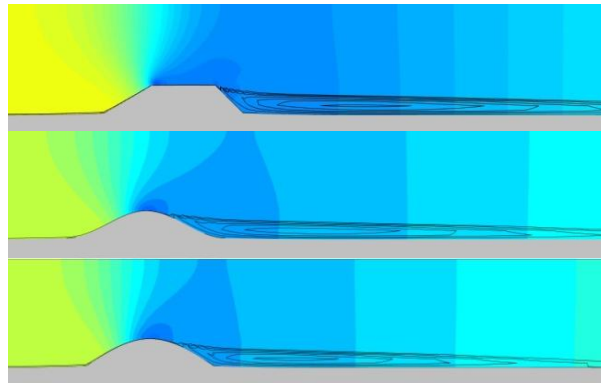




**Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**  
**Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών**  
*Πολυτεχνική Σχολή*

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΡΟΗΣ ΜΕΣΑ ΑΠΟ  
ΣΤΕΝΩΣΗ: ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΕ ΑΙΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥΣ  
ΔΕΙΚΤΕΣ**



**ΚΕΛΙΔΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ**  
ΑΕΜ: 1279

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
Κωνσταντινίδης Ευστάθιος, Αναπληρωτής καθηγητής

## Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε για το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας, από τον Κελίδη Παναγιώτη.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ. Ευστάθιο Κωνσταντινίδη, για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το θέμα της διπλωματικής, για την καθοδήγηση που μου παρείχε καθώς και για τις πολύτιμες παρατηρήσεις του που με βοήθησαν να αντιληφθώ πώς παρουσιάζεται και δομείται ένα σωστό τεχνικό κείμενο.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου για την συμπαράστασή τους καθώς και την οικογένεια μου για την στήριξη που μου παρείχαν σε όλα τα φοιτητικά μου χρόνια.

## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετάται υπολογιστικά το πεδίο ροής μέσα από στένωση κυκλικού αγωγού με ελαστικά τοιχώματα, πρόβλημα που προσομοιάζει την επίδραση της αθηρωματικής πλάκας στη ροή του αίματος σε στεφανιαία αρτηρία. Από τη μελέτη της νόσου της αθηροσκλήρωσης, έχουν συνδεθεί διάφορες αιμοδυναμικές παράμετροι όπως η ενδοθηλιακή διατμητική τάση και η αρτηριακή πίεση με την αθηρωμάτωση των αρτηριών. Επιπλέον, έχουν αναπτυχθεί βιβλιογραφικά κατάλληλοι αιμοδυναμικοί δείκτες, οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση της πορείας της νόσου. Κατά τη μελέτη λοιπόν της αλληλεπίδρασης της παλμικής ροής με τον στενεμένο ελαστικό αγωγό, εκτιμάται η επίδραση της στένωσης στη ροή μέσω των παραπάνω αιμοδυναμικών παραμέτρων. Το πρόβλημα μελετάται, δισδιάστατα αξονοσυμμετρικά για αγωγό με συμμετρική και ήπια στένωση, βαθμού στένωσης 25.8% της διαμέτρου. Θεωρείται ότι το αίμα είναι Νευτώνειο και η ροή του είναι στρωτή ενώ ότι το τοίχωμα και η στένωση είναι από ομογενή και ελαστικά υλικά. Η επιβαλλόμενη κυματομορφή εισόδου της ροής είναι ημιτονοειδής ενώ εξετάζεται και μη-αρμονική κυματομορφή. Η επίδραση της γεωμετρίας της στένωσης, διερευνάται με αλλαγή του μήκους και του σχήματος της. Βρέθηκε ότι κατά την επιμήκυνση της στένωσης οι τιμές της διατμητικής τάσης τοιχώματος, έχουν ανοδική ή πτωτική συμπεριφορά ανάλογα με το αν χρησιμοποιείται τραπεζοειδής ή καμπανοειδής στένωση αντίστοιχα. Μάλιστα οι τιμές των τάσεων βγαίνουν εκτός των φυσιολογικών ορίων που συναντούνται σε υγιή άτομα. Η βαθμίδα διατμητικής τάσης τοιχώματος αυξάνεται καθώς βραχύνονται οι στενώσεις και για την τριγωνική στένωση κοντεύει στην κρίσιμη για ανεύρυσμα τιμή. Η ανακυκλοφορία της μεταστενωτικής ροής είναι μικρότερη στην περίπτωση των βραχειών και καμπανοειδών στενώσεων. Το ίδιο συμβαίνει και με την πτώση πίεσης στον αγωγό. Τέλος, η μη αρμονική κυματομορφή επιφέρει ελαφριά αύξηση της ανακυκλοφορίας και της πτώσης πίεσης του πεδίου ροής.

## Συμβολισμοί

---

$r$	Ακτινική θέση
$z$	Αξονική θέση
$D$	Εσωτερική διάμετρος αγωγού
$R_o$	Ακτίνα απαραμόρφωτου αγωγού
$R_d$	Ακτίνα παραμορφωμένου αγωγού
$B$	Μήκος στένωσης
$T$	Περίοδος παλμικής ροής
$w$	Αξονική συνιστώσα της ταχύτητας
$w_{in}$	Αξονική ταχύτητα εισόδου της ροής
$w_{avg}$	Χρονική μέση αξονική ταχύτητα
$P_{avg}$	Χρονική μέση πίεση
$\tau_w$ ή WSS	Διατμητική τάση τοιχώματος
$WSS_{av}$	Χρονική μέση WSS
$WSS_G$	Βαθμίδα της WSS
$OSI$	Δείκτης διατμητικής ταλάντωσης
$RRT$	Σχετικός χρόνος παραμονής
$RH^*$	Κανονικοποιημένο Ύψος ανακυκλοφορίας της ροής
$u_{solid}$	Ακτινική μετατόπιση τοιχώματος
$w_{solid}$	Αξονική μετατόπιση τοιχώματος
$IP$	Σημείο καμπής του προφιλ της $w$
$Z'$	Κανονικοποιημένη αξονική θέση
$z^*$	Κανονικοποιημένη αξονική θέση
$\tau_{rr}$	Ακτινική τάση τοιχώματος
$\tau_{zz}$	Αξονική τάση τοιχώματος
$\tau_{\phi\phi}$	Περιφερειακή τάση τοιχώματος
$\omega_{\phi}$	Περιφερειακή στροβιλότητα

---

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	i
Περίληψη .....	ii
Συμβολισμοί .....	iii
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή .....	1
1.1 Στοιχεία Ιατρικού προβλήματος.....	1
1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση .....	4
1.3 Αιμοδυναμικοί δείκτες.....	12
Κεφάλαιο 2: Υπολογιστική Μεθοδολογία .....	17
2.1 Διέπουσες εξισώσεις .....	17
2.2 Γεωμετρίες .....	19
2.3 Οριακές συνθήκες .....	21
2.4 Παράμετροι υπολογιστικού προβλήματος .....	24
2.4.1 Ιδιότητες Ρευστού, Στερεού .....	24
2.4.2 Χρονικό βήμα και Υπολογιστικό πλέγμα .....	25
Κεφάλαιο 3: Αποτελέσματα .....	29
3.1 Βασική Γεωμετρία.....	29
3.1.1 Επικύρωση μοντέλου.....	29
3.1.2 Επίδραση Οριακής Συνθήκης Ελεύθερων Άκρων .....	54
3.1.3 Παρουσίαση Πεδίων .....	62

3.2 Επίδραση Γεωμετρίας Στένωσης .....	70
3.2.1 Επίδραση Σχήματος Στένωσης.....	70
3.2.2 Επίδραση μήκους Στένωσης .....	84
3.3 Επίδραση Κυματομορφής .....	99
Κεφάλαιο 4: Συμπεράσματα και Προτάσεις .....	110
Βιβλιογραφία .....	116
Παράρτημα .....	120

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Στοιχεία ιατρικού προβλήματος

Η νόσος της αθηροσκλήρωσης αποτελεί την κύρια αιτία καρδιακών και εγκεφαλικών επεισοδίων στο δυτικό κόσμο. Η αθηροσκλήρωση είναι η πάχυνση του αρτηριακού τοιχώματος λόγω εισχώρησης και συγκέντρωσης λιπιδίων ουσιών και λευκοκυττάρων στον έσω χιτώνα της αρτηρίας, προκαλώντας την φλεγμονώδη στένωση του αυλού της. Είναι μια χρόνια, εξελικτική νόσος που ξεκινά με την αλλοίωση του έσω χιτώνα, συνεχίζει προοδευτικά με τη μεγέθυνση της αθηρωματικής πλάκας που χτίζεται στο αρτηριακό τοίχωμα δημιουργώντας ισχαιμία και φτάνει στη ρήξη και αποκόλληση της πλάκας ή τμήματος της, φράσσοντας κάποιο αγγείο και άρα εμποδίζοντας την τροφοδότηση αίματος στα ανάλογα όργανα.

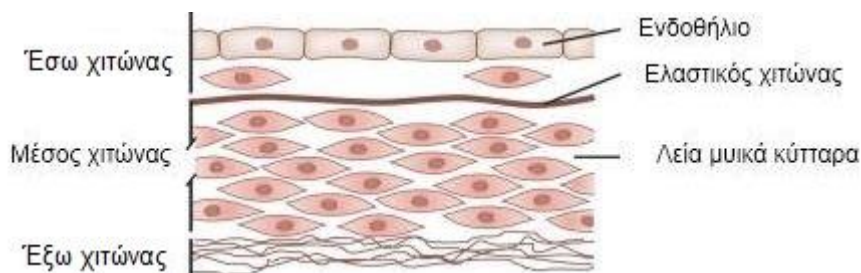
Ένα φυσιολογικό τοίχωμα αρτηρίας αποτελείται από τρεις μεγάλους χιτώνες, τον έσω, μέσο και έξω χιτώνα. Στον έσω χιτώνα βρίσκεται το ενδοθήλιο, ένα λεπτό στρώμα κυττάρων που διαχωρίζει το αίμα από το υπόλοιπο τοίχωμα του αγωγού και εκκρίνει πρωτεΐνες που αποτρέπουν την φυσική τάση του αίματος να σχηματίσει θρόμβους. Στο αρχικό στάδιο της νόσου, το ενδοθήλιο αλλοιώνεται λόγω υψηλής πίεσης αίματος, μηχανικής καταπόνησης, συγκέντρωσης χαμηλής πυκνότητας λιποπρωτεΐνης-LDL και άλλων παραγόντων, δίνοντας την ευχέρεια στην χοληστερίνη-LDL να διεισδύσει από κάτω του. Με την εισβολή της χοληστερίνης-LDL στον έσω χιτώνα, ενεργοποιείται το ανοσοποιητικό σύστημα αποστέλλοντας λευκοκύτταρα-μακροφάγα τα οποία “καταστρέφοντας” την LDL μετασχηματίζονται σε νεκρά κύτταρα, που είναι ανίκανα να “καταστρέψουν” άλλη LDL και αποκαλούνται αφρώδη ενώ παραμένουν εκεί σχηματίζοντας έναν πυρήνα. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται με την συσσώρευση και άλλων λιπαρών ουσιών και προϊόντων του μεταβολισμού των κυττάρων.

Στη συνέχεια, λόγω δυσλειτουργίας του αλλοιωμένου ενδοθηλίου, το αίμα μπορεί να πήξει σε αυτό και έτσι τα αιμοπετάλια να προσκολληθούν εκεί. Τα

αιμοπετάλια που εμπλέκονται στη θρόμβωση του αίματος, απελευθερώνουν έναν αυξητικό παράγοντα που επηρεάζει τα λεία μυϊκά κύτταρα, κάποια από τα οποία “μεταναστεύουν” από την κανονική τους θέση από τον μέσο χιτώνα, στον έσω χιτώνα όπου πολλαπλασιάζονται. Εκεί εκκρίνουν κολλαγόνο και ίνες ελαστίνης που σχηματίζουν κάτω από το αλλοιωμένο ενδοθήλιο ένα ινώδες κάλυμμα που εμποδίζει το αίμα να γίνει θρόμβος. Το αλλοιωμένο ενδοθήλιο μαζί με το ινώδες κάλυμμα ονομάζονται πλάκα. Η πλάκα αποτρέπει την υψηλής πυκνότητας λιποπρωτεΐνη- HDL να αφαιρέσει το ασβέστιο που η LDL εναποθέτει μέσα στο τοίχωμα. Το ασβέστιο κρυσταλλοποιείται και κάνει τοπικά σκληρό και δύσκαμπτο το αρτηριακό τοίχωμα.

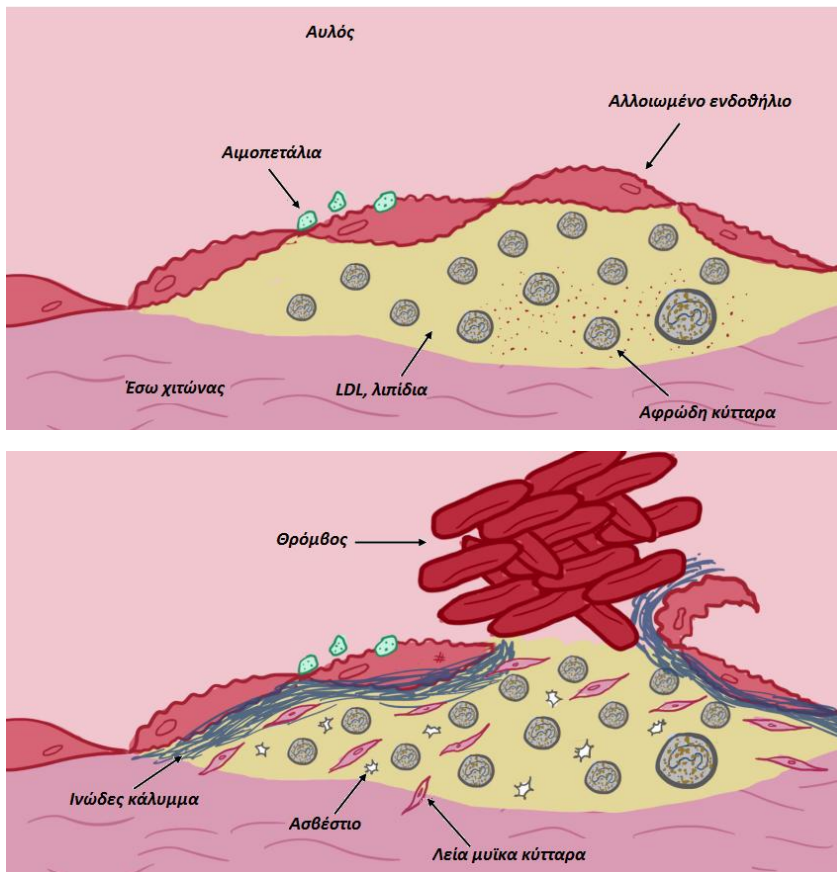
Σε τελικό στάδιο, το ινώδες κάλυμμα μπορεί να σχιστεί αποκαλύπτοντας τον λιπώδη πυρήνα στο αίμα. Αμέσως το ανοσοποιητικό αντιδρά, δημιουργώντας τοπικό θρόμβο στο ρήγμα, στενεύοντας κατ’ αυτόν τον τρόπο περισσότερο τον αυλό της αρτηρίας. Η στενευμένη αρτηρία ελαττώνει τη ροή του αίματος οδηγώντας σε ισχαιμικά επεισόδια. Για παράδειγμα, η πληγμένη στεφανιαία αρτηρία που τροφοδοτεί με αίμα την καρδιά, μπορεί να οδηγήσει σε στεφανιαία νόσο ή σε καρδιακή προσβολή ενώ αν η καρωτιδική αρτηρία που τροφοδοτεί τον εγκέφαλο έχει περιοριστεί, μπορεί να οδηγήσει σε εγκεφαλικό. Σε άλλες περιπτώσεις, τμήμα του θρόμβου αποκολλάται από την πλάκα, ταξιδεύοντας μέχρι τα μικρά αιμοφόρα αγγεία, λειτουργώντας ως έμβολο εμφράγματος. Τέλος, στην περίπτωση που η αρτηρία διαστέλλεται δυσανάλογα με την αύξηση του μεγέθους της πλάκας, προκειμένου να μείνει ανεπηρέαστος ο αυλός για τη ροή, τότε προκύπτει ανεύρυσμα.

Στα Σχήματα 1.1 και 1.2 παρουσιάζεται η δομή της αρτηρίας και τα στάδια της αθηροσκλήρωσης.



Σχήμα 1.1: Διαστρωμάτωση αρτηριακού τοιχώματος. (incardiology.gr)





Σχήμα 1.2: Αθηρωματική πλάκα σε δύο στάδια. (Wikipedia, Atherosclerosis)

## 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η μελέτη του πεδίου ροής μέσα από κυλινδρικό αγωγό με στένωση, αποτελεί θέμα υψηλού ενδιαφέροντος, διότι σχετίζεται με το πρόβλημα της αθηροσκλήρωσης. Η αθηροσκλήρωση είναι η κύρια αιτία εμφράγματος και εγκεφαλικού και είναι η σταδιακή πάχυνση και σκλήρυνση του τοιχώματος αρτηρίας καθώς και η στένωση του αυλού της. Η προοδευτική στένωση, πραγματοποιείται με την εισχώρηση και συγκέντρωση λιπιδίων, ασβεστίου (κ.α.) στο αρτηριακό τοίχωμα, σχηματίζοντας έτσι την αθηρωματική πλάκα, η οποία εξέχει και διαταράσσει τη φυσιολογική ροή του αίματος. Κατ' αυτό τον τρόπο, η πλάκα και το αρτηριακό τοίχωμα δέχονται αιμοδυναμικές δυνάμεις οι οποίες μπορούν να θραύσουν την πλάκα, δημιουργώντας ένα έμβολο φραγμού αγγείων. Αν πλήττεται η καρωτιδική αρτηρία τότε προκαλείται εγκεφαλικό ενώ αν πλήττεται η στεφανιαία αρτηρία, προκαλείται καρδιακή προσβολή. Επομένως, είναι λογικό να μελετηθούν οι αιμοδυναμικές παράμετροι του προβλήματος, αφού είναι πλέον βιβλιογραφικά αποδεκτό, ότι καθορίζουν την έναρξη και εξέλιξη της αθηροσκλήρωσης καθώς και τη ρήξη της αθηρωματικής πλάκας (Caro et al., 1971, Li et al., 2007). Η κατανόηση των αιτιών της αθηροσκλήρωσης, θα βοηθήσει στην πρόληψη και θεραπεία της νόσου, καθώς και στον εντοπισμό των θέσεων αθηρογένεσης.

Για τη δημιουργία και εξέλιξη της αθηρωματικής πλάκας, η πιο σημαντική αιμοδυναμική παράμετρος είναι η διατμητική τάση τοιχώματος (Wall Shear Stress-WSS) (Caro et al., 1971, Lee & Xu, 2002 κ.α.). Χαμηλές τιμές της WSS ( $<0.4$  Pa), που εμφανίζονται συνήθως σε αρτηριακές διακλαδώσεις ή καμπυλώσεις, σχετίζονται με την τοπική συγκέντρωση των συστατικών-αθηρογόνων σωματιδίων που ευθύνονται για την αθηροσκλήρωση. Το γεγονός αυτό ευνοεί τη μεταφορά τους διαμέσου του αρτηριακού τοιχώματος ή τη μεγάλη χρονική αλληλεπίδραση των αιμοπεταλίων με αυτό (Caro et al., 1971, Anastasiou et al., 2013). Επίσης, τοπικά μπορεί να επηρεάζεται η φυσιολογική λειτουργία του ενδοθηλίου, εκκρίνοντας λιγότερο νιτρικό οξείδιο (NO) το οποίο εμποδίζει την πάχυνση της πλάκας από τον πολλαπλασιασμό των λείων μυϊκών κυττάρων (Chatzizisis et al., 2007, Tian et al., 2013, Wikipedia). Μάλιστα, σε μέρη με χαμηλή WSS και υψηλή βαθμίδα διατμητικής τάσης

(WSSG) ιδιαίτερα σε σημεία επανακόλλησης της ροής, το ενδοθήλιο παρουσιάζει υψηλά ποσοστά κυτταρικής διαίρεσης και χαμηλή κυτταρική πυκνότητα, επιδρώντας έτσι στη διαπερατότητα του (Chiu et al., 1998, Tian et al., 2013). Θα πρέπει πάντως να αναφερθεί, ότι υψηλές τιμές της WSS (>7 Pa) θεωρούνται επίσης υπαίτιες για την έναρξη της νόσου, αφού προκαλούν ενδοθηλιακή βλάβη (Anastasiou et al., 2013, Shaded et al., 2013). Σε μετέπειτα στάδιο, μπορεί να επιφέρουν το “σχίσσιμο” της πλάκας οδηγώντας σε θρόμβωση.

Για την ρήξη της αθηρωματικής πλάκας, η υπεύθυνη παράμετρος είναι η τάση στη στένωση. Συγκεκριμένα, η περιφερειακή τάση τοιχώματος, η οποία αυξάνεται ταυτόχρονα με την αρτηριακή πίεση (Zhi-Yong Li et al., 2006), διατείνει την αθηρωματική πλάκα καθώς διαστέλλεται το αγγείο στη διάρκεια του καρδιακού κύκλου. Η περιφερειακή τάση, όπως και άλλες τάσεις που μελετούνται (αξονική, ακτινική) κατανέμονται υψηλά στα άκρα της πλάκας, όπου και διαρρηγνύεται αυτή συνήθως (Lee & Xu, 2002, Li et al., 2007). Η τιμή των 300 kPa θεωρείται κρίσιμη για την ρήξη της αθηρωματικής πλάκας (Bathe, 1999, Zhi-Yong Li et al., 2006) ενώ η τιμή των 30 kPa είναι φυσιολογική τιμή για υγιή αρτηρία (Li et al., 2007).

Στην πορεία της επιστημονικής μελέτης των παραπάνω παραμέτρων καθώς και της αλληλεπίδρασης του αίματος με την αθηρωματική πλάκα, οι ερευνητές χρησιμοποίησαν απλοποιημένα πειραματικά ή υπολογιστικά μοντέλα για να αποσυνθέσουν το πολύπλοκο πραγματικό πρόβλημα σε απλούστερα παρόμοια που το προσομοιάζουν. Έτσι, είναι εφικτό να μελετηθεί/επιλυθεί το πρόβλημα καθώς και να εξεταστεί καθαρά η επίδραση παραμέτρων όπως η γεωμετρία του αγωγού και της στένωσης, ιδιότητες ρευστού και στερεού, είδος ροής κ.α. στις αιμοδυναμικές παραμέτρους.

Οι Ojha et al. (1989) μελέτησαν πειραματικά την παλμική ροή Νευτώνειου ρευστού, αριθμού Re 575, με ημιτονοειδή κυματομορφή παροχής, μέσα από κυλινδρικό αγωγό με τραπεζοειδή στένωση, χρησιμοποιώντας φωτοχρωμικό ιχνηλάτη. Προσομοιάζοντας έτσι τη ροή αίματος σε στενεμένη αρτηρία, απέκτησαν τα προφίλ της ταχύτητας σε διάφορες μεταστενωτικές διατομές του αγωγού και τη χωρική και χρονική μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, παρέχοντας σημαντικά δεδομένα. Παρατήρησαν ότι σε συμμετρικές στενώσεις

βαθμού <50% υπάρχουν μεταστενωτικά ενιαίες και συμμετρικές περιοχές ανακυκλοφορίας, οι οποίες διαστρεβλώνονται σε μεγαλύτερου βαθμού στένωση λόγω της τύρβης. Οι δίνες στην τυρβώδη κατάσταση, μεταβάλλουν έντονα τη διατμητική τάση τοιχώματος.

Στην επάνω μελέτη στηρίχθηκαν οι Lee & Xu (2002) για να ερευνήσουν υπολογιστικά την επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος, στο πεδίο ροής (ταχύτητες, ύψος ανακυκλοφορίας) και στη διατμητική τάση τοιχώματος μέσω συζευγμένου λύτη ρευστού-στερεού (FSI). Αυτό γιατί η χρονομεταβαλλόμενη παραμόρφωση του τοιχώματος και της στένωσης, που προκαλείται από την διακυμαινόμενη αρτηριακή πίεση, επηρεάζει το πεδίο ροής. Χρησιμοποιώντας πανομοιότυπο γεωμετρικό μοντέλο και προσαρμοσμένες στο παραπάνω πείραμα οριακές συνθήκες, βρήκαν ελαφριά μείωση των ταχυτήτων και της διατμητικής τάσης και αύξηση του ύψους ανακυκλοφορίας της ροής, στην ελαστική περίπτωση. Ομοίως, ελαφριά πτώση της μέγιστης διατμητικής τάσης τοιχώματος βρήκαν και οι Moayeri et al. (2003) ενώ παρατήρησαν και μικρή αύξηση της χρονικής μέσης πτώσης πίεσης στην περίπτωση ελαστικού τοιχώματος. Οι Banerjee et al. (2012) μάλιστα θεωρούν ότι η ελαστικότητα του τοιχώματος στην αιμοδυναμική μελέτη του φαινομένου, είναι δευτερεύουσας σημασίας, δεδομένου ότι η αθηροσκλήρωση σκληραίνει το αρτηριακό τοίχωμα.

Από την άλλη, η ορθή θεώρηση των μηχανικών ιδιοτήτων και της διαστρωμάτωσης της πλάκας-στένωσης, είναι πολύ σημαντική για τις τάσεις τοιχώματος. Οι Zhi-Yong Li et al. (2006) μελετώντας την αλληλεπίδραση (FSI) της ροής με στρωματοποιημένη 2D στένωση, έδειξαν ότι πλάκες με λεπτό ινώδες κάλυμμα είναι υψηλής επικινδυνότητας για ρήξη (ασταθείς πλάκες). Χρησιμοποιώντας δισδιάστατη γεωμετρία για πλάκα με λιπώδη πυρήνα και με ινώδες κάλυμμα, έχοντας υπέρ-ελαστικές (hyperelastic) ιδιότητες, βρήκαν ότι ακόμα και μια ήπια στένωση (<30%) μπορεί να "σχιστεί" αν το ινώδες κάλυμμα είναι λεπτό, αφού οι τάσεις ξεπερνούν τα 300 kPa. Σε αυτό συμφωνεί και ο Bathe (1998) αναφέροντας ότι οι λιπώδεις "πισίνες" διανέμουν υψηλά τοπικά τις τάσεις. Επομένως, η μέχρι πρότινος κατηγοριοποίηση των ασθενών σε τάξεις επικινδυνότητας ρήξης της πλάκας ανάλογα με το βαθμό στένωσης, είναι ανεπαρκής και γι' αυτό θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και το πάχος της ινώδους κάψας. Γενικότερα, είτε πρόκειται για δύσκαμπτες ασβεστοποιημένες

πλάκες (ευσταθείς) είτε για μαλακές με λιπώδεις πυρήνες (ασταθείς) οι τάσεις και οι τιμές τους διαφοροποιούνται όπως επισημαίνουν οι Li et al. (2007).

Όσον αφορά στις ιδιότητες του ρευστού το οποίο αντιπροσωπεύει το αίμα, αυτές επηρεάζουν σημαντικά το πεδίο ροής και τη διατμητική τάση τοιχώματος. Το ιξώδες του αίματος πέραν του ότι επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες όπως είναι το κάπνισμα, η σύσταση του κ.α., διαφοροποιείται και ανάλογα με το ρυθμό διάτμησης ( $\dot{\gamma}$ ). Έτσι για ρυθμό διάτμησης μεγαλύτερο του  $100s^{-1}$  το αίμα συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο υγρό, ενώ για μικρότερο ως λεπτόρρευστο μη-Νευτώνειο. Δηλαδή ως λεπτόρρευστο υγρό, το ιξώδες του αίματος φθίνει με τη αύξηση του  $\dot{\gamma}$  (Σχήμα 1.3), που πρακτικά αυτό γίνεται κατά τη συστολική φάση του καρδιακού κύκλου. Στο Σχήμα 1.3 παρουσιάζεται η μεταβολή του ιξώδους του ανθρώπινου αίματος συναρτήσει του ρυθμού διάτμησης, όπως μετρήθηκε πειραματικά και όπως υπολογίστηκε από προσεγγιστικά μοντέλα. Οι Buchanan et al. (1999), χρησιμοποίησαν τρία ρεολογικά μοντέλα ρευστού (Newtonian, Power Law, Quemada) και βρήκαν ότι η διατμητική τάση τοιχώματος διαφοροποιείται στις τρεις περιπτώσεις, με το Power Law να δίνει την υψηλότερη εκτίμηση, το Quemada τη μεσαία και το Newtonian την κατώτερη. Επίσης, διαπίστωσαν ότι η ζώνη ανακυκλοφορίας της μεταστενωτικής ροής υπερεκτιμάται με το Νευτωνικό μοντέλο. Από την άλλη οι Chan et al. (2007) χρησιμοποίησαν τα μοντέλα Newtonian, Power Law και Carreau στο γεωμετρικό μοντέλο των Lee & Xu (2002) και βρήκαν άλλη συμπεριφορά, με το Power Law να υποεκτιμά σε σχέση με το Newtonian. Τέλος, άλλοι ερευνητές θεώρησαν το ρευστό Νευτώνειο για μεγάλους αριθμούς Re επειδή δημιουργούνται υψηλοί ρυθμοί διάτμησης ή για μεγάλους αγωγούς ροής με διάμετρο 1000 φορές μεγαλύτερη από το μέγεθος ενός ερυθρού αιμοσφαιρίου  $\sim 5\mu m$ , Lee & Xu (2002) (παρόλο που στη στένωση δεν ισχύει αυτό).

Άλλη σημαντική παράμετρος στη μελέτη του πεδίου ροής και των αιμοδυναμικών παραμέτρων είναι η κυματομορφή της ροής. Η κυματομορφή της ροής του αίματος, διαφοροποιείται ανάλογα με τη θέση στο αρτηριακό σύστημα και τις ατομικές φυσικές συνθήκες (θερμοκρασία, πίεση). Η συχνότητα της κυματομορφής του αίματος μειώνεται καθώς αυτό απομακρύνεται από την καρδιά προς τις αρτηρίες και τα αρτηρίδια. Το ίδιο και ο αδιάστατος αριθμός

Womersley,  $W_0$  που ορίζεται ως  $\alpha = R \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$  (R η ακτίνα κυλίνδρου,  $\omega$  η γωνιακή

ταχύτητα και  $v$  το κινηματικό ιξώδες) και εκφράζει τις αδρανειακές δυνάμεις της παλμικής ροής σε σχέση με τις δυνάμεις ιξώδους. Διακουμαίνεται συνήθως από 1 έως 15 στις αρτηρίες και παρόμοια με την αύξηση του αριθμού  $Re$  επηρεάζει το προφίλ ταχυτήτων. Στο *Σχήμα 1.4* παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού  $Wo$  στα προφίλ ταχύτητας, για ροή εντός κυλινδρικού αγωγού. Οι Banerjee et al. (2012) χρησιμοποιώντας τρεις κυματομορφές ίδιου πλάτους αλλά διαφορετικού  $Wo$  (4, 7.5 και 12.5) έδειξαν ότι το μεταστενωτικό πεδίο ροής γίνεται πιο ταλαντευόμενο και ότι το εύρος τιμών της στιγμιαίας διατμητικής τάσης τοιχώματος μεγαλώνει, αυξάνοντας τον αριθμό  $Wo$ . Το μήκος ανακυκλοφορίας της μεταστενωτικής ροής, δεν έχει αύξουσα μονοτονική συμπεριφορά καθώς από  $Wo$  4 μέχρι 7.5 αυξάνεται ενώ από 7.5 μέχρι 12.5 μειώνεται. Τέλος, οι Sherwin & Blackburn (2005) έδειξαν ότι η ροή σε έναν 3D 75% αξονοσυμμετρικά στενεμένο αγωγό παραμένει στρωτή για μεγαλύτερο αριθμό  $Re$  όσο ο  $Wo$  μικραίνει.

Από την άλλη, η θεώρηση του είδους της κυματομορφής επηρεάζει επίσης το πεδίο ροής και τις αιμοδυναμικές παραμέτρους. Οι Banerjee et al. (2012) μεταβάλλοντας το σχήμα της κυματομορφής (από απλή ημιτονοειδή σε φυσιολογική κυματομορφή κ.α.) και τον αριθμό  $Re$  (για το πλάτος της κάθε κυματομορφής) έδειξαν ότι η διατμητική τάση τοιχώματος αυξάνεται με τον αριθμό  $Re$ , ο οποίος αυξάνει τη βαθμίδα ταχύτητας στο τοίχωμα.

Η ανάλυση του πεδίου ροής με στρωτό ή τυρβώδες μοντέλο ροής είναι σημαντική παράμετρος στις υπολογιστικές προσομοιώσεις. Τυπικές τιμές του αριθμού  $Re$  στο κυκλοφοριακό είναι από 1 έως 4000, στα μικρά αρτηριόλια έως την αορτή αντίστοιχα. Συνήθως η ροή του αίματος στις αρτηρίες παραμένει στρωτή, ειδικά μέχρι περίπου  $Re$  2000 (υπολογιζόμενος βάσει της διαμέτρου του αγωγού και της μέσης ταχύτητας). Έτσι επειδή ο  $Re$  κυμαίνεται σε χαμηλές τιμές στις αρτηρίες, πολλοί ερευνητές (Long et al., 2001, Lee & Xu, 2002, Tian et al., 2013) χρησιμοποίησαν στρωτό μοντέλο ροής για την προσομοίωση της ροής με  $Re$  κάτω από 2000, ακόμα και για υψηλούς βαθμούς στένωσης. Ωστόσο, οι Lee et al. (2003) αναφέρουν ότι η παρουσία της στένωσης στη ροή, δημιουργεί ροϊκές διαταραχές μεταστενωτικά, οι οποίες ανάλογα με τις συνθήκες ροής και τη γεωμετρία της στένωσης μπορεί να οδηγήσουν σε μεταβατική ή τυρβώδη κατάσταση. Οι Jahangiri et al. (2015) παραθέτοντας

πειραματικά δεδομένα που δείχνουν ότι μεταβατική ή τυρβώδης ροή εμφανίζεται και σε ήπια στένωση αγωγού, σύγκριναν τα υπολογιστικά τους αποτελέσματα τυρβώδους (k-ε) και στρωτού μοντέλου σε ένα 2D μοντέλο 80% στένωσης. Βρήκαν ότι το στρωτό μοντέλο υποεκτιμά σημαντικά τη διατμητική τάση τοιχώματος, την περιφερειακή τάση στη στένωση ενώ υπερεκτιμά το μήκος της ανακυκλοφορούσας μεταστενωτικής ροής. Μικρότερη ανακυκλοφορία βρήκαν και οι Li et al. (2007) χρησιμοποιώντας το k-ω μοντέλο για 50%,70% βαθμό στένωσης, ενώ ίδιες αξονικές ταχύτητες με τα αποτελέσματα στρωτής ροής για 30% στένωση. Τέλος, οι Lee et al. (2003) προτείνουν τη γενική χρήση του τυρβώδους k-ω μοντέλου, το οποίο εκτιμούν ότι προβλέπει με ακρίβεια τη ροή ακόμα και για χαμηλούς Re όπως το στρωτό μοντέλο. Κατ' αυτό τον τρόπο, έδωσαν λύση στο πρόβλημα της συνύπαρξης της στρωτής, μεταβατικής και τυρβώδους ροής που συχνά συναντάται από τη στένωση έως τις μεταστενωτικές περιοχές του αγωγού.

Ωστόσο, η πιο σημαντική παράμετρος στη μελέτη του προβλήματος, είναι η γεωμετρία της στένωσης. Συγκεκριμένα ο βαθμός, το μήκος, το σχήμα καθώς και η συμμετρία ή ασυμμετρία της στένωσης διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στο πεδίο ροής. Το ύψος της στένωσης, που εκφράζεται από τον βαθμό στένωσης του αγωγού, αποτελεί το κριτήριο κρισιμότητας της αθηροσκλήρωσης. Αυξάνοντας το βαθμό στένωσης, η ροή του αίματος παρεμποδίζεται περισσότερο προκαλώντας μεγαλύτερη πτώση πίεσης και υψηλότερο jet ταχύτητας στη στένωση. Η μεταστενωτική αποκόλληση και ανακυκλοφορία της ροής είναι εντονότερη και ασταθής, με συχνή εμφάνιση δινών στην τυρβώδη κατάσταση. Οι Li et al. (2007) χρησιμοποιώντας ένα δισδιάστατο μοντέλο ελαστικών τοιχωμάτων με αξονοσυμμετρική μετρίου βαθμού στένωση, έδειξαν ότι η μέγιστη διατμητική τάση τοιχώματος σχεδόν εξαπλασιάζεται (από 40 σε 220 Pa) όταν ο βαθμός μεταβάλλεται από 30% σε 70%. Επιπλέον, παρατήρησαν πολύ υψηλές ταχύτητες ροής, ικανές για ενδοθηλιακή απογύμνωση, μεγάλη πτώση πίεσης καθώς και πτώση της περιφερειακής τάσης τοιχώματος. Οι Tian et al. (2013) χρησιμοποιώντας ένα δισδιάστατο μοντέλο άκαμπτης ασύμμετρης στένωσης, βρήκαν αύξηση στη διατμητική τάση τοιχώματος, στη βαθμίδα διατμητικής τάσης και στο ρυθμό διάτμησης, προκαλώντας έντονα διαταραγμένο μεταστενωτικό πεδίο με δίνες.

Όσον αφορά στην ασυμμετρία της στένωσης, οι Tian et al. (2013) παρατήρησαν ότι η πλευρά με τη στένωση επιβαρύνεται περισσότερο με υψηλότερες WSS και WSSG. Οι Long et al. (2001) προσομοιώνοντας τη ροή σε έναν ευθύ, συμμετρικά και ασύμμετρα στενεμένο 3D αγωγό, έδειξαν ότι οι μεταστενωτικές ζώνες ανακυκλοφορίας της ροής διαφέρουν σε αριθμό, στην συμμετρία, στο μέγεθος και στη διάρκεια τους, για συμμετρική και ασύμμετρη στένωση. Επίσης, βρήκαν ότι στην περίπτωση ασύμμετρης στένωσης, η διατμητική τάση τοιχώματος ταλαντεύεται περισσότερο.

Για το μήκος της στένωσης, οι Tian et al. (2013) κράτησαν σταθερό το βαθμό στένωσης μεταβάλλοντας το μήκος στένωσης. Έδειξαν ότι η ελάττωση του μήκους της στένωσης έχει ίδια αλλά ηπιότερη επίδραση στις αιμοδυναμικές παραμέτρους, με την αύξηση του βαθμού στένωσης.

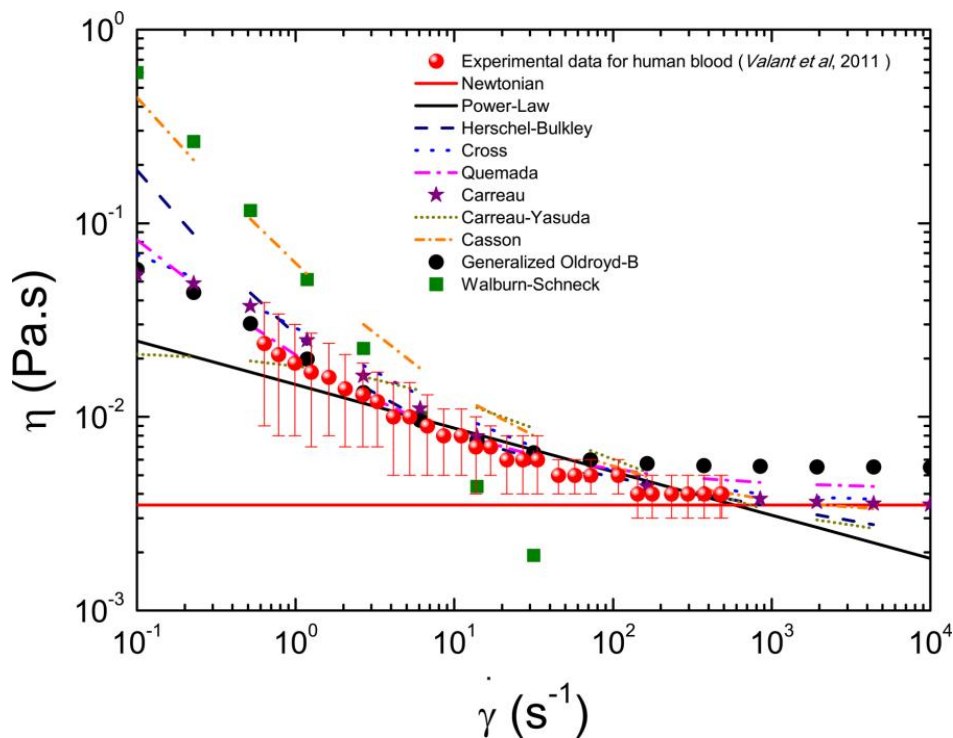
Για την επίδραση του σχήματος της στένωσης, οι Hyun et al. (2000) έδειξαν ότι η καμπανοειδής στένωση προκαλεί λιγότερη διαταραχή της ροής από την τραπεζοειδή στένωση. Επιπλέον, αποκάλυψαν μικρότερη βαθμίδα διατμητικής τάσης τοιχώματος αποδεικνύοντας τη σημασία της ρεαλιστικής γεωμετρίας της στένωσης. Τέλος, οι Long et al. (2001) σάρωσαν αθηρωματικές πλάκες ασθενών και βρήκαν ότι το προφίλ τους απαρτίζεται από τρία τμήματα, όπου το κεντρικό είναι επίπεδο ενώ τα ακριανά είναι βαθμιαία μεταβαλλόμενα.

Τέλος, τα τελευταία χρόνια οι ερευνητές αναπτύσσουν υπολογιστικά μοντέλα με ρεαλιστικές τρισδιάστατες απεικονίσεις αρτηριών προκειμένου να μελετήσουν ρεαλιστικότερα το πεδίο ροής και να εξατομικεύσουν τελικά τη μελέτη και τα συμπεράσματα τους για τον κάθε ασθενή. Οι Mroutoroulos et al. (2016) λάβανε και επεξεργάστηκαν εικόνες της στεφανιαίας αρτηρίας υγιούς ατόμου από αξονικό τομογράφο, και προσομοίωσαν τη ροή αίματος, υπολογίζοντας διάφορους αιμοδυναμικούς δείκτες που εντοπίζουν τις θέσεις αθηρογένεσης. Το ίδιο έκαναν και οι Fytanidis et al. (2014) για το αορτικό τόξο.

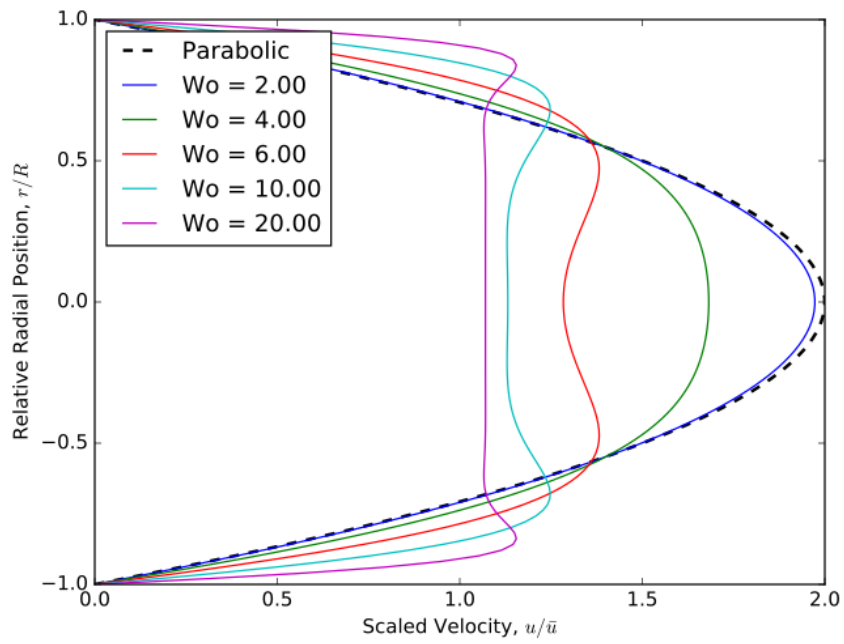
Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πεδίο ροής μέσα από ήπια στένωση κυλινδρικού αγωγού, διάταξη η οποία αποτελεί ένα απλοποιημένο μοντέλο της επίδρασης της αθηρωματικής πλάκας στη ροή του αίματος σε μια στεφανιαία αρτηρία. Χρησιμοποιήθηκε δισδιάστατο αξονοσυμμετρικό υπολογιστικό μοντέλο, το οποίο επικυρώθηκε ως προς την ορθότητα των αποτελεσμάτων με σύγκριση με την εργασία των Lee & Xu (2002) οι οποίοι χρησιμοποίησαν το ίδιο.



Παραλλάσσοντας το παραπάνω μοντέλο ως προς τη γεωμετρία της στένωσης και τις οριακές συνθήκες τοιχώματος και εισόδου της ροής, μελετήθηκε η επίδραση των παρακάτω παραμέτρων στο πεδίο ροής μέσω διαφόρων αιμοδυναμικών δεικτών. Η επίδραση του σχήματος στένωσης ερευνήθηκε συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από μοντέλο με τραπεζοειδή και με καμπανοειδή στένωση. Η επίδραση του μήκους της στένωσης, μελετήθηκε βραχύνοντας μια τραπεζοειδή και μια καμπανοειδή στένωση. Από την άλλη, η σημασία της ελαστικότητας του τοιχώματος-στένωσης, εξετάστηκε συγκρίνοντας τα αποτελέσματα προσομοιώσεων από τη μια με αλληλεπίδραση ρευστού-παραμορφώσιμου στερεού (FSI) και από την άλλη με άκαμπτο στερεό. Τέλος, η επίδραση της κυματομορφής εισόδου της ροής διερευνήθηκε, χρησιμοποιώντας μη αρμονική κυματομορφή, ίδιου πλάτους και αριθμού  $W_0$  με την απλή ημιτονοειδή που εφαρμόστηκε σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις. Στο παράρτημα, αποδεικνύεται ότι δεν υπάρχει περίπτωση συντονισμού της παλμικής ροής του ρευστού με το ελαστικό τοίχωμα του αγωγού.



Σχήμα 1.3 : Μεταβολή του δυναμικού ιξώδους  $\eta$ , συναρτήσει του ρυθμού διάτμησης  $\dot{\gamma}$ , για το ανθρώπινο αίμα για διάφορα προσεγγιστικά του μοντέλα. (Campo-Deano et al., 2015 )



Σχήμα 1.4 : Προφίλ ταχυτήτων για διάφορους αριθμούς Womersley (Wikipedia).

### 1.3 Αιμοδυναμικοί δείκτες

Για τη μελέτη της παλμικής ροής μέσα από στένωση κυλινδρικού αγωγού, πρόβλημα που προσομοιάζει την επίδραση της αθηρωματικής πλάκας στη ροή του αίματος σε αρτηρία, έχουν αναπτυχθεί βιβλιογραφικά κάποιοι αιμοδυναμικοί δείκτες. Είναι επιστημονικά αποδεκτό ότι οι δείκτες αυτοί συνδέονται με την έναρξη και εξέλιξη της αθηροσκλήρωσης καθώς και με την ρήξη της αθηρωματικής πλάκας. Είναι βοηθητικοί στον εντοπισμό επιβαρυσμένων περιοχών του αγωγού (κατ' αντιστοιχία της αρτηρίας) από φορτίσεις, καθώς και στην εύρεση πιθανών περιοχών αθηρογένεσης. Παρακάτω παραθέτονται οι διάφοροι αιμοδυναμικοί δείκτες που χρησιμοποιούνται και υπολογίζονται στην παρούσα εργασία.

#### Διατμητική Τάση Τοιχώματος

Αποτελεί τη σημαντικότερη παράμετρο για την νόσο της αθηροσκλήρωσης. Όπως προαναφέρθηκε στη βιβλιογραφική ανασκόπηση, οι χαμηλές τιμές της διατμητικής τάσης τοιχώματος, Wall Shear Stress, WSS, συνδέονται με την αθηρογένεση ενώ οι υψηλές τιμές της, με την ενδοθηλιακή βλάβη και τη θρόμβωση. Η WSS εκφράζεται από τη σχέση :

$$\tau_w = \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right) \cdot \mu \quad (1.1)$$

όπου  $w$  η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας και  $\mu$  το δυναμικό ιξώδες του ρευστού.

Σύμφωνα με τους Anastasiou et al. (2011) οι τιμές της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , κατηγοριοποιούνται ως εξής:

$$\begin{cases} \text{χαμηλές, } -0.4 \leq \tau_w \leq 0.4 \\ \text{φυσιολογικές, } 1 \leq \tau_w \leq 7 \text{ Pa} \\ \text{υψηλές, } > 7 \end{cases} \quad (1.2)$$

Η κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος κατά μήκος του αγωγού είναι χρήσιμη στο εντοπισμό των σημείων αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής. Συγκεκριμένα στα σημεία που η  $\tau_w$  είναι μηδενική όταν η καμπύλη της

αλλάζει πρόσημό, παρατηρείται αποκόλληση ή επανακόλληση της ροής του πεδίου.

### Δείκτης Διατμητικής Ταλάντωσης

Ο δείκτης διατμητικής ταλάντωσης, Oscillatory Shear Index, OSI, περιγράφει την παλμικότητα της ροής. Δείχνει την απόκλιση της ροής και του διανύσματος της διατμητικής τάσης τοιχώματος από την κύρια κατεύθυνση της ροής και της διατμητικής τάσης αντίστοιχα, στη διάρκεια ενός περιοδικού κύκλου. Ο OSI δίνεται από τη σχέση :

$$OSI = 0.5 \cdot \left(1 - \frac{\left|\int_0^T \tau_w dt\right|}{\int_0^T |\tau_w| dt}\right) \quad (1.3)$$

Όπου  $\tau_w$  είναι το στιγμιαίο διάνυσμα της διατμητικής τάσης τοιχώματος.

Κατ' αυτόν τον ορισμό, ο OSI με τιμή 0 αντιστοιχεί σε σταθερή μονόδρομη ροή και διατμητική τάση τοιχώματος, ενώ με 1 σε πλήρως αντεστραμμένη σταθερή ροή, στη διάρκεια του περιοδικού κύκλου. Αντίθετα, OSI με τιμή 0.5 αντιστοιχεί σε καθαρά παλμική ροή άρα σε ταλαντευόμενη διατμητική τάση, η οποία δίνει  $\left|\int_0^T \tau_w dt\right| = 0$ . Δηλαδή η τιμή 0 σημαίνει καμία αλλαγή στην κατεύθυνση της στιγμιαίας διατμητικής τάσης τοιχώματος ενώ η τιμή 0.5 υποδηλώνει πλήρη μεταβολή κατά  $180^\circ$ , στην κατεύθυνση της διατμητικής τάσης σε σχέση με το διάνυσμα της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης, στη διάρκεια ενός περιοδικού κύκλου.

Ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό πιθανών περιοχών αθηροσκλήρωσης και ενδοθηλιακής βλάβης, όταν ο  $OSI > 0.1$ , σύμφωνα με τους Mroutopoulos et al. (2016). Επίσης, υψηλές τιμές του OSI αντιστοιχούν στα χρονικά μέσα σημεία αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής, σύμφωνα με τους Buchanan et al.(1999).

### Σχετικός Χρόνος Παραμονής

Ο Σχετικός Χρόνος παραμονής, Relative Residence Time, RRT, είναι ένας αιμοδυναμικός δείκτης που σχετίζεται με το χρόνο παραμονής των σωματιδίων στο αρτηριακό τοίχωμα και θεωρείται ότι προβλέπει θέσεις αθηρογένεσης (Mroutopoulos et al., 2016). Συχνά συναντώμενες τιμές του RRT σε άφραχτες αρτηρίες είναι  $RRT \leq 18$ .

$$RRT = \frac{1}{(1 - 2 * OSI) * AWSS} \quad (1.4)$$

Όπου  $AWSS = \int_0^T |\tau_w| dt/T$

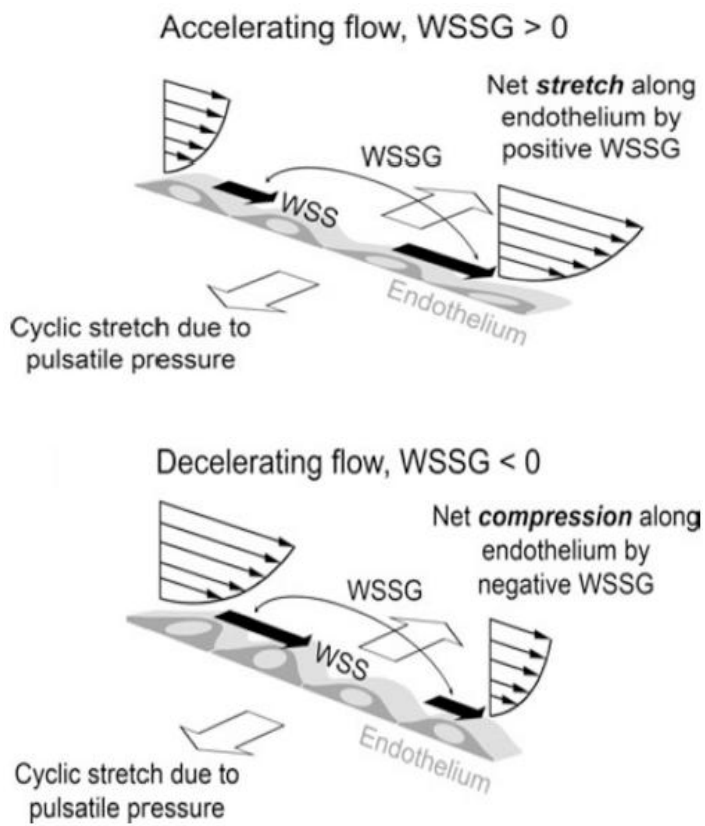
### Βαθμίδα Διατμητικής Τάση Τοιχώματος

Η βαθμίδα διατμητικής τάσης τοιχώματος, Wall Shear Stress Gradient, WSSG, αφορά στις απότομες χωρικές μεταβολές της διατμητικής τάσης τοιχώματος. Αυτές έχουν επιβαρυντικές επιπτώσεις στο ενδοθήλιο της αρτηρίας και μάλιστα στην διαπερατότητα του ενδοθηλίου. Οι Tian et al. (2013) αναφέρουν ότι τα ενδοθηλιακά κύτταρα μεταναστεύουν μακριά από περιοχές με υψηλή WSSG, συμβάλλοντας έτσι στην διείσδυση της χοληστερόλης LDL στο αρτηριακό τοίχωμα. Κατά την επιτάχυνση ή την επιβράδυνση της ροής, η WSSG αυξάνεται, εκτείνοντας ή συμπιέζοντας τα ενδοθηλιακά κύτταρα στο αρτηριακό τοίχωμα, αντίστοιχα όπως φαίνεται στο *Σχήμα 1.5*. Επιπλέον, η αλληλεπίδραση της ανακυκλοφορίας-δίνης με το τοίχωμα φαίνεται στον δείκτη WSSG. Το μέτρο της WSSG δίνεται από τη σχέση :

$$WSSG = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau_w}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tau_w}{\partial z}\right)^2} \quad (1.5)$$

Όπου  $\tau_w$  η διατμητική τάση τοιχώματος.

Σύμφωνα με τους Tardy et al. (1997) η ενδοθηλιακή μετανάστευση κυττάρων στην ομφαλική φλέβα επέρχεται για τιμές μεγαλύτερες από 3.4 Pa/mm. Από την άλλη, βάσει των Marosfoi et al. (2011) η WSSG συνδέεται με την πρόκληση ανευρύσματος και μάλιστα τιμές  $WSSG \geq 40$  Pa/mm είναι κρίσιμες.



Σχήμα 1.5 : Αναπαράσταση της επίδρασης της WSS, WSSG στο αρτηριακό τοίχωμα κατά την επιτάχυνση και επιβράδυνση της ροής. (Dolan et al.,2013)

## Κεφάλαιο 2

### Υπολογιστική Μεθοδολογία

Το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης της ροής με τη στένωση κυλινδρικού αγωγού, πρόβλημα που αντικατοπτρίζει την επίδραση της αθηρωματικής πλάκας στη ροή του αίματος σε αρτηρία, επιλύθηκε υπολογιστικά χρησιμοποιώντας το εμπορικό λογισμικό Comsol Multiphysics. Το ρευστό αντιπροσωπεύει το αίμα και είναι Νευτώνειο, ασυμπίεστο με στρωτή ροή και το στερεό αντιστοιχεί στο αρτηριακό τοίχωμα και στην αθηρωματική πλάκα και είναι ασυμπίεστο, ισοτροπικό και ελαστικό. Η μελέτη πραγματοποιήθηκε στον δισδιάστατο αξονοσυμμετρικό χώρο χρησιμοποιώντας το περιβάλλον αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού FSI (Fluid Structure Interaction).

Η επιλογή FSI χρησιμοποιείται σε ρευστομηχανικά προβλήματα, όπου το ρευστό και το στερεό αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Το περιβάλλον αυτό απαρτίζεται από το περιβάλλον Ροής ρευστού (Single-Phase Flow interface) και το Στερεομηχανικής (Solid Mechanics), τα οποία ο λύτης συνδυάζει προκειμένου να καταγράψει την αλληλεπίδρασή τους. Το υπολογιστικό σχήμα πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται για την διακριτοποίηση των εξισώσεων κίνησης του ρευστού και του στερεού, είναι το Arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation (ALE). Αυτό προσφέρει το πλεονέκτημα της μετακίνησης του υπολογιστικού πλέγματος στα όρια (boundaries) και στα πεδία (domains) για να συλλάβει τις γεωμετρικές αλλαγές στο πεδίο του ρευστού. Προκύπτει συνδυάζοντας την Eulerian περιγραφή του σταθερού συστήματος αναφοράς (spatial frame) του ρευστού πεδίου με την Lagrangian περιγραφή του μη-σταθερού συστήματος αναφοράς (material frame) του στερεού πεδίου, το οποίο παραμορφώνεται (παραμορφωμένο πλέγμα) σε κάθε χρονικό βήμα.

Ο αλγόριθμος επίλυσης του ρευστού και του στερεού πεδίου σε κάθε χρονικό βήμα, είναι μια επαναληπτική διαδικασία σύγκλισης. Αρχικά, επιλύεται το πεδίο ροής απ' όπου υπολογίζονται οι ασκούμενες τάσεις στο τοίχωμα του στερεού. Κατόπιν εφαρμογής αυτών των τάσεων ως οριακές συνθήκες στην επιφάνεια του στερεού, υπολογίζονται οι παραμορφώσεις αυτού. Από τις παραμορφώσεις

υπολογίζονται οι νέες ταχύτητες του στερεού τοιχώματος, οι οποίες χρησιμοποιούνται ως οριακές συνθήκες για την ακόλουθη επίλυση του πεδίου ροής. Τέλος, αν υπάρξει σύγκλιση η διαδικασία τερματίζεται διαφορετικά επαναλαμβάνεται.

## 2.1 Διέπουσες εξισώσεις

Το πεδίο ροής, για ασυμπίεστο ρευστό, διέπεται από τις εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες αποτελούνται από την εξίσωση συνέχειας:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{fluid} = 0 \quad (2.1)$$

και την εξίσωση ορμής:

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{u}_{fluid}}{\partial t} + \rho_f (\mathbf{u}_{fluid} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{fluid} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{fluid} + \mathbf{F} \quad (2.2)$$

Όπου  $\rho_f$  η πυκνότητα του ρευστού,  $\mathbf{u}_{fluid}$  το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού,  $\boldsymbol{\sigma}_{fluid}$  ο τανυστής τάσεων Cauchy στο ρευστό και  $\mathbf{F}$  οι δυνάμεις πεδίου.

Το πεδίο του στερεού περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{solid}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{solid} = \mathbf{F} \quad (2.3)$$

Όπου  $\mathbf{u}_{solid}$  η μετατόπιση του στερεού,  $\boldsymbol{\sigma}_{solid}$  ο τανυστής τάσεων Cauchy στο στερεό.

Τέλος, η αλληλεπίδραση του ρευστού με το στερεό διέπεται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{u}_{fluid} = \frac{\partial \mathbf{u}_{solid}}{\partial t} \quad (2.4)$$

Και

$$\boldsymbol{\sigma}_{solid} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_{fluid} \cdot \mathbf{n} = [-p\mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u}_{fluid} + (\nabla \mathbf{u}_{fluid})^T)] \cdot \mathbf{n} \quad (2.5)$$

όπου  $\mathbf{I}$  ο μοναδιαίος πίνακας.

Οι παραπάνω εξισώσεις απλοποιούνται λόγω της δισδιάστατης αξονοσυμμετρικής θεώρησης του προβλήματος, η οποία υποθέτει καμία αλλαγή στην αζιμουθιακή κατεύθυνση ( $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ) και μηδενική περιφερειακή ταχύτητα ( $u_\varphi = 0$ ).



## 2.2 Γεωμετρίες

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκαν συνολικά 7 γεωμετρίες, όλες δισδιάστατες και αξονοσυμμετρικές που προσομοιάζουν απλοποιημένα, τμήμα αρτηρίας και ειδικότερα, τοίχωμα με στένωση-αθηρωματική πλάκα. Η βασική γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε, είναι καθ' ομοίωση της γεωμετρίας στη μελέτη των Lee & Xu (2002) και απεικονίζεται στο Σχήμα 2.1. Η μελέτη αυτή θα καλείται πρότυπη στο κείμενο της παρούσης εργασίας. Το μοντέλο της βασικής γεωμετρίας καλείται compliant ή  $L=1.5$ . Οι 7 γεωμετρίες έχουν τον ίδιο βαθμό στένωσης (25.8% της διαμέτρου) και διαφέρουν μεταξύ τους μόνο ως προς το μήκος και το σχήμα της στένωσης. Όλες οι στενώσεις ξεκινούν από την ίδια αξονική θέση του αγωγού  $z=15$  mm (ή  $z^*=0$ ). Ο βαθμός στένωσης ορίζεται από τη σχέση:

$$BS = \frac{D - D_{min}}{D_{min}} \% \quad (2.6)$$

Όπου  $D$  η εσωτερική διάμετρος του αγωγού και  $D_{min}$  η ελάχιστη διάμετρος του αγωγού λόγω της στένωσης.

Συγκεκριμένα, η βασική γεωμετρία, είναι ένας παχύ-τοιχος κυλινδρικός αγωγός (thick-walled) στενεμένος αξονοσυμμετρικά. Μπορεί να θεωρηθεί, ότι αποτελείται αξονικά από τρία τμήματα: το προ-στενωτικό, με μήκος 15 mm, το στενωτικό και το μεταστενωτικό με μήκος 50 mm. Τα τμήματα ανάντη και κατόντη της στένωσης αποσκοπούν στην εξάλειψη της επίδρασης των οριακών συνθηκών στα άκρα του αγωγού αλλά και στην επαρκή σύλληψη των φαινομένων ροής. Η ήπια αυτή στένωση, διαμορφώθηκε παχαίνοντας σταδιακά εσωτερικά το τοίχωμα μέχρι 0.646 mm, διατηρώντας έτσι την εγκάρσια διατομή του αγωγού κυκλική, σε όλο το μήκος του. Με αξονική κατεύθυνση από αριστερά προς τα δεξιά, το πάχος του τοιχώματος αυξάνεται με κλίση  $30^\circ$ , παραμένει στο μέγιστο πάχος για μήκος  $L=1.5$  mm και έπειτα μειώνεται με κλίση  $45^\circ$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.

Αλλάζοντας μόνο τη μορφή της στένωσης της "βασικής" γεωμετρίας σε καμπανοειδή, προκύπτει η γεωμετρία που ονομάζεται Bell. Η στένωση κατασκευάζεται με την παρακάτω σχέση στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων  $(r,z)$  και τοποθετείται στην κατάλληλη θέση τον αγωγό:

$$\begin{cases} r(s) = 0.323 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + s\right) \\ z(s) = B \cdot s / 2\pi \end{cases} \quad (2.7)$$

όπου  $B$  το πλάτος της στένωσης, ίσο με της "βασικής" γεωμετρίας και  $s \in [-\pi, \pi]$ .

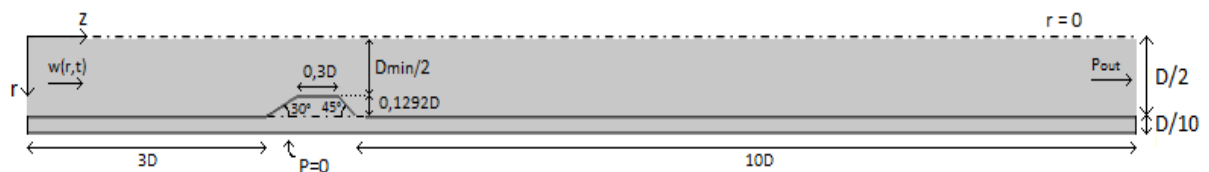
Χρησιμοποιήθηκε άλλη μια καμπανοειδής στένωση, που ονομάζεται L και δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{cases} r(s) = -0.646 \cdot \sin(s) \\ z(s) = B \cdot s / \pi \end{cases} \quad (2.8)$$

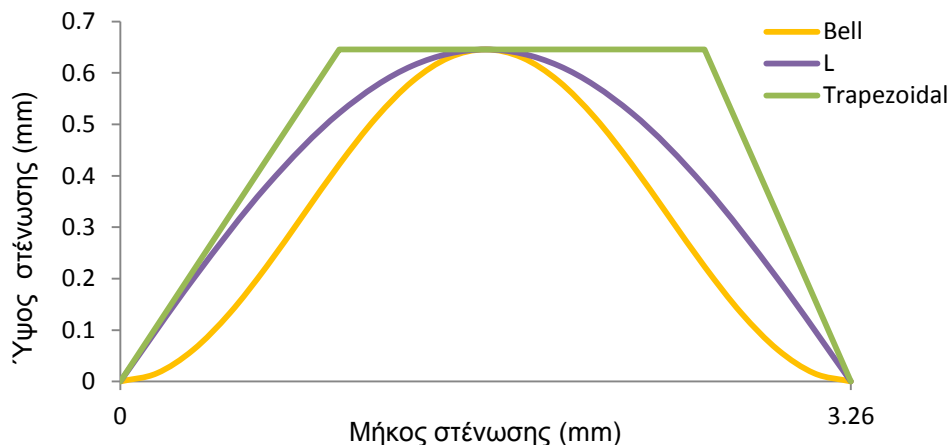
με  $s \in [0, \pi]$

Στο Σχήμα 2.2 αναπαριστάται η τραπεζοειδής στένωση της “βασικής” γεωμετρίας και οι καμπανοειδείς στενώσεις.

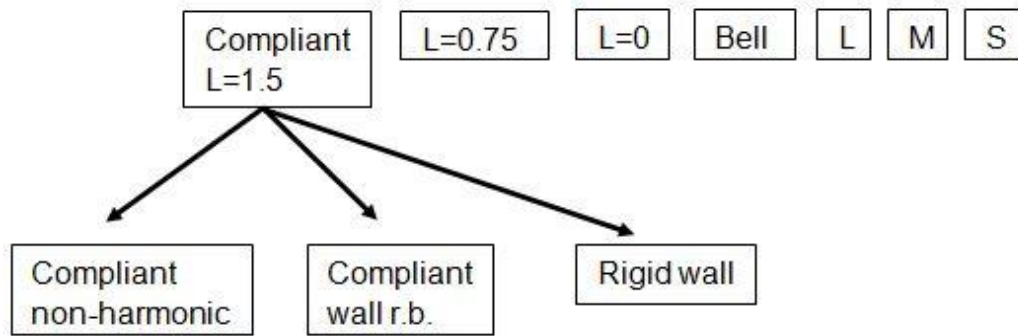
Στο Σχήμα 2.3 παρουσιάζονται επονομασμένες οι 7 περιπτώσεις διαφορετικής γεωμετρίας. Επιπλέον, παρουσιάζονται επιπρόσθετα 3 περιπτώσεις μοντέλων που απορρέουν από το βασικό (που λέγεται και compliant ή  $L=1.5$ ) έπειτα από αλλαγή μιας οριακής συνθήκης κάθε φορά όπως θα αναλυθεί παρακάτω.



Σχήμα 2.1: Η βασική γεωμετρία που μελετήθηκε στην παρούσα εργασία η οποία είναι όμοια με αυτή των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 2.2 : Αναπαράσταση του σχήματος της τραπεζοειδούς στένωσης – compliant και των καμπανοειδών Bell και L.



Σχήμα 2.3 : Διαγραμματική απεικόνιση των ονομάτων των μοντέλων που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία. Από το compliant ή αλλιώς L=1.5 μοντέλο, απορρέουν 3 μοντέλα, αλλάζοντας κάθε φορά κάποια Οριακή Συνθήκη.

### 2.3 Οριακές Συνθήκες

Έπειτα από αλλαγή μιας οριακής συνθήκης κάθε φορά στο βασικό μοντέλο (compliant ή αλλιώς L=1.5) προκύπτουν τα μοντέλα που φαίνονται στο Σχήμα 2.3.

Για όλες τις περιπτώσεις εκτός από την Compliant non-harmonic, στην είσοδο, που είναι το κάθετο άνω αριστερό όριο του μοντέλου όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1, ορίστηκε παλμική ταχύτητα ημιτονοειδούς μορφής που δίνεται από τη σχέση:

$$w_{avg}(t) = 0.22 + 0.14 \sin\left(\frac{2\pi}{0.345} t\right) \text{ (m/s)} \quad (2.9)$$

Με παραβολικό προφίλ που δίνεται από τη σχέση:

$$w(r,t) = 2w_{avg}(t) \left(1 - \frac{r^2}{R_o^2}\right) \text{ (m/s)} \quad (2.10)$$

Όπου  $R_o=2.5$  mm και  $r$  είναι η μεταβλητή της ακτινικής θέσης στον αγωγό μετρούμενη από τον άξονα συμμετρίας.

Εφόσον οι τιμές των ταχυτήτων είναι χαμηλές, ο μέσος, ελάχιστος και μέγιστος αριθμός Reynolds είναι 580,230 ,930 αντίστοιχα. Όποτε, εφόσον ο Re είναι μικρότερος από 2000 στον περιοδικό κύκλο και η στένωση είναι ήπια, θεωρείται στρωτή ροή όπως γίνεται και στη μελέτη των Lee & Xu (2002).

Στην έξοδο, που είναι το κάθετο άνω δεξί όριο του μοντέλου, ορίστηκε σταθερή πίεση 4140 Pa ενώ στο εξωτερικό τοίχωμα του αγωγού επιβλήθηκε μηδενική πίεση. Οι οριακές συνθήκες αξονικής συμμετρίας και αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού στη διεπαφή του ρευστού πεδίου με το στερεό, είναι προεπιλεγμένες ρυθμίσεις του περιβάλλοντος επίλυσης 2D axisymmetric FSI. Τα άκρα του αγωγού του ελαστικού στερεού (που είναι το τοίχωμα και η στένωση) ακινητοποιούνται με τη συνθήκη fixed constraint.

Η περίπτωση όπου το τοίχωμα θεωρείται άκαμπτο, ονομάζεται rigid wall, εν αντιθέσει του ελαστικού μοντέλου  $L=1.5$  που λέγεται και compliant wall και χρησιμοποιήθηκε για να ερευνηθεί η επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος στο ροϊκό πεδίο. Στην περίπτωση αυτή, για υπολογιστική οικονομία, αφαιρείται το στερεό από τη γεωμετρία και επιλύεται μόνο το πεδίο του ρευστού (δηλαδή *Σχήμα 2.1* χωρίς το τοίχωμα-πλάκα). Στα κάτω όρια εφαρμόζεται συνθήκη μη ολίσθησης (no-slip boundary).

Η περίπτωση όπου τα όρια στα άκρα του στερεού μπορούν να κινούνται ακτινικά, ονομάζεται compliant r.b. αφού χρησιμοποιείται η συνθήκη roller boundary αντί για την fixed constraint.

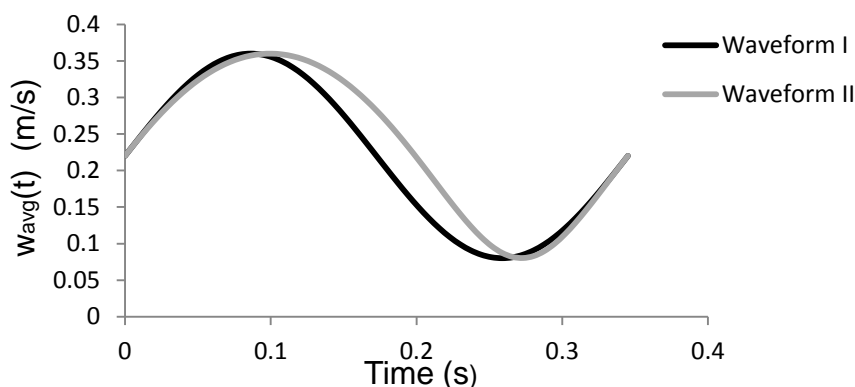
Η τελευταία περίπτωση είναι η ακανόνιστης ημιτονοειδούς ταχύτητας εισόδου (Waveform II). Η ταχύτητα εισόδου  $w_{avg}(t)$  είναι μη αρμονική ημιτονοειδής, όπως φαίνεται στο *Σχήμα 2.4*, ίδιας περιόδου και πλάτους με την απλή ημιτονοειδή (2.9) και χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να ερευνηθεί η επίδραση της κυματομορφής στο πεδίο ροής. Η μη αρμονική ταχύτητα δίνεται από τη σχέση (από τη μελέτη των Konstantinids & Bouris, 2000):

$$w_{avg}(t) = [1 + a \sin^2(\omega t + \varphi)]^n + \beta \text{ [m/s]} \quad (2.11)$$

ή

$$w_{avg}(t) = [1 + 2.43598 \sin^2(\frac{2\pi}{0.69}t + 0.66411)]^{0.2} - 0.92 \quad (2.12)$$

όπου  $\omega$  είναι η γωνιακή συχνότητα και  $a, \beta$  και  $n$  είναι παράμετροι που ελέγχουν το πλάτος ταλάντωσης, τη μέση ταχύτητα και την κυματομορφή αντίστοιχα.



Σχήμα 2.4 : Ημιτονοειδής κυματομορφή (Waveform I) και μη αρμονική κυματομορφή (Waveform II) μέσης ταχύτητας εισόδου,  $w_{avg}(t)$  , στη διάρκεια μιας περιόδου,  $T=0.345$  s .

## 2.4 Παράμετροι υπολογιστικού προβλήματος

### 2.4.1 Ιδιότητες Ρευστού, Στερεού

Οι τιμές των ιδιοτήτων του ρευστού και του στερεού, πάρθηκαν τέτοιες, ώστε να προσομοιάζουν τις ιδιότητες του αίματος και του αρτηριακού τοιχώματος με αθηρωματική πλάκα, αντίστοιχα. Ίδιες ιδιότητες και τιμές υλικών (ρευστού, στερεού) με αυτές στη μελέτη των Lee & Xu (2002) χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

Το ρευστό θεωρείται Νευτώνειο, ασυμπίεστης ροής και το στερεό ασυμπίεστο, ομογενές, ιστροπικό και γραμμικά ελαστικό. Οι τιμές των ιδιοτήτων του ρευστού και του στερεού φαίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Τιμές ιδιοτήτων του ρευστού και του στερεού.

Ρευστό Αίμα	Πυκνότητα ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) 755	Δυναμικό ιξώδες ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) 0.00143	
Στερεό Τοίχωμα και πλάκα	Πυκνότητα ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) 1000	Μέτρο ελαστικότητας ( $\text{kPa}$ ) 500	Μέτρο Poisson 0.499

## 2.4.2 Χρονικό βήμα και υπολογιστικό πλέγμα

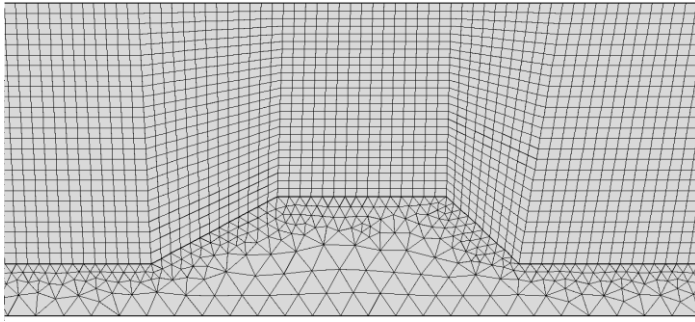
Όλες οι προσομοιώσεις έγιναν για 10 υπολογιστικούς κύκλους, με περίοδο  $T=0.345$  (sec) και τα αποτελέσματα εξήχθησαν από την  $9^{\text{η}}$  και  $10^{\text{η}}$  περίοδο. Η κάθε προσομοίωση, διήρκησε περίπου 3 ώρες σε Η/Υ με 6GB RAM. Έγινε έλεγχος ανεξαρτησίας χρονικού βήματος, στο μοντέλο rigid wall, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων όπου χρησιμοποιήθηκαν τα χρονικά βήματα  $T_1=T/48$  και  $T_2=T/100$ . Τελικά, χρησιμοποιήθηκε το χρονικό βήμα  $T_1$  για όλα τα μοντέλα, διότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με χρονικό βήμα  $T_1$  δεν διέφεραν από αυτά των προσομοιώσεων με  $T_2$  και επειδή είναι γρηγορότερο στην περάτωση των προσομοιώσεων.

Όσον αφορά στο υπολογιστικό πλέγμα, χρησιμοποιήθηκε τριγωνικό πλέγμα για το στερεό και δομημένο τετραπλευρικό πλέγμα για το πεδίο ροής, διότι είναι υψηλότερης ποιότητας συγκριτικά με το τριγωνικό, προκειμένου να συλληφθούν ακριβέστερα τα φαινόμενα ροής. Έγινε έλεγχος ανεξαρτησίας των αποτελεσμάτων από το χρησιμοποιηθέν πλέγμα στο μοντέλο compliant. Συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που χρησιμοποιήθηκε πλέγμα  $M_1=21828$  κελία (17200 τετραπλευρικά και 4628 τριγωνικά) και  $M_2=27862$  κελιά (22446 τετραπλευρικά και 5416 τριγωνικά). Τελικά, χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό πλέγμα  $M_1$ , διότι συνδυάζει ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων με εξοικονόμηση υπολογιστικού χώρου αποθήκευσης και χρόνου επίλυσης. Το πλέγμα  $M_1$  φαίνεται στο *Σχήμα 2.5*.

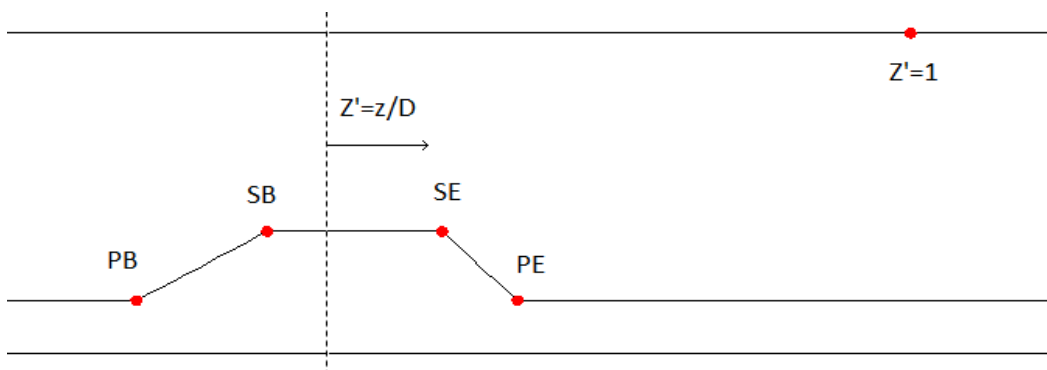
Η επίδραση του χρησιμοποιούμενου χρονικού βήματος στα αποτελέσματα του rigid μοντέλου και η επίδραση της πυκνότητας του πλέγματος στα αποτελέσματα του compliant μοντέλου, φαίνονται στον Πίνακα 2.

Στο *Σχήμα 2.6* ορίζονται κάποια χαρακτηριστικά σημεία στη στένωση. Όπως και στην πρότυπη μελέτη, τα κανονικοποιημένα σημεία  $Z'$ , ορίζονται από το μέσο της στένωσης.

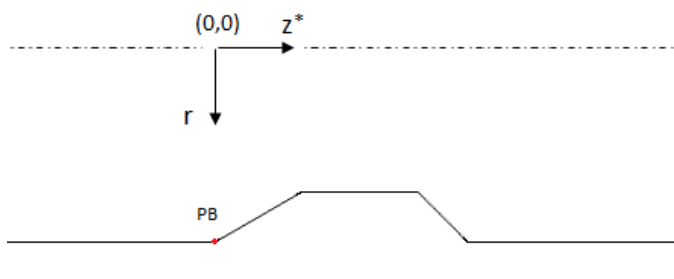
Ένα άλλο κανονικοποιημένο σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία για σύγκριση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται στο *Σχήμα 2.7*. Σε αυτή την περίπτωση η κανονικοποίηση ξεκινά από τα 15 mm της αξονικής θέσης του αγωγού, που είναι κοινή αρχή για όλες τις γεωμετρίες στένωσης.



Σχήμα 2.5: Υπολογιστικό πλέγμα M1 στην περιοχή της στένωσης.



Σχήμα 2.6 : Σημεία εξαγωγής αποτελεσμάτων. PB(Plaque Beginning), SB(Surface Beginning), SE(Surface Ending), PE (Plaque Ending) και  $Z'=1$ .

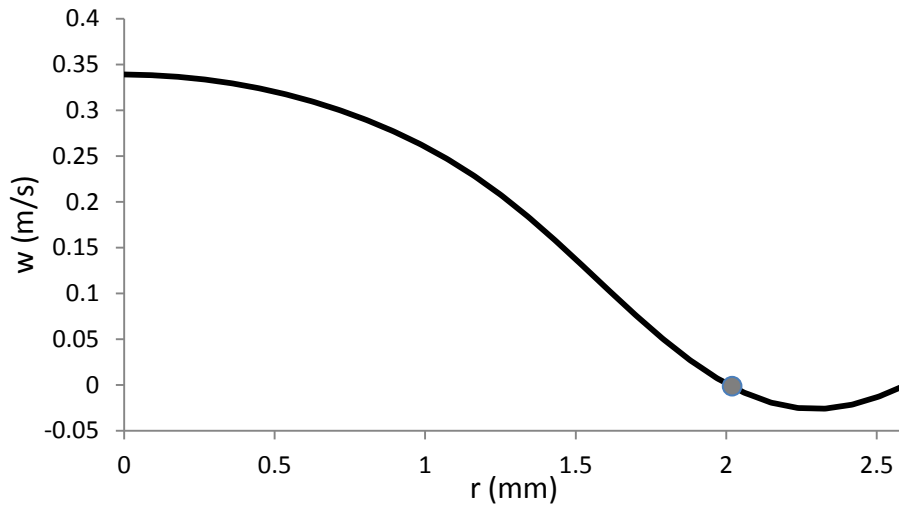


Σχήμα 2.7: Μετατοπισμένο σύστημα συντεταγμένων  $(r, z^*)$ .

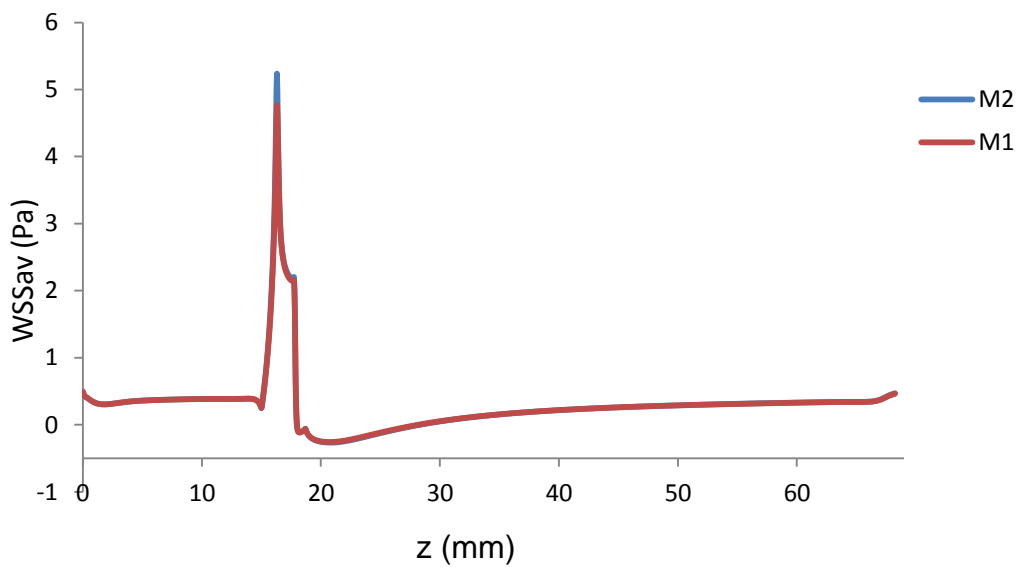
Όπως φαίνεται στον Πίνακα 2, η πύκνωση του πλέγματος δεν επηρεάζει τη μέγιστη πίεση ( $P_{max}$ ) στο πεδίο ροής. Ούτε και τη μέγιστη χρονική μέση ακτινική μετατόπιση ( $u_{solid_{max}}$ ) του τοιχώματος του αγωγού. Η μικρότερη ακτινική θέση όπου εμφανίζεται το σημείο καμπής στο προφίλ της ταχύτητας  $w$ , δεν επηρεάζεται από το ποιο πλέγμα χρησιμοποιείται. Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζεται το προφίλ ταχύτητας με το σημείο καμπής, στην αξονική θέση  $Z'=1$ . Η ακτινική αυτή απόσταση, (μετρούμενη από τον άξονα συμμετρίας), δηλώνεται ως IP και μετριέται σε mm. Τέλος, η μέγιστη τιμή της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος, διαφέρει κατά περίπου 9% στις περιπτώσεις M1 και M2. Η κατανομή της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $WSS_{avg}$ , κατά μήκος του αγωγού, παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9.

Το μέγεθος του χρονικού βήματος, πρέπει να είναι αρκετά μικρό, διότι η ροή είναι ασταθής (παλμική ροή) και άρα τα φαινόμενα χρόνο-μεταβαλλόμενα. Επομένως χρειάζεται αναλυτική χρονική διακριτοποίηση προκειμένου να μην υπερπηδηθούν ροϊκά φαινόμενα, που θα συνέβαινε με αραιή διακριτοποίηση. Στον Πίνακα 2 φαίνεται ότι η μέγιστη πίεση ( $P_{max}$ ) και η μέγιστη ταχύτητα ( $w_{max}$ ) του πεδίου ροής, είναι ουσιαστικά ίδιες και είτε χρησιμοποιείται βήμα T1 είτε T2. Η μέγιστη ποσοστιαία διαφορά, της χρονικής μέσης ταχύτητας,  $w_{avg}$ , στη θέση  $Z'=2$  πάνω στον άξονα συμμετρίας για τις περιπτώσεις T1 και T2, είναι 1.48%. Τέλος, η ακτινική θέση IP, σε διατομή του αγωγού στην  $Z'=1$ , είναι ίδια στις περιπτώσεις T1 και T2. Όμως η τιμή αυτή διαφέρει από την αντίστοιχη που βρέθηκε στον έλεγχο ανεξαρτησίας πλέγματος. Αυτό συμβαίνει, γιατί ο έλεγχος ανεξαρτησίας των αποτελεσμάτων από το χρησιμοποιηθέν χρονικό βήμα έγινε στο μοντέλο rigid wall, που σημαίνει ότι το τοίχωμα δεν μετατοπίζεται και επομένως, το σημείο καμπής του προφίλ της αξονικής ταχύτητας θα είναι κοντινότερα στον άξονα συμμετρίας απ' ότι συμβαίνει στο μοντέλο compliant.





Σχήμα 2.8 : Προφίλ ταχύτητας  $w$ , σε διατομή στη θέση  $Z'=1$ , του μοντέλου compliant. Με το σύμβολο  $\bullet$ , σημειώνεται το σημείο καμπής του προφίλ της ταχύτητας.



Σχήμα 2.9 : Κατανομή της χρονικής μέσης διαμητρικής τάσης τοιχώματος στον αγωγό, για την περίπτωση πυκνότητας πλέγματος M1 και M2.

Πίνακας 2 : Επίδραση της πυκνότητας πλέγματος (M1,M2) στα αποτελέσματα του μοντέλου compliant αγωγού και του χρονικού βήματος (T1,T2) στα αποτελέσματα του μοντέλου rigid αγωγού.

	N	Pmax (Pa)	WSSavg (Pa)	u_solidmax (mm)	IP (mm)
M1	21828	4330	4.68	0.1	2.02
M2	27862	4329	5.13	0.1	2.02
	Stepsize	Pmax (Pa)	Wmax (m/s)	W <sub>avg</sub> (m/s)	IP (mm)
T1	0.0071875	4348.5	0.9063	0.53726	1.975
T2	0.00345	4348.43	0.9063	0.54566	1.975

## Κεφάλαιο 3

### Αποτελέσματα

#### 3.1 Βασική γεωμετρία

##### 3.1.1 Επικύρωση μοντέλου

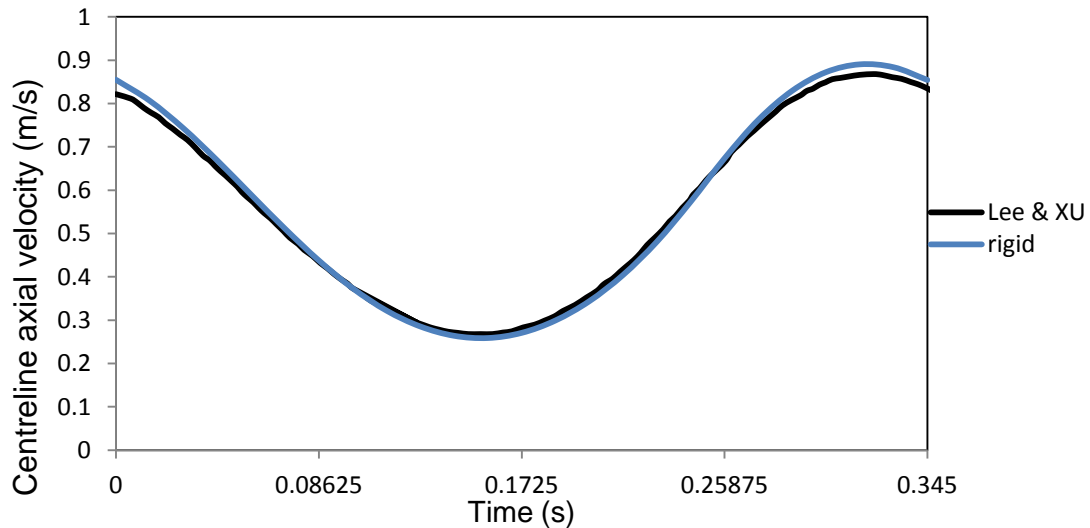
Στο παρόν υποκεφάλαιο επικυρώνονται τα μοντέλα rigid wall, δηλαδή άκαμπτου τοιχώματος και compliant wall δηλαδή ελαστικού τοιχώματος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων της παρούσης εργασίας με τα αποτελέσματα των Lee & Xu (2002). Ταυτόχρονα, ελέγχεται η επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος, συγκρίνοντας μεταξύ τους τα παραπάνω μοντέλα.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, τα μοντέλα, δηλαδή η γεωμετρία και οι οριακές συνθήκες, “κατασκευάστηκαν” σύμφωνα με τις προδιαγραφές που δίνονται στη μελέτη των Lee & Xu (2002). Η μελέτη αυτή καλείται πρότυπη μέσα στο κείμενο της παρούσας εργασίας.

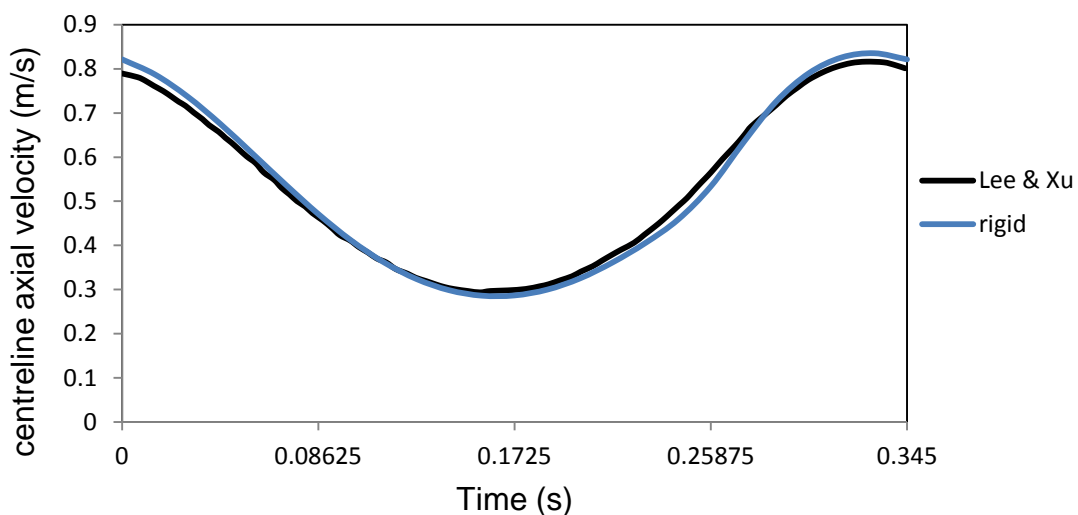
Αρχικά, συγκρίνονται οι ταχύτητες  $w$ , σε κανονικοποιημένα μετά-στενωτικά σημεία (όπως προκύπτουν από το Σχήμα 2.6) πάνω στον άξονα συμμετρίας. Για τη σύγκριση, έχει πραγματοποιηθεί χρονική μετατόπιση κατά 0.123sec (ή  $128^\circ$  φάσης κύματος). Στα Σχήματα 3.1, 3.2, 3.3, φαίνεται ότι τόσο ποσοτικά, όσο και ποιοτικά, τα αποτελέσματα του μοντέλου rigid wall είναι συγκρίσιμα με της πρότυπης μελέτης (με το αντίστοιχο μοντέλο άκαμπτου τοιχώματος).

Στο Σχήμα 3.4, συγκρίνεται η μεταβολή της ταχύτητας  $w$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, στα μετά-στενωτικά σημεία πάνω στον άξονα συμμετρίας  $Z'=1$ ,  $Z'=2.5$  και  $Z'=4.3$  για τις περιπτώσεις rigid και compliant wall. Στη θέση  $Z'=1$ , η μέγιστη σχετική διαφορά ταχυτήτων των 2 περιπτώσεων είναι 6.4% και η μέγιστη απόλυτη 37 mm/s, στη  $Z'=2.5$  η μέγιστη σχετική διαφορά είναι 8.1% και η μέγιστη απόλυτη 44 mm/s και στη θέση  $Z'=4.3$ , 8.9% και 51 mm/s αντίστοιχα. Οι ταχύτητες του rigid wall είναι υψηλότερες από του compliant, όπως είναι αναμενόμενο, αφού στο rigid wall δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας λόγω

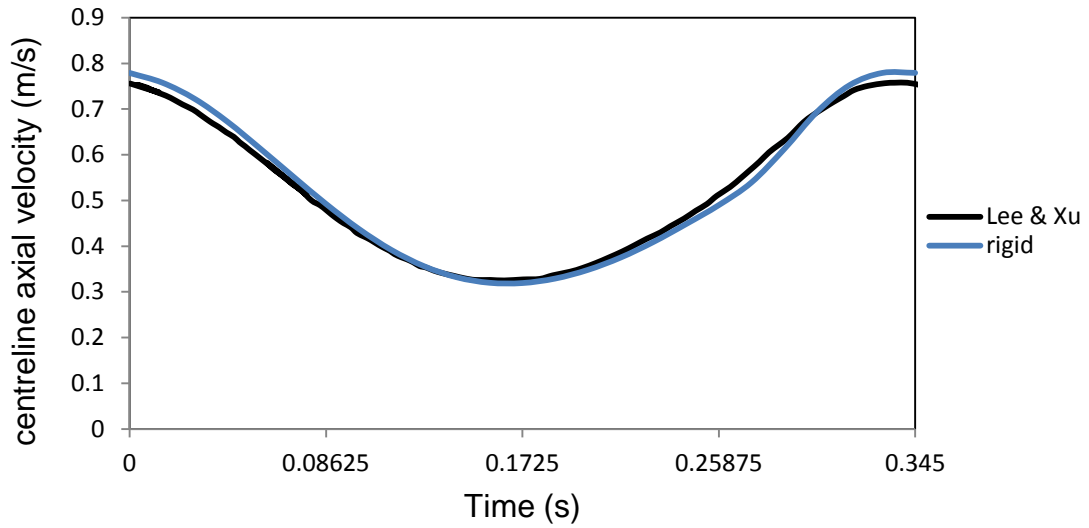
μετατόπισης τοιχώματος. Οι κυματομορφές χάνουν το ημιτονοειδές προφίλ τους προχωρώντας μεταστενωτικά, ενώ δεν παρατηρείται διαφορά φάσης ανάμεσα σε αυτές του rigid και του compliant.



Σχήμα 3.1 : Μεταβολή της αξονικής ταχύτητας  $w$ , στην κανονικοποιημένη μετάστενωτική θέση  $Z'=1$ , στη διάρκεια μιας περιόδου (με χρονική μετατόπιση κατά 0.123 sec), για την παρούσα και την πρότυπη μελέτη.

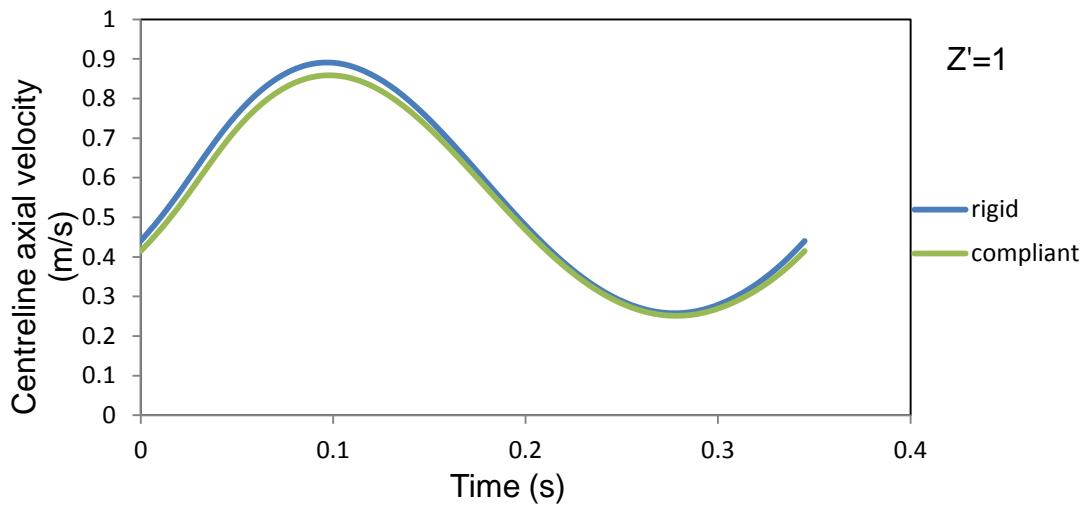


Σχήμα 3.2 : Μεταβολή της αξονικής ταχύτητας  $w$ , στην κανονικοποιημένη μετάστενωτική θέση  $Z'=2.5$ , στη διάρκεια μιας περιόδου (με χρονική μετατόπιση κατά 0.123 sec), για την παρούσα και την πρότυπη μελέτη.

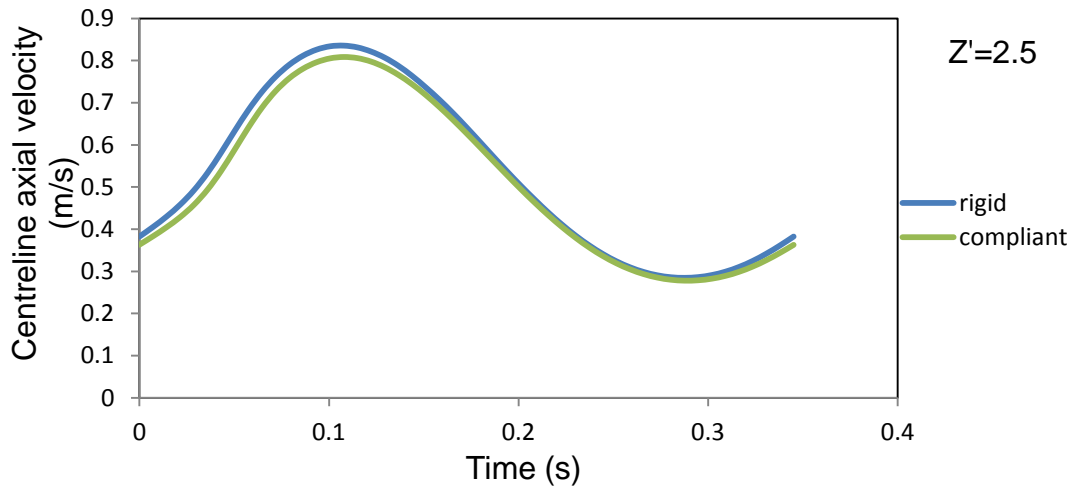


Σχήμα 3.3 : Μεταβολή της αξονικής ταχύτητας  $w$ , στην κανονικοποιημένη μετά-στενωτική θέση  $Z'=4.3$ , στη διάρκεια μιας περιόδου (με χρονική μετατόπιση κατά 0.123 sec), για την παρούσα και την πρότυπη μελέτη.

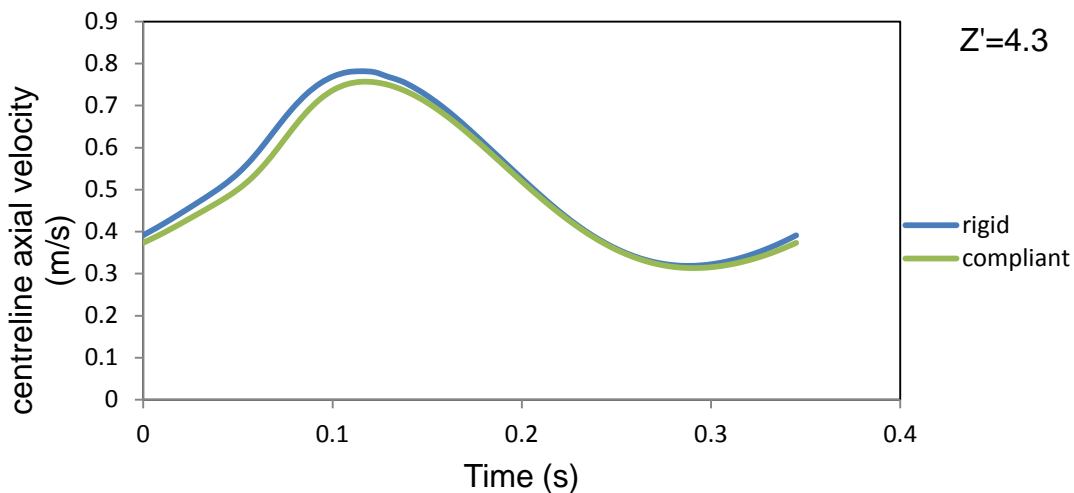
(α)



(β)



(γ)



Σχήμα 3.4 : Σύγκριση της μεταβολής της αξονικής ταχύτητας  $w$ , στην κανονικοποιημένη μετά-στενωτική θέση: (α)  $Z'=1$ , (β)  $Z'=2.5$  και (γ)  $Z'=4.3$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, των περιπτώσεων rigid wall και compliant wall.

Ανάντη και κατάντη της στένωσης, η ροή αποκολλάται δημιουργώντας ζώνες αντιστροφής της ροής ή αλλιώς ανακυκλοφορίας. Στις περιοχές αυτές επικρατούν χαμηλές-αρνητικές ταχύτητες, υποδηλώνοντας ότι το ρευστό ρέει αργά άρα παραμένει για μεγάλο χρονικό διάστημα στο ίδιο μέρος. Αυτό ευνοεί, την συγκέντρωση και παραμονή εκεί των αθηρογόνων σωματιδίων (χοληστερόλη, λιπαρές ουσίες, μακροφάγα κ.α.) για μεγάλο χρονικό διάστημα, διευκολύνοντας την αλληλεπίδραση με το ενδοθήλιο του τοιχώματος, με δυσμενείς επιπτώσεις για την πάθηση.

Στο *Σχήμα 3.5* απεικονίζονται με βέλη τα προφίλ της αξονικής ταχύτητας  $w$ , σε διάφορες θέσεις του αγωγού, τη χρονική στιγμή  $T/2$ . Επίσης, φαίνεται σημειωμένο το ύψος ανακυκλοφορίας  $R_H$  και η επεκταμένη ακτίνα  $R_d$ .

Στα *Σχήματα 3.6, 3.7, 3.8* παρουσιάζεται το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής,  $R_H$  (Recirculation Height), κανονικοποιημένο ως προς την εσωτερική ακτίνα του αγωγού,  $R_0$ , στη διάρκεια μιας περιόδου. Αυτό υπολογίζεται βρίσκοντας το ύψος από το τοίχωμα του αγωγού, σε κάποια αξονική διατομή, όπου το προφίλ της ταχύτητας  $w$  εμφανίζει σημείο καμπής (μηδενική ταχύτητα) και έπειτα διαιρώντας το με την ακτίνα του αγωγού. Το ύψος ανακυκλοφορίας προβλέπεται καλά με μια μικρή υποεκτίμηση από αυτό που υπολόγισαν οι Lee & Xu (2002). Και στις τρεις αξονικές διατομές  $Z'$ , υπάρχει ποιοτική και ποσοτική ομοιότητα στα δεδομένα. Επίσης, στη θέση  $Z'=1$ , η καμπύλη του  $R_H$  εμφανίζει μικρές διαταραχές-διακυμάνσεις.

Όσον αφορά στην ανακυκλοφορία, η αύξηση του μεγέθους της συμβαίνει κατά τη φάση της επιβράδυνσης του ρευστού, όπως παρατηρείται από την καμπύλη της ταχύτητας εισόδου. Το μέγιστο ύψος της εμφανίζεται λίγο πριν την ελάχιστη ταχύτητα εισόδου. Στη συνέχεια, ακολουθεί ένα χρονικό διάστημα χωρίς αντιστροφή της ροής, το οποίο διαρκεί περισσότερο προχωρώντας μεταστενωτικά ( $Z'$ ). Το αυξημένο αυτό χρονικό διάστημα για τις απόμακρες θέσεις  $Z'$ , είναι ουσιαστικά η αργοπορία επέκτασης της ζώνης ανακυκλοφορίας, από ακριβώς κατάντη της στένωσης έως τις μακρινές μεταστενωτικές θέσεις  $Z'$ . Τέλος, καθώς η ροή επιταχύνεται δημιουργείται και πάλι ζώνη ανακυκλοφορίας της ροής.

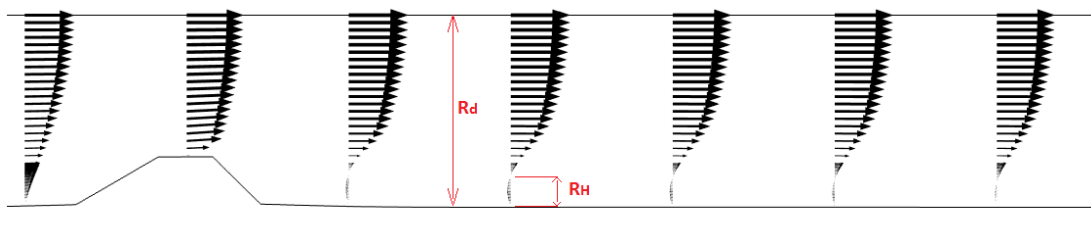
Στο *Σχήμα 3.9* ελέγχεται η επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος, στο κανονικοποιημένο ύψος ανακυκλοφορίας  $R_H^*$ , συγκρίνοντας τη μεταβολή του  $R_H^*$  στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις rigid και compliant wall. Στην περίπτωση του compliant, λόγω ακτινικής μετατόπισης του εσωτερικού τοιχώματος του αγωγού, η ακτίνα πλέον είναι  $R_d$  (Radius displaced), που είναι μεγαλύτερη της  $R_0$ . Έτσι, αφενός το ύψος αντιστροφής της ροής μετρήθηκε όπως και παραπάνω από το τοίχωμα (τώρα όμως μετατοπισμένο), αφετέρου η κανονικοποίηση έγινε με την αρχική ακτίνα  $R_0$ , προκειμένου να συγκριθούν τα κανονικοποιημένα ύψη ανακυκλοφορίας της ροής.

Στο *Σχήμα 3.9* παρατηρείται ότι, στο μοντέλο compliant wall το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής είναι μεγαλύτερο απ' ό,τι στο rigid wall και η

ανακυκλοφορία διαρκεί περισσότερο. Μάλιστα, η ανακυκλοφορία στο compliant wall, ξεκινά και τελειώνει T/48 νωρίτερα και αργότερα αντίστοιχα, υποδεικνύοντας ότι είναι και μακρύτερη.

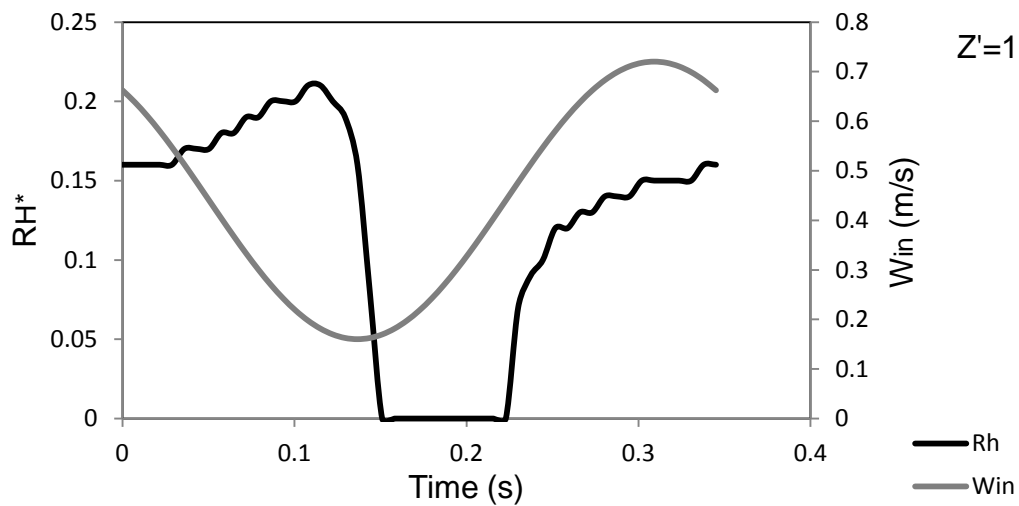
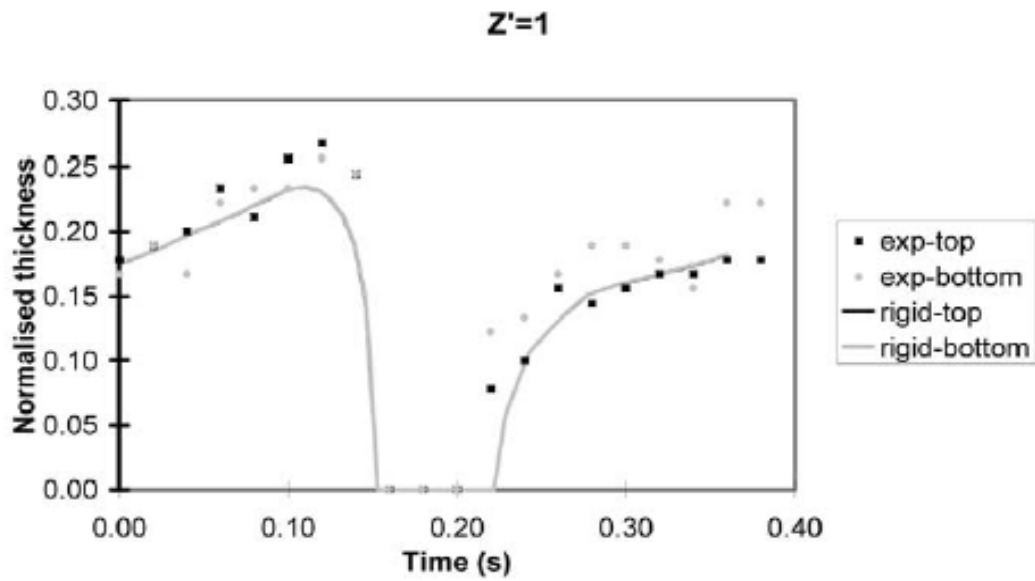
Στα Σχήματα 3.10, 3.11, 3.12 συγκρίνονται τα προφίλ της αξονικής συνιστώσας της ταχύτητας,  $w$ , του μοντέλου compliant και rigid της παρούσας εργασίας με των αντίστοιχων της πρότυπης μελέτης σε διατομές του 3D αγωγού, για διάφορες χρονικές στιγμές. Είναι ευδιάκριτο, ότι υπάρχει ποιοτική και ποσοτική ομοιότητα των αποτελεσμάτων της εργασίας με της πρότυπης μελέτης. Τα προφίλ ταχύτητας, έχουν παραβολικό σχήμα, το οποίο ταυτοποιεί τη στρωτή ροή.

Όσον αφορά στην επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος στη ροή, αυτή εκδηλώνεται μέσα από τα μικρότερα προφίλ ταχύτητας του compliant μοντέλου σε σχέση με του rigid. Αυτό εξηγείται από το ισοζύγιο μάζας, σύμφωνα με το οποίο η πίεση που ασκεί το ρευστό στο τοίχωμα, οδηγεί στην ακτινική του μετατόπιση προς τα έξω, με επακόλουθο την αύξηση της επιφάνειας ροής. Έτσι το ρευστό επιβραδύνεται άρα αλλάζει το προφίλ ταχυτήτων προκειμένου να διατηρηθεί το ισοζύγιο μάζας. Επιπλέον, το χρονομεταβαλλόμενο ύψος ανακυκλοφορίας της ροής, που υποδεικνύεται από τις αρνητικές ταχύτητες κοντά στο τοίχωμα είναι μεγαλύτερο και εκτείνεται περισσότερο στον αγωγό, στην περίπτωση compliant, όπως ήδη παρατηρήθηκε και στο Σχήμα 3.8.

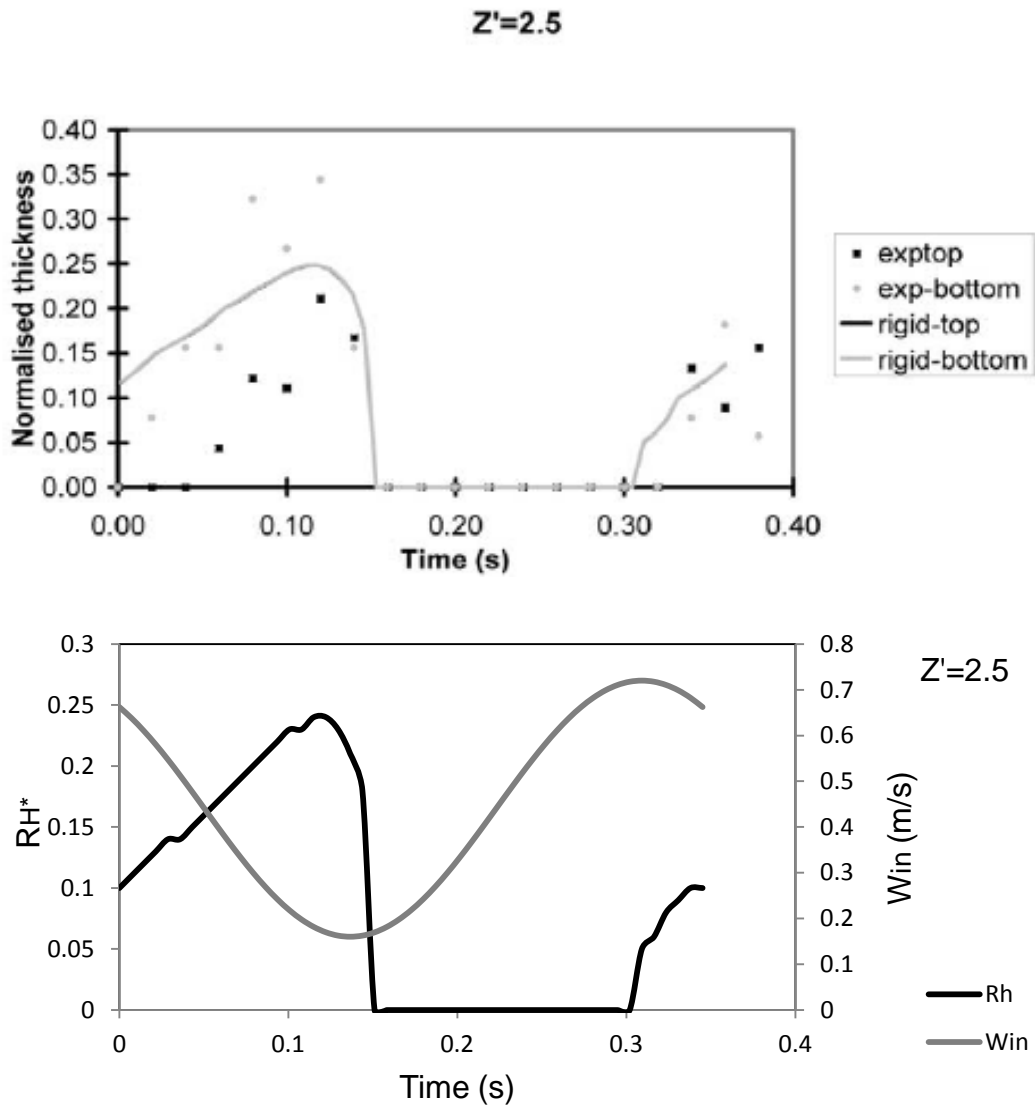


Σχήμα 3.5 : Απεικόνιση του πεδίου αξονικών ταχυτήτων με βέλη καθώς και του  $R_h$ ,  $R_d$  σε κομμάτι του αγωγού κοντά στη στένωση.

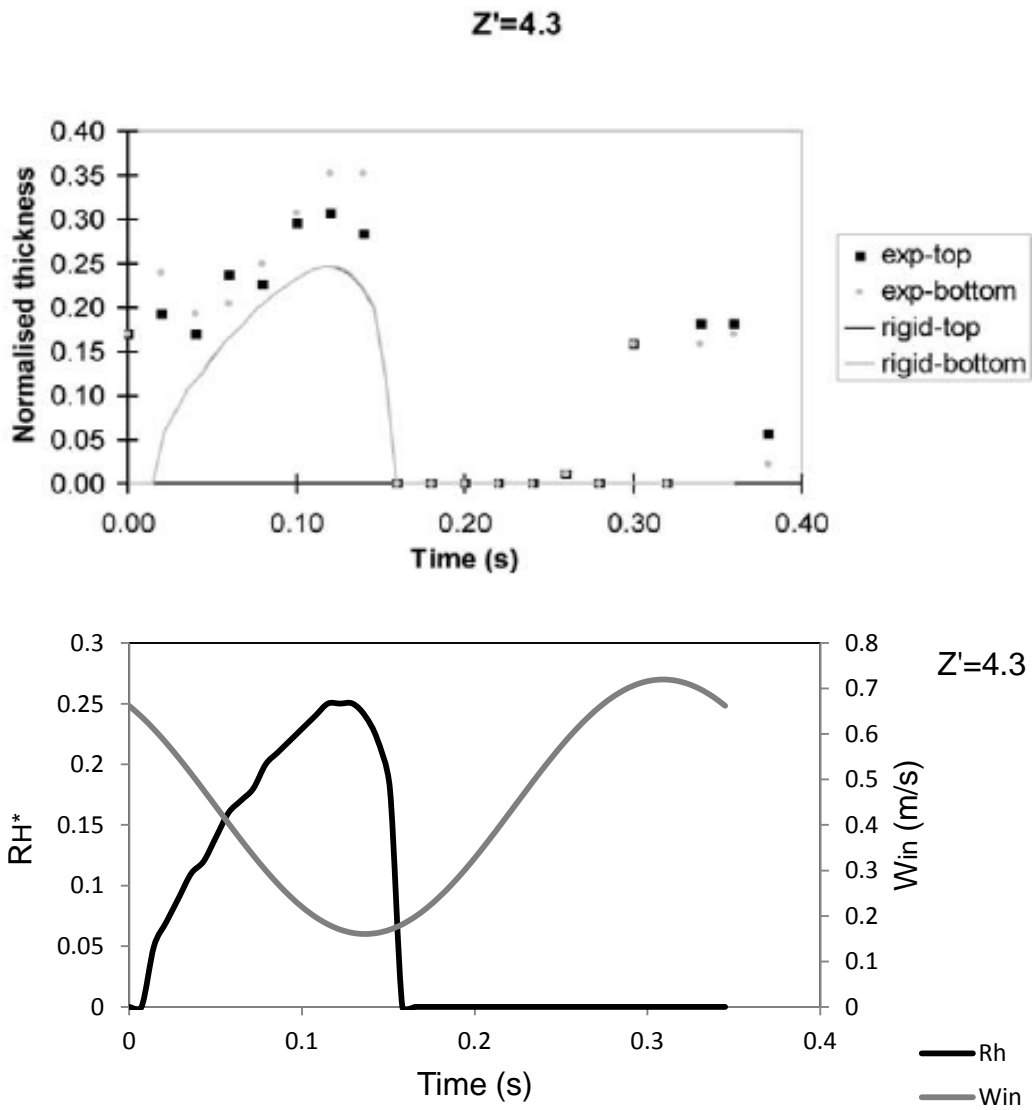




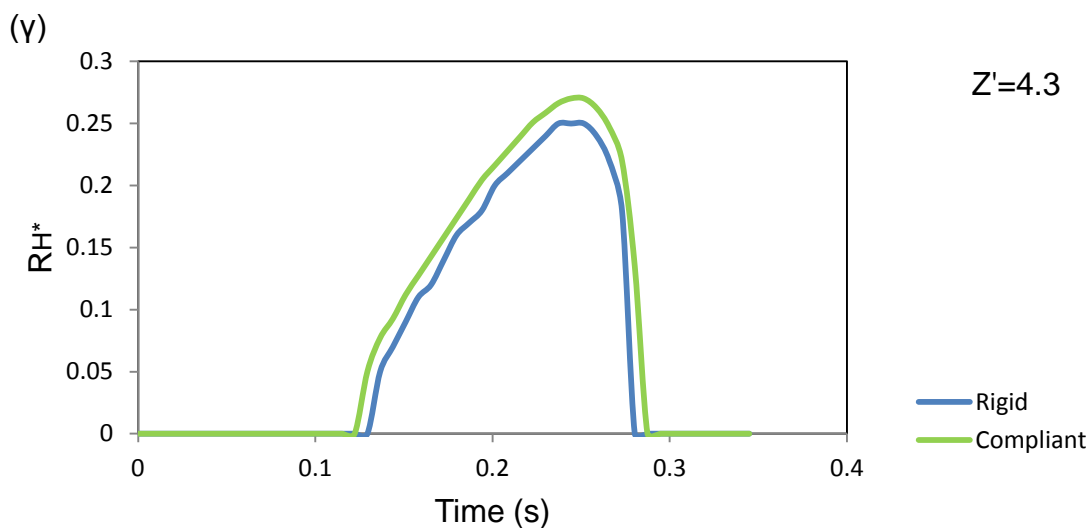
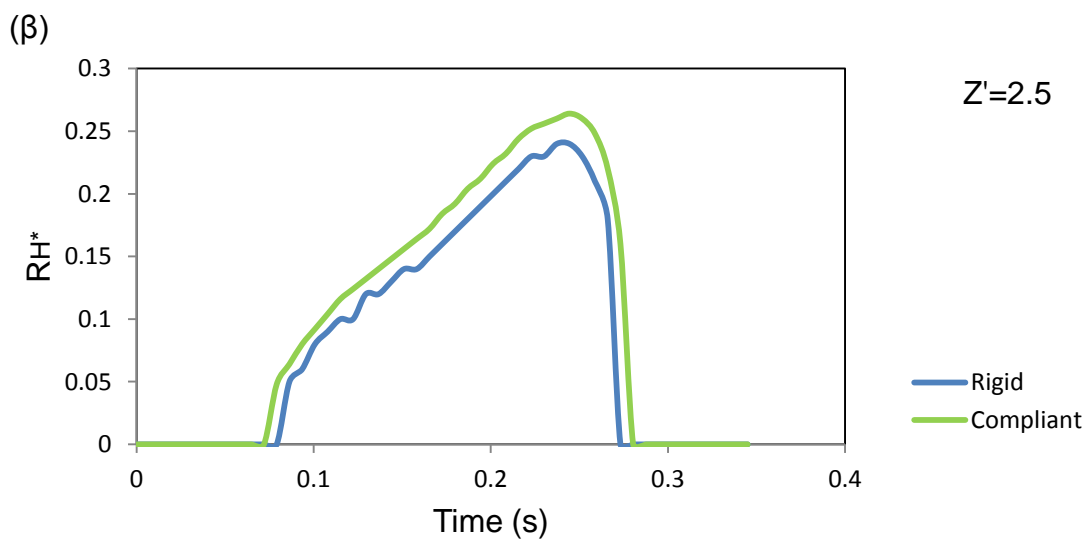
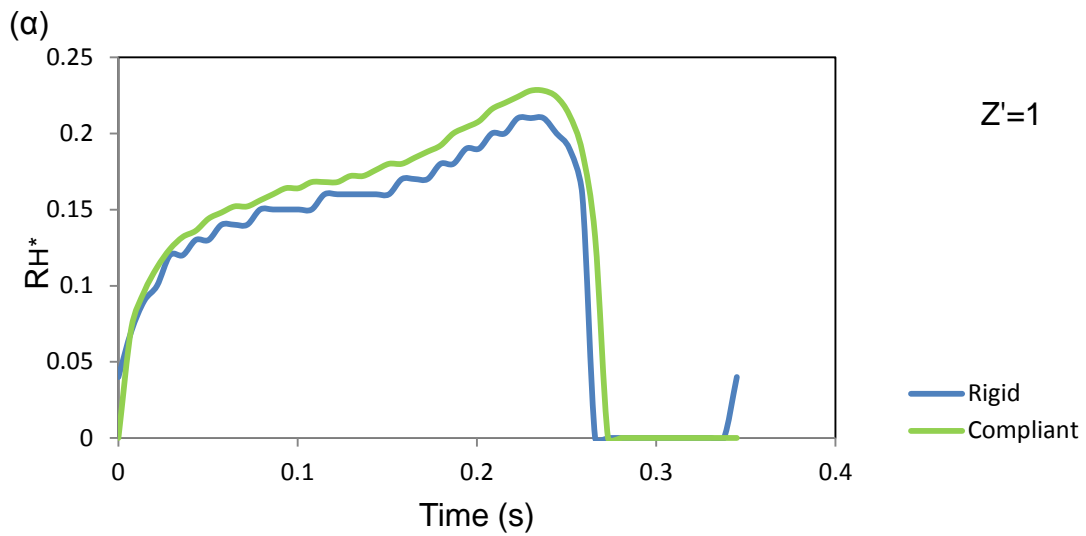
Σχήμα 3.6: Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους αντιστροφής της ροής  $RH^*$ , σε διατομή του αγωγού στην αξονική θέση  $Z'=1$  και της ταχύτητας εισόδου  $W_{in}$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, με χρονική μετατόπιση 0.123 sec. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



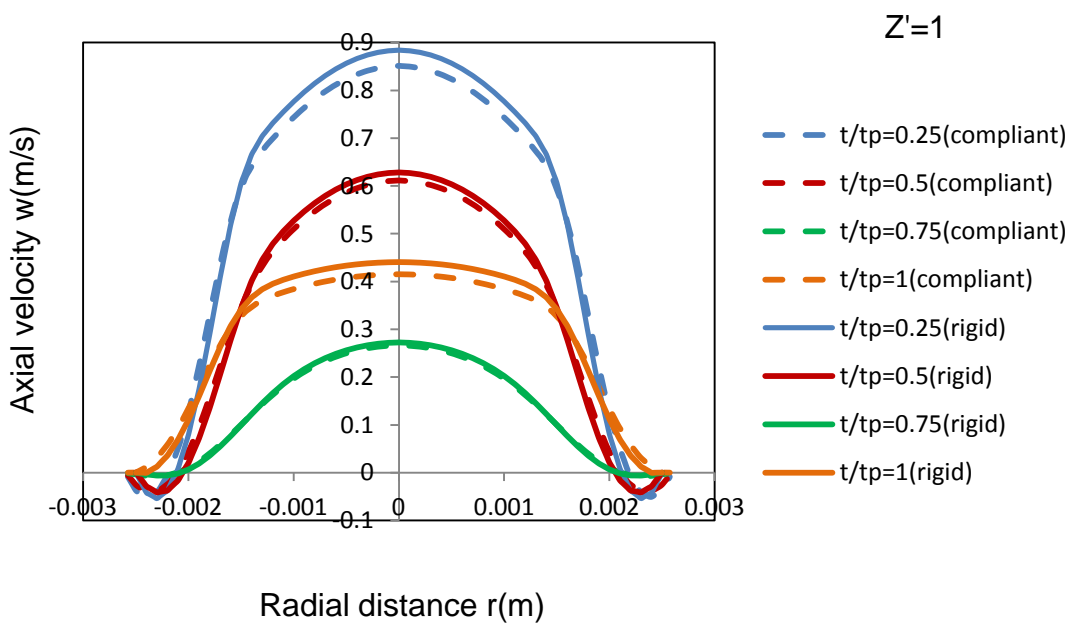
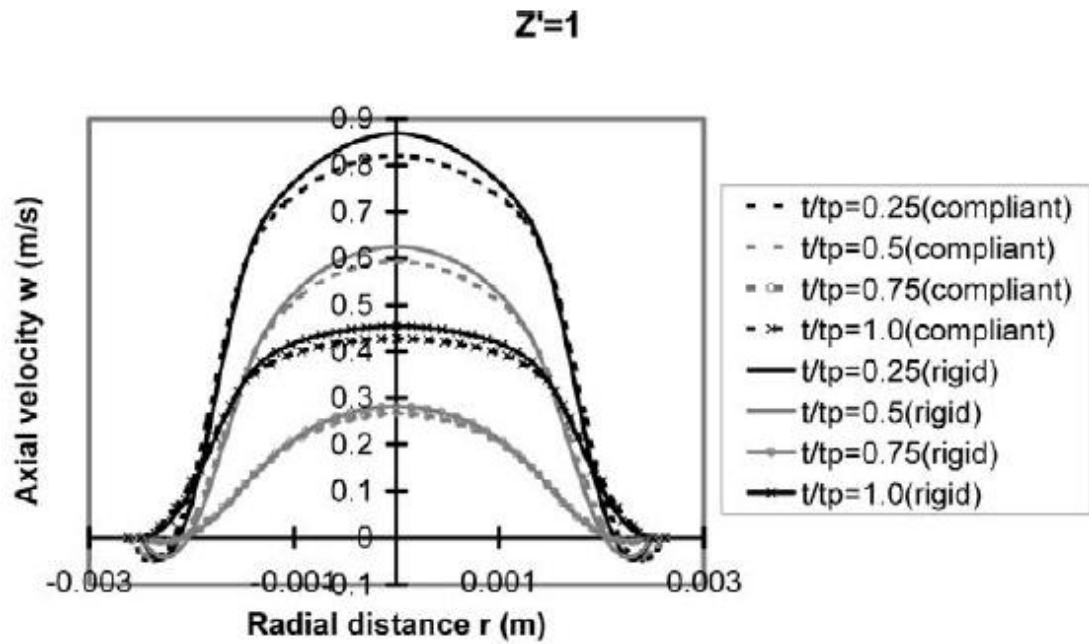
Σχήμα 3.7: Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους αντιστροφής της ροής  $RH^*$ , σε διατομή του αγωγού στην αξονική θέση  $Z'=2.5$  και της ταχύτητας εισόδου  $W_{in}$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, με χρονική μετατόπιση 0.123 sec. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



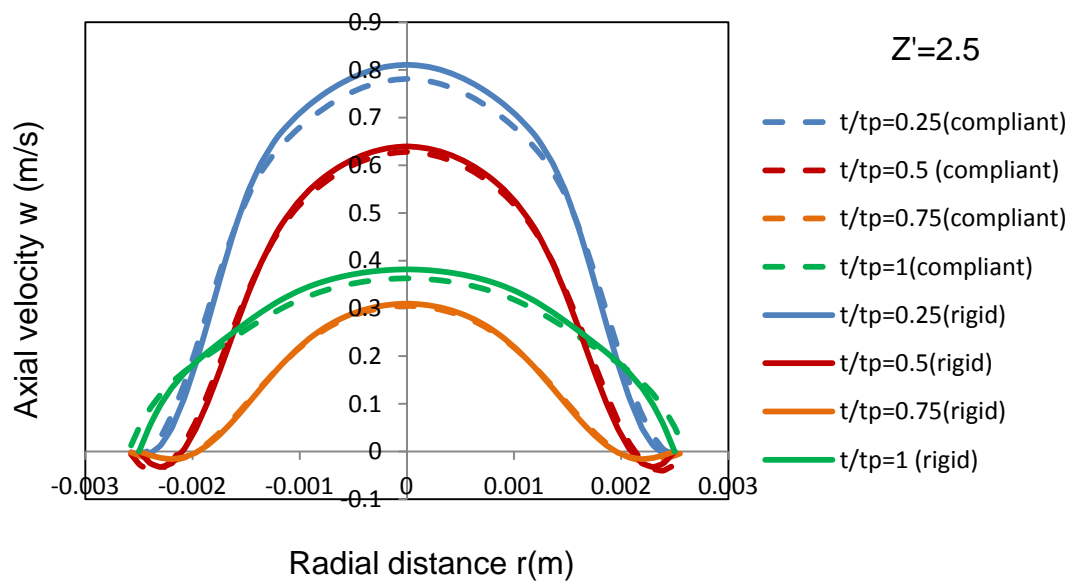
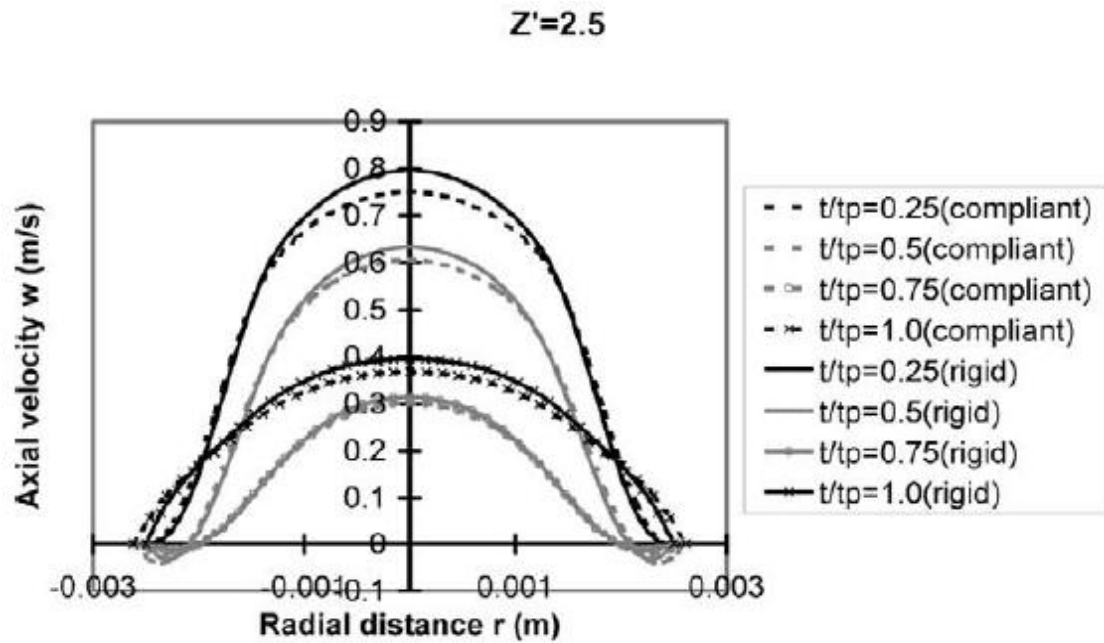
Σχήμα 3.8: Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους αντιστροφής της ροής  $RH^*$ , σε διατομή του αγωγού στην αξονική θέση  $Z'=4.3$  και της ταχύτητας εισόδου  $W_{in}$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, με χρονική μετατόπιση 0.123 sec. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



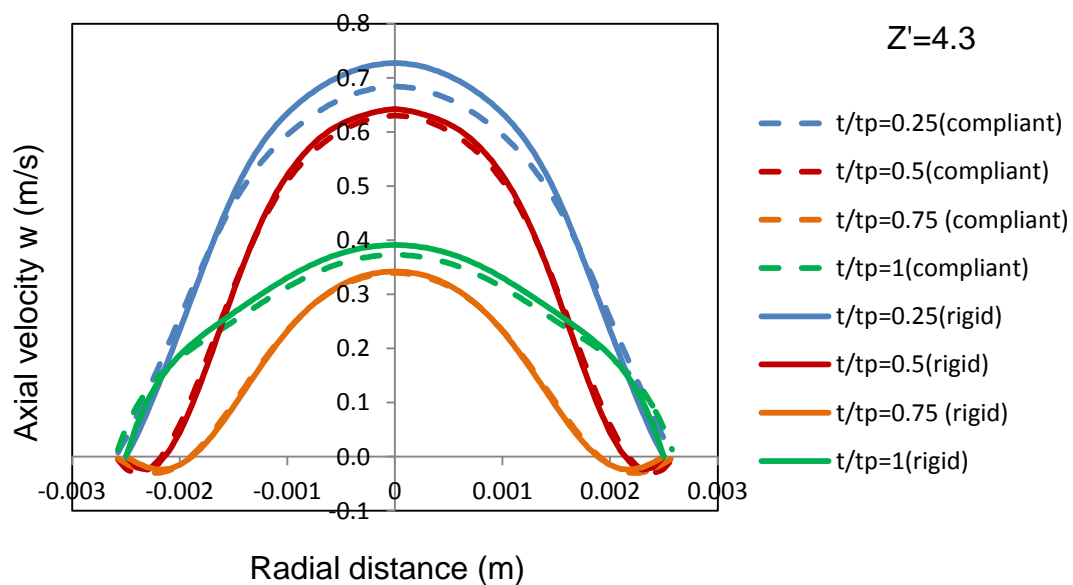
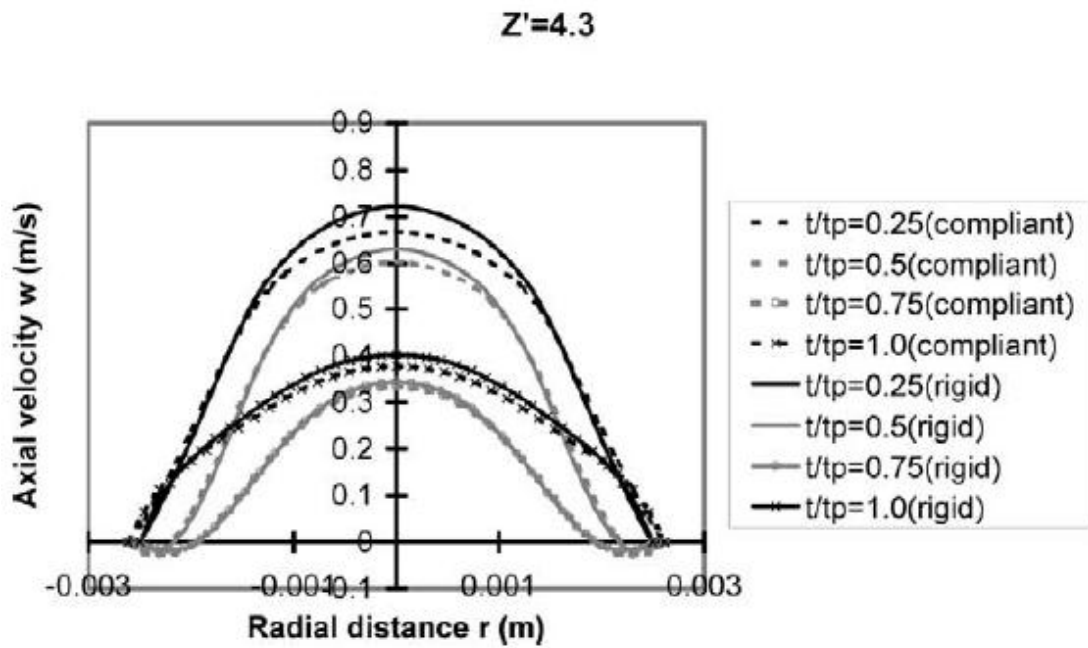
Σχήμα 3.9: Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους ανακυκλοφορίας της ροής  $RH$ , στις αξονικές θέσεις (α)  $Z'=1$ , (β)  $Z'=2.5$  και (γ)  $Z'=4.3$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις rigid και compliant wall.



Σχήμα 3.10 : Σύγκριση των προφίλ αξονικής ταχύτητας  $w$ , των μοντέλων compliant και rigid, στη μεταστενωτική διατομή του (3D) αγωγού  $Z'=1$ , τις χρονικές στιγμές  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$  και  $T$ . Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 3.11 : Σύγκριση των προφίλ αξονικής ταχύτητας  $w$ , των μοντέλων compliant και rigid, στη μεταστενωτική διατομή του (3D) αγωγού  $Z'=2.5$ , τις χρονικές στιγμές  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$  και  $T$ . Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).

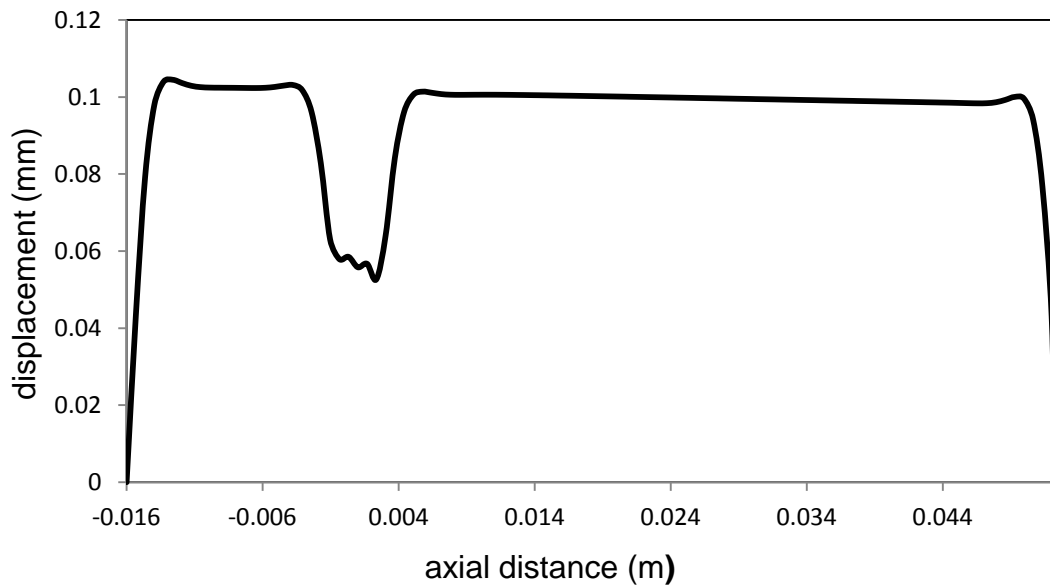
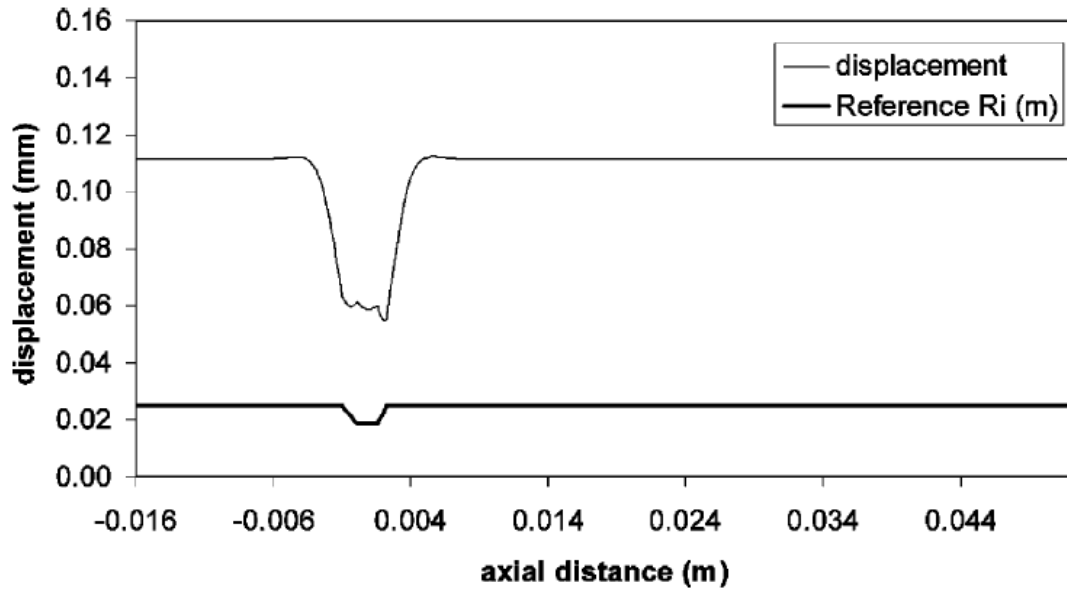


Σχήμα 3.12 : Σύγκριση των προφίλ αξονικής ταχύτητας  $w$ , των μοντέλων compliant και rigid, στη μεταστενωτική διατομή του (3D) αγωγού  $Z'=4.3$ , τις χρονικές στιγμές  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$  και  $T$ . Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).

Στο *Σχήμα 3.13* συγκρίνεται η ακτινική μετατόπιση του τοιχώματος του αγωγού, του μοντέλου compliant και του μοντέλου “wall” της μελέτης των Lee & Xu (2002). Το “wall model”, (που μόνο για αυτό παρέχεται σχήμα ακτινικής μετατόπισης στην πρότυπη μελέτη), αφορά στην προσομοίωση του τοιχώματος, χωρίς ροή στον αγωγό. Οι οριακές του συνθήκες είναι όπως του compliant της παρούσας εργασίας, με μόνη διαφορά, την εφαρμογή ομοιόμορφης σταθερής πίεσης εσωτερικά, 4140 Pa, προκειμένου να επιτευχθεί μέγιστη ακτινική μετατόπιση της τάξης 5% της  $R_0$ . Παρόλο που γίνεται σύγκριση ανόμοιων περιπτώσεων, το συμπέρασμα ότι το μοντέλο compliant υποεκτιμά την ακτινική μετατόπιση, είναι βέβαιο. Αναφέρεται ότι, το αντίστοιχο compliant model των Lee & Xu (2002), υπολογίζει αυξημένη ακτινική μετατόπιση κατά 5.7% προστενωτικά και μεταστενωτικά, σε σχέση με το wall model. Ωστόσο, επειδή η διαφορά στις μετατοπίσεις των τελευταίων είναι της τάξης  $10^{-1}$  mm, αυτή δεν θεωρείται σημαντική.

Όσον αφορά στις μετατοπίσεις στο *Σχήμα 3.13*, η μέγιστη και ελάχιστη στην επάνω εικόνα είναι 0.111 mm και 0.055 mm αντίστοιχα ενώ στην κάτω 0.104 mm και 0.043 mm (αγνοώντας τα άκρα). Οι μετατοπίσεις αυτές αφορούν τη διαστολή του αγωγού. Όπως φαίνεται, η μετατόπιση στα άκρα του αγωγού του μοντέλου compliant, είναι μηδενική, λόγω της Οριακής Συνθήκης ακίνητου ορίου (fixed constraint) που χρησιμοποιήθηκε. (Η περίπτωση που τα άκρα του τοιχώματος του αγωγού μετατοπίζονται ακτινικά, παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 3.1.2). Επίσης, λόγω αυτής της Οριακής Συνθήκης, η ακτινική μετατόπιση κορυφώνεται ακριβώς πλησίον στα άκρα. Παρατηρείται, ότι το αρτηριακό τοίχωμα μετατοπίζεται περισσότερο από την στένωση. Οι μετατοπίσεις στις κορυφές της στένωσης (PB, PE) είναι διαφορετικές. Η ανομοιόμορφη αυτή “δυσκαμψία” εξαρτάται από το σχήμα της στένωσης, που στην προκειμένη περίπτωση η κλίση της είναι πιο απότομη στο τέλος απ’ ότι στην αρχή, σύμφωνα με τους Lee&Xu, (2002). Η νέα εσωτερική διάμετρος του αγωγού είναι 5.2mm και η νέα ελάχιστη διάμετρος ακριβώς στη στένωση 3.824mm οπότε το ποσοστό στένωσης είναι πλέον 26.4% της διαμέτρου ενώ προηγουμένως ήταν 25.8%. Η διαφορά στο βαθμό στένωσης δεν σημαντική, ωστόσο το φαινόμενο αυτό θα μεγεθυνόταν για υψηλότερη στένωση και για μεγαλύτερη πίεση στο ρευστό σύμφωνα με τους Lee&Xu, (2002).





Σχήμα 3.13 : Ακτινική μετατόπιση ( $u_{\text{solid}}$  mm) του εσωτερικού τοιχώματος του αγωγού, σε διάφορες αξονικές θέσεις. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002). Το κάτω Σχήμα, παράχθηκε τη χρονική στιγμή  $T/24$  κατά την οποία εμφανίζεται η μέγιστη ακτινική μετατόπιση τοιχώματος.

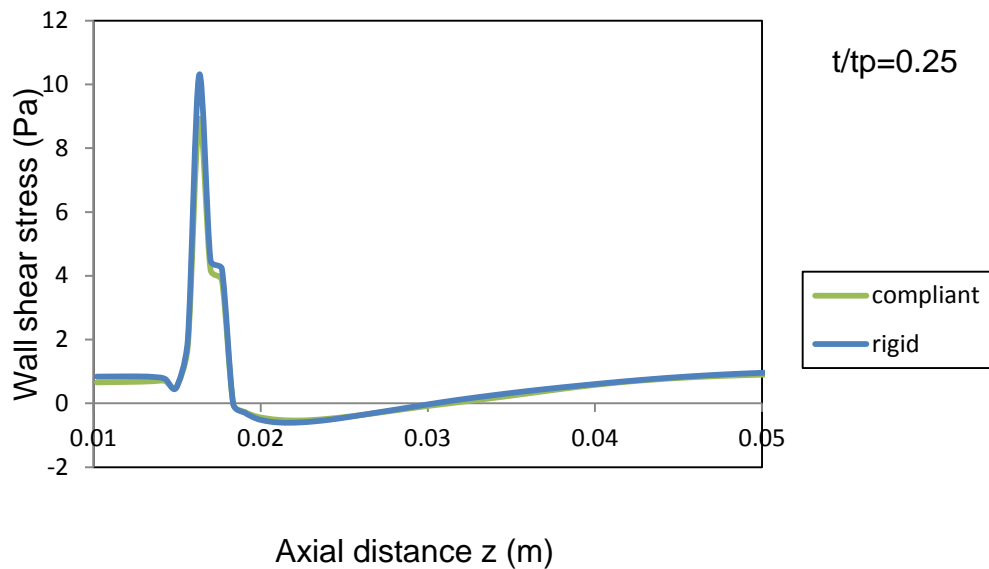
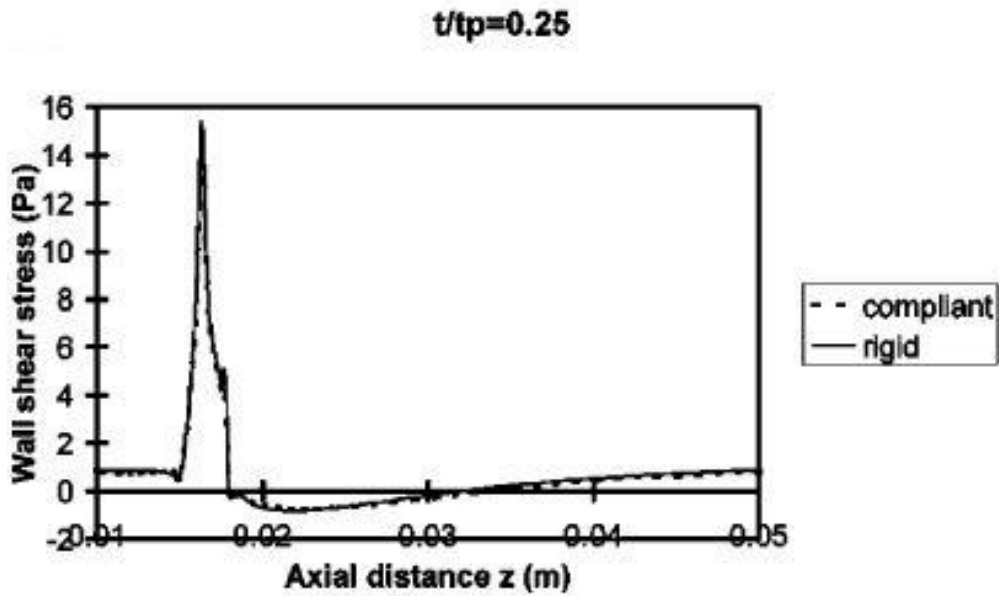
Στα Σχήματα 3.14, 3.15, 3.16 και 3.17, συγκρίνεται η κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , κατά μήκος του αγωγού, τόσο μεταξύ των μοντέλων compliant και rigid, όσο και με τα αντίστοιχα της πρότυπης μελέτης.

Η μελέτη της διατμητικής τάσης τοιχώματος είναι υψίστης σημασίας, διότι αποτελεί την κύρια αιμοδυναμική παράμετρο για την έναρξη και την εξέλιξη της αθηροσκλήρωσης. Η διακύμανση της διατμητικής τάσης τοιχώματος καθώς και οι χαμηλές ή υψηλές τιμές της, διαδραματίζουν στην επιδείνωση της πάθησης. Συγκεκριμένα, οι υψηλές διατμητικές τάσεις τοιχώματος συνδέονται σε πρώιμο στάδιο με τη μηχανική βλάβη του ενδοθηλίου της αρτηρίας, με συνέπεια την έναρξη της πάθησης με την εισχώρηση εντός αυτού, αθηρογόνων ουσιών ενώ σε μετέπειτα στάδιο με τη ρήξη της πλάκας και με τη θρόμβωση. Από την άλλη, οι χαμηλές διατμητικές τάσεις, ευθύνονται για την επέκταση της πλάκας λόγω συγκέντρωσης και της παραμονής για μεγάλο χρόνο, των ουσιών(χαμηλή πυκνότητας λιποπρωτεΐνης, λιπιδίων ουσιών κτλ.) που δημιουργούν την πλάκα. Υπενθυμίζεται ότι οι τιμές της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , κατηγοριοποιούνται ως εξής:

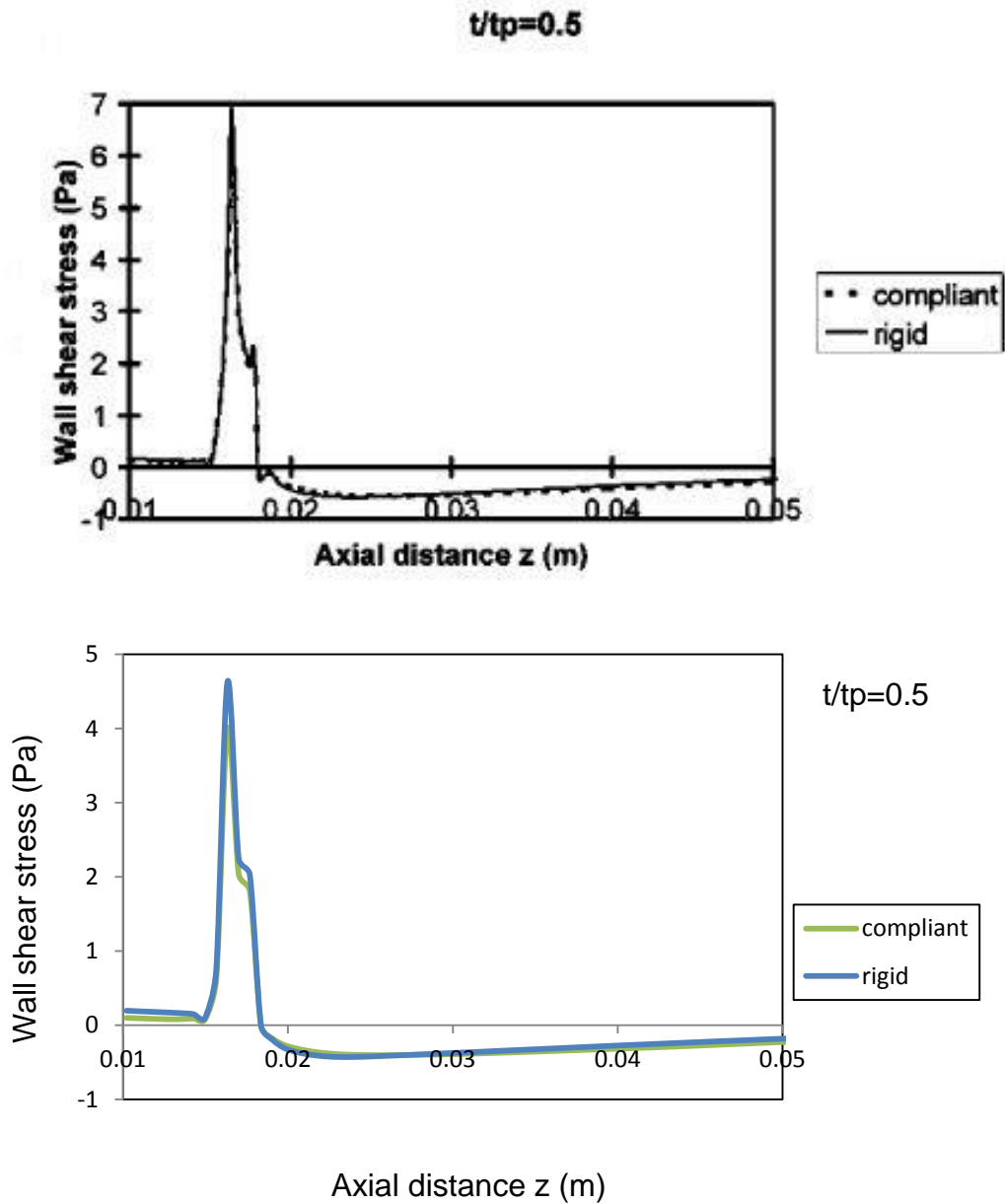
$$\begin{cases} \text{χαμηλές, } -0.4 \leq \tau_w \leq 0.4 \\ \text{φυσιολογικές, } 1 \leq \tau_w \leq 7 \text{ Pa} \\ \text{υψηλές, } > 7 \end{cases}$$

Η διατμητική τάση τοιχώματος των μοντέλων compliant και rigid, είναι συγκρίσιμες, με το rigid να δίνει λίγο μεγαλύτερες τάσεις προστενωτικά και στην στένωση. Η κατανομή τάσης  $\tau_w$  χαρακτηρίζεται από μια πτώση ακριβώς στην αρχή της στένωσης, PB, στη συνέχεια κορύφωση στο σημείο SB, όπου είναι και η μέγιστη τιμή της, έπειτα μικρή πτώση μέχρι την επόμενη άνοδο στο σημείο SE και πάλι πτώση στο τέλος της στένωσης, PE (βλ. Σχήμα 2.6 για τα σημεία). Από εκεί και έπειτα, λόγω της ζώνης ανακυκλοφορίας κατάντη της στένωσης, η  $\tau_w$  παίρνει αρνητικές τιμές για όσο εκτείνεται η αντιστροφή της ροής έως ότου να επανέλθει σε θετικές τιμές. Φυσικά, οι τιμές της είναι χρονοεξαρτώμενες, με τις μέγιστες τιμές να εμφανίζονται τη στιγμή T/4, δηλαδή κατά τη μέγιστη ροή. Οι μέγιστες αυτές τιμές είναι 10.3 και 8.9 Pa (15.7% σχετική διαφορά), για τα rigid και compliant αντίστοιχα.

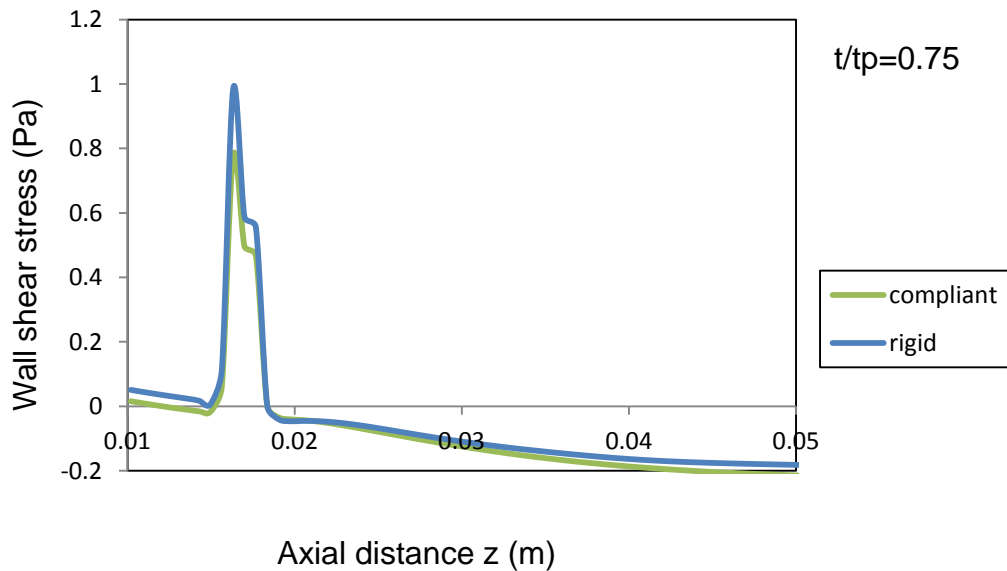
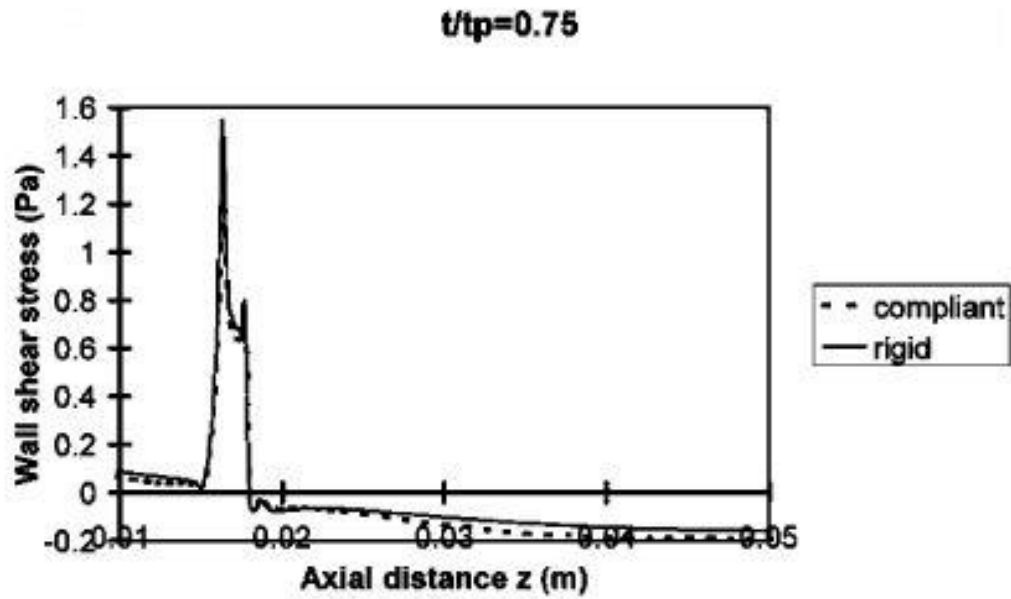
Όσον αφορά στη σύγκριση με τα αποτελέσματα των Lee & Xu (2002), ποιοτικά οι κατανομές τάσης είναι παρόμοιες, ωστόσο ποσοτικά διαφέρουν, με τα μοντέλα compliant και rigid της παρούσας εργασίας να υποεκτιμούν σημαντικά την  $\tau_w$ . Συγκεκριμένα, η μέγιστη  $\tau_w$  της πρότυπης μελέτης είναι περίπου 15.6 Pa ενώ 8.9 Pa της παρούσας εργασίας. Επίσης, η δεύτερη κορυφή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, στο σημείο SE είναι υποεκτιμημένη. Πέραν αυτών, η κατανομή της τάσης είναι ίδια, με χαρακτηριστικό τις αρνητικές τιμές της  $\tau_w$  μεταστενωτικά μέχρι το πέρας του αγωγού, ως ένδειξη της ζώνης ανακυκλοφορίας. Η απουσία διαχωρισμού αυτής της εκτενούς ζώνης ανακυκλοφορίας, ενδεχομένως είναι αφύσικη. Σύμφωνα με τους Lee et al. (2003), η χρήση στρωτού μοντέλου ροής για τη μοντελοποίηση τέτοιου προβλήματος, με αριθμό Re μεγαλύτερο του 300, οδηγεί σε υπερεκτίμηση του μήκους της ανακυκλοφορίας κατάντη της στένωσης, διότι εκεί η ροή γίνεται μεταβατική ή τυρβώδης.



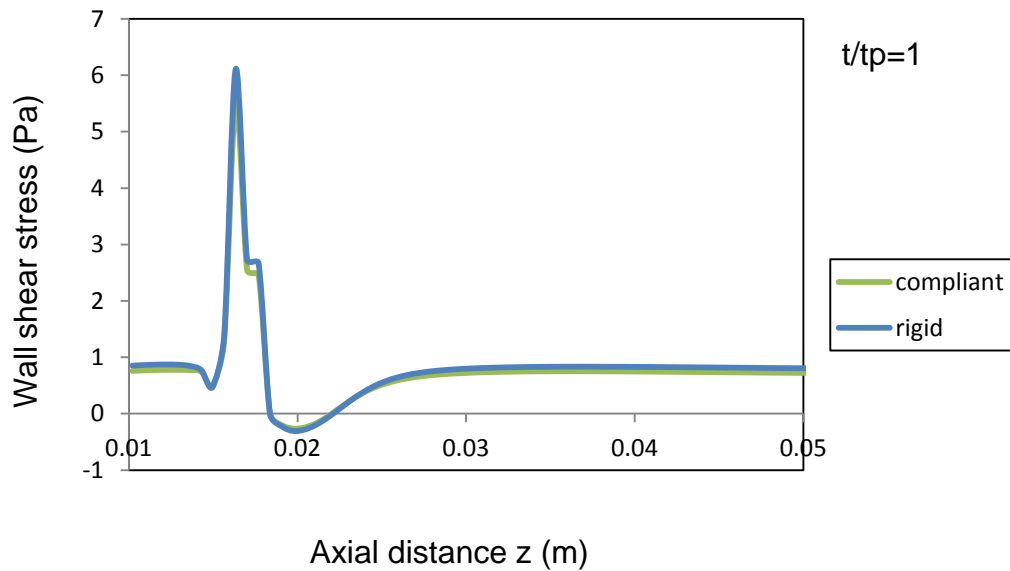
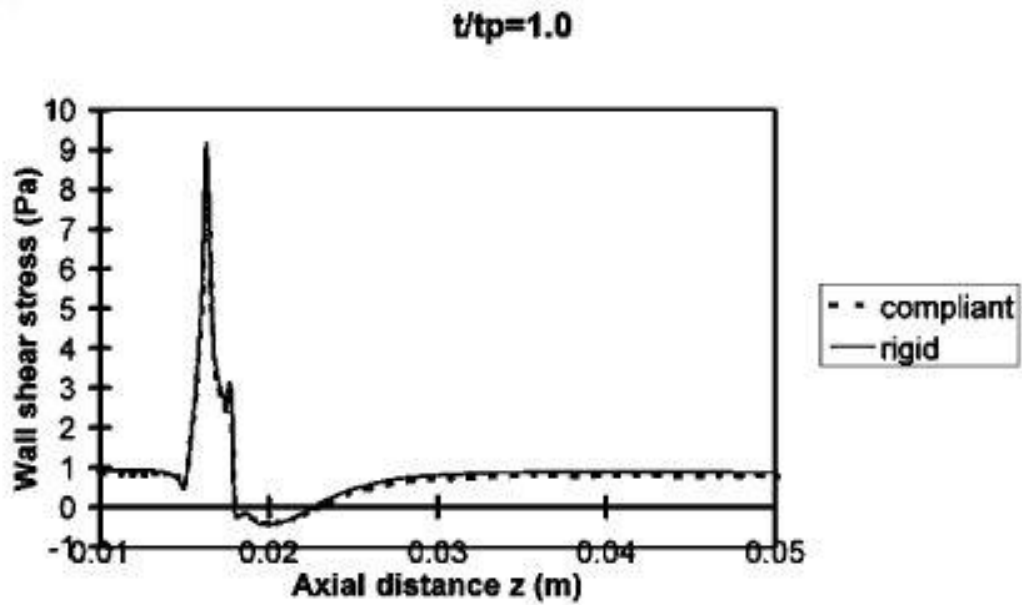
Σχήμα 3.14 : Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , Wall Shear Stress Pa, κατά μήκος της αξονικής απόστασης z, τη χρονική στιγμή T/4, για τις περιπτώσεις compliant και rigid. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 3.15 : Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , Wall Shear Stress Pa, κατά μήκος της αξονικής απόστασης  $z$ , τη χρονική στιγμή  $T/2$ , για τις περιπτώσεις compliant και rigid. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 3.16 : Μεταβολή της διαμηθικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , Wall Shear Stress Pa, κατά μήκος της αξονικής απόστασης  $z$ , τη χρονική στιγμή  $3T/4$ , για τις περιπτώσεις compliant και rigid. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



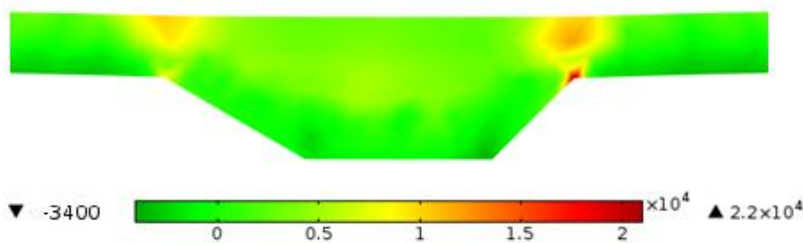
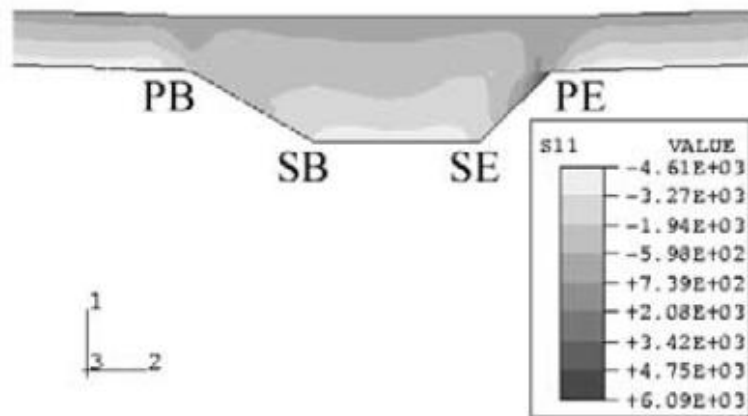
Σχήμα 3.17 : Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, Wall Shear Stress  $\text{Pa}$ ,  $\tau_w$ , κατά μήκος της αξονικής απόστασης  $z$ , τη χρονική στιγμή  $T$ , για τις περιπτώσεις compliant και rigid. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).

Στα Σχήματα 3.18, 3.19, 3.20 απεικονίζεται η κατανομή της ακτινικής, αξονικής και περιφερειακής τάσης αντίστοιχα στη στένωση καθώς και οι αντίστοιχες κατανομές από την πρότυπη μελέτη. Η ακτινική τάση είναι ομόρροπη του άξονα  $r$ , η αξονική είναι παράλληλη στον άξονα συμμετρίας και η περιφερειακή τάση είναι κάθετη στην κατεύθυνση  $\varphi$ .

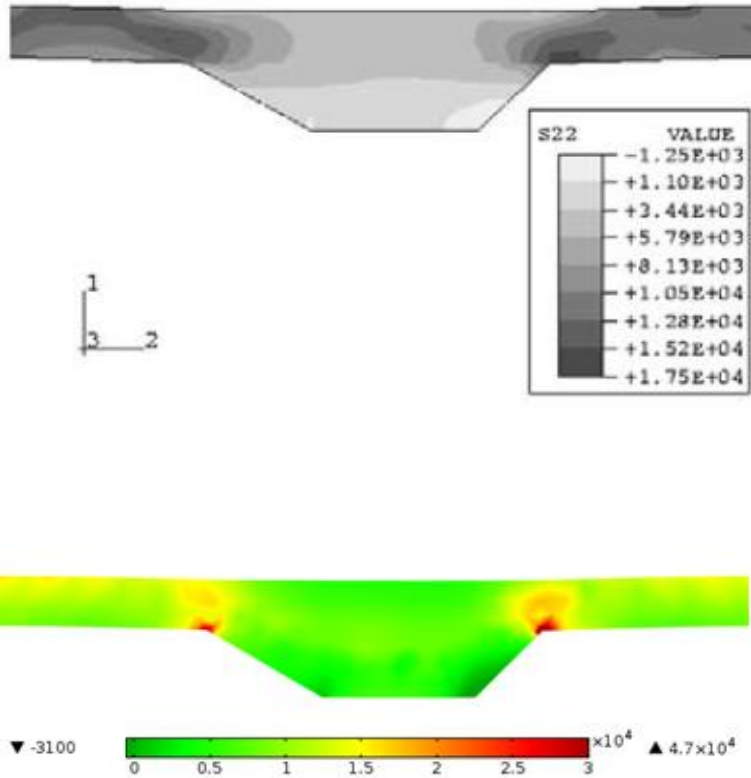
Η διερεύνηση των τάσεων που αναπτύσσονται στην αθηρωματική πλάκα είναι σημαντική, διότι αυτές μπορούν να προκαλέσουν τη ρήξη της πλάκας. Βιβλιογραφικά, η υπέρβαση του ορίου των 300 kPa θεωρείται υψηλής επικινδυνότητας.

Οι κατανομές παρακάτω, εξήχθησαν τη χρονική στιγμή  $T$ , που παρατηρήθηκαν μέγιστες τάσεις. Η παρούσα μελέτη υπερεκτιμά όλες τις τάσεις ωστόσο ποιοτικά οι κατανομές είναι όμοιες σε σχέση με της πρότυπης μελέτης. Υπάρχει συμφωνία, ότι οι περιφερειακές τάσεις είναι οι υψηλότερες, ακολουθούμενες από τις αξονικές και τις ακτινικές, το οποίο στηρίζεται από τη θεωρία παχιού τοιχώματος (thick wall theory). Η μέγιστη ακτινική και αξονική τάση εμφανίζεται στους "ώμους" της πλάκας (σημεία PB, PE) ενώ η περιφερειακή στο τοίχωμα προς τα άκρα του αγωγού. Υπενθυμίζεται ότι, το εύρος τιμών τάσεων, έχει συρρικνωθεί σε αυτό που παρουσιάζεται στο εκάστοτε παρακάτω Σχήμα, διότι οι μέγιστες/ελάχιστες τάσεις αφύσικα εμφανίζονταν στα άκρα του αγωγού, ως πρόβλημα της οριακής συνθήκης fixed constraint. Έτσι, αγνοούνται οι τάσεις στα άκρα του αγωγού(που είναι μέγιστες/ελάχιστες), προκειμένου να παρουσιαστούν ως μέγιστες/ελάχιστες αυτές στη στένωση. Τέλος, παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις, δεν ξεπεράστηκε το κρίσιμο όριο των 300 kPa, λόγω του ήπιου βαθμού στένωσης (25.8% βαθμού στένωσης), της χαμηλής πίεσης ( $\approx 32.5 \text{ mmHg}$ ) και της απλούστευσης της δομής της πλάκας.

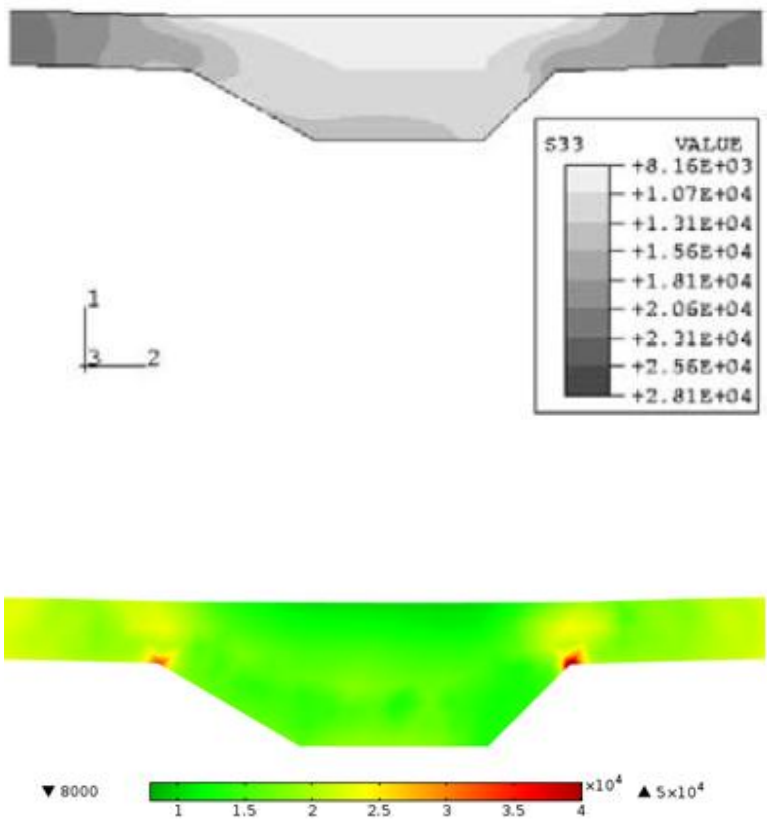




Σχήμα 3.18 : Κατανομή της ακτινικής τάσης  $\tau_{rr}$  (N/m<sup>2</sup>) στην περιοχή της στένωσης. Φαίνεται το άνω τοίχωμα του αγωγού και η αθηρωματική πλάκα, ως προς τον άξονα συμμετρίας. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 3.19 : Κατανομή της αξονικής τάσης  $\tau_{zz}$  ( $N/m^2$ ) στην περιοχή της στένωσης. Φαίνεται το άνω τοίχωμα του αγωγού και η αθηρωματική πλάκα, ως προς τον άξονα συμμετρίας. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).



Σχήμα 3.20 : Κατανομή της περιφερειακής τάσης  $\tau_{\phi\phi}$  (N/m<sup>2</sup>) στην περιοχή της στένωσης. Φαίνεται το άνω τοίχωμα του αγωγού και η αθηρωματική πλάκα, ως προς τον άξονα συμμετρίας. Το επάνω Σχήμα είναι από τη μελέτη των Lee & Xu (2002).

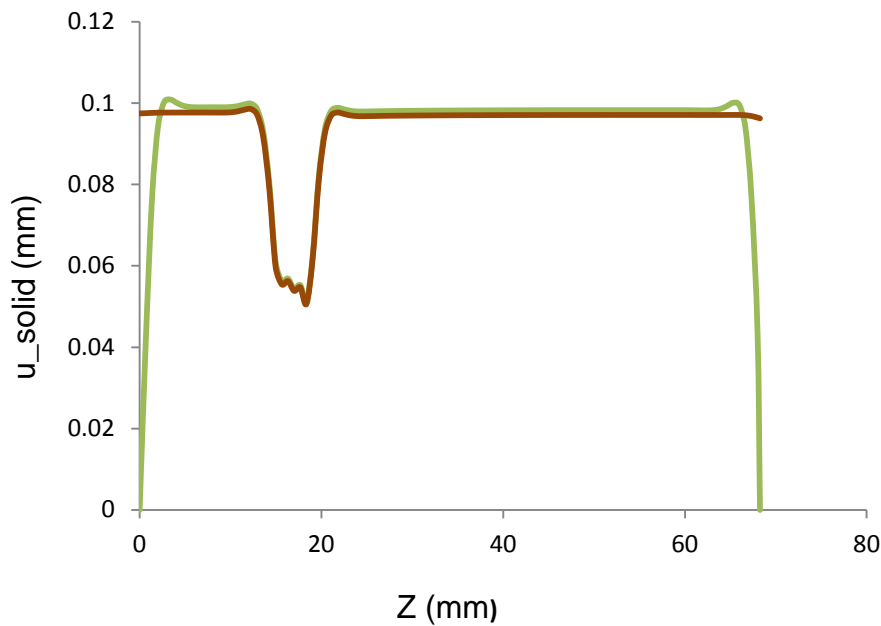
### 3.1.2 Επίδραση της Οριακής συνθήκης ελεύθερων ακρών

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η επίδραση της οριακής συνθήκης ελεύθερα κινούμενων άκρων (Roller Boundary), στο πεδίο ροής και στη μηχανική συμπεριφορά του στερεού, μέσω σύγκρισης των αποτελεσμάτων με του μοντέλου Compliant. Με τη συνθήκη αυτή, τα άκρα του αγωγού είναι ελεύθερα να κινούνται ακτινικά.

Η μελέτη της επίδρασης αυτής της οριακής συνθήκης, έγινε προκειμένου να επιλεγεί η συνθήκη (fixed constraint ή roller boundary) που θα χρησιμοποιηθεί τελικά σε όλα τα μοντέλα αυτής της εργασίας. Κριτήριο επιλογής, είναι η εγγύτητα των αποτελεσμάτων προσομοίωσης, στα αποτελέσματα της μελέτης των Lee & Xu (2002). Το μοντέλο compliant της παρούσας εργασίας, συγκρίθηκε με τα αποτελέσματα της παραπάνω μελέτης, με καλή σύγκλιση αποτελεσμάτων και γι' αυτό χρησιμοποιείται ως συγκριτικό μοντέλο. Τα αποτελέσματα της πρότυπης μελέτης παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο 3.1.1 .

Τα δύο αυτά μοντέλα, Compliant r.b. (roller boundary) και Compliant, διαφέρουν μόνο στην οριακή συνθήκη που εφαρμόζεται στα ακριανά όρια του τοιχώματος, στην αρχή και στο τέλος του αγωγού. Στο μοντέλο Compliant r.b. , τα όρια (boundaries) αυτά είναι ελεύθερα να κινηθούν ακτινικά, ενώ στην περίπτωση Compliant είναι εντελώς ακίνητα (fixed constraint).

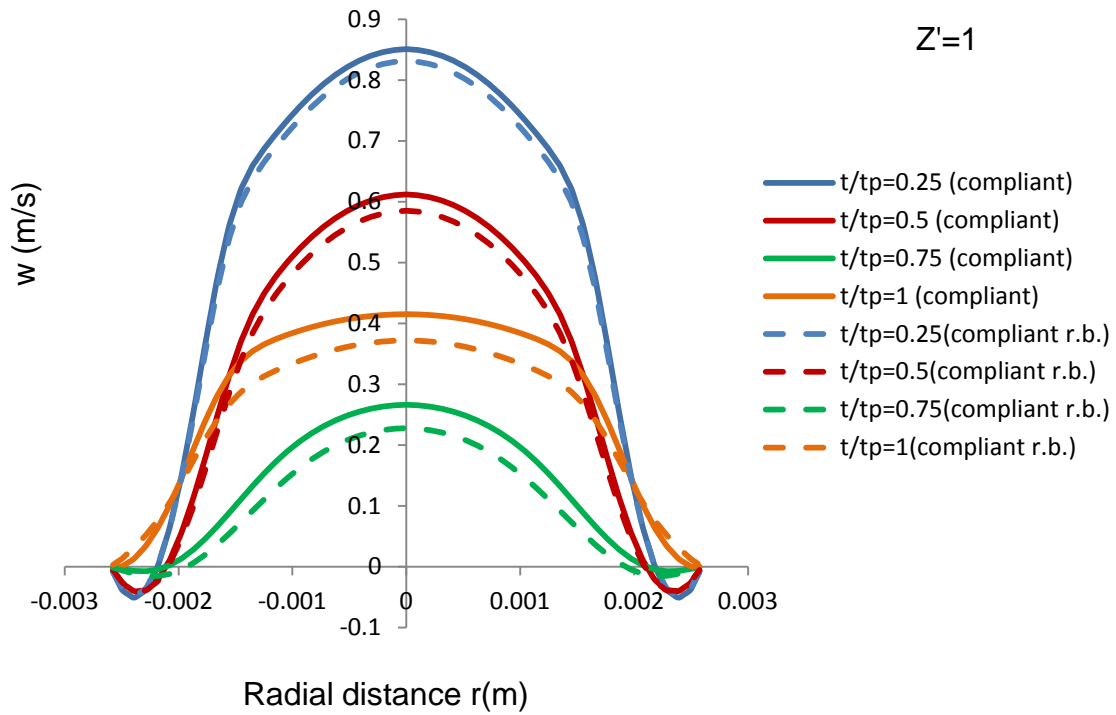
Άμεση συνέπεια προφανώς, είναι η ακτινική μετατόπιση του αγωγού στην αρχή και στο πέρας του, η οποία φαίνεται στο *Σχήμα 3.21*. Σε αυτό συγκρίνεται η χρονικά μέση ακτινική μετατόπιση του εσωτερικού τοιχώματος του αγωγού, για τις δύο περιπτώσεις οριακών συνθηκών. Παρατηρείται ότι η ακτινική μετατόπιση του στερεού (u\_solid), είναι ίδια ουσιαστικά στην περιοχή της στένωσης, ενώ διαφέρει προστενωτικά και μεταστενωτικά στις δύο περιπτώσεις, με το μοντέλο compliant να εμφανίζει τη μεγαλύτερη. Επίσης, φαίνεται ότι το compliant r.b. έχει ομαλή ακτινική μετατόπιση του τοιχώματος προστενωτικά και μεταστενωτικά εν αντιθέσει του compliant στο οποίο δημιουργείται σταδιακή μετατόπιση (μορφή ράμπας) στα άκρα του. Δηλαδή, το τοίχωμα του compliant μοντέλου, στην αρχή και στο τέλος του αγωγού, έχει το σχήμα "ι", με πιθανές συνέπειες στα φαινόμενα ροής. Έτσι συμπεραίνεται, ότι το compliant r.b. αναπαριστά ρεαλιστικότερα τη συμπεριφορά του τοιχώματος του αγωγού.



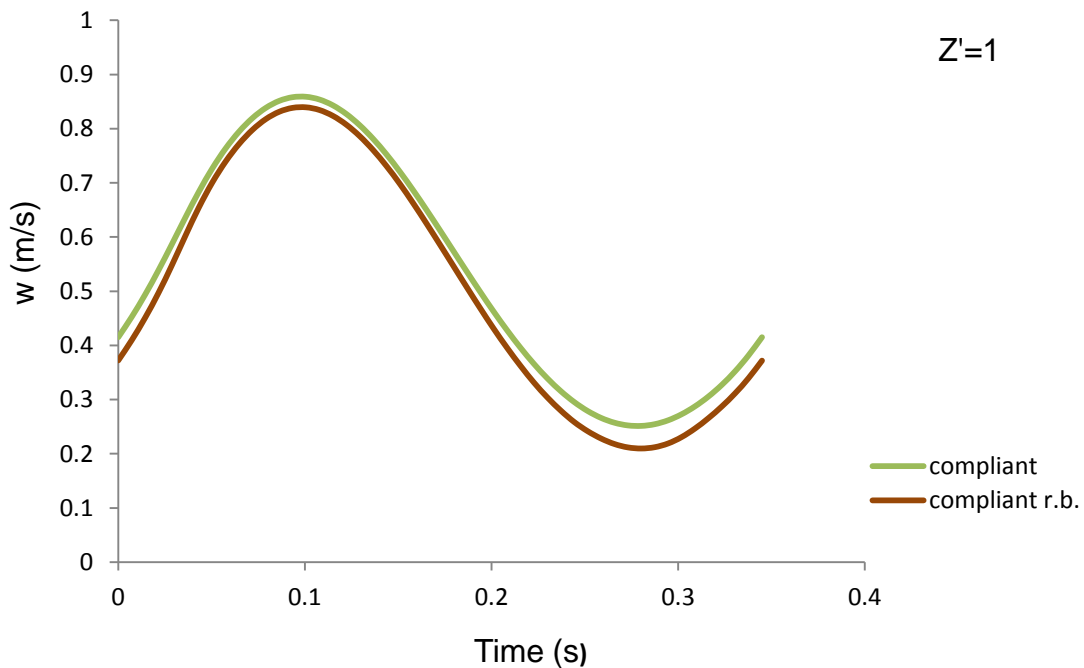
Σχήμα 3.21 : Χρονική μέση ακτινική μετατόπιση ( $u_{solid}$ ) του τοιχώματος του αγωγού κατά μήκος του, για τις περιπτώσεις compliant (πράσινο), compliant r.b. (καφέ)

Στο Σχήμα 3.22 συγκρίνονται τα προφίλ αξονικής ταχύτητας  $w$ , σε διατομή του (3D) αγωγού στη θέση  $Z'=1$ , για τις περιπτώσεις compliant και compliant r.b. Φαίνεται ότι το μοντέλο compliant r.b. , δίνει μικρότερο μέτρο ταχυτήτων, ιδιαίτερα τις χρονικές στιγμές  $3T/4$  και  $T$ . Η ίδια τάση ισχύει και στις υπόλοιπες μεταστενωτικές αποστάσεις  $Z'$ . Υπενθυμίζεται (ανατρέχοντας στο υποκεφάλαιο 3.1.1), ότι τα προφίλ αξονικής ταχύτητας του μοντέλου compliant, προσεγγίζουν καλά τα αντίστοιχα προφίλ της πρότυπης μελέτης τις χρονικές στιγμές  $3T/4$  και  $T$ .

Στο Σχήμα 3.23 συγκρίνεται η μεταβολή της αξονικής ταχύτητας, στη διάρκεια μιας περιόδου, στο σημείο  $Z'=1$  πάνω στον άξονα συμμετρίας για τις δύο περιπτώσεις. Είναι ευδιάκριτη η απόκλιση των ταχυτήτων, κυρίως στην φάση της επιβράδυνσης και ελάχιστης ταχύτητας του ρευστού. Συγκεκριμένα η ποσοστιαία διαφορά τους εκεί είναι περίπου 20%.



Σχήμα 3.22 : Σύγκριση των προφίλ αξονικής ταχύτητας  $w$ , των μοντέλων compliant και compliant r.b., στη διατομή  $Z'=1$ , για διάφορες χρονικές στιγμές.



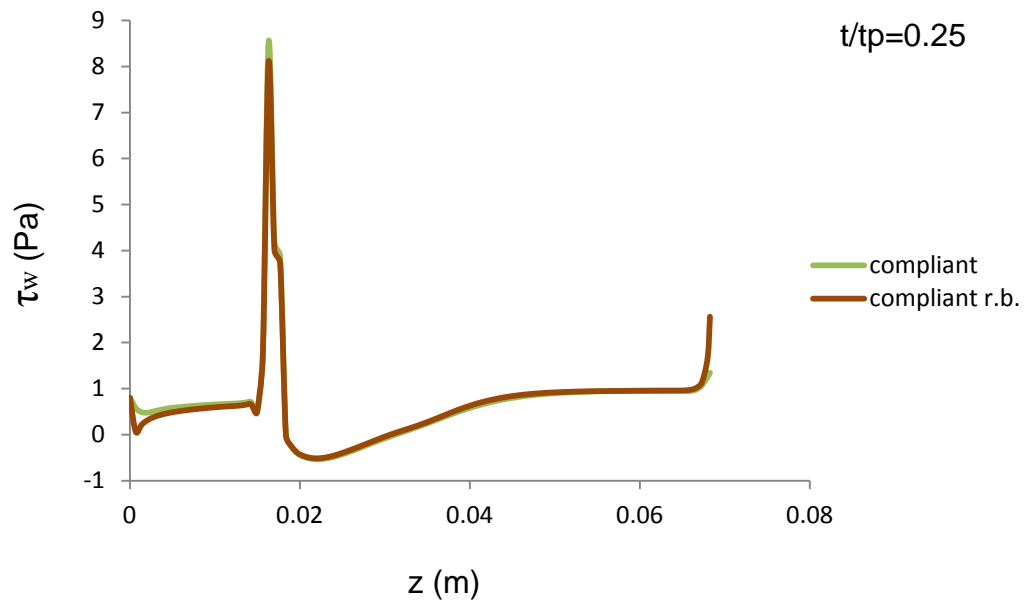
Σχήμα 3.23 : Σύγκριση της μεταβολής της αξονικής ταχύτητας  $w$ , στο σημείο  $Z'=1$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις compliant και compliant r.b.

Στο *Σχήμα 3.24* παρουσιάζεται η κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, κατά μήκος του αγωγού, στις περιπτώσεις compliant και compliant r.b. . Ποιοτικά οι κατανομές είναι παρόμοιες, με μόνη διαφορά στην αρχή και στο τέλος του αγωγού, όπου η διατμητική τάση “εκτοξεύεται” για το μοντέλο compliant r.b. . Ποσοτικά, το μοντέλο compliant r.b. υποεκτιμά τη  $\tau_w$ , με εμφανέστερη διαφορά τη χρονική στιγμή  $3T/4$ . Και τα δύο μοντέλα, υποεκτιμούν τη διατμητική τάση τοιχώματος σε σχέση με της μελέτης Lee & Xu (2002). Όμως από αυτά τα δύο, το μοντέλο compliant δίνει καλύτερη προσέγγιση της  $\tau_w$ . Έτσι, θεωρείται ότι το compliant r.b. υποεκτιμά ακόμα περισσότερο την διατμητική τάση τοιχώματος, η οποία θα πρέπει να προσεχτεί γιατί είναι η κύρια αιμοδυναμική παράμετρος που επηρεάζει την πάθηση της αθηρωμάτωσης.

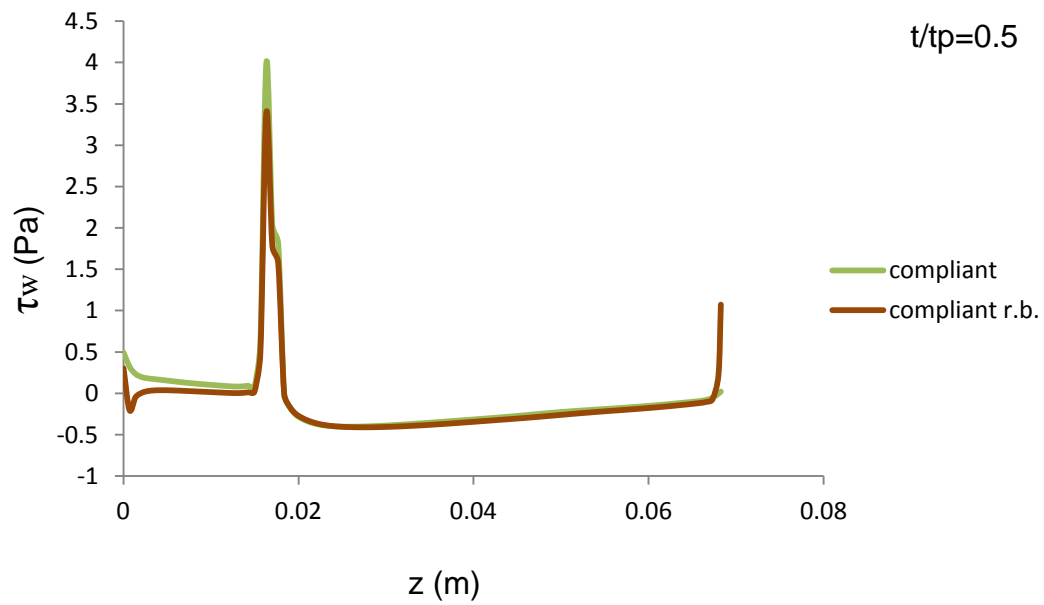
Η απότομη άνοδος ή πτώση της διατμητικής τάσης τοιχώματος στα άκρα του αγωγού, για το compliant r.b. , οφείλεται σε υπολογιστική “αστοχία”, συνέπεια της οποίας είναι να εμφανίζονται οι μέγιστες ταχύτητες του πεδίου στην είσοδο και στην έξοδο εφάπτομενικά στο τοίχωμα, όπως φαίνεται στο *Σχήμα 3.25*. Επιπλέον, το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας εκεί, είναι μη αναμενόμενα υψηλό, 1.21 m/s, χωρίς να εμφανίζεται ξανά τιμή υψηλότερη από 0.9 m/s στο υπόλοιπο πεδίο. Τέλος, τοπικά το πεδίο ρευστού σχηματίζει μια ανεξήγητη εσοχή, εκεί που το ρευστό θα έπρεπε να εφάπτεται με το στερεό.

Όσον αφορά στις μηχανικές τάσεις τοιχώματος, παρατηρήθηκε η ίδια κατανομή τους στη στένωση καθώς και σχεδόν το ίδιο εύρος τιμών. Πάλι ασκούνται εφελκυστικές (θετικές) και θλιπτικές τάσεις στο τοίχωμα και στην πλάκα, με τις μέγιστες ακτινικές και αξονικές τάσεις να βρίσκονται στους “ώμους” της πλάκας (PB, PE) ενώ οι μέγιστες περιφερειακές, στα άκρα κυρίως του τοιχώματος του αγωγού. Ωστόσο, στην περίπτωση compliant r.b., των εύρος τιμών των περιφερειακών τάσεων ήταν  $[10^4, 4.8 \cdot 10^4]$  εν αντιθέσει του εύρους  $[8 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^4]$  της περίπτωσης compliant. Τέλος, λόγω της οριακής συνθήκης roller boundary, δεν δημιουργήθηκε το πρόβλημα κατανομής των μέγιστων τάσεων στην αρχή και στο πέρας του αγωγού, όπως συνέβη στο μοντέλο compliant. Η κατανομή των ακτινικών, αξονικών και περιφερειακών τάσεων, παρουσιάζεται στο *Σχήμα 3.26* τη χρονική στιγμή T.

(a)

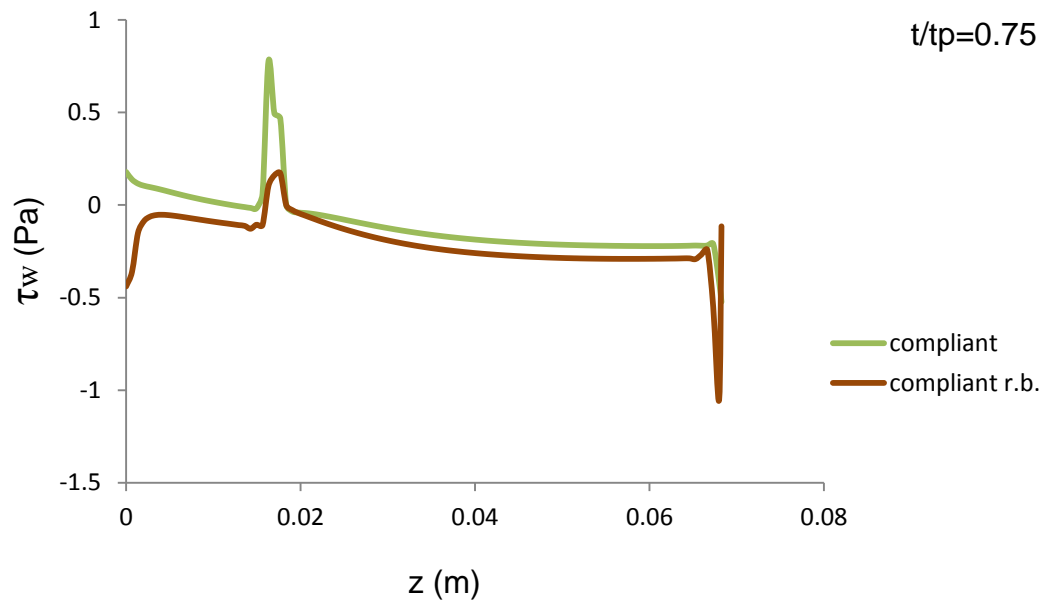


(b)

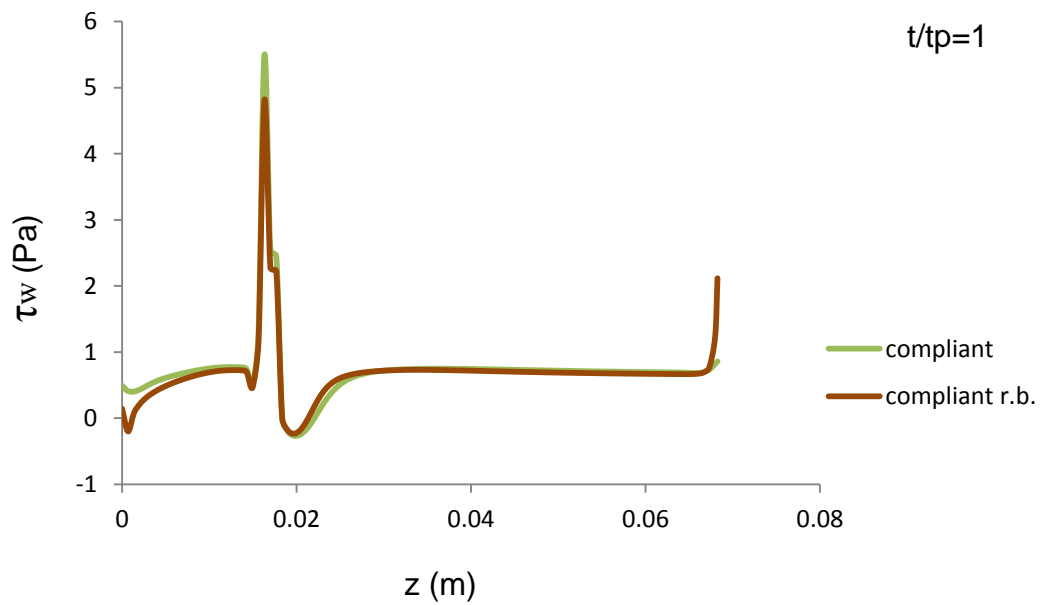




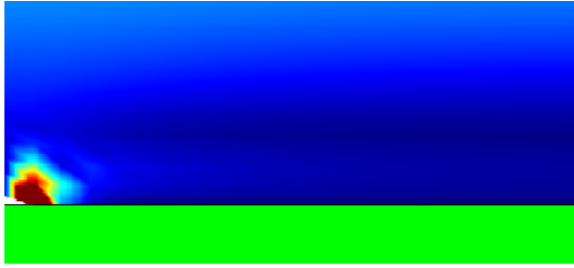
(c)



(d)

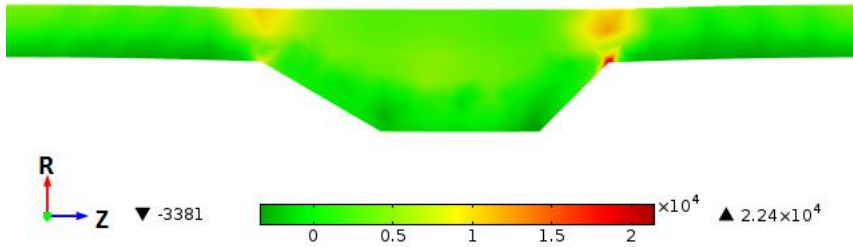


Σχήμα 3.24 : Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , κατά μήκος του αγωγού, σε διάφορες χρονικές στιγμές, για τις περιπτώσεις compliant και compliant r.b.

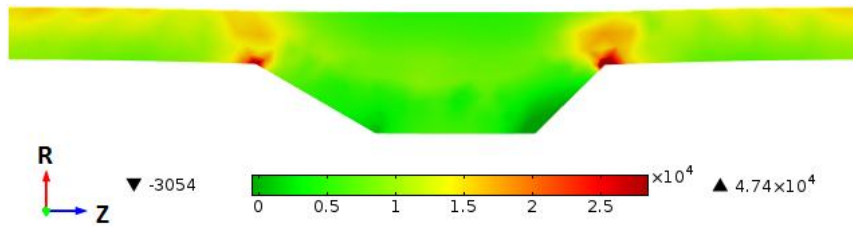


Σχήμα 3.25 : Μεγέθυνση της εισόδου του μοντέλου. Φαίνεται το στερεό ( με πράσινο) και το πεδίο ρευστού με τις “αστοχίες” εσοχής (πάνω αριστερή κορυφή στερεού) και υψηλών ταχυτήτων (κόκκινη περιοχή ρευστού).

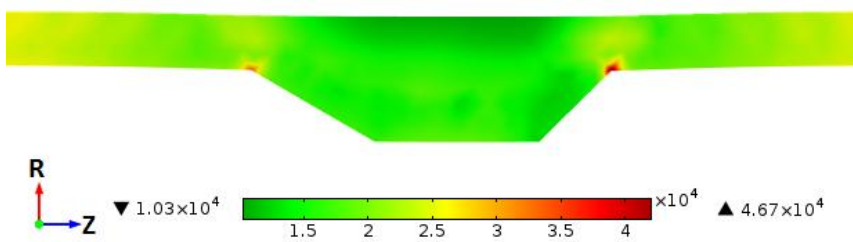
(a)



(b)



(c)

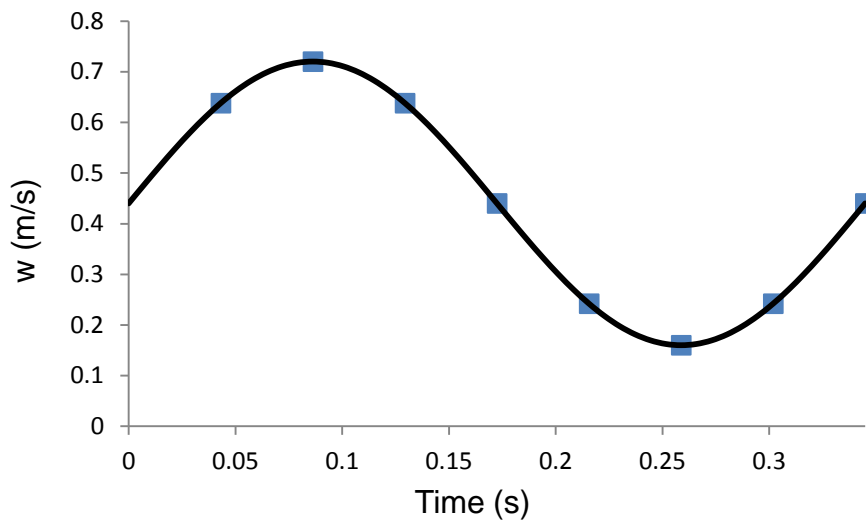


Σχήμα 3.26 : Κατανομή της (a)ακτινικής, (b)αξονικής και (c) περιφερειακής τάσης  $P_a$ , στην (εκ του άξονα συμμετρίας άνω) περιοχή της στένωσης.

Συνοψίζοντας, παρατηρήθηκαν διαφορές στα αποτελέσματα των μοντέλων compliant και compliant r.b. τόσο στο πεδίο ροής όσο και στο στερεό. Στο μηχανικό κομμάτι, η χρήση της συνθήκης ελεύθερα ακτινικά κινούμενων άκρων, πλεονεκτεί έναντι της συνθήκης ακινησίας, στη συμπεριφορά του τοιχώματος όπως είναι η ακτινική μετατόπιση και το εύρος τιμών των τάσεων. Αντίθετα, στο κομμάτι του ρευστού, μειονεκτεί υποτιμώντας τις αξονικές ταχύτητες και τη διατμητική τάση τοιχώματος. Εν τέλει, χρησιμοποιήθηκε η οριακή συνθήκη fixed constraint.

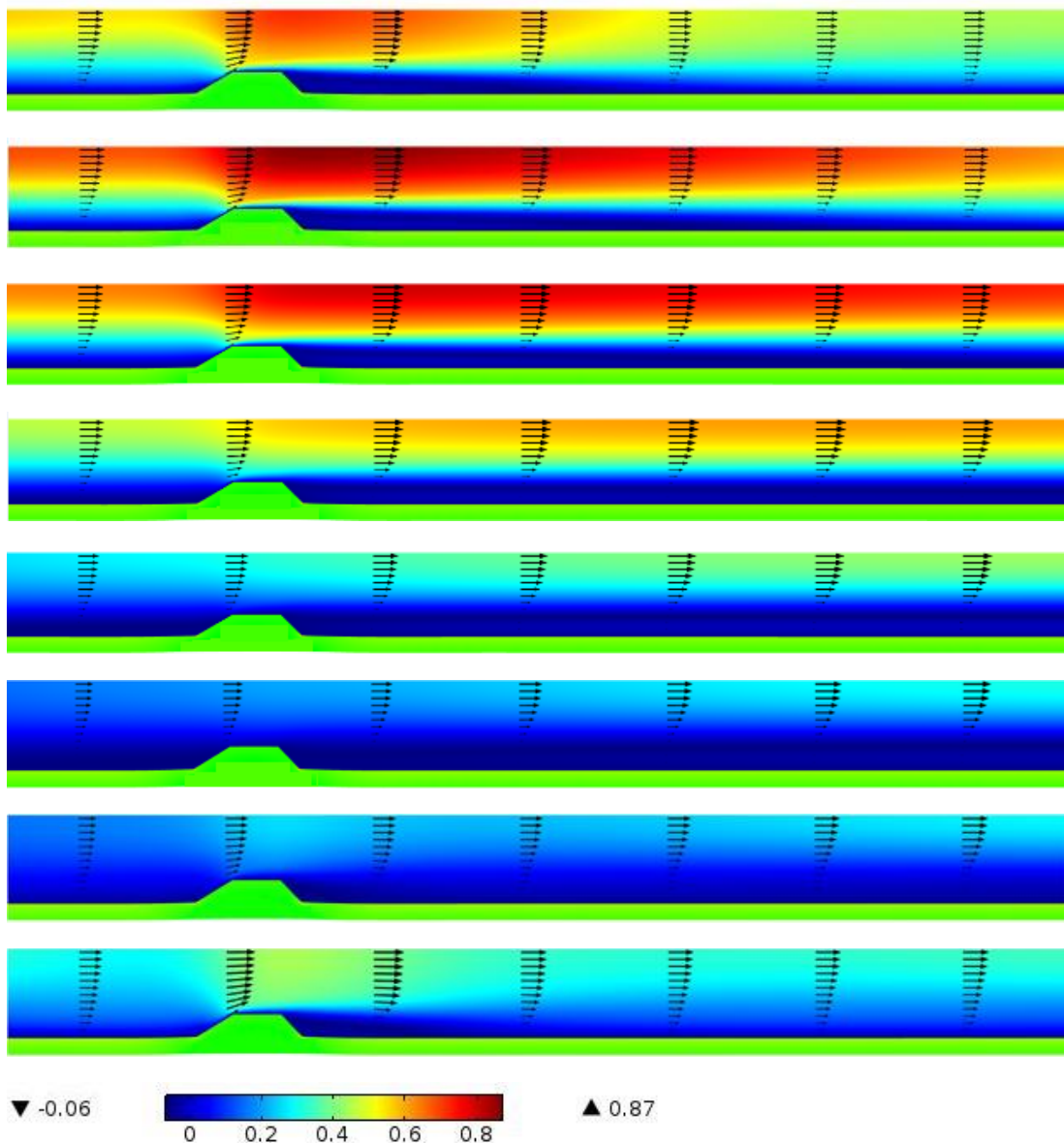
### 3.1.3 Παρουσίαση Πεδίων

Στο παρόν υποκεφάλαιο παρουσιάζεται το πεδίο ροής, του “βασικού” μοντέλου – **compliant wall**, για τις μεταβλητές ταχύτητας, πίεσης και στροβιλότητας, με σχήματα ισοκαμπύλων και ροϊκών γραμμών, για την ευκολότερη κατανόηση της εξέλιξης των φαινομένων. Τα στιγμιότυπα που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, είναι ανά  $T/8$  της περιόδου και οι χρονικές αυτές στιγμές, αντιστοιχούν στις τιμές της αξονικής ταχύτητας  $W_{in}$  εισόδου που φαίνεται στο *Σχήμα 3.27*.



*Σχήμα 3.27*: Κυματομορφή αξονικής (πάνω στον άξονα συμμετρίας) ταχύτητας εισόδου  $W_{in}$  [m/s] στη διάρκεια μιας περιόδου  $T=0.345$  [sec]. Οι αντιστοιχίσεις των χρονικών στιγμών από  $T/8$  έως  $T$  στις τιμές της ταχύτητας εισόδου, έχουν σημειωθεί πάνω στην καμπύλη με σύμβολο ■.

Στο *Σχήμα 3.28* απεικονίζεται το πεδίο ταχυτήτων  $w$ , σε τμήμα του αγωγού κοντά στη στένωση. Παρατηρείται ότι, στην περιοχή της στένωσης η ροή επιταχύνεται. Το κύμα ταχύτητας, ταξιδεύει κατά μήκος του αγωγού, όπως παρατηρείται συγκρίνοντας, τα διανύσματα ταχυτήτων, διαδοχικά στα στιγμιότυπα. Κατόπιν της στένωσης, φαίνεται να υπάρχει πάντα μια περιοχή χαμηλών ταχυτήτων, η οποία αυξάνεται σε μέγεθος κατά τη φάση της επιβράδυνσης του ρευστού.



Σχήμα 3.28 : Ίσο-καμπύλες του πεδίου ροής κοντά στην στένωση. Ταυτόχρονα, απεικονίζονται τα διανύσματα της ταχύτητας σε διάφορες αξονικές θέσεις. Από επάνω προς τα κάτω είναι τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $3T/8$ ,  $T/2$ ,  $5T/8$ ,  $3T/4$ ,  $7T/8$  και  $T$ . Κάτω φαίνεται η λεζάντα τιμών της ταχύτητας [m/s].

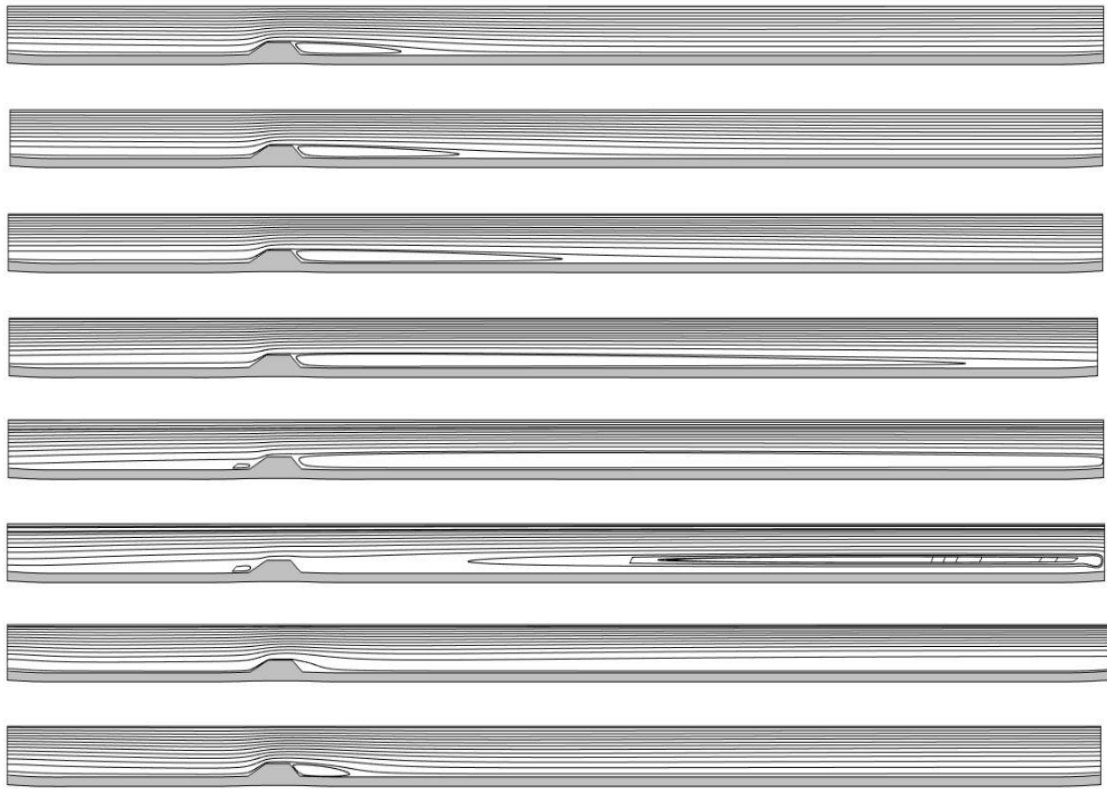
Στο *Σχήμα 3.29* παρουσιάζονται οι ροϊκές γραμμές στον αγωγό. Παρατηρείται ότι, ανάντη και κατάντη της στένωσης, δημιουργούνται ζώνες ανακυκλοφορίας της ροής, δηλαδή περιοχές αποκολλημένης ροής με αρνητικές ταχύτητες (κατεύθυνση προς την είσοδο του αγωγού). Η αποκόλληση αυτή συμβαίνει, λόγω δυσμενούς βαθμίδας πίεσης,  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , που αντιμετωπίζεται καθώς η επιφάνεια ροής αυξάνεται, περνώντας παραδείγματος χάριν από τη στένωση στη μεταστενωτική περιοχή. Κατάντη της στένωσης, η ζώνη ανακυκλοφορίας είναι παρούσα σε όλες τις χρονικές στιγμές που παρουσιάζονται εδώ και η συμπεριφορά της χαρακτηρίζεται από αύξηση του μεγέθους της, που ξεκινά από την στιγμή  $T/8$  και συνεχίζει μέχρι την  $3T/4$ . Το φαινόμενο αύξησης του μήκους της ζώνης ανακυκλοφορίας, ίσως δεν είναι ρεαλιστικό, διότι η ανακυκλοφορία εκτείνεται μέχρι το τέλος του αγωγού, χωρίς να διαχωρίζεται σε επιμέρους κομμάτια (έως την στιγμή  $38T/48$ ). Μοιάζει με επιμήκη φουσαλίδα στροβιλότητας και όχι με δίνες. Η μεγάλη αυτή έκταση της ζώνης ανακυκλοφορίας, δικαιολογείται από την ανακρίβεια που επιφέρει η χρήση στρωτού μοντέλου, για την μοντελοποίηση της μεταβατικής ή τυρβώδους ροής μεταστενωτικά. Σύμφωνα με τους Lee et al. (2003), το μοντέλο στρωτής ροής, υπερεκτιμά το μήκος της δίνης μεταστενωτικά, όταν η ροή γίνεται μεταβατική ή τυρβώδης και συστήνουν τη χρήση του τυρβώδους k- $\omega$  μοντέλου. Ανάντη της στένωσης, η ζώνη ανακυκλοφορίας είναι μικρότερη απ' ό,τι η κατάντη, και εμφανίζεται τις χρονικές στιγμές  $5T/8$  και  $3T/4$  στο *Σχήμα 3.28*.

Στο *Σχήμα 3.30*, παρουσιάζεται το πεδίο στροβιλότητας του ρευστού (περιφερειακής στροβιλότητας  $\omega_\varphi$ ), σε περιοχή κοντά στη στένωση. Είναι εμφανές, ότι το ρευστό στροβιλίζεται με μεγαλύτερη ένταση, από τη στιγμή  $T$  έως τη  $5T/8$  και με μικρότερη τις στιγμές  $6T/8$  και  $7T/8$ . Φαίνεται ότι το ρευστό μπορεί να διαχωριστεί ακτινικά, σε περιοχές έντασης στροβιλότητας. Κατάντη της στένωσης, από τον άξονα συμμετρίας προς το τοίχωμα, υπάρχει μια ζώνη μέτριας στροβιλότητας, ένας πυρήνας υψηλής στροβιλότητας και μια ζώνη αρνητικής στροβιλότητας (φορά ίδια με των δεικτών του ρολογιού). Στη στένωση εμφανίζεται πάντα στροβιλότητα, διαφορετικής έντασης κάθε χρονική στιγμή, ενώ ανάντη παρουσιάζεται ηπιότερα η ίδια διαστρωμάτωση όπως και κατάντη. Επιπλέον, τις χρονικές στιγμές  $T$  έως  $T/4$ , παρατηρείται ότι ο πυρήνας υψηλής στροβίλωσης, τείνει προς το τοίχωμα, διαχωρίζοντας σε τμήματα τη ροή. Όπως

γίνεται αντιληπτό, ανάμεσα στον πυρήνα και στην περιοχή αρνητικής στροβίλωσης, βρίσκεται η διαχωριστική ροϊκή γραμμή, η οποία χωρίζει τη ροή ανακυκλοφορίας από την κύρια ροή.

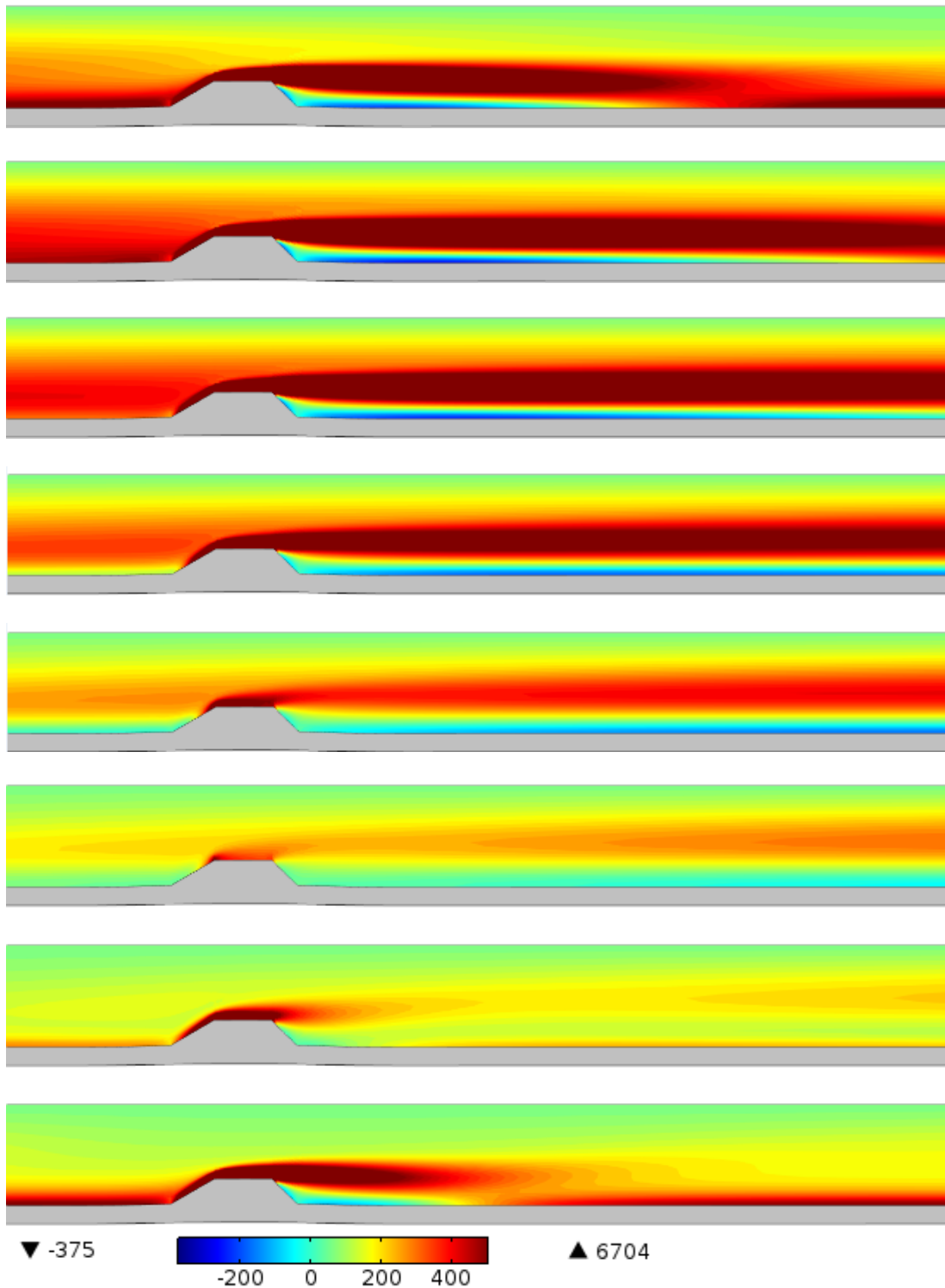
Στο Σχήμα 3.31, παρουσιάζεται το πεδίο πιέσεων και η κατανομή της ακτινικής τάσης σε περιοχή γύρω από τη στένωση, για διάφορες χρονικές στιγμές. Είναι ευδιάκριτη η διαφορά πίεσης ανάντη με κατόντη της στένωσης (πτώση πίεσης), τις χρονικές στιγμές  $T/8$ ,  $2T/8$ ,  $7T/8$  και  $T$ . Επίσης φαίνεται η μεταβολή της κατά μήκος του αγωγού, για τις περισσότερες χρονικές στιγμές. Η βαθμίδα πίεσης, είναι σημαντική παράμετρος για την κόπωση της πλάκας. Σύμφωνα με τους Zhi-Yong Li et al. (2006), η ρήξη της αθηρωματικής πλάκας επέρχεται, όταν αυτή δεν μπορεί να αντέξει την αιμοδυναμική πίεση και τη διαμητική τάση που της ασκείται ενώ οι Tang et al. (2004) αναφέρουν ότι οι περιοδικές μεταβολές τάσης/επιμήκυνσης υπό παλμική πίεση, μπορούν να οδηγήσουν στην κόπωση και πιθανόν στο σπάσιμο της πλάκας.

Από την άλλη, η μεταβολή της ακτινικής τάσης στο τοίχωμα, στα διάφορα στιγμιότυπα, είναι μικρή λόγω μικρής διακύμανσης τη πίεσης του ρευστού και δεν είναι ευδιάκριτη.

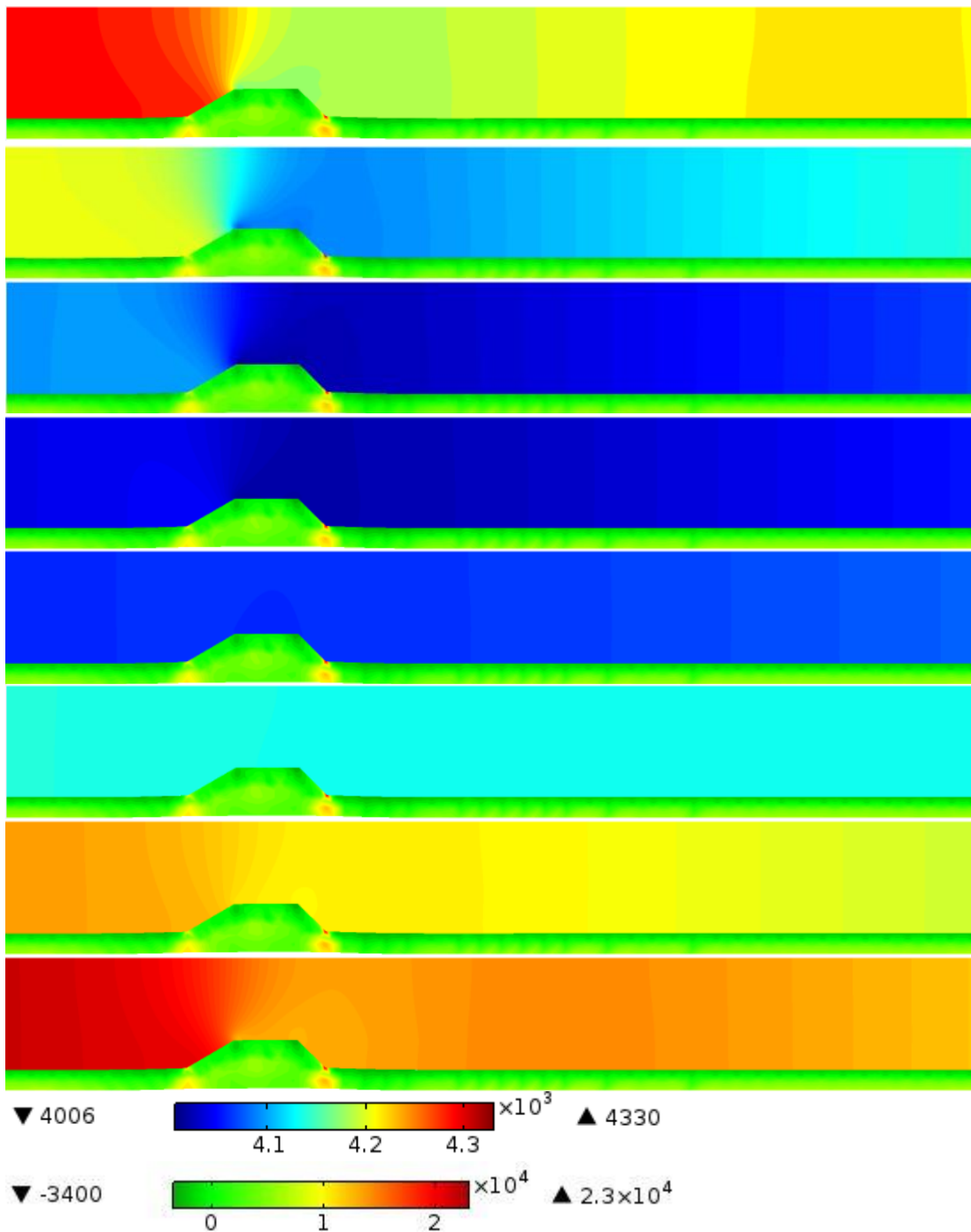


Σχήμα 3.29 : Ροϊκές γραμμές στον αγωγό τις χρονικές στιγμές  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $3T/8$ ,  $T/2$ ,  $5T/8$ ,  $3T/4$ ,  $7T/8$  και  $T$ , από επάνω προς τα κάτω.



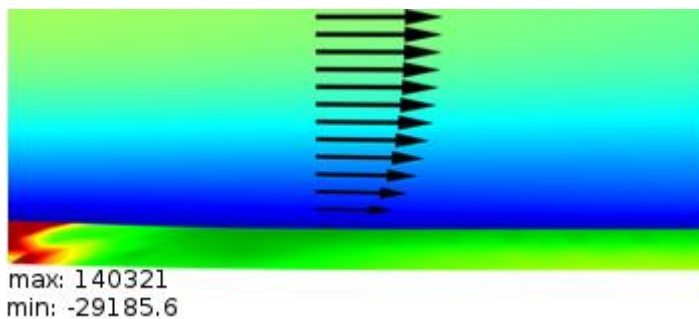


Σχήμα 3.30 : Ίσο-καμπύλες στροβιλότητας  $\omega_\varphi$  (1/s), (πεδίο περιφερειακής διευθύνσεως στροβιλότητας), σε περιοχή του αγωγού κοντά στην στένωση, τις χρονικές στιγμές  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $3T/8$ ,  $T/2$ ,  $5T/8$ ,  $3T/4$ ,  $7T/8$  και  $T$ , από επάνω προς τα κάτω. Στο κάτω μέρος του σχήματος φαίνεται η λεζάντα τιμών στροβιλότητας.



Σχήμα 3.31 : Ίσο-καμύλες πίεσης  $P$  (Pa) και ακτινικής τάσης  $\tau_{rr}$  (N/m<sup>2</sup>), σε περιοχή του αγωγού κοντά στην στένωση, τις χρονικές στιγμές  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $3T/8$ ,  $T/2$ ,  $5T/8$ ,  $3T/4$ ,  $7T/8$  και  $T$ , από επάνω προς τα κάτω. Κάτω φαίνεται η λεζάντα τιμών πίεσης και τάσης.

Πρέπει να επισημανθεί, ότι η μέγιστη και ελάχιστη τάση (ακτινική, αξονική, περιφερειακή) στο τοίχωμα, βρέθηκε στην αρχή του αγωγού, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.32, εξαιτίας της οριακής συνθήκης ακίνητων άκρων. Τα σημεία αυτά, δεν αποτελούν πραγματικά σημεία μέγιστης και ελάχιστης τάσης, αφού η πραγματική αρτηρία εκτείνεται πολύ περισσότερο από το περιορισμένο μήκος του αγωγού, διαφοροποιώντας έτσι αυτά τα σημεία και επομένως αλλάζοντας την κατανομή τάσεων. Γενικά για τον λόγο αυτό, αγνοήθηκαν οι τάσεις στα άκρα του αγωγού κατά την σχηματική παρουσίαση κατανομής τάσης, προκειμένου να παρουσιαστούν η μέγιστη και ελάχιστη τάση στην στένωση, οι οποίες είναι μικρότερες από αυτές στα άκρα του αγωγού και υπερκαλύπτονταν.



Σχήμα 3.32 : Μεγέθυνση της αρχής του αγωγού με το πεδίο ρευστού και στερεού. Φαίνεται η μέγιστη και ελάχιστη ακτινική τάση καθώς και κατανομή της στο τοίχωμα.

### 3.2 Επίδραση γεωμετρίας στένωσης

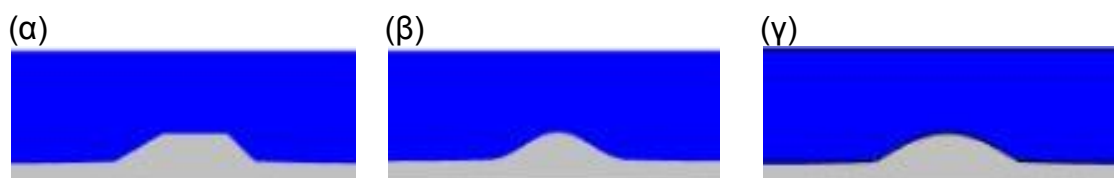
Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η επίδραση της γεωμετρίας της στένωσης στο πεδίο ροής και στη μηχανική συμπεριφορά του στερεού. Ειδικότερα, μελετάται η επίδραση της μορφής και του μήκους της στένωσης στους αιμοδυναμικούς δείκτες.

#### 3.2.1 Επίδραση σχήματος στένωσης

Στο υποκεφάλαιο αυτό, μελετάται η επίδραση του σχήματος της στένωσης σε διάφορους αιμοδυναμικούς δείκτες.

Μελετήθηκαν τρεις μορφές στένωσης, η βασική που είναι τραπεζοειδής και λέγεται και  $L=1.5$ , η καμπανοειδής Bell και η καμπανοειδής  $L$ , όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.33. Όλες οι στενώσεις έχουν την ίδια θέση στον αγωγό καθώς και το ίδιο ύψος και μήκος.

Στον Πίνακα 4 συγκρίνονται οι τρεις περιπτώσεις στένωσης μέσω των ακραίων τιμών της αξονικής ταχύτητας  $w$  και της πίεσης  $P$  του ρευστού, της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , της ακτινικής μετατόπισης  $u_{solid}$  και της αξονικής μετατόπισης  $w_{solid}$  του τοιχώματος. Η ποσοστιαία διαφορά στη μέγιστη  $\tau_w$  της  $L=1.5$  και  $L$ , είναι 17.4%.



Σχήμα 3.33 : Οι τρεις στενώσεις διαφορετικής μορφής (α)  $L=1.5$  (β) Bell (γ)  $L$

Πίνακας 4 : Επίδραση της μορφολογίας της στένωσης σε διάφορα μεγέθη.

Γεωμετρία	Ταχύτητα (m/s)		Πίεση (Pa)		Διατμητική τάση τοιχώματος (Pa)		Μετατόπιση (mm)	
	$w_{max}$	$w_{min}$	$P_{max}$	$P_{min}$	$\tau_{wmax}$	$\tau_{wmin}$	$u_{solidmax}$	$w_{solidmax}$
$L=1.5$	0.87	-0.06	4330	4006	8.90	-0.53	0.1	0.02
Bell	0.84	-0.04	4323	4009	7.87	-0.51	0.1	0.02
$L$	0.84	-0.04	4323	4009	7.35	-0.5	0.1	0.02

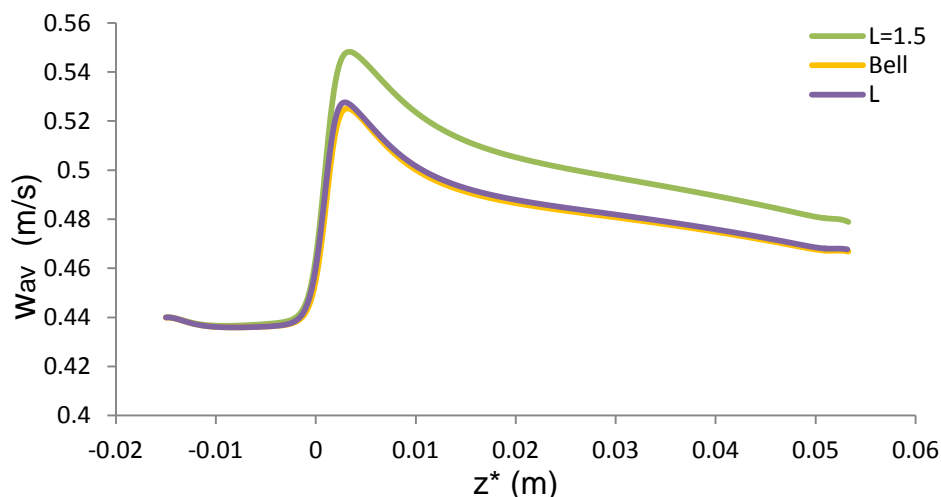
Στο Σχήμα 3.34 παρουσιάζεται η μεταβολή της χρονικά μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας, για τις τρεις περιπτώσεις στένωσης. Φαίνεται καθαρά, ότι προστενωτικά ( $z^* < 0$  m) η ροή δεν επηρεάζεται από τη γεωμετρία της στένωσης, ενώ από την επιτάχυνση της ροής στη στένωση και έπειτα, οι ταχύτητες διαφοροποιούνται ανάλογα με τη γεωμετρία. Γίνεται κατανοητό ότι επειδή οι καμπανοειδείς στενώσεις δεν έχουν αιχμηρές ακμές, η ροή είναι ομαλότερη, με χαμηλότερες ταχύτητες. Η διαφορά μεταξύ των περιπτώσεων Bell, L είναι ασήμαντη.

Στο Σχήμα 3.35 (a) και (b) απεικονίζεται η κατανομή της χρονικά μέσης πίεσης και η πτώση της χρονικά μέσης πίεσης  $\overline{\Delta P}$  ή  $\Delta P_{av}$ , κατά μήκος του άξονα συμμετρίας του αγωγού, για τις τρεις μορφές στένωσης. Προστενωτικά η πίεση διατηρεί σχεδόν σταθερή τιμή ενώ με την επιτάχυνση της ροής στη στένωση, πέφτει. Μεταστενωτικά, ανακτάται η πίεση μέχρι τη σταθερή πίεση εξόδου, των  $\approx 31$  mm Hg = 4140 Pa. Είναι ευδιάκριτο ότι εξομαλύνοντας το σχήμα στένωσης επέρχεται μικρότερη πτώση πίεσης. Υπενθυμίζεται ότι μεγάλη πτώση πίεσης μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένη αιματική παροχή και άρα κακή αιμάτωση.

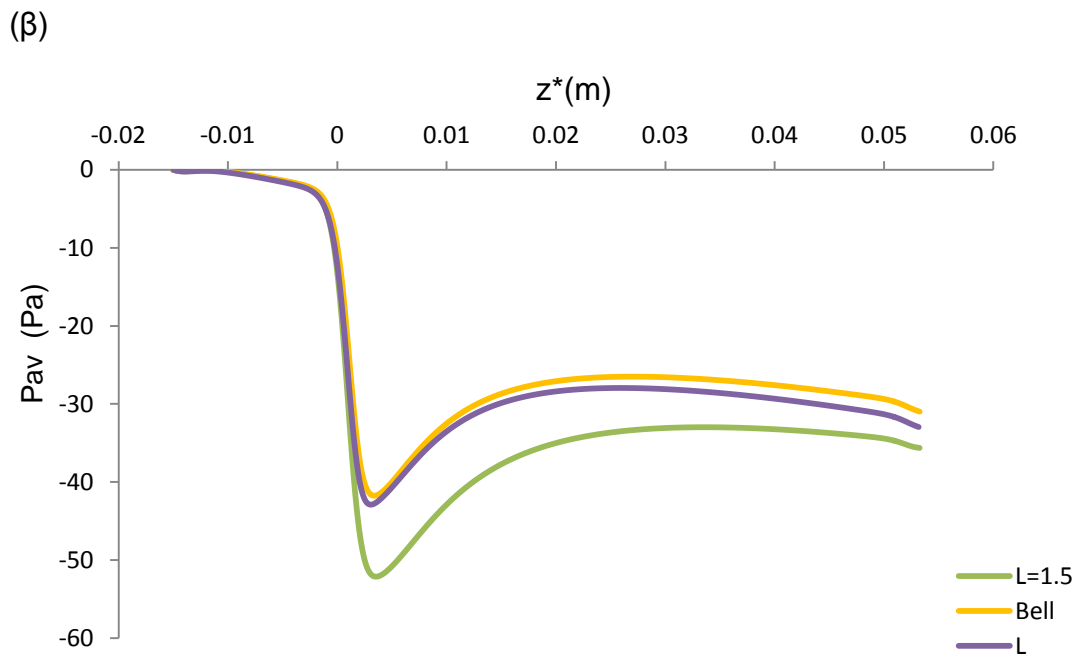
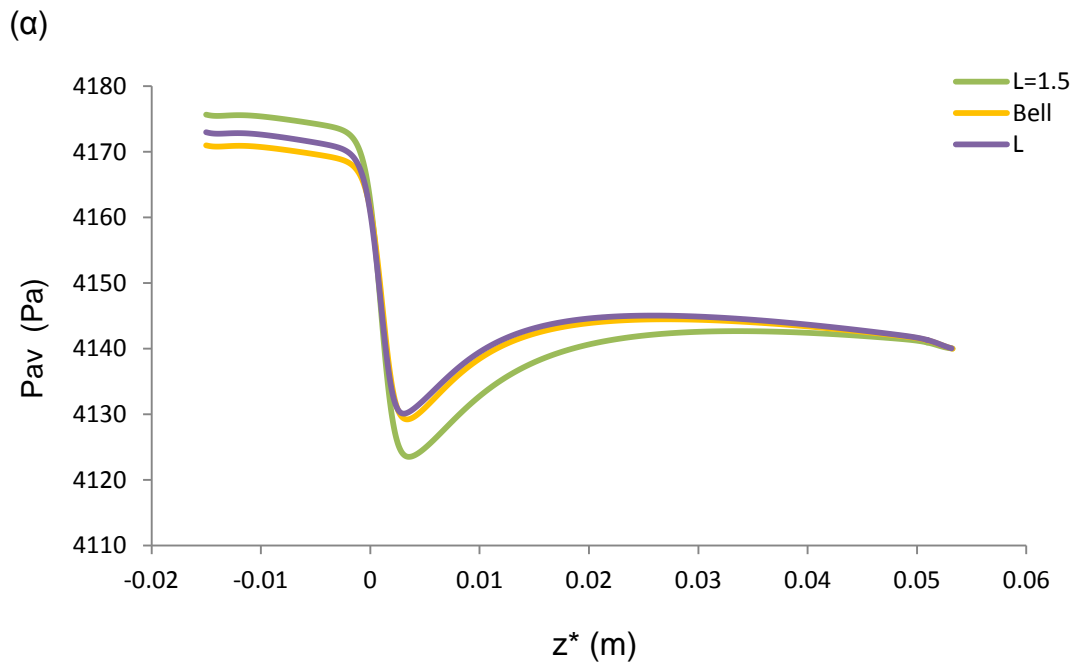
Η χρονική μέση πτώση πίεσης δίνεται από τη σχέση :

$$\overline{\Delta P} = \overline{P} - \overline{P}_{inlet} \quad (3.2)$$

Όπου  $\overline{P}$  είναι η χρονική μέση πίεση και  $\overline{P}_{inlet}$  η χρονική μέση πίεση εισόδου.



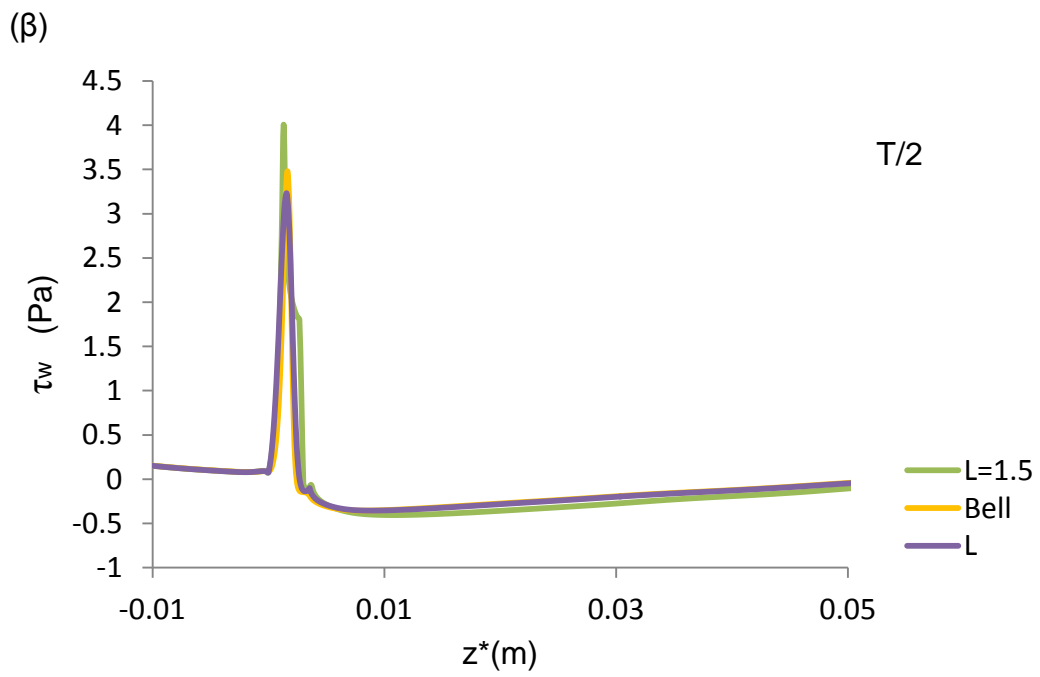
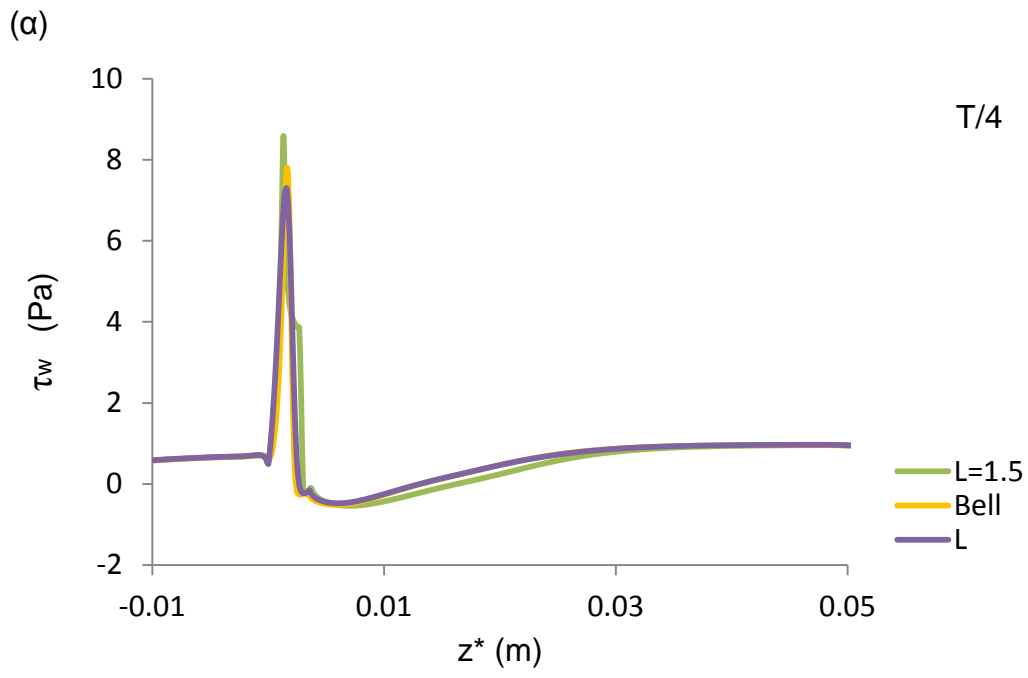
Σχήμα 3.34 : Κατανομή της χρονικά μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού, για τις τρεις μορφές στένωσης.



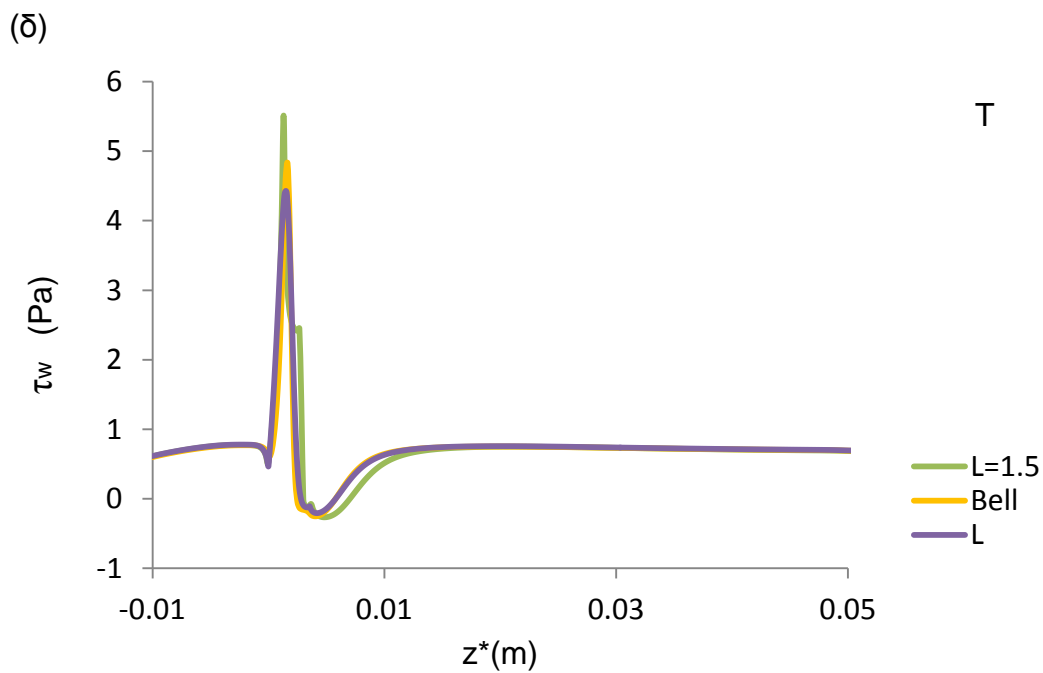
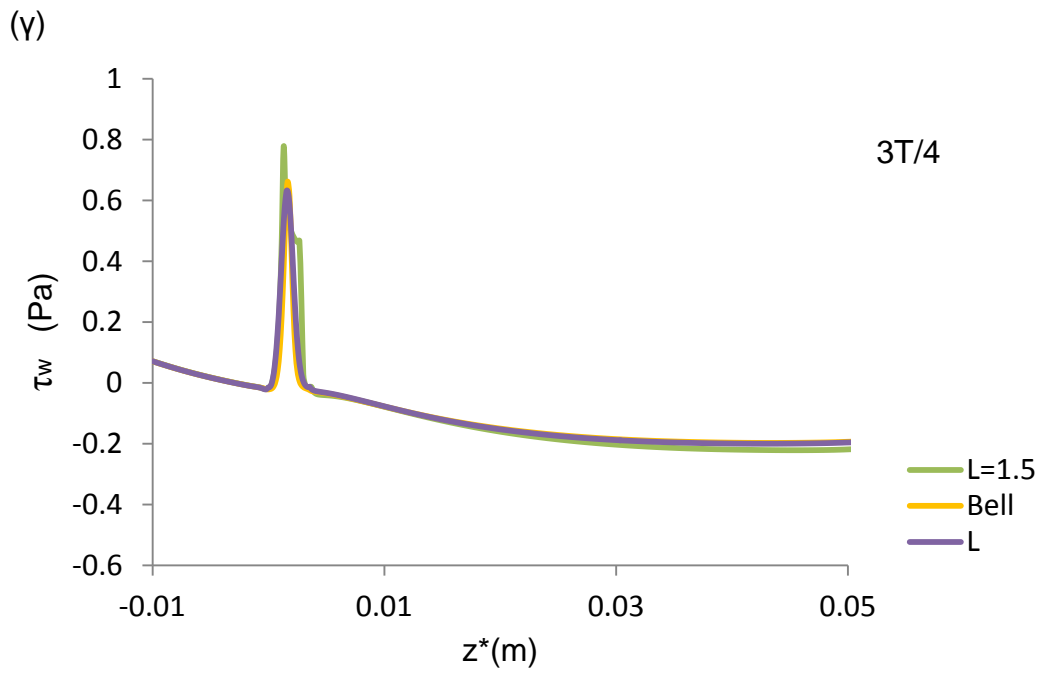
Σχήμα 3.35 : Κατανομή της χρονικά μέσης (α) πίεσης, (β) πτώσης πίεσης κατά μήκος του αγωγού, για τις τρεις μορφές στένωσης.

Στο Σχήμα 3.36 απεικονίζεται η κατανομή της στιγμιαίας διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , σε διάφορες χρονικές στιγμές. Παρατηρείται ότι η ποσοστιαία διαφορά της μέγιστης διατμητικής τάσης στις περιπτώσεις  $L=1.5$  και η  $L$  είναι 24.4% τη χρονική στιγμή  $T$ . Τη χρονική στιγμή της μέγιστης παροχής ( $T/4$ ), εμφανίζονται οι μέγιστες διατμητικές τάσεις τοιχώματος, ενώ σε όλες τις χρονικές στιγμές οι διατμητικές τάσεις είναι εκτός των φυσιολογικών τιμών. Επίσης, παρατηρείται ότι υπάρχει περιοχή αρνητικών τάσεων, υποδεικνύοντας την αντιστροφή της ροής.

Στο Σχήμα 3.37 παρουσιάζεται η μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, ενδεικτικά στα σημεία  $z^*=0.646/\tan(30)$  (το σημείο SB) και  $z^*=2.146+0.646/\tan(30)$  (το σημείο PE). Παρατηρείται ότι εξομαλύνοντας το σχήμα της στένωσης, μειώνεται η διατμητική τάση τοιχώματος στον περιοδικό κύκλο. Στο SB, η  $L=1.5$  υπερβαίνει το ανώτατο φυσιολογικό όριο των 7Pa διατμητικής τάσης, ενώ η Bell και η  $L$  είναι εντός ορίων. Στο σημείο PE από την άλλη οι τάσεις είναι χαμηλές υποδηλώνοντας πιθανό σημείο αθηρογένεσης. Η Bell έχει τις αρνητικότερες τιμές και τη μεγαλύτερη διακύμανση των τιμών της στον κύκλο. Γίνεται αντιληπτό, ότι με τις καμπανοειδείς στενώσεις Bell,  $L$ , στην ανάντη πλευρά της στένωσης επιτυγχάνεται μείωση των διατμητικών τάσεων εντός των φυσιολογικών ορίων ωστόσο αυτό αποπληρώνεται μεταστενωτικά με μικρότερες τάσεις άρα εντονότερη ανακυκλοφορία.

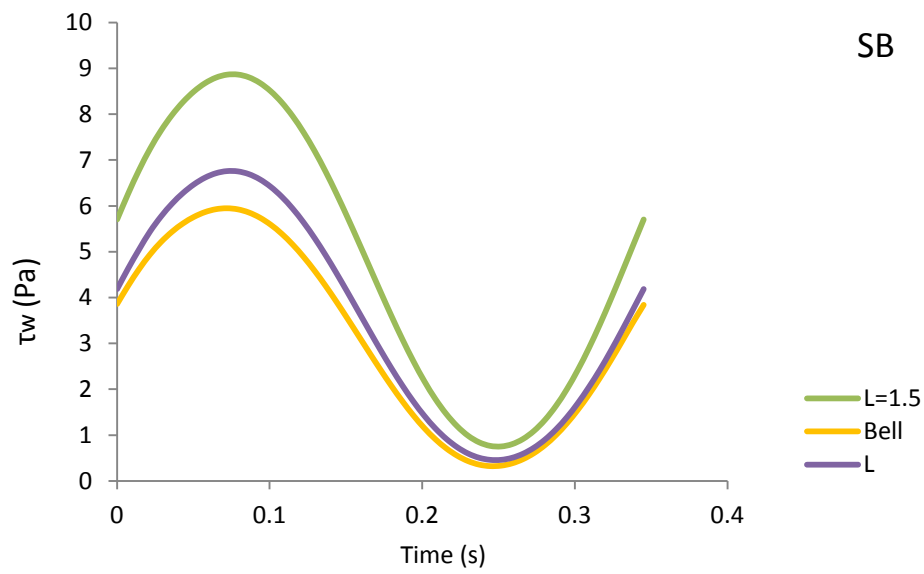




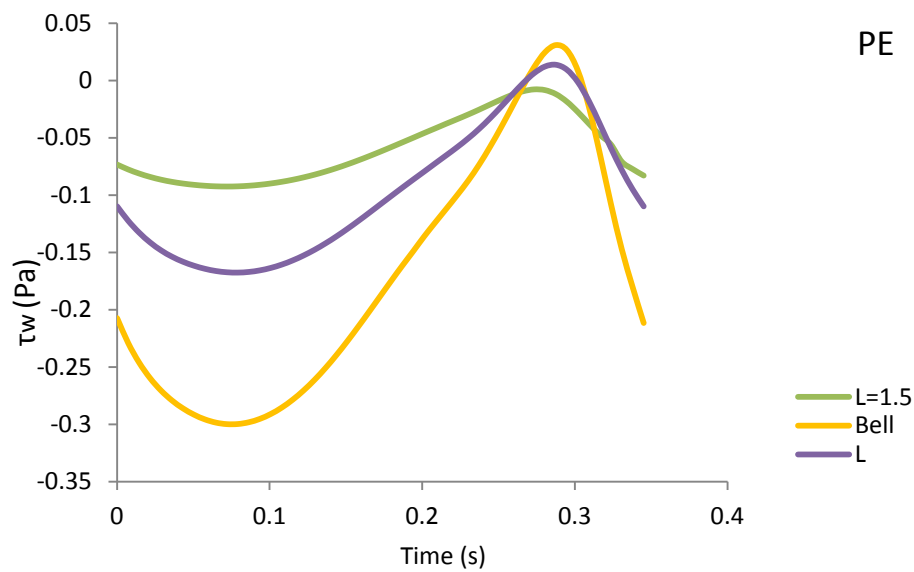


Σχήμα 3.36 : Κατανομή της διαμητρικής τάσης τοιχώματος, στις τρεις περιπτώσεις γεωμετρίας, τις χρονικές στιγμές (α)T/4, (β)T/2, (γ)3T/4 και (δ)T

(α)



(β)



Σχήμα 3.37: Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις L=1.5, Bell και L στο (α) SB, (β) PE.

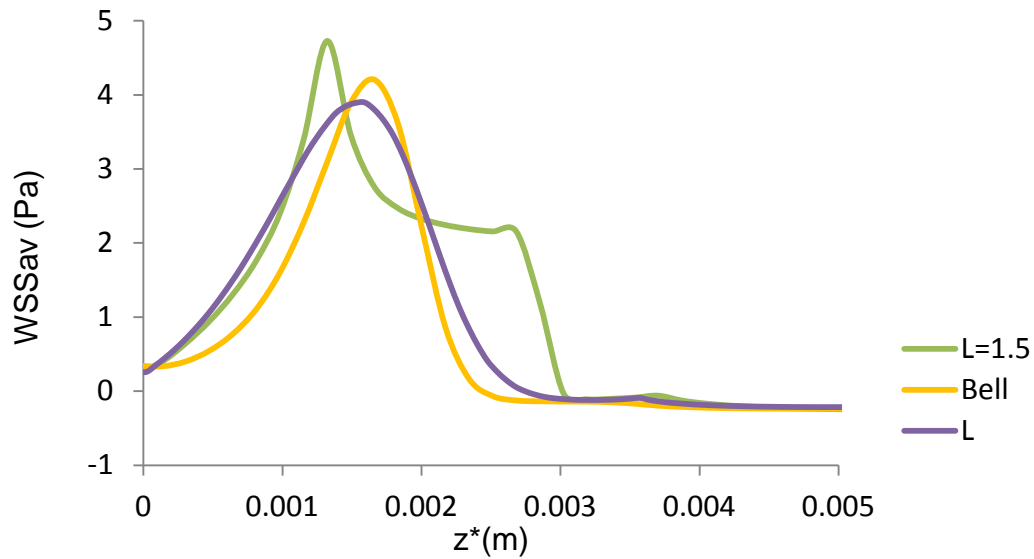
Στο Σχήμα 3.38 παρουσιάζεται η μεταβολή της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $WSS_{av}$ , στη στένωση του αγωγού, για τις τρεις μορφές στένωσης. Η μορφή της στένωσης επηρεάζει ποσοτικά και ποιοτικά την κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος. Δηλαδή για την τραπεζοειδή  $L=1.5$  παρουσιάζονται δύο κορυφές στη διατμητική τάση τοιχώματος, ανταποκρινόμενες στις αιχμηρές κορυφές της στένωσης. Εξομαλύνοντας το σχήμα της στένωσης, το εύρος τιμών της διατμητικής τάσης τοιχώματος συρρικνώνεται. Η διαφορά στη μέγιστη  $WSS_{av}$  ανάμεσα στην  $L=1.5$  και  $L$  είναι περίπου 21%. Παρατηρείται ότι παρόλο που οι καμπανοειδείς Bell και  $L$  έχουν παρόμοιο σχήμα, παρά ταύτα εμφανίζουν διαφορετικές μέγιστες τιμές. Στο υπόλοιπο τμήμα του αγωγού, οι τάσεις δεν διαφέρουν σημαντικά.

Στο Σχήμα 3.39(α), (β) παρουσιάζεται η μεταβολή του OSI κατά μήκος του αγωγού ή τμήματος αυτού, για τις τρεις περιπτώσεις στένωσης. Παρατηρείται ότι προστενωτικά ο OSI έχει χαμηλές τιμές υποδεικνύοντας ότι η επίδραση της παλμικότητας της ροής είναι ελάχιστη. Αντίθετα, μεταστενωτικά ο OSI έχει υψηλές τιμές, φανερώνοντας ότι η ροή αποτελείται από έναν πυρήνα jet υψηλής αδράνειας, ο οποίος περιτριγυρίζεται από αντεστραμμένη ροή. Επίσης, παρατηρείται ότι εκεί υπάρχουν δύο κορυφές του OSI, που είναι τα σημεία αποκόλλησης και επανακόλλησης της χρονικής μέσης ροής. Στο σημείο επανακόλλησης της ροής, εισχωρούν στο τοίχωμα της αρτηρίας αθηρογόνα σωματίδια (LDL χοληστερόλη) σύμφωνα με τους Jahangiri et al. (2015) όπως και σε σημεία με χαμηλές τιμές της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης σε συνδυασμό με υψηλές τιμές του OSI. Γενικά, περιοχές με  $OSI > 1$  είναι πιθανές περιοχές ενδοθηλιακής δυσλειτουργίας και αθηρογένεσης σύμφωνα με τους Williams et al. (2010). Γίνεται κατανοητό, ότι εξομαλύνοντας το σχήμα της στένωσης, το σημείο επανακόλλησης της ροής περιορίζεται. Το σημείο επανακόλλησης της ροής για την Bell και  $L$  ταυτίζεται και είναι νωρίτερα απ' ότι στην τραπεζοειδή στένωση. Φαίνεται ωστόσο ότι η  $L$  έχει υψηλότερη την πρώτη μεταστενωτική κορυφή OSI, περίπου 0.47, υποδεικνύοντας αντιστροφή στην κατεύθυνση της ροής και της διατμητικής τάσης. Μετά την μεγάλη κορυφή του  $OSI \approx 0.5$  ακολουθεί μια περιοχή ταλαντευόμενης ροής, που ο OSI μειώνεται σταδιακά καθώς αυξάνεται η χρονική μέση διατμητική τάση τοιχώματος εκεί. Η περιοχή αυτή πιθανόν να είναι υπερεκτιμημένη από το στρωτό μοντέλο ροής,

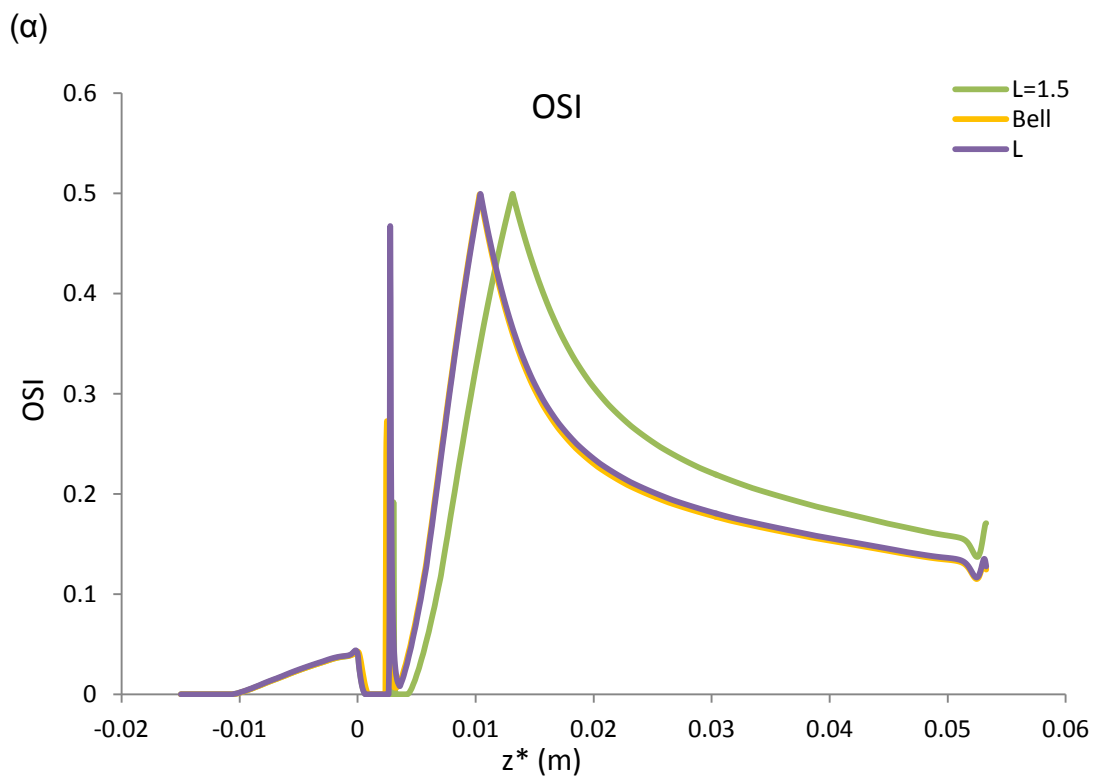
αφού οι Jahangiri et al. (2015) βρήκαν σημαντική μείωση αυτής της περιοχής χρησιμοποιώντας τυρβώδες μοντέλο ροής (σε υψηλότερο ωστόσο ποσοστό στένωσης).

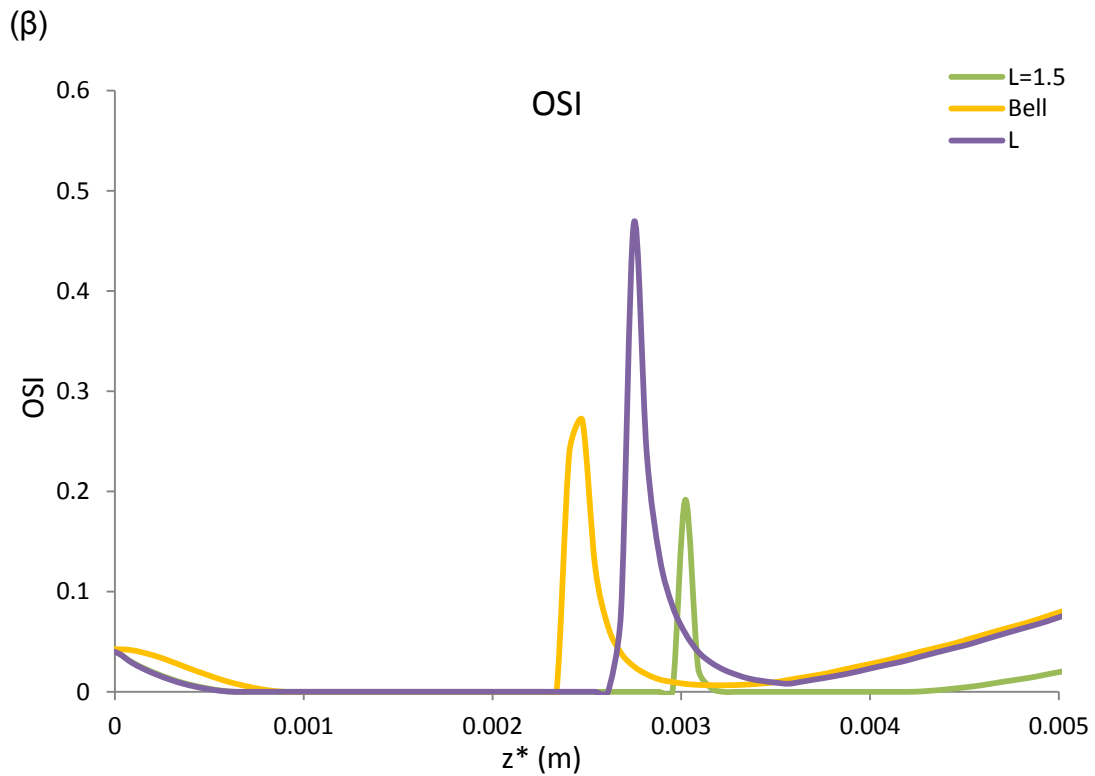
Στο *Σχήμα 3.40* παρουσιάζεται η κατανομή του RRT σε τμήμα του αγωγού για τις τρεις περιπτώσεις γεωμετρίας. Στα σημεία που ο OSI πλησιάζει την τιμή 0.5, ο RRT εκτοξεύεται στα ύψη. Οι τιμές του RRT ξεπερνούν τη συχνά συναντώμενη τιμή  $RRT=18$  για αγωγό (αρτηρία) χωρίς στένωση. Στις περιοχές αυτές επικρατούν ισχυρές παλμικές ροές με χαμηλή διατμητική τάση τοιχώματος. Χρησιμοποιώντας την ερμηνεία των Mroutopoulos et al. (2016) για τον RRT, κατάντη της στένωσης υπάρχουν δύο περιοχές με υψηλούς χρόνους παραμονής στο αρτηριακό τοίχωμα. Η ηπιότερη στο  $z^*=0.002$  περίπου ενώ η εντονότερη στο  $z^*=0.01$  m περίπου. Στο τελευταίο, οι τρεις περιπτώσεις έχουν περίπου τον ίδιο OSI και πολύ υψηλό RRT και γι' αυτό δεν παρουσιάζεται. Στα σημεία αυτά αναμένεται η δημιουργία νέας στένωσης. Παρατηρείται ότι η εξομάλυνση του σχήματος της στένωσης επιφέρει μείωση του RRT. Όπως παρατηρείται η πρώτη μεταστενωτική κορυφή του RRT για την L, ξεπερνά κατά πολύ τις άλλες δύο περιπτώσεις (λόγω του υψηλού OSI εκεί).

Στο *Σχήμα 3.41* απεικονίζεται η κατανομή της WSSG στη στένωση. Παρατηρείται ότι η WSSG είναι αυξημένη στη στένωση, γιατί εκεί η χρονική μέση διατμητική τάση τοιχώματος είναι αυξημένη και μεταβάλλεται απότομα προχωρώντας χωρικά (*Σχήμα 3.36*) δηλώνοντας ότι στη στένωση το τοίχωμα κοπώνεται περισσότερο. Φαίνεται ότι η εξομάλυνση του σχήματος στένωσης, δίνει μικρότερη βαθμίδα διατμητικής τάσης ακόμα και ανάμεσα στις καμπανοειδείς γεωμετρίες. Μάλιστα η μέγιστη WSSG ελαττώνεται κατά περίπου 74% από την  $L=1.5$  στην περίπτωση L. Οι τιμές της WSSG ξεπερνούν την τιμή  $3.4 \text{ Pa/mm}$  κρίσιμη για ενδοθηλιακή αραίωση ωστόσο δεν φτάνουν την κρίσιμη για ανεύρυσμα τιμή των  $40 \text{ Pa/mm}$ .

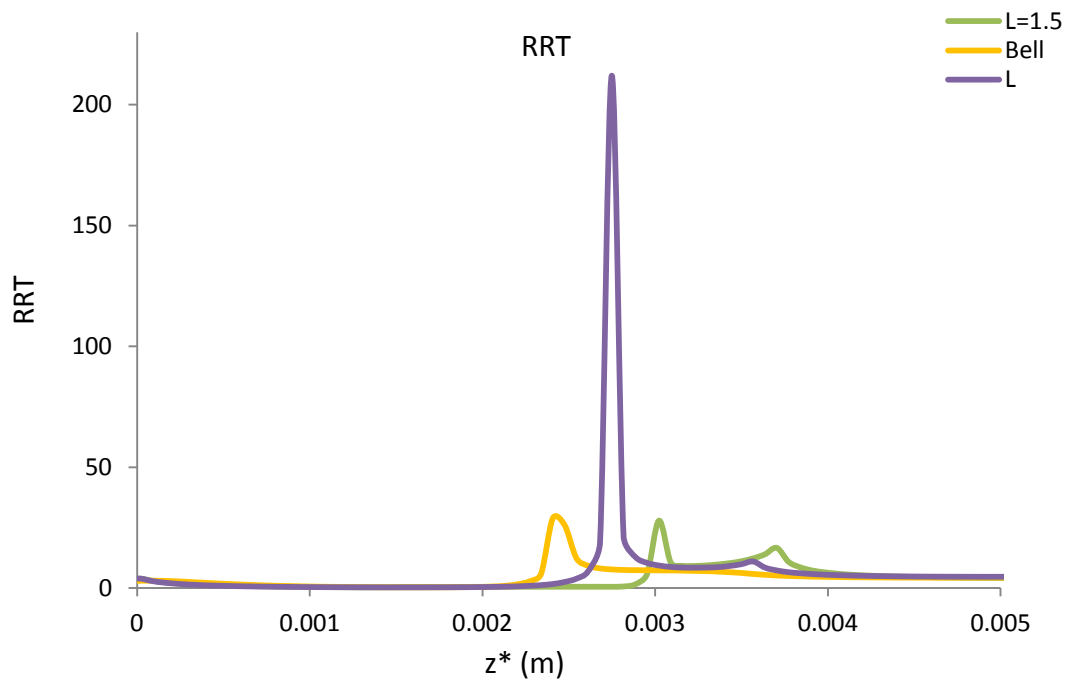


Σχήμα 3.38: Κατανομή της χρονικά μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος, κατά μήκος της στένωσης, για τις τρεις γεωμετρίες.

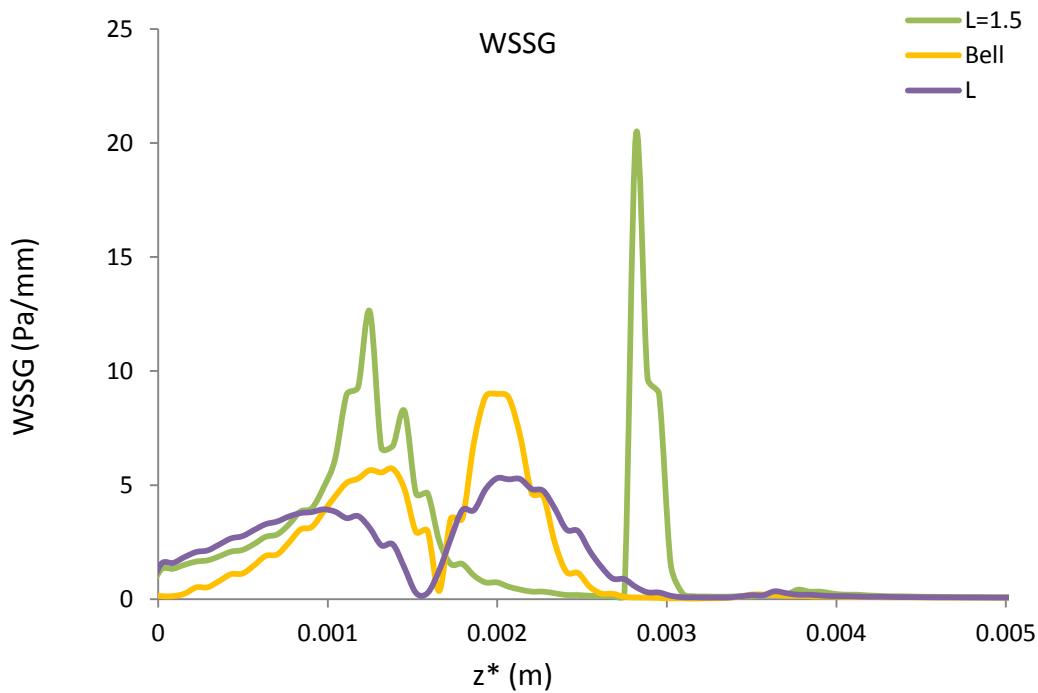




Σχήμα 3.39: Κατανομή του δείκτη διατμητικής ταλάντωσης OSI (α) στον αγωγό, (β) σε τμήμα του αγωγού, για τις τρεις περιπτώσεις



Σχήμα 3.40: Κατανομή του δείκτη σχετικού χρόνου παραμονής – RRT σε περιοχή της στένωσης, για τις τρεις μορφές στένωσης.

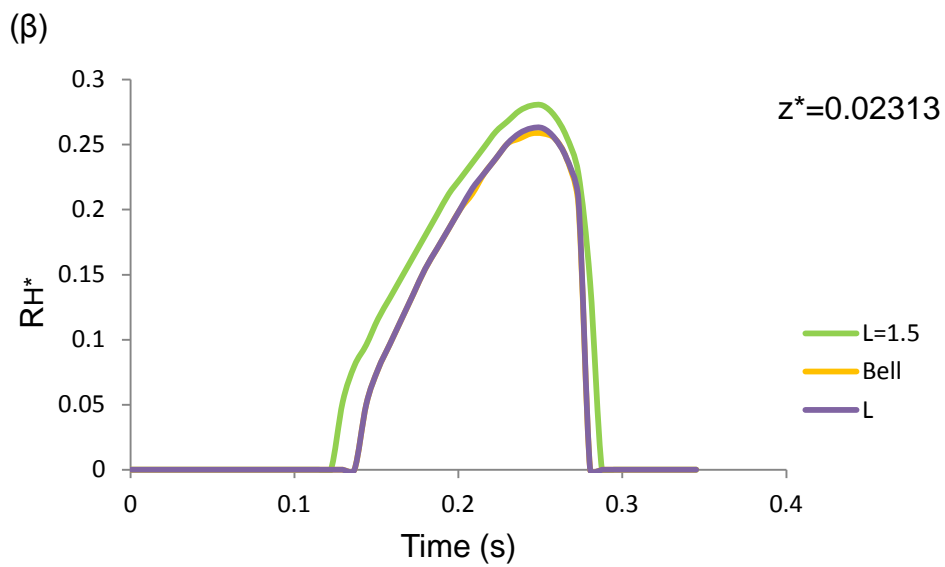
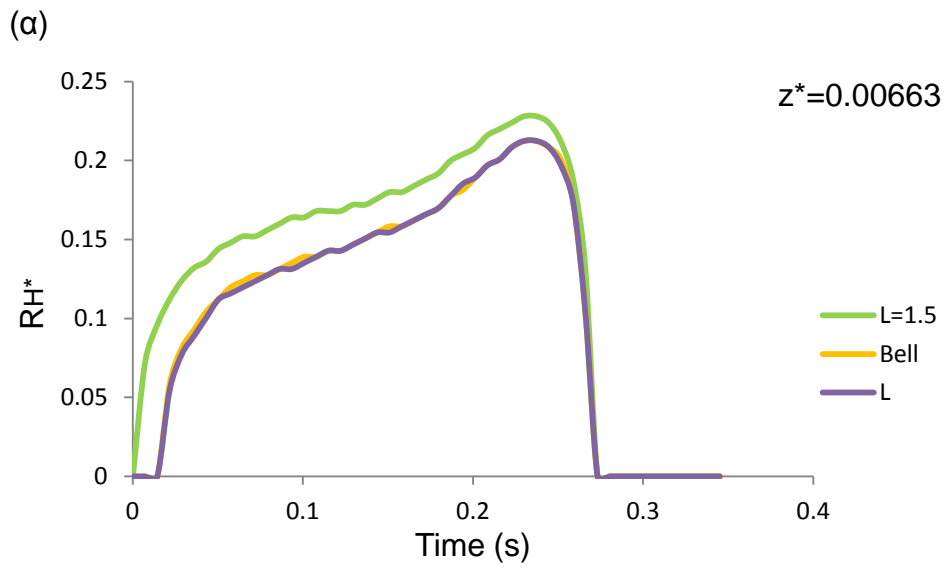


Σχήμα 3.41: Κατανομή της WSSG σε τμήμα του αγωγού για τις τρεις μορφές στένωσης.

Το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής,  $R_h$ , φαίνεται στο Σχήμα 3.42 κανονικοποιημένο ως προς την ακτίνα του μετατοπισμένου αγωγού,  $R_d$ . Παρατηρείται ότι εξομαλύνοντας το σχήμα της στένωσης, το ύψος ανακυκλοφορίας μειώνεται και η ανακυκλοφορία διαρκεί λιγότερο. Στην τραπεζοειδή στένωση τα αθηρογόνα σωματίδια διαθέτουν περισσότερο χρόνο να αλληλεπιδράσουν με το τοίχωμα του αγωγού. Συγκρίνοντας, τα  $R_h^*$  στις δύο μεταστενωτικές διατομές, φαίνεται ότι προχωρώντας προς το πέρας του αγωγού η άφιξη της ανακυκλοφορίας αργεί και το ύψος της αυξάνεται. Τέλος, αναφέρεται ότι προστενωτικά το ύψος ανακυκλοφορίας είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις.

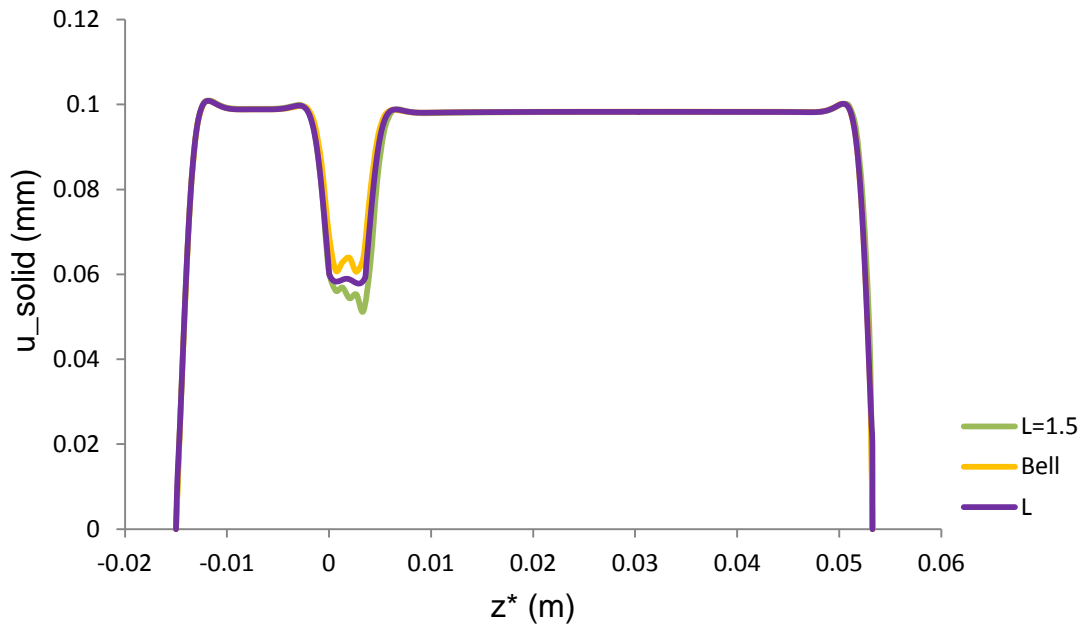
Στο Σχήμα 3.43 απεικονίζεται η κατανομή της χρονικής μέσης ακτινικής μετατόπισης του αγωγού, για τις διάφορες περιπτώσεις στένωσης. Παρατηρείται ότι οι διαφορές παρουσιάζονται μόνο στη στένωση.

Στο Σχήμα 3.44 απεικονίζεται το πεδίο πιέσεων τη χρονική στιγμή  $T/4$ , για τις τρεις μορφές στένωσης.

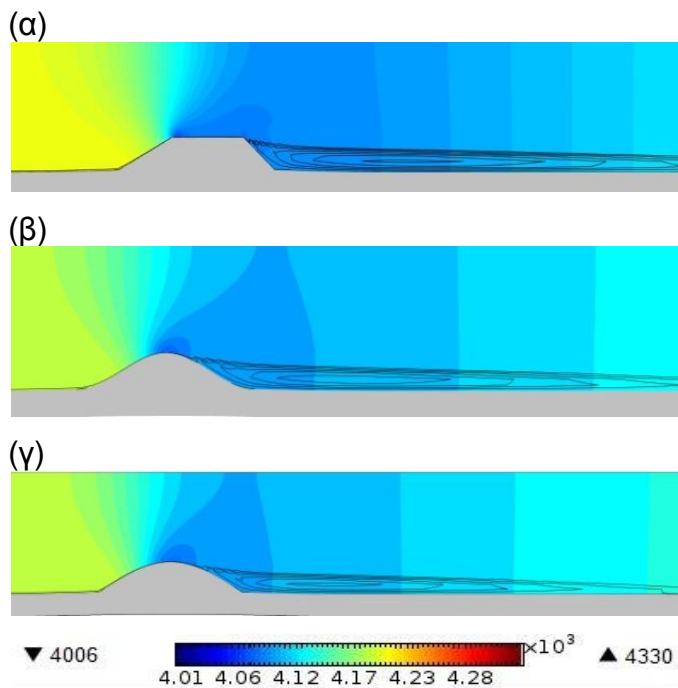


Σχήμα 3.42 : Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους ανακυκλοφορίας,  $R_H^*$  στη διάρκεια μιας περιόδου, στις κανονικοποιημένες αποστάσεις (α)  $z^*=0.00663$ , (β)  $z^*=0.02313$  (m)





Σχήμα 3.43: Κατανομή της χρονικά μέσης ακτινικής μετατόπισης τοιχώματος, ( $u_{solid}$  mm), κατά μήκος του αγωγού, για τις τρεις γεωμετρίες στένωσης



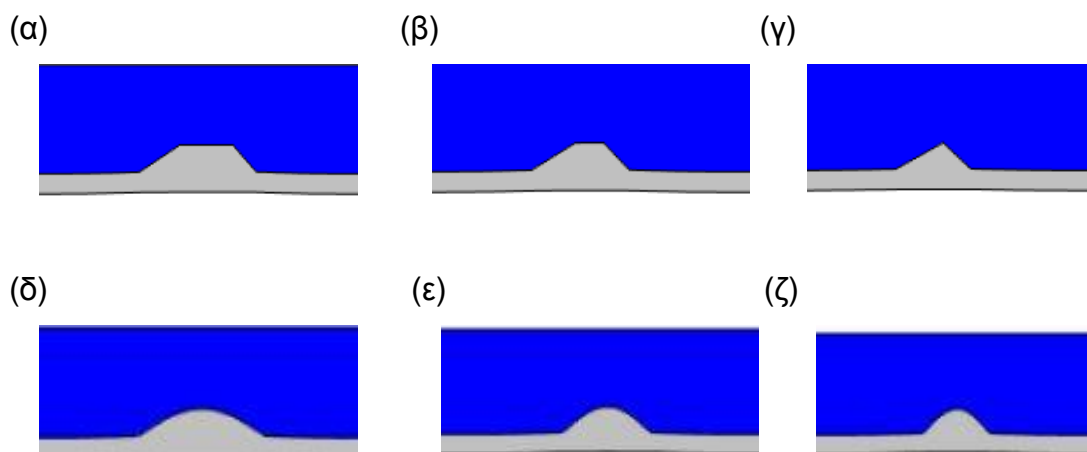
Σχήμα 3.44 : Ισοκαμπύλες πίεσης και μεταστενωτικής ανακυκλοφορίας της χρονική στιγμή  $T/4$ , για την περίπτωση (α)  $L=1.5$ , (β) Bell και (γ) L

### 3.2.2 Επίδραση μήκους στένωσης

Στο υποκεφάλαιο αυτό, εξετάζεται η επίδραση του μήκους της στένωσης στο πεδίο ροής και σε διάφορους αιμοδυναμικούς δείκτες.

Στη βασική γεωμετρία τραπεζοειδούς στένωσης και στην περίπτωση καμπανοειδούς στένωσης  $L$ , το μήκος στένωσης μειώθηκε με βήμα  $0.75\text{mm}$ , όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.45. Συγκεκριμένα, από την βασική γεωμετρία, οι απορρέουσες γεωμετρίες έχουν το τμήμα της πλάκας που είναι παράλληλο στον άξονα συμμετρίας ίσο με  $0.75\text{ mm}$  και  $0\text{ mm}$ , εξού και οι ονομασίες τους  $L=0.75$ ,  $L=0$ . Σημειώνεται ότι όλες οι γεωμετρίες στένωσης έχουν το ίδιο ύψος, δηλαδή ο βαθμός στένωσης του αγωγού έμεινε अपαράλλαχτος ( $25.8\%$  της διαμέτρου) και ότι ξεκινούν καθιερωμένα στα  $15\text{mm}$  ( $z^*=0$ ) από την είσοδο του αγωγού.

Στον Πίνακα 5 συγκρίνονται οι έξι περιπτώσεις στένωσης μέσω των ακραίων τιμών της αξονικής ταχύτητας  $w$ , της πίεσης  $P$ , της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , και της ακτινικής και αξονικής μετατόπισης του τοιχώματος  $u_{\text{solid}}$  και  $w_{\text{solid}}$ , αντίστοιχα.



Σχήμα 3.45 : Οι τέσσερις γεωμετρίες που εξετάστηκαν (α)  $L=1.5$ , (β)  $L=0.75$ , (γ)  $L=0$ , (δ)  $L$ , (ε)  $M$ , (ζ)  $S$ .

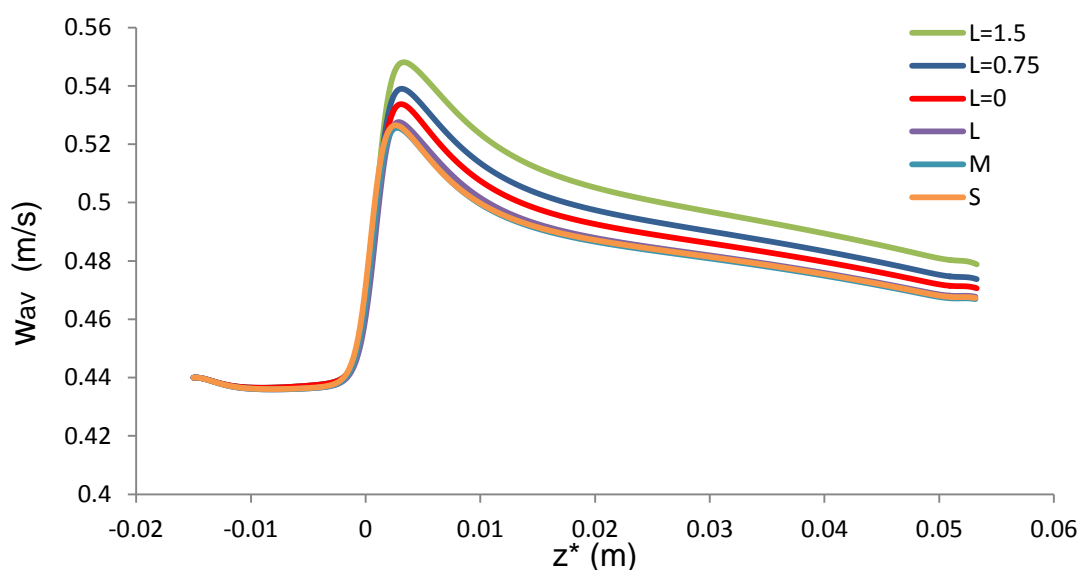
Στο Σχήμα 3.46 παρουσιάζεται η μεταβολή της χρονικής μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας, για τις έξι στενώσεις. Παρατηρείται ότι μειώνοντας το μήκος της τραπεζοειδούς στένωσης  $L=1.5$ , ελαττώνεται η αξονική

ταχύτητα σε αντίθεση με τις καμπανοειδής στενώσεις όπου η ταχύτητα είναι ανεπηρέαστη.

Στο Σχήμα 3.47(α) και (β) απεικονίζεται η κατανομή της χρονικά μέσης αξονικής πίεσης και η πτώση της χρονικά μέσης πίεσης  $\overline{\Delta P}$  ή  $\Delta P_{av}$ , κατά μήκος του αγωγού, για τις έξι γεωμετρίες. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και στη κατανομή πίεσης, δηλαδή η βράχυνση της τραπεζοειδούς στένωσης μειώνει την πτώση πίεσης, ενώ η ελάττωση του μήκους καμπανοειδούς στένωσης την αφήνει ανεπηρέαστη.

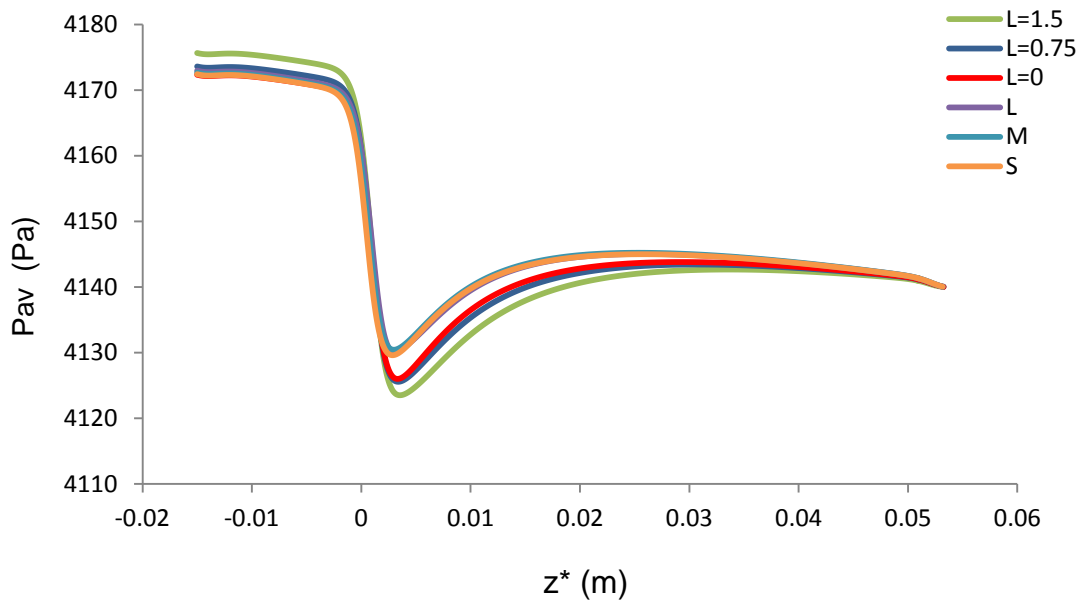
Πίνακας 5 : Επίδραση της γεωμετρίας στο πεδίο ροής και στο στερεό.

Γεωμετρία	Ταχύτητα (m/s)		Πίεση (Pa)		Διαμητική τάση τοιχώματος (Pa)		Μετατόπιση (mm)	
	W <sub>max</sub>	W <sub>min</sub>	P <sub>max</sub>	P <sub>min</sub>	τ <sub>wmax</sub>	τ <sub>wmin</sub>	u <sub>solidmax</sub>	w <sub>solidmax</sub>
L=1.5	0.87	-0.06	4330	4006	8.90	-0.53	0.1	0.02
L=0.75	0.86	-0.05	4327	4005	8.72	-0.56	0.1	0.02
L=0	0.86	-0.06	4326	4004	7.72	-0.63	0.1	0.02
L	0.84	-0.04	4323	4009	7.35	-0.5	0.1	0.02
M	0.84	-0.04	4323	4008	7.95	-0.52	0.1	0.02
S	0.84	-0.05	4324	4006	8.59	-0.56	0.1	0.02

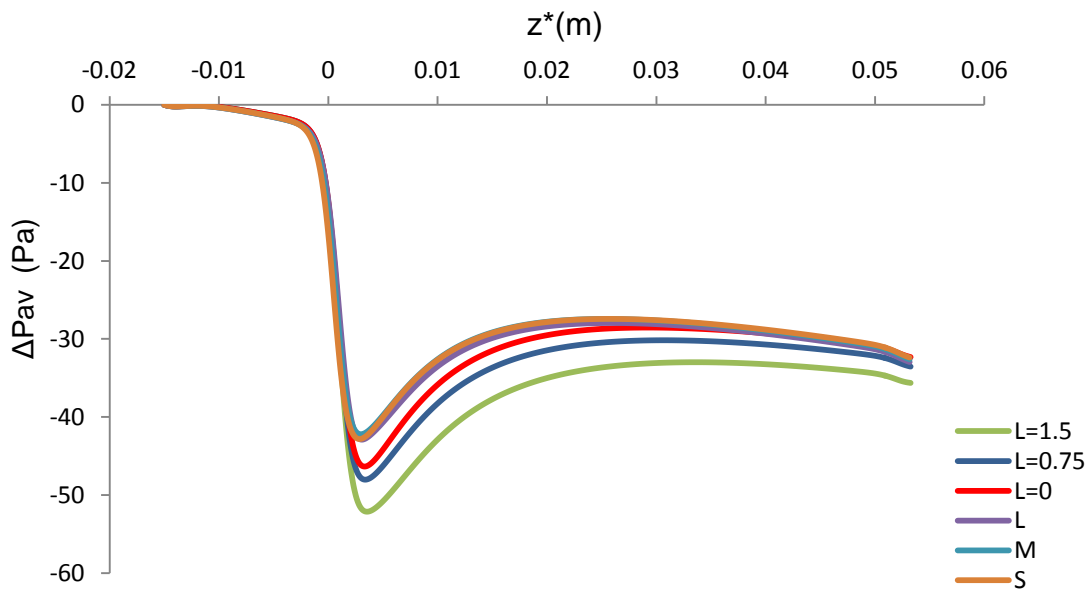


Σχήμα 3.46 : Κατανομή της χρονικά μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού, για τις έξι γεωμετρίες στένωσης.

(α)



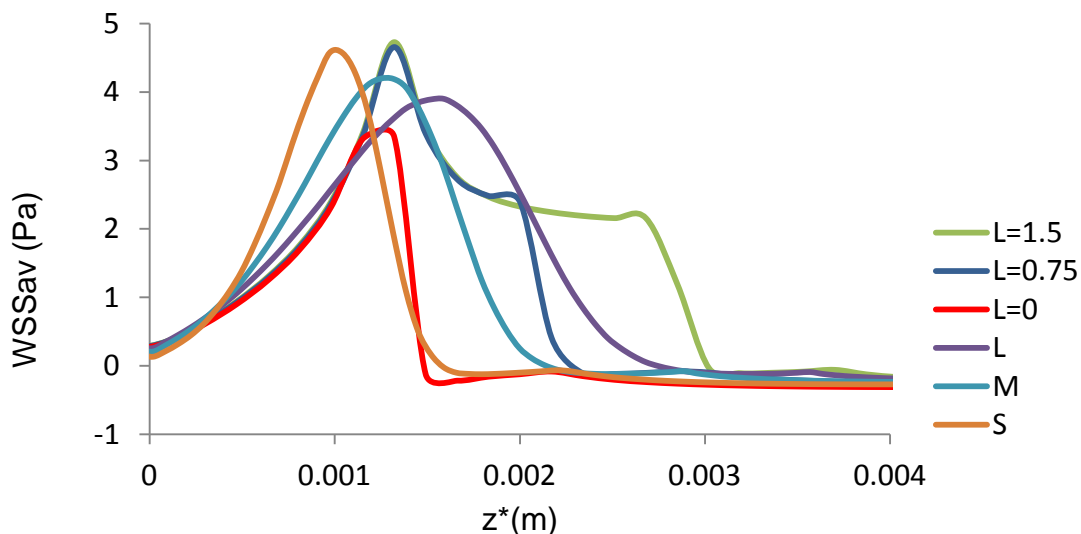
(β)



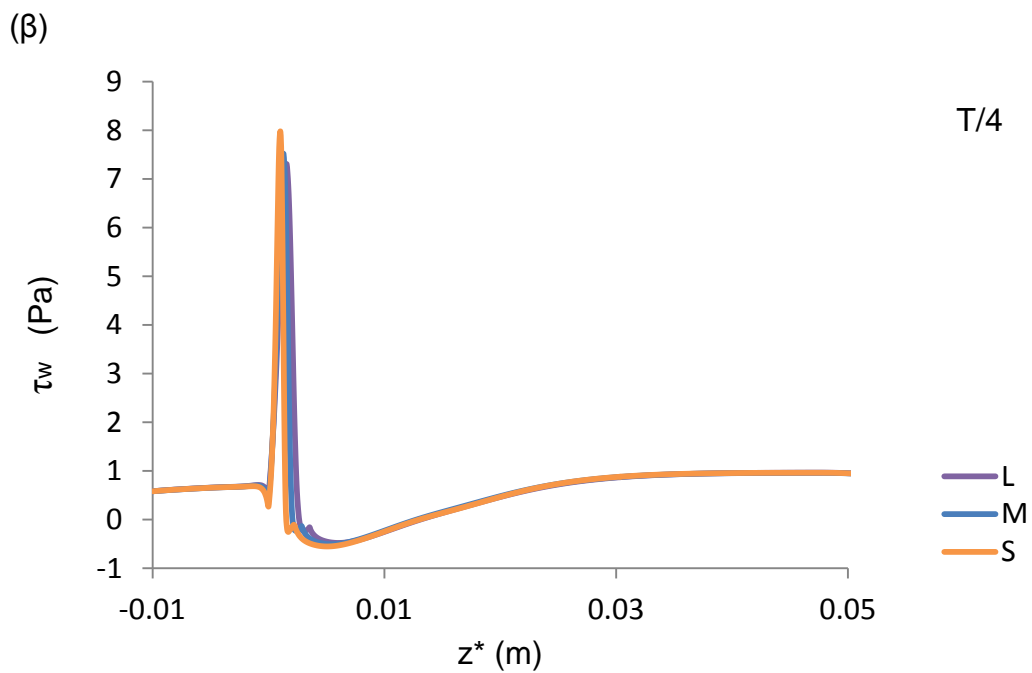
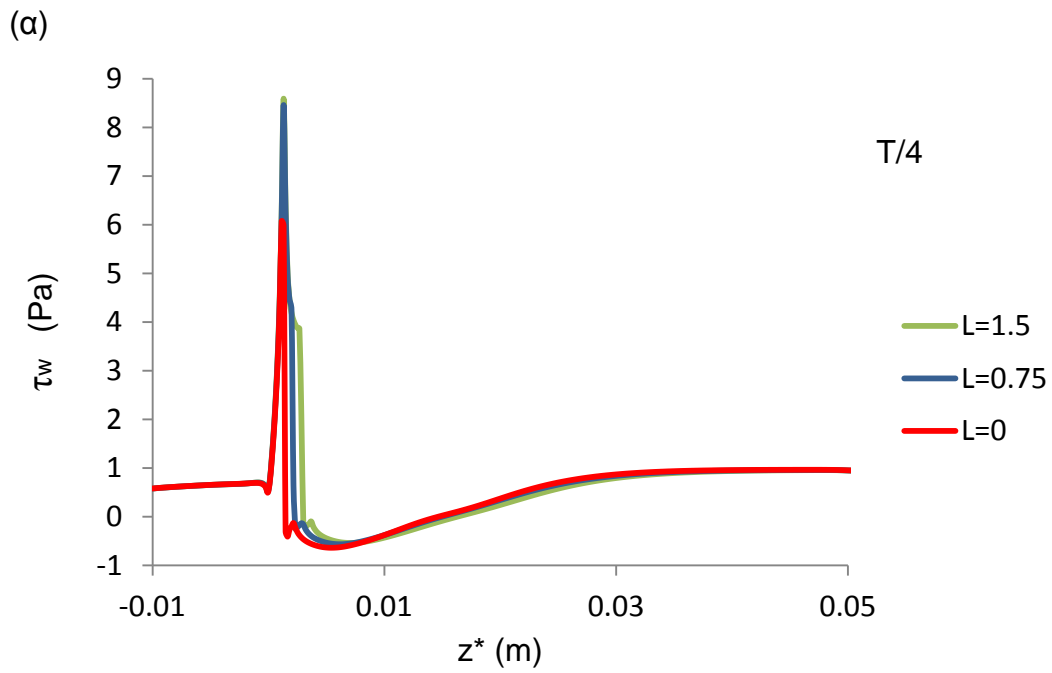
Σχήμα 3.47 : Κατανομή της χρονικά μέσης (α) πίεσης, (β) πτώσης πίεσης κατά μήκος του αγωγού, για τις έξι στενώσεις.

Στο Σχήμα 3.48 παρουσιάζεται η κατανομή της μέσης χρονικά διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $WSS_{av}$ , στο τμήμα της στένωσης, για τις έξι γεωμετρίες. Η κατανομή τάσης για την τραπεζοειδή στένωση έχει πτωτική συμπεριφορά με τη βράχυνση της τραπεζοειδούς στένωσης από  $L=1.5$  μέχρι  $L=0$ . Συγκεκριμένα η μέγιστη τάση της  $L=1.5$  ελαττώνεται έως 29.1%. Αντίθετα, μειώνοντας το μήκος της καμπανοειδούς στένωσης, αυξάνεται η  $WSS_{av}$  και διευρύνεται το εύρος τιμών. Έτσι, για παράδειγμα η μέγιστη  $WSS_{av}$  των περιπτώσεων  $L=0$  και  $S$ , όπου έχουν ίδιο μήκος οι στενώσεις, είναι 3.34 Pa και 4.57 Pa αντίστοιχα. Δηλαδή η ποσοστιαία διαφορά είναι σχεδόν 37%. Η θεμελιώδης αυτή συμπεριφορά της  $WSS_{av}$  στην περίπτωση της καμπανοειδούς στένωσης, είναι σε συμφωνία με τη μελέτη των Tian et al. (2013) και δείχνει ότι λόγω της διαφοροποίησης αυτής, είναι σημαντική ποια “υπόθεση” σχήματος στένωσης γίνεται κατά τη μελέτη του προβλήματος της αθηρωματικής πλάκας.

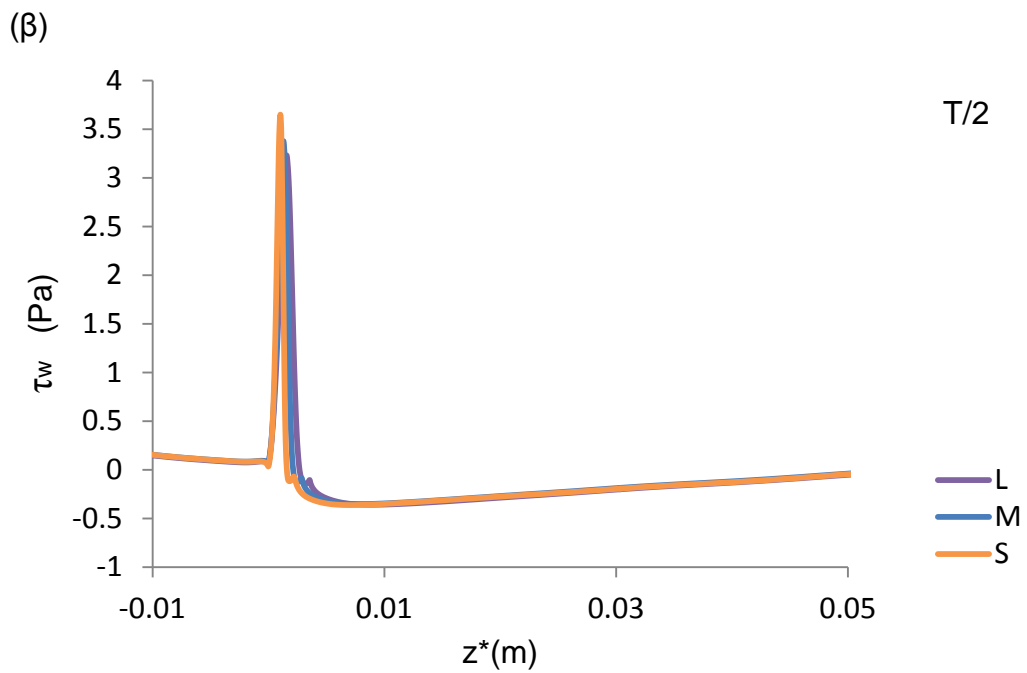
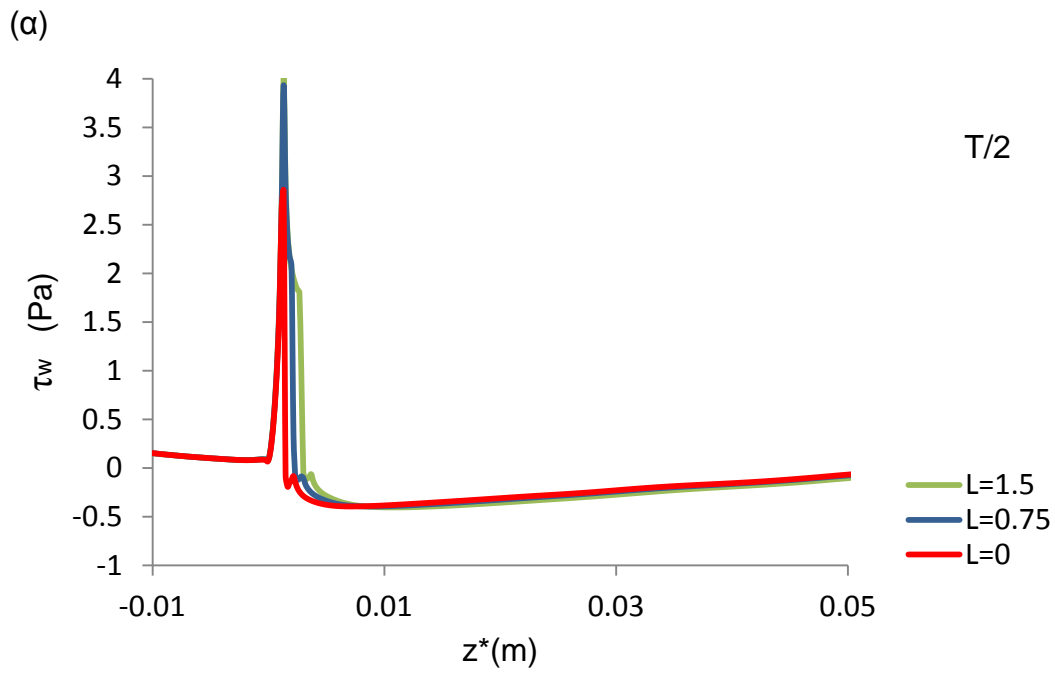
Στα Σχήματα 3.49, 3.50, 3.51 και 3.52 απεικονίζεται η κατανομή της στιγμιαίας διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$ , σε διάφορες χρονικές στιγμές, για τις έξι γεωμετρίες. Τη χρονική στιγμή της μέγιστης παροχής ( $T/4$ ), εμφανίζονται οι μέγιστες και ελάχιστες διατμητικές τάσεις τοιχώματος, ενώ σε όλες τις χρονικές στιγμές υπάρχει περιοχή αρνητικών τάσεων, υποδεικνύοντας την αντιστροφή της ροής. Παρατηρείται ότι οι τιμές των τάσεων μεταξύ των περιπτώσεων  $L=1.5$  και  $L=0.75$  καθώς και των  $L$ ,  $M$  δεν έχουν σημαντική διαφορά. Αισθητή ωστόσο διαφορά έχουν οι τάσεις της μακρύτερης και κοντύτερης τραπεζοειδούς στένωσης,  $L=1.5$  και  $L=0$ .



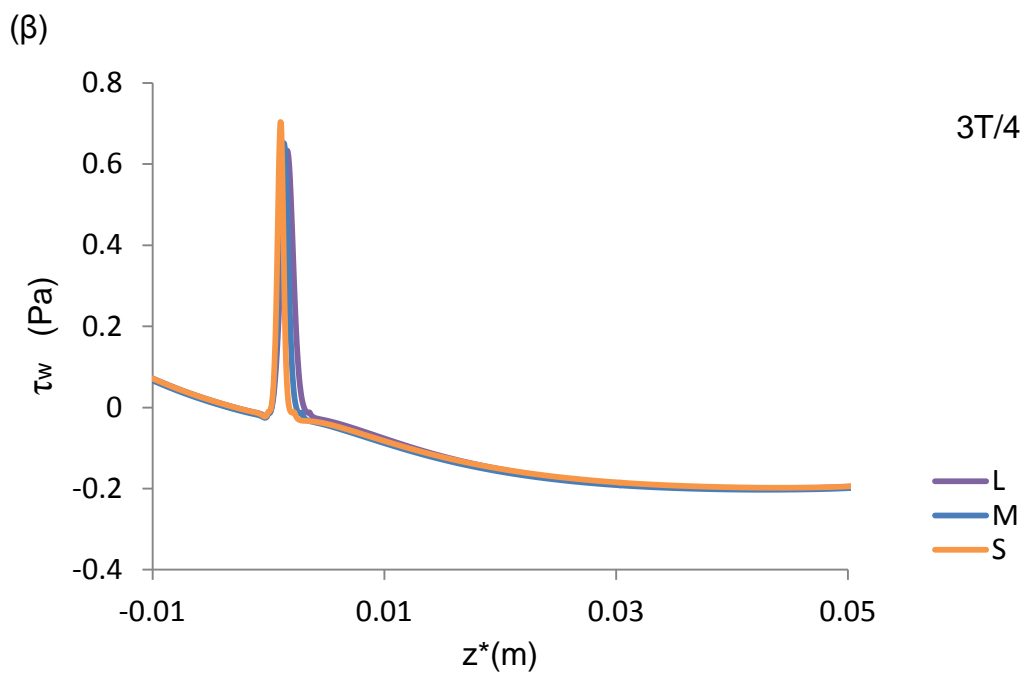
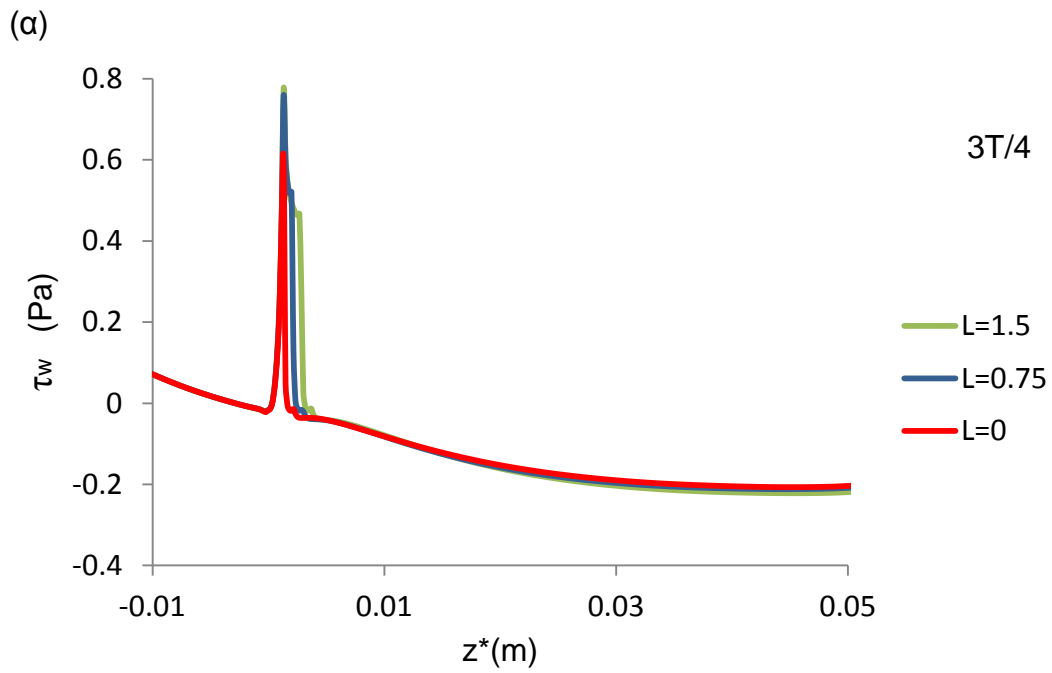
Σχήμα 3.48 : Κατανομή της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος, κατά μήκος τμήματος του αγωγού, για τις έξι γεωμετρίες.



Σχήμα 3.49 : Κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, τη χρονική στιγμή T/4 (α) για τις τραπεζοειδείς (β) καμπανοειδείς στενώσεις.

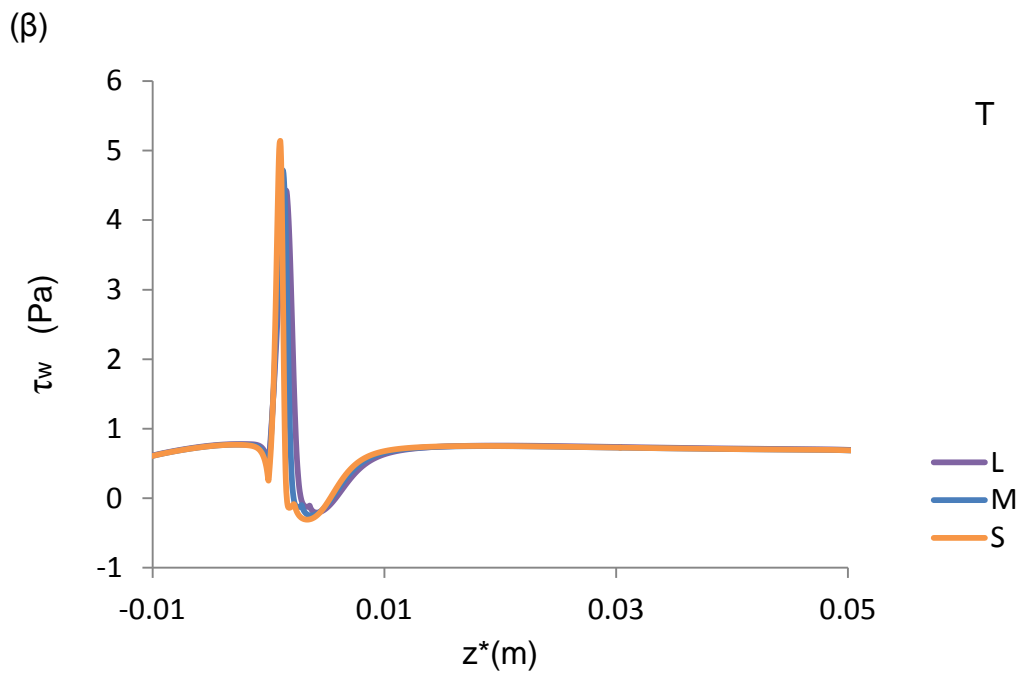
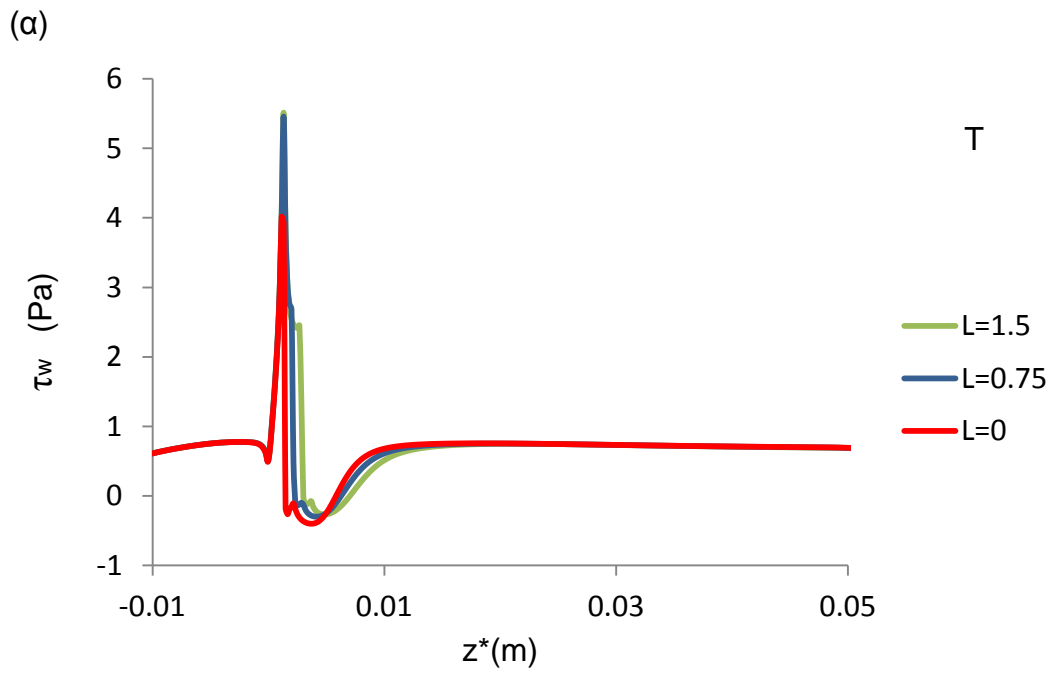


Σχήμα 3.50 : Κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, τη χρονική στιγμή T/2 (α) για τις τραπεζοειδείς (β) καμπανοειδείς στενώσεις.



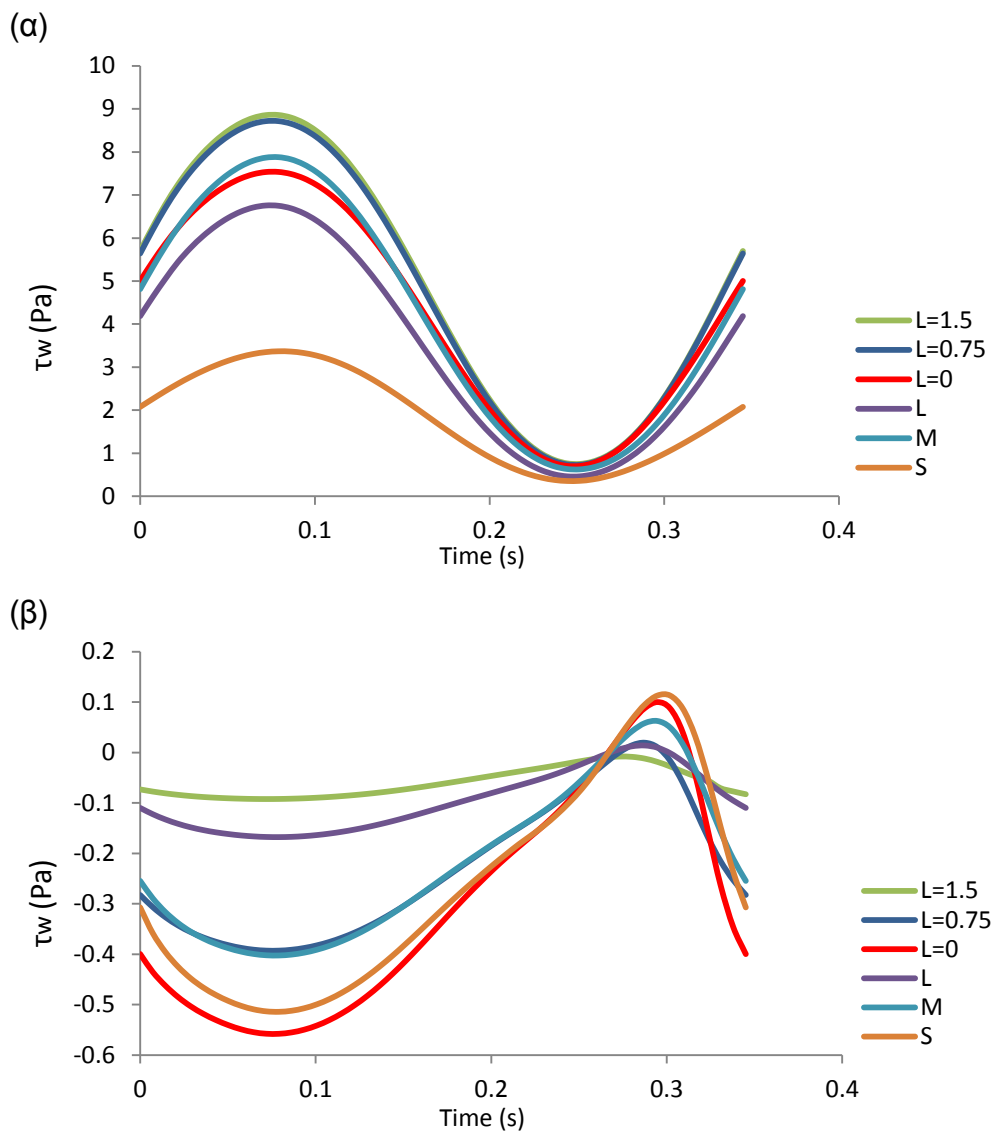
Σχήμα 3.51 : Κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος, τη χρονική στιγμή 3T/4 (α) για τις τραπεζοειδείς (β) καμπανοειδείς στενώσεις.





Σχήμα 3.52 : Κατανομή της διαμητρικής τάσης τοιχώματος, τη χρονική στιγμή T (α) για τις τραπεζοειδείς (β) καμπανοειδείς στενώσεις.

Στο Σχήμα 3.53 παρουσιάζεται η μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, ενδεικτικά στα σημεία  $z^*=0.646/\tan(30)$  και  $z^*=2.146+0.646/\tan(30)$  πάνω στην στένωση. Το πρώτο σημείο αντιστοιχεί στο SB ενώ το δεύτερο στο PE της τραπεζοειδούς στένωσης,  $L=1.5$ . Στο Σχήμα 3.53 (α) φαίνεται ότι η βράχυνση της τραπεζοειδούς στένωσης επιδρά μόνο όταν η στένωση γίνεται τριγωνική. Τότε το εύρος τιμών της  $\tau_w$  συρρικνώνεται. Από την άλλη, η μείωση της στένωσης από L σε M, αυξάνει τη διατμητική τάση, όταν όμως η στένωση μειώνεται σε S η τάση πέφτει. Αυτό συμβαίνει γιατί το ίδιο σημείο στην S, βρίσκεται στη δεξιά πλευρά της πλάκας, δηλαδή μετά το σημείο ελάχιστης διατομής, λόγω του σχήματος που έχει η στένωση.



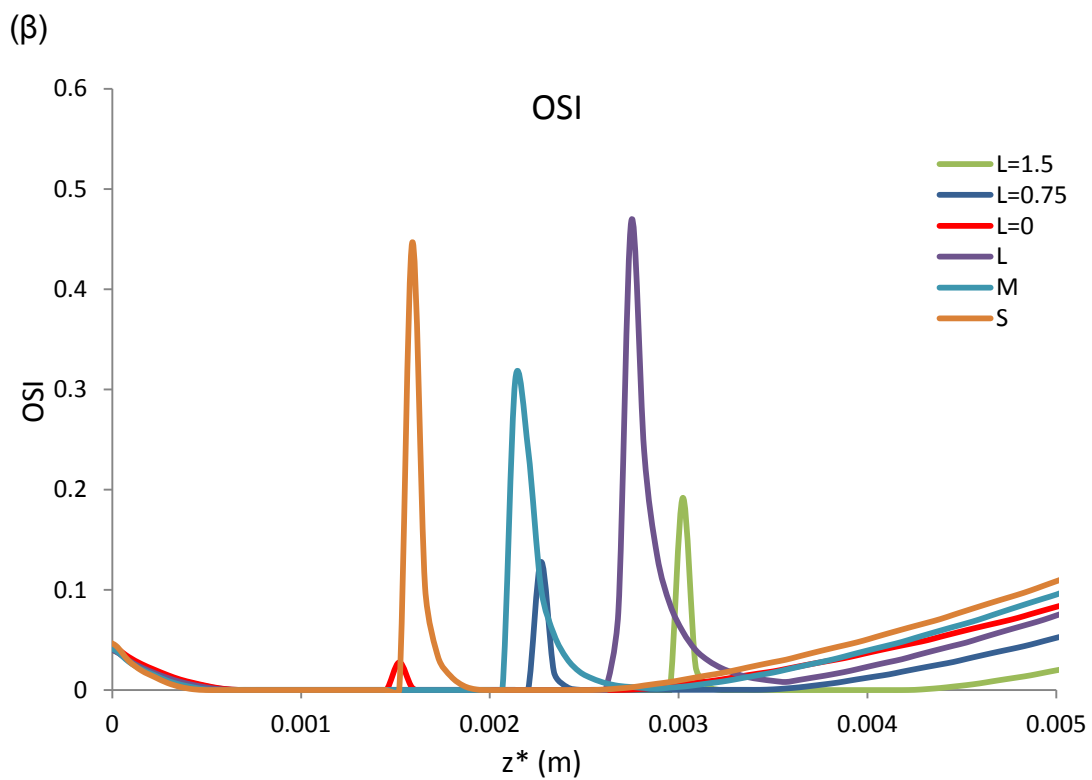
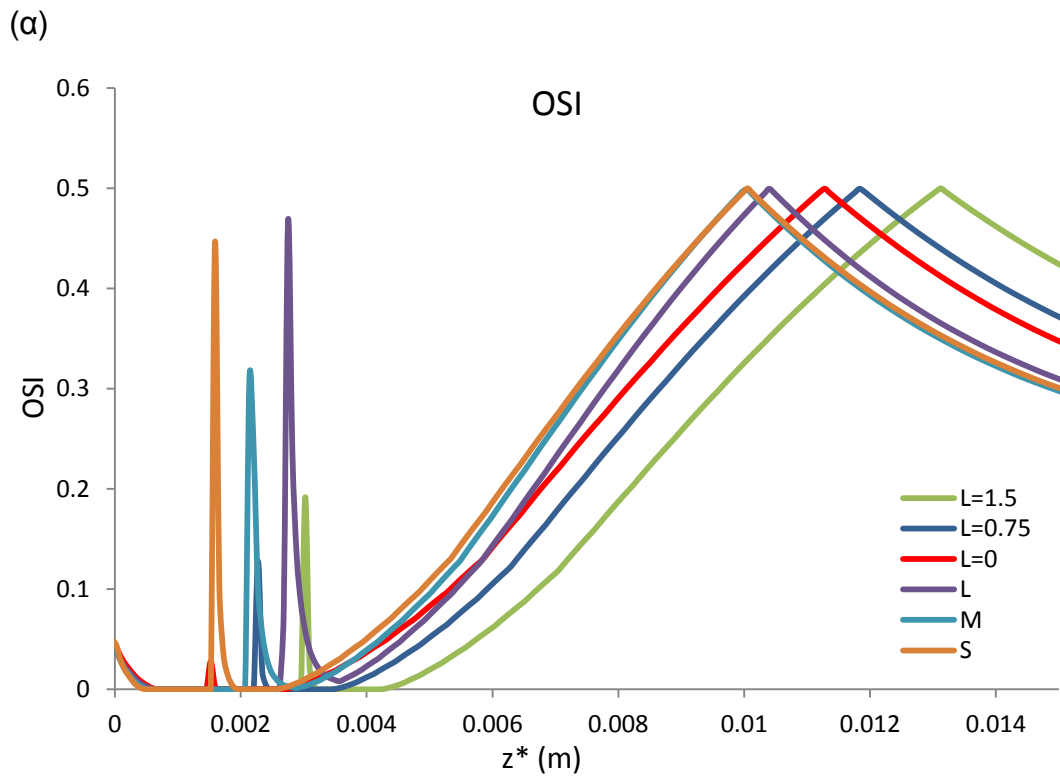
Σχήμα 3.53: Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος στη διάρκεια μιας περιόδου, για τα έξι μήκη στένωσης στις θέσεις της πλάκας (α)  $z^*=0.646/\tan(30)$ , (β)  $z^*=2.146+0.646/\tan(30)$ .

Στο Σχήμα 3.54(α), (β) παρουσιάζεται η μεταβολή του OSI κατά μήκος του αγωγού ή τμήματος αυτού, για τις έξι στενώσεις. Παρατηρείται ότι μειώνοντας το μήκος στένωσης, το σημείο αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής εμφανίζονται νωρίτερα στον αγωγό. Παρατηρείται ότι το σημείο αποκόλλησης της ροής σχεδόν συμπίπτει στη στένωση  $L=1.5$  και  $L$ , ωστόσο το σημείο επανακόλλησης της ροής της  $L=1.5$  είναι περίπου 4 mm μακρύτερα από το σημείο της  $L$ . Δηλαδή μεγαλύτερο τμήμα του αγωγού επιβαρύνεται από την ανακυκλοφορία της ροής στην περίπτωση  $L=1.5$ . Προστενωτικά, ο OSI φτάνει τη τιμή 0.05 περίπου για όλες τις περιπτώσεις, υποδεικνύοντας μικρή αντιστροφή της ροής.

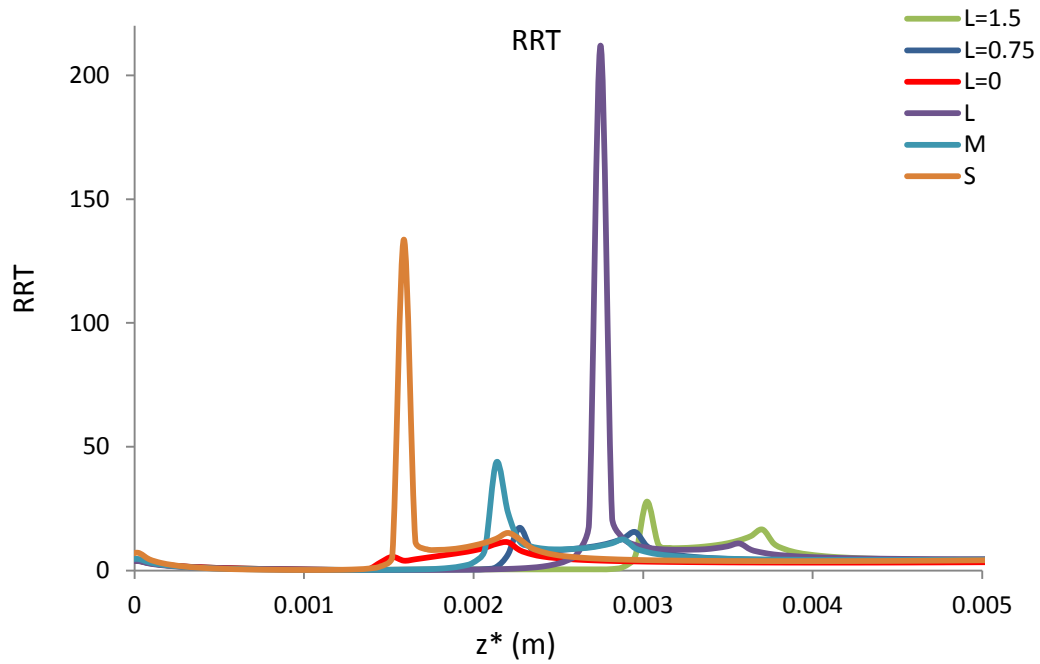
Στο Σχήμα 3.55 παρουσιάζεται η κατανομή του RRT σε τμήμα του αγωγού για τις έξι περιπτώσεις γεωμετρίας. Φαίνεται ότι στην τραπεζοειδή στένωση η ελάττωση του μήκους μειώνει τον σχετικό χρόνο παραμονής στο αρτηριακό τοίχωμα ωστόσο η συμπεριφορά αυτή δεν ακολουθείται και στις καμπανοειδείς στενώσεις οι οποίες είναι περισσότερο πιθανές για αθηρογένεση όπως φαίνεται από τον RRT. Στη δεύτερη κορυφή του OSI του Σχήματος, ο RRT εκτοξεύεται για όλες τις περιπτώσεις.

Στο Σχήμα 3.56 απεικονίζεται η κατανομή της βαθμίδας της διατμητικής τάσης τοιχώματος, WSSG, στο τμήμα της στένωσης για τις έξι γεωμετρίες. Η μείωση του μήκους οποιασδήποτε στένωσης αυξάνει τη WSSG. Μάλιστα στην  $L=0$  η WSSG κοντεύει την κρίσιμη για ανεύρυσμα τιμή των 40 Pa/mm. Γενικά οι μακρύτερες στενώσεις έχουν τις μικρότερες τιμές της WSSG. Στο υπόλοιπο τμήμα του αγωγού, δεν εμφανίζονται σημαντικές τιμές της WSSG.

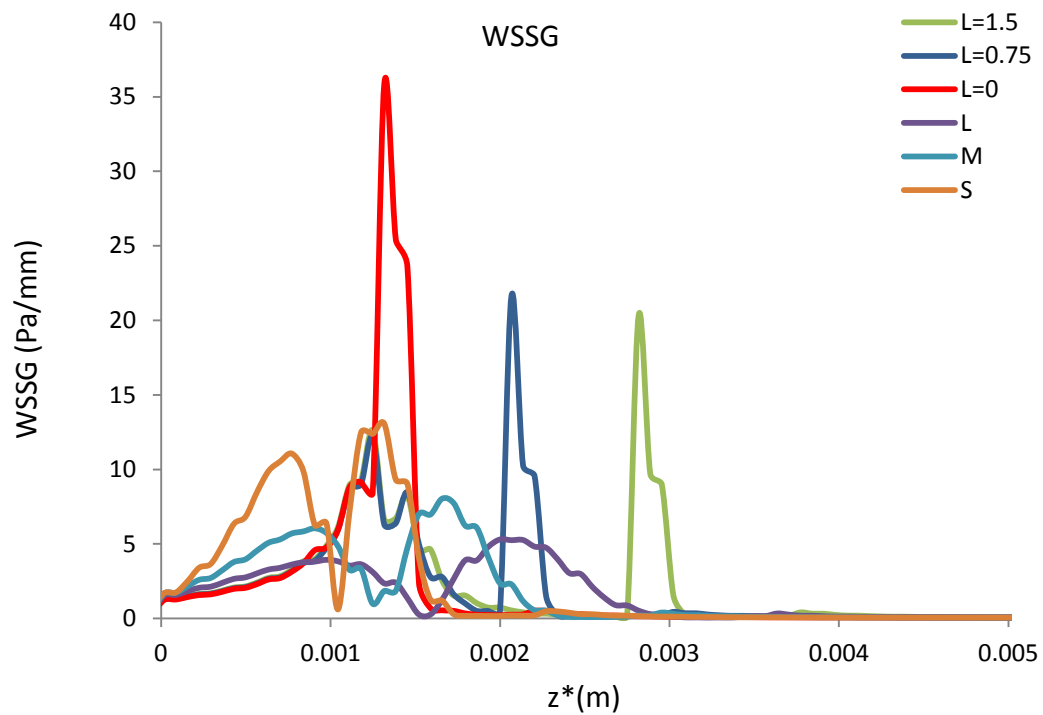
Στο Σχήμα 3.57 παρουσιάζεται το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής κανονικοποιημένο ως προς τη μετατοπισμένη ακτίνα  $R_d$  του αγωγού, σε διάφορες μεταστενωτικές διατομές. Παρατηρείται ότι η βράχυνση της στένωσης προκαλεί μείωση στο ύψος ανακυκλοφορίας καθώς και συντόμευση στη διάρκεια αυτής. Σύμφωνα με τη διάρκεια ανακυκλοφορίας, περισσότερο επιβαρύνεται από τα λιπώδη σωματίδια ο αγωγός στην περίπτωση  $L=1.5$  ενώ λιγότερο στην περίπτωση  $S$ . Προστενωτικά, δημιουργείται μια ζώνη ανακυκλοφορίας που φτάνει το 16% περίπου της  $R_d$  και είναι ίδια και στις έξι γεωμετρίες.



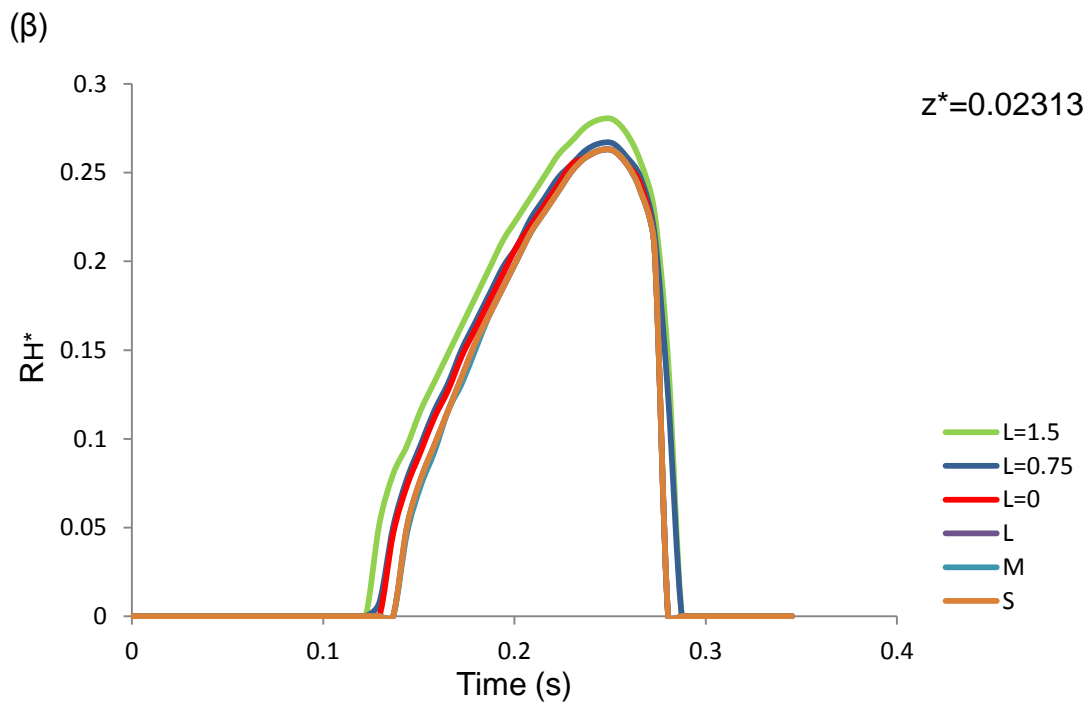
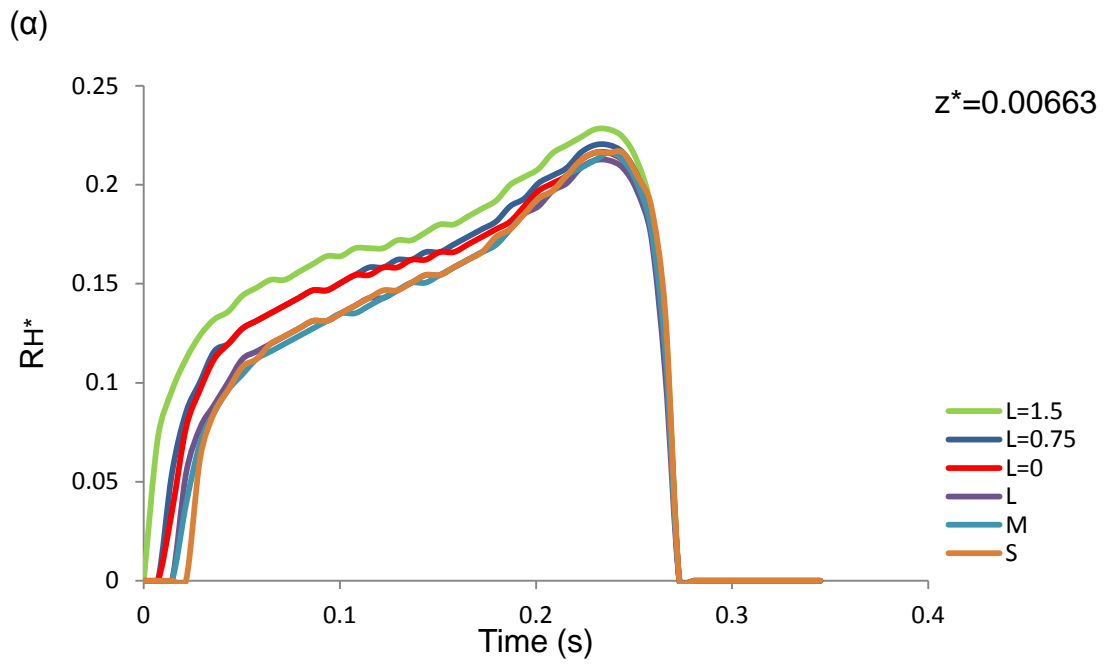
Σχήμα 3.54: Κατανομή του δείκτη διατμητικής ταλάντωσης OSI (α) στον αγωγό, (β) σε τμήμα του αγωγού, για τις έξι γεωμετρίες.



Σχήμα 3.55: Κατανομή του δείκτη σχετικού χρόνου παραμονής – RRT σε περιοχή της στένωσης, για τις έξι γεωμετρίες.



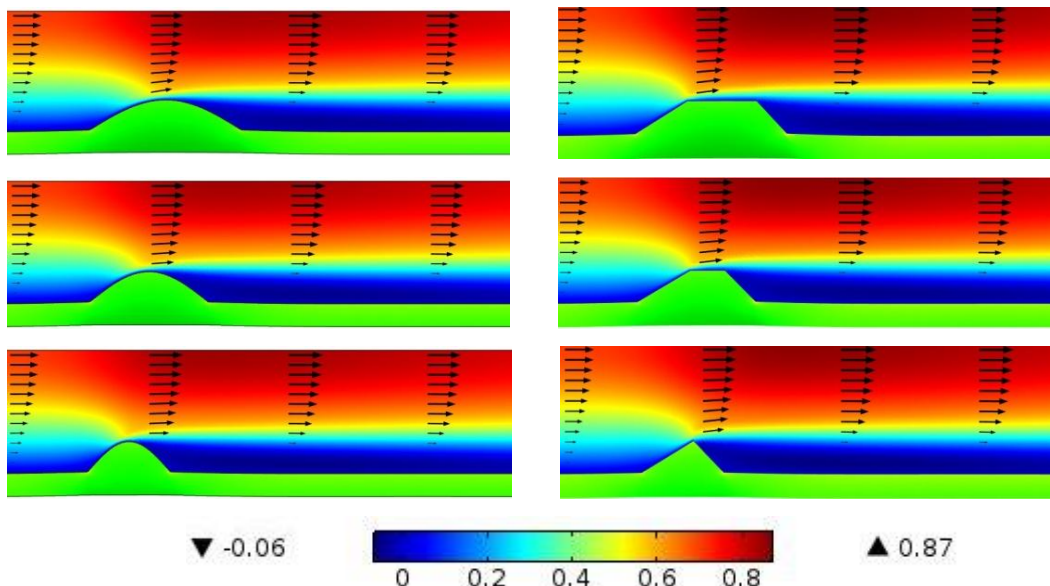
Σχήμα 3.56: Κατανομή της WSSG σε τμήμα του αγωγού για τις έξι γεωμετρίες.



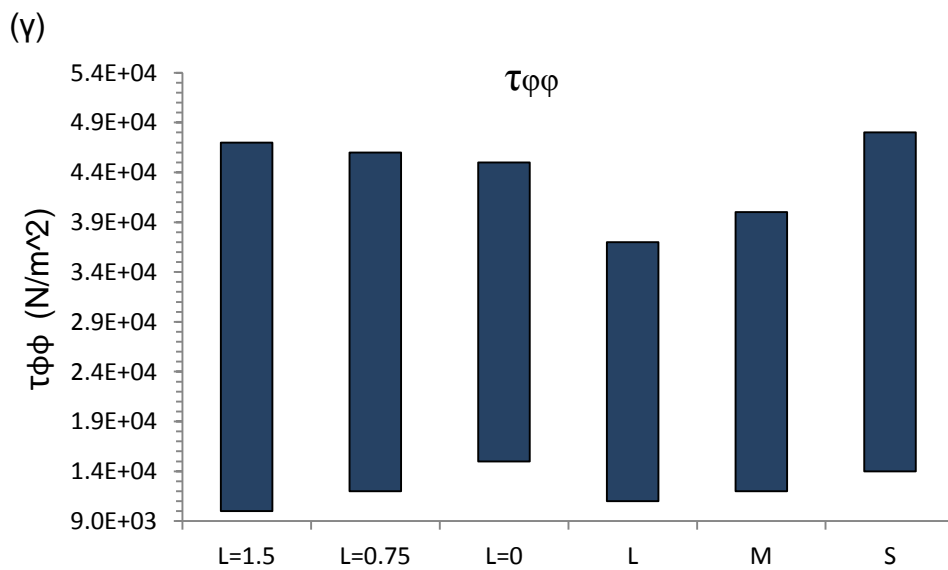
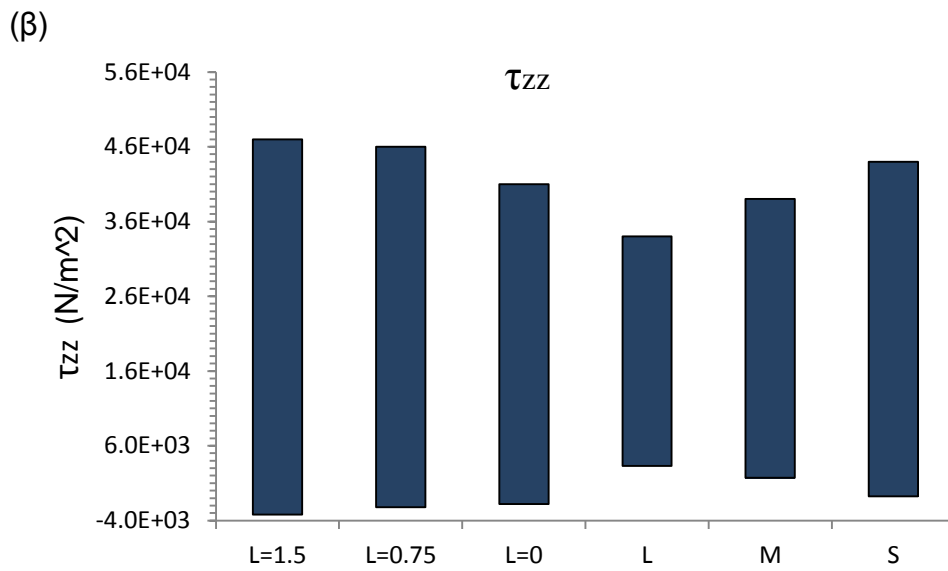
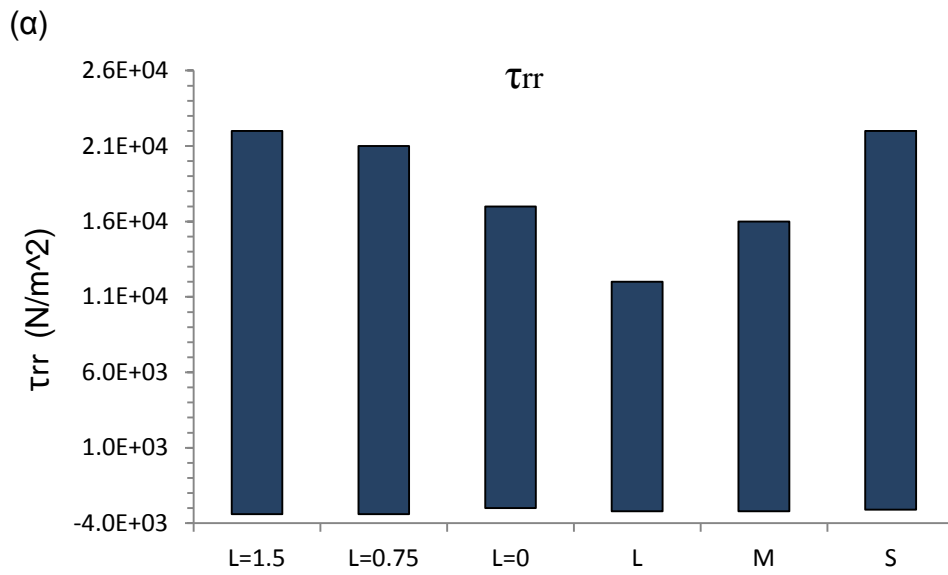
Σχήμα 3.57 : Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους ανακυκλοφορίας,  $R_{H^*}$  στη διάρκεια μιας περιόδου, στις κανονικοποιημένες αποστάσεις (α)  $z^*=0.00663$ , (β)  $z^*=0.02313$  m

Στο Σχήμα 3.58 παρουσιάζεται το πεδίο ταχυτήτων τη χρονική στιγμή T/4 για τις έξι περιπτώσεις γεωμετρίας.

Στο Σχήμα 3.59 (α), (β), (γ) παρουσιάζεται το εύρος τιμών της ακτινικής  $\tau_{rr}$ , αξονικής  $\tau_{zz}$  και της περιφερειακής  $\tau_{\phi\phi}$  τάσης στη περιοχή της στένωσης για τις έξι γεωμετρίες. Η ίδια συμπεριφορά που εμφανίζεται στη διατμητική τάση τοιχώματος, ακολουθείται και εδώ, δηλαδή ελαπτόνοντας το μήκος της τραπεζοειδούς στένωσης, το εύρος τιμών τάσεων συρρικνώνεται ενώ αντίθετα μειώνοντας την καμπανοειδή, οι τιμές διευρύνονται. Επιπλέον, παρατηρείται ότι οι αντίστοιχες ισομήκεις στενώσεις (τραπεζοειδείς, καμπανοειδείς) έχουν διαφορετικές τιμές φορτίσεων, όπως για παράδειγμα η L=1.5 και η L στην ακτινική τους τάση. Σε όλες τις περιπτώσεις, δεν ξεπερνιέται η κρίσιμη τιμή των 300 kPa για την ρήξη της αθηρωματικής πλάκας. Τέλος, οι κατανομές των τάσεων στη στένωση είναι όμοια με αυτές που παρουσιάζονται στο υποκεφάλαιο 3.1.1.



Σχήμα 3.58 : Πεδίο ταχυτήτων τη χρονική στιγμή T/4 για τις έξι περιπτώσεις στένωσης.



Σχήμα 3.59 : Εύρος τιμών (α)ακτινικής (β)αξονικής (γ)περιφερειακής τάσης για τις έξι γεωμετρίες στην περιοχή της στένωσης.



### 3.3 Επίδραση κυματομορφής

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η επίδραση της αλλαγής της κυματομορφής ταχύτητας εισόδου, στο πεδίο ροής.

Η κυματομορφή της ροής του αίματος στις αρτηρίες, διαφέρει από άτομο σε άτομο και ανάλογα με τη θέση στο αρτηριακό σύστημα και τις φυσιολογικές συνθήκες (θερμοκρασία, πίεση κ.α.) που επικρατούν. Όσο το αίμα απομακρύνεται από την καρδιά, η κυματομορφή αλλάζει, μέχρι που στα μικρά αρτηριόλια μακριά από την καρδιά, η ροή είναι σταθερή. Έτσι, είναι εύλογο να εξεταστεί, κατά πόσο η μεταβολή της κυματομορφής, επιδρά στις αιμοδυναμικές παραμέτρους.

Στην παρούσα εργασία, για τον έλεγχο της επίδρασης της κυματομορφής, χρησιμοποιήθηκε μη αρμονική κυματομορφή που δίνεται από τη σχέση (2.12) και φαίνεται στο *Σχήμα 2.4* συγκρινόμενη με την απλή ημιτονοειδή. Όπως φαίνεται, οι δύο κυματομορφές έχουν την ίδια περίοδο  $T$ , άρα και ίδιο αριθμό  $W_0=7.75$  καθώς και τις ίδιες μέγιστες, ελάχιστες τιμές. Η μη αρμονική κυματομορφή (Waveform II) παίρνει τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της 0.01438 sec (περίπου  $T/12$ ) αργότερα απ' ό,τι η απλή ημιτονοειδής (κυματομορφή I). Έτσι η διάρκεια επιτάχυνσης της ροής διαφέρει στις δύο κυματομορφές. Αποτέλεσμα των παραπάνω χαρακτηριστικών, είναι να μην εμφανίζονται σημαντικές διαφορές στο πεδίο ρευστού και στερεού, ιδιαίτερα στις μέγιστες, ελάχιστες τιμές των μεταβλητών του πεδίου ροής, αφού οι δύο κυματομορφές είναι παρόμοιες με ίδιες ακραίες τιμές.

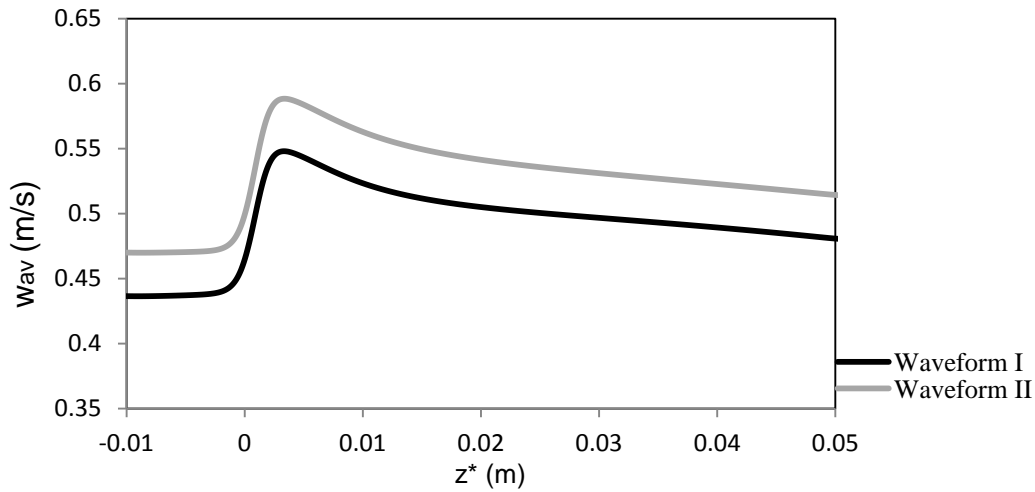
Στον Πίνακα 6, συγκρίνονται οι περιπτώσεις των δύο κυματομορφών, μέσω των τιμών της ταχύτητας  $w$ , της πίεσης  $P$ , της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$  και της ακτινικής και αξονικής μετατόπισης,  $u_{solid}$  και  $w_{solid}$ , αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα ουσιαστικά ταυτίζονται.

Πίνακας 6: Επίδραση της χρησιμοποιούμενης κυματομορφής στο πεδίο ροής και στο στερό.

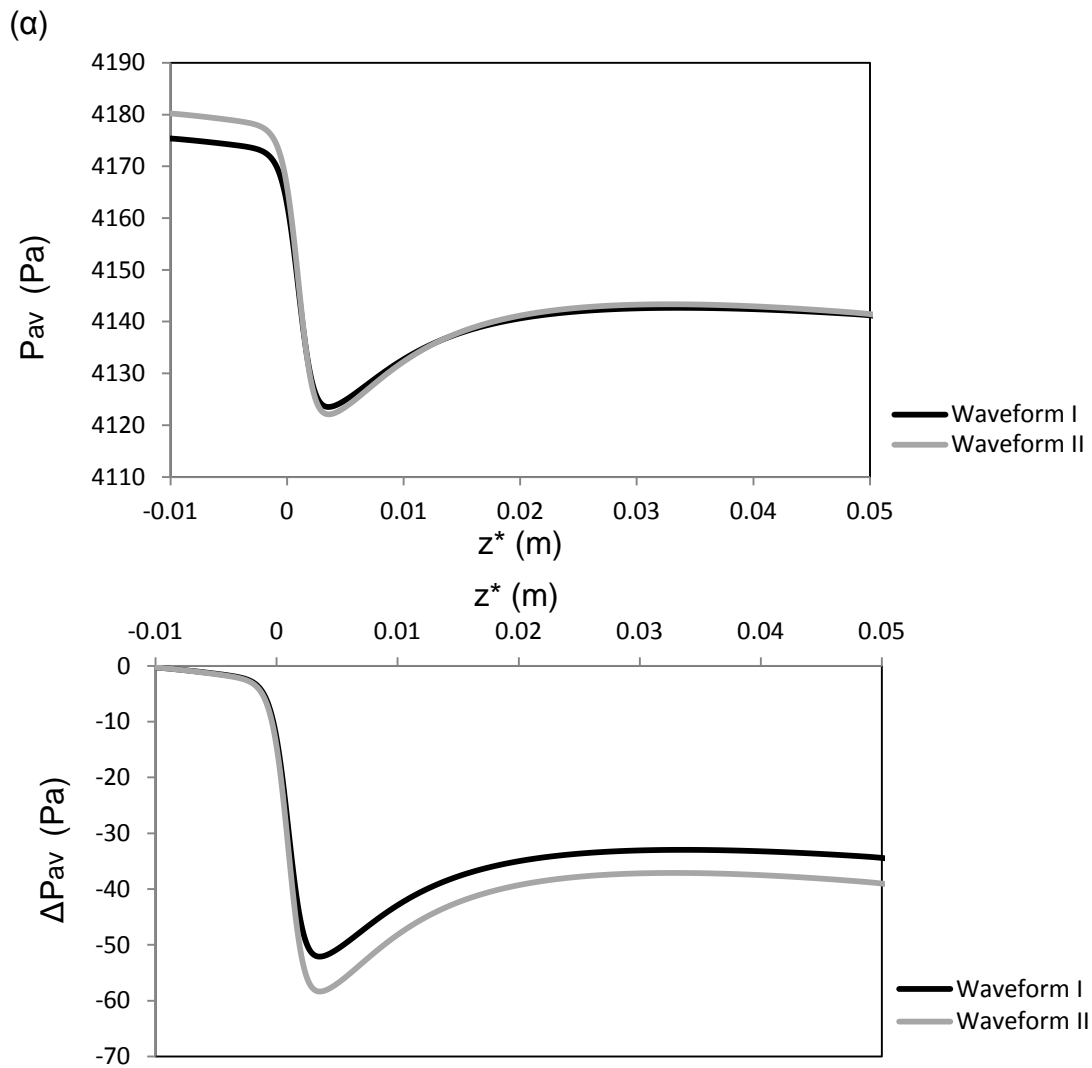
Κυματομορφή	Ταχύτητα (m/s)		Πίεση (Pa)		Διατμητική τάση τοιχώματος (Pa)		Μετατόπιση (mm)	
	W <sub>max</sub>	W <sub>min</sub>	P <sub>max</sub>	P <sub>min</sub>	τ <sub>wmax</sub>	τ <sub>wmin</sub>	u <sub>Solidmax</sub>	w <sub>Solidmax</sub>
Απλή ημιτονοειδής	0.87	-0.05	4330.19	4006.14	8.90	-0.53	0.1	0.02
Μη αρμονική	0.87	-0.06	4328.27	4013.30	8.80	-0.52	0.1	0.02

Στο *Σχήμα 3.59* παρουσιάζεται η μεταβολή της χρονικά μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού. Παρατηρείται ότι, η κυματομορφή II δίνει υψηλότερη χρονικά μέση ταχύτητα  $w$  από την κυματομορφή I, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι εμφανίζεται μεγαλύτερη ταχύτητα  $w$  κάποια χρονική στιγμή στο πεδίο, όπως διαπιστώθηκε από τον Πίνακα 3. Γίνεται αντιληπτό, όπως και ήταν αναμενόμενο από την κυματομορφή II, ότι στο ροϊκό πεδίο επικρατούν υψηλές ταχύτητες για περισσότερο χρόνο, με συνέπεια οι αιμοδυναμικές παράμετροι που εξαρτώνται από την ταχύτητα  $w$ , (για παράδειγμα η διατμητική τάση τοιχώματος), να επηρεάζονται αναλόγως.

Μια αιμοδυναμική παράμετρος που επηρεάζεται από την κυματομορφή της ροής είναι η πίεση. Στο *Σχήμα 3.60* απεικονίζεται η κατανομή της χρονικά μέσης πίεσης και η πτώση της χρονικά μέσης πίεσης στον αγωγό. Παρατηρείται ότι η Κυματομορφή II επιφέρει μεγαλύτερη πτώση πίεσης. Μεταστενωτικά η βαθμίδα πίεσης είναι θετική γεγονός που δικαιολογεί την αποκόλληση της ροής και την ανακυκλοφορία της. Πρέπει να σημειωθεί ότι γενικά, οι αυξημένες απώλειες πίεσης μαζί με την αποκόλληση της ροής, στη στένωση ή μεταστενωτικά, οδηγούν σε μειωμένη αιματική παροχή με έσχατη συνέπεια την ισχαιμία.



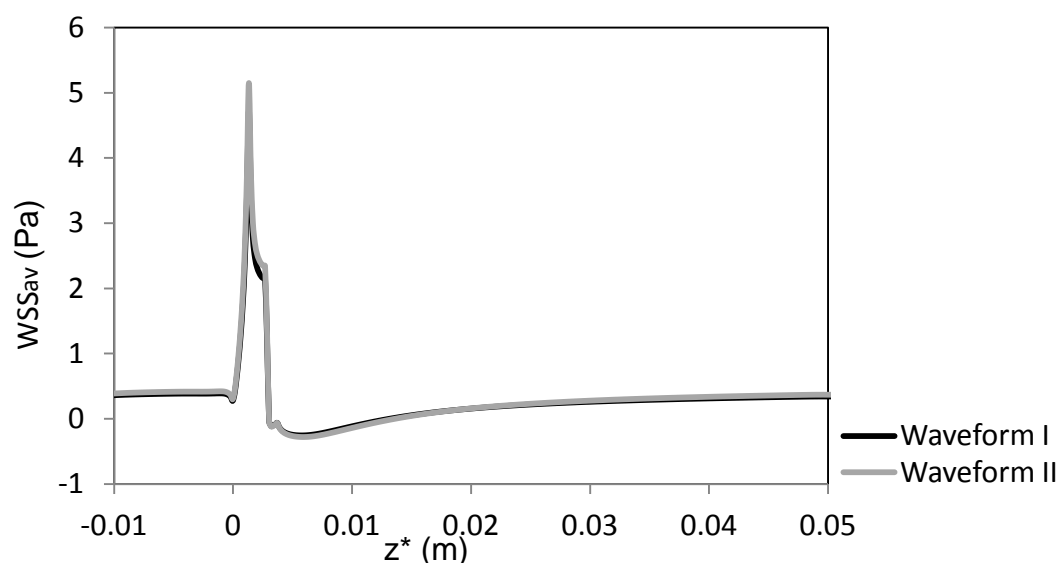
Σχήμα 3.59 : Μεταβολή της χρονικά μέσης ταχύτητας  $w$ , πάνω στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού, για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.



Σχήμα 3.60 : Κατανομή της : (α) χρονικά μέσης πίεσης  $\bar{P}$  ή  $P_{av}$  , (β) της χρονικά μέσης πτώσης πίεσης  $\bar{\Delta P}$  ή  $\Delta P_{av}$  κατά μήκος του αγωγού.

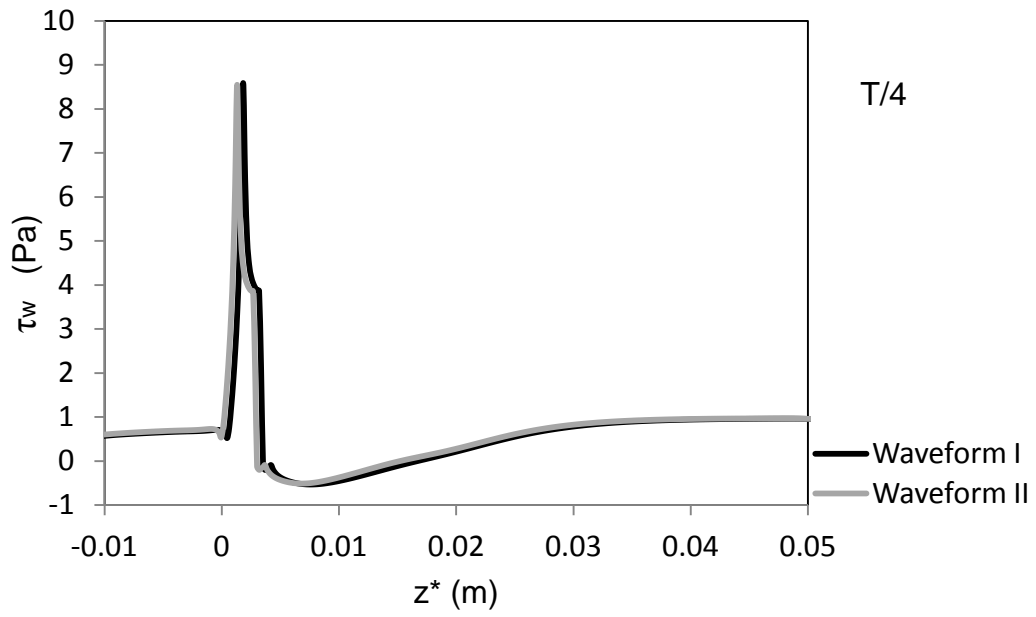
Η χρονική μέση διατμητική τάση τοιχώματος,  $WSS_{av}$ , φαίνεται στο *Σχήμα 3.61*. Όπως είναι ορατό, οι κατανομές της  $WSS_{av}$  είναι παρόμοιες στις δυο περιπτώσεις κυματομορφής, με την περίπτωση κυματομορφής II να δίνει, όπως αναμένεται από τα προαναφερθέντα, μεγαλύτερη τάση (5.14 Pa έναντι 4.72 Pa, διαφορά περίπου 9%). Και σε αυτή την περίπτωση, κατάντη της στένωσης, υπάρχει μια ζώνη ανακυκλοφορίας της ροής, η οποία εκφράζεται μέσω των αρνητικών τιμών της διατμητικής τάσης τοιχώματος. Αυτή η ζώνη αντιστροφής της ροής εκτείνεται σταδιακά ως το τέλος του αγωγού, όπως φάνηκε προηγουμένως και στο *Σχήμα 3.29*, από τη χρονική στιγμή 0·T, όμως εδώ έως την 39T/48, κατά την οποία αποκολλάται από τον δεξή “ώμο” της στένωσης, για να δημιουργηθεί εκεί μια νέα περιοχή ανακυκλοφορίας από τη χρονική στιγμή 41T/48.

Στο *Σχήμα 3.62* παρουσιάζεται η κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , σε διάφορες χρονικές στιγμές, για τις περιπτώσεις κυματομορφής I, II. Κάθε χρονική στιγμή η εκάστοτε κυματομορφή είναι σε διαφορετική φάση του κύκλου της. Για παράδειγμα, τη χρονική στιγμή T/4 οι κατανομές είναι ταυτόσημες, ενώ τη 3T/4 η κυματομορφή II δίνει μικρότερες  $\tau_w$ , διότι όπως παρατηρείται από το *Σχήμα 2.4*, το ρευστό ακόμα επιβραδύνεται εν αντιθέσει της άλλης περίπτωσης, που τότε (3T/4) έχει μηδενική “επιτάχυνση”. Επιπλέον, φαίνεται ότι στιγμιαία η διατμητική τάση τοιχώματος είναι εκτός των φυσιολογικών τιμών όπως δόθηκαν από την (3.1).

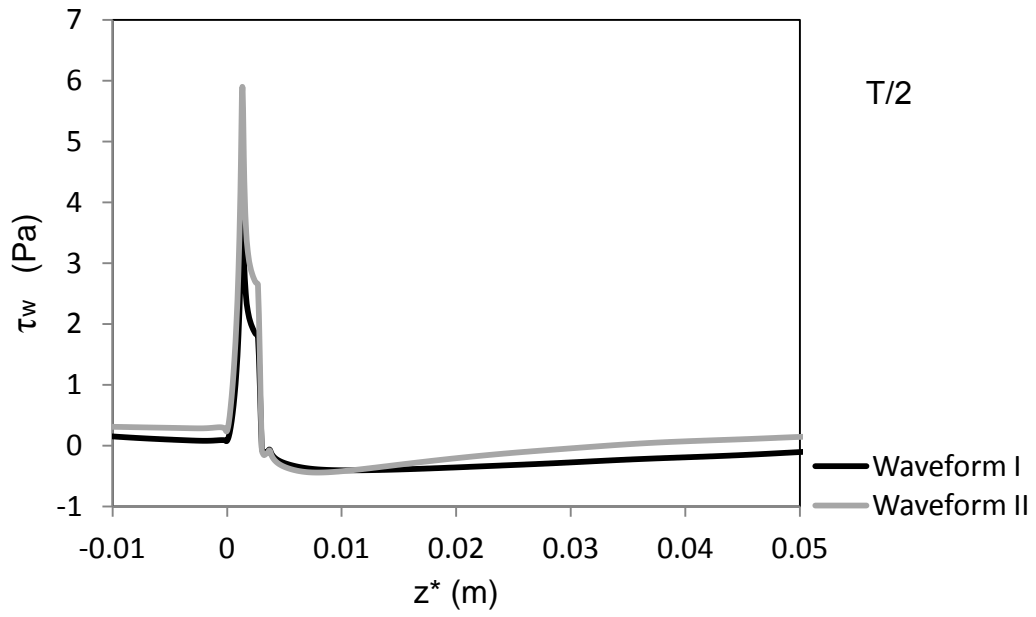


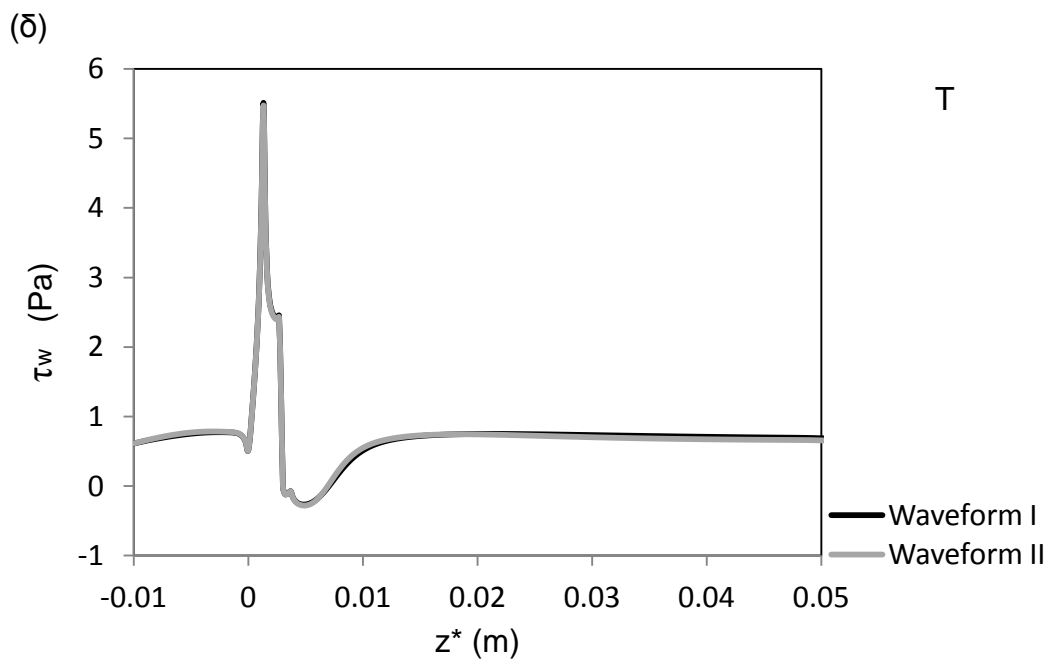
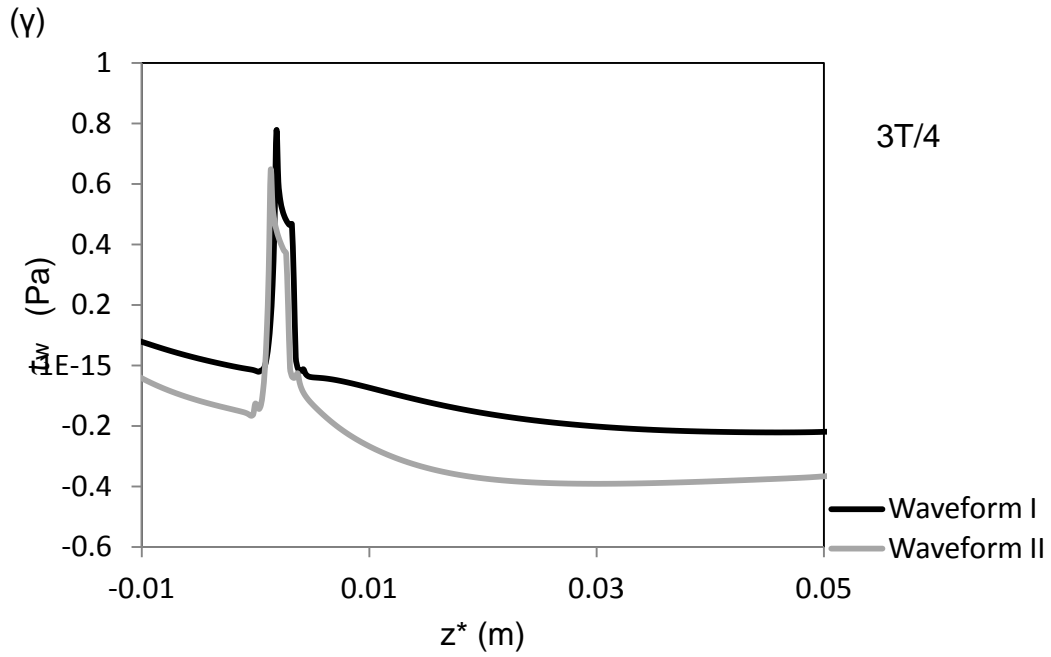
*Σχήμα 3.61* : Κατανομή της χρονικά μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος, κατά μήκος της αξονικής απόστασης  $z^*$ , για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.

(α)



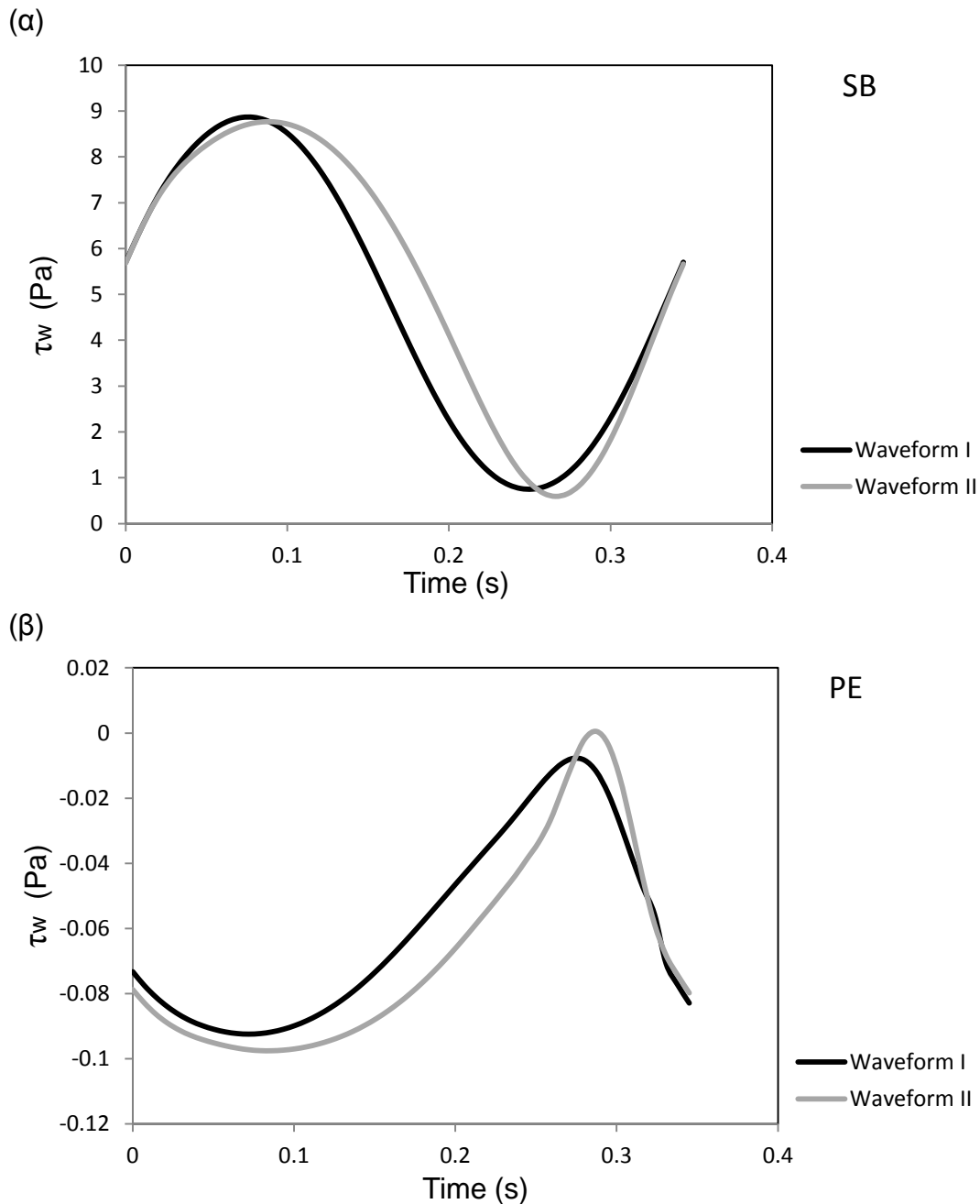
(β)





Σχήμα 3.62 : Κατανομή της διατμητικής τάσης τοιχώματος,  $\tau_w$  κατά μήκος της αξονικής απόστασης  $z^*$ , τις χρονικές στιγμές (α)  $T/4$ , (β)  $T/2$ , (γ)  $3T/4$ , (δ)  $T$ , για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.

Στο Σχήμα 3.63 απεικονίζεται η μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος  $\tau_w$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, στα σημεία SB και PE. Φαίνεται καθαρά στο SB, ότι οι διατμητικές τάσεις τοιχώματος είναι υψηλότερες των 7 Pa για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα στην περίπτωση της Κυματομορφής II έναντι της I. Στο σημείο PE δεν παρατηρούνται αξιόλογες διαφορές.

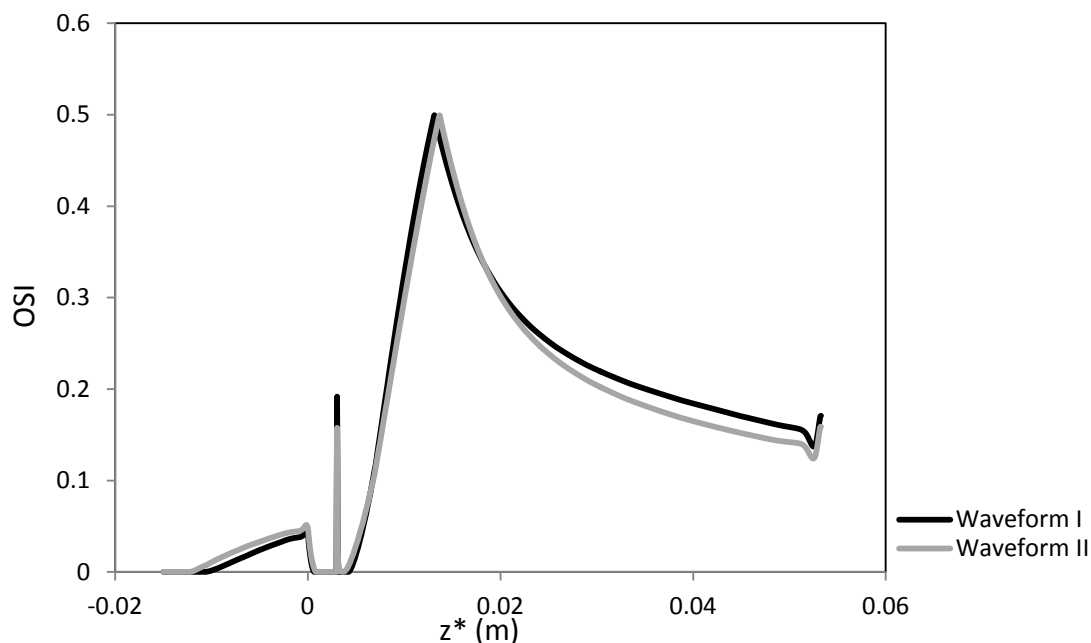


Σχήμα 3.63: Μεταβολή της διατμητικής τάσης τοιχώματος στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II στο (α) SB, (β) PE.

Στο Σχήμα 3.64 παρουσιάζεται η μεταβολή του OSI κατά μήκος του αγωγού για τις δύο περιπτώσεις κυματομορφής. Η κατανομή του OSI είναι σχεδόν ταυτόσημη για τις δύο περιπτώσεις. Προσθενωτικά, η κυματομορφή II φαίνεται να επιφέρει ελαφρώς εντονότερη ταλαντευόμενη ροή άρα και αντίθετη διατμητική τάση τοιχώματος από την κύρια φορά της τάσης. Οι ροές αποκολλούνται και στις δύο περιπτώσεις στο ίδιο σημείο στην στένωση ( περίπου λίγο πριν το PE) και επανακολλούνται μετασθενωτικά στο ίδιο περίπου σημείο (13.1 mm για την πρώτη και 13.6 mm για τη δεύτερη κυματομορφή αντίστοιχα). Επιπλέον, μετά από αυτά τα σημεία, η επίδραση της παλμικότητας στη ροή είναι μικρότερη για την κυματομορφή II, όπως φαίνεται από την εντονότερη πτώση το OSI.

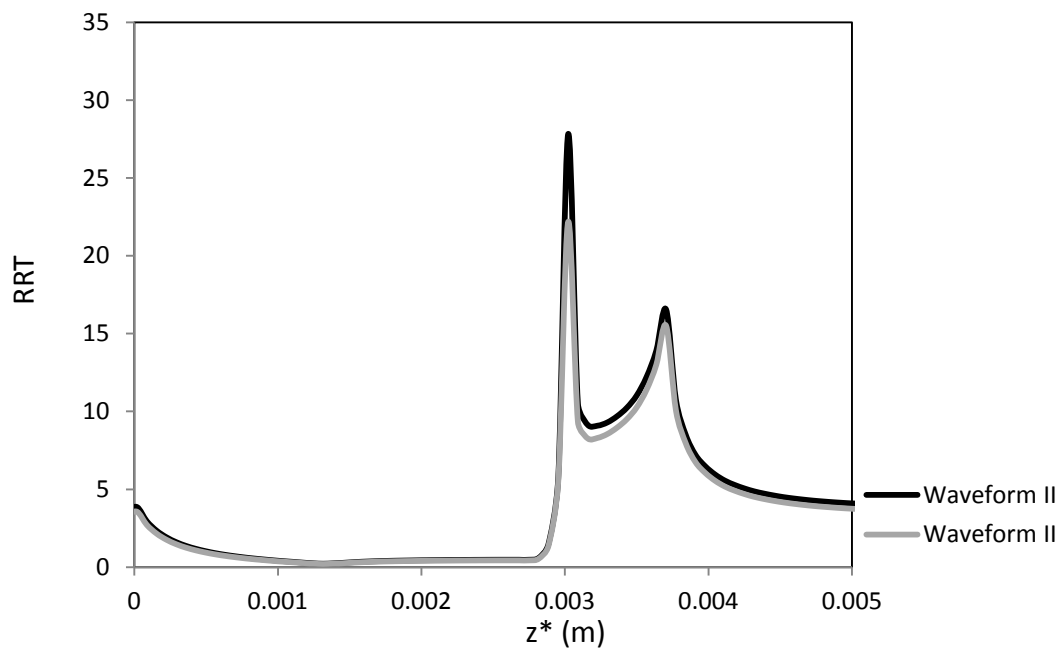
Στο Σχήμα 3.65 παρουσιάζεται η κατανομή του σχετικού χρόνου παραμονής, RRT, σε τμήμα του αγωγού. Λόγω του υψηλότερου OSI ο RRT είναι υψηλότερος για την περίπτωση της δεύτερης κυματομορφής.

Στο Σχήμα 3.66 παρουσιάζεται η κατανομή της WSSG σε τμήμα του αγωγού. Δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές στις περιπτώσεις των δύο κυματομορφών.

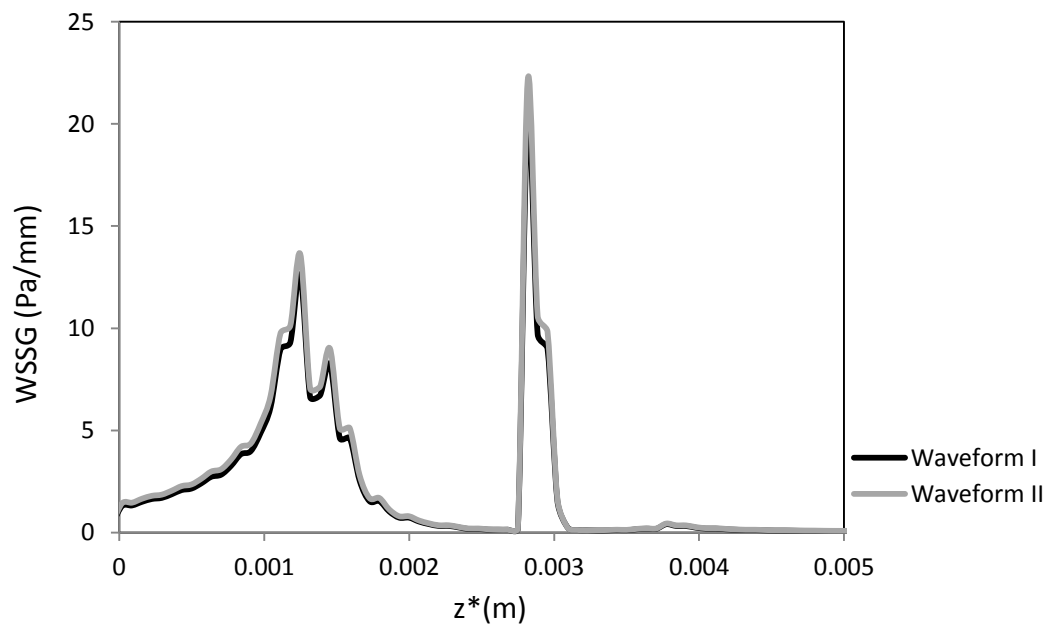


Σχήμα 3.64: Κατανομή του δείκτη διατμητικής ταλάντωσης OSI στον αγωγό για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.



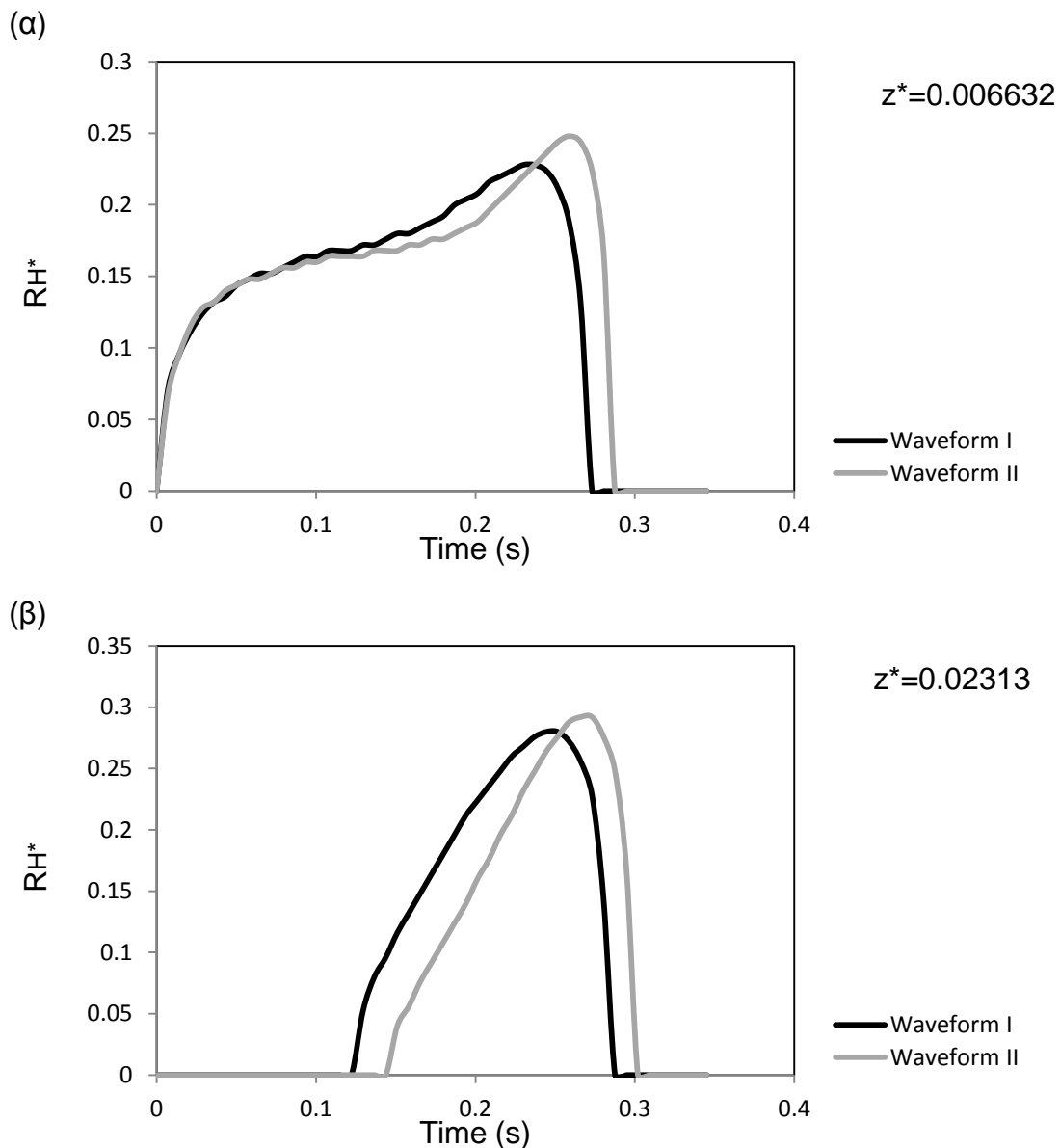


Σχήμα 3.65: Κατανομή του δείκτη RRT σε περιοχή μετά την στένωση για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.



Σχήμα 3.66: Κατανομή της WSSG σε τμήμα του αγωγού για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II.

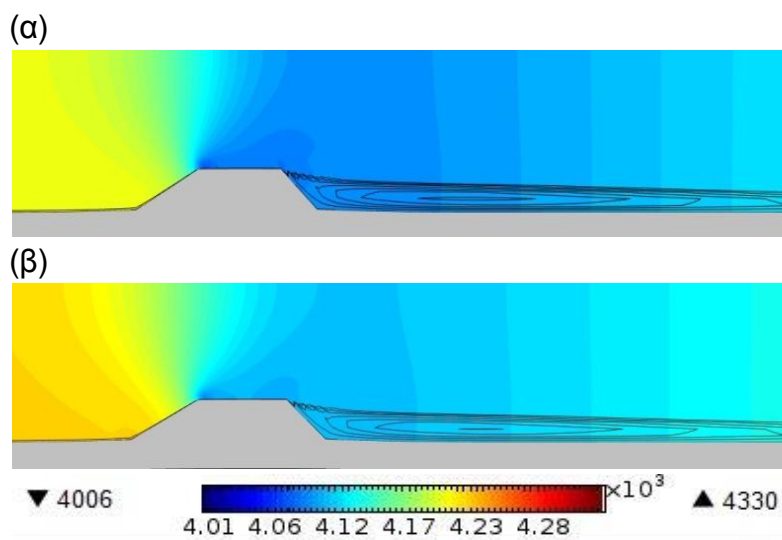
Το ύψος της ζώνης ανακυκλοφορίας, κανονικοποιημένο ως προς την ακτίνα  $R_0$ , σε διάφορες κανονικοποιημένες αξονικές αποστάσεις  $z^*$ , παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.67. Παρατηρείται ότι η ανακυκλοφορία της ροής, στην περίπτωση της κυματομορφής II, έχει μεγαλύτερο ύψος γεγονός που υποδεικνύει την εντονότερη διαταραχή της ροής. Η διάρκεια της ανακυκλοφορίας διαφέρει σε κάθε περίπτωση κυματομορφής, ανάλογα με τη μεταστενωτική απόσταση  $z^*$ . Φαίνεται ότι στη  $z^*=0.006632$  η ανακυκλοφορία της κυματομορφής II διαρκεί περισσότερο, ενώ στη  $z^*=0.02313$  ισχύει το αντίθετο.



Σχήμα 3.67 : Μεταβολή του κανονικοποιημένου ύψους ανακυκλοφορίας  $RH$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, για τις περιπτώσεις Κυματομορφής I, II, στις κανονικοποιημένες αποστάσεις (α)  $z^*=0.006632$ , (β)  $z^*=0.02313$ .

Τέλος, οι κατανομές και οι τιμές των αξονικών, ακτινικών και περιφερειακών τάσεων, καθώς και της μετατόπισης του τοιχώματος, είναι ίδιες για τις δύο περιπτώσεις κυματομορφής, γεγονός που οφείλεται στη μικρή διαφορά πιέσεων ανάμεσα στις δύο περιπτώσεις και για αυτό δεν παρουσιάζονται.

Το πεδίο πιέσεων φαίνεται ενδεικτικά τη χρονική στιγμή  $T/4$  στο Σχήμα 3.68 για τις δύο περιπτώσεις κυματομορφής όπου παρουσιάζεται και η μεταστενωτική ανακυκλοφορία της ροής. Υπάρχει στιγμιαία μικρή διαφορά πιέσεων στις δύο περιπτώσεις λόγω της διαφορετικής “φάσης” στον κύκλο της κάθε κυματομορφής.



Σχήμα 3.68 : Ισοκαμπύλες πίεσης και ανακυκλοφορίας τη χρονική στιγμή  $T/4$  για την (α) Κυματομορφή I, (β) Κυματομορφή II

## Κεφάλαιο 4

### Συμπεράσματα και Προτάσεις

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πεδίο παλλόμενης ροής μέσα από στένωση κυκλικού αγωγού με ελαστικά τοιχώματα, διάταξη η οποία αποτελεί ένα απλοποιημένο μοντέλο της επίδρασης της αθηρωματικής πλάκας στη ροή αίματος σε μια στεφανιαία αρτηρία. Το βασικό υπολογιστικό μοντέλο τραπεζοειδούς στένωσης που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, επικυρώθηκε ως προς την ορθότητα των αποτελεσμάτων του με σύγκριση με τη μελέτη των Lee & Xu (2002) στην οποία το πρόβλημα έχει τις ίδιες παραμέτρους με την παρούσα εργασία. Στη συνέχεια, μεταβλήθηκαν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της στένωσης και οι οριακές συνθήκες του βασικού μοντέλου, για να μελετηθεί η επίδραση διαφόρων παραμέτρων στο πεδίο ροής και σε διάφορους αιμοδυναμικούς δείκτες. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκε η επίδραση: του σχήματος, του μήκους της στένωσης, της ελαστικότητας του τοιχώματος καθώς και της κυματομορφής της εισαγόμενης ροής στο πεδίο ροής. Τα συμπεράσματα που αναπτύσσονται παρακάτω, συνοπτικά αφορούν :

- Τα ροϊκά χαρακτηριστικά του πεδίου (πίεση, ανακυκλοφορία ροής κ.α.)
- Τα χαρακτηριστικά του τοιχώματος και τη στένωσης (τάσεις, μετατόπιση)
- Τους αιμοδυναμικούς δείκτες (διατμητική τάση τοιχώματος, δείκτης διατμητικής ταλάντωσης κ.α.)

Αναλυτικότερα, βρέθηκε καλή σύγκλιση των αποτελεσμάτων της παρούσης εργασίας με της μελέτης των Lee & Xu (2002) στο ροϊκό κομμάτι. Οι αξονικές ταχύτητες, τα προφίλ ταχυτήτων και το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής προβλέφθηκαν όπως και στην πρότυπη μελέτη. Η διατμητική τάση τοιχώματος διαφέρει μόνο στη μέγιστη τιμή από την υπολογιζόμενη της μελέτης των Lee & Xu (2002) (8.9 Pa έναντι 15.37 Pa). Από την άλλη, στο

κομμάτι του στερεού, η ακτινική μετατόπιση του τοιχώματος του αγωγού είναι υποεκτιμημένη κατά 6.3% και οι τάσεις στη στένωση υπερεκτιμημένες.

Η επίδραση της ελαστικότητας του τοιχώματος στο πεδίο ροής είναι σημαντική, μειώνοντας τις ταχύτητες του ρευστού έως και σχεδόν 9%, αυξάνοντας το ύψος ανακυκλοφορίας της ροής και προκαλώντας την ακτινική μετατόπιση τοιχώματος που επιφέρει νέο βαθμό στένωσης (26.4% έναντι του παλιού 25.8%). Επιπλέον, η μέγιστη διατμητική τάση τοιχώματος ελαττώνεται κατά περίπου 15.7%.

Η ανακυκλοφορία της ροής εμφανίζεται ανάντη και κατάντη της στένωσης. Η μεταστενωτική ανακυκλοφορία επεκτείνεται αδιαχώριστη ως το πέρας του αγωγού και αποκολλάται τη στιγμή 38T/48 της περιόδου (για το βασικό μοντέλο-compliant) για να δημιουργηθεί πάλι νέα. Η μορφή της ανακυκλοφορίας μοιάζει με επιμήκη περιοχή στροβιλότητας και διαφέρει από τις δίνες.

Η διατμητική τάση τοιχώματος ξεπερνά το άνω και κάτω φυσιολογικό όριο τάσης σε υγιές αρτηριακό τοίχωμα, στη διάρκεια του περιοδικού κύκλου της προσομοίωσης. Στη στένωση στην ανάντη όψη της πλάκας παρουσιάζεται η μέγιστη διατμητική τάση τοιχώματος (8.9 Pa) που απειλεί για ενδοθηλιακό τραυματισμό ενώ στο τοίχωμα κατάντη της στένωσης εμφανίζεται η χαμηλή διατμητική τάση (-0.53 Pa) που ευνοεί την αθηρογένεση.

Η οριακή συνθήκη ακίνητων άκρων στερεού (fixed constraint), που χρησιμοποιήθηκε στα ακριανά όρια του στερεού τοιχώματος των μοντέλων της εργασίας, προκαλεί αφύσικη διανομή τάσεων. Συγκεκριμένα, κατανέμει τις τάσεις έτσι ώστε οι μέγιστες και ελάχιστες φορτίσεις να είναι στα άκρα του τοιχώματος του αγωγού και περιορίζει προφανώς την ακτινική μετατόπιση αυτού εκεί. Η συμπεριφορά αυτή δεν είναι ρεαλιστική τοιχώματος αρτηρίας.

Οι μέγιστες τάσεις στη στένωση, κατανέμονται στους ώμους της "πλάκας", δηλαδή στην αρχή και στο τέλος της ενώ δεν υπερβαίνουν το κρίσιμο όριο των 300 kPa, για τον δεδομένο βαθμό στένωσης.

Από την άλλη, η επίδραση της οριακής συνθήκης ελεύθερα ακτινικά κινούμενων άκρων στερεού (roller boundary), είναι σημαντική. Συγκρίνοντας με την περίπτωση compliant (που έχει Ο.Σ. fixed constraint), στο πεδίο του ρευστού υποεκτιμούνται οι ταχύτητες έως περίπου 20% άρα και η διατμητική

τάση τοιχώματος ενώ στο στερεό προβλέπεται ρεαλιστικότερη κατανομή τάσεων με την περιφερειακή τάση κοντινότερα στη μελέτη των Lee & Xu (2002) και ορθότερη ακτινική μετατόπιση τοιχώματος. Επιπλέον, η οριακή συνθήκη ελεύθερων άκρων επιφέρει περίεργη αναπαράσταση του ρευστού στα άκρα του τοιχώματος του αγωγού, αυξάνοντας τοπικά υπερβολικά το μέτρο της ταχύτητας. Λόγω αυτής της περίεργης συμπεριφοράς καθώς και λόγω της υποεκτίμησης της διατμητικής τάσης τοιχώματος, δεν χρησιμοποιήθηκε η οριακή συνθήκη ελεύθερων άκρων, ωστόσο συμπεραίνεται ότι η οριακή συνθήκη χρειάζεται διερεύνηση.

Γενικά, στο βασικό μοντέλο (που λέγεται και compliant ή  $L=1.5$ ), παρατηρήθηκε ότι στο πεδίο ροής δεν δημιουργούνται δίνες για τον ήπιο αυτό βαθμό στένωσης. Το κύμα πίεσης που ταξιδεύει στον αγωγό έχει μικρή διακύμανση τιμών και έτσι δεν επηρεάζει τις τάσεις στο τοίχωμα οι οποίες μεταβάλλονται ελαφριά στη διάρκεια του περιοδικού κύκλου.

Το βασικό μοντέλο συγκρίθηκε με μοντέλα καμπανοειδούς στένωσης ίδιου μήκους και ύψους. Η επίδραση του σχήματος της στένωσης στο πεδίο ροής και στο τοίχωμα είναι σημαντική. Εξομάλυνση του σχήματός της στένωσης επιφέρει ελάττωση των ταχυτήτων του πεδίου ροής, της πτώσης πίεσης, της διατμητικής τάσης τοιχώματος στη στένωση κατά 17.4% και της βαθμίδας WSSG κατά 74%. Επίσης προκαλεί μείωση του ύψους ανακυκλοφορίας της ροής και συντόμευση της διάρκειας της ανακυκλοφορίας καθώς και μείωση της ακτινικής μετατόπισης της στένωσης. Από την άλλη, οι καμπανοειδείς στενώσεις φαίνεται να ευνοούν τη συγκέντρωση αθηρογόνων σωματιδίων στην πίσω πλευρά της στένωσης δηλαδή μετά την ελάχιστη διατομή του αγωγού. Αυτό φαίνεται από την αύξηση των δεικτών RRT και OSI. Η επίδραση της μορφής της στένωσης φαίνεται και κατά την μεταβολή του μήκους της πλάκας. Το σχήμα της στένωσης καθορίζει αν θα αυξηθούν ή θα μειωθούν οι τάσεις στο τοίχωμα κατά τη βράχυνση της στένωσης.

Η επίδραση του μήκους της στένωσης στο πεδίο ροής είναι σημαντική. Η βράχυνση της τραπεζοειδούς στένωσης προκαλεί ελάττωση της χρονικής μέσης διατμητικής τάσης τοιχώματος έως 29.1%. Αντίθετα, η μείωση του μήκους της καμπανοειδούς στένωσης επιφέρει αύξηση της μέγιστης  $WSS_{av}$  έως 17.4%. Συγκρίνοντας τη μέγιστη  $WSS_{av}$  στις ισομήκεις στενώσεις  $L=0$

και  $S$ , υπάρχει 36% διαφορά. Η WSSG αυξάνεται με τη βράχυνση των στενώσεων και μάλιστα κοντεύει την κρίσιμη για ανεύρυσμα τιμή των 40 Pa/mm στην περίπτωση της κοντύτερης τραπεζοειδούς στένωσης ( $L=0$ ). Τέλος, υπάρχει ελαφριά μείωση της ταχύτητας, της πίεσης και του ύψους ανακυκλοφορίας της ροής.

Τέλος, η επίδραση της μη αρμονικής κυματομορφής της εισαγόμενης ροής, δεν είναι ρευστομηχανικά σημαντική. Οι δύο κυματομορφές, δηλαδή η ημιτονοειδής και η μη αρμονική (κυματομορφή II), έχουν το ίδιο πλάτος και την ίδια περίοδο. Για το λόγο αυτό, το πεδίο ροής στις δύο περιπτώσεις κυματομορφής, δεν διαφέρει ως προς τις μέγιστες/ελάχιστες τιμές της ταχύτητας και της πίεσης. Παρατηρείται ελαφριά αύξηση του ύψους ανακυκλοφορίας στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η Κυματομορφή II.

## Προτάσεις για μελέτη

Το πρόβλημα της μελέτης της ροής αίματος σε αρτηρία με αθηρωματική πλάκα είναι πολυπαραμετρικό και άρα σύνθετο. Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε υπεραπλουστευμένα το παραπάνω πρόβλημα, με παραδοχές στα μοντέλα προκειμένου να κατανοηθούν τα ρευστομηχανικά φαινόμενα που επικρατούν και να εξαχθούν κάποια βασικά συμπεράσματα. Από τη βελτίωση των μοντέλων της εργασίας για εξαγωγή νέων συμπερασμάτων έως την ρεαλιστική αναπαράσταση της ροής αίματος σε αρτηρία με αθηρωματική πλάκα, υπάρχει πλήθος αλλαγών στις παραμέτρους της μελέτης.

Συνοπτικά, κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα παρουσιάζονται παρακάτω:

- Ανάλυση των μοντέλων σε τρεις διαστάσεις και σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτών της παρούσης εργασίας.
- Ανάλυση του αίματος ως μη Νευτώνειο υγρό (Power law model, Quemada model, Casson model).
- Μοντελοποίηση του αρτηριακού τοιχώματος και της αθηρωματικής πλάκας με δομή-στρώματα διαφορετικών υλικών (anisotropic hyperelastic, viscoelastic material and non-linear) και με διαφορετικό υλικό μεταξύ τους.
- Μοντελοποίηση του αρτηριακού τοιχώματος με εναπομένουσες περιφερειακές τάσεις και αρχική αξονική παραμόρφωση.
- Αλλαγή της κυματομορφής ταχύτητας εισόδου και αλλαγή της περιόδου της – αριθμού Womersley,  $Wo$
- Επιβολή φυσιολογικής κυματομορφής ταχύτητας ή παροχής ή πίεσης στην είσοδο
- Ελευθέρωση της οριακής συνθήκης για σταθερή πίεση εξόδου
- Προσομοίωση της ροής με τυρβώδες μοντέλο ροής (k- $\omega$  ή k- $\epsilon$ )
- Παραμετροποίηση με μικρότερο βήμα το μήκος της στένωσης (αύξηση και μείωση του μήκους).
- Παραμετροποίηση του βαθμού στένωσης.



- Προσομοίωση ρεαλιστικότερης γεωμετρίας για την αρτηρία (καμπυλωτής) και τη στένωση .
- Προσομοίωση αρτηρίας με ασύμμετρη στένωση.

## Βιβλιογραφία

### Ελληνόγλωσση

Αναστασίου Α.Δ., Βάρκα Α.Γ., Παράς Σ.Β, (2013). Μελέτη της ροής του αίματος σε μοντέλο μικρής αρτηρίας με στένωση . *9ο ΠΕΣΧΜ: Η Συμβολή της Χημικής Μηχανικής στην Αειφόρο Ανάπτυξη*

Μπουτόπουλος Ι. Δ., Λαμπρόπουλος Δ. Σ., Μπουραντάς Γ. Χ., Λουκόπουλος Β. Χ., Ευσταθόπουλος Ε. Π., Νικηφορίδης Γ. Χ., (2016). Υπολογισμός αιμοδυναμικών δεικτών με την ανάπτυξη μοντέλου αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού για τον προσδιορισμό πιθανών σημείων δημιουργίας αθηρωματικής πλάκας στις στεφανιαίες αρτηρίες. 10η Επιστημονική Συνάντηση: Πανελλήνιο Συνέδριο για τα Φαινόμενα Μηχανικής Ρευστών, ΡΟΗ 2016

Incardiology.gr , Η δημιουργία της αθηρωματικής πλάκας στη στεφανιαία νόσο και το οξύ έμφραγμα μυοκαρδίου.

[http://www.incardiology.gr/pathiseis\\_stefaniaia/stefaniaia\\_plaka.html](http://www.incardiology.gr/pathiseis_stefaniaia/stefaniaia_plaka.html)

### Ξενόγλωσση

Banerjee Moloy Kumar, Ranjan Ganguly, Amitava Datta, (2012). Effect of Pulsatile FlowWaveform and Womersley Number on the Flow in Stenosed Arterial Geometry. *ISRN Biomathematics Volume 2012.*

Bathe Mark, Kamm D Roger, (1999). A Fluid-Structure Interaction Finite Element Analysis of Pulsatile Blood Flow Through Compliant Stenotic Artery. *Journal of Biomechanical Engineering 121(4):361-9*

Buchanan Jr., C. Kleinstreuer, J.K. Comer, (1999). Rheological effects on pulsatile hemodynamics in a stenosed tube. *Computers & Fluids 29 (2000) 695-724*

Caro C.G., J.M. Fitz-Gerald, R.C. Schroter, (1971). Atheroma and arterial wall shear. observation, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis , Proc. R. Soc. London B 177 109-133

Chan W.Y., Ding Y., Tu J.Y., (2005) . Modeling of non-Newtonian blood flow through a stenosed artery incorporating fluid-structure interaction. Anziam J.47 pp C507-C523

Chatzizisis Y.S., Coskun A.U., Jonas M., Edelman E.R., Feldman C.L., Stone P.H., (2007). Role of endothelial shear stress in the natural history of coronary atherosclerosis and vascular remodeling: molecular cellular, and vascular, behavior. J. Am. Coll. Cardiol. 49 2379–2393.

Campo-Deaño Laura, Mónica S. N. Oliveira, Fernando T. Pinho, (2015). A Review of Computational Hemodynamics in Middle Cerebral Aneurysms and Rheological Models for Blood Flow. *Appl. Mech. Rev* 67(3)

Chiu J.-J., D. L. Wang, S. Chien, R. Skalak, and S. Usami,(1998). Effects of disturbed flow on endothelial cells. Journal of Biomechanical Engineering, vol. 120, no. 1, pp. 2–8.

Dolan Jennifer M., John Kolega, Hui Meng, (2013). High Wall Shear Stress and Spatial Gradients in Vascular Pathology: A Review. *Ann Biomed Eng.* 41(7): 1411–1427

Fytanidis DK, Soulis JV, Giannoglou GD, (2014). Patient-specific arterial system flow oscillation. *HIPPOKRATIA*, 18, 2: 162-165

Hyun S., C. Kleinstreuer, J.P. Archie Jr, (2000). Hemodynamics analyses of arterial expansions with implications to thrombosis and restenosis. *Medical Engineering & Physics* 22 13–27

Jahangiri Mehdi, Mohsen Saghafian, Mahmood Reza Sadeghi, (2015). Numerical Study of Turbulent Pulsatile Blood Flow through Stenosed Artery Using Fluid-Solid Interaction. *Computational and Mathematical Methods in Medicine* Volume 2015

Marosfoi M., G. Paa'l, I. Szikora, (2011). Hemodynamics of Cerebral Aneurysm Initiation: The Role of Wall Shear Stress and Spatial Wall Shear Stress Gradient.

Lee K.W., Xu X.Y., (2002) Modelling of flow and wall behaviour in a mildly stenosed tube. *Medical Engineering & Physics* 24 575–586

Lee T. S., Wei Liao, H. T. Low, (2003). Numerical simulation of turbulent flow through series stenoses. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 42:717–740

Li M.X., Beech-Brandt J.J., John L.R., Hoskins P.R., Easson W.J. (2007) Numerical analysis of pulsatile blood flow and vessel wall mechanics in different degrees of stenoses. *Journal of Biomechanics* 40 3715–3724

Long Q., X.Y. Xu, K.V. Ramnarine, P. Hoskins, (2001). Numerical investigation of physiologically realistic pulsatile flow through arterial stenosis. *Journal of Biomechanics* 34 1229–1242

Moayeri M.S., G.R. Zendehebudi (2003). Effects of elastic property of the wall on flow characteristics through arterial stenoses. *Journal of Biomechanics* 36 525–535

Ojha M, Cobbold RSC, Johnston KW, Hummel RL.(1989) Pulsatile flow through constricted tubes: an experimental investigation using photochromic tracer methods. *J Fluid Mech* 203:173–97.

Shahed Syeda Reham, Mohammad. Ali, Swarna Saha, Most. Nasrin Akhter. (2014) . Numerical study on unsteady flow field of arterial stenosis . *Procedia Engineering* 90, 339 – 345

Sherwin S. J., Blackburn H. M, (2005) . Three-dimensional instabilities and transition of steady and pulsatile axisymmetric stenotic flows. *J. Fluid Mech.* vol. 533, pp. 297–327

Tardy Y., N. Resnick, T. Nagek, M. Gimbrone Jr., C. Dewey Jr., (1997) . Shear stress gradients remodel endothelial monolayers in vitro via a cell proliferation migration-loss cycle. *Arterioscler. Thromb. Vasc. Biol.* 17 3102–310

Tian Fang-Bao, Zhu Luoding, Fok Pak-Wing, Lu Xi-Yun, (2013). Simulation of a pulsatile non-Newtonian flow past a stenosed 2D artery with atherosclerosis. *Computers in Biology and Medicine* 43 1098–1113

Wikipedia, Atherosclerosis, <https://en.wikipedia.org/wiki/Atherosclerosis>

Williams AR, Koo B, Gundert TJ, Fitzgerald PJ, LaDisa JF Jr., (2010). Local hemodynamic changes caused by main branch stent implantation and subsequent virtual side branch balloon angioplasty in a representative coronary bifurcation. *J. Appl. Physiol.* 109 532–540.

Zhi-Yong Li, Simon P.S. Howarth,; Tjun Tang, Jonathan H. Gillard, (2006). How Critical Is Fibrous Cap Thickness to Carotid Plaque Stability? A Flow–Plaque Interaction Model. *Stroke.* 2006;37:1195-1199

## Παράρτημα

### Μελέτη Ιδιοσυχνότητας

Στην ενότητα αυτή, υπολογίζονται οι πρώτες έξι ιδιοσυχνότητες της “βασικής” γεωμετρίας, προκειμένου να εξακριβωθεί η περίπτωση της ταλάντωσης του στερεού σε συντονισμό με το κύμα ροής.

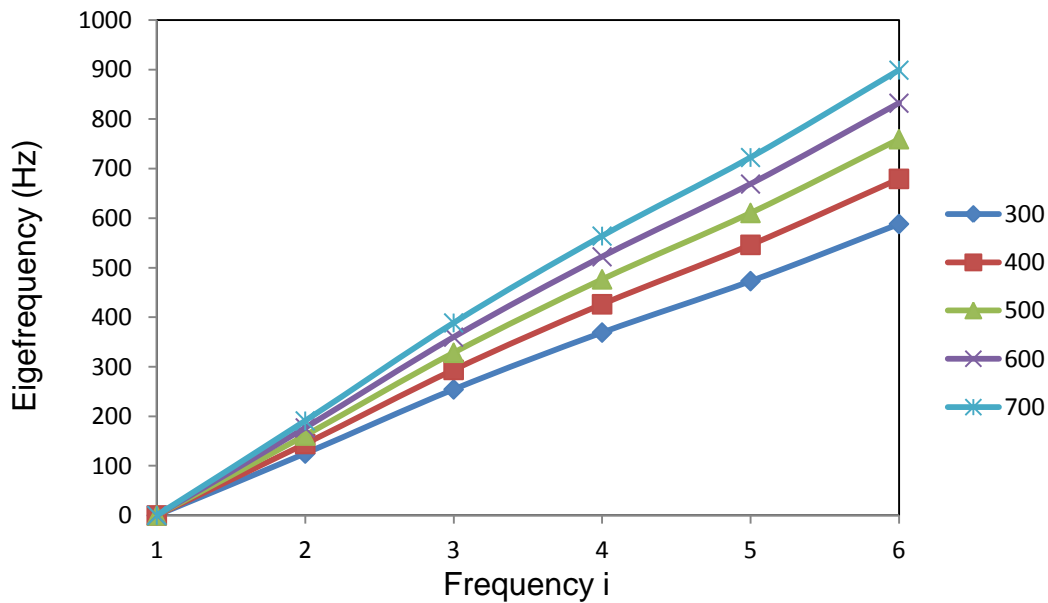
Η παρεμβολή της αθηροματικής πλάκας στο πεδίο της παλμικής ροής του αίματος, διεγείρει ερωτήματα ταλαντώσεων, όπως συντονισμού της συχνότητας της ροής με την ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του ελαστικού τοιχώματος. Στις προηγούμενες αναλύσεις της παρούσας εργασίας, βρέθηκε ότι το πλάτος ακτινικής ταλάντωσης του τοιχώματος είναι 4% της ακτίνας  $R_0$  (0.1 mm) ενώ το αντίστοιχο αξονικής ταλάντωσης είναι μηδαμινό (0.4%) . Όσο πλησιέστερα είναι η διεγείρουσα συχνότητα ταλάντωσης, δηλαδή η συχνότητα του κύματος ,στην ιδιοσυχνότητα του στερεού, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η ταλάντωση αυτού, με σφοδρότερα φαινόμενα ροής και πιθανόν δυσμενείς επιπτώσεις για την αρτηρία και για την πλάκα. Επομένως , έχοντας γνωστή τη συχνότητα του διεγέρτη-ρευστού ( $1/0.345 \text{ s} \approx 2.9 \text{ Hz}$ ) ,αναζητούνται οι κοντινότερες σε αυτή ιδιοσυχνότητες του ταλαντωτή-στερεού, για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας του.

Από τον Πίνακα 4, γίνεται αντιληπτό ότι οι πρώτες έξι ιδιοσυχνότητες της γεωμετρίας, απέχουν πολύ από τη συχνότητα της παλμικής ροής και στις πέντε περιπτώσεις του μέτρου ελαστικότητας που ερευνήθηκαν. Άρα, δεν δύναται να υπάρξει συντονισμός, κάτω από τις μελετηθείσες συνθήκες αλλά και γενικότερα, εφόσον η συχνότητα της παλμικής ροής του αίματος (BPM/60 sec, όπου BPM οι σφυγμοί ανά λεπτό) είναι μακριά από τις  $f_1$  και  $f_2$  όπως φαίνεται. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές φαίνονται στο *Σχήμα 1*.

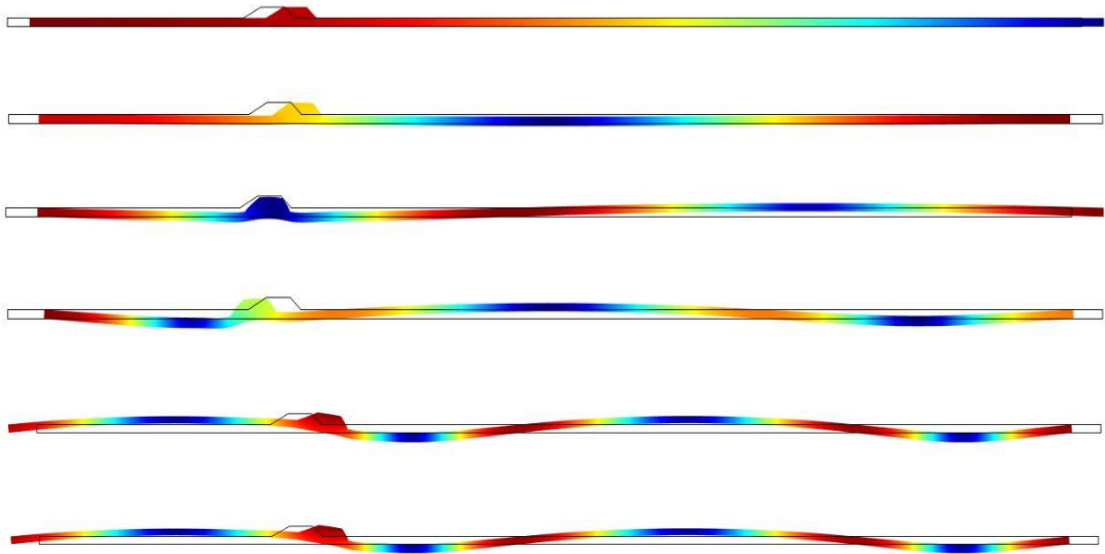
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι ιδιομορφές της γεωμετρίας που αντιστοιχούν στις προηγούμενες ιδιοσυχνότητες, στα *Σχήματα 2, 3* .

Πίνακας 4: Πίνακας Ιδιοσυχνοτήτων  $f_i$  για τις διάφορες τιμές Μέρου Ελαστικότητας Young  $E_i$  τοιχώματος-πλάκας.

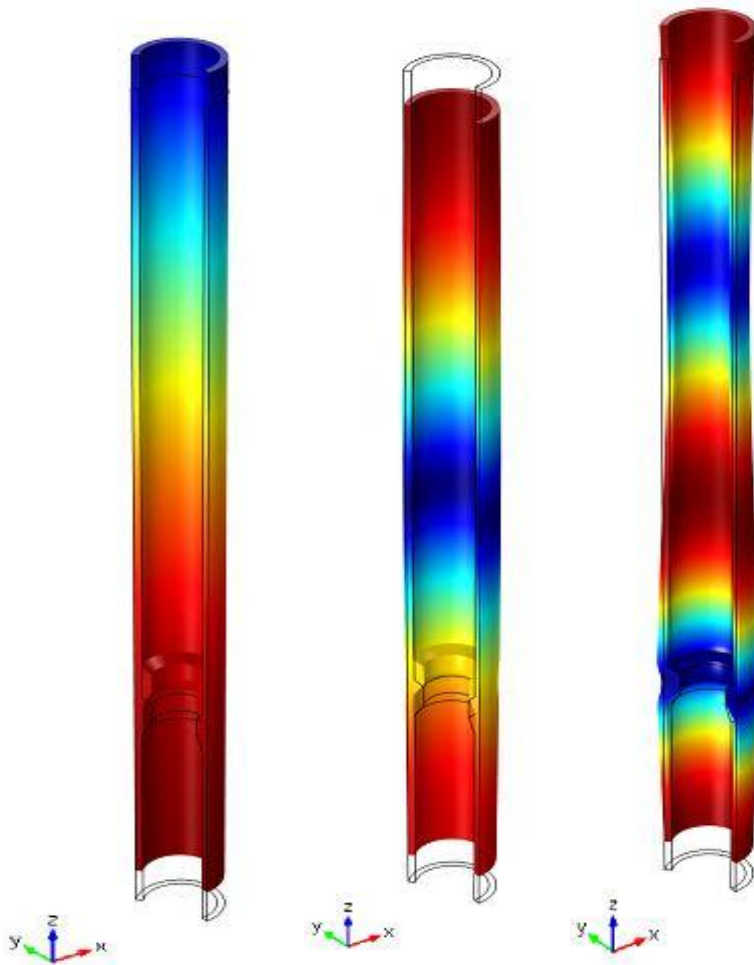
$f_i$ (Hz)\( $E_i$ (kPa)	300	400	500	600	700
f1	0.002065	0.002331	0.002737	0.00292	0.003241
f2	125.0215	144.3624	161.4021	176.8071	190.9735
f3	254.4965	293.8673	328.5537	359.9126	388.7499
f4	369.3038	426.4354	476.7692	522.2742	564.1209
f5	473.1574	546.3551	610.8435	669.1457	722.7598
f6	588.5605	679.6113	759.8287	832.3508	899.0411



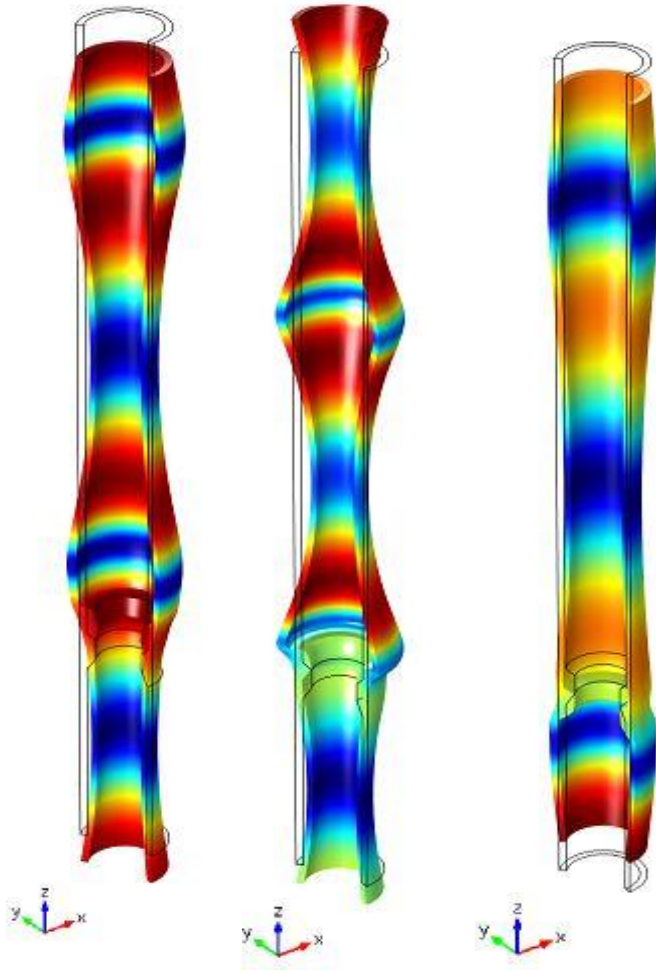
Σχήμα 1 : Διάγραμμα των ιδιοσυχνοτήτων της γεωμετρίας για τις διάφορες τιμές του Μέρου Ελαστικότητας.



Σχήμα 2: Οι έξι πρώτες ιδιομορφές της γεωμετρίας.







Σχήμα 3: Οι πρώτες έξι ιδιομορφές της (3D) γεωμετρίας, σε διατομή του αγωγού.