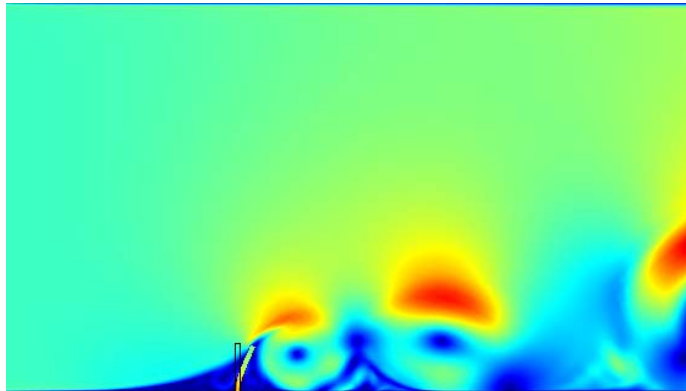


ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΡΟΗΣ ΜΕ ΕΔΡΑΣΜΕΝΟ ΕΜΠΟΔΙΟ



ΤΣΙΠΡΟΠΟΥΛΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ

ΑΕΜ : 662

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Κωνσταντινίδης Ευστάθιος, Επίκουρος Καθηγητής

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την αλληλεπίδραση ροής ρευστού με εδρασμένο ελαστικό στερεό εμπόδιο. Οι εξισώσεις κίνησης του ρευστού και του στερεού επιλύθηκαν αριθμητικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με χρήση του λογισμικού COMSOL. Η μελέτη έγινε για μια σταθερή τιμή του αριθμού Reynolds με βάση το ύψος του εμποδίου ίση με 25000. Χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο $k-\epsilon$ για την προσομοίωση της τύρβης του πεδίου ροής με βάση τις εξισώσεις Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes (URANS). Εξετάστηκε η επίδραση του μέτρου ελαστικότητας του στερεού εμποδίου και της πυκνότητας του στο πεδίο ροής και στην προκαλούμενη ταλάντωση του εμποδίου. Προσδιορίστηκαν οι κύριες συχνότητες του πεδίου ροής που σχετίζονται με την έκλυση δινών, της δύναμης που ασκείται στο στερεό εμπόδιο από το ρευστό και της ελαστικής ταλάντωσης του εμποδίου από τα αντίστοιχα σήματα μέσω του μετασχηματισμού Fourier. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η υπάρχει συντονισμός μεταξύ της ταλάντωσης του εμποδίου και της έκλυσης δινών από το ελεύθερο άκρο του εμποδίου. Γενικά, το πλάτος ταλάντωσης αυξάνει με μείωση του μέτρου ελαστικότητας του στερεού εμποδίου τόσο και μείωση της πυκνότητας του.

Περιεχόμενα

Περίληψη	i
Εισαγωγή.....	1
Βιβλιογραφική ανασκόπηση	2
Ροή πάνω από σταθερό εμπόδιο.....	3
Αλληλεπίδραση ροής με ελαστικό εμπόδιο	8
Υπολογιστική μεθοδολογία	10
Εξισώσεις πεδίου ροής.....	10
Εξισώσεις Navier—Stokes	10
Εξισώσεις URANS	11
Το μοντέλο k-ε	13
Εξισώσεις κίνησης ελαστικού στερεού	16
Αλληλεπίδραση ροής με ταλαντούμενο εμπόδιο	17
Υπολογιστικό πεδίο.....	18
Πλέγμα	18
Αρχικές και οριακές συνθήκες	21
Ανεξαρτησία πλέγματος	25
Περιπτώσεις υπολογιστικών προσομοιώσεων	26
Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	27
Ροή πάνω από σταθερό εμπόδιο	27
Ροή πάνω από ταλαντούμενο εμπόδιο	33
Επίδραση ελαστικότητας του εμποδίου.....	33
Επίδραση πυκνότητας εμποδίου	52
Συμπεράσματα – Προτάσεις.....	62
Βιβλιογραφία.....	64
Ελληνόγλωσση	64
Ξενόγλωσση	64

Εισαγωγή

Η αλληλεπίδραση ροής ρευστού με στερεά ελαστικά σώματα εμφανίζεται συχνά σε φυσικά φαινόμενα και σε τεχνολογικές εφαρμογές τόσο σε υδάτινο (ή υγρό) περιβάλλον όσο και σε ατμοσφαιρικό (ή αέριο) περιβάλλον. Κάποια παραδείγματα που συναντώνται στη φύση είναι το λύγισμα των κλαδιών ενός δένδρου και η κίνηση των καλλιεργειών (σιτηρών κοκ) υπό την επήρεια ανέμων, οι βαλβίδες της καρδιάς που ανοιγοκλείνουν αποκρινόμενες στη παλμική ροή του αίματος, και πολλά άλλα. Αντίστοιχα παραδείγματα από τεχνολογικές εφαρμογές είναι οι ταλαντώσεις κατασκευών όπως γεφυρών, εναέριων καλωδίων, στύλων, καμινάδων, ακόμη και κτιρίων, κοκ.

Η μελέτη της αλληλεπίδρασης ροής ρευστού με στερεά ελαστικά σώματα παρουσιάζει ιδιαίτερο θεωρητικό και πρακτικό ενδιαφέρον καθώς επιτρέπει την καλύτερη κατανόηση των φαινομένων, και την αποφυγή των καταστροφικών συνεπειών που μπορεί να έχουν, π.χ. αναφέρεται εδώ η πτώση πυλώνων του δικτύου μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, και τον καλύτερο σχεδιασμό διατάξεων και διεργασιών, π.χ. η κατασκευή τεχνητών καρδιακών βαλβίδων.

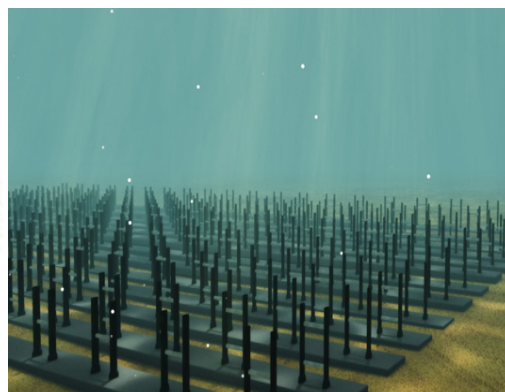
Στην πράξη, τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης ροής ρευστού με στερεά ελαστικά σώματα είναι ιδιαίτερα πολύπλοκα λόγω της σύνθετης γεωμετρίας που εμφανίζεται στα παραπάνω παραδείγματα. Για αυτό το λόγο, η μελέτη αυτών των φαινομένων βασίζεται συχνά σε απλοποιημένες γεωμετρίες που είναι εύκολο να καθοριστούν πλήρως και με ακρίβεια. Ένα απλό τέτοιο παράδειγμα είναι η απόκριση ενός εδρασμένου ελαστικού εμποδίου σε ροή πάνω από αυτό, το οποίο είναι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Ο σκοπός της εργασίας είναι να μελετηθεί η επίδραση κάποιων

βασικών παραμέτρων στα χαρακτηριστικά απόκρισης του εδρασμένου εμποδίου, όπως η πυκνότητα και το μέτρο ελαστικότητας του εμποδίου.

Διάφορες τεχνολογικές εφαρμογές μπορεί να έχει μια τέτοια ανάλυση.

- παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας
- μείωση αερο/υδροδυναμικής αντίστασης
- επαύξηση μεταφοράς θερμότητας και ανάμιξης

Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται η κίνηση ενός δέντρου λόγω ισχυρών ανέμων ,αλλά και η παραγωγή ενέργειας από ελαστικά εμπόδια στο πυθμένα θαλάσσης.



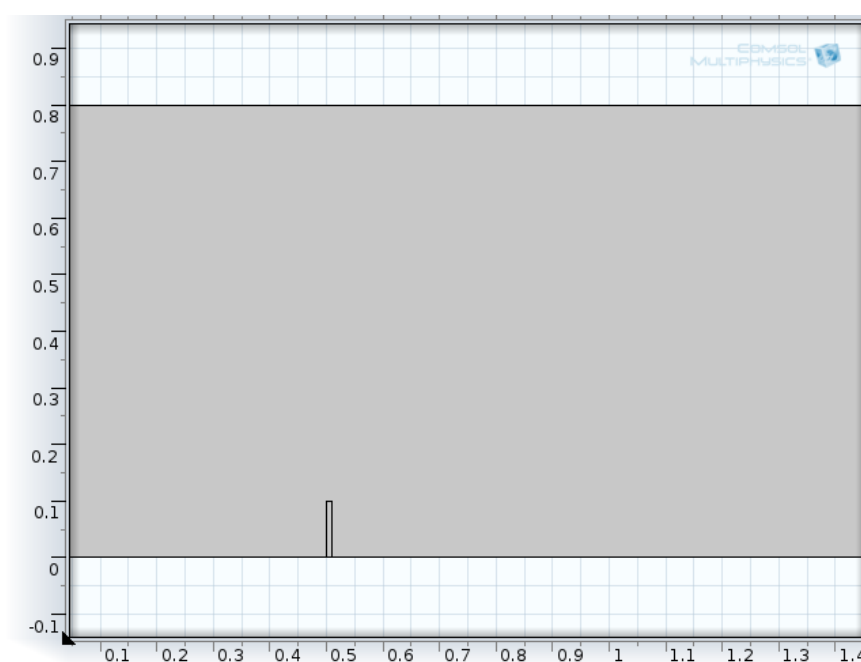
Σχήμα 1. Η αλληλεπίδραση ροής ρευστού με ελαστικά στερεά εμπόδια συναντάται στη φύση (αριστερά) και σε τεχνολογικές εφαρμογές (δεξιά). Η διάταξη στα δεξιά αποσκοπεί στην εκμετάλλευση της ενέργειας υποθαλασίων ρευμάτων μέσω της ταλάντωσης των εδρασμένων εμποδίων.

Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Σε αυτή την ενότητα του παρόντος κεφαλαίου γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση της βιβλιογραφίας ώστε να αναδειχθούν τα γενικά χαρακτηριστικά και οι παράμετροι που επηρεάζουν το πρόβλημα υπό μελέτη.

Η παρούσα εργασία αφορά στην αλληλεπίδραση ροής ρευστού και ενός εδρασμένου ελαστικού εμποδίου. Το πρόβλημα περιορίζεται εδώ σε δύο διαστάσεις στο χώρο ώστε να είναι δυνατή η υπολογιστική προσομοίωση του σε ένα απλό ηλεκτρονικό υπολογιστή. Σε αυτή την περίπτωση θεωρείται ότι υπάρχει ομοιομορφία στην τρίτη διάσταση που είναι κάθετη στο δισδιάστατο υπολογιστικό πεδίο.

Η γεωμετρία του προβλήματος παρουσιάζεται παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2. Γεωμετρία του προβλήματος που μελετήθηκε.

Ροή πάνω από σταθερό εμπόδιο

Όταν ένα ρευστό ρέει πάνω από ένα εμπόδιο το πεδίο ροής στο κατάντι του εμποδίου συνήθως εμφανίζει κάποια αστάθεια η οποία σχετίζεται με την αποκόλληση της ροής από άνω άκρο του υπό την

προϋπόθεση ότι ο αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος από κάποια ελάχιστη τιμή. Εάν θεωρήσουμε ένα λεπτόπαχο εμπόδιο το οποίο είναι σταθερά εδρασμένο σε επίπεδη επιφάνεια, π.χ. έδαφος, τότε ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως εξής:

$$Re_H = \frac{U_\infty H}{\nu} \quad (1)$$

όπου U_∞ είναι η ταχύτητα ροής, H είναι το ύψος του εμποδίου, και ν είναι το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds οι δυνάμεις του ιξώδους παίζουν καθοριστικό ρόλο και οι ροές είναι στρωτές. Όταν ο αριθμός Reynolds ξεπεράσει κάποιο όριο, το οποίο γενικά είναι διαφορετικό για διαφορετικά είδη ροών, οι δυνάμεις του ιξώδους δεν είναι αρκετές για να αντισταθούν στις δυνάμεις αδρανείας. Τότε εμφανίζεται αστάθεια και σταδιακά, όσο αυξάνεται ο αριθμός Reynolds, αυτή γίνεται πιο έντονη και περίπλοκη και οδηγεί στην τυρβώδη συμπεριφορά.

Η αστάθεια του πεδίου ροής εμφανίζεται συνήθως με τη μορφή δινών που εκλύονται περιοδικά στον ομόρρου του εμποδίου σε κάποια χαρακτηριστική συχνότητα. Η συχνότητα έκλυσης δινών αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως ένας αδιάστατος αριθμός ο οποίος ονομάζεται αριθμός Strouhal και ορίζεται ως εξής:

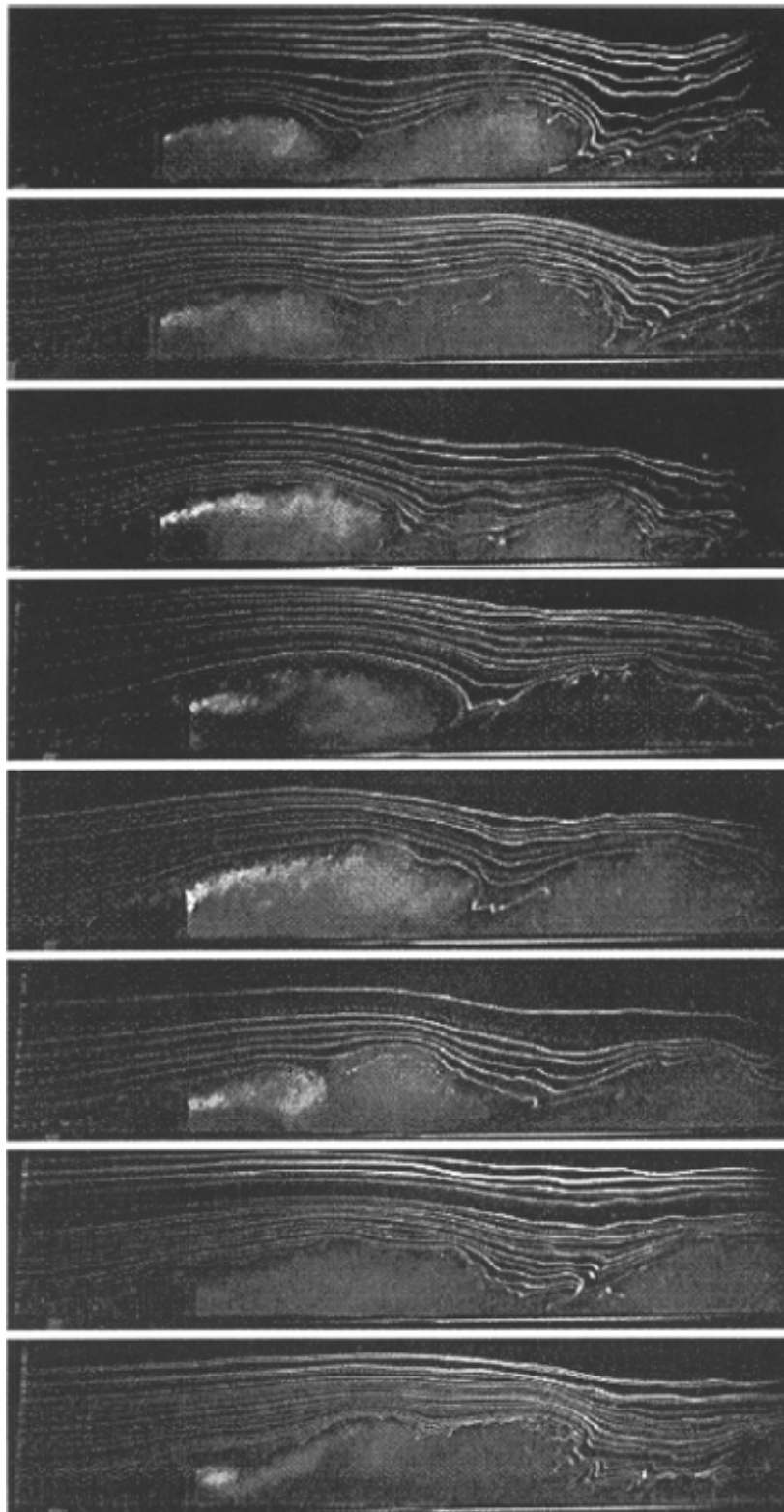
$$St = \frac{f_s H}{U_\infty} \quad (2)$$

όπου f_s είναι η συχνότητα έκλυσης δινών. Όπως είναι γνωστό, ο αριθμός Strouhal για μια ορισμένη γεωμετρία εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds. Ωστόσο, συχνά ο αριθμός Strouhal είναι πρακτικά σταθερός για ένα μεγάλο εύρος όταν η ροή στον ομόρρου είναι τυρβώδης.

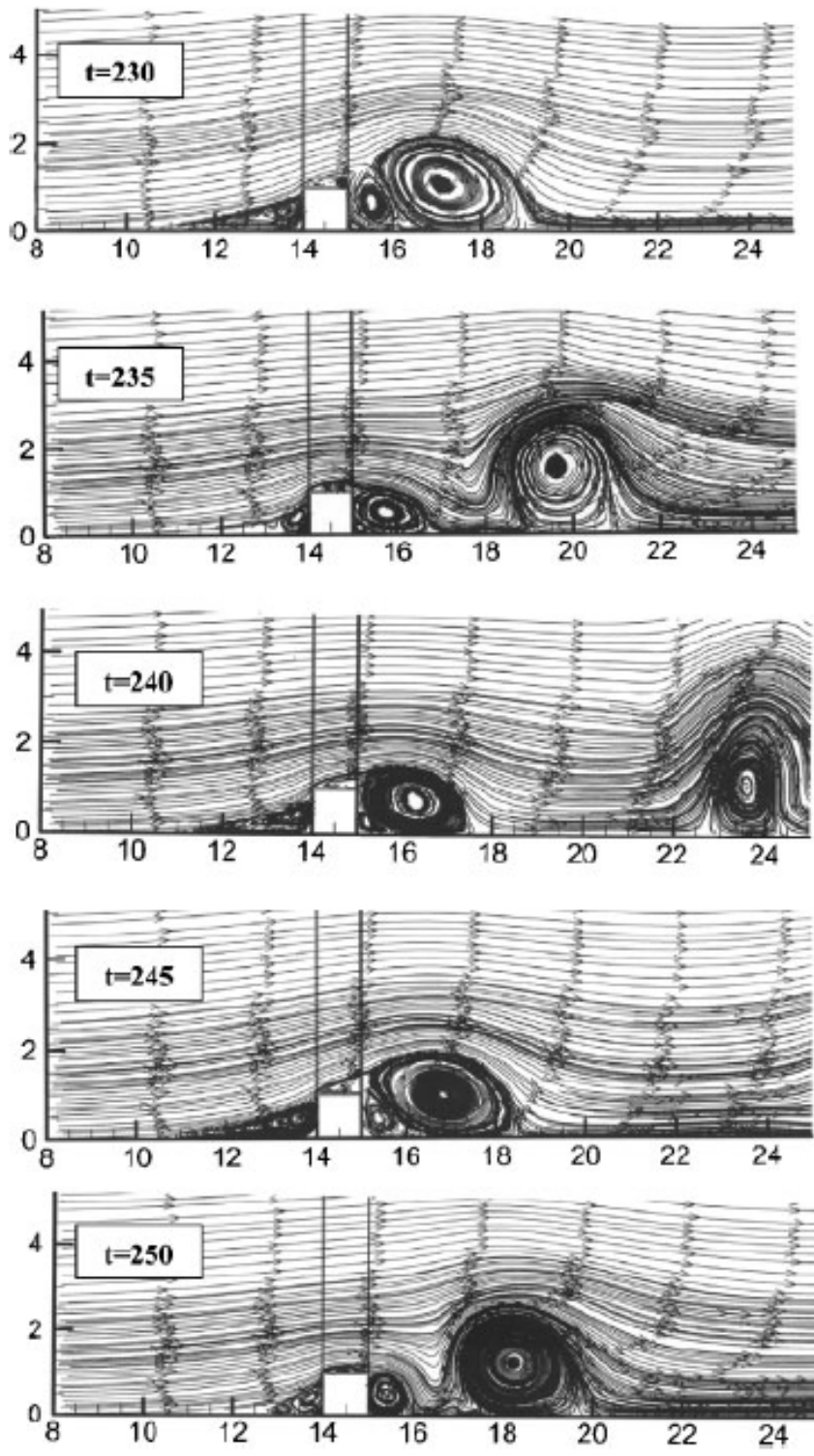
Οι Siller & Fernholz (1997) έκαναν ορατό το πεδίο ροής γύρω από ένα εδρασμένο σταθερό εμπόδιο με τη δημιουργία νημάτων καπνού σε αεροσήραγα για $Re_h = 10600$. Στο Σχήμα 3 παρουσιάζονται

εικόνες σε διάφορες φάσεις κατά τη χρονική εξέλιξη του φαινομένου. Φαίνεται καθαρά η αποκόλληση της ροής από το άνω άκρο του εμποδίου και ο σχηματισμός δινών κατάντι του εμποδίου.

Οι Fragos et al. (2007) προσομοίωσαν υπολογιστικά το πεδίο ροής γύρω από ένα σταθερό τετραγωνικό εμπόδιο για $Re_h = 12518$ με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το Σχήμα 4 δείχνει μια αποτύπωση των αποτελεσμάτων τους σε διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους όπου φαίνεται η περιοδική έκλυση ευμεγεθών δινών από το ελεύθερο άκρο. Η συχνότητα διέλευσης δινών από μια θέση αντιστοιχεί σε ένα αριθμό Strouhal ίσο με 0.06 περίπου για $x/h \geq 20$.



Σχήμα 3 Πεδίο ροής γύρω από ένα εδρασμένο εμπόδιο σε διαφορετικές φάσεις (Siller & Fernholz, 1997).



Σχήμα 4. Χρονική εξέλιξη του πεδίου ροής πάνω από σταθερό εμπόδιο για 20 μονάδες αδιάστατου χρόνου (Fragos et al. 2007).

Αλληλεπίδραση ροής με ελαστικό εμπόδιο

Κάθε ελαστικό σώμα εμφανίζει 'ιδιοσυχνότητες' που εξαρτώνται από τη γεωμετρία του, τον τρόπο στήριξης του, και το υλικό κατασκευής του. Ένα λεπτόπαχο στερεό έλασμα πακτωμένο στη μια του πλευρά έχει ιδιοσυχνότητες που μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση

$$f_N = \frac{\lambda_N^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_t}} \quad (3)$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας Young, I είναι η ροπή αδράνειας, m_t είναι η γραμμική πυκνότητα, L είναι το μήκος, και λ_N ένας συντελεστής που εξαρτάται από τον τρόπο στήριξης των άκρων και την ιδιομορφή της ταλάντωσης. Για έλασμα ορθογωνικής διατομής, $I = \frac{1}{12} m_t L^3$.

Όταν η συχνότητα έκλυσης δινών από ένα ελαστικό εμπόδιο είναι κοντά σε μία ή περισσότερες από τις ιδιοσυχνότητες του τότε μπορεί να παρουσιαστεί το φαινόμενο του 'συντονισμού' το οποίο έχει συνήθως ως συνέπεια τη μεγιστοποίηση του πλάτους ταλάντωσης του άκρου. Τότε δημιουργείται κίνδυνος αστοχίας λόγω κοπώσεως. Γενικότερα, είτε συμβαίνει συντονισμός είτε όχι, το ελεύθερο άκρο του εμποδίου αναμένεται να παρουσιάσει κάποια απόκριση (ταλάντωση) λόγω της αλληλεπίδρασης με το ασταθές πεδίο ροής γύρω από αυτό. Η απόκριση του εμποδίου σε κάθε ιδιομορφή μπορεί να χαρακτηριστεί από το πλάτος και τη συχνότητα ταλάντωσης. Εδώ μας απασχολεί κυρίως η απόκριση στη κύρια ιδιομορφή.

Το φαινόμενο συντονισμού ανήκει στην κατηγορία των ρευστό-ελαστικών φαινομένων, και είναι υπεύθυνο για πολλές αστοχίες κατασκευών που λειτουργούν μέσα σε θαλάσσιο ρεύμα, αλλά και κατασκευών στην ξηρά που λειτουργούν σε περιοχές με συχνούς δυνατούς ανέμους.

Τα προβλήματα αλληλεπίδρασης σε γενικές γραμμές είναι συχνά πολύπλοκα για να λυθούν αναλυτικά και γι 'αυτό πρέπει να αναλύονται με τη βοήθεια πειραμάτων ή αριθμητική προσομοίωση.

Δύο κύριες προσεγγίσεις υπάρχουν για την προσομοίωση της αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού:

- οι εξισώσεις που διέπουν τη ροή και τη παραμόρφωση του στερεού επιλύονται ταυτόχρονα, με ένα μόνο λύτη
- οι εξισώσεις που διέπουν τη ροή και τη παραμόρφωση του στερεού επιλύονται χωριστά, με δύο διαφορετικούς λύτες

Η πρώτη προσέγγιση απαιτεί έναν κώδικα που αναπτύχθηκε για αυτόν τον ιδιαίτερο συνδυασμό ενώ η άλλη προσέγγιση διατηρεί σπονδυλωτό λογισμικό, επειδή ένας υπάρχων λύτης ροής και ένας διαρθρωτικός λύτης είναι συζευγμένοι. Επιπλέον, η δεύτερη προσέγγιση διευκολύνει την επίλυση των εξισώσεων ροής και τις δομικές εξισώσεις με διαφορετικές, ενδεχομένως πιο αποτελεσματικές τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί ειδικά για είτε εξισώσεις ροής ή δομικές εξισώσεις.

Η αλληλεπίδραση ροής με ελαστικό εμπόδιο έχει μελετηθεί σε πολλή μικρότερη έκταση από ότι η περίπτωση σταθερού εμποδίου. Δεν υπάρχουν πολλές δημοσιευμένες εργασίες για το πρόβλημα αυτό και υπήρχε δυσκολία να βρεθούν στοιχεία από τη βιβλιογραφία. Αυτό μπορεί να οφείλεται ως ένα βαθμό και στην πολυπλοκότητα του προβλήματος. Οι Fang et al. μελέτησαν το πρόβλημα μέσω υπολογιστικής προσομοίωσης σε δύο διαστάσεις για $Re_h = 1.1 \times 10^7$.

Υπολογιστική μεθοδολογία

Στο παρόν κεφάλαιο δίνονται οι εξισώσεις κίνησης του ρευστού και του στερεού εμποδίου και η διαδικασία αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων η οποία περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση ρευστού—στερεού.

Εξισώσεις πεδίου ροής

Εξισώσεις Navier—Stokes

Η κίνηση ενός ασυμπίεστου ρευστού διέπεται από τις εξισώσεις Navier – Stokes, οι οποίες απαρτίζονται από τις εξισώσεις της ορμής κατά τις δύο διευθύνσεις ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων και την εξίσωση της συνέχειας.

Η εξίσωση συνέχειας :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4)$$

Και η εξίσωση ορμής σε διανυσματική μορφή :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (5)$$

Εξισώσεις URANS

Λόγω, γενικώς, της αδυναμίας να επιλυθούν οι εξισώσεις Navier – Stokes για τυρβώδεις ροές, πλην αριθμητικών λύσεων με την μέθοδο DNS (Direct Numerical Simulation) για μικρούς αριθμούς Reynolds, καταλήγουμε στην πρακτική μετατροπής τους σε εξισώσεις που περιγράφουν τις μέσες τιμές των ποσοτήτων που μας ενδιαφέρουν. Ακολουθώντας την πρακτική που εισήγαγε ο O. Reynolds και εφαρμόζοντας διαδικασία μέσου όρου η εξίσωση της συνέχειας λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

και

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\sigma}_{ij} - \overline{\rho u_i u_j} \right) \quad (6)$$

Σημειώνεται ότι στην εξ. (4) έχει προς το παρόν παραληφθεί ο όρος της δυνάμεως πεδίου (ρg) αφού δεν επηρεάζεται από την διαδικασία του μέσου όρου και δεν θα παίξει ρόλο στην ανάλυση που ακολουθεί. Ο όρος αυτός θα εισαχθεί πάλι στις εξισώσεις ορμής, για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος που αντιμετωπίζεται στην παρούσα εργασία. Ο όρος $-\rho u u$ που εμφανίζεται στην εξ.(4) είναι προϊόν της διαδικασίας υπολογισμού του μέσου όρου. Η τελική έκφραση της εξισώσεως της ορμής είναι η ακόλουθη:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) \quad (7)$$

Οι εξισώσεις 4 και 5 συνιστούν τις Reynolds – Averaged – Navier – Stokes (RANS) εξισώσεις. Από την μορφή της εξ.(2.3) είναι προφανές ότι ο όρος $-\rho u_i u_j$ συμπεριφέρεται στην εξίσωση της ορμής ως εάν να υπάρχει μια επιπλέον τάση η οποία δρα στο ροϊκό

πεδίο, εκτός από την μέση τάση, σ_{ij} . Ο όρος αυτός ονομάζεται τανυστής των τάσεων Reynolds (ή τυρβωδών τάσεων) και στα επόμενα όπου απαιτηθεί θα συμβολίζεται ως:

$$\sigma_{ij}^t = -\overline{\rho u_i u_j} \quad (8)$$

Οι εξ. (4) και (5) μπορούν να ερμηνευθούν ως διέπουσες την ροή ενός "φανταστικού" ασυμπίεστου ρευστού το οποίο κινείται με ταχύτητα U_i ($i = 1, 2, 3$). Με τον όρο "φανταστικό" εδώ ερμηνεύεται το γεγονός ότι δεν υπάρχει πραγματικό ρευστό που να κινείται με την μέση ταχύτητα, \bar{U}_i .

Η κατάστροψη μιας εξίσωσης ορμής για το ρευστό αυτό θα πρέπει να αναγνωρίσει το γεγονός ότι υπάρχουν δυο εσωτερικές δυνάμεις: 1) μια που προέρχεται από τον μέσο τανυστή των τάσεων, σ_{ij} , και 2) μια επιπλέον που προέρχεται από τον τανυστή των τάσεων Reynolds. Έτσι, μπορεί να προκύψει η εξ. (6) σε αντίθεση με την ισορροπία δυνάμεων σε πραγματικό ρευστό, η οποία δίδει την εξίσωση δυναμικής ισορροπίας.

Θα πρέπει πάντως να υπενθυμίσουμε ότι, λόγω της προέλευσης του όρου, $-\overline{\rho u_i u_j}$ από τους μεταγωγικούς όρους (όροι μεταφοράς ορμής) του αριστερού σκέλους της εξ. (6), στην πραγματικότητα αυτοί αντιπροσωπεύουν μεταφορά τυρβώδους x_i - ορμής στην διεύθυνση x_j (ή και το αντίστροφο).

Το ιδιαίτον χαρακτηριστικό των εξ. RANS σε σχέση με τις εξισώσεις Navier - Stokes είναι ότι οι πρώτες δεν αποτελούν ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων, αφού δεν υπάρχει μια ευθεία σχέση που να συνδέει τον σ_{ij} με τις U_i και P . Η εύρεση ενός τέτοιου "κλεισίματος" των εξ. RANS μέσω ενός καταστατικού νόμου για τον σ_{ij} έχει αποτελέσει και εξακολουθεί να αποτελεί τον κύριο σκοπό των μοντέλων τύρβης.

Το μοντέλο k-ε

Το τυπικό (standard k-ε) μοντέλο βασίζεται στις εξισώσεις μεταφοράς (Launder and Spalding 1974, Markatos, 1986). Η ταχύτητα και η πίεση υπολογίζεται για κάθε σημείο σύμφωνα με αυτές.

Οι εξισώσεις μεταφοράς περιλαμβάνουν:

α) την εξίσωση που βασίζεται στην υπόθεση του ιξώδους λόγω τυρβώδους, (Eddy viscosity hypothesis), εκφράζει τις τάσεις Reynolds και δίνεται από τη σχέση,

$$\overline{-u_i u_j} = \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (9)$$

β) την μοντελοποιημένη εξίσωση για την **τυρβώδη κινητική ενέργεια**, k, (Turbulent kinetic energy),

Με την εξ. (8) τώρα ως την βάση για το τυρβώδες ιξώδες, αμέσως προκύπτει η ανάγκη για την προσομοίωση της μεταφοράς των ποσοτήτων k και ε

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \varepsilon \quad (10)$$

γ) την μοντελοποιημένη εξίσωση για τον όρο **της απώλειας της κινητικής ενέργειας**, ε, (Rate of dissipation of turbulent energy),

Σημειωτέον ότι ο όρος ε στην εξ. (9) δεν περιγράφεται από αλγεβρική σχέση δεδομένου ότι η προσομοίωση της μεταφοράς της ε αποτελεί αναπόσπαστο μέρος του μοντέλου. Η διαδικασία μοντελοποίησης για την ποσότητα ε εμπεριέχει πολλές περισσότερες παραδοχές απ' ότι η αντίστοιχη διαδικασία για την k - εξίσωση

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11)$$

Όπου

$$G = \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

δ_{ij} : Kronekerdelta, (1 για $i=j$ και 0 για $i \neq j$).

k : Κινητική ενέργεια,

ϵ : Απορρόφηση κινητικής ενέργειας

c : Εμπειρική σταθερά ιξώδους.

ν_t : Ιξώδες λόγω τυρβώδους, (turbulent eddy viscosity).

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές του κανονικού (standard) μοντέλου k-ε αποτελούν έναν συμβιβασμό. Για κάθε ειδικό πρόβλημα είναι πολύ πιθανόν ότι η ακρίβεια μπορεί να βελτιωθεί μέσω αναπροσαρμογής των συντελεστών (π.χ. συζήτηση από Rodi, 1993 και Pope, 2000). Έχει όμως διαπιστωθεί ότι όταν k-ε μοντέλα με αναπροσαρμοσμένους συντελεστές εφαρμόζονται σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων, τότε τα αποτελέσματά τους είναι κατώτερα των αποτελεσμάτων του κανονικού μοντέλου.

Έτσι λοιπόν στην συγκεκριμένη εργασία θα έχουμε 2Δ k-ε μοντέλο που θα λύσει δυναμικά το πεδίο ροής.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) +$$

$$2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x}$$

(12)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} \right) +$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial y}$$

(13)

Ανακεφαλαιώνοντας, το k-ε μοντέλο συμπληρώνει τις εξισώσεις RANS, μέσω της προσομοίωσης του τυρβώδους ιξώδους από την εξ και τις εξισώσεις μεταφοράς για τις ποσότητες k και ϵ .

Οι τιμές των εμπειρικών συντελεστών που καθορίζουν την κανονική (standard) μορφή του μοντέλου παρουσιάστηκαν από τους Launder & Spalding (1972) και δίδονται στον πίνακα παρακάτω.

C_1	C_2	C_μ	Pr_t	Pr_k	Pr_ϵ
1.44	1.92	0.09	0.9	1.0	1.3

Εξισώσεις κίνησης ελαστικού στερεού

Η κίνηση του ρευστού γύρω από το εμπόδιο έχει ως αποτέλεσμα να ασκούνται δυνάμεις πάνω στην διεπιφάνεια ρευστού-στερεού. Αποτέλεσμα της εφαρμογής αυτών των δυνάμεων πάνω στο όριο, είναι η κίνηση του εδρασμένου εμποδίου.

Η κίνηση ενός εδρασμένου ελαστικού εμποδίου περιγράφεται από την εξίσωση

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_{solid}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}_v \quad (14)$$

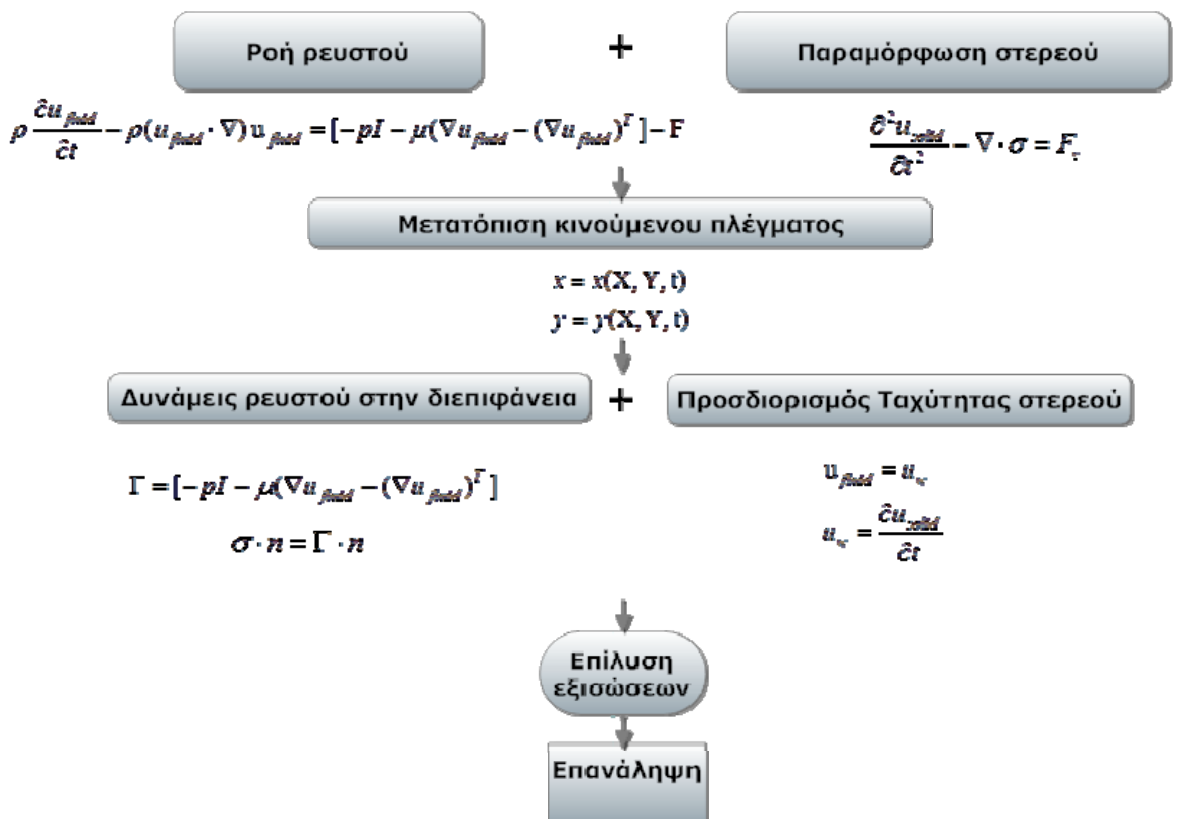
όπου \mathbf{u}_{solid} είναι η μετατόπιση του στερεού και \mathbf{F}_v είναι οι δυνάμεις πεδίου. Η κάθετη τάση $\boldsymbol{\sigma}$ στη διεπιφάνεια ρευστού--στερεού υπακούει στην παρακάτω σχέση

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{n} \quad (15)$$
$$\boldsymbol{\Gamma} = [-p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u}_{fluid} + (\nabla \mathbf{u}_{fluid})^T)]$$

Οι δυνάμεις υπολογίζονται μετά από ολοκλήρωση της δύναμης πίεσης και των δυνάμεων ιξώδους της εξίσωσης ορμής του ρευστού και εφαρμόζονται κάθετα στο όριο του εμποδίου για κάθε χρονική στιγμή.

Αλληλεπίδραση ροής με ταλαντούμενο εμπόδιο

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις του πεδίου ροής με τις εξισώσεις κίνησης του εμποδίου επιτυγχάνουμε την ανάλυση του φαινομένου. Ο αλγόριθμος που φαίνεται παρακάτω μας δείχνει την σειρά συνδυαστικής επίλυσης των εξισώσεων για κάθε χρονικό βήμα.



Σχήμα 5. Αλγόριθμος συνδυαστικής επίλυσης εξισώσεων κίνησης του ρευστού και του στερεού εμποδίου.

Υπολογιστικό πεδίο

Πλέγμα

Η κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος θα πρέπει να είναι τέτοια που να επιτυγχάνεται η καλύτερη δυνατή διακριτοποίηση των εξισώσεων. Σε περιοχές πλησίον του στερεού τοιχώματος, πίσω από εμπόδια και κοντά σε απότομες αλλαγές της γεωμετρίας, όπου αναμένονται σημαντικές μεταβολές των παραμέτρων της ροής, επιβάλλεται υψηλότερη ανάλυση του υπολογιστικού πεδίου. Για την μείωση του αριθμητικού σφάλματος πρέπει ο λόγος ύψους προς πλάτος των υπολογιστικών κελιών να είναι μεγαλύτερος του 1/10 εκτός από περιοχές όπου η ροή θεωρείται πλήρως ανεπτυγμένη, όπου ο λόγος αυτός μπορεί να λαμβάνει τιμές έως και 1/20 ή 1/50. Για απλές γεωμετρίες τα τετραπλευρικά πλέγματα δίνουν λύσεις υψηλότερης ακρίβειας, σε σχέση με τα τριγωνικά πλέγματα που προτιμούνται κυρίως σε πιο σύνθετες γεωμετρίες, στην περίπτωση δισδιάστατων προβλημάτων.

Η αλληλεπίδραση ρευστού με στερεό μπορεί να υπολογιστεί και να αναλυθεί με την βοήθεια ενός κινούμενου υπολογιστικού πλέγματος. Αυτό έχει την δυνατότητα να “προβλέπει” την παραμόρφωση του στερεού και να ξαναδημιουργείται σε κάθε timestep.

Αυτό επιβάλλει πυκνό πλέγμα (mesh) γύρω από το εμπόδιο για μεγαλύτερη ακρίβεια. Κανονικά το COMSOL Multiphysics καθορίζει και λύνει τα PDE σε ένα σταθερό πλέγμα (σύστημα αναφοράς). Με την προσθήκη ενός Moving interface σε ένα μοντέλο, μια κίνηση των κελιών (και ένα αντίστοιχο πλαίσιο) εισάγεται για την εφαρμογή ALE. Το λογισμικό μετατρέπει αυτόματα τις εξισώσεις, και τις χρησιμοποιεί για να υπολογίσει τα αποτελέσματα της αναφοράς και κινείται καρέ καρέ.

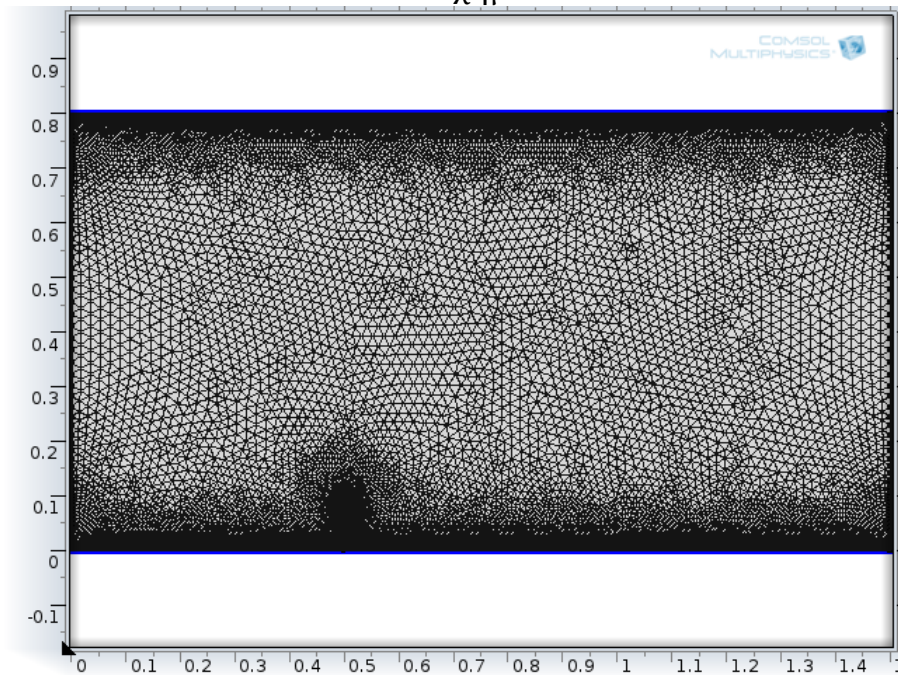
Το πλέγμα εντός του ρευστού παραμορφώνεται για την κίνηση της διεπαφής μεταξύ των δύο ρευστών. Η μετατόπιση του ορίου διαδίδεται σε όλο τον τομέα για να αποκτήσει μια ομαλή παραμόρφωση παντού. Αυτό γίνεται με την επίλυση εξισώσεων για τις μετακινήσεις των κελιών (Laplace, Winslow, ή hyperelastic εξίσωση εξομάλυνσης). Λαμβάνοντας δύο διαστάσεις, ως

παράδειγμα, μια θέση στο παραμορφωμένο πλέγμα με συντεταγμένες (x, y) μπορεί να σχετίζονται με τις συντεταγμένες του στην μη παραμορφωμένη αρχική θέση πλέγματος (X, Y) με μία συνάρτηση της μορφής:

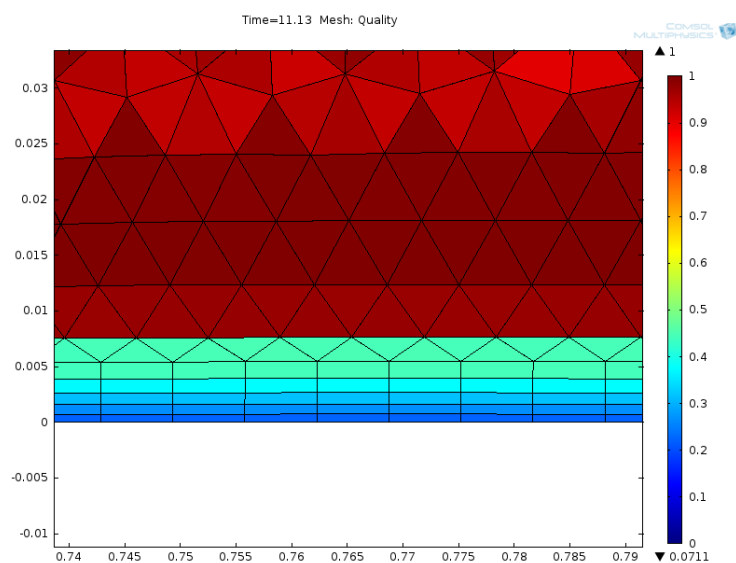
$$\begin{aligned}x &= x(X, Y, t) \\ y &= y(X, Y, t)\end{aligned}\tag{16}$$

Η κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος θα πρέπει να είναι τέτοια που να επιτυγχάνεται η καλύτερη δυνατή διακριτοποίηση των εξισώσεων. Σε περιοχές πλησίον του στερεού τοιχώματος, πίσω από εμπόδια και κοντά σε απότομες αλλαγές της γεωμετρίας, όπου αναμένονται σημαντικές μεταβολές των παραμέτρων της ροής, επιβάλλεται υψηλότερη ανάλυση του υπολογιστικού πεδίου. Για την μείωση του αριθμητικού σφάλματος πρέπει ο λόγος ύψους προς πλάτος των υπολογιστικών κελιών να είναι μεγαλύτερος του $1/10$ εκτός από περιοχές όπου η ροή θεωρείται πλήρως ανεπτυγμένη, όπου ο λόγος αυτός μπορεί να λαμβάνει τιμές έως και $1/20$ ή $1/50$. Για απλές γεωμετρίες τα τετραπλευρικά πλέγματα δίνουν λύσεις υψηλότερης ακρίβειας, σε σχέση με τα τριγωνικά πλέγματα που προτιμούνται κυρίως σε πιο σύνθετες γεωμετρίες, στην περίπτωση δισδιάστατων προβλημάτων.

Για την συγκεκριμένη γεωμετρία της εργασίας το πλέγμα φαίνεται στο σχήμα



Το πλέγμα κοντά στα τοιχώματα φαίνεται ότι αλλάζει μορφή και γίνεται ορθογωνικό διότι υπάρχουν τα wall functions και θέλουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στις παραμέτρους της ροής. Αυτή η ακρίβεια μπορεί να επιτευχθεί επειδή τα τετραπλευρικά πλέγματα σε απλές γεωμετρίες είναι πιο αποτελεσματικά. Παρακάτω στην εικόνα φαίνεται κοντά στο τοίχωμα ξεκάθαρα η αλλαγή της μορφής του πλέγματος.



Αρχικές και οριακές συνθήκες

Πειράματα τυρβώδους ροής έχουν γίνει χρησιμοποιώντας μέσο ροής είτε το νερό, είτε τον αέρα. Τα πειράματα που χρησιμοποιούν νερό εξετάζουν ροές σε κλειστούς ή ανοικτούς αγωγούς. Στην προσομοίωση της ροής με υπολογιστικό μοντέλο είναι απαραίτητο να οριστούν εκτός από τις οριακές συνθήκες και τα όρια του συγκεκριμένου όγκου του ρευστού, όπου εφαρμόζονται οι εξισώσεις. Το ενδιαφέρον των ερευνητών για την τυρβώδη ροή, είτε με πειράματα είτε με υπολογιστικά μοντέλα, σε κλειστούς ή ανοικτούς αγωγούς ή σε αεροσήραγγες παραμένει αμείωτο.

Για να έχει ένα πρόβλημα μοναδική λύση, θα πρέπει να δοθεί πληροφορία για όλες τις εξαρτημένες μεταβλητές σε όλα τα όρια του πεδίου. Τούτο επιτυγχάνεται με τον καθορισμό των οριακών συνθηκών, που περιλαμβάνει τον καθορισμό της θέσης των ορίων (π.χ. είσοδοι, έξοδοι, τοίχοι, συμμετρίες) και την προμήθεια πληροφορίας στα όρια. Κάθε φορά τα απαιτούμενα δεδομένα στα όρια εξαρτώνται από το είδος των οριακών συνθηκών και τα φυσικά μοντέλα τα οποία έχουμε ενεργοποιήσει στον κώδικα. Η βασική λογική έγκειται στο ότι θα πρέπει να γνωρίζουμε την απαιτούμενη πληροφορία στα όρια, ώστε να καθορίζουμε τα όρια σε τέτοιες θέσεις όπου γνωρίζουμε την πληροφορία αυτή ή μπορούμε να την υπολογίσουμε/ υποθέσουμε.

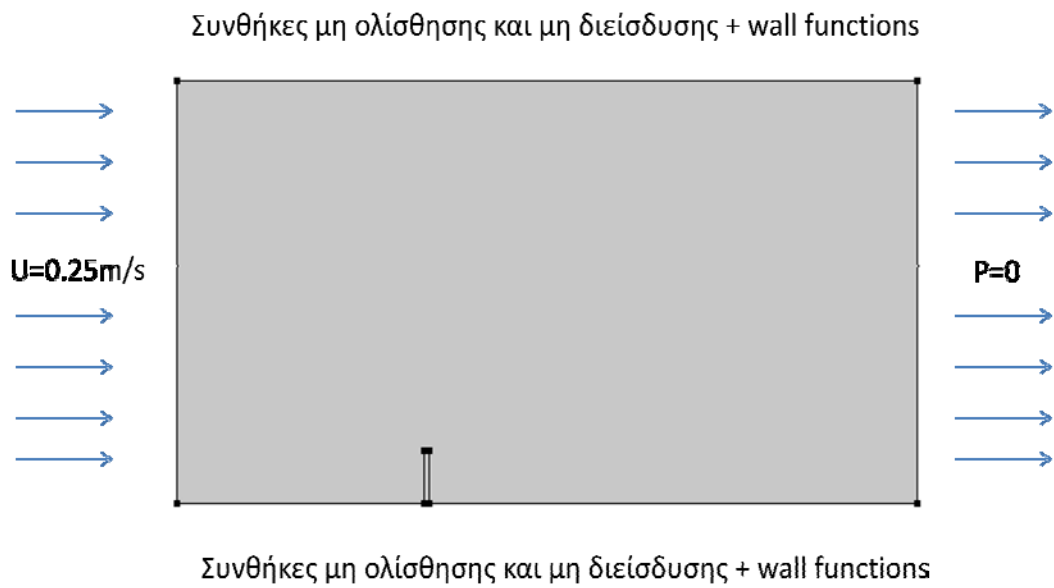
Για την κατανόηση της παραπάνω λογικής μπορούμε να θεωρήσουμε το παρακάτω παράδειγμα: Υποθέτουμε ανοιχτό αγωγό στον πυθμένα του οποίου παρεμβάλλεται εμπόδιο.

Ζητάμε την κατανομή των παραμέτρων της ροής πίσω από το εμπόδιο. Υπάρχουν, λοιπόν, δύο πιθανές περιπτώσεις στην τοποθέτηση της εισόδου.

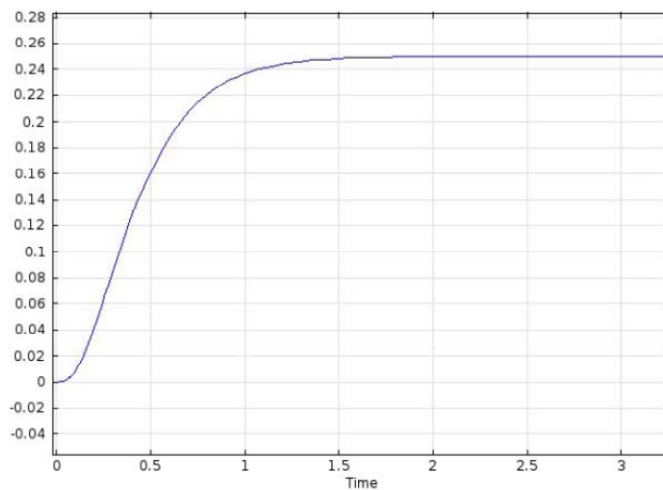
(1) Η είσοδος μπορεί να τοποθετηθεί αρκετά ανάντη του εμποδίου (σε απόσταση τουλάχιστον ίση με το μήκος εισόδου). Θα χρησιμοποιηθεί ομοιόμορφο προφίλ για την κατανομή της ταχύτητας και αυτή θα αναπτυχθεί μέσα στο μήκος εισόδου/ αναπτύξεως (entrance length). Διαφορετικά, μπορεί να μην

χρησιμοποιηθεί μήκος εισόδου αλλά(2) να δοθεί το ακριβές πλήρως αναπτυγμένο προφίλ της ταχύτητας λίγο πριν το εμπόδιο. Και στις δύο περιπτώσεις η ποιότητα των αποτελεσμάτων που θα εξάγουμε θα είναι ακριβώς η ίδια με τη διαφορά ότι στην πρώτη περίπτωση θα απαιτηθούν περισσότερα υπολογιστικά κελιά(cells) άρα και υψηλότερο υπολογιστικό κόστος, ενώ στη δεύτερη περίπτωση απαιτείται η ακριβής γνώση του προφίλ της ταχύτητας μόλις ανάντη του εμποδίου. Σε συνδυασμό με τα παραπάνω και προκειμένου να επιτυγχάνεται καλύτερη σύγκλιση κατά την επίλυση θα πρέπει, όσο το δυνατόν, να επιλέγονται τα όρια έτσι ώστε η ροή είτε να εισέρχεται ή να εξέρχεται από το υπολογιστικό πεδίο. Επίσης, καλό θα είναι να μην υπάρχουν μεγάλες μεταβολές κάθετα στα όρια, αφού κάτι τέτοιο μάλλον φανερώνει κακό "στήσιμο" του προβλήματος. Με την επιλογή κάθε οριακής συνθήκης θα πρέπει να καθορίσουμε και τις τιμές των παραμέτρων που εκφράζουν την συγκεκριμένη οριακή συνθήκη. Για παράδειγμα η επιλογή της οριακής συνθήκης velocity inlet επιβάλλει τον καθορισμό του μέτρου της ταχύτητας κάθετα στο όριο ή των συνιστωσών της ή διαφορετικά το μέτρο και την διεύθυνσή της. Το προφίλ της ταχύτητας τότε θεωρείται ομοιόμορφο. Είναι δυνατόν να εισάγει κανείς και το πλήρως αναπτυγμένο προφίλ της ταχύτητας, ως εναλλακτική λύση, χρησιμοποιώντας κατάλληλη υπορουτίνα. Ωστόσο και στις δύο περιπτώσεις απαιτείται ο καθορισμός στο όριο των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (turbulent kinetic energy) καθώς και της τυρβώδους ανάλωσης (turbulence dissipation rate), αναλόγως με το μοντέλο προσομοίωσης της τύρβης που επιλέγεται στον κώδικα. Αντίστοιχα ορίζονται οι παράμετροι και των άλλων οριακών συνθηκών.

Στην είσοδο του νερού καθορίστηκαν ομοιόμορφες κατανομές της τυρβώδους κινητικής ενέργειας καθώς και της αναλώσεως της τυρβώδους κινητικής ενέργειας με τιμές αντίστοιχα $k_0 = 0.005 \text{ m}^2/\text{s}^2$ και $\epsilon_0 = 0.005 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

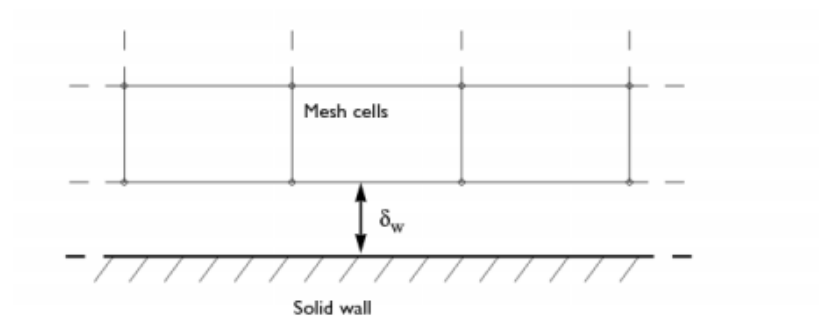
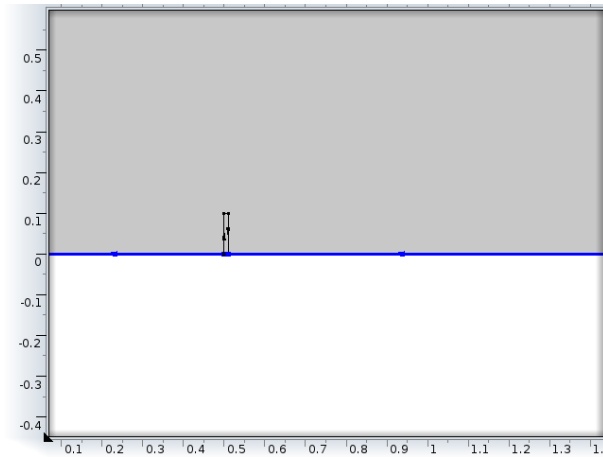


Είσοδος ρευστού



Σχήμα 6. Η μεταβολή της ταχύτητας εισόδου με το χρόνο που χρησιμοποιήθηκε στις υπολογιστικές προσομοιώσεις.

Τοίχος



$$u_{fluid,tang} = u_{fluid} - (u_{fluid} \cdot n)n$$

$$\nabla k \cdot n = 0$$

$$\varepsilon = -\rho \frac{C_\mu k^2}{\kappa_v \delta_w^+ \mu}$$

Ανεξαρτησία πλέγματος

Πίνακας 1. Επίδραση πυκνότητας πλέγματος στα ταλαντωτικά χαρακτηριστικά ($\rho= 1000\text{kg/m}^3$, $E =0.5 \text{ GPa}$,)

Περίπτωση	Δx	Courant number	$f^*=f_{St}/f_N$	A_{rms}/H	A_{max}/H	f_X/f_N
M1	0.03	0.08	1.04	0.155	0.225	2.09
M2	0.015	0.16	1.04	0.16	0.23	2.2

Πίνακας 2. Επίδραση πυκνότητας πλέγματος στα ρευστοδυναμικά χαρακτηριστικά ($\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $E =0.5 \text{ GPa}$,)

Περίπτωση	Δx	Courant number	f_S/f_N	f_S/f_X	f_R/f_N	\bar{C}_x	C'_x
M1	0.03	0.08	1.04	0.5	2.18	4.56	0.944
M2	0.015	0.16	1.04	0.4	2.21	4.85	1.124

Περιπτώσεις υπολογιστικών προσομοιώσεων

Πίνακας 3. Περιπτώσεις υπολογιστικών προσομοιώσεων

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ		
Ιδιότητες ρευστού	ρ_f	1000 kg/m ³
	μ_f	0.001 Pa*s
	U_f	0.25 m/s
Ιδιότητες στερεού	ρ_s (μεταβαλλόμενο)	[7000,3000] Kg/m ³
	E_s (μεταβαλλόμενο)	[1,0.2] Gpa
	ν_s	0.33
Γεωμετρία	H	0.1 m
	W	0.01 m

Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Στον παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολογιστικών προσομοιώσεων που έγιναν κατά τη διάρκεια της εργασίας. Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για σταθερό εμπόδιο σε αριθμό Reynolds 25000. Στην συνέχεια εξετάζεται η επίδραση της ελαστικότητας του εμποδίου και ξεχωριστά η επίδραση της πυκνότητας του για σταθερό αριθμό Reynolds.

Ροή πάνω από σταθερό εμπόδιο

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά για τυρβώδη ροή πάνω από σταθερό εμπόδιο όπως προέκυψαν από την υπολογιστική προσομοίωση παρουσιάζονται στον πίνακα 4.

Το πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου σταθερού εμποδίου παρουσιάζεται στο Σχήμα 8 για διαφορετικές στιγμές στη διάρκεια ενός περιοδικού κύκλου κατά την εξέλιξη του φαινομένου έκλυσης δινών από το ελεύθερο άκρο. Παρατηρείται ότι δημιουργείται ένας πρωτεύων στρόβιλος πίσω από το εμπόδιο ο οποίος μεγαλώνει σταδιακά σε μέγεθος και τελικά αποκόπτεται από το εμπόδιο καθώς σχηματίζεται ένας δευτερεύων στρόβιλος στη βάση του εμποδίου. Όταν συμβαίνει η αποκοπή του πρωτεύοντος στρόβιλου αυτός συμπαρασύρει μαζί του τον δευτερεύων στρόβιλο ο οποίος κινείται παράλληλα με το έδαφος. Δηλαδή, σχηματίζονται δύο στρόβιλοι σε κάθε περίοδο, ένας πρωτεύων και ένας δευτερεύων, σε συμφωνία με τους Fragos et al. (2007).

Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας ομόρρου σταθερού εμποδίου παρουσιάζεται στο Σχήμα 7. Παρατηρείται ότι το μέτρο της ταχύτητας είναι χαμηλό στο κέντρο των δημιουργούμενων στροβίλων καθώς επίσης και στην περιοχή μπροστά από το εμπόδιο λόγω ανακοπής της ροής. Η ζώνη χαμηλής ταχύτητας είναι καλά καθορισμένη στους πρωτεύοντες στροβίλους ενώ εμφανίζει περισσότερο πολύπλοκη δομή στους δευτερεύοντες καθώς επηρεάζεται από την ύπαρξη οριακού στρώματος επάνω από το έδαφος.

Στο Σχήμα 9 παρουσιάζεται η χρονική εξέλιξη της u συνιστώσας της ταχύτητας σε τέσσερις διαφορετικές θέσεις πίσω από το ελεύθερο άκρο του εμποδίου (δύο λίγο πιο πάνω και δύο λίγο πιο κάτω). Όπως φαίνεται, η ταχύτητα σε όλα τα σημεία εμφανίζει περιοδικότητα για χρόνους $t > 60$ s. Στη μια από τις θέσεις που εξετάστηκε που εμφανίζεται με κόκκινο χρώμα στο σχήμα, η ταχύτητα εμφανίζει μια επιπρόσθετη απότομη διακύμανση όταν είναι κοντά στην ελάχιστη τιμή της που είναι χαρακτηριστικό διαλείποντος σήματος (intermittency). Αυτό το φαινόμενο παρουσιάζεται συχνά σε στρώματα έντονης διάτμησης σε τυρβώδεις ροές.

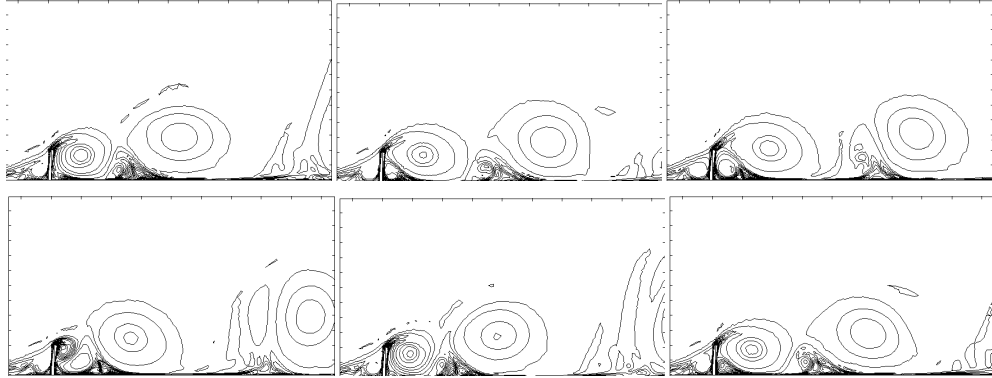
Στο Σχήμα 10 παρουσιάζεται η φασματική κατανομή της ταχύτητας για τις τέσσερις διαφορετικές θέσεις. Τα χρώματα είναι τα ίδια όπως και για τα σημεία του προηγούμενου σχήματος. Παρατηρείται μια έντονη κορυφή σε μια κύρια χαρακτηριστική συχνότητα ίση με $f_s = 0.225$ Hz και σε αρκετές αρμονικές της κύριας για όλα τα σημεία, η οποία αντιστοιχεί πιθανόν στη συχνότητα έκλυσης στροβιλωδών δομών (δινών) από το ελεύθερο άκρο.

Στο Σχήμα 11 παρουσιάζονται οι δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό στο εμπόδιο κατά τη διεύθυνση της ροής, F_x , και κάθετα σε αυτή, F_y . Η δύναμη αντίδρασης F_x είναι πολύ μεγαλύτερη από την F_y η οποία είναι σχεδόν αμελητέα. Όπως είναι αναμενόμενο, η F_x εμφανίζει κάποιες σχεδόν επαναλαμβανόμενες διακυμάνσεις οι οποίες οφείλονται στην περιοδικότητα του φαινομένου έκλυσης δινών από το ελεύθερο άκρο.

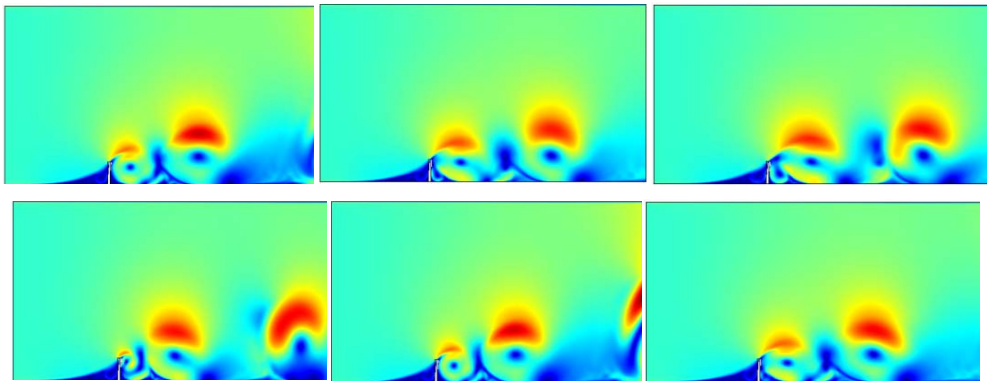
Στο Σχήμα 12 παρουσιάζεται η φασματική κατανομή των δυνάμεων αντίδρασης. Η φασματική κατανομή της F_y εμφανίζει μια μικρή κορυφή σε συχνότητα ίση με την f_s , δηλαδή στα 0.225 Hz. Ωστόσο, φασματική κατανομή της F_x εμφανίζει περισσότερες κορυφές με την μεγαλύτερη σε συχνότητα ίση με $2f_s$. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην δημιουργία δύο στροβίλων σε κάθε περιοδικό κύκλο όπως έχει ήδη αναφερθεί.

Πίνακας 4. Κύρια χαρακτηριστικά του πεδίου ροής πάνω από σταθερό εμπόδιο.

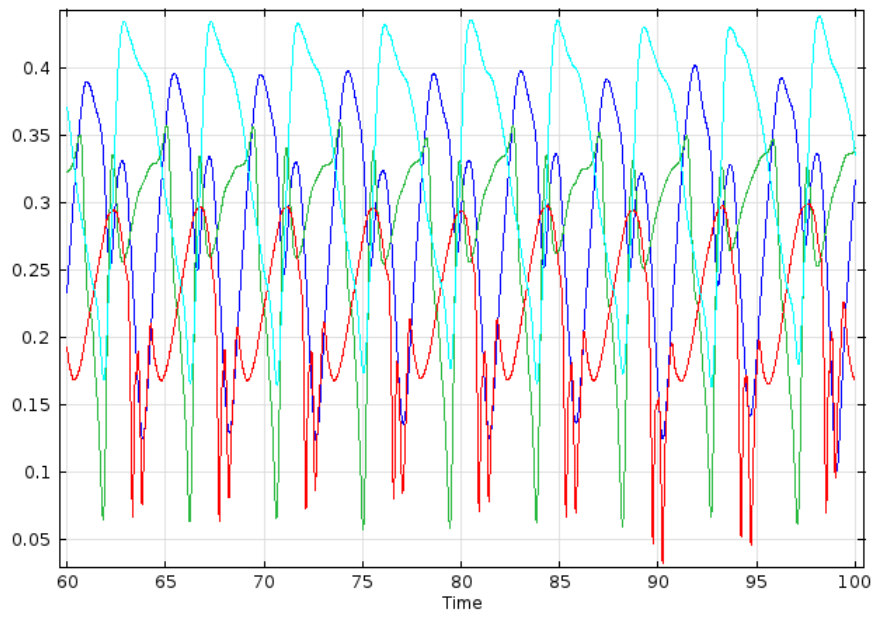
Χαρακτηριστικό	Τιμή
Αριθμός Reynolds, Re_h	25000
Αριθμός Strouhal, St	0.09
Συντελεστής αντίδρασης (μέση τιμή), \bar{C}_x	4.67
Συντελεστής αντίδρασης (τυπική απόκλιση), C'_x	0.95



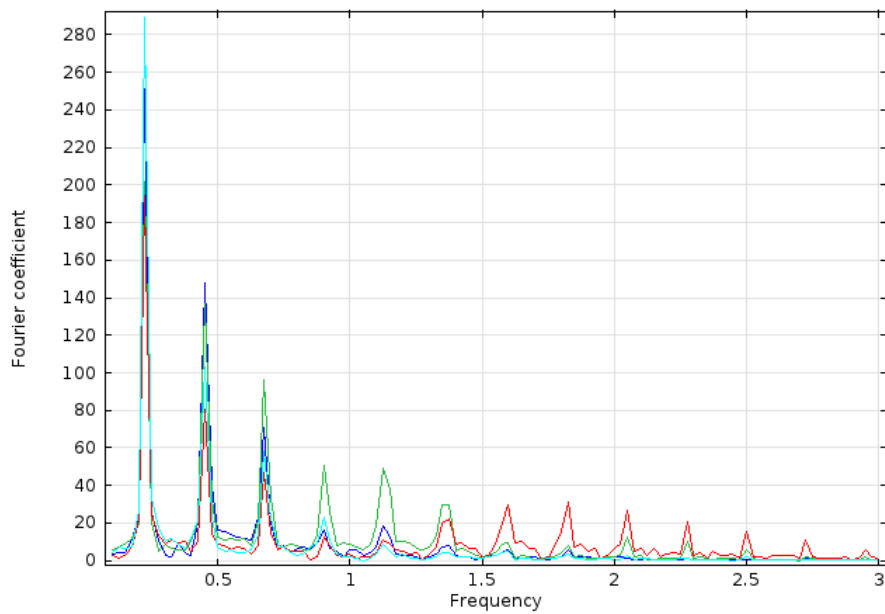
Σχήμα 7. Η κατανομή της στροβιλότητας στο πεδίο ροής στον ομόρρου σταθερού εμποδίου.



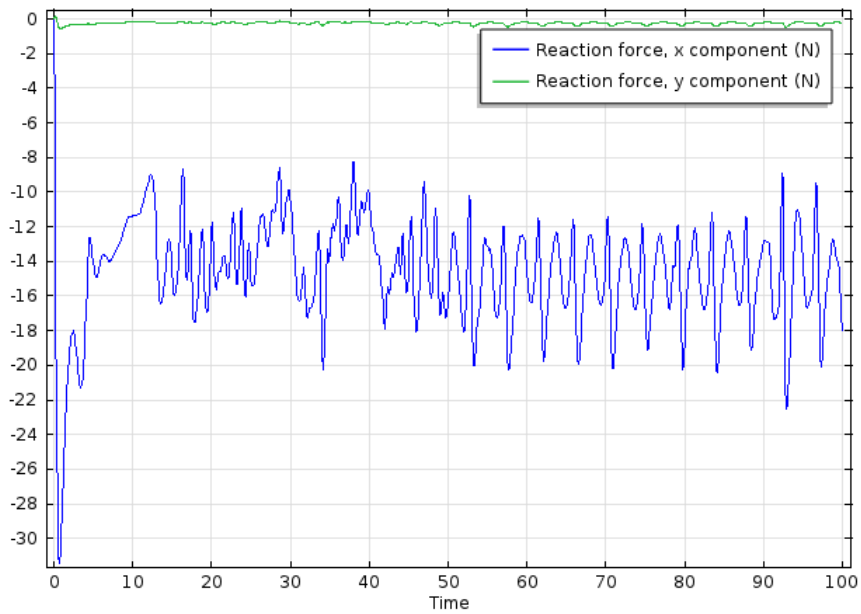
Σχήμα 8. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στο πεδίο ροής στον ομόρρου σταθερού εμποδίου.



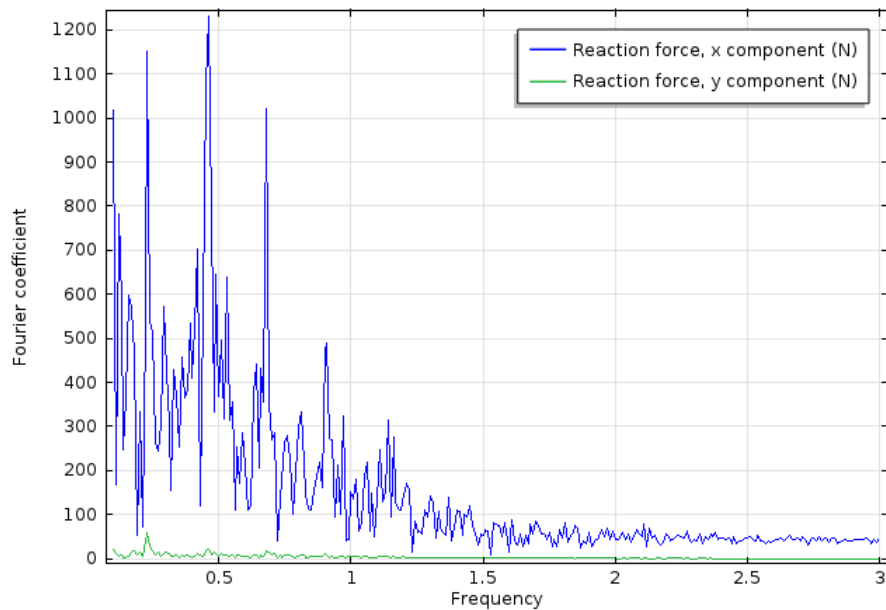
Σχήμα 9. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από σταθερό εμπόδιο.



Σχήμα 10. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από σταθερό εμπόδιο.



Σχήμα 11. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε σταθερό εμπόδιο κατά τη διεύθυνση της ροής και κάθετα σε αυτή.



Σχήμα 12. Φασματική κατανομή των δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε σταθερό εμπόδιο κατά τη διεύθυνση της ροής και κάθετα σε αυτή.

Ροή πάνω από ταλαντούμενο εμπόδιο

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από μια σειρά υπολογιστικών προσομοιώσεων που έχουν ως στόχο να μελετηθεί η επίδραση της ελαστικότητας και της πυκνότητας του εμποδίου. Σε αυτές τις περιπτώσεις το εμπόδιο αποκρίνεται ελεύθερα στις δυνάμεις που προκαλεί το ασταθές πεδίο ροής, δηλαδή εμφανίζονται ταλαντώσεις του άκρου του. Άρα μας ενδιαφέρει εδώ ο χαρακτηρισμός τόσο των ρευστοδυναμικών μεγεθών της ροής όσο και των ταλαντωτικών μεγεθών.

Επίδραση ελαστικότητας του εμποδίου

Η επίδραση του μέτρου ελαστικότητας του εμποδίου μελετήθηκε για τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5. Στον ίδιο πίνακα εμφανίζεται και η βασική ιδιοσυχνότητα του εμποδίου στο κενό, f_N , ή εντός ακίνητου ρευστού, f_N^* . Αυτές οι ιδιοσυχνότητες υπολογίστηκαν από την δυναμική ανάλυση της κατασκευής που είναι διαθέσιμο στο πακέτο Comsol Structural Dynamics. Η επίδραση του ακίνητου ρευστού λαμβάνεται υπόψη με την προσθήκη ενός όρου προστιθέμενης μάζας ρευστού. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν λαμβάνεται υπόψη το πεδίο ροής που μπορεί να δημιουργηθεί από την κίνηση του στερεού εμποδίου εντός του ρευστού.

Πίνακας 5. Περιπτώσεις που εξετάστηκαν για τη μελέτη της επίδρασης της ελαστικότητας του εμποδίου και σταθερή πυκνότητα.

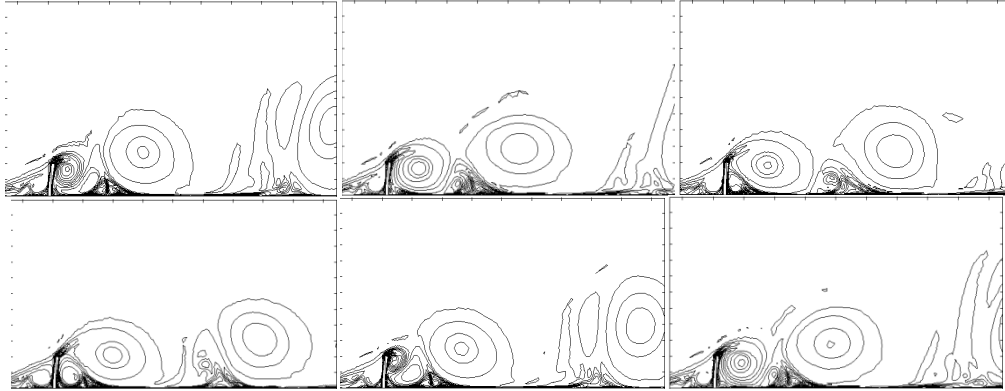
	E [Gpa]	f_N [Hz]	f_N^* [Hz]
E1	1.00	0.306	0.288
E2	0.54	0.225	0.201
E3	0.50	0.215	0.211
E4	0.20	0.136	0.128

Όπως φαίνεται στον πίνακα και είναι αναμενόμενο από την εξίσωση (3), η ιδιοσυχνότητα μεταβάλλεται με τη ρίζα του μέτρου ελαστικότητας. Η επίδραση της προστιθέμενης μάζας είναι να μειώσει την ιδιοσυχνότητα του εμποδίου. Γενικά, αναμένεται ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ ρευστού—στερεού γίνεται σημαντική όταν η συχνότητα έκλυσης δινών (στροβίλων) είναι κοντά είτε στην μία είτε στην άλλη ιδιοσυχνότητα.

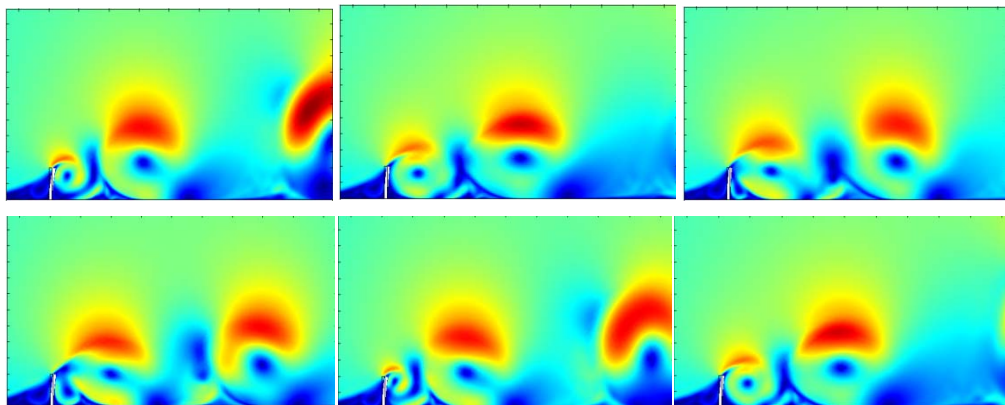
Τα αποτελέσματα από τις διάφορες υπολογιστικές προσομοιώσεις παρουσιάζονται σε διαγράμματα από το Σχήμα 13 έως το Σχήμα 44. Κάποια σχόλια δίνονται παρακάτω για κάθε περίπτωση ξεχωριστά.

Περίπτωση E1. Σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα είναι παρόμοια όπως και στην περίπτωση σταθερού εμποδίου. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της δύναμης αντίδρασης είναι ελαφρά αυξημένες ως προς τις αντίστοιχες για σταθερό εμπόδιο. Το ελεύθερο άκρο ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος ίσο με 13% περίπου του ύψους του εμποδίου. Η ταλάντωση είναι επαναλαμβανόμενη παρά το ότι το πεδίο ροής είναι τυρβώδες. Η κύρια συχνότητα της δύναμης αντίδρασης ισούται με αυτή της ταλάντωσης του ελεύθερου άκρου. Η συχνότητα ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής αλλά είναι ίση με το διπλάσιο της συχνότητας έκλυσης στροβίλων, το οποίο δείχνει ότι και ο δευτερεύων στρόβιλος δημιουργεί μια περιοδική διέγερση.

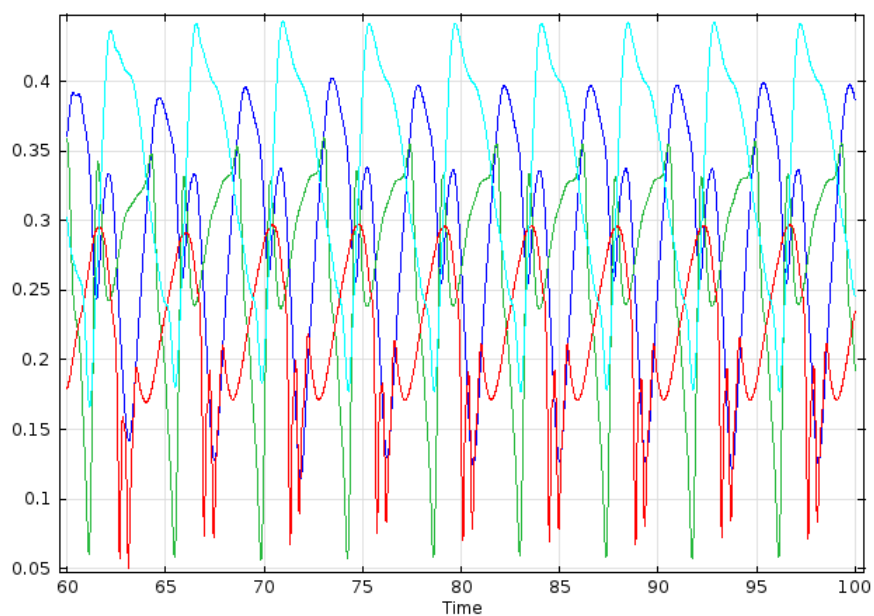
Περίπτωση E2. Θεωρητικά, αυτή είναι η περίπτωση που είναι πιο κοντά στο συντονισμό καθώς $f^* = 1.0$.



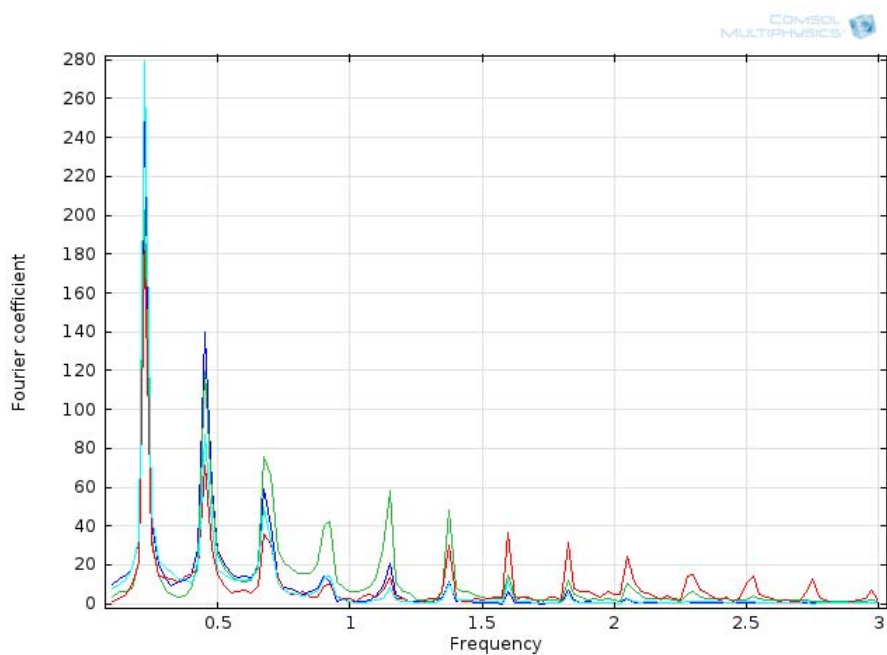
Σχήμα 13. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E1).



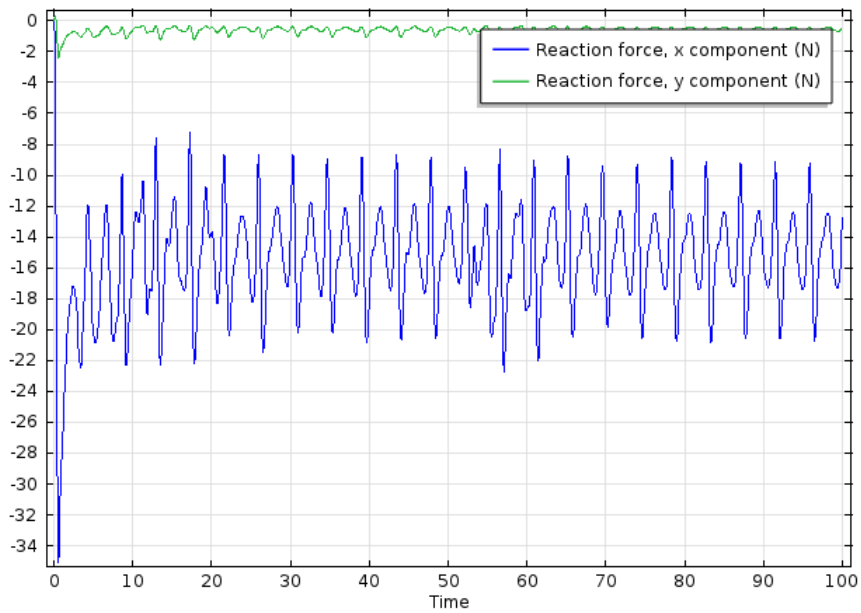
Σχήμα 14. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E1).



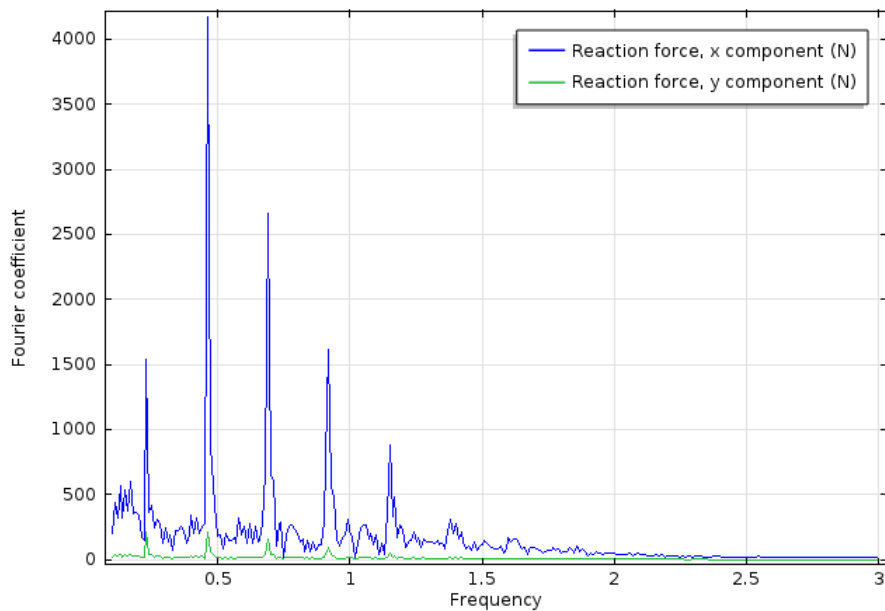
Σχήμα 15. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E1).



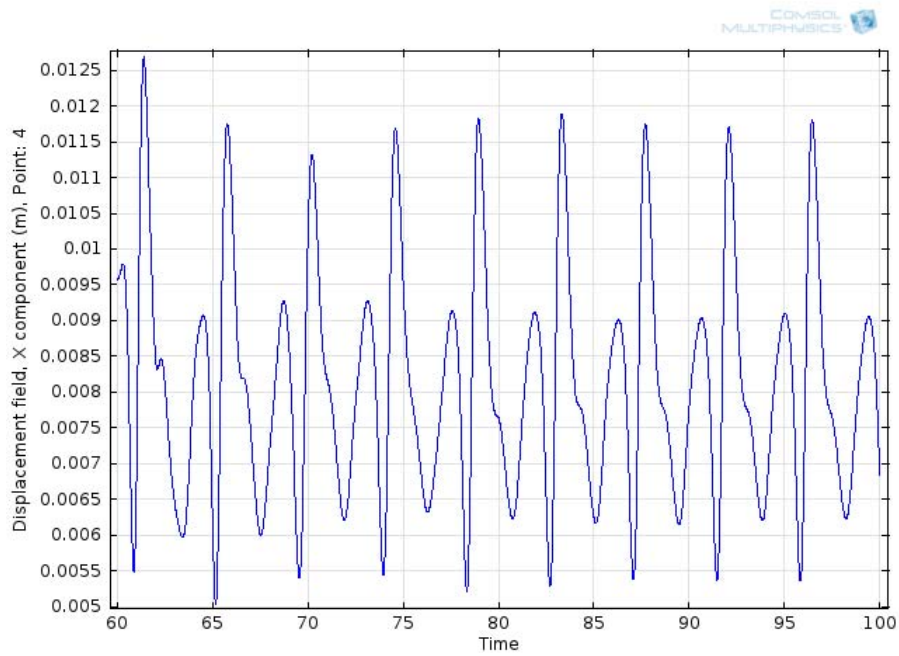
Σχήμα 16. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E1).



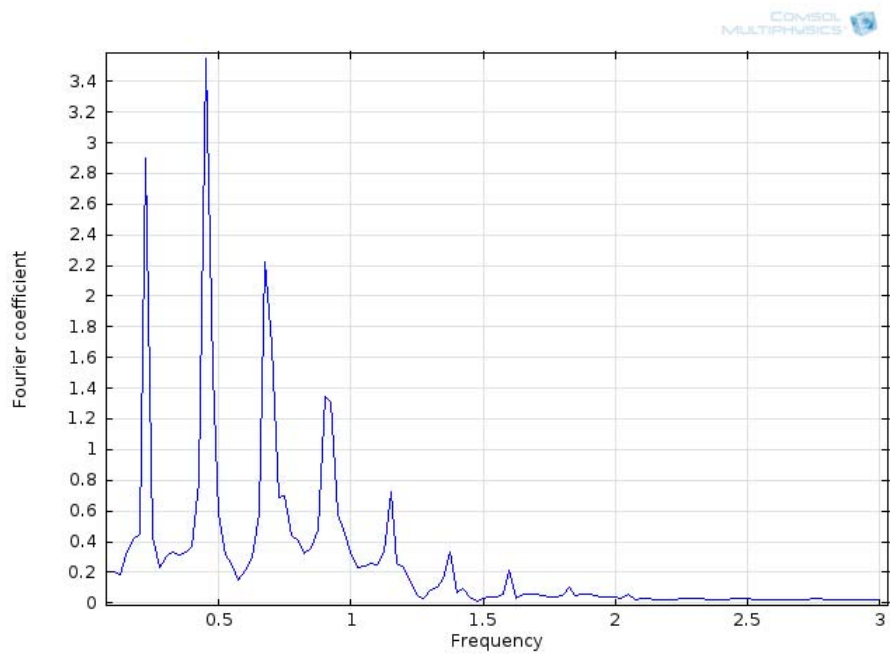
Σχήμα 17. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E1).



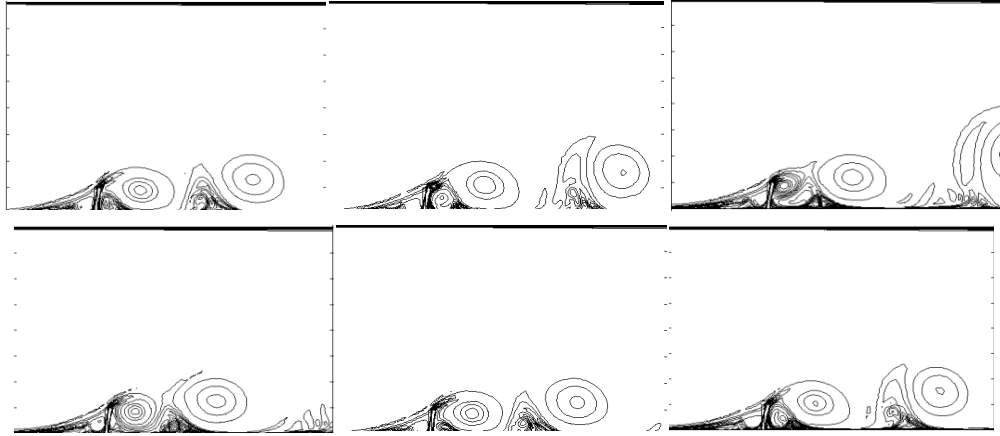
Σχήμα 18. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E1).



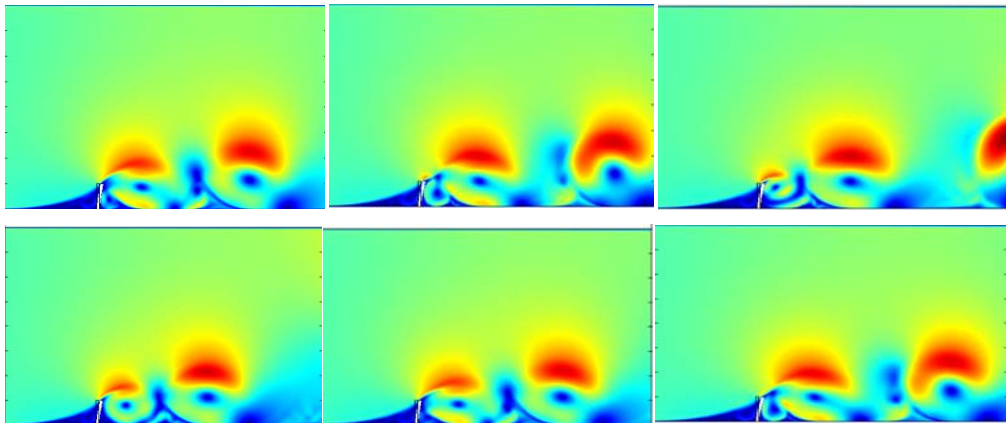
Σχήμα 19. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση E1).



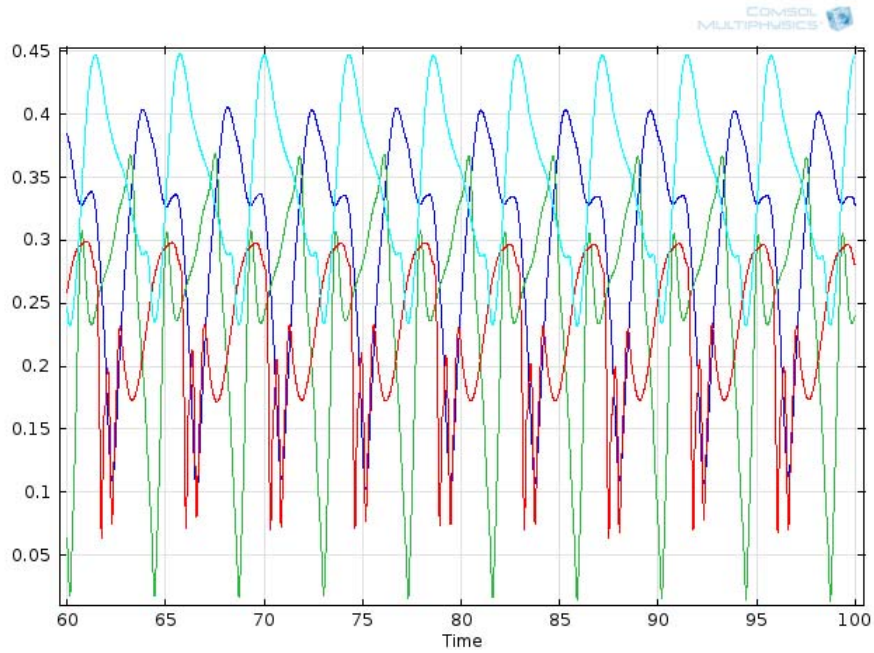
Σχήμα 20. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση E1).



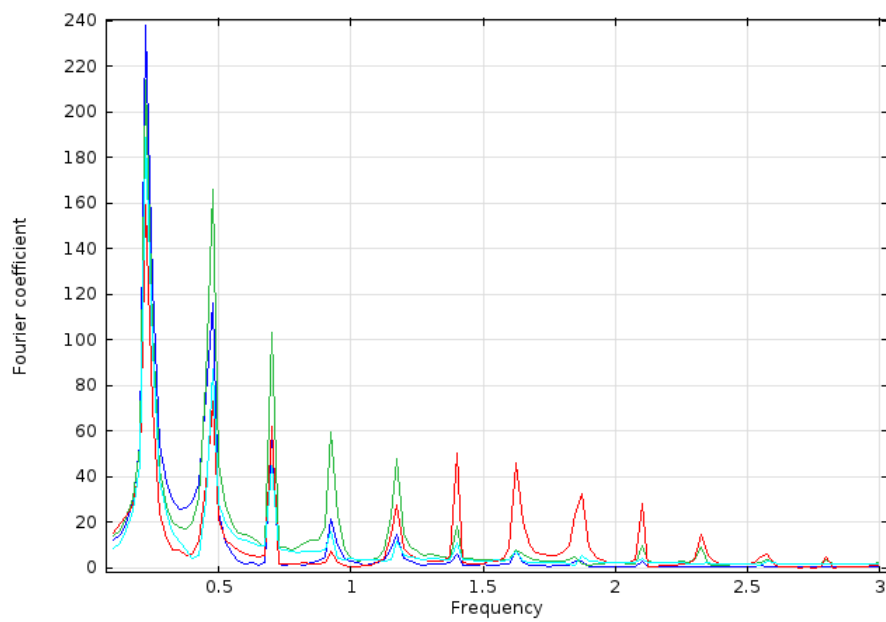
Σχήμα 21. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E2).



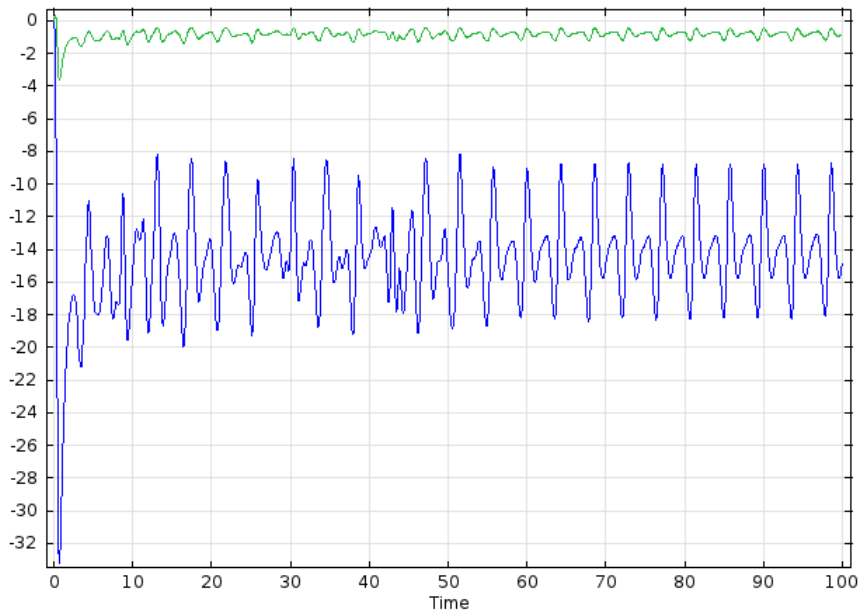
Σχήμα 22. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E2).



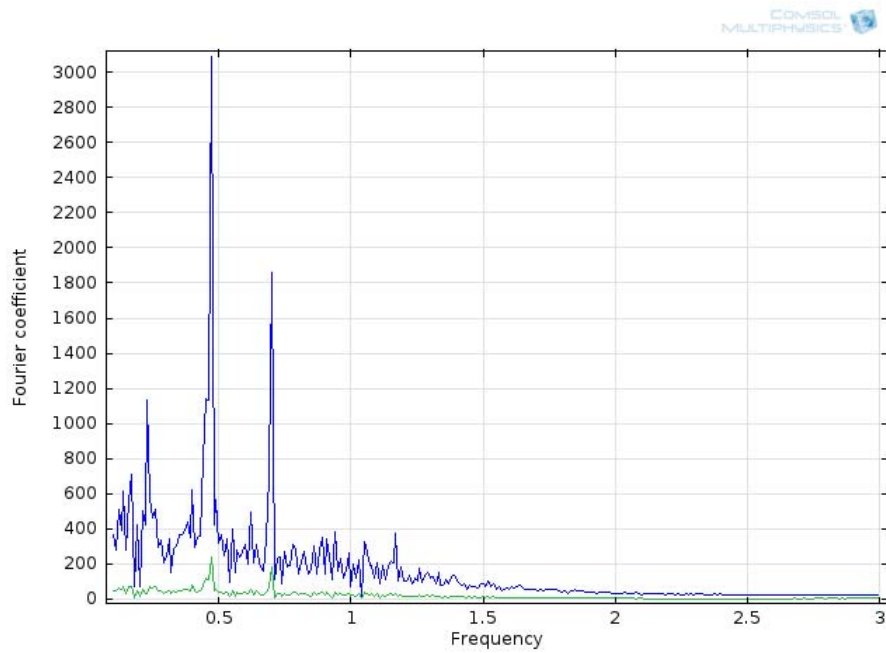
Σχήμα 23. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E2).



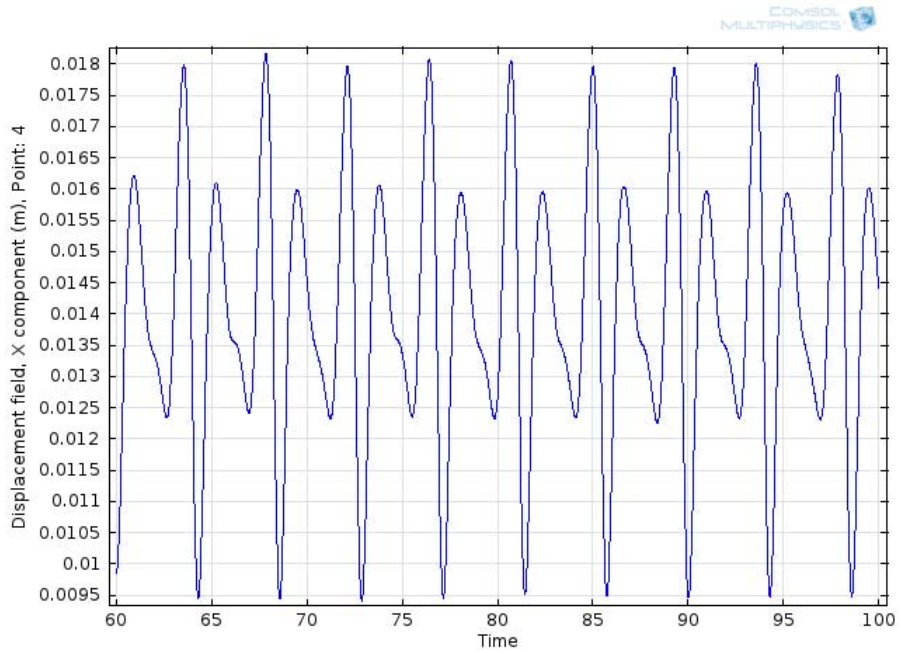
Σχήμα 24. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E2).



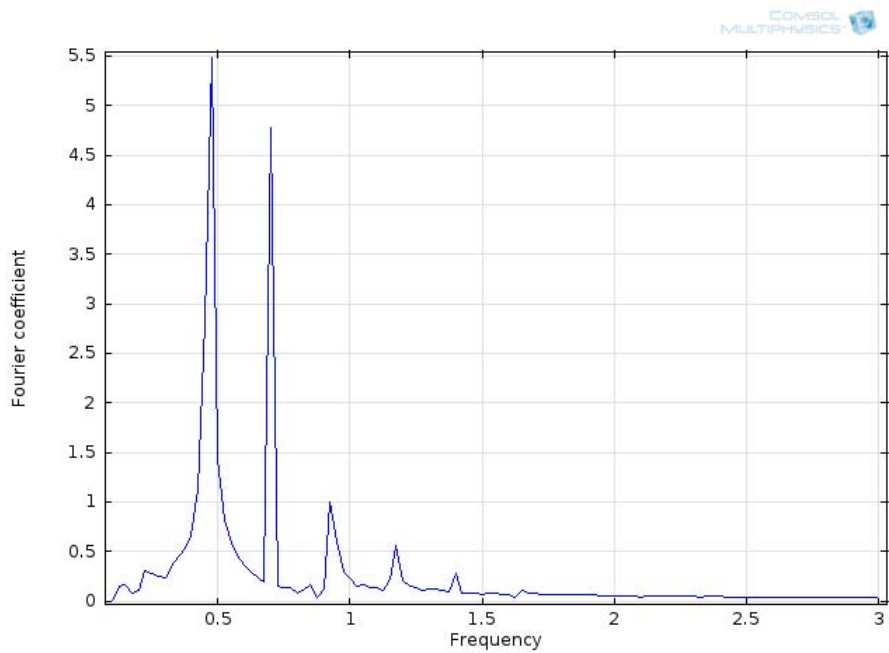
Σχήμα 25. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E2).



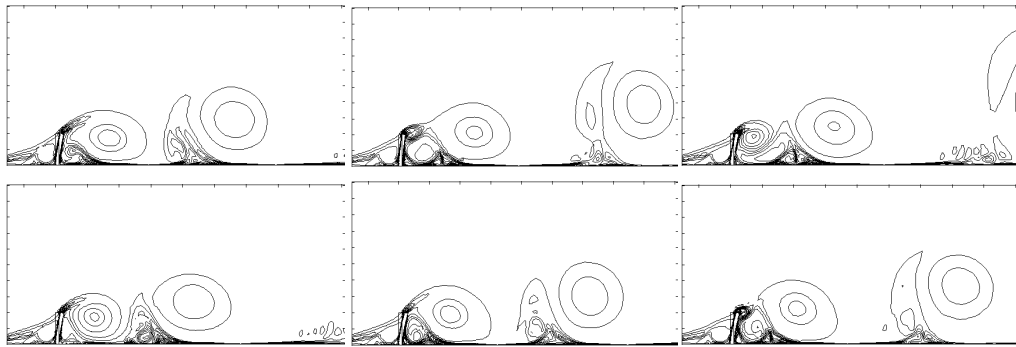
Σχήμα 26. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E2).



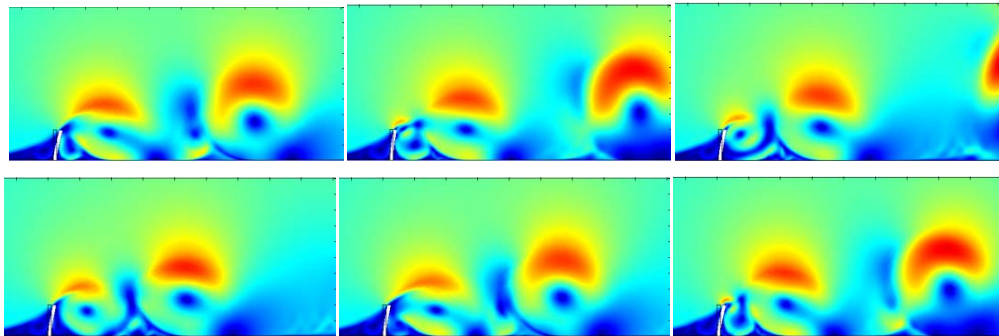
Σχήμα 27. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση E2).



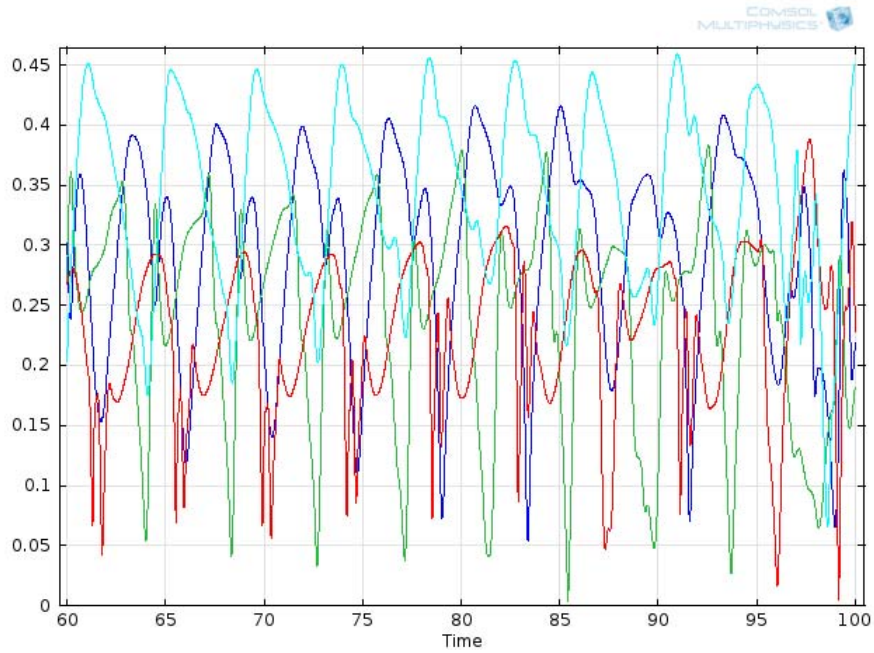
Σχήμα 28. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση E2).



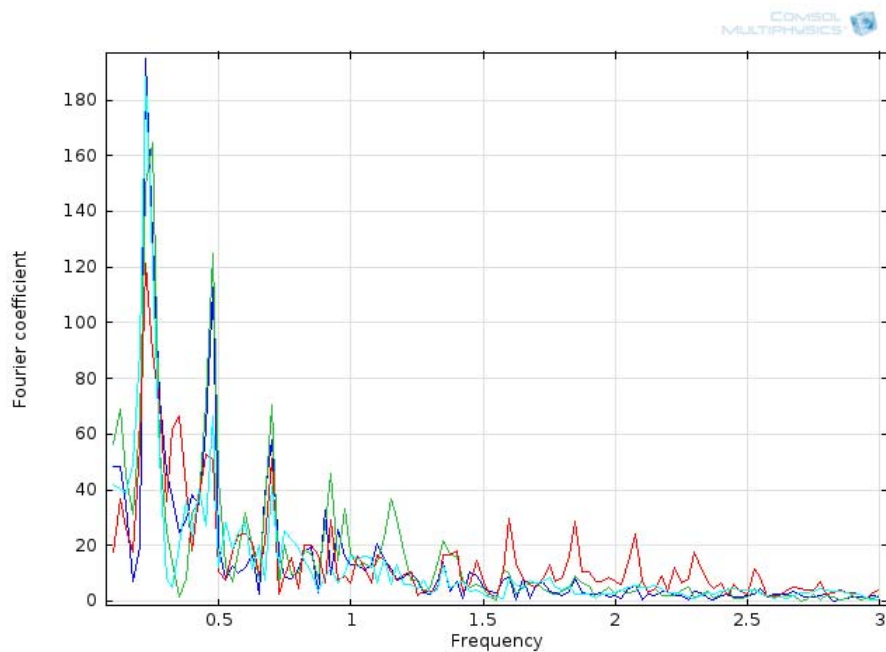
Σχήμα 29. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E3).



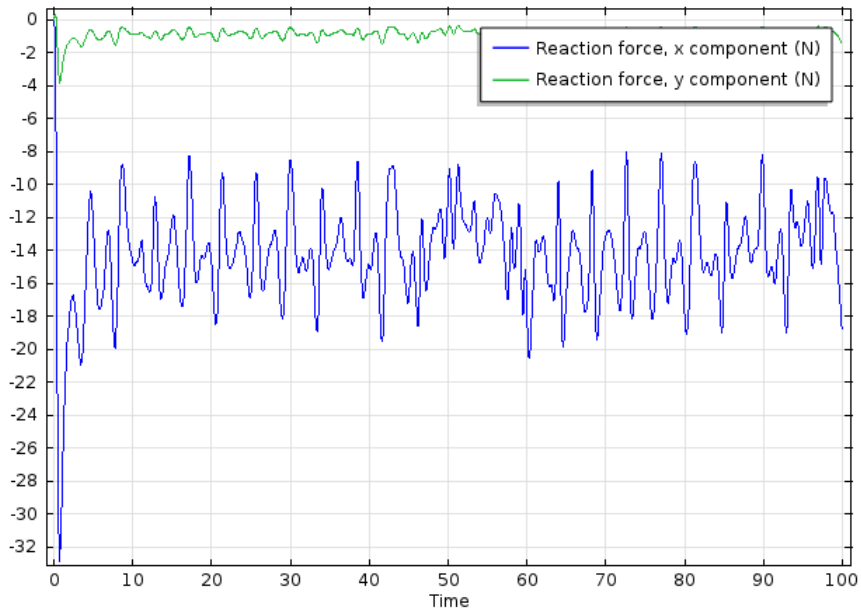
Σχήμα 30. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E3).



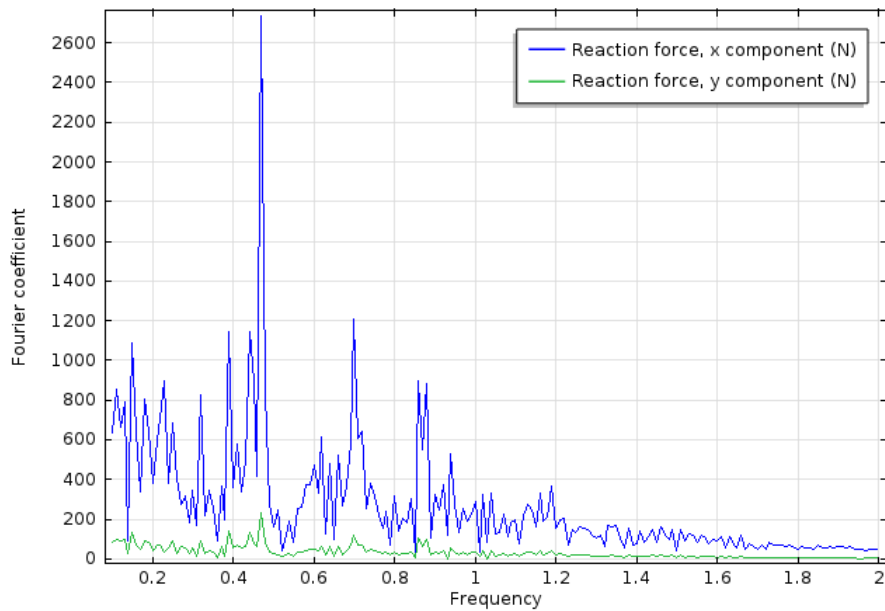
Σχήμα 31. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E3).



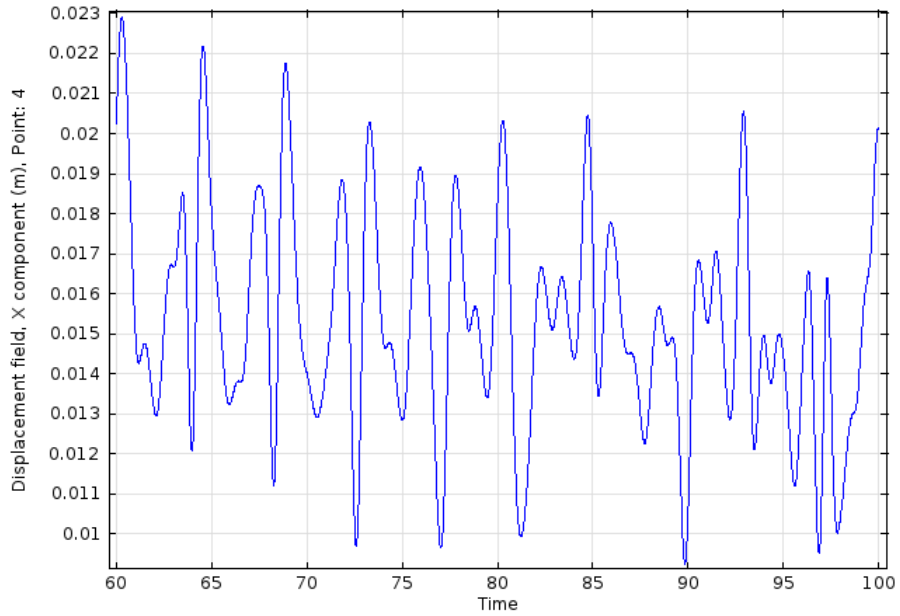
Σχήμα 32. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E3).



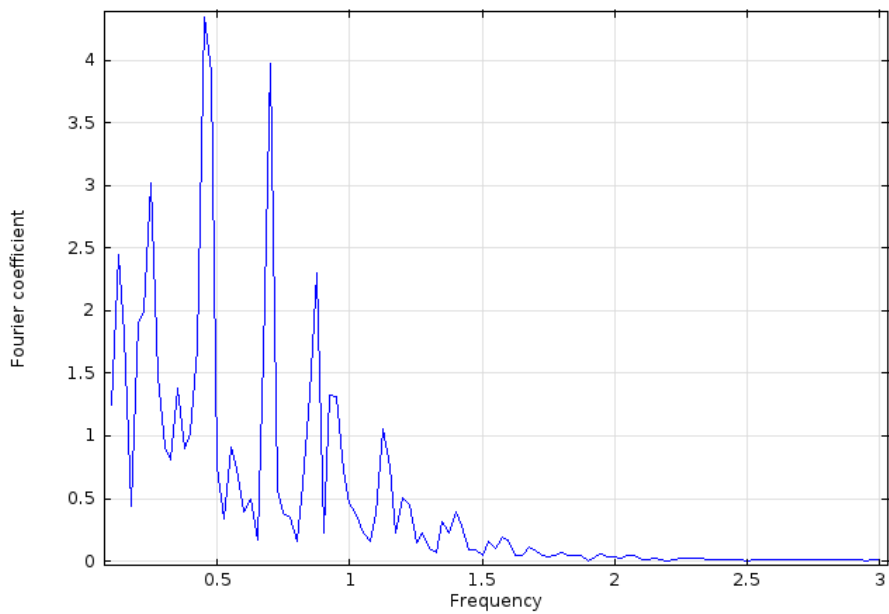
Σχήμα 33. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E3).



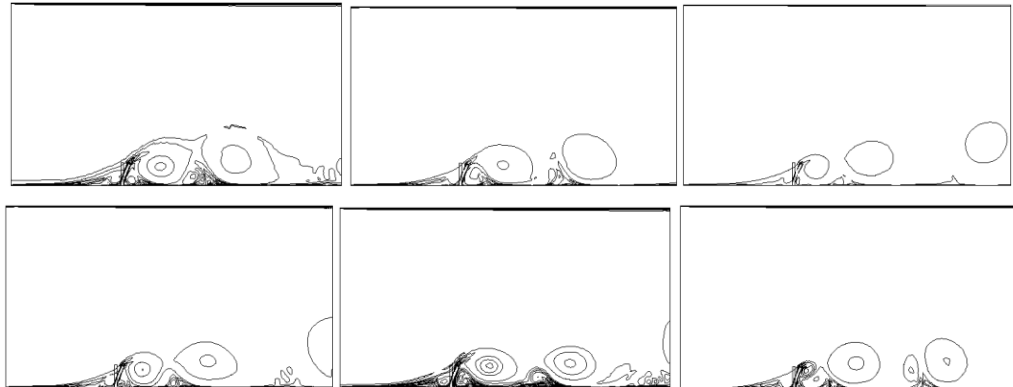
Σχήμα 34. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E3).



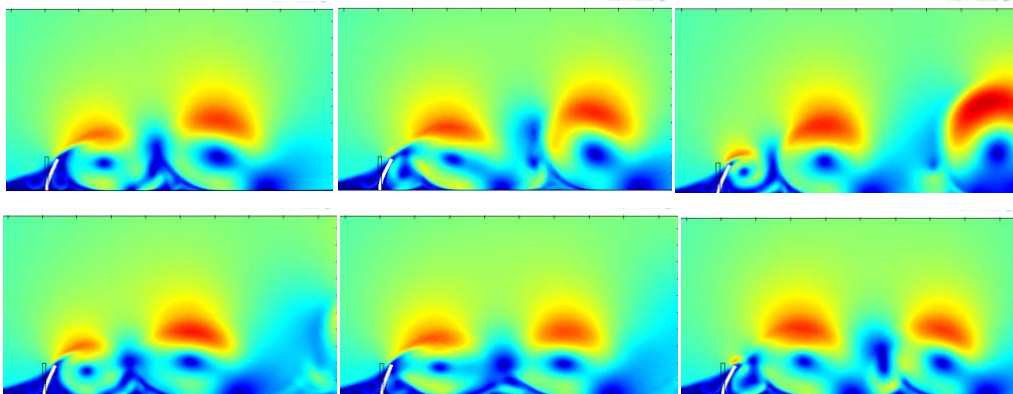
Σχήμα 35. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση E3).



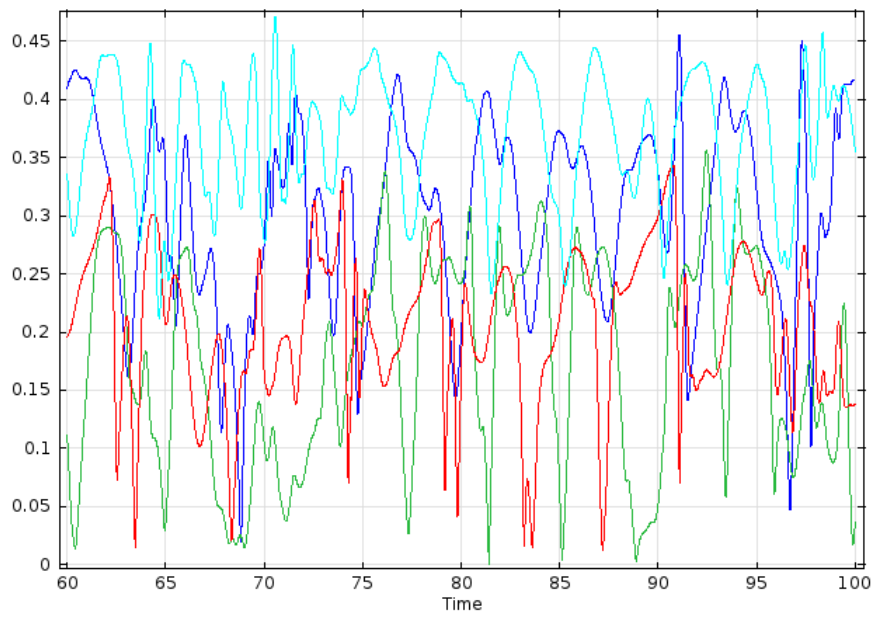
Σχήμα 36. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση E3).



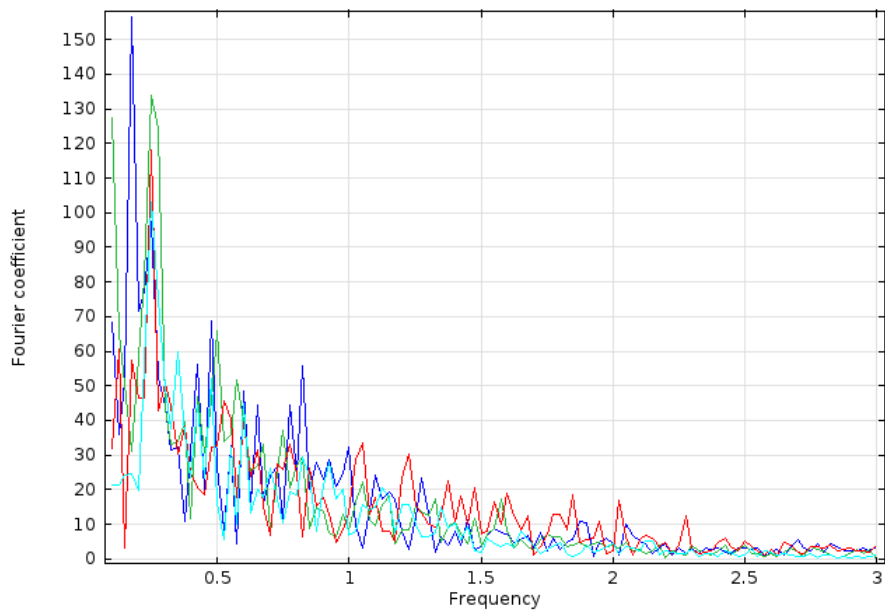
Σχήμα 37. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E4).



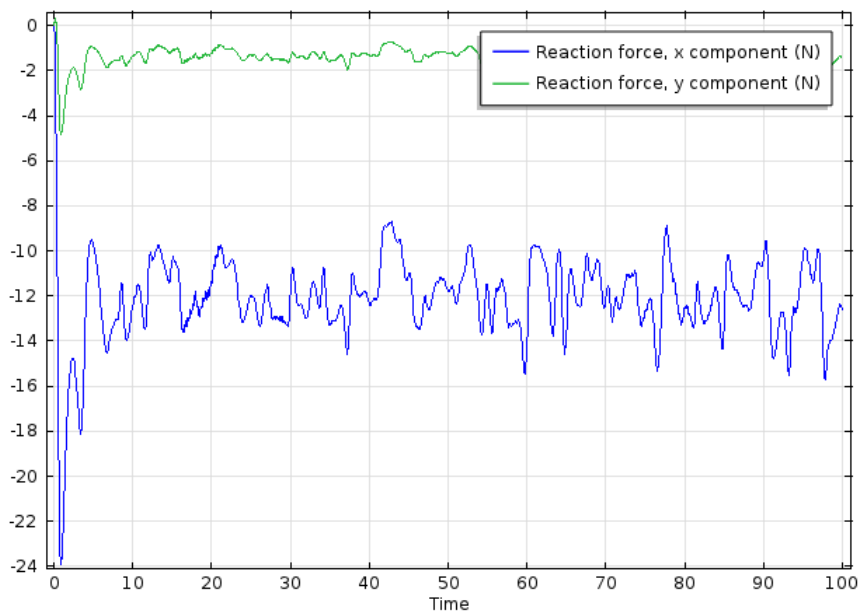
Σχήμα 38. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση E4).



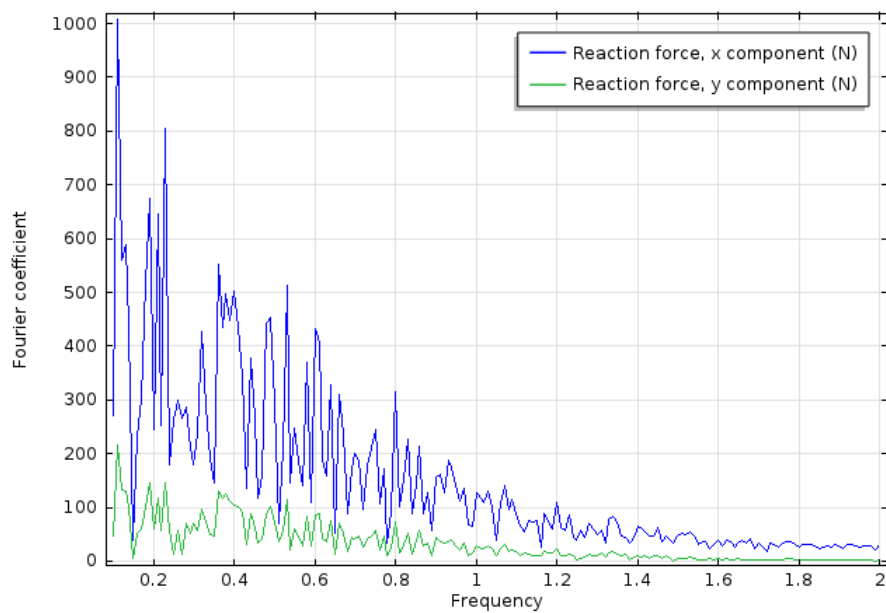
Σχήμα 39. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E4).



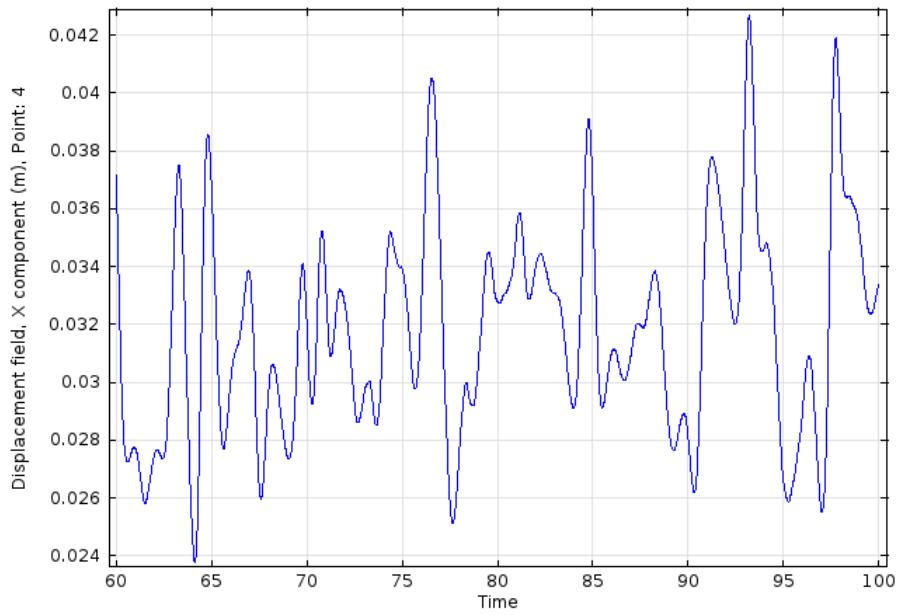
Σχήμα 40. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση E4).



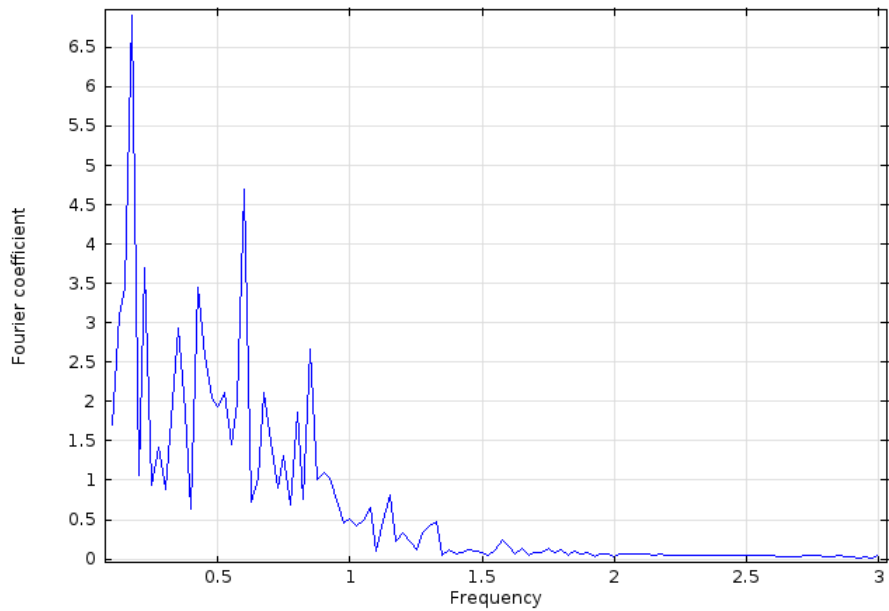
Σχήμα 41. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E4).



Σχήμα 42. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση E4).



Σχήμα 43. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση E4).



Σχήμα 44. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση E4).

Πίνακας 6. Ταλαντωτικά και ρευστοδυναμικά χαρακτηριστικά από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις για διαφορετικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας και σταθερή πυκνότητα εμποδίου ($\rho^* = 0.14$).

Περίπτωση	$f^* = f_{St}/f_N$	A_{max}/H	A_{ave}/H	A_{std}/H	f_x/f_N	f_s/f_N	f_s/f_x	f_R/f_N	\bar{C}_x	C_x'
E1	0.735 (0.78)	0.126	0.082	0.0161	1.47 (1.56)	0.75 (0.79)	0.51	1.47 (1.56)	4.94	1.080
E2	1.00 (1.06)	0.181	0.144	0.02	2.10 (2.24)	1.00 (1.06)	0.47	2.10 (2.25)	4.56	0.948
E3	1.04 (1.12)	0.229	0.153	0.027	2.09 (2.25)	1.05 (1.12)	0.50	2.18 (2.25)	4.51	0.944
E4	1.65 (1.75)	0.426	0.319	0.036	1.28 (1.36)	1.83 (1.95)	1.42	1.28 (1.36)	3.84	0.588

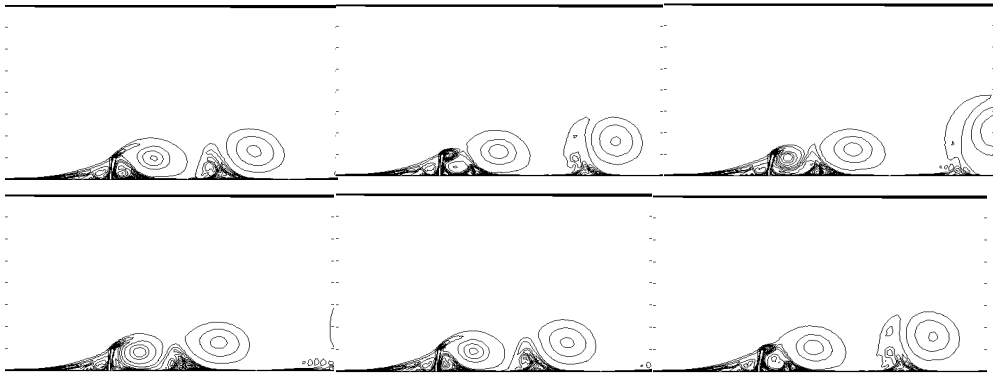
Επίδραση πυκνότητας εμποδίου

Η επίδραση της πυκνότητας μελετήθηκε για 3 περιπτώσεις όπου μειώνεται η πυκνότητα του εμποδίου. Στον πίνακα 7 παρουσιάζονται οι περιπτώσεις αυτές, η ιδιοσυχνότητα τους στο κενό και η ιδιοσυχνότητα τους με υπολογισμό προστιθέμενης μάζας (f_N^*).

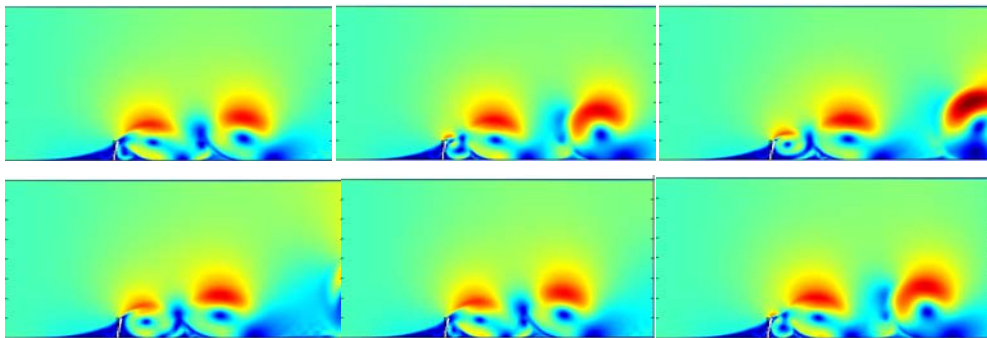
Πίνακας 7. Περιπτώσεις που εξετάστηκαν για τη μελέτη της επίδρασης της πυκνότητας του εμποδίου και σταθερό μέτρο ελαστικότητας ($E=0.5$ GPa).

Περίπτωση	ρ [Kg/m ³]	f_N [Hz]	f_N^* [Hz]
Π1	7000	0.215	0.211
Π2	5000	0.270	0.240
Π3	3000	0.350	0.302

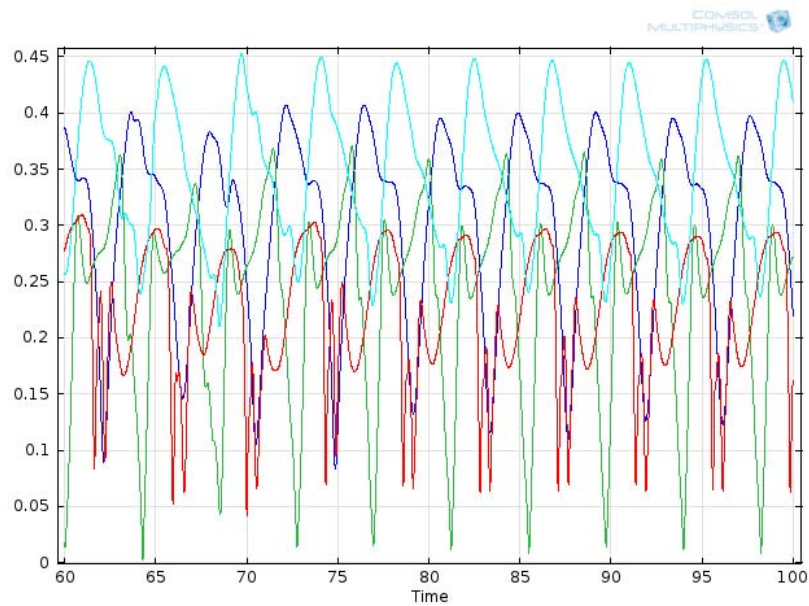
Τα αποτελέσματα από τις διάφορες υπολογιστικές προσομοιώσεις επίδρασης της πυκνότητας παρουσιάζονται σε διαγράμματα από το σχήμα 43 έως το σχήμα 56.



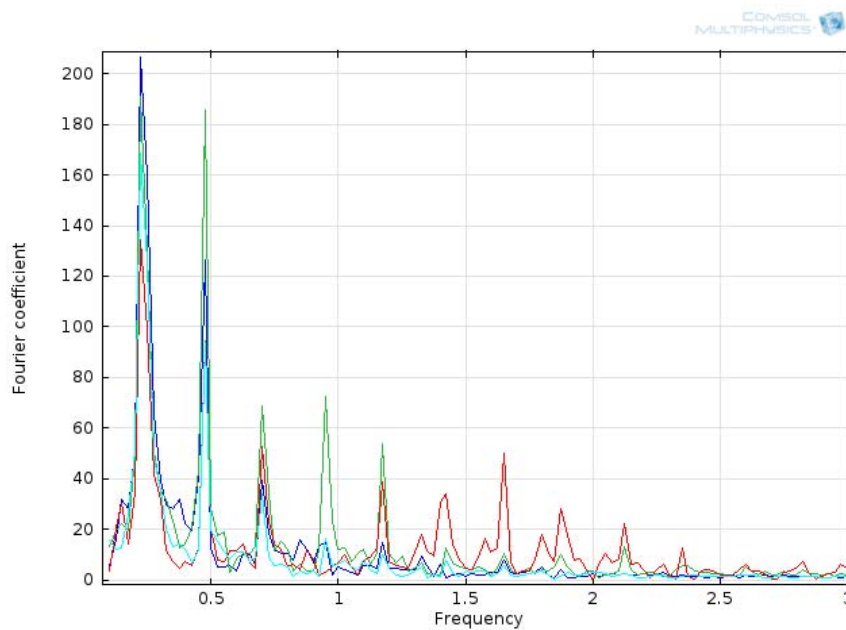
Σχήμα 43. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρο ελαστικού εμποδίου (περίπτωση Π2).



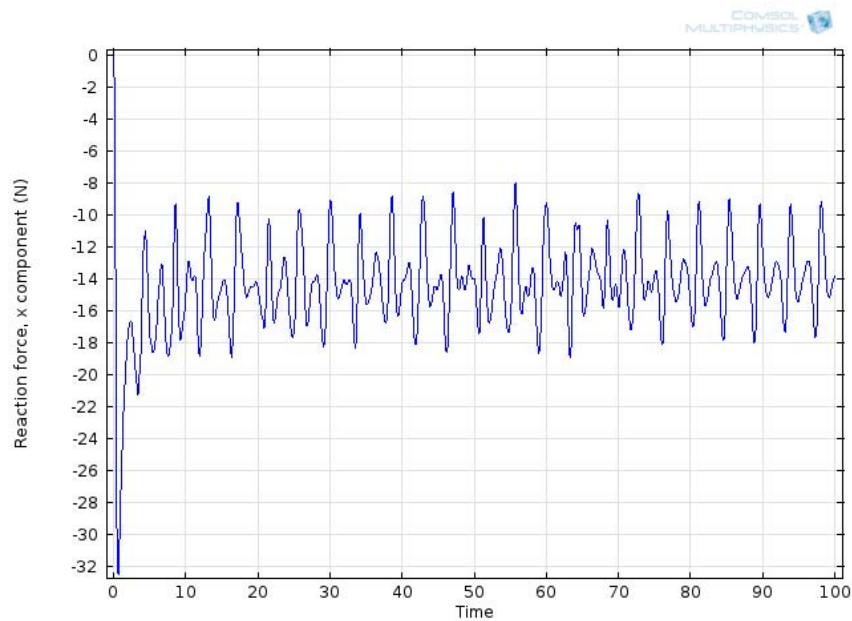
Σχήμα 44. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρο ελαστικού εμποδίου (περίπτωση Π2).



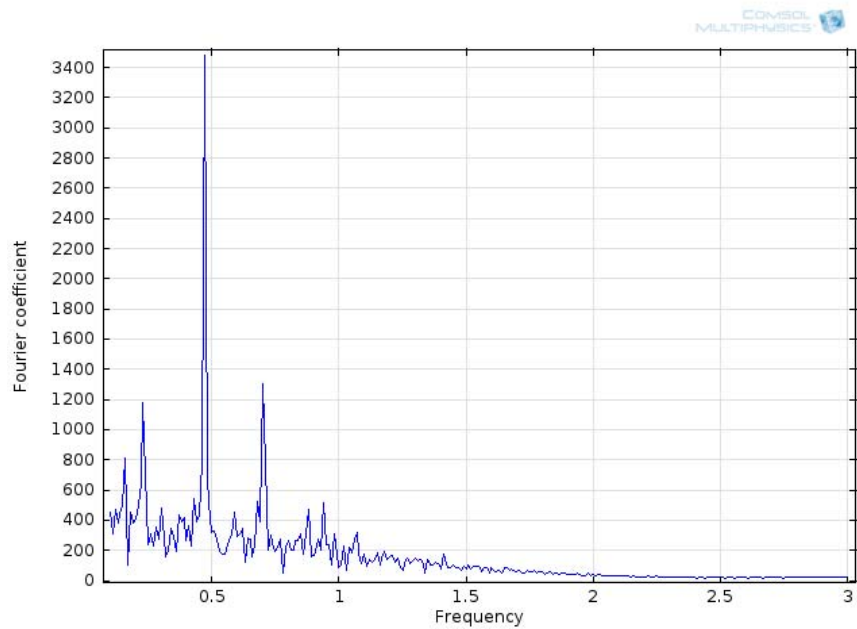
Σχήμα 45. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση Π2).



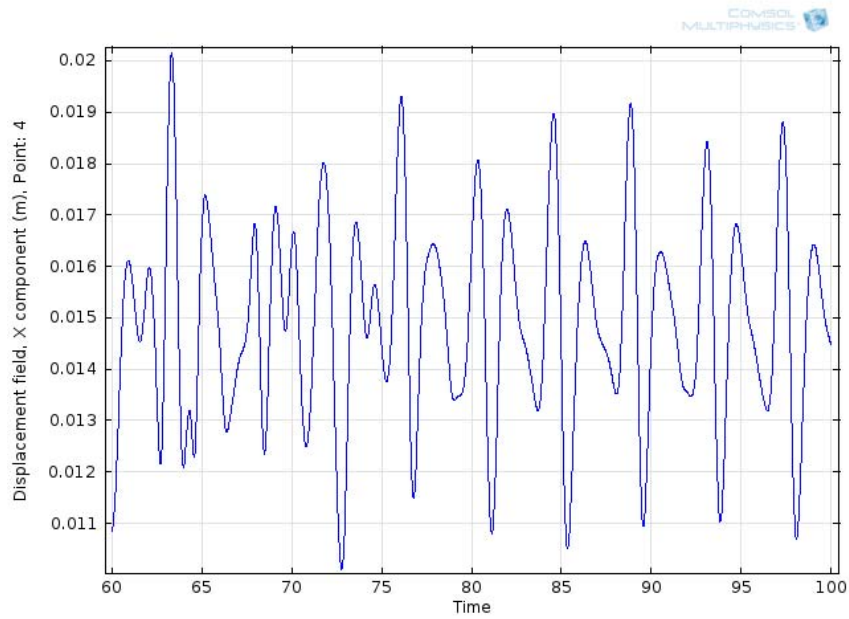
Σχήμα 46. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση Π2).



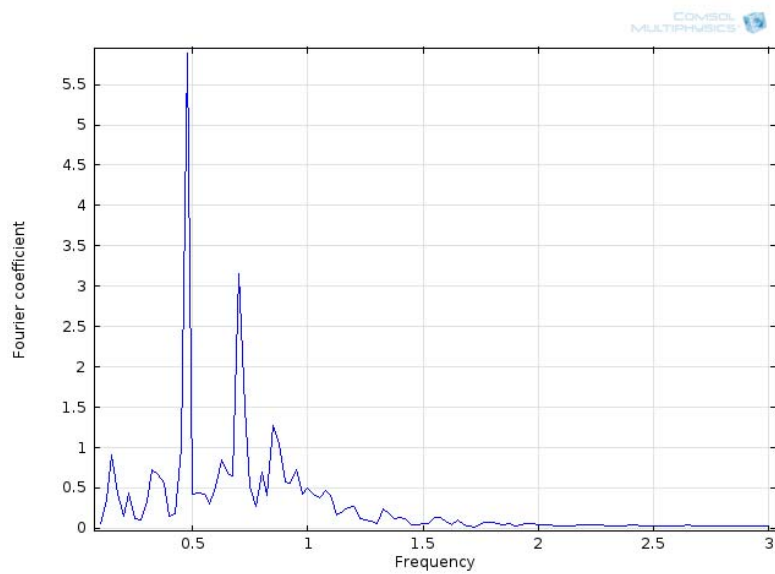
Σχήμα 47. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση Π2).



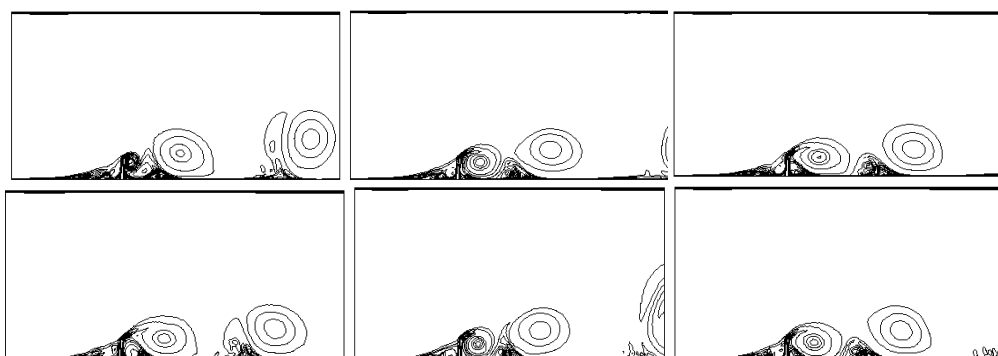
Σχήμα 48. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση Π2).



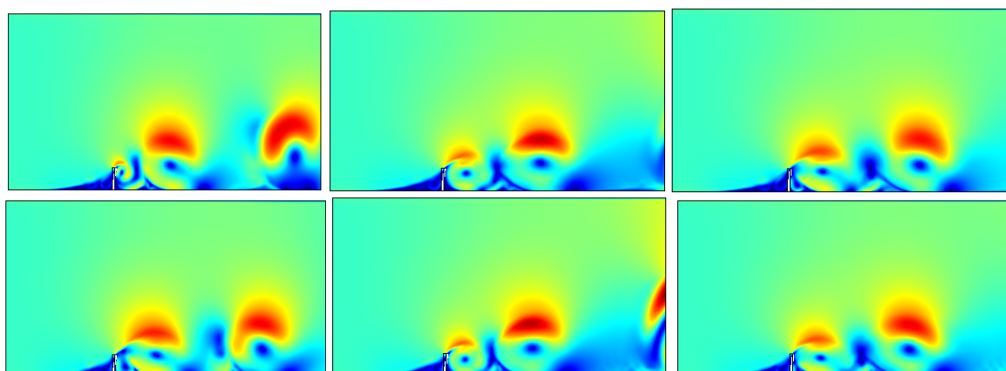
Σχήμα 49. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση Π2).



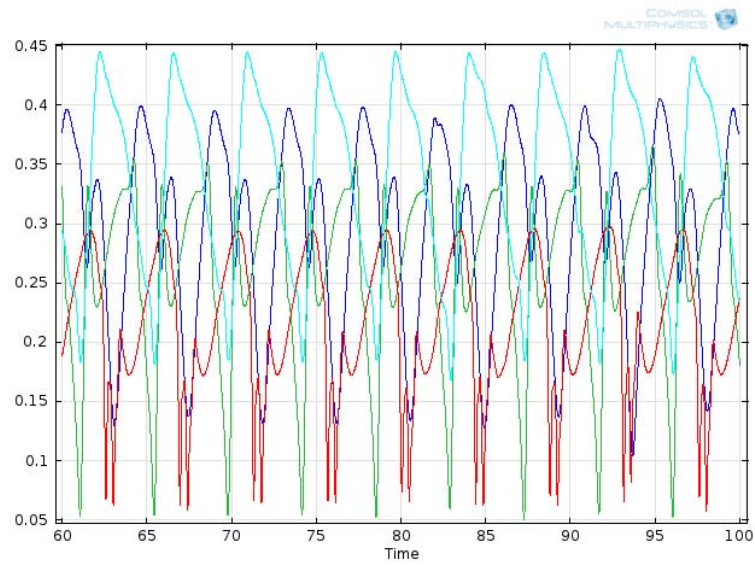
Σχήμα 50. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση Π2).



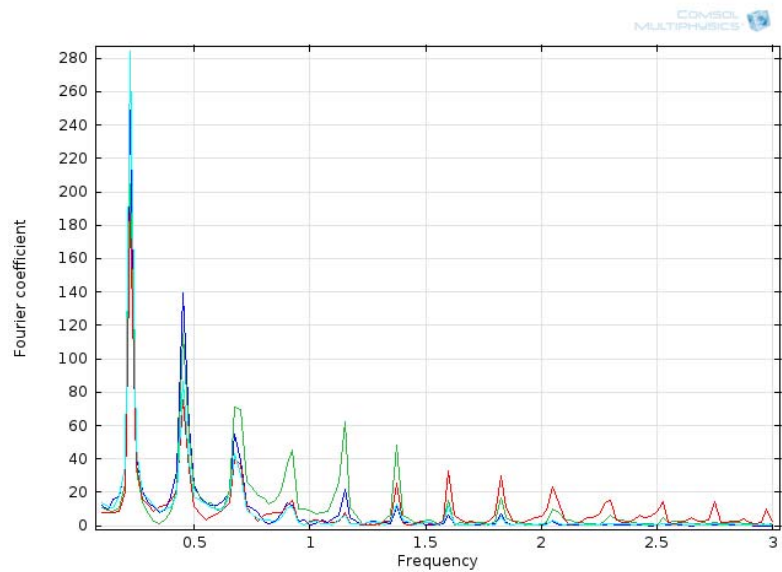
Σχήμα 51. Πεδίο στροβιλότητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση Π3).



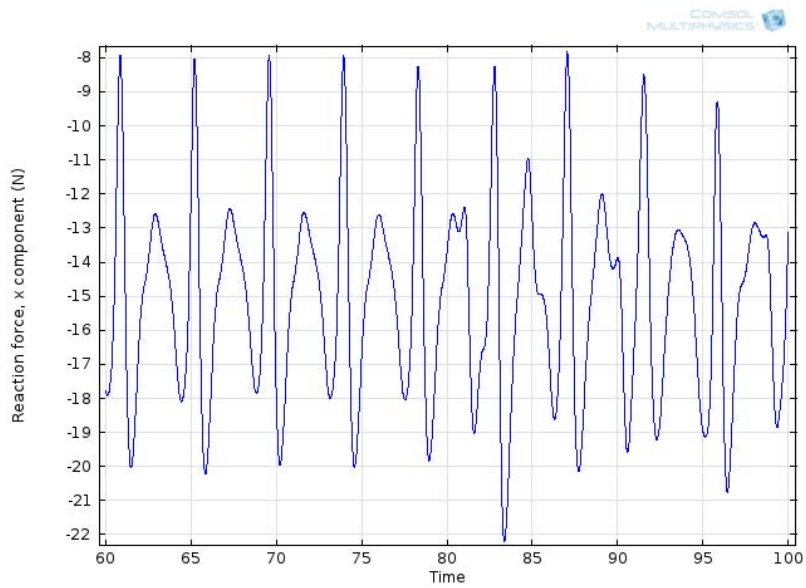
Σχήμα 52. Η κατανομή του μέτρου της ταχύτητας στον ομόρρου ελαστικού εμποδίου (περίπτωση Π3).



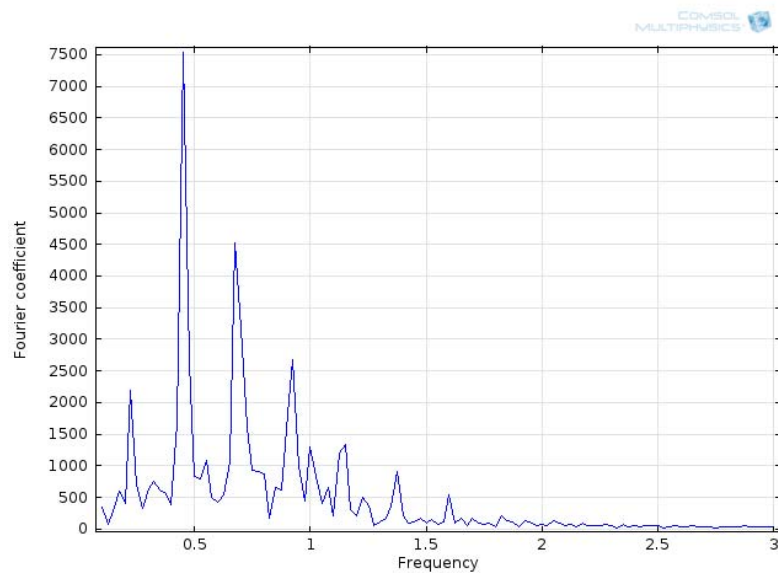
Σχήμα 53. Χρονική εξέλιξη της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση Π3).



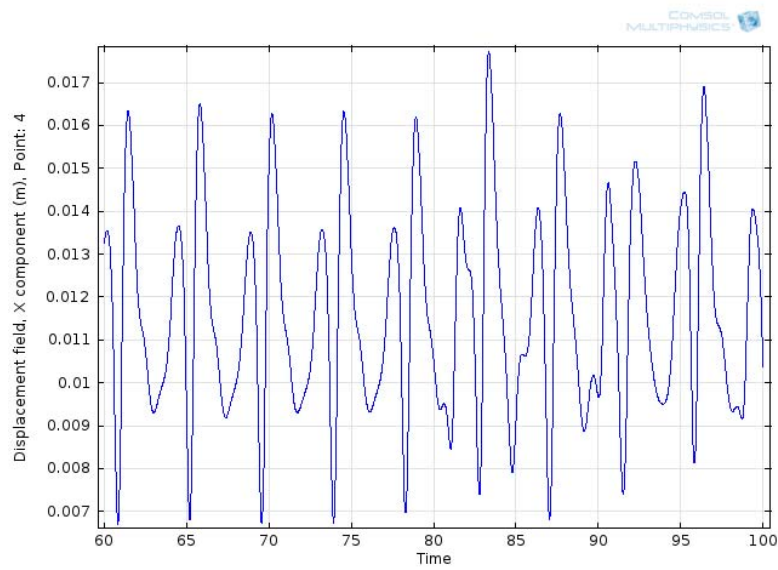
Σχήμα 54. Φασματική κατανομή της ταχύτητας σε 4 σημεία πίσω από ελαστικό εμπόδιο (περίπτωση Π3).



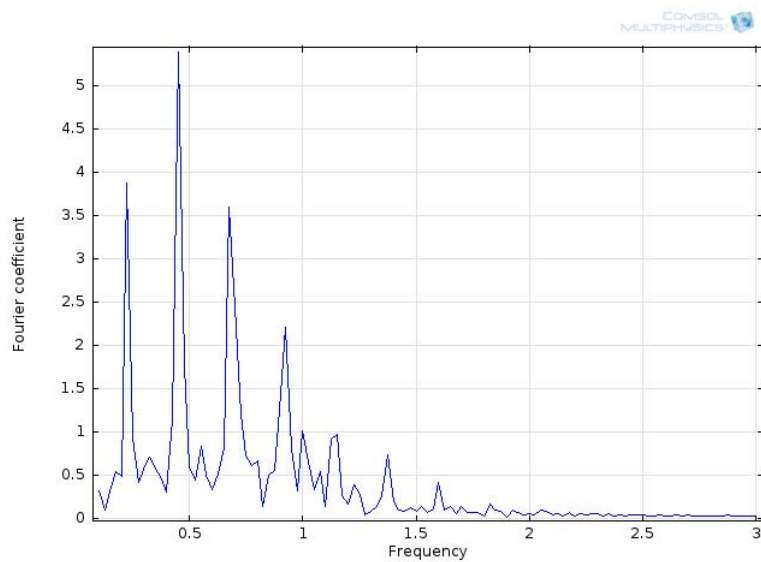
Σχήμα 55. Δυνάμεις αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση Π3).



Σχήμα 56. Φασματική κατανομή δυνάμεων αντίδρασης που ασκούνται από το ρευστό σε ελεύθερα ταλαντούμενο εμπόδιο (περίπτωση Π3).



Σχήμα 57.. Στιγμαία μετατόπιση ελεύθερου άκρου (περίπτωση Π3).



Σχήμα 58. Φασματική κατανομή μετατόπισης του ελεύθερου άκρου (περίπτωση Π3).

Πίνακας 8. Ταλαντωτικά και ρευστοδυναμικά χαρακτηριστικά από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις για διαφορετικές τιμές της πυκνότητας και σταθερή ελαστικότητα ($E = 0.5 \text{ Gra}$)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\rho^* = \rho_f / \rho_s$	$f^* = f_{st} / f_n$	A_{max} / H	A_{ave} / H	A_{std} / H	f_x / f_n	f_s / f_n	f_s / f_x	f_R / f_n	\bar{C}_x	C_x'
Π1	0.14	1.04 (1.11)	0.229	0.153	0.027	2.09 (2.21)	1.05 (1.10)	0.5	2.18 (2.31)	4.51	0.94
Π2	0.2	0.83 (0.91)	0.201	0.154	0.019	1.75 (1.91)	0.83 (0.91)	0.47	1.74 (1.9)	4.6	0.89
Π3	0.33	0.64 (0.74)	0.182	0.156	0.009	1.32 (1.39)	0.66 (0.70)	0.41	1.35 (1.70)	4.67	0.82

Συμπεράσματα και προτάσεις

Κάποια συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα εργασία συνοψίζονται παρακάτω:

- Η παρουσία του εμποδίου γίνεται ιδιαίτερα αισθητή στην διεύθυνση της προσερχόμενης ταχύτητας σε απόσταση περίπου ίση με το διπλάσιο του ύψους του εμποδίου.
- Για κάθε περίοδο μετατόπισης του εμποδίου εκλύονται δύο στρόβιλοι, ένας αρχίζει να δημιουργείται και αποκολλάται από την κορυφή του εμποδίου, ενώ αμέσως μετά την αποκόλληση του έχουμε δημιουργία ενός στροβίλου στην βάση του.
- Οι ταχύτητες που εμφανίζονται στο πεδίο ροής μπορεί να ξεπεράσουν στο διπλάσιο την ταχύτητα εισόδου.
- Η αύξηση της ελαστικότητας οδηγεί σε αύξηση της μέσης και της μέγιστης μετατόπισης του εμποδίου.
- Η αύξηση πυκνότητας πλέγματος δεν επηρεάζει σημαντικά τα ταλαντωτικά και ρευστοδυναμικά χαρακτηριστικά του φαινομένου.
- Η επίδραση της ελαστικότητας είναι σαφώς πιο έντονη από την επίδραση της πυκνότητας για το εύρος τιμών που μελετήθηκαν.
- Η μείωση της πυκνότητας του εμποδίου οδηγεί σε μείωση της μέγιστης μετατόπισης του εμποδίου, αλλά αυξάνει ελάχιστα την μέση μετατόπιση.

Κάποιες προτάσεις που μπορούν να γίνουν για μελλοντική έρευνα είναι οι παρακάτω:

- Ενδιαφέρον θα είχε η ανάλυση του μοντέλου στις 3 διαστάσεις και η σύγκριση του με τα παραπάνω αποτελέσματα.
- Επίσης πολύ ενδιαφέρον θα είχε η ανάλυση περιπτώσεων αλλαγής του πάχους του εμποδίου αλλά και του σχήματος του.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Γούλας Α. Κ. (1986) «Μηχανική ρευστών» Εκδόσεις Γιαχούδη.

Δημητρακόπουλος Α. Κ. (2005) «Ειδικά Θέματα Υδραυλικής Μηχανικής – Τυρβώδεις Ροές» Πανεπιστήμιο Πατρών.

Κουτάντος Ε., Πρίνος Π. (2004) «Αριθμητική και πειραματική μελέτη της τυρβώδους ροής με ελεύθερη επιφάνεια πάνω από εμπόδιο ημικυκλικής διατομής» Περιοδικό της ελληνικής υδροτεχνικής ένωσης

Hughes W. F., Brighton J. A. (2005) «Δυναμική Ρευστών» Εκδόσεις Τζιόλα.

Ξενόγλωσση

Bungartz, Hans-Joachim; Schäfer, Michael, eds. (2006). *Fluid-structure Interaction: Modelling, Simulation, Optimization*

Degroote J., P. Bruggeman, R. Haelterman, J. Vierendeels (2008). "Stability of a coupling technique for partitioned solvers in FSI applications". *Computers and Structures* **86** pp. 23–24.

Förster Christiane, Wolfgang A. Wall, Ekkehard Ramm (2006). P. Wesseling, E. Oñate, J. Périaux, ed. "The artificial added mass effect in sequential staggered fluid-structure interaction algorithms". European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006. The Netherlands.

Heil M. (2004). "An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **193**: pages 1–23.

Hron J., S. Turek (2006). H.-J. Bungartz; M. Schäfer, eds. *A monolithic FEM/multigrid solver for ALE formulation of fluid-structure interaction with application in biomechanics*. Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Fluid–Structure Interaction – Modelling, Simulation, Optimisation. Springer-Verlag. pp. 146–170.

Koutandos E., Prinos P., Koutitas C., (2006) "2DV hydrodynamics of emerged rubble mound breakwaters", 7th International Conference 'Hydroscience-2006', Philadelphia, U.S.A, p. 211.

Koutandos, E., Prinos, P.,(2005)"Supercritical turbulent free surface flow over a semicircular obstacle", Proceedings of XXXI Int. Conf. IAHR, 1366-1376, Seoul, Korea.

Matthies H., Steindorf (2003). "Partitioned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction". *Computers and Structures* **81**: 805–812 .