ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΦΛΩΡΙΝΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ
ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΠΟΤΕ Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕΓΑΛΩΝΕΙ; ΜΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΠΙΤΡΑΠΕΖΙΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ ΜΕ ΚΑΡΤΕΣ »

«WHEN DOES MULTIPLICATION MAKE BIGGER? A TEACHING INTERVENTION WITH THE USE OF A CARD GAME»

ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ:ΑΠΟΣΤΟΛΑΚΗ ΔΕΣΠΟΙΝΑ
Α.Ε.Μ.:2701

ΕΠΟΠΤΗΣ:ΧΡΗΣΤΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Β΄ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΗΣ: ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

ΦΛΩΡΙΝΑ, ΜΑΙΟΣ 2017

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτιστος θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Χρήστου, Επίκουρος Καθηγητής της Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας, για την πολύτιμη βοήθεια και την άμεση ανταπόκριση σε όλα τα θέματα που με απασχόλησαν καθ’ όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Πιο αναλυτικά οι οδηγίες που μου δόθηκαν τόσο για τη δομή όσο και για το περιεχόμενο της εργασίας ήταν διαφωτιστικές και αποτέλεσαν βασικό κίνητρο για τη διαρκή βελτίωση του περιεχομένου της.

Θα ήθελα επιπλέον να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την ψυχολογική, ηθική και οικονομική στήριξη που μου παρείχε δίνοντας μου την ευκαιρία να διεκπεραιώσω τις σπουδές μου σε μια άλλη πόλη τόσο μακριά από τον τόπο καταγωγής μου.

Δε θα μπορούσα να παραλείψω τις ευχαριστίες που οφείλω στις οικογένειες που επέτρεψαν τη διεξαγωγή της έρευνας μας στο χώρο του σπιτιού τους. Διευκόλυναν τη διεξαγωγή της διαδικασίας με τη διασφάλιση ενός ήρεμου περιβάλλοντος. Ακόμη ένα μεγάλο ευχαριστώ κρίνεται απαραίτητο στους δασκάλους και στον διευθυντή του $2^{ου}$ δημοτικού σχολείου Φλώρινας οι οποίοι από την πρώτη στιγμή έδειξαν μεγάλη προθυμία στη διευκόλυνση της έρευνας και έδειξαν εμπιστοσύνη στο πρόσωπο μου.

Τέλος, με την ιδιότητα της εν δυνάμει νηπιαγωγού κρίνω απαραίτητο να ευχαριστήσω και τα ίδια τα παιδιά που συμμετείχαν, διότι έδειξαν ενδιαφέρον και ζήλο για συμμετοχή τους σε ότι τους ζητήθηκε.

Αποστολάκη Δέσποινα

Φλώρινα, Μάιος 2017

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η συγκεκριμένη έρευνα έχει ως σκοπό να εξετάσει κατά πόσο θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί η παρανόηση ότι ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει τους αριθμούς με τη χρήση ενός παιχνιδιού με κάρτες που σχεδιάστηκε. Η υπόθεση της έρευνας που ακολουθεί είναι ότι η χρήση του παιχνιδιού θα βοηθήσει στην αναδιοργάνωση των ιδεών των μαθητές που θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει και η διαίρεση πάντα μικραίνει τους αρχικούς όρους της πράξης. Στην διαδικασία αυτή, συμμετείχαν μαθητές εννέα έως δεκατριών ετών. Τα παιδιά αυτά έπαιξαν το παιχνίδι είτε με κάποιο άλλο παιδί είτε με την ερευνήτρια. Επιπλέον, συμπλήρωσαν δύο τεστ πριν και αμέσως μετά το παιχνίδι, τα οποία ορίστηκαν ως ερωτηματολόγια προ-ελέγχου και μετά-ελέγχου αντιστοίχως με ισάριθμες ερωτήσεις. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της έρευνας οι μαθητές σημείωσαν βελτίωση, γεγονός που καθίσταται φανερό από το μεγαλύτερο ποσοστό σωστών απαντήσεων στα ερωτηματολόγια μετά-ελέγχου σε σχέση με τον προ-έλεγχο. Επίσης αξιοσημείωτη είναι η αύξηση στον μετά έλεγχο των ποσοστών στις απαντήσεις που δεν είναι συμβατές με τις διαισθητικές πεποιθήσεις των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση πάντα μικραίνει. Τα αποτελέσματα αυτά μας κάνουν αισιόδοξους για τη χρήση του παιχνιδιού ως εκπαιδευτικό υλικό που θα μπορούσε να βοηθήσει τους μαθητές να αναδιοργανώσουν τις πεποιθήσεις τους ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει.

Λέξεις κλειδιά:

Ρητοί αριθμοί, Προκατάληψη του Φυσικού Αριθμού, Αριθμητικές πράξεις, Πολλαπλασιασμός, Διδακτική παρέμβαση, παιχνίδι, κάρτες.

ABSTRACT

This study investigates whether a teaching intervention with the use of a card game that was designed could help students reorganize their misconception that "multiplication makes bigger and division makes smaller". In this process, students from nine to thirteen years of age were involved. The sample of these children had the opportunity to play the game with either another child or the researcher. In addition, they completed two tests before and immediately after playing the game, which were defined as pre-test and post-test questionnaires respectively included the same number of questions. As the results of the survey show, students have experienced a significant improvement, as evidenced by the highest percentage of correct answers to the pre-test and post-test questionnaires as it is remarkable to increase rates in responses that are incongruent with the intuitive beliefs that "multiplication makes bigger" and "division makes smaller". The results of the research indicate that the specific game could be used as educational material that could help students correct their misconceptions considering the results of operations.

Keywords:
Rational Numbers, Natural Numbers, Natural Numbers Bias, Numerical Operations, Multiplication, Didactic Intervention Using Card Game

ΚΥΡΙΩΣ ΜΕΡΟΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΚΑΤΑΛΗΨΗΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η παρούσα μελέτη εστιάζει στην τάση των μαθητών να θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει τους αριθμούς ενώ η διαίρεση πάντα τους μικραίνει. Η τάση αυτή είναι το αποτελέσματα ενός γενικότερου φαινόμενου που ονομάζεται «προκατάληψης του φυσικού αριθμού». Με τον όρο προκατάληψη, σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία, χαρακτηρίζεται η τάση των μαθητών να χρησιμοποιούν ιδιότητες των φυσικών αριθμών σε μη φυσικούς αριθμούς (Ni & Zhou, 2005). Στη συγκεκριμένη μελέτη θα αναλυθεί πώς αυτό επηρεάζει τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση αλλά και αν μπορεί να αντιμετωπισθεί με τη χρήση ενός παιχνιδιού με κάρτες.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ-ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Ο Χρήστου (2015) στη μελέτη «Τρόποι επίδρασης της προκατάληψης του φυσικού αριθμού σε πράξεις, μέγεθος και διάταξη ρητών αριθμών» αναφέρει αναλυτικά τα αίτια του φαινομένου λαμβάνοντας υπόψη και άλλες έρευνες. Αυτή η αποκλειστική χρήση των φυσικών αριθμών ακόμη και στις πρώτες τάξεις του δημοτικού έχει ως πιθανό αποτέλεσμα να αποδίδονται ιδιότητες στους αριθμούς που δεν ισχύουν στην πραγματικότητα (Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012). Για παράδειγμα, πιστεύουν ότι δεν υπάρχει κανένας αριθμός ανάμεσα σε δυο διαδοχικούς ρητούς αριθμούς δηλαδή ανάμεσα στο 0,5 και το 0,6, καθώς θεωρούν ότι οι αριθμοί γενικώς είναι διακριτοί όπως είναι φυσικοί αριθμοί (Vamvakoussi et al., 2012).

Μαθηματικά μιλώντας είναι σαφές ότι η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός μόνο ανάμεσα σε φυσικούς αριθμούς δίνει πάντα ως αποτέλεσα αριθμούς μεγαλύτερους από τους αρχικούς (εκτός βέβαια αν εμπλέκονται το 0 ή το 1 αντίστοιχα), ενώ η αφαίρεση κι η διαίρεση ανάμεσα σε φυσικούς αριθμούς έχει ως αποτέλεσμα αριθμούς μικρότερους των αρχικών. Αυτό όμως δε συμβαίνει όταν στις πράξεις εμπλέκονται μη - φυσικοί αριθμοί. Έτσι, ο πολλαπλασιασμός με αριθμούς μικρότερους της μονάδας έχει ως αποτέλεσμα αριθμούς μικρότερους του πολλαπλασιαστή (π.χ., 8x1/2=4) ενώ η διαίρεση με αριθμό μικρότερο της μονάδας μεγαλώνει τους διαιρετέους (π.χ., 3:1/3=9). Όταν μάλιστα οι μαθητές μάθουν τους αρνητικούς αριθμούς, τότε παύει να ισχύει ότι η πρόσθεση πάντα μεγαλώνει τους αριθμούς και η αφαίρεση πάντα τους μικραίνει (π.χ., 3+(-2)=5) (Χρήστου, 2014).

Ο Fishbein υπήρξε από τους πρώτους παρατηρητές του φαινομένου υποστήριξε ότι οι μαθητές συνδέουν με απόλυτο τρόπο τις αριθμητικές πράξεις με συγκεκριμένα αποτελέσματα λόγω πρωτόγονων μοντέλων που υπάρχουν για κάθε πράξη. Πιο αναλυτικά, ο πολλαπλασιασμός συνδέεται με το μοντέλο της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης, όπου πρόσθεση είναι η συνένωση συνόλων, και η διαίρεση με το μοντέλο της ίσης μοιρασιάς (Christou, 2015; Vamvakoussi et al., 2012).

Όπως υποστηρίζει στην έρευνα του ο Παντσίδης (2006) είναι ευρέως αποδεκτό ότι η προϋπάρχουσα γνώση για τους φυσικούς αριθμούς επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο ο μαθητής αντιλαμβάνεται τα κλάσματα. Η γνώση αυτή δε βοηθά αλλά αντίθετα στέκεται εμπόδιο στους μαθητές κατά την εκμάθηση των κλασμάτων. Υιοθετώντας το θεωρητικό πλαίσιο που θεωρεί ότι η προϋπάρχουσα γνώση έχει ιδιαίτερη σημασία κατά την πρόσληψη νέων πληροφοριών υποθέσαμε ότι η απόκτηση της έννοιας του κλάσματος από τους μαθητές απαιτεί αναδιοργάνωση της γνώσης τους για τους φυσικούς αριθμούς απαιτεί δηλαδή εννοιολογική αλλαγή (Vamvakoussi et al., 2012).

Όπως στη φυσική, έτσι και στα μαθηματικά οι μαθητές διδάσκονται μη διαισθητικές έννοιες που συχνά έρχονται σε σύγκρουση με έννοιες που είχαν διδαχθεί συστηματικά στο σχολείο νωρίτερα ή με απόψεις που έχουν σχηματίσει από τις εμπειρίες της καθημερινής τους ζωής (π.χ. άρρητοι μετά από τους φυσικούς αριθμούς). Συγκεκριμένα, από την ανάλυση λαθών που έχουν γίνει σε μερικές έρευνες έχει διαπιστωθεί ότι κάθε πράξη συνδέεται με ένα έμμεσο διαισθητικό μοντέλο (Λεμονίδης, 2012).

Όπως αναφέρει ο Χρήστου (2009), χαρακτηριστικό παράδειγμα από το πεδίο των μαθηματικών οι μαθητές μικρότερης ηλικίας διδάσκονται στις πρώτες τάξεις του δημοτικού στο πλαίσιο της αριθμητικής μόνο τους φυσικούς αριθμούς. Συνεπώς, η έννοια του φυσικού αριθμού όπως έχει γίνει κατανοητή στους μαθητές από τις καθημερινές εμπειρίες τους επιβεβαιώνεται από την διδασκαλία στο σχολείο. Στην ηλικία περίπου των οκτώ ετών, οι περισσότεροι μαθητές έχουν σχηματίσει μια ισχυρή άποψη για την έννοια του αριθμού, που βασίζεται στην μέτρηση και εμπεριέχει όλα τα βασικά χαρακτηριστικά του φυσικού αριθμού. Αυτή η θεώρηση του αριθμού ως φυσικού αριθμού λειτουργεί αργότερα ως εμπόδιο στην κατανόηση της μαθηματικής έννοιας του ρητού αριθμού από τους μαθητές, το οποίο για να ξεπεραστεί απαιτεί μια ανακατασκευή της αρχικής θεώρησης της έννοιας του αριθμού (Χρήστου, 2009).

Έτσι μια διδακτική παρέμβαση για το ότι ο πολλαπλασιασμός δε μεγαλώνει πάντα κρίνεται απαραίτητη. Ο τρόπος που επιλέχθηκε να γίνει αυτό είναι μέσω ενός επιτραπέζιου παιχνιδιού με κάρτες. Οι λόγοι αυτής της επιλογής εκτός από τον ευχάριστο χαρακτήρα που έχει το παιχνίδι για τα παιδιά, θα αναλυθούν παρακάτω. Ακόμη, μέσω της παρέμβασης αυτής δεν επιθυμούμε να διδάξουμε στα παιδιά ποιο είναι το σωστό και το λάθος σχετικά με το φαινόμενο αυτό αλλά να ανακαλύψουν μόνα τους τη νέα γνώση. Για να μπορούμε να το κάνουμε αυτό πρέπει να γνωρίζουμε τα στοιχεία της νοητικής τους ανάπτυξης αλλά και ορισμένα χαρακτηριστικά της σκέψης τους.

ΤΡΟΠΟΙ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

Για να αλλάξει αυτή η προδιάθεση των μαθητών απέναντι στα αποτελέσματα που προσδοκούν από τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης πρέπει να υπάρξουν αλλαγές στον τρόπο σκέψης. Η διαδικασία κατασκευής της γνώσης δεν είναι μια καθαρά ατομική διαδικασία αλλά βρίσκεται υπό την επίδραση εσωτερικών και εξωτερικών συνιστωσών. Εσωτερικά επηρεάζεται από την προϋπάρχουσα γνώση την οποία χαρακτηρίζει ο Fischbein (1987) με τον όρο σιωπηρή ή υποσυνείδητη γνώση (tacit knowledge) και εξωτερικά από άλλα άτομα ή κοινωνικοπολιτιστικούς παράγοντες (Κολεζά, 2000).

Οι εκπρόσωποι της γνωστικής ψυχολογίας στρέφουν την προσοχή τους στην ερμηνεία της εσωτερικής διαδικασίας της γνωστικής μάθησης και τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας της μαθηματικής γνώσης. Βασικά στοιχεία της μάθησης αυτής είναι ότι οι γνωστικές δομές και διαδικασίες δεν είναι ίδιες για όλες τις ηλικίες αλλά και ότι τα παιδιά δεν είναι μικρογραφία των μεγάλων και άρα οι μηχανισμοί τους δε δουλεύουν όπως ενός ώριμου ατόμου. Κάθε ηλικία έχει τα δικά της ιδιαίτερα χαρακτηριστικά (Κασσωτάκης & Φλούρης, 2013).

Πιο συγκεκριμένα κατά τον Piaget η «νοητική ανάπτυξη» έρχεται μέσω των γνωστικών ικανοτήτων που δεν υπήρχαν πριν. Βασικός πυλώνας της θεωρίας αυτής αποτελεί αυτό που ο Piaget ονομάζει « νοητικό σχήμα ». Αυτό είναι το στοιχείο της νοητικής δομής που σχετίζεται με την προσαρμογή του ατόμου σε μια νέα κατάσταση, που έρχεται σαν αποτέλεσμα μιας ολόκληρης σειράς δραστηριοτήτων. Μέσα από το παιχνίδι με τις κάρτες επιχειρείται το παιδί να προσαρμοστεί στη νέα κατάσταση που είναι ο πολλαπλασιασμός με τα κλάσματα (Κασσωτάκης & Φλούρης, 2013).

Παράλληλα, ο Piaget υποστηρίζει ότι οι βασικοί μηχανισμοί που παράγουν όλες τις γνωστικές αλλαγές είναι η αφομοίωση (assimilation) και η συμμόρφωση (accommodation). Η αφομοίωση αναφέρεται στη διαδικασία με βάση την οποία ο οργανισμός χρησιμοποιεί μια υπάρχουσα γνωστική δομή για να αντιμετωπίσει τα προβλήματα- καταστάσεις που συναντά στο περιβάλλον του. Συμμόρφωση είναι η διαδικασία εκείνη κατά την οποία ενας οργανισμός τροποποιεί τις προηγούμενες γνώσεις του για ανταποκριθεί στις νέες απαιτήσεις που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι να κερδίσει στο παιχνίδι που φτιάχτηκε από εμάς (Κασσωτάκης & Φλούρης, 2013).

Για να έχουμε σαν αποτέλεσμα την προσαρμογή στη νέα γνώση απαραίτητη είναι η ισορροπία μεταξύ αυτών των δυο στοιχείων. Η υπεραφομοίωση δε συμβάλει στην ανάπτυξη ενδιαφέροντος για τα μαθηματικά και δε δημιουργεί κίνητρα για νέα μάθηση. Αντίστοιχα ούτε η υπερσυμμόρφωση μπορεί να προκαλέσει αποθάρρυνση εξαιτίας του πλήθους των νέων πληροφοριών. Επομένως, η σχολική μάθηση απαιτεί τη δημιουργία μέσων καταστάσεων (Κασσωτάκης & Φλούρης, 2013).

Όσα αναλύσαμε παραπάνω συνάδουν στο συμπέρασμα ότι κάθε μάθημα που ακολουθεί τη θεωρία αυτή θα πρέπει να εξετάζει σε ποιόν θα διδαχθεί με ποιο τρόπο και τι θα είναι το αντικείμενο διδασκαλίας που θα αφορά. Για να υπάρχει ουσιαστική μάθηση η διδασκαλία που προσφέρεται πρέπει να ανταποκρίνεται στο επίπεδο της νοητικής του ανάπτυξης. Με βάση αυτή την άποψη επιλέχθηκαν οι ηλικίες των μαθητών που βοήθησαν στην έρευνα μας. Έπρεπε να μπορούν να ανταποκριθούν γνωστικά σε αυτά που τους ζητήθηκαν χωρίς αυτό να σημαίνει ότι μόνος μας στόχος είναι οι σωστές απαντήσεις (Κασσωτάκης & Φλούρης, 2013).

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΚΤΗΣΗΣ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ

Ένα άλλο ζήτημα που έπρεπε να ληφθεί υπόψη στη μελέτη αυτή είναι αν η διαδικασία απόκτησης μαθηματικής γνώσης έχει τα ίδια γενικά χαρακτηριστικά με τη διαδικασία απόκτησης άλλων γνωστικών συστημάτων που σχετίζονται με άλλα γνωστικά αντικείμενα. Θεωρείται, επομένως σκόπιμο να εκθέσουμε αυτά τα γενικά χαρακτηριστικά δίνοντας έμφαση σε κάποια ζητήματα που έχουν σημασία για τη την μαθηματική εκπαίδευση.

Πρώτο χαρακτηριστικό της διαδικασίας είναι ότι η απόκτηση γνώσης είναι μια διαρκή διαδικασία αναδόμησης, δηλαδή η καινούργια γνώση προκαλεί αναδιάταξη της ήδη υπάρχουσας (Romelhart & Norman, 1978). Η αναδιοργάνωση ενός γνωστικού συστήματος μπορεί να λάβει χώρα σε ατομικό ή ευρύτερα κοινωνικό επίπεδο. Τα γνωστικά συστήματα πριν και μετά την επαναδόμηση εμφανίζουν διαφορετική οργάνωση. Για αυτό κατά τη διαδικασία αυτή μεταβάλλονται επίσης και οι σχέσεις μεταξύ των « μερών » της γνώσης (Κολεζά, 2000).

Το γεγονός ότι η διαδικασία κατασκευής της γνώσης επηρεάζεται από αυτούς τους παράγοντες μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το δάσκαλο για τη δημιουργία ενός περιβάλλοντος που ενθαρρύνει τη μάθηση με τη χρήση κατάλληλων μοντέλων ή με τη δημιουργία καταστάσεων επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών(Κολεζά, 2000). Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978,1986), το παιδί μπορεί να κάνει περισσότερα στα πλαίσια της ομάδας ή κάτω από την καθοδήγηση ενός ενήλικα, παρότι μόνο του.

Το τρίτο χαρακτηριστικό είναι η γνωστική περιοχή στην οποία εντάσσεται η γνώση που επιχειρείται να μεταλαμπαδευθεί. Το σύνολο της γνώσης που έχει ένα άτομο χωρίζεται σε υποσύνολα δηλαδή αυτοτελή γνωστικά συστήματα που το καθένα από αυτά εμπλουτίζεται ανεξάρτητα. Έτσι η γνώση αποκτιέται χωριστά για κάθε περιοχή αν και συνηθίζεται να μεταφέρονται γνώσεις από τη μια περιοχή στην άλλη και να γίνονται γενικεύσεις. Υπάρχουν αρκετοί όπως ο Sigler (2008) οι οποίοι παρά το γεγονός ότι αμφισβητούν τη θεωρία των σταδίων παραδέχονται ότι η λογικομαθηματική γνώση αποτελεί ένα υποστηρικτικό κορμό για την απόκτηση γνώσης από άλλες περιοχές. Και αυτό γιατί τα μαθηματικά είναι ένα πολύ δυναμικό νοητικό εργαλείο το οποίο παρέχει τη δυνατότητα μέσω μιας τυποποίησης να εντοπίσουμε δομικές ομοιότητες σε φαινομενικά διαφορετικές περιοχές (Κολεζά, 2000).

Τέταρτο χαρακτηριστικό και πιο ενδιαφέρον για το αντικείμενο της μελέτης μας είναι ότι η αποκτηθείσα γνώση εξαρτάται άμεσα από το πλαίσιο μέσα στο οποίο αποκτήθηκε. Για παράδειγμα, ο τρόπος με τον οποίο διδάσκονται τα κλάσματα επηρεάζει το βαθμό κατανόησης τους από τους μαθητές. Συγκεκριμένα, εάν τα κλάσματα εισαχθούν σε ένα πλαίσιο μοιράσματος ενός γλυκού οι μαθητές μπορούν εύκολα να κατανοήσουν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης αλλά όχι του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Λόγω της μεγάλης σημασίας του πλαισίου μέσα στο οποίο αποκτιέται η γνώση για τη μετέπειτα γνωστική πορεία του μαθητή, ο δάσκαλος, πρέπει να είναι πολύ προσεκτικός στην επιλογή των κατάλληλων κάθε φορά εισαγωγικών δραστηριοτήτων. Συμπερασματικά, πρέπει να διατηρείται μια ισορροπία μεταξύ των πλεονεκτημάτων μιας γενικευμένης τυπικής προσέγγισης και των πλεονεκτημάτων που προσφέρει η σύνδεση της γνώσης με συγκεκριμένα πλαίσια (Κολεζά, 2000).

Τελευταίο χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η διαδικασία απόκτησης της γνώσης είναι μια κατασκευαστική διαδικασία. Η γνώση αποκτιέται μέσω κατασκευής και όχι απλά μέσω μιας διαδικασίας μετάδοσης (Resnick 1987, 1989). Έως ένα βαθμό η γνώση μπορεί να μεταδοθεί ως «διαδικαστική γνώση » (π.χ. τα βήματα επίλυσης μιας εξίσωσης), αλλά και η «εννοιολογική γνώση» στο μέτρο που το σύστημα κωδικοποίησης είναι κοινό μεταξύ πομπού και δέκτη.

ΤΡΟΠΟΙ ΑΛΛΑΓΗΣ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ

Έπειτα από την ανάλυση των χαρακτηριστικών της σκέψης δημιουργείται το ερώτημα, πώς μπορεί να εξηγηθεί η αλλαγή στη σκέψη των παιδιών. Την απάντηση δίνουν οι ερευνητές που υιοθετούν την προσέγγιση της επεξεργασίας των πληροφοριών. Κατέληξαν σε τέσσερις μηχανισμούς αλλαγής που φαίνεται ότι παίζουν ρόλο στη γνωσιακή ανάπτυξη: αυτοματοποίηση, κωδικοποίηση, γενίκευση και ανάπτυξη στρατηγικών (Siegler, 2002).

Θα αναλυθεί ο τρίτος και ο τέταρτος μηχανισμός αλλαγής που είναι η γενίκευση και η ανάπτυξη στρατηγικών και η επιθυμητή ενέργεια που θέλαμε να εκμαιεύσουμε στα παιδιά μέσω του παιχνιδιού. Η γενίκευση είναι η επέκταση της γνώσης που έχει αποκτηθεί σε διάφορα πλαίσια. Η ανάπτυξη στρατηγικών είναι η ανακάλυψη νέων διαδικασιών για την επίλυση ενός προβλήματος. Η ανάπτυξη στρατηγικών από τα παιδιά δείχνει ότι οι διαδικασίες αλλαγής λειτουργούν μαζί και όχι μεμονωμένα(Siegler, 2002).

Από τη στιγμή που ο μαθητής αποκτά τη γνώση στα πρώτα χρόνια του σχολείου συνεχώς χρειάζεται να την προσαρμόζει στις γνωστικές απαιτήσεις του περιβάλλοντος του. Μια τέτοιου είδους διαφοροποίηση της γνώσης είναι και η εννοιολογική αλλαγή. Όπως αναλύει ο Χρήστου (2009) στη διδακτορική του εργασία σύμφωνα με τους Arabatzis & Kindi (2008) και Vamvakoussi & Vosniadou (2004), η έννοια αυτή σχετίζεται με την αλλαγή του νοήματος μιας έννοιας και όχι στην αντικατάσταση μιας έννοιας από μια άλλη, και οι μαθηματικές έννοιες, συχνά χαρακτηρίζονται από τέτοιες αλλαγές. Υπήρχαν επιχειρήματα που απέκλειαν την εφαρμογή του θεωρητικού πλαισίου της εννοιολογικής αλλαγής στα μαθηματικά τα οποία φαίνονται να κάμπτονται, ενισχύοντας τη θέση ότι είναι δυνατή η χρήση θεωρητικών πλαισίων όπως αυτό της εννοιολογικής αλλαγής και στη μελέτη της γνωστικής ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών.

Σύμφωνα με την προσέγγιση της θεωρίας-πλαισίου στην εννοιολογική αλλαγή (Vosniadou, 1994· 1999· 2001· 2002a· Vosniadou, Baltas, & Vamvakoussi, 2007· Vosniadou, Vamvakoussi, & Skopeliti, 2008), τα παιδιά, ήδη από την προσχολική ηλικία, οργανώνουν την πολλαπλότητα των εμπειριών τους από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον τους μέσω των αισθήσεών τους, καθώς επίσης και τις πληροφορίες που λαμβάνουν από το πολιτιστικό πλαίσιο, σε εσωτερικά συνεπείς εξηγήσεις που έχουν τη μορφή θεωρίας (Χρήστου, 2009).

Όπως αναφέρουν οι Βοσνιάδου & συνεργάτες (2007), το γεγονός ότι οι μαθηματικές έννοιες περιλαμβάνονται τόσο σε συστήματα καθημερινών εμπειριών όσο και σε επιστημονικά συστήματα δημιουργεί την μεγάλη αυτή σύγχυση και δυσκολία στους μαθητές. Οι μαθητές δεν έχουν αντιληφθεί ότι τα μαθηματικά λειτουργούν με διαφορετικά επεξηγηματικά πλαίσια στην καθημερινότητα και στον χώρο της επιστήμης. Έτσι οδηγούνται σε λανθασμένες μεθόδους, μιας και εντάσσουν τις υπάρχουσες γνωστές σε αυτούς μαθηματικές γνωστικές πληροφορίες των προσωπικών τους εμπειριών στους σύνθετους επιστημονικούς μηχανισμούς (Αραπαμπατζής, 2010).

Κατά συνέπεια, αυτό που γίνεται αντιληπτό μέσα από όλη αυτήν την προσέγγιση τόσο της έννοιας της «εννοιολογικής αλλαγής», όσο και των δυσκολιών που υπάρχουν στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών σε επιστημονικό επίπεδο είναι ότι τα μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν είδη μάθησης με εννοιολογική αλλαγή. Αυτό είναι δυνατό να επιτευχθεί μέσα από την συστηματική διδασκαλία (Inagaki & Hatano, 2002). Από τη στιγμή που κατά την διδασκαλία των μαθηματικών η εισαγωγή μιας γνώσης είναι δυνατό να συγκρούεται με τις υπάρχουσες μαθηματικές γνώσεις όπως αυτές διαμορφώθηκαν είτε μέσα από την εμπειρία είτε μέσα από την διδασκαλία της αριθμητικής, τότε εκείνο που πρέπει να γίνει είναι να διαταραχθεί η συνοχή της προϋπάρχουσας γνώσης, ώστε να καλλιεργηθεί πρόσφορο έδαφος για να αναπτυχθεί η νέα γνώση (Αραμπατζής, 2010).

Ακόμη ο Χρήστου στη διδακτορική του διατριβή αναφέρει ότι μια διδακτική στρατηγική που συχνά προτείνεται ειδικά για τη διόρθωση συγκεκριμένων παρερμηνειών είναι αυτή της γνωστικής σύγκρουσης (Limon, 2001·Stavy & Berkovitz, 1980· Tirosh, Stavy, & Cohen, 1998). Ερευνητές του χώρου της μάθησης με εννοιολογική αλλαγή υποστήριξαν ότι, εκθέτοντας τους μαθητές σε δεδομένα που βρίσκονται σε σύγκρουση με τις αρχικές τους προβλέψεις όπως αυτές θα προέκυπταν απο τα εναλλακτικά ερμηνευτικά τους πλαίσια, θα δημιουργούσε στους μαθητές γνωστική σύγκρουση. Το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρουσης θα ήταν να αμφισβητήσουν τις αρχικές τους γνώσεις και λανθασμένες πεποιθήσεις και να δεχθούν τη νέα και πιο εκλεπτυσμένη χρήση μιας έννοιας (Limon, 2001· Posner και συνεργάτες, 1982·Vosniadou, 1994).

Στην ίδια διατριβή προτείνεται η δημιουργία γνωστικής σύγκρουσης θα μπορούσε να λειτουργήσει στην περίπτωση της παρερμηνείας του φαινομενικού της προκατάληψης του φυσικού αριθμού στις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, βοηθώντας τους μαθητές να τη διορθώσουν. Το αποτέλεσμα της σύγκρουσης αυτής θα μπορούσε να είναι να κατανοήσουν οι μαθητές ότι τα πράγματα στην άλγεβρα δεν είναι όπως φαίνονται, κάνοντας την απαραίτητη διάκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης όταν εμπλέκονται φυσικοί αριθμοί και κλάσματα.

Στο διδακτορικό του ο Χρήστου υποστηρίζει ότι λόγω του γεγονότος ότι οι λανθασμένες πεποιθήσεις των μαθητών δεν φαίνεται να βρίσκονται κάτω από το συνειδητό τους έλεγχο (Fischbein και συνεργάτες, 1985), ένας σημαντικός στόχος μιας διδακτικής παρέμβασης που εστιάζει στο πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής είναι να κάνει τους μαθητές γνωστικά ενήμερους για αυτές του τις πεποιθήσεις και τις προβληματικές τους εσωτερικές τους αναπαραστάσεις για τις έννοιες (De Corte, 2004· Vosniadou, 2003). Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές γίνονται σύμμαχοι στην προσπάθεια να γίνουν οι απαραίτητες αλλαγές στα θεμελιώδη χαρακτηριστικά της προϋπάρχουσας γνώσης τους (Fischbein, 1987· Greer, 2006). Παρόλα αυτά, το να αποκτήσουν οι μαθητές μεταεννοιολογική επίγνωση των λανθασμένων πεποιθήσεών τους και μεταγνωστικό έλεγχο της διαδικασίας αλλαγής τους, είναι μια δύσκολη υπόθεση η οποία απαιτεί πολύ περισσότερο χρόνο από αυτόν μιας σύντομης διδακτικής παρέμβασης.

Συνοψίζοντας, στόχος της διδακτικής παρέμβασης είναι μέσω του παιχνιδιού που σχεδιάστηκε να προκαλέσει γνωστική σύγκρουση. Η γνώση τοποθετείται σε ένα πλαίσιο που έχει στο επίκεντρο την παρερμηνεία ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει. Μέσω λοιπόν των αλλεπάλληλων "συγκρούσεων" της παρερμηνείας αυτής με τις συνθήκες που προκύπτουν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού (συνθήκες που υποδεικνύουν ότι ο πολλαπλασιασμούς μπορεί να μικραίνει και η διαίρεση να μεγαλώνει) επιδιώκεται η αλλαγή της προϋπάρχουσας γνώσης των παιδιών.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

Ο ορισμός της έννοιας του παιχνιδιού έχει προβληματίσει κατά καιρούς πολλούς ερευνητές. Σύμφωνα με την Αυγητίδου (2001) για να κατανοηθεί πλήρως και να δοθεί ένας σαφής ορισμός θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η παράμετρος όλων των χαρακτηριστικών που διαφοροποιούν το παιχνίδι από άλλες δραστηριότητες.

Ο μαθηματικός Gardner (1986) αναγνωρίζοντας ότι δεν μπορεί να δοθεί ένας ακριβής ορισμός για το παιχνίδι, ανέφερε ότι είναι ο ιδανικότερος τρόπος για να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών κατά τη διδασκαλία των στοιχειωδών μαθηματικών, κάτι που οι παραδοσιακοί καθηγητές μαθηματικών αποφεύγουν αφού δεν το θεωρούν σοβαρό μέσο για μάθηση. Έτσι, λόγω της ιδιότητας του μαθηματικού, απέδωσε κάποια χαρακτηριστικά του μαθηματικού παιχνιδιού, χωρίς να δίνει ορισμό και ο ίδιος. Υποστήριξε (1997) ότι ένα καλό μαθηματικό παιχνίδι όπως ένας μαθηματικός γρίφος, ένα παράδοξο ή ένα μαγικό τέχνασμα, μπορεί να διεγείρει τη φαντασία του μαθητή γρηγορότερα και αποτελεσματικότερα από μια πρακτική εφαρμογή των μαθηματικών και αν το παιχνίδι επιλεγεί προσεκτικά μπορεί να οδηγήσει σχεδόν χωρίς νοητική προσπάθεια στην κατανόηση σημαντικών μαθηματικών ιδεών (Σκουμπουρδή, 2015).

Παρά τις διαφορετικές προσεγγίσεις που υπάρχουν, κυριαρχεί η άποψη ότι το παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα, η οποία αν και ξεκινά από βιολογικές αφορμίσεις έχει κοινωνικό και πολιτιστικό υπόβαθρο. Τα άτομα που λαμβάνουν μέρος στο κοινωνικό-πολιτιστικό παιχνίδι, επιδιώκουν και κατακλύζονται από το αίσθημα της απόλαυσης και συμμετέχουν με τη θέληση τους σε αυτό (Αυγητίδου, 2007).

ΟΦΕΛΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

Πέρα από τις γνωστικές ικανότητες των μαθητών στα μαθηματικά απαιτείται η καλλιέργεια της εκτίμησης, της πρόβλεψης, της γρήγορης αντίληψης και τις οργάνωσης των πληροφοριών αυτές είναι οι αρετές που προσπαθούμε να εμφυσήσουμε στους μαθητές . Η δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση απαιτεί κατανόηση, παραγωγή τρόπων λύσης των προβλημάτων μεσα από έλεγχο υποθέσεων (Λεμονίδης, 2012). Βασικός άξονας της εκπαίδευσης που συγκεντρώνει τα παραπάνω χαρακτηριστικά είναι το παιχνίδι (Σκουμπουρδή, 2012).

Επομένως στον αντίποδα μιας τυπικής μαθηματικής δραστηριότητας στην τάξη βρίσκεται το παιχνίδι. Αυτό συμβαίνει γιατί οι τυπικές δραστηριότητες είναι συνήθως εργασίες οι οποίες έχουν επιλεγεί και διοργανώνονται από τον εκπαιδευτικό, με συγκεκριμένο σκοπό, οδηγώντας σε ένα αποτέλεσμα χωρίς να δίνει επιλογές. Κατά την πραγματοποίηση των δραστηριοτήτων αυτών απαιτείται συγκεκριμένη σκέψη με σκοπό την απόκτηση ή την άσκηση συγκεκριμένης γνώσης, μέσα από ποικίλες πρακτικές διδασκαλίες, με την σχεδιασμένη ένταξη κατάλληλων εκπαιδευτών υλικών (Σκουμπουρδή, 2012). Τα παιδιά στις τυπικές δραστηριότητες, εργάζονται μόνα τους και κατ' εξαίρεση σε ομάδες. Συχνά στην παραδοσιακή μαθηματική δραστηριότητα δεν υπάρχει ενδιαφέρον από τους συμμετέχοντες, εφόσον δεν διαφοροποιείται ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες τους, υπάρχει περιορισμένη ανατροφοδότηση και είναι φτωχά δομημένη (Ζεϊμπέκης & Θεοφανέλλης, 2015).

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ-ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΕ ΚΑΝΟΝΕΣ

Τα είδη στα οποία διακρίνεται το παιχνίδι ποικίλουν. Οι ταξινομήσεις προκύπτουν ανάλογα με την πτυχή του φαινομένου ή την οπτική γωνία από την οποία εξετάζεται. Ο Vygotsky (1978) διαχωρίζει τρία βασικά χαρακτηριστικά των παιχνιδιών: τη δημιουργία μιας φανταστικής κατάστασης, την ανάληψη ρόλων και την διαπραγμάτευση κανόνων. Για τον Van Oers (2014) τα χαρακτηριστικά των παιχνιδιών είναι η συμμετοχή, οι κανόνες και η διαπραγμάτευση τους, καθώς και η ελευθερία, αφού για εκείνον, το παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα η οποία χαρακτηρίζεται από μεγάλη συμμετοχή των παικτών, προσανατολισμένη σε κανόνες η οποία επιτρέπει ένα βαθμό ελευθερίας.

Το παιχνίδι λοιπόν, λόγω της πολυμορφίας που έχει σαν φαινόμενο, επιδέχεται πολλαπλές κατηγοριοποιήσεις. Εμείς θα αναλύσουμε τις μορφές που παίρνει το παιχνίδι με βάση το Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου (ΠΣΝ, 2011). Αναλυτικότερα οι κατηγορίες είναι οι εξής: παιχνίδι κανόνων (συμβολικό, παραδοσιακό, επιτραπέζιο) σε αυτή την κατηγορία ανήκει και το δικό μας παιχνίδι με τις κάρτες, παιχνίδι κίνησης (εξάσκησης, κανόνων), παιχνίδι με αντικείμενα (κίνησης, δημιουργικό-κατασκευαστικό, επικοινωνίας και συναλλαγής), συμβολικό παιχνίδι(με ή χωρίς αντικείμενα, παιχνίδι ρόλων) και παιχνίδια γλώσσας (ηχητικής έκφρασης, με λέξεις και φράσεις).

Το παιχνίδι που σχεδιάστηκε για τις ανάγκες της εργασίας αυτής κατατάσσεται στην κατηγορία του παιχνιδιού με κανόνες. Το βασικό χαρακτηριστικό αυτών των παιχνιδιών είναι η ύπαρξη κανόνων και η τήρηση τους, διότι βοηθάνε τα παιδιά να κατανοήσουν το νόημα, τον σκοπό και τη λειτουργία του παιχνιδιού (Σκουμπουρδή, 2012β). Ακόμη επιτρέπει στα παιδιά να καθορίσουν την εξέλιξη του παιχνιδιού, εφόσον η διαφορετική διαχείριση των κανόνων μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικές εμπειρίες. Οι μαθητές σε αυτού του είδους τα παιχνίδια είναι μεν ελεύθεροι να αποφασίζουν για τις δράσεις τους, αλλά οι δράσεις αυτές σχεδιάζονται και πραγματοποιούνται με βάση τους κανόνες παιχνιδιού. Το παιδί παίζοντας ένα παιχνίδι κανόνων εμπλέκεται σε άμιλλα και ανταγωνισμό μέσα σε πνεύμα πειθαρχημένης ελευθερίας και έχει πλήρη _επίγνωση των δυνατοτήτων του αντιπάλου του.

Οι κανόνες του παιχνιδιού πρέπει να είναι εκ των προτέρων δομημένοι, καλογραμμένοι αλλά και εύκολοι στην κατανόηση τους. Σε κάθε περίπτωση είναι απαραίτητο να διαβαστούν, να εξηγηθούν ώστε να εξασφαλισθεί ότι έγιναν κατανοητοί από όλους τους παίκτες, πριν αρχίσει το παιχνίδι. Ακόμα και το πιο καλά οργανωμένο παιχνίδι μπορεί να οδηγηθεί σε αποτυχία από τη μη κατανόηση των κανόνων(Σκουμπορδή, 2015).

Για να είναι σωστά δομημένο ένα παιχνίδι με κάρτες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι εξής παράγοντες: η ηλικία των παικτών, ο αριθμός των παικτών που μπορούν να συμμετάσχουν, οι παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η έκβαση του παιχνιδιού(τύχη, στρατηγική, τακτική, κλπ.) και το τι κάνουν οι παίκτες στο παιχνίδι (Kamii & DeVries,1980). Τα επιτραπέζια παιχνίδια και τα παιχνίδια με κάρτες επιτρέπουν την εμβάθυνση σε ικανότητες οι οποίες έχουν ήδη αποκτηθεί, εφόσον σε αυτού του είδους τα παιχνίδια, ενυπάρχει ένα οικείο στα παιδιά πλαίσιο που απαιτεί τη χρήση μαθηματικών που τους είναι ήδη γνωστά (Ainley, 1990). Επίσης, αυτού του είδους τα παιχνίδια δύναται να παίζονται από παιδιά τα οποία βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα γνωστικών ικανοτήτων με διαφορετικά αποτελέσματα, διευκολύνοντας τη μάθηση και την ανάπτυξη με ποικίλους τρόπους.

Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Το παιχνίδι υποστηρίζεται ως βασική δραστηριότητα για την ανάπτυξη και τη μάθηση και καταλαμβάνει σημαντική θέση στο πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών σε πολλές χώρες του κόσμου. Όμως η τάση της εποχής για την τυποποίηση της διδασκαλίας από τις πρώτες κιόλας βαθμίδες της υποχρεωτικής εκπαίδευσης λειτουργεί σε βάρος του χρόνου που είναι διαθέσιμος για το παιχνίδι αλλά και της ποιότητας του (Whitebread, 2012).

Η M. Montessori (1870-1952) (στο Καρακατσάνη, 2008:) θεωρούσε ότι το παιχνίδι πρέπει να αποτελεί το κέντρο της διδασκαλίας. Πίστευε ότι ένα νέο άτομο ενδιαφέρεται αποκλειστικά για τα μορφωτικά-διδακτικά παιχνίδια και όχι για τα βιομηχανικά, διότι τα τελευταία δεν προσφέρουν κανένα όφελος στο ίδιο. Η θέση αυτή ενδυναμώνεται από το γεγονός ότι το παιδί ανάμεσα σε ένα διδακτικό και σε ένα βιομηχανικό παιχνίδι, προτιμά το πρώτο. Αυτό συμβαίνει επειδή θέλει το ίδιο να διευρύνει τους πνευματικούς του ορίζοντες και να οδηγηθεί σε μια ελεύθερη αυτό-ανάπτυξη (πνευματική και ψυχική).

Τα μικρά παιδιά έρχονται στο σχολείο έχοντας σημαντικές άτυπες γνώσεις μαθηματικών οι οποίες μπορούν να αναπτυχθούν και να τελειοποιηθούν μέσω του παιχνιδιού (Perry & Dockett, 2007). Η ένταξη του παιχνιδιού στον διδακτικό σχεδιασμό της μαθηματικής εκπαίδευσης των μικρών παιδιών διευκολύνει την ομαλή μετάβαση από την άτυπη στην τυπική μαθησιακή (Anning, 1994). Όπως αναφέρει η Σκουμπούρδη (2015) το παιχνίδι θεωρείται ένας από τους αποτελεσματικότερους τρόπους για την ανάπτυξη της επιθυμίας των μαθητών για μάθηση, καθώς και για τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω της επίτευξης των μαθηματικών στόχων που έχουν τεθεί, με βάση τις δυνατότητες των παιδιών, εφόσον πολλά στοιχεία του παιχνιδιού ενσωματώνουν τα μαθηματικά και ενισχύουν τη μαθησιακή διαδικασία (Bergen, 2009). Οι Kamii & DeClark (1995), έπειτα από πολυετή έρευνα για τα ομαδικά παιχνίδια σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, υποστηρίζουν ότι τα παιχνίδια είναι επαρκή διδακτικά μέσα και μάλιστα πολύ καλύτερα από τα φύλλα εργασίας, για την εκμάθηση της αριθμητικής στις μικρές τάξεις του δημοτικού (Kamii & DeVries, 1980).

Για τον Griffiths (1994) πέντε παράγοντες του παιχνιδιού που εξασφαλίζουν τη λειτουργία του ως δραστηριότητας κατάλληλης για την τάξη των μαθηματικών είναι: το πλαίσιο, ο σκοπός, ο χρόνος, ο έλεγχος και η διαδικασία του παιχνιδιού. Αναφέρει ότι το παιχνίδι παρέχει ένα πλαίσιο με ενδιαφέρον και νόημα για τους μαθητές, καθώς στηρίζει τις ανάγκες τους και την ενεργό μάθηση και τους βοηθάει να συνδέσουν τις συγκεκριμένες και τις αφηρημένες ιδέες, δίνοντάς τους τη δυνατότητα να παρουσιάσουν σύνθετες ικανότητες, δεξιότητες και στρατηγικές. Τα παιδιά όταν παίζουν, έχουν ξεκάθαρο σκοπό, ο οποίος είναι η διασκέδαση και έχουν τον χρόνο να επαναλάβουν πράγματα και να αποκτήσουν δεξιοτεχνία σε ενέργειες και ιδέες χωρίς να αισθάνονται απαραίτητα ότι οι προηγούμενες προσπάθειές τους ήταν αποτυχημένες. Τα παιδιά με το παιχνίδι αποκτούν τον έλεγχο της δραστηριότητας στην οποία εμπλέκονται. Παίρνουν πιο εύκολα αποφάσεις όταν παίζουν, παρά σε μια τυπική μαθησιακή κατάσταση αυτό συμβαίνει εφόσον στο παιχνίδι η έμφαση δίνεται στη διαδικασία και όχι στο γραπτό αποτέλεσμα.

Επιπλέον, σύμφωνα με τον Helenius και τους συνεργάτες του (2014) για να μπορεί ένα παιχνίδι να θεωρηθεί μαθηματική δραστηριότητα θα πρέπει να καλύπτει (όλες ή) μερικές από τις παρακάτω συνιστώσες: 1. Οι συμμετέχοντες πρέπει να τηρούν τους υπονοούμενους και τους ρητούς κανόνες του παιχνιδιού. 2. Αν οι κανόνες αλλάξουν πρέπει να υπάρξει διαπραγμάτευση με τους συμμετέχοντες. 3. Η διαπραγμάτευση των κανόνων συμβάλλει στη διαμόρφωση των ορίων της παιγνιώδους κατάστασης και ως εκ τούτου στο ποιες πτυχές της πραγματικότητας μπορούν να ανασταλούν, ποιες μπορούν να μοντελοποιηθούν και με ποιους τρόπους.

Πέρα από τη χρησιμότητα του παιχνιδιού αυτού καθεαυτού πρέπει και ο ίδιος ο εκπαιδευτικός να αναλάβει έργο. Οι ρόλοι των εκπαιδευτικών όταν εμπλέκονται στο παιχνίδι των παιδιών ποικίλουν: παρατηρητής, οπαδός, διευκολύνει τους μαθητές, διερμηνέας, υποστηρικτής, ηγέτης, διακόπτων, διαχειριστής της ασφάλειας και των συγκρούσεων, πολύ-ανταποκριτής, αλλά και πολυπράγμων υιοθετώντας πολλούς ρόλους (Jung, 2013). Ομαδοποιώντας τους ποικίλους ρόλους με βάση τη διαφορετική λειτουργία τους διαχωρίζονται τρεις κύριοι ρόλοι: 1. Οργανωτής, παρατηρητής, αξιολογητής: ο εκπαιδευτικός αναλαβαίνει την οργάνωση του παιχνιδιού, παρατηρεί και αξιολογεί την κατανόηση των παιδιών. 2. Παρακινητής, υποστηρικτής, καθοδηγητής: ο εκπαιδευτικός παρακινεί τα παιδιά δημιουργώντας κίνητρα συμμετοχής, καθώς υποστηρίζει και καθοδηγεί το παιχνίδι. 3. Συμπαίκτης: ο εκπαιδευτικός συμμετέχει στη διαδικασία του παιχνιδιού έχοντας ισότιμο με τα παιδιά ρόλο.

Κατά τη διαδικασία της παρούσας έρευνας επιχειρήθηκε η πραγματοποίηση των περισσότερων από τους παραπάνω ρόλους. Στις περιπτώσεις που τα παιδιά έπαιξαν σε ζευγάρια το παιχνίδι με τις κάρτες η ερευνήτρια οριοθέτησε το ρόλο δίνοντας τις οδηγίες που χρειαζόταν για να ξεκινήσουν να παίζουν μεταξύ τους. Σε αντίθεση με τα παιδιά που έπαιξαν μαζί με αυτήν στα οποία χρειάστηκε να δοθούν περεταίρω εξηγήσεις κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Έπειτα παρατηρούσαμε τους διαλόγους μεταξύ τους για να αντιληφθούμε σε ποια σημεία δυσκολευόντουσαν ή τα κατάφερναν ,αν το παιχνίδι προκαλούσε ανταγωνισμό, ευχαρίστηση και τελικά να εξετάσουμε αν κατά την πορεία του παιχνιδιού επιτεύχθηκε ο σκοπός του πειράματος αν μπορούμε δηλαδή μέσω του επιτραπέζιου να αλλάξουμε την πεποίθηση των μαθητών για τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

ΣΤΟΧΟΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ

Η διδακτική παρέμβαση αυτή στοχεύει στη δημιουργία γνωστικής σύγκρουσης δίνοντας μέσω της χρήσης ενός παιχνιδιού με κάρτες. Οι κάρτες θα λειτουργήσουν ως συνθήκη παροχής αντιπαραδειγμάτων στους μαθητές που είναι ενάντια στις διαισθήσεις τους για τα αποτελέσματα των πράξεων. Συγκεκριμένα, ερευνητές υποστήριξαν ότι, εκθέτοντας τους μαθητές σε δεδομένα που βρίσκονται σε σύγκρουση με τις αρχικές του προβλέψεις δημιουργούνται σε αυτούς γνωστικές συγκρούσεις που συνδέονται και με τη θεωρία της εννοιολογικής αλλαγής (Χρήστου, 2009). Στην παρούσα μελέτη θελήσαμε να εξεταστεί εμπειρικά αν θα μπορούσαμε να διαχειριστούμε και να βελτιώσουμε το πρόβλημα αυτό μέσα από τη γνωστική σύγκρουση. Για να επιτευχθεί αυτό εξετάστηκε ένα δείγμα μαθητών ως προς την ύπαρξη της παρερμηνείας του φαινομενικού της προκατάληψης του φυσικού αριθμού, πριν και αμέσως μετά τη διδακτική παρέμβαση.

<u>ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΕ ΚΑΡΤΕΣ</u>

Η ιδέα βασίστηκε στα παιχνίδια με κάρτες όπως η «Αγωνία», όπου στόχος των παιχτών είναι να απαλλαγούν πρώτοι από τις κάρτες τους. Η βασική ιδέα βρίσκεται στο σχεδιασμό των καρτών και στους κανόνες με τους οποίους κάποιος μπορεί να πετάξει μία κάρτα. Κάθε κάρτα έχει έναν αριθμό (φυσικό ή κλάσμα μεγαλύτερο ή μικρότερο της μονάδας) και αμέσως μετά το σύμβολο μιας πράξης (πολλαπλασιασμού ή διαίρεση), για παράδειγμα (3:), ή (3/4x).

Ο κάθε παίκτης πρέπει να πετάξει μια τέτοια κάρτα ώστε ο αριθμός που θα προκύψει ως αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερος από τον αρχικό αριθμό της κάρτας που ήταν κάτω. Έτσι για παράδειγμα, αν κάτω υπήρχε η κάρτα (4×) και ο παίχτης έχει στα χέρια του κάρτες που δεν μπορεί να τις πετάξει. Όπως για παράδειγμα (2/3×), (3/5×), (6/5:) γιατί αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα αριθμό μικρότερο του αριθμού της κάρτας που ήταν κάτω. Μπορεί μόνο να πετάξει μία από τις κάρτες (7/3×), (8/6×), (2×) που θα έχει σαν αποτέλεσμα αριθμό μεγαλύτερο από αυτόν που απεικονίζεται στην κάρτα που είναι κάτω.

Αν πετάξει την κάρτα (8/6×) τότε ο επόμενος παίχτης θα πρέπει να επιλέξει από τις δικές του κάρτες μία κάρτα που θα μπορούσε να πετάξει ώστε να μεγαλώσει τον αριθμό (8/6). Το παιχνίδι συνεχίζεται έτσι μέχρι που κάποιος να καταφέρει να πετάξει όλες τις κάρτες του και να ανακηρυχθεί νικητής.

Η λογική του παιχνιδιού είναι ότι οι παίκτες θα καταλάβουν ότι έστω κι αν η κάρτα που είναι κάτω έχει την πράξη του πολλαπλασιασμού, αυτό δε σημαίνει ότι μπορούν να πετάξουν οποιαδήποτε από τις κάρτες που έχουν γιατί οι αριθμοί που βρίσκονται στις κάρτες δεν μεγαλώνουν απαραίτητα τον αριθμό. Το ίδιο και για την περίπτωση που η κάρτα που είναι κάτω έχει την πράξη της διαίρεσης.

Αν κάποιος παίχτης θεωρεί ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει κάθε αριθμό, τότε θα κάνει το λάθος να πετάξει αριθμούς που δεν μεγαλώνουν το αποτέλεσμα της πράξης με πολλαπλασιασμό, αλλά θα το μικραίνουν (αν για παράδειγμα, πετάξει μια κάρτα με αριθμό μικρότερο της μονάδας). Τότε ο συμπαίχτης του θα τον διορθώσει και στο σημείο αυτό θα επιτευχθεί γνωστική σύγκρουση.

Με βάση τα παραπάνω θα περιμέναμε ότι το συγκεκριμένο παιχνίδι θα βοηθήσει τα παιδιά να καταλάβουν ότι κάποια αριθμοί μεγαλώνουν με την πράξη του πολλαπλασιασμού αλλά κάποιοι μικραίνουν. Για να γίνει πιο ενδιαφέρον το παιχνίδι εμπλουτίζεται και με άλλες εδικές καρτες που περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω

ΣΚΟΠΟΣ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

Για τις ανάγκες του παιχνιδιού σχεδιάστηκαν 60 κάρτες. Στο εσωτερικό των καρτών αυτών πρώτα υπάρχει ο αριθμός και έπειτα το σύμβολο της πράξης (5×). Είναι σημαντικό να αποσαφηνιστεί αυτό καθώς έχει συγκεκριμένη σημασία. Αυτή η διάταξη ακριβώς είναι που δημιουργεί τη γνωστική σύγκρουση στους μαθητές. Τα παιδιά θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει. Υπάρχουν όμως κάρτες στο παιχνίδι που σχεδιάστηκαν οι οποίες αποδεικνύουν ότι αυτό δεν ισχύει πάντα.

Για παράδειγμα, όταν η φανερή κάρτα μεταξύ των παικτών απεικονίζει τον αριθμό (6×) ο μαθητής αναμένει με τις κάρτες που έχει στην κατοχή του να προκύψουν μόνο μεγαλύτερα αποτελέσματα, λόγω της πράξης του πολλαπλασιασμού. Στην περίπτωση όμως που έχει στα για χέρια του κάρτα που απεικονίζει κλάσμα μικρότερο της μονάδας (1/2×) το αποτέλεσμα(= 3), που είναι τελικά μικρότερο του αρχικού παράγοντα (6×) έρχεται σε αντίθεση με το μεγαλύτερο αποτέλεσμα που ο μαθητής περίμενε. Αντίστοιχα για την πράξη της διαίρεσης που οι μαθητές περίμεναν από όλες τιε κάρτες να δίνουν αποτελέσματα μικρότερα του διαιρέτη υπήρχαν κάρτες που απεικόνιζαν κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας.

Επομένως το παιχνίδι ζητά από το παιδί μετά την πράξη να απαντήσει με αριθμό που μεγαλώνει. Μέσα από αυτό η ερευνήτρια επιδιώκει να "προκαλέσει" όσες περισσότερες γνωστικές συγκρούσεις στους συμμετέχοντες όπως αυτές που αναφέρονται στα παραδείγματα παραπάνω. Μέσα από τις συγκρούσεις αυτές επιδιώκεται να αλλάξουν οι διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ

Η τράπουλα τοποθετείται αρχικά στο κέντρο μεταξύ των παικτών. Έπειτα ο παίκτης που έχει τη μικρότερη ηλικία αναλαμβάνει να μοιράσει ανάποδα και ισάριθμα τις κάρτες σε όλους τους παίκτες. Μόλις ολοκληρωθεί η διαδικασία αυτή διαλέγει μια κάρτα τυχαία από την τράπουλα ώστε να ξεκινήσει το παιχνίδι.

ΠΟΡΕΙΑ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

Οι παίκτες κρατούν κρυφές τις κάρτες τους και τις αναποδογυρίζουν μόνο για να τις δουν οι ίδιοι. Η σειρά που ρίχνουν οι παίκτες τις κάρτες ξεκινάει από αυτόν που μοίρασε και συνεχίζεται δεξιόστροφα. Ο παίκτης παίζει χρησιμοποιώντας τις κάρτες που έχει στην κατοχή του. Στην περίπτωση που οι κάρτες αυτές δεν τον βοηθούν ώστε να αυξήσει αριθμητικά την κάρτα που είναι φανερή μεταξύ των παικτών, τότε έχει τη δυνατότητα να τραβήξει μια κάρτα από την στοίβα (η στοίβα αυτή αποτελείται από τις υπόλοιπες κάρτες της τράπουλας μετά την έναρξη του παιχνιδιού). Αν ο παίκτης επιλέξει να πάρει κάρτα από τη στοίβα είναι υποχρεωμένος να την κρατήσει. Στην περίπτωση που καμία κάρτα δεν εξυπηρετεί το σκοπό του λέει τη λέξη ‹‹πάσο›› και παραχωρεί τη σειρά του στον επόμενο παίκτη στα δεξιά.

Έτσι, όταν έρθει η σειρά του κάθε παίκτη πρέπει να διαλέξει μια κάρτα από αυτές που έχει στην κατοχή του, για να αυξήσει αριθμητικά τον αριθμό που απεικονίζεται στην κάρτα που υπάρχει ανάμεσα στους παίκτες. Μόλις εξαντληθούν οι κάρτες αυτές, δηλαδή τις έχει χρησιμοποιήσει, τότε ανακηρύσσεται νικητής του παιχνιδιού και έτσι ολοκληρώνεται το παιχνίδι.

ΕΙΔΙΚΕΣ ΚΑΡΤΕΣ:

Εικόνα 1: 1^{η} Ειδική Κάρτα (Ο επόμενος παίκτης χάνει τη σειρά του).

Εικόνα 2:2^{η} Ειδική Κάρτα (Με την κάρτα αυτή αλλάζει η σειρά των παικτών. Ο πρώτος γίνεται τελευταίος και οι υπόλοιποι παίκτες ακολουθούν τη δεξιόστροφη σειρά.

Εικόνα 3: 3^{η} Ειδική Κάρτα(Ο επόμενος παίκτης πρέπει να πάρει δυο κάρτες).

Εικόνα 4: 4η Ειδική Κάρτα (Ο κάτοχος της κάρτας ξαναπαίζει)

ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Με βάση όσα αναλύθηκαν παραπάνω σε σχέση με την εφαρμογή του θεωρητικού πλαισίου της προκατάληψης του φυσικού αριθμού, θα υποθέταμε ότι το προϋπάρχον εννοιολογικό πλαίσιο των μαθητών για τους αριθμούς αυτούς θα στέκεται εμπόδιο στην εκτίμηση των σωστών αποτελεσμάτων στις πράξεις που δίνονται στα ερωτηματολόγια. Λόγω της πεποίθησης αυτής θα περιμέναμε ότι οι μαθητές θα είχαν την τάση να θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει η διαίρεση μικραίνει. Η τάση αυτή θα τους οδηγούσε σε λιγότερα λάθη στα έργα που είναι συμβατά με τις πεποιθήσεις τους ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει και σε περισσότερα λάθη στα μη-συμβατά έργα όπου αυτές οι πεποιθήσεις παραβιάζονται.

Υπόθεση μας είναι ότι το παιχνίδι που σχεδιάσαμε και παρουσιάσαμε παραπάνω θα βοηθήσει τους μαθητές να αλλάξουν τις αρχικές τους πεποιθήσεις για τα αποτελέσματα των πράξεων και ως αποτέλεσμα θα έχουν υψηλότερες επιδόσεις στον μετά-έλεγχο, Πιο συγκεκριμένα, ότι θα αυξηθούν οι επιδόσεις τους τόσο στα έργα που είναι συμβατά με τις πεποιθήσεις τους όσον αφορά τα αποτελέσματα των πράξεων όσο και σε εκεί να που είναι μη συμβατά.

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΝΤΕΣ

Στην παρούσα μελέτη συμμετείχαν 21 μαθητές/τριες Δ, Ε, ΣΤ Δημοτικού και Α Γυμνασίου 9 ήταν αγόρια και 12 κορίτσια. Αναλυτικότερα, 2 κορίτσια Α Γυμνασίου, 2 αγόρια και 4 κορίτσια ΣΤ Δημοτικού , 2 αγόρια και 6 κορίτσια Ε Δημοτικού, 5 αγόρια Δ Δημοτικού. Επιλέχθηκε δείγμα μαθητών από τις τελευταίες τάξεις του δημοτικού διότι έχουν διδαχθεί τους ρητούς αριθμούς και αυτοί είναι που ενδιαφέρουν ώστε να διαπιστωθούν οι λαθεμένες αντιλήψεις των παιδιών για τα αποτελέσματα των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης και στη συνέχεια με τη χρήση του παιχνιδιού με κάρτες που σχεδιάστηκε να επιχειρηθεί να ανατραπούν .

ΥΛΙΚΑ

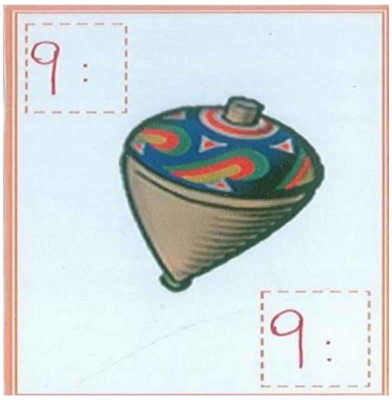
Με βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω στο θεωρητικό πλαίσιο της έρευνας, αναφορικά με την προκατάληψη του φυσικού αριθμού και πως αυτή επηρεάζει τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση (ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει) Για αυτό το λόγο σχεδιάστηκε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι το οποίο αποτελείται από κάρτες και ερωτηματολόγια προ-ελέγχου και ερωτηματολόγια μετά-έλεγχου την εφαρμογή του παιχνιδιού.

ΚΑΡΤΕΣ

Το παιχνίδι περιέχει 60 κάρτες συνολικά, από τις οποίες 12 είναι ειδικές κάρτες. Στην τράπουλα υπάρχουν 24 κάρτες ακεραίων αριθμών. Από τις οποίες 9 κάρτες με την πράξη της διαίρεσης (1:, 2:, 3:, 4:, 5:, 6:, 7:, 8:, 9:) και 15κάρτες με την πράξη του πολλαπλασιασμού (1×, 2×, 3×, 4×, 5×, 6×, 7×, 8×, 9×) και 24 κάρτες που απεικονίζουν κλάσματα 16 κάρτες με την πράξης του πολλαπλασιασμού και 8 κάρτες διαίρεσης. Από τις κάρτες αυτές οι 7 απεικονίζουν κλάσματα μικρότερα της μονάδας (1/3×, 1/4×, 2/7×, 3/4×, 3/8×, 5/7×, 5/8×) και επομένως αφου γίνει η πράξη δίνουν αποτελέσματα μικρότερα από τον αριθμό με τον οποίο έγινε η πράξη. Για παράδειγμα αν πολλαπλασιαστεί το 9 με το 1/2 το αποτέλεσμα είναι 3,5 άρα μικρότερο του 9. Από την άλλη πλευρά, υπάρχουν 9 κάρτες με κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας (3/2×, 4/3×, 5/3×, 7/2×, 7/3×, 8/3×, 9/4×, 11/6×, 16/3×) που δίνουν μεγαλύτερα αποτελέσματα για παράδειγμα ο πολλαπλασιασμός του 9 με το 4/3 έχει σαν αποτέλεσμα το 11,3 αριθμός μεγαλύτερος του 9.

Ακολούθως, 8 κάρτες της πράξης της διαίρεσης από τις οποίες 5 είναι κάρτες κλασμάτων μικρότερων της μονάδας (1/3:, 1/4:, 3/7:, 4/5:, 5/8:) που για την πράξη της διαίρεσης σημαίνει ότι μεγαλώνουν το αποτέλεσμα και 3 κάρτες κλασμάτων μεγαλύτερων της μονάδας (6/4:, 5/3:, 9/4:).

Ο αριθμός των καρτών της διαίρεσης είναι μικρότερος διότι σε κάποιες πειραματικές εφαρμογές που έγιναν, πριν καταλήξουμε στην τελικά μορφή της τράπουλας, εντοπίστηκαν δυσκολίες στη διαχείριση της πράξης αυτής ακόμη και σε ενήλικες. Δηλαδή, δεν ήταν για όλους σαφές, όση καλή γνώση των μαθηματικών και αν είχαν, ότι η διαίρεση με αριθμούς μικρότερους της μονάδας έχει αποτέλεσμα μεγαλύτερο του διαιρέτη. Έτσι, για τα παιδιά μικρότερης ηλικίας έγινε η εικασία ότι θα δυσκολευτούν περισσότερο στην εκτίμηση του αποτελέσματος όταν εμπλέκεται η πράξη της διαίρεσης ο περιορισμένος αριθμός καρτών τέτοιου είδους θα διευκόλυνε τη ροή του παιχνιδιού.



Εικόνα 5: Τελική μορφή κάρτας του παιχνιδιού,

Όπου ειδικές κάρτες εννοούμε κάρτες που έχουν τον ρόλο των ‹‹μπαλαντέρ››. Όταν αποδίδουμε στα σύμβολα τον όρο μπαλαντέρ το κάνουμε γιατί ο παίκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει τις κάρτες με αυτά τα σύμβολα, όταν έρθει η σειρά του χωρίς κανένα περιορισμό. Μπορούν δηλαδή να ρίξουν τις κάρτες αυτές όταν έρθει η σειρά τους ανεξάρτητα από την κάρτα που βρίσκεται φανερή μπροστά τους. Κάθε μια από αυτές έχει συγκεκριμένο σκοπό που σχετίζεται με το σύμβολο που απεικονίζεται σε αυτές. Αναλυτικότερα, το σύμβολο σημαίνει ότι ο επόμενος παίκτης χάνει τη σειρά του, το σημαίνει ότι ο παίκτης που έχει στην κατοχή του την κάρτα ξαναπαίζει, το σημαίνει ότι αλλάζει η σειρά των παικτών και τέλος το σύμβολο +2 ο επόμενος παίκτης από αυτόν που έριξε την κάρτα παίρνει δυο φύλλα από την στοίβα της τράπουλας.

Εικόνα 6: Κάρτες συμβόλων.

Αναφορικά με τα χρώματα που χρησιμοποιήθηκαν για τις κάρτες είναι παρόμοια με εκείνα των σχολικών εγχειριδίων του δημοτικού για να είναι ευχάριστα και οικεία. Στην εξωτερική πλευρά των καρτών υπάρχουν φιγούρες ενός διάσημου ήρωα των κινουμένων σχεδίων της Walt Disney pictures που ονομάζεται Goofy, είναι μια διαχρονική φιγούρα που γνωρίζουν όλα τα παιδιά. Στο εσωτερικό υπάρχει μια σβούρα ένα παιχνίδι αρκετά γνωστό στους μαθητές, το οποίο ταυτόχρονα είναι και το επίσημο έμβλημα του πανεπιστημίου που γίνεται η έρευνα. Οι αριθμοί έχουν τοποθετηθεί πάνω αριστερά και κάτω δεξιά όπως και στην παραδοσιακή τράπουλα ή άλλα κλασσικά παιχνίδια ,οι κάρτες έχουν σχεδιαστεί με τρόπο ώστε να είναι γνώριμες και ευχάριστες για τους μαθητές ώστε να αποφευχθεί ο συνδυασμός του παιχνιδιού με τις σχολικές ασκήσεις.

Στα παιδιά που έπαιξαν εκτός τάξης το παιχνίδι γραπτές οδηγίες. :

‹‹ Ο παίκτης που είναι μικρότερος σε ηλικία αναλαμβάνει να μοιράσει τις κάρτες στους υπόλοιπους παίκτες. Σε κάθε παίκτη μοιράζονται έξι κάρτες. Μόλις ολοκληρωθεί η μοιρασιά επιλέγεται τυχαία μια κάρτα από τη στοίβα των καρτών, ώστε να τοποθετηθεί μεταξύ των παικτών για να ξεκινήσει το παιχνίδι, οι υπόλοιπες μένουν σε μια στοίβα ανάποδα. Από αυτές ο παίκτης επιλέγει κάθε φορά που έρχεται η σειρά του εκείνη που είναι κατάλληλη ώστε να μεγαλώσει ο αριθμός που βρίσκεται μπροστά του. Αν κάποια από αυτές τις κάρτες που έχει στην κατοχή του ο παίκτης δεν μπορεί να μεγαλώσει αριθμητικά την κάρτα που βρίσκεται μεταξύ των δυο παικτών, έχει τη δυνατότητα να πάρει μια κάρτα από αυτές που βρίσκονται στη στοίβα. Νικητής του παιχνιδιού είναι εκείνος που πρώτος δε θα έχει στην κατοχή του άλλες κάρτες, δηλαδή τις έχει χρησιμοποιήσει όλες››.

Στην ενότητα της διαδικασίας θα αναλυθεί γιατί οι γραπτές οδηγίες δεν εφαρμόστηκαν για το υπόλοιπο δείγμα. Ακόμη καταγράφεται με ποιο τρόπο επέλεξε η ερευνήτρια να εξηγήσει πως που παίζετε το παιχνίδι στους μαθητές, εξοικονομώντας χρόνο και προσπαθώντας να λυθούν όσες περισσότερες απορίες τους.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

Τα ερωτηματολόγια που δόθηκαν στους συμμετέχοντες για συμπληρωθούν ήταν δυο (ένα Ερωτηματολόγιο Α πριν το παιχνίδι και Ερωτηματολόγιο Β μετά το παιχνίδι) και περιείχαν 34 ερωτήσεις κλειστού τύπου. Οι 28 ερωτήσεις αφορούσαν πράξεις ανάμεσα σε δοσμένους αριθμούς και κενά που συμβολίζουν αριθμούς που λείπουν και επίσης το αποτέλεσμα της κάθε πράξης (π.χ. 3x_=5). Από τις 28 ερωτήσεις αυτές υπήρχαν και Εξουδετερωτές, δηλαδή ερωτήσεις που αφορούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της διαίρεσης. Οι υπόλοιπες 6 ερωτήσεις με την μορφή ανισωτικής σχέσης ανάμεσα στην πράξη δυο δοσμένων αριθμών και σε ένα δοσμένο αποτέλεσμα όπου το σύμβολο της πράξης απουσιάζει. Οι μαθητές καλούνταν να επιλέξουν ανάμεσα σε πολλαπλασιασμό ή διαίρεση την πράξη εκείνη που θα ικανοποιούσε την παραπάνω ανισωτική σχέση.

Στις 28 πρώτες ερωτήσεις ζητήθηκε από τους μαθητές να επιλέξουν αν γίνεται ή δεν γίνεται να ισχύει μια τέτοια ισότητα (π.χ. _×5=2), δηλαδή αν γίνεται να βρεθεί τέτοιος αριθμός που θα έδινε στη συγκεκριμένη πράξη το δοσμένο αποτέλεσμα, χωρίς απαραίτητα να βρουν ποιος είναι αυτός ο αριθμός. Υπάρχουν δυο κατηγορίες ερωτήσεων. Εκείνες που η αναγραφόμενη πράξη και το αποτέλεσμα ήταν συμβατά με τις διαισθητικές πεποιθήσεις των παιδιών για τα αποτελέσματα των πράξεων, ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει, και οι αριθμοί που έλλειπαν ήταν φυσικοί (π.χ. 7×_=21) και εκείνες που οι αριθμοί που έλλειπαν ήταν ρητοί (π.χ. 6×_=11). Ακόμη υπάρχουν εκείνες οι ερωτήσεις στις οποίες παραβιάζονταν οι διαισθητικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα αποτελέσματα των αριθμητικών πράξεων(π.χ. 3×_=2).

Στις ερωτήσεις πρόσθεσης και αφαίρεσης που έχουν ως αποτέλεσμα αριθμό που έρχεται σε αντίθεση με τις πεποιθήσεις των παιδιών η σωστή απάντηση για τους μαθητές αυτής της ηλικίας (με εξαίρεση δυο δείγματα που είχαμε από την Α Γυμνασίου) είναι «δεν γίνεται» και αυτές οι ερωτήσεις λειτουργούσαν ως εξουδετερωτές της συνεχόμενης απάντησης «γίνεται» που είναι η σωστή στις υπόλοιπες ερωτήσεις. Αυτό συμβαίνει γιατί οι συγκεκριμένοι μαθητές δεν έχουν μάθει ακόμα τους αρνητικούς αριθμούς και έτσι δεν έχει ακόμα παραβιαστεί η αρχική πεποίθηση τους ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση μεγαλώνει και μικραίνει τους αριθμούς αντίστοιχα.

Στο δεύτερο μέρος του ερωτηματολογίου δόθηκαν 6 ερωτήσεις κλειστού τύπου με την μορφή που αναφέρθηκε παραπάνω. Δυο από τα έργα ήταν συμβατά με τις αντιλήψεις των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει. Στα υπόλοιπα τέσσερα έργα αν οι μαθητές απαντούσαν με βάση τις αρχικές τους πεποιθήσεις οι απαντήσεις θα ήταν λανθασμένες.

Οι απαντήσεις των μαθητών τόσο στο πρώτο όσο και στο δεύτερο ερωτηματολόγιο τοποθετήθηκαν σε δυο κατηγορίες ‹‹Συμβατά›› και ‹‹Μη συμβατά έργα››. Στην κατηγορία ‹‹Συμβατά›› τοποθετήθηκαν αυτές που συμφωνούν με τις διαισθητικές πεποιθήσεις των παιδιών για τα αποτελέσματα των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης(ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει) και ‹‹Μη Συμβατά›› οι απαντήσεις αυτές που έρχονται σε αντίθεση. Τέλος στην κατηγορία ‹‹Εξουδετερωτές›› οι απαντήσεις των πράξεων της πρόσθεσης και της διαίρεσης.

Στον πίνακα 1α παρουσιάζονται πόσες ερωτήσεις από τις δυο κατηγορίες υπάρχουν στο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στα παιδιά πριν από το παιχνίδι και στον πίνακα 1β οι ερωτήσεις που υπάρχουν στο ερωτηματολόγιο μετά το παιχνίδι:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ		ΔΙΑΙΡΕΣΗ		ΕΞΟΥΔΕΤΕΡΩΤΕΣ	
ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ
6	7	4	5	4	2

Πίνακας 1α : Κατηγορίες ερωτήσεων του Ερωτηματολογίου α

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ		ΔΙΑΙΡΕΣΗ		ΕΞΟΥΔΕΤΕΡΩΤΕΣ	
ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	ΣΥΜΒΑΤΑ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ
6	7	4	5	4	2

Πίνακας 1β : Κατηγορίες ερωτήσεων του Ερωτηματολογίου β

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Η πρώτη προσέγγιση της ερευνήτριας προς όλους τους συμμετέχοντες έγινε με μια συζήτηση γνωριμίας ώστε να γνωστοποιηθούν τα ονόματα των συμμετεχόντων και άλλες πληροφορίες όπως για παράδειγμα αν έχουν αδέρφια. Οι μαθητές μετά την αλληλεπίδραση αυτή ένιωσαν άνετα με αποτέλεσμα να απαντούν πρόθυμα στις ερωτήσεις της ερευνήτριας. Αυτές σχετίζονται με το αν τους αρέσει το μάθημα των μαθηματικών, σε ποια σελίδα βρίσκονται στο σχολικό εγχειρίδιο, αν έχουν διδαχθεί κλάσματα στην τάξη, αν θα τους άρεσε να παίξουν παιχνίδια με κάρτες μέσα στην τάξη, τι πιστεύετε για τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης για παράδειγμα αν θέλετε να μοιράσετε στους συμμαθητές σας μια κούτα γλυκά ποια πράξη θα χρησιμοποιήσατε; Αν κάθε συμμαθητής σας θέλει να δώσει 2 μολύβια στο χαμόγελο του παιδιού πόσα μολύβια θα δώσει το τμήμα συνολικά; Για να το υπολογίσετε αυτό ποια πράξη θα χρησιμοποιήσατε;

Στο στάδιο της δοκιμαστικής εφαρμογής της έρευνας. Κατά το διάστημα αυτό από την ερευνήτρια σχεδιάστηκε μια τράπουλα η οποία αποτελούνταν από 52 κάρτες. Η ειδοποιός διαφορά με την τελική τράπουλα βρίσκεται στη διαμόρφωση της κάρτας. Αρχικά στις κάρτες είχε τοποθετηθεί το σύμβολο της πράξης πριν τον αριθμό. Παρατηρήθηκε όμως καθυστέρηση στο χρόνο αντίδρασης από το δείγμα ακόμα και για τις πιο απλές πράξεις. Έπειτα από λίγες ερωτήσεις αιτία της δυσκολίας φάνηκε να είναι η σύγχυση για το ποια πράξη θα χρησιμοποιήσουν..

Έστω ότι ανάμεσα στους δυο παίκτες βρίσκεται η κάρτα (:2/5) και ο παίκτης θέλει να χρησιμοποιήσει την κάρτα x3. Διαπιστώθηκε ότι και ενήλικες ακόμα δυσκολεύονταν σε ποια πράξη να επιλέξουν δηλαδή να κάνουν την πράξη 3x(2/5) ή 3:(2/5). Ακόμα και εκείνοι που κατάφεραν να επιλέξουν τη σωστή πράξη έπαιρνε πολύ χρόνο για να κάνουν την πράξη και το παιχνίδι καθυστερούσε πολύ με αποτέλεσμα οι παίκτες να κουράζονται. Έτσι καταλήξαμε στη μορφή που έχουν οι κάρτες στην τελική τράπουλα που χρησιμοποιήθηκε από το δείγμα, πρώτα ο αριθμός και μετά το σύμβολο της πράξης.

ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑ-ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΝΟΗΣΕΩΝ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.

Μοιράστηκαν δυο ερωτηματολόγια. Το ένα πριν παίξουν τα παιδιά και το δεύτερο μετά το παιχνίδι. Οι ερωτήσεις και στα δυο είναι ισάριθμες με μικρές αλλαγές στους αριθμούς. Τα είδη των ερωτήσεων που εμπεριέχονται είναι δυο. Συμβατά με τις λανθασμένες διαισθήσεις των παιδιών και μη-συμβατά με αυτές. Όταν λέμε συμβατές εννοούμε εκείνες τις ερωτήσεις που συμφωνούν με την άποψη ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση πάντα μικραίνει και μη-συμβατές εκείνες που έρχονται σε αντίθεση με την άποψη αυτή. Αναλυτικότερα, στα ερωτηματολόγια υπάρχουν έξι υπέρ και επτά κατά για την πράξη του πολλαπλασιασμού, τέσσερα υπέρ και πέντε κατά για την πράξη της διαίρεσης και τέσσερα υπέρ και δυο κατά για τις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης. Σωστές απαντήσεις για όλες τις ερωτήσεις και των δυο ερωτηματολογίων είναι η επιλογή γίνεται.

Με βάση το σκεπτικό αυτό επιχειρήθηκε η μελέτη με ένα Ερωτηματολόγιο Α (ένα τεστ ερωτήσεων κλειστού τύπου το οποίο παρατίθεται στο παράρτημα), ποιες είναι οι γνώσεις των παιδιών και αν κάνουν τα λάθη που περιμέναμε. Στο ερωτηματολόγιο αυτό ζητήσαμε από τα παιδιά να δώσουν απαντήσεις σχετικά με το αν γίνεται ή δε γίνεται η εκάστοτε πράξη, κύριο στοιχείο της επιτυχίας τους είναι να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα λαμβάνοντας υπόψη τους την πράξη και το αποτέλεσμα της. Με αυτό τον τρόπο θα έχουμε μια εικόνα για τα λάθη των παιδιών πάνω στο φαινόμενο και συγκεκριμένα ποιες είναι οι ερωτήσεις που τους δυσκολεύουν πιο πολύ.

Μετά την ολοκλήρωση του Ερωτηματολόγιου Α ξεκινάει η διαδικασία του παιχνιδιού. Παίζοντας το παιχνίδι επιχειρείται η αλλαγή της παρανόησης ότι ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει. Οι κάρτες είναι σχεδιασμένες με τέτοιο τρόπο ώστε να βοηθούν τα παιδιά με τις πράξεις. Για το λόγο αυτό, υπάρχει πρώτα ο αριθμός και μετά η πράξη, δηλαδή δίδεται προσοχή στην πράξη της κάρτας που βρίσκεται ανάμεσα στους δυο παίκτες. Έτσι, δε χρειάζεται ο παίκτης που είναι η σειρά του να διαλέξει πράξη αλλά ποιόν αριθμό από αυτούς που έχει στο χέρι θα χρησιμοποιήσει ώστε να μεγαλώσει ο αριθμός της κάρτας που υπάρχει κάτω.

Στο ίδιο δείγμα μαθητών δώσαμε μετά το πέρας του παιχνιδιού ένα ερωτηματολόγιο Β (ένα τεστ ερωτήσεων κλειστού τύπου το οποίο παρατίθεται στο παράρτημα). Έχει την ίδια δομή με το Α, με μικρές παραλλαγές στους αριθμούς για να αποφύγουμε το ενδεχόμενο να το συμπληρώνουν οι συμμετέχοντες από μνήμης. Στόχος δημιουργίας ενός δεύτερου ερωτηματολογίου είναι να εξετάσουμε αν το παιχνίδι επέδρασε στις γνώσεις των παιδιών . Θα το διαπιστώσουμε αυτό συγκρίνοντας το πλήθος των σωστών ερωτήσεων μεταξύ των δυο ερωτηματολογίων.

Μετά το πέρας της διαδικασίας, δόθηκε έμφαση στην παιγνιώδη διάσταση της έρευνας λέγοντας στα παιδιά ότι αυτό που ακολουθεί είναι ένα παιχνίδι, σε αυτό το σημείο έγιναν ερωτήσεις για τον Goofy και τη σβούρα στοχεύοντας εκτός από τη γνώση και στην απόλαυση της διαδικασίας.

Η απαρχή της μελέτης γίνεται στο στάδιο του προ-ελέγχου. Στο σημείο αυτό δόθηκε το ερωτηματολογίου Α, το οποίο παρατίθεται στο παράρτημα και περιγράφεται στη συνέχεια. Το ερωτηματολόγιο αυτό μοιράζεται πριν το παιχνίδι για να διαπιστωθεί ποιες ήταν οι γνώσεις των παιδιών πριν την επαφή τους με το παιχνίδι. Η ερευνήτρια χώρισε το δείγμα σε μικρότερες ομάδες των 4-5 μαθητών ώστε να παρατηρηθούν αναλυτικότερα οι αντιδράσεις τους και να παίξουν το παιχνίδι είτε σε ζευγάρια είτε μαζί με την ίδια. Στους μαθητές δόθηκαν προφορικές διευκρινήσεις για τα σύμβολα ‹ , › και τον τρόπο συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου.

Αναλυτικότερα, οι οδηγίες είχαν ως εξής: στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου πρέπει να επιλέξετε αν η πράξη πιστεύετε ότι γίνεται ή δε γίνεται. Δε χρειάζεται να βρείτε το ακριβές αποτέλεσμα μόνο αν είναι πιθανό ή όχι το αποτέλεσμα. Αν ωστόσο κάποιος νομίζει ότι το αποτέλεσμα θα τον βοηθήσει υπάρχουν αριθμομηχανές που μπορεί να χρησιμοποιήσει. Στο δεύτερο μέρος δίνεται το αποτέλεσμα της πράξης και το μόνο που λείπει είναι το σύμβολο της πράξης. Πρέπει δηλαδή να σκεφτείτε αν θα χρησιμοποιήσετε πολλαπλασιασμό ή διαίρεση ώστε να ισχύει η ανισότητα που δίνεται.

Αφότου , οι μικρότεροι μαθητές συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο Α το ερωτηματολόγιο, χρειάστηκε να αφιερωθεί λίγος χρόνος για να γίνει σύνδεση μεταξύ των δεκαδικών αριθμών και κλασμάτων. Αυτό έγινε εξηγώντας ότι το κλάσμα είναι μια διαίρεση που οδηγεί στους δεκαδικούς αριθμούς. Για τους μαθητές της Δ’ δημοτικού κρίθηκε χρήσιμο να γίνει αναφορά στο 16ο κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου «Νόμισμα και δεκαδικοί αριθμοί» στο οποίο οι μαθητές διδάχτηκαν τα κλάσματα με παρονομαστή 10,100 και 1000. Η ενέργεια αυτή αποσκοπούσε στη ‹‹σύνδεση›› των κλασμάτων που ήδη γνώριζαν με εκείνα του παιχνιδιού. Αντίθετα, οι μαθητές της Ε’ και ΣΤ’ δημοτικού ήταν εξοικειωμένοι με τις κλασματικές μονάδες με οποιονδήποτε παρονομαστή επομένως δε χρειάστηκαν πολλές περαιτέρω επεξηγήσεις.

Μόλις συμπληρώθηκε το ερωτηματολόγιο Α (τα παιδιά τελείωναν τη συμπλήρωση του σε διαφορετικούς χρόνους έτσι υπήρχε ο τρόπος να παρατηρηθεί κάθε παιδί ξεχωριστά) τα παιδιά έπαιξαν το παιχνίδι. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί το γεγονός ότι από τους μαθητές που συμμετείχαν στο πείραμα οι εφτά έπαιξαν το παιχνίδι στο σπίτι τους παρουσία μόνο της ερευνήτριας και σε αυτούς δόθηκαν γραπτές οδηγίες για τον τρόπο που παίζεται το νέο παιχνίδι που τους παρουσιάστηκε (οι γραπτές οδηγίες αυτές καταγράφονται αναλυτικά παραπάνω).

Όπως αποδείχθηκε στην πράξη οι γραπτές οδηγίες για τον τρόπο που παίζεται το παιχνίδι ήταν χρονοβόρες διότι τα παιδιά αργούσαν να τις διαβάσουν. Δεν ήταν λίγες οι περιπτώσεις που χρειάστηκε να εξηγηθεί τι έγραφαν ούτος συ άλλος παρόλο που τις είχαν διαβάσει. Αυτός ο τρόπος επεξήγησης του παιχνιδιού απορρίφθηκε από την ερευνήτρια. Έτσι οι υπόλοιποι δεκατέσσερις μαθητές, οι οποίοι λόγω του περιβάλλοντος της τάξης είχαν περιορισμένο χρόνο στη διάθεση τους, άκουσαν τις οδηγίες για τον τρόπο που παίζεται το παιχνίδι αμέσως από την ερευνήτρια. Η λεκτική καθοδήγηση κρίθηκε σαν καταλληλότερος τρόπος από την ερευνήτρια. Κριτήριο για την επιλογή αυτή αποτέλεσαν η συντομία αλλά και αμεσότητας του προφορικού λόγου.

Έτσι, μετά τη διαπίστωση των δυσκολιών στους υπόλοιπους δεκατέσσερις μαθητές δόθηκαν αναλυτικές προφορικές οδηγίες και παραδείγματα συμπλήρωσης των ερωτηματολογίων. Αυτές αφορούσαν κυρίως τον τρόπο που μπορούσαν να κερδίσουν το παιχνίδι και τι κάνουν όταν δε μπορούν να βρουν τρόπο για να μεγαλώσουν τον αριθμό που έχουν μπροστά τους. Ακόμη απαραίτητες κρίνονται οι εξηγήσεις για σύμβολα όπως < και > πριν από κάθε ερωτηματολόγιο ώστε να αποφευχθεί το ενδεχόμενο λανθασμένων απαντήσεων λόγω μη επαρκούς γνώσης των συμβόλων. Οι περισσότεροι μαθητές συμπλήρωσαν τα ερωτηματολόγια στην τάξη παρουσία της ερευνήτριας κατά τη διάρκεια του ολοήμερου τμήματος του σχολείου και ένα μικρό δείγμα κατ΄οίκον .

Οι περισσότεροι μαθητές είχαν απορίες για τον τρόπο συμπλήρωσης των ερωτήσεων με τις ανισωτικές σχέσεις όπου τους δυσκόλευαν τα σύμβολα των ανισοτήτων. Αφού, η ερευνήτρια εξηγούσε τον τρόπο συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου, έπρεπε να αποσαφηνιστεί ο σκοπός του παιχνιδιού. Σκοπός του παιχνιδιού είναι εξαντληθούν τα αποθέματα καρτών που έχουν οι παίκτες. Για να επιτευχθεί ο σκοπός αυτός πρέπει με τις κάρτες που κατέχει ο κάθε παίκτης να προσπαθεί να μεγαλώσει ο αριθμός στην κάρτα που βρίσκεται στο κέντρο. Νικητής είναι εκείνος που θα έχει καταφέρει να «ρίξει» όλες του τις κάρτες πριν τον/τους αντιπάλους του. θα τελειώσουν οι κάρτες από τα χέρια του περισσότερες φορές μέχρι να τελειώσει το παιχνίδι.

Το παιχνίδι μετά από είκοσι λεπτά κατά μέσο ορό ολοκληρωνόταν και σε αυτό το σημείο δίνονταν το ερωτηματολόγιο Β διαφοροποιημένο από το Α (που δόθηκε πριν το παιχνίδι) όπως έχουμε αναλύσει παραπάνω. Η διαδικασία μετά-ελέγχου κρίνεται απαραίτητη για να διαπιστωθεί αν το παιχνίδι είχε κάποια επίδραση στις αντιλήψεις των παιδιών για τα αποτελέσματα των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

Έπειτα από τη συμπλήρωση και του δεύτερου ερωτηματολογίου ακολούθησε μια ‹‹συνέντευξη›› με τα παιδιά. Στην συζήτηση αυτή τα παιδιά αποτύπωσαν τις εντυπώσεις τους από το παιχνίδι και κάποιες αλλαγές που θα έκανα τόσο στις κάρτες όσο και στη διαδικασία του παιχνιδιού. Ακόμη, αναφέρθηκαν σε γεγονότα που τους έκαναν εντύπωση όπως για παράδειγμα, ότι κάνοντας τη διαίρεση 5/7 έχει σαν αποτέλεσμα 0,7142857, αριθμός με πολλά ψηφία και πρωτόγνωρος για αυτούς. Τέλος, πολλοί ήταν οι μαθητές που δήλωσαν ότι θα έπαιζαν ξανά το παιχνίδι (έκαναν ερωτήσεις στην ερευνήτρια "πότε θα έρθετε κυρία να ξαναπαίξουμε;, μπορείτε να ξαναέρθετε χωρίς τα χαρτιά που συμπληρώσαμε και να παίξουμε μόνο").

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Αρχικά, οι απαντήσεις των μαθητών τόσο στο πρώτο όσο και στο δεύτερο ερωτηματολόγιο τοποθετήθηκαν σε αντίστοιχες δυο κατηγορίες «Συμβατά» και «Μη-συμβατά έργα» με τις διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών για τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και τις διαίρεσης, όπως και οι ανάλογες ερωτήσεις. Στην κατηγορία Συμβατά τοποθετήθηκαν αυτές που συμφωνούν με τις απόψεις των παιδιών τις διαισθητικές πεποιθήσεις των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει και Μη Συμβατά οι απαντήσεις αυτές που έρχονται σε αντίθεση με αυτές τις πεποιθήσεις.

Όπως φαίνεται στους Πίνακες 1α και 1β οι ερωτήσεις για τα μη-συμβατά έργα είναι κατά ελάχιστα περισσότερες, για να δοθεί βαρύτητα στις απαντήσεις των παιδιών σχετικά με τα έργα που αντιτίθεται στις αντιλήψεις τους. Ο αριθμός αλλά και το είδος των ερωτήσεων είναι ίδιος και για τα δυο ερωτηματολόγια, ώστε να εξασφαλιστεί η ισοδυναμία τους. Παρακάτω καταγράφθηκαν οι σωστές απαντήσεις που έδωσε κάθε μαθητής ξεχωριστά για τις δυο κατηγορίες ερωτήσεων στις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Έτσι, για τις ανάγκες μιας πιο λεπτομερούς παρουσίασης του εύρους των απαντήσεων από όλους τους μαθητές φτιάχτηκε οι Πίνακες 2α και 2β.

Στην πρώτη στήλη του πίνακα υπάρχουν αριθμοί που αντιπροσωπεύουν τους μαθητές για παράδειγμα ο αριθμός 1 τον πρώτο, το 2 τον δεύτερο κ.ο.κ. . Δίπλα από τον αριθμό αυτό υπάρχουν η τάξη του κάθε μαθητή και οι απαντήσεις, αθροιστικά, που έδωσε σε κάθε έργο. Στις στήλες των συμβατών και μη συμβατών υπάρχουν δυο αριθμοί. Ο αριθμός πριν την παύλα, αντιστοιχεί στη συχνότητα σωστών απαντήσεων που δόθηκαν από τους μαθητές στο ερωτηματολόγιο ενώ στην παρένθεση είναι το ποσοστό αυτών Στην τελευταία γραμμή του πίνακα με τον όρο σύνολο σημειώνεται το αθροισμάτων απαντήσεων και για τα δυο ερωτηματολόγια της κάθε στήλης αντίστοιχα.

Α/Α	ΤΑΞΗ	ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ			
		ΣΥΜΒΑΤΑ		ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	
		ΠΡΟ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΠΡΟ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ ΕΛΕΓΧΟΣ
1	Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	6 (100%)	5 (83%)	6 (86%)	7 (100%)
2	Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	6 (86%)	7 (100%)
3	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	3 (42%)	6 (86%)
4	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	0 (0%)	5 (71%)
5	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	3 (42%)	1 (14%)
6	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	4 (67%)	0 (0%)	4 (58%)
7	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	5 (83%)	0 (0%)	1 (14%)
8	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	1 (14%)	3 (43%)
9	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	1 (14%)	4 (58%)
10	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	6 (100%)	2 (28%)	2 (28%)
11	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	4 (67%)	0 (0%)	1 (14%)
12	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	6 (100%)	5 (71%)	0 (0%)
13	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	0 (0%)	0 (0%)
14	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	4 (67%)	5 (83%)	0 (0%)	0 (0%)
15	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	5 (83%)	1 (14%)	4 (58%)
16	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	5 (83%)	0 (0%)	0 (0%)
17	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	6 (100%)	5 (71%)	6 (86%)
18	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	5 (83%)	5 (83%)	0 (0%)	6 (86%)
19	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	3 (50%)	2 (28%)	0 (0%)	0 (0%)
20	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	4 (67%)	2 (28%)	0 (0%)	2 (28%)
21	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	6 (100%)	6 (100%)	0 (0%)	3 (43%)

Πίνακας 2α: Σωστές απαντήσεις των μαθητών και στα δυο ερωτηματολόγια για την πράξη του πολλαπλασιασμού.

Α/Α	ΤΑΞΗ	ΔΙΑΙΡΕΣΗ			
		ΣΥΜΒΑΤΑ		ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΑ	
		ΠΡΟ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΠΡΟ ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ ΕΛΕΓΧΟΣ
1	Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	3 (75%)	4 (100%)	3 (60%)	5 (100%)
2	Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	4 (100%)	4 (100%)	4 (80%)	4 (80%)
3	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	3 (75%)	0 (0%)	1 (20%)
4	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	3 (75%)	4 (100%)	0 (0%)	1 (20%)
5	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	2 (50%)	0 (0%)	0 (0%)
6	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	3 (75%)	0 (0%)	2 (40%)
7	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	1 (25%)	2 (40%)	2 (40%)
8	ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	3 (75%)	2 (40%)	2 (40%)
9	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	3 (75%)	0 (0%)	2 (40%)
10	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	2 (50%)	0 (0%)	3 (60%)
11	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	1 (25%)	1 (20%)	1 (20%)
12	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	4 (100%)	2 (40%)	0 (0%)
13	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	3 (75%)	4 (100%)	0 (0%)	0 (0%)
14	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	3 (75%)	2 (40%)	2 (40%)
15	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	2 (50%)	0 (0%)	1 (20%)
16	Ε ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	2 (50%)	4 (80%)	3 (60%)
17	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	2 (50%)	3 (60%)	2 (40%)
18	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	2 (50%)	1 (25%)	0 (0%)	0 (0%)
19	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	2 (50%)	2 (40%)	3 (60%)
20	Δ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	1 (25%)	1 (25%)	2 (40%)	4 (80%)

Πίνακας 2β: Σωστές απαντήσεις των μαθητών και στα δυο ερωτηματολόγια για την πράξη της διαίρεσης.

Στον Πίνακα 3 που ακολουθεί όπου παρουσιάζεται το ποσοστό των σωστών απαντήσεων από τα ερωτηματολόγια που δόθηκαν πριν και μετά πάλι για τις πράξεις πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.

	ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ		ΔΙΑΙΡΕΣΗ	
	ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ-ΕΛΕΓΧΟΣ	ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΣ	ΜΕΤΑ-ΕΛΕΓΧΟΣ
ΣΥΜΒΑΤΑ	90%	88%	48%	63%
ΜΗ-ΣΥΜΒΑΤΑ	22%	42%	25%	45%

Πίνακας 3: Ποσοστό των σωστών απαντήσεων από τα ερωτηματολόγια Α και Β.

Όπως φαίνεται τον Πίνακα 3 Οι ερωτήσεις που αφορούσαν την πράξη του πολλαπλασιασμού και ήταν συμβατές με τις πεποιθήσεις των 21 μαθητών ήταν συνολικά 126 (21×6) και μη-συμβατές 147(21×7) . Στο ερωτηματολόγιο Α προ-ελέγχου από τη συμβατές ερωτήσεις για την πράξη του πολλαπλασιασμού απαντήθηκαν σωστά οι 113(90%) και στο ερωτηματολόγιο Β μετά-ελέγχου οι 111(88%). Στις μη-συμβατές απαντήσεις στο ερωτηματολόγιο Α σωστά απαντήθηκαν οι 33(22%) και στο ερωτηματολόγιο Β οι σωστές απαντήσεις είναι 62(42%).

Αντίστοιχα οι ερωτήσεις που είναι συμβατές για την πράξη της διαίρεσης είναι 84 (21×4) και μη-συμβατές 105(21×5). Στο ερωτηματολόγιο Α προ-ελέγχου απαντήθηκαν σωστά οι 40(48%) και στο ερωτηματολόγιο Β μετά-ελέγχου οι 53(63%). Για τις μη-συμβατές απαντήσεις στο ερωτηματολόγιο Α προ-ελέγχου απαντήθηκαν σωστά οι 26(25%) και στο ερωτηματολόγιο μετά οι 47(45%).

Όπως ήταν αναμενόμενο οι μαθητές πέτυχαν υψηλότερα ποσοστά στις απαντήσεις που ήταν συμβατές με τις αρχικές τους πεποιθήσεις για την πράξη του πολλαπλασιασμού. Τα αποτελέσματα για αυτού του είδους τις ερωτήσεις του πολλαπλασιασμού ήταν ίδια (90% προ-έλεγχος και 88%μετα-έλεγχος). Ενώ στις μη συμβατές απαντήσεις το ποσοστό επιτυχίας στο ερωτηματολόγιο μετά αυξάνεται (22% προ-έλεγχος και 42% μετά-έλεγχος). Αντίθετα στις ερωτήσεις διαίρεσης η επιτυχία αυξάνεται από το ένα ερωτηματολόγιο στο άλλο τόσο στις συμβατές (για τις συμβατές ερωτήσεις 48% προ-έλεγχος και 63% μετά-έλεγχος και μη-συμβατές ερωτήσεις 25% προ-έλεγχος και 45% μετά-έλεγχος) αλλά και μη συμβατές ερωτήσεις όπως φαίνεται στους πίνακες 2α,2β και 3.

Τα υψηλά ποσοστά στις συμβατές ερωτήσεις του πολλαπλασιασμού δείχνουν ότι το οι ερωτήσεις έχουν γίνει κατανοητές από τα παιδιά. Στις μη συμβατές ερωτήσεις του πολλαπλασιασμού υπήρχε μια αύξηση της τάξεως του 20% γεγονός που θα μπορούσε να σημαίνει ότι το παιχνίδι βελτίωσε την κατανόηση των παιδιών για τις πράξεις με ρητούς αριθμούς είτε με τη μορφή κλασμάτων ή δεκαδικών.

ΑΠΟΤΕΛΕΜΑΤΑ ΑΝΑ ΠΡΑΞΗ

Η πράξη του πολλαπλασιασμού συγκέντρωσε τις περισσότερες σωστές απαντήσεις συνολικά διότι ,όπως έδειξε η επαφή με τα παιδιά, είναι πιο εύκολα διαχειρήσιμη από τα παιδιά. Αναλυτικότερα, οι σωστές απαντήσεις για τα συμβατά έργα ήταν 224(90%) του συνόλου των ερωτήσεων αυτών απαντήθηκαν σωστά και για τα δυο ερωτηματολόγια. Ενώ για τα αντίστοιχα μη-συμβατά έργα οι σωστές απαντήσεις ήταν 95, (30%).

Από την άλλη πλευρά η πράξη της διαίρεση φάνηκε να είναι πιο δύσκολη για τα παιδιά. Η δυσκολία αυτή φάνηκε στο χρόνο που χρειαζόντουσαν οι παίκτες για να χρησιμοποιήσουν την κάρτα που θεωρούσαν ότι χρειάζεται αλλά και στα λάθη που έκαναν. Οι σωστές απαντήσεις αυξήθηκαν και στα δυο είδη ερωτήσεων με διαίρεση. Στις μη συμβατές ερωτήσεις της διαίρεσης έχουμε μια αύξηση των σωστών απαντήσεων της τάξεως του 20% που θεωρούμε ότι οφείλεται στο παιχνίδι.

Έτσι προκύπτει το συμπέρασμα ότι, η πράξη της διαίρεσης δυσκολεύει τους μαθητές. Σε αυτό συνέβαλλαν οι απαντήσεις των παιδιών στις ερωτήσεις τις ερευνήτριας κατά τη διάρκεια της συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου. Δεν ήταν λίγες οι φορές που τα παιδιά από μόνα τους δήλωναν τις ενστάσεις ή την έκπληξη τους.

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ

Η προκατάληψη του φυσικού αριθμού και η τάση των παιδιών να αναμένουν συγκεκριμένα αποτελέσματα από τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης έγινε ιδιαίτερα εμφανής στις αντιδράσεις των παιδιών στις ερωτήσεις και τα σχόλια τους. Προς έκπληξη της ερευνήτριας όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να αιτιολογήσουν το λόγο που θεωρούν ότι είναι λάθος διατυπωμένη η ερώτηση τα επιχειρήματα τους ευσταθούσαν με βάση τις γνώσεις τους. Δηλαδή, δεν αμφισβητούσαν τις ερωτήσεις μόνο γιατί αντιμετώπισαν δυσκολίες. Αναλυτικότερα:

«Στους διαλόγους μεταξύ των παιδιών και της ερευνήτριας:

- Κυρία εμείς μάθαμε ότι υπάρχουν και αριθμοί που δεν είναι ολόκληροι μπορούμε να τους χρησιμοποιήσουμε;
- Κυρία αφού το 6 το χωρίζω σε κομμάτια πως γίνεται να γίνει 24 που είναι πιο μεγάλο;
- Εγώ ξέρω ότι αν χωρίσω το 8 στη μέση κάνει 4 άρα δε μπορεί να κάνει 5.
- 4 φορές το 6 μας κάνει 24 το έχεις γράψει λάθος κυρία εδώ 6:….=24. -Δεν έχω κάνει λάθος υπάρχει αποτέλεσμα για αυτή την ερώτηση που βλέπεις. Αλλά, για να καταλάβω αυτό που λες να σε ρωτήσω, αφού 6+2=8 δε γίνεται 10-2=8;-Άλλο είναι αυτό που λέτε εγώ σας λέω είναι οι ίδιοι αριθμοί ακριβώς το 6,4,24. (Με τον ίδιο τρόπο χειρίστηκε ο μαθητής την ερώτηση 5:…=40, κάνοντας δηλαδή τον παραλληλισμό 5x8=40).
- Δεν καταλαβαίνω πώς γίνεται αυτό θα φτιάξω ένα δικό μου κουτάκι ´´δεν καταλαβαίνω``.
- Όλοι οι μαθητές είχαν ενστάσεις για την ερώτηση 3-…=8. ‹‹ Κυρία πώς γίνεται να βγάζω κάτι από το 3 και να μένει 8 δηλαδή αν εγώ έχω 3 μολύβια και δώσω κάποιο στην αδερφή μου θα γίνουν πιο πολλά; Εγώ πιο λίγα ξέρω››. Με εξαίρεση τους μαθητές γυμνασίου που μόλις είχαν αρχίσει να μαθαίνουν τους αρνητικούς αριθμούς».

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑ ΤΑΞΗ

Πέρα από την ανάλυση του δείγματος συνολικά κρίνεται απαραίτητη και η κατηγοριοποίηση των απαντήσεων με βάση την τάξη των μαθητών

Παρά την έλλειψη της εξοικείωσης των παιδιών αυτής της ηλικίας με τα κλάσματα το επίπεδο των σωστών απαντήσεων είναι αρκετά υψηλό. Το επίπεδο των μαθητών που εξετάστηκαν ποικίλει στο ερωτηματολόγιο Α, αυτό όμως δεν εμπόδισε τις σωστές απαντήσεις για τα έργα του πολλαπλασιασμού να διπλασιαστούν μετά το παιχνίδι. Υπήρξαν δυο μαθητές οι οποίοι είχαν προχωρημένες γνώσεις και μας εντυπωσίασε το γεγονός ότι αξιοποίησαν την αριθμομηχανή που τους δόθηκε για να κάνουν τις πρώτες πράξεις.

Το γεγονός αυτό αποτέλεσε την κύρια αιτία για να κλονιστεί η σιγουριά τους για τα αποτελέσματα των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τα παιδιά αυτά δε δυσκολεύτηκαν όσο οι υπόλοιποι , για αυτό το λόγο οι απαντήσεις τους στο ερωτηματολόγιο μετά είχαν βελτιωθεί συγκριτικά. Τα συγκεκριμένα παιδιά χρησιμοποίησαν αρκετά την αριθμομηχανή κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού ώστε με τη βοήθεια του ακριβούς αποτελέσματος να χρησιμοποιήσουν την κατάλληλα κάρτα.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΩΝ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- Τα παιδιά έπαιξαν το παιχνίδι και συμπλήρωσαν τα ερωτηματολόγια σε μικρές ομάδες. Το γεγονός αυτό έδωσε την ευκαιρία στην ερευνήτρια να παρατηρήσει κάθε παιδί μεμονωμένα. Έτσι, από τους μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων εντοπίστηκαν κοινές στρατηγικές στις απαντήσεις ορισμένων ερωτήσεων αλλά και παρόμοια λάθη. Τα ζητήματα αυτά αναλυτικά έχουν ως εξής:
- Στην 7η ερώτηση στα ερωτηματολόγια Α και Β (_x4=1). Η ερώτηση αυτή έχει μεγάλο ποσοστό σωστών απαντήσεων για ποικίλους λόγους. Οι μαθητές της Ε' Δημοτικού βασιζόμενοι στη γεωμετρία αναφέρθηκαν στα τεταρτημόρια του κύκλου και κάποιοι απαντούσαν με κλάσματα ¼ και άλλη έφερναν σαν παράδειγμα το κιλό 4 βαρίδια των 0,25 γραμμαρίων μας κάνουν 1 κιλό. Οι μεγαλύτεροι μαθητές απαντούσαν αμέσως με το δεκαδικό αριθμό 0,25. Φάνηκε να είναι ιδιαίτερα εξοικειωμένοι με το μοίρασμα της μονάδας σε μικρότερα κομμάτια.
- Στην 19η και 20η ερώτηση του ερωτηματολογίου Α (_x2 =7), (2x_ =5) και του ερωτηματολογίου Β (_x2 =9), (2x_= 5) οι περισσότερες απαντήσεις ήταν σωστές. Οι μαθητές όταν ερωτήθηκαν για τους λόγους που σε αυτή την ερώτηση απάντησαν σωστά, ενώ σε παρόμοιες

ερωτήσεις έκαναν λάθος απάντησαν ότι το 2 τους βοήθησε να σκεφτούν ότι θα χωρίσουν τον αριθμό στη μέση για να βρουν τη λύση. Άρα ενδόμυχα εφάρμοζαν διαίρεση για να βρουν τον αριθμό που χρειάζεται να πολλαπλασιάσουν με το 2 για να βρουν το αποτέλεσμα.

- Στις ερωτήσεις εκείνες που το αριθμητικό αποτέλεσμα είναι κοντά στο ακέραιο πολλαπλάσιο του αριθμού αυτού οι μικρότεροι μαθητές δεν τα κατάφερναν ικανοποιητικά. Για παράδειγμα για την ερώτηση 6x_= 11 από τους μαθητές γίνεται ο συνειρμός 6x2= 12ή αντίστοιχα για την ερώτηση 3x_= 16, 3x5=15. Έτσι οι συμμετέχοντες υποστήριξαν ότι για να γίνεται 6x2=12 δε γίνεται 6x_=11, ομοίως για το 3x5=15 και 3x_=16. Αυτό συνέβαινε διότι δεν λάμβαναν καθόλου υπόψη τους την ύπαρξη των δεκαδικών αριθμών και για τις δοκιμές τους χρησιμοποιούσαν μόνο ακέραιους αριθμούς. Για παράδειγμα, 3x5=15, 3x6=18 επομένως η πράξη 3x_=16 δε γίνεται. Αντίθετα, οι μαθητές μεγαλύτερων τάξεων ακολούθησαν παρόμοιες στρατηγικές βασιζόμενοι στα ακέραια πολλαπλάσια των αριθμών αξιοποιώντας και τους δεκαδικούς αριθμούς. Συγκεκριμένα, αφού γίνεται 6x2=12 για να φτάσω από το 6 στο 11 χρειάζεται αριθμός μικρότερος από 2 και αντίστοιχα αφού 3x5= 15 χρειάζεται αριθμός μεγαλύτερος από το 5.
- Σε συγκεκριμένα έργα διαίρεσης αρκετές σωστές απαντήσεις παρατηρήθηκαν όταν το αποτέλεσμα προέκυπτε από τέλεια διαίρεση διαιρέτη και διαιρετέου (9:_= 3 και 8:_= 2). Με εξαίρεση εκείνες τις περιπτώσεις που τα παιδιά συγχέουν τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Συγκεκριμένα, 5:_=40, 6:_=12 και 5:_=25, όταν ρωτήθηκαν για ποιο λόγο πιστεύουν ότι η πράξη αυτή γίνεται απάντησαν :‹‹ Εγώ κυρία ξέρω 5×8=40 και 5×5=25›› και όταν η ερευνήτρια τους επισήμανε ότι η πράξη που μας ενδιαφέρει είναι η διαίρεση έκπληκτοι οι μαθητές διαμαρτύρονταν ότι μπερδεύτηκαν. Προς αποφυγή γενικεύσεων δεν μπερδεύτηκαν όλα τα παιδιά αλλά ένα μεγάλο ποσοστό από αυτά.

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι συμβατά με την προκατάληψη του φυσικού αριθμού και δείχνουν ότι οι μαθητές σκέφτομαι για τους ρητούς αριθμούς χρησιμοποιώντας της αρχική τους γνώση για τις ιδιότητες των φυσικών αριθμών.

ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3 η πλειοψηφία των μαθητών κατάφερε να λύσει με επιτυχία τις ερωτήσεις που αφορούν τον πολλαπλασιασμό. Αυτό όπως έγινε αντιληπτό από την επαφή με το δείγμα φαίνεται να οφείλεται στην εξοικείωση τους με την πράξη και τη ευκολία τους να μετατρέπουν τον πολλαπλασιασμό σε διαδοχικές προσθέσεις. Δεν ήταν μάλιστα λίγες οι φορές που στα έργα πολλαπλασιασμού όπως _×2 =9 ή 2×_=5 οι μαθητές τα χειρίστηκαν επιμέρους προσθέσεις 2,5+2,5=5 που ίσως και έμμεσα κάνουν διαιρέσεις χωρίς να το ξέρουν.

Συγκεκριμένα, στο έργο 12×_=4 που υπάρχει και στα δυο ερωτηματολόγια, δεν κατάφερε να τη λύσει σωστά αρκετά μεγάλο ποσοστό μαθητών που ισοδυναμούσε με περίπου τα 2/3 του δείγματος της έρευνας. Από τις απαντήσεις των μαθητών στης διευκρινιστικές ερωτήσεις της ερευνήτριας που ακολούθησαν την συμπλήρωση του ερωτηματολογίου φάνηκε ότι δυσκολεύτηκαν σε σχέση με τις υπόλοιπες αριθμητικές ισότητες. Κύρια αιτία των λανθασμένων απαντήσεων είναι ότι ανήκει στα έργα που έρχονται σε αντίθεση με τις διαισθητικές πεποιθήσεις των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει. Επίσης, το 12 που είναι ένας διψήφιος αριθμός δεν βοηθάει και επιπλέον στην πράξη δεν εμπλέκεται ο αριθμός 2,ώστε να χωρίσουν το 12 στη μέση. Το τελευταίο είναι υπόθεση της ερευνήτριας καθώς αφού σε παρόμοια έργα 3×_ = 2 ή _×5= 2 τα ποσοστά αποτυχίας είναι μεγάλα.

Ακόμα άξιες ανάλυσης είναι και οι ερωτήσεις που εμπλέκονται οι δεκαδικοί αριθμοί (13:_=19,5)(14:_=5,6) και (8-_=3,8). Και στα δυο ερωτηματολόγια υπάρχουν από τρείς ερωτήσεις τέτοιου είδους τις οποίες δεν αλλάξαμε καθόλου για να μη δυσκολέψουμε το δείγμα. Παρόλα αυτά τα ποσοστά λαθών ήταν πολύ μεγάλα μόνο τα παιδιά των μεγαλύτερων τάξεων κατάφεραν να τις λύσουν. Τα έργα της διαίρεσης δυσκόλεψαν ιδιαίτερα τους μαθητές τόσο λόγω της δυσκολίας που διαπιστώθηκε στην πράξη αυτή αλλά και στην εμπλοκή των δεκαδικών αριθμών με τα οποία δεν είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές. Εξαίρεση αποτέλεσαν οι μαθητές του γυμνασίου οι οποίοι απάντησαν σωστά στις ερωτήσεις αυτές.

Κατ' επέκταση σχετικά χαμηλά είναι τα ποσοστά για την πράξη της διαίρεσης συγκριτικά με εκείνα του πολλαπλασιασμού. Οι περισσότερες από τις σωστές απαντήσεις δόθηκαν στα έργα εκείνα που ο διαιρέτης ή ο διαιρετέος ήταν ακέραια πολλαπλάσια του αποτελέσματος. Όμως οι λανθασμένες απαντήσεις για την πράξη της διαίρεσης είναι κατά πολύ περισσότερες από τις σωστές, ωστόσο είναι ευχάριστο το γεγονός ότι στα έργα που είναι συμβατά με τις απόψεις των παιδιών οι επιδόσεις τους βελτιώθηκαν μετά από το παιχνίδι από το 48% στο 53%.

Όταν οι μαθητές ερωτήθηκαν για να αιτιολογήσουν τα λάθη τους κύριος λόγος ήταν η αδυναμία τους να χειριστούν την πράξη της διαίρεσης. Για τα παιδιά των μικρότερων τάξεων η δυσκολία αφορούσε την ίδια την πράξη αυτό φάνηκε από φράσεις ‹‹δε ξέρω πώς γίνεται αυτό›› , ‹‹δεν το έχουμε μάθει αυτό›› κ.α. ή από τις γρήγορες απαντήσεις στις ερωτήσεις διαίρεσης που το αποτέλεσμα ήταν μεγαλύτερο. Τα παιδιά των μεγαλύτερων τάξεων ασχολήθηκαν περισσότερο με το αποτέλεσμα, δηλαδή δημιουργούσε πρόβλημα το γεγονός ότι το αποτέλεσμα μεγάλωνε αντί να μικραίνει και έτσι φράσεις όπως ‹‹ γιατί αφού η διαίρεση είναι μοίρασμα μετά το ίσον δεν είναι μικρός αριθμός›› ,‹‹ αφού εγώ ψάχνω κομμάτι από το 5 γιατί ως αποτέλεσμα έχω 40 δεν θα έπρεπε να είναι μικρότερο›› κ.α. .

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ

Οι απαντήσεις όλων των παιδιών ήταν θετικές ως προς την επανάληψη του παιχνιδιού. Υπήρξαν κάποιες όχι και τόσο ένθερμες απαντήσεις από ορισμένους μαθητές των μικρότερων τάξεων οι οποίοι δυσκολεύτηκαν αρκετά και για το λόγο αυτό κουράστηκαν. Στις περιπτώσεις αυτές η ερευνήτρια έθεσε το ζήτημα να τη βοηθήσουν να αλλάξει κάτι στο παιχνίδι για να το βρίσκουν ενδιαφέρον. Χωρίς καθόλου να τι σκεφτούν δυο παιδιά είπαν «Να το κάνεις με πρόσθεση κυρία την ξέρω καλυτέρα» « Δεν ξέρω καθόλου τη διαίρεση μπορείτε να αφήσετε μόνο τον πολλαπλασιασμό με μικρούς αριθμούς;» και « Κυρία εγώ θέλω να έχει περισσότερες κάρτες έκπληξη (έτσι έλεγε το συγκεκριμένο παιδί τα μπαλαντέρ) γιατί έχουν πλάκα».

Από τα παιδιά των μεγαλύτερων τάξεων ειπώθηκαν σχόλια πολύ ενθαρρυντικά για την ερευνήτρια αλλά και για την ευχάριστη διάθεση που αποπνέει το παιχνίδι. Ορισμένα παιδιά ανέφεραν χαρακτηριστικά «Δε φανταζόμουν ότι θα μου άρεσε τόσο ένα παιχνίδι με μαθηματικά εμένα μου αρέσει η γλώσσα», «Θα φτιάξω και εγώ ένα τέτοιο με τη μαμά για να με βοηθάει εκείνη στα κλάσματα και να τα μάθω καλά», «Πριν μας δείξετε το κομπιουτεράκι φοβήθηκα ότι θα πρέπει να κάνω όλες αυτές τις πράξεις, μας σώσατε». «Νομίζω ότι είναι ένα παιχνίδι που θα έπαιζα με τη μεγάλη μου αδερφή για να με βοηθάει». « Το καλύτερο μου σημείο στο παιχνίδι ήταν στο τέλος που μετρούσαμε τις νίκες και κέρδισα τη φίλη μου».

Στο δείγμα που έπαιξε το παιχνίδι στο οικείο περιβάλλον του σπιτιού του έδωσε βάση στην παιγνιώδη διάσταση της έρευνας. Η διάρκεια του παιχνιδιού ποικίλει ανάλογα με την ηλικία των παιδιών. Οι μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων (Α γυμνασίου και Στ δημοτικού) κατανόησαν το παιχνίδι πιο γρήγορα διότι η ερευνήτρια δε χρειάστηκε να δώσει πολλές διευκρινήσεις για το γνωστικό μέρος της διαδικασίας, αλλά και κατά τη διαδικασία του παιχνιδιού οι υπολογισμοί γινόντουσαν γρηγορότερα από τους μικρότερους μαθητές. Για τους λόγους αυτούς αυτοί οι μαθητές επανέλαβαν το παιχνίδι από δυο φορές. Από την άλλη πλευρά, οι μικρότεροι μαθητές ιδιαίτερα εκείνοι της Δ δημοτικού έπαιξαν ευχάριστα το παιχνίδι αλλά δεν ήθελα να το επαναλάβουν.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στη συγκεκριμένη μελέτη εστιάσαμε στο φαινόμενο της προκατάληψης του φυσικού αριθμού. Οι μαθητές έχουν την τάση να αποδίδουν τις ιδιότητες των φυσικών αριθμών και στους ρητούς αριθμούς. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να θεωρούν ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει. Έτσι, σχεδιάστηκε ένα παιχνίδι με κάρτες που δοκιμάστηκε κυρίως σε μαθητές δημοτικού. Το παιχνίδι αυτό αποσκοπεί στη δημιουργία γνωστικών συγκρούσεων μεταξύ των διαισθητικών πεποιθήσεων των παιδιών ότι ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει και η διαίρεση μικραίνει και συλλογισμών που προκύπτουν από το παιχνίδι . Στην πρακτική εφαρμογή τα παιδιά ήρθαν αντιμέτωπα με συνθήκες όπως 5:3/4 που έρχονται σε αντίθεση με την άποψη ότι η διαίρεση δίνει μικρότερα αποτελέσματα. Έτσι, μέσα από τις γνωστικές συγκρούσεις αυτές επιδιώκεται η αλλαγή των απόψεων που αναφέραμε νωρίτερα.

Παρόλο που οι μαθητές έχουν διδαχθεί πράξεις με μη φυσικούς αριθμούς ήδη από την Δ΄ Δημοτικού, δείχνουν μια ισχυρή τάση να θεωρούν ότι οι πράξεις έχουν συγκεκριμένα αποτελέσματα, δηλαδή ο πολλαπλασιασμός πάντα μεγαλώνει τους αριθμούς ενώ η διαίρεση τους μικραίνει. Οι πεποιθήσεις αυτές εμφανίστηκαν να είναι αρκετά ισχυρές καθώς και στα δύο μέρη του ερωτηματολογίου οι επιδόσεις των μαθητών στα έργα που ήταν συμβατά με τις πεποιθήσεις αυτές ήταν σημαντικά υψηλότερες από τις επιδόσεις τους στα έργα τα οποία τις παραβίαζαν. Οι επιδόσεις των μαθητών στα έργα όπου οι αριθμοί που έλειπαν ήταν φυσικοί ήταν καλύτερες απ' ότι στα έργα που οι αριθμοί που έλειπαν ήταν ρητοί, όταν και στις δύο κατηγορίες οι αρχικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα αποτελέσματα των πράξεων δεν παραβιάζονταν. Τα αποτελέσματα αυτά είναι συμβατά με εκείνα προηγούμενων μελετών στις οποίες και βασίστηκε η παρούσα μελέτη (Χρήστου, 2014) .

Για να καταφέρουν οι μαθητές να απαλλαγούν από τις αρχικές τους πεποιθήσεις για τα αποτελέσματα των πράξεων και να δεχθούν ότι είναι δυνατόν ο πολλαπλασιασμός, για παράδειγμα, να μικρύνει τον αριθμό, θα πρέπει να ξεπεράσουν την προκατάληψη του φυσικού αριθμού. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να καταφέρουν να αναπτύξουν την έννοια του αριθμού πέρα από τα όρια του φυσικού αριθμού και να υιοθετήσουν μια πιο μαθηματικώς εκλεπτυσμένη κατανόηση για τον αριθμό που να είναι πιο κοντά στην μαθηματική έννοια του πραγματικού αριθμού. Αυτού του τύπου η μάθηση αναμένεται να είναι πιο χρονοβόρα και δύσκολη για τους μαθητές, επειδή απαιτεί αναδιοργάνωση της προϋπάρχουσας γνώσης τους για τους αριθμούς, η οποία υποστηρίζεται όχι μόνο από την καθημερινή εμπειρία με τους φυσικούς αριθμούς αλλά κι από τα πρώτα χρόνια της συστηματικής διδασκαλίας των αριθμών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου (Vosniadou et al., 2008).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, μέσα από τη σύγκριση των σωστών απαντήσεων στα ερωτηματολόγια προ και μετά ελέγχου οι συμμετέχοντες σημείωσαν μια αύξηση στα ποσοστά επιτυχίας των απαντήσεων τους μετά εκπόνηση του παιχνιδιού. Έτσι, προκύπτει το πόρισμα ότι το παιχνίδι καρτών που σχεδιάστηκε βοήθησε τους μαθητές να αναθεωρήσουν εν μέρη τις διαισθητικές τους πεποιθήσεις για τα αποτελέσματα του πολλαπλασιασμού και διαίρεσης. Ένα άλλο εύρημα από τα ποσοτικά δεδομένα ήταν ότι σε κάποιες περιπτώσεις που οι μαθητές απάντησαν λανθασμένα, οι σωστές απαντήσεις αυξάνονται από το ερωτηματολόγιο προ-ελέγχου στο ερωτηματολόγιο μετά-ελέγχου.

Όλοι οι συμμετέχοντες έφτασαν επιτυχώς ως το τέλος διεκπεραιώνοντας με τον καλύτερο δυνατό τρόπο όσα τους είχαν δοθεί ως οδηγίες. Υπάρχουν μαρτυρίες κατά τη διαδικασία της έρευνας συμφώνα με τις οποίες οι συμμετέχοντες επιθυμούν να επαναλάβουν το παιχνίδι. Μάλιστα, κάποιοι από τους μαθητές κατέθεσαν στην ερευνήτρια προτάσεις βελτίωσης ή απλοποίησης του παιχνιδιού

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

Τα ποσοστά επιτυχίας που προέκυψαν από τη μελέτη των σωστών απαντήσεων που έδωσαν οι μαθητές στα ημερολόγια δεν είναι αδιαμφισβήτητα. Το παιχνίδι δεν είναι η μοναδική πιθανή αιτία της βελτίωσης της επίδοσης των μαθητών. Θα μπορούσαν για παράδειγμα οι μαθητές να συμπληρώνουν τις απαντήσεις του δεύτερου ερωτηματολογίου είτε απο μνήμης είτε από αναστοχασμό πάνω στις ερωτήσεις το διάστημα που μεσολάβησε ανάμεσα στα ερωτηματολόγια.

Για να διαπιστωθεί λοιπόν αν οι αντιλήψεις των παιδιών μπορούν να αλλάξουν και με άλλους τρόπους θα μπορούσε να υπάρξει μια ομάδα ελέγχου. Αυτή η ομάδα θα απαρτιζόταν από μαθητές της ίδιας ηλικίας με το δείγμα που συμμετείχε στη διαδικασία του παιχνιδιού. Ομοίως σε αυτούς θα δίνονταν δυο ερωτηματολόγια ίδια με εκείνα του δείγματος, χωρίς όμως να παίξουν το παιχνίδι. Από το εγχείρημα αυτό επιχειρούνταν να διαπιστωθεί αν θα υπήρχε βελτίωση στις σωστές απαντήσεις των μαθητών. Αν το ποσοστό επιτυχίας των παιδιών αυξάνονταν χωρίς να παίξουν το παιχνίδι άμεσα γίνεται αντιληπτό ότι και άλλοι παράγοντες συμβάλουν στην αλλαγή της άποψης των παιδιών.

Αν υπήρχε δυνατότητα αλλαγής των συνθηκών της έρευνας, πρωτίστως θα αυξανόταν ο αριθμός του δείγματος, θα επιχειρούνταν να παίξουν το παιχνίδι περισσότεροι μαθητές ώστε να ισχυροποιηθούν τα αποτελέσματα της μελέτης που πραγματοποιήθηκε. Επιπλέον, η διάθεση περισσότερου χρόνου για τα παιδιά μέσα στην τάξη θα ήταν χρήσιμος ώστε μετά τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου μετά-έλεγχου, αφού δηλαδή ολοκληρωνόταν η διαδικασία της έρευνας, να δημιουργούνταν ομάδες των τεσσάρων ατόμων. Οι ομάδες θα απαρτίζονταν από παιδιά που θα ήθελαν να παίξουν το παιχνίδι μαζί με την ερευνήτρια χωρίς αυτό να αποτελεί μέρος μιας διαδικασίας ενισχύοντας έτσι το διασκεδαστικό χαρακτήρα που οφείλει να έχει ένα παιχνίδι. Σκοπός του εγχειρήματος αυτού είναι να αξιολογηθεί αν το παιχνίδι επιδρά διαφορετικά στα παιδιά στην περίπτωση που δεν πλαισιώνεται από τα ερωτηματολόγια.

Αν υπήρχε χρόνος θα αφήναμε τα παιδιά να καταλάβουν μόνα τους πως παίζεται το παιχνίδι, διαβάζοντας τις οδηγίες και προσπαθώντας να παίξουν γιατί έτσι παίζονται συνήθως τα παιχνίδια με κάρτες.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Είμαστε αισιόδοξοι για τη χρήση τέτοιων δραστηριοτήτων μιας και η σύνδεση των επιτραπέζιων μπορεί να καταφέρει να ενισχύσει την κατανόηση των μαθητών γύρω από αυτό την έννοια του αριθμού και την διόρθωση των παρανοήσεων τους. Ωστόσο, για να γίνει κάτι τέτοιο εφικτό και να αποδώσει ουσιαστικά αποτελέσματα αυτή η διαδικασία, απαιτείται η συστηματική εφαρμογή τέτοιων δραστηριοτήτων στην τάξη.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνόγλωσση

Αραμπατζής, Κ. (2010). *Εννοιολογική αλλαγή στα μαθηματικά: το πέρασμα από την αριθμητική στην άλγεβρα.* Διπλωματική εργασία. Πανεπιστήμιο Αθηνών Τμήμα Μαθηματικών Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης Τμήμα Φιλοσοφίας – Παιδαγωγικής & Ψυχολογίας. Αθήνα.

Αυγητίδου, Σ. (2001). *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις.* Αθήνα: Τυπωθήτω.

Αυγητίδου, Σ. (2007). *Παιχνίδι. Στο Π.Δ. Ξωχελλης (Επιμ.), Λεξικό της Παιδαγωγικής. Θεσσαλονίκη: Κυριακίδης.*

Ζεϊμπέκης, Α. & Θεοφανέλλης, Τ. (2015). Παιχνιδοποίηση της διδακτικής πράξης. Επιστήμες Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, 1, 96-109.

Κασσωτάκης, Μ. & Φλούρης, Σ. (2013). *Μάθηση & Διδασκαλία(Επίτομο). Σύγχρονές απόψεις για τις διαδικασίες της μάθησης και της μεθοδολογίας της διδασκαλίας. Αθήνα: Γρηγόρη.*

Κολεζά, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών.* Αθήνα: Leader Books.

Λεμονίδης, Χ. (2012). *Περίπατος στη μάθηση της στοιχειώδους αριθμητικής*. Αθήνα: Αδελφών Κυριακίδη α.ε. .

Παντσίδης, Χ. (2006). *Ο ρόλος των αναπαραστάσεων στην κατανόηση των κλασμάτων.* Διπλωματική εργασία. Πανεπιστήμιο Αθηνών Τμήμα Μαθηματικών Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης Τμήμα Φιλοσοφίας – Παιδαγωγικής & Ψυχολογίας. Αθήνα.

Σκουμπουρδή, Χ. (2012). Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Αθήνα: *Πατάκη.*

Σκουμπουρδή, Χ. (2012β). Οι κανόνες του παιχνιδιού. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) 10ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών, Αθήνα.

Σκουμπύρδη, Χ., (2015). *Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών.* Αθήνα: Ελληνικά και Ακαδημαϊκά Συγγράμματα. Ανακτημένο από το διαδικτυακό τόπο www.kallipos.gr

Χρήστου, Κ. Χ., (2009). Εννοιολογική αλλαγή στα μαθηματικά: Η περίπτωση της άλγεβρας. (Ανέκδοτη διδακτορική διατριβή). Εθνικό Καποδιστριακό Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ) (σελ. 1-10). Φλώρινα, Ελλάδα. Πανεπιστήμιο, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα.

Χρήστου, Κ. Χ., (2014). Η προκατάληψη του φυσικού αριθμού στις αριθμητικές πράξεις. Στο Μαθηματικά στο σχολείο και την καθημερινή ζωή - Πρακτικά του 5ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Χρήστου, Κ. Χ., (2015). Τρόποι επίδρασης της προκατάληψης του φυσικού αριθμού σε πράξεις, μέγεθος και διάταξη των ρητών. Πρακτικά του 6ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Ξενόγλωσση

Ainley, J. (1990). Playing games and learning mathematics. In L.P. Steffe & T. Wood (Eds.) Transforming children's mathematics education: International perspectives. Hillsdale: Erlbaum.

Anning, A., (1994). Play and legislated curriculum. Back to basics: An alternative view. In J.R. Moyles (Ed.) The excellence of Play. Great Britain: Open University Press.

Christou, K. P., &Vosniadou, S. (2012). What kinds of numbers do students assign to literal symbols? Aspects of the transition from arithmetic to algebra.Mathematical Thinking and Learning.

Conceptual Change: Elsevier Sciences Ltd.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M., & Marino, M. (1985).The role of implicit models in solving problems in multiplication and division.Journal of Research in Mathematics Education.

Gardner, M. (1986). Το πανηγύρι των μαθηματικών. Εκδόσεις Τροχαλία.

Gardner, M. (1997). Το τσίρκο των μαθηματικών. Εκδόσεις Τροχαλία.

Gelman, R. (2000). The epigenesis of mathematical thinking.Journal of Applied Developmental Psychology.

Griffiths, R. (1994). Mathematics and play. In J. Moyles (Ed.) The Excellence of Play (pp. 169-185). Great Britain: Open University Press.

Helenius, O., Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E. & Wernberg, A. (2014). When is preschool children's play mathematical? Proceedings from research symposium POEM 2, A mathematics education perspective on early mathematics learning between the poles of instruction and construction, Malmö.

Jung, J. (2013). Teachers' roles in infants play and its changing nature in a dynamic group care context. Early Childhood Research Quarterly.

Kamii, C & DeClark, G. (1995). Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την αριθμητική (Μετάφραση Γ. Ζακοπούλου, Επιμέλεια Φ. Καλαβάσης, Τίτλος πρωτοτύπου: Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory, 1985). Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.

Kamii, C & DeVries, R. (1980). Group games in early education: Implications of Piaget's theory. Washington, D C: National Association for the Education of Young Children.

Kamii, C & DeVries, R. (1980). Group games in early education: Implications of Piaget's theory. Washington, D C: National Association for the Education of Young Children.

Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. Educational Psychologist.

Perry, B. & Dockett, S. (2007). Play and mathematics. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.

Perry, B. & Dockett, S. (2007). Play and mathematics. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.

Tapson, F. (1997). Mathematical games. Mathematics in school.

Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach. Learning and Instruction.

Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2007). How many numbers are there in a rational numbers interval? Constraints, synthetic models, and the effect of the number line.

Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., &Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults.The Journal of Mathematical Behavior, 31.

Van Oers, B. (2014). Cultural-historical perspectives on play: Central ideas. In L. Brooker, M. Blaise & S. Edwards (Eds.) The SAGE Handbook of play and learning in Early Childhood Los Angeles, CA: Sage.

Vosniadou, S. (1999). Conceptual change research: State of the art and future directions.

Vosniadou, S., (2002a). Exploring the relationships between conceptual change and intentional learning. Στο G. M. Sinatra & P. R. Pintrich (Εκδ.), Intentional conceptual change . Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Vosniadou, S., Baltas, A., & Vamvakoussi, X. (Εκδ.). (2007). Re-framing the conceptual change approach in learning and instruction. Oxford: Elsevier Press.

Vosniadou, S., Ioannides, C., Dimitrakopoulou, A., & Papademitriou, E. (2001). Designing learning environments to promote conceptual change in science. Learning and Instruction.

Vosniadou, S., Skopeliti, I., & Ikospentaki, K. (2004). Modes of knowing and ways of reasoning in elementary astronomy. Cognitive Development.

Vosniadou, S., Vamvakoussi, X., &Skopeliti, E. (2008).The framework theory approach to conceptual change. In S. Vosniadou (Ed.), Handbook of research on conceptual change (pp. 3-34).Mahwah, NJ: LawrenceErlbaumAssociates.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind and society: The development of higher mental processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Whitebread, D. (2012). The importance of play: A report on the value of children’s play with a series of policy recommendations. University of Cambridge.

Στο S., Vosniadou, A., Baltas & X., Vamvakoussi (Εκδ.), Re-framing the conceptual change approach in learning and instruction (σελ. 265-282). Oxford: Elsevier Press.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΥ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΦΛΩΡΙΝΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ
ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ

Σχολείο: ....
Τάξη:........................ Τμήμα: ....
Ημ. Γέννησης: .... Φύλο: αγόρι ☐ κορίτσι ☐

Διαβάστε τις οδηγίες και απαντήστε προσεκτικά στις ερωτήσεις.
Υπάρχει μόνο μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση

1. Για κάθε μια από τις παρακάτω πράξεις, μπορείς να βρεις αν υπάρχει αριθμός που όταν τον συμπληρώσουμε στο κενό να μας δίνει το αποτέλεσμα μετά το ίσον;

Αν ναι, επέλεξε με ✓ την απάντηση «Γίνεται»
Αν όχι, επέλεξε με ✓ την απάντηση «Δε γίνεται»

Ερωτήσεις

3×.... = 8	☐	Γίνεται	.... ×4 = 1	☐	Γίνεται
	☐	Δεν γίνεται		☐	Δεν γίνεται
5-....= 9	☐	Γίνεται	6: .... = 24	☐	Γίνεται
	☐	Δεν γίνεται		☐	Δεν γίνεται
.... ×5 = 2	☐	Γίνεται	....+ 3 = 4.7	☐	Γίνεται
	☐	Δεν γίνεται		☐	Δεν γίνεται

8: .... = 5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	7×.... = 21	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
3×....= 2	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	5: .... = 8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
5-....= 1	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	13:....=19,5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
12×.... = 4	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	5: .... = 40	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
8×.... = 3	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	8: .... = 2	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
6×....= 11	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	3: ....= 7	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
8- .... = 3,8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	....×6 = 4	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
3 -.... =8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	9: .... = 3	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
6×.... = 72	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	....+7 =3	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
....×2= 7	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	3×.... = 9	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
2× .... = 5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	14: .... =5,6	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται

1. **Ποια πράξη πρέπει να γίνει, ώστε να ισχύει η ανισότητα;Επίλεξε με ✓**

ΠΡΟΣΟΧΗ: > μεγαλύτερο < μικρότερο

	Πολλαπλασιασμός (×)	**Διαίρεση (:)**
3 **…** 10 > 3	❑	❑

$5 \ldots 2 < 5$	❑	❑
$6 \ldots 0{,}2 < 6$	❑	❑
$4 \ldots 0{,}5 > 4$	❑	❑
$10 \ldots \frac{1}{2} < 10$	❑	❑
$10 \ldots \frac{3}{4} > 10$	❑	❑

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΜΕΤΑ-ΕΛΕΓΧΟΥ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΦΛΩΡΙΝΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ
ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ

Σχολείο: ....
Τάξη:........................ Τμήμα: ....
Ημ. Γέννησης: .... Φύλο: αγόρι ☐ κορίτσι ☐

Διαβάστε τις οδηγίες και απαντήστε προσεκτικά στις ερωτήσεις.
Υπάρχει μόνο μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση

1. Για κάθε μια από τις παρακάτω πράξεις, μπορείς να βρεις αν υπάρχει αριθμός που όταν τον συμπληρώσουμε στο κενό να μας δίνει το αποτέλεσμα μετά το ίσον;

Αν ναι, επέλεξε με ✓ την απάντηση «Γίνεται»
Αν όχι, επέλεξε με ✓ την απάντηση «Δε γίνεται»

Ερωτήσεις

3×.... = 2	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	.... ×4 = 8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
5-....= 9	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	6: .... = 12	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
.... ×5 = 2	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	....+ 3 = 4.7	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
8: .... = 5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	7×.... = 5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
3×....= 4	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται	5: .... = 25	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται

5-....= 1	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		13:....=19,5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
12×.... = 4	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		5: .... = 40	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
8×.... = 3	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		8: .... = 2	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
6×....= 11	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		3: ....= 7	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
8- .... = 3,8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		....×6 = 4	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
3 -.... =8	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		9: .... = 3	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
6×.... = 72	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		....+7 =9	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
....×2= 9	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		3×.... = 16	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται
2× .... = 5	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται		14: .... =5,6	☐ Γίνεται ☐ Δεν γίνεται

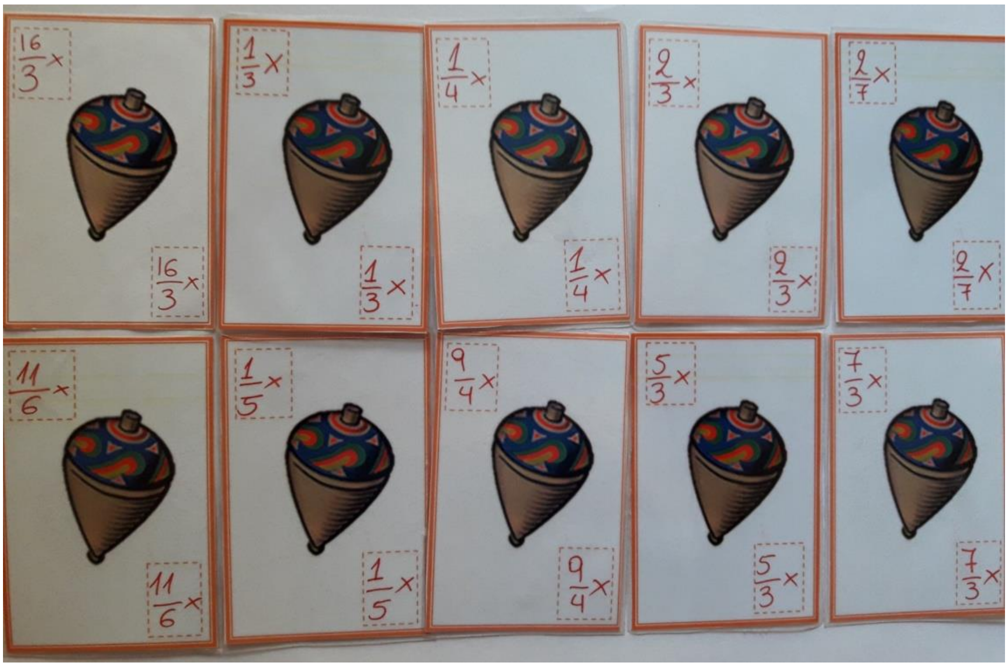
1. **Ποια πράξη πρέπει να γίνει, ώστε να ισχύει η ανισότητα;Επίλεξε με ✓**

ΠΡΟΣΟΧΗ: > μεγαλύτερο < μικρότερο

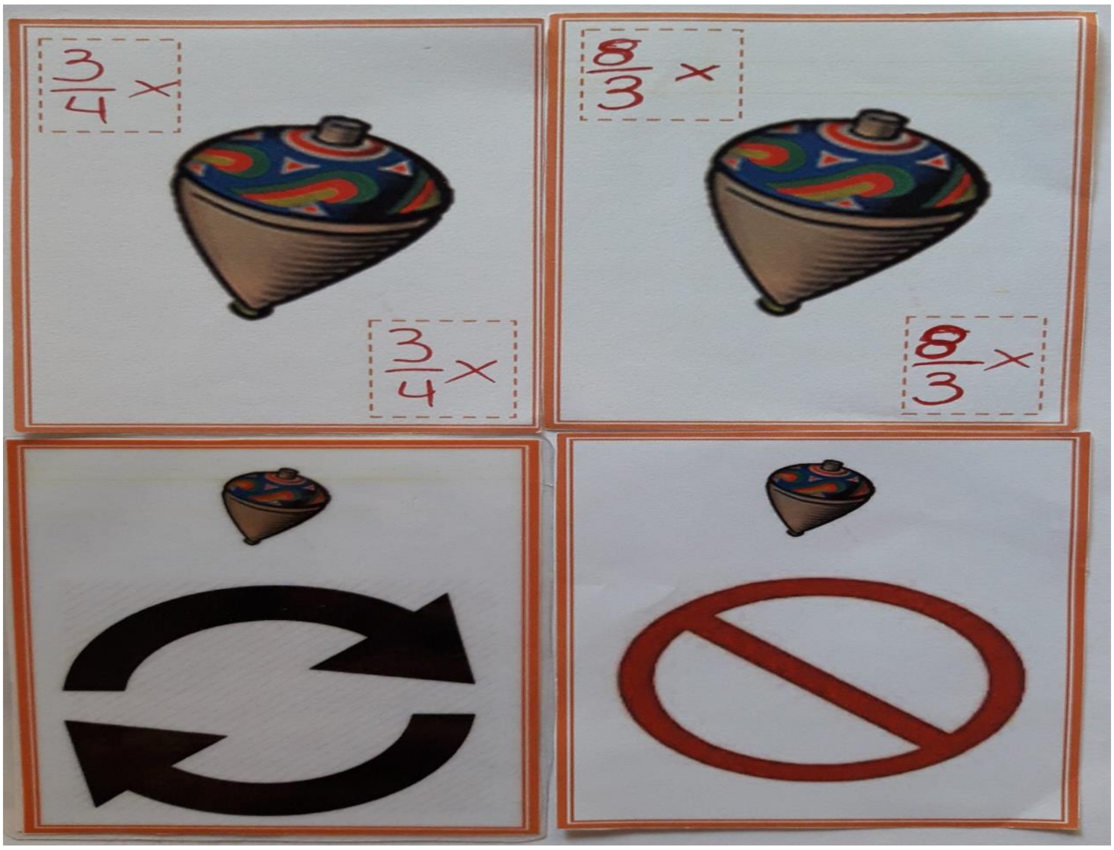
	Πολλαπλασιασμός (×)	**Διαίρεση (:)**
3 **…** 10 > 0,2	❑	❑
5 **…** 2 <10	❑	❑
6**…**0,2 < 30	❑	❑
4**…**0,5 > 7	❑	❑

$10\ldots\frac{1}{2} < 20$	❑	❑
$10\ldots\frac{3}{4} > 10$	❑	❑

ΚΑΡΤΕΣ ΤΗΣ ΤΡΑΠΟΥΛΕΣ




5:
3:
6:
5/8 x
9/4 :
4x
5/3 :
13:
7x
7+


3/4 x
8/3 x