ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ- ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΚΑΤΕΥΘΥΣΗ: Α΄ Ηλικιακός Κύκλος (5-12 χρονών)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΤΙΤΛΟ:

# «ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ: ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΚΛΗΣΕΩΝ ΠΟΥ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΥΝ ΟΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΙ»

Της

Κουτσοκώστα Μαρίας (Α.Μ.: 700)

**Επιβλέπουσα Καθηγήτρια:** Βαμβακούση Ξανθή (Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Π.Τ.Ν/Π.Ι.)

**Εξεταστές:** Καλδρυμίδου Μαρία (Καθηγήτρια Π.Τ.Ν./Π.Ι.)

Χρήστου Κωνσταντίνος (Αναπληρωτής Καθηγητής Π.Τ.Ν./Π.Δ.Μ.)

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2021

Φύλλο Εξέτασης

1. Επιβλέπουσα: Βαμβακούση Ξανθή

Βαθμίδα: Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Τμήματος Νηπιαγωγών Ιωαννίνων

Βαθμός: ______________________

Υπογραφή: Ημερομηνία:

2. Δεύτερος Βαθμολογητής: Καλδρυμίδου Μαρία

Βαθμίδα: Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Τμήματος Νηπιαγωγών Ιωαννίνων

Βαθμός: ______________________

Υπογραφή: Ημερομηνία:

3. Τρίτος Βαθμολογητής: Χρήστου Κωνσταντίνος

Βαθμίδα: Αναπληρωτής Καθηγητής Πανεπιστημίου Τμήματος Νηπιαγωγών Δυτικής Μακεδονίας

Βαθμός: ______________________

Υπογραφή: Ημερομηνία:

Γενικός Βαθμός: __________________

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας έρευνας ήταν να διερευνήσει τις προκλήσεις που συναντούν οι μελλοντικοί νηπιαγωγοί στην υποστήριξη της ανάπτυξης της αλγεβρικής σκέψης στην προσχολική ηλικία. Πιο συγκεκριμένα, η έρευνα εστίασε στη χρήση των κανονικοτήτων (μοτίβα) η οποία φαίνεται συμβάλλει στην κατεύθυνση αυτή. Δείγμα της έρευνας ήταν 97 φοιτητές – μελλοντικοί νηπιαγωγοί που σπούδαζαν σε Παιδαγωγικό Τμήμα της Ελλάδας για την απόκτηση του αντίστοιχου πτυχίου. Εξετάστηκε καταρχήν κατά πόσο οι συμμετέχοντες αναγνωρίζουν ορθά τους στόχους που αφορούν τα μοτίβα σε σχεδιασμένες δραστηριότητες, καθώς και αν είναι σε θέση να σχεδιάζουν δραστηριότητες που να εξυπηρετούν τους συγκεκριμένους στόχους. Επιπρόσθετα, εξετάστηκαν ορισμένες πτυχές της διδακτικής διαχείρισης των δραστηριοτήτων που αναγνωρίζουν και εντάσσουν στους δικούς τους σχεδιασμούς. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν από τις απαντήσεις σε φύλλα εργασίας που δόθηκαν στο πλαίσιο του εργαστηριακού μέρους του μαθήματος «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ» κατά τη διάρκεια και στο τέλος 4 τρίωρων εργαστηρίων. Από την ανάλυση των δεδομένων, εντοπίστηκαν δυσκολίες που παρέμειναν ορατές ως το τέλος και αφορούν κυρίως την επεξεργασία και την επίτευξη των στόχων για τις κανονικότητες, προβλήματα στη χρήση κατάλληλης ορολογίας αλλά και δυσκολίες στον σχεδιασμό δραστηριοτήτων και τη χρήση του αντίστοιχου υλικού για την επίτευξη των στόχων για τις κανονικότητες.

**Λέξεις κλειδιά:** κανονικότητες - μοτίβα, υποψήφιοι εκπαιδευτικοί προσχολικής εκπαίδευσης, δραστηριότητες με κανονικότητες, στόχοι κανονικοτήτων, ανάπτυξη πρώιμης αλγεβρικής σκέψης.

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια γίνεται σταδιακά κατανοητό ότι οι ποιοτικές μαθηματικές εμπειρίες στα πρώτα σχολικά χρόνια των παιδιών είναι πολύ σημαντικές για τη μετέπειτα μαθησιακή τους πορεία (Τζεκάκη, 2010). Με αυτό το δεδομένο, είναι σημαντικό οι εκπαιδευτικοί να έχουν τη δυνατότητα να υποστηρίξουν αποτελεσματικά τη μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών. Αυτό είναι μια πρόκληση γενικά για την πρωτοσχολική εκπαίδευση και, ειδικότερα, στο Νηπιαγωγείο (Stipek, 2013).

Στον τομέα της πρώιμης Άλγεβρας, οι πρόσφατες έρευνες, παρουσιάζουν την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης ως κάτι το συνεχόμενο το οποίο αρχίζει από την προσχολική ηλικία και υποστηρίζουν πως η διερεύνηση απλών patterns σε "ρεαλιστικά πλαίσια" μπορεί να συμβάλλει προς αυτή την κατεύθυνση (Stacey & McGregor, 2001). Επιπλέον, σύμφωνα με υποστηρικτές της πρώιμης άλγεβρας, οι πρώιμες αλγεβρικές εμπειρίες μπορεί να αποτελέσουν τη βάση για την μετέπειτα ευκολότερη κατανόηση πιο σύνθετων μαθηματικών εννοιών με τις οποίες θα έρθουν σε επαφή κατά την σχολική τους πορεία οι μαθητές.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, η παρούσα ερευνητική εργασία στοχεύει στην μελέτη των προαναφερθέντων θεμάτων και την εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν την κατανόηση και τις γνώσεις των μελλοντικών εκπαιδευτικών Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών πάνω στο θέμα της χρήσης των κανονικοτήτων για την ανάπτυξη της πρώιμης αλγεβρικής σκέψης. Η εργασία αποτελείται από 4 κεφάλαια:

Κεφάλαιο 1: Θεωρητικό Πλαίσιο. Παρουσιάζεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με τις πτυχές του θέματος της παρούσας έρευνας. Η ανασκόπηση αυτή πραγματεύεται τα εξής ζητήματα 1) Σχολική άλγεβρα: Θεμελιώδη χαρακτηριστικά και διεργασίες, 2) Δυσκολίες κατανόησης και λάθη των μαθητών στην Άλγεβρα, 3) Παράγοντες που καθιστούν δύσκολη την κατανόηση της άλγεβρας από τους μαθητές, 4) Πρώιμη άλγεβρα, 5) Η σημασία των μοτίβων και η κατανόηση τους από μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, 6)

Οι κανονικότητες στο Ελληνικό Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών στο Νηπιαγωγείο, 7) Ζητήματα επάρκειας των εκπαιδευτικών.

Κεφάλαιο 2: Μεθοδολογία της έρευνας. Περιγράφεται η μεθοδολογία και το ερευνητικό σχέδιο που ακολουθήθηκε στην παρούσα έρευνα για την διεξαγωγή της. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται ο στόχος και τα ερευνητικά ερωτήματα, η μεθοδολογία, το δείγμα της έρευνας, τα ερευνητικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν και η ερευνητική διαδικασία που ακολουθήθηκε.

Κεφάλαιο 3: Αποτελέσματα. Παρατίθενται τα ευρήματα της έρευνας. Παρουσιάζονται τα φύλλα εργασίας που δόθηκαν και οι απαντήσεις που δόθηκαν από τους συμμετέχοντες εστιάζοντας στην ορθότητα και τα συνηθέστερα λάθη – προκλήσεις που αντιμετώπισαν. Ταυτόχρονα γίνεται σχολιασμός των απαντήσεων και επισήμανση βασικών σημείων τους.

Κεφάλαιο 4: Συμπεράσματα. Παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εν λόγω έρευνα και την ανάλυση των αποτελεσμάτων. Απαντώνται τα ερευνητικά ερωτήματα, παρουσιάζονται γενικά συμπεράσματα και αναφέρονται περιορισμοί της έρευνας καθώς και προτάσεις μελλοντικής έρευνας στο συγκεκριμένο πεδίο.

# 1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

## 1.1 Σχολική άλγεβρα: Θεμελιώδη χαρακτηριστικά και διεργασίες

Κάποια θεμελιώδη στοιχεία της αλγεβρικής λογικής και διαδικασίας, όπως η διαδικασία της γενίκευσης, της τυποποίησης και του αλγεβρικού συμβολισμού είναι ευρέως αποδεκτά από την επιστημονική κοινότητα. Ωστόσο, παρατηρείται μία σημαντική διάσταση απόψεων σχετικά με τον ορισμό της σχολικής άλγεβρας (Κυλάφης, 2009). Σύμφωνα με τον Usiskin (1988), διακρίνονται τέσσερις προσεγγίσεις του ορισμού της άλγεβρας, οι οποίες την περιγράφουν ως γενικευμένη αριθμητική, ως αναζήτηση μεθόδων για την επίλυση ενός προβλήματος, ως μελέτη των σχέσεων που συνδέουν τις ποσότητες, στις οποίες εντάσσονται η μοντελοποίηση και οι συναρτήσεις και ως μελέτη των δομών.

Κατά το ίδιο έτος, το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM ) διακρίνει τέσσερις βασικές συνιστώσες της σχολικής άλγεβρας: συναρτήσεις και σχέσεις, μοντελοποίηση, δομές, γλώσσα και αναπαράσταση (NCTM, 1997).

Από την πλευρά της η Van Amerom (2003) υποστηρίζει πως δεν υπάρχει ένας ορισμός της άλγεβρας που να είναι ευρέως αποδεκτός αλλά σημειώνει πως για πρακτικούς λόγους μπορούν να διακριθούν τέσσερις βασικές λειτουργίες της άλγεβρας:

1. Γενικευμένη αριθμητική
2. Εργαλείο για την εξεύρεση λύσης σε κάποιο πρόβλημα
3. Μελέτη των σχέσεων
4. Μελέτη των δομών

Από την άλλη πλευρά οι Blanton και Kaput (2005) υποστηρίζουν πως η προσέγγιση της άλγεβρας ως μια γλώσσα που περιορίζεται στο συντακτικό χειρισμό των συμβόλων είναι αναντίστοιχη των πολλαπλών εφαρμογών της και υπονομεύει τη σωστή διδασκαλία και εκμάθησή της. Η εν λόγω άποψη δίνει έμφαση στη πολλαπλά πεδία εφαρμογής του αλγεβρικού συλλογισμού και εισάγει την ιδέα της ανάπτυξης του ήδη από την προσχολική ηλικία. Ο ορισμός της σχολικής άλγεβρας αναπτύσσεται γύρω από πέντε βασικά χαρακτηριστικά (Blanton & Kaput, 2005; Κυλάφης, 2009):

1. Γενίκευση και τυποποίηση patterns, κατά κύριο λόγο, αλλά επίσης γενικευμένη αριθμητική και ποσοτικός συλλογισμός
2. Συντακτικά καθοδηγούμενος χειρισμός φορμαλισμών
3. Μελέτη δομών και αφηρημένων συστημάτων που συμπεριλαμβάνουν υπολογισμούς και σχέσεις
4. Μελέτη των συναρτήσεων, σχέσεων και συμμεταβολής
5. Γλώσσα μοντελοποίησης

## 1.2 Δυσκολίες κατανόησης και λάθη των μαθητών στην Άλγεβρα

Με στόχο να μελετηθούν οι συνηθέστερες παρανοήσεις και σφάλματα που παρουσιάζουν οι μαθητές κατά τη μύησή τους στην άλγεβρα, σημαντικό ρόλο παίζει η κατηγοριοποίηση των αλγεβρικών δραστηριοτήτων, τις οποίες καλούνται να φέρουν εις πέρας οι μαθητές. Σύμφωνα με την Kieran (1996), μπορούν να διακριθούν τρία είδη τέτοιων δραστηριοτήτων: δραστηριότητες αναπαράστασης, δραστηριότητες μετασχηματισμού και δραστηριότητες γενίκευσης.

### 1.2.1 Δραστηριότητες αναπαράστασης

Οι δραστηριότητες που εντάσσονται στην κατηγορία αυτή αφορούν τη διατύπωση αλγεβρικών εκφράσεων, για παράδειγμα κάποια ισότητα ή ανισότητα, οι οποίες αποτελούν αναπαραστάσεις καταστάσεων, ιδιοτήτων, μοτίβων και σχέσεων μεταξύ ποσοτήτων. Δείγματα τέτοιων εκφράσεων αποτελούν οι ισότητες που περιλαμβάνουν έναν ή περισσότερους αγνώστους και προκύπτουν από τα στοιχεία κάποιου προβλήματος, οι γενικεύσεις που αναπαριστούν αριθμητικά ή γεωμετρικά μοτίβα και η διατύπωση κανόνων που περιγράφουν αριθμητικές σχέσεις. Στην εν λόγω κατηγορία αλγεβρικών δραστηριοτήτων εντάσσονται επίσης αλγεβρικές εκφράσεις που περιέχουν αγνώστους και μεταβλητές, όπως οι εξισώσεις, οι συναρτήσεις και οι αλγεβρικές παραστάσεις. Η εκτέλεση τέτοιων δραστηριοτήτων προϋποθέτει την ουσιαστική κατανόηση μαθηματικών εννοιών, μεθόδων και σχέσεων καθώς και τρόπους σχηματισμού και αναπαράστασης των εν λόγω σχέσεων με τη χρήση εξισώσεων, παραστάσεων και συναρτήσεων.

Κάποιοι ερευνητές υποστηρίζουν πως προϋπόθεση για την ομαλή μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα συνιστά η ουσιαστική κατανόηση, εκ μέρους των μαθητών, της έννοιας της μεταβλητής (Schoenfeld & Arcavi, 1988). Ωστόσο, έχει παρατηρηθεί πως οι μαθητές συναντούν αυξημένες δυσκολίες σχετικά με την κατανόηση της εν λόγω έννοιας (Leitzel, 1989).

Άλλοι ερευνητές επισημαίνουν πως τα περισσότερα σφάλματα των μαθητών κατά την ενασχόλησή τους με την άλγεβρα άπτονται των εννοιών των παραμέτρων και των μεταβλητών καθώς και του τρόπου αντίληψης και ερμηνείας αυτών (Bloedy-Vinner, 2001). Η χρήση γραμμάτων στην άλγεβρα αποτελεί πηγή μεγάλης σύγχυσης εκ μέρους των μαθητών αφού έχει παρατηρηθεί πως οι μαθητές έχουν την τάση να αποδίδουν στα γράμματα την έννοια του αγνώστου και όχι της μεταβλητής με αποτέλεσμα αυτομάτως να καταβάλλουν προσπάθεια για την εύρεση του χωρίς δεύτερη σκέψη. Ένα ενδεικτικό παράδειγμα της τάσης αυτής είναι πως η πλειοψηφία των μαθητών που θα έρθουν αντιμέτωποι με το πρόβλημα «Για ποιο χ ισχύει η ισότητα 3x-x=2x;» θα δώσει την απάντηση x=1 χωρίς να σκεφτεί καν πως η σχέση αυτή θα μπορούσε να ισχύει για κάθε x. Επιπλέον, η έλλειψη εξοικείωσης με την έννοια της μεταβλητής φαίνεται και από το γεγονός πως οι μαθητές σπανίως τη χρησιμοποιούν για να αναπαραστήσουν κάποιο πρόβλημα που τους τίθεται κατά τα πρώτα χρόνια ενασχόλησής τους με την άλγεβρα. Επομένως, προκύπτει πως κατά τη μετάβαση των μαθητών από την αριθμητική στην άλγεβρα, ένα γράμμα αντιπροσωπεύει για αυτούς κάποιο συγκεκριμένο αριθμό τον οποίο πρέπει να βρουν επιλύοντας κάποια εξίσωση (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).

Μία άλλη συχνή παρανόηση των μαθητών σε σχέση με τη χρήση γραμμάτων ως μεταβλητές είναι το γεγονός πως δυσκολεύονται πολύ να κατανοήσουν πως δύο διαφορετικές μεταβλητές είναι δυνατό να έχουν την ίδια τιμή. Επιπλέον, συχνά δυσκολεύονται να κατανοήσουν πως ένα γράμμα που στην αριθμητική αντιπροσωπεύει κάποια μονάδα μέτρησης, στην άλγεβρα είναι δυνατό να λειτουργεί ως μεταβλητή (Booth, 1988).

Επιπλέον, έχει παρατηρηθεί πως σε κάποιες περιπτώσεις οι μαθητές προχωρούν στη διεκπεραίωση κάποιας αλγεβρικής διαδικασίας αγνοώντας παντελώς την ύπαρξη γραμμάτων σε μία σχέση. Για παράδειγμα, θεωρούν πως αν προσθέσουμε στη σχέση 3+x τον αριθμό 1 θα λάβουμε αποτέλεσμα 4 (Kilpatrick et al., 2001).

Μία από τις συχνότερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με την άλγεβρα είναι η εξαγωγή μιας εξίσωσης που να αναπαριστά ένα πρόβλημα. Από τη δυσκολία αυτή προκύπτουν συχνά σφάλματα ως αποτέλεσμα της τάσης των μαθητών να μεταφράζουν το πρόβλημα κατά γράμμα χωρίς να δίνουν έμφαση στο νόημα κάθε πρότασης (Clement, Lochhead, & Monk, 1981). Για παράδειγμα, από το πρόβλημα «Ένα κουτί περιέχει τριπλάσια κόκκινα μολύβια από πράσινα» η εξίσωση που συνήθως εξάγουν είναι η 3Κ= Π.

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, οι τομείς της αριθμητικής και της άλγεβρας μοιράζονται κοινά σύμβολα, στα οποία όμως αποδίδουν διαφορετική ερμηνεία, γεγονός που αποτελεί αιτία πολλών παρανοήσεων εκ μέρους των μαθητών. Ένα από τα σύμβολα το οποίο προκαλεί συχνά σύγχυση στους μαθητές είναι το σύμβολο «=», το οποίο, όταν χρησιμοποιείται στην αριθμητική πρακτική, προτρέπει σε εύρεση αποτελέσματος ενώ όταν χρησιμοποιείται στην αλγεβρική πρακτική υποδηλώνει σχέση ισοδυναμίας μεταξύ δύο παραστάσεων (Kieran, 1981; Booth, 1988). Δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα των σφαλμάτων που κάνουν οι μαθητές όταν έρχονται αντιμέτωποι με το εν λόγω σύμβολο είναι τα παρακάτω:

- Στην παράσταση 2+7 = _ + 5 συμπληρώνουν το κενό με τον αριθμό 9 αντί για τον αριθμό 4
- Στο πρόβλημα «Η Ελένη έλαβε από τα κάλαντα 20€ και στη συνέχεια αγόρασε ένα παιχνίδι που κόστιζε 25€. Αν μετά την αγορά είχε 12€, πόσα χρήματα είχε αρχικά;» γράφουν 12 + 25 = 37- 20 = 17 (Killpatrick et al., 2001)

Τέλος, έχει διαπιστωθεί πως οι μαθητές αντιμετωπίζουν αυξημένες δυσκολίες σχετικά με τη χρήση των παρενθέσεων αφού συχνά διαπράττουν σφάλματα σχετικά με το πότε είναι απαραίτητες και πότε όχι.

Συμπερασματικά, όσον αφορά τις αλγεβρικές δραστηριότητες αναπαράστασης, οι μαθητές τείνουν να λειτουργούν με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους στην αριθμητική με αποτέλεσμα να παραβλέπουν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των στοιχείων μιας προβληματικής κατάστασης. Με στόχο να αποφευχθούν τα σχετικά σφάλματα προτείνεται (Kieran, 2004):

- Να δίνεται έμφαση στις σχέσεις που προκύπτουν μεταξύ των στοιχείων και όχι μόνο στην υπολογισμό του αποτελέσματος
- Να εστιάζει η διδασκαλία στις ενέργειες που λαμβάνονται καθώς και στην αλληλεπίδραση μεταξύ μιας ενέργειας και της αναίρεσής της
- Να δίνεται έμφαση όχι μόνο στην επίλυση ενός προβλήματος αλλά και στη διαδικασία διαμόρφωσης μιας αναπαράστασης.
- Να αφιερώνεται ισότιμος χρόνος στην εξάσκηση των μαθητών τόσο στη χρήση των αριθμών όσο και στη χρήση των γραμμάτων

Για να επιτευχθούν οι προαναφερθέντες στόχοι προτείνεται η διενέργεια δραστηριοτήτων όπως (Kieran, 2004):

- Ασκήσεις με γράμματα, τα οποία επιτελούν ρόλο αγνώστου, μεταβλητής ή παραμέτρου
- Εργασίες που επιδέχονται ανοιχτού τύπου απαντήσεις για την εξοικείωση των μαθητών
- Εκφράσεις που περιλαμβάνουν ισότητες που σχετίζονται με ιδιότητες και όχι με αριθμητικές απαντήσεις

### 1.2.2 Δραστηριότητες μετασχηματισμού

Οι δραστηριότητες που εντάσσονται στην κατηγορία αυτή των αλγεβρικών δραστηριοτήτων διέπονται από συγκεκριμένους κανόνες και αφορούν χειρισμούς και μορφοποίηση αλγεβρικών πράξεων με στόχο το σχηματισμό ισοδύναμων εκφράσεων. Δείγματα τέτοιων δραστηριοτήτων αποτελούν, μεταξύ άλλων, η παραγοντοποίηση, η επίλυση εξισώσεων, οι πράξεις μεταξύ πολυωνύμων και οι δυνάμεις τους καθώς και η απλοποίηση κλασματικών αλγεβρικών παραστάσεων. Έχει διαπιστωθεί πως οι εν λόγω δραστηριότητες αποτελούν πηγές πολλών σφαλμάτων των μαθητών, γεγονός που συχνά ωθεί τους εκπαιδευτικούς να αφιερώνουν πολύ χρόνο στην εξάσκηση των μαθητών στη διεκπεραίωσή τους (Εμβαλωτή, 2012).

Η εξοικείωση των μαθητών με τους χειρισμούς στον τομέα της αριθμητικής όσον αφορά τις τέσσερις πράξεις και την έννοια της αντιθετότητας μεταξύ πρόσθεσης - αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού - διαίρεσης αποτελεί προϋπόθεση για την ουσιαστική κατανόηση των χειρισμών των αλγεβρικών παραστάσεων. Μάλιστα, η γνώση που αποκτούν οι μαθητές ότι η πράξη ελέγχου της πρόσθεσης είναι η αφαίρεση και το αντίστροφο αποδεικνύεται ιδιαιτέρως χρήσιμη στην επίλυση εξισώσεων. Για παράδειγμα, προκειμένου οι μαθητές του Γυμνασίου να μάθουν να επιλύουν την εξίσωση $\chi + 3 = 9$, βασίζονται στην αριθμητική γνώση τους από την πρωτοβάθμια εκπαίδευση ότι για να βρούμε ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο 3 για να πάρουμε 9, πρέπει να κάνουμε την αφαίρεση 9-3. Επιπλέον, η πλειοψηφία των μαθητών φαίνεται πως έχει κατανοήσει πως αν $4 + 15 = 19$, τότε και $15 = 19 – 4$. Ωστόσο, η εμπειρία έχει δείξει πως οι μαθητές κάνουν πολλά σφάλματα όταν οι πράξεις αυτές δε γίνονται κάθετα αλλά οριζόντια, γεγονός που έχει άμεσο αντίκτυπο και στην επίλυση των εξισώσεων (Kieran, 1981). Για παράδειγμα γράφουν πως:

Η σχέση $x + 10 = 25$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση $x = 10 + 25$

Ή πως η σχέση $x + 10 = 25$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση $x + 10 - 5 = 25 + 5$

Κατά τη μετάβασή τους από την αριθμητική στην άλγεβρα, οι μαθητές δίνουν μεγάλη έμφαση στη μηχανική εκμάθηση των αλγεβρικών μετασχηματισμών καθώς στην αντίληψή τους θεωρούν ταυτόσημους τους μετασχηματισμούς αυτούς με την άλγεβρα (English & Halford, 1995) ενώ και οι εκπαιδευτικοί φέρουν σημαντικό τμήμα ευθύνης για την παρανόηση αυτή. Αποτέλεσμα της παρανόησης αυτής είναι οι μαθητές να αποκτούν μεγάλη ευχέρεια στην διεκπεραίωση τέτοιων χειρισμών χωρίς όμως να κατανοούν το πρακτικό τους νόημα. Για παράδειγμα όταν τους ζητηθεί να ελέγξουν την ισοδυναμία ορισμένων αλγεβρικών σχέσεων, θα προβούν στην εκτέλεση των πράξεων (Chaiklin & Lesgold, 1984).

Άλλη μία έννοια που έχει μεγάλη σημασία κατά τη διεκπεραίωση των μετασχηματισμών των αλγεβρικών σχέσεων είναι αυτή της ισοδυναμίας, με την κατανόηση της οποίας οι μαθητές φαίνεται επίσης να δυσκολεύονται. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζεται έντονα στις παρανοήσεις των μαθητών σχετικά με την επίλυση μιας εξίσωσης. Βασική μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων αποτελεί η εκτέλεση πράξεων και στα δύο μέλη μιας εξίσωσης με στόχο τη δημιουργία ισοδύναμων σχέσεων ενώ οι μαθητές διδάσκονται και κάποιες άλλες άτυπες μεθόδους επίλυσης. Σύμφωνα με τα διαθέσιμα ερευνητικά δεδομένα, η εξοικείωση των μαθητών με αυτές τις εναλλακτικές μεθόδους επίλυσης σχετίζεται με βαθύτερη κατανόηση της βασικής μεθόδου και με μικρότερο αριθμό σφαλμάτων κατά την εφαρμογή της. Ωστόσο, όταν οι μαθητές επιλύουν μια εξίσωση μέσω της εκτέλεσης των αντίθετων πράξεων δεν προχωρούν στην αλγεβρική έκφραση της σχέσης των ποσοτήτων. Συνεπώς, δεν κατανοούν ότι κατά το μετασχηματισμό μιας αλγεβρικής ισότητας είναι απαραίτητο να εκτελέσουν τις ίδιες πράξεις και στα δύο μέλη ώστε να παραχθεί μια ισοδύναμη ισότητα (Εμβαλωτή, 2012).

Οι δυσκολίες και τα σφάλματα των μαθητών που σχετίζονται με το μετασχηματισμό των αλγεβρικών παραστάσεων είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν μέσω της συστηματικής τους εξάσκησης (Linchevski & Vinner, 1990).

### 1.2.3 Δραστηριότητες γενίκευσης

Στην κατηγορία αυτή των αλγεβρικών δραστηριοτήτων εντάσσονται οι δραστηριότητες κατά τις οποίες η αλγεβρική γλώσσα και τα αλγεβρικά εργαλεία χρησιμεύουν για την επίτευξη γενίκευσης, αιτιολόγησης και πρόβλεψης. Δείγματα τέτοιων δραστηριοτήτων αποτελούν η επίλυση προβλημάτων, η μοντελοποίηση, ο έλεγχος της δομής, η μελέτη της μεταβολής, η αξιολόγηση, η αιτιολόγηση και η απόδειξη σχέσεων. Πρόκειται για δραστηριότητες που είναι δυνατό να επιλυθούν και από κάποιον που δε διαθέτει καμία γνώση άλγεβρας αλλά οι οποίες χρησιμοποιούν την άλγεβρα. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας τέτοιας δραστηριότητας αποτελεί η απόδειξη της σχέσης ότι το άθροισμα δύο διαδοχικών άρτιων φυσικών αριθμών είναι άρτιος. Είναι εύκολα αντιληπτό ότι η εν λόγω σχέση είναι δυνατό να αιτιολογηθεί μέσω της επίκλησης ενός ικανού αριθμού αριθμητικών παραδειγμάτων, όπως 2 + 4 = 6, 4 + 6 = 10, 6 + 8 = 14 κλπ. Ωστόσο, η χρήση αλγεβρικών αναπαραστάσεων και εργαλείων μετασχηματισμού είναι σε θέση να προσφέρουν μία γενίκευση και απόδειξη της πρότασης. Πιο συγκεκριμένα, το άθροισμα δύο διαδοχικών άρτιων αριθμών μπορεί να παρασταθεί με την παράσταση (x + 2) + (x + 4), όπου ο χ είναι οποιοσδήποτε φυσικός αριθμός. Μέσω μετασχηματισμών είναι δυνατό να καταλήξουμε στη σχέση 2n, η οποία παραπέμπει σε άρτιο αριθμό.

Σε γενικές γραμμές οι δραστηριότητες γενίκευσης αποτελούν τις πλέον πολύπλοκες αλγεβρικές δραστηριότητες αφού εμπεριέχουν τόσο δραστηριότητες αναπαράστασης όσο και δραστηριότητες μετασχηματισμού με αποτέλεσμα να δημιουργούν μεγάλη σύγχυση στους μαθητές και να σχετίζονται με ποικίλα σφάλματα. Επιπλέον, η κατάκτηση ευχέρειας σχετικά με την εκτέλεση αλγεβρικών χειρισμών δε συνεπάγεται αυτομάτων την κατανόηση της σημασίας της άλγεβρας στην επίλυση ενός προβλήματος (Kilpatrick et al., 2001). Το γεγονός αυτό δεν προκαλεί έκπληξη αν αναλογιστεί κανείς ότι η ανάπτυξη του αλγεβρικού τρόπου σκέψης δεν είναι τόσο απαραίτητη στην καθημερινή πρακτική όσο η ανάπτυξη της αριθμητικής σκέψης με αποτέλεσμα η χρησιμότητα της άλγεβρας να μη γίνεται πλήρως κατανοητή από μεγάλη μερίδα ανθρώπων, ακόμα και αν αυτοί είναι εξοικειωμένοι με τις αλγεβρικές έννοιες και τους αλγεβρικούς χειρισμούς (Stacey, 2008).

## 1.3 Παράγοντες που καθιστούν δύσκολη την κατανόηση της άλγεβρας από τους μαθητές

Η πολυπλοκότητα της φύσης της άλγεβρας καθιστά την κατανόησή της από τους μαθητές μία αρκετά δύσκολη διαδικασία. Όπως διαφαίνεται από την προηγούμενη ενότητα, υπάρχουν πολλοί παράγοντες που συμβάλλουν σε αυτή τη δυσκολία.

Ένας σημαντικός παράγοντας δυσκολίας της κατανόησης της άλγεβρας από τους μαθητές συνιστά η χρήση της αλγεβρικής γλώσσας που στηρίζεται στους συμβολισμούς, τους οποίους οι μαθητές μαθαίνουν να χειρίζονται χωρίς να κατανοούν ουσιαστικά το πραγματικό πρακτικό τους νόημα (Kieran, 1992; Arzarello, Bazzini, & Chiappini, 2001). Για το λόγο αυτό, ακόμα και παιδιά που διαθέτουν ευχέρεια στην εκτέλεση αλγεβρικών υπολογισμών, δεν είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν την άλγεβρα ως μέσο κατανόησης γενικεύσεων και δομικών σχέσεων ή να την εφαρμόσουν για τη διατύπωση της απόδειξης κάποιας μαθηματικής σχέσης (Laborde, 1990). Η μη ουσιαστική κατανόηση του νοήματος των αλγεβρικών εκφράσεων και όρων, σε συνδυασμό με τον ταχύ ρυθμό μετάβασης από τη μία διδακτική ενότητα στην επόμενη, έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση δυσκολιών στους μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με την άλγεβρα (Δραμαλίδης & Σακονίδης, 2006).

Όσον αφορά τη σημασία των αλγεβρικών συμβόλων έχουν διατυπωθεί δύο απόψεις, η πρώτη εκ των οποίων τα χαρακτηρίζει ως απαραίτητο συστατικό στοιχείο της αλγεβρικής σκέψης ενώ η δεύτερη τα αντιμετωπίζει ως παράγωγο της αλγεβρικής σκέψης και επικοινωνιακό εργαλείο. Συνεπώς, προκύπτουν διαφορετικές προσεγγίσεις των εννοιών της αλγεβρικής σκέψης και της γενίκευσης. Από τη μία, η άποψη της Kieran (1989, στο Zazkis & Liljedahl, 2002), διαχωρίζει το συμβολισμό από την αλγεβρική σκέψη και από την άλγεβρα εν γένει, ενώ από την άλλη πλευρά, ο Charbonneau (1996, στο Zazkis & Liljedahl, 2002) θέτει τη χρήση των συμβόλων στο κέντρο της αλγεβρικής πρακτικής αφού επιτρέπει τη συνοπτική παρουσίαση ενός συλλογισμού και την επίλυση ενός προβλήματος. Η πρώτη άποψη είναι συμβατή με εισαγωγή της άλγεβρας από νωρίς στα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών, η οποία θα συζητηθεί παρακάτω.

Ένας δεύτερος σημαντικός παράγοντας σχετίζεται με το γεγονός ότι, παραδοσιακά, η διδασκαλία της άλγεβρας ξεκινάει στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση αφού η βασική προσέγγισή της στα αναλυτικά προγράμματα είναι μέσω της γενίκευσης της Αριθμητικής, με την οποία θεωρείται πως οι μαθητές είναι ήδη εξοικειωμένοι. Η συνήθης διδακτική μέθοδος που ακολουθείται για την εκμάθηση μιας νέας αλγεβρικής έννοιας είναι η συσχέτισή της με τις προϋπάρχουσες αριθμητικές γνώσεις των μαθητών. Στη συνέχεια, επιχειρείται η εξοικείωση των μαθητών με τη νέα έννοια μέσω της συστηματικής εξάσκησης τους στο χειρισμό και το μετασχηματισμό της νέας έννοιας μέσω της εφαρμογής κάποιων κανόνων. Η εν λόγω προσέγγιση της αλγεβρικής διδακτικής βασίζεται στην ιδέα πως εφόσον τόσο η άλγεβρα όσο και η αριθμητική σχετίζονται με τους αριθμούς, αποτελεί εύκολο βήμα για τους μαθητές η μετάβαση από τις αριθμητικές πράξεις στον χειρισμό των βασικών αλγεβρικών πρακτικών. Ωστόσο, η προσέγγιση αυτή παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα. Έχει επισημανθεί ότι υπάρχουν διακριτές διαφορές ανάμεσα στην αλγεβρική και την αριθμητική σκέψη (Radford, 2011) και πολλοί ερευνητές πιστεύουν πως η μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα δεν αποτελεί μία ομαλή διαδικασία αλλά, αντιθέτως, δημιουργεί ένα μεγάλο χάσμα στη σκέψη των μαθητών (Herscovics & Linchevski, 1994). Εξαιτίας του χάσματος αυτού, οι μαθητές έχουν την τάση να μεταφέρουν τους αριθμητικούς κανόνες στις αλγεβρικές διαδικασίες χωρίς να είναι σε θέση να τους προσαρμόσουν κατάλληλα (Bednarz, Radford, Janvier & Lepage, 1992). Επιπλέον, ένα άλλο στοιχείο της άλγεβρας που έχει διαπιστωθεί πως ευθύνεται για την εμφάνιση μεγάλων δυσκολιών στους μαθητές είναι η ευρεία χρήση συμβόλων, τα οποία, αν και είναι οικεία στους μαθητές αφού προέρχονται από τον τομέα της αριθμητικής, ωστόσο στα πλαίσια της άλγεβρας λαμβάνουν διαφορετικό νόημα και χρησιμοποιούνται με διαφορετικό τρόπο.

Ένα πολύ χαρακτηριστικό παράδειγμα διαφορετικής χρήσης ενός αριθμητικού συμβόλου αποτελεί το σύμβολο «=», το οποίο στα πλαίσια της αριθμητικής προτρέπει στην εύρεση ενός αποτελέσματος ενώ στην αλγεβρική πρακτική χρησιμοποιείται για να δηλώσει πως δύο ποσότητες ή παραστάσεις είναι ίσες (Kieran, 1981). Ένα δεύτερο παράδειγμα είναι η ασυμβατότητα που προκύπτει μεταξύ του συμβολισμού της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού (Malara & Iaderosa, 1999).

Ωστόσο, τις μεγαλύτερες δυσκολίες αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τη χρήση των γραμμάτων, τα οποία στην αριθμητική χρησιμεύουν αποκλειστικά για την περιγραφή κάποιας μονάδας μέτρησης ενώ στην άλγεβρα έχουν τριπλή λειτουργία: μεταβλητές, άγνωστοι και παράμετροι (Bloedy-Vinner, 2001). Παρόλο που ο χειρισμός των γραμμάτων αυτών ακολουθεί τους αριθμητικούς κανόνες, ωστόσο οι μεγάλες διαφορές που σχετίζονται με τη λειτουργία τους είναι που ευθύνονται για την πρόκληση σύγχυσης στους μαθητές. Πιο αναλυτικά, ένας άγνωστος αντιπροσωπεύει έναν άγνωστο αριθμό με σταθερή τιμή, μία μεταβλητή αντιπροσωπεύει έναν αριθμό του οποίου η τιμή μεταβάλλεται μέσα στα πλαίσια ενός συγκεκριμένου συνόλου τιμών και η παράμετρος αντιπροσωπεύει έναν αριθμό, ο οποίος μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή. Οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με έναν άγνωστο κατά τη διαδικασία επίλυσης μίας εξίσωσης ή ενός προβλήματος ενώ μεταβλητές συναντούν κατά την ενασχόληση με συναρτήσεις, παραστάσεις και διαδικασίες γενίκευσης (Radford, 1996). Από την άλλη πλευρά, οι μαθητές μυούνται στη χρήση των παραμέτρων στην αλγεβρική ύλη του Λυκείου, όπου διδάσκονται τις παραμετρικές εξισώσεις, η λύση των οποίων απαιτεί τη διερεύνηση όλων των λύσεων για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου (Εμβαλωτή, 2012).

Γίνεται, λοιπόν, φανερό πως, πέρα από τις διαφορές μεταξύ της αριθμητικής και της άλγεβρας που προκαλούν σύγχυση στους μαθητές, η εισαγωγή της άλγεβρας στη δευτεροβάθμια συνοδεύεται και από την εισαγωγή πολλών νέων συμβολισμών με πολλαπλά νοήματα, για τους οποίους οι μαθητές δεν έχουν τον απαραίτητο χρόνο να δομήσουν το κατάλληλο υπόβαθρο που θα τους επιτρέψει να τους ερμηνεύσουν.

Μπορούν να διακριθούν, λοιπόν, δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις όσον αφορά τη διδακτική της άλγεβρας: την παραδοσιακή που δίνει έμφαση στην ανάπτυξη δεξιοτήτων διαχείρισης της αλγεβρικής σημειογραφίας και προτείνει την εισαγωγή της άλγεβρας μετά την αριθμητική και την εναλλακτική, η οποία αφορά τη μελέτη σχέσεων και τη γενίκευση (Kieran, 2007, στο Σακονίδης, 2011). Στη δεύτερη περίπτωση, η διδακτική υποστήριξη της αλγεβρικής σκέψης μπορεί να ξεκινήσει νωρίτερα

## 1.4. Πρώιμη άλγεβρα

Ο όρος «πρώιμη άλγεβρα» χρησιμοποιείται κυρίως για την περιγραφή της διαδικασίας ανάπτυξης αλγεβρικής σκέψης σε μαθητές κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής τους ζωής. Ωστόσο, ο ίδιος όρος είναι δυνατό να αναφέρεται στην πρώτη εισαγωγή αλγεβρικών εννοιών στη μαθηματική διδασκαλία, η οποία λαμβάνει χώρα κατά τη μετάβαση των μαθητών στο Γυμνάσιο. Η πρώτη χρήση του όρου κερδίζει συνεχώς έδαφος ανάμεσα στα μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας εξαιτίας της αύξησης των ερευνητικών δεδομένων που αποδεικνύουν την ικανότητα των παιδιών προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας να μυηθούν στον αλγεβρικό τρόπο σκέψης (Lins & Kaput, 2004). Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, ο όρος «πρώιμη άλγεβρα» θα χρησιμοποιείται με το πρώτο από τα προαναφερθέντα νοήματα.

Υπάρχουν δύο οπτικές όσον αφορά την πρώιμη άλγεβρα: Η πρώτη δίνει έμφαση στην ανάδειξη του αλγεβρικού χαρακτήρα της αριθμητικής, προκειμένου να επιτευχθεί επιτυχής μετάβαση των μαθητών από την αριθμητική στην αλγεβρική σκέψη. Από αυτή την οπτική είναι απαραίτητη η βαθιά κατανόηση των πράξεων και της δομής των Μαθηματικών, όπως οι σχέσεις που συνδέουν διαφορετικές ποσότητες (μικρότερη, μεγαλύτερη, ίση), οι ιδιότητες που διέπουν τις πράξεις (π.χ. αντιμεταθετική) καθώς και αυτές που προκύπτουν μεταξύ τους (π.χ. επιμεριστική) (Σακονίδης, 2011). Η δεύτερη δίνει έμφαση στην ανάπτυξη ικανοτήτων αναγνώρισης και περιγραφής κανονικοτήτων, που αφορούν την αναγνώριση σχέσεων, την έκφρασή τους και τη γενίκευση. Οι δύο αυτές οπτικές μπορούν να λειτουργήσουν συμπληρωματικά. Επιπλέον, έχει υποστηριχθεί και η άποψη ότι ευνοϊκή μπορεί να είναι η από νωρίς εξοικείωση των παιδιών με τους αλγεβρικούς συμβολισμούς (Blanton, Schifter, Inge,, Lofgren, Willis, Davis & Confrey, 2007).

Η εισαγωγή της πρώιμης άλγεβρας στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση θεωρείται ότι έχει θετική επίδραση στην αποτελεσματικότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης με την υπόθεση ότι: α) Ενισχύει την ανάπτυξη των πέντε ικανοτήτων που σχετίζονται με την ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών από τους μαθητές, οι οποίες περιλαμβάνουν την εννοιολογική κατανόηση, τη διαδικαστική ευχέρεια όσον αφορά τους μαθηματικούς χειρισμούς, τη στρατηγική ικανότητα, τον προσαρμοστικό συλλογισμό (adaptive reasoning) καθώς και τον παραγωγικό συλλογισμό (Kilpatrick et al., 2001), β) Βοηθά στην ομαλή μετάβαση των μαθητών στα μαθηματικά ανώτερου επιπέδου που περιλαμβάνει η ύλη του Γυμνασίου (Blanton et al., 2007), γ) Βελτιώνει τις επιδόσεις του μέσου όρου των μαθητών στα μαθηματικά παρέχοντας στους μαθητές περισσότερα εργαλεία κατανόησης των διδασκόμενων εννοιών (Blanton et al., 2007).

Ο Κυλάφης (2009), αναλύοντας τα πιθανά οφέλη της πρώιμης άλγεβρας επισημαίνει ότι η έννοια της εννοιολογικής κατανόησης αφορά την ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών σχέσεων και διαδικασιών. Λειτουργώντας ως γενίκευση της αριθμητικής, η πρώιμη άλγεβρα βοηθάει τους μαθητές να γενικεύσουν τις μαθηματικές ιδιότητες που έχουν διδαχθεί, ενισχύει την αντίληψή τους σχετικά με την επιρροή των μαθηματικών διαδικασιών στους αριθμούς και τους βοηθά να επιτύχουν μία βαθιά κατανόηση της έννοιας της ισότητας, η οποία αποτελεί μία από τις βασικότερες πηγές παρανοήσεων των μαθητών κατά την εισαγωγή τους στον αλγεβρικό λογισμό.

Επιπλέον, η στρατηγική ικανότητα των μαθητών καθώς και η ικανότητα για προσαρμοστικό συλλογισμό αναπτύσσονται μέσω της επίλυσης προβλημάτων, τα οποία αποτελούν βασικό στοιχείο της πρώιμης άλγεβρας. Με λίγα λόγια, η πρώιμη άλγεβρα καλλιεργεί την ικανότητα των μαθητών να αναπτύσσουν το συλλογισμό τους, εκφράζοντας επιχειρήματα και αιτιολογήσεις για την αντιμετώπιση μιας προβληματικής κατάστασης και όχι τη μηχανική εφαρμογή των αριθμητικών και αλγεβρικών χειρισμών.

Μέσω της ενασχόλησης με την πρώιμη άλγεβρα, οι μαθητές εξασκούνται στην εξαγωγή μαθηματικών αποδείξεων, μέσω της καλλιέργειας του επαγωγικού και παραγωγικού συλλογισμού, και συνειδητοποιούν τους περιορισμούς που σχετίζονται με τα εμπειρικά επιχειρήματα. Επιπλέον, εξασκούνται στη χρήση των εργαλείων αναπαράστασης, όπως οι γραφικές παραστάσεις και οι πίνακες τιμών καθώς και στον εντοπισμό και την οργάνωση δεδομένων αποκτώντας σημαντικά εργαλεία για την επίλυση των πιο σύνθετων μαθηματικών προβλημάτων που σχετίζονται με τα μαθηματικά του Γυμνασίου.

Τέλος, η βελτίωση των μαθηματικών επιδόσεων του μέσου όρου των μαθητών συνιστά αποτέλεσμα της ενίσχυσης της ουσιαστικής κατανόησης των μαθηματικών σε αντιπαραβολή με την απόκτηση μηχανικών δεξιοτήτων. Μάλιστα, σύμφωνα με τα διαθέσιμα ερευνητικά δεδομένα, παιδιά που κινούνται στο περιθώριο της παραδοσιακής μαθηματικής εκπαίδευσης, τείνουν να παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον για την πρώιμη άλγεβρα αφού αυτή συνδέεται με δραστηριότητες των οποίων αντιλαμβάνονται το νόημα.

Σημειώνεται, επίσης, ότι όσον αφορά την εξοικείωση με τη χρήση αλγεβρικών συμβόλων, έχει διατυπωθεί η άποψη πως αυτή είναι δυνατό να λειτουργήσει επικουρικά στη διαδικασία κατανόησης των μαθηματικών από τους μαθητές των πρώτων τάξεων του σχολείου (Van Amerom, 2003).

Σήμερα, η πρώιμη άλγεβρα συμπεριλαμβάνεται στους στόχους των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών, τόσο σε ελληνικό όσο και σε διεθνές επίπεδο. Κεντρικό ρόλο στην ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης σε παιδιά που φοιτούν στις πρώτες τάξεις του σχολείου διαδραματίζουν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα (patterns), τα οποία αποτελούν επαναλήψεις όμοιων μονάδων στοιχείων και τα οποία συνιστούν μία κανονικότητα, η οποία είναι εύκολο να κατανοηθεί από τους μαθητές (Τζεκάκη, 2010).

Πλήθος ερευνών που έχουν μελετήσει τις επαναλαμβανόμενες κανονικότητες έχουν αναδείξει τη μεγάλη σημασία της ανάπτυξης, εκ μέρους των μαθητών, της ικανότητας να εντοπίζουν τη μονάδα που επαναλαμβάνεται και να συνδέουν τον κάθε όρο του επαναλαμβανόμενου μοτίβου με τη θέση του, στην προσπάθεια πλήρους κατανόησης των επαναλαμβανόμενων κανονικοτήτων (Economopoulos, 1998; Κυλάφης, 2009; Τζεκάκη, 2010; Rivera & Becker, 2011; Papic, Mulligan, & Mitchelmore., 2011; Βαμβακούση & Καλδυμίδου, 2015). Η ανάπτυξη των εν λόγω ικανοτήτων δίνουν στους μαθητές τη δυνατότητα να κατανοήσουν τα δομικά στοιχεία μιας κανονικότητας και να αναγνωρίσουν τον κανόνα τον οποίο ακολουθεί, θέτοντας τις βάσεις για τη μελλοντική κατανόηση των αλγεβρικών εννοιών (Γκουλγκούτη & Βαμβακούση, 2016). Όπως είναι φυσικό, ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην κατανόηση και αναγνώριση των κανονικοτήτων από τους μαθητές είναι κεντρικός (Clements & Sarama, 2009; Κυλάφης, 2009).

## 1.5 Η σημασία των μοτίβων και η κατανόηση τους από μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης

Σήμερα η ιδέα της θεώρησης των Μαθηματικών ως επιστήμης των προτύπων και της τάξης (Steen, 1988; Schoenfeld, 1992) κερδίζει συνεχώς έδαφος μέσα στην εκπαιδευτική κοινότητα. Απόδειξη του γεγονότος αυτού αποτελεί ο εμπλουτισμός των Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών με ένα κεφάλαιο που αφορά τη μελέτη των μοτίβων (patterns).

Ο όρος «pattern» δεν είναι εύκολο να οριστεί, καθώς δεν αναφέρεται σε μια διακριτή μαθηματική έννοια (Τζεκάκη, Καλδρυμίδου, & Βαμβακούση, 2019). Επίσης, δεν είναι εύκολο να αποδοθεί στα ελληνικά. Πράγματι, έχουν προταθεί οι όροι «πρότυπο», «κανονικότητα» και «μοτίβο», με τον τελευταίο να είναι πιο συνήθης σε εκπαιδευτικό πλαίσιο και αυτός που θα χρησιμοποιούμε στη συνέχεια.

Διάφορες απόπειρες προσδιορισμού του όρου «μοτίβο» υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Για παράδειγμα, ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για να περιγράψει μία προβλεπόμενη κανονικότητα, η οποία συνήθως σχετίζεται με χωρικές, λογικές ή αριθμητικές σχέσεις (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Άλλοι ερευνητές ορίζουν το μοτίβο ως ένα σύνολο χαρακτηριστικών που αφορούν τη γεωμετρία, τη μορφή και το μέτρο και τα οποία δε μεταβάλλονται στα πλαίσια μιας ομάδας αριθμών, σχημάτων, μεγεθών ή άλλων μαθηματικών συνόλων (Τζεκάκη & Κουλέλη, 2007). Όσον αφορά τη Διδακτική των Μαθηματικών, η αναζήτηση μοτίβου αφορά τον εντοπισμό ηχητικών, κινητικών ή οπτικών κανονικοτήτων, οι οποίες είναι δυνατό να επαναλαμβάνονται, να αυξάνουν σε μέγεθος και γενικά να διέπονται από κάποιο κανόνα (Τζεκάκη, 2007). Οι Τζεκάκη και συνεργάτες (2019, σελ. 277) προσδιορίζουν «(…) το pattern ως μια διαδοχή στοιχείων ποικίλης φύσης (αριθμοί, σχήματα, ήχοι, σύμβολα ….) που οργανώνονται με βάση ένα κανόνα. Ο προσδιορισμός αυτός συνεπάγεται την κανονικότητα (regularity) και, άρα, την προβλεψιμότητα (predictability)» .

Σύμφωνα με τον Van de Walle (2005), διακρίνονται δύο είδη μοτίβων: τα επαναλαμβανόμενα και τα αναπτυσσόμενα. Στην πρώτη κατηγορία μοτίβων εντάσσονται τα μοτίβα εκείνα που χαρακτηρίζονται από επανάληψη και στον πυρήνα της δομής τους εντοπίζεται η μικρότερη αλληλουχία στοιχείων που επαναλαμβάνεται (μονάδα επανάληψης). Από την άλλη, στη δεύτερη κατηγορία μοτίβων εντάσσονται τα μοτίβα εκείνα που περιλαμβάνουν μία σειρά διακριτών στοιχείων ή πλαισίων ενώ η σύνδεση δύο διαδοχικών στοιχείων ή πλαισίων διέπεται από έναν κανόνα. Κατά την ενασχόλησή τους με τη μελέτη ενός αναπτυσσόμενου μοτίβου, οι μαθητές καλούνται όχι μόνο να το επεκτείνουν αλλά και να εντοπίσουν εκείνες τις γενικεύσεις ή αλγεβρικές σχέσεις που θα τους δώσουν τη δυνατότητα να προβλέψουν τη μορφή του αναπτυσσόμενου μοτίβου σε κάθε σημείο της πορείας του. Για το λόγο αυτό, η μελέτη των εν λόγω μοτίβων δεν περιορίζεται στον εντοπισμό των διαδοχικών όρων ενός μοτίβου αλλά επεκτείνεται και στην κατανόηση της συναρτησιακής σχέσης που συνδέει τους όρους αυτούς με τη θέση που αυτοί κατέχουν (Δεσλή & Γαϊτανέρη, 2017). Έτσι, έχει διατυπωθεί η άποψη πως τα αναπτυσσόμενα μοτίβα είναι δυνατό να αποτελέσουν ένα πολύ σημαντικό εργαλείο στη διδασκαλία των συναρτήσεων στους μαθητές (Van de Walle, 2007).

Όμως, και άλλοι ερευνητές έχουν τονίσει τη σημασία της διδασκαλίας της έννοιας του μοτίβου, είτε επαναλαμβανόμενου είτε αναπτυσσόμενου, στην ανάπτυξη τόσο γενικά της μαθηματικής σκέψης (Mulligan & Mitchelmore, 2009) όσο και του αλγεβρικού συλλογισμού (Warren, 2005). Έτσι, δεν προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι τόσο η έννοια του μοτίβου όσο και οι επεκτάσεις του περιλαμβάνονται στη βασική μαθηματική εκπαίδευση ήδη από την πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Η στροφή αυτή της ερευνητικής κοινότητας προς τα πρώιμα μαθηματικά και την ενασχόληση με τα μοτίβα ήδη από τις μικρές ηλικίες, φαίνεται να είναι μία πρόσφατη τάση, ωστόσο το ερευνητικό ενδιαφέρον στράφηκε προς αυτή την κατεύθυνση ήδη από την προηγούμενη δεκαετία (Wijns, Torbeyns, DeSmedt & Verschaffel, 2019).

Η εκπαιδευτική αξιοποίηση των μοτίβων βασίζεται σε πλήθος πρόσφατων ερευνών που έχουν δείξει πως ακόμα και παιδιά προσχολικής ηλικίας, εάν καθοδηγηθούν και τους δοθεί κάποιο υλικό, έχουν την ικανότητα εντοπισμού, επανάληψης, συμπλήρωσης, συνέχισης ή ακόμα και κατασκευής μοτίβων (Τζεκάκη & Κουλέλη, 2007; Papic et al., 2011; Rittle-Johnson, Fyfe, McLean & McEldoon, 2013; Skoumpourdi, 2013). Επιπλέον, η κατασκευή μοτίβων από τα μικρά παιδιά είναι δυνατό να προκύψει και ως μία αυθόρμητη διαδικασία, η οποία ωστόσο μένει συχνά ανεκμετάλλευτη από τους εκπαιδευτικούς (Fox, 2005).

Παράγοντες οι οποίοι σχετίζονται με τις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας σε τέτοιου είδους δραστηριότητες περιλαμβάνουν το είδος του μοτίβου (δομή και περιεχόμενο) καθώς και το υλικό το οποίο τους παρέχεται. Ωστόσο, η εμπλοκή των παιδιών σε δραστηριότητες που σχετίζονται με μοτίβα έχουν άμεση επίδραση στις μαθηματικές σχολικές επιδόσεις στα χρόνια που ακολουθούν (Leung, Krauthausen & Rivera, 2012) αφού έχει αποδειχθεί πως η καθυστερημένη εμπλοκή των παιδιών σε δραστηριότητες σχετικές με μοτίβα είναι δυνατό να αποτελέσει παράγοντα πρόκλησης κακών επιδόσεων στην άλγεβρα (Warren & Cooper, 2008; Mulligan & Mitchelmore, 2009).

Οι παράγοντες που επηρεάζουν την ευκολία με την οποία τα παιδιά κατανοούν και χειρίζονται τα μοτίβα έχει αποτελέσει αντικείμενο ποικίλων σχετικών ερευνών. Σύμφωνα με την Gadzichowski (2012), το επίπεδο κατανόησης των μοτίβων από παιδιά ηλικίας έξι ετών δεν επηρεάζεται από τον τρόπο παρουσίασης τους, δηλαδή από τη χρήση χρωμάτων, σχημάτων, συμβόλων, ή από διαφορές στην περιστροφή και τον προσανατολισμό. Από την άλλη, η επιστημονική ομάδα του Patterson (Patterson, Bock, & Pasnak, 2015) ανέδειξαν την επιρροή του φύλου στην κατανόηση των μοτίβων αφού κατέγραψαν καλύτερες επιδόσεις των αγοριών που φοιτούν στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σε σχέση με τα κορίτσια της ίδιας ηλικίας. Γενικά, έχει βρεθεί πως η ικανότητα παιδιών ηλικίας μεταξύ 6-8 ετών να αναγνωρίζουν, να συμπληρώνουν και να συνεχίζουν μοτίβα σχετίζεται με υψηλές επιδόσεις σε προβλήματα με σενάριο στον τομέα της Αριθμητικής ανεξάρτητα από άλλους γνωστικούς παράγοντες (Lee, Ng, Bull, Pe & Ho, 2011).

Όμως, πρέπει να σημειωθεί πως η ικανότητα συνέχισης και αναπαραγωγής ενός μοτίβου δε συνεπάγεται αυτομάτως την ικανότητα κατανόησης των κανονικοτήτων (Τζεκάκη, 2007). Αντιθέτως, η ικανότητα αυτή συνδέεται με τη βαθιά κατανόηση των κανόνων που διέπουν τα μοτίβα και η αναγνώριση της δομής τους, δηλαδή η ικανότητα για σαφή λεκτική διατύπωση των κανόνων τους. Σημειώνεται πως η ικανότητα αυτή δε συνεπάγεται απαραιτήτως την ικανότητα αναγνώρισης της μονάδας που επαναλαμβάνεται στα μοτίβα (Papic et al., 2011). Ο Lannin (2005) έχει υποστηρίξει πως ένα παιδί που είναι σε θέση να διατυπώσει σαφώς τον κανόνα που διέπει ένα μοτίβο έχει κατανοήσει σε βάθος την έννοια του μοτίβου. Η διαπίστωση αυτή προέκυψε από τη μελέτη του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές της τελευταίας τάξης του Δημοτικού αιτιολογούν και γενικεύουν έναν κανόνα σε κάποιο μοτίβο, η οποία κατέληξε στην κατάταξη των συμμετεχόντων σε πέντε κατηγορίες, ανάλογα με την ικανότητα τους να παρέχουν συστηματικές απαντήσεις.

Η έρευνα που διεξήγαγε ο Michael και οι επιστημονικοί του συνεργάτες το 2006 σε παιδιά των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού διαπίστωσε επίσης διαφοροποιήσεις μεταξύ του επίπεδου ικανότητας των παιδιών να αναγνωρίσουν μοτίβα που αναπαριστάνονταν εικονικά ή λεκτικά. Τα αποτελέσματα της έρευνα έδειξαν ότι οι μαθητές είχαν καλύτερες επιδόσεις στα εικονικά μοτίβα παρά στα λεκτικά με το χάσμα μεταξύ των επιδόσεων να εντείνεται καθώς τα μοτίβα γίνονταν πιο περίπλοκα (Michael, Elia, Gagatsis, Theoklitou, Savva, 2006). Η έρευνα των Fujita και Yamamoto (2011), επιβεβαίωσε το εύρημα της επιρροής της πολυπλοκότητας ενός μοτίβου στην ευκολία κατανόησής του από τους μαθητές, δουλεύοντας με παιδιά οχτώ ετών.

Οι Blanton και Kaput (2011) έδειξαν πως τα παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι σε θέση να εντοπίσουν τη σχέση που προκύπτει μεταξύ των στοιχείων αναπτυσσόμενων μοτίβων, ένα συμπέρασμα που είχε ήδη αναδείξει η έρευνα της Warren, (2005) η οποία διαπίστωσε επίσης πως τα παιδιά ηλικίας εννιά ετών έχουν την ικανότητα να εκφράσουν τη σχέση αυτή χρησιμοποιώντας σύμβολα. Η ίδια πρότεινε να υιοθετηθεί η παρουσίαση των αναπτυσσόμενων μοτίβων μέσω της χρήσης ποικίλων μέσων με στόχο την ενίσχυση των ικανοτήτων γενίκευσης, αφαίρεσης καθώς και της ανάπτυξης του αλγεβρικού συλλογισμού.

Όμως, και άλλοι ερευνητές τονίζουν τη μεγάλη συμβολή της ενασχόλησης παιδιών της δευτέρας τάξης του Δημοτικού Σχολείου με τα αναπτυσσόμενα μοτίβα στην ικανότητα εντοπισμού των κανόνων που διέπουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα (Moss & McNab, 2011).

Βασιζόμενοι στα ερευνητικά δεδομένα που παρατέθηκαν παραπάνω, οι σχεδιαστές των Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών για τα Μαθηματικά ενσωματώνουν τη μελέτη των μοτίβων στην τυπική μαθηματική εκπαίδευση. Μάλιστα, οι σχολικές δραστηριότητες που σχετίζονται με μοτίβα δεν αφορούν μόνο την αναγνώριση και την περιγραφή τους αλλά, επίσης, τον εντοπισμό των σχέσεων, των δομών και των κανόνων τους (Δεσλή & Γαϊτανέρη, 2017). Σύμφωνα με τα περισσότερα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών, η μελέτη των μοτίβων αποτελεί βασικό άξονα της αριθμητικής και της αλγεβρικής σκέψης στα παιδιά ήδη από την ηλικία του Νηπιαγωγείου (Δαφέρμου, Κουλούρη & Μπασογιάννη, 2005).

## 1.6 Οι κανονικότητες στο Ελληνικό Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών στο Νηπιαγωγείο

Οι κανονικότητες με τη μορφή επαναλαμβανόμενων και εξελισσόμενων μοτίβων είναι ενταγμένες στο τρέχον αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών (ΔΕΠΣ/ΑΠΣ, 2003) για τα μαθηματικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Ωστόσο, στην εργασία αυτή θα εστιάσουμε στο τελευταίο Πρόγραμμα Σπουδών που εκδόθηκε το 2011, καθώς αυτό αφορά την εμπειρική μας μελέτη.

Το Πρόγραμμα αυτό στηρίζεται στη προσέγγιση που περιγράφεται ως «τροχιές μάθησης και διδασκαλίας», δηλαδή σε μία εξελικτική προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών καθ' όλα τα χρόνια που διαρκεί η υποχρεωτική εκπαίδευση. Όσον αφορά την Άλγεβρα, συνιστώνται τρεις άξονες προσέγγισης, οι οποίοι περιλαμβάνουν τις ισότητες και ανισότητες, τις αλγεβρικές παραστάσεις και τις κανονικότητες/ patterns και τις συναρτήσεις. Η θεματική ενότητα Άλγεβρα υπάρχει ήδη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου. Συγκεκριμένα, οι στόχοι που αφορούν τις κανονικότητες είναι οι εξής (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011, σελ. 170-171):

**Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή/εξήγηση**

- Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν μοτίβα ή άλλες κανονικότητες με χειραπτικό ή εικονιστικό υλικό που προτείνεται από το περιβάλλον ή κατασκευάζεται.
- Εντοπίζουν τα στοιχεία που λείπουν ή τα στοιχεία που είναι λάθος.
- Περιγράφουν με λόγια το σχέδιο με το οποίο είναι κατασκευασμένη μια κανονικότητα και τη συζητούν στη τάξη.

**Κατασκευή κανονικοτήτων**

- Επινοούν τα δικά τους μοτίβα τα οποία συγκρίνουν και περιγράφουν.
- Μετατρέπουν από το ένα υλικό σε ένα άλλο διατηρώντας το σχέδιο ή σχεδιάζουν.
- Περιγράφουν το σχέδιο που δημιουργήθηκε ώστε άλλα παιδιά να το ανακατασκευάσουν χωρίς να το βλέπουν.

Οι στόχοι αυτοί αφορούν όλες τις δράσεις στις οποίες συνίσταται να εμπλέκονται τα παιδιά (Wijns et al., 2019; Τζεκάκη κ. ά., 2019) και μπορούν να κωδικοποιηθούν ως εξής:

α) «Αναγνώριση», η οποία τεκμαίρεται με εύρεση λάθους και συμπλήρωση όρων που λείπουν σε ένα μοτίβο,
β) «Συνέχιση», η οποία προϋποθέτει την αναγνώριση,
γ) «Μετάφραση» κανονικότητας από ένα υλικό σε ένα άλλο,
δ) «Κατασκευή (επινόηση)» κανονικότητας,
ε) «Περιγραφή».
Ο στόχος «Περιγραφή» μπορεί να συνδεθεί με α) την ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης, στα επαναλαμβανόμενα μοτίβα και β) με τη συσχέτιση του όρου με τη θέση του (Γκουλγκούτη & Βαμβακούση, 2016,).

Σημειώνεται ότι οι δύο τελευταίοι στόχοι είναι οι πιο απαιτητικοί και απαιτούν στοχευμένη υποστήριξη από τον εκπαιδευτικό, καθώς δεν είναι αυτονόητο ότι οι σχετικές ικανότητες θα αναπτυχθούν αυτόματα (Wijns et al., 2019).

## 1.7 Ζητήματα επάρκειας των εκπαιδευτικών

Ένα από τα ζητήματα που έχει απασχολήσει και συνεχίζει να απασχολεί την ερευνητική κοινότητα είναι οι γνώσεις των εκπαιδευτικών γενικότερα αλλά και των μαθηματικών γνώσεών τους πιο ειδικά. Ένας από τους βασικούς λόγους, σύμφωνα με τους Brown & Borko (1992), είναι ότι όσον αφορά τα Μαθηματικά, η διδακτική αποτελεσματικότητα των εκπαιδευτικών είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τις μαθηματικές τους γνώσεις. Σύγχρονες προσεγγίσεις υποστηρίζουν ότι η μαθηματική γνώση που απαιτείται για μια υψηλής ποιότητας διδασκαλία, αποτελεί επαγγελματική γνώση η οποία έχει ληφθεί σε ακαδημαϊκό επίπεδο και αναβαθμίζεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας (Ball, Lubienski & Newborn, 2001; Grossman, 2008).

Πιο ειδικά, οι Hill, Ball & Shilling (2008, a.c. Thanheiser, Browning, Moss, Watanabe & Garza-Kling, 2012) ασχολήθηκαν με τις μαθηματικές γνώσεις των εκπαιδευτικών και υποστήριξαν την ύπαρξη δύο αξόνων. Ο πρώτος αφορά τη γνώση του γνωστικού αντικειμένου και αποτελείται από την συνήθης γνώση του περιεχομένου (common content knowledge), την εξειδικευμένη γνώση του περιεχομένου (specialized content knowledge) και τη γνώση σχετικά με τον ορίζοντα των μαθηματικών (knowledge at the mathematical horizon) και ο δεύτερος αφορά την παιδαγωγική γνώση του αντικειμένου και αποτελείται από τη γνώση του περιεχομένου και των μαθητών (knowledge of content and students), τη γνώση του περιεχομένου και της διδασκαλίας (knowledge of content and teaching), και τη γνώση του αναλυτικού προγράμματος σπουδών (knowledge of curriculum).

Σε έρευνά του ο Schulman (1986), εστιάζοντας στις παιδαγωγικές γνώσεις των εκπαιδευτικών, υποστήριξε ότι η γνώση του αντικειμένου αποτελεί κεντρική πτυχή της λειτουργίας μιας τάξης καθώς οι γνώσεις των εκπαιδευτικών επηρεάζουν τα μαθησιακά αποτελέσματα των μαθητών. Οι Brown & Borko (1992) μάλιστα μέσα από την έρευνά τους διαπιστώνουν ότι ο εκπαιδευτικός οφείλει να γνωρίζει το αντικείμενο που έχει να διδάξει επαρκώς, διότι, σε διαφορετική περίπτωση, ο χρόνος θα αναλωθεί στην κατανόησή του αντί στο σχεδιασμό μιας πετυχημένης διδασκαλίας. Οι Fennema & Franke (1992) κατέληξαν ότι οι γνώσεις των δασκάλων λειτουργούν καθοριστικά στα επιτεύγματα των μαθητών τους, ενώ κατά τον Gleason (2010), για να βελτιωθούν οι γνώσεις των μαθητών πρέπει να βελτιωθούν οι γνώσεις των δασκάλων τους.

Ειδικότερα, πολλοί ερευνητές, υποστηρίζουν ότι τόσο η ποιότητα της διδασκαλίας, όσο και η επιτυχία της, εξαρτώνται από τις γνώσεις των δασκάλων αλλά και τη βαθιά κατανόηση των θεμελιωδών μαθηματικών νοημάτων (Rech, Hartzell & Stephens, 1993, Ma, 1999, Ball, Hill & Bass, 2005) και ότι οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να έχουν εκτός από βαθιά κατανόηση του αντικειμένου και ένα επαγγελματικό επίπεδο γνώσης του (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). Έτσι, λοιπόν, ανεπάρκεια στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών από πλευράς των εκπαιδευτικών λειτουργεί ανασταλτικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης των μαθητών και την ορθή και αποτελεσματική χρήση της στην διδακτική διαδικασία.

Όπως είναι φυσικό, κομβικό ρόλο στην κατανόηση της άλγεβρας εκ μέρους των μαθητών διαδραματίζει το επίπεδο κατάρτισης του εκπαιδευτικού προσωπικού αφού έχει διαπιστωθεί πως απαραίτητες προϋποθέσεις της αποτελεσματικής διδασκαλίας ενός γνωστικού αντικειμένου αποτελούν η επαρκής κατάρτιση του εκπαιδευτικού τόσο σχετικά με το αντικείμενο διδασκαλίας όσο και με τον τρόπο που συντελείται η οικοδόμηση της γνώσης εκ μέρους των μαθητών. Όσον αφορά την άλγεβρα, έχει διαπιστωθεί πως υπάρχει ένα σημαντικό ποσοστό εκπαιδευτικών οι οποίοι δεν έχουν επιτύχει την ουσιαστική κατανόηση βασικών αλγεβρικών εννοιών (Εμβαλωτή, 2012).

Ειδικότερα, οι Ginsburg και οι συνεργάτες του σε έρευνά τους αναφέρουν ότι οι εκπαιδευτικοί γενικά δεν είναι καλά προετοισμένοι να διδάξουν πρώιμα Μαθηματικά (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008) και ειδικότερα τα μοτίβα (Verschaffel, Torbeyns & De Smedt, 2017).

Η στροφή της ερευνητικής κοινότητας στην πρώιμη ενασχόληση με τα μοτίβα και την καταλληλότητα του υλικού αποτελεί ένα σημαντικό βήμα, ωστόσο πρέπει να δοθεί έμφαση και στην ποιότητα της εκπαίδευσης τόσο των εν ενεργεία όσο και των μελλοντικών εκπαιδευτικών (Wijns et al., 2019). Η ανάπτυξη των κατάλληλων γνώσεων των εκπαιδευτικών θα πρέπει να περιλαμβάνει διάφορα στοιχεία. Οι δάσκαλοι θα πρέπει να έχουν επαρκή γνώση περιεχομένου σχετικά με τα μοτίβα καθώς έρευνες έχουν δείξει ότι οι εκπαιδευτικοί προσχολικής αγωγής παρουσιάζουν δυσκολίες στον προσδιορισμό επαναλαμβανόμενων μοτίβων (Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai, & Tabach, 2016) και στον καθορισμό επαναλαμβανόμενων μοτίβων (Tirosh, Tsamir, Levenson, Barkai, & Tabach, 2017). Επίσης, έρευνες έχουν δείξει ότι εκπαιδευτικοί προσχολικής ηλικίας συχνά δεν γνωρίζουν πως να αντιδράσουν όταν ένα παιδί αυθόρμητα δημιουργεί ένα μοτίβο ή πώς να αξιοποιήσουν καταστάσεις οι οποίες προσφέρονται για την επεξεργασία μοτίβων (Björklund & Barendregt, 2016; Fox, 2005; Hendershot, Berghout Austin, Blevins-Knabe, & Ota, 2016; Waters, 2004).

Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει επίσης να έχουν επαρκείς γνώσεις παιδαγωγικού περιεχομένου για να διδάξουν τα μοτίβα σε μικρά παιδιά. Όπως αναφέρεται από τους Wijns και τους επιστημονικούς του συνεργάτες (2019), η κατανόηση της μαθησιακής τροχιάς (e.g., Clements & Sarama, 2014) για τα μοτίβα μπορεί να τους βοηθήσει να αποκτήσουν εικόνα για την τυπική ανάπτυξη ικανοτήτων σχεδίασης, τις δυσκολίες που μπορεί να συναντήσουν τα μικρά παιδιά και τα τυπικά λάθη που κάνουν (Cross, Woods & Schweingruber, 2009), όμως, εκτός από τη γνώση των μαθησιακών τροχιών των παιδιών, το να γνωρίζει ο εκπαιδευτικός ποιες δραστηριότητες είναι κατάλληλες για αυτά τα μικρά παιδιά, πώς να παρουσιάζει σχηματικά ή συμβολικά και να περιγράφει λεκτικά τα μοτίβα στα παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι ένα άλλο σημαντικό συστατικό της παιδαγωγικής γνώσης του εκπαιδευτικού περιεχομένου.

Σε ελληνικό πλαίσιο, έχουν διερευνηθεί οι προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι φοιτήτριες Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών, όσον αφορά τις κανονικότητες (Βαμβακούση & Καλδρυμίδου, 2015). Έπειτα από ανάλυση δραστηριοτήτων σχετικά με κανονικότητες που σχεδίασαν μελλονικοί νηπιαγωγοί στα πλαίσια μαθήματος επιλογής του Πανεπισημίου Ιωαννίνων, εντοπίστηκαν δυσκολίες και προβλήματα που αντιμετωπίζουν με τις κανονικότητες και τη διδακτική τους προσέγγιση.

Τα ευρήματα έδειξαν ότι οι φοιτήτριες παρουσιάζουν δυσκολίες, τόσο όσον αφορά το μαθηματικό περιεχόμενο, όσο και τη διδακτική διαχείριση του περιεχομένου. Για παράδειγμα, φάνηκε οι φοιτήτριες να έχουν μια «ολιστική» αντίληψη για την κανονικότητα («αν υπάρχει μια σειρά από κάποιο είδος επανάληψης τότε είναι κανονικότητα»). Επιπλέον, οι φοιτήτριες φάνηκε να έχουν δυσκολία στην κατανόηση των στόχων που αφορούν τα μοτίβα. Τυπικά σχεδίασαν δραστηριότητες με τους πιο απλούς στόχους, και απέφυγαν τους πιο απαιτητικούς, όπως η «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης». Όταν οι πιο απαιτητικοί στόχοι δηλώνονται, τότε συχνά η αντίστοιχη δραστηριότητα δεν τους εξυπηρετεί, ή υπάρχουν σφάλματα κατά την υλοποίηση. Για παράδειγμα, σημειώνεται μεγάλη συχνότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων με στόχο την «Αναγνώριση» και τη «Συνέχιση» στις οποίες η μονάδα επανάληψης δίνεται μόνο μία φορά.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι φοιτήτριες σε σημαντικό βαθμό αντιμετωπίζουν εννοιολογικές δυσκολίες σχετικά με τις κανονικότητες, αλλά και με το σχεδιασμό δραστηριοτήτων που εξυπηρετούν στόχους σχετικούς με τις κανονικότητες (Βαμβακούση & Καλδρυμίδου, 2015).

# 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

## 2.1 Στόχος και Ερευνητικά Ερωτήματα

Η παρούσα έρευνα, σκοπεύει στη διερεύνηση των προκλήσεων που αντιμετωπίζουν οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί στην υποστήριξη της αλγεβρικής σκέψης στο Νηπιαγωγείο. Ειδικότερα, στοχεύει να εξετάσει κατά πόσο οι μελλοντικοί νηπιαγωγοί κατανοούν και μπορούν να διαχειριστούν το περιεχόμενο που αφορά τις κανονικότητες, κατά τη διάρκεια και μετά το τέλος μιας σειράς εργαστηριακών μαθημάτων με σχετικό περιεχόμενο .

Το κεντρικό ερευνητικό ερώτημα αφορά τους μαθησιακούς στόχους για τις κανονικότητες που αναφέρονται στο πιο πρόσφατο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών για το Νηπιαγωγείο και, ειδικότερα, για τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα. Πιο συγκεκριμένα, εξετάστηκε αν μελλοντικές νηπιαγωγοί:

1. Αναγνωρίζουν τους στόχους που εξυπηρετούνται σε δραστηριότητες που αφορούν επαναλαμβανόμενα μοτίβα;
2. Αξιολογούν επαρκώς δραστηριότητες και διδασκαλίες για τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα ως προς τους στόχους, αλλά και ως προς την μαθηματική ορθότητα, την επάρκεια περιγραφής και στοιχεία διδακτικής διαχείρισης που ευνοούν ή όχι την επεξεργασία των μαθησιακών στόχων;
3. Μπορούν να σχεδιάζουν δραστηριότητες με επαναλαμβανόμενα μοτίβα ώστε να καλύπτονται οι αντίστοιχοι στόχοι του Αναλυτικού προγράμματος;

## 2.2 Μέθοδος της Έρευνας

Για την διεξαγωγή της έρευνας συλλέχθηκαν οι απαντήσεις μελλοντικών νηπιαγωγών σε φύλλα εργασίας που παρέδωσαν στο πλαίσιο του εργαστηριακού μαθήματος στο οποίο συμμετείχαν. Τα φύλλα εργασίας περιείχαν ερωτήσεις κλειστού και ανοιχτού τύπου. Επιπλέον, εξετάστηκαν οι δραστηριότητες που σχεδίασαν και παρουσίασαν οι μελλοντικές νηπιαγωγοί. Τα κριτήρια ανάλυσης των δεδομένων παρουσιάζονται για κάθε φύλλο εργασίας ξεχωριστά στο τμήμα των αποτελεσμάτων.

## 2.3 Δείγμα της Έρευνας

Στην έρευνα συμμετείχαν 97 φοιτήτριες/-τές του Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων που συμμετείχαν στο μάθημα «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ» στη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2020-21. Οι 94 ήταν γυναίκες και μόλις 3 άντρες, εικόνα αντιπροσωπευτική της συνολικής εικόνας του τμήματος. Οι φοιτήτριες/ές ήταν χωρισμένοι σε 23 ομάδες. Οι 17 ομάδες αποτελούνταν από 4 άτομα, οι 4 από 5 άτομα και οι 2 από 3 άτομα.

## 2.4 Στοιχεία για το μάθημα «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ»

Το μάθημα «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ» είναι ένα μάθημα Επιλογής Υποχρεωτικό. Σύμφωνα με τον Οδηγό Σπουδών του Τμήματος, ορίζεται ανά κατεύθυνση ένα σύνολο μαθημάτων αυτού του τύπου και οι φοιτήτριες/-ές μπορούν να επιλέξουν από αυτά όποια επιθυμούν, με τον όρο να συμπληρώσουν ένα συγκεκριμένο πλήθος μαθημάτων προκειμένου να πάρουν το πτυχίο τους. Το συγκεκριμένο μάθημα έχει ένα θεωρητικό μέρος (13 τρίωρα), ένα εργαστηριακό μέρος και πρακτική άσκηση (2 εβδομάδες). Η οργάνωση του εργαστηριακού μέρους δεν είναι ίδια κάθε χρονιά, καθώς επανασχεδιάζονται με στόχο τη βελτίωσή τους (Βαμβακούση, 2020). Κατά το ακαδημαϊκό έτος 2020-21, λόγω της πανδημίας του κορωνοϊού, τα εργαστηριακά μαθήματα έγιναν εξ αποστάσεως, μέσω της πλατφόρμας ms teams, ενώ η πρακτική ακυρώθηκε.

Συνολικά έγιναν 4 τρίωρα εργαστήρια για την κάθε ομάδα, που αντιστοιχεί σε διπλάσιο χρόνο σε σχέση με άλλες χρονιές, όπου γίνονταν 4 εργαστήρια διάρκειας μιάμιση ώρας. Στα εργαστήρια οι ομάδες είχαν τη δυνατότητα να συνεργάζονται σε ψηφιακό χώρο που είχε δημιουργηθεί για το σκοπό αυτό για κάθε μία ομάδα. Το χώρο αυτό επισκέπτονταν κατά τη διάρκεια των εργαστηριακών μαθημάτων προκειμένου να επεξεργαστούν ερωτήματα που τους δίνονταν στο πλαίσιο του μαθήματος και επέστρεφαν στον κοινό χώρο για συζήτηση, διευκρινίσεις κ.λπ. Ο χώρος ήταν διαθέσιμος για να συναντηθούν και να συνεργαστούν και εκτός των ωρών του εργαστηριακού μαθήματος, ώστε να προετοιμάσουν τα φύλλα εργασίας που τους είχαν ανατεθεί.

Η εισαγωγή στις κανονικότητες έγινε στο θεωρητικό μέρος του μαθήματος (1 διδακτικό τρίωρο) όπου συζητήθηκε η σημασία της πρώιμης ανάπτυξης της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης και ο ρόλος των κανονικοτήτων για το σκοπό αυτό. Παρουσιάστηκαν παραδείγματα επαναλαμβανόμενων και εξελισσόμενων μοτίβων με διαφορετικές αναπαραστάσεις. Συζητήθηκαν οι ικανότητες των προνηπίων και των νηπίων σε σχέση με τα μοτίβα και οι παράγοντες που μεταβάλλουν τη δυσκολία των μοτίβων για τα παιδιά (Wijns et al., 2019, Skoumpourdi, 2013). Τέλος, αναλύθηκαν και συνδέθηκαν με την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης οι στόχοι σχετικά με τις κανονικότητες που συμπεριλαμβάνονται στο ΑΠΣ (170-171), οι οποίοι αφορούν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα και είναι οι εξής: α) αναγνώριση, η οποία τεκμαίρεται με εύρεση λάθους και συμπλήρωση όρων που λείπουν β) συνέχιση, η οποία προϋποθέτει την αναγνώριση, γ) «μετάφραση» κανονικότητας από ένα υλικό σε ένα άλλο, γ) κατασκευή (επινόηση) κανονικότητας και δ) περιγραφή.
Ο στόχος «περιγραφή» συνδέθηκε με α) την ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης και β) με τη συσχέτιση του όρου με τη θέση του.

Στο 1ο εργαστήριο, παρουσιάστηκαν και συζητήθηκαν μοντέλα δραστηριοτήτων που εξυπηρετούν τους συγκεκριμένους στόχους, είτε μεμονωμένα, είτε σε συνδυασμό. Ζητήθηκε από τις ομάδες να αναγνωρίσουν στόχους σε δραστηριότητες. Τέλος, τους δόθηκαν δύο φύλλα εργασίας (Φύλλο Εργασίας 1 και Φύλλο Εργασίας 2, βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α) να προετοιμάσουν για το επόμενο εργαστήριο. Το Φύλλο Εργασίας 1 ζητούσε την αναγνώριση στόχων σε δραστηριότητες με επαναλαμβανόμενα μοτίβα. Οι ομάδες είχαν μία εβδομάδα για να το επεξεργαστούν και να το παραδώσουν ψηφιακά. Η διδάσκουσα επεξεργάστηκε τις απαντήσεις και έδωσε ανατροφοδότηση μέσω βίντεο, στην οποία στόχευσε τις συγκεκριμένες δυσκολίες που εντόπισε και έδωσε κι άλλα παραδείγματα δραστηριοτήτων. Το Φύλλο Εργασίας 2 περιλάμβανε δραστηριότητες σχεδιασμένες από φοιτήτριες προηγούμενων ετών, τις οποίες οι ομάδες κλήθηκαν να αξιολογήσουν με βάση συγκεκριμένα κριτήρια.

Στο 2ο εργαστήριο, δόθηκε ανατροφοδότηση για το Φύλλο Εργασίας 2, συζητήθηκαν θέματα σχεδιασμού, διαχείρισης αλλά και περιγραφής δραστηριοτήτων. Οι ομάδες κλήθηκαν να παρακολουθήσουν βίντεο με διδασκαλίες για τα μοτίβα και να τις αξιολογήσουν. Τους δόθηκε το Φύλλο Εργασίας 3, στο οποίο κλήθηκαν να παρακολουθήσουν ένα σύντομο βίντεο, όπου μια εκπαιδευτικός αλληλεπιδρά με μια ομάδα παιδιών, καθώς επεξεργάζονται δραστηριότητες με μοτίβα. Οι ομάδες κλήθηκαν να απαντήσουν ερωτήματα σχετικά με τη διαχείριση από την εκπαιδευτικό των απαντήσεων των παιδιών, κυρίως των λανθασμένων, αλλά και τις διαφοροποιήσεις που έκανε στον τρόπο αναπαράστασης του μοτίβου. Προκειμένου να εξυπηρετήσει τον αρχικό της στόχο, που ήταν η «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης».

Στο 3ο εργαστήριο δόθηκε ανατροφοδότηση για το Φύλλο Εργασίας 3, τους ζητήθηκε να παρατηρήσουν και να απαντήσουν ερωτήματα σε δύο ακόμα βίντεο με αλληλεπιδράσεις εκπαιδευτικών και παιδιών στο πλαίσιο δραστηριοτήτων με μοτίβα. Κεντρικό ζήτημα ήταν ο στόχος «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης». Τέλος, τους δόθηκε να προετοιμάσουν το Φύλλο Εργασίας 4, στο οποίο κλήθηκαν να σχεδιάσουν δραστηριότητες που να εξυπηρετούν όλους τους δεδομένους στόχους σχετικά με τα μοτίβα. Το πλήθος των δραστηριοτήτων δεν ήταν δεδομένο, καθώς είχαν την επιλογή να σχεδιάσουν δραστηριότητες με παραπάνω από ένα στόχο.

Στο 4ο εργαστήριο, κάθε ομάδα παρουσίασε το σχεδιασμό της και έλαβε ανατροφοδότηση από τη διδάσκουσα και το ακροατήριο, το οποίο αποτελείτο από άλλες 5-6 ομάδες. Το εργαστήριο επαναλήφθηκε 4 φορές από τη διδάσκουσα, προκειμένου να παρουσιάσουν όλες οι ομάδες.

## 2.5 Ερευνητικά Εργαλεία

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα ερευνητικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν Φύλλα Εργασίας τα οποία μοιράστηκαν στους συμμετέχοντες ηλεκτρονικά. Τα φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν ως ερευνητικό εργαλείο 1-4 παρουσιάζονται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α, με δοσμένες τις σωστές απαντήσεις. Τα φύλλα εργασίας παρουσιάζονται πιο αναλυτικά στη συνέχεια.

### 2.5.1 Φύλλο Εργασίας 1

Στο Φύλλο Εργασίας 1 περιγράφονται 3 δραστηριότητες (Α, Β, Γ) και οι ομάδες καλούνται να επιλέξουν, από μια λίστα που παρουσιάζει όλους τους στόχους αυτόν/αυτούς που θεωρούν ότι εξυπηρετεί η κάθε μία δραστηριότητα. Στη συνέχεια καλούνται να εξηγήσουν γιατί επέλεξαν αυτούς τους στόχους.
Στη Δραστηριότητα Α εξυπηρετείται ένας στόχος και, συγκεκριμένα, ο στόχος «Μετάφραση». Στη Δραστηριότητα Β εξυπηρετούνται 2 στόχοι, συγκεκριμένα οι στόχοι «Αναγνώριση: εύρεση λάθους», «Σύνδεση του όρου με τη θέση του». Τέλος, στη Δραστηριότητα Γ εξυπηρετούνται 3 στόχοι, συγκεκριμένα «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης», «Σύνδεση του όρου με τη θέση του» και «Κατασκευή (Επινόηση)»

### 2.5.2 Φύλλο Εργασίας 2

Στο Φύλλο Εργασίας 2 περιλαμβάνονταν 6 δραστηριότητες σχεδιασμένες από φοιτήτριες προηγούμενων ετών, τις οποίες οι ομάδες κλήθηκαν να αξιολογήσουν με βάση τη μαθηματική ορθότητα, τους στόχους, τον τρόπο που εμπλέκονται τελικά τα παιδιά και την επάρκεια της περιγραφής.

Στη Δραστηριότητα 1, έχει δηλωθεί λανθασμένα ο τύπος του μοτίβου. Επιπλέον, δεν είναι επαρκής η περιγραφή της δραστηριότητας. Αρχικά δεν αναφέρεται αν θα είναι ατομική ή ομαδική δραστηριότητα. Έπειτα δεν διευκρινίζεται με ποιο τρόπο θα δοθεί το υλικό (απτικό – οπτικό), ενώ αναφέρεται «θα μας πουν τα παιδιά.....» χωρίς να δίνονται περισσότερες λεπτομέρειες. Δηλαδή, τα παιδιά θα μας δείξουν π.χ με το δάχτυλο, θα περιγράψουν λεκτικά, θα ζωγραφίσουν, θα επιλέξουν, και αν ναι από πόσες και ποιες επιλογές; Πρόκειται λοιπόν για ένα ερώτημα που έχει μεγάλη σημασία για την οργάνωση της δραστηριότητας και την προετοιμασία του κατάλληλου υλικού.

Στη Δραστηριότητα 2 παρουσιάζεται μια εργασία από φύλλο εργασίας, στην οποία η εκπαιδευτικός δίνει οδηγίες στα παιδιά για να χρωματίσουν μια σειρά από μήλα. Κανένας από τους στόχους που αναφέρονται στη δραστηριότητα δεν εξυπηρετείται, καθώς τα παιδιά δεν απαιτείται να κάνουν κάτι σχετικό με τους στόχους και θα μπορούσαν να διεκπεραιώσουν το ζητούμενο χωρίς καν να αντιληφθούν ότι υπάρχει μια κανονικότητα στην κατάσταση που τους παρουσιάζεται. Πιο συγκεκριμένα, για να αναγνωρίσει το παιδί ένα μοτίβο πρέπει να υπάρχει το μοτίβο. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα δίνονται απλά τα μήλα στη σειρά, χωρίς να είναι χρωματισμένα, δεν δίνεται δηλαδή κάποιο μοτίβο εξ αρχής ώστε να το αναγνωρίσουν. Ως εκ τούτου, δεν μπορεί να γίνει και «συνέχιση» από τα παιδιά εφόσον η συνέχιση προϋποθέτει την αναγνώριση, κάτι που απαντά το επόμενο ερώτημα για το στόχο της «Συνέχισης. Όσον αφορά την «Κατασκευή», πράγματι κατασκευάζεται ένα μοτίβο από τη δράση των παιδιών, αλλά δεν το έχουν επινοήσει τα ίδια. Από την άλλη μεριά, η περιγραφή της δραστηριότητας είναι πολύ ακριβής και ξεκάθαρη.

Στην Δραστηριότητα 3, δηλώνεται ως στόχος η «Συνέχιση», αλλά παρουσιάζεται μόνο μια φορά η μονάδα επανάληψης. Για να πούμε ότι έχουμε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο πρέπει να επαναλαμβάνεται η μονάδα επανάληψης κάποιες φορές. Επιπλέον ακόμα και αν η νηπιαγωγός δώσει περισσότερες επεξηγήσεις ή ζητήσει να ζωγραφίσουν τα ίδια προσωπάκια με την ίδια σειρά, δεν σημαίνει ότι τα παιδιά κάνουν συνέχιση μοτίβου. Κάποια παιδιά μπορεί καθώς ζωγραφίζουν τα προσωπάκια να εντοπίσουν την ύπαρξη ενός μοτίβου, όμως κάποια άλλα ακόμα και αν συνεχίσουν σωστά την οδηγία της νηπιαγωγού μπορεί να μην κατανοήσουν καν την ύπαρξή του αλλά να ζωγραφίζουν απλά προσωπάκια. Από την άλλη μεριά, η περιγραφή της δραστηριότητας είναι πολύ ακριβής και ξεκάθαρη.

Στην Δραστηριότητα 4, χρησιμοποιείται ως πλαίσιο η λειτουργία του φαναριού κυκλοφορίας, η οποία πράγματι διέπεται από μια κανονικότητα. Ο τρόπος με τον οποίο αλλάζουν τα χρώματα στα φανάρια είναι μια οικεία και γνώριμη κανονικότητα στα παιδιά. Ωστόσο, ο τρόπος με τον οποίο δίνονται οι κάρτες δεν δείχνει μια κανονικότητα. Το «στήσιμο» δηλ. του υλικού είναι λανθασμένο διότι δείχνοντας «αναμμένα» όλα τα χρώματα του φαναριού, αμέσως αμέσως αναιρείται η κανονικότητα που υπάρχει εκ των πραγμάτων στη λειτουργία του φαναριού. Έτσι, το παιδί με αυτό τον τρόπο απλά αντιγράφει τα χρώματα με τα οποία είναι χρωματισμένα η πρώτη καρτέλα και στις επόμενες. Κανένας ουσιαστικός στόχος για τα μοτίβα δεν υπάρχει σε αυτή τη δραστηριότητα. Επιπλέον, η περιγραφή της δραστηριότητας είναι ανεπαρκής, καθώς δεν αναφέρεται αν η δραστηριότητα είναι ατομική ή ομαδική, ούτε τι υλικά θα έχει στη διάθεσή της κάθε ομάδα ή κάθε παιδί.

Στη Δραστηριότητα 5, η μονάδα επανάληψης δεν επαναλαμβάνεται αρκετές φορές αλλά το σημαντικότερο πρόβλημα είναι ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζεται το μοτίβο που μπορεί να οδηγήσει το παιδί να χρωματίσει κατακόρυφα.

Τέλος, στη Δραστηριότητα 6 περιγράφεται μια τετριμμένη συμμετοχή του κάθε παιδιού, καθώς του δίνεται εκ των προτέρων ένα κυβάκι συγκεκριμένου χρώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετήσει σε μια δεδομένη θέση.

### 2.5.3 Φύλλο Εργασίας 3

Στο τρίτο φύλλο εργασίας που δόθηκε στις ομάδες των φοιτητών-τριών, δόθηκε για παρακολούθηση ένα βίντεο (σύνδεσμος) από το οποίο έπρεπε να σχολιάσουν, να εντοπίσουν ορισμένα σημεία και να εξάγουν κάποια συμπεράσματα. Το βίντεο που δόθηκε για παρατήρηση – σχολιασμό είχε τίτλο «Patterns - Teaching Preschool at Home» και βρίσκεται στον σύνδεσμο https://www.youtube.com/watch?v=c-oL9XFw5r0. Από τις ομάδες ζητήθηκε αφού παρατηρήσουν το βίντεο, να αξιολογήσουν την συνολική ανταπόκριση της εκπαιδευτικού στις απαντήσεις των μαθητών της αναδεικνύοντας τα θετικά και αρνητικά σημεία που εντόπισαν.

Στην αρχή του βίντεο, η εκπαιδευτικός δηλώνει ως στόχους της δραστηριότητας α) τα παιδιά να αναγνωρίσουν την ομάδα επανάληψης και β) να διατάσσουν, να συγκρίνουν και να περιγράφουν αντικείμενα ανάλογα με το μέγεθός τους .

Στο συγκεκριμένο βίντεο, η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί κόκκαλα από χαρτόνι ίδιου χρώματος τριών μεγεθών (μικρό, μεσαίο, μεγάλο). Έχουν ήδη συζητήσει για τα μοτίβα σε προηγούμενα μαθήματα.

Αρχικά βάζει τα κόκκαλα μπερδεμένα σε τυχαία σειρά και ρωτάει τα παιδιά αν αυτό που βλέπουν είναι μοτίβο ή όχι. Τα παιδιά απαντούν «Ναι». Τότε τους ζητάει δείχνοντας ένα ένα τα στοιχεία να «απαγγείλουν» τις κατάλληλες λέξεις («μικρό», «μεγάλο» ή «μεσαίο») που εκφράζουν το σχετικό μέγεθος των αντικειμένων (ρυθμική απαγγελία) ώστε να διαπιστώσουν ότι δεν υπάρχει κανονικότητα. Αφού τελειώσουν τη λεκτική περιγραφή τους ρωτάει «αυτό σας ακούγεται σαν μοτίβο;», με τόνο που σαφώς υποβάλλει αρνητική απάντηση, οπότε όλα τα παιδιά μαζί απαντούν αρνητικά. Η εκπαιδευτικός εξηγεί «Επειδή για να είναι μοτίβο πρέπει να έχει δύο ή τρία διαφορετικά στοιχεία τα οποία να είναι διαφορετικά. Αν όλα τα στοιχεία είναι διαφορετικά (και δείχνει τα στοιχεία που τους είχε βάλει στη σειρά) τότε αυτό δεν είναι μοτίβο.», δίνοντας μια ανακριβή περιγραφή του επαναλαμβανόμενου μοτίβου. Στη συνέχεια, φτιάχνει ένα μοτίβο όπου η μονάδα επανάληψης επαναλαμβάνεται μόνο δύο φορές και ζητάει από μια μαθήτρια να της πει ποιο είναι το μοτίβο δείχνοντάς της ένα ένα τα στοιχεία με τη σειρά (μικρό-μεσαίο-μεγάλο). Το κορίτσι «απαγγέλει» ξανά τις λέξεις που αντιστοιχούν στο μέγεθος των αντικειμένων που της δείχνει η εκπαιδευτικός (χωρίς να σημαίνει ότι με αυτό τον τρόπο έχει κατανοήσει την μονάδα επανάληψης και τελικά το μοτίβο). Αμέσως μετά, η εκπαιδευτικός δημιουργεί ένα πιο περίπλοκο μοτίβο της μορφής ΑΑΒΑΑΒ πάλι χρησιμοποιώντας μόνο δυο φορές την μονάδα επανάληψης. Ρωτάει μια άλλη μαθήτρια αν αυτό που βλέπει είναι μοτίβο και αφού εκείνη απαντά αρνητικά τότε της λέει «Έλα να το δούμε μαζί» και της ζητάει να της πει ποια είναι τα στοιχεία δείχνοντάς της τα ένα ένα. Αφου τα αναγνωρίσει της δείχνει τις δύο μονάδες επανάληψης και την ρωτάει «είναι αυτό το κομμάτι ίδιο με εκείνο;». Η μαθήτρια απαντάει και πάλι αρνητικά. Τότε απευθύνεται σε άλλο μαθητή ο οποίος απαντά κι εκείνος το ίδιο. Μπροστά σε αυτή τη δυσκολία, η εκπαιδευτικός παίρνει τη δεύτερη μονάδα επανάληψης και τη βάζει κάτω από τη πρώτη (αλλαγή στην αναπαράσταση). Και τότε λέει στα παιδιά πως αφού τα δυο κομμάτια είναι ίδια, (τα βάζει πάλι δίπλα δίπλα) τότε αυτό που έχουμε είναι μοτίβο. Το βίντεο κλείνει με αυτό τον τρόπο.

Όσον αφορά τα ερωτήματα του Φύλλου Εργασίας 3, σημειώνεται α) ότι η εκπαιδευτικός δεν ζητάει επεξήγηση των απαντήσεων από τα παιδιά αλλά σε πολλές ερωτήσεις δίνει τις απαντήσεις μόνη της ή υποβάλλει τη σωστή απάντηση με τη στάση του σώματός της, τον τόνο της φωνής της, ή και μορφασμούς του προσώπου της β) τα παιδιά δεν εμπλέκονται ενεργά σε κάποια δραστηριότητα ούτε κάνουν κάτι ουσιαστικό σχετικά με τις κανονικότητες, που να επιτρέπει στην εκπαιδευτικό να διαγνώσει αν τα παιδιά κατανοούν αυτά που η ίδια τους λέει και γ) η εκπαιδευτικός μέχρι τέλους επαναλαμβάνει τη μονάδα επανάληψης μόνο δύο φορές κάτι που ίσως δρα ανασταλτικά στο να εντοπίσουν τα παιδιά αφενός την ύπαρξη κάποιου μοτίβου και αφετέρου να εντοπίσουν την μονάδα επανάληψης και δε ζητάει κάτι διαφορετικό από τα παιδιά (π.χ., να συνεχίσουν το μοτίβο). Η μόνη διαφοροποίηση που κάνει, η οποία κρίνεται θετική ως στρατηγική, είναι η αλλαγή στην αναπαράσταση του μοτίβου από οριζόντια σε κατακόρυφη τοποθέτηση των μονάδων και η επανατοποθέτησή τους σε οριζόντια θέση, που κάνει εμφανέστερο το γεγονός ότι πρόκειται για το ίδιο σύνθετο στοιχείο το οποίο επαναλαμβάνεται.

### 2.5.4 Φύλλο Εργασίας 4

Στο τέταρτο και τελευταίο φύλλο εργασίας, οι ομάδες κλήθηκαν να σχεδιάσουν δραστηριότητες με επαναλαμβανόμενα μοτίβα, έτσι ώστε να καλύπτονται όλοι οι στόχοι του Αναλυτικού Προγράμματος. Τους ζητήθηκε να προετοιμάσουν μια παρουσίαση power point για κάθε μία από τις δραστηριότητές τους, αναφέροντας α) το/τους στόχο/-ους β) το είδος/-η του/των μοτίβου/-ων (π.χ. ΑΒΓΑΒΓ…), γ) τα υλικά, με λεκτική ή εικονική περιγραφή, δ) αν η δραστηριότητα είναι ατομική, ομαδική (σε μικρές ομάδες), ή για όλη την τάξη και ε) βασικά στοιχεία του σχεδιασμού, που αναδείχθηκαν ως σημαντικά στα εργαστήρια. Συγκεκριμένα, πώς τίθεται το ερώτημα/πρόβλημα στα παιδιά (την ακριβή διατύπωση), τι θα πρέπει να κάνουν τα παιδιά (π.χ., να επιλέξουν από κάποιες επιλογές; να σχεδιάσουν/χρωματίσουν; να κατασκευάσουν κάτι; να εκφράσουν κάτι λεκτικά;) και με ποια υλικά (π.χ., πώς ακριβώς θα παρουσιάζεται η κανονικότητα, τι υλικά θα έχουν στη διάθεσή τους τα παιδιά).

Σημειώνεται ότι οι σχεδιασμοί που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία είναι αυτοί που παρουσιάστηκαν πριν την ανατροφοδότηση που δόθηκε από τη διδάσκουσα.

## 2.6 Ερευνητική διαδικασία

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του εαρινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2020-2021 (Φεβρουάριος – Ιούνιος 2021). Διεξήχθη στα πλαίσια της παράδοσης και εξέτασης του μαθήματος του Στ’ Εξαμήνου του υποχρεωτικού μαθήματος «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ», σύμφωνα με τον ισχύοντα οδηγό σπουδών του τμήματος.

### 2.6.1 Διαδικασία Συλλογής Δεδομένων

Όπως προαναφέρθηκε, λόγω των ισχύοντων μέτρων για τον περιορισμό της διασποράς του κορονοϊού SARS-COV-2, τα εργαστήρια πραγματοποιήθηκαν εξ αποστάσεως μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας ms teams. Τα φύλλα εργασίας αναρτήθηκαν σε μορφή word στην ψηφιακή πλατφόρμα του μαθήματος (ecourse). Για κάθε φύλλο εργασίας δημιουργήθηκε ένας φάκελος στο google drive, όπου κάθε ομάδα αναρτούσε το φύλλο εργασίας της συμπληρωμένο. Τα φύλλα εργασίας ελήφθησαν από τη διδάσκουσα, αφαιρέθηκαν τα προσωπικά στοιχεία των μελών της κάθε ομάδας και δόθηκαν στην ερευνήτρια.

# 3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

## 3.1 Φύλλο Εργασίας 1

Ο Πίνακας 1 παρουσιάζει τη συχνότητα με την οποία οι ομάδες επέλεξαν διαφορετικά πλήθη στόχων, για κάθε μία από τις δραστηριότητες Α, Β, Γ. Με γκρι σκίαση σημαίνεται το πλήθος των στόχων που πράγματι εξυπηρετείται από κάθε δραστηριότητα.

| Πλήθος στόχων που επιλέχθηκαν | Συχνότητα (Ποσοστό %) | | |
|---|---|---|---|
| | Δραστηριότητα Α | Δραστηριότητα Β | Δραστηριότητα Γ |
| 1 | 4 (17,4 %) | 0 | 0 |
| 2 | 1 (4,4%) | 6 (26,1%) | 0 |
| 3 | 9 (39,1%) | 10 (43,5%) | 4 (17,4%) |
| 4 | 6 (26,1%) | 6 (26,1%) | 3 (13%) |
| 5 | 3 (13%) | 1 (4,3%) | 13 (56,5%) |
| 6 | 0 | 0 | 1 (4,3%) |
| 7 | 0 | 0 | 2 (8,7%) |

**Πίνακας 1:** Συχνότητα και ποσοστό του πλήθους των στόχων που επιλέχτηκαν ανά δραστηριότητα (Α, Β, Γ) του Φύλλου Εργασίας

Από τα στοιχεία του Πίνακα 1 προκύπτει ότι, μετά το εισαγωγικό θεωρητικό μάθημα και το 1ο εργαστήριο, υπάρχει μια εμφανής τάση οι ομάδες να επιλέγουν περισσότερους στόχους από αυτούς που στην πραγματικότητα εξυπηρετούν οι δραστηριότητες. Στη Δραστηριότητας Α μόλις 4 από τις 23 ομάδες δήλωσαν σωστά 1 στόχο, ενώ η μεγάλη πλειοψηφία των ομάδων δηλώνει 3 ή 4 στόχους (15 ομάδες). Στη Δραστηριότητα Β, 6 ομάδες δήλωσαν σωστά 2 στόχους, ενώ η μεγάλη πλειοψηφία (16 ομάδες) δηλώνει 3 ή 4 στόχους. Τέλος, στη Δραστηριότητα Γ, 4 ομάδες δήλωσαν σωστά 3 στόχους. Η επικρατούσα απάντηση ήταν με διαφορά οι 5 στόχοι (13 ομάδες), ενώ 3 ομάδες δήλωσαν πάνω από 5 στόχους.

Στον Πίνακα 2 παρουσιάζεται η συχνότητα με την οποία επιλέχθηκε ο κάθε στόχος και το αντίστοιχο ποσοστό, στο σύνολο των στόχων που επιλέχτηκαν από όλες τις ομάδες. Με γκρι σκίαση σημαίνονται οι στόχοι που πράγματι εξυπηρετούνται από τη δραστηριότητα.

| Στόχοι | Συχνότητα (Ποσοστό %) | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Δραστηριότητα Α | Δραστηριότητα Β | Δραστηριότητα Γ | Σύνολο |
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση | 5 (7%) | 2 (2,9%) | 11 (10,1%) | 18 |
| Αναγνώριση: Εύρεση Λάθους | 0 | 23 (32,9%) | 7 (6,4%) | 30 |
| Συνέχιση | 8 (11,3%) | 1(1,4%) | 16 (14,6%) | 25 |
| Μετάφραση | 22 (31%) | 9 (12,8%) | 11 (10,1%) | 42 |
| Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης | 15 (21,1%) | 14 (20%) | 21 (19,3%) | 50 |
| Σύνδεση του όρου με τη θέση του | 7 (9,9%) | 21 (30%) | 21 (19,3%) | 49 |
| Κατασκευή (Επινόηση) | 14 (19,7%) | 0 | 22 (20,2%) | 36 |
| **Σύνολο** | 71 | 70 | 109 | 250 |

**Πίνακας 2:** Επιλογή στόχων ανά δραστηριότητα (Α, Β, Γ) του Φύλλου Εργασίας 1: Συχνότητα και ποσοστό στο σύνολο των επιλογών όλων των ομάδων

Στον Πίνακα 2 παρατηρούμε καταρχήν ότι οι σωστοί στόχοι δηλώνονται σε κάθε δραστηριότητα σε ποσοστά της τάξης περίπου του 20%-33%. Στη Δραστηριότητα Α, όλοι οι στόχοι, πλην του «Αναγνώριση: Εύρεση λάθος» επιλέγονται, με τους στόχους «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης» και «Κατασκευή: Επινόηση» να είναι αυτοί που επιλέγονται λανθασμένα πιο συχνά. Στη Δραστηριότητα Β μόνο ο στόχος «Κατασκευή (Επινόηση)» δεν επιλέχτηκε από καμία ομάδα. Ο στόχος «Ταυτοποίηση της Μονάδας Επανάληψης» επιλέχτηκε λανθασμένα και εδώ με τη μεγαλύτερη συχνότητα, ακολουθούμενος από το στόχο «Μετάφραση». Στη Δραστηριότητα Γ, που οι σωστοί στόχοι είναι περισσότεροι και συμπεριλαμβάνουν στόχους που δηλώθηκαν λανθασμένα στις δύο προηγούμενες με μεγάλη συχνότητα, δηλώθηκε λανθασμένα η «Συνέχιση» με τη μεγαλύτερη συχνότητα.

Στον Πίνακα 3 παρουσιάζεται το πλήθος των ομάδων σε σχέση με το πλήθος των λανθασμένων επιλογών που έκαναν συνολικά και στις τρεις δραστηριότητες του Φύλλου Εργασίας 1.

| Πλήθος Λαθών Φ.Ε. 1 | Πλήθος Ομάδων (Ποσοστό%) |
|---|---|
| 0 | 1 (4,3%) |
| 1 | 2 (8,7%) |
| 2 | 1 (4,3%) |
| 3 | 0 |
| 4 | 3 (13,1%) |
| 5 | 5 (21,75%) |
| 6 | 5 (21,75%) |
| 7 | 1 (4,3%) |
| 8 | 2 (8,7%) |
| 9 | 0 |
| 10 | 3 (13,1%) |

**Πίνακας 3:** Το πλήθος των ομάδων σε σχέση με το πλήθος των λανθασμένων επιλογών που έκαναν συνολικά και στις τρεις δραστηριότητες του Φύλλου Εργασίας 1

Από τον Πίνακα 3 φαίνεται ότι μόνο μία ομάδα επέλεξε σωστά τους στόχους σε όλες τις δραστηριότητες, Η μεγάλη πλειοψηφία έκανε από 4 έως 10 λανθασμένες επιλογές στο σύνολο των δραστηριοτήτων.

### Εξηγήσεις για την επιλογή στόχων στο Φύλλο Εργασίας 1

Στην ενότητα αυτή αναφέρονται συχνοί τύποι εξηγήσεων που έδωσαν οι ομάδες για τις επιλογές τους.

Όσον αφορά τη **Δραστηριότητα Α**, οι συμμετέχοντες που επέλεξαν την «Αναγνώριση: Συμπλήρωση» ως στόχο, δίνουν εξηγήσεις του τύπου «Τα παιδιά αναγνωρίζουν το μοτίβο και στη συνέχεια το συμπληρώνουν με εικονιστικό τρόπο, εικονιστικο υλικό κλπ», υποθέτοντας ότι τα παιδιά έχουν πράγματι αναγνωρίσει το μοτίβο, κάτι που δεν τεκμαίρεται από τα στοιχεία που έχουν για τη δραστηριότητα.

Για την επιλογή «Συνέχιση», ενδεικτικά απαντούν «τα παιδιά συνεχίζουν το μοτίβο με βάση αυτό της νηπιαγωγού». Με βάση τέτοιου είδους απαντήσεις, να σημειωθεί ότι, όντως φτιάχνεται από τα παιδιά το μοτίβο καθώς κάνουν αυτό που τους ζητάει η εκπαιδευτικός, αλλά τα παιδιά δεν το επεκτείνουν. Για να θεωρηθεί ότι τα παιδιά συνεχίζουν ένα μοτίβο, πρέπει να δίνεται το μοτίβο, να δίνεται το υλικό και τα παιδιά να καλούνται να βρουν ποιο είναι το επόμενο κομμάτι (πχ σκύλος- γάτα) διαλέγοντας από το υλικό που τους έχει δοθεί.

Στην «Ταυτοποίηση μονάδας επανάληψης» οι περισσότεροι δίνουν απαντήσεις του τύπου «Τα παιδιά πρέπει να αναγνωρίσουν τη μονάδα επανάληψης για να....», θεωρώντας ότι η αναγνώριση της μονάδας είναι προαπαιτούμενο για την περαιτέρω επεξεργασία του έργου της δραστηριότητας Α. Ωστόσο, η δραστηριότητα από μόνη της δεν απαιτεί από τα παιδιά να κάνουν κάτι που θα τα οδηγήσει ή θα τα υποστηρίξει να διακρίνουν την μονάδα επανάληψης και επιπλέον, η διάκριση της μονάδας επανάληψης δεν είναι προαπαιτούμενο για να ολοκληρώσουν αυτή τη δραστηριότητα. Αυτό που αρκεί να κάνει ένα παιδί σε αυτή τη δραστηριότητα είναι να αντιστοιχίσει ένα μεγάλο ζώο με ένα μικρό ζώο. Αυτό μπορεί να το κάνει χωρίς να έχει αναγνωρίσει τη μονάδα επανάληψης ή χωρίς καν να έχει αναγνωρίσει την κανονικότητα ή να την έχει επεξεργαστεί στο μυαλό του

Στον στόχο «Σύνδεση του όρου με τη θέση του» απαντούν συνήθως «Τα παιδιά με βάση το πρώτο μοτίβο πρέπει να τοποθετήσουν στις σωστές θέσεις αντίστοιχα τα δύο επόμενα μοτίβα (τα παιδιά των ζώων και το φαΐ τους)» Εξηγήσεις αυτού του τύπου δείχνουν ότι δεν έχει γίνει κατανοητό ότι ο όρος «θέση» στο συγκεκριμένο πλαίσιο έχει ένα ειδικό νόημα, και όχι αυτό της χρήσης του σε γενικό πλαίσιο. Για να εξυπηρετηθεί ο συγκεκριμένος στόχος θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ερωτήσεις του τύπου «Ποιο ζώο είναι πρώτο στη σειρά», «Ποιο ζώο είναι πέμπτο στη σειρά» και θα μπορούσε αυτό να συνεχιστεί ζητώντας να βάλουν κάτω από κάθε ζώο την καρτέλα με τη θέση του κάτι που κάνει ορατή αυτή την σειρά-ακολουθία των θέσεων σε σχέση με το ποιο ζώο αντιστοιχεί σε κάθε θέση.

Όσον αφορά την «Κατασκευή (επινόηση)» ο οποίος είναι ένας στόχος που επίσης επιλέχθηκε από αρκετές ομάδες δόθηκαν αιτιολογήσεις του τύπου «Τα παιδιά καλούνται να κατασκευάσουν δυο καινούργια μοτίβα με βάση το μοτίβο που τους δόθηκε προηγουμένως». Από τις εξηγήσεις αυτού του τύπου φαίνεται ότι το να κατασκευαστεί ένα μοτίβο στο πλαίσιο μιας δραστηριότητας συγχέεται με το να επινοηθεί ένα μοτίβο από τα ίδια τα παιδιά. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα δεν απαιτεί από τα παιδιά να επινοήσουν ένα δικό τους μοτίβο.

Τέλος να σημειωθεί ότι στις αιτιολογήσεις της σωστής επιλογής του στόχου «Μετάφραση» παρατηρείται συχνά μη επαρκής – γενική αιτιολόγηση όπως για παράδειγμα «Τα παιδιά εστιάζουν στη δομή του μοτίβου (σκυλάκι, γατάκι, κόκαλο, ψαροκόκαλο)» ή «Τα παιδιά εστιάζουν στη δομή του μοτίβου και κάνουν την αντιστοίχιση» ενώ επίσης συχνά δεν γίνεται αναφορά στο ότι τα καινούρια μοτίβα που φτιάχνονται είναι της ίδιας δομής με το αρχικό.

Στη **Δραστηριότητα Β**, όσον αφορά το στόχο «Ταυτοποίηση της μονάδας», εμφανίστηκαν, παρόμοια με τη Δραστηριότητα Α, εξηγήσεις του τύπου «Τα παιδιά αναγνωρίζουν (ή πρέπει να αναγνωρίσουν) την μονάδα επανάληψης και στη συνέχεια εντοπίζουν το λάθος (ή για να εντοπίσουν το λάθος)». Κι εδώ, λοιπόν, υποθέτουν ότι κάνουν κάτι τα παιδιά το οποίο δεν ελέγχεται ουσιαστικά από τη δραστηριότητα. Και επιπλέον, δεν λαμβάνουν υπόψη ότι τα παιδιά μπορεί να εντοπίζουν το λάθος αντιληπτικά, υποθέτοντας ότι η αναγνώριση της μονάδας επανάληψης είναι προαπαιτούμενο για τη συνέχεια.

Στις αιτιολογήσεις για την επιλογή του στόχου «Μετάφραση» που συνήθως είναι του τύπου «Τα παιδιά εστιάζουν στη δομή του μοτίβου για να........» διαφαίνεται επίσης ότι αφενός δεν έχουν κατανοήσει τι σημαίνει ο στόχος «Μετάφραση», ο οποίος δεν εξυπηρετείται από αυτή τη δραστηριότητα και αφετέρου υποθέτουν και πάλι ότι τα παιδιά κάνουν κάτι το οποίο ούτε είναι προαπαιτούμενο για την ολοκλήρωση της δραστηριότητας αλλά ούτε και μπορούν οι ίδιοι να ελέγξουν ότι πραγματικά γίνεται από τα παιδιά.

Όσον αφορά τη **Δραστηριότητα Γ**, όσοι επέλεξαν την «Αναγνώριση: (Συμπλήρωση)» έδωσαν εξηγήσεις του τύπου «Τα παιδιά αναγνωρίζουν το σωστό πλακάκι», χρησιμοποιώντας τον όρο «αναγνώριση» με το γενικό του νόημα και παραβλέποντας ότι δε «λείπει» κάποιος όρος από το μοτίβο για να συμπληρωθεί.

Στον στόχο «Αναγνώριση: Εύρεση λάθους» οι πιο συχνές αιτιολογήσεις ήταν της μορφής «Τα παιδιά καλούνται να ελέγξουν την ορθότητα της επιλογής τους, και να αντιληφθούν γιατί απέκλεισαν τα υπόλοιπα πλακάκια αναγνωρίζοντας που βρίσκεται το λάθος σε αυτά.». Ωστόσο, όταν λέμε ότι έχουμε ως στόχο την εύρεση λάθους σε μια κανονικότητα, εννοούμε ότι ο μαθητής καλείται να μελετήσει μια συγκεκριμένη κανονικότητα και να εντοπίσει το λάθος. Το να ελέγξει αν η επιλογή που έκανε είναι σωστή δεν σημαίνει ότι κάποιος ζητάει να βρεθεί το λάθος. Αντίθετα, αυτό που συμβαίνει στην συγκεκριμένη δραστηριότητα είναι να συγκρίνει το παιδί την αρχική κανονικότητα και αυτή που έφτιαξε με το τυχόν λάθος πλακάκι, για να βρει αν είναι ίδιες. Για να πούμε λοιπόν, ότι στόχος μιας δραστηριότητας είναι η «Αναγνώριση: εύρεση λάθους» σε μια κανονικότητα θα πρέπει να δώσουμε μια κανονικότητα στην οποία έχει γίνει κάποιο λάθος και να καλούμε εμείς οι ίδιοι να το εντοπίσει.

Όπως και στις προηγούμενες δραστηριότητες, όσοι επιλέγουν ως στόχο την «Συνέχιση» φαίνεται ότι δεν έχουν κατανοήσει τι σημαίνει συνέχιση μοτίβου. Υπάρχουν και πάλι απαντήσεις του τύπου «Τα παιδιά κατασκευάζουν μια μονάδα επανάληψης και καλούνται να συνεχίσουν το μοτίβο.» ή «Αφού εξετάσουν το μοτίβο που τους δίνει η νηπιαγωγός το συνεχίζουν με τον ίδιο τρόπο». Ωστόσο, δεν ζητείται από την δραστηριότητα να συνεχίσουν ένα μοτίβο. Συνέχιση ενός μοτίβου σημαίνει να δίνεται ένα μοτίβο και να ζητείται από το/τα παιδί/ια να το επεκτείνει/ουν.

Όσον αφορά τον στόχο της «Μετάφρασης» δίνουν κι εδώ γενικές απαντήσεις όπως «Τα παιδιά θα μεταφράσουν το μοτίβο για να επιλέξουν τα πλακίδια» ή «Τα παιδιά πρέπει να εστιάσουν στην δομή του μοτίβου για να ελέγξουν αν έχουν επιλέξει το σωστό πλακάκι.» που δείχνουν ότι δεν έχουν κατανοήσει τη σημασία της μετάφρασης και πως για να πούμε ότι μια δραστηριότητα εξυπηρετεί τον συγκεκριμένο στόχο, πρέπει να έχουμε ένα μοτίβο και τα παιδιά να καλούνται να αναπαραστήσουν με διαφορετικό τρόπο το μοτίβο αυτό, αντικαθιστώντας τα στοιχεία του αρχικού με διαφορετικά αντικείμενα κάθε φορά.

Συνοψίζοντας, από τις απαντήσεις και τις εξηγήσεις που έδωσαν οι ομάδες στο Φ.Ε. 1 προκύπτουν τα εξής σημεία:

Οι ομάδες επιλέγουν εν γένει περισσότερους στόχους από αυτούς που πραγματικά εξυπηρετούνται από τη δραστηριότητα. Οι (πιο απαιτητικοί) στόχοι «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης», «Σύνδεση του όρου με τη θέση του» και «Κατασκευή (Επινόηση)» είναι οι στόχοι που επιλέχθηκαν λανθασμένα συχνά. Όμως, προβλήματα εμφανίστηκαν και με τη «Συνέχιση» που δε συνδέθηκε σε κάποιες περιπτώσεις με την επέκταση του μοτίβου, ή τη «Συμπλήρωση», που δε συνδέθηκε με την έλλειψη ενός όρου από το μοτίβο.

Κάποιες φορές, λανθασμένες επιλογές οφείλονται σε μια ερμηνεία των όρων σε πολύ γενικό πλαίσιο (π.χ., «θέση, αναγνώριση»). Για παράδειγμα, η «Αναγνώριση» δεν αναφέρεται γενικά στο τι μπορούν να αναγνωρίσουν τα παιδιά αλλά αναφέρεται στην κανονικότητα. Συχνά, οι ομάδες κάνουν υποθέσεις για το τι κατανοούν ή κάνουν τα παιδιά, χωρίς να έχουν επαρκή στοιχεία. Για παράδειγμα, για να αναγνωρίσουν τα παιδιά το μοτίβο δεν σημαίνει απαραίτητα ότι κάνουν ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης. Παρόμοια, υποθέτουν ότι τα παιδιά «εστιάζουν στη δομή του μοτίβου» αυθόρμητα. Οι υποθέσεις αυτές δείχνουν και ότι δεν έχουν κατανοήσει τη διαφορετική δυσκολία που παρουσιάζουν οι στόχοι για τις κανονικότητες.

Ένα επιπλέον στοιχείο που διαφαίνεται από τις επιλογές και τις εξηγήσεις των ομάδων είναι ότι δε συνδέουν τη δράση των παιδιών με τους στόχους που υποθέτουν ότι εξυπηρετούνται. Έτσι, για παράδειγμα, όταν κατασκευάζεται μια κανονικότητα (όπως π.χ. στη Δραστηριότητα Α), θεωρούν ότι *τα παιδιά* επινόησαν την κανονικότητα και επιλέγουν τον αντίστοιχο στόχο.

## 3.2 Φύλλο Εργασίας 2

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται οι απαντήσεις των ομάδων στα ερωτήματα της Δραστηριότητας 1 σχετικά με την μαθηματική ορθότητα και την επάρκεια της περιγραφής. Με γκρι σημαίνεται η σωστή απάντηση.

| Δραστηριότητα 1 |
|---|
| Πλήθος (Ποσοστό%) |

| Μαθηματική Ορθότητα | | Επάρκεια Περιγραφής | |
|---|---|---|---|
| Ναι | Όχι | Συμφωνώ | Διαφωνώ |
| 0 | 23 (100%) | 11 (47,8%) | 12 (52,2%) |

**Πίνακας 4:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για την μαθηματική ορθότητα και την επάρκεια περιγραφής της Δραστηριότητας 1 του Φύλλου Εργασίας 2

Από τα στοιχεία του Πίνακα 4 φαίνεται ότι όλες οι ομάδες εντόπισαν το λάθος στη δήλωση του τύπου του μοτίβου, ενώ περίπου οι μισές εντόπισαν ελλείψεις στην περιγραφή της δραστηριότητας. Οι πιο συχνές απαντήσεις που δόθηκαν από αυτούς που επέλεξαν ότι συμφωνούν είναι του τύπου «τα παιδιά γνωρίζουν την μονάδα επανάληψης, είναι ικανά να συμπληρώσουν τον επόμενο όρο.» ή «Παρατηρώντας το μοτίβο με τον σωστό του τύπο κανονικότητας, η δραστηριότητα μπορεί να υλοποιηθεί επιτυχώς». Ωστόσο από μερικούς αναφέρεται ότι θα έπρεπε να προστεθούν και άλλες πληροφορίες όπως πχ. τον τρόπο που θα εργαστούν τα παιδιά (ατομικά ή ομαδικά).

Από την άλλη, μερικές από τις αιτιολογήσεις όσων επέλεξαν ότι διαφωνούν είναι ότι, λόγω του ότι δίνεται λανθασμένα ο τύπος της κανονικότητας, *μπορεί τα παιδιά να συνεχίσουν το μοτίβο με λάθος τρόπο*, ότι *δεν αναφέρεται ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η δραστηριότητα (ατομικά ή ομαδικά)*, ότι *δεν είναι επαρκής για να καταλάβουμε την εξέλιξη που θα έχει η δραστηριότητα*, αν έγινε π.χ μοίρασμα καρτών ή άλλου υλικού κλπ.

Στον Πίνακα 5 παρουσιάζονται οι απαντήσεις των ομάδων στα ερωτήματα σχετικά με τους στόχους και την επάρκεια περιγραφής της Δραστηριότητας 2. Με γκρι σημαίνεται η σωστή απάντηση

| Δραστηριότητα 2 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Πλήθος (Ποσοστό%) | | | | | | | |
| Στόχοι | | | | | | Επάρκεια Περιγραφής | |
| Αναγνώριση | | Συνέχιση | | Κατασκευή | | | |
| Ναι | Όχι | Ναι | Όχι | Ναι | Όχι | Συμφωνώ | Διαφωνώ |
| 9 (39,1%) | 14 (60,9%) | 14 (60,9%) | 9 (39,1%) | 8 (34,8%) | 15 (65,2%) | 22 (95,7%) | 1 (4,3%) |

**Πίνακας 5:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για τους στόχους και την επάρκεια περιγραφής της Δραστηριότητας 2 του Φύλλου Εργασίας 2

Από τον Πίνακα 5 φαίνεται ότι στόχοι που δεν εξυπηρετούνται από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα επιλέγονται συχνά, με τη «Συνέχιση» να είναι αυτός που επιλέχθηκε από την πλειοψηφία των ομάδων. Από τις αιτιολογήσεις φάνηκε ότι οι ομάδες αυτές παραγνώρισαν το γεγονός ότι δεν παρουσιάζεται, στην ουσία, μοτίβο στους μαθητές ώστε να το συνεχίσουν. Οι εξηγήσεις από όσες ομάδες επέλεξαν το στόχο «Κατασκευή» δείχνουν ότι συγχέουν την επινόηση με το γεγονός ότι από το χρωματισμό των αντικειμένων σύμφωνα με τις οδηγίες τις νηπιαγωγού προκύπτει ένα μοτίβο. Τέλος, οι ομάδες που επέλεξαν την «Αναγνώριση», φαίνεται να θεωρούν δεδομένο ότι τα παιδιά αναγνωρίζουν το μοτίβο, ή να το θεωρούν προϋπόθεση για να χρωματίσουν τα αντικείμενα.

Με μία εξαίρεση, όλες οι ομάδες συμφώνησαν ότι η περιγραφή της δραστηριότητας ήταν επαρκής.

Στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται οι απαντήσεις των ομάδων στο ερώτημα της Δραστηριότητας 3 σχετικά με το αν εξυπηρετείται ο στόχος «Συνέχιση». Με γκρι σημαίνεται η σωστή απάντηση. Φαίνεται ότι η συντριπτική πλειοψηφία των ομάδων θεώρησε ότι δεδομένης μόνο μιας «μονάδας επανάληψης», τα παιδιά πράγματι συνεχίζουν ένα μοτίβο. Σημειώνεται ότι οι 2 ομάδες που διαφώνησαν, εστίασαν στην εξήγησή τους στο γεγενός ότι η εκφώνηση δεν είναι επαρκής (π.χ. «Τα παιδιά με την συγκεκριμένη διατύπωση σίγουρα δεν θα κατανοήσουν τι πρέπει να κάνουν, ίσως πετύχουν ωστόσο την συνέχιση του μοτίβου τυχαία»)

| Δραστηριότητα 3 | |
|---|---|
| Πλήθος (Ποσοστό%) | |
| Συνέχιση | |
| Ναι | Όχι |
| 21 (91,3%) | 2 (8,7%) |

**Πίνακας 6:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για το στόχο «Συνέχιση» της Δραστηριότητας 3 του Φύλλου Εργασίας 2

Στον Πίνακα 7 σημειώνονται οι απαντήσεις των ομάδων στις ερωτήσεις σχετικά με το αν ο Στόχος «Συνέχιση» εξυπηρετείται από τη Δραστηριότητα 4, την ύπαρξη ουσιαστικού στόχου και την επάρκεια περιγραφής της δραστηριότητα. Με γκρι σημαίνονται οι σωστές απαντήσεις.

Από τον Πίνακα 7 φαίνεται ότι η πλειοψηφία των ομάδων αναγνώρισε ότι η «Συνέχιση» δεν εξυπηρετείται από τη δραστηριότητα, καθώς και ότι δεν υπάρχει ουσιαστικός στόχος σχετικά με τα μοτίβα. Από τις αιτιολογήσεις φαίνεται ότι αυτές οι ομάδες αναγνώρισαν ότι η δραστηριότητα απαιτεί μόνο την «αντιγραφή» του αντικειμένου που δίνεται. (π.χ. «Δεν συνεχίζουν κάποια κανονικότητα αλλά χρωματίζουν εκ νέου καινούργιες κάρτες»). Οι ομάδες που θεώρησαν ότι η «Συνέχιση» εξυπηρετείται φαίνεται να θεωρούν ότι το δεδομένο αντικείμενο πράγματι αναπαριστά μια κανονικότητα (π.χ. «Τα παιδιά οφείλουν - καλούνται να συνεχίσουν να ζωγραφίζουν τα φανάρια με την κανονικότητα ΑΒΓΑΒΓ που δίνεται στην αρχική καρτέλα»). Η δήλωση ότι η δραστηριότητα εξυπηρετεί κάποιον ουσιαστικό στόχο τυπικά συνοδεύτηκε από την υπόθεση ότι τα παιδιά «αναγνωρίζουν» κάποιο μοτίβο, ενώ αναφέρθηκαν και στοιχεία που δεν υπάρχουν στην περιγραφή της δραστηριότητας (π.χ. «Τα παιδιά αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν κανονικότητες με εικονιστικό υλικό»).

Η επάρκεια της περιγραφής κρίθηκε ικανοποιητική κυρίως από τις ομάδες που απάντησαν λανθασμένα στα ερωτήματα και μη ικανοποιητική από τις υπόλοιπες, οι οποίες όμως εστίασαν ξανά στο μη πρόσφορο υλικό.

| Δραστηριότητα 4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Πλήθος (Ποσοστό%) | | | | | |
| Συνέχιση | | Ύπαρξη ουσιαστικού στόχου | | Επάρκεια Περιγραφής | |
| Ναι | Όχι | Ναι | Όχι | Συμφωνώ | Διαφωνώ |
| 9 (39,1%) | 14 (60,9%) | 11 (47,8%) | 12 (52,2%) | 10 (43,5%) | 13 (56,5%) |

**Πίνακας 7:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για την μαθηματική ορθότητα, την ύπαρξη ουσιαστικού στόχου και την επάρκεια περιγραφής της Δραστηριότητας 4 του Φύλλου Εργασίας 2

Ο Πίνακας 8 παρουσιάζει τις απαντήσεις ομάδων στην ερώτηση της Δραστηριότητας 5 σχετικά με την κατάλληλότητα της αναπαράστασης του μοτίβου (κατακόρυφα, μία μονάδα επανάληψης ανά γραμμή). Με γκρι σημαίνεται η σωστή απάντηση.

| Δραστηριότητα 5 | |
|---|---|
| Κατάλληλη Αναπαράσταση | |
| Συμφωνώ | Διαφωνώ |
| 15 (65,2%) | 8 (34,8%) |

**Πίνακας 8:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για την καταλληλότητα της αναπαράστασης του μοτίβου στη Δραστηριότητας 5 του Φύλλου Εργασίας 2

Οι 8 ομάδες που δήλωσαν ότι διαφωνούν αναφέρονται ρητά στο πρόβλημα της συγκεκριμένης αναπαράστασης του μοτίβου και επισημαίνουν ότι δεν είναι ξεκάθαρο αν πραγματικά τα παιδιά θα εντοπίσουν και τελικά θα συνεχίσουν το μοτίβο ή απλά θα χρωματίσουν ανά στήλη. Το πρόβλημα αυτό, παραδόξως, επισημάνθηκε και από κάποιες ομάδες που δήλωσαν ότι συμφωνούν.

Στον Πίνακα 9 παρουσιάζονται οι απαντήσεις των ομάδων στην ερώτηση της Δραστηριότητας 6 σχετικά με τον τρόπο εμπλοκής των παιδιών. Με γκρι σημαίνεται η σωστή απάντηση.

| Δραστηριότητα 6 | |
|---|---|
| Ουσιαστικός τρόπος εμπλοκής των παιδιών | |
| Συμφωνώ | Διαφωνώ |
| 11 (47,8%) | 12 (52,2%) |

**Πίνακας 9:** Πλήθος και ποσοστό απαντήσεων για τον τρόπο εμπλοκής των παιδιών στην Δραστηριότητα 6 του Φύλλου Εργασίας 2

Οι 11 ομάδες που απάντησαν «Συμφωνώ», φάνηκαν να θεωρούν ότι η τοποθέτηση ενός προκαθορισμένου αντικειμένου σε μια δεδομένη θέση συνιστά ουσιαστική συμμετοχή του παιδιού στην κατασκευή του μοτίβου. (π.χ. «Το κάθε παιδί με τη δική του κάρτα συμβάλλει στη δημιουργία του μοτίβου»). Οι 12 ομάδες που απάντησαν «Διαφωνώ» αναγνώρισαν ότι ο ρόλος του παιδιού είναι προ-αποφασισμένος από τη νηπιαγωγό και δεν απαιτεί από το παιδί να κάνει κάτι ουσιαστικό σε σχέση με τα μοτίβα (π.χ. «Τα παιδιά δεν αντιλαμβάνονται την διαδικασία δημιουργίας των κανονικοτήτων, καθώς εμπλέκονται παθητικά στην εκπαιδευτική διαδικασία»).

Συνοψίζοντας, από τις απαντήσεις των ομάδων στο Φύλλο Εργασίας 2 φαίνεται η αναγνώριση στόχων που αφορούν τα μοτίβα εξακολουθεί να είναι μια πρόκληση για τις ομάδες. Επιπλέον, φαίνεται ότι συχνά θεωρούνται υπαρκτές ή ορατές από τα παιδιά κανονικότητες που δεν υπάρχουν στην κατάσταση που παρουσιάζεται μέσω των υλικών (π.χ. Δραστηριότητες 2, 3 και 4). Τέλος, για περίπου τις μισές ομάδες φαίνεται να υπάρχει δυσκολία και στην αναγνώριση της ουσιαστικής συμμετοχής του παιδιού (Δραστηριότητα 6).

### 3.3 Φύλλο Εργασίας 3

Οι απαντήσεις των ομάδων εξετάστηκαν καταρχήν ως προς τα στοιχεία τα οποία αναφέρονταν στις οδηγίες του Φύλλου Εργασίας 3 και συζητώνται στην Ενότητα 2.5.3. Στον Πίνακα 10 παρουσιάζονται τα στοιχεία αυτά και το πλήθος των ομάδων που αναφέρθηκαν σε κάθε ένα από αυτά.

| Απαντήσεις | | Συχνότητα (Ποσοστό%) |
|---|---|---|
| Αρνητικά στοιχεία | Δεν ζητείται επεξήγηση των απαντήσεων | 19 (82,6%) |
| | Τα παιδιά δεν εμπλέκονται ενεργά σε κάποια δραστηριότητα | 9 (39,1%) |
| | Η εκπαιδευτικός δεν μπορεί να ξέρει αν τα παιδιά έχουν κατανοήσει ή απαντούν στην τύχη | 9 (39,1%) |
| | Η μονάδα επανάληψης επαναλαμβάνεται 2 φορές | 7 (30,4%) |
| | Δεν συμμετέχουν όλα τα παιδιά | 5 (21,7%) |
| | Η εκπαιδευτικός υποδηλώνει τη σωστή ή λανθασμένη απάντηση | 4 (17,4%) |

| | | |
|---|---|---|
| Θετικά σημεία | Αλλαγή στην αναπαράσταση του μοτίβου | 16 (69,5%) |
| | Επαρκές εκπαιδευτικό υλικό | 1 (4,3%) |
| | Η εκπαιδευτικός δεν επισημαίνει στους μαθητές το λάθος τους | 1 (4,3%) |
| | Κανένα θετικό | 5 (21,7%) |

**Πίνακας 10:** Συχνότητα και ποσοστό των απαντήσεων (θετικά και αενητικά σημεία) σχετικά με το βίντεο του Φύλλου Εργασίας 3

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 10, η πλειοψηφία των ομάδων αναγνώρισε ότι *η εκπαιδευτικός δεν ζητά επεξηγήσεις των απαντήσεων που δίνουν οι μαθητές/τριες στις ερωτήσεις που τους απευθύνει*, κάτι που τους είχε ζητηθεί ρητά να παρατηρήσουν. Λίγο λιγότερες από τις μισές ομάδες σχολίασαν ότι *η εκπαιδευτικός δε ζητά από τα παιδιά να εμπλακούν ενεργά σε μια ουσιώδη δράση*, που επίσης του είχε ζητηθεί ρητά να παρατηρήσουν. Οι ίδιες ομάδες επεσήμαναν ότι *η εκπαιδευτικός δεν μπορεί να γνωρίζει αν τα παιδιά κατανοούν τι τους λέει, ή αν απαντούν στην τύχη*. Εφτά ομάδες, ανέφεραν ως αρνητικό σημείο της διδασκαλίας της εκπαιδευτικού το γεγονός ότι *σε κάθε κανονικότητα που δείχνει στα παιδιά, η μονάδα επανάληψης επαναλαμβάνεται μόνο δυο φορές γεγονός που δυσχεραίνει τον εντοπισμό της ύπαρξης κανονικότητας*. Πέντε ομάδες ανέφεραν ότι *δεν συμμετέχουν στην εκπαιδευτική διαδικασία όλοι/ες οι μαθητές/τριες* (η εκπαιδευτικός απευθύνει το λόγο σε κάποια παιδιά αλλά όχι σε όλα). Μόνο 4 ομάδες ανέφεραν ότι *η εκπαιδευτικός υποδηλώνει τις σωστές ή λανθασμένες απαντήσεις με τους μορφασμούς του προσώπου της, τον τόνο της φωνής της και γενικότερα τη στάση του σώματός της*. Τέλος, υπήρξαν και 5 ομάδες που ανέφεραν ως αρνητικά άλλα στοιχεία όπως για παράδειγμα *το ίδιο χρώμα στο υλικό που χρησιμοποιήθηκε, τον μη επαρκή χρόνο που δίνεται στους μαθητές/τριες για την επεξεργασία των ερωτήσεων που τους τίθενται* κ.α.

Όσον αφορά τα θετικά σημεία, το βασικό ήταν η αλλαγή της αναπαράστασης του μοτίβου όταν η εκπαιδευτικός αντιλήφθηκε την δυσκολία αναγνώρισης της μονάδας επανάληψης από τους μαθητές/τριες. Την αλλαγή αυτή στην αναπαράσταση και τη σημαντικότητά της εντόπισαν 16 από τις 23 ομάδες. Από τις 7 ομάδες που δεν αναφέρθηκαν στην αλλαγή της αναπαράστασης, οι 5 δεν εντόπισαν κανένα θετικό σημείο.

Σημειώνεται ότι μία ομάδα επεσήμανε ως θετικό το γεγονός ότι η εκπαιδευτικός «ξεκαθάρισε από την αρχή τι εννοούμε όταν λέμε μοτίβο», ενώ από μια άλλη αναφέρθηκε ως θετικό ότι η εκπαιδευτικός «προσπαθεί να ψυχαγωγήσει τα παιδιά καθ' όλη την διάρκεια της δραστηριότητας».

Καμία ομάδα δεν αναφέρθηκε στον «ορισμό» του μοτίβου τον οποίο έδωσε η νηπιαγωγός, που ήταν ακατανόητος.

## 3.4 Φύλλο Εργασίας 4

Από τις ομάδες σχεδιάστηκαν συνολικά 71 δραστηριότητες. Στις δραστηριότητες αυτές δηλώθηκαν συνολικά 187 στόχοι. Οι δραστηριότητες εξετάστηκαν ως προς τους στόχους που δηλώθηκαν, σε σχέση με αυτούς που πράγματι εξυπηρετήθηκαν από αυτήν. Η μη εξυπηρέτηση ενός στόχου σημαίνει ότι ο στόχος είτε δηλώθηκε, αλλά στη συνέχεια είτε δεν τέθηκε ως έργο στα παιδιά, είτε τέθηκε λανθασμένα.

Στον Πίνακα 11 παρουσιάζεται η συχνότητα με την οποία δηλώθηκαν οι στόχοι στις δραστηριότητες που σχεδίασαν οι ομάδες και η συχνότητα με την οποία κάθε στόχος δεν εξυπηρετήθηκε.

| Στόχος | Δηλώθηκε | Δεν εξυπηρετήθηκε (Ποσοστό%) |
|---|---|---|
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση | 26 | 10 (38%) |
| Αναγνώριση: Εύρεση λάθους | 25 | 13 (52%) |
| Συνέχιση | 33 | 14 (39%) |
| "Μετάφραση" | 23 | 12 (52%) |
| Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης | 31 | 27 (87%) |
| Σύνδεση του όρου με τη θέση του | 20 | 6 (30%) |

| | | |
|---|---|---|
| Κατασκευή (Επινόηση) | 29 | 14 (48%) |
| Σύνολο | 187 | 96 |

**Πίνακας 11:** Συχνότητα δήλωσης κάθε στόχου και συχνότητα με την οποία δεν εξυπηρετήθηκε

Από τα στοιχεία του Πίνακα 11 προκύπτει ότι παραπάνω από τους μισούς στόχους στο σύνολο των 187 στόχων που δηλώθηκαν δεν εξυπηρετήθηκαν από την αντίστοιχη δραστηριότητα. Η «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης» ήταν ο στόχος που εξυπηρετήθηκε με τη μικρότερη σχετική συχνότητα. Η «Συνέχιση» ήταν ο στόχος που δηλώθηκε πιο συχνά, ενώ η «Σύνδεση του όρου με τη θέση του» δηλώθηκε τις λιγότερες φορές.

Το σύνολο των 71 δραστηριοτήτων κατηγοριοποιήθηκε με κριτήριο το πλήθος των στόχων που εξυπηρετήθηκαν ανά δραστηριότητα (Πίνακας 12). Προέκυψαν 6 κατηγορίες, που αντιστοιχούν σε δραστηριότητες στις οποίες δεν εξυπηρετείται κανένας στόχος από αυτούς που δηλώνονται και σε δραστηριότητες στις οποίες εξυπηρετούνται 1, 2, 3, 4 και 7 στόχοι. Σε περίπου το ένα τρίτο των δραστηριοτήτων δεν εξυπηρετήθηκε κανένας στόχος από αυτούς που δηλώθηκαν.

| Πλήθος στόχων που εξυπηρετήθηκαν ανά δραστηριότητα | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 | Σύνολο |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Πλήθος δραστηριοτήτων | 21 (29,6%) | 28 (39,5%) | 12 (16,9%) | 7 (9,8%) | 1 (1,4%) | 2 (2,8%) | 71 (100%) |

**Πίνακας 12:** Συχνότητα και ποσοστό των κατηγοριών δραστηριοτήτων, με κριτήριο το πλήθος των στόχων που εξυπηρετούνται ανά δραστηριότητα

Στον Πίνακα 13 παρουσιάζεται το πλήθος των στόχων που δηλώθηκαν, το πλήθος των στόχων που δεν εξυπηρετήθηκαν και ο λόγος τους, στο σύνολο των δραστηριοτήτων που σχεδιάστηκαν ανά ομάδα.

| Ομάδα | Α: Πλήθος στόχων που δηλώθηκαν | Β: Πλήθος στόχων που δεν εξυπηρετήθηκαν | Λόγος Β/Α |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | 0,43 |
| 2 | 4 | 4 | 1 |
| 3 | 6 | 3 | 0,50 |
| 4 | 17 | 13 | 0,76 |
| 5 | 7 | 4 | 0,57 |
| 6 | 8 | 2 | 0,25 |
| 7 | 7 | 1 | 0,14 |
| 8 | 7 | 0 | 0 |
| 9 | 7 | 1 | 0,14 |
| 10 | 7 | 0 | 0 |
| 11 | 7 | 0 | 0 |
| 12 | 7 | 1 | 0,14 |
| 13 | 10 | 7 | 0,70 |
| 14 | 8 | 2 | 0,25 |
| 15 | 12 | 7 | 0,58 |
| 16 | 4 | 4 | 1 |
| 17 | 7 | 3 | 0,43 |
| 18 | 7 | 5 | 0,71 |
| 19 | 9 | 8 | 0,89 |
| 20 | 8 | 8 | 1 |
| 21 | 7 | 2 | 0,29 |
| 22 | 14 | 11 | 0,79 |
| 23 | 10 | 7 | 0,70 |
| Σύνολο | 187 | 96 | |

**Πίνακας 13:** Λόγος των στόχων που δεν εξυπηρετήθηκαν προς τους συνολικούς στόχους που δηλώθηκαν από κάθε ομάδα

Παρατηρούμε ότι ένα πολύ μικρό πλήθος ομάδων (3) παρουσιάζει δραστηριότητες στις οποίες εξυπηρετούνται όλοι οι στόχοι. Αντίστοιχα ωστόσο, ένα πολύ μικρό πλήθος ομάδων (3) παρουσιάζει δραστηριότητες στις οποίες κανένας από τους δηλωθέντες στόχους δεν εξυπηρετείται. 6 ομάδες παρουσιάζουν δραστηριότητες στις οποίες εξυπηρετούνται σχεδόν όλοι οι στόχοι και αντίστοιχα άλλες 6 παρουσιάζουν δραστηριότητες στις οποίες δεν εξυπηρετούνται οι περισσότεροι από τους δηλωθέντες στόχους. Τέλος 5 από τις 23 ομάδες παρουσιάζουν δραστηριότητες όπου εξυπηρετούνται περίπου οι μισοί από τους δηλωμένους στόχους.

Η μη εξυπηρέτηση στόχου μπορεί να συμβαίνει με διάφορους τρόπους, ο πιο τετριμμένος εκ των οποίων είναι να δηλώνεται ο στόχος αρχικά, αλλά να μην αναφέρεται καθόλου στην περιγραφή της δραστηριότητας. Ένας άλλος λόγος είναι η μη κατανόηση του στόχου από τις ίδιες τις ομάδες. Ο πιο συχνός λόγος, όμως, είναι η μη σύνδεση του στόχου με τη δράση των παιδιών, η οποία περιγράφεται ως ανύπαρκτη ή εντελώς τετριμμένη.

Για παράδειγμα, στη δραστηριότητα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 1, έχουν δηλωθεί οι στόχοι «Αναγνώριση», «Συνέχιση», «Μετάφραση», «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης», «Κατασκευή: Επινόηση». Ο στόχος «Μετάφραση» δεν αναφέρεται στην περιγραφή της δραστηριότητας. Ο στόχος «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης» αναφέρεται, χωρίς να συνδέεται με οποιαδήποτε δράση από τη μεριά του παιδιού. Ενδεχομένως, η ομάδα θεώρησε ότι το να αναγνωρίσει το παιδί ότι υπάρχει «μια συγκεκριμένη σειρά στα τουβλάκια που βρίσκονται μπροστά του» προϋποθέτει την αναγνώριση μιας επαναλαμβανόμενης μονάδας. Τέλος, ενώ αρχικά φαίνεται ότι ζητείται από το παιδί να επινοήσει ένα μοτίβο, η τελευταία πρόταση («το παιδί καλείται κατασκευάσει ένα μοτίβο με τη σειρά μεσαίο-μεγάλο-μικρό») δείχνει ότι υπάρχει συγκεκριμένη προσδοκία, πολύ πιθανώς και οδηγία προς το παιδί, για την κατασκευή του μοτίβου που έχει προαποφασίσει η ομάδα. Το τελευταίο δείχνει ότι ο στόχος αυτός δεν έχει γίνει κατανοητός.

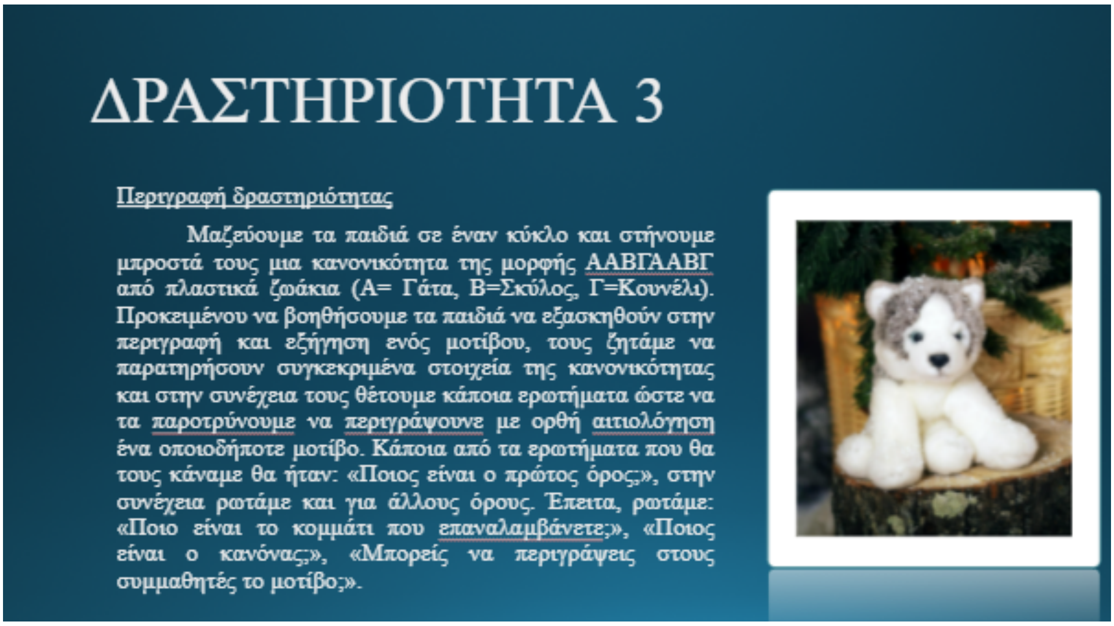
Περιγραφή δραστηριότητας:

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας ο/η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στο παιδί ένα μοτίβο από τουβλάκια που έχει σχεδιάσει ο ίδιος. Το μοτίβο περιέχει τουβλάκια τριών διαφορετικών μεγεθών και η σειρά τους είναι η εξής: μεγάλα-μεσαία-μικρά. Ο εκπαιδευτικός αρχικά ζητάει από το παιδί να αναγνωρίσει το μοτίβο που έχει που μπροστά του, ρωτώντας το «Παρατηρείς κάποια συγκεκριμένη σειρά στα τουβλάκια που έχεις μπροστά σου;». Αφού το παιδί δείξει στον εκπαιδευτικό ότι έχει καταλάβει τη μονάδα επανάληψης και τη μορφή του μοτίβου, ο εκπαιδευτικός ρωτάει το παιδί «Ποιο θα είναι το επόμενο τουβλάκι;» και του ζητάει να συνεχίσει το μοτίβο το οποίο βλέπει.

Τέλος, αφού το παιδί έχει ολοκληρώσει με τη συνέχιση του μοτίβου ο εκπαιδευτικός δίνει και άλλα τουβλάκια στο παιδί και του ζητάει να δημιουργήσει μόνο του ένα νέο μοτίβο με διαφορετική σειρά αυτή τη φορά. Το παιδί καλείται να κατασκευάσει ένα μοτίβο με σειρά μεσαίο-μεγάλο-μικρό.

**Εικόνα 1:** Παράδειγμα δραστηριότητας με στόχους που δηλώνονται, αλλά δεν εξυπηρετούνται («Μετάφραση», «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης», «Κατασκευή: Επινόηση»)

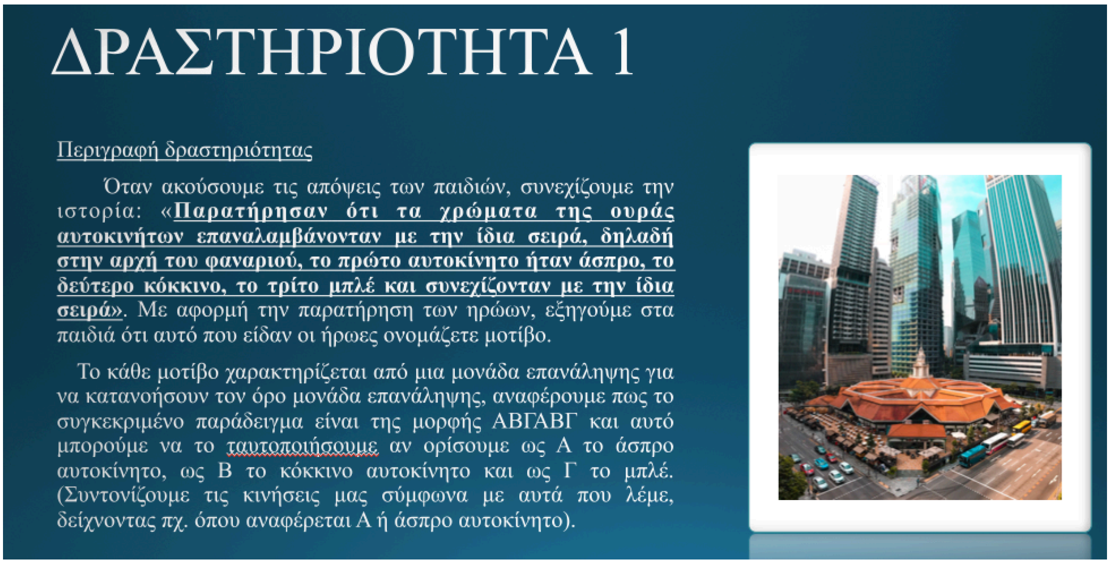
Στην Εικόνα 2, η ομάδα περιγράφει μια κατάσταση στην οποία παρουσιάζεται ένα έτοιμο μοτίβο στα παιδιά και ακολουθεί μια σειρά ερωτημάτων που συνδέονται με τους στόχους «Ταυτοποίηση της μονάδας» και «Σύνδεση του όρου με τη θέση του», οι οποίοι έχουν δηλωθεί ως στόχοι της δραστηριότητας. Ωστόσο, κανένα από αυτά τα ερωτήματα δε συνδέεται με οποιαδήποτε δράση από τη μεριά των παιδιών και φαίνεται να θεωρείται δεδομένο ότι τα παιδιά μπορούν αφενός να κατανοήσουν τα ερωτήματα και, αφετέρου, να τα απαντήσουν λεκτικά. Σημειώνεται ότι είναι η πρώτη φορά που εμφανίζονται αυτοί οι στόχοι στο σχεδιασμό της συγκεκριμένης ομάδας.




**Εικόνα 2:** Παράδειγμα δραστηριότητας στην οποία δηλώνονται, αλλά δεν εξυπηρετούνται οι στόχοι «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης», «Σύνδεση του όρου με τη θέση του».

Στο παράδειγμα της Εικόνας 2 εμφανίζεται και το φαινόμενο της ακατάλληλης ή ασαφούς διατύπωσης ερωτημάτων, οδηγιών, ή εξηγήσεων που απευθύνονταν στα παιδιά (βλ. και «τους ζητάμε να παρατηρήσουν συγκεκριμένα στοιχεία της κανονικότητας»).

Στην περιγραφή της δραστηριότητας στην Εικόνα 3, η ομάδα δηλώνει ότι, προκειμένου «να κατανοήσουν τα παιδιά τον όρο μονάδα επανάληψης, αναφέρουμε ότι το μοτίβο είναι της μορφής ΑΒΓΑΒΓ και μπορούμε να το ταυτοποιήσουμε αν ορίσουμε ως Α το άσπρο αυτοκίνητο, ως Β το κόκκινο αυτοκίνητο και ως Γ το μπλε». Από τη συνέχεια της περιγραφής φαίνεται καθαρά ότι αυτή ακριβώς είναι η διατύπωση που έχουν την πρόθεση να χρησιμοποιήσουν με τα παιδιά («Συντονίζουμε τις κινήσεις μας σύμφωνα με αυτά που λέμε, δείχνοντας π.χ. όπου αναφέρεται Α το άσπρο αυτοκίνητο»). Διατυπώσεις αυτού του τύπου εμφανίστηκαν σε πολλές δραστηριότητες, αλλά επειδή συνήθως ήταν συνδεδεμένες με το δηλωμένο στόχο και τη (μη) εκπλήρωσή του, δεν αναλύθηκαν ξεχωριστά. Για παράδειγμα, διατυπώσεις όπως «ζητάμε από τα παιδιά να μας πουν τον τύπο του μοτίβου», εμφανίστηκε σε δραστηριότητα που δήλωσε, αλλά δεν εκπλήρωσε το στόχο «Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης». Παρόμοια, η διατύπωση «θα εξηγήσουμε στα παιδιά ότι ο όρος συνδέεται με τη θέση του» εμφανίστηκε σε δραστηριότητα που δήλωσε ως στόχο την «Σύνδεση του όρου με τη θέση του».




**Εικόνα 3:** Παράδειγμα ακατάλληλης διατύπωσης που απευθύνεται στα παιδιά.

Αξίζει να σημειωθεί ότι δεν παρατηρήθηκαν λάθη ως προς τη περιγραφή του τύπου των μοτίβων, αλλά εντοπίστηκαν 4 δραστηριότητες στις οποίες δόθηκε η μονάδα επανάληψης μόνο μία φορά.

Παρατηρήθηκαν επίσης σε σχετικά μεγάλο βαθμό ελλειμματικές περιγραφές των δραστηριοτήτων, κυρίως όσον αφορά την πρόβλεψη για τα υλικά, αλλά και την οργάνωση της δραστηριότητας (π.χ. ομαδική, ατομική). Το τελευταία δεν αναλύθηκε συστηματικά.

# 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Η παρούσα εργασία είχε ως στόχο να εξετάσει τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν μελλοντικοί νηπιαγωγοί με την κατανόηση του περιεχομένου των κανονικοτήτων και τη χρήση τους στην διδακτική διαδικασία με στόχο την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης των μαθητών προσχολικής ηλικίας. Η έρευνα εστίασε στην ικανότητα πραγμάτευσης των στόχων που εξυπηρετούνται σε δραστηριότητες που αφορούν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα και εξέτασε κατά πόσο οι μελλοντικές νηπιαγωγοί μπορούν να αναγνωρίσουν στόχους σε δεδομένες δραστηριότητες, να αξιολογήσουν δεδομένες δραστηριότητες και διδασκαλίες ως προς τη διαχείριση των στόχων και άλλα χαρακτηριστικά, και να σχεδιάσουν δραστηριότητες που να εξυπηρετούν τους δεδομένους στόχους.

Το κεντρικό εύρημα της έρευνας είναι ότι η αναγνώριση των στόχων και ο σχεδιασμός δραστηριοτήτων που να εξυπηρετούν αυτούς τους στόχους παρουσίασε σημαντική δυσκολία για τις ομάδες που συμμετείχαν στην έρευνα, από την αρχή της συμμετοχής τους στο θεωρητικό και το εργαστηριακό μέρος του μαθήματος «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ». Πράγματι, οι ομάδες παρουσίασαν την τάση να «αναγνωρίζουν» περισσότερους στόχους, από αυτούς που πραγματικά υπήρχαν σε δεδομένες δραστηριότητες, ενώ δήλωσαν περισσότερους στόχους από αυτούς που πράγματι εξυπηρέτησαν με τις δικές τους δραστηριότητες. Από τις επιλογές και τις εξηγήσεις τους καθώς αξιολογούσαν δραστηριότητες, αλλά και τους σχεδιασμούς που παρουσίασαν, διαφαίνεται ότι υπάρχουν στόχοι τους οποίους δεν έχουν κατανοήσει επαρκώς, ιδιαίτερα τους πιο απαιτητικούς, όπως η «Ταυτοποίηση της μονάδας» και η «Σύνδεση του όρου με τη θέση του». Κάποιες φορές, η δυσκολία φαίνεται να οφείλεται σε μια ερμηνεία των όρων (π.χ., «θέση, αναγνώριση») σε πολύ γενικό πλαίσιο. Για παράδειγμα, κάποιες ομάδες φαίνεται να θεωρούν ότι ο όρος «αναγνώριση» αναφέρεται γενικά στο τι μπορούν να αναγνωρίσουν τα παιδιά στη κατάσταση που τους παρουσιάζεται (π.χ., το χρώμα, ή το σχήμα των αντικειμένων). Παρόμοια, ο όρος «θέση» όσον αφορά το στόχο «Σύνδεση του όρου με τη θέση του» αναφέρθηκε με ένα πολύ γενικό νόημα (π.χ. «τα παιδιά πρέπει να τοποθετήσουν το κυβάκι στη σωστή θέση»).

Ένα δεύτερο ζήτημα είναι ότι συχνά η δράση των παιδιών δε συνδέεται με τους στόχους που υποτίθεται ότι εξυπηρετεί η δραστηριότητα. Έτσι, για παράδειγμα, ο στόχος «Κατασκευή (Επινόηση)» επιλέγεται ή δηλώνεται όταν προκύπτει μια κανονικότητα, ακόμα και όταν η δράση των παιδιών είναι τετριμμένη (π.χ., όταν η νηπιαγωγός δίνει οδηγίες για το χρωματισμό μιας σειράς αντικειμένων ή όταν το κάθε παιδί πραγματοποιεί μία προκαθορισμένη από τη νηπιαγωνό πράξη).

Μια διαφορετική ένδειξη για το ζήτημα της ουσιαστικής συμμετοχής των παιδιών σε μια δραστηριότητα προκύπτει και από το εύρημα ότι λιγότερες από τις μισές ομάδες ήταν σε θέση να παρατηρήσουν το φαινόμενο αυτό σε βιντεοσκοπημένη διδασκαλία, παρά το γεγονός ότι τους είχε επισημανθεί ως κριτήριο, ενώ μόνο 4 ομάδες ανέφεραν ως αρνητικό στοιχείο ότι η εκπαιδευτικός ουσιαστικά απαντούσε η ίδια στις ερωτήσεις.

Ένα τρίτο ζήτημα είναι ότι συχνά, γίνονται υποθέσεις για το τι κατανοούν ή κάνουν τα παιδιά, χωρίς να υπάρχουν επαρκή στοιχεία. Για παράδειγμα, συχνά οι ομάδες φαίνεται να θεωρούν ότι για να αναγνωρίσουν τα παιδιά το μοτίβο προϋποτίθεται να κάνουν ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης. Παρόμοια, υποθέτουν ότι τα παιδιά «εστιάζουν στη δομή του μοτίβου» αυθόρμητα. Οι υποθέσεις αυτές δείχνουν και ότι δεν έχουν κατανοήσει τη διαφορετική δυσκολία που παρουσιάζουν οι στόχοι για τις κανονικότητες.

Από την εξέταση των δραστηριοτήτων που σχεδίασαν οι ομάδες, φαίνεται ότι είναι σε θέση να περιγράψουν σωστά τον τύπο του μοτίβο που χρησιμοποιούν, ενώ φαίνεται ότι εν γένει αποφεύγουν το σφάλμα της παρουσίασης ενός «μοτίβου» με χρήση της μονάδας επανάληψης μόνο μια φορά, ένα σφάλμα στο οποίο υπέπεσαν όταν τους ζητήθηκε να αξιολογήσουν σχετικές δραστηριότητες και είχε παρατηρηθεί και στην έρευνα των Βαμβακούση & Καλδρυμίδου (2015).

Μια δυσκολία των ομάδων που προέκυψε από την εξέταση των δραστηριοτήτων τους ήταν η ικανότητα να θέτουν ερωτήματα με κατάλληλο τρόπο στα παιδιά, προβλέποντας πώς θα διατυπωθεί το ερώτημα και με ποιο τρόπο θα απαντήσουν τα παιδιά. Σημειώνεται ότι το ζήτημα αυτό στην ουσία δε σχολιάστηκε από τις ομάδες κατά την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων. Στις δραστηριότητες που σχεδίασαν οι ομάδες εμφανίστηκαν ερωτήματα, οδηγίες ή εξηγήσεις με τρόπο ασαφή ή ορολογία ακατάλληλη για τα παιδιά όπως για παράδειγμα «θα ζητήσουμε από τα παιδιά να μας πουν ποιος είναι ο τύπος του μοτίβου», «θα αναφέρουμε ότι το μοτίβο είναι της μορφής ΑΒΓΑΒΓ». Διατυπώσεις όπως αυτές των παραδειγμάτων παραπέμπουν στην ορολογία και το συμβολισμό που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του μαθήματος «Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ» για να περιγραφεί η γενική μορφή των επαναλαμβανόμενων μοτίβων (π.χ. ΑΒΑΒ) και μεταφέρθηκαν από την ομάδα στην περιγραφή της δραστηριότητας για τα παιδιά.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι δραστηριότητες που σχεδίασαν οι ομάδες και εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία είναι πριν την ανατροφοδότηση στην κάθε ομάδα από τη διδάσκουσα και το ακροατήριο. Μετά την στοχευμένη ανατροφοδότηση, οι ομάδες παρέδωσαν μια τελική εργασία, στην οποία εντοπίστηκε βελτίωση ως προς την πραγμάτευση των στόχων, αλλά και ως προς την περιγραφή των δραστηριοτήτων (προφορική επικοινωνία με τη διδάσκουσα). Ενδεχομένως, ένας επανασχεδιασμός των εργαστηριακών μαθημάτων, ώστε οι ομάδες να λαμβάνουν νωρίτερα ανατροφοδότηση επί των δικών τους σχεδιασμών να ήταν σκόπιμος.

Ένας περιορισμός που κρίνεται αναγκαίο να επισημανθεί είναι ότι τα δεδομένα που εξετάστηκαν ήταν σε επίπεδο ομαδικό και όχι ατομικό καθώς οι συμμετέχοντες ήταν χωρισμένοι σε ομάδες 3, 4 ή και 5 ατόμων. Δεν υπάρχουν στοιχεία για τον τρόπο που συνεργάστηκαν οι ομάδες και ποια ήταν η ατομική συμβολή του κάθε μέλους. Δεν μπορεί να αποκλειστεί, για παράδειγμα, η πιθανότητα κάποιες ομάδες να παρουσίασαν μια συρραφή δραστηριοτήτων που είχαν σχεδιαστεί από τα μέλη ξεχωριστά, ή κάποια μέλη να εργάστηκαν περισσότερο, λιγότερο, ή και καθόλου. Επομένως, η εικόνα που σκιαγραφείται δεν είναι απαραίτητα αντιπροσωπευτική του συνολικού δείγματος των 97 ατόμων.

Θα πρέπει επίσης να επισημανθεί ότι το συγκεκριμένο δείγμα δεν είναι αντιπροσωπευτικό του γενικότερου πληθυσμού των μελλοντικών νηπιαγωγών, καθώς συμμετείχε σε μια σειρά εργαστηριακών μαθημάτων με εστίαση στο συγκεκριμένο αντικείμενο. Θα ήταν εύλογη η υπόθεση ότι μελλοντικές νηπιαγωγοί που δεν έχουν παρόμοιες εμπειρίες θα αντιμετωπίζουν περισσότερες δυσκολίες (Brown & Borko, 1992; Rech, et. al., 1993; Ma, 1999; Ball et. al., 2001; Waters, 2004; Ball et. al., 2005; Fox, 2005; Björklund &

Barendregt, 2016; Hendershot et. al., 2016; Tsamir et. al., 2016; Tirosh et. al., 2017). Σε μεταγενέστερη έρευνα θα μπορούσε να διερευνηθεί το ζήτημα αυτό, καθώς και να συγκριθούν δύο διαφορετικές ομάδες (με και χωρίς διδασκαλία).

Σε κάθε περίπτωση, οι συγκεκριμένες δυσκολίες που εντοπίστηκαν είναι παρόμοιες με αυτές που εμφανίστηκαν στην έρευνα με παρόμοιο δείγμα των Βαμβακούση και Καλδρυμίδου (2015) και αναδεικνύουν τις προκλήσεις που ενέχει η προετοιμασία των μελλοντικών εκπαιδευτικών για να διδάξουν κανονικότητες και να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης στις μικρές ηλικίες (Wijns et al., 2019, Βαμβακούση, 2020). Αν αναλογιστεί κανείς τις δυσκολίες που παραμένουν, ακόμα και μετά τη στοχευμένη προετοιμασία των μελλοντικών νηπιαγωγών σε ένα θέμα που αποτελεί ένα πολύ μικρό μέρος των αναλυτικών προγραμμάτων για τα μαθηματικά στις μικρές ηλικίες, γίνεται πιο εμφανής η μεγάλη πρόκληση που ενέχει η γενικότερη προετοιμασία τους, αλλά και η ανάγκη να διατεθούν περισσότεροι πόροι σε αυτήν (Stipek, 2013).

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ


Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, G. (2001). A Model for Analyzing Algebraic Processes of Thinking. Στο R. Lins, T. Rojano, A. Bell, & R. Sutherland, *Perspectives on School Algebra*

Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide? *American Educator,* Fall, 14-46.

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. *Handbook of research on teaching*, *4*, 433-456.

Bednarz, N., Radford, L., Janvier, B., & Lepage, A. (1992). Arithmetic and algebraic thinking in problem-solving. Στο W. G. Graham*, Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1: 65-72. Durham N. Hampshire: Program Committee.

Björklund, C., & Barendregt, W. (2016). Teachers' pedagogical mathematical awareness in Swedish early childhood education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *60*(3), 359–377. https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066426

Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Algebraifying the elementary mathematics experience in a teacher-centred, systemic way. In T. Romberg, T. Carpenter, & F. Dremock (Eds.), *Understanding Mathematics and Science Matters* (pp. 99–125). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary years. In J. Cai. & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-23). Berlin Heidelberg, Germany: Springer-Verlag

Blanton, M., Schifter, D., Inge, V., Lofgren, P., Willis, C., Davis, F., & Confrey, J. (2007). Early algebra. Στο Katz J.V. (Eds.), *Algebra, Gateway to a Technological Future*. (pp. 7-14). University of Columbia.

Bloedy-Vinner, H. (2001). Beyond Unknowns and Variables - Parameters and Dummy Variables in High School Algebra. Στο R. Lins, T. Rojano, A. Bell, & R. Sutherland, *Perspectives on School Algebra*

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning Algebra. Στο A. Coxford, & A. Shulte, *The Ideas of Algebra*, K–12. Reston (VA): NCTM.

Brown, C. A. & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D.A. Grows (Ed.), Handbook of research in mathematics teaching and learning (pp.65-97). Reston, Va: Macmillan.NCTM)

Chaiklin, S., & Lesgold, S. (1984). Prealgebra students' knowledge of algebraic tasks with arithmetic expressions. *The meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans: ERIC Document Reproduction

Charbonneau, L. (1996). From Euclid to Descartes: Algebra and its relation to geometry. In: N. Bernarz, C. Kieran, L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp. 15-37). Mathematics Education Library, vol. 18. Springer: Dordrecht

Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. (1981, April). Translation Difficulties in Learning Mathematics. *American Mathematical Monthly, 88* (4), 286-290.

Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. New York*. NY: Erlbaum

Clements, D., & Sarama, J. (2014). Other content domains. In D. Clements & J. Sarama (Eds.), *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (Second ed., pp. 214– 229). New York: Routledge.

Cross, C., Woods, T., & Schweingruber, H. (Eds.). (2009). *Mathematics learning in early childhood*. Washington, D.C.: National Academies Press. https://doi.org/10.17226/12519

Economopoulos, K. (1998). What comes next? The mathematics pattern in kindergarten. Teaching children mathematics. In U. Gellert (Ed). *Proceedings of the 55th annual conference of the Students and Teachers Using Didactic Materials* (pp. 230-233)

English, L., & Halford, G. (1995). *Mathematics Education: Models and Processes*. Mahwah(NJ): LEA.

Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). Teacher knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: MacMillan.

Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patterning in the pre-compulsory years. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 313–320). Melbourne: PME.

Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patterning in the pre-compulsory years. In H. Chick,& J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 313-320). Melbourne, Australia: PME

Fujita, T., & Yamamoto, S. (2011). The development of children's understanding of mathematical patterns through mathematical activities. *Research in Mathematics Education*, *13*, 249-267

Gadzichowski, K. M. (2012). Patterning abilities of first grade children: Effects of dimension and type. *Creative Education*, *3,* 632-635.

Ginsburg, H., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is  and how to promote it. *Social Policy Report*, *XXII*(I), 3–22.

Gleason, J. (2010). Reliability of the Content Knowledge for Teaching-Mathematics Instrument for Pre-Service Teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1-12.

Grossman, P. L. (2008). Responding to our critics: From crisis to opportunity in research on teacher education. Journal of Teacher Education, 59(1), 10–23

Hendershot, S. M., Berghout Austin, A. M., Blevins-Knabe, B., & Ota, C. (2016). Young children's mathematics references during free play in family childcare settings. *Early Child Development and Care*, *186*(7), 1126–1141. https://doi.org/10.1080/03004430.2015.1077819

Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). 'The cognitive gap between arithmetic and algebra'. *Educational Studies in Mathematics 27* (1), 59-78

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics* (12), 317-326.

Kieran, C. (1989). A perspective on algebraic thinking. Στο G. Vergnaud, J. Rogalski and M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the 13th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 163–171), July 9– 13. Paris: France

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school Algebra. Στο Grouws, *Handbook of research of mathematics teaching and learning* (σσ. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran. (1996). The changing face of school algebra. Στο C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Perez, *8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (σσ. 271-290). Sevilla, Spain: S.A.E.M. Thales

Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflection on its main activities. Στο K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal, *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12 th ICMI Study* (σσ. 21-33). Melbourne: Kluwer Academic Publisher

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. Στο F. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Laborde, C. (1990). Language and mathematics. Στο P. Nesher, & J. Kilpatrick, *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7*, 231-258

Lee, K., Ng, S. F., Bull, R., Pe, M. L., & Ho, R. H. M. (2011). Are patterns important? An investigation of the relationships between proficiency in patterns, computation, executive functioning, and algebraic word problems. *Journal of Educational Psychology,103*, 269-281

Leitzel, J. R. (1989). A Reaction to" Algebra" What Should We Teach and How Should We Teach It?". *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*, 25-32.

Leung, C. K. E., Krauthausen, G., & Rivera, F. D. (2012). First grade students' early patterning competence on figural and numerical sequences: Cross-country comparisons between Hongkong and the United States. *Proceedings of 12th International Congress on Mathematical Education (ICME).* Seoul: Korea.

Linchevski, L., & Vinner, S. (1990). Embedded figures and the structures of algebraic expressions. Στο G. Booker, P. Cobb, & d. Mendicuti*, Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Oaxtepec, Mexico: PME Program Committee.

Lins, R. & Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: the current state of the field. Στο K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Eds.) *The feature of the teaching and learning of algebra* (pp. 47-70). Norwell, MA: Kluwer

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.

Malara, N. A., & Iaderosa, R. (1999). The interweaving of arithmetic and algebra: Some questions about syntactic and structural aspects and their teaching and learning. *CERME1*, 159-171

Michael, S., Elia, I., Gagatsis, A., Theoklitou, A., & Savva, A. (2006). Levels of understanding of patterns in multiple representations. Στο J. Novotna, H.

Moraova, M. Kratka, & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp. 161-168). Prague, Chech: PME

Moss, J., & McNab, S. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. Στο J. Cai. & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 277-301). Berlin Heidelberg, Germany: Springer-Verlag

Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, *21*, 33-49

National Council of Teachers of Mathematics. (1997). Algebraic thinking. *Special issue of Teaching Children Mathematics*, 3(6).

Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*, 237-268.

Patterson, A., Bock, A., & Pasnak, P. (2015). Executive function and academic skills in first grade: Evidence for a male advantage in patterning. *Journal of Education and Human Development*, *4*, 58-62.

Radford L. (1996). The role of geometry and arithmetic in the development of algebra: Historical remarks from a didactic perspective. Στο N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 39-54). Netherlands: Kluwer Academic Publishers

Radford, L. (2011). Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. Στο *Early algebraization* (pp. 303-322). Springer, Berlin: Heidelberg.

Rech, Hartzell, & Stephens (1993). Comparisons of mathematical competencies and attitudes of elementary education majors with established norms of a general college population*. School Science and Mathematics,* 93(3). 141-145.

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., & McEldoon, K. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, *14*, 375-395.

Rivera, F. & Becker, J. (2011). Formation of pattern generalization involving linear tigural patterns among middle school students: Results of a three-year study. Στο J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algabraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 323-366). New York, NY: Springer

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Στο D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics*

Schoenfeld, A., & Arcavi, A. (1988). *On the Meaning of Variable. Mathematics Teacher (81), σς. 420-442 Teaching and learning* (pp. 334-370). New York, NY: McMillan

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.

Skoumpourdi, C. (2013). Kindergartners' performance on patterning. Hellenic Mathematical Society: *International Journal for Mathematics in Education*, *5*, 108-131.

Stacey, K. (2008). *The transition from arithmetic thinking to algebraic thinking*. Ανακτήθηκε από Melbourne Graduate School of Education: http://staff.edfac.unimelb.edu.au/

Stacey, K. & MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to algebra. In R. Sutherland, T.Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), Perspectives on school algebra (pp.141-153). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, *240*, 611-616

Stipek, D. (2013) Mathematics in early childhood education: Revolution or evolution? *Early Education and Development*, 24:4, 431-435.

Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T., & Garza-Kling, G. (2012). *Developing Mathematical Content Knowledge for Teaching Elementary School Mathematics.* DigitalCommons@ Kennesaw State University.

Tirosh, D., Tsamir, P., Barkai, R., & Levenson, E. (2017). Preschool teachers' variations when implementing a patterning task. In *Paper presented at the 10th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)*. Dublin, Ireland. Retrieved from https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0010.pdf

Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2016). Preschool teachers' responses to repeating patterns tasks. In *13th International Congress on Mathematical Education*. Hamburg.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. Στο A.F. Coxford (Eds.). *The ideas of algebra, K-12* (pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Van Amerom, B.A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to Early Algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 63-75.

Van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*. Αθήνα: Τυπωθήτω.

Van de Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά*. (Δ. Ασημακοπούλου & Στ. Σταφυλίδου, Επιμ., Β. Αράπογλου, Μτφρ.).Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο

Verschaffel, L., Torbeyns, J., & De Smedt, B. (2017). Young children's early mathematical competencies: Analysis and stimulation. Plenure lecture presented at the congress of European research in mathematics education (CERME), Dublin, Ireland.

Warren, E. (2005). Young children's ability to generalize the pattern rule for growing patterns. In H. Chick. & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 305-312). Melbourne, Australia: PME

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalizing the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *67*, 171-185

Waters, J. (2004). A study of mathematical patterning in early childhood settings. In I. Putt, R. Faragher, & M. MacLean (Eds.), *Proceedings Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010. The 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 2, pp. 321–328). Townsville, Queensland, Australia: MERGA. Retrieved from http://www.merga.net.au/documents/RP682004.pdf

Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B., & Verschaffel, L. (2019). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. *Mathematical learning and cognition in early childhood*, 139-161.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 379-402

Βαμβακούση, Ξ. (2020). Σχεδιάζοντας τα εργαστήρια προετοιμασίας των φοιτητριών/ών για την πρακτική τους άσκηση: Μια αέναη πρόκληση. Στο Ε. Γουργιώτου, Δ. Κακανά, Μ. Μπιρμπίλη, & Κ.-Α. Χατζοπούλου (Επιμ.), Πρακτικα του 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου του Δικτύου Πρακτικών Ασκήσεων: Εκπαίδευση εκπαιδευτικών και Παιδαγωγικά Τμήματα, 30 χρόνια μετά: Αντιμετωπίζοντας τις νέες προκλήσεις (σελ. 842-847). Βόλος: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Θεσσαλίας.

Βαμβακούση, Ξ. & Καλδρυμίδου, Μ. (2015). Σχεδιασμός δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία κανονικοτήτων από μελλοντικές νηπιαγωγούς: δυσκολίες και προβλήματα. Στο Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος, Μ. Τζεκάκη, *Πρακτικά 6ου Πανελλήνιου Συνεδρίου: Μαθηματικά ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις* (σσς. 208-217). Θεσσαλονίκη: Εν. Ε. Δι. Μ.

Γκουλκούτη, Α., & Βαμβακούση, Ξ. (2016). Τέσσερις δραστηριότητες για την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης στην πρωτοσχολική ηλικία. Στο Μ. Σκουμιός,

&Σκουμπουρδή, Χ. (επίμ.) *Πρακτικά 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή « Το εκπαιδευτικό υλικό στα Μαθηματικά και το εκπαιδευτικό υλικό στις Φυσικές Επιστήμες: Μοναχικές πορείες ή αλληλεπιδράσεις»*, (σσ. 721-725), 14-16 Οκτωβρίου 2016, Ρόδος

Δαφέρμου, Χ., Κουλούρη, Ρ., & Μπασογιάννη, Ε. (2005). *Οδηγός νηπιαγωγού. Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί. Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΟΕΣΒ

Δεσλή, Δ. & Γαϊτανέρη, Δ. (2017). Grade 3 and 4 students' understanding of mathematical patterns and their strategies. *Preschool and Primary Education, 5*(1), 63-83

Δραμαλίδης, Α. & Σακονίδης, Χ. (2006). Η επίδοση μαθητών ηλικίας 13-15 χρονών σε θέματα σχολικής άλγεβρας. Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, 100-114

Εμβαλωτή, Μ. (2012). *Η μετάβαση από την Αριθμητική στην Άλγεβρα μέσα από την επίλυση προβλήματος.* (διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Π.Μ.Σ. «Σύγχρονα Περιβάλλοντα Μάθησης και Παραγωγή Διδακτικού Υλικού»

Κυλάφης, Π. (2009). *Ο ρόλος των patterns στη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα.* (διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Αθηνών & Πανεπιστήμιο Κύπρου, Διαπανεπιστημιακό- Διατμηματικό Π.Μ.Σ. « Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Επιστημονικό πεδίο: Προσχολική- Πρώτη Σχολική Ηλικία (Β' μέρος*).

Σακονίδης, Χ. (2011). *Σχολική Άλγεβρα: επιστημολογικές, γνωστικές και διδακτικές* αναζητήσεις.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg

Τζεκάκη. Μ., Βαμβακούση. Ξ., & Καλδρυμίδου. Μ. (2019). Κανονικότητες (patterning) στις μικρές ηλικίες – Μετα – Ανάλυση Ερευνών

Τζεκάκη, Μ., & Κούλελη, Μ. (2007). Διερεύνηση της ικανότητας αναγνώρισης προτύπων σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στο Χ. Σακονίδης & Δ. Δεσλή (Επιμ.), *Πρακτικά του 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών* (σσ. 268-278). Αθήνα: Τυπωθήτω

Τζεκάκη, Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1

**2020 -21**
**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΏΝ ΙΙ**
**Εργασία 1**

**Βοηθητικό Υλικό:** Διαφάνειες με τίτλο «2ο Εργαστήριο» στο φάκελο **ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑ –ΥΛΙΚΟ**

**Οδηγίες:** Μελετήστε προσεκτικά το υλικό ΠΡΙΝ ξεκινήσετε να ασχολείστε με την Εργασία. Αυτό ισχύει και για όσες/-ους συμμετείχαν εξ αποστάσεως στο 2ο Εργαστήριο. Οι διαφάνειες που θα βρείτε έχουν επεκτάσεις και επεξηγήσεις.

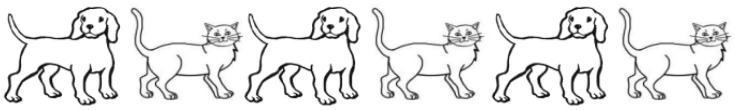
- Για τις παρακάτω δραστηριότητες[1] Α, Β και Γ, επιλέξτε ποιος/-οί από τους αναφερόμενους στόχους θεωρείτε ότι εξυπηρετούνται από την κάθε δραστηριότητα.
- Εξηγήστε σύντομα την επιλογή σας. Αν σας βοηθά, μπορείτε να αναφέρετε ποιο κομμάτι της δραστηριότητας αφορά το στόχο που επιλέξατε.

[1] Οι δραστηριότητες αντιστοιχούν στις Δραστηριότητες 5 και 6 στις διαφάνειες του Εργαστηρίου 2.

## Δραστηριότητα Α

### Δραστηριότητα 4 (I)

- Η νηπιαγωγός δείχνει στα παιδιά το μοτίβο της εικόνας

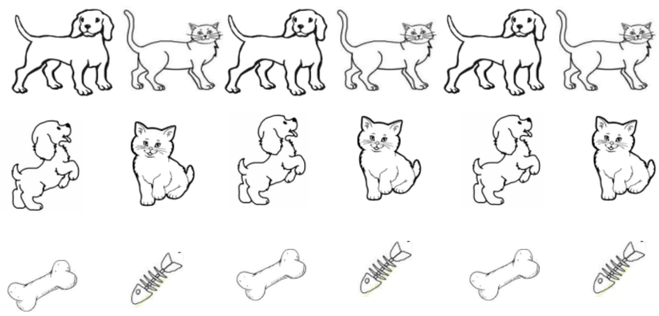


- Τους ζητάει να φτιάξουν το ίδιο μοτίβο, αλλά αντί για το σκύλο και τη γάτα, να χρησιμοποιήσουν τα «παιδιά» τους

### Δραστηριότητα 4(II)

- Στη συνέχεια, τους ζητά να φτιάξουν πάλι το ίδιο μοτίβο, αλλά να χρησιμοποιήσουν αντί για τα ζώα, το «φαΐ» τους

### Δραστηριότητα 4 (III)



- **Ποιον/-ούς από τους παρακάτω στόχους εξυπηρετεί η Δραστηριότητα Α;**
  **Επιλέξτε με Χ.**

| | |
|---|---|
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση | |
| Αναγνώριση: Εύρεση Λάθους | |
| Συνέχιση | |
| «Μετάφραση» | |
| Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης | |
| Σύνδεση του όρου με τη θέση του | |
| Κατασκευή (Επινόηση) | |

- **Εξηγήστε γιατί επιλέξατε το/ -ους συγκεκριμένο /-ους στόχους:**

Τα παιδιά καλούνται να αναπαραστήσουν με διαφορετικό τρόπο το μοτίβο της μορφής ΑΒ, αντικαθιστώντας τα Α, Β με διαφορετικά αντικείμενα κάθε φορά.

# Δραστηριότητα Β

**Εικόνα 2:** Παράδειγμα υλικού για τη Δραστηριότητα 3

Η/Ο εκπαιδευτικό παρουσιάζει τη φωτογραφία ενός κομπολογιού που κάποιος έφτιαξε με βάση ένα μοτίβο και είναι έτοιμος να το δέσει και να το δωρίσει (Εικόνα 2). Πριν το δέσει, ζητά να ελεγχθεί αν το έχει φτιάξει σωστά.
Τα παιδιά καλούνται να ελέγξουν την κανονικότητα και, στη συνέχεια, να γράψουν ένα μήνυμα στον ενδιαφερόμενο, εξηγώντας πού έχει γίνει λάθος. Ο/Η εκπαιδευτικός αφήνει τα παιδιά να προτείνουν τρόπους, αξιοποιώντας τις προτάσεις τους, επαναδιατυπώνοντας και εισάγοντας κατάλληλη ορολογία (π.χ., *Σε ποια **θέση** έχει γίνει το λάθος; Τι θα μπορούσαμε να κάνουμε για να δώσουμε σε κάποιον να καταλάβει για ποια **θέση** μιλάμε;*). Αν δεν προκύψει από τα παιδιά, μπορεί η ίδια να εισάγει την ιδέα της αρίθμησης των όρων της κανονικότητας (π.χ., *Μήπως είναι στην πρώτη θέση το λάθος; Μήπως η τρίτη χάντρα χαλάει το μοτίβο;*)

- **Ποιον/-ούς από τους παρακάτω στόχους εξυπηρετεί η Δραστηριότητα Β;**

  **Επιλέξτε με Χ.**

| | |
|---|---|
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση | |
| Αναγνώριση: Εύρεση Λάθους | |
| Συνέχιση | |
| «Μετάφραση» | |
| Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης | |
| Σύνδεση του όρου με τη θέση του | |
| Κατασκευή (Επινόηση) | |

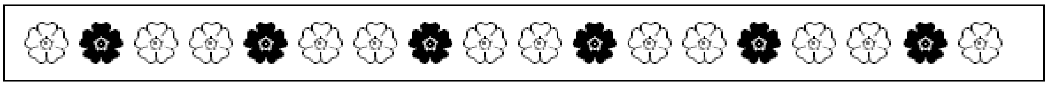
- **Εξηγήστε γιατί επιλέξατε το/ -ους συγκεκριμένο /-ους στόχους:**

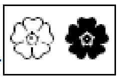
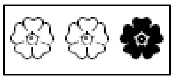
Τα παιδιά καλούνται να ελέγξουν αν το «κομπολόι έχει φτιαχτεί σωστά». Αυτό απαιτεί αναγνώριση της κανονικότητας και εντοπισμό του λάθους. Καλούνται επίσης να εξηγήσουν σε κάποιον τρίτο πού έχει γίνει το λάθος. Η διαχείριση της νηπιαγωγού (εισαγωγή κατάλληλου λεξιλογίου) αποσκοπεί στο α) να εισαχθεί η ιδέα της «θέσης» του κάθε όρου και β) να χρησιμοποιηθεί από τα παιδιά προκειμένου να προσδιορίσουν πού έχει γίνει το λάθος.

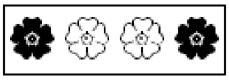
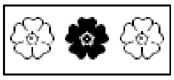
# Δραστηριότητα Γ

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας, η/ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει το πλακόστρωτο της Εικόνας 1 σε μια λωρίδα χαρτιού. Πρόκειται για επαναλαμβανόμενη κανονικότητα της μορφής ΑΒΑΑΒΑ…. Τα σχέδια μπορούν να γίνουν με μελανοσφραγίδες. Δίνει στα παιδιά ικανό αριθμό από κάρτες Πλακάκι 1-4 (βλ. Εικόνα 1). Τους ζητά να διαλέξουν το πλακάκι με το οποίο πιστεύουν ότι κατασκευάστηκε το πλακόστρωτο και στη συνέχεια να ελέγξουν αν η επιλογή τους είναι σωστή, κατασκευάζοντας πλακόστρωτο με το πλακάκι που διάλεξαν.

**Πλακόστρωτο**



**Πλακάκι 1**  **Πλακάκι 2** 

**Πλακάκι 3**  **Πλακάκι 4** 

Στη δεύτερη φάση της δραστηριότητας, ο/η εκπαιδευτικός δίνει στα παιδιά ικανό αριθμό κενών καρτών και μελανοσφραγίδες δύο χρωμάτων. Κάθε παιδί (ή ομάδα παιδιών) κατασκευάζει το δικό του πλακάκι (μονάδα επανάληψης) και αντίγραφά του. Τέλος, συνθέτουν το πλακόστρωτο. Ο/η εκπαιδευτικό καλεί τα παιδιά να περιγράψουν πώς έφτιαξαν το πλακάκι του, και πόσες φορές το επανέλαβαν. Προτρέπει τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν το πλήθος των όρων και τη θέση του κάθε όρου για να περιγράψουν το πλακάκι τους (π.χ., *Έχει 3 λουλούδια. Το πρώτο λουλούδι είναι μαύρο. Το δεύτερο λουλούδι είναι άσπρο. Το τρίτο λουλούδι είναι πάλι άσπρο. Το πλακάκι επαναλαμβάνεται 5 φορές).*

- **Ποιον/-ούς από τους παρακάτω στόχους εξυπηρετεί η Δραστηριότητα Γ;**

  **Επιλέξτε με Χ.**

| | |
|---|---|
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση | |
| Αναγνώριση: Εύρεση Λάθους | |
| Συνέχιση | |
| «Μετάφραση» | |
| Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης | |
| Σύνδεση του όρου με τη θέση του | |
| Κατασκευή (Επινόηση) | |

- **Εξηγήστε γιατί επιλέξατε το/ -ους συγκεκριμένο /-ους στόχους:**

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας, τα παιδιά καλούνται να αναλύσουν το μοτίβο σε μονάδες επανάληψης. Ο έλεγχος αυτής της ενέργειας γίνεται με σύνθεση του μοτίβου από μονάδες επανάληψης.

Στη δεύτερη φάση της δραστηριότητας, τα παιδιά καλούνται να κατασκευάσουν ένα μοτίβο, επινοώντας και επαναλαμβάνοντας τη μονάδα του.

**Επισημάνσεις:**

- Η δεύτερη φάση της δραστηριότητας εξυπηρετεί το στόχο του Α.Π. «Περιγραφή του μοτίβου». Όπως έχουμε συζητήσει, η υποστήριξη των παιδιών να περιγράψουν ένα μοτίβο συνδέεται στενά με την υποστήριξή τους ώστε να διακρίνουν τη μονάδα επανάληψης.
- Θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι κατά την εφαρμογή αυτής της δραστηριότητας, τα παιδιά αναγνωρίζουν την κανονικότητα και, πράγματι, κάποια παιδιά μπορεί και να το κάνουν. Ωστόσο, η δραστηριότητα, όπως περιγράφεται, δεν εστιάζει σε αυτό. Αν η δραστηριότητα είχε ως στόχο την αναγνώριση της κανονικότητας, τότε τα παιδιά θα έπρεπε να κληθούν να κάνουν κάτι σχετικά με αυτό (π.χ., να συνεχίσουν την αρχική κανονικότητα).

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2**

**2020 -2021**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΏΝ ΙΙ**

## Φύλλο Εργασίας 2

| | |
|---|---|
| **Καταληκτική Ημερομηνία Παράδοσης** | Τετάρτη, 17 Μαρτίου 20:00 |
| **Φάκελος Παράδοσης** | https://drive.google.com/drive/folders/1KSfRa4UiiL4LsUm65y7rV0AR1nmlmPw4?usp=sharing |
| **Τρόπος Παράδοσης:** | Ομαδικά |
| **Ονομασία Αρχείου** | Ονομάστε το αρχείο ως εξής: **Αριθμός_ΦΕ2**, όπου **Αριθμός:** ο αριθμός της ομάδας σας. **Βάλτε το 0 μπροστά στους μονοψήφιους αριθμούς.** Παράδειγμα: **09_ΦΕ2**, **21_ΦΕ2** |
| | |
| **Αριθμός Ομάδας** | |
| **Μέλη ομάδας** | |

Οι παρακάτω δραστηριότητες προέρχονται από εργασίες που παρέδωσαν συμφοιτήτριες/ές σας σε προηγούμενα έτη. Διαβάστε τις κριτικά και αξιολογήστε τις ως προς τις παραμέτρους που σας ζητούνται κάθε φορά. Αυτές αφορούν κατά περίπτωση:

- Τη μαθηματική ορθότητα

  Περιγράφεται σωστά ο τύπος της κανονικότητας;
- Τους στόχους

Εξυπηρετούνται οι στόχοι που δηλώνονται στη δραστηριότητα;

- Τον τρόπο που εμπλέκονται τελικά τα παιδιά

  Κάνουν τα παιδιά κάτι ουσιαστικό, όσον αφορά το στόχο της δραστηριότητας;

- Την επάρκεια της περιγραφής

  Είναι η περιγραφή επαρκής ώστε να καταλάβει ο αναγνώστης πώς θα εξελιχθεί η δραστηριότητα (π.χ., η εργασία θα γίνει ατομικά, σε μικρές ομάδες, ή με όλη την τάξη; Τι υλικό είναι απαραίτητο και πώς θα δοθεί (Σε κάθε παιδί; Στην ομάδα; Και τι θα πάρει κάθε παιδί;). Δώστε ιδιαίτερη σημασία στο αν υπάρχει πρόβλεψη για το τι και το πώς θα απαντήσουν τα παιδιά.

**Δραστηριότητα 1**

**Στόχος:** Συνέχιση επαναλαμβανόμενου μοτίβου

**Τύπος κανονικότητας:** ΑΒΑΒ

**Περιγραφή:**

Στη επόμενη δραστηριότητα ζητάμε από τα παιδιά να συνεχίσουν μια κανονικότητα της μορφής ΑΒΑΒ. Το υλικό της δραστηριότητας φαίνεται στην παρακάτω εικόνα και θα υλοποιηθεί  με κάρτες με φωτογραφίες φύλλων.

Θα παρουσιάσουμε στα παιδιά τις κάρτες με αυτή τη σειρά και θα τους ζητήσουμε να τις παρατηρήσουν καλά και να μας πουν ποιοι θα είναι το επόμενο φύλλο.

| **Επιλέξτε Ν(αι) ή Ό(χι) και εξηγείστε γιατί:** | **Ναι** | **Όχι** |
|---|---|---|
| **Ο τύπος της κανονικότητας που δηλώνεται είναι σωστός** | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | |

| **Προσδιορίστε το βαθμό στον οποίο συμφωνείτε με τα παρακάτω και σχολιάστε:** | | | |
|---|---|---|---|
| Η περιγραφή της δραστηριότητας είναι επαρκής για να καταλάβει κανείς  πώς θα εκτυλιχθεί η δραστηριότητα | | | |
| **Διαφωνώ απολύτως** | **Μάλλον Διαφωνώ** | **Μάλλον Συμφωνώ** | **Συμφωνώ απολύτως** |
| **Διαφωνώ** | | **Συμφωνώ** | |
| | | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | | |

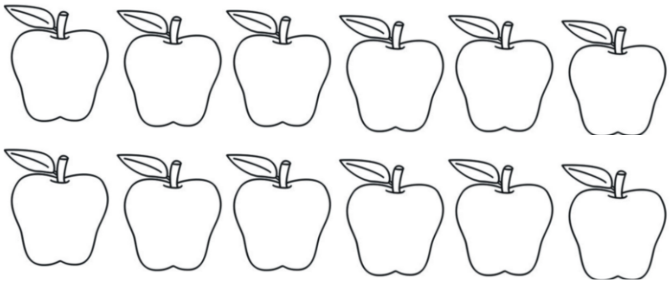
**Δραστηριότητα 2**

**Στόχοι:** Αναγνώριση, συνέχιση και κατασκευή επαναλαμβανόμενου μοτίβου

**Τύπος κανονικότητας:** ΑΒΑΒ

**Περιγραφή:**

Η δραστηριότητα θα πραγματοποιηθεί ατομικά από κάθε παιδί. Θα δώσουμε ένα φύλλο χαρτί με την παρακάτω εικόνα και θα ζητήσουμε από τα παιδιά να χρωματίσουν τα μήλα, το πρώτο κόκκινο και το δεύτερο πράσινο και να συνεχίσουν με τον ίδιο τρόπο.



| **Επιλέξτε Ν(αι) ή Ό(χι) και εξηγείστε γιατί:** | **Ναι** | **Όχι** |
|---|---|---|
| **Ο στόχος «αναγνώριση» πράγματι αντιστοιχεί σε αυτό που καλούνται να κάνουν τα παιδιά** | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | |
| **Ο στόχος «συνέχιση» πράγματι αντιστοιχεί σε αυτό που καλούνται να κάνουν τα παιδιά** | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | |
| **Ο στόχος «κατασκευή» πράγματι αντιστοιχεί σε αυτό που καλούνται να κάνουν τα παιδιά** | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | |

| **Προσδιορίστε το βαθμό στον οποίο συμφωνείτε με τα παρακάτω και σχολιάστε:** | | | |
|---|---|---|---|
| Η περιγραφή της δραστηριότητας είναι επαρκής για να καταλάβει κανείς πώς θα εκτυλιχθεί η δραστηριότητα | | | |
| **Διαφωνώ απολύτως** | **Μάλλον** | **Μάλλον** | **Συμφωνώ απολύτως** |

| | **Διαφωνώ** | **Συμφωνώ** | |
|---|---|---|---|
| **Διαφωνώ** | | **Συμφωνώ** | |
| | | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | | |

**Δραστηριότητα 3**

**Στόχος:** Συνέχιση επαναλαμβανόμενου μοτίβου

**Τύπος κανονικότητας:** ΑΒΑΒ, ΑΒΓΑΒΓ

**Περιγραφή:**

Θα δώσουμε σε κάθε παιδί ένα φύλλο εργασίας. Η πρώτη δραστηριότητα του φύλλου εργασίας παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα. Θα διαβάσουμε τα παιδιά την εκφώνηση, γιατί δεν ξέρουν να διαβάζουν ακόμα.

| |
|---|
| **Τα συναισθήματα αλλάζουν από τη μια στιγμή στην άλλη. Μπορείς να ακολουθήσεις το μοτίβο;** |
| ☺ ☹ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ |
| ☹ ☺ 😐 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ |

| **Επιλέξτε Ν(αι) ή Ό(χι) και εξηγείστε γιατί:** | **Ναι** | **Όχι** |
|---|---|---|
| **Ο στόχος «συνέχιση μοτίβου» πράγματι αντιστοιχεί σε αυτό που καλούνται να κάνουν τα παιδιά** | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | |

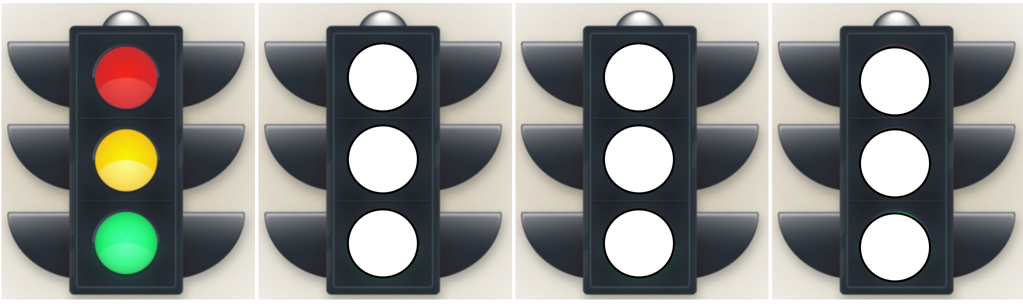
**Δραστηριότητα 4**

**Στόχος:** Συνέχιση επαναλαμβανόμενου μοτίβου

**Τύπος κανονικότητας:** ΑΒΓΑΒΓ

**Περιγραφή:**

Θα πούμε στα παιδιά ότι στα φανάρια τα χρώματα αλλάζουν με μια συγκεκριμένη σειρά ( Πράσινο-Πορτοκαλί- Κόκκινο, Πράσινο-Πορτοκαλί- Κόκκινο) και τους δείξαμε μια κάρτα φαναριού με τα χρώματα. Στη συνέχεια, θα τους δώσουμε κάρτες με το ίδιο φανάρι χωρίς τα χρώματα και τα παιδιά θα τα χρωματίσουν.



| Επιλέξτε Ν(αι) ή Ό(χι) και εξηγείστε γιατί: | Ναι | Όχι |
|---|---|---|
| Ο στόχος «συνέχιση μοτίβου» πράγματι αντιστοιχεί σε αυτό που καλούνται να κάνουν τα παιδιά | | |
| Εξηγείστε γιατί: | | |
| Υπάρχει κάποιος ουσιαστικός στόχος για τις κανονικότητες σε αυτή τη δραστηριότητα | | |
| Εξηγείστε: | | |

| Προσδιορίστε το βαθμό στον οποίο συμφωνείτε με τα παρακάτω και σχολιάστε: | | | |
|---|---|---|---|
| Η περιγραφή της δραστηριότητας είναι επαρκής για να καταλάβει κανείς πώς θα εκτυλιχθεί η δραστηριότητα | | | |
| Διαφωνώ απολύτως | Μάλλον Διαφωνώ | Μάλλον Συμφωνώ | Συμφωνώ απολύτως |
| Διαφωνώ | | Συμφωνώ | |

| | |
|---|---|
| | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | |

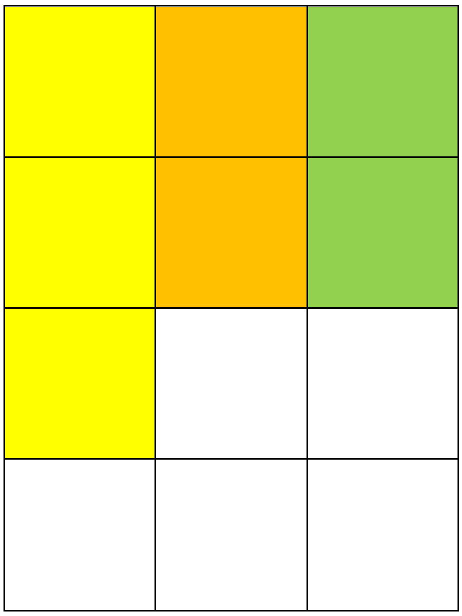
**Δραστηριότητα 5**

**Στόχος:** Συνέχιση επαναλαμβανόμενου μοτίβου

**Τύπος κανονικότητας:** ΑΒΓΑΒΓ

**Περιγραφή:**

Ονομάσαμε τη δραστηριότητα αυτή “Το μαγικό χαλί”. Δώσαμε σε κάθε παιδί ένα φύλλο εργασίας με την παρακάτω εικόνα. Πρόκειται για ένα μοτίβο της μορφής ΑΒΓΑΒΓ και ο στόχος είναι τα παιδιά να το αναγνωρίσουν και να το συνεχίσουν.



| **Προσδιορίστε το βαθμό στον οποίο συμφωνείτε με τα παρακάτω και σχολιάστε:** | | | |
|---|---|---|---|
| Η αναπαράσταση του μοτίβου στη δραστηριότητα αυτή προσφέρεται για να επεξεργαστούν τα παιδιά το επαναλαμβανόμενο μοτίβο | | | |
| **Διαφωνώ απολύτως** | **Μάλλον Διαφωνώ** | **Μάλλον Συμφωνώ** | **Συμφωνώ απολύτως** |
| **Διαφωνώ** | | **Συμφωνώ** | |
| | | | |
| **Εξηγείστε γιατί:** | | | |

**Δραστηριότητα 6**

Κατασκευάσαμε κάρτες με σχήματα (τετράγωνο, κύκλος). Συμφωνήσαμε με τα παιδιά να φτιάξουμε όλοι μαζί ένα πλακόστρωτο. Χωρίσαμε τα παιδιά σε δύο ομάδες. Η μία ομάδα πήρε τις κάρτες με το τετράγωνο και η άλλη ομάδα πήρε τις κάρτες με τον κύκλο. Φωνάξαμε ένα παιδί από την πρώτη ομάδα και του είπαμε να τοποθετήσει στο πάτωμα την κάρτα με το τετράγωνο. Στη συνέχεια, φωνάξαμε ένα παιδί από τη δεύτερη ομάδα και τοποθέτησε στο πάτωμα την κάρτα με το τρίγωνο. Συνεχίσαμε με τον ίδιο τρόπο και φτιάξαμε το πλακόστρωτό μας.

<table>
<tr><td colspan="4">Προσδιορίστε το βαθμό στον οποίο συμφωνείτε με τα παρακάτω και σχολιάστε:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Στη δραστηριότητα αυτή κάθε παιδί εμπλέκεται με ουσιαστικό τρόπο, όσον αφορά την επεξεργασία των μοτίβων.</td></tr>
<tr><td>Διαφωνώ απολύτως</td><td>Μάλλον Διαφωνώ</td><td>Μάλλον Συμφωνώ</td><td>Συμφωνώ απολύτως</td></tr>
<tr><td colspan="2">Διαφωνώ</td><td colspan="2">Συμφωνώ</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="4">Εξηγείστε γιατί:</td></tr>
</table>

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3**

**2020 -2021**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΏΝ ΙΙ**

# Φύλλο Εργασίας 3

| | |
|---|---|
| **Καταληκτική Ημερομηνία Παράδοσης** | Τετάρτη, 31 Μαρτίου, 20:00 |
| **Φάκελος Παράδοσης** | |
| **Τρόπος Παράδοσης:** | Ομαδικά |
| **Ονομασία Αρχείου** | Ονομάστε το αρχείο ως εξής: **Αριθμός_ΦΕ2**, όπου **Αριθμός:** ο αριθμός της ομάδας σας. **Βάλτε το 0 μπροστά στους μονοψήφιους αριθμούς.** Παράδειγμα: **09_ΦΕ2**, **21_ΦΕ2** |
| | |
| **Αριθμός Ομάδας** | |
| **Μέλη ομάδας** | |

**Εργασία 1**

**1.α**. Μετά τη συζήτησή μας για το βίντεο που παρακολουθήσαμε στο σύνδεσμο https://www.youtube.com/watch?v=c-oL9XFw5r0 , ξαναπαρακολουθήστε το βίντεο, εστιάζοντας στους τρόπους με τους οποίους η εκπαιδευτικός ανταποκρίνεται στις απαντήσεις των παιδιών. Παρατηρήστε αν η εκπαιδευτικός:

- Ζητάει από τα παιδιά να εξηγήσουν τις σωστές ή τις λανθασμένες τους απαντήσεις
- Ζητάει από τα παιδιά να κάνουν κάτι ,από το οποίο να μπορέσει να διαγνώσει αν καταλαβαίνουν αυτά που η ίδια τους λέει
- Κάνει τροποποιήσεις στα ερωτήματα, στις αναπαραστάσεις, ή στους στόχους της δραστηριότητας

➢ Αξιολογήστε συνολικά την ανταπόκριση της εκπαιδευτικού στις απαντήσεις των παιδιών, αναδεικνύοντας τα θετικά και τα αρνητικά στοιχεία που παρατηρήσατε:

**1.β**. Περίπου στο 1.13 Η εκπαιδευτικός ζητά από ένα παιδί (Amelia) να απαντήσει την ερώτησή της ("ποιο είναι το μοτίβο"). Το παιδί απαντά, η εκπαιδευτικός αναγνωρίζει την απάντηση ως σωστή («Σωστά!») και ετοιμάζεται να προχωρήσει στην επόμενη φάση.

➢ Περιγράψτε πώς θα μπορούσατε να διαχειριστείτε με διαφορετικό τρόπο την απάντηση του παιδιού, ώστε να μπορείτε να διαγνώσετε αν το παιδί πράγματι αναγνώρισε τη συγκεκριμένη κανονικότητα. Να αναφέρετε συγκεκριμένα τα ερωτήματα που θα θέτατε και ό,τι τροποποιήσεις θα κάνατε (π.χ. στην κανονικότητα, στην αναπαράστασή της, στο υλικό (π.χ. πρόβλεψη για περισσότερα «κόκκαλα») κ.λπ.).

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 4**

**2020 -21**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΏΝ ΙΙ**

## Φύλλο Εργασίας 4

| | |
|---|---|
| **Ημερομηνία Παρουσίασης** | **Ομάδες 1-6: Πέμπτη, 15 Απριλίου**<br>**Ομάδες 7-12: Πέμπτη, 22 Απριλίου**<br>**Ομάδες 13-18 : Πέμπτη, 13 Μαΐου**<br>**Ομάδες 19-23: Πέμπτη, 20 Μαΐου** |
| **Διάρκεια Παρουσίασης** | 15 λεπτά ανά ομάδα |
| **Διάρκεια Συζήτησης** | 15 λεπτά ανά ομάδα |

**Βοηθητικό Υλικό:** α) Διαφάνειες του 1ου Εργαστηρίου και β) Ανατροφοδότηση για το ΦΕ1 (Διαφάνειες +βίντεο)

- Σχεδιάστε δραστηριότητες με επαναλαμβανόμενα μοτίβα, έτσι ώστε να καλύπτονται όλοι οι στόχοι του Αναλυτικού. Μπορείτε να σχεδιάσετε μία δραστηριότητα για κάθε ένα στόχο. Εναλλακτικά (**προτιμότερο**), μπορείτε να εντάξετε παραπάνω από έναν στόχους σε μια δραστηριότητα (ακόμα και όλους τους στόχους σε μία δραστηριότητα). Το ζητούμενο είναι να καλύψετε όλους τους παρακάτω στόχους:

| |
|---|
| Αναγνώριση: Συμπλήρωση |
| Αναγνώριση: Εύρεση Λάθους |
| Συνέχιση |
| «Μετάφραση» |
| (Περιγραφή με) Ταυτοποίηση της μονάδας επανάληψης |
| (Περιγραφή με) Σύνδεση του όρου με τη θέση του |
| Κατασκευή (Επινόηση) |

- Ετοιμάστε την παρουσίαση των δραστηριοτήτων σας με τη βοήθεια ενός power-point. Για κάθε μία δραστηριότητα, θα πρέπει στην παρουσίασή σας να αναφέρετε (στη διαφάνεια ή/και προφορικά) τα παρακάτω:

  α) το/τους στόχο/-ους

  β) το είδος/-η του/των μοτίβου/-ων που χρησιμοποιείτε (π.χ. ΑΒΓΑΒΓ…)

  γ) τα υλικά -δε χρειάζεται να τα κατασκευάσετε, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε εικόνες ή και λεκτική περιγραφή

δ) αν η δραστηριότητα είναι ατομική, ομαδική (σε μικρές ομάδες), ή για όλη την τάξη
ε) βασικά στοιχεία του σχεδιασμού σας. Συγκεκριμένα, πώς θα θέσετε το ερώτημα/πρόβλημα στα παιδιά (την ακριβή διατύπωση), τι θα πρέπει να κάνουν τα παιδιά (π.χ., να επιλέξουν από κάποιες επιλογές; να σχεδιάσουν/χρωματίσουν; να κατασκευάσουν κάτι; να εκφράσουν κάτι λεκτικά;) και με ποια υλικά (π.χ., πώς ακριβώς θα παρουσιάζεται η κανονικότητα, τι υλικά θα έχουν στη διάθεσή τους τα παιδιά).