονται σε αρχείο .csv, όπως ακριβώς περιγράφηκε και στο αντίστοιχο στατικό πρόβλημα του απλού μοντέλου στην Ενότητα 3.1.1.

### 3.2.2 Δυναμικό Πρόβλημα Πραγματικού Μοντέλου

Όσον αφορά το δυναμικό πρόβλημα του πραγματικού μοντέλου, θα πρέπει να διεξαχθούν δυναμικές αναλύσεις στο πεδίο του χρόνου (SOL 112) για την παραγωγή των δεδομένων ελέγχου των αντίστοιχων νευρωνικών δικτύων. Για τους ίδιους λόγους που αναφέρθηκαν στην ενότητα 3.2.2 του στατικού προβλήματος, δημιουργείται κώδικας στο MATLAB που επιτρέπει την αυτοματοποίηση της διαδικασίας των δυναμικών αναλύσεων στο ANSA, και η δομή του αλγορίθμου που ακολουθήθηκε παρουσιάζεται παρακάτω.

#### Αλγόριθμος Αυτοματοποίησης Δυναμικών Αναλύσεων Πραγματικού Μοντέλου (SOL 112)

- ```
%Είσοδος: Αριθμός αναλύσεων (n), εισαγωγή του αρχείου pragmatiko_dynamiko_modelo.nas και
%εισαγωγή του πίνακα ορισμού των διεγέρσεων
%Εξοδος: Κανονικοποιημένες χρονοϊστορίες μετατόπισης των “αισθητήρων”, για n αναλύσεις
```
1. for i = 1 : n
  2. Δημιούργησε τα αρχεία Excitation.bdf (περιέχει την χρονοϊστορία της διέγερσης υπό μορφή
  3. πίνακα) για κάθε μία από τις τέσσερις διεγέρσεις Fcx,Fcz,Fox,Foz
  4. Όρισε την κατάσταση υγείας και τις αντίστοιχες ετικέτες
  5. Δημιούργησε το αρχείο Materials.bdf που περιέχει πληροφορία για τις ιδιότητες των στοιχείων
  6. Κάλυψε τον επιλύτη και λύσε το πρόβλημα: Epilysis (pragmatiko\_dynamiko\_modelo.nas)
  7. Από το αρχείο pragmatiko\_dynamiko\_modelo.hdf5 πάρε τα αποτελέσματα των μετακινήσεων
  8. από το SET των αισθητήρων
  9. end
  - 10.
  11. Κανονικοποίησε τα αποτελέσματα των αποκρίσεων των αισθητήρων και αποθήκευσε τα σε
  12. αρχεία .csv

Οι αισθητήρες ορίζονται σε ένα SET όπου συμπεριλαμβάνονται στο HEADER της ανάλυσης, όπως και στο στατικό πρόβλημα του πραγματικού μοντέλου.

Τέλος, τα κανονικοποιημένα δεδομένα των αναλύσεων αποθηκεύονται με κατάλληλο τρόπο, σε αντιστοιχία με το δυναμικό πρόβλημα του απλού μοντέλου.

### 3.3 Σύγκριση Ιδιομορφικών Αναλύσεων Απλού και Πραγματικού Μοντέλου

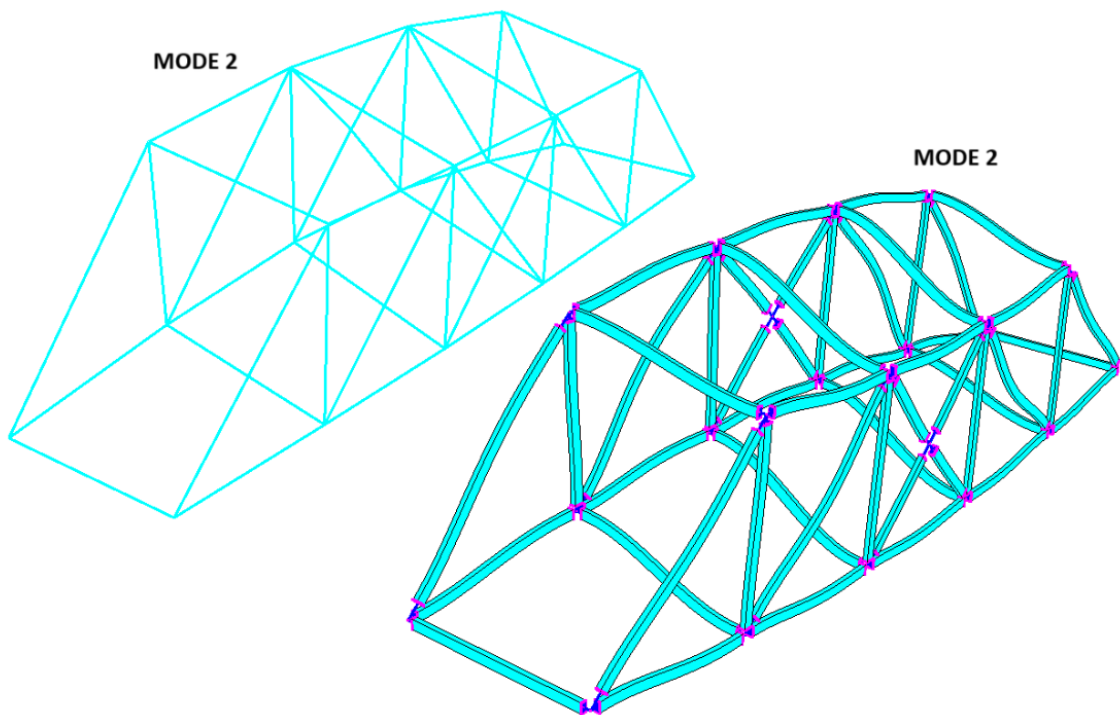
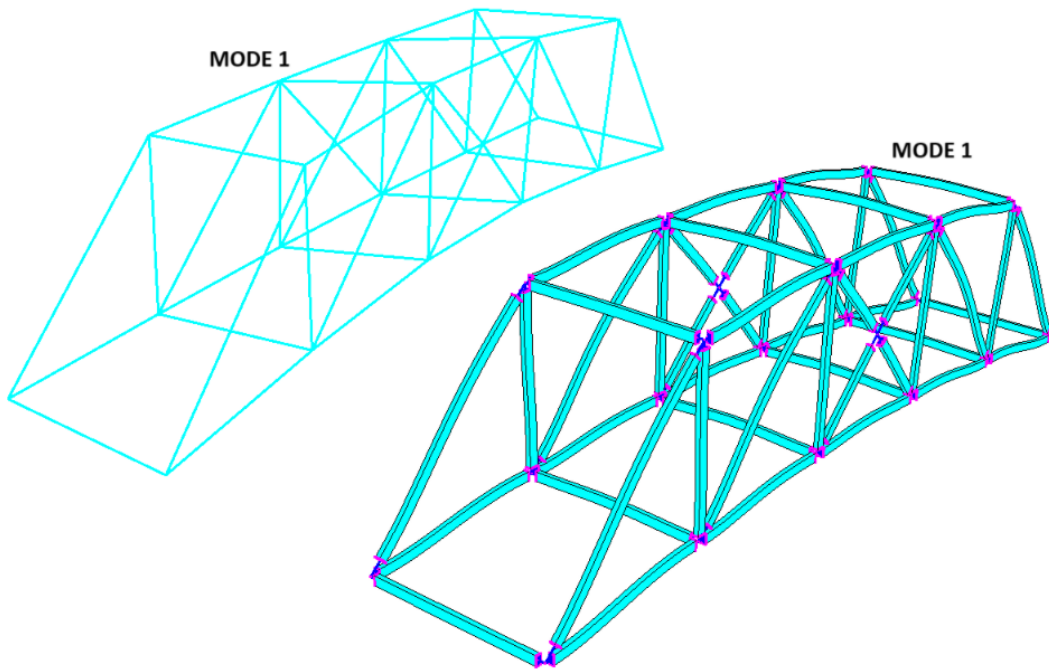
Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να γίνει μία εκτίμηση σχετικά με τις αποκλίσεις που εμφανίζουν οι δύο μοντελοποιήσεις, εφόσον αυτές παρουσιάζουν εγγενείς διαφορές μεταξύ τους, με το απλό μοντέλο να προσεγγίζεται με μονοδιάστατα στοιχεία ράβδου, και το πραγματικό με στοιχεία κελύφους, όπως είδαμε στις προηγούμενες δύο ενότητες. Ένα μέτρο σύγκρισης που μπορεί να μας δώσει κάποια συμπεράσματα σχετικά με το model error που υφίσταται, είναι η ιδιομορφική ανάλυση, και πιο συγκεκριμένα, οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων και ο βαθμός συσχέτισης των ιδιομορφών.

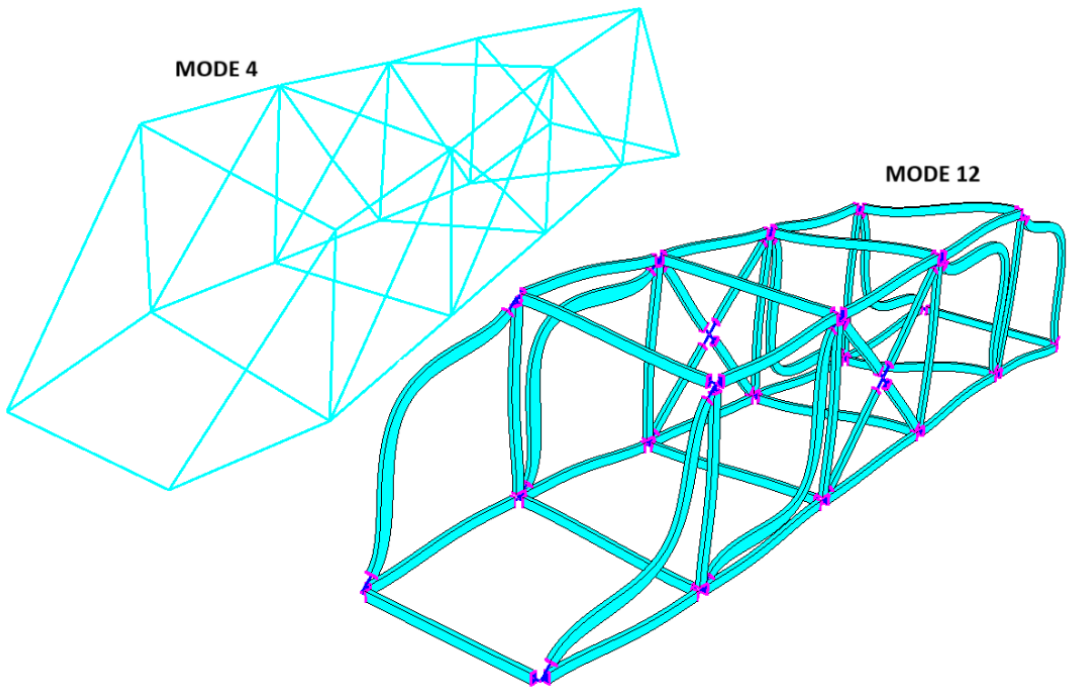
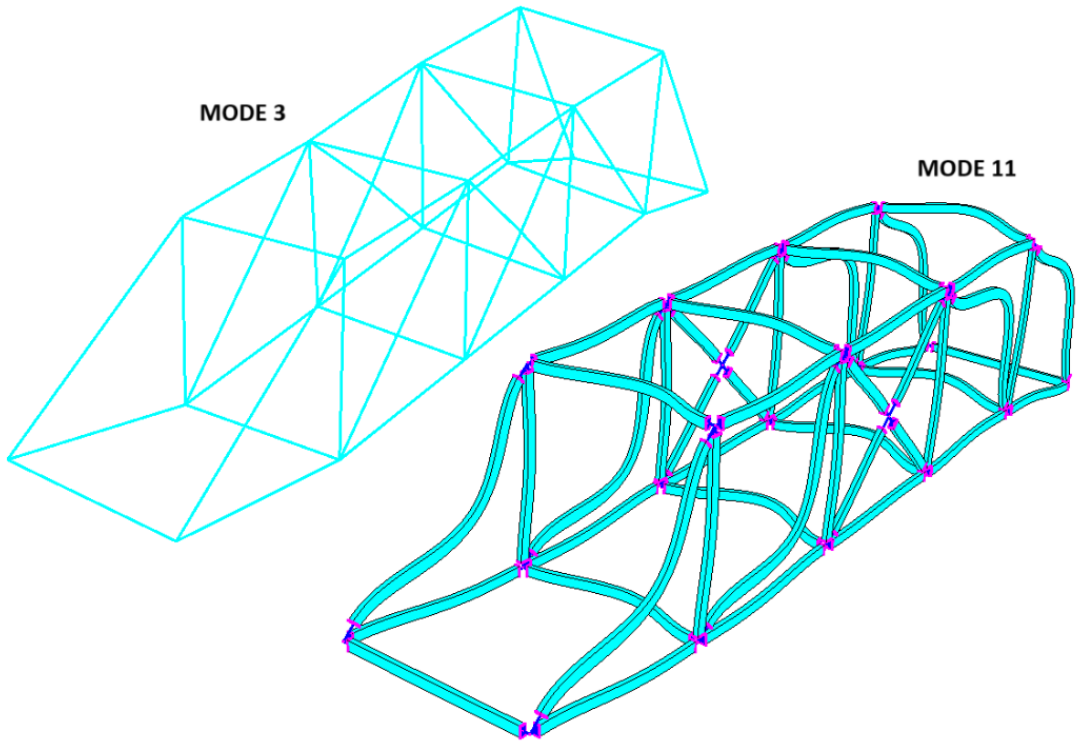
Για το απλό μοντέλο οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων προκύπτουν από τον κώδικα του δυναμικού προβλήματος, κατά την επίλυση του ιδιοπροβλήματος. Όσον αφορά όμως στην οπτικοποίηση των ιδιομορφών, δεν έχει υλοποιηθεί σχετικός κώδικας που να το επιτρέπει αυτό. Για τον παραπάνω λόγο, στήθηκε το απλό μοντέλο και στο λογισμικό ANSA με μονοδιάστατα στοιχεία ράβδου (CROD), ακριβώς όπως και στο MATLAB. Εκτελώντας μία ιδιομορφική ανάλυση (SOL 103) του απλού μοντέλου στο ANSA, προέκυψαν οι ιδιοσυχνότητες, οι οποίες βρίσκονται σε πλήρη συμφωνία με τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προέκυψαν από το απλό μοντέλο στο MATLAB. Δεδομένου αυτού, μπορούμε να κάνουμε σύγκριση των ιδιομορφών του απλού μοντέλου (υλοποιημένου στο ANSA) με το πραγματικό μοντέλο.

Όσον αφορά το πραγματικό μοντέλο, πραγματοποιήθηκε και για αυτό η ιδιομορφική ανάλυση (SOL 103), από όπου βρέθηκαν οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές του. Στις παρακάτω εικόνες συγκρίνονται μεταξύ τους τέσσερις ιδιομορφές των δύο μοντέλων που παρουσιάζουν ομοιότητες μεταξύ τους, έχοντας αρκετή διαφορά ως προς τις ιδιοσυχνότητες τους. Επίσης να αναφερθεί ότι, το πραγματικό μοντέλο εμφανίζει και αρκετές ενδιάμεσες, καθαρά καμπτικές ιδιομορφές (ιδιομορφές 3-10), που προφανώς και δεν μπορούν να προκύψουν στο απλό μοντέλο, λόγω της φύσης της μοντελοποίησής του, όπως εξηγήθηκε.

| ΑΠΛΟ ΜΟΝΤΕΛΟ        | ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ  |
|---------------------|---------------------|
| MODE 1: 45,6324 Hz  | MODE 1: 51,7447 Hz  |
| MODE 2: 45,6324 Hz  | MODE 2: 60,2947 Hz  |
| MODE 3: 100,5867 Hz | MODE 11: 93,5969 Hz |
| MODE 4: 100,5867 Hz | MODE 12: 97,8353 Hz |







Αν θεωρήσουμε σαν μία εκτιμήτρια σφάλματος το Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (MAPE), για την παραπάνω περίπτωση των ιδιοσυχνοτήτων, προκύπτει ότι είναι ίσο με 11,6%. Είναι προφανές πως το παραπάνω ποσοστό σφάλματος δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιπροσωπεύει το πραγματικό σφάλμα που υφίσταται μεταξύ των δύο μοντελοποιήσεων, αλλά προσδιορίζει μία τάξη μεγέθους του. Παρατηρούμε λοιπόν πως οι διαφορές που υπάρχουν ανάμεσα στις μοντελοποιήσεις είναι αρκετά μεγάλες, και αυτό σίγουρα θα επηρεάσει τα ποσοστά επιτυχίας των προβλέψεων των νευρωνικών δικτύων.

## 4 Δυαδικό Πρόβλημα Κατηγοριοποίησης

Με τον όρο δυαδικό πρόβλημα κατηγοριοποίησης (binary classification problem) εννοούμε ότι ένα δίκτυο εκπαιδεύεται κατάλληλα ώστε να αναγνωρίζει τάσεις και μοτίβα στα δεδομένα, με σκοπό να τα κατηγοριοποιεί σε δύο κατηγορίες ή κλάσεις. Έτσι, στην περίπτωση του παρόντος κεφαλαίου θα γίνει εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων, τόσο με δεδομένα από στατικές αναλύσεις, όσο και από δυναμικές, τα οποία θα είναι ικανά να αναγνωρίζουν εάν η γέφυρα παρουσιάζει κάποια βλάβη ή η κατάσταση της είναι υγιής.

Πιο συγκεκριμένα, το κεφάλαιο αυτό χωρίζεται σε δύο βασικές ενότητες, με την ειδοποίησή τους διαφορά να βρίσκεται στο μέγεθος της βλάβης που εμφανίζεται στην κατασκευή. Η Ενότητα 4.1 αφορά σε νευρωνικά δίκτυα που θα εκπαιδευτούν με δεδομένα που η κατασκευή είτε είναι υγιής, είτε παρουσιάζει μία “μικρή” βλάβη, ενώ στην Ενότητα 4.2 εκπαιδεύονται νευρωνικά δίκτυα αντιστοίχως, αλλά στην περίπτωση της βλάβης, αυτή είναι “μεγάλη”. Τέλος, στην Ενότητα 4.3 γίνεται σύγκριση της αποτελεσματικότητας των ομοειδών νευρωνικών δικτύων (εκπαιδευμένα με δεδομένα ίδιου τύπου, αλλά με διαφορετικό μέγεθος ζημιάς), ως προς το μέγεθος της βλάβης.

### 4.1 Εκπαίδευση Και Έλεγχος Δικτύων Για Αναγνώριση Μικρής Βλάβης

Ως “μικρή” περίπτωση βλάβης, ορίζουμε την μείωση κατά 90% στο μέτρο ελαστικότητας του υλικού ενός τυχαίου φορέα. Δηλαδή, σε κάθε περίπτωση ανάλυσης μη υγιούς κατάστασης της γέφυρας, επιλέγεται τυχαία ένας φορέας και μειώνεται το μέτρο ελαστικότητας του κατά 90%, άρα στην περίπτωση ενός κοινού χάλυβα μεταβάλλεται από  $E=210$  GPa σε  $E'=21$  GPa.

#### 4.1.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Στατικές Αναλύσεις

##### Εκπαίδευση του δικτύου (model static small damage DNN)

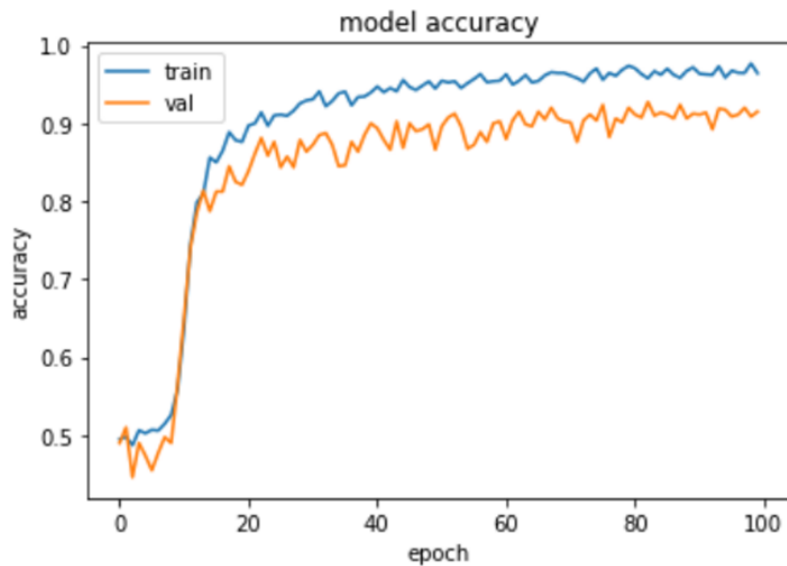
Με βάση τον κώδικα στατικών αναλύσεων του απλού μοντέλου που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.1.1, πραγματοποιήθηκαν 2000 αναλύσεις με υγιή κατάσταση της κατασκευής και 2000 αναλύσεις με βλάβη (ίσος αριθμός δεδομένων από τις επιμέρους κλάσεις, για να είναι ισορροπημένο το πρόβλημα). Από τις 4000 συνολικά περιπτώσεις, το 80% των δεδομένων αυτών χρησιμοποιήθηκαν από το δίκτυο για την εκπαίδευση του (training dataset), ενώ το υπόλοιπο 20% χρησιμοποιήθηκε για την επικύρωση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων σε δεδομένα που το δίκτυο δεν έχει “ξαναδεί” (validation dataset).

Η δομή του δικτύου που εκπαιδεύτηκε, παρουσιάζει την τυπική δομή ενός βαθέως νευρωνικού δικτύου με όλα του τα επίπεδα να είναι πλήρως συνδεδεμένα. Σε όλα του τα ενδιάμεσα επίπεδα η συνάρτηση ενεργοποίησης που εφαρμόστηκε ήταν η ReLU, και στο τελικό επίπεδο χρησιμοποιήθηκε η Softmax, καθώς τα δεδομένα εξόδου θέλαμε να προκύπτουν υπό την μορφή πιθανοτήτων. Για την εκπαίδευση του δικτύου πραγματοποιήθηκαν 100 επαναλήψεις (epochs) με τα βάρη να μεταβάλλονται κατάλληλα σε κάθε μία από αυτές, με την μέθοδο του back propagation, όπως εξηγήθηκε σε προηγούμενη ενότητα (Ενότητα 2.3.2).

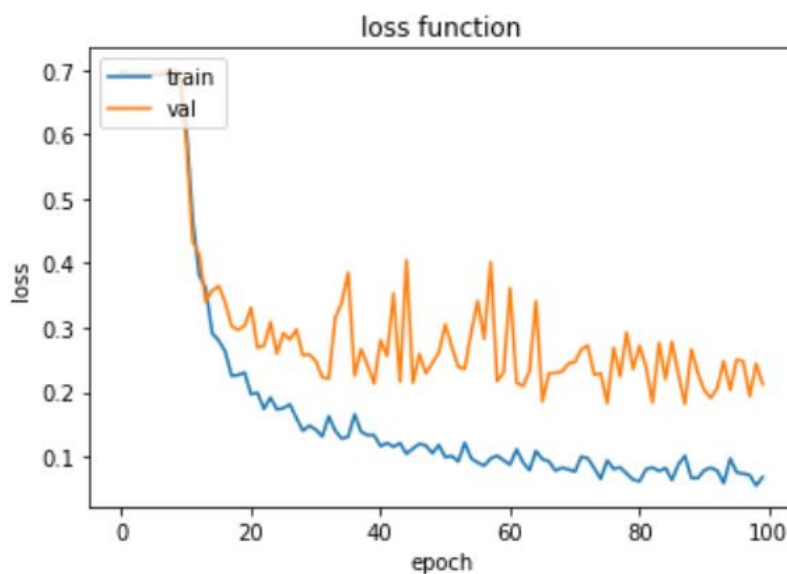
Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου.

| Layer Type                                 | Neurons | Activation Function |
|--------------------------------------------|---------|---------------------|
| Dense                                      | 100     | ReLU                |
| Dense                                      | 300     | ReLU                |
| Dense                                      | 1500    | ReLU                |
| Dense                                      | 100     | ReLU                |
| Dense                                      | 20      | ReLU                |
| Classification                             | 2       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Binary Cross-entropy</b> |         |                     |

Στις επόμενες δύο εικόνες παρουσιάζονται οι καμπύλες εκπαίδευσης, της ακρίβειας (accuracy) και της συνάρτησης κόστους (loss function), του δικτύου.



Εικόνα 4.1.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_static\_small\_damage\_DNN*

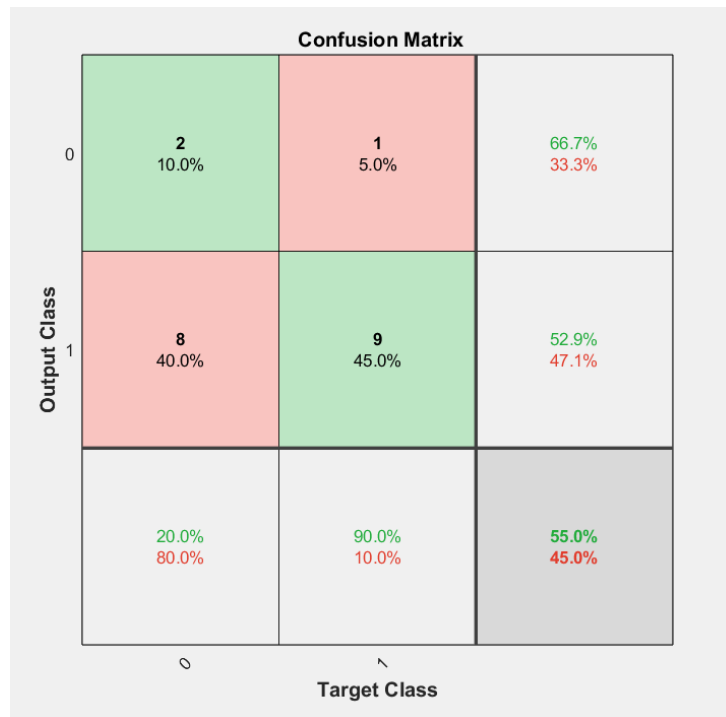


Εικόνα 4.1.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_static\_small\_damage\_DNN*

Τα αποτελέσματα της εκπαίδευσης δείχνουν ότι στο training set η ακρίβεια είναι 96,4%, ενώ στο validation set 91.5%.

### Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

Για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας του εκπαιδευμένου δικτύου διεξήχθησαν, με βάση το πραγματικό στατικό μοντέλο, 10 αναλύσεις όπου η κατασκευή παρουσίαζε υγιή κατάσταση, και 10 με εμφάνιση μικρής βλάβης. Τα αποτελέσματα των προβλέψεων παρουσιάζονται υπό την μορφή του πίνακα σύγχυσης (confusion matrix) παρακάτω.



Εικόνα 4.1.1.3: Πίνακας σύγχυσης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_static\_small\_damage\_DNN*

Παρατηρούμε λοιπόν από τα δεδομένα που μας παρέχει ο πίνακας σύγχυσης, ότι η συνολική ακρίβεια προβλέψεων του δικτύου ανέρχεται μόλις στο 55% (κάτω δεξιά τιμή στον πίνακα). Η κλάση 0 αναφέρεται στην υγιή κατάσταση της κατασκευής, ενώ η κλάση 1 στην περίπτωση που εμφανίζεται βλάβη (μικρή βλάβη). Βλέπουμε δηλαδή, ότι το δίκτυο “προτιμά” να αναγνωρίζει καλύτερα την περίπτωση της βλάβης, από ότι την υγιή κατάσταση (φαίνεται σαν να μην μπορεί να ξεχωρίσει τις δύο καταστάσεις μεταξύ τους), παρατηρώντας ότι μόνο οι 2 από τις 10 (20%) υγιείς καταστάσεις αναγνωρίστηκαν σωστά, σε αντίθεση με τις καταστάσεις βλάβης, που οι 9 στις 10 (90%) αναγνωρίστηκαν ορθά. Η κακή απόδοση του δικτύου μπορεί να οφείλεται σε τρεις παράγοντες. Στην πρώτη περίπτωση, η αρχιτεκτονική του δικτύου μπορεί να μην είναι η ιδανική, ώστε να αναγνωρίζει τα μοτίβα στα δεδομένα κατάλληλα και να παρέχει τις σωστές προβλέψεις. Στην δεύτερη περίπτωση, τα δεδομένα εκπαίδευσης σε σχέση με τα δεδομένα ελέγχου του δικτύου να μην παρουσιάζουν υψηλό βαθμό συσχέτισης, όπως είναι πολύ πιθανό να συμβαίνει και στην συγκεκριμένη περίπτωση, αφού τα δεδομένα προέκυψαν από δύο μοντέλα που παρουσιάζουν αρκετό model error μεταξύ τους. Τέλος, η τρίτη περίπτωση αφορά στο μέγεθος της βλάβης που παρουσιάζεται στην κατασκευή, και όπως θα φανεί στην συνέχεια παίζει ρόλο, ως ένα βαθμό, στην απόδοση του δικτύου.

#### 4.1.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Δυναμικές Αναλύσεις

##### Εκπαίδευση του δικτύου (model\_dynamic\_small\_damage\_CNN)

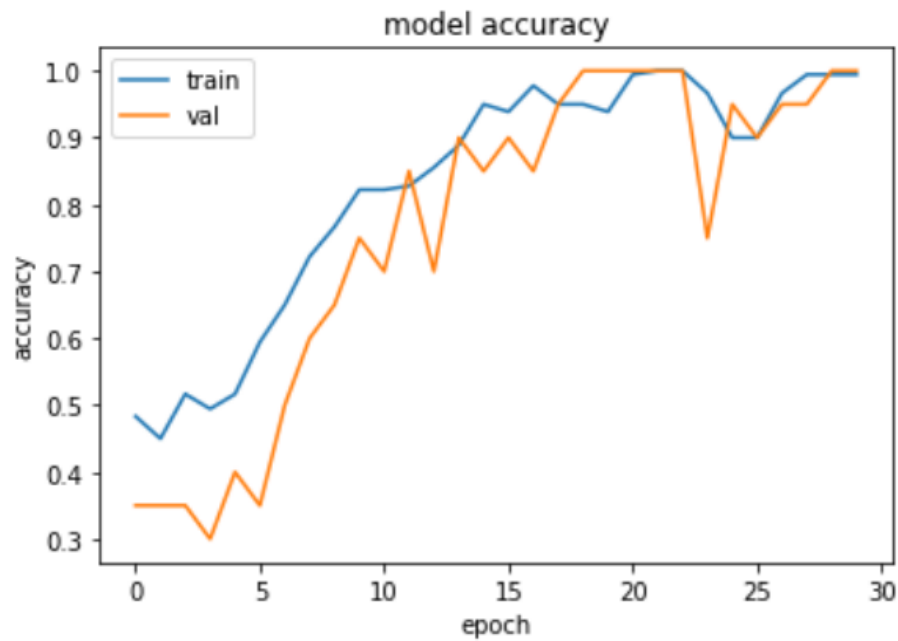
Για την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου έγιναν, με βάση το απλό δυναμικό μοντέλο, 100 αναλύσεις με την κατασκευή να βρίσκεται σε υγιή κατάσταση και άλλες 100 αναλύσεις όπου η κατασκευή παρουσίαζε ζημιά. Να επισημανθεί ότι ο χρόνος προσομοίωσης σε κάθε ανάλυση ήταν 3,499 sec, με χρονικό βήμα 0,001 sec (ο χρόνος αυτός ισχύει για όλες τις δυναμικές αναλύσεις, σε όλα τα μοντέλα) και έτσι παράχθηκαν διανύσματα σε κάθε ανάλυση και για κάθε αισθητήρα, μήκους 3500 στοιχείων. Συνολικά δηλαδή, προέκυψαν 200 αναλύσεις με δεδομένα διευθετημένα κατάλληλα (όπως εξηγήθηκε στην Ενότητα 3.1.2), ώστε να μπορούν να τροφοδοτηθούν σε ένα μονοδιάστατο συνελκτικό νευρωνικό δίκτυο, όπως έχουμε σε αυτή την περίπτωση, μίας και τα αποτελέσματα των αναλύσεων αποτελούν διανύσματα χρονικών αποκρίσεων. Τα δεδομένα της εκπαίδευσης χωρίζονται σε 90% για το training και 10% για το validation.

Όσον αφορά στην δομή του νευρωνικού δικτύου αυτό αποτελείται στα πρώτα του στάδια από 3 διαδοχικά επίπεδα συνέλιξης, όπου ενδιάμεσα τους εμφανίζονται τα απαραίτητα επίπεδα σμίκρυνσης (pooling layers), που “συμπυκνώνουν” την πληροφορία και δημιουργούν τους πίνακες χαρακτηριστικών (feature maps). Στην συνέχεια ακολουθεί το επίπεδο της διανυσματοποίησης (flattening), όπου τακτοποιεί όλη την πληροφορία σε ένα διάνυσμα πριν εισέλθει στο τελευταίο τμήμα του δικτύου, που αποτελείται από 3 πλήρως συνδεδεμένα επίπεδα νευρώνων. Σε όλα τα στάδια του δικτύου χρησιμοποιείται η ReLU ως συνάρτηση ενεργοποίησης, εκτός του τελευταίου επιπέδου, όπου χρησιμοποιείται η σιγμοειδής συνάρτηση Softmax. Τέλος, ως συνάρτηση κόστους ορίζεται η Categorical Cross-entropy.

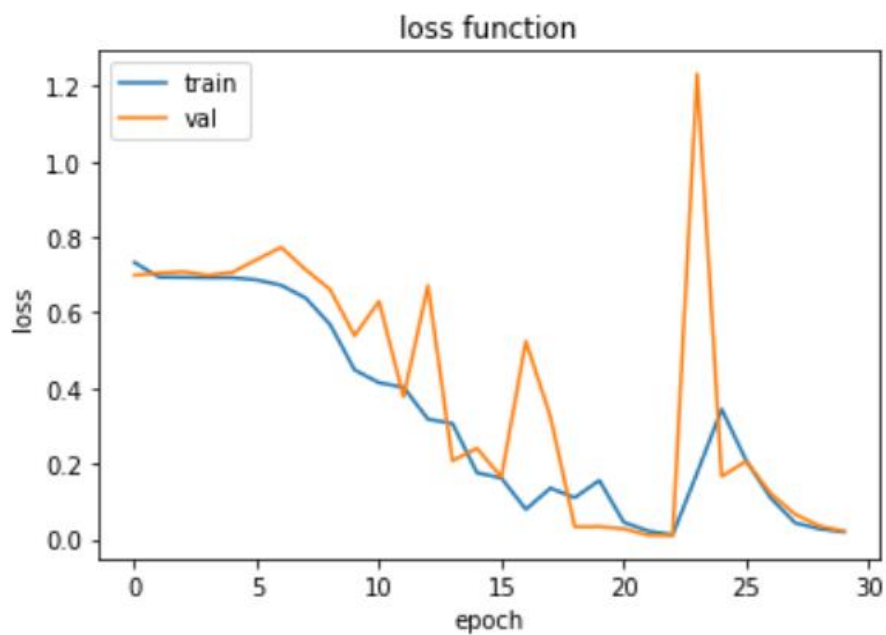
Η δομή του δικτύου μπορεί να φανεί καλύτερα με βάση τον πίνακα που παρατίθεται παρακάτω.

| Layer Type                                      | Number of Filters | Filter Length | Neurons | Activation Function |
|-------------------------------------------------|-------------------|---------------|---------|---------------------|
| Convolutional                                   | 5                 | 10            | 3491    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (1163)  | -                   |
| Convolutional                                   | 4                 | 20            | 1144    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (381)   | -                   |
| Convolutional                                   | 2                 | 20            | 362     | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (120)   | -                   |
| Flatten                                         | -                 | -             | (240)   | -                   |
| Dense                                           | -                 | -             | 50      | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 20      | ReLU                |
| Classification                                  | -                 | -             | 2       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Categorical Cross-entropy</b> |                   |               |         |                     |

Παρακάτω παρουσιάζονται οι καμπύλες εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου για 30 επαναλήψεις (epochs).



Εικόνα 4.1.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_dynamic\_small\_damage\_CNN*



Εικόνα 4.1.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_dynamic\_small\_damage\_CNN*

Η εκπαίδευση του δικτύου απέδωσε 100% training accuracy και 100% validation accuracy.



## Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

Με βάση το πραγματικό δυναμικό μοντέλο, έγιναν 10 αναλύσεις της κατασκευής σε υγιή κατάσταση και άλλες 10 παρουσία μικρής βλάβης, από τις οποίες προέκυψαν τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας του δικτύου. Τα αποτελέσματα των προβλέψεων παρουσιάζονται μέσω του πίνακα σύγκρισης και σχολιάζονται παρακάτω.

|              |   |                |                |                |
|--------------|---|----------------|----------------|----------------|
| Output Class | 1 | 9<br>45.0%     | 3<br>15.0%     | 75.0%<br>25.0% |
|              | 2 | 1<br>5.0%      | 7<br>35.0%     | 87.5%<br>12.5% |
|              |   | 90.0%<br>10.0% | 70.0%<br>30.0% | 80.0%<br>20.0% |
|              |   | 1              | 2              |                |
|              |   | Target Class   |                |                |

Εικόνα 4.1.2.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_dynamic\_small\_damage\_CNN*

Η συνολική απόδοση προβλέψεων του δικτύου ανέρχεται στο 80%. Αρχικά, η κλάση 1 αναφέρεται στην υγιή κατάσταση της γέφυρας, ενώ η κλάση 2 στην κατάσταση με ζημιά. Από τον πίνακα σύγκρισης μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι 9 στις 10 (90%) των προβλέψεων του δικτύου για την κλάση 1 ήταν σωστές, ενώ για την κλάση 2, οι 7 στις 10 (70%) προβλέφθηκαν επιτυχώς. Μία περίπτωση αναγνωρίστηκε ως κλάση 2 ενώ αποτελούσε κλάση 1, και αντίστοιχα τρεις περιπτώσεις αναγνωρίστηκαν ως κλάση 1 ενώ ανήκαν στην κλάση 2. Είναι σημαντικό να τονίσουμε, πως παρόλο που το δίκτυο φαίνεται να έχει εκπαιδευτεί πάρα πολύ ικανοποιητικά (100% validation accuracy, και με την loss function να είναι κοντά στο μηδέν), εντέλει το δίκτυο έχει απόδοση 80% στα πραγματικά δεδομένα που του δίνονται. Αυτό σημαίνει πως το model error είναι σε αρκετά υψηλά επίπεδα, όπως είναι βέβαια και προφανές από την φύση των μοντελοποιήσεων.

Συγκριτικά τώρα με την απόδοση του προηγούμενου μοντέλου, βλέπουμε το εκπαιδευμένο με δυναμικές αναλύσεις νευρωνικό δίκτυο να τα πηγαίνει πολύ καλύτερα, και φαίνεται να διαχωρίζει καλύτερα τις δύο κλάσεις μεταξύ τους, αφού τα αποτελέσματα έδειξαν αρκετά ικανοποιητική κατανομή των σωστών προβλέψεων στις αντίστοιχες κλάσεις, σε αντίθεση με το στατικό όπου παρουσίαζε μία μεροληψία προς την κλάση με ζημιά.

## 4.2 Εκπαίδευση Και Έλεγχος Δικτύων Για Αναγνώριση Μεγάλης Βλάβης

Στην περίπτωση της μεγάλης βλάβης θεωρούμε ότι στη μη υγιή κατάσταση της γέφυρας, υπάρχουν τέσσερις φορείς που παρουσιάζουν μειωμένο μέτρο ελαστικότητας κατά 90%. Άρα, σε κάθε ανάλυση που αφορά μία φθαρμένη κατάσταση της γέφυρας, επιλέγονται τυχαία τέσσερις φορείς που τους επιβάλεται μέτρο ελαστικότητας ίσο με 21GPa (από 210GPa).

### 4.2.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Στατικές Αναλύσεις

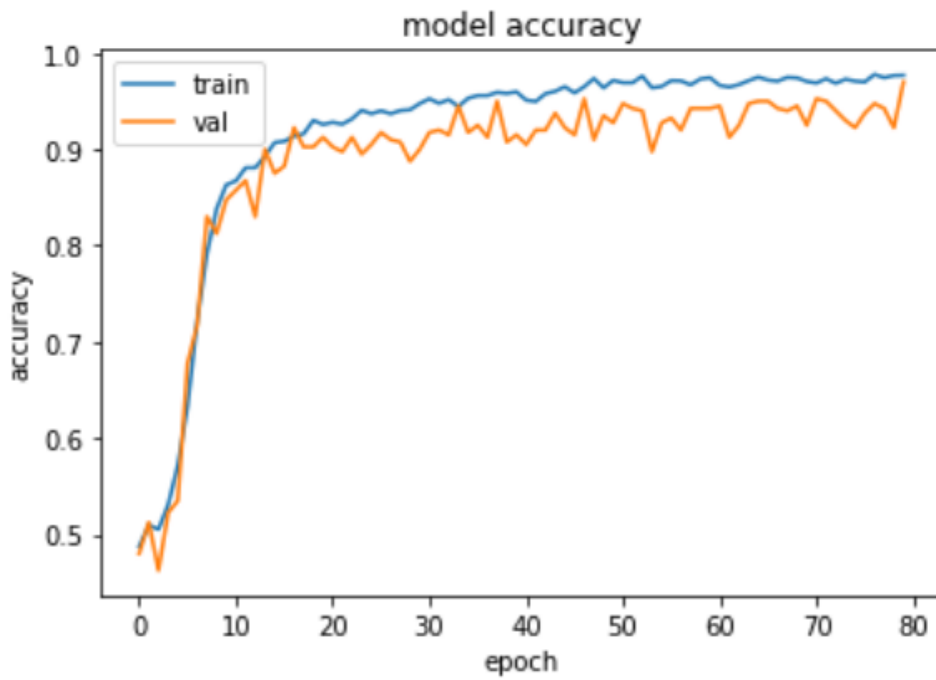
#### Εκπαίδευση του δικτύου (model\_static\_extensive\_damage\_DNN)

Για την διαδικασία εκμάθησης του νευρωνικού δικτύου πραγματοποιήθηκαν, με βάση το απλό στατικό μοντέλο, 2000 περιπτώσεις αναλύσεων με την γέφυρα σε υγιή κατάσταση, και άλλες 2000 περιπτώσεις όπου η γέφυρα παρουσίαζε μεγάλη βλάβη. Από το σύνολο των 4000 αναλύσεων, τυχαία επιλέγεται το 90% του συνόλου αυτού, που θα αποτελέσει το λεγόμενο training set, ενώ το υπόλοιπο 10% αξιοποιείται ως το validation set.

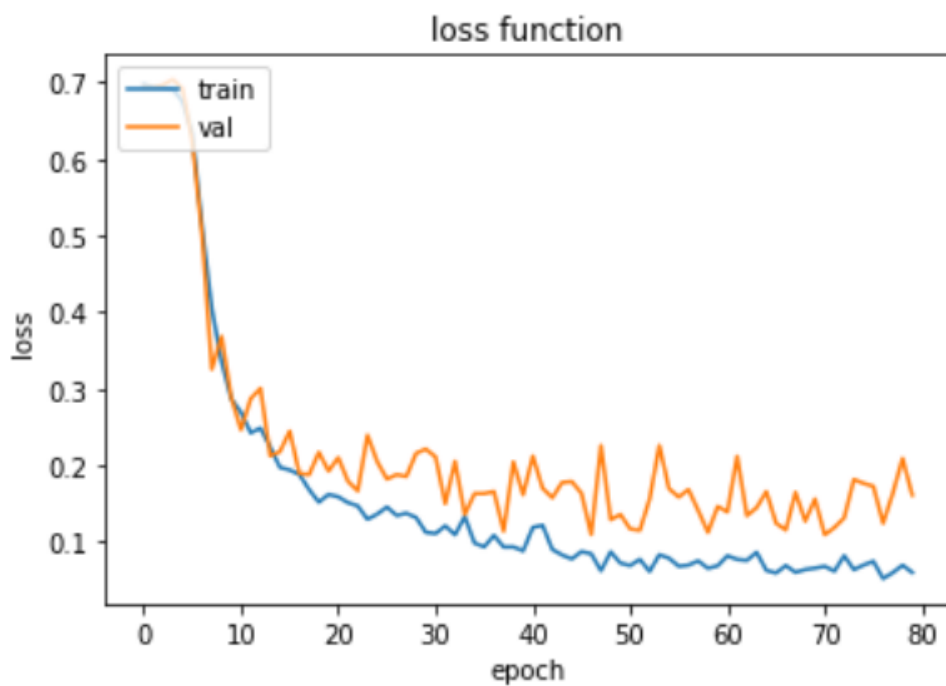
Η αρχιτεκτονική του δικτύου είναι παρόμοια με το αντίστοιχο δίκτυο της Ενότητας 4.1.1, αξιοποιώντας μία δομή βαθέως νευρωνικού δικτύου, με πλήρη σύνδεση όλων του των επιπέδων. Πιο συγκεκριμένα, συγκροτείται από 5 ενδιάμεσα επίπεδα και το τελικό επίπεδο εξόδου της κατηγοριοποίησης. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης γίνεται χρήση της ReLU σε όλα τα ενδιάμεσα επίπεδα, ενώ στο τελευταίο επίπεδο αξιοποιείται η Softmax. Η δομή του δικτύου γίνεται καλύτερα αντιληπτή μέσω του κάτωθι πίνακα.

| Layer Type                                 | Neurons | Activation Function |
|--------------------------------------------|---------|---------------------|
| Dense                                      | 400     | ReLU                |
| Dense                                      | 1200    | ReLU                |
| Dense                                      | 200     | ReLU                |
| Dense                                      | 50      | ReLU                |
| Dense                                      | 20      | ReLU                |
| Classification                             | 2       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Binary Cross-entropy</b> |         |                     |

Στην συνέχεια παρουσιάζονται με την βοήθεια των εικόνων οι καμπύλες της ακρίβειας και της συνάρτησης κόστους, για τα σετ δεδομένων training και validation, που προέκυψαν κατά την εκπαίδευση του δικτύου σε 80 επαναλήψεις (epochs).



Εικόνα 4.2.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_static\_extensive\_damage\_DNN*

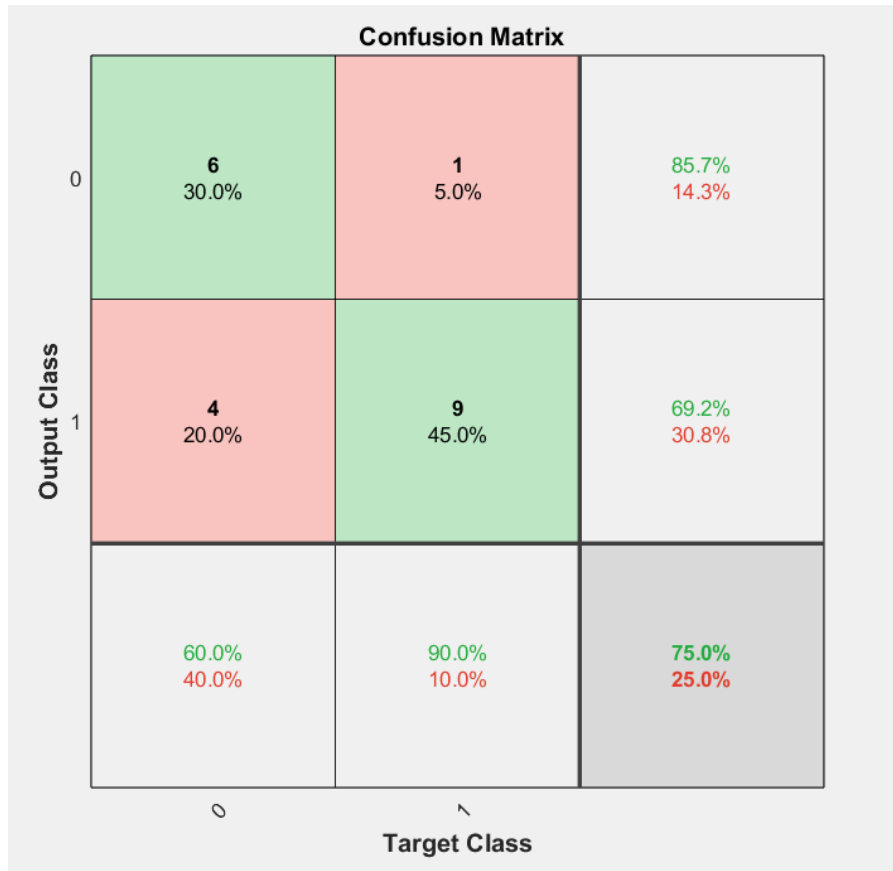


Εικόνα 4.2.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_static\_extensive\_damage\_DNN*

Η εκπαίδευση του δικτύου απέδωσε 97,05% training accuracy και 97% validation accuracy.

### Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

Για την εκτίμηση της απόδοσης του δικτύου πραγματοποιήθηκαν, με βάση το πραγματικό στατικό μοντέλο, 10 αναλύσεις με την γέφυρα να παρουσιάζει υγιή κατάσταση και 10 αναλύσεις όπου εμφάνιζε βλάβη. Έτσι, τα αποτελέσματα των προβλέψεων που προέκυψαν, παρουσιάζονται μέσω του πίνακα σύγχυσης που παρατίθεται παρακάτω και στη συνέχεια σχολιάζονται.



Εικόνα 4.2.1.3: Πίνακας σύγχυσης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_static\_extensive\_damage\_DNN*

Το εκπαιδευμένο δίκτυο επιτυγχάνει μία συνολική απόδοση πρόβλεψης ίση με 75%. Η κλάση 0 αφορά στην υγιή κατάσταση της κατασκευής, ενώ η κλάση 1 στην κατάσταση παρουσία βλάβης. Παρατηρούμε από τον πίνακα σύγχυσης πως οι 6 στις 10 (60%) των περιπτώσεων κλάσης 0 αναγνωρίστηκαν σωστά από το δίκτυο, και αντιστοίχως οι 9 στις 10 (90%) των περιπτώσεων της κλάσης 1 κατηγοριοποιήθηκαν επίσης σωστά.

Παρατηρούμε ακόμη, μία ελαφρά τάση του δικτύου να βρίσκει ευκολότερα την κλάση 1, δηλαδή την κατάσταση με ζημιά, όπως παρόμοια συμπεριφορά είχε και το αντίστοιχο δίκτυο για την αναγνώριση μικρής βλάβης (σε μεγαλύτερο βαθμό).

## 4.2.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Από Δυναμικές Αναλύσεις

### Εκπαίδευση του δικτύου (model\_dynamic\_extensive\_damage\_CNN)

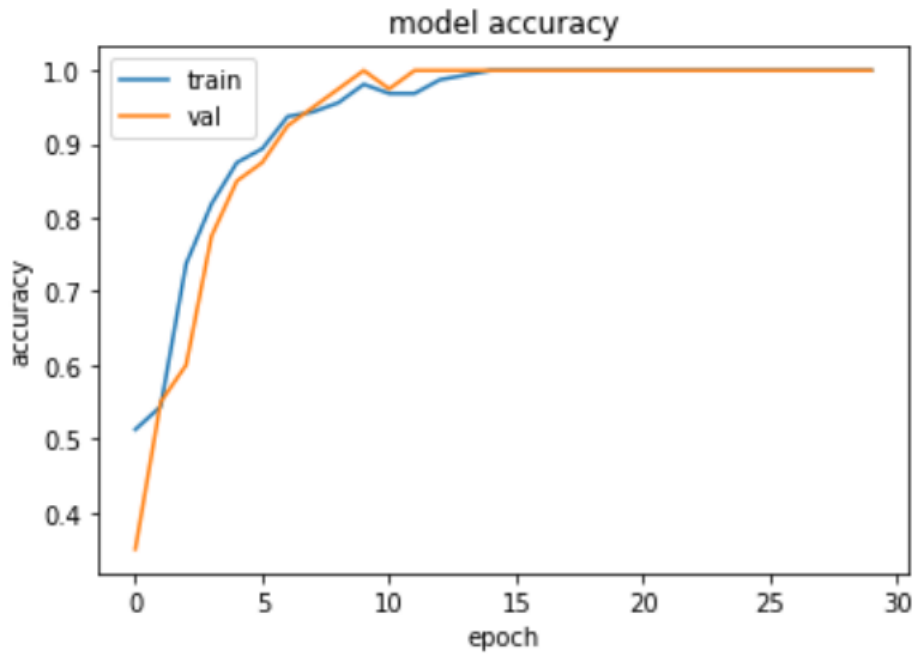
Για την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου πραγματοποιήθηκαν, με βάση πάλι το απλό δυναμικό μοντέλο, 100 αναλύσεις με την κατασκευή να παρουσιάζει υγιή κατάσταση και άλλες 100 αναλύσεις με την κατασκευή να βρίσκεται υπό καθεστώς βλάβης. Παρήχθησαν συνολικά 200 αναλύσεις, με την κατάλληλη διαμόρφωση τους σε πίνακες, ώστε να μπορούν να τροφοδοτηθούν στο μονοδιάστατο συνελκτικό νευρωνικό δίκτυο. Τα δεδομένα για την εκπαίδευση χωρίζονται τυχαία από το νευρωνικό δίκτυο σε 80% για το training set και σε 20% για το validation set.

Η αρχιτεκτονική του δικτύου που ακολουθείται και σε αυτήν την περίπτωση, ομοιάζει αρκετά με το αντίστοιχο δίκτυο για αναγνώριση μικρής βλάβης, με κάποιες διαφορές να παρουσιάζονται στον αριθμό των φίλτρων, στο μήκος των φίλτρων (filter length), αλλά και στον αριθμό των πλήρως συνδεδεμένων επιπέδων στο τελικό στάδιο του δικτύου. Και πάλι, ως συνάρτηση ενεργοποίησης σε όλα τα στάδια του δικτύου χρησιμοποιείται η ReLU, εκτός από το τελικό στάδιο που χρησιμοποιείται η Softmax, γιατί είναι ικανή να μετατρέπει την έξοδο σε κατανομή πιθανοτήτων.

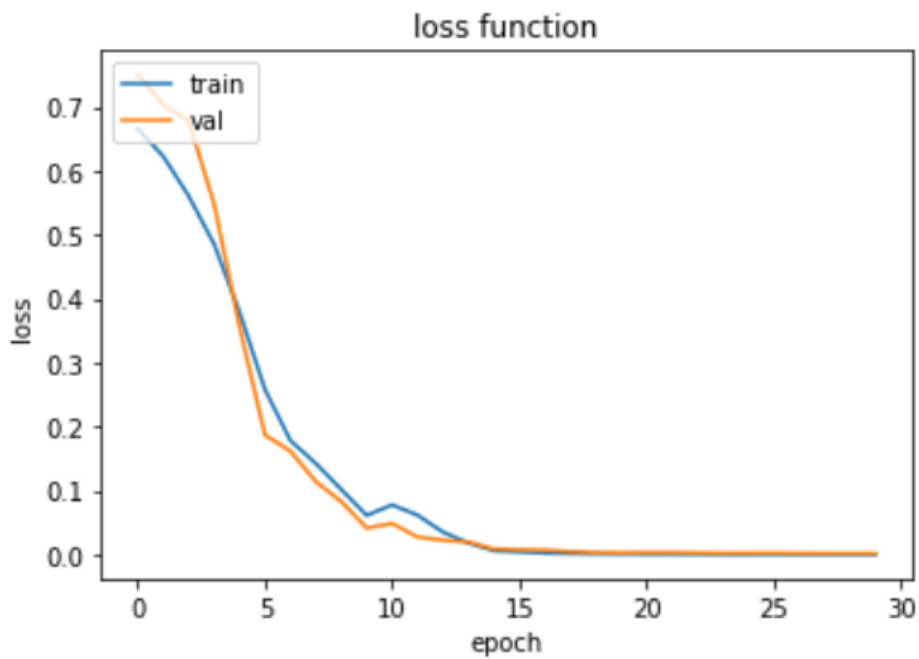
Για καλύτερη κατανόηση της δομής του δικτύου, αυτή γίνεται ευκολότερα αντιληπτή με βάση τον παρακάτω πίνακα.

| Layer Type                                      | Number of Filters | Filter Length | Neurons | Activation Function |
|-------------------------------------------------|-------------------|---------------|---------|---------------------|
| Convolutional                                   | 3                 | 3             | 3498    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (1166)  | -                   |
| Convolutional                                   | 2                 | 10            | 1157    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (385)   | -                   |
| Convolutional                                   | 2                 | 20            | 366     | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (122)   | -                   |
| Flatten                                         | -                 | -             | (244)   | -                   |
| Dense                                           | -                 | -             | 250     | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 120     | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 60      | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 20      | ReLU                |
| Classification                                  | -                 | -             | 2       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Categorical Cross-entropy</b> |                   |               |         |                     |

Παρακάτω παρουσιάζονται οι καμπύλες εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου για 30 επαναλήψεις (epochs).



Εικόνα 4.2.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_dynamic\_extensive\_damage\_CNN*

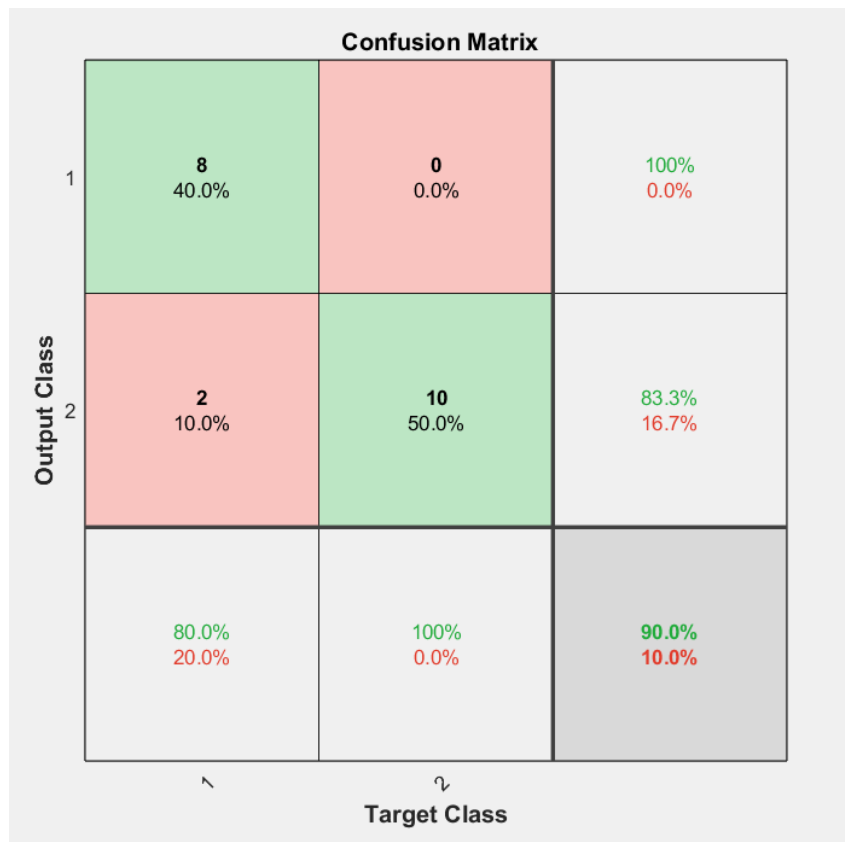


Εικόνα 4.2.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_dynamic\_extensive\_damage\_CNN*

Η εκπαίδευση του δικτύου απέδωσε 100% training accuracy και 100% validation accuracy, και με την συνάρτηση κόστους να είναι πολύ κοντά στο μηδέν και στις δύο περιπτώσεις.

### Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

Μετά την εκπαίδευση του μοντέλου, σειρά έχει η εκτίμηση της αποτελεσματικότητας του. Άρα, με βάση το πραγματικό δυναμικό μοντέλο, έγιναν 10 αναλύσεις της κατασκευής σε υγιή κατάσταση και άλλες 10 παρουσία μεγάλης βλάβης, οπότε τα αποτελέσματα τροφοδοτούνται στο δίκτυο και μπορούν να εξαχθούν τα συμπεράσματα, παρατηρώντας τον πίνακα σύγκρισης που διακρίνεται στην κάτωθι εικόνα.



Εικόνα 4.2.2.3: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_dynamic\_extensive\_damage\_CNN*

Παρατηρούμε ότι το ποσοστό των σωστών προβλέψεων του δικτύου είναι στο 90%. Η κλάση 1 αναφέρεται στην υγιή κατάσταση, και η κλάση 2 στην περίπτωση που υπάρχει βλάβη. Βλέπουμε ότι το δίκτυο μπορεί και αναγνωρίζει στο 100% την κλάση 2, ενώ στο 80% την κλάση 1. Δηλαδή, τα δεδομένα της κατάστασης με ζημία είναι σαφώς πιο ξεκάθαρα από ότι αυτά της υγιούς κατάστασης, και όπως φάνηκε και προηγουμένως, αυτό ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις (πλην μίας) των νευρωνικών δικτύων που εκπαιδεύτηκαν, ανεξαρτήτως μεγέθους βλάβης, ή είδους δικτύου (DNN, CNN) και φύσης των δεδομένων που τους παρέχονται (στατικές ή δυναμικές αναλύσεις).

Σαν συμπέρασμα από τα παραπάνω προκύπτει ότι, η “συμπεριφορά” αυτή ή η προτίμηση των δικτύων να αναγνωρίζουν ευκολότερα την εκάστοτε κλάση με βλάβη, οφείλεται κυρίως στο model error που υπάρχει μεταξύ των μοντελοποιήσεων της κατασκευής, και άρα αυτό αντικατοπτρίζεται στα αποτελέσματα των προβλέψεων.

### 4.3 Σύγκριση Απόδοσης Ομοειδών Δικτύων Ως Προς Το Μέγεθος Της Βλάβης

Παρακάτω παραθέτουμε έναν πίνακα που συγκεντρώνει όλα τα εκπαιδευμένα νευρωνικά δίκτυα, καθώς και την απόδοση πρόβλεψης την οποία πέτυχαν, ώστε να γίνει ένας σχολιασμός σχετικά με το πως τα επηρεάζει το μέγεθος της βλάβης που παρουσιάζει η κατασκευή ως προς την απόδοση πρόβλεψης τους, και τα οποία έχουν εκπαιδευτεί με ίδιο τύπο δεδομένων, δηλαδή από δεδομένα στατικών αναλύσεων ή αντίστοιχα δυναμικών.

| Νευρωνικό Δίκτυο                   | Μέγεθος Βλάβης | Ποσοστό Προβλέψεων |
|------------------------------------|----------------|--------------------|
| Model_static_small_damage_DNN      | Μικρή          | 55%                |
| Model_dynamic_small_damage_CNN     | Μικρή          | 80%                |
| Model_static_extensive_damage_DNN  | Μεγάλη         | 75%                |
| Model_dynamic_extensive_damage_CNN | Μεγάλη         | 90%                |

Παρατηρούμε από τα αποτελέσματα που προέκυψαν, πως αν συγκρίνουμε μεταξύ τους τα δύο νευρωνικά δίκτυα που έχουν εκπαιδευτεί με δεδομένα στατικών αναλύσεων (DNNs) γίνεται φανερό πως το δίκτυο που διαχειρίζεται βλάβες μεγαλύτερου μεγέθους απέδωσε 75%, σε σχέση με αυτό που αφορά στην μικρότερη περίπτωση της βλάβης, που απέδωσε μόλις 55%. Αντίστοιχα, αν τώρα συγκρίνουμε τα δίκτυα που εκπαιδεύτηκαν μέσω δυναμικών αναλύσεων (CNNs), παρατηρούμε ακριβώς την ίδια συμπεριφορά, με το δίκτυο που αφορά στη μεγάλη ζημιά να παρουσιάζει απόδοση πρόβλεψης ίση με 90%, ενώ το δίκτυο με τις μικρές βλάβες να πετυχαίνει 80% απόδοση προβλέψεων.

Άρα, σε όλες τις περιπτώσεις και ανεξάρτητα του τύπου του δικτύου, αλλά και των δεδομένων με τα οποία εκπαιδεύτηκε, είναι ευκολότερο για ένα δίκτυο να αναγνωρίσει μία μεγαλύτερη βλάβη από όσο μία μικρότερη. Αυτό είναι εύκολο να εξηγηθεί και να γίνει κατανοητό, αφού το εκάστοτε νευρωνικό δίκτυο προσπαθεί να προσαρμόσει με κατάλληλο τρόπο τα βάρη του, ώστε να βρει τις κατάλληλες συσχετίσεις που θα οδηγήσουν στον ορθό διαχωρισμό μεταξύ των δύο κλάσεων (υγιές ή φθαρμένο). Επομένως, αν οι διαφορές στα δεδομένα εισόδου μεταξύ των κλάσεων 1 και 2 είναι πάρα πολύ μικρές (π.χ. στην περίπτωση μίας μικρής βλάβης), το δίκτυο θα δυσκολευτεί να βρει την κατάλληλη “διαχωριστική γραμμή” ανάμεσα τους. Αντιθέτως, σε περίπτωση μίας μεγαλύτερης βλάβης, τα δεδομένα γίνονται πιο ευδιάκριτα και ξεκάθαρα (εμφανίζονται εντονότερες διαφορές μεταξύ των δεδομένων των δύο κλάσεων), και παραπέμπουν ευκολότερα στα χαρακτηριστικά που την διαχωρίζουν από την υγιή κατάσταση.



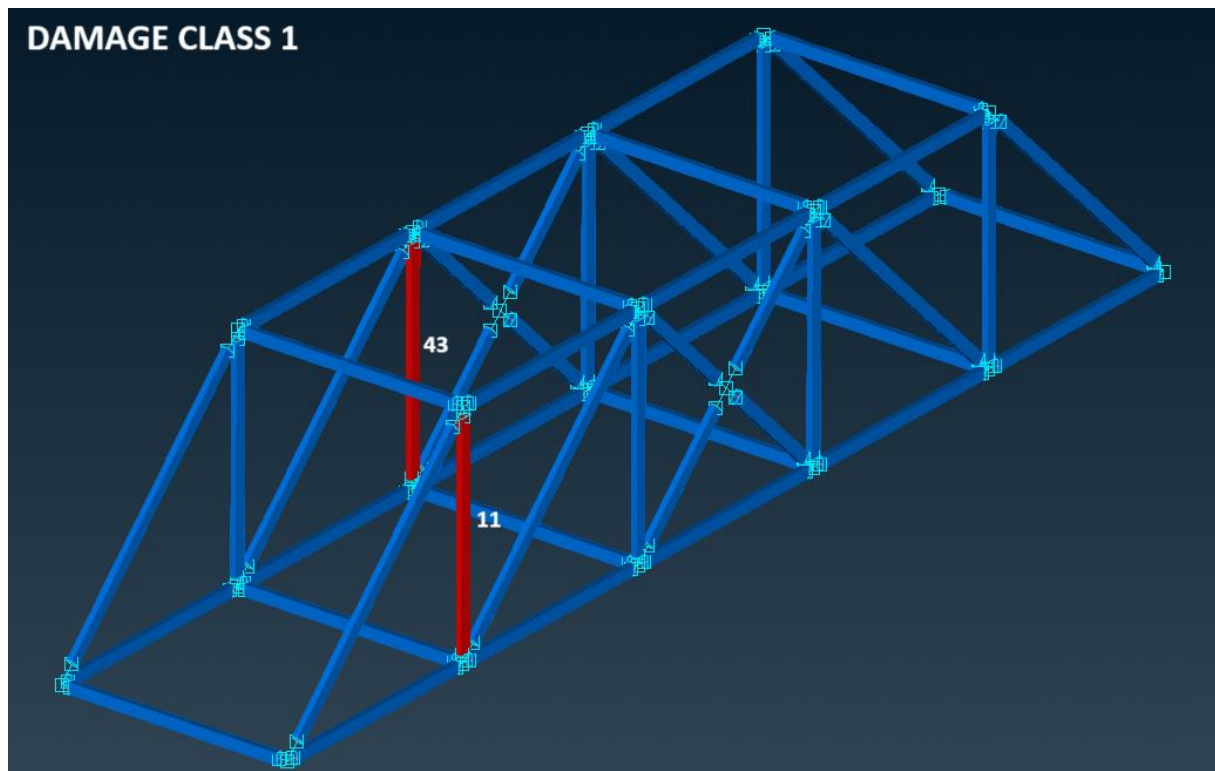
## 5 Πρόβλημα Ταξινόμησης Πολλαπλών Κατηγοριών

Το πρόβλημα ταξινόμησης πολλαπλών κατηγοριών (multiclass classification problem), στην παρούσα εργασία, αφορά στην εκπαίδευση δύο νευρωνικών δικτύων, μέσω δεδομένων απόκρισης από στατικές ή δυναμικές αναλύσεις αντίστοιχα, τα οποία θα είναι ικανά να αναγνωρίζουν και να πραγματοποιούν προβλέψεις για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις (κλάσεις) βλάβης στην γέφυρα. Στην Ενότητα 5.1 θα γίνει η εκπαίδευση και ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας ενός βαθύως νευρωνικού δικτύου (DNN), το οποίο θα εκπαιδευτεί με δεδομένα από στατικές αναλύσεις, και θα είναι ικανό να κατηγοριοποιεί τις τρεις κλάσεις βλαβών που θα οριστούν. Αντίστοιχα, στην Ενότητα 5.2 γίνεται η εκπαίδευση και ο έλεγχος ενός συνελκτικού νευρωνικού δικτύου (CNN), εκπαιδευμένο με δεδομένα από δυναμικές αναλύσεις, για τον ίδιο σκοπό.

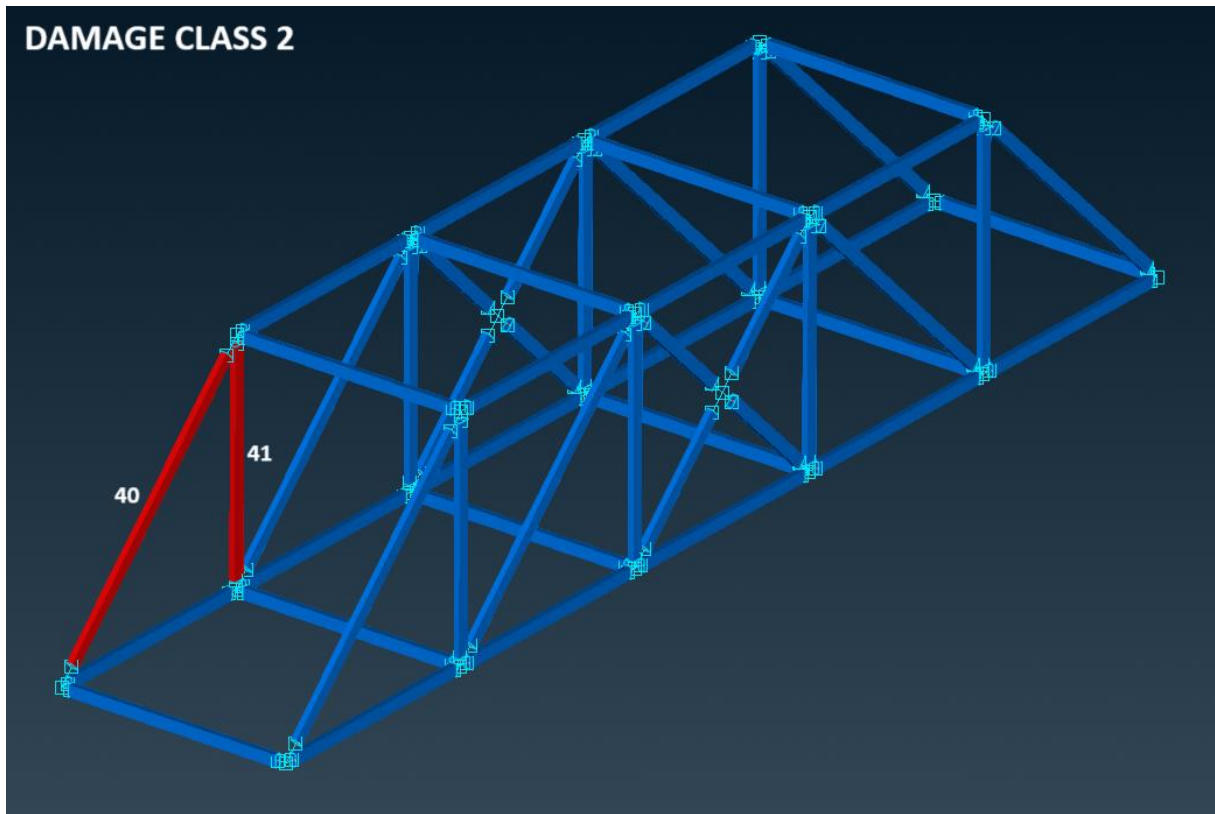
Οι τρεις κλάσεις βλαβών για τις οποίες θέλουμε να εκπαιδευτούν τα νευρωνικά δίκτυα ορίζονται ως κάτωθι:

- 1) **Κλάση 1:** Οι φορείς 11 και 43 (αρίθμηση βάσει της Εικόνας 3.1.1 , Ενότητα 3.1) παρουσιάζουν μειωμένο μέτρο ελαστικότητας κατά 90%.
- 2) **Κλάση 2:** Οι φορείς 40 και 41 παρουσιάζουν μειωμένο μέτρο ελαστικότητας κατά 90%
- 3) **Κλάση 3:** Οι φορείς 17 και 18 παρουσιάζουν μειωμένο μέτρο ελαστικότητας κατά 90%

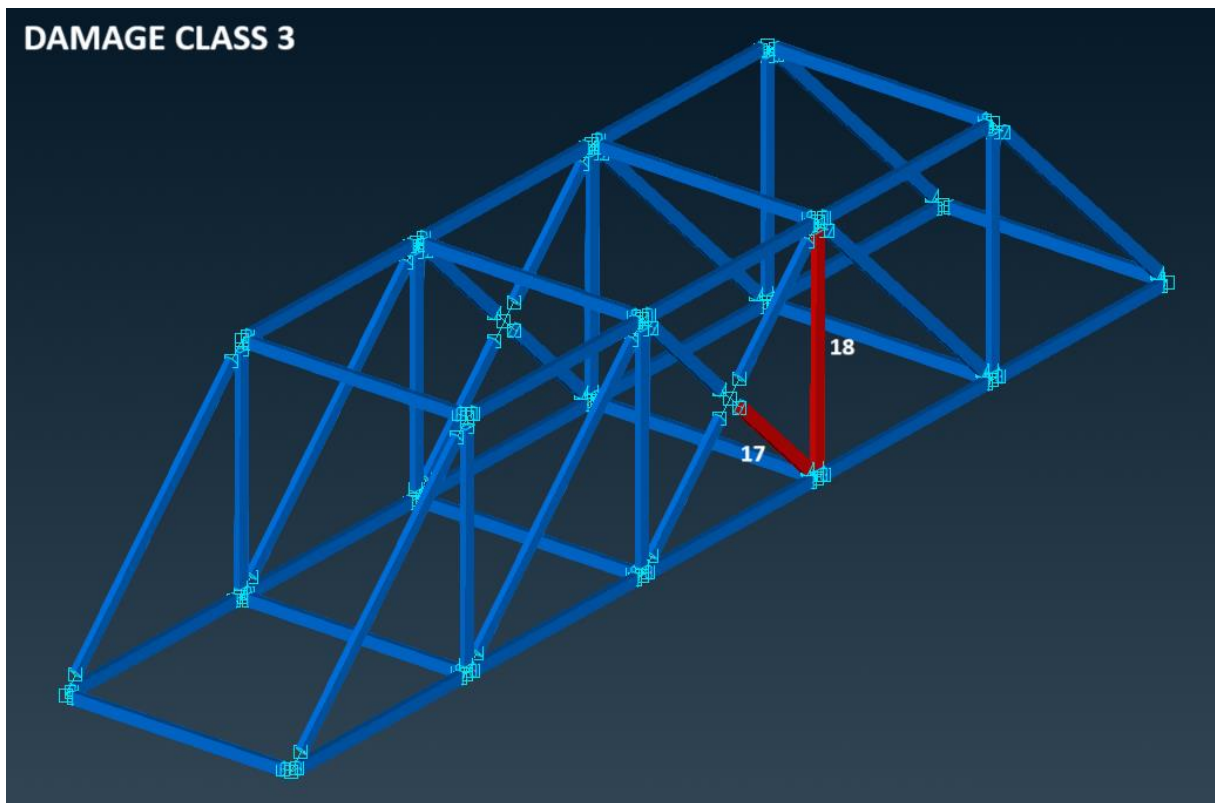
Στις τρεις εικόνες που ακολουθούν απεικονίζονται οι περιπτώσεις των τριών κλάσεων με την βοήθεια του πραγματικού μοντέλου.



Εικόνα 5.1: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 1



Εικόνα 5.2: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 2



Εικόνα 5.3: Απεικόνιση ζημιάς Κλάσης 3

## 5.1 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Στατικών Αναλύσεων

### Εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου (model\_multiclass\_static\_DNN)

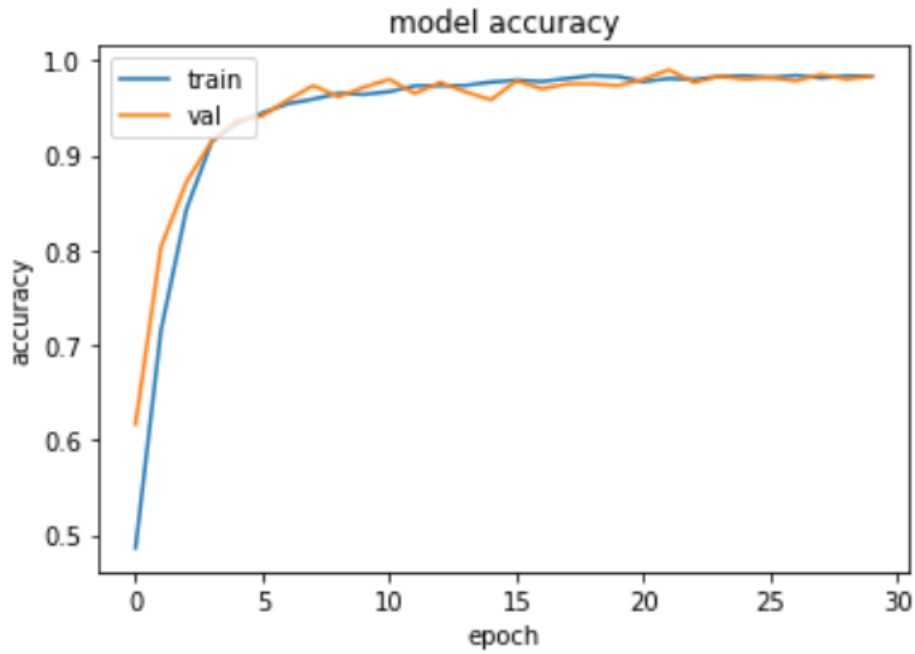
Για την εκπαίδευση του παρόντος νευρωνικού δικτύου πραγματοποιήθηκαν 2000 αναλύσεις για κάθε μία από τις τρεις κλάσεις ζημιάς, με βάση το απλό στατικό μοντέλο. Δηλαδή, συνολικά παρήχθησαν 6000 σετ δεδομένων εκπαίδευσης, από όπου το 90% αυτών επιλέχθηκαν τυχαία από το δίκτυο και απαρτίζουν το training set, ενώ το υπόλοιπο 10% συγκροτεί το validation set.

Το δίκτυο σε αυτή την περίπτωση αφορά σε μία αρχιτεκτονική βαθέως νευρωνικού δικτύου (DNN), καθώς τα δεδομένα εισόδου του αποτελούν αποτελέσματα στατικών αναλύσεων. Πιο συγκεκριμένα, η δομή του δικτύου απαρτίζεται από έξι επίπεδα νευρώνων και με όλα του τα επίπεδα να είναι πλήρως συνδεδεμένα. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης σε όλα του τα στάδια ορίζεται η ReLU, εκτός βέβαια από το τελικό στάδιο, που αποτελεί και το στάδιο της εξόδου, αφού χρησιμοποιείται η συνάρτηση Softmax για την μετατροπή των τιμών εξόδου σε κατανομή πιθανοτήτων στις επιμέρους κλάσεις. Τέλος, ως συνάρτηση κόστους χρησιμοποιείται η Categorical Cross-entropy.

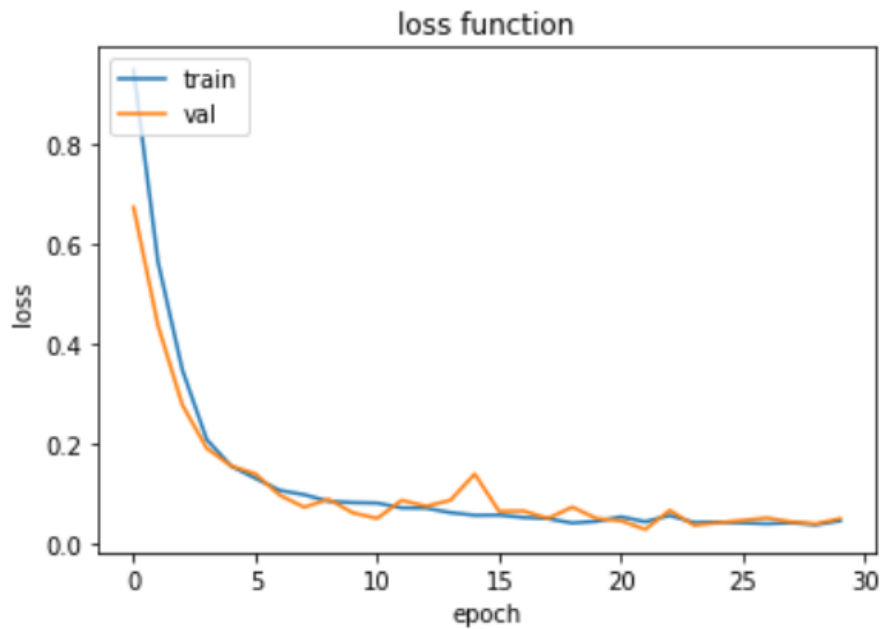
Στον κάτωθι πίνακα παρουσιάζεται η δομή του νευρωνικού δικτύου.

| Layer Type                                      | Neurons | Activation Function |
|-------------------------------------------------|---------|---------------------|
| Dense                                           | 400     | ReLU                |
| Dense                                           | 300     | ReLU                |
| Dense                                           | 100     | ReLU                |
| Dense                                           | 50      | ReLU                |
| Dense                                           | 20      | ReLU                |
| Classification                                  | 3       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Categorical Cross-entropy</b> |         |                     |

Στις επόμενες δύο εικόνες παρέχονται οι καμπύλες εκπαίδευσης του δικτύου, της ακρίβειας και της συνάρτησης κόστους, για 30 επαναλήψεις (epochs).



Εικόνα 5.1.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_multiclass\_static\_DNN*

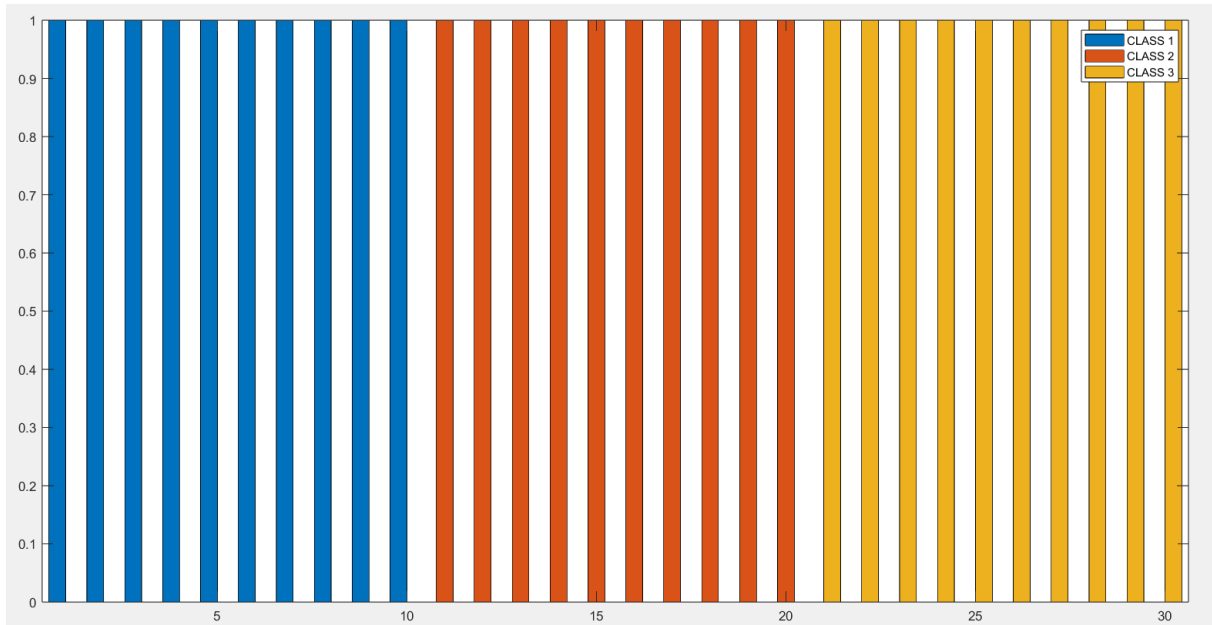


Εικόνα 5.1.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_multiclass\_static\_DNN*

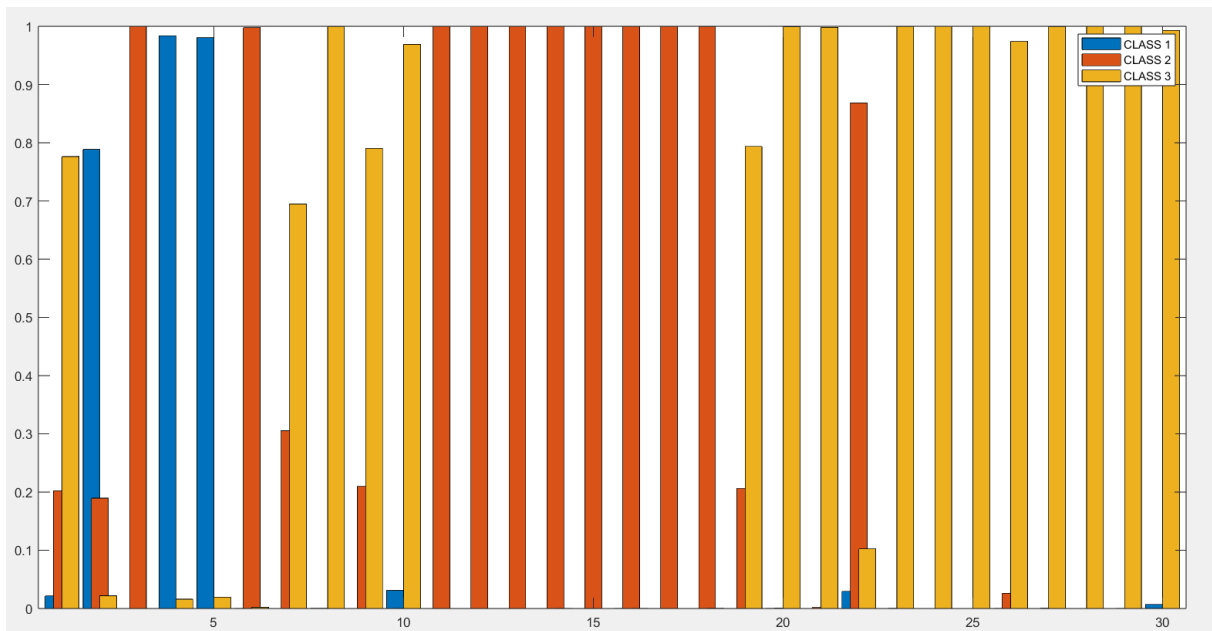
Τα αποτελέσματα της εκπαίδευσης απέδωσαν ακρίβεια 98,95% στο training set και 98,33% στο validation set.

## Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

Για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας του εκπαιδευμένου δικτύου διεξήχθησαν, με βάση το πραγματικό στατικό μοντέλο, 10 αναλύσεις για κάθε μία από τις 3 περιπτώσεις των κλάσεων βλάβης. Επομένως, συνολικά χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα 30 αναλύσεων για τον έλεγχο της ακρίβειας του δικτύου στις προβλέψεις. Τα αποτελέσματα των προβλέψεων παρουσιάζονται υπό την μορφή του πίνακα σύγκρισης που φαίνεται στην Εικόνα 5.1.5, καθώς επίσης και μέσω των ιστογραμμάτων στις Εικόνες 5.1.3 και 5.1.4, όπου παρατηρείται η ζητούμενη κατανομή των κλάσεων και αυτή που προβλέφθηκε, αντίστοιχα.



Εικόνα 7.1.3: Ιστόγραμμα κατανομής πραγματικών κλάσεων



Εικόνα 5.1.4: Ιστόγραμμα κατανομής προβλεπόμενων κλάσεων

|   | 1              | 2              | 3              |                |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 3<br>10.0%     | 0<br>0.0%      | 0<br>0.0%      | 100%<br>0.0%   |
| 2 | 2<br>6.7%      | 8<br>26.7%     | 1<br>3.3%      | 72.7%<br>27.3% |
| 3 | 5<br>16.7%     | 2<br>6.7%      | 9<br>30.0%     | 56.2%<br>43.8% |
|   | 30.0%<br>70.0% | 80.0%<br>20.0% | 90.0%<br>10.0% | 66.7%<br>33.3% |
|   | 1              | 2              | 3              |                |
|   |                | Target Class   |                |                |

Εικόνα 5.1.5: Πίνακας σύγχυσης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_multiclass\_static\_DNN*

Το εκπαιδευμένο μοντέλο βλέπουμε ότι επιτυγχάνει μία συνολική απόδοση πρόβλεψης ίση με 66,7%. Το ποσοστό αυτό προφανώς και δεν αποτελεί μία καλή απόδοση πρόβλεψης, και δεδομένου ότι το δίκτυο κατά την εκτίμηση της ακρίβειας του με βάση το validation dataset απέδωσε 98,33%, αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει καλή συσχέτιση μεταξύ των δεδομένων εκπαίδευσης και των δεδομένων ελέγχου (υψηλό model error), και άρα λέμε ότι το δίκτυο δεν κάνει καλή γενίκευση.

Παρατηρούμε τόσο από τα ιστογράμματα, όσο και από τα δεδομένα του πίνακα σύγχυσης, ότι το δίκτυο έχει την τάση να προβλέπει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις δύο από τις τρεις κλάσεις. Συγκεκριμένα, το 90% των δεδομένων της κλάσης 3 και το 80% των δεδομένων της κλάσης 2 προβλέφθηκαν σωστά. Από την άλλη, μόνο το 30% των δεδομένων της κλάσης 1 προβλέφθηκαν επιτυχώς. Βλέπουμε λοιπόν μία σαφέστατη “προτίμηση” του δικτύου να διαχωρίζει και να αντιλαμβάνεται τις κλάσεις 2 και 3 σε μεγαλύτερο βαθμό.

## 5.2 Εκπαίδευση Με Δεδομένα Δυναμικών Αναλύσεων

### Εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου (model\_multiclass\_dynamic\_CNN)

Για την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου πραγματοποιήθηκαν, με βάση πάλι το απλό δυναμικό μοντέλο, 100 αναλύσεις για την κάθε περίπτωση κλάσης βλάβης. Στο σύνολο τους οι αναλύσεις που έγιναν είναι 600, με τα αποτελέσματα να διαμορφώνονται κατάλληλα σε πινακοποιημένη μορφή, όπως εξηγήθηκε στην Ενότητα 3.1.2, ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση ενός μονοδιάστατου συνελκτικού δικτύου. Τα δεδομένα για την εκπαίδευση χωρίζονται τυχαία από το νευρωνικό δίκτυο σε 80% για το training set και σε 20% για το validation set.

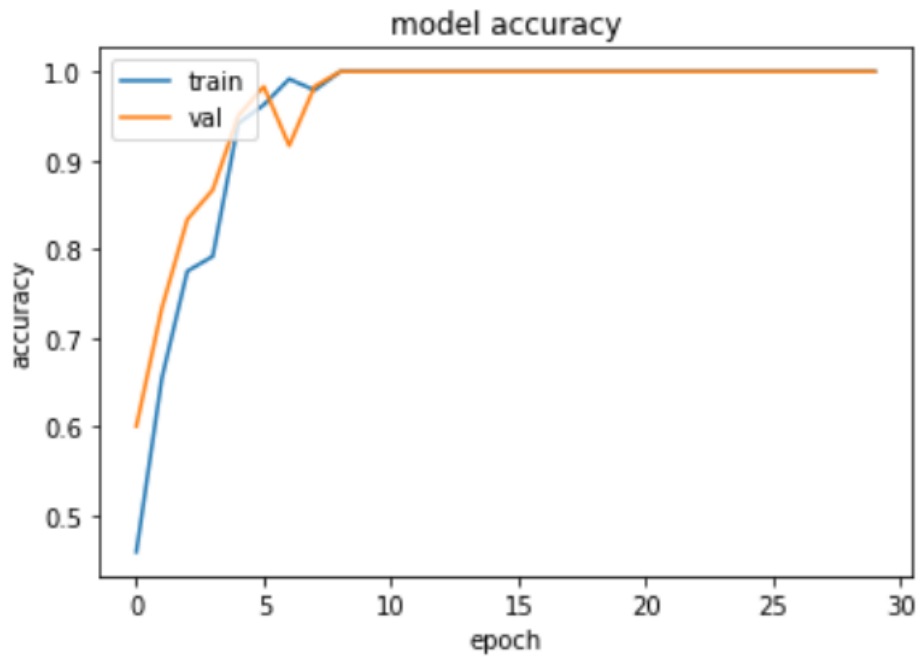
Το δίκτυο στο αρχικό του τμήμα αποτελείται από δύο στάδια συνέλιξης, με χρήση πολλαπλών φίλτρων για την αναγνώριση των χαρακτηριστικών των δεδομένων εισόδου. Ανάμεσα σε κάθε επίπεδο συνέλιξης παρεμβάλλεται ένα επίπεδο σμίκρυνσης, που αποσκοπεί στον διαχωρισμό της χρήσιμης από την λιγότερο αναγκαία πληροφορία. Έπειτα, πριν φτάσουμε στο τελευταίο στάδιο του δικτύου, εμφανίζεται το επίπεδο της διανυσματοποίησης, που απλώνει όλες τις τιμές των προηγούμενων νευρώνων σε ένα διάνυσμα. Τελικά, οι τιμές του διανύσματος εισέρχονται στο τελικό στάδιο του δικτύου που συγκροτείται από πέντε πλήρως συνδεδεμένα επίπεδα νευρώνων.

Σε όλα τα επίπεδα, εκτός του τελευταίου, που εμπλέκονται νευρώνες, ως συνάρτηση ενεργοποίησης χρησιμοποιείται η ReLU όπου προσδίδει την απαραίτητη μη γραμμικότητα στο σύστημα. Στο επίπεδο της εξόδου, λαμβάνει χώρα η κατηγοριοποίηση και άρα γίνεται χρήση της σιγμοειδούς συνάρτησης Softmax.

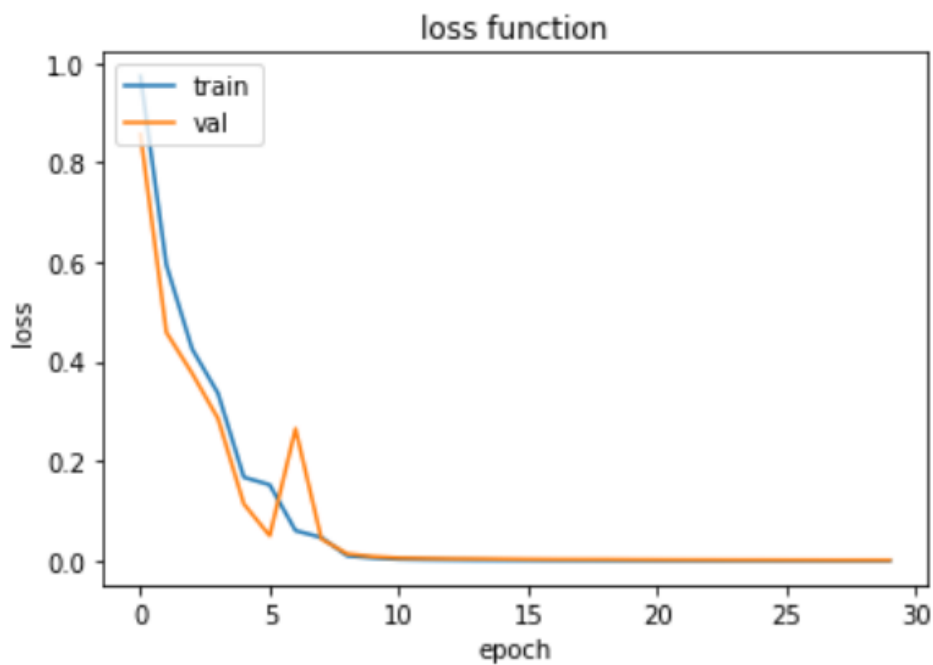
Οι λεπτομέρειες τις δομής του δικτύου δίνονται βάσει του παρακάτω πίνακα.

| Layer Type                                      | Number of Filters | Filter Length | Neurons | Activation Function |
|-------------------------------------------------|-------------------|---------------|---------|---------------------|
| Convolutional                                   | 10                | 10            | 3491    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (1163)  | -                   |
| Convolutional                                   | 6                 | 20            | 1144    | ReLU                |
| Max Pooling (pool size = 3)                     | -                 | -             | (381)   | -                   |
| Flatten                                         | -                 | -             | (2286)  | -                   |
| Dense                                           | -                 | -             | 150     | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 50      | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 30      | ReLU                |
| Dense                                           | -                 | -             | 20      | ReLU                |
| Classification                                  | -                 | -             | 3       | Softmax             |
| <b>Loss Function: Categorical Cross-entropy</b> |                   |               |         |                     |

Οι καμπύλες εκπαίδευσης του δικτύου, για 30 επαναλήψεις, παρουσιάζονται παρακάτω μέσω των δύο εικόνων που ακολουθούν.



Εικόνα 5.2.1: Καμπύλες ακρίβειας του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_multiclass\_dynamic\_CNN*



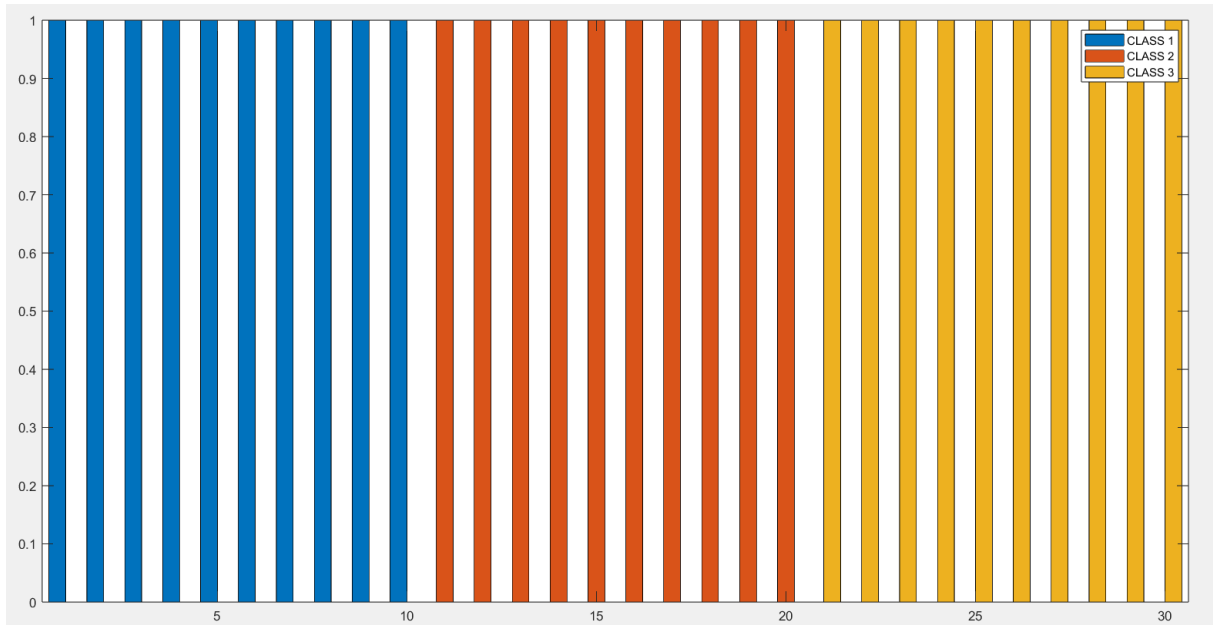
Εικόνα 5.2.2: Καμπύλες συνάρτησης κόστους του σετ εκπαίδευσης και του σετ επικύρωσης του μοντέλου: *model\_multiclass\_dynamic\_CNN*

Η εκπαίδευση του δικτύου απέδωσε 100% training accuracy και 100% validation accuracy.

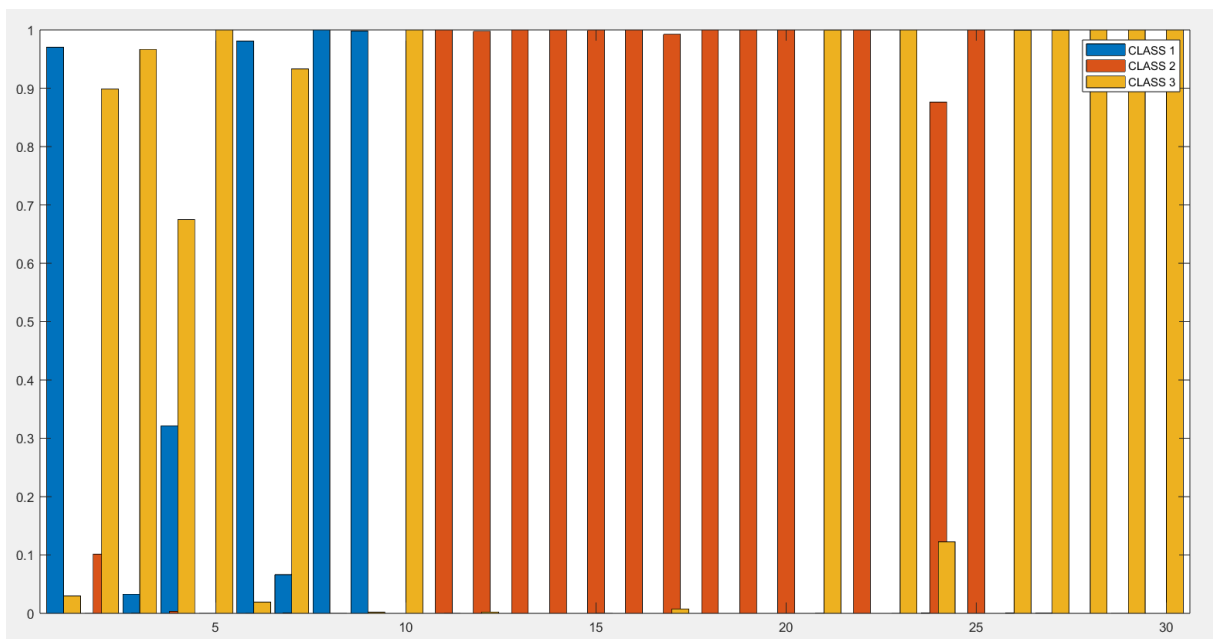


### Έλεγχος της αποτελεσματικότητας του δικτύου

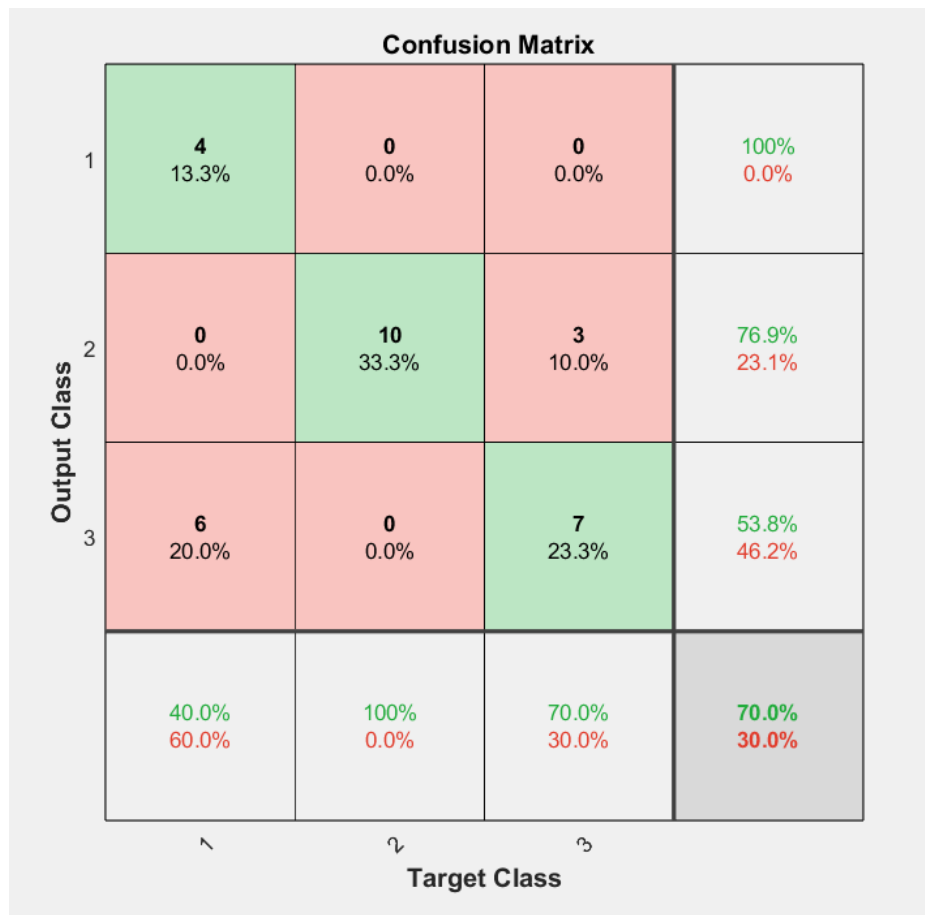
Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του εκπαιδευμένου δικτύου, πραγματοποιήθηκαν 10 αναλύσεις για καθεμία από τις 3 κατηγορίες βλάβης, χρησιμοποιώντας το πραγματικό δυναμικό μοντέλο. Συνολικά, τα αποτελέσματα 30 αναλύσεων χρησιμοποιήθηκαν για να ελεγχθεί η ακρίβεια των προβλέψεων του δικτύου. Τα αποτελέσματα των προβλέψεων παρουσιάζονται μέσω ιστογραμμάτων στις Εικόνες 5.2.3 και 5.2.4, όπου εμφανίζεται η κατανομή των πραγματικών και προβλεπόμενων κλάσεων, αντίστοιχα, αλλά και μέσω του πίνακα σύγκρισης που απεικονίζεται στην Εικόνα 5.2.5.



Εικόνα 5.2.3: Ιστόγραμμα κατανομής πραγματικών κλάσεων



Εικόνα 5.2.4: Ιστόγραμμα κατανομής προβλεπόμενων κλάσεων



Εικόνα 5.2.5: Πίνακας σύγκρισης των πραγματικών κλάσεων εξόδου (οριζόντιος άξονας) και των αντίστοιχων προβλέψεων (κάθετος άξονας) του μοντέλου: *model\_multiclass\_dynamic\_CNN*

Η συνολική απόδοση πρόβλεψης του δικτύου ανέρχεται στο 70%. Σε σύγκριση με το προηγούμενο νευρωνικό δίκτυο, εκπαιδευμένο με στατικές αναλύσεις, το παρόν βλέπουμε να πετυχαίνει μία σχετικά καλύτερη απόδοση. Παρατηρούμε ότι, η κλάση 2 προβλέπεται με 100% επιτυχία, ενώ η κλάση 3 με 70% και η κλάση 1 με 40%. Άρα, και σε αυτή την περίπτωση του νευρωνικού δικτύου, υπάρχει αυτή η “ιδιοτροπία” να μπερδεύει την κλάση 1.

Αυτή λοιπόν η τάση που παρουσιάζουν και τα δύο νευρωνικά δίκτυα στο να μην μπορούν να αναγνωρίσουν την ζημιά κλάσης 1, δεν είναι τυχαία. Αν παρατηρήσουμε από τις εικόνες στην αρχή του κεφαλαίου, τον τρόπο με τον οποίο έχουν οριστεί οι κλάσεις, θα δούμε ότι, τόσο η κλάση 2 όσο και η κλάση 3 είναι ορισμένες με τέτοιον τρόπο όπου οι φορείς που παρουσιάζουν την βλάβη να συνορεύουν και να έχουν έναν κοινό κόμβο. Αντίθετα, η κλάση 1 αναφέρεται σε δύο φορείς οι οποίοι βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα, άρα δεν συνορεύουν και δεν μοιράζονται κοινό κόμβο. Σαν συνέπεια των παραπάνω είναι οι κλάσεις 2 και 3 να γίνονται περισσότερο αντιληπτές από το δίκτυο, μίας και προκαλούνται μεγαλύτερες μετατοπίσεις στον κοινό κόμβο στον οποίο συνδέονται οι φορείς τους. Δηλαδή, η κλάση 1 θα μπορούσε να θεωρηθεί ως κλάση “μικρότερης” βλάβης, λόγω της μικρότερης επίδρασης της στις μετατοπίσεις των εμπλεκόμενων κόμβων, και άρα καθίσταται δυσκολότερο να ανιχνευθεί από το δίκτυο.

## 6 Συμπεράσματα

Η εκπαίδευση και τελικώς η αποτελεσματικότητα ενός νευρωνικού δικτύου, για την αναγνώριση ή ανίχνευση βλαβών σε κατασκευές, είτε γενικότερα σε μηχανολογικές εφαρμογές, αποτελεί ένα πρόβλημα που εμπλέκει πολλούς παράγοντες, οι οποίοι σαφώς επηρεάζουν την απόδοση και την ακρίβεια των τελικών προβλέψεων. Με κριτήριο τα όσα αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, προέκυψαν κάποια συμπεράσματα σε σχέση με κρίσιμες παραμέτρους που παίζουν καθοριστικό ρόλο στην τελική επίδοση ενός δικτύου, και παρατίθενται παρακάτω.

- **Σφάλμα Μοντελοποίησης (Model Error)**

Σε γενικές γραμμές, οι αποδόσεις προβλέψεων των νευρωνικών δικτύων που εκπαιδεύτηκαν δεν ήταν οι επιθυμητές. Αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στο model error που υφίσταται μεταξύ των μοντελοποιήσεων του απλού μοντέλου και του πραγματικού. Παρατηρήθηκε δηλαδή πως, ενώ σε όλες τις περιπτώσεις των εκπαιδύσεων των νευρωνικών δικτύων η ακρίβεια των προβλέψεων τους στο αντίστοιχο validation dataset (σε δεδομένα που το δίκτυο δεν έχει “ξαναδεί”, αλλά προέρχονται από το ίδιο σετ δεδομένων με το training dataset) ήταν άνω του 96%, όταν σε αυτά τροφοδοτούνταν δεδομένα αναλύσεων από το πραγματικό μοντέλο, τα ποσοστά των προβλέψεων απείχαν σε μεγάλο βαθμό. Άρα, η συσχέτιση μεταξύ των δεδομένων εκπαίδευσης και ελέγχου δεν είναι ικανοποιητική, παρόλο που έγινε και κανονικοποίηση τους, σε μία προσπάθεια να παραμεριστούν, έως έναν βαθμό, οι όποιες διαφοροποιήσεις υπήρχαν ως προς τις απόλυτες τιμές των αποκρίσεων των δύο μοντελοποιήσεων.

Επομένως στην πραγματικότητα, για την σωστή εκπαίδευση και έλεγχο των δικτύων θα πρέπει να υπάρχει όσο το δυνατόν μικρότερο model error στην μοντελοποίηση (που θα αποτελέσει την βάση για την παραγωγή των δεδομένων εκπαίδευσης) και της πραγματικής κατασκευής, για την επίτευξη της μέγιστης απόδοσης προβλέψεων, αλλά και της μεγιστοποίησης της αξιοπιστίας του ελέγχου.

- **Επίδραση του μεγέθους της βλάβης**

Ως προς το μέγεθος της βλάβης που παρουσιάζεται στην κατασκευή, τα αποτελέσματα των νευρωνικών δικτύων που εκπαιδεύτηκαν στο Κεφάλαιο 4, έδειξαν μία σαφή κατεύθυνση. Πιο συγκεκριμένα, σε όλες τις περιπτώσεις και ανεξαρτήτως του τύπου του δικτύου ή των δεδομένων με τα οποία έχει εκπαιδευτεί, είναι πιο εύκολο για ένα δίκτυο να αναγνωρίσει μια μεγαλύτερη βλάβη, σε σχέση με μια μικρότερη. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί και να γίνει κατανοητό, καθώς το νευρωνικό δίκτυο προσαρμόζει τα βάρη του για να βρει τις σωστές συσχετίσεις που θα επιτρέψουν τον ορθό διαχωρισμό μεταξύ των δύο κλάσεων (υγιές ή φθαρμένο). Έτσι, αν οι διαφορές στα δεδομένα εισόδου μεταξύ των κλάσεων 1 και 2 είναι πολύ μικρές (όπως στην περίπτωση μιας μικρής βλάβης), το δίκτυο δυσκολεύεται να βρει την κατάλληλη "διαχωριστική γραμμή" μεταξύ τους. Αντίθετα, σε μια περίπτωση μεγαλύτερης βλάβης, τα δεδομένα γίνονται πιο ευδιάκριτα και σαφή, καθιστώντας ευκολότερο τον διαχωρισμό των χαρακτηριστικών που την διαφοροποιούν από την υγιή κατάσταση.

- **Τύπος του νευρωνικού δικτύου και των δεδομένων εκπαίδευσης**

Όπως παρατηρείται από το σύνολο των εκπαιδευμένων νευρωνικών δικτύων που υλοποιήθηκαν στα Κεφάλαια 4 και 5, σε όλες τις περιπτώσεις τα συνελκτικά νευρωνικά δίκτυα (δυναμικές αναλύσεις) πέτυχαν υψηλότερες αποδόσεις προβλέψεων, σε σχέση με τα αντίστοιχα απλά

βαθιά νευρωνικά δίκτυα (στατικές αναλύσεις). Αυτό μπορεί να οφείλεται σε δύο λόγους. Είτε στο είδος των δεδομένων (στατικές ή δυναμικές αναλύσεις) που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του, είτε στην ίδια την δομή του νευρωνικού δικτύου. Ως προς το είδος των δεδομένων, είναι προφανές ότι μία απόκριση δυναμικής ανάλυσης φέρει περισσότερη πληροφορία σε σχέση με μία στατική, εφόσον η πρώτη “κουβαλάει” μέσα της πληροφορία για τα εγγενή χαρακτηριστικά της κατασκευής, όπως τις ιδιοσυχνότητες, τις ιδιομορφές και την απόσβεση. Αντίθετα, μία στατική ανάλυση σου αποφέρει σταθερές και απόλυτες τιμές για τις μετακινήσεις, τις τάσεις και τις τροπές οι οποίες δεν παρέχουν κάτι παραπάνω. Το αρνητικό κομμάτι στις δυναμικές αναλύσεις είναι ο χρόνος που απαιτούν, ο οποίος είναι αρκετά μεγαλύτερος από το χρόνο που χρειάζεται μία στατική ανάλυση για να διεξαχθεί. Αυτός είναι και ένας από τους βασικούς λόγους που μελετάται η εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων με δεδομένα από στατικές αναλύσεις στην παρούσα εργασία.

Στο κομμάτι της δομής του νευρωνικού δικτύου, τα συνελκτικά δίκτυα φαίνεται να υπερτερούν σε σχέση με τα απλά βαθιά νευρωνικά, καθώς στην αρχιτεκτονική τους περιέχουν επίπεδα συνέλιξης, τα οποία είναι ικανά να “σκανάρουν” την πληροφορία και να εξάγουν χρήσιμα χαρακτηριστικά, προτού ακολουθήσει το επόμενο στάδιο των πλήρως συνδεδεμένων νευρώνων. Άρα, παρουσιάζουν το πλεονέκτημα ότι φιλτράρουν τα δεδομένα και κρατάνε μόνο την χρήσιμη πληροφορία που θα βοηθήσει στην κατηγοριοποίηση των επιμέρους κλάσεων.

## Βιβλιογραφία

- [1]: Seventekidis Panagiotis, “Structural Health Monitoring through Computational and Experimental Methods as a Generic Approach to the Damage Detection Problem”, Jul. 2022.
- [2]: Fernandez-Navamuel, A., Zamora-Sánchez, D., Omella, Á.J., Pardo, D., Garcia-Sanchez, D. and Magalhães, F. (2022). Supervised Deep Learning with Finite Element simulations for damage identification in bridges. *Engineering Structures*, 257, p.114016.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114016>.
- [3]: Seventekidis, P., & Giagopoulos, D. (2023). Model error effects in supervised damage identification of structures with numerically trained classifiers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 184. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109741>
- [4]: Σ. Νατσιάβας, “Ταλαντώσεις Μηχανικών Συστημάτων”, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2001.
- [5]: Χρ. Προβατίδης, “Πεπερασμένα Στοιχεία στην Ανάλυση Κατασκευών”, Εκδόσεις Τζόλα, 2<sup>η</sup> Έκδοση, Αθήνα, 2016.
- [6]: [www.comsol.com](https://www.comsol.com), “FEA Software Definition with Simulation Examples.”, [online] Available at: <https://www.comsol.com/multiphysics/fea-software?parent=finite-element-method-042-62-22> [Accessed 18 Jun. 2024].
- [7]: SimScale (2018). “What is FEA | Finite Element Analysis?”, [online] Available at: <https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-fea-finite-element-analysis/> [Accessed 18 Jun. 2024].
- [8]: Αραϊλόπουλος Αλέξανδρος, “ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΝΗΜΕΡΩΣΗΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.”, 2014.
- [9]: Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου, “Τεχνητή Νοημοσύνη”, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας, 4<sup>η</sup> Έκδοση, 2020
- [10]: IBM (2023). “What is Deep Learning?”, [online] [www.ibm.com](https://www.ibm.com). Available at: <https://www.ibm.com/topics/deep-learning>
- [11]: Γεωργούλη, Α. (2015). “Τεχνητή νοημοσύνη” [Προπτυχιακό εγχειρίδιο]. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. <https://dx.doi.org/10.57713/kallipos-666>
- [12]: AIML.com (2022). “What is a Perceptron? What is the role of bias in a perceptron (or neuron)?”, [online] AIML.com. Available at: <https://aiml.com/what-is-a-perceptron/>
- [13]: Baheti, P. (2022). “12 Types of Neural Networks Activation Functions: How to Choose?”, [online] [www.v7labs.com](https://www.v7labs.com). Available at: <https://www.v7labs.com/blog/neural-networks-activation-functions>.
- [14]: Analyticsvidhya.com. (2024). Available at: [https://editor.analytics-vidhya.com/uploads/3054\\_1010.png](https://editor.analytics-vidhya.com/uploads/3054_1010.png) [Accessed 21 Jun. 2024].
- [15]: Vemulapati, P. (2023). Image Padding Techniques: Zero Padding (part 1). [online] Medium. Available at: [https://medium.com/@Orca\\_Thunder/image-padding-techniques-zero-padding-part-1-669de127ba59](https://medium.com/@Orca_Thunder/image-padding-techniques-zero-padding-part-1-669de127ba59) [Accessed 22 Jun. 2024].

[16]: Mriquestions.com. (2024). Available at: [https://mriquestions.com/uploads/3/4/5/7/34572113/cnn-sample-layout\\_orig.png](https://mriquestions.com/uploads/3/4/5/7/34572113/cnn-sample-layout_orig.png) [Accessed\_22 Jun. 2024].